

Rafał ULINIARZ*
Politechnika Śląska

KALIBROWANIE MODELU KONSTITUTYWNEGO FC+MCC

Streszczenie. FC+MCC to prosty model stanu krytycznego, mający w założeniu trafnie przewidywać odpowiedź ośrodka gruntowego na monotoniczne ścieżki obciążenia zarówno przy małych, jak i dużych deformacjach. W artykule uwagę skupiono na metodach kalibrowania modelu, przedstawiając optymalny sposób doboru parametrów. Przeprowadzono także obliczenia prostego fundamentu z zastosowaniem zaawansowanego programu MES, przy użyciu modelu FC+MCC.

CALIBRATION OF THE FC+MCC CONSTITUTIVE MODEL

Summary. FC+MCC is a simple critical state model, assumed as a aptly predictor of the soil answer under monotone stress path for small and heavy strains as well. The paper is focused on the calibration methods, presenting the optimal way of the parameters matching. Calculations of the simple foundation in the advanced FEM software using FC+MCC model was also executed.

1. Wstęp

Kalibrowanie modelu, a więc poszukiwanie optymalnych jego parametrów w związkach naprężenie-odkształcenie dla rozważanego przypadku, jest problemem niezwykle złożonym [2]. Poszukiwanie coraz to ściślejszych i bardziej uniwersalnych praw konstytutywnych skutkuje trendem wzrostowym liczby stałych materiałowych te prawa opisujących. Niestety wzrost ten nie jest bez znaczenia przy praktycznym zastosowaniu wyrafinowanych modeli. Już liczba kilkunastu parametrów czyni je trudnymi do fizycznej interpretacji, a więc stają się tym, czym w rzeczywistości są – współczynnikami aproksymacji regresji wyników eksperymentów. Jest to z pewnością jeden z powodów niewielkiego wykorzystania wyrafinowanych modeli, wobec powszechnego użycia modeli prostych.

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Maciej Gryczmański.

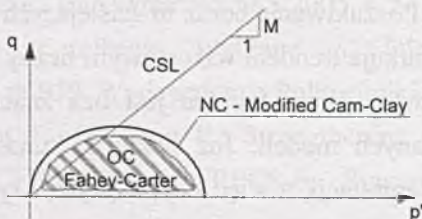
Zdawać należy sobie jednak sprawę z tego iż model prostszy, który z założenia ogranicza dokładność przewidywań, nie gwarantuje wcale jednoznacznej identyfikacji parametrów, te bowiem tym bardziej zależą od ścieżki obciążenia [4], historii naprężenia lub odkształcenia, prędkości obciążania itd., im model jest mniej adekwatny.

Nowoczesny, dokładny, ale i przyjazny w użytkowaniu model konstytutywny musi więc charakteryzować się jak najbardziej ścisłym i uniwersalnym przewidywaniem odpowiedzi gruntu na zadaną ścieżkę obciążenia, przy ograniczeniu ilościowym oraz jakościowym parametrów. Powinien zawierać mechanizmy aktualnie przyjętych w mechanice gruntów i potwierdzonych eksperymentalnie teorii. Ograniczenie jakościowe należy rozumieć jako wyeliminowanie parametrów niemających fizycznej interpretacji lub mających taką interpretację, ale trudnych do wyznaczenia przy aktualnie dostępnych, powszechnie stosowanych metodach badań gruntu.

Przedstawiany model FC+MCC, jako hybryda modelu stanu krytycznego Modified Cam-Clay oraz modelu hiposprężystego Faheya-Cartera [1], opisuje materiał dziesięcioma parametrami. Sposoby ich wyznaczenia oraz prosty przykład zastosowania modelu przedstawione zostaną w dalszej części.

2. Opis modelu

Prezentowany model FC+MCC jest prostym modelem stanu krytycznego, w którym liczba parametrów jest większa niż w modelu MCC, lecz dodatkowe parametry pochodzące z modelu FC są znane, a sam model jest powszechnie stosowany. Nie powinno być to zatem jakąkolwiek przeszkodą w stosowaniu modelu FC+MCC, w którym wyeliminowano największą wadę modelu MCC, implikując największą zaletę modelu FC, tj. zbliżoną do rzeczywistości pracę w zakresie prekonsolidacji.



Rys. 1. Graficzne przedstawienie modelu FC+MCC w przestrzeni p' - q

Fig. 1. Graphic representation of the combined FC+MCC model in the p' - q space

Model MCC opisany jest następującymi równaniami:

Prawo wzmocnienia modelu:
$$p_c' = p_{c0}' \exp\left(\frac{\Delta e^p}{\lambda - \kappa}\right) \quad (1)$$

$$\text{Styczny moduł ściśliwości: } K_s = \frac{(1 + e_0)p'}{\kappa} \quad (2)$$

$$\text{Styczny moduł ścinania: } G_s = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} K_s \quad (3)$$

gdzie:

p' – efektywne naprężenie średnie,

q – intensywność naprężenia,

ν – współczynnik Poissona,

p_{co}' – efektywne ciśnienie prekonsolidacji,

Δe^p – całkowita plastyczna zmiana wskaźnika porowatości,

λ – nachylenie prostej konsolidacji pierwotnej w układzie p - q ,

κ – nachylenie prostej konsolidacji wtórnej w układzie p - q .

Natomiast styczny moduł ścinania modelu Faheya-Cartera opisuje w ogólności równanie hiperboliczne zmodyfikowane przez autora o odniesienie do stanu początkowego:

$$G_s = G^* p_a \left(\frac{p'}{p_a} \right)^n \frac{\left(1 - f \left(\frac{q - q_0}{q_f - q_0} \right)^\kappa \right)^2}{1 - f(1 - g) \left(\frac{q - q_0}{q_f - q_0} \right)^\kappa} \quad (4)$$

gdzie:

p' – efektywne naprężenie średnie,

q_0, q, q_f – początkowa, aktualna i graniczna wartość dewiatora naprężenia,

G^*, n, p_a, f, g – stałe materiałowe.

Połączenie modeli składowych nastąpiło w sposób bezkonfliktowy, tj. w obszarze prekonsolidacji parametr κ modelu MCC nie jest stały (jak ma to miejsce w modelu MCC), lecz zmienia się tak, aby obliczony z jego użyciem moduł ściśliwości, a dalej moduł ścinania, odpowiadał temu, który w tych samych warunkach uzyskuje się dla modelu FC.

Parametr κ wyznaczany jest następująco:

$$\kappa = \frac{3(1 - 2\nu)(1 + e_0) \left(1 - f(1 - g) \left(\frac{q - q_0}{q_f - q_0} \right)^\kappa \right)}{2(1 + \nu) G^* p_a \left(\frac{p'}{p_a} \right)^{n-1} \left(1 - f \left(\frac{q - q_0}{q_f - q_0} \right)^\kappa \right)^2} \quad (5)$$

3. Kalibracja modelu

W literaturze [2, 3] znaleźć można podział kalibrowania na lokalne i globalne. Kalibrowanie lokalne specyfikuje model konstytutywny na poziomie izolowanego otoczenia punktu w warunkach kontrolowanych i jednorodnych stanów naprężenia oraz odkształcenia. Dane eksperymentalne pochodzą tutaj z konwencjonalnych badań trójosiowych.

W przypadku kalibrowania globalnego oszacowanie parametrów lokalnych następuje na poziomie modelu fizycznego układu budowla-grunt lub na poziomie rzeczywistego układu budowla-grunt. Bazą danych w takim przypadku są wyniki badań polowych, badań w komorze kalibracyjnej oraz wyniki monitoringu obiektu.

Parametry wspólne modelu FC+MCC, takie jak: M , λ , κ , ν , e_0 , wyznacza się tak samo, jak to ma miejsce w oryginalnym modelu Modified Cam-Clay. Przy kalibrowaniu lokalnym mogą to być proste testy trójosiowe, takie jak: hydrostatyczne ściskanie i odprężanie, standardowe ścinanie „z drenażem”, ścinanie „bez drenażu” z pomiarem ciśnienia wody w porach, będące narzędziem do oddzielnej estymacji parametrów. Dla zapewnienia bardziej adekwatnej ścieżki obciążenia mogą to być także testy edometryczne.

Estymacja parametrów modelu Faheya-Cartera G^* , n , f i g związana jest po pierwsze z określeniem zmienności modułu ścinania na głębokości (od naprężenia średniego) – wyznaczenie parametrów G^* i n . Po drugie natomiast z wyznaczeniem parametrów f i g , związanych ze zmiennością modułu ścinania w zależności od odkształcenia postaciowego ε_s .

Parametry Faheya-Cartera powinny być wyznaczone parami, bowiem ich interpretacja fizyczna skłania ku takiemu właśnie rozwiązaniu. Parametry G^* i n wyznaczyć można z badań trójosiowych, przy zastosowaniu elementów „bender”. Te same trójosiowe badania ścinania można wykorzystać do estymacji parametrów f i g , przy zastosowaniu dokładnych lokalnych czujników mikroprzemieszczeń.

Wynikiem badań trójosiowych musi być więc pęk charakterystyk G_s - ε_s dla różnych efektywnych naprężeń średnich p' oddających przewidywane wartości naprężeń w podłożu gruntowym obciążonym budowlą.

Model Faheya-Cartera jest bardzo elastyczny i wyznaczenie potrzebnych parametrów nie stanowi problemu. Wystarczy dopasowanie otrzymanych eksperymentalnie charakterystyk do charakterystyk uzyskanych dla odpowiednio dobranych parametrów G^* , n , f i g w równaniach modelu.

Największym problemem, który dotyczy parametrów pośrednio, ale o którym zapomnieć nie można, jest odpowiedni dobór reprezentatywnej dla danego zagadnienia brzegowej ścieżki naprężenia. Aparaty trójosiowe, pozwalające na prowadzenie badań dla dowolnej ścieżki, są rzadkością. Dostępne są natomiast aparaty konwencjonalne, oferujące ścieżki naprężenia „3 do 1” w przestrzeni p - q . Inną, łatwą do uzyskania ścieżką jest ścieżka K_0 z badań edometrycznych.

Naprężenia poziome w gruncie pod fundamentem zanikają szybciej na głębokości niż naprężenia pionowe, więc na stosunkowo niewielkiej głębokości naprężenia dodatkowe σ_x zbliżają się do zera. W takim przypadku można przyjąć, że reprezentatywną ścieżką obciążenia jest ścieżka ścinania „z drenażem” „3 do 1”. Uzasadnienie takiego wyboru (dla fundamentu kołowego) jest następujące:

$$\left. \begin{aligned} q &= \sigma_z - \sigma_r \\ p &= \frac{1}{3}(\sigma_z + 2\sigma_r), \text{ przy } \sigma_{r(\text{dod})} \approx 0 \end{aligned} \right\} p = \frac{1}{3}q \quad (6)$$

W zagadnieniach brzegowych, dotyczących sztywnych fundamentów o dużych rozmiarach (np. skrzynia lub płyta fundamentowa), ścieżką równie istotną, a zarazem reprezentatywną dla warstwy kontaktowej masywu gruntowego, będzie ścieżka edometryczna. Efektywna estymacja parametrów w takim przypadku wiązałaby się z oddzielnym ich wyznaczeniem dla obydwu ścieżek, a ich zastosowanie w zagadnieniu brzegowym zależałoby od głębokości zalegania rozpatrywanej warstwy. W warstwie kontaktowej powinny być zastosowane parametry wyznaczone dla badań opartych na ścieżce edometrycznej, natomiast w głębiej zalegających warstwach analogicznie, ale dla badań z użyciem ścieżki „3 do 1”.

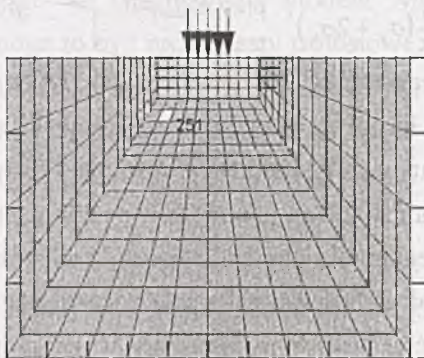
Oprócz badań laboratoryjnych wykorzystane mogą także być badania „in situ” z pomiarem prędkości propagacji fali sejsmicznej typu SDMT lub SCPTU. W takim przypadku bezpośrednio następowałaby estymacja parametrów określających początkowy moduł ścinania G_0 , natomiast pozostałe parametry należałoby wyznaczyć metodą równoczesnej estymacji. Alternatywnie możliwe jest połączenie badań laboratoryjnych oraz badań „in situ” i wyznaczenie parametrów dostępnymi środkami.

W ostatnim czasie, ze względu na czynniki ekonomiczne oraz czasowe, a także coraz większą dostępność, obserwuje się coraz szersze zastosowanie nowoczesnych metod badań gruntu „in situ”. Pozwalają one nie tylko przeprowadzić wiele badań w krótkim czasie, ale także uzyskuje się ciągły profil podłoża na głębokości. Nie istnieje też lub jest ograniczony problem zaburzenia struktury gruntu. Należy jednak zdawać sobie sprawę z warunków, przy których uzyskiwane są wyniki, oraz co nawet ważniejsze, z istoty wagi i sposobu ich interpretacji. Jako przykład można podać

badanie CPTU czy też już przytoczone SCPTU. Samo badanie jest niewiele warte bez odpowiednio szerokiej bazy porównawczej badań laboratoryjnych. Niemalą rolę odgrywa tu też doświadczenie. Dopiero takie „wyposażenie” pozwala osiągać zadowolające i rzeczyste wyniki.

4. Przykład obliczeniowy

Jako prezentacja możliwości modelu FC+MCC, a jednocześnie porównanie z klasycznym modelem Modified Cam-Clay, przedstawiona zostanie krótka analiza numeryczna ławy fundamentowej zamodelowanej w płaskim stanie odkształcenia w programie MES Z_Soil.pc v.7.xx, do którego model został zaimplementowany przez autora.



Rys. 2. Siatka elementów skończonych zastosowana w analizie
Fig. 2. The FEM mesh applied in the static strip footing – subsoil analysis

Ława fundamentowa została opisana modelem liniowo – sprężystym o parametrach betonu, natomiast podłoże gruntowe opisane zostało modelem FC+MCC jako jednorodne o następujących parametrach:

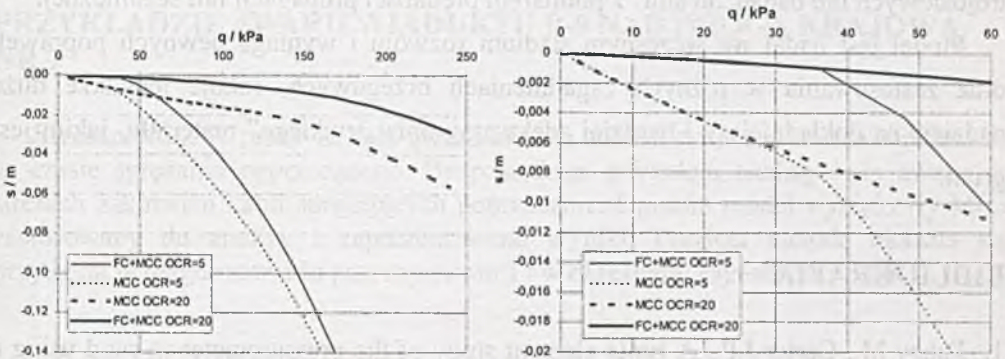
Tabela 1

Parametry podłoża gruntowego dla poszczególnych modeli

Parameter	Modified Cam-Clay	FC+MCC
M	0,9	0,9
λ	0,05	0,05
κ	0,012	0,012 (κ_{max})
e_{θ}	0,8	0,8
P_{c0}	50 kPa	50 kPa
OCR	5 ; 21	5 ; 21
ν	0,3	0,3
G^*	-	6000
n	-	0,7 ; 0,9
f	-	0,94
g	-	0,636

Parametry podłoża gruntowego zaczerpnięte zostały z wyników badań trójosiowych wysokiej jakości kaolinu [5] oraz z optymalnego dopasowania charakterystyk moduł ścinania-odkształcenie postaciowe [6].

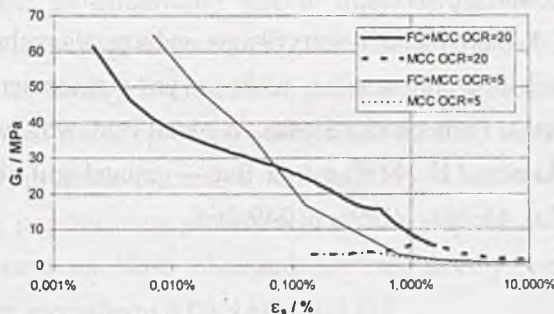
Dla porównania przedstawiono wyniki dla dwóch różnych stopni prekonsolidacji (OCR = 5 oraz OCR = 21). Uzyskane wyniki osiadań globalnych przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Wykres zależności naprężenie-osiadanie dla lekko oraz silnie prekonsolidowanego podłoża gruntowego opisanego modelami MCC oraz FC+MCC

Fig. 3. Load-settlement characteristics for a lightly and a heavily overconsolidated subsoil described by the MCC and FC+MCC models

Otrzymane wyniki potwierdzają od dawna obserwowaną, kluczową rolę prekonsolidacji w sztywności oraz nośności podłoża gruntowego. Także pod tym względem widoczna jest różnica pomiędzy modelami MCC i FC+MCC. Wynika ona przede wszystkim z ujęcia nieliniowości w zakresie małych odkształceń w modelu FC+MCC, przy jego braku w klasycznym MCC. Wyraźniej obrazuje to rysunek 4.



Rys. 4. Porównanie charakterystyk odkształcenie postaciowe-sieczny moduł ścinania dla modeli FC+MCC oraz MCC w punkcie środkowym elementu 251

Fig. 4. Comparison of deviatoric strain-secant shear modulus characteristics for FC+MCC and MCC in the centre of the element 251

5. Podsumowanie

Przedstawiony model FC+MCC jest krokiem naprzód w stosunku do klasycznego MCC, uwzględniając odkrytą przed około dwoma dekadami oraz potwierdzoną eksperymentalnie nieliniowość w zakresie małych deformacji. Jest przy tym modelem prostym i nie wprowadza wielu dodatkowych parametrów. Natomiast te, które wprowadza, nie są trudne do wyznaczenia i wymagają jedynie kilku testów trójosiowych lub badań „in situ” z pomiarem prędkości propagacji fali sejsmicznej.

Model jest nadal we wczesnym stadium rozwoju i wymaga pewnych poprawek oraz zastosowania w różnych zagadnieniach brzegowych, rokuje jednakże duże nadzieje na dokładniejszy i bardziej adekwatny opis „trudnego” materiału, jakim jest grunt.

BIBLIOGRAFIA

1. Fahey M., Carter J.P.: A finite element study of the pressuremeter in sand using a nonlinear elastic plastic model. *Canadian Geotech. J.*, Vol. 30, 1993, p. 348-362.
2. Gryczmański M.: O kalibrowaniu modeli konstytutywnych gruntów. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej*, s. Budownictwo, z. 80. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1995, s. 37-52.
3. Gryczmański M.: Numerical modeling of soil behavior – parameters limitation, *Proc. Workshop “Environmental geotechnics – design parameters for computing applications”*, Warsaw 1997, p. 1-17.
4. Gryczmański M., Kowalska M.: Evaluation of geotechnical parameters in modern laboratory tests accounting for loading paths. *Studia Geotechnica et Mechanica*, Vol. 29, No. 1+2, 2007, p. 47-54.
5. Jastrzębska M.: Kalibrowanie i weryfikacja jednopowierzchniowego sprężysto-plastycznego modelu gruntu o silnie nieliniowym wzmocnieniu anizotropowym. *Rozprawa doktorska*, Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice 2002.
6. Viggiani G., Atkinson J.H.: Stiffness of fine – grained soil at very small strains. *Géotechnique*, Vol. 45, No. 2/1995, p. 249-265.

Recenzent: Dr hab. inż. Jan Gaszczyński, prof. PK