#### ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ Seria: BUDOWNICTWO z. 113

Nr kol. 1799

2008

Wojciech POLITALSKI<sup>\*</sup> Politechnika Krakowska

## PRZYROST NAPRĘŻEŃ W CIĘGNIE BEZ PRZYCZEPNOŚCI W WYNIKU OBCIĄŻENIA SPRĘŻONEJ BELKI KABLOBETONOWEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badania belki sprężonej cięgnem bez przyczepności, które jest częścią szerszego programu badawczego zajmującego się SGN i SGU elementów płytowych oraz belkowych sprężonych cięgnami bez przyczepności. Otrzymane wyniki porównano z teorią proponowaną przez normy oraz przez autorów zajmujących się tym zagadnieniem. Przeprowadzone obliczenia wykazały dużą rozbieżność rozważanych teorii z zachowaniem się elementu podczas eksperymentu, co potwierdza, że omawiane zagadnienie wymaga głębszego poznania oraz dalszych prac badawczych i rozważań teoretycznych.

# STRESS INCREMENT IN UNBONDED TENDON DUE TO THE LOADING OF A PRESTRESSED CONCRETE POST-TENSIONED BEAM

Summary. In this paper there are presented results of unbonded post-tensioned beam test which is a part of wider research project dealing with ULS and SLS of slab and beam members prestressed with unbonded tendons. Obtained results are compared with the theory proposed by codes and different authors dealing with the matter given above. Conducted calculations have great divergence with response of the member and confirmed that above-mentioned problem needs further recognition and continuation of experimental and theoretical studies.

## 1. Wstęp

Opisane w artykule badanie jest kontynuacją prac dotyczących stanów granicznych nośności i użytkowalności elementów typu płytowego oraz belkowego sprężonych cięgnami bez przyczepności [7, 8]. Ich celem jest weryfikacja teorii proponowanych przez normy oraz różnych badaczy. Mają one również stanowić bazę do rozważań teoretycznych, które mają być przeprowadzone w przyszłości.

Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. Politechniki Krakowskiej.

### 2. Przyrost naprężeń w cięgnach sprężających

#### 2.1. Określenie przyrostu naprężeń

Kluczowym zagadnieniem potrzebnym do określenia zachowania się elementów belkowych i płytowych w stanach granicznych nośności oraz użytkowalności jest przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności. O ile wyznaczenie naprężenia efektywnego po wszystkich stratach nie nastręcza większych problemów, to określenie wzrostu naprężeń wywołanego przyłożeniem do elementu obciażeń wykraczających poza ciężar własny nie jest zadaniem tak łatwym. Spowodowane jest to tym, że zmiana odkształceń w cięgnach bez przyczepności ma charakter globalny, a nie lokalny jak w przypadku cięgien z przyczepnością. W cięgnach z przyczepnością, w określonym przekroju, przy założeniu idealnej przyczepności stali do betonu, zmiana odkształcenia w stali sprężającej jest równa zmianie odkształcenia betonu na poziomie cięgna wypadkowego, natomiast w cięgnach bez przyczepności, przy założeniu pominięcia tarcia pomiędzy cięgnami a osłonką i wynikającej z tego równości naprężeń na całej długości cięgna, odkształcenie cięgna w dowolnym przekroju jest równe średniemu odkształceniu betonu na poziomie ciegna wypadkowego, na długości cięgna pomiędzy zakotwieniami.

Próby rozwiązania tego zagadnienia można znaleźć zarówno w przepisach normowych, jak również w teoriach publikowanych w książkach lub czasopismach. Zarówno polska norma [1], jak i EC2 [2] podchodzą do tego zagadnienia w sposób uproszczony, zalecając przyjęcie przyrostu naprężeń w zbrojeniu sprężającym równego 100 MPa. Odpowiada to zaleceniom, jakie proponowała norma amerykańska ACI 318-63. Obecne wydanie tej normy [3] idzie o krok naprzód i uzależnia wartość przyrostu naprężeń od trzech parametrów: wytrzymałości betonu na ściskanie, stopnia zbrojenia sprężającego i stosunku rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju, co umożliwia uzyskanie przyrostu naprężeń w granicach od 70 do 420 MPa. Z publikacji pozanormowych na szczególną uwagę zasługują dwie teorie. Pierwsza z nich to teoria uzależniająca przyrost naprężeń od długości przegubów plastycznych, która została wykorzystana między innymi w pracach [5, 6], druga natomiast to teoria sprowadzająca analizę elementu sprężonego cięgnami bez przyczepności do elementu sprężonego cięgnami z przyczepnością za pomocą wprowadzenia współczynnika redukcji odkształceń  $\Omega_{\rm U}$  [4]. Powyższe dwie teorie zostały rozwinięte i znalazły zastosowanie również w elementach sprężonych cięgnami zewnętrznymi bez przyczepności.

#### 3. Program badań

Przeprowadzone badania na czterech elementach belkowych (w niniejszym artykule opisane jest tylko jedno z tych badań) są częścią szerszego programu mającego na celu dostarczenie informacji na temat zachowania się elementów sprężonych cięgnami bez przyczepności. W badaniu tym dobrano parametry mające wpływ na przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności w ten sposób, aby uzyskać stosunkowo wysoki przyrost naprężeń w stali sprężającej w stanie granicznym nośności w porównaniu z zaleceniami polskiej normy [1] i EC2 [2]. Smukłość elementu, wyrażona jako stosunek rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju, wynosiła ~18. Zastosowano trójkątną trasę cięgien z odgięciem w środku rozpiętości i zerowym mimośrodem nad podporami oraz obciążono belkę pojedynczą siłą skupioną. W kolejnych eksperymentach przeprowadzonych na belkach przebadano wpływ typu obciążenia oraz średnic zastosowanego zbrojenia pasywnego na stany graniczne nośności i użytkowalności. Szczególną uwagę zwrócono na propagację rys i ich rozstaw, który wiąże się ściśle z rozmieszczeniem zbrojenia poprzecznego na długości badanego elementu.

#### 3.1. Charakterystyka oraz geometria badanego elementu belkowego

Badana wolnopodparta belka miała wymiary przekroju b = 150 oraz h = 250 mm. Jej całkowita długość wynosiła 4 m, natomiast rozpiętość w osiach podpór 3,8 m. Średnia wytrzymałość betonu na ściskanie określona na próbkach walcowych w okresie przeprowadzania eksperymentu (po 90 dniach od zabetonowania) wynosiła 58,2 MPa, natomiast średnia wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu i rozłupaniu odpowiednio 5,9 MPa oraz 4,5 MPa. Średnia wartość siecznego modułu sprężystości betonu  $E_{cm}$  wynosiła 37 GPa. Na zbrojenie główne przyjęto 2 pręty ø16 mm górą oraz 2 pręty ø16 mm dołem ze stali klasy AIII-N. Zbrojenie poprzeczne zostało wykonane ze strzemion dwuciętych ø6 mm w rozstawie 100 mm na długości belki pomiędzy podporami. Belka została sprężona pojedynczym cięgnem L15,5. Pole przekroju splotu wynosiło 150,5 mm<sup>2</sup>, natomiast charakterystyczna granica plastyczności oraz wytrzymałość na rozciąganie uzyskana podczas badań doświadczalnych odpowiednio 1675 MPa oraz 1888 MPa.



Rys. 1. Geometria, przekroje i schemat statyczny belki Fig. 1. Geometry, cross-sections and static scheme of beam

#### 3.2. Technika pomiaru

Przeprowadzone w sposób ciągły pomiary zostały zarejestrowane na komputerze przy użyciu trzech mostków Spider 8 o łącznej liczbie kanałów wynoszącej 24. Przekazywaną na belkę siłę mierzono za pomocą siłomierza tensometrycznego C6A Force Transducer HBM o zakresie pomiarowym do 500 kN. Drugi z siłomierzy, o tych samych parametrach, umieszczono pod zakotwieniem biernym, w celu pomiaru siły sprężającej w cięgnie. Do pomiaru ugięć wykorzystano 5 czujników indukcyjnych WA 50 oraz 2 czujniki WA 10 Inductive Standard Displacement Transducer HBM o zakresie pomiarowym wynoszącym odpowiednio 50 oraz 10 mm. Czujniki o większych zakresach zostały umieszczone w 1/4, w 1/3, w 1/2, w 2/3 oraz w 3/4 rozpiętości elementu, natomiast 2 pozostałe, o mniejszym zakresie, zainstalowano w 1/6 oraz 5/6 rozpiętości. Resztę kanałów wykorzystano do pomiaru odkształceń na powierzchni betonu, po 5 tensometrów elektrooporowych w 1/3 oraz 1/2 rozpiętości belki. Dodatkowo odkształcenia na powierzchni betonu badano z wykorzystaniem baz pomiarowych stworzonych z szeregu reperów.

#### 3.3. Fazy obciążenia

Przed przystąpieniem do badań obliczono i dobrano wartość siły sprężającej w ten sposób, aby spełniała normowe warunki odnośnie fazy początkowej. Podczas sprężania uzyskano wartość siły sprężającej, która wyniosła 181,2 kN, a następnie wskutek strat doraźnych spadła do 180,75 kN. Na podstawie metody dokładnej, zamieszczonej w [1], oszacowano wartość zewnętrznej siły niszczącej, z tą jednak różnicą, że naprężenia w cięgnie sprężającym przemnożono przez współczynnik redukcji przyczepności  $\Omega_U$  zaproponowany przez Naamana [4]. Obciążenie dobrano w ten sposób, aby w kolejnych fazach uzyskać odpowiednio 20, 40, 60, 80 i 100% teoretycznego obciążenia rysującego (obliczonego przy założeniu charakterystyk materiałowych jak dla betonu C35/45), a następnie 40, 45, 55, 70, 80, 90 i 100% teoretycznego obciążenia niszczącego. Ze względu na większą nośność na zginanie niż przewidywano, konieczne okazało się przeprowadzenie dodatkowego etapu obciążenia prowadzącego do zniszczenia badanego elementu. W tabeli 1 zamieszczono opis poszczególnych etapów obciążenia wraz z wybranymi parametrami pomiarowymi.

Tabela 1

		Teoretyczna siła rysująca							Teoretyczna sila niszcząca							
		0%	20%	40%	60%	80%	100%	40%	45%	55%	70%	80%	90%	100%	100%	
Planowana wartość obciążenia	[kN]	0	6,4	12,8	19,2	25,6	32	36	40,5	49,5	63	72	81	90	-	
Zrealizowana wartość obciążenia	[kN]	0,00	6,24	13,02	18,96	25,44	31,98	36,00	39,75	49,47	60.75	71,01	79,59	90,51	104,07	
Wartość siły sprężającej w cięgnie	[kN]	180,75	181,08	181,62	182,10	182,67	183,27	183,60	184,08	185,82	189,69	193,89	197,70	202,20	216,45	
Przyrost naprężeń w clęgnie	[MPa]	0,00	2,19	5,78	8,97	12,75	16,74	18,93	22,12	33,67	59,37	87,27	112,57	142,46	237,10	
Ugięcie belki w 1/6 rozpiętości	[mm]	-1,57	-1,13	-0,66	-0,28	0,13	0,54	0,81	1.09	2,01	3,53	5,18	6,60	8,28	13,18	
Uglęcie belki w 1/4 rozplętości	[mm]	-2,18	-1,59	-0,96	-0,43	0,14	0.72	1,09	1,50	2,82	5.07	7,46	9,52	11,81	18,99	
Ugięcie belki w 1/3 rozpiętości	{mm]	-2,67	-1,95	-1,17	-0,53	0,18	0.89	1,34	1,85	3,51	6,40	9,48	12,11	15,38	24,69	
Uglęcie belki w 1/2 rozplętości	[mm]	-3,20	-2,35	-1,43	-0,68	0,16	1,01	1,55	2,17	4,25	7,85	11,56	14,73	18,67	31,53	
Ugięcie bełki w 2/3 rozpiętości	{mm}	-2,65	-1,94	-1,16	-0,51	0,19	0,91	1,36	1,87	3,53	6,43	9,49	12,14	15,37	24,65	
Ugięcie belki w 3/4 rozpiętości	[mm]	-2,16	-1,64	-0,98	-0,45	0,15	0,74	1,13	1,61	2,92	5,13	7,59	9,66	12,18	19,30	
Ugięcie belki w 5/6 rozpiętości	[mm]	-1,53	-1,10	-0,63	-0,24	0,18	0,61	0,88	1,18	2,11	3,67	5,35	6,77	8,54	13,36	

#### Etapy obciążenia wraz z wybranymi parametrami pomiarowymi

Podczas każdej z faz, po ustabilizowaniu się siły w prasie, dokonywano pomiaru odległości pomiędzy reperami. Gdy zachodziła konieczność, dokonywano w tym czasie również kalibracji czujników ugięć. Brak gładkości wykresu w punktach odpowiadających kolejnym fazom obciążenia spowodowany jest wzrostem przemieszczeń przy utrzymywaniu się siły na stałym poziomie, co jest szczególnie widoczne przy wyższych wartościach obciążenia, gdy dochodzi do uplastycznienia się stali.

Na rys. 2 przedstawiono wykres obrazujący zależność pomiędzy ugięciami i siłą sprężającą a przyłożonym obciążeniem. Na pierwszym z nich zaznaczono

charakterystyczne punkty: A – punkt przedstawiający wygięcie belki od siły sprężającej po stratach doraźnych, B – punkt oznaczający powstanie pierwszych rys prostopadłych, C – punkt rozgraniczający zakres sprężysty od plastycznego, D – punkt przedstawiający nośność elementu ze względu na zginanie, E – punkt utożsamiany ze zniszczeniem elementu. Wykorzystując wcześniej opisane punkty, można podzielić wykres na kilka części, wyodrębniając następujące zakresy pracy belki: AB – liniowy, sprężysty, niezarysowany; BC – liniowy, sprężysty, zarysowany oraz CD – nieliniowy, niesprężysty, zarysowany. Porównując oba wykresy, można dostrzec, że największy przyrost siły sprężającej w cięgnie (w tym wypadku ~85% całkowitego przyrostu) ma miejsce w ostatnim z wyżej wymienionych zakresów.



Rys. 2. Wykresy zależności obciążenie-ugięcie i obciążenie-siła sprężająca Fig. 2. Load-deflection and load-prestressing force relationship diagrams

#### 3.4. Zarysowanie

W kolejnych fazach obciążenia badano zarysowanie elementu. Pierwsze zarysowanie pojawiło się przy sile większej niż zakładano, czyli dopiero przy 49,5 kN, tj. ~48% rzeczywistej siły niszczącej. Rysunek 3 i tabela 2 przedstawiają rozmieszczenie, kolejność pojawienia się oraz szerokość rys w poszczególnych etapach (znak "v" w tabeli 2 oznacza, że na danym etapie nastąpiła propagacja rysy, lecz nie mierzono jej szerokości). Na szczególną uwagę zasługuje związek pomiędzy rozstawem rys a rozmieszczeniem strzemion, które inicjują zarysowanie.

Przyrost naprężeń w cięgnie bez przyczepności...

#### Tabela 2

Szerokość i kolejność pojawiania się rys w poszczególnych etapach obciażenia

0.	LUIORO	3011	NOIC	ino:	<u>v p</u>	oja	** 10	ma	SIL	1 9 3	> YY	pos	SZC1	regu	July	CII	eta	pac	10	DCI	ąze.	na	
Oznacze	nie rysy			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Odlegios	sé od srod	ka belkl	[cm]	1	90,5	60	70	60	50	40	30	21	11	D	11	20	30	40	52	61	71	81,5	90,
Ysy	Etap VIII	- 49,47	[kN] ·	-		-	•	-	-	-	v	v	-	0,03		0,03	-	-	-	-	-	*	-
/arcie r [mm]	Etap IX	- 60,75	[kN] -		-	-		0,03	0,03	0,05	0,05	0,05	V	0,05	v	0,05	V	0,05	0,03		-	-	1
	Etap X	-71,01	[kN]	-	1	-	0,02	0,05	0,05	0,09	0,05	0,1	0,05	80,0	8,05	0,08	0,1	0,05	0.05	0,05	0,03	-	-
WZO	Etap XI	- 79,59	[kN]	-	0,02	0,05	0,05	0,08	0,05	0,1	0,1	0,15	0,1	0,15	0,1	0,1	v	0,1	0,1	0,05	0,05	0,03	
8	Etap XII	- 90,51	[14]	-	0,05	0,05	0,08	0,1	0,05	0,1	0,13	0,2	V	0,25	V	V	0,15	V	Y	0,08	0,1	V	0,0
Oznaczenie rysy		1	2	Э.	4	5	6	7	8.	9	10'	11	12	13	14'	15	16	17	18	19'	20		
Odlegios	ść od środł	ka beiki	[cm]	100	91	60	71,5	61	52,5	41,5	31	22	12	1,5	10,5	21	31	41	50	61	71,5	81,5	91
Asi	Etap Vill	- 49,47	[kN]	•	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	0,05	-	-	-	-	-	-		-	
19	Etap 1X	- 60,75	[kN]	1 - 1			-	0,03	0,05	0,05	0.05	0,05	0,05	0,08	0.05	0,05	V.	0,05	0,03	V	•		
mu	Etap X	-71,01	[kN]	-	V	0,03	0,05	0.05	0,09	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,1		13.41	0,00	0,05	0,05	0,03	0.03	-
WZ O	Etap XI	- 79,59	[kN]	-	V	0.05	0.05	0.05		0,1	0,1	0,18	0,15	0,2		0,1	0,15	0,13	0,1	0,1	0,05		V
œ	Etap XII	- 90,51	[kN]	V	1000	Y	0,1	0,1	0,1	0,15	0,15	0,2	0.2	0,25	0,2	-	0,2	0,15	111	-	0,1		
	1 {	1	1	ξ	1		,	1	11			}	1	1			; )		}	10		}	
	2 3	4	5	6	7	8	3	9	10	1	11	21	3	14	- 1 5	5 1	6	17	18	31	92	0	
1 1	1	1	1	1	{	1	1911	Ví	1-1-	1	1	}	3	1	Y		{	2	•	}		1	
1' 2	2' 3'	4'	5'	6'	7'	8	' g	)'1	0'	1	11	2'1	13	14	15	51	6'1	17	18	315	92	0'	

Rys. 3. Schemat zarysowania – widok od przodu (góra rysunku) oraz lustrzane odbicie widoku od tyłu (dół rysunku)

Fig. 3. Crack pattern - front elevation (top) and mirror view of rear elevation (bottom)

## 4. Porównanie wyników badania z wybranymi podejściami teoretycznymi

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń dokonanych na podstawie norm [1, 2, 3] oraz wybrane analizy teoretyczne [4, 5, 6] proponowane przez różnych autorów. W przedostatniej kolumnie zamieszczono rezultat obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem metody dokładnej, zmodyfikowanej przez wprowadzenie współczynnika redukcji odkształceń  $\Omega_U$ . Ostatnia kolumna zawiera wyniki badań.

Widoczna jest duża rozbieżność pomiędzy przewidywanymi wartościami przyrostu naprężeń w cięgnach a wynikami badania. Znacząca jest również różnica pomiędzy teoretyczną a rzeczywistą nośnością na zginanie badanego elementu. Powoduje to

Tabela 3

	PN-B- 03264	ACI Code 318M-02	Harajii I Hijazi	Lee, Moon I Lim	Naaman I Alkhairi	Metoda dokładna + Ωυ	Wyniki badania
Δσp, ULS /Δfps/ [MPa]	100	181	284	193	376	277	237
σpmt /fps/ [MPa]	1300	1381	1484	1393	1576	1477	1438
MRd [kNm]	77,67	85,2	88,5	85,6	91,4	82,25	101,1
MRdi / MRd7 [%]	77%	84%	88%	85%	90%	81%	100%

Porównanie wyników uzyskanych z obliczeń i badania

niedoszacowanie nośności elementu o około 10÷30%, spowodowane jedynie rozbieżnością pomiędzy wynikami teoretycznymi i rezultatami badania, gdyż wszelkie obliczenia zostały przeprowadzone z pominięciem częściowych współczynników bezpieczeństwa. Kolejnym krokiem, jaki zamierza podjąć autor, jest próba przedstawienia powyższego zagadnienia z wykorzystaniem MES.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- 1. PN-B-03264:2002 "Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie".
- 2. EN 1992-1-1:2004 "Eurocode 2: Design of concrete structures Part1-1: General rules and rules for buildings".
- 3. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-05).
- 4. Naaman A.E.: Stress at Ultimate in Unbonded Post-Tensioning Tendons. Part 2. Proposed Methodology. ACI Structural Journal, No. 6 1991, p. 683-692.
- Harajli M.H., Kanj M.Y.: Ultimate Flexural Strength of Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons. ACI Structural Journal, No. 6, 1991, p. 663-673.
- Lee L.H., Moon J.H., Lim J.H.: Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure. ACI Structural Journal, No. 6, 1999, p. 1040-1048.
- Politalski W.: Przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności w wyniku obciążenia sprężonej płyty kablobetonowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Budownictwo, z.112, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, s. 267-274.
- 8. Politalski W.: Stress increment in unbonded tendons due to third-point loading of a prestressed concrete slab. Juniorstav, January 2008, p. 119