ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1969
Seria: ELEKTRYKA z. 24 Nr kol. 238

MAREK BRODZKI
Katedra Elektrotechniki
Teoretycznej

O METODACH ROZWIĄZYWANIA SIECI ZŁOŻONYCH ZAWIERAJĄCYCH CZĘŚCI SYMETRYCZNE

Streszczenie. Dla sieci złożonych zawierających części symetryczne, mimo współzmienniczości ich równań, korzystnie jest użyć współrzędnych symetrycznych lub fazowych.

Odnośnie tych współrzędnych pokazana jest metoda rozwiązywania sieci przy możliwie słabych założeniach dotyczących ich budowy.

1. Redukcja ilości faz przez podobieństwo dla sieci symetrycznej, złożonej z elementów prostych

Ogólnie istotę twierdzenia o redukcji ilości faz przez podobieństwo rozpatrywaliśmy w pkt. 2, [1]. Teraz zajmiemy się tym twierdzeniem dla sieci symetrycznej złożonej z elementów prostych, ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień dotyczących składowej zerowej. Załóżmy, że dysponujemy pewną (skończoną) liczbą elementów prostych 4-przewodowych (w sieci fazowej), spełniających warunki symetrii wymienione w pkt. 2, [1] oraz warunek (35), [1]. Wobec tego możemy dla nich napisać:

$$ {}^{(p_1)}\hat{U}_{g\alpha}(i) - {}^{(p_2)}\hat{U}_{g\alpha}(i) = \frac{\hat{Z}}{|g|}\, i\, \hat{J}_{g\alpha}(i) - \hat{E}^{*}_{g\alpha}(i) = {}^{(w)}\hat{U}_{g\alpha}(i), \tag{1} $$

dla oznaczeń jak na rys. 10, 11, [1].

Widać więc, że symetria określona wzorami (25–27), [1] dotyczyć będzie teraz napięć fazowych wzdłużnych ${}^{(w)}\hat{U}_{g\alpha}(i)$.

Jeśli teraz nasze elementy połączymy w sieć o zadanej konstrukcji przy pomocy symboli $\underset{gu}{a}$, $(u)\underset{gk}{b}$, to prawa opisujące sieć będą wyrażone równaniami:

$$\underset{gu}{a}\ \underset{g}{\hat{J}}_{\alpha(i)} = 0, \tag{2}$$

$$(u)\underset{gk}{b}\ (w)\underset{g}{\hat{U}}_{\alpha(i)} = (w)\underset{k}{\hat{U}}_{i}, \quad (w)\underset{g}{\hat{U}}_{\alpha(i)} = \underset{g}{\hat{U}}_{\alpha(i)} - \underset{g}{\hat{E}}^{*}_{\alpha(i)}, \tag{3}$$

$$\underset{g}{\hat{U}}_{\alpha(i)} = \underset{|g|}{\hat{Z}}_{i}\ \underset{g}{\hat{J}}_{\alpha(i)}. \tag{4}$$

Równania te są zależne między sobą i równoważne następującym:

$$\underset{gu}{a}\ \underset{g}{\hat{J}}_{i} = 0, \tag{5}$$

$$(u)\underset{gk}{b}\ (w)\underset{g}{\hat{U}}_{i} = (w)\underset{k}{\hat{U}}_{i}, \quad (w)\underset{g}{\hat{U}}_{i} = \underset{g}{\hat{U}}_{i} - \underset{g}{\hat{E}}^{*}_{i}, \tag{6}$$

$$\underset{g}{\hat{U}}_{i} = \underset{|g|}{\hat{Z}}_{|i|}\ \underset{g}{\hat{J}}_{i}. \tag{7}$$

Czyli z symetrii równań elementów wynika symetria równań sieci w sensie podanym wzorami (2-4). Napięcia $(w)\underset{k}{\hat{U}}_{i}$ będą równe zeru dla oczek pierwszego rodzaju (nie zawierających gałęzi końcowych). Dla oczek drugiego rodzaju (zawierających takie gałęzie), ponieważ mamy:

$$\underset{g_o}{\hat{J}}_{(1)} = \underset{g_o}{\hat{J}}_{(2)} = 0, \tag{8}$$

oraz źródła gałęzi zerowych dołączamy do składowej zerowej $i = 0$, będzie tylko zachodzić związek:

$$(w)\underset{k}{\hat{U}}_{1} = (w)\underset{k}{\hat{U}}_{2} = 0. \tag{9}$$

Na razie po połączeniu elementów prostych w sieć, nie wiemy czy spełniona jest dla każdego z nich relacja (28), [1]. Rozpatrzmy dowolny l-ty podzbiór oczek (1-go rodzaju) i niech spełnione są warunki wymienione w założeniu (4) pkt. 3, [1]. Ponieważ zachodzi tylko: $(\hat{J}_{g_o}^{(o)} = \hat{J}_{g_o} \neq 0)$, więc trzeba zająć się tu jedynie składową zerową.

Dla dowolnego $_{(l)}k$-tego oczka naszego podzbioru mamy:

$$ {}^{(u)}b_{(l)g(l)k} \; \hat{Z}_{o\,(l)g} \; \hat{J}_{o\,(l)g} = {}^{(u)}b_{(l)g(l)k} \; \hat{E}^{*}_{o\,(l)g}, \tag{10}$$

$$ {}^{(u)}b_{(l)g_o(l)k} \; \hat{Z}_{(l)g_o} \; \hat{J}_{(l)g_o} = {}^{(u)}b_{(l)g_o(l)k} \; \hat{E}^{*}_{(l)g_o}. \tag{11}$$

Ponieważ przyjmujemy dla przewodu zerowego:

$$ {}^{(u)}b_{(l)g(l)k} = - {}^{(u)}b_{(l)g_o(l)k} \tag{12}$$

oraz jeśli prawe strony równań (10) i (11) są różne od zera, to po mpomnożeniu równania (10) przez "3", równania (11) przez "$_{(l)}\hat{p}$" i dodaniu ich stronami, ze względu na warunek (35), [1], mamy:

$$ {}^{(u)}b_{(l)g(o)(l)k} \; \hat{Z}_{o\,(l)g} \; (3\,\hat{J}_{o\,(l)g} - \hat{J}_{(l)g_o}) = 0. \tag{13}$$

Równanie to ma być spełnione dla dowolnych impedancji $\hat{Z}_{o\,(l)g}$ (bowiem operujemy dowolnymi sieciami o tej samej budowie topologicznej pkt. 1, [1]) i stąd:

$$ \hat{J}_{(l)g_o} = 3\,\hat{J}_{o\,(l)g}. \tag{14}$$

Jeśli prawe strony równań (10) i (11) równe są zeru, to mnożąc dodatkowo pierwsze z nich przez dowolną stałą ${}_{(1)}\hat{r}$, otrzymamy:

$$\overset{(u)}{{}_{(1)}g_{(o)}}\overset{b}{{}_{(1)}k}\ \overset{\hat{Z}_o}{{}_{(1)}g}\ (3\,{}_{(\iota)}\hat{r}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}g} - \hat{J}_{{}_{(1)}g_o}) = 0 \tag{15}$$

i stąd tylko:

$$\overset{\hat{J}}{{}_{(1)}g_o} = 3\,{}_{(\iota)}\hat{r}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}g}\,. \tag{16}$$

Wówczas możemy napisać dla węzła ${}_{(1)}v$ 1-tego podzbioru oczek pierwszego rodzaju, z którym kontaktuje gałąź końcowa ${}_{(1)}h$ (o ile taka istnieje):

$$\overset{a}{{}_{(1)}g_{(1)}v}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}g} + \overset{a}{{}_{(1)}h_{(1)}v}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}h} = 0, \tag{17}$$

$$\overset{a}{{}_{(1)}g_o{}_{(1)}v}\ \overset{\hat{J}}{{}_{(1)}g_o} + \overset{a}{{}_{(1)}h_o{}_{(1)}v}\ \overset{\hat{J}}{{}_{(1)}h_o} = 0. \tag{18}$$

Przyjmujemy:

$$\overset{a}{{}_{(1)}g_{(1)}v} = -\overset{a}{{}_{(1)}g_o{}_{(1)}v},\quad \overset{a}{{}_{(1)}h_{(1)}v} = -\overset{a}{{}_{(1)}h_o{}_{(1)}v}. \tag{19}$$

Mnożymy równanie (17) przez "$3\,{}_{(1)}\hat{r}$" i dodajemy stronami równania (17), (18). Stąd:

$$\overset{a}{{}_{(1)}g_{(o)}{}_{(1)}v}\ (3\,{}_{(\iota)}\hat{r}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}g_o} - \hat{J}_{{}_{(1)}g_o}) + \overset{a}{{}_{(1)}h_{(o)}{}_{(1)}v}\ (3\,{}_{(\iota)}\hat{r}\ \overset{\hat{J}_o}{{}_{(1)}h} - \hat{J}_{{}_{(1)}h_o}) = 0 \tag{20}$$

Ponieważ dla gałęzi końoowej $_{(1)}h$ mamy:

$$\hat{J}_{(1)h_o} = 3\,\hat{J}_{(1)h_o}, \tag{21}$$

więc stąd na mocy równania (16) wnioskujemy, że musi zachodzić:

$$_{(1)}\hat{r} = 1. \tag{22}$$

Jeśli gałęzie końoowe wymienione poprzednio nie istnieją, bądź istnieją, lecz prądy w nich równe są zeru, to jak łatwo spostrzec, na mocy równań Maxwella dla 1-tego podzbioru oczek prądy $\hat{J}_{(1)g_o}$, $\hat{J}_{(1)g_o}$ są, przy oczkowych SEM (po prawej stronie równań (10), (11) równych zeru, również równe zeru. Czyli relacja (14) jest spełniona. Rolę gałęzi końcowych odgrywają również połączenia jednego podzbioru oczek z drugim. Jeśli w s.s. wystąpią transformatory, to na mocy wzorów (54), (57), [1], można od razu napisać dla przesuwników fazowych i przekładni:

$$\hat{U}_{g_2\alpha(i)} = \hat{\beta}_{g_2|g_1|}^{\,i}\,\hat{U}_{g_1\alpha(i)}, \quad \hat{J}_{g_2\alpha(i)} = \hat{\beta}_{g_2|g_1|}^{\,i}\,\hat{J}_{g_1\alpha(i)},$$

$$\hat{\beta}_{g_2g_1}^{\,0} = 1, \quad \hat{\beta}_{g_2g_1}^{\,1} = \hat{\beta}_{g_2g_1}, \quad \hat{\beta}_{g_2g_1}^{\,2} = \check{\beta}_{g_2g_1}, \tag{23}$$

$$\hat{U}_{g_4\alpha(i)} = n_{g_4|g_3|}\,\hat{U}_{g_3\alpha(i)}, \quad \hat{J}_{g_4\alpha(i)} = \frac{1}{n}_{g_4|g_3|}\,\hat{J}_{g_3\alpha(i)} \tag{24}$$

i stąd:

$$\hat{U}_{g_2}^{\,i} = \hat{\beta}_{g_2|g_1|}^{\,|i|}\,\hat{U}_{g_1}^{\,i}, \quad \hat{J}_{g_2}^{\,i} = \hat{\beta}_{g_2|g_1|}^{\,|i|}\,\hat{J}_{g_1}^{\,i}, \tag{25}$$

$$\hat{U}_{g_4}^{\,i} = n_{g_4|g_3|}\,\hat{U}_{g_3}^{\,i}, \quad \hat{J}_{g_4}^{\,i} = \frac{1}{n}_{g_4|g_3|}\,\hat{J}_{g_3}^{\,i}, \tag{26}$$

co stanowi o ich symetrii przed i po włączeniu do sieci. Dla wszystkich gałęzi końcowych prądy spełniają relację typu (14), (na podstawie prawa zachowania ładunku elektrycznego).

Możemy wobec tego napisać dla wszystkich gałęzi:

$$\hat{J}_{g_o} = 3\,\hat{J}_{g_o}. \tag{27}$$

Warunek (27) możemy dołączyć do warunków symetrii sieci (2-4) oraz ewentualnie warunków symetrii (23-24) i stwierdzić, że symetria elementów prostych (relacja (1), (27),(23-24) wraz z relacją (35), [1]), powoduje po połączeniu ich w sieć symetrię jej praw.

Warunek (27) jako dodatkowy warunek symetrii elementów sieci, oznacza również, że elementy te po połączeniu w sieć zachowują ją nadal.

Teraz na mocy relacji (27) - odpowiednika relacji (28), [1], możemy przystąpić do skonstruowania układu, dla współrzędnych symetrycznych, o przewodzie zerowym bezimpedancyjnym i nie zawierającym źródeł, w sposób zaznaczony przy komentarzu do rys. 8, 9, [1].

Przejście do takiego układu odbywa się na mocy równoważności każdego elementu prostego symetrycznego (rys. 10, 11, [1] - elementowi prostemu symetrycznemu o idealnym przewodzie zerowym, posiadającym w każdej fazie (we współrzędnych fazowych) dla składowej zerowej elementy $\hat{E}_o + \hat{E}_o$ oraz $\hat{Z}_o + 3\hat{Z}_o$ połączone w szereg. Dla składowej pierwszej i drugiej, ponieważ mamy: $(\hat{J}_{o(1)} = \hat{J}_{o(2)} = 0)$, wspomniane przejście jest oczywiste. Równoważność ta dotyczy oczywiście napięć "poprzecznych" oznaczonych we wzorze (1) ${}_{(p)}\hat{U}_{g_o}$ i prądów $\hat{J}_{g_o}$, nie dotyczy natomiast napięć "wzdłużnych" ${}_{(w)}\hat{U}_{g_o}$. Korzyść z tego jest taka, że można teraz wyrazić II prawo Kirchhoffa w postaci wzoru (6) gdzie:

$${}_{(w)}\bar{U}_{k_i} = 0, \quad i \in (0, 1, 2) \tag{28}$$

i stąd następnie w postaci współzmienniczej (41), [1].

Jeśli wzór (28) nie jest spełniony - fazowy układ współrzędnych jest uprzywilejowany przez przewód zerowy, którego wielkości nie podlegają transformacjom. Prądy dla przewodów zerowych idealnych przyjmujemy jako określone relacją (27) - w fazowym układzie współrzędnych. W dowolnym innym układzie współrzędnych przyjmujemy, że są one określone prądami pozostałych trzech przewodów danej gałęzi, podobnie jak we wzorze (27), [1]. Wobec tego, nie przedstawiają one współrzędnych żadnego obiektu geometrycznego. Z tego też punktu widzenia wygodniej byłoby operować trzema przewodami zerowymi (podobnie jak w układach zredukowanych na rys. 4, [1]), których wielkości podlegałyby wprowadzonym poprzednio transformacjom. Lecz z drugiej strony byłoby to równoznaczne ze zmianą budowy topologicznej sieci. W przypadku gdy istnieją w sieci fazowej gałęzie trójprzewodowe, bez przewodu zerowego, wówczas nie dokonawszy przejścia do układu fazowego z przewodem zerowym bezimpedancyjnym, nie możemy wyrazić wszystkich równań (3) lub (6) dla oczek drugiego rodzaju z zachowaniem relacji (28). Jeśli zaś zastosujemy to przejście, będziemy zmuszeni operować nieskończenie wielkimi impedancjami $\hat{Z}_o$ dla gałęzi bez przewodu zerowego i stąd macierz impedancji we wzorze (42), [1] byłaby osobliwa. W pewnych przypadkach można tego uniknąć postępując tak jak przy formułowaniu równań oczkowych dla gałęzi z impedancją nieskończenie wielką w zwykłych sieciach niesymetryoznych. Tym przypadkiem, jak i innymi, dla których macierz impedancji jest osobliwa, nie będziemy się tu dłużej zajmować.

Równania (5-7) oraz (25) i (26) w przypadku określonym wzorem (28) stanowią istotę twierdzenia o redukcji ilości faz przez podobieństwo dla s.s. złożonej z elementów prostych. Pozwalają one na skonstruowanie układów zredukowanych, analogicznie jak na rys. 4, [1], o tej samej budowie topologicznej co układ złożony, lecz zamiast gałęzi 4-przewodowych - z gałęziami 1-przewodowymi, plus idealny przewód zerowy.
Prąd w danym przewodzie $_{(r)}g_{o(i)}$ przyjmujemy równy prądowi w przewodzie $_{(r)}g_i$ i przeciwnie zorientowany do niego. Poprzednio wykazaliśmy, że symetria elementów prostych powoduje symetrię sieci. Teraz można wysłowić twierdzenie odwrotne.

Jeśli równania sieci są symetryczne, to elementy proste opisywane są z osobna także równaniami symetrycznymi.

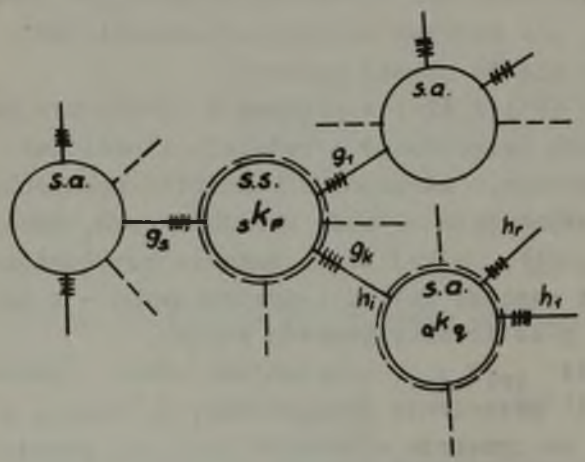
Dowód opiera się na zasadzie wyodrębnienia dla każdego z tych elementów i przejściu od równań (2-4) i (27) do równań (1) i (27). Dowód warunku (35), [1] można uzyskać korzystając z równań (10), (11) i (14). Wówczas otrzymujemy:

$$\begin{Bmatrix}(u)\\(l)\end{Bmatrix}^{b}{}_{g(o)(l)^{k}}\ {}_{(l)}\dot{J}_{g_o}\left({}_{(l)}\hat{Z}_{g_o} - {}_{(l)}\dot{p}\ {}_{(l)}\hat{Z}_{g_o}\right) = \begin{Bmatrix}(u)\\(l)\end{Bmatrix}^{b}{}_{g(o)(l)^{k}}\left(3\ {}_{(l)}\hat{E}^{*}_{g_o} - {}_{(l)}\dot{p}\ {}_{(l)}\hat{E}^{*}_{g_o}\right). \tag{29}$$

Skąd na mocy dowolności prądów ${}_{\begin{Bmatrix}(l)\\(3)\end{Bmatrix}}\dot{J}_{g_o}$ (komentarz jak w twierdzeniu poprzednim) mamy warunek $\begin{Bmatrix}(l)\\(3)\end{Bmatrix}$, [1] .

2. Równania sieci we współrzędnych fazowych i symetrycznych spełniającej założenia pkt. 3, [1]

Jeśli sieć spełnia założenia pkt. 3, [1] - składa się ze skończonej liczby podsieci symetrycznych i asymetrycznych, tworzących wraz z ich połączeniami drzewo. Rozpatrzmy (rys. 1) fragment takiej sieci ze współrzędnych fazowych, zawierającej podsieć symetryczną o numerze ${}_{s}k_{p}$, posiadającą s wejść 4-prze-



$k \leq s$,
$i \leq r$.

Rys. 1

wodowych o numerach $\{g_1, \ldots, g_s\}$ oraz podsieć asymetryczną o numerze ${}_a k_q$ posiadającą r wejść o numerach $\{h_1, \ldots, h_r\}$.

Zastosujemy do s.s. ${}_s k_p$ zasadę wyodrębnienia, wprowadzając pomiędzy przewodem zerowym każdej z gałęzi o numerach $\{g_1, \ldots, g_s\}$ a pozostałymi trzema przewodami SEM (rys. 3, [1]).

Przedstawmy dodatkowo te SEM w postaci trzech zespołów symetrycznych jak w pkt. 2, [1], wzór (26), [1]. Zastosujmy następnie zasadę superpozycji względem każdego z tych zespołów, dla każdej z wymienionych gałęzi. Otrzymamy wówczas s.s. ${}_s k_p$ zasilaną kolejno dla $i \in (0,1,2)$ jak na rys. 3, [1]. Następnie korzystamy z zasady redukcji ilości faz przez podobieństwo zarówno w przypadku kiedy budowa wewnętrzna s.s. ${}_s k_p$ jest obojętna, jak i wtedy gdy składa się ona z elementów prostych. W tym ostatnim przypadku stosujemy ją do wnętrza s.s. ${}_s k_p$ wraz z wprowadzeniem idealnego przewodu zerowego. Otrzymujemy wówczas układy zredukowane przedstawione na rys. 4, [1] i opisane równaniami (29), [1]. Postępując podobnie dla wszystkich podsieci symetrycznych wchodzących w skład naszej sieci, otrzymamy w ten sposób następujący układ równań niezależnych (na mocy założenia odnośnie nieosobliwości macierzy admitancji dla każdej podsieci):

$$\hat{J}_{g^i} = {}_s\hat{I}_{g^i} + {}_s\hat{Y}_{gh|i|}\,\hat{U}_{h^i}, \qquad \begin{array}{l} i \in (0, 1, 2), \\ g, h \in (1, \ldots, n) = G. \end{array} \tag{30}$$

(Ogółem występuje n gałęzi 4-przewodowych łączących podsieci).

Wygoda tego zapisu opłacona jest w tym, że gdy gałęzie g oraz h nie kontaktują z tą samą podsiecią, mamy zależność: ${}_s\hat{Y}_{i\,gh} = 0$. Równania (30) wyrażone są we współrzędnych symetrycznych. Mimo iż można s.s. opisać w dowolnych używanych poprzednio współrzędnych - symetryczne są najwygodniejsze ze względu na prostotę macierzy admitancji każdej podsieci (wzór (60), [1]). Równania te można by uzyskać łatwiej operując od-

razu współrzędnymi symetrycznymi i korzystając z symetrii podsieci, lecz w temacie zazwyczaj nasza sieć jest podana we współrzędnych fazowych. Podobnie stosujemy zasadę wyodrębnienia do s.a. ${}_{a}k_{q}$, otrzymując dla niej niezależne równania:

$$\hat{J}_{\alpha\,h_i} = {}_{a}\hat{I}_{\alpha\,h_i} + {}_{a}\hat{Y}_{\alpha\beta\,h_i h_j}\,\hat{U}_{\beta\,h_j}, \qquad \alpha,\beta \in (a,\ b,\ c),\quad i,\ j \in (1,\ldots,r). \tag{31}$$

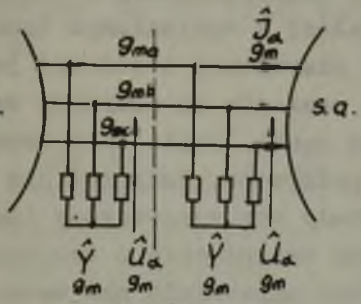
Powtarzając to rozumowanie dla wszystkich podsieci asymetrycznych wchodzących w skład rozpatrywanej sieci, mamy:

$$\hat{J}_{\alpha\,g} = {}_{a}\hat{I}_{\alpha\,g} + {}_{a}\hat{Y}_{\alpha\beta\,gh}\,\hat{U}_{\beta\,h}, \qquad g,\ h \in G. \tag{32}$$

(Odnośnie admitancji - ta sama uwaga co dla s.s.).

(Równania (30), (32) stanowią układ 6n równań niezależnych; wraz z 6n równaniami transformującymi współrzędne symetryczne na fazowe dla napięć i prądów (wzory (11), (13), [1]), pozwalają na obliczenie 12n niewiadomych $\left\{\hat{U}_{\beta\,h_i},\ \hat{J}_{\alpha\,g_i},\ \hat{U}_{\beta\,h},\ \hat{J}_{\alpha\,g}\right\}$, które w nich występują.

Chcąc teraz wyliczyć prąd lub napięcie dowolnej gałęzi ${}_{s}g$ jakiejś symetrycznej podsieci ${}_{s}k_{p}$ rozwiązujemy dla niej trzy zredukowane układy dla $i \in (0,1,2)$ względem wielkości gałęzi ${}_{s}g$ - SEM kompensujące są już teraz znane, (gdy chodzi nam o napięcia wzdłużne wówczas przywracamy przewodowi zerowemu jego oryginalną postać w układzie fazowym), następnie stosujemy wzór transformacyjny (11), [1]. Dla gałęzi ${}_{a}g$ dowolnej podsieci ${}_{a}k_{q}$, przy znanych SEM kompensujących, postępujemy jedną z metod rozwiązywania sieci pozbawionych symetrii. Kilku odrębnych uwag wymaga sytuacja, w której jakaś gałąź g_m łącząca dwie podsieci pozbawiona jest przewodu zerowego (rys. 2).



Rys. 2

Wówczas przy założeniach pkt. 3, [1] otrzymujemy dla gałęzi g_m równanie:

$$\hat{J}_{o\,g_m} = \frac{1}{3}\left(\hat{J}_{a\,g_m} + \hat{J}_{b\,g_m} + \hat{J}_{c\,g_m}\right) = 0 \tag{33}$$

i tylko po dwa spośród równań (30) i (32) są dla niej niezależne.

Aby móc operować napięciami fazowymi poprzecznymi, wprowadzamy przed zastosowaniem zasady wyodrębnienia tzw. sztuczne zero przy pomocy admitancji $\hat{Y}_{g_m}$ wspólnej dla wszystkich faz. W odniesieniu do tak stworzonego punktu zerowego określamy napięcia $\hat{U}_{\alpha\,g_m}$.

Łatwo wykazać (przy pomocy równań Coltriego), że zachodzi wtedy związek:

$$\hat{U}_{o\,g_m} = \frac{1}{3}\left(\hat{U}_{a\,g_m} + \hat{U}_{b\,g_m} + \hat{U}_{c\,g_m}\right) = 0. \tag{34}$$

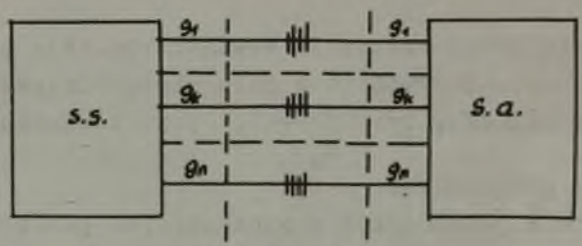
Jeśli 3-przewodowa gałąź występuje wewnątrz jakiejś podsieci, postępujemy podobnie. Oczywiście w celu niezdeformowania pracy sieci, należy zażądać, by: $\hat{Y}_{g_m} \longrightarrow 0$, przy zachowaniu wzoru (34) w przypadku granicznym.

W celu ustalenia potencjałów poszczególnych punktów, dzielimy całą sieć (z oryginalnym przewodem zerowym) na części izolowane i dla każdej z nich ustalamy potencjał jednego punktu, w przypadku braku przewodu zerowego może to być potencjał sztucznego zera. Następnie dla każdej części, stosując II prawo Kirchhoffa, obliczamy potencjał dowolnego jej punktu. Powodem izolowania galwanicznego poszczególnych części sieci może być np. obecność transformatora z zerami uzwojenia pierwotnego i wtórnego niepołączonymi. Można by osłabić założe-

nie 4 pkt. 3, [1] i dopuścić obecność transformatora z takimi zerami w jakimś oczku. Wówczas dla gałęzi z wymienionym transformatorem zależność (14) dla strony pierwotnej i wtórnej jest spełniona na mocy I prawa Kirchhoffa oraz nie ma potrzeby wypisywania równań (10), (11) dla tegoż oczka. Jeśli zera transformatorów występujących w oczku są połączone, bądź też nie jest spełniona relacja (35), [1], wtedy nie wprowadzamy idealnego przewodu zerowego, lecz stosujemy twierdzenie o redukcji ilości faz przez podobieństwo, do czego uprawniają nas wzory (5-7) i (25), (26). Podsieć posiada wówczas właściwie częściową symetrię bez spełnienia relacji (27).

3. Równania sieci we współrzędnych fazowych i symetrycznych nie spełniającej pewnych założeń pkt. 3, [1]

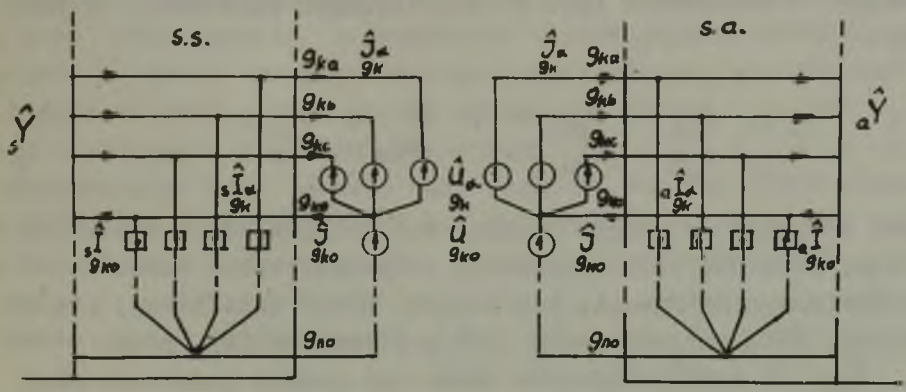
Kwestię niespełnienia założenia 4, pkt. 3, [1] przedyskutowaliśmy w pkt. 2. Od założeń 1 i 2 pkt. 3, [1] nie potrafimy się tutaj uwolnić, o czym była już mowa. Pozostaje więc niespełnienie założenia 3 pkt. 3, [1]. Wtedy możemy operować jedną tylko siecią symetryczną i jedną asymetryczną we współrzędnych fazowych, które są połączone n 4-przewodowymi idealnymi gałęziami o numerach $\{g_1, \ldots, g_n\}$, (rys. 3).



$k \leq n$.

Rys. 3

Zastosujmy do obu sieci zasadę wyodrębnienia zilustrowaną rys. 4.



Rys. 4

Przedstawmy SEM dla s.s. jak w punkcie poprzednim w postaci trzech zespołów symetrycznych, dołączając do zespołu zerowego SEM $\hat{U}_{g_{ko}}$. Zastosujmy następnie względem nich dla każdej gałęzi zasadę superpozycji. Wówczas korzystając dla $i \in (1,2)$ z symetrii określonej wzorami (25–27), [1] uzyskujemy dla s.s. 2n równań:

$$\hat{J}_{i\,g_k} = {}_s\hat{I}_{i\,g_k} + {}_s\hat{Y}_{|i|\,g_k g_l}\,\hat{U}_{i\,g_l}, \qquad i \in (1,2),\ k,\ l \in (1,\ldots,n). \tag{35}$$

Dla składowej zerowej mamy 2n–1 równań (nie licząc ostatniego):

$$\begin{aligned} \hat{J}_{o\,g_k} &= {}_s\hat{I}_{o\,g_k} + {}_s\hat{Y}_{o\,g_k g_l}\,\hat{U}_{o\,g_l} + {}_s\hat{Y}_{(o)\,g_k g_{lo}}\,\hat{U}_{(o)\,g_{lo}}, \\ \hat{J}_{(o)\,g_{ko}} &= {}_s\hat{I}_{(o)\,g_{ko}} + {}_s\hat{Y}_{(o)\,g_{ko} g_l}\,\hat{U}_{o\,g_l} + {}_s\hat{Y}_{(o)\,g_{ko} g_{lo}}\,\hat{U}_{(o)\,g_{lo}}, \end{aligned} \qquad k_{(o)}, l_{(o)} \in (1,\ldots,n-1). \tag{36}$$

$$\hat{U}_{g_{lo}}^{(1)} = \hat{U}_{g_{lo}}^{(2)} = 0, \quad \hat{U}_{g_{lo}} = \hat{U}_{g_{lo}}^{(o)} . \tag{36}$$

Uwaga: W równaniach (35) i (36) milcząco zakładamy, że zachodzi:

$$\hat{J}_{g_{ko}}^{(1)} = \hat{J}_{g_{ko}}^{(2)} = 0, \quad \hat{J}_{g_{ko}} = \hat{J}_{g_{ko}}^{(o)}, \tag{37}$$

co jest oczywiste w przypadku gdy s.s. składa się z elementów prostych, lecz nie jest bynajmniej oczywiste wobec schematu przedstawionego na rys. 4, gdy budowa s.s. jest bliżej nieokreślona. Wówczas jeśli wzór (37) nie zachodziłby, prądy $\hat{J}_{g_{ko}}^{(1)}$, $\hat{J}_{g_{ko}}^{(2)}$ w nim występujące muszą być podane dodatkowo obok reszty równań s.s. i wtedy mamy:

$$\hat{J}_{g_{ko}}^{(i)} = {}_{s}\hat{Y}_{g_{ko}g_l}^{|l|} \hat{U}_{g_l}^{i}, \quad i \in (1,2).$$

$$\hat{J}_{g_{ko}} = \hat{J}_{g_{ko}}^{(o)} + \hat{J}_{g_{ko}}^{(1)} + \hat{J}_{g_{ko}}^{(2)}. \tag{38}$$

Dla SPM ${}_{s}\hat{I}_{g_{ko}}$ obowiązuje z założenia relacja podobna do równania (37). Dualna sytuacja wystąpiłaby przy zastosowaniu kompensujących SPM w każdej gałęzi. Wówczas rolę prądów w relacjach (38) odgrywałyby napięcia $\hat{U}_{g_{ko}}$, $\hat{U}_{g_{ko}}^{(i)}$.

Dla sieci asymetrycznej otrzymujemy 4n-1 równań:

$$\hat{J}_{g_k}^{\alpha} = {}_{a}\hat{I}_{g_k}^{\alpha} + {}_{a}\hat{Y}_{g_k g_l}^{\alpha\beta} \hat{U}_{g_l}^{\beta} + {}_{a}\hat{Y}_{g_k g_{lo}}^{\alpha} \hat{U}_{g_{lo}}, \quad \alpha,\beta \in (a,b,c). \tag{39}$$

$$\hat{J}_{g_{ko}} = {}_{a}\hat{I}_{g_{ko}} + {}_{a}\hat{Y}_{g_{ko}g_l}^{\beta} \hat{U}_{g_l}^{\beta} + {}_{a}\hat{Y}_{g_{ko}g_{lo}} \hat{U}_{g_{lo}},$$

Prąd w gałęzi g_{no} - $\dot{J}_{g_{no}}$ można obliczyć z pierwszego prawa Kirchhoffa (podobnie jak i prądy $\dot{J}_{(i)g_{no}}$ spełniające też drugą relację (38)). W przypadku gdy wśród n gałęzi łączących s.s. i s.a. mamy gałęzie 3-przewodowe - postępujemy podobnie jak w pkt. 2. Uwagi z poprzedniego punktu odnoszą się również do obliczenia prądu lub napięcia dowolnej z gałęzi ${}_sg$ lub ${}_ag$ (po rozwiązaniu wielkości dla gałęzi $\{g_1, \ldots, g_n\}$). W sumie otrzymaliśmy 8n-2 równań (gdy zachodzi warunek (37)) niezależnych (na mocy nieosobliwości macierzy admitancji) dla całej sieci. Równania te wraz z 6n wzorami transformacyjnymi dla napięć i prądów (wzory (11) i (13), [1]), pozwalają na obliczenie 14n-2 niewiadomych $\left\{\dot{U}_{g_1}, \dot{U}_{g_{1o}}, \dot{J}_{g_k}, \dot{J}_{g_{ko}}, \dot{U}_{\beta g_1}, \dot{J}_{\alpha g_k}\right\}$.
Gdy wzór (37) nie zachodzi - mamy dodatkowo 3n-3 niewiadomych $\dot{J}_{(i)g_{ko}}$ oraz 3n-3 równań (38).

Sieci symetryczne rozpatrywane w punktach 2 i 3 (w sensie elementów wielobiegunników) różnią się więc tym, że w pkt. 2 dla ich gałęzi wejściowych obowiązuje pełna symetria, łącznie ze spełnieniem relacji (28), [1], zaś w pkt. 3 relacja ta może nie być spełniona - zachodzi wtedy przykład sieci należącej do wielobiegunnika o częściowej symetrii (relacje (25-27) [1]).

Rękopis złożono w redakcji w maju 1968 r.

LITERATURA

[1] Brodzki M.: O współzmienniczości równań opisujących sieci złożone o pewnych symetriach. "Elektryka" z. 24.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ СОДЕРЖАЩИХ СИММЕТРИЧЕСКИЕ ЧАСТИ

Р е з ю м е

Для сложных сетей, содержащих симметрические части, несмотря на ковариантность их уравнений, более полезно употреблять симметрические или фазовые координаты.

Относительно этих координат показан метод решения сети при возможно неполных данных, касающихся их постройки.

METHODS OF COMPLEX NETWORK SOLUTION
WHICH CONTENTS THE SYMMETRICAL PARTS

S u m m a r y

For complex network which contents the symmetric part, in spite of covariation of their equasion, the using of the symmetric or phase coordinates is profitable.

Relative to this coordinates, the method network solution at possible mean assumptions which regard its construction, is showed.