Przenikanie powietrza

Każdy materiał budowlany jest w większym lub mniejszym stopniu przepuszczalny dla powietrza. Stopień tej przepuszczalności określa współczynnik przenikania powietrza (oznaczony przez „a”), który określa gęstość strumienia masy (lub objętości) powietrza, przenikającą przez materiał przegrody w warunkach jednostkowych, tzn. w określonej jednostce czasu i jednostkowej różnicy ciśnień panujących po obu stronach warstwy tego materiału. Proces przenikania powietrza przez materiał budowlany opisywano bardzo uproszczoną zależnością analogiczną do stosowanej przy opisie procesu przenikania ciepła:

$$G\,(\text{lub})\,m = \frac{a \times \Delta p}{\delta} = \frac{\Delta p}{R_{pp}}$$

gdzie m jest gęstością masową strumienia powietrza (kg/m^{2}s); Δp to różnica ciśnień (w Pa lub daPa), zaś a jest współczynnikiem przenikania ciepła (kg/ (m^2 s Pa).

Jak widać z powyższej zależności do opisu tego procesu wprowadzić można również pojęcie oporu przenikania powietrza R_{pp} w (m^{2}sPa)/kg

Rodzaj materiału (przegrody)	δ, cm	R_{pp} , $(m^2sPa)/kg$	a, kg/ (m^2sPa)
Beton (bez spoin)	10	70600×10^3	0,000000014
Papier gazetowy	-	$70,6 \times 10^3$	0,000014
Mur z cegły (1 cegła)	24	$60,6 \times 10^3$	0,0000165
Mur z boków żużlobetonowych	40	$45,9 \times 10^3$	0,000022
Tynk wapienny i gipsowy	2	60×10^3	0,000017
Pianobeton (autoklawizowany)	10	7050×10^3	0,0000164
Płyty z wełny mineralnej	5	$7,02 \times 10^3$	0,000127

Dane te mają jednak znaczenie jako tzw. pierwsze przybliżenie, głównie z uwagi na pominięcie faktu, że przenikanie powietrza odbywa się w zakresie ruchów przejściowych. Podstawową zależnością opisującą proces przenikania powietrza prze szczelinę lub niewielki otwór można wyrazić za pomocą równania:

$$G(\text{lub } V) = S\left(\left|\Delta p\right|\right)^{\alpha} \operatorname{sgn}\left(\Delta p\right)$$

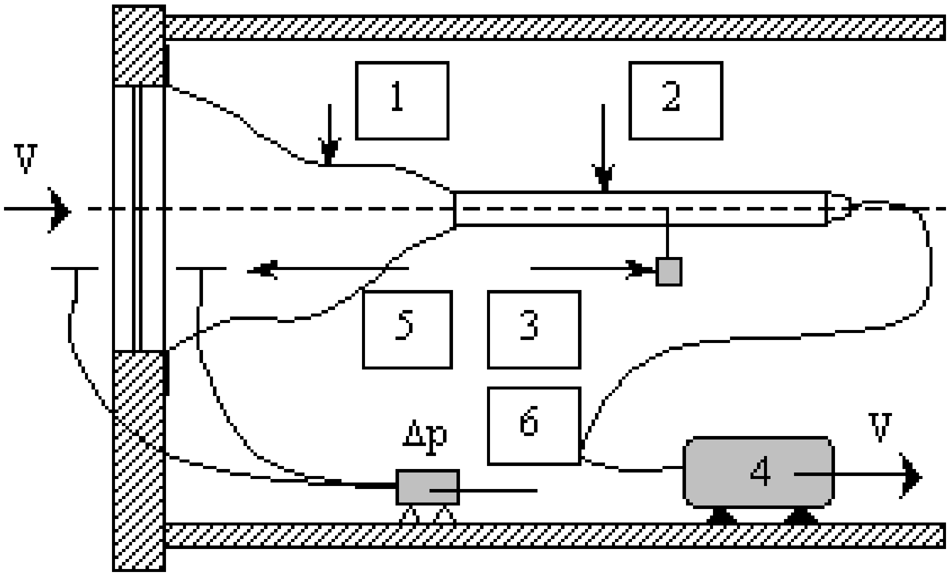
gdzie S i α są wartościami charakteryzującymi cechy geometryczne szczelin lub otworów oraz własności materiału z jakiego są one wykonane (ustalane na podstawie pomiarów - patrz poniższy schemat), zaś Δp to różnica ciśnień pomiędzy ciśnieniem zewnętrznym (p_e) a wewnętrznym (p_i)

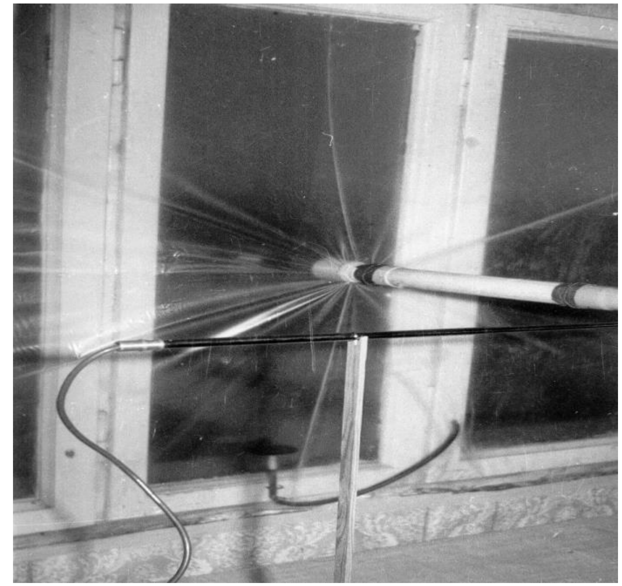
Współczynnik S nosi nazwę tzw. współczynnika szczelności elementu lub przegrody pełnej na przepływ powietrza. Jest on zwykle wyrażany w m^3 powietrza jakie przenika w czasie 1 h (lub 1 s)warunkach jednostkowej różnicy ciśnień (Δp = 1 daPa lub 1 Pa) przez 1 m długości szczeliny (w odniesieniu do np. stolarki budowlanej) lub przez powierzchnię 1m^2 pełnej przegrody. Jest iloczynem tzw. współczynnika przenikania powietrza a_L wyrażonego najczęściej w m^3/mh (także w kg/mh) lub a_A wyrażonego w m^3/m^2h (kg/m^2h)

Fakt przepuszczalności powietrza przez wszystkie materiały budowlane może zostać zilustrowany danymi zestawione w poniższej tabeli (uzyskanymi drogą pomiarów)

Rodzaj elementu	Opis elementu	a_L, m^3/m^2h (daPa)	a_A, m^3/mh (daPa)
Mur z cegły pełnej, jednostronnie otynkowanej	Grubość 64 cm	—	0,0064
Mur z cegły pełnej, dwustronnie otynkowanej	Jw.	—	0,0031
Warstwa wełny mineralnej	Grubość 10 cm	—	0,33
Warstwa styropianu	Grubość 10 cm	—	0,16
Okna drewniane, poj. szklone	1,25 × 1,65 m	0,4÷1,84	8,36 (dla a = 1,84)
Okna z tworzywa sztucznego	Jw.	0,03÷0,3	0,57 (dla a = 0,03)
Okna z tworzywa , z trzema warstwami szyb	1,65 × 1,65 m	0,014	0,035

Wyznaczanie charakterystyki przenikania powietrza przez szczeliny w przegrodach i oknach w budynkach istniejących (poniższe rysunki są przykładem takich pomiarów)



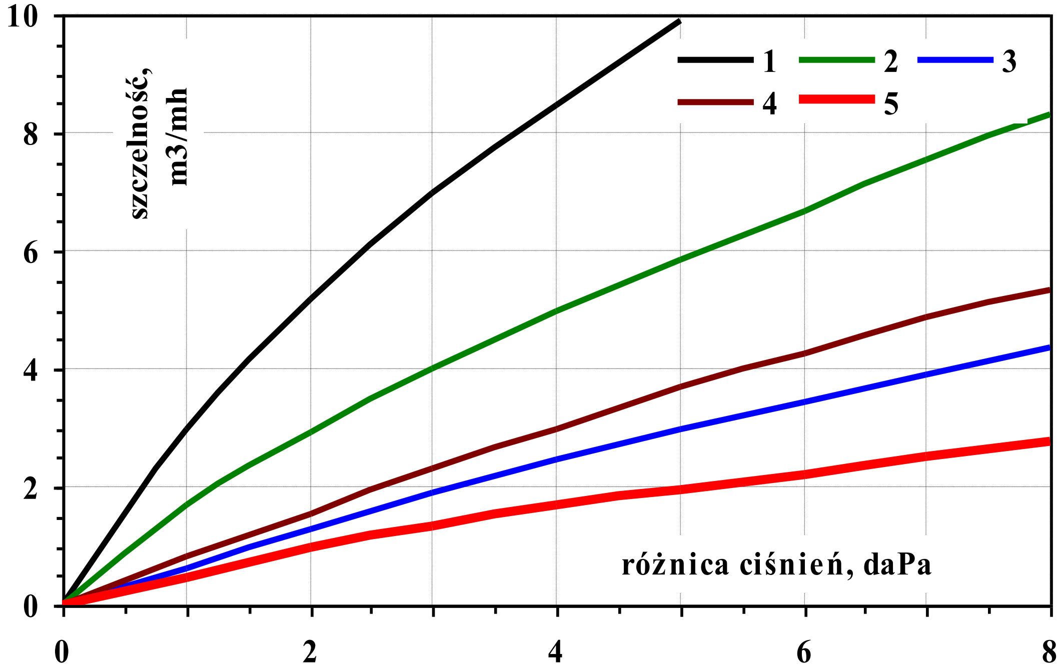


W konsekwencji pomiarów każdorazowo otrzymuje się odpowiadające sobie pary liczb (Δp_i , V_i), opracowanie których pozwala jednoznacznie określić współczynniki przenikania powietrza (a_L) oraz wykładniki potęgowe (α). Polega to na przedstawieniu drugiej z powyższych zależności w formie układu logarytmicznych równań tożsamościowych o dwóch niewiadomych(a_L i α) :

$$\sum_{i=1}^{k} \lg\left(a_L \times \Sigma l\right) + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{k} \lg\left(\Delta p\right) = \sum_{i=1}^{k} \lg\left(V_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{k} \lg\left(a_L \times \Sigma l\right) \times \lg\left(\Delta p_i\right) + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{k} \left[\lg\left(\Delta p_i\right)^2\right] = \sum_{i=1}^{k} \lg\left(V_i\right) \times \lg\left(\Delta p_i\right)$$

Przykładem tak uzyskanych wyników są dane zestawione na poniższym rysunku, obejmujące podstawowe typy nieszczelności występujących w przegrodach zewnętrznych budynków



1 - cała przegroda zewnętrzna, 2 - szczeliny w oknie (wzdłuż części otwieranych), 3 - szczeliny w miejscu połączenia stropu ze ścianą zewnętrzną, 4 - szczeliny w miejscu osadzenia okien w ścianie zewnętrznej, 5 - po wyeliminowaniu nieszczelności w przegrodach i założeniu w oknie metalowej taśmy uszczelniającej

Dla każdej szczeliny (o określonej geometrii) istnieje ścisły związek pomiędzy wykładnikiem potęgowym (α) a współczynnikiem przenikania powietrza (a), uzależniony od różnicy ciśnień wymuszającej to przenikanie. Związek ten dla szczelin okiennych można wyrazić zależnością:

$$\alpha \approx 1/ [2 - \exp(- 5a_L \times \Delta p)]$$

PROCESY JEDNOSTKOWE

Proces ruchu ciepła

Teoria przewodnictwa cieplnego (i wymiany ciepła)

Przepływ ciepła (jego wymiana) jest jedna z form przekazywania energii i występuje gdy istnieje różnica temperatur wewnątrz i na zewnątrz określonego układu (lub pomiędzy układami)

FORMY RUCHU CIEPŁA

Przewodzenie

Wymiana ciepła pomiędzy cząstkami układu w trakcie ich bezpośredniego styku; przekazywanie energii cząstkom wewnątrz ciała przy niezmiennym ich położeniu - w ciałach stałych lub przy drganiach siatek krystalicznych oraz zderzeniach cząstek - w płynach

Konwekcja

(Unoszenie). Przenoszenie energii przez poruszające się makroskopowe cząstki gazu (lub płynu) przy ich zetknięciu: konwekcja swobodna - wpływ różnicy gęstości i konwekcja wymuszona - wpływ zewnętrznego wymuszenia

Promieniowanie

Rozchodzenie się energii w postaci fali elektromagnetycznej; energia cieplna na powierzchni ciała promieniującego zamienia się na energię elektromagnetyczna promieniowania, która padając na powierzchnię drugiego ciała (odbiornika promieniowania) zamienia się na powrót ciepło

Wymiana ciepła zachodząca drogą jego przewodzenia

Rozwiązanie zadania przewodzenia ciepła polega na określeniu rozkładu temperatury w elementach przewodzących ciepło (czyli - na ustaleniu temperatur we wszystkich lub wskazanych punktach tego elementu). Temperatury te są podawane w przyjętym układzie współrzędnych w postaci funkcji:

$$\vartheta = f(x, y, z, t) \qquad \vartheta = f(r, t)$$

x, y, z - to współrzędne w prostokątnym układzie współrzędnych (częściej), r - jest wektorem określającym położenie punktu (rzadziej), t - to czas (τ)

Tak określone pole temperatur nazywamy *nieustalonym (niestacjonarnym)* w odróżnieniu do pola *ustalonego (stacjonarnego),* w przypadku którego temperatura w każdym punkcie danego elementu jest stała w czasie (lub zakładamy, że jest stała) i wtedy:

$$\vartheta = f(x, y, z) \qquad \vartheta = f(r)$$

Rozwiązywanie zadań przewodzenia ciepła dla potrzeb fizyki przegród budowlanych polega w większości przypadków na założeniu zmian wzdłuż jednej z osi.

$$\vartheta = f(x, t) \qquad \vartheta = f(x)$$

Podstawowe znaczenie dla ujęcia przewodzenia ciepła ma tzw. *prawo Fouriera*:

$$\dot{Q} = -\lambda \times A \times \mathrm{grad}\ \vartheta \qquad \dot{Q} = -\lambda \times A \times \frac{\partial \vartheta}{\partial n}$$

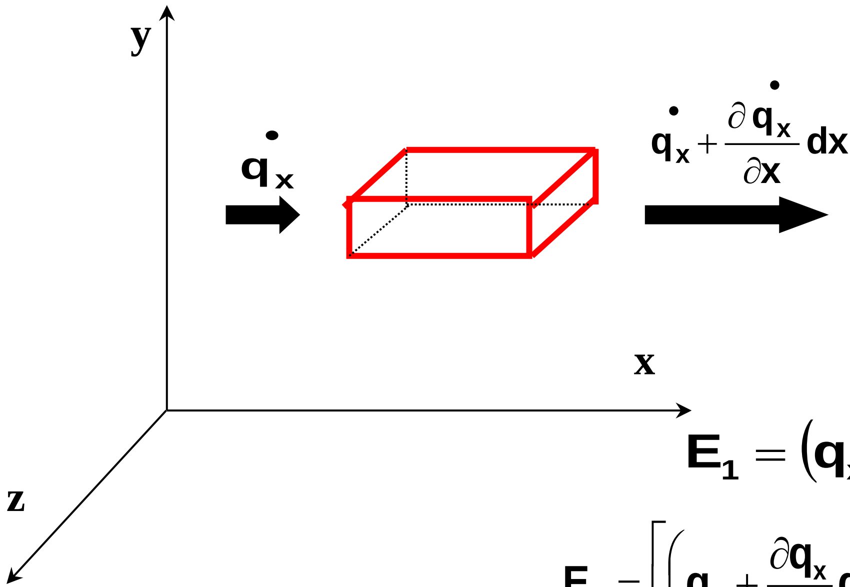
mówiące, że ilość ciepła przewodzona przez dany element jest wprost proporcjonalna powierzchni A i do gradientu temperatur (grad ⇒) w kierunku największego ich spadku, przy czym współczynnikiem proporcjonalności jest tzw. *współczynnik przewodzenia ciepła (λ)*. Współczynnik ten stanowi podstawową własność cieplną materiałów, zestawianą w normatywach projektowania budowli

Rodzaj substancji (ciała)	Współczynnik λ, W/(mK)
Gazy	0,005 ÷ 0,5 (wzrost z temperaturą)
Ciecze (z wyjątkiem rtęci i sodu)	0,08 ÷ 0,6
Ciała stałe (materiały budowlane)	0,05 (0,02) ÷2,5
Materiały izolacyjne	z reguły < 0,1
Metale	2 ÷ 360

Pole **temperatury w każdym elemencie budowlanym jest *polem skalarnym*, tzn. każdemu punktowi jest podporządkowany *skalar* (temperatura). *Strumień ciepła* będący wynikiem zróżnicowania tych temperatur jest *wektorem*. Z kolei *gradient temperatury* jest operacją matematyczną polegającą na tym, że w stosunku do dowolnego skalaru należy obliczyć pochodne cząstkowe w określonym kierunku, np.:**

$$\mathbf{grad}\,\vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{i} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{y}}\mathbf{j} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{k}$$

Dla bardzo małego wycinka ciała (o wymiarach dx, dy, dz) bilans energetyczny dla pojedynczej osi "x" (patrz poniższy rysunek)



Przyrost strumienia cieplnego

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} = -\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{x}} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \mathbf{x}^2}$$

Bilans energetyczny dla tego wycinka ciała ma postać $E_1 = E_2 + \Delta E$, przy czym

$$\mathbf{E_1} = \left(\mathbf{q_x dydz} + \mathbf{q_y dxdz} + \mathbf{q_z dxdy}\right)\mathbf{d}\tau + \mathbf{q}_\vartheta \mathbf{d}\vartheta \mathbf{d}\tau$$

$$E_2 = \left[\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx\right) dydz + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy\right) dxdz + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz\right) dxdy\right] d\tau$$

$$\Delta \mathbf{E_u} = \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{dxdydz} \times \mathbf{c_p d}\vartheta$$

Z takiego bilansu energetycznego otrzymujemy zależność:

$$q_V dV d\tau + 0 = \rho c_p d\vartheta dV + \frac{\partial q_x}{\partial x} dV d\tau + \frac{\partial q_y}{\partial y} dV d\tau + \frac{\partial q_z}{\partial z} dV d\tau$$

czyli $$q_V = \rho c_p \frac{d\vartheta}{d\tau} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}$$

przy czym $$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\lambda_x \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \lambda_y \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} - \lambda_z \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}$$

Ostatecznie $\longrightarrow$ $$q_V + \mathrm{div}(\lambda \,\mathrm{grad}\, \vartheta) = c_p \rho \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau}$$

gdzie div – divergencja, charakterystyczna cecha pola wektorowego, będąca iloczynem skalarnym operatora λ i danego wektora.

Przykładowo, dla ciał izotropowych (λ = idem):

$$q_V + \lambda \nabla^2 \vartheta = \rho c_p \frac{d\vartheta}{d\tau}$$

gdzie = div (grad) – operator różniczkowy Laplace′a (laplasjan)

Gdy nie występują wewnętrzne źródła ciepła (tzn. q_V = 0):

$$\nabla^2 \vartheta = \rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\lambda \partial \tau}$$

Przyjmując, że - $\lambda/(\rho c_p) = a$

a - współczynnik wyrównania temperatury (przewodzenia temperatury), otrzymamy podstawową zależność w postaci:

$$\nabla^2 \vartheta = \frac{1}{a} \times \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau}$$

a więc zależność opisującą proces nieustalonego (lub ustalonego) przewodzenia temperatury

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \nabla^2 \vartheta \qquad \text{lub} \qquad \nabla^2 \vartheta = 0$$

Warto podkreślić, że gdy nie występują wewnętrzne źródła ciepła mamy do czynienia z tzw. *wzorem Poissona*, który przyjmuje postać:

$$\nabla^2 \vartheta + \frac{q_v}{\lambda} = 0$$

W fizyce przegród budowlanych analizy często sprowadzane są do przypadków jednowymiarowych, które opisuje *wzór Laplace'a*:

$$\nabla^2 \vartheta = 0 \qquad \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = 0 \qquad \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0$$

W celu rozwiązania dowolnego zagadnienia z zakresu przewodnictwa cieplnego należy dysponować następującymi informacjami:

- ***Znać rozkład temperatury w chwili początkowej***
- ***Znać kształt geometryczny danego ciała (elementu)***
- ***Znać zakres wzajemnego oddziaływania cieplnego danego elementu i otoczenia***

Informacje te są niezbędne dla ustalenia obszaru, w którym rozpatrywane będzie przewodzenie i dla którego podany zostanie znany (?) warunek początkowy oraz warunki brzegowe.

WARUNEK POCZĄTKOWY → **Określa np. rozkład temperatury w chwili $\tau = 0$, czyli podana (znana) jest zależność**

$$\vartheta(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$$

WARUNKI BRZEGOWE

I – go rodzaju

Znany jest rozkład temperatury w dowolnej chwili na granicy badanego obszaru (A), tzn.:

$$\vartheta_A = f(\tau)$$

II – go rodzaju

Znana jest gęstość strumienia cieplnego na granicy obszaru w dowolnej chwili, tzn.:

$$\dot{q}_A(\tau) = f(\tau)$$

III – go rodzaju

Znana jest temperatura otoczenia (t_0) oraz zależność opisująca wymianę ciepła pomiędzy ciałem a otoczeniem, np.:

$$-\lambda(\text{grad}\,\vartheta)_A = \alpha(t_0 - t_A)$$

IV – go rodzaju

Występuje ciągłość temperatury i gęstości strumienia cieplnego na granicy obszarów (o różnych cechach cieplnych), tzn.:

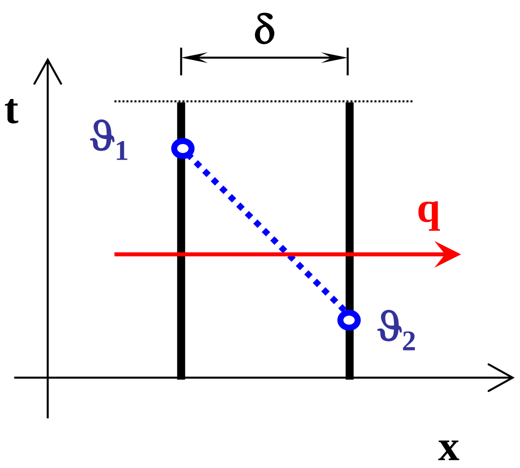
$$\vartheta_{1A}(\lambda) = \vartheta_{2A}(\lambda)$$

$$\lambda_1(\text{grad}\,\vartheta_1)_A = \lambda_2(\text{grad}\,\vartheta_2)_A$$

Najczęściej wykorzystywany jest warunek brzegowy III – go lub IV – go rodzaju

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

Przegroda jednowarstwowa



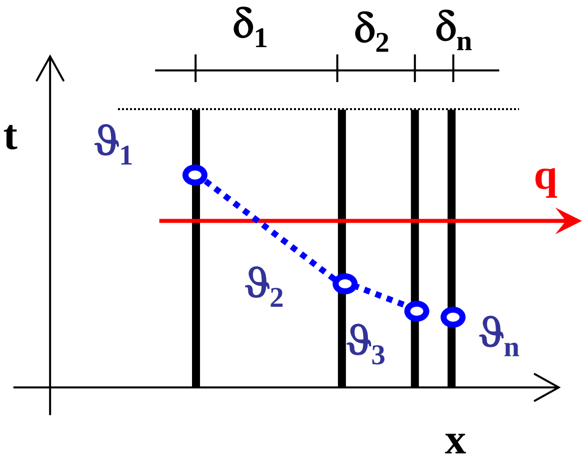
$$\int_{x=0}^{x=\delta} q\,dt = -\int_{t=\vartheta 1}^{t=\vartheta 2} \lambda\,dt$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\left(\vartheta 1 - \vartheta 2\right)$$

przy czym $R = \frac{\delta}{\lambda}$, **m**^{2}K/W

$$\Rightarrow \quad q = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R} = \frac{\Delta\vartheta}{R}$$

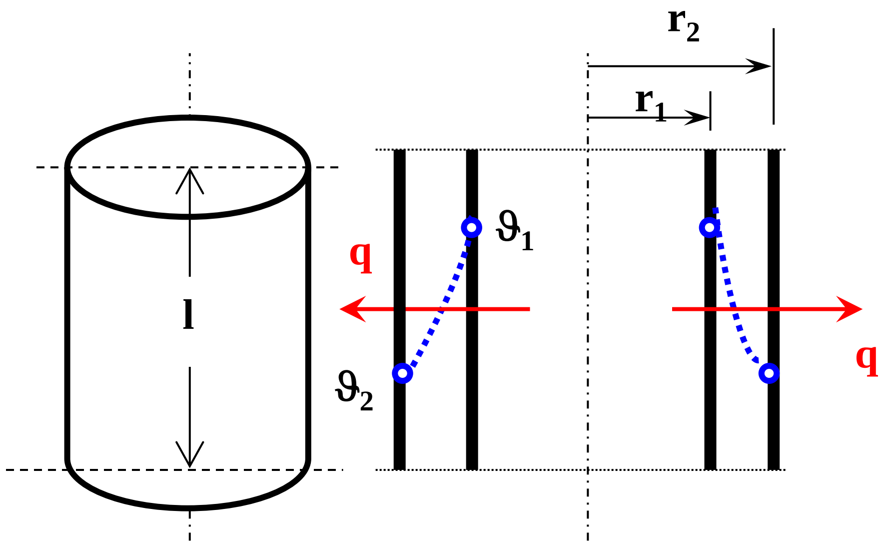
Przegroda wielowarstwowa



$$R = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_n}{R} = \frac{\Delta\vartheta}{R}$$

$$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_n}{R_n} = \frac{\Delta\vartheta}{R} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_n = \frac{R_n}{R}\left(\Delta\vartheta\right)$$

$A = 2\Pi rl$, λ = idem.



$$Q = -\lambda \times A \times \frac{d\vartheta}{dr} \Rightarrow Q = -\lambda \times 2\pi rl \times \frac{d\vartheta}{dr}$$

$$d\vartheta = -\frac{Q}{2\pi l\lambda} \times \frac{dr}{r} \Rightarrow \vartheta = -\frac{Q}{2\pi l\lambda} \times \ln r + C$$

Równanie krzywej „wygiętej" w dół, warunki brzegowe: dla $r_1 \rightarrow \vartheta = \vartheta_1$; dla $r_2 \rightarrow \vartheta = \vartheta_2$.

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{Q}{2\pi l\lambda} \ln \frac{r_1}{r_2} \longrightarrow Q = 2\pi l \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R_r}$$

gdzie R_r to opór cieplny przegrody (ścianki) rurowej

$$R_r = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda}$$

Często stosuje się uproszczenie i wprowadza tzw. średni promień logarytmiczny (ma to miejsce głównie dla cienkich rur).

$$r_m = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \longrightarrow R_r = \frac{r_2 - r_1}{\lambda \times r_m} = \frac{\delta r}{\lambda \times r_m}$$