

Równoczesna wymiana ciepła przez konwekcję i promieniowanie

W warunkach rzeczywistych wymiana ciepła droga konwekcji i promieniowania najczęściej zachodzi równocześnie. Zakłada się zatem z reguły, że gęstość strumienia cieplnego równa jest sumie gęstości strumieni konwekcyjnych i promieniujących, czyli

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r = \alpha_k (t_i - \vartheta_i) + \sum_j \epsilon_{1-j} c_0 \Phi_{1-j} (t_i - \vartheta_i)$$

Ostatecznie, przy rozważaniu jednej przegrody zewnętrznej i jednakowej emisyjności i temperaturze powierzchni wszystkich pozostałych przegród (np. wewnętrznych) uzyskujemy prosty i najczęściej stosowany zapis matematyczny równoczesnej wymiany ciepła przez konwekcje i promieniowanie:

$$\mathbf{q} = (\alpha_k + \alpha_r)(t_i - \vartheta_i) = \alpha(t_i - \vartheta_i)$$

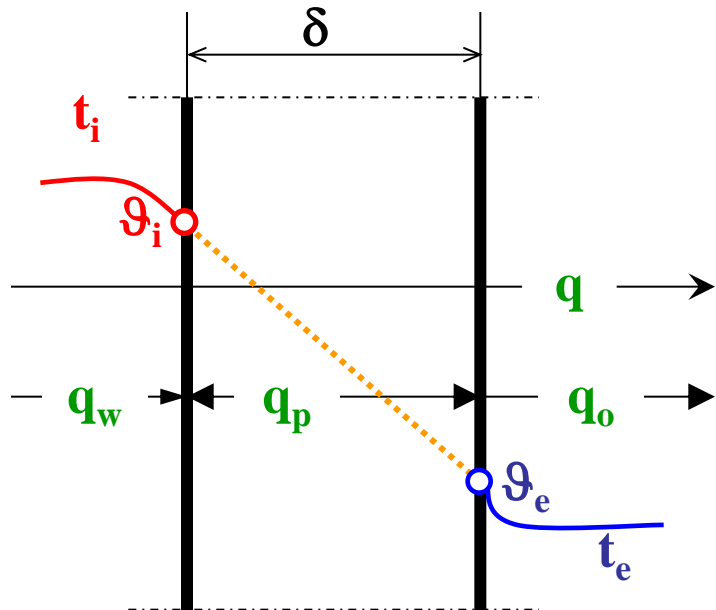
Współczynniki przejmowania ciepła " α " są zestawiane w normatywach projektowania

Rodzaj przegrody	Współczynniki przejmowania ciepła, α, W/(m²K)	
	wewnętrzne, α_i	zewewnętrzne, α_e
Przegroda zewnętrzna stykającą się z powietrzem zewnętrznym: ściana, okna, drzwi	8,33 8,33	20,00 20,00
stropodach, dach, taras, przepływ ciepła z dołu do góry strop nad loggią (i przejazdem), nad przestrzenią podłogowa połączoną z powietrzem zewnętrznym, przepływie ciepła z góry do dołu	5,88	20,00
Przegrody wewnętrzne (przestrzenie zamknięte): ściana, okno, drzwi	8,33	8,33
strop między piętrami, przepływ ciepła z dołu do góry	8,33	8,33
strop między piętrami, przepływ ciepła z góry do dołu	5,88	5,88
strop wentylowany (przepływ ciepła z dołu do góry)	8,33	11,11
stropodach z warstwą powietrza o grubości 20 cm lub więcej		
Przegrody stykające się z gruntem: ściana	8,33	-
podłoga	5,88	-

Równoczesna wymiana ciepła przez przewodzenie i konwekcję

W praktyce fizyki przegród budowlanych zachodzi jednoczesna wymiana ciepła drogą jego przewodzenia (przez materiał przegrody) i przejmowanie ciepła drogą konwekcji oraz promieniowania (przez powierzchnie tych przegród); podstawowe znaczenie dla opisu tego procesu ma **równanie Pecklete'a**

Dla przegrody pionowej o jednolitym przekroju mamy do czynienia z **jednokierunkowym ruchem strumienia cieplnego** (rysunek poniżej)



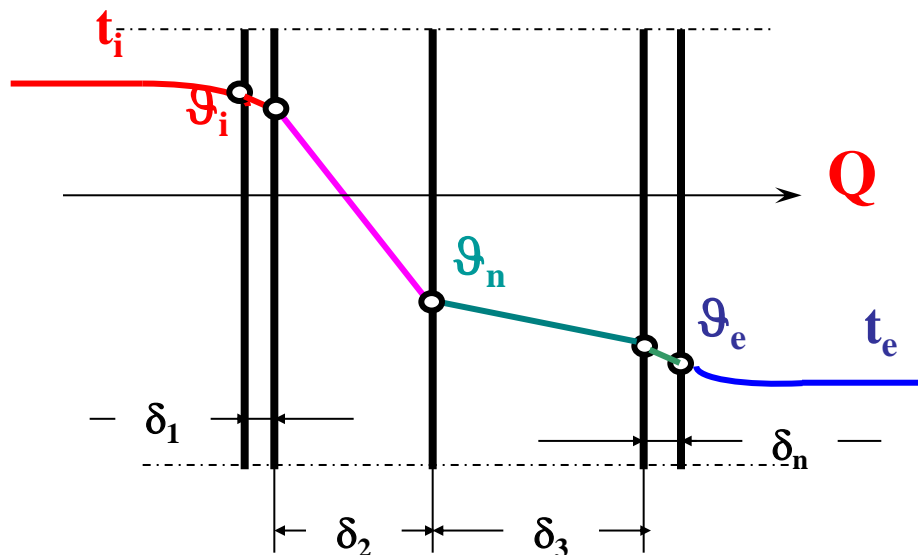
W stanie ustalonym $q_w = q_p = q_o$, a więc

$$\alpha_i (t_i - \vartheta_i) = -\frac{\lambda}{\delta} (\vartheta_i - \vartheta_e) = \alpha_e (\vartheta_e - t_e)$$

$$t_i - t_e = q \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e} \right) \Rightarrow \dot{Q} = A \times U \times (t_i - t_e)$$

$$U = \frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_e} = \frac{1}{(1/\alpha_i) + (\delta/\lambda) + (1/\alpha_e)}$$

Identyczny wywód można wykonać dla przegrody wielowarstwowej, a więc uzyskujemy zależność ogólną w postaci:



$$\dot{Q} = UA(t_i - t_e)$$

gdzie, współczynnik przenikania ciepła (U) jest podobnie jak powyżej odwrotnością całkowitego oporu cieplnego, który wynosi:

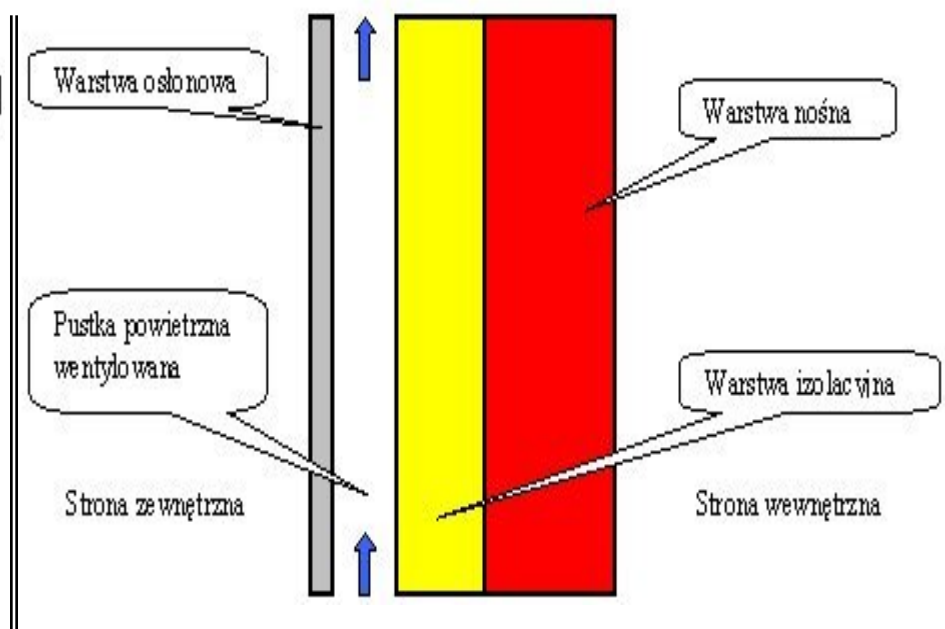
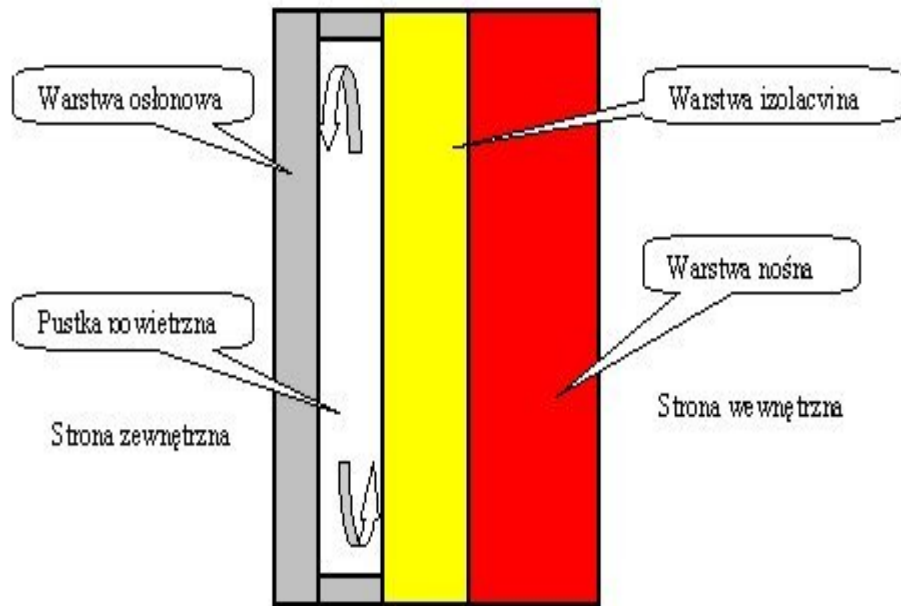
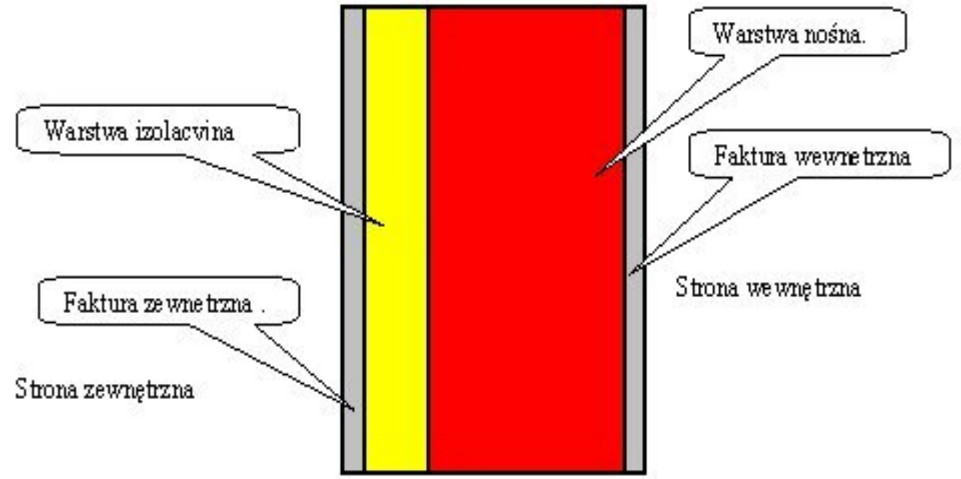
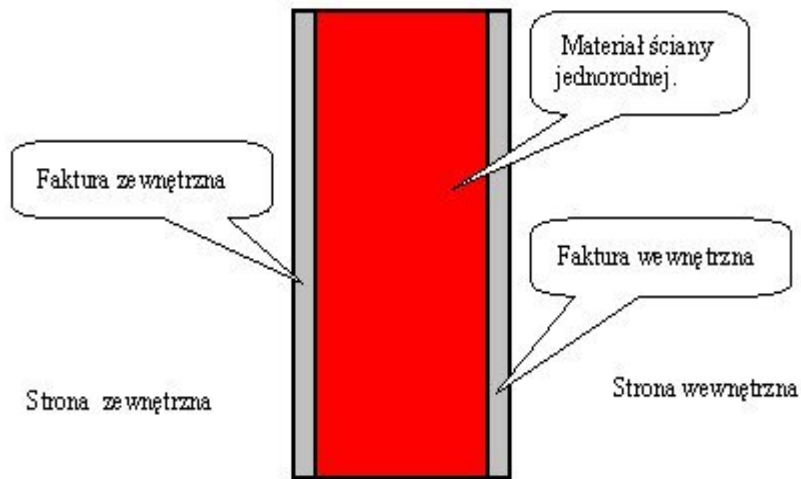
$$R_c = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_n \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_e}$$

Warto podkreślić, że wykorzystując proporcjonalność zmian temperatur i oporów cieplnych, określić możemy rozkład temperatur na granicach poszczególnych warstw w przegrodzie

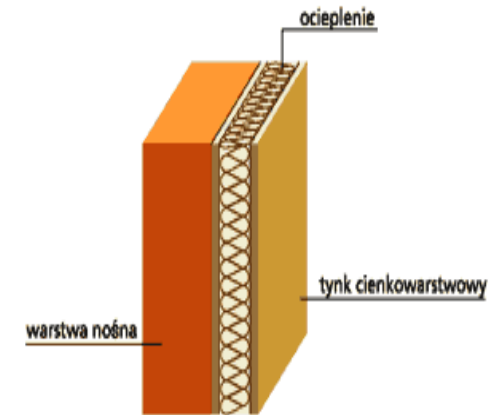
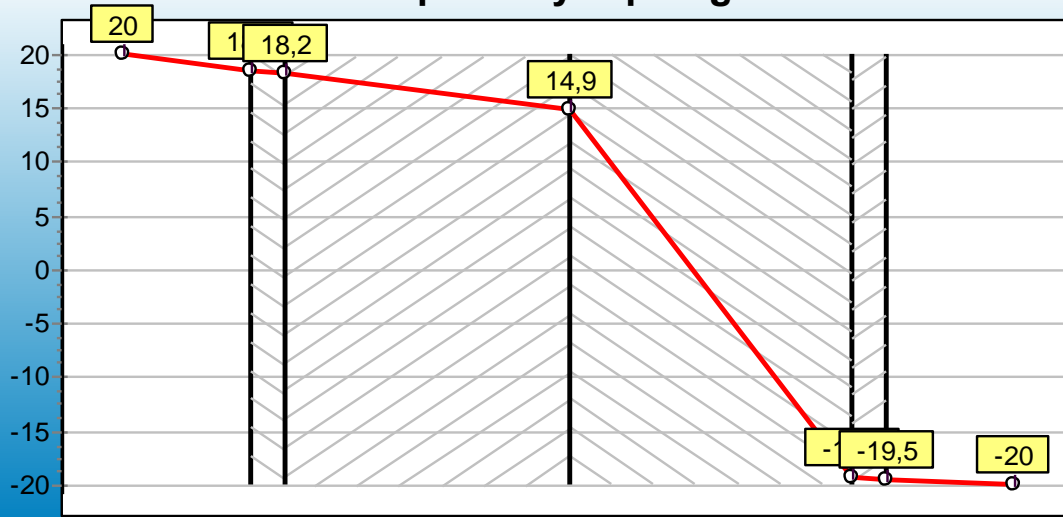
Do tego celu służy tzw. *prawo spadku temperatur*, mówiące że stosunek całkowitego spadku temperatur na przegrodzie (równy $t_i - t_e$) do całkowitego oporu cieplnego (tzn. R_c) jest równy stosunkowi interesującej nas różnicy temperatur (np. $t_i - \vartheta_n$) do odpowiadającego mu oporu cieplnego (tzn. R_n):

$$\frac{t_i - t_e}{R_c} = \frac{t_i - \vartheta_n}{R_n} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_n = t_i - \frac{R_n}{R_c} (t_i - t_e)$$

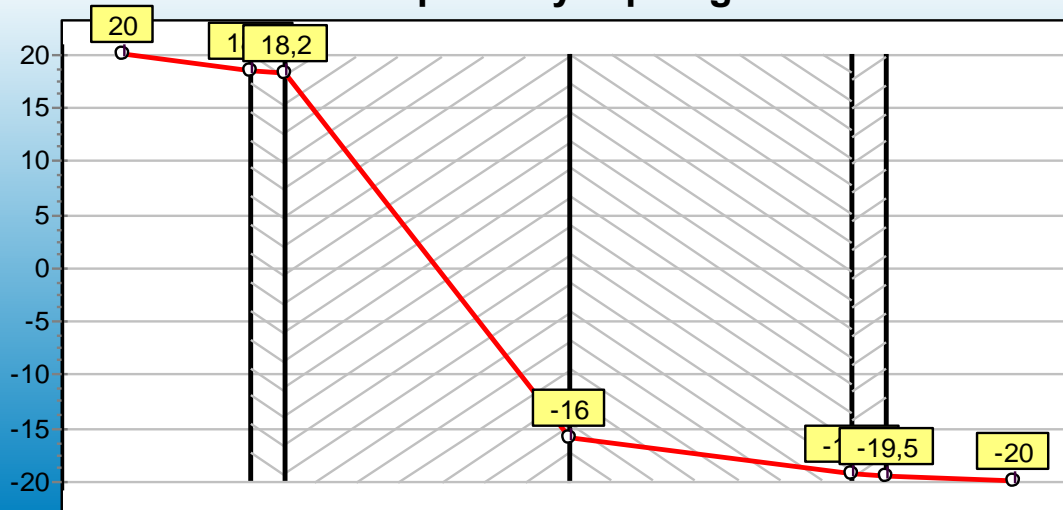
Podstawowe rodzaje przegród



Rozkład temperatury w przegrodzie



Rozkład temperatury w przegrodzie



$$U = 0,324 \text{ W/m}^2\text{K}$$

W rzeczywistych konstrukcjach współczesnych budynków, a w szczególności w ich płytach ściennych, nie udaje się wydzielić powierzchni, w zakresie której występowałoby jednowymiarowe pole temperatur. Konstrukcje przegród składają się z elementów dobrze przewodzących ciepło, takich jak żebra płyt ściennych, obramowania otworów okiennych, wewnętrzne i zewnętrzne elementy wystające poza linię przegrody oraz elementy przylegające do przegród wewnętrznych, co powoduje występowanie złożonych dwu- i trójwymiarowych pól temperatur. *Dwuwymiarowe pole temperatur, którego analiza często okazuje się wystarczająca do rozwiązania zadań wchodzących w zakres fizyki konstrukcji budowlanych, opisuje się następującym równaniem różniczkowym*

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x, y) \frac{\partial t}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda(x, y) \frac{\partial t}{\partial y} \right] = 0$$

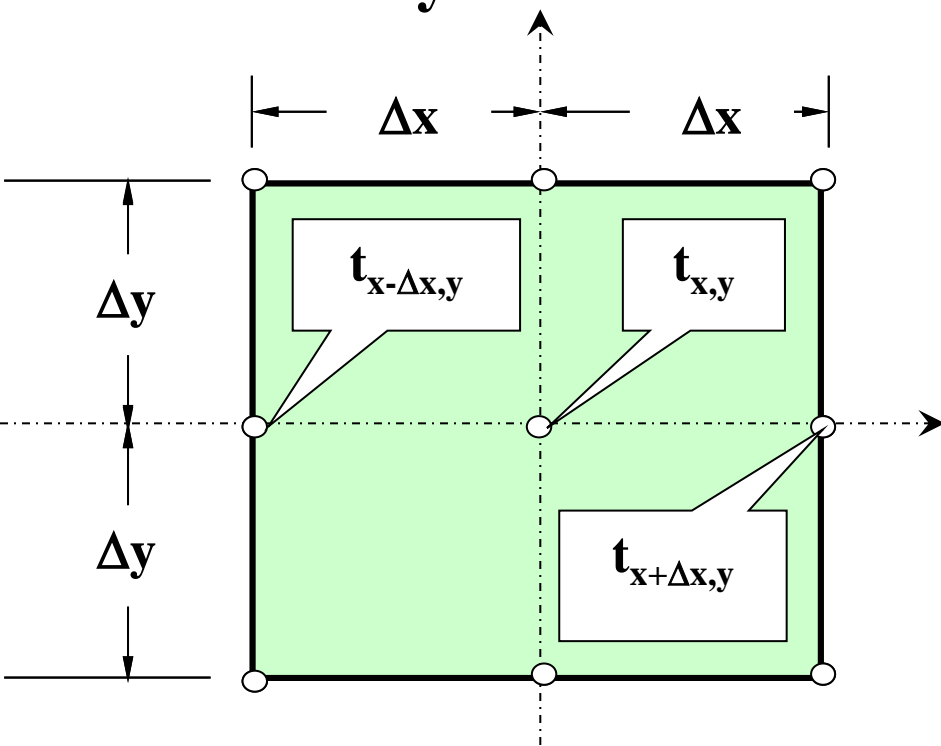
Rozwiązanie tego równania jest o wiele trudniejsze niż równania jednowymiarowego pola temperatur. W tym przypadku metody analityczne mogą być stosowane do rozwiązywania ograniczonej liczby zadań

Dwukierunkowe przenikanie strumienia ciepłego

Pole temperatur w takich elementach przyjmuje się zwykle jako płaskie (niezbędne uproszczenie z uwagi na skomplikowany charakter trzykierunkowego przepływu strumienia ciepła), co oznacza z reguły, że zmieniają się temperatury wzdłuż osi "x" i "y", a są stałe dla osi "z"

W celu teoretycznego wyznaczenia rozkładu temperatur w miejscach dwukierunkowego przepływu strumienia ciepła stosuje się *równanie Laplace'a* oraz metodę różnic skończonych. W równaniu tym ($\nabla^2 t = 0$) zastępuje się w tym przypadku drugie pochodne cząstkowe różnicami skończonymi, co powoduje, że równanie to przyjmuje postać ogólną:

$$\frac{\Delta^2 t}{\Delta x^2} + \frac{\Delta^2 t}{\Delta y^2} = 0$$



Na przekrój badanego elementu nanosi się siatkę podziałową, kwadratową (rzadziej prostokątną), tak aby jej linie przebiegały w kierunkach równoległych i prostopadłych do kierunku przepływu strumienia ciepła

Dla każdego węzła siatki ustala się równanie wyrażające zależność temperatury od temperatur w węzłach sąsiednich

W konsekwencji przekształceń równanie to można zapisać w postaci:

$$\frac{t(x + \Delta x, y) + t(x - \Delta x, y) - 2t(x, y)}{\Delta x^2} + \frac{t(x, y + \Delta y) + t(x, y - \Delta y) - 2t(x, y)}{\Delta y^2} = 0$$

a więc dla punktów o współrzędnych (x,y) otrzymujemy:

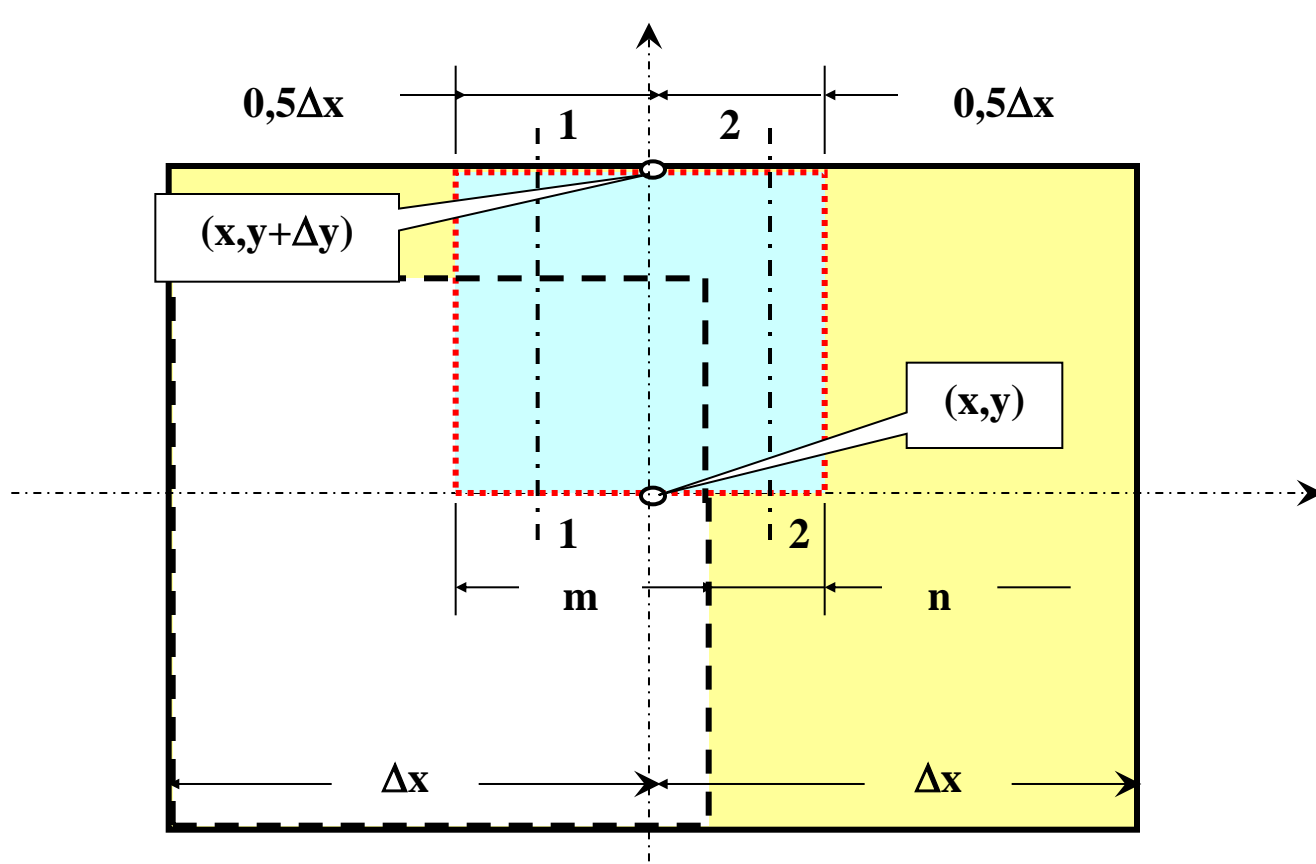
$$t(x, y) = \frac{t(x + \Delta x, y) + t(x - \Delta x, y) + t(x, y + \Delta y) + t(x, y - \Delta y)}{4}$$

co oznacza, że temperatura w dowolnym węźle siatki jest równa średniej arytmetycznej temperatur w czterech węzłach sąsiednich.

Kłopot sprawia przypadek **niejednorodnego pola temperatur** w przegrodzie, tzn. jeżeli przegroda ta składa się z materiałów o różnych współczynnikach przewodzenia ciepła.

W takim przypadku musimy sporządzić bilans ciepła dla punktu (x,y). Z punktu tego odpływa (lub dopływa) ciepło do czterech sąsiednich punktów (patrz rysunek poniżej)

Ilości tego ciepła zależą od różnicy temperatur i współczynnika przenikania ciepła obliczonego jak dla jednokierunkowego przepływu ciepła



Dla przykładu zamieszczonego na rysunku wymiana ciepła pomiędzy punktami (x,y) oraz $(x, y+\Delta y)$ odbywa się poprzez zaznaczony kwadrat, dla którego charakterystyczne są dwa przekroje, zaznaczone jako (1-1) i (2-2). W tych przekrojach obliczane są charakterystyczne współczynniki przenikania ciepła, a więc:

$$U_1 = \frac{1}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2}} \quad U_2 = \frac{\lambda_2}{d_1 + d_2} = \frac{\lambda_2}{\Delta} \quad \longrightarrow \quad U_{y+\Delta y} = \frac{mU_1 + nU_2}{\Delta}$$

Obliczenie pola temperatur pozwala w konsekwencji na ustalenie jej wartości w poszczególnych punktach przegrody oraz średniej wartości współczynnika przenikania ciepła.

Średnią temperaturę na powierzchni przegrody obliczamy najczęściej z zależności:

$$\vartheta_{\text{śr}} = \frac{\sum_{j=1}^n \vartheta_j}{n}$$

gdzie ϑ_j to temperatura na powierzchni przegrody, zaś n jest liczbą oczek siatki.

Współczynniki przenikania ciepła liczymy z zależności:

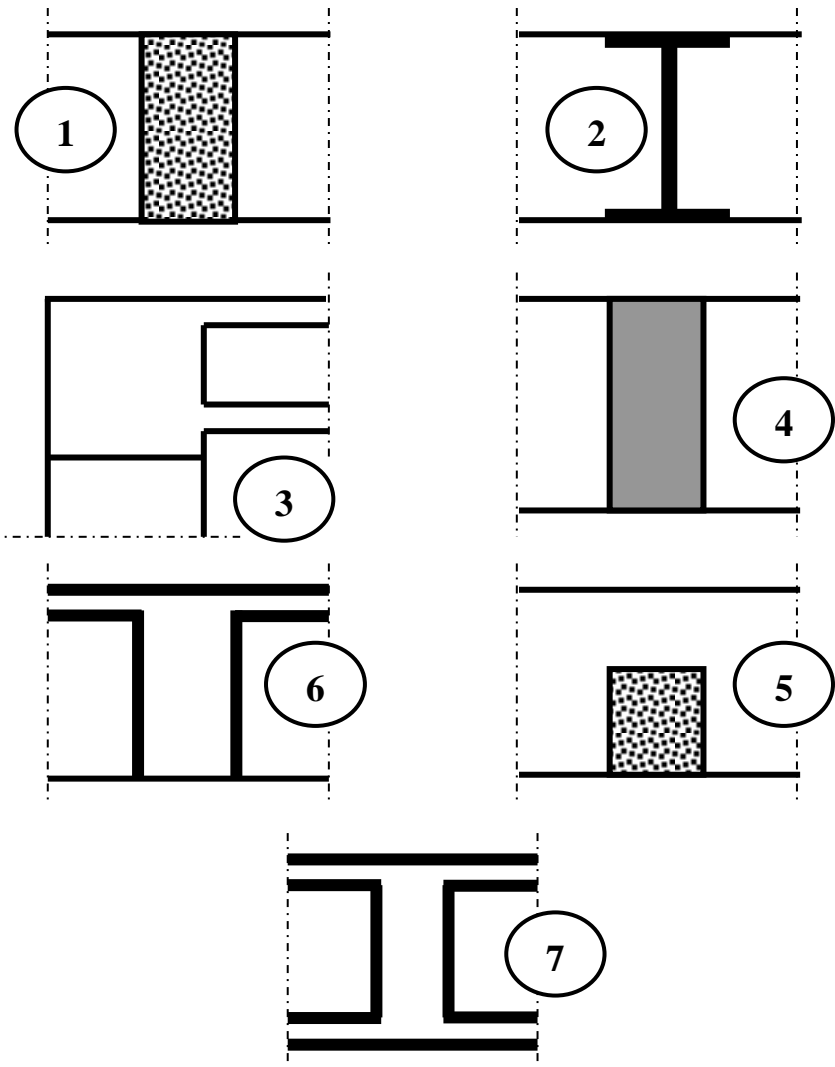
$$U = \frac{t_i - \vartheta_{\text{śr}}}{t_i - t_e} \times \alpha_i$$

Dokładność obliczeń **metodą różnic skończonych** jest tym większa, im większe jest zagęszczenie oczek siatki, lecz bardzo szybko wzrasta czasochłonność obliczeń (są one z reguły wykonywane za pomocą standardowych procedur komputerowych służących do rozwiązywania układów równań liniowych)

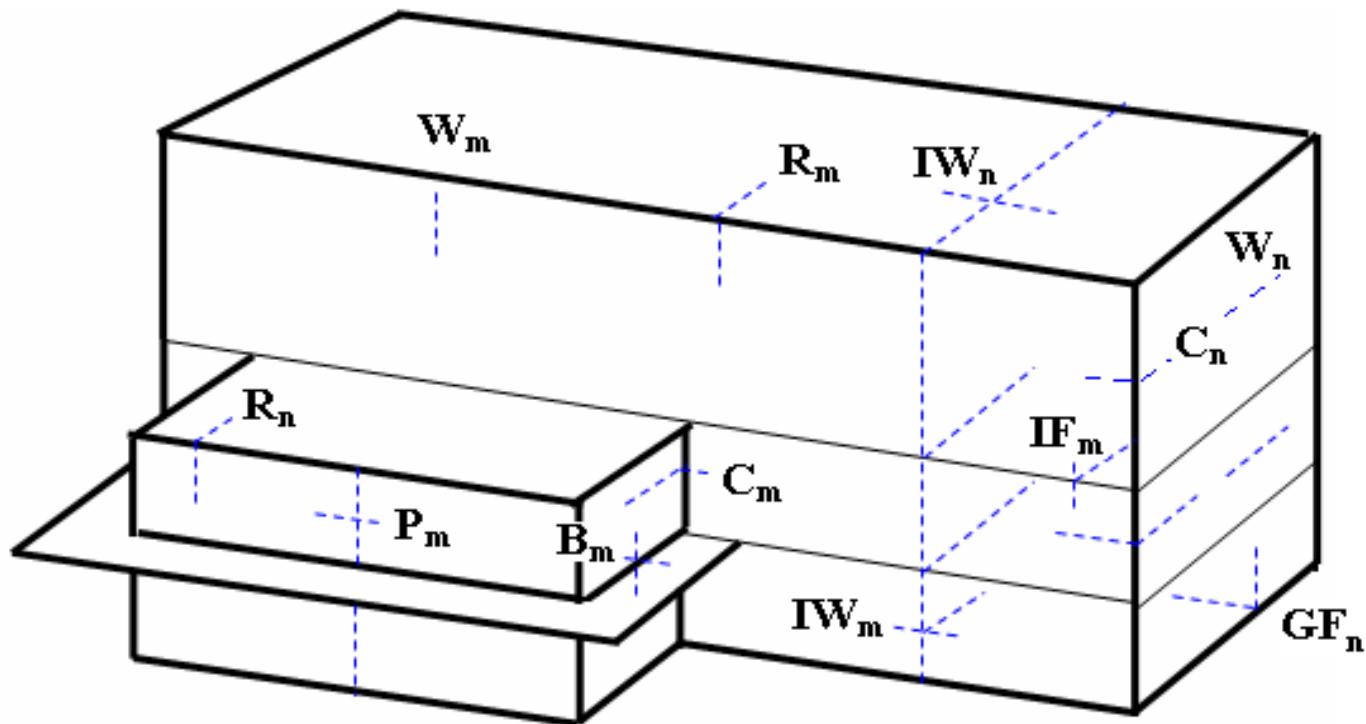
Wybrane elementy budowlane

Mostki termiczne (cieplne) to każde zaburzenie przepływu ciepła przez przegrodę, powodujące lokalnie zmianę kierunku i gęstości strumienia ciepła i mające charakter materiałowy lub gabarytowy. Są to miejsca w przegrodzie przewodzące ciepło w sposób intensywniejszy niż pozostała część przegrody; w tych miejscach występuje dwukierunkowe przewodzenie ciepła

Przykłady: Słup żelbetowy (1), Słup stalowy (2), Wieniec i nadproże żelbetowe (3), Mostek całkowity (4), Mostek częściowy (5), Mostek z płytami rozkładu temperatur (6), Mostek z warstwą rozkładu (7)



W budynkach znajduje się duża liczba węzłów konstrukcyjnych, a w tym różnego dwu- i wielowymiarowych rodzaju mostków cieplnych (patrz rysunki poniżej – norma PN-EN ISO 14683)



Uwzględnienie liniowych mostków cieplnych wymaga znajomości współczynników przenikania ciepła w miejscu ich występowania; oznacza się je zazwyczaj literą Ψ , przy czym wprowadzany tu współczynnik przenoszenia ciepła przez jego przenikanie (H_D) wynosi

$$U_D = \Sigma(A_i U_i) + \Sigma(l_K \Psi_K) + \Sigma \chi_j$$

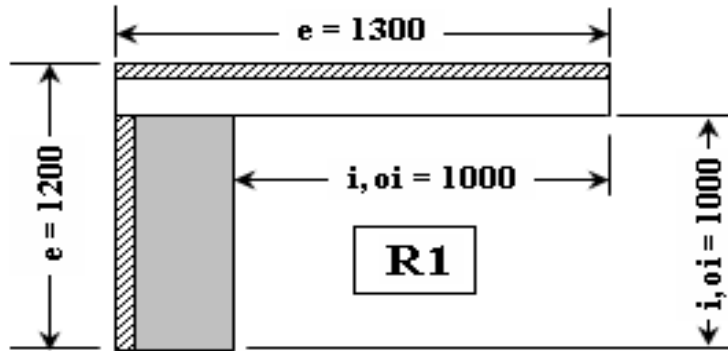
W zależności tej A_i to pole powierzchni obudowy budynku (m^2), U_i jest współczynnikiem przenikania ciepła dla i -tego elementu obudowy (W/m^2K), l_k to długość liniowego mostka cieplnego (m), ψ_k jest współczynnikiem liniowego mostka cieplnego (W/mK), zaś χ_p to współczynnik przenikania ciepła w miejscu mostka punktowego (wpływ punktowych mostków cieplnych można pomijać tak dalece jak wynika to ze skrzyżowania mostków liniowych; w przypadku znaczących mostków punktowych ich obliczenia wykonuje się wg ISO 10211)

Liniowe mostki cieplne występują zazwyczaj w następujących miejscach obudowy budynku:

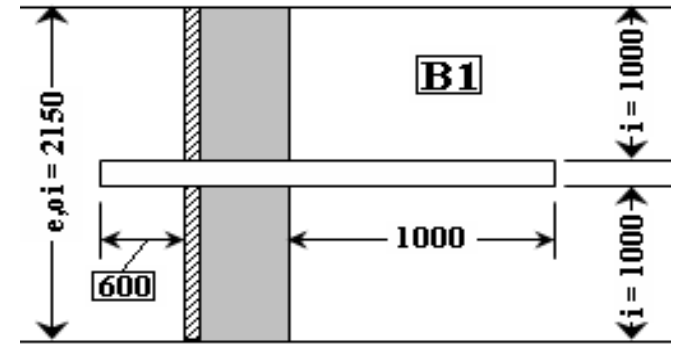
- ✓ przy połączeniach zewnętrznych elementów jak np. naroża ścian, ścian ze stropami, ścian z dachami
- ✓ przy połączeniach ścian zewnętrznych z dachami i ścianami zewnętrznymi
- ✓ przy połączeniach stropów pośrednich (wewnętrznych) ze ścianami zewnętrznymi
- ✓ przy słupach w ścianach zewnętrznych
- ✓ wokół elementów stolarki budowlanej, jak np. okiem, drzwi

Przykłady

Dachy

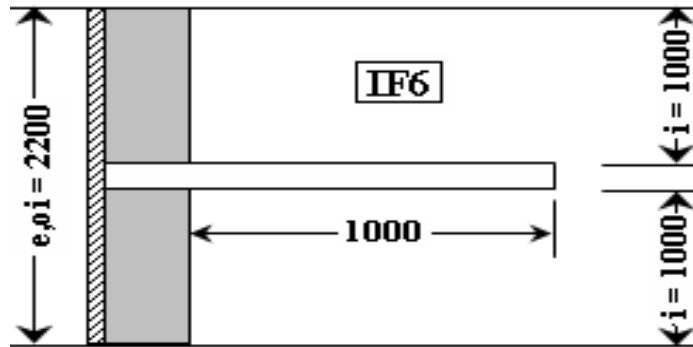


$$\psi_e = 0,55; \psi_{oi} = 0,75; \psi_i = 0,75$$

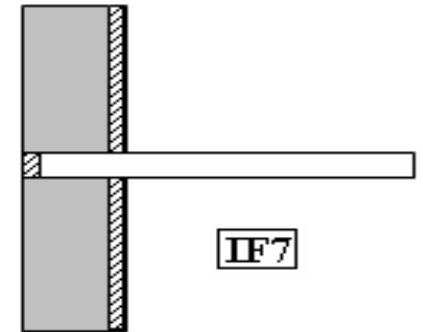


$$\psi_e = 0,95; \psi_{oi} = 0,95; \psi_i = 1,05$$

Stropy

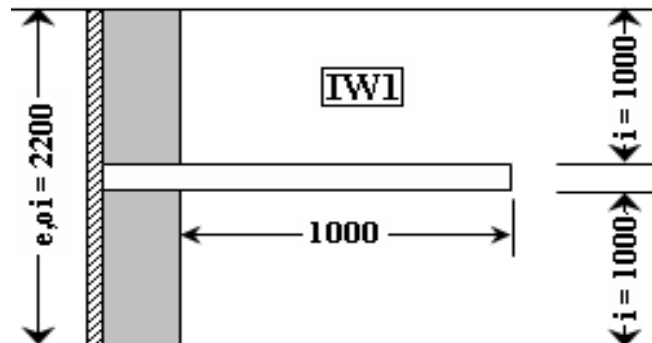


$$\psi_e = 0,00; \psi_{oi} = 0,00; \psi_i = 0,10$$

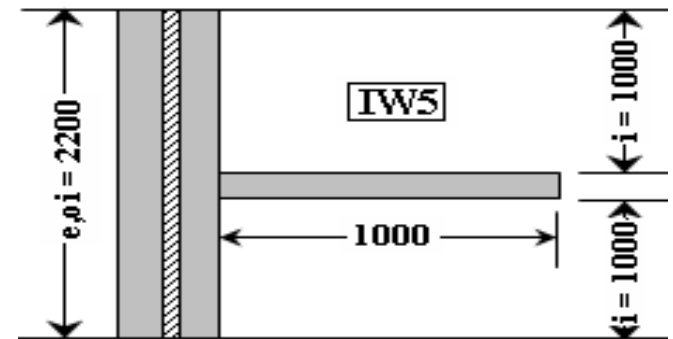


$$\psi_e = 0,70; \psi_{oi} = 0,70; \psi_i = 0,80$$

Ściany wewnętrzne

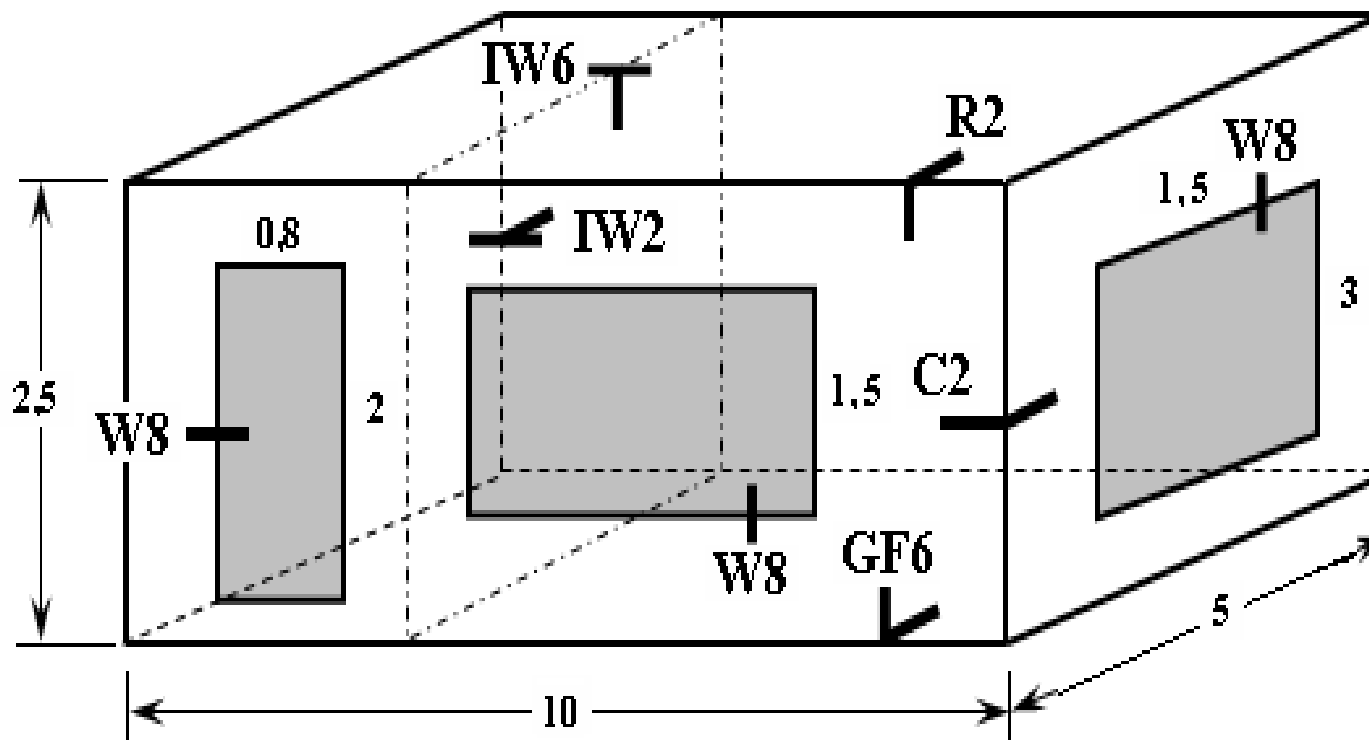


$$\psi_e = 0,00; \psi_{oi} = 0,00; \psi_i = 0,10$$



$$\psi_e = 0,00; \psi_{oi} = 0,00; \psi_i = 0,10$$

Przykład budynku parterowego z płaskim dachem i podłogą na gruncie – wg normy PN-EN ISO 14683 (wymiary wewnętrzne)



C2, W8, R2, IW2, IW6, GF6 – rodzaje liniowych mostków

Po pominięciu mostków punktowych współczynnik *przenoszenia* ciepła przez przenikanie wynosi

$$H_D = \Sigma(AU)_i + \Sigma(l\psi)_k$$

Współczynnik przenoszenia ciepła przez płaskie elementy przykładowego budynku obliczono poniżej; wartość U dla każdego elementu mnożona jest przez całkowitą powierzchnię wewnętrzną (A_O) tego elementu do którego wartość U się odnosi

Element budynku	U_i, W/m²K	A_O, m²	$U_i \times A_O$, W/K
Ściany	0,40	64,4	25,76
Dach	0,30	50,0	15,00
Podłoga na gruncie*	0,36	50,0	17,50
Okna	3,50	9,00	31,50
Drzwi	3,00	1,60	4,80
razem			94,56

* - współczynnik ciepłą dla podłogi wg ISO 13370

Współczynnik przenoszenia ciepła przez dwuwymiarowe mostki jest obliczony poniżej; wartość ψ_{oi} dla każdego mostka mnożona jest przez długość (l_{oi}) do której ona się odnosi

Mostek cieplny	typ*	ψ_i, W/mK	l_i, m	$\psi_i \times l_i$, W/m
Ściano-dach	R2	0,75	30,0	22,50
Ścian-ściana	C2	0,10	10,0	1,00
Ściana podłoga na gruncie	GF6	0,60	30,0	18,00
Ściana działowa-ściana	IW2	0,95	5,0	4,75
Ściana działowa/dach	IW6	0,00	5,0	0,00
Naroże, podokiennik, ościeże	W8	1,00	23,6	23,60
razem				69,85
* z tabel w normie PN-EN ISO 14683				

$$H_D = \Sigma(AU)_i + \Sigma(l\psi)_k = 94,56 + 69,85 = 164,41 \text{ W/K}$$

Przy stosowaniu całkowitych wymiarów wewnętrznych współczynnik przez mostki cieplne stanowi 42% sumarycznego współczynnika U

Stosując podobne obliczenia dla wymiarów zewnętrznych uzyskujemy

$$H_D = \Sigma(AU)_i + \Sigma(l\psi)_k = 109,52 + 58,88 = 168,40 \text{ W/K}$$

co oznacza, że współczynnik przez mostki cieplne stanowi 36% sumarycznego współczynnika U

Można poprawić niektóre mostki cieplne (mniejsze wartości ψ_{oi}); mostek IW2 zastąpiono IW5, a W8 przez W11

Mostek cieplny	typ*	ψ_{oi} , W/mK	l_{oi} , m	$\psi_{oi} \times l_{oi}$, W/m
Ściano-dach	R2	0,75	30,0	22,50
Ścian-ściana	C2	0,10	10,0	1,00
Ściana - podłoga na gruncie	GF6	0,60	30,0	18,00
Ściana działowa-ściana	IW2	0,00	5,0	0,00
Ściana działowa/dach	IW6	0,00	5,0	0,00
Naroże, podokiennik, ościeże	W8	0,00	23,6	0,00
razem				41,50

* * z tabel w normie PN-EN ISO 14683

wtedy uzyskujemy

$$H_D = \Sigma(AU)_i + \Sigma(l\psi)_k = 94,56 + 41,50 = 130,06 \text{ W/K}$$

co oznacza, że poprawienie tych dwóch mostków cieplnych spowodowało zmniejszenie współczynnika przenoszenia ciepła o 41% (z 69,85W/m do 41,5W/m), a także zmniejszenia całkowitego współczynnika U z 164,41W/m do 136,06W/m (o 17%)

Uwaga: Jeśli mostek cieplny obejmuje długi odcinek ściany, to przenikanie ciepła przez jego część środkową odbywa się przy jednowymiarowym polu. W strefie na styku izolacji cieplnej o λ_i z materiałem dobrze przewodzącym ciepło λ_T powstaje dwuwymiarowe pole temperatur. Temperatura na wewnętrznej powierzchni zmienia się od $t_{śc,wew}$ na płaszczyźnie izolacji cieplnej do temperatury $t_{śc,T}$ na płaszczyźnie mostka, każda z nich w znacznej odległości od miejsca styku materiałów

Najbardziej charakterystyczną cechą mostka cieplnego jest występowanie w jego miejscu temperatury zawsze niższej niż w pozostałych częściach przegrody i powinna być sprawdzana obliczeniowo w celu stwierdzenia czy nie występują tam warunki sprzyjające kondensacji pary wodnej. Obliczenia rozkładów temperatur w miejscach mostków cieplnych są złożone i rzadko wykonywane (procedury komputerowe), dlatego też w praktyce stosuje się uproszczone metody. W odniesieniu do temperatury na wewnętrznej powierzchni mostków, uproszczenia te prowadzą do zależności:

$$\vartheta_M = t_i - [\mathbf{U} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{U}_M - \mathbf{U})](t_i - t_e) \times \mathbf{R}_i$$

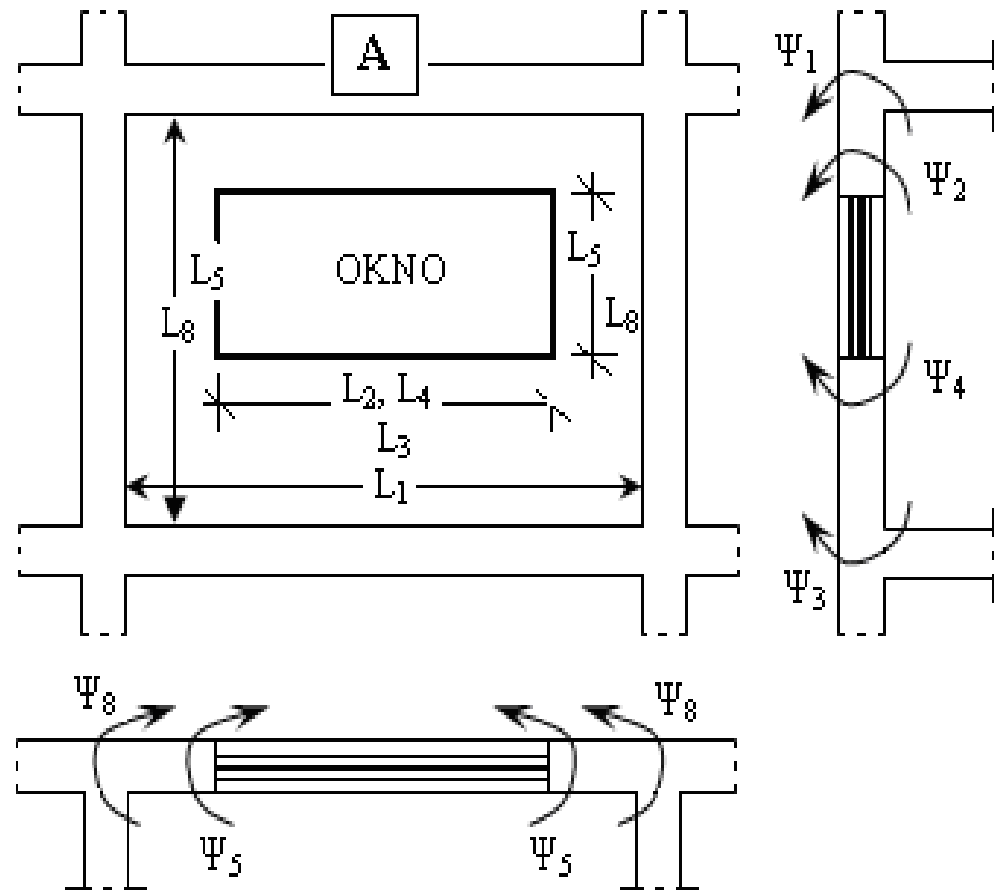
gdzie ϑ_M jest temperaturą w miejscu mostka termicznego, $^{\circ}\text{C}$, t_i i t_e to temperatury, odpowiednio wewnętrzne i zewnętrzne, $^{\circ}\text{C}$, \mathbf{U} to współczynnik przenikania ciepła z dala od mostka cieplnego, $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$, \mathbf{U}_M j.w. lecz w miejscu mostka cieplnego, $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$, $\boldsymbol{\eta}$ współczynnik temperaturowy, zależny od wymiarów i rodzaju mostka (**tabela poniżej**)

Schemat mostka cieplnego	stosunek wymiarów mostka, $b/d \leq 1,5$								
	0,02	0,06	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
	współczynnik η								
	0,12	0,24	0,38	0,55	0,74	0,83	0,87	0,90	0,95
	0,07	0,15	0,26	0,42	0,62	0,73	0,81	0,85	0,94
	0,25	0,50	0,96	1,26	1,27	1,21	1,16	1,10	1,00
	0,04	0,10	0,17	0,32	0,50	0,62	0,71	0,77	0,89

Podstawą metod obecnie stosowanych jest podział **mostków termicznych na liniowe i punktowe**.

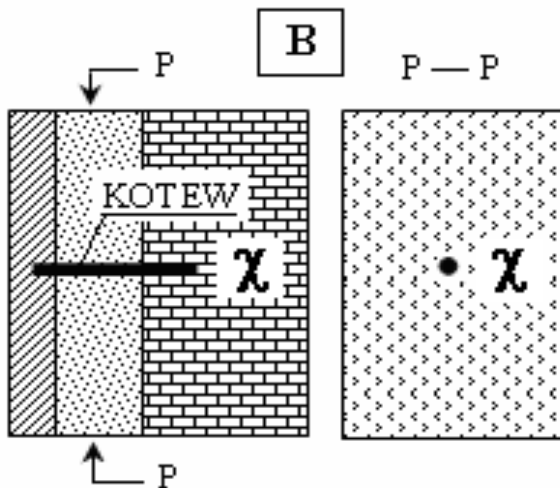
Mostki liniowe o stałym przekroju poprzecznym na pewnej długości pojawiają się w miejscach braku, nieciągłości lub zmienionej grubości termoizolacji, zaś mostki punktowe to miejsca przebicia termoizolacji przez łącznik o znacznie wyższej przewodności cieplnej

Typowy mostek cieplny w oknie (styk oszklenia i ramy)

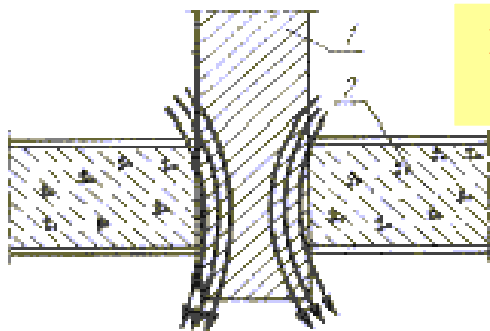


$l_{1...8}$ – długości mostków, $\Psi_{1...8}$ – liniowy współczynnik przenikania ciepła w miejscu mostków cieplnych,

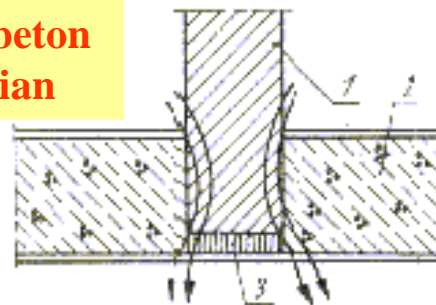
Do elementów tworzących mostki liniowe, w których zachodzi dwuwymiarowy przepływ ciepła (2D), zaliczyć można słupy żelbetowe w przegrodach z ceramiki, wieńce przegród zewnętrznych i nadproża (schemat A). Mostkiem punktowym z trójwymiarowym przepływem ciepła (3D), jest kotew metalowa przebijająca warstwę termoizolacji (B)



χ - punktowy mostek

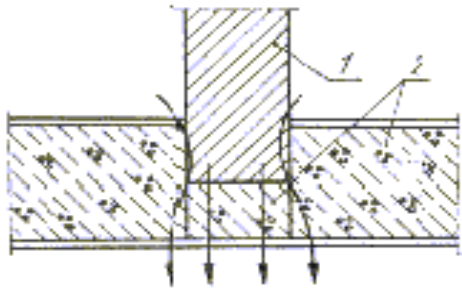


1 - ściana betonowa, 2 - beton komórkowy, 3 - styropian

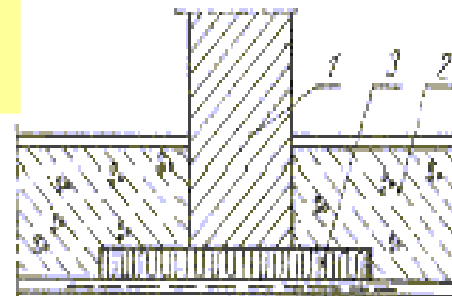


Ściana betonowa wystaje na zewnątrz przez co zwiększa się powierzchnia ochładzana i wskutek tego wzrastają straty ciepła

Ściana betonowa jest cofnięta od lica ściany i ocieplona styropianem, dzięki temu straty są mniejsze lecz mostek istnieje nadal (z powodu strat bocznych)

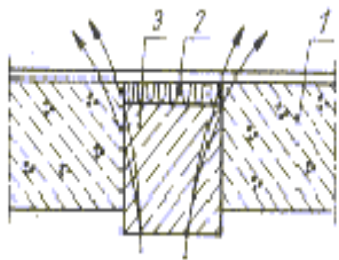


1 - ściana betonowa, 2 - beton komórkowy, 3 - styropian

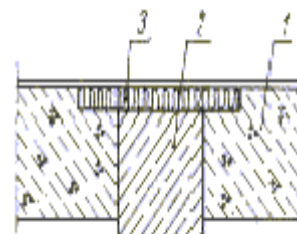


Styropian ociepla czoło ściany konstrukcyjnej oraz zakrywa przyległe części ściany zewnętrznej

Zamiast styropianu zastosowano beton komórkowy 12 cm i ściana betonowa nie wchodzi tak głęboko w ścianę zewnętrzną i to zabezpiecza przed przemarzaniem ale mostek nadal pozostaje

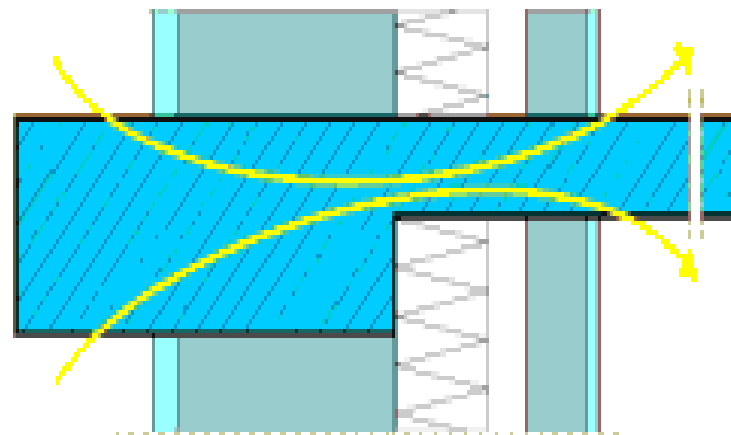
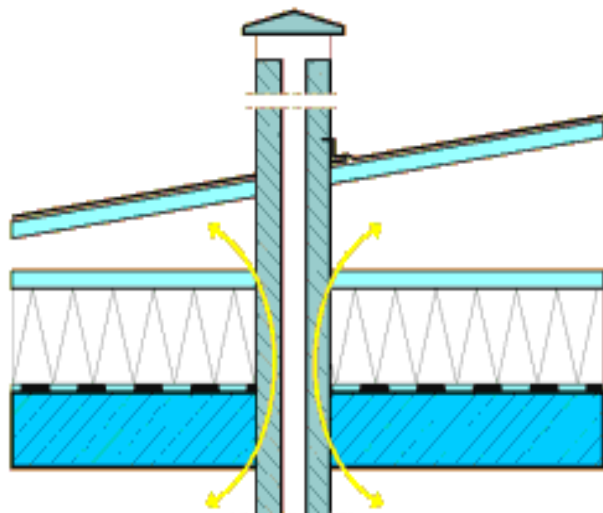


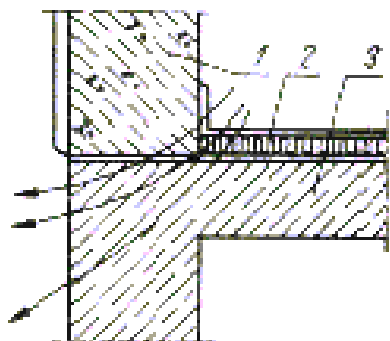
Nieprawidłowy sposób ocieplenia słupa żelbetowego w ścianie z betonu komórkowego – mostek termiczny



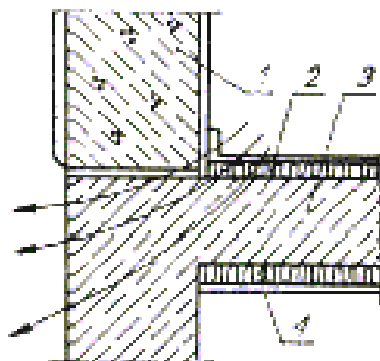
Prawidłowy – brak mostka

1 - ściana z betonu komórkowego 2 - słup żelbetowy, 3 - styropian

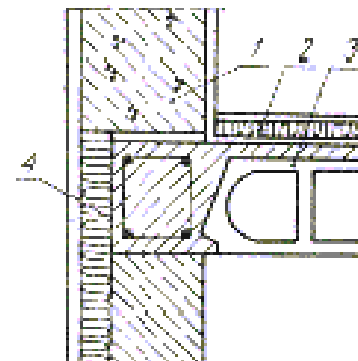




ocieplenie podłogi nie likwiduje mostka termicznego, nieprawidłowe

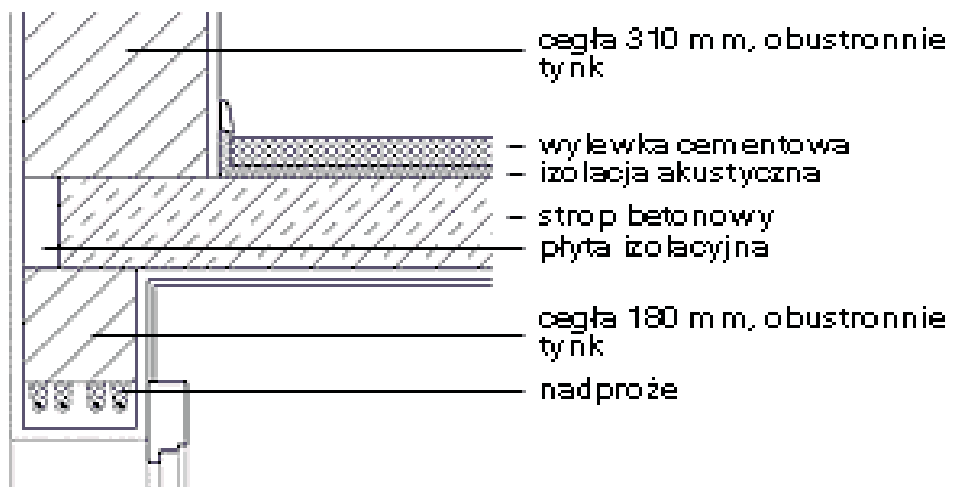


ocieplenie podłogi oraz stropu od spodu nie likwiduje mostka termicznego, nieprawidłowe

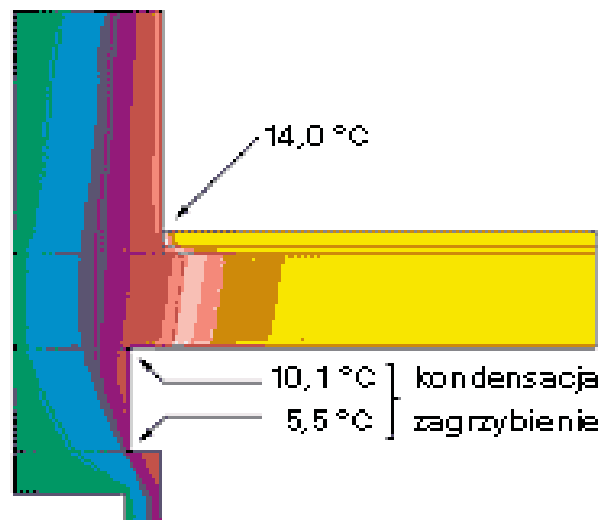


ocieplenie wieńca i części ścian piwnicy, prawidłowe

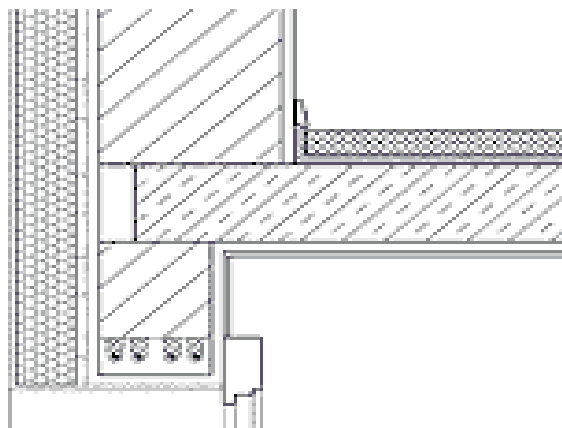
1- ściana parteru 2 –podłoga ocieplona 3-strop 4- styropian



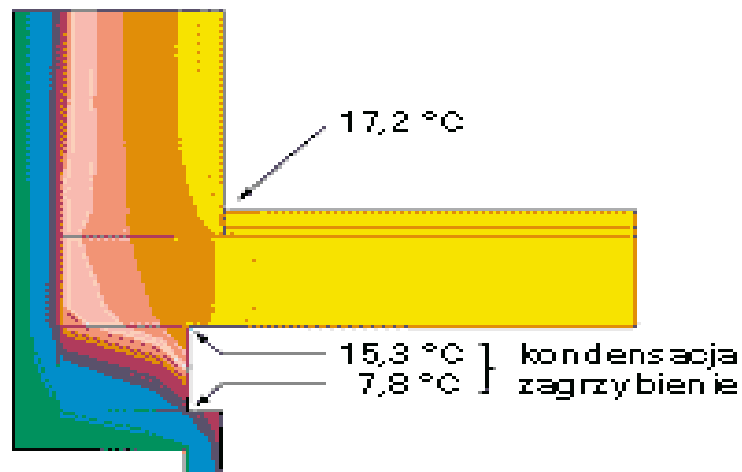
Istniejące, nieizolowane nadproże okienne



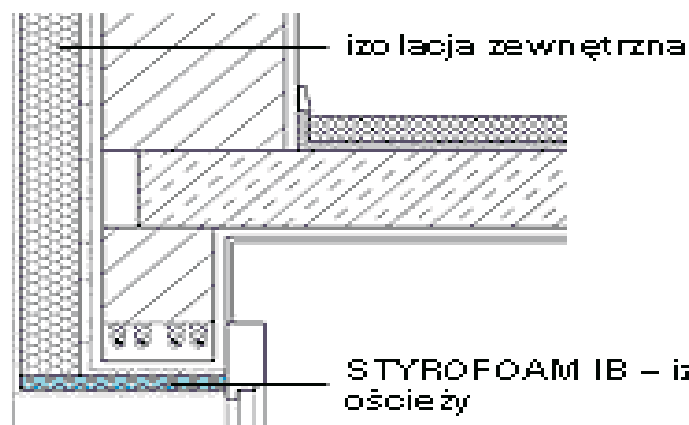
Izotermy dla istniejącego nadproża okiennego nieizolowanego: niebezpieczeństwo kondensacji i zagrzybienia



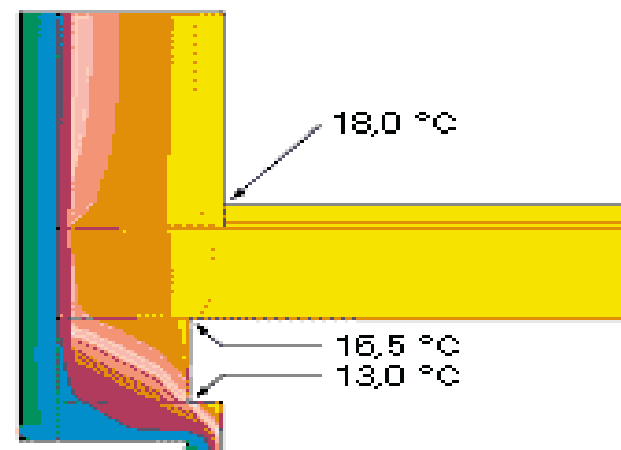
Nadproże okienne z izolacją zewnętrzną



Izotermy dla istniejącego nadproża okiennego z izolacją zewnętrzną: niebezpieczeństwo kondensacji i zagryzienia



Nadproże okienne



Izotermy nadproża okiennego z izolacją wewnątrz okiennej ościeży: wolne od kondensacji, nie występuje zagryzienie

