ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: ELEKTRYKA z. 22 Nr kol. 182

ALEKSANDER SZENDZIELORZ
Katedra Sieci i Układów
Elektroenergetycznych

# CZAS STABILIZACJI POLA CIEPLNEGO KABLA ZAKOPANEGO W ZIEMI

Streszczenie. Proces nagrzewania się żył kabla pracującego w ziemi, przy prądzie o stałym natężeniu, przebiega bardzo powoli, w miarę rozprzestrzeniania się pola cieplnego kabla w ziemi.
W pracy podjęto próbę oceny wielkości czasu potrzebnego do stabilizacji pola cieplnego kabla w warunkach znamionowych.

Rozpatrując pracę pojedynczego kabla elektroenergetycznego zakopanego w dowolnym typie gruntu z aspektu dopuszczalnej obciążalności prądowej długotrwałej, należy ustalić czasokres konieczny do stabilizacji pola cieplnego kabla.
Po załączeniu prądu zmiennego, o stałym natężeniu, na żyły kabla, obserwujemy narastanie przyrostów temperatury żyły tak długo, jak długo rozprzestrzenia się pole cieplne w bryle ziemi, odprowadzającej ciepło wokół kabla. Przyrosty temperatury żył po czasie rzędu kilku dni są już nieduże, np. rzędu $1^{o}C$ na dobę, podczas gdy pole temperaturowe zdążyło się rozprzestrzenić dopiero na stosunkowo niewielką odległość od osi kabla. Dla przykładu po czasie trwania obciążenia prądowego znamionowego o stałym natężeniu, ok. 100 godzin urządzenia termometryczne zainstalowane w odległości ok. 150 cm od osi kabla, w głąb ziemi, nie reagowały jeszcze na strumień ciepła kabla. Mogłoby się więc wydawać, że małe przyrosty temperatury żył kabla są dowodem zaistnienia stanu cieplnie ustalonego zarówno w kablu jak i w ziemi odprowadzającej ciepło. Rozumowanie tego typu prowadzi do dużych błędów, gdyż nawet po dwu tygodniach trwania obciążenia prądowego ustalonego kabla, przyrost tempe-

ratury jego żył osiąga dopiero 70-90% przyrostu temperatury dla stanu cieplnie ustalonego.

Dopuszczalna temperatura długotrwała żył kabla, a tym samym dopuszczalny długotrwale przyrost temperatury żył ponad temperaturę ziemi, na głębokości zakopania kabla, tworzą podstawowe kryterium dla prawidłowej technicznie i ekonomicznie pracy kabla z aspektu intensywności przebiegu procesu starzenia izolacji.

W artykule tym podjęto próbę ustalenia czasu stabilizacji pola cieplnego kabla. W dalszych rozważaniach przyjęto następujące założenia upraszczające:

a) na powierzchni i w głębi ziemi panuje średnia temperatura niezależna od warunków atmosferycznych + 15°C,

b) bryła ziemi odznacza się jednorodną strukturą,

c) ustalony rozkład pola temperaturowego w ziemi odpowiada teorii Kennelly'ego - Neher'a,

d) procesowi ruchu ciepła w ziemi nie towarzyszy zjawisko migracji wilgoci wokół kabla,

e) w kablu wydziela się stale jednostkowa moc cieplna w W/cm.

Czas stabilizacji pola cieplnego wzorcowego obliczyć można ze wzoru:

$$t_{st} = \frac{Q}{q} \tag{1}$$

w którym oznaczają:

$t_{st}$ - czas, w sek,

Q - całkowita ilość ciepła zakumulowana w kablu i w bryle ziemi w stanie cieplnie ustalonym, w $\frac{W.sek}{cm}$,

q - jednostkowa moc cieplna wytwarzana w kablu w W/cm.

Wielkość Q wyznaczyć można z zależności

$$Q = \int_{(v)} C_z \, \gamma_z \, \Delta\vartheta_x \, dv \tag{2}$$

w której:

$\Delta\vartheta_x$ - przyrost temperatury ponad temperaturę otoczenia w punkcie x pola cieplnego, w $^oC$,

$C_z$ - ciepło właściwe gruntu jednorodnego, w $\frac{W.sek}{^oC.g}$

$\gamma_z$ - gęstość właściwa objętościowa gruntu, w $g/cm^3$,

dv - elementarna objętość gruntu.[x)]

Równanie powyższe napisać można w postaci potrójnej całki

$$Q = \iiint_{(v)} q \frac{\varrho_z}{2\pi} \ln\sqrt{\frac{x^2 + (2h-y)^2}{x^2 + y^2}} \cdot C_z \cdot \gamma_z \cdot dx, dy, dz \qquad (3)$$

względem zmiennych niezależnych x, y i z.

W równaniu (2) zastąpiono przyrost temperatury dowolnego punktu x bryły ziemi wzorem:

$$\Delta\vartheta_x = q \cdot \frac{\varrho_z}{2\pi} \ln\sqrt{\frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}} \qquad (4)$$

Zależność (4) po przekształceniu do postaci

$$x^2 + \left(y + \frac{2h}{e^{2k}-1}\right)^2 = \left(\frac{2h \cdot e^k}{e^{2k} - 1}\right)^2 \qquad (5)$$

przedstawia równanie rodziny kół (powierzchni ekwitermicznych) o promieniach

$$R = \frac{2h.e^k}{e^{2k}-1} = b.e^k \qquad (6)$$

---

x) Z powodu stosunkowo bardzo małej masy kabla wobec masy bryły ziemi przewodzącej, pominięto ją w rozważaniach.

których środki przesunięte są względem układu współrzędnych w osi kabla, o odcinek

$$b = \frac{2h}{e^{2k}-1} \tag{7}$$

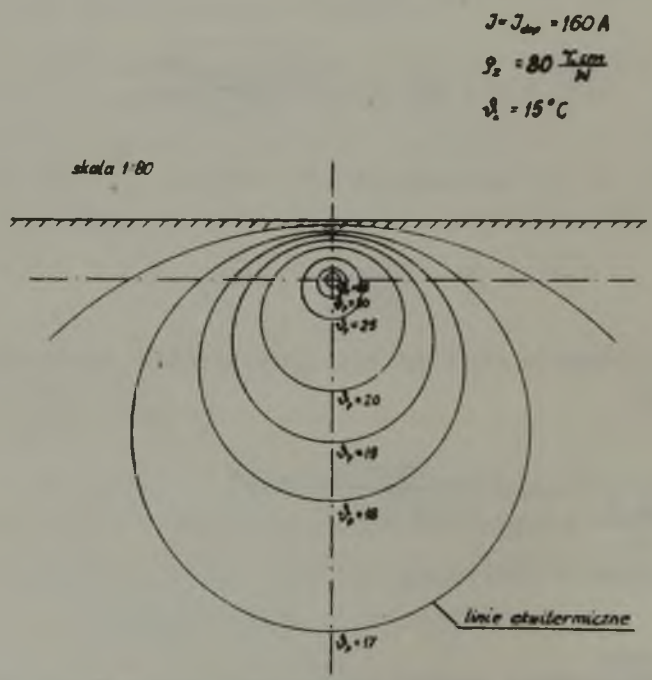
We wzorach (4), (5), (6) i (7) oznaczają:

h - głębokość zakopania kabla, w cm,

$$k = \frac{2\pi \cdot \Delta\vartheta_x}{q \cdot \varrho_z} \tag{8}$$

$\varrho_z$ - oporność cieplna właściwa gruntu, w $\frac{^\circ C \cdot cm}{W}$.

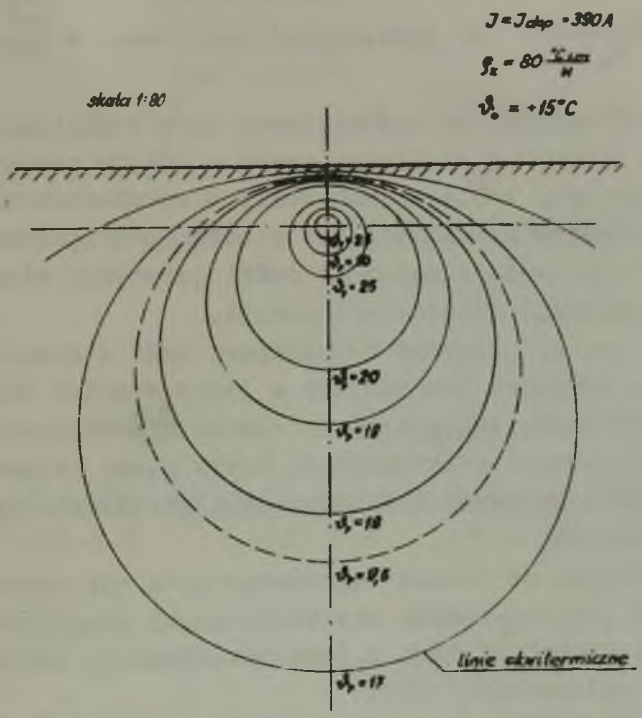
Przykładowo na rysunkach 1 i 2 zilustrowano rozkład temperatury dla stanu cieplnie ustalonego i prądu znamionowego, wokół kabla AKFtA, o napięciu 6 kV i przekrojach 50 mm$^2$ i 240 mm$^2$.




Rys. 1
Rozkład pola cieplnego w ziemi wokół kabla 6kV AKSFtA 3x50mm$^2$ (wg Kennelly'ego)

Ponieważ jednak rozkład pola cieplnego wokół kabla w ziemi nie jest funkcją współrzędnej z, gdyż zakłada się grunt jednorodny wzdłuż osi kabla, przeto wstawiając zamiast dz "z = 1" można napisać

$$Q = \iint_{(F)} q \cdot \frac{\varrho_z}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{x^2 + (2h-y)^2}{x^2 + y^2}} \cdot dx.dy \qquad (9)$$




Rys. 2. Rozkład pola cieplnego w ziemi wokół kabla 6kV AKSFtA 3x240 mm$^2$ (wg Kennelly'ego)

Wstawiając wyrażenie na całkowitą ilość ciepła Q [równanie 9] do wzoru (1) otrzymuje się po przekształceniach

$$t_{st} = \frac{1}{4\pi \cdot \alpha_z} \iint_{(F)} \ln \frac{x^2 + (2h-y)^2}{x^2 + y^2} dx.dy \qquad (10)$$

lub przechodząc do logarytmów dziesiętnych

$$t_{st} = \frac{0,183}{\alpha_z} \iint\limits_{(F)} \lg \frac{x^2 + (2h-y)^2}{x^2 + y^2} \, dx \, dy \qquad (11)$$

gdzie:

$\alpha_z = \frac{1}{\varrho_z \cdot \gamma_z \cdot c_z}$ to dyfuzyjność termiczna, w $\frac{cm^2}{sek}$.

Z wzoru (11) wynika, że teoretycznie czas stabilizacji pola cieplnego nie zależy od wielkości prądu o stałym natężeniu, płynącego przez żyły kabla i jest równy nieskończoności. Jednakże całkę podwójną niewłaściwą po nieskończonym obszarze całkowania (F) sprowadzić można do całki podwójnej właściwej ustalając odpowiednio granice całkowania.

Przyjmując np. za przyrost temperatury żyły w stanie cieplnie ustalonym, przyrost temperatury o jeden stopień Celsjusza mniejszy od przyrostu osiąganego po czasie nieskończenie długim, zawęża się obszar całkowania do bryły ziemi leżącej wewnątrz powierzchni walcowej ekwitermicznej określonej przyrostem temperatury $\Delta\vartheta^{\ell}_x = 1^oC$.

Jest oczywistym, że obszar całkowania może być wyznaczony również innymi powierzchniami ekwitermicznymi przyrostów temperatur, w zależności od tego z jaką dokładnością zamierza się przeprowadzić obliczenia.

Przy podanym wyżej założeniu $\Delta\vartheta^{\ell}_x = 1^oC$, można z wzoru (4) otrzymać zależność określającą granice całkowania, a mianowicie:

$$\Delta\vartheta^{\ell}_x = q \frac{\varrho_z}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{x^2 + (2h-y)^2}{x^2 + y^2}} = 1 \qquad (12)$$

Traktując pole cieplne kabla jako symetryczne względem osi pionowej y, można ze związku (12) wyznaczyć granice całkowania wg osi poziomej x

$$0 < x < \sqrt{2b(h-y)-y^2} \qquad (13)$$

stąd:

$$t_{st} = \frac{0,843}{a_z} \int_{-(b+R)}^{+h} \lg \int_{0}^{\sqrt{2b(h-y)-y^2}} \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}\, dx\, dy \qquad (14)$$

Całkując przez części wyrażenie (14) wpierw względem zmiennej niezależnej x otrzymuje się

$$I_x = \int_{0}^{\sqrt{2b(h-y)-y^2}} \lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}\, dx \qquad (15)$$

$$dv = dx; \qquad u = \lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}$$

stąd

$$v = x$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{x^2+y^2}{x^2+(2h-y)^2} \cdot \frac{2x(x^2+y^2)-\left[x^2+(2h-y)^2\right]2x}{(x^2+y^2)^2} = \frac{8hx(y-h)}{\left[x^2+(2h-y)^2\right](x^2+y^2)} \qquad (16)$$

więc

$$J_x = x\lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2} - 8h(h-y)\int_{0}^{\sqrt{2b(h-y)-y^2}} \frac{x^2}{(x^2+y^2)\left[x^2+(2h-y)^2\right]}\, dx \qquad (17)$$

Wyrażenie całkowe wymierne można zastąpić sumą ułamków wg zależności

$$\frac{x^2}{(x^2+y^2)\left[x^2+(2h-y)^2\right]} = \frac{Ax+B}{x^2+y^2} + \frac{Cx+D}{x^2+(2h-y)^2} \qquad (18)$$

gdzie: A, B, C i D to współczynniki obliczone z równania. Spełniają one związki:

$$A + C = 0 \tag{19}$$

$$B + D = 1 \tag{20}$$

$$A(2h-y)^2 + Cy^2 = 0 \tag{21}$$

$$B(2h-y)^2 + Dy^2 = 0 \tag{22}$$

stąd

$$A = 0 \tag{23}$$

$$C = 0 \tag{24}$$

$$B = \frac{1}{4h(h-y^2)} \tag{25}$$

$$D = 1 - \frac{1}{4h(h-y^2)} \tag{26}$$

Wobec tego całkę w wyrażeniu (17) napisać można w postaci

$$\int \frac{x^2}{(x^2+y^2)\left[x^2+(2h-y)^2\right]} dx = B\int \frac{dx}{x^2+y^2} + D\int \frac{dx}{x^2+(2h-y)^2} =$$

$$= \frac{1}{4h(h-y^2)y} \operatorname{arc\,tg} \frac{x}{y} + \frac{4h^2 - 4hy + y^2}{(4h^2-4hy^2)(2h-y)} \operatorname{arctg} \frac{x}{2h-y} \tag{27}$$

Wobec powyższego rozwiązanie całki $I_x$ wg wzoru (15) przybierze postać

$$J_x = \left[x\ln\frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}\right]\Bigg|_0^x - 8h(y-h)\left[\frac{\operatorname{arc\,tg}\frac{x}{y}}{4h(h-y^2)y} + \right. \tag{28}$$

$$\left. + \frac{(4h^2-4hy+y^2)\operatorname{arctg}\frac{x}{2h-y}}{(4h^2-4hy^2)\,(2h-y)}\right]\Bigg|_0^x$$

Z kolei po wstawieniu granicy całkowania dla zmiennej niezależnej $x$ należy zcałkować wyrażenie(28) względem zmiennej $y$, w przedziale całkowania

$$-(b+R) < y < -h \tag{29}$$

Wobec tego wzór (28) przybierze postać całki pojedynczej z wyrażenia

$$t_{st} = \frac{0,843}{\alpha_z}\Bigg|\int_{-(b+R)}^{h}\sqrt{2b(h-y)-y^2}\,\lg\frac{[2b(h-y)-y^2]+(2h-y)^2}{2b(h-y)}\,dy -$$

$$-8(h-y)\int_{-(b+R)}^{h}\left[\frac{\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2b(h-y)-y^2}}{y}}{4h(h-y^2)y} + \right.$$

$$\left. + \frac{4h^2-4hy+y^2}{(4h^2-4hy^2)(2h-y)}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2b(h-y)-y^2}}{2h-y}\right]dy \tag{30}$$

Wyniku końcowego nie podano ze względu na poważne trudności w rozwiązaniu tego typu całki i małą przydatność obliczeniową wzoru wynikowego. Uważa się za korzystniejsze obliczenie rezultatu za pomocą maszyny cyfrowej.

Czas przybliżonej stabilizacji termicznej pola cieplnego wzorcowego jest wg wzoru (30) funkcją dyfuzyjności termicznej $\alpha_z$ oraz granic całkowania, zależnych z kolei od jednostkowej mocy cieplnej wydzielającej się w kablu i od oporności cieplnej właściwej gruntu.

Dyfuzyjność termiczna ziemi zależy od jej specyfiki i waha się w granicach $(2-12)\cdot 10^{-3}\ \frac{cm^2}{sek}$ wg różnych źródeł, zaś oporność cieplna właściwa w przedziale 40 - 500 $\frac{^oC\cdot cm}{W}$.

Jednostkowa moc cieplna kabla określona jest wielkością prądu przepływającego przez żyły. W przypadku większych przekrojów żył (większych prądów znamionowych) i przy większych opornościach cieplnych właściwych, a stałym cieple właściwym, czas stabilizacji jest odpowiednio większy i na odwrót.

Rozpatrując obszar całkowania tylko po jednej stronie osi pionowej y i przechodząc do logarytmów dziesiętnych można napisać wzór (11) w postaci

$$t_{st} = \frac{0.386}{\alpha_z} \iint\limits_{(\frac{1}{2}F)} \lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}\, dx\, dy \tag{31}$$

Całkę podwójną po połowie obszaru - koła, względem zmiennych x i y obliczyć można również metodą przybliżoną, z dowolną dokładnością. Wg tej metody podzielono połowę obszaru całkowania na n dowolnych przedziałów - sektorów kątowych ($\Delta\varphi$), odkładanych względem środka kabla od osi +y do -y, przy czym suma tych kątów równa jest $180^o$.

W każdym sektorze kątowym znajduje się rozkład funkcji

$$z_i = \lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2} \tag{32}$$

dla symetralnej sektora kąta $\Delta\varphi$, zakładając każdorazowo odpowiednią zależność

$$x_i = \eta \cdot y_i \tag{33}$$

- oraz sumę dowolnej ilości m wyrażeń, np. w i-tym sektorze zbudowaną następująco:

$$\sum_{1}^{i} Z_{i,m}\,(r_{i,m+1}^{2} - r_{i,m}^{2}) =$$

$$= Z_{i,1}(r_{1,2}^{2} - r_{1,1}^{2}) + Z_{i,2}(r_{1,3}^{2} - r_{1,2}^{2}) + \ldots + Z_{i,m}(r_{i,m+1}^{2} - r_{i,m}^{2}) \tag{34}$$

We wzorze (34) wielkości r oznaczają odpowiednie odległości rozpatrywanych punktów bryły ziemi od osi kabla, a "z", średnie arytmetyczne wielkości funkcji przyporządkowane przedziałom $(r_{i+1} - r_i)$.

Tworząc sumy dla poszczególnych sektorów kątów w obszarze całkowania, po jednej stronie osi y, określonym zależnością np. (12), otrzymuje się relację:

$$\iint_{(F)} \lg \frac{x^2+(2h-y)^2}{x^2+y^2}\,dx\,dy \cong \sum_{1}^{n} \pi \cdot \frac{\Delta\varphi_n}{360} \sum_{1}^{m} Z_{n,m}(r_{n,m+1}^{2} - r_{n,m}^{2}) =$$

$$= \pi\frac{\Delta\varphi_1}{360}\left[Z_{1,1}(r_{1,2}^{2}-r_{1,1}^{2}) + Z_{1,2}(r_{1,3}^{2} - r_{1,2}^{2}) + \ldots + Z_{1,m}(r_{1,m+1}^{2}-r_{1,m}^{2}) +\right.$$

$$+ \pi\frac{\Delta\varphi_2}{360}\left[Z_{2,1}(r_{2,2}^{2} - r_{2,1}^{2}) + Z_{2,2}(r_{2,3}^{2}-r_{2,2}^{2}) + \ldots + Z_{2,m}(r_{2,m+1}^{2}-r_{2,m}^{2}) +\right.$$

.....

.....

$$+ \pi\frac{\Delta\varphi_n}{360}\left[Z_{n,1}(r_{n,2}^{2}-r_{n,1}^{2}) + Z_{n,2}(r_{n,3}^{2}-r_{n,2}^{2}) + \ldots + Z_{n,m}(r_{n,m+1}^{2}-r_{n,m}^{2})\right. \tag{35}$$

Ostatecznie na podstawie wzoru (35) czas przybliżonej stabilizacji termicznej pola cieplnego wzorcowego można obliczyć ze związku

$$t_{st} \cong 0{,}366 \frac{\pi}{\alpha_z} \sum_{1}^{n} \frac{\Delta\varphi_n}{360} \sum_{1}^{m} z_{n,m}(r_{n,m+1}^2 - r_{n,m}^2) \qquad (36)$$

Znając wielkości fizyczne gruntu $\varrho_z, C_z$ i $\gamma_z$ można wyznaczyć teoretyczny czas stabilizacji termicznej dla dowolnego kabla i dla dowolnego obciążenia prądowego.

Według równania (36) czas stabilizacji nie zależy pozornie od jednostkowej mocy cieplnej wydzielającej się w kablu, a określonej prądem o stałym natężeniu, jednak wielkość ta znajduje wyraz w obszarze całkowania, określonym wzorem (12).

Na podstawie związku (36) obliczono przykładowo czas przybliżonej stabilizacji pola cieplnego wzorcowego (wg rozkładu A.E. Kennelly'ego) dla kabla 3x50 $mm^2$, typu AKFtA, o napięciu 6 kV, przy następujących założeniach:

| | |
|---|---|
| głębokość zakopania kabla | $h = 80$ cm, |
| grunt jednorodny o dyfuzyjności termicznej | $\alpha_z = 6.10^{-3} \frac{cm^2}{sek}$, |
| oporność cieplna właściwa | $\varrho_z = 80 \frac{^oC.cm}{W}$ |
| ciężar objętościowy | $\gamma_z = 1{,}5$ g/$cm^3$, |
| ciepło właściwe | $C_z = 1{,}4 \frac{W.sek}{g}$ |

obszar całkowania wyznaczony jest powierzchnią ekwitermiczną

$$\Delta\vartheta_x^t = 1^oC$$

Czas ten wynosi

$t_{st}$ = 6870000 sek ≙ 1910h ≙ 79,5 doby ≙ 11,4 tyg ≙ 2,65 mies. ≙ ≙ 0,22 roku

W rzeczywistości jednak czas ten będzie dłuższy ponieważ:

a) w obliczeniach powyższych założono, że całkowita ilość ciepła powstającego w kablu, w czasie stabilizacji pola cieplnego, akumulowana jest przez bryłę ziemi o rozmiarach określonych wzorem (12). Tymczasem skoro tylko ciepło rozprzestrzeni się w ziemi w promieniu równym głębokości zakopania kabla, zachodzi proces częściowego jego oddawania do powietrza, przez powierzchnię ziemi. Wobec tego czas stabilizacji pola cieplnego kabla będzie większy prawie dwukrotnie od wartości obliczonej.

b) rzeczywisty rozkład pola cieplnego ustalonego w bryle ziemi lepiej odpowiada teorii prof. St. Bladowskiego, tj. rozpływowi ciepła kabla ku dwom powierzchniom ekwitermicznym. W związku z tym wypadkowe, wzorcowe pole cieplne przesunięte jest bardziej w głąb ziemi w stosunku do pola określonego wg teorii A.E. Kennelly'ego. Czas stabilizacji ulegnie przez to dodatkowemu powiększeniu.

c) W obliczeniach czasu stabilizacji określono obszar całkowania przez powierzchnię ekwitermiczną $\Delta\vartheta_x = 1^{\circ}C$. Przyjmując za $\Delta\vartheta_x$ wartość mniejszą od $1^{\circ}C$, powiększa się obszar całkowania i wydłuża czas stabilizacji pola cieplnego.

Na podstawie przeprowadzonych wywodów, stwierdzić można, że o dopuszczalnej obciążalności termicznej długotrwałej dla danego typu kabla i gruntu, przy wyrównanym dobowym grafiku obciążenia, nie należy wnosić na podstawie pomiarów temperatury żyły kabla dla czasów krótszych niż 1 do 6 miesięcy, w zależności od typu gruntu. Przyrosty temperatury żyły kabla po czasie rzędu dwóch tygodni, abstrahując od zjawiska migracji wilgoci, są istotnie nieznaczne (wg pomiarów autora rzędu 0,5 $^{\circ}C$ na dobę) dlatego, że stosunkowo małe ilości mocy jednostkowej, wydzielającej się w kablu "ładują" warstwy ziemi o coraz to większych pojemnościach cieplnych cząstkowych. Jednak w warunkach eksploatacyjnych, przy długotrwałej pracy kabla i wyrównanym grafiku obciążenia dobowego, nie można tego zjawiska nie brać pod uwagę.

Rękopis złożono w redakcji w styczniu 1967 r.

LITERATURA

[1] Bladowski St.: Przepływ ciepła z kabli ułożonych w ziemi Cz. I i II, Energetyka, 1965 r., Nr 2 i 3.

[2] Neher J.H.: The temperature rise of buried cables end pipes TAIEE, 1949, vol. 68.

[3] Szendzielorz Al.: Rzeczywista obciążalność prądowa długotrwała elektroenergetycznych kabli ziemnych będących w eksploatacji, praca doktorska 1965 r.

ВРЕМЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ
ЗАКОПАННОГО В ЗЕМЛЕ КАБЕЛЯ

Р е з ю м е

Процесс нагрева жил работающего в земле кабеля, при тоже постоянного напряжения, проходит слишком медленно, с одновременным распространением теплового поля кабеля в земле.
В статье автор пытался оценить время, необходимое для стабилизации теплового поля кабеля, работающего при номинальной нагрузке.

TIME OF THE HEAT FIELD STABILIZATION OF THE CABLE BURRIED IN THE EARTH

S u m m a r y

Heating process of the cable conductors working in the earth at the steady intensity current is running very slowly, within propagation of the heat field of the cable in the earth. In the evaluation of the time rate necessary for the stabilization of the heat field of the cable in the rated conditions.