ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1969
Seria: ELEKTRYKA z. 24

WŁADYSŁAW PASZEK
Katedra Maszyn Elektrycznych

FRANCISZEK FIKUS
Huta Batory

PODSTAWOWA I WYŻSZE HARMONICZNE POLA MAGNETYCZNEGO W WZBUDNIKU CYLINDRYCZNYM O POLU POPRZECZNYM NAGRZEWNICY INDUKCYJNEJ

Streszczenie. W artykule omawia się przebiegi przestrzenne indukcji we wsadzie indukcyjnie nagrzewanym. Analizie poddano wpływ poszczególnych parametrów wzbudnika, wsadu i zasilania. Rozważania ogólne zilustrowano przykładem. Porównanie indukcji w charakterystycznych przypadkach szczególnych. Wniosek: nieciągły okład prądu jest korzystniejszy od ciągłego.

1. Wstęp

W latach 1963/64 została w Hucie Batory wybudowana, wypróbowana i opatentowana nagrzewnica indukcyjna na częstotliwość sieciową o dzielonym wzbudniku. Prototyp urządzenia z włożonym wsadem pokazany jest na rys. 1.

Nagrzewnica indukcyjna z polem poprzecznym o dzielonym wzbudniku posiada w porównaniu z nagrzewnicą z polem podłużnym o cylindrycznym wzbudniku tę zaletę, że może być wykonana jako otwieralna. Możliwość otwierania wzbudnika zwiększa zakres stosowania grzejnictwa indukcyjnego szczególnie w przypadku dużych gabarytów i skomplikowanych kształtów wsadu.

Oś x-x na rys. 2a stanowi linię podziału wzbudnika na dwie połówki. Obie połówki są ze sobą połączone zawiasem. Odchylanie górnej połówki odbywa się przy pomocy napędu pneumatycznego.

Wadą nagrzewnicy z polem poprzecznym jest nierównomierne nagrzewanie wsadu w przekroju poprzecznym. Maksymalne temperatury występują na osi x-x, minimalne zaś na osi y-y.

Celem uzyskania równomiernego rozkładu temperatur w całym przekroju trzeba w czasie nagrzewania, wsad znajdujący się w nagrzewnicy przekręcić o kąt 90°.

Rys. 1. Nagrzewnica indukcyjna o dzielonym wzbudniku z wsadem o średnicy 190 mm

Konstrukcja, własności techniczne nagrzewnicy i wykresy rozkładu temperatur przy różnych warunkach nagrzewania zostały szczegółowo omówione w [L 1].

W artykule omawia się przebiegi przestrzenne indukcji we wsadzie umieszczonym w wzbudniku cylindrycznym o polu poprzecznym. Analizie poddaje się wpływ poszczególnych parametrów wzbudnika, wsadu i zasilania. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ wymiarów wzbudnika.

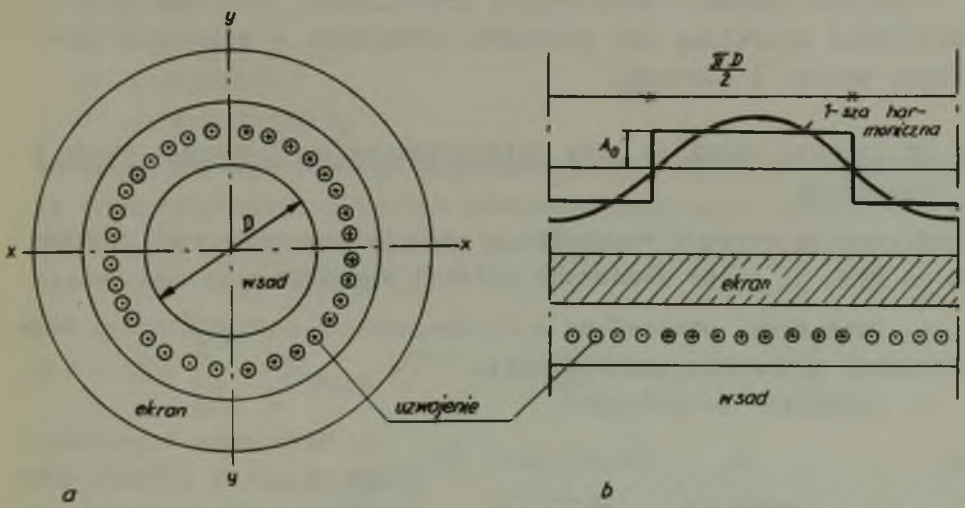
Rozważania odnoszą się do nagrzewnicy o konstrukcji scharakteryzowanej w [L. 1]. Dla przeprowadzenia analizy matematycznej konieczne są założenia upraszczające. Rzeczywistą nagrzewnicę zastąpiono modelem.

Zależności uzyskane z ścisłej analizy przeprowadzonej na modelu porównuje się z wynikami metody przybliżonej stosowanej do układów płaskich. Odpowiedni płaski układ zastępczy omawia się na samym początku.

2. Cylindryczna konfiguracja wsadu i wzbudnika oraz jej płaskie rozwinięcie

Przekrój rzeczywistej cylindrycznej konfiguracji wsadu i wzbudnika jest pokazany na rys. 2a. Krzyżyki i kropki w przekrojach rurek uzwojenia podają chwilowe kierunki przepływu prądu.

Płaskie rozwinięcie tej konfiguracji wraz z wykresem przestrzennego okładu prądu na obwodzie uzwojenia - rys. 2b.



Rys. 2. Przekrój poprzeczny cylindrycznej konfiguracji wsad-wzbudnik (a) i jego płaskie rozwinięcie wraz z przebiegiem przestrzennym okładu prądu A_0 i jego pierwszej harmonicznej (b)

Przy założeniu, że długość nagrzewnicy jest nieskończona, można dla przybliżonego obliczenia indukcji w rozwiniętym wsadzie zastosować równanie ścisłe dla przypadku płaskiej fali elektromagnetycznej padającej prostopadle na izotropową przewodzącą półprzestrzeń. Postać tego równania zaadoptowana do obliczenia (2n+1)-szej przestrzennej harmonicznej indukcji we wsadzie [L. 2] jest następująca:

$$B_{(2n+1)} = \frac{4 A_o \mu}{(2n+1)\pi} e^{-\frac{1+j}{d} z} \sin\left[(2n+1)\varphi\right] \qquad (1)$$

gdzie:

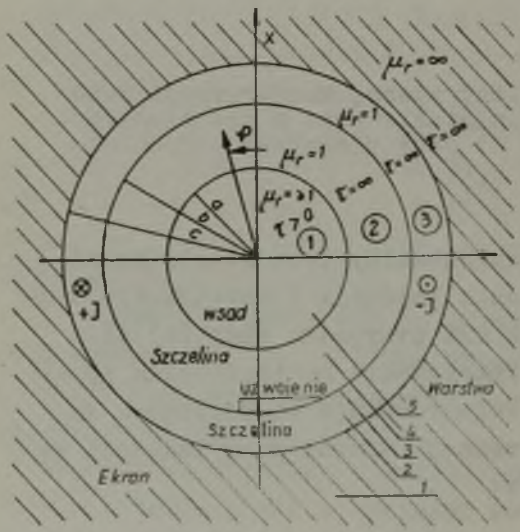
A_o - okład prądu w uzwojeniu,
μ - przenikalność magnetyczna,
d - głębokość wnikania,
z - odległość od powierzchni w głąb wsadu.

Powyższe równanie daje wyniki przybliżone, ponieważ nie uwzględnia krzywizny ani położenia uzwojenia w szczelinie pomiędzy wsadem i ekranem.

3. Obliczanie indukcji przy cylindrycznej konfiguracji wsadu i wzbudnika

Konfiguracja wsadu i wzbudnika o polu poprzecznym jest pokazana na rys. 3, gdzie oznaczono cyframi warstwy:

1. Przestrzeń otaczająca o nieskończonej przenikalności magnetycznej i zerowej przewodności.
2. Szczelina powietrzna.



Rys. 3. Model zastępczy konfiguracji wsad-wzbudnik z rys. 2a

3. Uzwojenie w postaci dwóch cienkich półrur. Długości szczelin pomiędzy nimi w miejscach przecięcia z osią x dążą do zera. Kierunki prądów w obu półrurach są przeciwne a okłady prądu na całym obwodzie jednakowe.
4. Szczelina powietrzna.
5. Wsad jednorodny przewodzący.

Ścisłe równania dla obliczenia indukcji we wsadzie i w szczelinie podano w [L. 2]. Mają złożoną bu-

dowę i zawierają zmodyfikowane funkcje Bessela rzędu (2n+1)-szego. Z tego powodu są mało przydatne do przeprowadzenia analizy wpływu poszczególnych parametrów nagrzewnicy na indukcję we wsadzie.

Jeśli parametry wsadu i zasilania spełniają warunek

$$r \sqrt{p} > 6 \tag{2}$$

gdzie:

$p = \frac{\mu\omega}{\tau}$

r - promień,

ω - pulsacja,

τ - rezystywność,

to zmodyfikowane funkcje Bessela można zastąpić ich wartościami asymptotycznymi i ogólne równania przyjmują prostszą postać [L. 2]. Równanie na składową kątową indukcji we wsadzie przy spełnieniu nierówności (2)

$$B = -\sqrt{pj} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left(\alpha_{2n+1} a^{2n+1} + \frac{\beta_{2n+1}}{a^{2n+1}}\right) \sin\left[(2n+1)\varphi\right] \cdot \right.$$

$$\cdot \sqrt{\frac{a}{r}}\, e^{\sqrt{\frac{p}{2}}(r-a)(1+j)} \tag{a}$$

gdzie: (3)

$$\alpha_{2n+1} = \frac{2A_o \mu_o}{\pi} \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{(2n+1)^2 b^{2n}} \cdot \tag{b}$$

$$\cdot \frac{1 + (2n+1)\frac{\mu_r}{a\sqrt{pj}}}{a^{4n+2}\left[1 - (2n+1)\frac{\mu_r}{a\sqrt{pj}}\right] + c^{4n+2}\left[1 + (2n+1)\frac{\mu_r}{a\sqrt{pj}}\right]}$$

$$\beta_{2n+1} = \frac{2A_o \mu_o}{\pi} \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{(2n+1)^2 \; b^{2n}} \cdot \tag{c}$$

$$\cdot \frac{1 - (2n+1) \frac{\mu_r}{a \; pj}}{a^{4n+2} \left[1 - (2n+1) \frac{\mu_r}{a \sqrt{pj}}\right] + c^{4n+2} \left[1 + (2n+1) \frac{\mu_r}{a \sqrt{pj}}\right]}$$

A_o – okład prądu,

μ_r – przenikalność magnetyczna względna,

μ_o – przenikalność magnetyczna próżni,

a, b, c, r – promienie w przekroju nagrzewnicy (rys. 3),

φ – kąt położenia (rys. 3).

Wzór ma postać szeregu nieskończonego, ponieważ przestrzenny rozkład prostokątny okładu prądu w uzwojeniu rozłożono na szereg Fouriera

$$A = \frac{4 \; A_o}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \left[(2n+1) \; \right]}{2n+1} \tag{4}$$

Kolejne wyrazy szeregu indukcji odpowiadają poszczególnym harmonicznym okładu prądu.

4. Metoda analizy wpływu wymiarów wzbudnika na pole magnetyczne we wsadzie

Przedmiotem analizy będzie wpływ wymiarów konfiguracji wsadu i wzbudnika na indukcję we wsadzie. Zbadamy kształtowanie się B przy zmianach promienia uzwojenia i ekranu.

Analiza zostanie przeprowadzona przy spełnieniu nierówności (2), przy którym obowiązuje równanie (3).

Czynnik szeregu (3), w którym figurują promienie b i c

$$Q_{2n+1} = \alpha_{2n+1} \; a^{2n+1} + \frac{\beta_{2n+1}}{a^{2n+1}} \tag{5}$$

Indukcja we wsadzie zależy od okładu prądu w uzwojeniu

$$A_o = \frac{\sqrt{2}\, Iw}{\gamma b} = \frac{\sqrt{2}\,\theta}{\gamma b} \tag{6}$$

gdzie: I jest prądem skutecznym w każdym z w zwojów rzeczywistego uzwojenia. Przy jednakowej wartości przepływu θ, wielkość A_o zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do b.

Dla wsadu o a = const można ograniczyć się do badania zależności

$$Q_{2n+1} = f\ (b,c) \tag{7}$$

Przeprowadzimy rozważania oddzielnie przy założeniu bądź A_o = const, bądź przy θ = const.

Po uwzględnieniu (3b) i (3a) w równaniu (7) oraz po wprowadzeniu oznaczeń

$$M = \frac{4\,\mu_o}{\gamma} \qquad \text{(a)}$$

$$q = \frac{\mu_r}{\sqrt{pj}} \qquad \text{(b)} \tag{8}$$

otrzymuje się

$$Q_{2n+1} = A_o \frac{M}{2n+1}\, q\, \frac{a^{2n}}{b^{2n}} \cdot \tag{9}$$

$$\cdot \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{c^{4n+2}\left[1 + (2n+1)\frac{q}{a}\right] + a^{4n+2}\left[1 - (2n+1)\frac{q}{a}\right]}$$

bądź przy zapisie skróconym

$$Q_{2n+1} = A_o\, W\, \frac{a^{2n}}{b^{2n}}\, \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{c^{4n+2} + a^{4n+2} + N_{2n+1}(1-j)(c^{4n+2} - a^{4n+2})} \tag{10}$$

gdzie:

$$W = \frac{M}{2n+1} \cdot q$$ – współczynnik niezależny od wymiarów konfiguracji wsad- wzbudnik, (b)

(10)

$$N_{2n+1} = \mathrm{Re}\left\{(2n+1)\frac{q}{a}\right\}$$ – współczynnik niezależny od wymiarów wzbudnika. (c)

Przy przeprowadzaniu analizy wpływu wymiarów nagrzewnicy przy stałym okładzie prądu A_o można pominąć czynnik W i ograniczyć się do rozpatrzenia funkcji

$$K_{2n+1} = \frac{a^{2n}}{b^{2n}} k_{2n+1} \tag{11}$$

w której

$$k_{2n+1} = \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{c^{4n+2} + a^{4n+2} + (c^{4n+2} - a^{4n+2}) N_{2n+1} (1-j)} \tag{12}$$

Po uwolnieniu mianownika od postaci zespolonej

$$k_{2n+1} = \frac{b^{4n+2} + c^{4n+2}}{c^{4n+2} - a^{4n+2}} \frac{P_{2n+1} + N_{2n+1} + j N_{2n+1}}{(P_{2n+1} + N_{2n+1})^2 + N_{2n+1}^2} \tag{a}$$

gdzie: (13)

$$P_{2n+1} = \frac{c^{4n+2} + a^{4n+2}}{c^{4n+2} - a^{4n+2}} \tag{b}$$

Współczynnik (13) opisuje zależność zmian indukcji we wsadzie przy stałym okładzie prądu w uzwojeniu.

Przy stałym przepływie wpływ zmiany promienia b może być scharakteryzowany przez funkcję

$$K'_{2n+1} = \frac{a^{2n}}{b^{2n}} k'_{2n+1} \tag{14}$$

w której czynnik

$$k'_{2n+1} = \frac{a}{b} k_{2n+1} \tag{15}$$

5. Harmoniczne indukcji w przypadku wzbudnika przylegającego do wsadu

Rozpatrzymy na wstępie przypadek szczególny, w którym uzwojenie i ekran przylegają do wsadu, tzn

$$a = b = o$$

Po podstawieniu w równaniu (11) i (12)

$$k_{2n+1} = 1, \qquad K_{2n+1} = 1$$

Stąd z równania (10)

$$Q_{2n+1} = A_o W$$

Indukcja na powierzchni wsadu (równanie (3) przy uwzględnieniu (10b) i (8))

$$\begin{aligned} B_{o(2n+1)} &= - \sqrt{pj}\, \frac{A_o M}{2n+1}\, q \sin \left[(2n+1)\varphi\right] \\ &= \frac{4A_o I \mu}{\pi (2n+1)} \sin \left[(2n+1)\right] \end{aligned} \tag{16}$$

Równanie (16) jest zatem identyczne z równaniem (1) przy $z = 0$. Stąd wniosek, że układ płaski i cylindryczny z polem poprzecznym dla $a = b = o$ są równoważne z punktu widzenia obliczania indukcji na powierzchni wsadu.

6. Wpływ wymiarów wzbudnika na podstawową harmoniczną indukcji

W realnej nagrzewnicy zgodnie z rys. 3 zachodzi pomiędzy promieniami nierówność

$$a < b < c$$

Przyjmuje się, że średnica wsadu jest stała (a = const). Zmianom ulegają promienie wzbudnika b i c.
Dla podstawowej harmonicznej n = 0, stąd z równania (13a)

$$k_1 = \frac{b^2 + c^2}{c^2 - a^2} \frac{P_1 + N_1 + j N_1}{(P_1 + N_1)^2 + N_1^2} \tag{17}$$

k_1 zależy zarówno od wymiarów promieni (a, b, c, P_1) jak również od parametrów wsadu i częstotliwości zasilania (N_1). Jednoczesne rozważanie wpływu obu grup parametrów jest mało przejrzyste. Przy nagrzewaniu indukcyjnym częstotliwością sieciową zachodzi często zależność

$$N_1 \ll P_1 \tag{18}$$

W dodatku nr 1 wykazano, że przy wsadzie aluminiowym o a = = 10 cm i wzbudnika o $c < 2a$ stosunek

$$\frac{N_1}{P_1} < 0{,}038$$

Przy spełnieniu nierówności (18) przy A_o = const można posłużyć się przybliżeniem upraszczającym

$$k_{1n} = \frac{b^2 + c^2}{c^2 - a^2} \frac{1}{P_1}$$

$$k_{1u} = \frac{b^2 + c^2}{c^2 + a^2} \tag{19}$$

Przy θ = const otrzymuje się odpowiednio do (15) przybliżenie

$$k'_{1u} = \frac{a}{b}\,\frac{b^2 + c^2}{c^2 + a^2} \tag{20}$$

Warto przedyskutować wpływ położenia uzwojenia w dwóch następujących przypadkach:

I. Jeśli uzwojenie przylega do ekranu i oddala się razem z ekranem od wsadu, przy oznaczeniu zmieniającej się odległości przez $x = b = c$

$$k_{1uI} = 2\,\frac{x^2}{x^2 + a^2} \tag{21}$$

$$k'_{1uI} = 2a\,\frac{x}{x^2 + a^2} \tag{22}$$

k_{1uI} przedstawia funkcję rosnącą monotonicznie, przy $x = a$ wartość jej wynosi 1, przy wzroście $x \to \infty$, k_{1u} dąży do 2, k'_{1uI} przedstawia funkcję malejącą monotonicznie, przy $x = a$ przyjmuje wartość 1, przy wzroście $x \to \infty$, k'_{1u} dąży do zera.

II. Jeśli ekran znajduje się w stałej odległości od wsadu (c = const) a uzwojenie przemieszcza się w szczelinie od $b = a$ do $b = c$, zmieniającą się odległość uzwojenia oznaczymy przez $x = b$, przy czym $a \leqslant x < c$, oraz c = const.

Współczynniki

$$k_{1uII} = \frac{x^2 + c^2}{c^2 + a^2} \tag{23}$$

$$k'_{1uII} = \frac{a}{x}\,\frac{x^2 + c^2}{c^2 + a^2} \tag{24}$$

W punktach $x = a$ i $x = c$ współczynniki k_{1uI} i k_{1uII} oraz k'_{1uI} i k'_{1uII} są jednakowe.

W przedziale $c > x > a$ otrzymuje się

$$k_{1uI} > k_{1uII} \tag{25}$$

i

$$k'_{1uI} > k'_{1uII} \tag{26}$$

Na rys. 4 przedstawiono przebiegi współczynników k_{1uI} i k_{1uII} oraz k'_{1uI} i k'_{1uII} dla konkretnych danych z poprzedniego przykładu.

Współczynniki k_{1uI} i k_{1uII} oraz k'_{1uI} i k'_{1uII} są odpowiednio do równania (11) przy $n = 0$ równe funkcjom K_{1u} i K'_{1u}, do których proporcjonalna jest indukcja we wsadzie.

7. Wpływ wymiarów wzbudnika na trzecią harmoniczną indukcji

Z równania (13) wynika dla 3-harmonicznej

$$k_3 = \frac{b^6 + c^6}{c^6 - a^6} \frac{P_3 + N_3 + j N_3}{(P_3 + N_3)^2 + N_3^2} \tag{27}$$

Przy założeniu

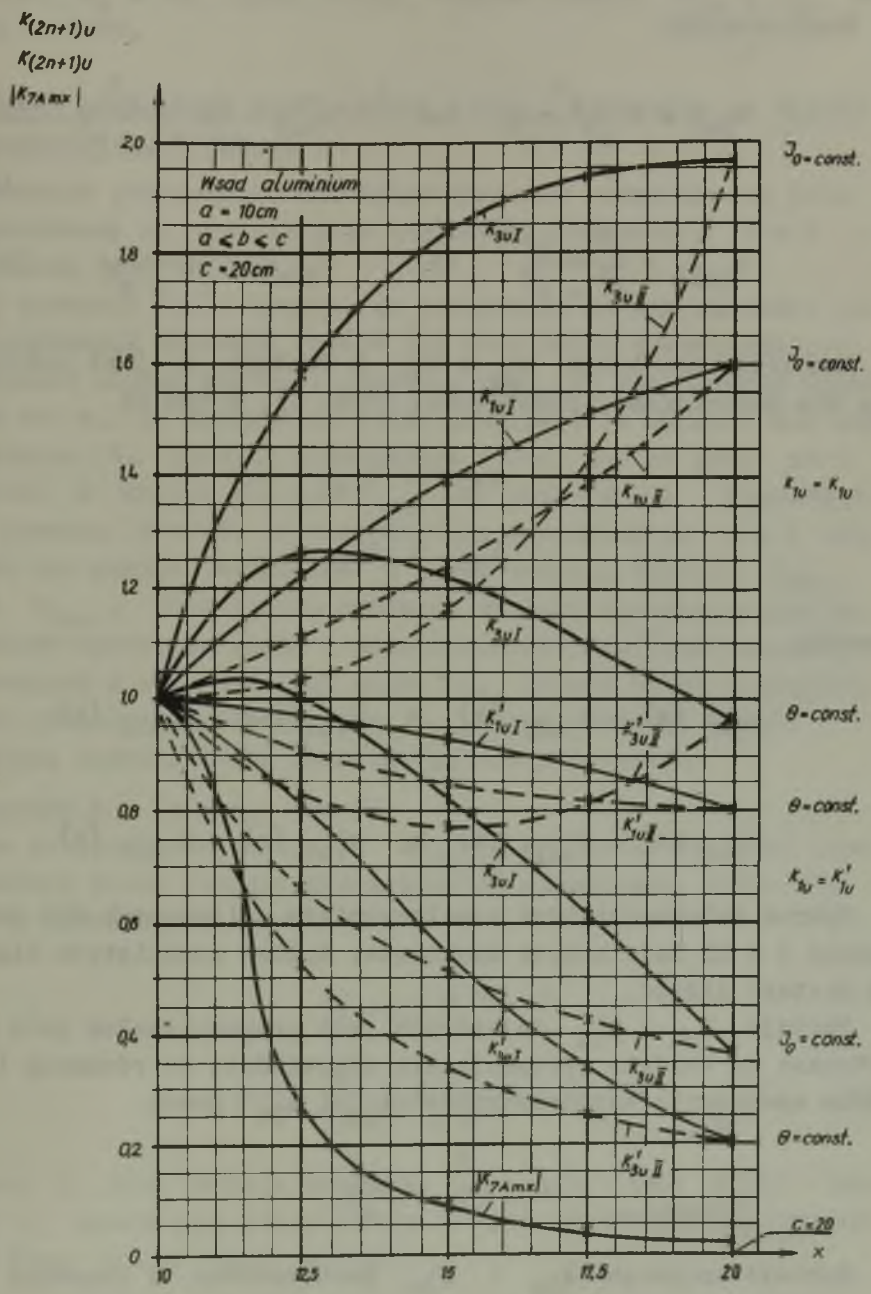
$$N_3 \ll P_3 \tag{28}$$

otrzymuje się przybliżenie upraszczające

$$k_{3u} = \frac{b^6 + c^6}{c^6 + a^6} \tag{29}$$

Założenie upraszczające (28) powoduje jednak dużo większy błąd niż w równaniu (18) dotyczacym harmonicznej podstawowej, ponieważ $P_3 < P_1$ oraz $N_3 = 3N_1$.

W przykładzie omawianym w dodatku nr 2 błąd wynikający z pominięcia N_3 wynosi 19,3%.



Rys. 4. Przebiegi funkcji K_{2n+1} i współczynnika k_{2n+1}

Współczynniki

$$k_{3uI} = 2\,\frac{x^6}{x^6 + a^6} \quad (a) \qquad k'_{3uI} = 2a\,\frac{x^5}{x^6 + a^6} \quad (c)$$

$$k_{3uII} = \frac{x^6 + c^6}{c^6 + a^6} \quad (b) \qquad k'_{3uII} = \frac{x^6 + c^6}{c^6 + a^6} \quad (d) \tag{30}$$

Charakter przebiegu k_{3u} i k'_{3u} w funkcji x jest podobny jak dla harmonicznej podstawowej (rys. 4), z tym że

$$k_{3uI} > k_{1uI}$$

$$k'_{3uI} > k'_{1uI}$$

Ponadto

$$k_{3uI}(x) - k_{3uII}(x) > k_{1uI}(x) - k_{1uII}(x)$$

i

$$k'_{3uI}(x) - k'_{3uII}(x) > k'_{1uI}(x) - k'_{1uII}(x)$$

Wykres zależności tych współczynników obliczonych dla przypadków I i II daje krzywe zamknięte. Kontur zamkniętych figur ma kształt liścia.

Funkcje K_{3u} i K'_{3u} do których jest proporcjonalne pole magnetyczne we wsadzie otrzymuje się odpowiednio do równania (14) przez wymnożenie współczynników k_{3u} i k'_{3u} przez

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2}{x^2}$$

Kształt krzywych K_{3u} i K'_{3u} jest podobny do krzywych k_{3u} i k'_{3u} na rys. 4.

Mnożnik powoduje zwężenie "liści" i ich obrót wokół punktu ($x = a$, $k_u = 1$). Przy $x \to \infty$ rzędne funkcji K_{3u} i K'_{3u} maleją do zera.

8. Wpływ parametrów konfiguracji wsadu i wzbudnika na wyższe harmoniczne indukcji

Poprzednio przedyskutowano wpływ wymiarów wzbudnika na pole magnetyczne we wsadzie przy założeniu nierówności $P \gg N$ - (równania (18) i (28)).

Z równania (13b) wynika, że nierówność ta nie zachodzi dla harmonicznych wyższych rzędów już przy małej szczelinie powietrznej między wsadem i ekranem. Przy c nieznacznie większym od a, P zmaleje do rzędu jedności, z drugiej zaś strony rośnie N, zgodnie z równaniem (10c), tak że przy $n > 1$ wartość N zbliża się do P_{2n+1}, a przy $n > 1$ nierówność się odwraca $P \ll N$. Z tego względu począwszy od $n = 2$ nie można już pomijać składnika N przy badaniu funkcji K_{2n+1} oraz K'_{2n+1}. Obok wpływu wymiarów wystąpi wyraźnie wpływ parametrów materiału wsadu i częstotliwości zasilania scharakteryzowanych w równaniu (8b) przez q. Trzeba wtedy przedyskutować równanie współczynników k_{2n+1} wg równania (13a).

Można rozróżnić dwa charakterystyczne przypadki

Przypadek A ($n > 1$, $N \approx P$)

W tym przypadku współczynnik $k_{(2n+1)}$ obliczony wg (13a) jest określony przez iloczyn dwóch wyrażeń ułamkowych, które dla skrótu oznaczymy literami R i S

$$k_{(2n+1)} = R \cdot S \tag{31}$$

$$|S| = \left|\frac{2N + j\,N}{(2N)^2 + N^2}\right| = \frac{1}{\sqrt{5}} \tag{32}$$

Ułamek R jest funkcją wymiarów a, b i c. Przy $n > 1$ wartość R przekroczy nieco liczbę 2 tylko w krańcowych przypadkach (gdy $c \approx a$ oraz $b = c$).

Normalnie

w przypadku I $R \approx 2$ (33)

w przypadku II $R < 2$

Ogólnie biorąc z dobrym przybliżeniem dla przypadku I można przyjąć w równaniu (31)

$$\left|k_{(2n+1)A}\right| \leqslant \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 1$$

Stąd ostatecznie

$$K_{(2n+1)A} \quad \frac{a^{2n}}{b^{2n}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \approx \frac{a^{2n}}{b^{2n}}$$

Na rys. 4 pokazano dla omawianego przykładu maksymalną górną granicę funkcji dla $n = 3$. Krzywą oznaczono $K_{7\,mx}$. W miarę wzrostu n wartość współczynników k_{2n+1} silnie maleje.

Przypadek B $(n \gg 1, \quad N \gg P)$

$$|S| = \left|\frac{N + j\,N}{2\,N^2}\right| = \frac{1}{\sqrt{2N}}$$

Jeśli przyjąć orientacyjnie $N = 7$, otrzymuje się

$$|S| \approx 0{,}1$$

Przy $n \gg 1$ dla wzbudników wykonalnych w praktyce

$$R < 2$$

Stąd $\left|k_{(2n+1)B}\right| < 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2$

Dla dużych n iloraz $\frac{a^{2n}}{b^{2n}}$ już przy bardzo małej długości szczeliny $(b - a)$ jest bliski zera.

W związku z tym, dla przypadku B

$$\left|k_{(2n+1)B}\right| \approx 0$$

z czego wynika, że wpływ harmonicznych wysokich rzędów na indukcję we wsadzie jest pomijalny.

9. Porównanie indukcji we wsadzie w poszczególnych przypadkach

1. Układ płaski i cylindryczny

Jak wykazano w punkcie 5, w układzie płaskim i cylindrycznym z uzwojeniem przylegającym do wsadu, rozkłady indukcji na powierzchni wsadu są identyczne.

W tym zakresie można je uważać za równoważne.

Wartości indukcji wszystkich harmonicznych są proporcjonalne do gęstości prądowej w uzwojeniu.

2. Przypadki układu cylindrycznego

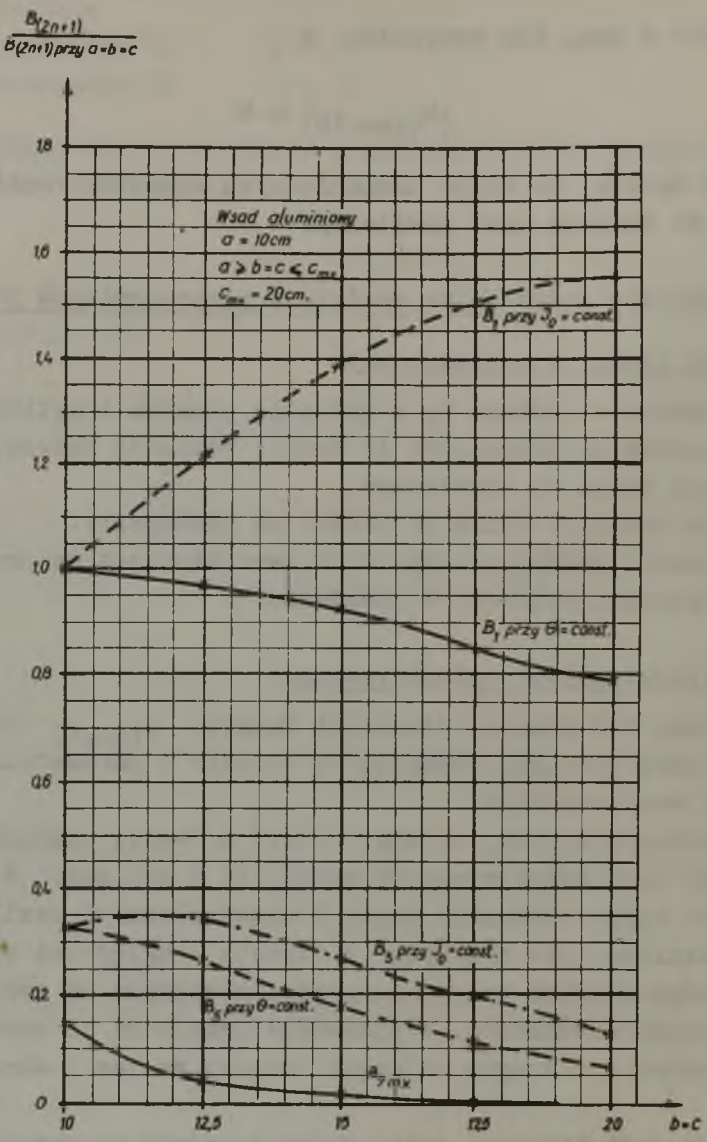
W punktach 6–8 zbadano własności funkcji $K_{(2n+1)}$ określającej związek pomiędzy indukcją we wsadzie i parametrami konfiguracji wsad-wzbudnik.

Z dyskusji wynika, że dla 1-szej i 3-ciej harmonicznej dominujący jest wpływ wymiarów wzbudnika a wielkość N charakteryzująca wpływ materiału wsadu i częstotliwości zasilania może być pominięta. Dla wyższych n trzeba uwzględniać wielkość N.

Przedyskutowano wpływ odległości uzwojenia od wsadu w dwóch przypadkach wzbudników. W pierwszym przypadku do uzwojenia przylegał ekran a w drugim odległość między wsadem i ekranem była stała.

Indukcja jest większa, jeśli ekran przylega do uzwojenia przy tej samej odległości uzwojenia od wsadu.

Zbadano indukcję we wsadzie przy założeniach A_0 = const oraz przy θ = const. Przy stałym okładzie prądu A_0 = const indukcja rośnie przy powiększaniu szczeliny. Współczynnik k_{1u} nie przekracza liczby 2. Przy stałym przepływie θ = const w miarę powiększania szczeliny do nieskończoności indukcja maleje monotonicznie do zera.



Rys. 5. Wykresy względnej indukcji we wsadzie 1, 3 i 7 harmonicznej przestrzennej przy ich odniesieniu do indukcji przy a = b = c. Przyjęto, że uzwojenie przylega do ekranu i oddala się do wsadu

Ze wzrostem rzędu harmonicznej szybko maleje funkcja K_{2n+1}.

Zgodnie z równaniami (3), (10), (8) i (11) indukcja na powierzchni wsadu B_o

$$B_{o(2n+1)} = 4\mu A_o \frac{K_{2n+1}}{2n+1}$$

Widać stąd, że przy wzroście n maleje $B_{o(2n+1)}$ nie tylko z uwagi na zmniejszanie się wartości K_{2n+1} w liczniku, lecz również ze względu na rosnący mianownik (2n+1).

Rys. 5 przedstawia zależność

$$\frac{B_o\ (2n+1)}{B_o\ (2n+1) \text{ przy } a = b = c} \text{ dla}$$

1-szej, 3-ciej i 7-mej harmonicznej dla wcześniej omówionego przykładu. Dla 1-szej i 3-ciej harmonicznej wykreślono tylko krzywe dla b = o, które leżą wyżej od krzywych dla b < c. Dla 7-mej harmonicznej naniesiono krzywą ograniczającą od góry. Z praktycznego punktu widzenia można analizę wpływu wyższych harmonicznych zakończyć na 7-mej harmonicznej. Minimalna długość szczeliny musi ze względów konstrukcyjnych i ruchowych wynosić około 2,5 cm, przy której wpływ 7-mej harmonicznej nie przekracza 4%.

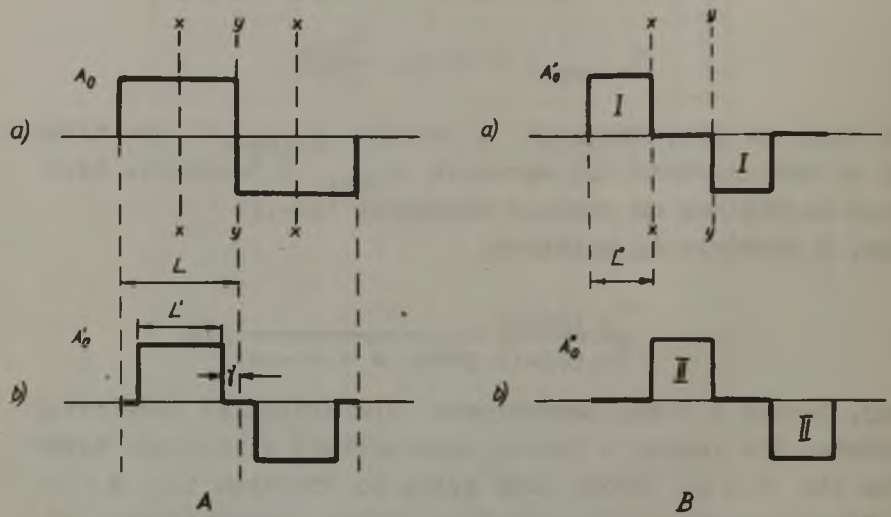
10. Wnioski

Przeprowadzona analiza wpływu podstawowej i wyższych harmonicznych pola magnetycznego we wsadzie odnosiła się do rozkładu przestrzennego okładu prądu w uzwojeniu jak na rys. 6Aa. Osie x- x i y- y odpowiadają rysunkowi 2. Okład prądu pokazany na tym rysunku nazwiemy okładem ciągłym. Rozkład okładu na szereg Fouriera podaje równanie (4).

Dla okładu prądowego zajmującego tylko część obwodu jak na rys. 6Ab, który nazwiemy nieciągłym, równanie na szereg Fouriera ma postać

$$A' = \frac{4\ A_o}{\pi} \sum_{n=o}^{\infty} \frac{\cos\left[(2n+1)\gamma\right] \sin\left[(2n+1)\theta\right]}{2n+1} \qquad (34)$$

gdzie: kąt γ odpowiada jednej ozwartej długości obwodu niezajętej przez uzwojenie.



Rys. 6. Warianty okładu prądu w uzwojeniu nagrzewnicy ($A_0 = A'_0 = A''_0$)

Przy małych kątach γ (rzędu kilku czy kilkunastu stopni) wartość amplitudy podstawowej harmonicznej przestrzennej okładu prądu A'_1 zmaleje tylko bardzo nieznacznie w porównaniu z A_1. Wyższe natomiast harmoniczne rzędu 3-ciego, 5-tego i 7-mego zmaleją bardziej.

Przez zastąpienie ciągłego okładu prądu okładem nieciągłym uzyskuje się następujące zalety nagrzewnicy:

- potanienie wzbudnika dzięki zmniejszeniu ilości zwojów,
- poprawę sprawności (odpadną straty w miedzi w wyeliminowanych zwojach).

Wadą tej zamiany jest nieznaczne zmniejszenie mocy we wsadzie w wyniku zmniejszenia amplitudy 1-szej harmonicznej okładu prądu. Wpływ pomniejszenia amplitud harmonicznych 3-ciego, 5-tego i 7-mego rzędu można zgodnie z wynikami dyskusji, przeprowadzonej w poprzednich punktach, z dobrym przybliżeniem pominąć.

Biorąc ponadto pod uwagę, że

$$\frac{A'_1}{L'} > \frac{A_1}{L} \quad \text{przy} \quad \frac{A'_3}{L'} < \frac{A_3}{L} \quad \text{i} \quad \frac{A'_5}{L'} < \frac{A_5}{L}$$

można dalej stwierdzić, że nieciągły okład prądu przy kącie rzędu kilku czy kilkunastu stopni jest dla nagrzewnicy indukcyjnej korzystniejszy niż okład ciągły.

Interesujące jest rozpatrzenie nieciągłego okładu prądu jak na rys. 6B. Zwiększenie kąta γ do wartości 45° zezwoliłoby na ułożenie w nagrzewnicy dwóch niezależnych uzwojeń, które dawałyby na przemian okłady prądu I i II. Kolejne załączanie uzwojeń I i II w czasie procesu nagrzewania zezwoliłoby na wyeliminowanie kłopotliwego obracania wsadu, dla wyrównania temperatury w przekroju poprzecznym.

Przy kącie $\gamma = 45^{\circ}$ moduł czynnika $\cos[(2n+1)\gamma]$ z równania (34) dla $n = 0, 1, 2$ wynosi 0,707. Znacznemu zmniejszeniu podlegają więc w tym samym stopniu amplitudy pierwszej i wyższych harmonicznych okładu prądu.

Nadal zachodzi nierówność

$$\frac{A''_1}{L''} > \frac{A_1}{L}$$

a dla pierwszych harmonicznych $(a = 0, 1, 2)$ stosunek

$$\left|\frac{A''_{2n+1}}{L''}\right|_{\text{dla } n = 0,1,2} : \frac{A_1}{L} = 1,4 \tag{35}$$

Proporcja poszczególnych harmonicznych

$$|A''_1| : |A''_3| : |A''_5| = A_1 : A_3 : A_5 \tag{36}$$

jest taka sama jak w przypadku okładu ciągłego, więc rozpatrywany rozkład okładu prądu w porównaniu z okładem ciągłym nie powoduje zwiększenia amplitud wyższych harmonicznych w odniesieniu do harmonicznej podstawowej.

Nagrzewnica z podwójnym uzwojeniem z uwagi na stosunek (35) znacznie większy od jedności oraz proporcję (36) będzie posiadała sprawność lepszą niż nagrzewnica z okładem ciągłym. Czas nagrzewania przy jednakowym A_o w obu przypadkach $(A_o = A''_o)$ będzie jednak około 2 razy dłuższy.

11. Dodatek

1) Dla wsadu aluminiowego przy $f = 50$ Hz przy wymiarach nagrzewnicy $a = 10$ cm, $c = 20$ cm i rezystywności $\tau = 3{,}2\ 10^{-6}$ cm cm

$$N_1 = \mathrm{Re}\,\frac{q}{a} = \frac{\mu_r}{a\sqrt{2\,\frac{\omega\mu}{\tau}}} = \frac{\sqrt{\mu_r\tau}}{a\sqrt{2\omega\mu_o}} = \frac{\sqrt{1\ .\ 3{,}2\ .\ 10^{-6}}}{10\sqrt{2\ .\ 314\ .\ 0{,}4\ .\ 3{,}14.\ 10^{-8}}} =$$

$$= 0{,}064$$

$$P_1 = \frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} = \frac{20^2 + 10^2}{20^2 - 10^2} = 1{,}67$$

$$\frac{N_1}{P_1} = \frac{0{,}064}{1{,}67} = 0{,}038$$

Dla określenia błędu Δ wynikającego z pominięcia N_1 przy $b = 15$ cm obliczamy

$$k_{1u} = \frac{b^2 + c^2}{c^2 + a^2} = \frac{225 + 400}{400 + 100} = 1{,}25$$

$$|k_1| = \left|\frac{b^2 + c^2}{c^2 + a^2} \cdot \frac{P_1 + N_1 + j\,N_1}{(P_1 + N_1)^2 + N_1{}^2}\right| =$$

$$= \left|\frac{225 + 400}{400 - 100} \cdot \frac{1{,}67 + 0{,}064 + j0{,}064}{1{,}67 + 0{,}064^2 + 0{,}064^2}\right| = 1{,}21$$

Stąd

$$\Delta = \frac{k_{1u} - |k_1|}{k_1} 100\% = \frac{1,25 - 1,21}{1,21} 100\% = 3,3\%$$

2)

$$N_3 = 3N_1 = 3 \cdot 0,064 = 0,192$$

$$P_3 = \frac{c^6 + a^6}{c^6 - a^6} = \frac{20^6 + 10^6}{20^6 - 10^6} = 1,03$$

$$\frac{N_3}{P_3} = \frac{0,192}{1,03} = 0,187$$

Dla określenia błędu Δ wynikającego z pominięcia N_3 obliczamy

$$|k_{1u}| = \left|\frac{b^6 + c^6}{c^6 + a^6} = \frac{15^6 + 20^6}{20^6 + 10^6}\right| = 1,16$$

$$|k_1| = \left|\frac{b^2 + c^2}{c^2 - a^2} \; \frac{P_3 + N_3 + j\,N_3}{P_3 + N_3^2 + N_3^2}\right| =$$

$$= \left|\frac{75,4}{63} \cdot \frac{1,03 + 0,192 + j\,0,192}{1,03 + 0,192^2 + 0,192^2}\right| = 0,972$$

Stąd

$$\Delta = \frac{k_{1u} - k_1}{k_1} 100\% = \frac{1,16 - 0,972}{0,972} 100\% = 19,3\%$$

Rękopis złożono w redakcji w kwietniu 1968 r.

LITERATURA

[1] Fikus F.: Nagrzewnica indukcyjna częstotliwości sieciowej o dzielonym wzbudniku, Materiały III Krajowej Konferencji Elektrotermii, 1965 r.

[2] Fikus F.: Analiza pola magnetycznego i mocy w nagrzewnicy indukcyjnej z dzielonym wzbudnikiem, Praca doktorska (promotor: doc. dr inż. W. Paszek), Biblioteka Politechniki Śląskiej.

ОСНОВНАЯ И ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ИНДУКТОРЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВАТЕЛЯ

Р е з ю м е

В статье рассматривается пространственное распределение индукции в индукционно нагреваемой садке. Рассматривается влияние параметров индуктора, садки и питания. Общие рассмотрения дополняется примером. Сравнене индукции в особенных случаях.

Вывод: линейная нагрузка тока с перерывами более удобна чем непрерывная.

THE FIRST AND UPPER HARMONICS OF THE MAGNETIC FIELD IN THE CYLINDRICAL COIL WITH TRANSVERSE FLUX OF AN INDUCTION HEATER

S u m m a r y

In the report was described the induction space distribution in the charge, which is inductively heated.

The influence of the several parameters of the coil, charge and supply was put to analysis. The general Considerations are exemplified.

The induction is compared in the special characteristic cases. Conclusion: discontinuous specific electric loading is more profitable than continuous one.