ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

PRACE HABILITACYJNE
Nr 6

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA GLIWICE

P. 3347/61

# ELEKTRYKA

Nr 10

ADAM MACURA

## Statyczna analiza i synteza układów zawierających nieliniowe elementy dwuwejściowe.

GLIWICE 1961

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 34

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA Gliwice

P. 3347/61

Dr inż. ADAM MACURA

# STATYCZNA ANALIZA I SYNTEZA UKŁADÓW ZAWIERAJĄCYCH NIELINIOWE ELEMENTY DWUWEJŚCIOWE

PRACA HABILITACYJNA

Data otwarcia przewodu habilitacyjnego 17. I. 1961 r.

GLIWICE 1961

REDAKTOR ZESZYTÓW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

*Prof. dr inż. Andrzej Grossman*

Oddano do wyk. 17. IV. 1961 r. N-12 Nakład 300+30 egz.
Arkuszy druku 3¼ Pap. powielacz. kl. V 61×86, 70 g. Zamówienie nr 537

Zakład Produkcji Pomocy Naukowych Politechniki Śląskiej w Gliwicach

# STATYCZNA ANALIZA I SYNTEZA UKŁADÓW ZAWIERAJĄCYCH NIELINIOWE ELEMENTY DWUWEJŚCIOWE[x)]

## S t r e s z c z e n i e

W układach automatyki stosunkowo często natrafia się na elementy nieliniowe wielowejściowe, tj. elementy, których wielkość wyjściowa jest nieliniową funkcją kilku wielkości wejściowych.
W pracy przedstawiono kilka metod obliczania charakterystyk statycznych takich układów.

Podstawą tych metod są dwie zasady: Zasada wyobrębniania i zasada zmiany kierunku przepływu sygnału. Zasady te, mające charakter ogólny, znajdują w pracy szerokie zastosowanie pozwalając na znaczne uproszczenie obliczeń, na rozczłonkowanie układów złożonych na układy prostsze, na transfigurację układów oraz są pomocne przy rozwiązywaniu zagadnień syntezy.

Omówiono zasady układania schematów blokowych, pokazując na praktycznych przykładach ich zalety oraz możliwości.

Do obliczeń charakterystyk statycznych układów wprowadzono metodę linearyzacji elementów nieliniowych, metodę transfiguracji elementu dwuwejściowego na dwa jednowejściowe i metodę transfiguracji układów.

Podano zasady rozwiązywania układów prostych oraz złożonych. Dla układów z jednym elementem nieliniowym dwuwejściowym (lub wielowejściowym) i dla układów z dwoma elementami nieliniowymi dwu-

---

x) Praca niniejsza stanowi część rozprawy habilitacyjnej w skład której wchodzą również prace autora umieszczone w spisie literatury pod poz. [1] i [6].

wejściowymi podano układy zastępcze, które znajdują również zastosowanie w obliczeniu dynamiki układów.
Układy te można uważać za pewnego rodzaju uogólnienie zasady Thevenina, stosowanej w teorii obwodów elektrycznych.

Zbadano strukturę układów, zawierających 1 - 3 elementów nieliniowych dwuwejściowych i podano w postaci tabeli możliwe układy połączeń wraz ze sposobem ich rozwiązania. Szereg przykładów praktycznych układów regulacji ilustruje ten punkt.

W dalszym ciągu pracy wskazano możliwość syntezy charakterystyk nieliniowych elementów jedno i dwuwejściowych na podstawie zadanych charakterystyk układów. Metody te mogą znaleźć zastosowanie w teorii inwariancji.

Wyniki pracy mogą być zastosowane do racjonalnego projektowania układów umożliwiając obliczenie szeregu parametrów i zależności, które nie mogą być obliczone za pomocą liniowych teorii, co wykazano na liczbowym przykładzie układu regulacji ciśnienia.

## 1.1. Elementy wielowejściowe

Elementem m - wejściowym, n - wyjściowym nazywa się układ posiadający m - wielkości wejściowych i n - wielkości wyjściowych. Symbol takiego elementu przedstawiono na rys. 1.1.1. Wielkości wejściowe oznaczono $S_1$ - $S_m$, wielkości wyjściowe $W_1$ - $W_n$. Wielkości wejściowe i wyjściowe mogą być funkcjami czasu.

Każdy element m - wejściowy, n - wyjściowy scharakteryzowany jest przez n zależności typu (1.1.1)

$$W_i = f_i\,(S_1, S_2 \ldots S_m) \qquad (1.1.1)$$

$$i = 1 \ldots n$$

Każda wielkość wyjściowa $W_i$ jest więc funkcją m wielkości wejściowych $S_1 \ldots S_m$. Funkcja ta może być podana bądź w postaci analitycznej, bądź w postaci graficznej.

Jeżeli część wielkości wejściowych $S_{k+1} \dots S_m$ można przyjąć za stałe, to można element m - wejściowy n - wyjściowy przekształcić w k - wejściowy, n - wyjściowy przez wprowadzenie nowych zależności

$$f_{ir}(S_1 \dots S_k) = f_i(S_1, S_2, \dots S_k, S_{k+1} = const, \dots S_m = const)$$

$$W_i = f_{ir}(S_1 \dots S_k) \qquad (1.1.2)$$

$$i = 1 \dots n$$

W ten sposób można uprościć w niektórych przypadkach rozpatrywanie układów. Fizykalnie prawie zawsze przyjmujemy pewne uproszczenia, zakładając niezależność wielkości wyjściowych elementów od pewnych parametrów, co prowadzi do podanych wyżej równań.

Każdy element nieliniowy m - wejściowy, n - wyjściowy można przedstawić w postaci n elementów nieliniowych m - wejściowych, 1 - wyjściowych [3]. W istocie każde z równań (1.1.1) opisuje jeden element m - wejściowy, 1 - wyjściowy. Dlatego wystarczy w zasadzie rozpatrywać metody rozwiązywania układów z elementami m - wejściowymi i 1 - wyjściowymi, gdyż każdy układ z elementami m - wejściowymi, n - wyjściowymi da się do takiego układu sprowadzić.
W dalszym ciągu pracy elementy nieliniowe m - wejściowe, 1 - wyjściowe oznaczane będą krótko przez "elementy m - wejściowe".

Zależność typu (1.1.1) wiąże ze sobą m + 1 wielkości. Z fizykalnego punktu widzenia często można wyróżnić wielkość wyjściową od wielkości wejściowej. Z matematycznego punktu widzenia jest obojętne, którą z wielkości traktujemy jako zmienną zależną a które jako zmienne niezależne. Wskutek tego powstaje pewna dowolność w określaniu, która ze zmiennych jest zależną. Tę dowolność można w niektórych przypadkach wykorzystać celem uproszczenia układu (Patrz zasada zmiany kierunku przepływu sygnału).

Jeżeli zależność (1) spełnia zasadę superpozycji tj.

$$f_i(\alpha S_1'+\beta S_1'', \alpha S_2'+\beta S_2'', + \ldots \alpha S_m'+\beta S_m'') =$$

$$\alpha f_i(S_1', S_2' \ldots S_m')+\beta f_i(S_1'', S_2'' \ldots S_m'') \qquad (1.1.3)$$

dla dowolnych rzeczywistych stałych $\alpha$ i $\beta$ i dowolnych przebiegów $S_1 \ldots S_m$, to element wielowejściowy jest elementem liniowym. Wtedy można go przedstawić w postaci m elementów jednowejściowych liniowych i jednego m - wejściowego elementu sumującego [3] rys.1.1.2. Można bowiem napisać

$$W_i = f_i(S_1+0+\ldots+0, 0+S_2+0+\ldots 0, \ldots, 0+0+\ldots+S_m) =$$

$$= f_i(S_1, 0 \ldots 0)+f_i(0, S_2, 0 \ldots 0)+\ldots+f_i(0, 0 \ldots S_m) \qquad (1.1.4)$$

$W_i$ da się więc wyrazić jako suma m funkcji jednej zmiennej.

Elementy sumujące są szczególnymi przypadkami elementów wielowejściowych, są to elementy wielowejściowe liniowe.

Elementy wielowejściowe mogą przedstawiać fizycznie realne elementy jak np. lampy elektronowe, dławiki nasycone, obiekty regulacji itp; mogą one jednak również przedstawiać jedynie matemtyczne zależności jak np. operacje mnożenia, dzielenia itp. W tym ostatnim przypadku układ z takimi elementami jest modelem określonych zależności matematycznych.

## 1.2. Przykłady elementów wielowejściowych

Przykładem elementu dwuwejściowego może być zawór. Dla zaworu zależność między spadkiem ciśnienia $\Delta P_z$, natężeniem przepływu Q a skokiem zaworu y można przedstawić w formie

$$\Delta p_z = f_1(y) \frac{\gamma}{2gF^2} Q^2 = f_{yQ,\Delta p_z}(y,Q) \qquad (1.2.1)$$

gdzie: $\gamma$ - ciężar właściwy cieczy lub gazu
$g$ - przyśpieszenie ziemskie
$F$ - przekrój nominalny zaworu

Przykładem elementu dwuwejściowego i dwuwyjściowego może być dławik nasycony: przy założeniu prawie sinusoidalnych przebiegów można napięcie na uzwojeniu prądu zmiennego rozłożyć na składową w fazie $U_a$ i składową przesuniętą o $90^o$ względem prądu zmiennego $U_b$. Obie składowe zależą zarówno od wartości skutecznej prądu zmiennego $I_z$ jak i od prądu stałego uzwojenia sterującego $I_d$:

$$U_a = f_{zd,a}(I_z, I_d) \qquad (1.2.2)$$

$$U_b = f_{zd,b}(I_z, I_d)$$

Czwórnik elektryczny można traktować jako element dwuwejściowy i dwuwyjściowy:

$$U_1 = f_1(U_2, I_2)$$
$$I_1 = \varphi_1(U_2, I_2) \qquad (1.2.3)$$

Lampy elektronowe są również elementami wielowejściowymi. Dla pentody przy ujemnym napięciu siatki pierwszej (przy braku prądu siatki pierwszej) otrzymamy

$$I_a = f_a(U_{s1}, U_{s2}, U_a)$$
$$I_{s2} = f_{s2}(U_{s1}, U_{s2}, U_a) \qquad (1.2.4)$$

W tym przypadku mamy do czynienia z elementem trójwejściowym, dwuwyjściowym.

Szczególnie często występują elementy wielowejściowe w układach automatyki. Prawie każdy obiekt regulacji jest obiektem wielowejściowym. Jako przykład można wy-

mienić kocioł parowy. Wielkościami wejściowymi mogą tu być: ilość paliwa, ilość powietrza, ilość wody dostarczanej do walczaka, ciąg i ilość wody dostarczanej do przegrzewacza; natomiast wielkościami wyjściowymi: temperatura pary, przepływ pary, ciśnienie pary, poziom wody w walczaku i podciśnienie w komorze spalania. Taki element byłby więc 5 - wejściowy, 5 - wyjściowy.

Oczywiście w miarę potrzeby można elementy wielowejściowe rozłożyć na prostsze, wprowadzając wielkości pośrednie. W przypadku np. kotła parowego wprowadzenie jako wielkości pośredniej ilości ciepła uzyskanego ze spalania pozwala na rozłożenie układu na element trójwejściowy, dwuwyjściowy reprezentujący proces spalania i na element trójwejściowy, czterowyjściowy reprezentujący proces odparowania. Taki podział może ułatwić analizę układu.

## 1.3. Układanie schematów blokowych

Ułożenie schematu blokowego układu z elementami wielowejściowymi, jeżeli nie może zostać przeprowadzone na podstawie rzeczywistego układu wprost, najlepiej można przeprowadzić w następujący sposób:

1. Ustalić sygnały wejściowe i wyjściowe układu
2. Napisać równanie wiążące wielkości wejściowe i wyjściowe każdego z elementów rozpoczynając od dowolnego elementu i kolejno, traktując wszystkie wielkości wejściowe danego elementu jako wielkości wyjściowe następnych, napisać równania opisujące następne elementy.
3. Na podstawie tych równań ułożyć schemat blokowy.

Przykład 1[x)]

Na rys.(1.3.1a) przedstawiony jest układ stabilizacji napięcia $U_R$ za pomocą dławika nasyconego. Sygnałem wejściowym układu jest napięcie sieci $U_z$ sygnałem wyjściowym napięcie $U_R$. Zaczynając od sygnału $I_z$ znajdujemy dla $I_z$ z układu

$$I_z = f_{R,z}(U_R)$$

x) W następujących przykładach układanie schematów blokowych przeprowadzono dla stanu ustalonego.

Z kolei jak wynika z wykresu wektorowego rys.1.3.1b:

$$U_z^2 = (U_R + U_a)^2 + U_b^2$$

skąd

$$U_R = \sqrt{U_z^2 - U_b^2} - U_a = f_{zb,1}(U_z, U_b) - U_a$$

dalej

$$U_a = f_{zd,a}(I_z, I_d)$$

$$U_b = f_{zd,b}(I_z, I_d)$$

wreszcie

$$I_d = f_{R,d}(U_R)$$

W ten sposób wszystkie wielkości zostały określone. Schemat blokowy tego układu przedstawiony jest na rys.1.3.2.

Przykład 2

Na rys.1.3.3 przedstawiony jest układ regulacji ciśnienia $p_x$ w zbiorniku. Wielkościami wejściowymi układu są ciśnienie u wylotu pompy $p_e$ = const, oraz zmienne ciśnienie na wylocie zbiornika $p_a$. Wielkością wyjściową natomiast ciśnienie w zbiorniku $p_x$. Zaczynając od ciśnienia $p_x$ można napisać:

$$p_x = p_e - \Delta p_r - \Delta p_z$$

gdzie $\Delta p_r$ - spadek ciśnienia na rurociągu

$\Delta p_z$ - spadek ciśnienia na zaworze

$$\Delta p_r = f_{Q,r}(Q_d)$$

$$\Delta p_z = f_{\xi Q,\Delta p_z}(\xi_z, Q_d)$$

gdzie $Q_d$ - natężenie przepływu

$\xi_z$ - współczynnik oporów zaworu

$$Q_d = f_{b,d}(p_x - p_a)$$

$$\xi_z = f_{y,\xi}(y)$$

gdzie y - skok zaworu

$$y = \hat{f}_{x,y}(p_x)$$

Schemat blokowy układu przedstawiony jest na rys.1.3.4.

Przykład 3

Na rys.1.3.5. przedstawiony jest uproszczony schemat blokowy jednego z możliwych układów regulacji kotła parowego. Oznaczenia:

- $p$ - ciśnienie pary
- $Q$ - przepływ pary
- $\Theta$ - temperatura pary
- $W$ - natężenie przepływu wody dostarczanej do kotła
- $W_p$ - natężenie przepływu wody wstrzykiwanej do przegrzewacza
- $h$ - poziom wody w kotle
- $E$ - natężenie przepływu ciepła wytwarzanego w komorze spalania
- $p_w$ - podciśnienie w komorze spalania
- $C$ - natężenie przepływu spalin
- $L$ - natężenie przepływu powietrza
- $B$ - natężenie przepływu paliwa

R1 - Regulator temperatury pary. Temperatura pary regulowana jest przez wstrzykiwanie wody przed przegrzewaczem.

R2 - Regulator poziomu wody w walczaku (tzw. trójimpulsowy).

R3 - Regulator podciśnienia.

R4 - Regulator paliwa.

R5 - Regulator powietrza ze sprzężeniem od paliwa.

## 1.4. Zalety schematów blokowych

Schemat blokowy układu umożliwia w sposób prosty i przejrzysty analizę działania układu, dając wgląd w mechanizm działania poszczególnych elementów w układzie. W szczególności uwidacznia on wszelkie pętle sprzężenia zwrotnego, istniejące w układzie oraz umożliwia racjonalne zaprojektowanie dróg sprzężeń zwrotnych, sprzężeń od wartości zakłócających i pomocniczych obwodów regulacji; ułatwia racjonalny dobór wielkości regulowanych i nastawianych.

W tym miejscu należy również zwrócić uwagę na ścisły związek między równaniami nieliniowymi opisującymi zachowanie elementów rzeczywistego układu a schematem blokowym. W istocie swej każdy schemat blokowy jest niejako graficznym obrazem układu nieliniowych równań. Przykłady poprzedniego punktu ilustrują to wyraźnie. Można więc dla każdego układu równań nieliniowych narysować odpowiedni schemat blokowy. Taki schemat blokowy może, jak to okaże się dalej, znacznie uprościć rozwiązanie danego układu równań: Znacznie prościej jest wyeliminować szereg wielkości zmiennych układu równań na podstawie schematu blokowego i wyrazić żądaną wielkość przez inną niż na podstawie samych równań. Ta łatwość otrzymywania zależności jednej wielkości układu od drugiej, jest główną zaletą schematów blokowych, i ona przyczyniła się głównie do szerokiego stosowania układów blokowych nawet dla układów liniowych, gdzie na ogół trudności eliminacji zmiennych pośrednich są znacznie mniejsze. W przypadku układów nieliniowych ta zaleta schematów blokowych jest jeszcze bardziej wyraźna.

Oczywiście z matematycznego punktu widzenia schemat blokowy jest tylko pewnego rodzaju "sposobem zapisu" układu równań nieliniowych i nie może dać więcej niż

konwencjonalne sposoby rozwiązania układów równań nieliniowych, tym niemniej dla inżyniera "obrazowy" sposób przedstawiania takiego układu jest zawsze korzystny i pożyteczny.

## 2. Zasady ułatwiające rozwiązywania układów

### 2.1. Zasada wyodrębnienia

W każdym układzie nieliniowym można zastąpić dowolną jego część przez załączenie źródeł sygnałów w te miejsca, w których uprzednio znajdowały się wyjścia tejże części (łączące ją z resztą układu).

W istocie dołączenie do układu (rys.2.1.1) w miejscach 1-2 źródeł sygnału o wartościach $S_1$ i $S_2$; (a więc takich, jakie istniały uprzednio w tych miejscach) nie zmieni warunków pracy ani wyodrębnionej części ani reszty układu. Z kolei usunięcie części wyodrębnionej X, również nie zmieni warunków pracy, gdyż źródło sygnałów $S_1$ zasila część wyodrębnioną a $S_2$ resztę układu. Zatem układ z rys.2.1.1a jest w zupełności równoważny układowi z rys.2.1.1b.

Zasada wyodrębnienia pozwala więc na rozczłonkowanie dowolnego układu na szereg układów elementarnych.

Należy zwrócić uwagę na to, że zasada ta ważna jest również przy dowolnych przebiegach czasowych, a więc może znaleźć zastosowanie przy obliczaniu dynamiki układów.

Powyższa zasada jest analogią zasady wyodrębnienia stosowanej w elektrotechnice teoretycznej dla obwodów elektrycznych [4].

### 2.2. Zasada zmiany kierunku przepływu sygnału

W każdym schemacie blokowym można zmienić kierunek przepływu sygnałów między dowolnym sygnałem układu a jednym z sygnałów wejściowych (wymuszających). W tym celu należy wyznaczyć w schemacie drogę sygnału od sygnału wejściowego do wybranego sygnału i zmienić wzdłuż całej drogi kierunek przepływu sygnału.

Można również zmienić kierunek przepływu sygnału w zamkniętym obwodzie.

Zmiana kierunku przepływu sygnału nie zmienia zależności funkcyjnych istniejących między sygnałami. Każdy

układ powstały z innego przez zastosowanie zmiany kierunku sygnału, jest układem równoważnym układowi wyjściowemu. Przy zmianie kierunku przepływu sygnału przez poszczególne elementy schematu, ulegają przekształceniu równania opisujące te elementy (tabela I). Zmiana kierunku przepływu sygnału, chociaż fizykalnie często nierealna, umożliwia jednak czasami uproszczenie obliczenia układu.

Przykładem zastosowania tej zasady jest schemat blokowy przedstawiony na rys.2.2.1a. W schemacie tym zmieniono kierunek przepływu sygnału na drodze od sygnału $U_2$ do $I_W$ (grube linie na rysunku), otrzymując schemat z rys.2.2.1b.

Warto zwrócić uwagę, że schemat z rys.2.2.1b nie posiada pętli sprzężeń zwrotnych, co znacznie upraszcza dalsze obliczenia.

Dalsze rozważania przeprowadzone będą celem uproszczenia w zasadzie dla układów z elementami dwuwejściowymi. Uogólnienie ich na układy z elementami wielowejściowymi często nie przedstawia z teoretycznego punktu widzenia żadnych trudności. Jednakże praktycznie wynikają trudności z powodu niemożności przedstawienia charakterystyk dla elementów wielowejściowych w postaci graficznej na jednej płaszczyźnie. Trudności te odpadają, jeżeli dana zależność może być przedstawiona analitycznie.

Zasada zmiany kierunku przepływu sygnału znalazła też zastosowanie przy rozpatrywaniu liniowych układów ze sprzężeniem zwrotnym.

## 3. Analiza statyczna układów

Analiza statyczna układu może mieć następujące zadania:

a) Wyznaczenie związku między wielkościami wejściowymi układu $Z_1$ - $Z_n$ a dowolną z wielkości wyjściowych, np. X. Związek taki przedstawia charakterystykę statyczną układu:

$$X = \varphi(Z_1, Z_2, \ldots Z_n) \qquad (3.1)$$

i może być otrzymany na drodze analitycznej, lub częściej w postaci graficznej.

Ponieważ charakterystyki statyczne poszczególnych elementów dane są najczęściej w postaci graficznej, do obliczenia zależności (3.1) najczęściej korzysta się z metod graficznych i numerycznych.

W niektórych przypadkach wystarczy znajomość wielkości wyjściowej układu X dla jednej (lub kilku) kombinacji $Z_1$ - $Z_n$. W prostszych przypadkach obliczenie takie da się przeprowadzić nie obliczając całej zależności.

Charakterystyka statyczna układu pozwala na zbadanie zachowania się układu wewnątrz zakresu i poza zakresem normalnej pracy, umożliwia określenie dokładności statycznej i wymaganego wzmocnienia, pozwala na ustalenie zakresu zmian wielkości zakłócających.

b) Otrzymanie zakresu zmian wielkości wejściowych i wyjściowych poszczególnych elementów, celem sprawdzenia prawidłowości ich doboru.

c) Analiza statyczna umożliwia również racjonalny dobór stałych sygnałów układu; np. napięć odniesienia, napięć (ciśnień) zasilających itp.

Wszystkie te informacje otrzymać można z zależności podobnych do (3.1).

## 3.1. Metoda linearyzacji

Metoda linearyzacji polega na zastąpieniu wszystkich elementów nieliniowych o charakterystykach (1.1.1) zastępczymi elementami liniowymi. Przy linearyzacji zupełnej, zastępczy element liniowy dla elementu dwuwejściowego posiada równanie:

$$X = K_1U + K_2V + X_o \qquad (3.1.1)$$

Równanie (3.1.1) przedstawia rodzinę prostych narysowaną łącznie z funkcją nieliniową $X = f_{uv,x}(U,V)$ na rys.3.1.1a. Równocześnie równanie to przedstawia zależności istniejące w schemacie rys.3.1.1b, który wobec tego może być uważany za liniowy element zastępczy rzeczywistego elementu dwuwejściowego. Współczynniki $K_1$ i $K_2$ można obliczyć z wykresu: $K_2$ jako współczynnik kie-

runkowy prostej zastępującej nieliniowe charakterystyki, $K_1$ z odległości pomiędzy nieliniowymi charakterystykami (rys.3.1.1a).

Po przeprowadzeniu linearyzacji wszystkich elementów nieliniowych, układ taki można rozwiązać sposobami znanymi z liniowej teorii, gdyż zawiera on jedynie elementy liniowe jednowejściowe oraz węzły sumujące. Oczywiście taki układ zastępczy jest ważny w tym zakresie zmienności U i V w którym wykresy funkcji $X = f_{uv,x}(U,V)$ można z dostateczną dokładnością zastąpić rodziną prostych (3.1.1). W związku z tym, przy obliczaniu charakterystyk statycznych układów według tej metody, należy zawsze określić zakres zmian wielkości wejściowej, w którym obliczona charakterystyka jest ważna [1]. Przy większej ilości linearyzowanych elementów natrafia to na znaczne trudności. Dlatego wydaje się, że linearyzację taką warto jest przeprowadzać tylko dla tych elementów układu, które posiadają względnie szeroki obszar liniowości a pozostałe elementy nie linearyzować i rozpatrywać układ jedną z następnych metod.

## 3.2. Metoda transfiguracji elementu dwuwejściowego na dwa jednowejściowe

Jeżeli charakterystykę statyczną elementu dwuwejściowego można przedstawić w postaci

$$X = f_{u,x}(U) + f_{v,x}(V) \qquad (3.2.1)$$

to otrzymamy schemat zastępczy przedstawiony na rys.3.2.1a. Wykres tej funkcji w układzie U, X (V jako parametr) przedstawia rodzinę krzywych $f_{u,x}(U)$ przesuniętych równolegle o wartości

$$X = f_{v,x}(V)$$

Pentody przy stałym napięciu ekranu mogą być przykładem elementów posiadających takie charakterystyki (rys.3.2.1b) Po zastosowaniu zasady zmiany kierunku przepływu sygnału (od U do X) otrzymujemy układ z rys.3.2.2a, któremu

odpowiadają charakterystyka statyczna przedstawiona na rys.3.2.2b oraz równanie

$$U = f_{x,u}[X - f_{v,x}(V)]$$

Wykres tej funkcji w układzie U,X, (V jako parametr) przedstawia rodzinę krzywych $f_{x,u}(X)$ przesuniętych równolegle o wartość $X = f_{v,x}(V)$ Podobne charakterystyki posiadają w pewnym obszarze triody. W szczególnych przypadkach jedna z funkcji $f_{u,x}$ lub $f_{v,x}$ może być liniowa.

W obu przypadkach element nieliniowy dwuwejściowy został zamieniony układem składającym się z dwóch elementów nieliniowych jednowejściowych oraz węzła sumacyjnego. Rozpatrywanie układów, w których taka transfiguracja jest możliwa sprowadza się więc do rozpatrywania układów nieliniowych jednowejściowych, dla których metody rozwiązań są znane (np. [1] [2]).

## 3.3. Rozwiązywanie układów prostych

Układy, w których istnieje co najmniej jeden sygnał, który przyjęty za wymuszający (po zastosowaniu zasady zmiany kierunku przepływu sygnału) daje w wyniku układ bez sprzężeń zwrotnych, nazwać można układami prostymi. Układ prosty poznaje się w ten sposób, że wychodząc ze wspomnianego sygnału nie można żadną drogą sygnału wrócić w miejsce, przez które się już raz przeszło (żadna z dróg sygnału nie tworzy pętli). Jeżeli to nie jest możliwe, dla choćby jednego z sygnałów, to układ jest układem złożonym.

Przykładem układu prostego jest układ z rys.2.2.1a, bowiem przyjęcie w nim sygnału $I_w$ za wymuszający (rys.2.2.1b) spełnia wyżej podane warunki. Natomiast np. układ z rys.3.6.2c, nie jest układem prostym.

Układy proste można obliczać sposobem bezpośrednim. Bezpośredni sposób obliczania charakterystyki statycznej polega na przyjmowaniu dowolnej wartości sygnału wymuszającego i obliczaniu kolejno wartości następnych sygnałów, korzystając z charakterystyk elementów oraz równań opisujących węzły sumacyjne. Obliczanie to można zastąpić często odpowiednimi konstrukcjami graficznymi.

W zastosowaniu do układu z rys.2.2.1b schemat obliczenia bezpośredniego pokazany jest na rys.3.3.1. W wyniku tego obliczenia można wykreślić charakterystykę układu (w tym przypadku $U_1 = f(U_z)$).

Sposób bezpośredni nadaje się również do obliczania charakterystyk prostych układów dwuwejściowych. W wyniku obliczeń otrzymuje się wtedy rodzinę krzywych.

Kilka podstawowych układów prostych przedstawiono na tabeli II wraz ze sposobami rozwiązania. Podany w tabeli II schemat obliczeń może być użyty bądź do obliczeń czysto graficznych, grafo-analitycznych czy analitycznych.

## 3.4. Metoda transfiguracji

Metoda transfiguracji może znaleźć zastosowanie przy układach złożonych. Polega ona na rozkładzie złożonego układu za pomocą zasady wyodrębnienia na układy prostsze jedno - i wielowejściowe, które można obliczyć sposobem bezpośrednim lub innym sposobem. Każdy z tych układów prostych można zastąpić zastępczym elementem jedno - lub wielowejściowym, otrzymując w wyniku prostszy układ, będący transfiguracją układu wyjściowego. W ten sposób można przez kolejne transfiguracje dojść ostatecznie do układu, dającego się obliczyć sposobem bezpośrednim lub innym.

Każdy układ nieliniowy jednowejściowy można w końcu stransfigurować do jednego elementu jednowejściowego.

Każdy układ nieliniowy wielowejściowy można w końcu stransfigurować do jednego elementu wielowejściowego.

Każdy układ nieliniowy m - wejściowy i n - wyjściowy można stransfigurować na n elementów m - wejściowych, jednowyjściowych [3].

Przed zastosowaniem transfiguracji należy sprawdzić, czy układ jest złożony. Np. układ z rys.2.2.1a wymagałby rozłożenia na trzy układy proste, podczas gdy prosta zmiana kierunku przepływu sygnału, jak na rys.2.2.1b, pozwala na obliczenie układu sposobem bezpośrednim.

Przy rozwiązywaniu układów metodą transfiguracji należy rozczłonkowanie przeprowadzać w ten sposób, by otrzymywać układy cząstkowe z możliwie małą ilością wejść. Dla każdego z nich konieczne jest bowiem narysowanie jego charakterystyki, co przy elementach o więcej niż dwóch wejściach byłoby zbyt żmudne.

## 3.5. Układy połaczeń elementów dwuwejściowych

Klasyfikację układów połączeń elementów nieliniowych można najlepiej przeprowadzić według ilości elementów dwuwejściowych wchodzących w skład układu. Ilość elementów jednowejściowych w układzie nie odgrywa tak dużej roli, gdyż przy danej ilości elementów dwuwejściowych dodanie dowolnej ilości elementów jednowejściowych nie zmienia zasadniczej struktury układu i nie wpływa na tok rozwiązywania. Dlatego można w zasadzie przy omawianiu struktury układów pominąć elementy jednowejściowe.

### 3.5.1. Układy jednowejściowe bez elementów dwuwejściowych

Przy braku elementów dwuwejściowych możliwe jest połączenie elementów jednowejściowych jedynie w szereg. Otrzymanie charakterystyk takiego układu nie przedstawia żadnych trudności, układy te z natury są układami prostymi.

### 3.5.2. Układy jednowejściowe z jednym elementem dwuwejściowym

W obecności jednego elementu dwuwejściowego możliwe są dwa warianty połączeń. Pierwszy z nich (Tabela II 1 i 3) to tzw. połączenie równoległe. Układ ten jest układem prostym. Drugi, to połączenie ze sprzężeniem zwrotnym (Tabela II 2 i 4). Ten układ również jest układem prostym, gdyż zmiana kierunku przepływu sygnału daje w rezultacie układ bez sprzężeń zwrotnych.

### 3.5.3. Układy jednowejściowe z dwoma elementami dwuwejściowymi

Dwa elementy dwuwejściowe można w obecności jednego sygnału wejściowego połączyć w 9 różnych sposobów (Tabela II 5 - 13). Spośród tych układów tylko układy 5 - 11 są układami prostymi. Pozostałe dwa są układami złożonymi. Układ 12 łatwo zamienić w układ prosty przez zastąpienie pierwszego elementu dwuwejściowego elementem jednowejściowym, jest on więc układem pseudozłożonym. Układ 13 jest natomiast układem złożonym - jakakolwiek zmiana kierunku przepływu sygnału nie zmienia struktury układu. Układ ten można by więc uznać za pewnego rodzaju podstawowy układ złożony. Jeden ze sposobów rozwiązania tego układu polega na narysowaniu charakterystyk obu

elementów we wspólnym układzie współrzędnych; punkty przecięcia odpowiadających sobie charakterystyk wyznaczają rozwiązanie (patrz tabela II/13). Warto zwrócić uwagę że układ taki pozostaje złożonym, nawet przy liniowości obu elementów dwuwejściowych (rys.3.5.1a). Dopiero liniowość elementu jednowejściowego III pozwala, przez przeniesienie jednego z elementów dwuwejściowych np. II przed element III (rys.3.5.1b) i następującą transfigurację części przedstawiającej liniowy układ dwuwejściowy na jeden liniowy element dwuwejściowy, rozwiązać układ (rys.3.5.1c).

Z przytoczonych dotychczas przykładów w szczególności z układu 12 wynika, że elementy dwuwejściowe z równolegle połączonymi wejściami oraz elementy dwuwejściowe ze sprzężeniem zwrotnym od własnej wielkości wyjściowej w zasadzie nie wpływają na strukturę układu, można je bowiem zastąpić jednym elementem jednowejściowym, co zmniejsza ilość elementów dwuwejściowych o jeden upraszczając rozpatrywanie układu. Dlatego w dalszym ciągu rozpatrywane będą tylko układy nie zawierające elementów dwuwejściowych, które można by zastąpić elementami jednowejściowymi.

### 3.5.4. Układy jednowejściowe z trzema elementami dwuwejściowymi

Trzy elementy dwuwejściowe można połączyć w 8 różnych sposobów (pomijając te układy, w których występują elementy z równolegle połączonymi wejściami i ze sprzężeniem od własnej wielkości wyjściowej), tabela II 14 - 21. Wszystkie te układy są układami złożonymi. Sposoby ich rozwiązania przedstawione są na tabeli II.

### 3.5.5. Układy dwuwejściowe

W tabeli III podano układy dwuwejściowe składające się z 1 - 3 elementów dwuwejściowych. Układy te z dwoma wyjątkami (III-15 i III-17) są układami prostymi. Układy III-15 i III-17 można by nazwać pseudozłożonymi, gdyż zawierają części będące układami jednowejściowymi i po zastąpieniu tych części jednym elementem jednowejściowym układy są już układami prostymi.

### 3.5.6. Układy z większą ilością elementów dwuwejściowych

Przy zwiększaniu ilości elementów dwuwejściowych, ilość możliwych połączeń rośnie bardzo silnie. Przy czterech elementach i układach jednowejściowych istnieje już 81 kombinacji. Można przypuścić, że układy jednowejściowe z większą niż 2 ilością elementów dwuwejściowych są zawsze układami złożonymi. Odpowiednio rosną też trudności w rozwiązywaniu układu, przy czym trudności te nie zależą wyłącznie od ilości elementów dwuwejściowych ale również, i to w sposób decydujący, od sposobu ich połączenia. Z omówionych tu przykładów wynika, że o stopniu trudności w rozwiązywaniu układu nie decyduje bynajmniej ilość pętli sprzężenia zwrotnego. Są układy p r o s t e z dwoma pętlami sprzężenia zwrotnego (np. tabela II-11) oraz układy z ł o ż o n e z jedną tylko pętlą sprzężenia zwrotnego (np. tabela II-13). Natomiast brak sprzężenia zwrotnego oznacza zgodnie z definicją układ prosty.

Wobec braku jakichkolwiek kryteriów klasyfikacji takich układów (z punktu widzenia trudności przy rozwiązywaniu) nie można podać ogólnie ważnych sposobów rozwiązań. Dla każdego z układów należy więc szukać najbardziej odpowiedniego sposobu, korzystając z zasady zmiany kierunku przepływu sygnału i zasady wyodrębnienia (patrz 3.7). W układach przedstawionych w tabeli II i III można przyjąć dowolną z wielkości za wielkość wyjściową. Nie zmienia to sposobu rozwiązania.

## 3.6. Układy zastępcze dla układów liniowych zawierających jeden lub dwa elementy nieliniowe dwuwejściowe

A) Każdy układ z jednym elementem nieliniowym dwuwejściowym (rys.3.6.1a) można zastąpić przedstawionym na rys.3.6.1d. Zastosowanie zasady wyodrębnienia do elementu nieliniowego rozbije układ na dwie części liniową i nieliniową (rys.3.6.1b). Część liniową określają równania

$$U = K_{z,u}Z + K_{x,u}X$$
$$V = K_{z,v}Z + K_{x,v}X \qquad (3.6.1)$$

co odpowiada schematowi zastępczemu rys.3.6.1c; w połączeniu z elementem nieliniowym otrzymuje się więc układ zastępczy rys.3.6.1d.
Celem rozwiązania układu można odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X otrzymując układ 14 tabeli II. Dalszy tok rozwiązania przedstawiony jest w tabeli II.

B) Każdy układ z dwoma nieliniowymi elementami dwuwejściowymi (rys.3.6.2a) można zastąpić układem zastępczym przedstawionym na rys.3.6.2c. Uzasadnienie tego wynika z zastosowania do części L układu z rys.3.6.2a zasady wyodrębnienia dla części liniowej i nieliniowej (rys.3.6.2b).
Część L może być opisana równaniami:

$$\begin{aligned} U &= K_{z,u}Z + K_{x,u}X + K_{y,u}Y \\ V &= K_{z,v}Z + K_{x,v}X + K_{y,v}Y \\ W &= K_{z,w}Z + K_{x,w}X + K_{y,w}Y \\ S &= K_{z,s}Z + K_{x,s}X + K_{y,s}Y \end{aligned} \qquad (3.6.2)$$

Tym równaniom odpowiada schemat zastępczy składający się z elementów liniowych jednowejściowych oraz czterech sumatorów, który w połączeniu z elementami dwuwejściowymi

$$\begin{aligned} X &= f_{uv,x}(U,V) \\ Y &= f_{ws,y}(W,S) \end{aligned} \qquad (3.6.3)$$

daje układ zastępczy rys.3.6.2c.
Metody rozwiązania takiego układu podane są w punkcie 3.7.

Analogicznie można by tworzyć układy zastępcze przy większej ilości elementów dwuwejściowych, ale ze względu na znaczną komplikację takich układów, wydaje się to mało pożyteczne. Nie trudno rozszerzyć tę metodę na układy z jednym elementem nieliniowym wielowejściowym. Układ zastępczy ma wtedy wygląd podobny do układu z rys.3.6.1.

Przedstawione tu układy zastępcze można stosować również przy obliczaniu stanów nieustalonych.

Przykład zastosowania metod statycznej analizy dla obwodów elektrycznych zawierających dwa nieliniowe elementy dwuwejściowe przedstawiony jest w pracy [6]

Warto zwrócić uwagę, że aczkolwiek przykład rozwiązywany jest bez użycia schematów blokowych, to jednak metodyka postępowania jest identyczna z metodyką rozwiązywania schematów blokowych. W szczególności zastosowane zostały tu metody wyodrębnienia i zmiany kierunku przepływu sygnału, aczkolwiek w postaci "niejawnej". Równocześnie należy zwrócić uwagę na to, że wprowadzenie układów blokowych w pewnym etapie rozwiązywania obwodów elektrycznych znacznie ułatwia znalezienie odpowiedniego sygnału wejściowego dla którego układ byłby układem prostym.

Najbardziej właściwym sposobem wydaje się wyodrębnienie nieliniowych elementów dwuwejściowych z obwodu i następnie zastąpienie reszty obwodu (liniowej) odpowiednim liniowym układem blokowym za pomocą dowolnej z metod elektrotechniki teoretycznej dla obwodów liniowych. Powstały w ten sposób układ blokowy będzie miał w najbardziej ogólnym przypadku kształt przedstawiony na rys.3.6.2.c.

Powyższe układy zastępcze można uważać za pewnego rodzaju uogólnienie zasady Thevenina stosowanej w teorii obwodów elektrycznych.

## 3.7. Rozwiązywanie układów złożonych

Z powodu olbrzymiej różnorodności układów złożonych nie ma jeszcze metod ogólnych, mogących znaleźć zastosowanie w każdym przypadku.

Proponuję się następującą procedurę przy rozwiązywaniu układów:

1. Zmieniać kierunek przepływu sygnału aż do otrzymania układu prostego, względnie

2. aż do otrzymania układu, w którym wszystkie sprzężenia zwrotne wychodzą z jednej wielkości Q. Wprowadzić nowe źródło $Q'$ tak, by otrzymać układ prosty. Otrzymuje się w ten sposób układ dwuwejściowy rozwiązywalny metodą bezpośrednią. W otrzymanym wyniku $Q = f(Q', Z)$ założyć $Q = Q'$. (Przykłady patrz tabela II).

Jeżeli okaże się to niemożliwe[x)], to

3. Zastosować metodę transfiguracji, wyodrębniając części układu możliwie jedno wejściowe - jedno wyjściowe lub dwuwejściowe - jednowyjściowe (w dalszej kolejności jednowejściowe - wielowyjściowe i dwuwejściowe - wielowyjściowe). Jeżeli każda z tych części jest rozwiązywalna, to można je zastąpić jednym elementem o obliczonej charakterystyce. Jeżeli nie, to można spróbować dalszej transfiguracji. Metoda transfiguracji nie zawsze może okazać się skuteczną. W bardzo skomplikowanych układach zastosowanie jej może doprowadzić do powstania wielowejściowych układów cząstkowych, których rozwiązanie jest trudne. Tym nie mniej w większości praktycznych przypadków wydaje się, że można rozwiązanie układów tą metodą uprościć.

4. Jeżeli układ można przez zastosowanie zasady wyobrębnienia podzielić tak, by w wyniku powstały dwa układy dwuwejściowe jednowyjściowe, dla których sygnał wejściowy Z jest jedną z wielkości wejściowych (np. tabela II-13), to można dla każdego z układów obliczyć z osobna jego charakterystyki, dla pierwszego

$$X = f^{I}_{zy,x}(Z,Y) \qquad (3.7.1)$$

a dla drugiego

$$X = f^{II}_{zy,x}(Z,Y) \qquad (3.7.2)$$

Wykreślenie obu charakterystyk we wspólnym układzie współrzędnych X,Z przy Y = const daje rozwiązanie w postaci punktów przecięcia się odpowiednich krzywych

$$X = f^{I}_{zy,x}(Z,Y_n)$$

i $$X = f^{II}_{zy,x}(Z,Y_n)$$

$$X = \varphi(Z) \qquad (3.7.3)$$

---

x) Może zajść konieczność kilkakrotnej zmiany kierunku przepływu sygnału. Niestety nie ma metody pozwalającej na stwierdzenie celowości tych zmian a priori.

Z tej zależności nie trudno przejść na dowolną inną. Przykładem zastosowania metody transfiguracji może być układ z rys.3.6.2:
Zastosowanie zasady wyodrębnienia pozwala na rozcięcie układu wzdłuż prostej a - a. W wyniku tego otrzymamy dwa układy przedstawione na rys.3.7.1a i b. W obu układach można przez transfigurację zamienić układy znajdujące się po prawej stronie linii b,b oraz c,c; jednym elementem dwuwejściowym (tabela III poz.18)[x].
W wyniku tej transfiguracji otrzymamy dwa układy typu przedstawionego na tabeli III poz.2, które można już obliczyć sposobem bezpośrednim. W wyniku tych transfiguracji otrzyma się układy z rys.3.7.2a i b. Wykreślenie charakterystyk obu układów w postaci np.:

$$X = f^{I}_{zy,x}(Z,Y) \qquad (3.7.4)$$

$$X = f^{II}_{zy,x}(Z,Y) \qquad (3.7.5)$$

w jednym układzie X,Z przy Y = const daje rozwiązanie w sposób podany w poprzednim przykładzie.

## 3.8. Przykłady

### 3.8.1. Układ automatycznej regulacji jednej wielkości przy jednej wielkości nastawianej i jednej wielkości zakłócającej

Układ automatycznej regulacji wielkości X przez zmianę wielkości nastawianej Y można przy jednej wielkości zakłócającej Z przedstawić zawsze w postaci połączenia elementu dwuwejściowego z jednowejściowym (rys.3.8.1.1). Element O przedstawia obiekt, zaś R - regulator.

$$X = f_{yz,x}(Y,Z) \qquad (3.8.1.1)$$

---

x) W układzie tabeli III - 18 należy przyjąć V za wielkość wyjściową.

przedstawia tu charakterystykę obiektu

$$Y = f_{z,y}(X) \qquad (3.8.1.2)$$

charakterystykę regulatora.

Obie charakterystyki narysowane w układzie współrzędnych X, Y pozwalają na otrzymanie charakterystyki układu czyli zależności X od Z (z punktów przecięcia się rodziny krzywych (3.8.1.1) z krzywą (3.8.1.2). Wyodrębnienie charakterystyki obiektu od charakterystyki regulatora jest bardzo celowe, gdyż pozwala na łatwe zanalizowanie wpływów różnych regulatorów na obiekt. Dla układu z przykładu 2 (str.7 rys.1.3.3) równania dotyczące obiektu mają postać

$$\Delta p_r = 82{,}2 \cdot 10^6 \, Q_d^2$$

$$\Delta p_z = 13{,}3 \cdot 10^6 \, \xi_z \, Q_d^2$$

$$Q_d = 0{,}0535 \cdot 10^{-3} \sqrt{p_x - p_a}$$

Zależność $\xi_z = f_{y,\xi}(y)$ przedstawiona jest na tabeli IV.

W celu otrzymania charakterystyki obiektu tj. zależności ciśnienia regulowanego $p_x$ od ciśnienia $p_a$ i od położenia zaworu y, należy najpierw wyodrębnić obiekt i regulator. Schemat blokowy obiektu przedstawiony na rys.3.8.1.2 trudno jest jednak w tej postaci rozwiązać. Dalsze wyodrębnienie z tego schematu części nieliniowej i transfiguracja jej na jeden element nieliniowy dwuwejściowy prowadzi do schematu z rys.3.8.1.3a a zmiana kierunku przepływu sygnałów od $p_b$ do $p_c$ i uwzględnienie związku $p_x$ z $p_a$ i $p_c$ ostatecznie do schematu rys.3.8.1.3b, za pomocą którego już łatwo można obliczyć wspomnianą wyżej charakterystykę obiektu.

Tabela IV przedstawia część obliczeń dla $p_e$ = 2 at. Charakterystyka obiektu obliczona na jej podstawie uwidoczniona jest na rys.3.8.1.4. Na tymże rysunku umieszczona jest charakterystyką statyczna regulatora. Rozwiązanie tj. zależność $p_x$ od $p_a$ można na podstawie tych wykresów łatwo wykreślić (rys.3.8.1.5).

Z charakterystyk tych można określić:

1. Zakres zakłóceń, który może układ pokonać ( z danyr błędem statycznym)

2. Wpływ zmiany wartości zadanej na zakres zakłóceń.

3. Wpływ wzmocnienia regulatora na zakres zakłóceń,

4. Zachowanie się układu poza zakresem regulacji.

Poza tym charakterystyki pozwalają na dobranie takiej wartości ciśnienia zasilającego $p_e$, które pozwala na optymalne wykorzystanie układu. Jak łatwo się przekonać powiększenie ciśnienia zasilającego o 0,2 at. pozwoli na zwiększenie zakresu zakłóceń od 0,2 ÷ 1,7 at.

### 3.8.2. Układ automatycznej regulacji przy uzależnieniu wielkości nastawianej Y od dwóch wielkości układu, przy jednej wielkości zakłócającej

Na rys.3.8.2.1 przedstawiony jest układ automatycznej regulacji stosunku dwóch wielkości obiektu O przez regulator R. Problem taki wynika np. przy regulacji stosunku mieszanin. Regulator R tworzy wielkość nastawianą Y zależną od stosunku jego wielkości wejściowych:

$$Y = f_{xQ,y}\left(\frac{X}{Q}\right) \qquad (3.8.2.1)$$

Po zastąpieniu dwuwejściowego - dwuwyjściowego elementu dwoma elementami dwuwejściowymi jednowyjściowymi, otrzymuje się układ typu przedstawionego w tabeli II-16 (z V jako wielkością wyjściową).

Na rys.3.8.2.2 przedstawiono układ automatycznej regulacji wielkości X obiektu O przez regulator R przy sprzężeniu od wielkości zakłócającej Z. Regulator R tworzy wielkość nastawianą Y zależną od obu jego wielkości wejściowych X i Z

$$Y = f_{xz,y}(X,Z) \qquad (3.8.2.2)$$

Powyższy przypadek należy do układów typu tabeli II-13.

Na rys.3.8.2.3.przedstawiono układ regulacji kaskadowej. Pomocniczą wielkością regulowaną jest tu Q a główną X Regulator R musi w tym przypadku wytworzyć wielkość nastawianą Y zależną od obu wielkości regulowanych X i Q

$$Y = f_{xQ,y}(X,Q) \qquad (3.8.2.3)$$

Ten przypadek jest identyczny z układem 15 tabeli II.

### 3.8.3. Układ automatycznej regulacji dwóch wielkości przy dwóch wielkościach nastawianych i jednej wielkości zakłócającej

Układ taki można przedstawić w postaci schematu rys.3.8.3.1a, gdzie O przedstawia obiekt z wielkością zakłócającą Z, dwoma wielkościami regulowanymi X i Q oraz dwoma wielkościami nastawianymi U i V. Układ taki po zastąpieniu elementu trójwejściowego dwuwyjściowego (obiektu O) przez dwa trójwejściowe, jednowyjściowe, można przedstawić w postaci schematu rys.3.8.3.1b. (W nieco innej postaci po częściowej transfiguracji układ ten przedstawiony jest na rys.3.8.3.1c). Rozwiązanie polega na wyodrębnieniu obu części układu (rozcięciu układu wzdłuż prostej a - a) i obliczeniu charakterystyk obu części (patrz punkt 3.7 str.22) Z otrzymanych w ten sposób zależności U i V od Z można łatwo znaleźć zależność X i Y od Z.

Przytoczone przykłady choć niekompletne wykazują celowość posługiwania się schematami blokowymi dla układów z wielowejściowymi elementami nieliniowymi oraz możliwości zastosowania podanych metod do obliczania układów.

## 4. Synteza charakterystyk statycznych wielowejściowych elementów

Zadaniem syntezy charakterystyki statycznej elementu wielowejściowego jest otrzymanie jej na podstawie założonej z góry charakterystyki całego układu.

## 4.1. Synteza charakterystyki elementu dwuwejściowego

W układzie przedstawionym na rys.4.1.1a ma być przeprowadzona synteza charakterystyki elementu dwuwejściowego P, na podstawie danej charakterystyki całego układu, to znaczy zależności np. wielkości regulowanej X od wielkości zakłócających $Z_1$ i $Z_2$

$$X = \psi(Z_1, Z_2) \qquad (4.1.1)$$

Szukana zależność ma więc postać

$$W = f_{uv,w}(U,V) \qquad (4.1.2)$$

Zależność (4.1.1) można w schemacie blokowym przedstawić przez fikcyjny element D (rys.4.1.1b), którego charakterystyki ona przedstawia.

W układzie rys.4.1.1a należy wyodrębnić element P, przeprowadzić zmianę kierunku przepływu sygnału od $Z_2$ do X oraz włączyć odpowiednio fikcyjny element D. W wyniku tych zmian otrzymamy układ przedstawiony na rys.4.1.2a. Obliczając w tym układzie wartości U i V przy W = const i $Z_1$, zmieniającym się w zadanych granicach, można otrzymać żądaną charakterystykę elementu P (4.1.2). W tym celu można w układzie rys.4.1.2 zmienić kierunek przepływu sygnału od W do $Z_2$ w wyniku czego otrzymuje się układ prosty dla obliczenia trójek wartości U, V i W, odpowiadających różnym parom wartości $Z_1$ i $Z_2$ (rys.4.1.2b) Celowym przy tym jest narysowanie pierw pomocniczej funkcji $V = \eta(Z_1, Z_2)$, na podstawie której można dobrać takie pary wartości $Z_1$ i $Z_2$, dla których V = const i dla nich obliczyć U i W otrzymując w końcu żądaną zależność 4.1.2 w postaci wykresu w współrzędnych U i W przy V = const. Oprócz tego sposobu są możliwe jeszcze inne. Dobór sposobu zależy od konkretnego układu.

Tak obliczona charakterystyka elementu zapewni w układzie rys.4.1.1a żądaną zależność wielkości regulowanej X od obu wielkości zakłócających. Zagadnienie możliwości fizycznej realizacji elementu P jest zagadnieniem odrębnym, nie mieszczącym się w ramach tej pracy.

Jeżeli układ posiada tylko jedną wielkość zakłócającą np. $Z_2$ i dana jest żądana zależność wielkości regulowanej od tego sygnału:

$$X = \psi(Z_2) \qquad (4.1.3)$$

to podany wyżej sposób prowadzi do układu rys.4.1.3, z którego można obliczyć trójki wartości W, U, V. W wyniku obliczeń nie otrzymuje się jednak całej zależności (4.1.2), lecz jedynie jedną z "charakterystyk roboczych" elementu (rys.4.1.4). Rozwiązanie zatem nie jest jednoznaczne w tym sensie, że różne elementy nieliniowe dwuwejściowe mogą posiadać tę samą charakterystykę roboczą. Każda rodzina charakterystyk przechodząca przez odpowiednie punkty charakterystyki roboczej (1,2 ... n na rys. 4.1.4) przy odpowiednich (tych samych co dla charakterystyki roboczej) wartościach V, będzie spełniała żądane wymagania.

Z powyższego wynika, że w zasadzie w przypadku jednej tylko wielkości wejściowej zadanie otrzymania żądanej charakterystyki może być spełnione przez element jednowejściowy. W istocie zakładając $Z_1$ = const i U = const (lub V = const, otrzymamy rozwiązanie tego zagadnienia.

## 4.2. Synteza charakterystyki elementu dwuwejściowego przy zadanej zależności wielkości wyjściowej od jednej z wielkości zakłócających

W układzie przedstawionym na rys.4.2.1a ma być osiągnięta żądana zależność wielkości wyjściowej od jednej z wielkości wejściowych:

$$X = \psi(Z_1) \qquad (4.2.1)$$

Wyodrębniając element P, który ma zapewnić tę zależność oraz wprowadzając element fikcyjny D o charakterystyce (4.2.1), otrzymuje się układ rys.4.2.1b. W układzie tym można obliczyć zależność

$$U = f(W, Z_2) \qquad (4.2.2.)$$

która wskazuje, że wspomnianą zależność 4.2.1 może na ogół spełnić jedynie element dwuwejściowy rys.4.2.1c.

Z zagadnieniem syntezy nieliniowych układów związana jest również tzw. teoria inwariancji. Przytoczone tu metody mogą znaleźć zastosowanie przy ustalaniu warunków statycznej inwariancji nieliniowych układów względem danych sygnałów zakłócających.

## LITERATURA


[1] A.Macura- Statyczna analiza nieliniowych układów blokowych. Archiwum Automatyki i Telemechaniki 1959 Nr 3 - 4.

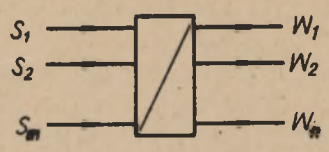
[2] A.J.Lerner - Wwiedenie w tieoriu awtomaticzeskowo regulirowania. Maszgiz Moskwa 1958.

[3] L.A.Zadeh - Nonlinear Multipoles. Proceedings National Academy of Sciences Vol 39 1953 274 - 280.

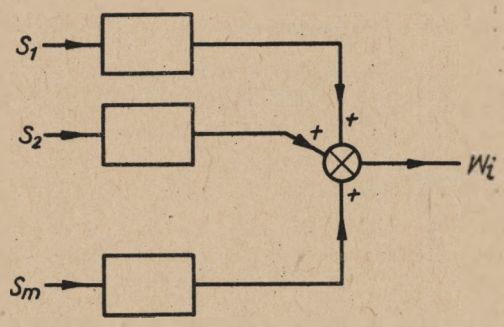
[4] S.Fryze - Uogólnienie Praw Kirchhoffa i Zasada Wyodrębnienia. Przegląd Elektrotechniczny 1931 Nr 10.

[5] A.Macura - Static Analysis of Non-linear Systems with Two-input Elements. First International Congress of Automatic Control IFAC Moscow 1960.

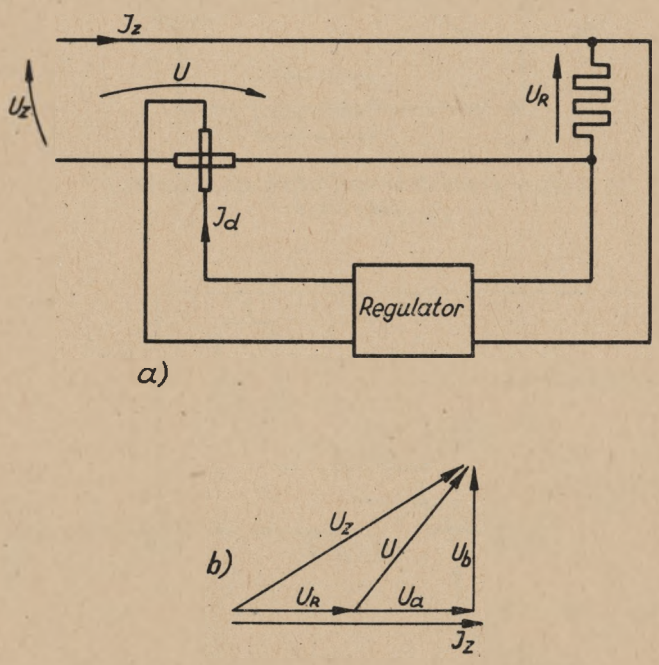
[6] A.Macura - Statyczna analiza układu bistabilnego Archiwum Automatyki i Telemechaniki 1957 Nr 1 - 2.



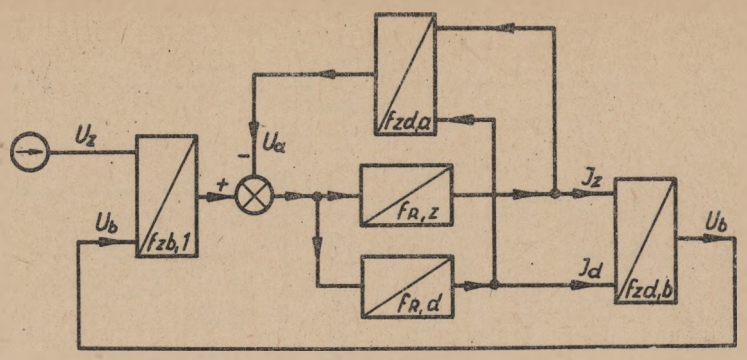

Rys.1.1.1. Element m-wejściowy, n-wyjściowy



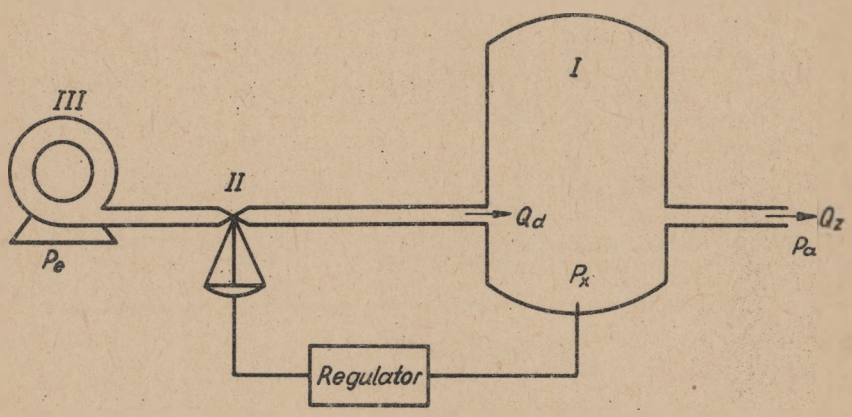

Rys.1.1.2. Układ zastępczy liniowego elementu m-wejściowego



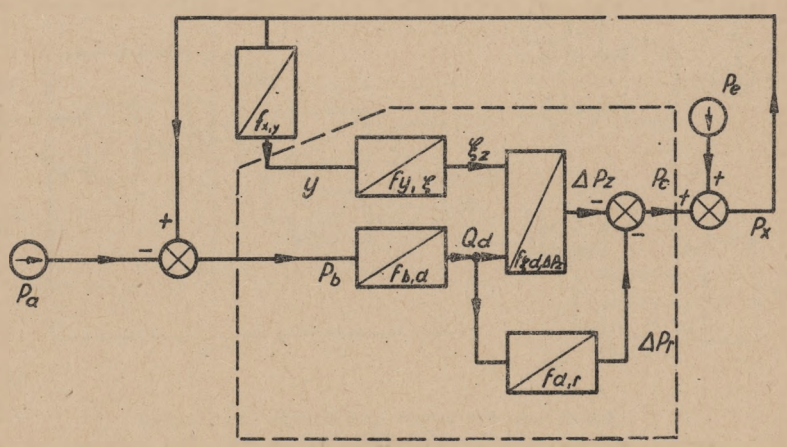

Rys.1.3.1. Układ stabilizacji napięcia $U_k$



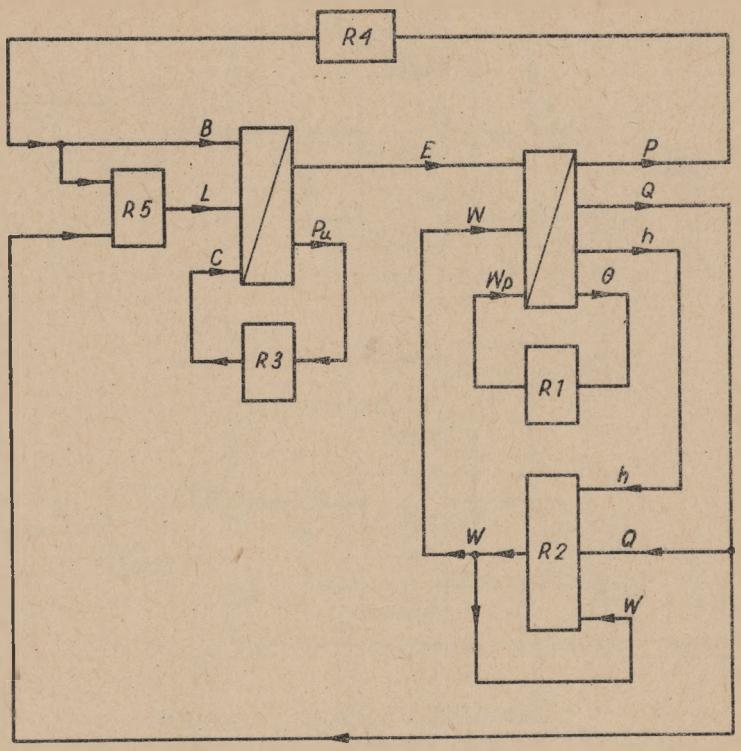

Rys.1.3.2. Schemat blokowy
układu stabilizacji napięcia



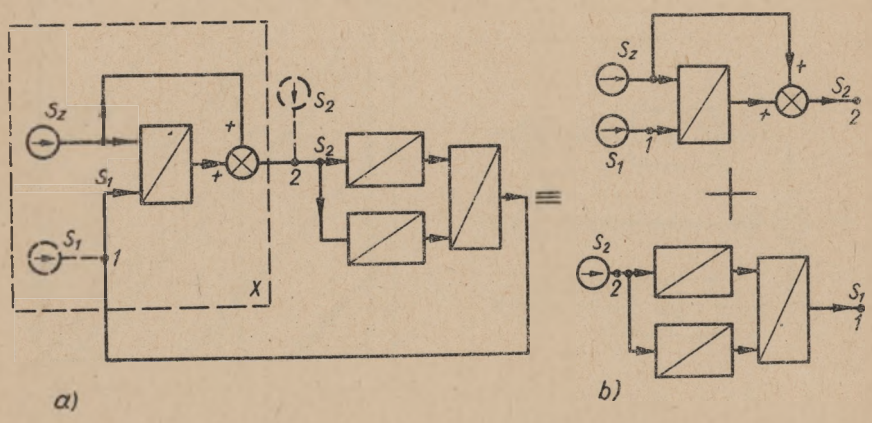

Rys.1.3.3. Układ automatycznej regulacji
ciśnienia $p_x$



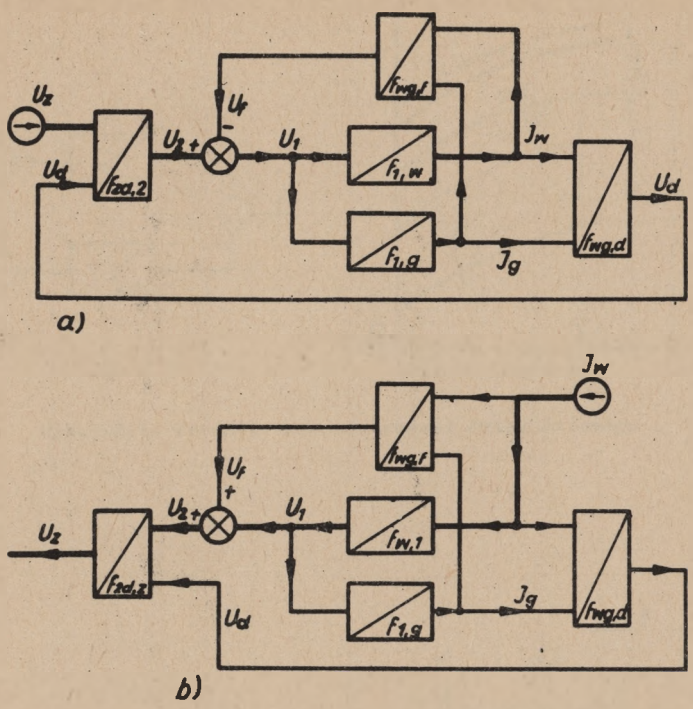

Rys.1.3.4. Schemat blokowy
układu automatycznej regulacji ciśnienia



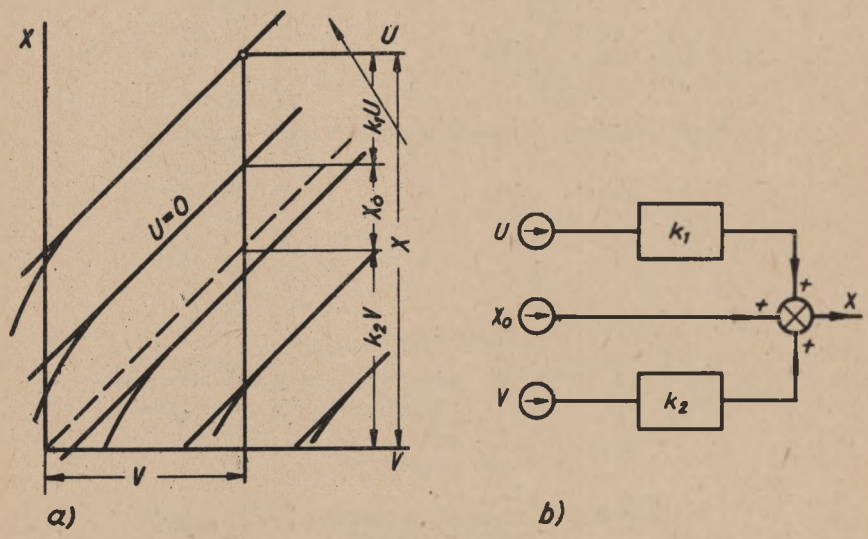

Rys.1.3.5. Schemat blokowy
układu automatycznej regulacji



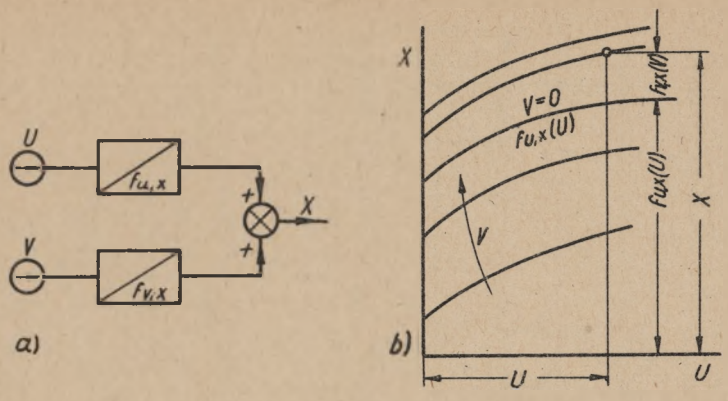

Rys.2.1.1. Przykłady zastosowania zasady
wyodrębnienia



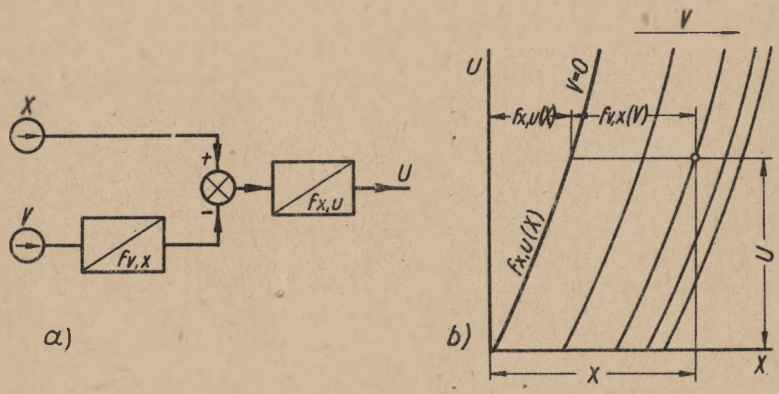

Rys.2.2.1. Przykład zastosowania
zasady zmiany kierunku przepływu sygnału



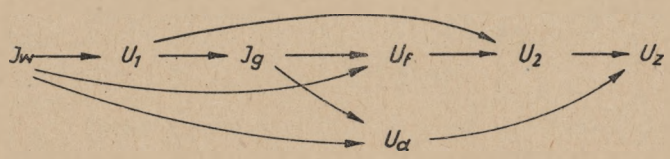

Rys.3.1.1. Linearyzacja elementu dwuwejściowego



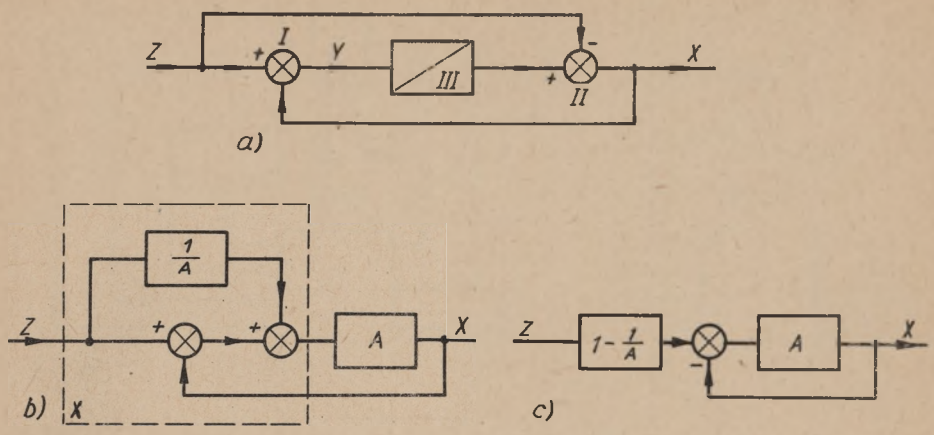

Rys.3.2.1. Transfiguracja elementu dwuwejściowego



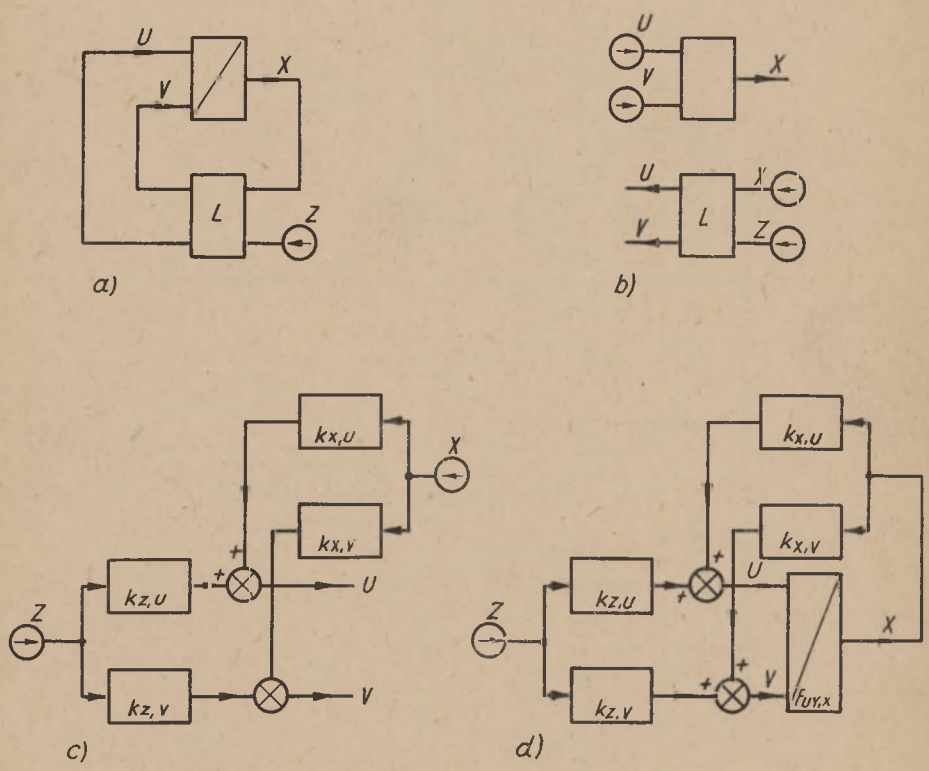

Rys.3.2.2. Transfiguracja elementu dwuwejściowego



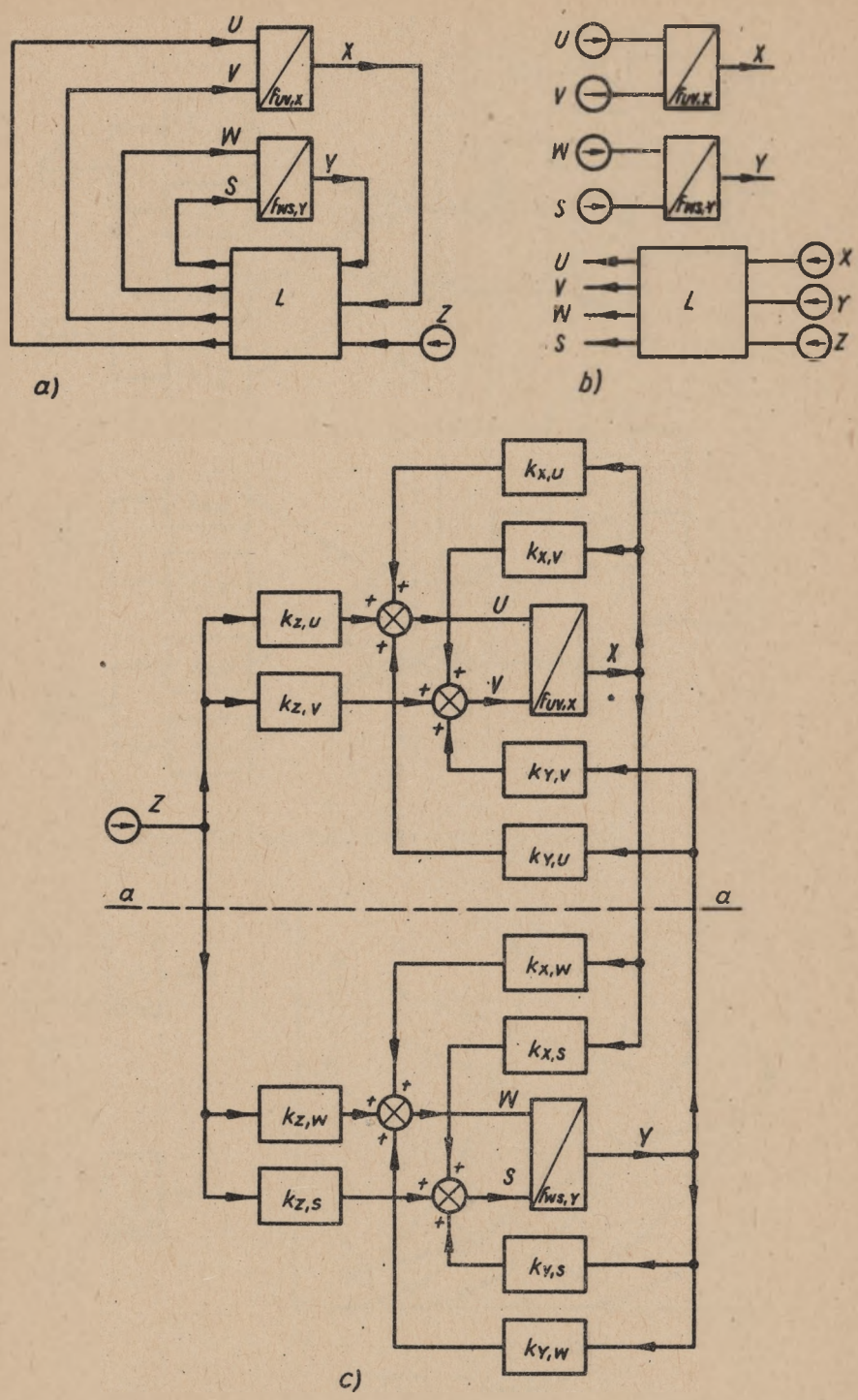

Rys.3.3.1. Schemat obliczania bezpośredniego układu prostego



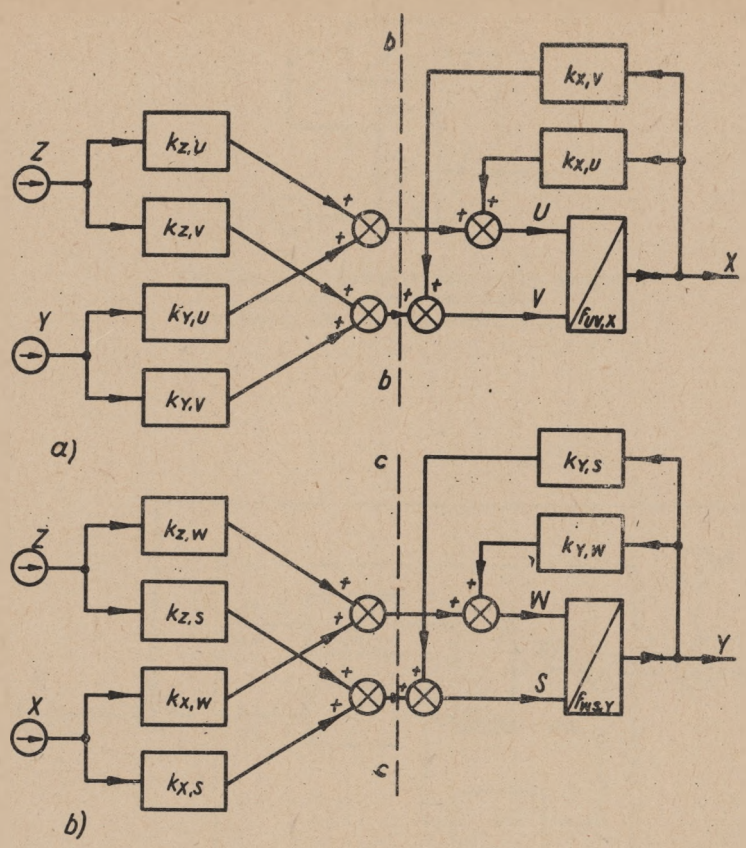

Rys.3.5.1. Przykład układu złożonego



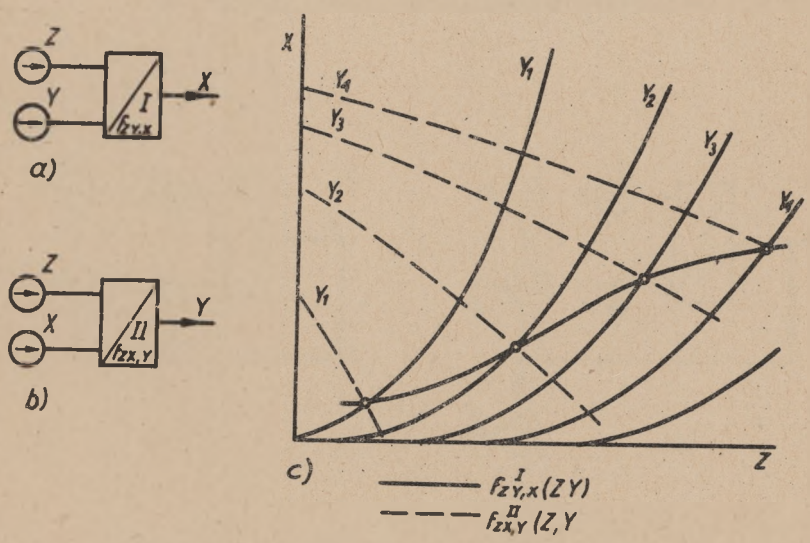

Rys.3.6.1. Układ zastępczy dla układów liniowych zawierających jeden nieliniowy element dwuwejściowy



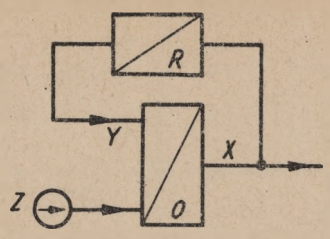

Rys.3.6.2. Układ zastępczy dla układów liniowych zawierających dwa nieliniowe elementy dwuwejściowe



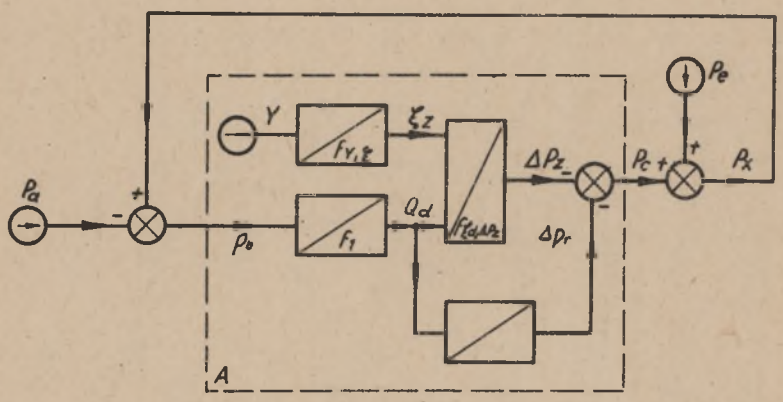

Rys.3.7.1. Rozwiązywanie układu z rys.3.6.2.



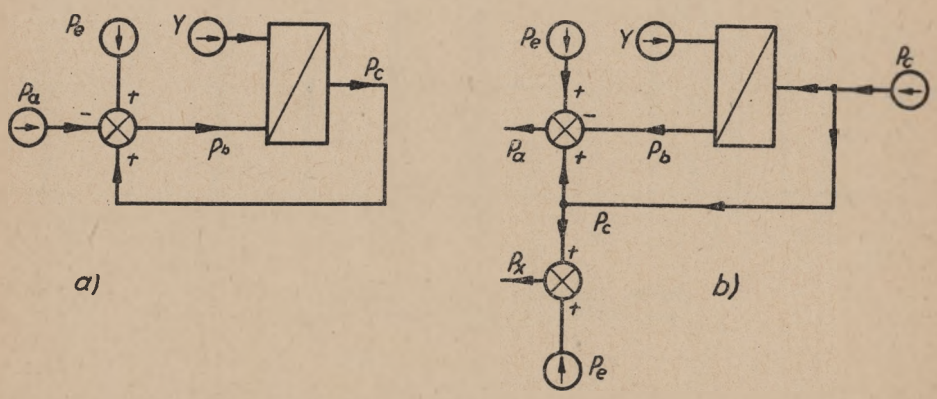

Rys.3.7.2. Rozwiązywanie układu złożonego składającego się z dwóch elementów dwuwejściowych



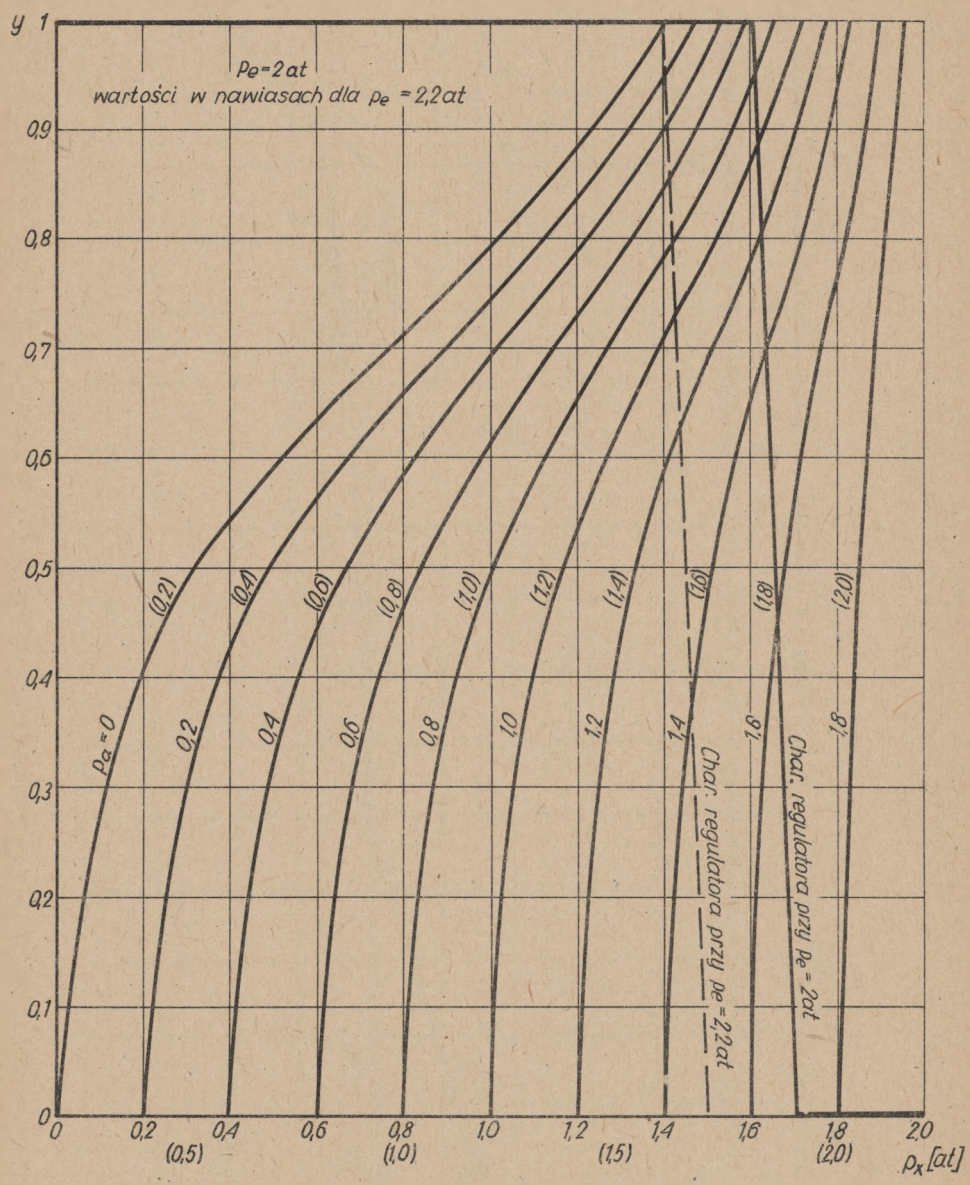

Rys.3.8.1.1. Schemat zastępczy układu automatycznej regulacji z jedną wielkością zakłócającą



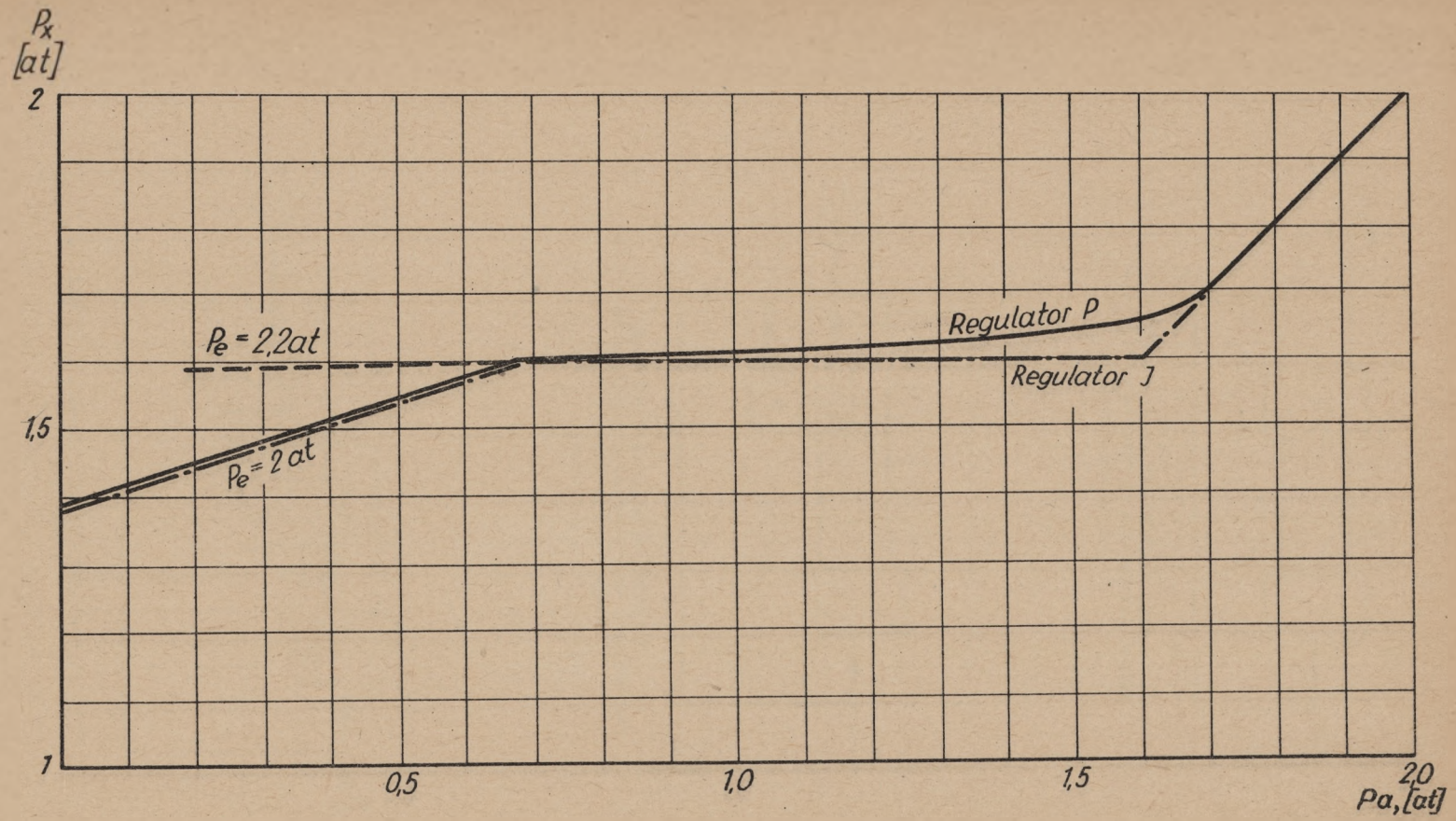

Rys.3.8.1.2. Rozwiązywanie układu z rys.1.3.3



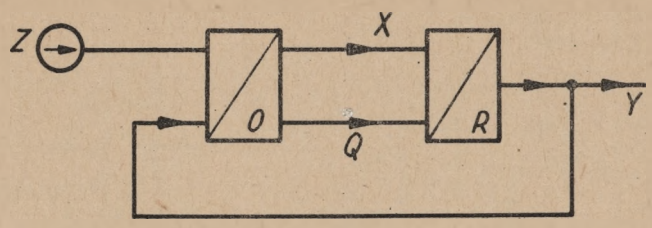

Rys.3.8.1.3. Schematy pomocnicze do rozwiązywania układu z rys.1.3.3.



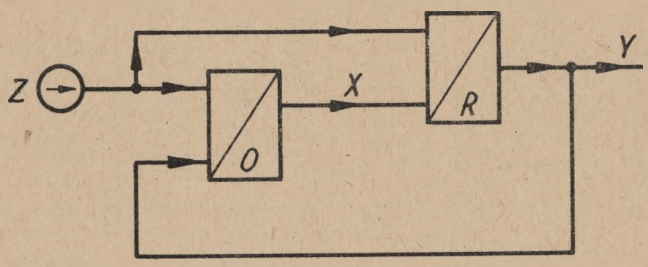

Rys.3.8.1.4. Charakterystyki układu automatycznej regulacji ciśnienia



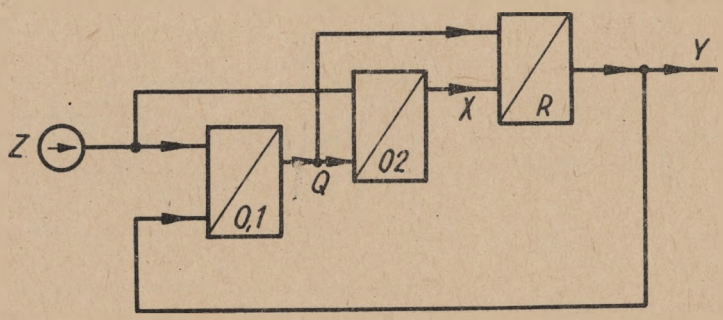

Rys.3.8.1.5. Wielkość regulowana $p_x$
w funkcji wielkości zakłócającej



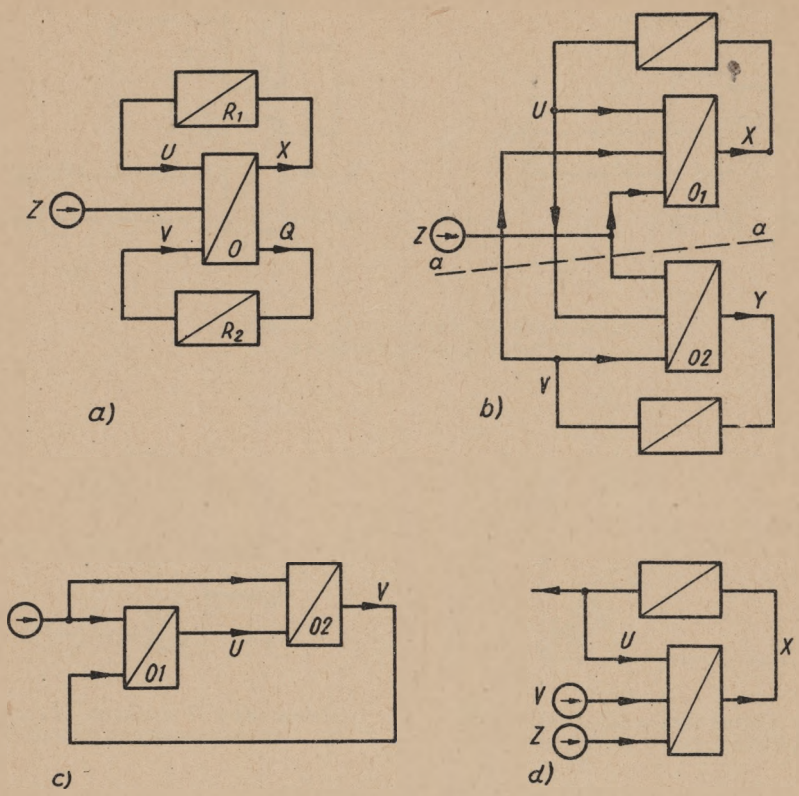

Rys.3.8.2.1. Schemat blokowy
układu automatycznej regulacji stosunku
dwóch wielkości



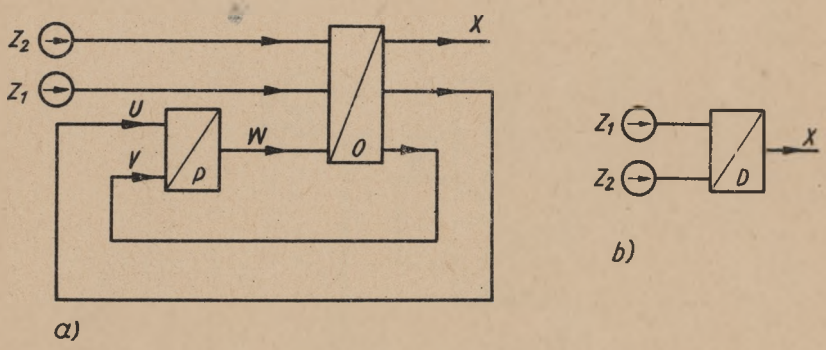

Rys.3.8.2.2. Schemat blokowy
układu automatycznej regulacji ze sprzężeniem
od wielkości zakłócającej



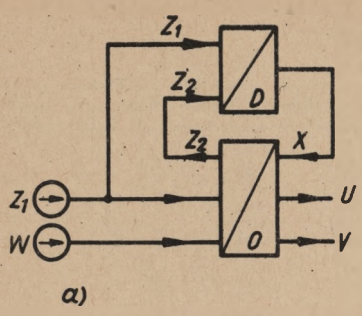

Rys.3.8.2.3. Schemat blokowy układu regulacji
kaskadowej

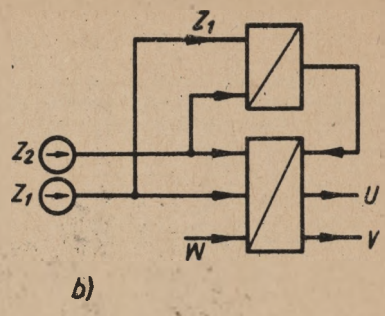



Rys.3.8.3.1. Układ automatycznej regulacji dwóch wielkości przy dwóch wielkościach nastawianych i jednej wielkości zakłócającej

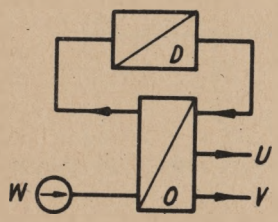



Rys.4.1.1. Synteza elementu dwuwejściowego

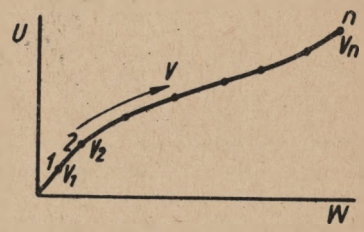


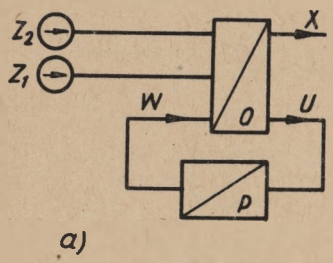

Rys.4.1.2. Schemat do obliczania elementu dwuwejściowego

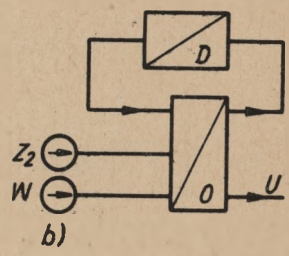


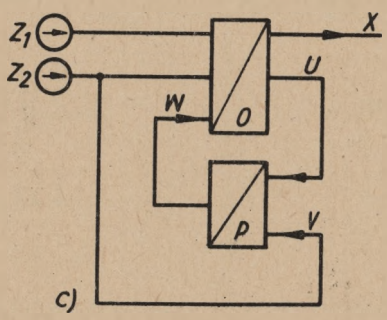

Rys.4.1.3. Schemat do obliczania elementu dwuwejściowego




Rys.4.1.4. Charakterystyka "robocza" elementu dwuwejściowego

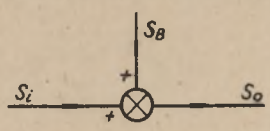
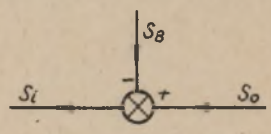
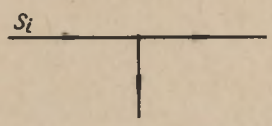
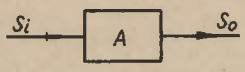
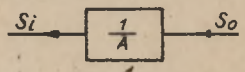
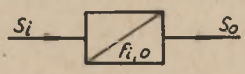
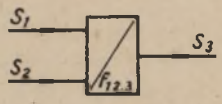
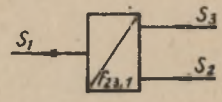



Rys.4.2.1.Synteza elementu dwuwejściowego przy dwóch wielkościach zakłócających

## TABELA I

| Przed zmianą kierunku przepływu sygnału | Po zmianie kierunku przepływu sygnału |
|---|---|
|  $S_o = S_i + S_B$ |  $S_i = S_o - S_B$ |
|  | |
| *Liniowy element jednowejściowy* | |
|  $S_o = A\,S_i$ |  $S_i = \frac{1}{A} S_o$ |
| *Nieliniowy element jednowejściowy* | |
|  $S_o = f_{io}(S_i)$ | $S_i = f_{io}^{-1}(S_o) = f_{oi}(S_o)$ |
| *Nieliniowy element dwuwejściowy* | |
|  $S_3 = f'_{12,3}(S_1, S_2)$ |  $S_1 = f_{23,1}(S_2, S_3)$ |

## TABELA II
### Układy jednowejściowe

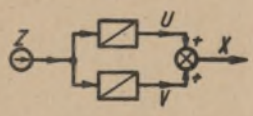
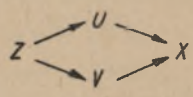
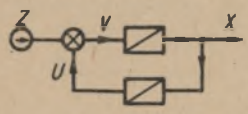
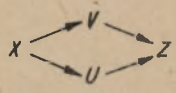
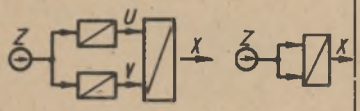
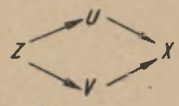
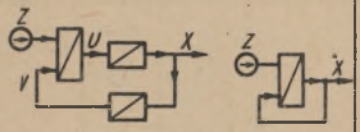
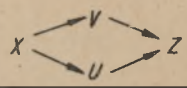
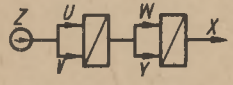
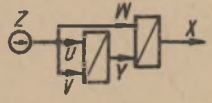
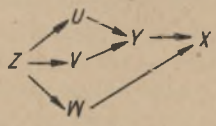
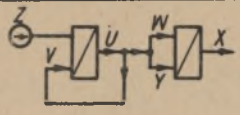
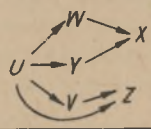
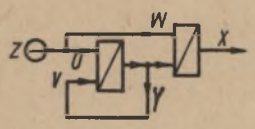
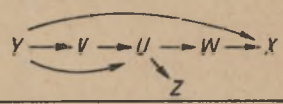
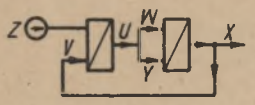
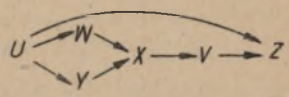
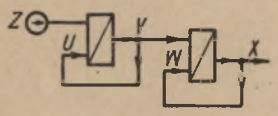
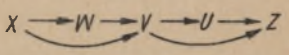
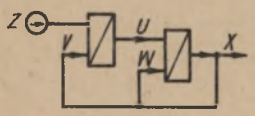
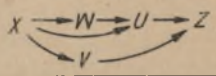
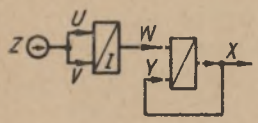
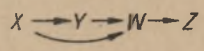
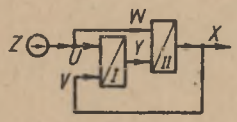
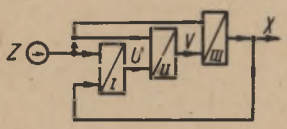
| L. p. | Układ | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 1 |  | Prosty |  |
| 2 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X  |
| 3 |  | Prosty |  |
| 4 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X  |
| 5 |  | Prosty | |
| 6 |  | Prosty |  |
| 7 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do U  |

TABELA II

Układy jednowejściowe

| L.p. | Układ | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 8 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do Y  |
| 9 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do U  |
| 10 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X  |
| 11 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X  |
| 12 |  | Złożony | Zastąpić element I elementem jednowejściowym i odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z do X  |
| 13 |  | Złożony | Narysować charakterystyki obu elementów w wspólnym układzie współrzędnych X, Z przyjmując Y jako parametr. Punkty przecięcia się charakterystyk dla Y=const dają rozwiązanie X=f(Z) |
| 14 |  | Złożony | a) Wprowadzić dla elementu I nowe źródło $X_1$, obliczyć $X=f(X_1, Z)$ i założyć $X_1=X$ (układ 5)* b) Wyodrębnić element I, II lub III i zastąpić resztę jednym elementem dwuwejściowym, otrzymuje się układ 13 |

* Tabela III

## TABELA II
## Układy jednowejściowe

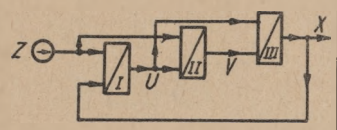
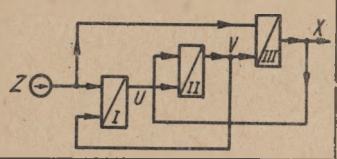
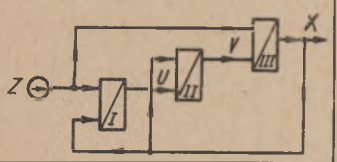
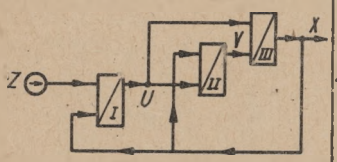
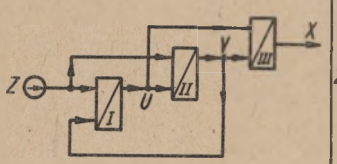
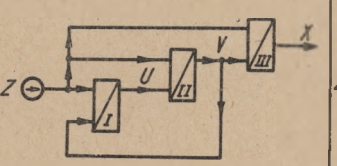
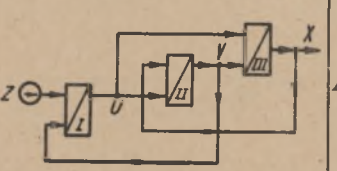
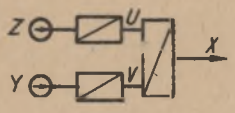
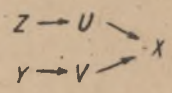
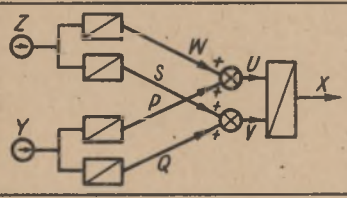
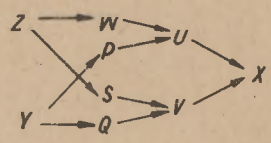
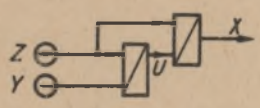
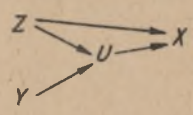
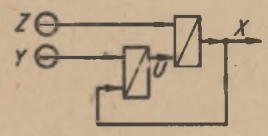
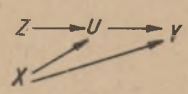
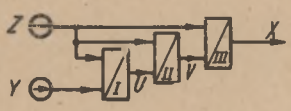
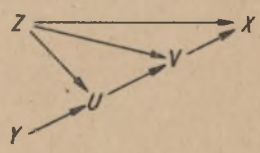
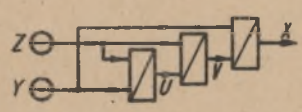
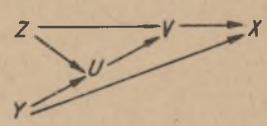
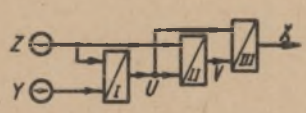
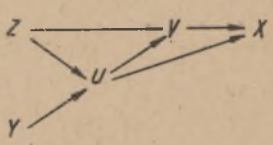
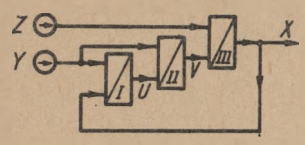
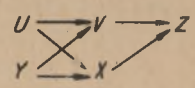
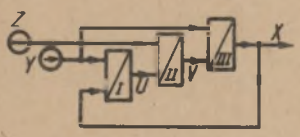
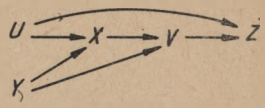
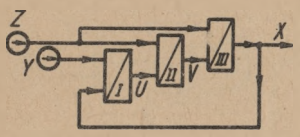
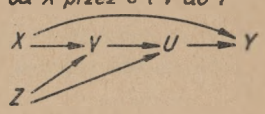
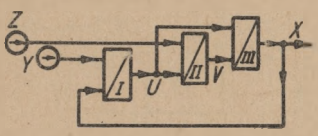
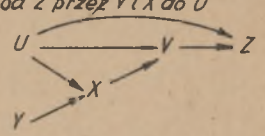
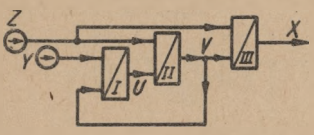
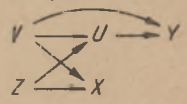
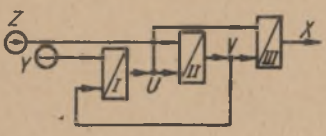
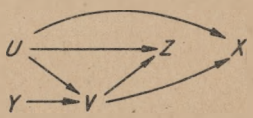
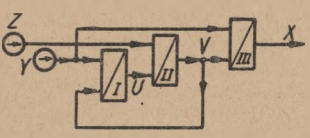
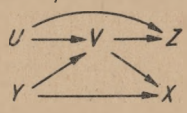
| L.p | Układ | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 15 |  | Złożony | Wprowadzić dla elementu I nowe źródło $X_1$, obliczyć $X=f(X_1,Z)$ i założyć $X_1=X$ |
| 16 |  | Złożony | Zmiana kierunku przepływu sygnału od Z przez U do V daje układ 14. Otrzymuje się pierw zależność $X=f(U)$, która nałożona na charakterystykę elementu I daje rozwiązanie $X=f(Z)$ |
| 17 |  | Złożony | Wprowadzić dla elementu I i II nowe źródło $X_1$, obliczyć $X=f(X_1,Z)$ i założyć $X_1=X$ |
| 18 |  | Złożony | a) Wprowadzić dla elementów I i II nowe źródło sygnału $X_1$, obliczyć $X=f(X_1,Z)$ i założyć $X=X_1$. b) Wyodrębnić element I i zastąpić resztę jednym elementem dwuwejściowym (za pomocą 13) otrzymuje się układ prosty 4. |
| 19 |  | Złożony | a) Zmienić kierunek przepływu sygnału od Z do U otrzymuje się układ 20 b) Wyodrębnić element III i w pozostałym układzie obliczyć zależność $U=f_1(Z)$ i $V=f_2(Z)$ łącząc je z elementem III otrzymamy układ prosty (podobny do 4) |
| 20 |  | Złożony | a) Zmienić kierunek przepływu sygnału od Z przez U i V do X otrzymuje się układ 18 b) Wyodrębnić element III i zastąpić resztę jednym elementem dwuwejściowym (za pomocą 13) otrzymuje się układ 3 |
| 21 |  | Złożony | a) Zmienić kierunek przepływu sygnału od Z do U otrzymuje się układ 20 b) Wyodrębnić element I i w pozostałym układzie obliczyć zależność $V=f_1(U)$ i $X=f_2(U)$ łącząc je z elementem I otrzymamy układ prosty (podobny do 4) |

TABELA III

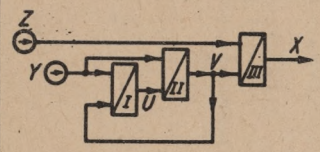
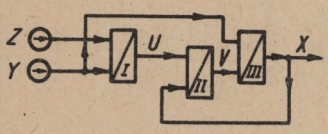
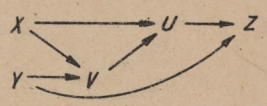
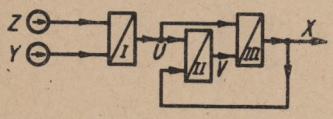
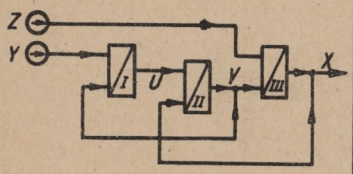
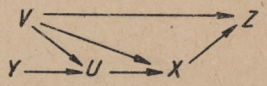
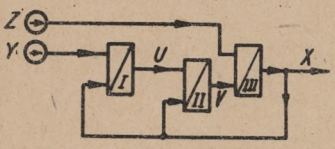
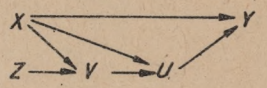
Uktady dwuwejściowe

| L.p. | Uktad | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 1 |  | Prosty |  |
| 2 |  | Prosty |  |
| 3 |  | Prosty |  |
| 4 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przeptywu sygnału od Y do X  |
| 5 |  | Prosty |  |
| 6 |  | Prosty |  |
| 7 |  | Prosty |  |

## TABELA III
## Układy dwuwejściowe

| L. p. | Układ | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 8 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez X do U  |
| 9 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływy sygnału od Z przez V i X do U  |
| 10 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od X przez U i V do Y  |
| 11 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez V i X do U  |
| 12 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Y przez U do V  |
| 13 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez V do U  |
| 14 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez V do U  |

## TABELA III
## Układy dwuwejściowe

| L.p. | Układ | | Rozwiązanie |
|---|---|---|---|
| 15 |  | Złożony | Wyodrębnić elementy I i II i zastąpić jednym elementem (patrz tabela II/13) otrzymuje się układ tabeli III/1 |
| 16 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez U i V do X<br>  |
| 17 |  | Złożony | Wyodrębnić elementy II i III i zastąpić jednym elementem |
| 18 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Z przez X do V<br>  |
| 19 |  | Prosty | Odwrócić kierunek przepływu sygnału od Y przez U i V do X<br>  |
| | | | |

# TABELA IV

| $P_b$ | $\sqrt{P_b}$ | $Q_d$ $10^{-3}$ | $Q_d^2$ $10^{-6}$ | $y$ | $\xi_z$ | $\Delta P_z$ | $\Delta P_r$ | $P_c$ | $P_z$ | $P_a$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 31,6 | 1,69 | 2,86 | 0,2 | 800 | 32000 | 235 | -32 235 | -12 235 | -13 235 |
| | | | | 0,3 | 470 | 17880 | | -18 115 | + 1 885 | + 885 |
| | | | | 0,4 | 260 | 9 890 | | -10 125 | 9 875 | 8 875 |
| | | | | 0,5 | 140 | 5 320 | | - 5 555 | 14 445 | 13 445 |
| | | | | 0,6 | 70 | 2 660 | | - 2 895 | 17 105 | 16 105 |
| | | | | 0,7 | 37 | 1 408 | | - 1 643 | 18 357 | 17 357 |
| | | | | 0,8 | 20 | 760 | | - 995 | 19 005 | 18 005 |
| | | | | 0,9 | 10 | 380 | | - 615 | 19 385 | 18 385 |
| | | | | 1 | 5,2 | 197,5 | | - 432,5 | 19 567 | 18 567 |
| 2000 | 44,7 | 2,393 | 5,72 | 0,2 | 800 | 60800 | 470 | -61270 | -41 270 | -43 270 |
| | | | | 0,3 | 470 | 35 700 | | -36170 | -16 170 | -18 170 |

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 3347/61

BPN
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ