

LESZEK CZARNECKI

Katedra Elektrotechniki Teoretycznej

GERARD BARTODZIEJ

Katedra Urządzeń Elektrycznych

ZWARCIOWE ODDZIAŁYWANIA DYNAMICZNE  
W WIELKOPRĄDOWYCH WYPROWADZENIACH GENERATORÓW  
Z EKRAMAMI ŁĄCZONYMI

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę stanu ustalonego trójfazowego układu przewodów szynowych z ekranami łączonymi. Przeprowadzono analizę stanu nieustalonego przy założonej przestrzennej symetrii układu oraz wyznaczono czasowe przebiegi obciążeń dynamicznych szyn i ekranów a także ich wartości maksymalne mogące się pojawić przy zwarciu symetrycznym.

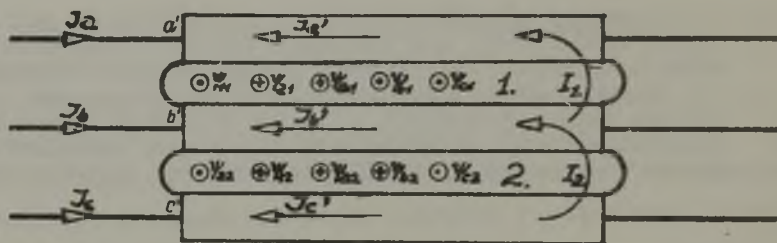
Wprowadzenie

Wzrost mocy znamionowych generatorów, a także mocy zwarciovych w miejscach zainstalowania, spowodował poszukiwanie nowych rozwiązań dla wyprowadzenia dużych mocy w ciężkich warunkach zwarciovych. Obiecujące właściwości wykazują przewody szynowe ekranowane z ekranami ciągłymi, zwartymi na obu końcach. Nowość konstrukcji oraz znaczna złożoność występujących zjawisk spowodowały, że nie istnieje do tej pory dostateczne opracowanie tego zagadnienia. Poniższa analiza nie rości sobie ambicji zupełnego wyczerpania problemów występujących w tych układach, stanowi jedynie pierwsze przybliżenie napotykanym tu zjawisk. Niemniej otrzymane wyniki rzucają światło na najważniejsze właściwości tych układów i dają szereg przesłanek dla ich projektowania.

Podstawowe zależności w stanie ustalonym

Przedmiotem poniższych rozważań jest trójfazowy układ prostych, dostatecznie długich dla pominięcia wpływu końców, przewodów

szynowych otoczonych cylindrycznymi ekranami, których końce są z obu stron zwarte bezimpedancyjnie. Przewody szynowe są umieszczone w geometrycznych osiach ekranów i mogą leżeć w jednej płaszczyźnie tworząc układ płaski (rys. 1) lub też mogą być rozmieszczone przestrzennie, w narożach trójkąta równobocznego tworząc układ przestrzennie symetryczny. Obwód ekranów może być obustronnie uziemiony, niemniej o ile oba końce ekranów nie są połączone gałęzią zwierającą o impedancji porównywalnej z impedancją ekranów, można uważać, że obwód uziemiający nie tworzy dodatkowego oczka.



Rys. 1. Ideowy schemat układu szyn z ekranami łączonymi i oznaczenia

Analizę opieramy o zmodyfikowaną metodę oczkową, to znaczy suma sem wyindukowanych przez strumienie skojarzone  $\psi_{ij}$  w każdej pętli  $j$  ekranów, oraz suma spadków napięć od prądów oczkowych  $I_j$  musi być równa zero. Przyjmując, że prądy szyn są wymuszone, przy wyborze oczek i oznaczeń jak na rys. 1 rozływ prądów oczkowych w ekranach opisany jest dwoma równaniami oczkowymi.

$$\begin{aligned}
 -\frac{d\psi_{a1}}{dt} + \frac{d\psi_{b1}}{dt} + \frac{d\psi_{c1}}{dt} + \frac{d\psi_{11}}{dt} - \frac{d\psi_{21}}{dt} + R_1 I_1 - R_{12} I_2 &= 0 \\
 -\frac{d\psi_{a2}}{dt} - \frac{d\psi_{b2}}{dt} + \frac{d\psi_{c2}}{dt} + \frac{d\psi_{22}}{dt} - \frac{d\psi_{12}}{dt} + R_2 I_2 - R_{21} I_1 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

gdzie:

$\psi_{ij}$  - jest strumieniem indukcji wytworzonym przez prąd  $I_i$  i skojarzonym z oczkiem  $j$ ;

$R_1$  - jest opornością własną oczka;

$R_{12}$  - jest opornością wzajemną.

Kładąc  $\psi_{ij} = i_j M_{ij}$ ;  $\psi_{ii} = i_i L_i$  oraz przechodząc na metodę symboliczną, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 & -j\omega M_{a1} \hat{J}_a + j\omega M_{b1} \hat{J}_b + j\omega M_{c1} \hat{J}_c + j\omega L_1 \hat{I}_1 + \\
 & + R_1 \hat{I}_1 - j\omega M_{21} \hat{I}_2 - R_{12} \hat{I}_2 = 0 \\
 & -j\omega M_{a2} \hat{J}_a - j\omega M_{b2} \hat{J}_b + j\omega M_{c2} \hat{J}_c + j\omega L_2 \hat{I}_2 + \\
 & + R_2 \hat{I}_2 - j\omega M_{12} \hat{I}_1 - R_{21} \hat{I}_1 = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Współczynniki indukcyjności własnej i wzajemnej  $L_j$ ,  $M_{ij}$  mogą być wyznaczone przy otwartych w punktach a' b' c' (rys.1) pętlach ekranów, np.

$$\begin{aligned}
 M_{a1} &= \frac{1}{\omega} \frac{\partial U_{a'b'}}{\partial J_1} \quad \text{lub} \quad M_{a1} = \frac{1}{\omega} \left. \frac{U_{a'b'}}{J_a} \right|_{(J_b, J_c, I_1, I_2) = 0} \\
 M_{21} &= \frac{1}{\omega} \frac{\partial U_{a'b'}}{\partial I_2} \quad \text{lub} \quad M_{21} = \frac{1}{\omega} \left. \frac{U_{a'b'}}{I_2} \right|_{(J_a, J_b, J_c, I_1) = 0}
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} = \left. \frac{U_{a'b'}}{I_1} \right|_{(J_a, J_b, J_c, I_2) = 0}$$

przy czym oporność  $R_1$  może być wyznaczona z pomiaru prądem stałym. Podobnie można wyznaczyć pozostałe współczynniki równania (2).

O ile przewody szynowe i ekrany są identyczne to  $M_{a1} = M_{b1}$  oraz  $M_{c2} = M_{b2}$  i jeżeli ponadto układ jest symetryczny względem fazy środkowej to zachodzi:

$$a) \quad M_{a1} = M_{b1} = M_{c2} = M_{b2} = M_1$$

$$b) \quad M_{a2} = M_{c1} = M_2$$

$$c) L_1 = L_2 = L$$

$$d) R_1 = R_2 = R$$

$$e) M_{12} = M_{21} = M_w$$

$$f) R_{12} = R_{21} = R_w$$

(4)

Oznaczając  $j\omega L + R = \hat{Z}$  i  $j\omega L_w + R_w = \hat{Z}_w$  równanie (2) otrzyma w zapisie macierzowym postać:

$$\begin{bmatrix} \hat{Z} & -\hat{Z}_w \\ -\hat{Z}_w & \hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} M_1 & -M_1 & -M_2 \\ M_2 & M_1 & -M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}_a \\ \hat{J}_b \\ \hat{J}_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

Rozpływ prądów gałęziowych w płaskim, symetrycznym układzie ekranów określa równanie:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \frac{j\omega}{\det \hat{Z}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z} & \hat{Z}_w \\ \hat{Z}_w & \hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 & -M_1 & -M_2 \\ M_2 & M_1 & -M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}_a \\ \hat{J}_b \\ \hat{J}_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie:

$$\det \hat{Z} = \hat{Z}^2 - \hat{Z}_w^2 \quad (7)$$

Z równania (6) wynika, że dla płaskiego układu ekranów nie można wprowadzić jednofazowego schematu zastępczego gdyż każdy z prądów ekranów jest kombinacją liniową wszystkich prądów szyn. Wynika także, że wyznaczenie rozplywu prądów wymaga znajomości czterech parametrów:  $\hat{Z}_1$ ,  $\hat{Z}_w$ ,  $M_1$  i  $M_2$ , które mogą być wyznaczone na podstawie (4).

Dla układu płaskiego można zaproponować inne, bardzo proste obliczeniowo, kłopotliwsze jednak może pod względem pomiarowym ujęcie tego zagadnienia.

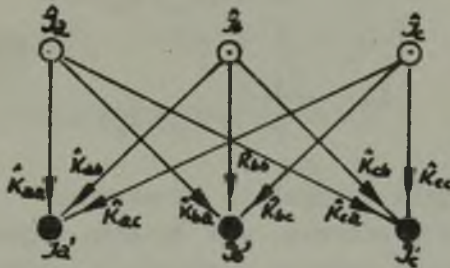
Jeżeli przez

$$\hat{K}_{ij} = \frac{\hat{J}'_i}{\hat{J}'_j} \Big|_{\hat{J}'_{k=j} = 0} \quad (i, j) = a, b, c$$

oznaczymy zespoloną transmitancję między prądem ekranu  $\hat{J}'_i$  a prądem szyny  $\hat{J}'_j$ , to prądy ekranów są związane z prądami szyn poprzez kwadratową macierz  $\hat{K}$

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{aa} & \hat{K}_{ab} & \hat{K}_{ac} \\ \hat{K}_{ba} & \hat{K}_{bb} & \hat{K}_{bc} \\ \hat{K}_{ca} & \hat{K}_{cb} & \hat{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} \quad (9)$$

Zależność ta przedstawiona jest także w symbolice topologicznej grafem przepływu sygnału (rys. 2).



Rys. 2. Graf przepływu sygnału płaskiego układu ekranów

Węzły pełne i puste reprezentują tu prądy zależne i niezależne, gałęzie reprezentują zależności między prądami. Z symetrii układu względem fazy środkowej wynika  $\hat{K}_{aa} = \hat{K}_{cc} = \hat{K}_1$ ,  $\hat{K}_{ab} = \hat{K}_{cb} = \hat{K}_2$ ,  $\hat{K}_{ac} = \hat{K}_{ca} = \hat{K}_3$ ,  $\hat{K}_{ba} = \hat{K}_{bc} = \hat{K}_4$  oraz  $\hat{K}_{bb} = \hat{K}_0$ . i liczby transmitancji macierzy  $\hat{K}$  redukuje się z dziewięciu do pięciu.

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 \\ \hat{K}_4 & \hat{K}_0 & \hat{K}_4 \\ \hat{K}_3 & \hat{K}_2 & \hat{K}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ponieważ dla każdej dowolnej trójki  $(\hat{J}_a, \hat{J}_b, \hat{J}_c)$  suma prądów ekranów musi być równa zero, zero musi być równa suma transmitancji każdej kolumny macierzy  $\mathbb{K}$ , czyli

$$\begin{aligned}\hat{K}_1 + \hat{K}_4 + \hat{K}_3 &= 0 \\ \hat{K}_2 + \hat{K}_0 + \hat{K}_2 &= 0\end{aligned}\tag{11}$$

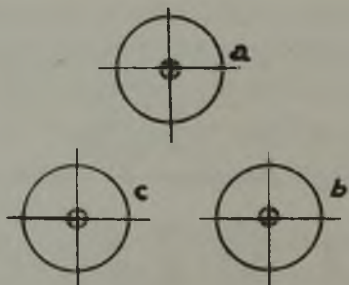
a więc tylko trzy spośród pięciu transmitancji macierzy  $\mathbb{K}$  są liniowo niezależne.

Wystarczy więc wyznaczyć transmitancje pierwszego wiersza:

$$\begin{aligned}\hat{K}_1 &= -\frac{\hat{J}_a}{\hat{J}_a} \Big|_{(\hat{J}_b, \hat{J}_c) = 0} \\ \hat{K}_2 &= \frac{\hat{J}_a}{\hat{J}_b} \Big|_{(\hat{J}_a, \hat{J}_c) = 0} \\ \hat{K}_3 &= \frac{\hat{J}_a}{\hat{J}_c} \Big|_{(\hat{J}_a, \hat{J}_b) = 0}\end{aligned}\tag{12}$$

aby macierz  $\mathbb{K}$  była całkowicie określona.

Przykładem uproszczonym, ale dającym najważniejsze informacje o właściwościach układów z ekranami zwartymi, jest układ przestrzennie symetryczny (rys. 3).



Rys. 3. Przestrzennie symetryczny układ ekranów

Ponieważ płaszczyzny poszczególnych pętli ekranów są styczne do linii indukcji magnetycznej pozostałej fazy, stąd współczynnik indukcyjności wzajemnej  $M_2$  macierzy  $M$  równania (6) jest równy zeru i równanie to można przekształcić do postaci:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \frac{j\omega M_1}{\det Z} \begin{bmatrix} \hat{Z} & -(\hat{Z}-\hat{Z}_w) & -\hat{Z}_w \\ -(\hat{Z}-\hat{Z}_w) & 2(\hat{Z}-\hat{Z}_w) & -(\hat{Z}-\hat{Z}_w) \\ -\hat{Z}_w & -(\hat{Z}-\hat{Z}_w) & \hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}_a \\ \hat{J}_b \\ \hat{J}_c \end{bmatrix} \quad (13)$$

W układzie przestrzennie symetrycznym żadna z gałęzi nie jest wyróżniona, zatem macierz  $Z$  równania (13) musi być macierzą symetryczną o równych sobie współczynnikach diagonalnych, gdyż tylko wtedy będzie niezależna od wyboru oczek. Musi zachodzić:

$$2(\hat{Z} - \hat{Z}_w) = \hat{Z} \quad \text{stąd} \quad \hat{Z}_w = \frac{1}{2} \hat{Z} \quad (14)$$

i równanie (13) upraszcza się do postaci:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \frac{j\omega W_1}{\det Z} \hat{Z} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J}_a \\ \hat{J}_b \\ \hat{J}_c \end{bmatrix} \quad (15)$$

Uwzględniając w (14) warunek (7) i przyjmując, że  $\hat{J}_a + \hat{J}_b + \hat{J}_c = 3 \hat{J}_0$  gdzie:  $\hat{J}_0$  jest ewentualną składową kolejności zerowej prądu przewodowego otrzymamy:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} = \frac{2j\omega M_1}{j\omega L+R} \begin{bmatrix} \hat{J}_a - \hat{J}_0 \\ \hat{J}_b - \hat{J}_0 \\ \hat{J}_c - \hat{J}_0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Z wyrażenia (16) wynika, że wtedy gdy oba końce ekranów nie są z sobą połączone bezimpedancyjnie, jednofazowy schemat zastępczy, który na podstawie tego równania można wprowadzić, nie obejmuje składowej zerowej prądu przewodowego. Współczynnik 2 w liczniku wyrażenia (16) występuje dlatego, że współczynnik  $M_1$  określony przez (3) jest dwukrotnie mniejszy od współczynnika indukcyjności wzajemnej między pętlą przewodów szynowych a pętlą ekranów.

Dla wchodzących w rachubę rozwiązań konstrukcyjnych  $L \approx 2 M_1$ . Wynika to stąd, że strumienie indukcji magnetycznej sprzężonej z prądem pętli ekranu a wytworzone przez prąd pętli szyn i prąd pętli ekranów są takie same z dokładnością do strumienia sprzężonego w obrębie ścianki ekranu. O ile bowiem pierwszy z nich narasta w ściance wg krzywej logarytmicznej to drugi wg krzywej parabolicznej. Niemniej ich udział jest nieznaczny i maleje wraz ze zmniejszaniem grubości ścianek ekranu.

Zródłem okresowego pola magnetycznego na zewnątrz ekranów są różnice prądów szyn i ekranów. Zewnętrzne pole magnetyczne pochodzące od fazy np. "a" jest w obecności ekranu zmienione w stosunku

$$\hat{\delta} = \frac{\Delta \hat{j}_a}{\hat{j}_a} = 1 - \frac{\hat{j}'_a}{\hat{j}_a} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} \quad (17)$$

Wartość

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} = \cos \varphi \quad (18)$$

określa stopień zmniejszenia amplitudy okresowego pola wskutek obecności ekranów i będzie dalej nazywany współczynnikiem przenikania składowej okresowej pola.

Współczynnik ten równy jest z drugiej strony współczynnikowi mocy ekranu  $\cos \varphi$ .



Uwzględniając, że na ogół  $R \ll \omega L$  otrzymamy:

$$(19) \quad \begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \hat{J}_a & - & \hat{J}_o \\ \hat{J}_b & - & \hat{J}_o \\ \hat{J}_c & - & \hat{J}_o \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} \hat{J}'_a \\ \hat{J}'_b \\ \hat{J}'_c \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \hat{J}_a \\ \hat{J}_b \\ \hat{J}_c \end{bmatrix} \quad (20)$$

gdy prądy przewodowe nie zawierają składowej kolejności zerowej.

Ponieważ natężenie pola magnetycznego na zewnątrz ekranów jest proporcjonalne do różnicy prądów szyny i ekranu z wyrażenia (17) wynika, że jest ono stłumione z dokładnością niemal do pola składowej zerowej. W związku z powyższym za zupełnie drugorzędne można uważać zjawisko indukowania się w ekranach prądów wirowych i związany z tym nierównomierny radialny rozkład gęstości prądu ekranu, gdyż jego źródłem jest nieskompensowane zewnętrzne pole magnetyczne.

#### Analiza stanu zwarciovego

Z poprzedniej części wynika, że zastosowanie do ekranowania przewodów szynowych ciągłych, zwartych na końcach ekranów pozwala uzyskać niemal zupełną kompensację zewnętrznego pola magnetycznego prądu roboczege, wnioski te rozciągają się także na składową okresową prądu zwarciovego, nieskompensowane zostanie jedynie w wypadku istnienia prądu ziemnozwarciowego pole od prądu kolejności zerowej. Aby określić rodzaj i wartość oddziaływań dynamicznych występujących przy zwarciach w obwodzie przewodów szynowych należy przede wszystkim zbadać zdolność ekranowania składowej nieokresowej prądu zwarciovego, a także czasowe przebiegi prądu ekranu przy przepływie przez szyny prądu zwarcia.

W poniższych rozważaniach przyjmujemy prosty model dwu- lub trójfazowego zwarcia bez udziału ziemi z nietłumioną składową okresową.

Jeżeli wartość skuteczna składowej okresowej prądu zwarcia fazy a wynosi  $J_Z$  i zwarcie powstało przy kącie  $\psi_a$  to prąd  $i_a$  ma przebieg czasowy

$$i_a(t) = \sqrt{2} J_Z \left[ \cos(\omega t + \psi_a) - \cos \psi_a e^{-\frac{t}{T_a}} \right] \quad (21)$$

gdzie:  $T_a$  - jest stałą czasową pętli zwarcia, przy czym pominięto tu prąd roboczy szyny, jako mały w stosunku do prądu zwarcia.

Ażeby móc się posługiwać jednofazowym schematem zastępczym, analizę przeprowadzamy dla przestrzennie symetrycznego układu ekranów spełniającego równanie (16). Gdy  $\dot{J}_0 = 0$  prąd w ekranie związany jest z prądem szyny zależnością operatorową:

$$J'_a(p) = \frac{2 p M_1}{R + p L} J_a(p) \quad (22)$$

gdzie:  $J_a(p)$  - jest transformatą Laplace'a prądu  $i_a(t)$  (18):

$$J_a(p) = \sqrt{2} J_Z \left[ \frac{p}{p^2 + \omega^2} \cos \psi_a - \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \sin \psi_a - \frac{T_a}{1 + p T_a} \cos \psi_a \right] \quad (23)$$

Transformacja odwrotna równania (22) uwzględniająca (23) prowadzi po szeregu przekształceń do równania prądu ekranu o postaci:

$$i_a'(t) = \sqrt{2} J_Z \frac{2M_1}{L} \left\{ -\sin \varphi \sin(\omega t + \psi_a - \varphi) + \right. \\ \left. + \cos \varphi \cos(\psi_a - \varphi) e^{-\frac{t}{T_e}} - \cos \psi_a \cdot \left[ \frac{1}{T_e - T_a} (T_e e^{-\frac{t}{T_a}} - T_a e^{-\frac{t}{T_e}}) \right] \right\} \quad (24)$$

gdzie:

$$T_e = \frac{L}{R} \quad \varphi = \arctg \omega T_e.$$

Pierwszy składnik wyrażenia (24) określa wartość składowej okresowej prądu ekranu.

Dla  $\frac{2M_1}{L} = 1$  i  $R \ll \omega L$  kąt  $\varphi$  dąży do  $\pi/2$  i składnik ten nieznacznie się różni od składowej okresowej prądu zwarcia. Składnik ostatni określa reakcję ekranu na składową nieokresową prądu zwarcia. Składnik środkowy związany jest ze składową zanikającą zewnętrznego pola magnetycznego, powstającą w chwili zwarcia gdy pojawia się składowa okresowa tego pola.

Ponieważ za istnienie zewnętrznego pola magnetycznego odpowiedzialna jest, przy przyjętych zwrotach prądów, różnica obu prądów

$$\Delta i_a(t) = i_a(t) - i'_a(t) \quad (25)$$

dlatego różnica ta będzie nas szczególnie interesować.

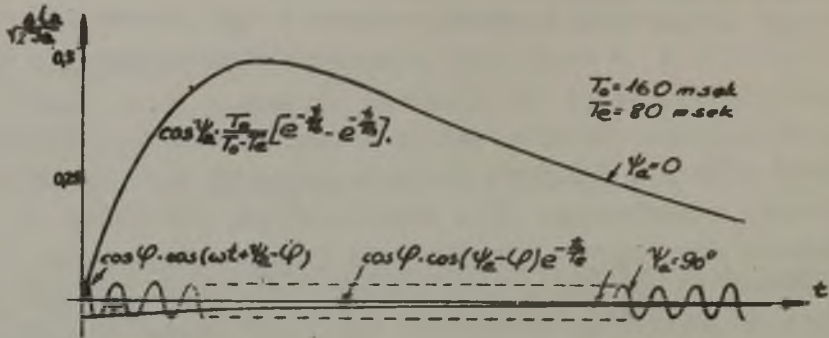
Przyjmując  $\frac{2M_1}{L} = 1$  i kładąc wyrażenia (21) i (24) do (25) otrzymamy przebieg różnicy prądów postaci:

$$\Delta i_a(t) = \sqrt{2} J_z \left\{ \cos \varphi \left[ \cos(\omega t + \psi_a - \varphi) - \cos(\psi_a - \varphi) e^{-\frac{t}{T_e}} \right] - \right. \\ \left. - \cos \psi_a \cdot \frac{T_a}{T_a - T_e} \left( e^{-\frac{t}{T_a}} - e^{-\frac{t}{T_e}} \right) \right\} \quad (26)$$

Pierwszy składnik tego wyrażenia określa wartość składowej okresowej oraz zanikającej różnicy prądów ustalonych i znika gdy  $\varphi$  dąży do  $\pi/2$  tzn. gdy wzrasta "jakość" ekranu.

Drugi składnik równy jest różnicy składowych nieokresowych prądu zwarcia i prądu ekranu i jest źródłem nieokresowego pola magnetycznego w zewnętrznej przestrzeni ekranu.

Orientacyjny przebieg czasowy  $\Delta i_a(t)$  podaje rys. 4.



Rys. 4. Czasowe przebiegi składników różnicy  $\Delta i_a(t)$

Dla bliskich  $\pi/2$  pierwszy składnik wyrażenia (26) jest pomijalnie mały i o wartości oddziaływań dynamicznych decyduje nieokresowy uder natężenia pola magnetycznego o przebiegu w czasie jak drugi składnik różnicy prądów  $\Delta i_a(t)$ :

$$\Delta i_a(t) = \sqrt{2} J_z \cos \psi_a \frac{T_a}{T_a - T_e} \left( e^{-\frac{t}{T_e}} - e^{-\frac{t}{T_a}} \right) \quad (27)$$

Indukcja magnetyczna  $B_a(t)$  w odległości  $r$  od osi ekranu "a" ma więc wartość

$$B_a(t) = \frac{\sqrt{2} \mu_0 J_z}{2 \pi r} \cdot \frac{T_a}{T_a - T_e} \left( e^{-\frac{t}{T_e}} - e^{-\frac{t}{T_a}} \right) \cos \psi_a; \left[ \frac{W_b}{m} \right] \quad (28)$$

Ekstremalna wartość indukcji magnetycznej występuje w chwili  $t = t_m$  gdy

$$\frac{d B_a(t)}{dt} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{d^2 B_a(t)}{dt^2} < 0 \quad \text{tzn. dla:}$$

$$t_m = \frac{T_a T_e}{T_a - T_e} \ln \frac{T_a}{T_e} = \frac{T_a}{\alpha - 1} \ln \alpha \quad (29)$$

gdzie:  $\alpha = \frac{T_a}{T_e}$  jest stosunkiem stałej czasowej zanikania składowej nieokresowej prądu zwarcia i stałej czasowej pętli ekranu.

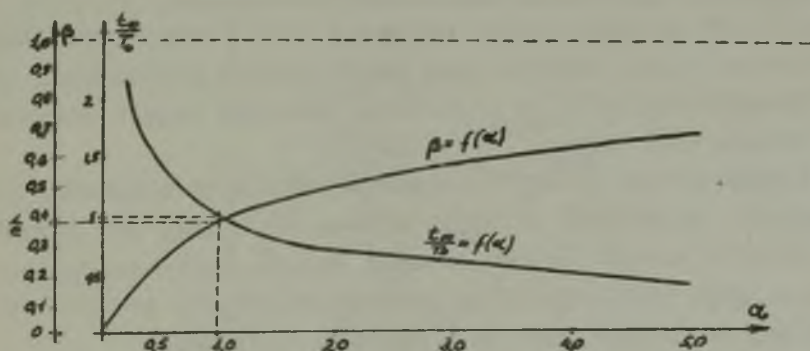
Maksymalna wartość indukcji magnetycznej  $B_a(t_m)$  ma wartość:

$$B_a(t_m) = - \frac{2 \mu_0 J_z}{2 \pi r} \left[ \frac{1}{\alpha^{1-\alpha}} \right] \cos \psi_a = - B_a \cdot \beta \cdot \cos \psi_a \quad (30)$$

gdzie współczynnik

$$\beta = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (31)$$

Zależny wyłącznie od stosunku stałych czasowych nazywać będziemy współczynnikiem przenikania składowej nieokresowej pola magnetycznego. Jest on równy stosunkowi maksymalnych wartości składowej nieokresowej indukcji magnetycznej przewodu ekranowego i nieokresowego. Wartość tego współczynnika, jak się dalej okaże, będzie miała istotne znaczenie dla wartości zwarciowych oddziaływań dynamicznych. Zależność współczynnika przenikania  $\beta$  oraz względnego momentu  $t_m/T_a$  wystąpienia udaru składowej nieokresowej od stosunku  $\alpha$  stałych czasowych podaje rys. 5.



Rys. 5. Zależność współczynnika składowej nieokresowej pola oraz chwili udaru od stosunku stałych czasowych  $T_0$  i  $T_e$

Z analizy wzoru (31) wynika, że skuteczne ekranowanie składowej nieokresowej prądu zwarcia, a więc i skuteczne ograniczenie udaru pola magnetycznego wymaga dostosowania stałej czasowej ekranu  $T_e$  do spodziewanej wartości stałej czasowej zanikania nieokresowego prądu zwarcia.

Należy zwrócić uwagę, że przy ustalonej wartości  $T_a$  istnieje ścisły związek między skutecznością ekranowania okresowego prądu szyny i skutecznością ekranowania składowej nieokresowej. Mamy bowiem:

$$T_e = \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \varphi \quad \text{stąd} \quad \alpha = \frac{T_a}{T_e} = \omega T_a \operatorname{ctg} \varphi \quad (32)$$

Biorąc pod uwagę składową ustaloną  $\Delta i_a(t)$  (27) mamy

$$\frac{\Delta J_a}{J_a} = \cos \varphi \quad (33)$$

gdzie  $\Delta J_a$  jest wartością skuteczną składowej ustalonej różnicy, a  $\cos \varphi$  można uważać za współczynnik przenikania składowej okresowej pola. Ponieważ dla  $\varphi$  bliskich  $\pi/2$   $\operatorname{ctg} \varphi \approx \cos \varphi$  stąd

$$\alpha \approx \omega T_a \cos \varphi = \omega T_a \cos \left(1 - \frac{J'_a}{J_a}\right) = \frac{T_a}{T_e} \quad (34)$$

i współczynnik przenikania składowej nieokresowej  $\beta = f(\alpha)$  jest określony jednoznacznie. Równanie (34) pozwala wyznaczyć stałą czasową pętli ekranów oraz współczynnik przenikania składowej nieokresowej pola na podstawie pomiarów prądów ekranów i szyn w stanie ustalonym.

Pomiar prądów można zastąpić pomiarem amplitudy natężenia pola w określonej odległości od szyny w obecności oraz bez ekranów. Należy zwrócić uwagę, że ten ostatni sposób jest szczególnie korzystny, gdyż wystarczają tu stosunkowo proste środki nie zakłócające przebiegu zjawisk w badanym obiekcie.

Przeprowadzone powyżej rozważania określiły przebieg czasowy oraz maksymalną wartość indukcji magnetycznej na zewnątrz

ekranu odosobnionej fazy "a" wiodącej prąd zwarcia. Aby wyznaczyć wektory wypadkowej indukcji magnetycznej w osiach poszczególnych przewodów przy przepływie przez wszystkie szyny prądów zwarcia założymy, że zwarcie jest trójfazowym zwarcie symetrycznym. Z symetrii zwarcia i układu wynika, że indukcja magnetyczna wytworzona przez poszczególne prądy ma w osiach sąsiednich przewodów wartości:

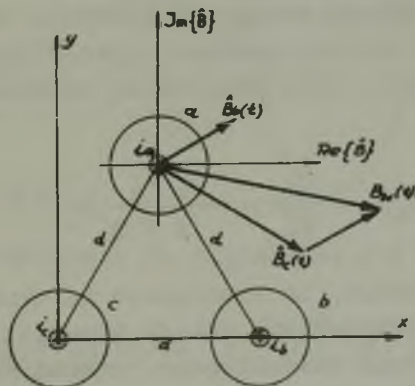
$$\begin{aligned} B_a(t) &= B(t) \cos \psi_a \\ B_b(t) &= B(t) \cos(\psi_a - 120^\circ) \\ B_c(t) &= B(t) \cos(\psi_a + 120^\circ) \end{aligned} \quad (32)$$

gdzie:

$$B(t) = \frac{\sqrt{2} \mu_0 J_z}{2 \pi d} \cdot \frac{T_a}{T_a - T_e} (e^{-\frac{t}{T_e}} - e^{-\frac{t}{T_a}}) \quad (33)$$

$d$  jest natomiast odległością od siebie geometrycznych osi przewodów.

Aby wyznaczyć wypadkowy wektor indukcji w osi przewodu "a" wprowadzamy płaszczyznę Gaussa o osiach równoległych, odpowiednio do osi  $x$   $y$  i początku w geometrycznej osi przewodu "a" (rys. 6).



Rys. 6. Rysunek pomocniczy do obliczenia wypadkowej indukcji magnetycznej

Indukcja magnetyczna wytworzona w osi przewodu "a" przez różnicę składowych nieokresowych prądów faz "b" i "c" jest w płaszczyźnie Gaussa określona przez wektory:

$$\begin{cases} \hat{B}_b(t) = B(t) \cos(\psi_a - 120^\circ) e^{j30^\circ} \\ \hat{B}_c(t) = B(t) \cos(\psi_a + 120^\circ) e^{-j30^\circ} \end{cases} \quad (34)$$

Wypadkowa indukcja magnetyczna ma więc wartość:

$$\hat{B}_w(t) = \hat{B}_b(t) + \hat{B}_c(t) = \hat{B}(t) \left\{ \cos(\psi_a - 120^\circ) e^{j30^\circ} + \cos(\psi_a + 120^\circ) e^{-j30^\circ} \right\} \quad (35)$$

$$B_w(t) = - \frac{\sqrt{3}}{2} B(t) e^{-j\psi_a}$$

Podobne rozważania przeprowadzone dla faz pozostałych prowadzą do rezultatów identycznych z otrzymanymi dla fazy "a", tzn. czasowy przebieg indukcji w osi każdego przewodu wyraża się równaniem (35). Wynik ten oznacza, że chwilowe składowej nieokresowej indukcji magnetycznej są w osiach wszystkich szyn takie same i taki sam jest ich kierunek oraz kierunek ten jest niezmienny w czasie. Oznacza także, że wartości chwilowe indukcji, a więc i jej wartość maksymalna nie zależą od kąta zwarcia  $\psi_a$ . od kąta tego zależy wyłącznie kierunek wektora indukcji i może on przyjmować dowolną wartość z przedziału od 0 do  $360^\circ$ .

Na podstawie (35) i (27) maksymalna wartość indukcji  $\hat{B}_w(t_m)$  wynosi:

$$B_w(t_m) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\mu_0 J_z}{2 \pi d} \beta e^{-j\psi_a} \quad (36)$$

Należy zwrócić uwagę, że wyznaczono tu wartości indukcji magnetycznej w geometrycznych osiach przewodów przy pominięciu ekranującego działania otaczającego przewód, ekranu, tzn. ekranowania w zwykłym sensie przewodu umieszczonego w zmiennym polu magnetycznym. Usprawiedliwione jest to faktem, że czasowy

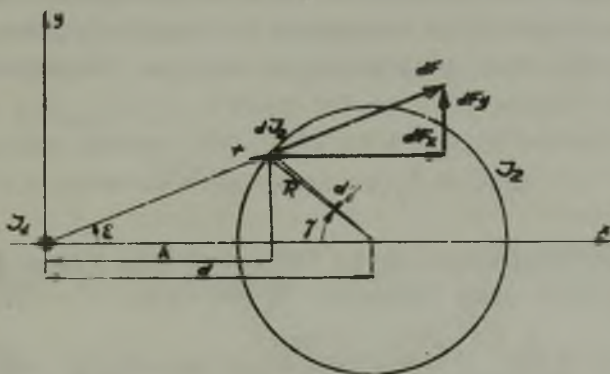


przebieg nieokresowego udaru indukcji jest na tyle wolnozmienny, że ekranowanie to będzie nieznaczne.

Zwarciove obciążenia dynamiczne przewodów szynowych i ekranów.

Przy obliczaniu obciążeń dynamicznych szyn i ekranów będziemy poniżej zakładali, że prądy szyn i ekranów posiadają stałą gęstość radialną  $\frac{J}{2\pi}$  przez którą rozumiemy będziemy wielkość  $\frac{dJ}{dy}$ . O ile dla szyny (o przekroju kołowym lub ośmiokątnym) jest to prawdziwie z dużą dokładnością, to dla ekranu jest to prawdziwe tylko dla małych wartości współczynnika przenikania składowej okresowej pola magnetycznego.

Ponieważ przekroje poprzeczne, szczególnie ekranów, są duże w stosunku do ich wzajemnej odległości, konieczne jest wyznaczenie sił działających na układ o symetrii walcowej w polu magnetycznym niejednorodnym. W tym celu rozpatrujemy walec o stałej radialnej gęstości prądu  $\frac{J_2}{2\pi}$  oraz równoległy do niego przewód z prądem  $J_1$  umieszczony w odległości  $d$  od osi walca (rys. 7).



Rys. 7. Rysunek pomocniczy do obliczenia sił dynamicznych

Jest oczywiste, że składowa  $F_y$  sił  $F$  jest równa zero, natomiast składowa  $F_x$ :

$$F_x = \int d F_x \quad \text{gdzie} \quad d F_x = B_1 \cdot d \cdot J_2 \cdot l \cdot \cos \gamma \quad (37)$$

gdzie:

$$B_1 = \frac{\mu_0 J_1}{2\pi r}; \quad dJ_2 = \frac{J}{2\pi} dy$$

kładąc

$$\cos \varepsilon = \frac{k}{r}, \quad k = d - R \cos \gamma \quad \text{i} \quad r^2 = d^2 + R^2 - 2dR \cos \gamma$$

otrzymamy

$$F_x = \frac{\mu_0 J_1 J_2 l}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \frac{d - R \cos \gamma}{d^2 + R^2 - 2dR \cos \gamma} dy = \frac{\mu_0 J_1 J_2 l}{2\pi^2} \left[ \frac{\pi}{d} \right]_{d < R}^{d > R} \quad (38)$$

Wynik ten jest nader znamieny, orzeka, że oddziaływanie dynamiczne w układzie o powyżej sprecyzowanych warunkach, wtedy gdy prąd  $J_1$  płynie na zewnątrz ekranu jest równoważne oddziaływaniu między prądem  $J_1$  a prądem  $J_2$  płynącym w osi geometrycznej ekranu lub oddziaływanie to nie istnieje gdy prąd  $J_1$  płynie wewnątrz ekranu. Czasowy przebieg obciążenia dynamicznego  $Q(t)$ , działającego na poszczególne elementy układu, będziemy poniżej uważali za wektor liniowy  $\hat{Q}(t)$ , przechodzący przez osie tych elementów i leżący w płaszczyźnie Gaussa (rys. 6). Przy przyjętym jak na rys. 6 zwrocie prądu szyn.

$$\hat{Q}(t) = \hat{B}_w(t) i(t) e^{-j90^\circ} \quad (39)$$

Obciążenie dynamiczne szyny "a" jest więc równe iloczynowi prądu  $i_a(t)$  (21) oraz indukcji  $\hat{B}_w(t)$  (35)

$$\begin{aligned} \hat{Q}_a(t) &= \left[ \sqrt{2} J_z B_w(t) \cos(\omega t + \psi_a) - \cos \psi_a \sqrt{2} J_z B_w(t) e^{\frac{-t}{T_a}} \right] e^{-j(\psi_a + 90^\circ)} \\ &= Q_{ok}(t) - \cos \psi_a Q_{nok}(t) e^{-j(\psi_a + 90^\circ)}; \quad \left[ \frac{N}{m} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

Obciążenie dynamiczne szyny zawiera więc niezależną od kąta zwarcia składową prawie okresową  $Q_{ok}(t)$  o pulsacji  $\omega$  i obwied-

ni  $\sqrt{2} J_z B(t)$  oraz zależną od kąta zwarcia składową prawie stałą (wolnozmienną)  $\cos \psi_a \cdot Q_{\text{nok}}(t)$ . Ponieważ indukcja magnetyczna  $B_w(t)$  posiada dla  $t = t_m$  wartość maksymalną, określoną wyrażeniem (36), należy się spodziewać, że maksymalne obciążenie dynamiczne wystąpi przy kącie zwarcia  $\psi_a = 0$  lub wtedy gdy prąd  $i_a(t)$  w pobliżu  $t = t_m$  osiągnie swoje lokalne ekstremum o wartości:

$$i_a(t_m) = \pm \sqrt{2} J_z \left[ -1 - e^{-\frac{t_m}{T_a}} \right] = \pm \sqrt{2} J_z [1 + \beta] \quad (41)$$

przy czym wartość dodatnia jest dla  $\psi_a = \pi$  i ujemna dla  $\psi_a = 0$ . Maksymalne obciążenie dynamiczne szyny "a" występuje więc dla kąta zwarcia  $\psi_a = (0, \pi)$  i ma wartość:

$$Q_a \text{ max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 J_z^2}{\pi a} [1 + \beta] \beta e^{j90^\circ}; \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (42)$$

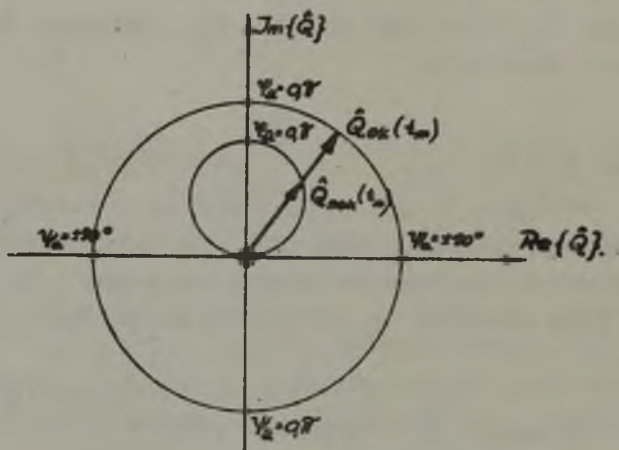
Ogólnie można stwierdzić, że hodografem ze względu na kąt zwarcia  $\psi_a$  maksymalnej wartości składowej okresowej jest okrąg o ośrodku w początku układu współrzędnych i promieniu  $Q_{\text{ok}}(t_m)$  natomiast hodografem maksymalnej wartości składowej prawie stałej jest okrąg o środku w punkcie  $j \frac{1}{2} Q_{\text{nok}}(t_m)$  i promieniu  $\frac{1}{2} Q_{\text{nok}}(t_m)$ , a więc leżący całkowicie w I i II ćwiartce płaszczyzny Gaussa (rys. 8), gdyż tak tylko może się zmieniać wektor o równaniu

$$\hat{Q}_{\text{nok}}(t_m) = -\hat{Q}_{\text{nok}}(t_m) \cdot \cos \psi_a e^{-j(\psi_a + 90^\circ)} \quad (43)$$

Z hydrografów wynika, że obciążenie szyny działające pod kątem  $0, \pi$  nie zawiera składowej prawie stałej natomiast działające pod kątem  $-90^\circ$  ma wartość minimalną:

$$(Q_a)_{\text{min}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 J_z^2}{\pi a} [1 - \beta] \beta e^{-j90^\circ} \quad (44)$$

Podobne rozważania przeprowadzone dla faz b i c dają takie same wartości obciążeń ekstremalnych dla kątów zwarcia różnych odpowiednio o  $\pm 120^\circ$  i o takie kąty zmienione są również kierunki ich działania.



Rys. 8. Hodografy maksymalnych wartości składowej prawie okresowej i składowej nieokresowej obciążenia szyny "a"

Obciążenie dynamiczne ekranu fazy "a" jest na mocy równania (38) iloczynem prądu ekranu  $i_a(t)$  określonego przez (21) i wypadkowej indukcji magnetycznej  $B_w(t)$  (35) w geometrycznej osi ekranu. Dla uproszczenia zakładamy  $\frac{2M_1}{L} = 1$  oraz  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  i prąd ekranu przyjmuje postać:

$$i'_a(t) = \sqrt{2} J_z \left[ \cos(\omega t + \psi_a) - \cos \psi_a \frac{1}{T_a - T_e} (T_e e^{\frac{-t}{T_a}} - T_a e^{\frac{-t}{T_e}}) \right] \quad (45)$$

i obciążenie dynamiczne ekranu wyraża się zależnością

$$Q'_a(t) = Q'_{ok}(t) - \cos \psi_a Q'_{nok}(t) e^{-j(\psi_a - 90^\circ)} \quad (46)$$

gdzie:  $Q'_{ok}(t) = \sqrt{2} J_z B_w(t) \cos(\omega t + \psi_a)$  tzn. składowa prawie okresowa obciążenia ekranu ma w każdej chwili taką samą war-

tość lecz przeciwny zwrot, jak składowa prawie okresowa obciążenia szyny.

Składowa wolnozmienna obciążenia ekranu jest również zależna od kąta zwarcia i ma przebieg

$$\cos \psi_a \cdot Q'_{\text{nok}}(t) = \cos \psi_a \sqrt{2} J_z \frac{1}{T_a - T_e} \left[ T_e e^{\frac{-t}{T_a}} - T_a e^{\frac{-t}{T_e}} \right] \cdot B_w(t) \quad (47)$$

Szczegółowa analiza składowej prawie stałej jest możliwa ze względu na jej złożoność tylko metodami przybliżonymi, powiedzmy numerycznymi, które są trudne do przeprowadzenia przy ogólnych parametrach równania. Można oszacować, że jej udział będzie mniej istotny niż to miało miejsce w obciążeniu szyny, gdyż tam ekstremum składowej nieokresowej pokrywało się z ekstremum składowej nieokresowej pokrywało się z ekstremum składowej niemal okresowej, tu natomiast gdy składowa niemal okresowa ma w chwili  $t = t_m$  swoje lokalne ekstremum, składowa wolnozmienna obciążenia ma wartość równą zero, gdyż

$$\frac{1}{T_a - T_e} \left[ T_e \cdot e^{\frac{-t}{T_a}} - T_a e^{\frac{-t}{T_e}} \right] \Big|_{t=t_m} = 0 \quad (48)$$

Wyrażenie (48) osiąga ekstremum dla  $t = 2t_m$  przy czym jego wartość jest równa  $\beta^{1+\alpha}$ , ale wtedy mniejsza jest już wartość składowej niemal okresowej obciążenia z uwagi na zmniejszenie się wartości wypadkowej indukcji magnetycznej  $B_w(t)$ . Ekstremum składowej nieokresowej wystąpi w przedziale między maksymalnymi wartościami obu czynników, tj. dla  $t_m < t < 2t_m$  i jego wartość będzie nie większa od iloczynu wartości maksymalnych obu przebiegów:

$$(Q_{\text{nok}})'_{\text{max}} < \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 J_z^3}{\pi d} \beta^{1+\alpha} \cdot \beta; \frac{N}{m}$$

i maksymalne obciążenie ekranu dla kąta zwarcia  $\psi_a = 0, \pi$

$$(\hat{Q}_a)'_{\text{max}} < \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 J_z^2}{\pi d} (1 + \beta^{1+\alpha}) e^{-j90^\circ}$$

## WNIOSKI

1. Stan ustalony

- Stan ustalony płaskiego układu ekranów wyznaczony jest pięcioma transmitancjami zespolonymi z których tylko trzy są liniowo od siebie niezależne. Transmitancje te można wyznaczyć doświadczalnie (12).
- Istnieje tożsamość współczynnika przenikania składowej okresowej pola i współczynnika mocy ekranu  $\cos\varphi$  (18). Wynika stąd zależność między stratami mocy w ekranie i jego zdolnością ekranowania.
- Ekranu ciągłe i zwarte nie ekranują pola składowej zerowej występującego przy zwarcia ch niesymetrycznych z udziałem ziemi.
- Napięcie między dowolnymi punktami ekranów są przy nieobecności składowej zerowej prądów równe zeru. Składowa zerowa prądu może wywołać różnice napięć tylko wzdłuż układu ekranów.

2. Stan nieustalony i oddziaływania dynamiczne

- Z zasady superpozycji wynika, że do składowej okresowej prądu zwarcioowego odnoszą się w całości wyniki części pierwszej pracy.
- Współczynnik przenikania składowej nieokresowej pola jest zależny wyłącznie od stosunku stałych czasowych obwodu zwarcioowego i pętli ekranów.
- Współczynniki przenikania składowej nieokresowej przy znanej stałej czasowej pętli zwarcia lub współczynnika uderu  $k_u$  jest jednoznacznie związany z współczynnikiem przenikania składowej okresowej i jest łatwo wyznaczalny w stanie ustalonym.
- Za działania dynamiczne w układach szynowych z ekranami łączonymi odpowiedzialna jest niemal wyłącznie składowa nieokresowa natężenia pola magnetycznego.

- Wartości składowej nieokresowej pola w osiach szyn układu symetrycznego nie zależą od kąta zwarcia. Kąt zwarcia określa kierunek natężenia pola, a zatem i kierunek sił.
- Obciążenie dynamiczne szyn zawiera dwie istotne składowe: składową wolnozmienną i składową o częstotliwości  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Ich wartość uzależniona jest od współczynnika przenikania składowej nieokresowej pola.
- Istnieją kierunki wyróżnione, na których przy pewnych kątach zwarcia mogą wystąpić maksymalne obciążenia dynamiczne (rys.8)
- Ekranu łączony redukuje obok obciążeń dynamicznych szyn (42) także obciążenia dynamiczne ekranów (46).

Rękopis złożono w redakcji w maju 1966 r.

#### LITERATURA

- [1] Swerdlow: Minimizing the Magnetic Field Surrounding Isolated Phase Bus by Electrically Continuous Enclosures. AIEE, Trans. 1963 III-A str. 655.
- [2] Cognet F.: Jeux de barres sous gaines coaxiales pour fortes intensités de courant. Rev. Gen. Electr. 3/1961.
- [3] Bartodziej G.: Układy szynowe o ekranach ciągłych. P.El. Nr 11/1964.
- [4] Zarębski W.: Metody badań szyn ekranowych. Biul. IEn Nr 1/2 1965.
- [5] Zarębski W.: Wyniki badań szyn ekranowych. Energetyka Nr 6/1965.

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ  
В ВЫСОКОТОКОВЫХ ГЕНЕРАТОРНЫХ ВЫВОДАХ  
С СОЕДИНЕННЫМИ ЭКРАНАМИ

Р е з ю м е

В статье проведено анализ стационарного режима трехфазной системы генераторных шин с соединенными экранами. Кроме того, проведено анализ переходного режима при заданной пространственной симметрии системы, определено временные процессы динамических нагрузок шин и экранов, а также их максимальные значения, которые могут появиться при симметричном коротком замыкании.

SHORT-CIRCUIT DYNAMIC INTERACTIONS IN THE GRAND-CURRENT  
TERMINALS OF THE GENERATORS WITH THE JOINT SCREENS

S u m m a r y

The paper describes the analysis of the steady state of the three - phase system of the busways with the joint screens.

Analysis of the unsteady state of the assumed spatial symmetry of the system and pointing out of the transients of the dynamic loadings of the bus bars and screens and also their maximum values which may occur at the symmetrical short - circuit.