Wymiana ciepła zachodząca drogą konwekcji

Wymiana ta zachodzi drogą wzajemnego przekazywania ciepła przez poruszające się cząstki płynu (gazu lub cieczy) ciałom stałym (można ją więc nazwać mechanicznym przekazywaniem ciepła). Dla konwekcji istotne znaczenie mają następujące pojęcia i własności płynów:

- **warunki powstawania ruchu (konwekcja swobodna, wymuszona)**
- **charakter ruchu płynu (laminarny, przejściowy, burzliwy), ponieważ wymiana ciepła w zależności od tego ruchu odbywa się w sposób odmienny**
- **gęstość płynu: , $\rho = G/V$, kG/m^3**
- **lepkość płynu: ,** $\tau = -\eta \frac{dw}{dn}$

przy czym η to współczynnik lepkości dynamicznej

zaś ν, to współczynnik lepkości kinematycznej

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\eta\mu}{\rho}$$

Współczynnik lepkości dynamicznej (η) mało zależy od temperatury, natomiast współczynnik lepkości kinematycznej zależy od niej mocno, np.: rośnie wraz z temperaturą - dla gazów oraz maleje ze wzrostem temperatury - dla cieczy

Proces wymiany ciepła drogą konwekcji charakteryzowany jest zależnością noszącą nazwę *wzoru Newtona*, podawanego w postaci:

$$\dot{Q} = \alpha_K A(t_1 - \vartheta_1)$$

gdzie t_1 jest temperaturą płynu; ϑ_1 to temperatura powierzchniowa przegrody (lub ścianki przewodu); A jest jej powierzchnią, zaś α_K to tzw. współczynnik konwekcji [W/(m^{2}K)]

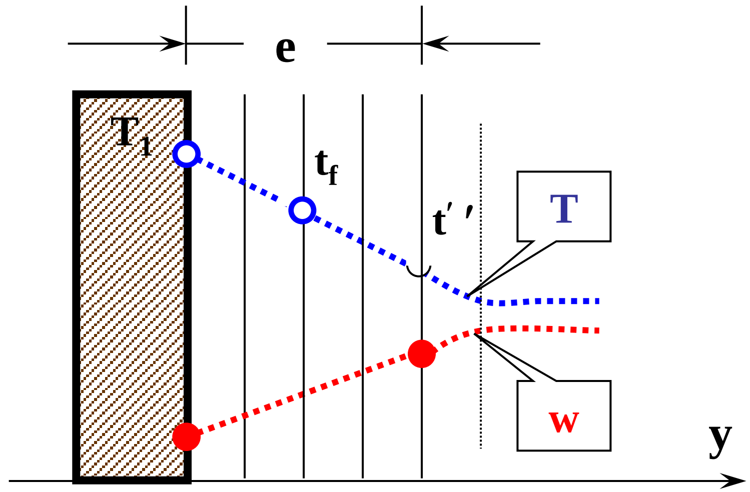
Dla opisu tego rodzaju wymiany ciepła podstawowe znaczenie ma zatem dysponowanie wartościami współczynników konwekcji α_K (lub przejmowania ciepła) w tzw. warstwach „przyściennych" płynów (np. powietrza przy przegrodach budowlanych). Uzyskanie wartości tych współczynników jest operacją bardzo skomplikowaną i wymaga z reguły jednoczesnego rozwiązania dużej ilości równań (ich układów) wymiany cieplnej i hydromechaniki płynów odnoszących się do konkretnego przypadku wymiany ciepła. Z drogi tej korzysta się rzadko, a w praktyce stosuje się z uproszczeń polegających na wykorzystaniu tzw. *kryteriów (bezwymiarowych liczb podobieństwa)*, stanowiących opis zależności szeregu wielkości fizycznych charakterystycznych dla konwekcyjnej wymiany ciepła. Podejście takie jest niezbędne z uwagi na każdorazową konieczność stosowania eksperymentów przy wyznaczeniu wartości współczynnika konwekcji

Z uwagi na złożoną postać równań matematycznych opisujących wymianę ciepła drogą konwekcji, wyniki eksperymentów należy uogólniać. Najprostszym przykładem jest tutaj mechanizm konwekcji ciepła wzdłuż pionowej przegrody:

$$\dot{Q} = -\lambda A \left(\frac{dt}{dy}\right)_{y=0} = A \frac{T_1 - t'}{\frac{e}{\lambda}}$$

$$\alpha = -(\lambda/\Delta t)(dt/dy)_{y=0} = -\frac{\lambda}{e}\left(\frac{T_1 - t'}{T_1 - t}\right)$$

$$t_f = 0{,}5(T_1 + t' \approx 0{,}5(T_1 + t)$$



W powyższej zależności wyrażenie

$$-\frac{\lambda}{e}\left(\frac{T_1 - t'}{T_1 - t}\right)$$

uzyskane może być jedynie drogą eksperymentów. A zatem, wyniki tych eksperymentów muszą być uogólniane za pomocą _metod podobieństwa_.

W oparciu o różniczkowe równania ruchu płynu i ruchu ciepła ustala się pewne, bezwymiarowe wielkości (tzw. liczby kryterialne lub kryteria podobieństwa – K_i). Niezbędna jest więc znajomość podstawowych twierdzeń z zakresu _teorii podobieństwa_, ogólnie mówiącej o tym, że różne zjawiska fizyczne są opisywane podobnymi równaniami

• ***Twierdzenie Newtona*** **– zjawiska podobne maja jednakowe liczby podobieństwa, np. jeżeli zjawisko 1 ma liczbę charakterystyczną φ_1, a zjawisko 2 – liczbę φ_2 – to również charakterystyczna jest dla nich tzw. stała podobieństwa $C_\varphi = \varphi_1/\varphi_2$.**

•***Twierdzenie Buckhighama*** **– jeżeli wyniki jakiegokolwiek eksperymentu (doświadczenia) wyrażone są za pomocą uogólnionej zależności – liczb podobieństwa, to zależność ta jest słuszna dla wszystkich zjawisk podobnych (lub mówiąc inaczej – całka równania różniczkowego, a więc jego rozwiązanie – można przedstawić jako funkcję w postaci:**

$$f(K_1, K_2, K_3, \ldots\ldots) = 0$$

Liczby podobieństwa (liczby kryterialne)

Podobieństwo hydromechaniczne **– wynika z równania ciągłości (*równania Naviera-Stokes'a*) opisującego przepływ płynu lepkiego:**

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Równanie to dla elementarnego *sześcianu* cieczy lepkiej (o wymiarach dx, dy i dz) przyjmuje postać np.:

$$-\frac{1}{\gamma}\times\frac{\partial P}{\partial x}+\upsilon\times\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+g_w=w\times\frac{\partial w}{\partial x}$$

Stosując do tego równania teorię podobieństwa (tzn. zakładając, że opisuje ono dwa podobne zjawiska), dojść można do następujących warunków podobieństwa:

$$\frac{C_P}{C_\gamma\times C_l}=\frac{C_\upsilon\times C_w}{C_l^{\,2}}=C_g=\frac{C_w^{\,2}}{C_l}$$

Porównując kolejno poszczególne stosunki podobieństwa, otrzymujemy:

$$\frac{C_\upsilon\times C_w}{C_l^{\,2}}=\frac{C_w^{\,2}}{C_l}\Rightarrow\frac{C_w\times C_l}{C_\upsilon}=1 \quad\Longrightarrow\quad \frac{w\times l}{\vartheta}=\mathrm{idem}\Rightarrow \mathrm{Re}=\frac{w\times l}{\vartheta}$$

$$\frac{C_P}{C_\gamma\times C_l}=\frac{C_w^{\,2}}{C_l}\Rightarrow\frac{\Delta p}{\gamma\times w^2}=\mathrm{idem}\Rightarrow \mathrm{Eu}=\frac{\Delta p}{\upsilon\times w^2}$$

$$C_g=\frac{C_w^{\,2}}{C_l}=\frac{C_g\times C_l}{C_w^{\,2}}=1\Rightarrow\frac{g\times l}{w^2}=\mathrm{idem}\Rightarrow \mathrm{Fr}=\frac{g\times l}{w^2}$$

Często korzysta się z iloczynów powyższych kryteriów podobieństwa

$$\mathbf{Fr} \times \mathbf{Re}^2 = \frac{\mathbf{g} \times \mathbf{l}^3}{\upsilon^2} \Rightarrow \mathbf{Ga}$$ ⇨ **liczba Galileusza**

$$\mathbf{Ga} \times \frac{\gamma - \gamma_o}{\gamma} = \mathbf{Ar}$$ ⇨ **liczba Archimedesa (stosowana w hydromechanice)**

Dla gazów (przy izobarze – spowodowane Δt) otrzymujemy:

$$\frac{\gamma - \gamma_o}{\gamma} = \beta \times \Delta \mathbf{t}$$

$$\frac{\mathbf{g} \times \mathbf{l}^3}{\upsilon^2} \times \beta \times \Delta \mathbf{t} = \mathbf{Gr}$$ ⇨ **liczba Graskoffa (używana do opisu konwekcji swobodnej)**

Podobieństwo cieplne **– wynika z równań wymiany powietrza, przykładowo:**

$$\alpha \times \Delta \mathbf{t} = -\lambda \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \mathbf{y}}$$

i równania przewodnictwa dla przepływającej cieczy (z pominięciem wewnętrznych źródeł):

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \mathbf{w}_x \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{a}\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \mathbf{y}^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \mathbf{z}^2} \right)$$

Stosując teorię podobieństwa otrzymujemy:

$$\frac{C_a \times C_\tau}{C_l^{\,2}} = 1 \Rightarrow Fo = \frac{a \times \tau}{l^2}$$ ⇨ **liczba Fouriera (nieustalony ruch ciepła)**

$$\frac{C_w \times C_\vartheta}{C_l} = \frac{C_a \times C_\vartheta}{C_l^{\,2}} \Rightarrow \frac{C_w \times C_l}{C_a} = 1 \Rightarrow Pe = \frac{w \times l}{a}$$ ⇨ **liczba Pecklete′a**

$$\frac{C_\alpha \times C_l}{C_\lambda} = 1 \Rightarrow Nu = \frac{\alpha \times l}{\lambda}$$ ⇨ **liczba Nusselta**

Z powyższego wynika, że:

$$\frac{wl}{a} \times \frac{\upsilon}{\upsilon} = \frac{wl}{\upsilon} \times \frac{\upsilon}{a} = Re \times Pr$$ ⇨ **(liczba Prandtla Pr = ν/a), a więc Pe = Re × Pr**

Z podobieństwa cieplnego wynika, że Nu = f(Fo,Pe) = f′(Fo, Pe,Pr)

Z podobieństwa hydromechanicznego ⇒ Nu = φ(Fo, Pe, Re, Gr) = φ′(Fo, Re, Gr, Pr)

Dla ruchu ustalonego ⇒ odpada liczba Fouriera

Dla konwekcji swobodnej (mały wpływ Re) ⇒ Nu = φ(Gr, Pr)

Dla konwekcji wymuszonej (mały wpływ Gr) ⇒ Nu = f(Re, Pr)

O podobieństwie hydromechanicznym mówi liczba Reynoldsa

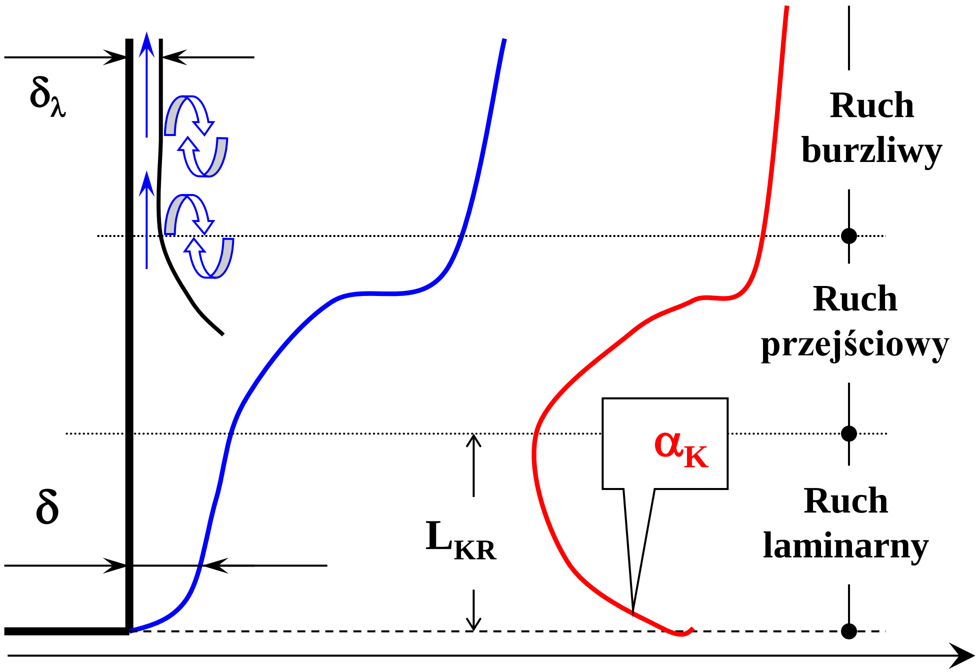
Do pożądanych w konwekcyjnej wymianie ciepła (współczynniki konwekcji) opisów funkcyjnych w postaci np. $\alpha = f(w, c_p, \rho, \lambda, \nu, l, ...)$ dochodzi się drogą analizy wymiarowej, za pomocą której uzyskać można zależności w postaci np.: $\alpha = \Sigma C_i \times w^a \times c^b \times \rho^d \times \lambda^e \times l^f,....)$.

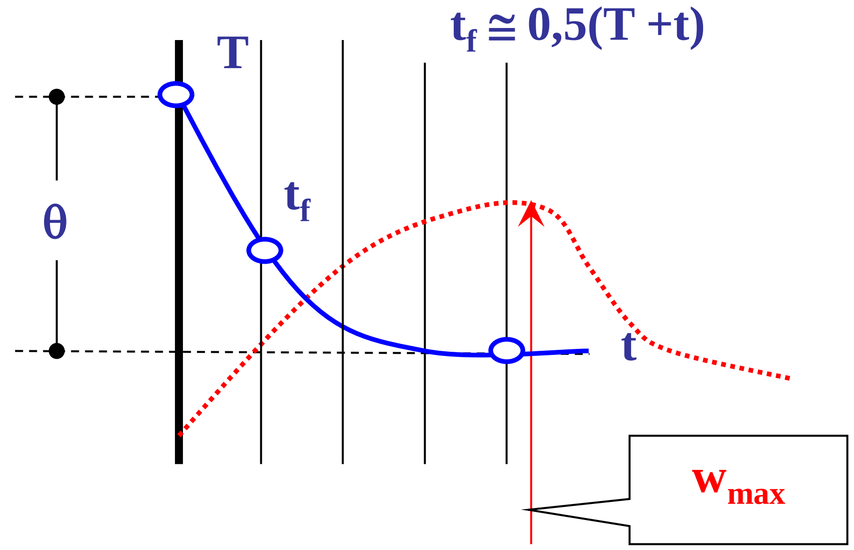
Wykorzystując tą metodę należy pamiętać, że wymiary po obu stronach tej zależności są identyczne, co prowadzi z reguły do uzyskania w omawianym przypadku zależności podstawowej w postaci: $Nu = C (Re)^A (Pr)^B$.

Konwekcja naturalna (swobodna)

Występuje w bezpośredniej bliskości nagrzanych (lub ochłodzonych) powierzchni i jest pionowym ruchem płynu wzdłuż wysokości tych powierzchni: jeżeli powierzchnia jest ogrzana, to ogrzewa się również płyn i unosi ku górze, zaś **przy powierzchni ochłodzonej, ruch płynu jest odwrotny**

Konwekcja swobodna uzależniona jest zatem od temperatur płynu (jego gęstości) wzdłuż wysokości przegród. Klasycznym przypadkiem tego rodzaju wymiany powietrza jest przepływ powietrza wzdłuż pionowej powierzchni (patrz poniższy rysunek)





δ_λ - grubość przyściennej warstwy laminarnej (w ruchu burzliwym), δ - grubość całkowita warstwy przyściennej, α_K – współczynnik konwekcji, l = h – wysokość przegrody.

Intensywność strumienia swobodnej konwekcji (przy dowolnym kształcie powierzchni i dowolnym środowisku) określa więc w uogólnionej postaci: liczba Grashofa lub iloczyn liczby Grashofa i Prandtla, czyli:

$$Nu = C(Gr \times Pr)^A \Longrightarrow \frac{\alpha_K \times l}{\lambda} = C\left(\frac{\beta g l^3 \Delta t}{\upsilon^2} \times \frac{\upsilon}{a}\right)^A$$

Przyjmując, że

- **ruch laminarny jest określony warunkiem $(Gr \times Pr)_{KR} = 2 \times 10^7$, można obliczyć długość warstwy powietrza poruszającego się ruchem laminarnym (l_{KR}).**
- **ruch burzliwy określa warunek $2 \times 10^7 < (Gr \times Pr) < 10^{13}$, wtedy $Nu = 0,135 (Gr \times Pr)^{0,33}$**

Przykład: $\Delta t = 5$ K; $t = +20^0$C; $\nu = 15,06 \times 10^{-6}$; $10^2 a = 7,71$; $10^2 \lambda = 2,59$; $\rho = 1,205$ otrzymujemy $\Rightarrow l_{KR} = 0,58 (\Delta t)^{0,33} = 0,34$ m, co jest bardzo małą wartością (pomijalną)

Można więc przyjąć, że po stronie wewnętrznej przegrody budowlanej występuje na całej jej wysokości ruch burzliwy, zaś współczynnik konwekcji (α_K) określi zależność:

$$\alpha_K = \frac{0,135\left(\frac{\beta g l^3 \Delta t}{2} \times \frac{\upsilon}{a}\right)}{l} \Longrightarrow \alpha_K = 1,66(\Delta t)^{0,33}$$

Zakres $(Gr \times Pr)$	C	A
$< 10^{-2}$	0,5	0
$10^{-2} \div 5 \times 10^2$	1,18	1/8
$5 \times 10^2 \div 2 \times 10^7$	0,54	0,25
Dla $A = 0,33 \Rightarrow \alpha_K$ nie zależy od wymiaru liniowego		