

GÓRNICTWO z 32



1.3352/68

KAZIMIERZ PODGÓRSKI

**ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ STROPOWYCH
I SPĄGOWYCH POD WPŁYWEM EKSPLOATACJI
POKŁADÓW STROMYCH**

P O L I T E C H N I K A Ś L ą S K A
ZESZYT NAUKOWY Nr 222 – GLIWICE 1968

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Wstęp	3
2. Omówienie dotychczasowych poglądów na zachowanie się skał stropowych i spągowych pod wpływem eksploatacji pokładów	3
3. Wpływ budowy geologicznej górotworu na ruchy skał stropowych i spągowych pod wpływem eksploatacji pokładów stromych w świetle badań modelowych	5
3.1. Cel, zakres pracy, założenia	5
3.2. Ogólne podstawy podobieństwa modelowego	6
3.3. Ustalenie materiałów ekwiwalentnych	12
3.4. Opis badań i zestawienie wyników badań	14
4. Zachowanie się warstwy stropowej i spągowej w świetle teorii ścinania belki na sprężystym podłożu przy ograniczonej pochyłej wysokości piętra	46
5. Ugięcie stropu w świetle reologii przy takiej wielkości wybranego pola pokładu, przy której ciśnienie stropu jest zbliżone do pierwotnego przed eksploatacją	58
6. Zachowanie się warstwy stropowej i spągowej w świetle teorii zginania przy ograniczonej pochyłej wysokości piętra	76
7. Zachowanie się warstwy stropowej i spągowej w świetle teorii zginania przy wielkości wybranego pola pokładu, przy której ciśnienie stropu jest zbliżone do pierwotnego	83
8. Zakończenie	89
9. Literatura	93

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 222

KAZIMIERZ PODGÓRSKI



P.3352/68

**ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ STROPOWYCH I SPĄGOWYCH
POD WPŁYWEM EKSPLOATACJI POKŁADÓW STROMYCH**

PRACA HABILITACYJNA Nr 76

Data otwarcia przewodu habilitacyjnego 29. IV. 1968 r.

GLIWICE 1968

REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Fryderyk Staub

REDAKTOR DZIAŁU

Jerzy Nawrocki

SEKRETARZ REDAKCJI

Tadeusz Matula

Dział Nauki — Sekcja Wydawnictw Naukowych — Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Konarskiego 23

P.J. 203/68

Nakł. 100+160 Ark. wyd. 4,16 Ark. druk. 6 Papier offsetowy kl. III, 70x100, 80 g
Oddano do druku 6. 5. 1968 Podpis. do druku 23. 5. 1968 Druk ukończ. w maju 1968
Zam. 889 2. 5. 1968 K-22 Cena zł 6,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

1. W S T Ę P

Zagadnienia zachowania się skał stropowych w czasie eksploatacji podkładów stromych jest w dotychczasowej literaturze mało rozpracowane. Śledzenie procesu deformacji wewnątrz górotworu w warunkach naturalnych jest bardzo utrudnione i wymaga dużych nakładów inwestycyjnych. Dlatego w pracy niniejszej starano się opisać ruchy skał w oparciu o badania modelowe i rozważania teoretyczne. Badania modelowe przeprowadzono przy wykorzystaniu zasad podobieństwa modelowego.

Wykorzystując wyniki badań oraz rozważania teoretyczne podano w treści opisujące ruchy górotworu.

Pracę wykonałem w Katedrze Budownictwa Podziemnego Kopalń pod kierunkiem Profesora Marcina Boreckiego, któremu dziękuję za życzliwą dyskusję nad całością pracy i ułatwienie wykonania badań modelowych.

Serdecznie dziękuję Panu Profesorowi Tadeuszowi Kochmańskiemu za cenne uwagi dotyczące ruchów górotworu, Panu Docentowi Mirosławowi Chudkowi serdecznie dziękuję za istotne wskazówki odnoszące się do zagadnień mechaniki górotworu.

2. OMÓWIENIE DOTYCHCZASOWYCH POGŁADÓW NA ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ STROPOWYCH I SPĄGOWYCH POD WPLYWEM EKSPLOATACJI POKŁADÓW

Rozwój eksploatacji górniczej spowodował konieczność naukowego opracowania zagadnienia ruchów górotworu i ciśnień eksploatacyjnych.

Różni autorzy wysuwali różne hipotezy zachowania się górotworu wokół przodku wybierkowego [17].

Hipotezę sklepienia ciśnień reprezentowali F. Spruth, M.M. Protodiakonow, G. Spacker. W świetle tej hipotezy nad wyrobiskiem powstaje sklepienie ciśnień opierające się na caliznie i podsadzoe przeciwdziałające się ciśnieniu górotworu.

Hipotezę fali ciśnień reprezentują K. Weber, A. Sałustowicz, W. Budryk, którzy zjawiska ciśnień górotworu i zachowania się stropu tłumaczą przy wykorzystaniu teorii belki spoczywającej na sprężystym podłożu.

Hipotezę wsporników reprezentują K. Kepel, A. German, którzy przyjmują, że warstwy stropowe w formie płyty jednym końcem utwierdzone są w caliznie a drugim zwisają nad wybraną przestrzenią.

Hipotezę schodowego zsuwu reprezentuje głównie P.M. Cymbarewicz, który przyjmuje okresowe schodowe obsuwanie się skał w kierunku wybranego pola pokładu.

Hipotezę blokowego obrywania się warstw skalnych reprezentuje S.T. Kuźniecowa, który przyjmuje, że warstwy nad wybranym polem łamią się w sposób blokowy kolejno i oddziałują na siebie.

Hipotezę przeginięcia się warstw skalnych reprezentuje K.W. Ruppeneit, który przyjmuje, że na skutek ciśnienia eksploatacyjnego i ciężaru własnego warstw występuje ściśnięcie pokładu o pewną wielkość i ugięcie stropu.

Hipotezę sklepień wspornikowych reprezentował J. Galanka, który przyjął, że nad wybranym polem tworzy się rodzaj sklepień wspornikowych utwierdzonych w caliznie.

Zagadnieniem ruchów skał w bezpośrednim otoczeniu wyrobiska eksploatacyjnego w Polsce zajmowali się głównie W. Budryk, A. Sałustowicz, M. Borecki.

W roku 1933 W. Budryk opracował teorię fali ciśnienia wykorzystując podobieństwo do ugięcia się belek na sprężystym podłożu. Teorię W. Budryka rozszerzył A. Sałustowicz i podał rozwiązanie zagadnienia ugięcia stropu i ciśnienia eksploatacyjnego występującego przy wybieraniu pokładu z podsadzką hydrauliczną.

Dalsze rozwiązanie tego zagadnienia w oparciu o pomiary ugięcia stropu i ciśnień na caliznę, obudowę i podsadzkę podał M. Borecki i A. Biliński. Wyprowadzili oni wzory empiryczne ujmujące wpływ rodzaju warstw, naruszenia górotworu, grubości pokładu oraz ilości impulsów urabiania i rabowania na proces zaciskania poziomowego wyrobiska eksploatacyjnego.

Więcej uogólnioną teorię stochastyczną zachowania się warstw górotworu opracował J. Litwiniszyn [31].

Podał on ogólne równanie różniczkowe procesów stochastycznych określające osiadanie warstw górotworu.

A. Smolarski rozszerzył tę teorię na osiadanie górotworu od eksploatacji pokładów nachylowych oraz w ogólnym równaniu różniczkowym wyprowadzonym przez J. Litwiniszyna częściowo uzależnił współczynniki funkcyjne tego równania od ogólnych właściwości ośrodka.

W małym stopniu prowadzono badania nad zachowaniem się skał stropowych i spągowych przy eksploatacji pokładów stromych. Również w małym stopniu opracowano teorie zachowania się warstw stromych.

3. WPŁYW BUDOWY GEOLOGICZNEJ GÓROTWORU NA RUCHY SKAŁ STOPOWYCH I SPĄGOWYCH POD WPŁYWEM EKSPLOATACJI POKŁADÓW STROPOWYCH W ŚWIETLE BADAŃ MODELOWYCH

3.1. Cel, zakres pracy oraz założenia

Z uwagi na to, że obecnie istniejące wzory dla określenia ruchów skał dotyczą głównie wpływów eksploatacji pokładów poziomych, a brak jest praktycznych wzorów ujmujących ruchy pokładów stromych, dlatego zachodzi potrzeba ich opracowania. W praktyce spotyka się, że po wybraniu pokładu o wysokości jednego piętra wynoszącej około 150 m nie występowało załamanie się mocnych skał stropowych [10].

Dla ustalenia wpływu sztywności warstw na ich wzajemne ruchy w kierunku wybranej przestrzeni przeprowadzono badania modelowe oraz rozważania teoretyczne.

Przy rozpatrywaniu zachowania się skał stropowych i spągowych przyjęto następujące założenia:

1. Skały stropowe i spągowe zalegają w sposób ciągły w rozpatrywanym polu,

2. Ruchy skał odbywają się w sposób ciągły w czasie i przestrzeni.

3. Przy wybraniu pola wzdłuż rozciągłości na dużym odcinku można pominąć wpływ podparcia bocznego na zachowanie się środkowej partii stropu.

4. Pominięcie wpływu podparcia się bocznego zezwala na sprostowanie uginania się skał do belki o jednostkowej szerokości.

3.2. Ogólne podstawy podobieństwa modelowego

Przy opracowaniu badań modelowych wykorzystano niżej podane związki określające zasady podobieństwa modelowego [6], [20], [18]

a) Podobieństwo geometryczne jest wtedy, gdy wszystkie wymiary przestrzeni zajętej badanym układem w modelu są zamienne przy pomocy określonej liczby na wymiary przestrzeni zajętej podobnym układem w naturze. Podobieństwo to można zapisać jako stosunki liniowych wymiarów układów natury l_N i modelu l_M .

$$\alpha_l = \frac{l_N}{l_M}$$

b) Kinematyczne podobieństwo układu w naturze do modelu występuje wtedy, jeśli podobne części tych układów poddane geometrycznie podobnym naprężeniami ulegają geometrycznie podobnym odkształceniom w odstępach czasu różniących się stałym mnożnikiem.

Podobieństwo to można wyrazić stosunkiem wielkości czasu potrzebnego do przebiegu danego zjawiska w naturze t_N do modelu t_M

$$\alpha_t = \frac{t_N}{t_M}$$

c) Podobieństwo dynamiczne ma miejsce w tym przypadku jeśli masy dwóch jakichkolwiek podobnych układów natury i modelu umiejscowionych w przestrzeni w danej chwili czasu różnią się

tylko stałym mnożnikiem. Można to podobieństwo określić jako stosunek mas natury m_N do mas modelu m_M

$$\alpha_m = \frac{m_N}{m_M}$$

Po wyrażeniu masy w naturze przez gęstość ρ_N i objętości l_N^3 oraz masy modelu przez gęstość modelu ρ_M i objętości l_M^3 powyższe wyrażenie można rozwinąć następująco

$$\alpha_m = \frac{\rho_N \cdot l_N^3}{\rho_M \cdot l_M^3} = \alpha_\rho \cdot \alpha_l^3$$

Z podobieństwa dynamicznego oraz drugiego prawa mechaniki wynika, że stosunek sił przyłożonych w naturalnych warunkach P_N i w modelu P_M wynosi

$$\alpha_f = \frac{P_N}{P_M} = \frac{m_N \cdot a_N}{m_M \cdot a_M} = \frac{\rho_N \cdot l_N^3 \cdot l_N}{t_N^2} : \frac{\rho_M \cdot l_M^3 \cdot l_M}{t_M^2}$$

gdzie:

a_N - przyspieszenie układu w naturze pod wpływem działania siły P_N na masę m_N .

a_M - przyspieszenie układu w modelu pod wpływem działania siły P_M na masę m_M .

Powyższe równanie wyraża prawo dynamicznego podobieństwa Newtona określone przy pomocy stosunków długości czasów i gęstości w naturze i modelu.

Dokładniej zasady podobieństwa modelowego podaje M.W. Kirpiczew [18], który określa warunki jakie są konieczne i wystarczające dla istnienia między zjawiskami podobieństwa - głosząc, że tylko te zjawiska są podobne między sobą, które mają jednakoowe warunki jednoznaczności określające kryteria podobieństwa.

Warunki jednoznaczności są to takie kryteria które wydziałają z całego zbioru jednego rodzaju zjawisk jedno konkretne zjawisko. Podobieństwo warunków jednoznaczności określone jest następującymi cechami:

- a) podobieństwo geometrycznych własności systemu, w którym przebiega badany proces,
- b) proporcjonalnością stałych fizycznych mających istotne znaczenie w badanym procesie,
- c) początkowym stanem systemu,
- d) podobieństwem warunków na granicach systemu w okresie badania.

Koniecznym warunkiem istnienia podobieństwa jest więc równość kryteriów określających dany proces.

W rozpatrywanym przypadku dla ustalenia kryteriów podobieństwa należy określić podstawowe przebiegi zjawisk oraz własności cech fizycznych skał podlegających ruchom w kierunku wybranej przestrzeni.

W zakresie sprężystym winny być spełnione równania prawa Hooke'a, które w płaskim stanie naprężeń mają postać:

$$\sigma_{x_N} = \frac{2 G_N}{1 - \nu_N} \left[(1 - \nu_N) \varepsilon_{x_N} + \nu_N^2 (\varepsilon_{z_N} - \varepsilon_{y_N}) \right]$$

$$\sigma_{z_N} = \frac{2 G_N}{1 - \nu_N} (\varepsilon_{x_N} + \nu_N \varepsilon_{z_N})$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$\tau_{xz_N} = G_N \cdot \gamma_{xz_N}$$

$$\tau_{zx_N} = G \cdot \gamma_{zx_N}$$

gdzie:

- E - moduł Younga,
- ν - stała Poissona,
- G - moduł sprężystości postaciowej,
- γ_{xz} - kąt odkształcenia postaciowego w kierunku osi x,
- γ_{zx} - kąt odkształcenia postaciowego w kierunku osi z.

Po przekroczeniu granicznej wartości naprężeń stycznych wystąpią odkształcenia plastyczne, które określone z naprężeniowego koła Mohra posiadają postać

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zN} - \sigma_{xN}}{2}\right)^2 + \tau_{xzN}^2} - \frac{\sigma_{zN} - \sigma_{xN}}{2} \sin \varphi_N = C_N \cos \varphi_N$$

gdzie:

- φ_N - kąt tarcia wewnętrznego skały,
- C_N - kohezja skały.

Podane równania opisujące stan naprężeń i odkształceń stanowią kryterium równowagi wewnętrznej w warstwach górotworu i winny być również spełnione dla warstw modelu w celu zachowania podstawowej zasady podobieństwa modelowego. Dla określania potrzebnych wielkości naprężeń, kohezji, gęstości, prędkości przemieszczeń warstw skalnych dla danej skały modelowania wprowadzono oznaczenia:

- skali wymiarów liniowych $\alpha_1 = \frac{l_N}{l_M}$

- skali naprężeń $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_N}{\sigma_M} = \frac{\tau_N}{\tau_M}$

- skali kohezji $\alpha_c = \frac{C_N}{C_M}$

- skali gęstości masy $\alpha_m = \frac{m_N}{m_M} = \frac{\sigma_N \cdot l_N^3}{\sigma_M \cdot l_M^3} = \alpha_\sigma \cdot \alpha_1^3$

- skali sił wynikających z ciężaru własnego $\alpha_f = \frac{m_N \cdot a_N}{m_M \cdot a_M}$

- skali przyspieszeń warstw górotworu do warstw modelu w czasie przemieszczenia się jego w kierunku wybranej przestrzeni

$$\alpha_a = \frac{\partial u_N}{\partial t^2} : \frac{\partial u_M}{\partial t^2}$$

do powyższych wzorów wynikają następujące zależności między wielkościami skal:

$$\alpha_\sigma = \alpha_c \quad \alpha_f = \alpha_m \quad \text{dla} \quad a_N = a_M$$

Przy przyjęciu jednakowego przekroju (np. 1 cm²) słupa masy skał działających na rozpatrywaną warstwę, wówczas skala sił od ciężaru własnego wyniesie

$$\alpha_f = \frac{p_{zN}}{p_{zM}} = \alpha_m = \frac{\rho_N}{\rho_M} \cdot \frac{l_N}{l_M} = \alpha_\rho \cdot \alpha_l$$

dla $a_N = a_M$

gdzie:

p_{zN} - ciśnienie pionowe od ciężaru masy skał w rzeczywistości,

p_{zM} - ciśnienie pionowe od ciężaru masy warstw modelu.

Z podanych poprzednio równań prawa Hooke'a wynika, że dla określenia warunków podobieństwa przy procesach sprężystych powinny być spełnione następujące równania

$$E_M = \frac{l_M}{l_N} \cdot \frac{\rho_M}{\rho_N} \cdot E_N$$

$$v_M = v_N$$

Przy sprężystych oraz plastycznych deformacjach w czasie, konieczne jest, aby zależność między odkształceniami warstw górotworu oraz czasami jego odkształceń w modelu wyrażały się równaniem tej samej postaci. Z równań odkształceń sprężystych jak i plastycznych wynika, że na wielkość deformacji plastycznych wpływa głównie współczynnik lepkości, czas, budowa geologiczna warstw.

Stosunek współczynników lepkości warstw w naturze η_N do współczynników lepkości warstw modelu η_M winien być stały.

$$\frac{\eta_{N1}}{\eta_{M2}} = \frac{\eta_{N2}}{\eta_{M2}} = \frac{\eta_{N3}}{\eta_{M3}} = \alpha\eta = \text{const.}$$

Dla założonego w dalszej części pracy zachowania się skał w sposób podobny do tzw. "ciała Kelvina" winien być spełniony warunek

$$\frac{\varepsilon_{tN}}{\varepsilon_{tM}} = \frac{\sigma_N}{E_N} \left(1 - e^{-\frac{E_N}{\eta_N} \cdot t_N}\right) : \frac{\sigma_M}{E_M} \left(1 - e^{-\frac{E_M}{\eta_M} \cdot t_M}\right)$$

Po przekształceniu i uproszczeniu otrzymano zależność między odkształceniami w naturze ε_{tN} a odkształceniami modelu ε_{tM} w czasie, która posiada postać:

$$\frac{\varepsilon_{tN}}{\varepsilon_{tM}} = \frac{1 - e^{-\frac{E_N}{\eta_N} \cdot t_N}}{1 - e^{-\frac{E_M}{\eta_M} \cdot t_M}}$$

Również winny być spełnione wytrzymałościowe warunki podobieństwa, które ujmują niżej podane wzory:

$$R_{sM} = \frac{l_M}{l_N} \cdot \frac{e_M}{e_N} \cdot R_{sN}$$

$$R_{rM} = \frac{l_M}{l_N} \cdot \frac{\varphi_M}{\varphi_N} \cdot R_{rN}$$

$$c_M = \frac{l_M}{l_N} \cdot \frac{\varphi_M}{\varphi_N} \cdot c_N$$

$$\operatorname{tg} \varphi_M = \operatorname{tg} \varphi_N$$

gdzie:

- R_c - wytrzymałość na ściskanie,
- R_r - wytrzymałość na rozrywanie,
- c - kohezja,
- φ - kąt tarcia wewnętrznego.

Spełnienie wszystkich warunków podobieństwa modelowego dla warstw skalnych jest w praktyce bardzo utrudnione z uwagi na zmienną budowę geologiczną i mało znany stan naprężeń w górotworze.

3.3. Ustalenie materiałów ekwiwalentnych

Charakter i skład materiałów ekwiwalentnych zależy jest głównie od skali modelu i typu modelowanych skał. Bardzo dużą ilość prac eksperymentalnych nad materiałami ekwiwalentnymi przeprowadzono w ZSRR [20].

Materiały ekwiwalentne obrazujące skały karbońskie składają się głównie ze spoiwa (parafina, kalafonia, glina, gips, cement) oraz z wypełniacza jak mieszanina (drobnego piasku i miki, piasku i kredy, kredy, talku). Z przeprowadzonych badań nad materiałami modelowymi wynika, że odpowiednim spoiwem jest parafina a wypełniaczami piasek, talk, kreda. Badania nad materiałem modelowym, którego spoiwem jest parafina przeprowadzono w jednoosiowym stanie naprężeń.

Do rozważań przyjęto, że górotwór zbudowany jest głównie z łupku piaszczystego i mocnego piaskowca.

Przyjęte własności rozważanych skal z tablicy [31] wynoszą:

a) dla piaskowca:

$$\rho = 2,6; 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; R_c = 2\ 100 \text{ kG/cm}^2 = 2,1 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$R_g = 350 \text{ kG/cm}^2 = 3,5 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; R_r = 180 \text{ kG/cm}^2 = 1,8 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$E = 5,4 \cdot 10^5 \text{ kG/cm}^2 = 5,4 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \nu = 0,10$$

$$\varphi = 35^\circ; C = 200 \text{ kG/cm}^2 = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2};$$

$$\eta = 9 \cdot 10^{14} \frac{\text{N dzień}}{\text{m}^2}$$

b) dla łupku:

$$\rho = 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; R_c = 4,4 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$R_g = 6,1 \cdot 10^6 \text{ kG/cm}^2; R_r = 3,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$E = 0,8 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \varphi = 32^\circ;$$

$$C = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \nu = 0,15$$

$$\eta = 2,5 \cdot 10^{14} \frac{\text{N dzień}}{\text{m}^2}$$

Dobre na drodze badań materiały ekwiwalentne dla przyjętej skali modelowaniu 1:100 posiadają następujące własności:

- a) piasek połączony parafiną o udziale wagowym 10:1 odpowiada mocnemu piaskowcu

$$\rho = 1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; R_c = 15 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; R_g = 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$R_x = 1,4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; E = 3,8 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \varphi = 30^\circ$$

$$C = 1,6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \nu = 0,11$$

$$\eta = 8 \cdot 10^9 \frac{\text{N dzień}}{\text{m}^2}$$

- b) kreda i talk spojony parafiną o udziale wagowym 1:5 : 0,6 odpowiada łupkowi

$$\rho = 1,3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; R_c = 2,6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; R_g = 0,36 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$R_x = 0,21 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; C = 0,22 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \nu = 0,15;$$

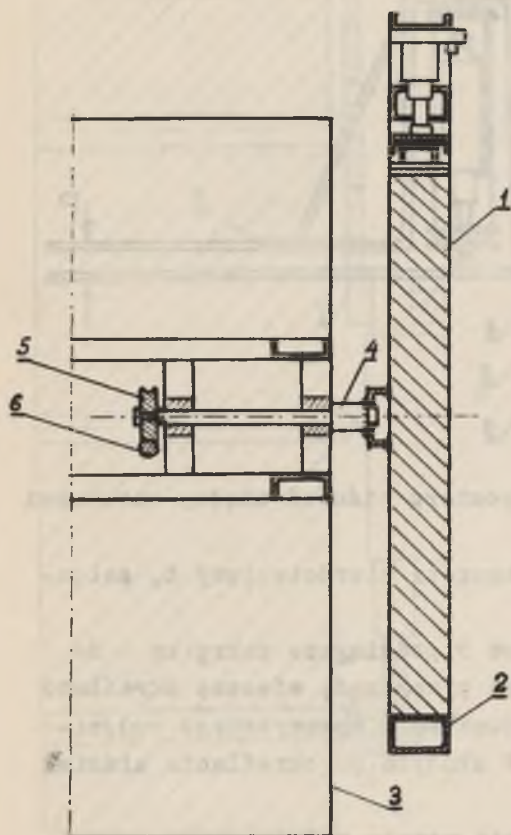
$$\varphi = 28^\circ; E = 4,4 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\eta = 4,1 \cdot 10^9 \frac{\text{N dzień}}{\text{m}^2}$$

3.4. Opis badań i zestawienie wyników badań

Badania zachowania się warstw w otoczeniu wybranej przestrzeni przeprowadzono na modelu zbudowanym z warstw kredy spojonej parafiną oraz warstw piasku spojonego parafiną.

Warstwy imitujące karbon były układane pod kątem około 70° , oraz 90° , natomiast warstwy nadkładu układane były poziomo w ramie o wymiarach modelu $1,3 \times 1,3 \times 0,18$ m wykonanego w skali 1:100. Model 1 umocowany był w ramie 2 obrotowo względem podparcia 3, rys. 1.



Rys. 1. Aparat do badań modelowych

mi układano płytki (rys. 2). Płytki 1, 2 na jednym końcu posiadały przegubowe podparcie 3, a od strony pomiaru luźne nakrętki 4 na kołkach 5.

Do wału 4 umocowana była rama 2 oraz ślimacznica 5, którą napędzał ślimak 6 powodujący ustawienie ramy pod wymaganym kątem.

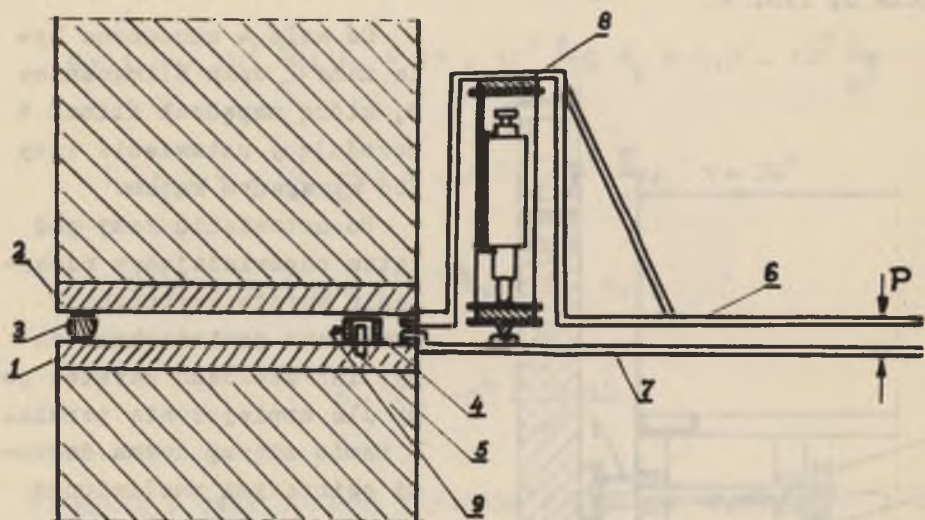
Po ustawieniu ramy pod kątem odpowiadającym nachyleniu warstw karbońskich smarowano powierzchnie ramy, lub układano warstwę gumy dla zmniejszenia tarcia. W ramie między dwoma deskami owiniętymi naoliwionym papierem układano warstwy o grubości od 1 cm do 10 cm.

Przed ułożeniem następnej warstwy posypywane pyłem węglowym powierzchnie już ułożonej warstwy dla zmniejszenia przyczepności.

Dla przyspieszenia układania warstw robiono również próby układania warstw w formach, z których były układane w ramie 2.

W żądanych miejscach pomiaru ciśnienia między warstwa-

Między płytki w czasie pomiaru wkładano ostrza dźwigni 6, 7, które powodowały rozchylenie się płytek 1, 2 pod wpływem działania siły P.



Rys. 2. Schemat urządzenia do pomiaru ciśnień między warstwami

Wielkość siły wskazywał dynamometr pierścieniowy 8, zaopatrzony w czujnik.

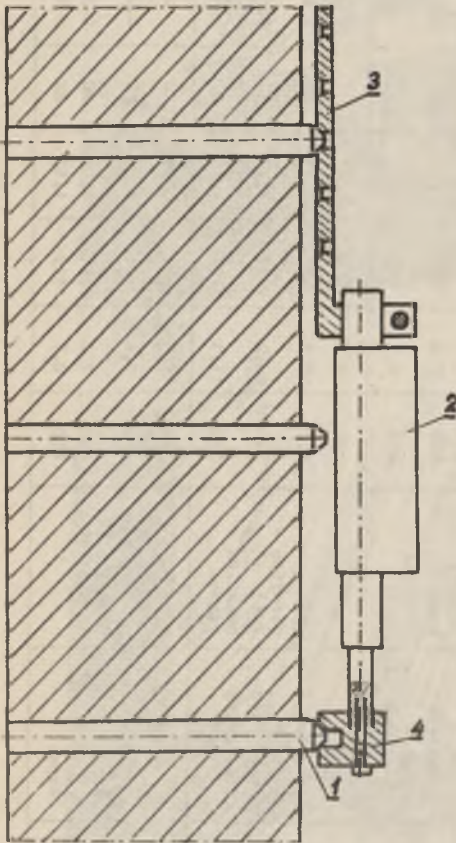
W czasie działania siły P drutem 9 podciągano nakrętkę 4 do momentu, gdy można ją było lekko przesunąć, wówczas określano siłę P na podstawie ugięć dynamometru 8 wskazywanego czujnikiem zegarowym. Wielkość siły P służyła do określania ciśnień między warstwami.

Dla częściowego zabezpieczenia warstw modelu przed rozpełnianiem na boki, układano równoległe do przewidywanego zginania warstw pręty stalowe o długości 17,8 cm i średnicy 4 mm w odstępach co około 5 cm w warstwie 1 co około 2 cm między warstwami.

W przypadku braku prętów ujawniały się klinowe płaszczyzny poślizgu równoległe do osłoniętych płaszczyzn modelu i ulegały on rozsypaniu przed osiągnięciem ciśnień odpowiadających danej

skali modelu. Zbudowany model z warstw poddawano ciśnieniu p_x i p_z (podanemu w tablicy 1) i mierzono odkształcenia warstw.

Z chwilą gdy przyrosty odkształceń dążyły do zera uważano, że warstwy uległy już ściśnięciu przy którym nie zachodzi ich dalsze osiadanie odpowiadające w skali modelu wielkościom w górotworze nienaruszonym.



Rys. 3. Schemat urządzenia do pomiaru odkształceń warstw modelu

je warstwy łupku. W celu umożliwienia pomiaru ciśnień między warstwami zabudowano w miejscu I i II płytki ułożone równolegle do rozciągłości między stropem i spągami warstw imitujących karbon aż do warstw nadkładu.

Przyrosty odkształceń mierzone między zabudowanymi kołkami zakończonymi stożkowo 1, przy zastosowaniu czujnika zegarowego 2 zaopatrzonego w uchwyt 3, 4 (rys. 3; 4). W uchwycie 3 wykonane były otwory rys. 3 co 10 mm.

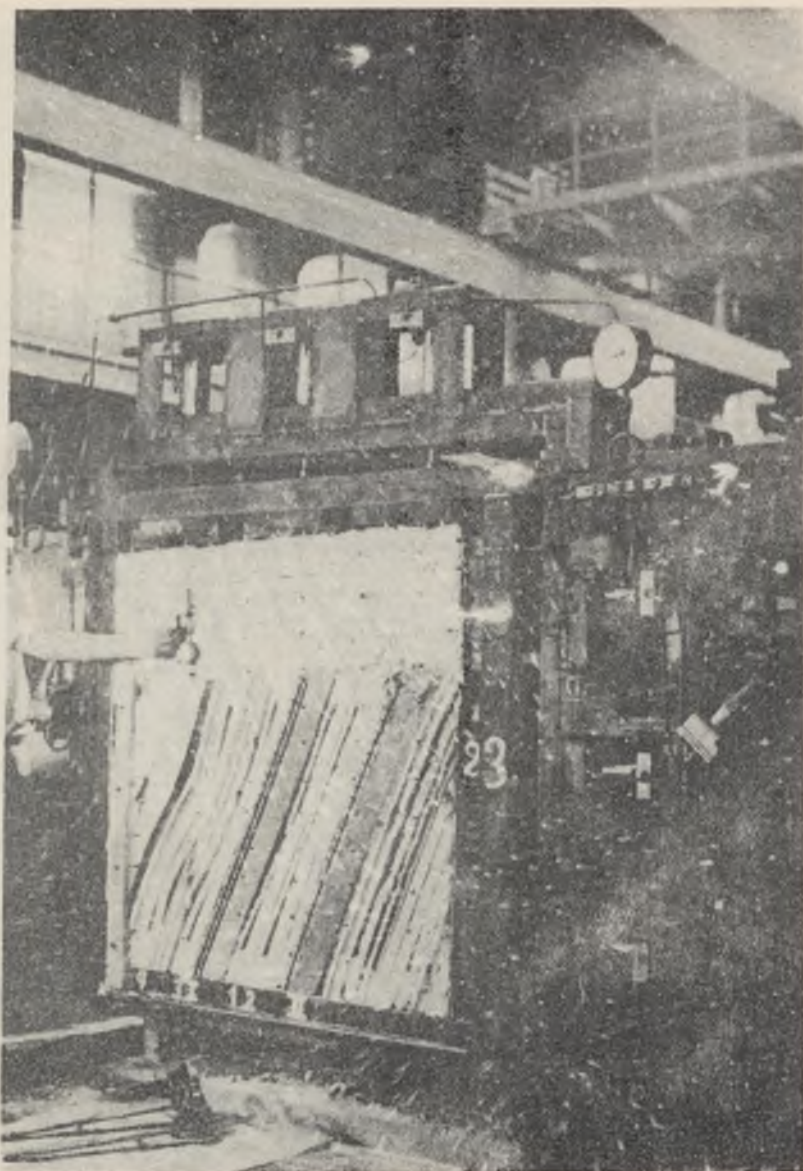
Oprócz kołków umocowanych w warstwach modelu co 20 i 10 cm, utwierdzone były do ramy kołki co 10 cm i tworzyły prostokątny układ współrzędnych.

Układ warstw w badanym modelu IM przedstawiono na rys. 5. Model IM zbudowany jest z warstw odpowiadających łupkowi, które dla odróżnienia posiadają różne odcienie - rys. 6.

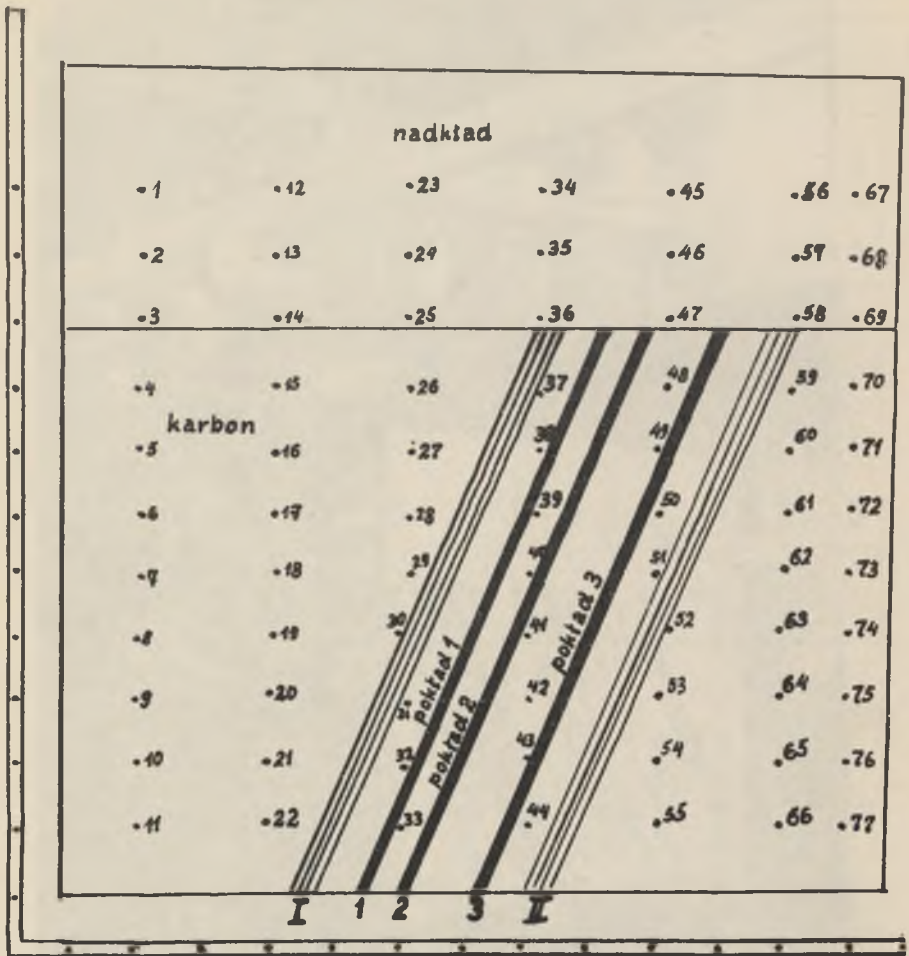
Warstwy karbońskie nachylone są pod kątem 70° . Pokłady mające być eksploatowane posiadają taką samą wytrzymałość jak otaczające

Charakterystyczne wielkości modeli i odpowiadające im wymiary w rzeczywistości

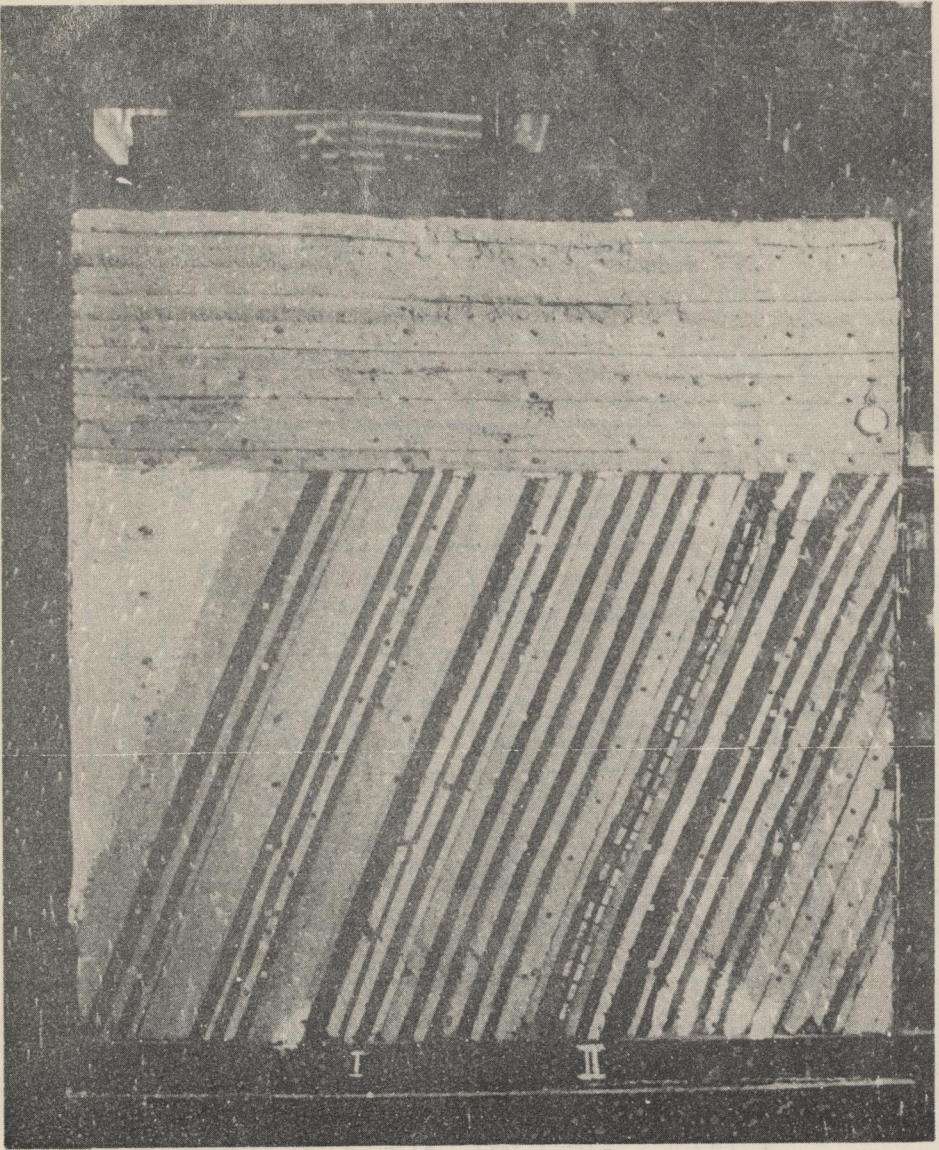
Rodzaj warstw				Głębokość za- legania w m		Ciśnienie				Kąt upadu warstw	Model
Nakład		Karbon				pionowe P_z 10^5 N/m^2		poziome P_x 10^5 N/m^2			
rzeczywisty	modelu	rzeczywisty	modelu	rzeczy- wiste	modelu	rzeczy- wiste	modelu	rzeczy- wiste	modelu		
piaski, ily żupki - -	płytki parafina talk+kreda - -	-	-	256	4,9	64	0,64	-	-	0	I-M
		-	-	276	5,3	69	0,69	18	0,18	0	
		żupki	kreda, talk parafina	276	5,3	69	0,69	18	0,18	70	
		żupki	parafina	324	6,2	81	0,81	20	0,20	70	
piaski, ily żupki - -	płytki, kreda parafina + talk - -	-	-	370	7,4	96	0,96	-	-	0	II-M
		-	-	400	7,8	101	1,01	25	0,25	0	
		żupki + piaskowce	parafina + kreda	400	7,8	101	1,01	25	0,25	70	
		żupki + piaskowce	parafina + piasek	450	8,7	113	1,13	27	0,27	70	
piaski, ily żupki - -	płytki parafina kreda+talk - -	-	-	510	9,8	128	1,28	-	-	0	III-M
		-	-	530	10,2	133	1,33	44	0,44	0	
		łupek + piaskowiec	parafina + kreda	530	10,2	133	1,33	44	0,44	90	
		piaskowiec	parafina + piasek	580	11,1	145	1,45	45	0,45	90	
piaski, ily żupki - -	płytki parafina + kreda - -	-	-	380	7,5	97	0,97	-	-	0	IV-M
		-	-	400	7,8	101	1,01	20	0,20	0	
		żupki	parafina + kreda+talk	400	7,8	101	1,01	20	0,20	90	
		żupki		450	8,7	113	1,13	22	0,22	90	



Rys. 4. Pomiar odkształceń z pokazaniem u dołu na podłożu urządzenia do pomiaru ciśnień



Rys. 5. Układ warstw w modelu I-M i rozmieszczenie punktów ustalonych kołkami do pomiarów odkształceń w pionie i poziomie



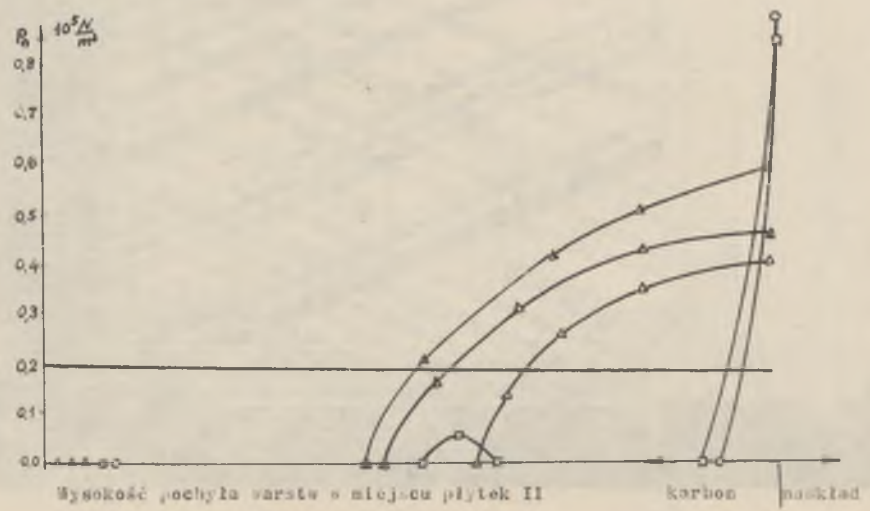
Rys. 6. Widok modelu I-M przed badaniem

Zestawienie etapów pomiarów wykonanych w czasie osiadania warstw modelu I-M przedstawionych na rys. 9, 10, 11

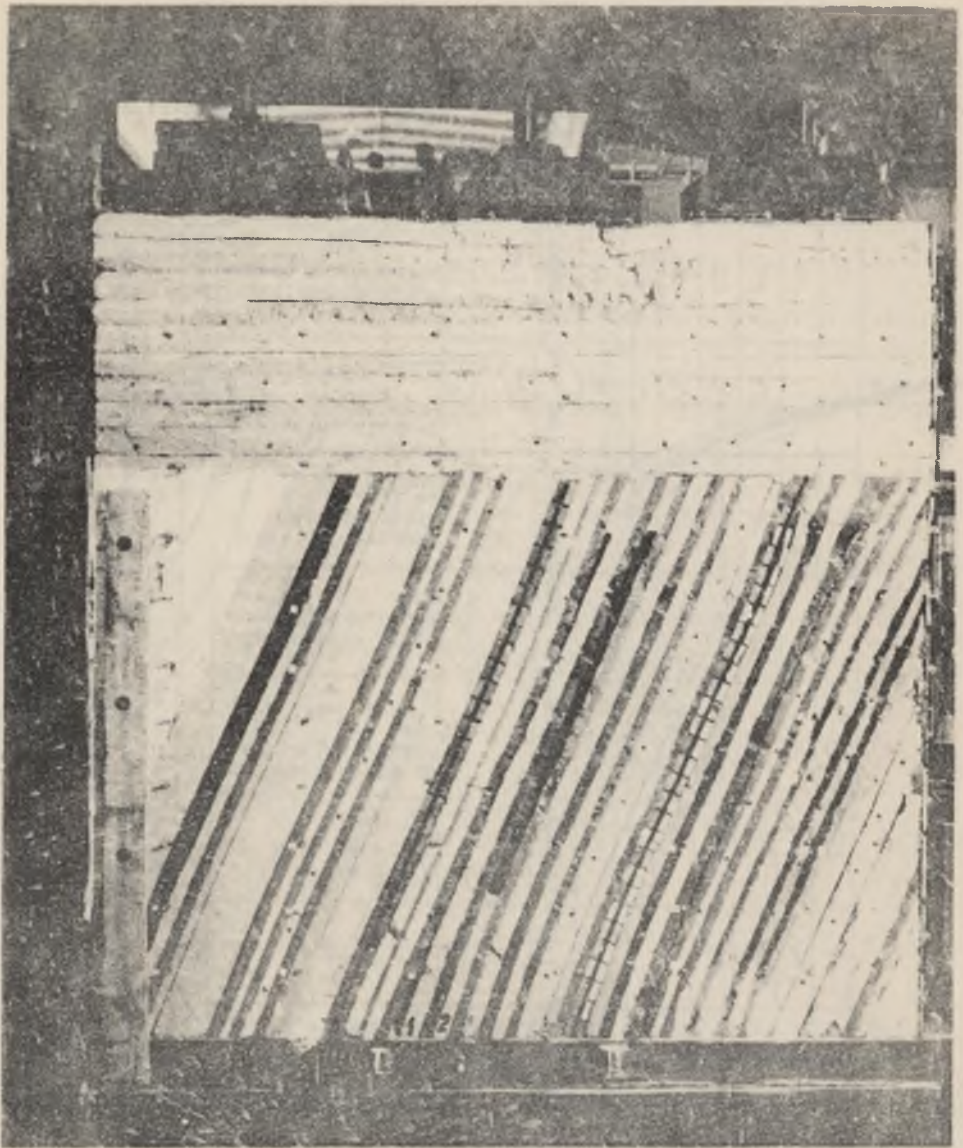
Liczba porządkowa pomiaru	Czas pomiaru		M O D E L I M					PRAWDOPODOBNE WIELKOSCI RZECZYWISTE			
	Całkowity t [godz.]	Między pomiarami Δt [godz.]	Nu m e r p o k ł a d u	G r u b o ś ć p o k ł a d u [cm]	Wysokość pochyła wybieranego piętra l [cm]	Numer wykonanego zdjęcia (rysunku)	Oznaczenie przebiegu ośniewania rys. (7), (8)	Grubość pokładu g [m]	Wysokość pochyła wybieranego piętra L [m]	Całkowity czas osiadania stropu i wyokrślenia sypu t [godz.]	Wpływ czasu na osiadanie E - γ . t 1
1	0,0	0,0	1	1,2	0,0	6	•	1,2	85	0,0	-
2	0,5	0,5	1	1,2	85		Δ	1,2	85	54	0,01
3	3,5	3,0	1	1,2	85		Δ	1,2	85	38	0,1
4	20,5	17,0	1	1,2	85		Δ	1,2	85	2050	0,33
5	20,9	0,4	2	2,0	62	9	□	2,0	62	2490	0,35
6	31,4	0,5	3	1,5	33	10	○	1,5	33	3440	0,50
7	38,2	6,8	3	1,5	62		●	1,5	62	4000	0,54
8	40,1	1,9	3	1,5	62			1,5	62	4300	0,60
9	78,1	38	3	1,5	62	11		1,5	62	8500	0,80



Rys. 7. Przebieg ciśnień w miejscu płytek I w czasie wpływów wybieranych pokładów 2, 3



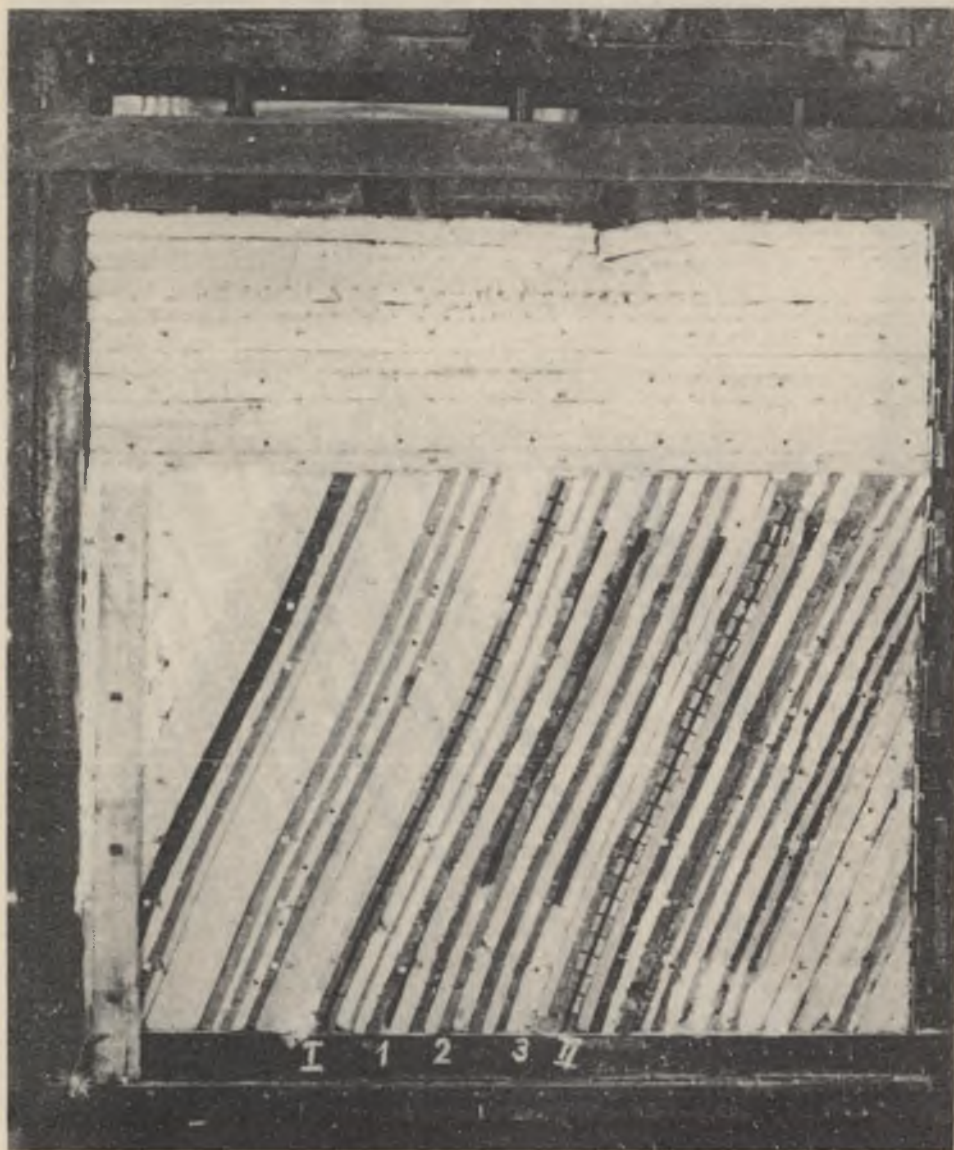
Rys. 8. Przebieg ciśnień w miejscu płytek II w czasie wybierania pokładów 1, 2, 3



Rys. 9. Zachowanie się warstw po wybraniu pokładu 1 i 2 modelu I-M



Rys. 10. Zachowanie się warstw po wybraniu pokładu 3, I-M



Rys. 11. Zachowanie się warstw w końcowym etapie badań I-M

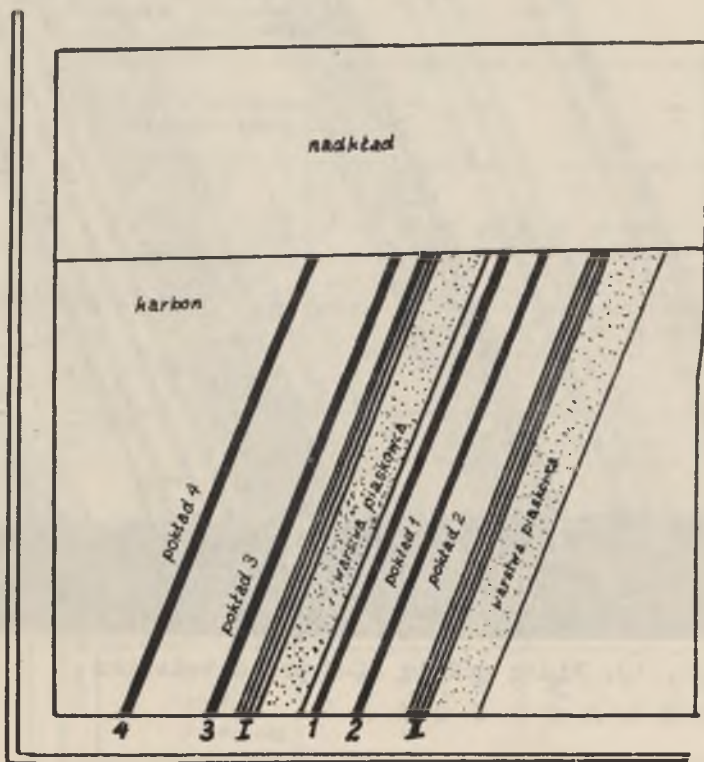
Warstwy nadkładu ułożone poziomo posiadają taką samą wytrzymałość jak modelowany łupek warstw karbońskich.

Badania przeprowadzono przy stałych ciśnieniach podanych w tablicy 1 odpowiadających danemu modelowi.

W czasie badań wykonywano okresowo pomiary odkształceń i ciśnień oraz etapami wybierano kolejno pokłady od 1 do 4.

Pokłady urabiano przez ich skrawanie w stosunkowo krótkim czasie. Etapy wybierania pokładów i wielkości ciśnień oraz odkształceń warstw podano w tablicy 2 i na rysunkach 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

W celu określenia wpływu warstw sztywnych na zachowanie się warstw mało sztywnych nad wybranym polem pokładu wykonano model II M i przeprowadzono na nim badania - rys. 12.



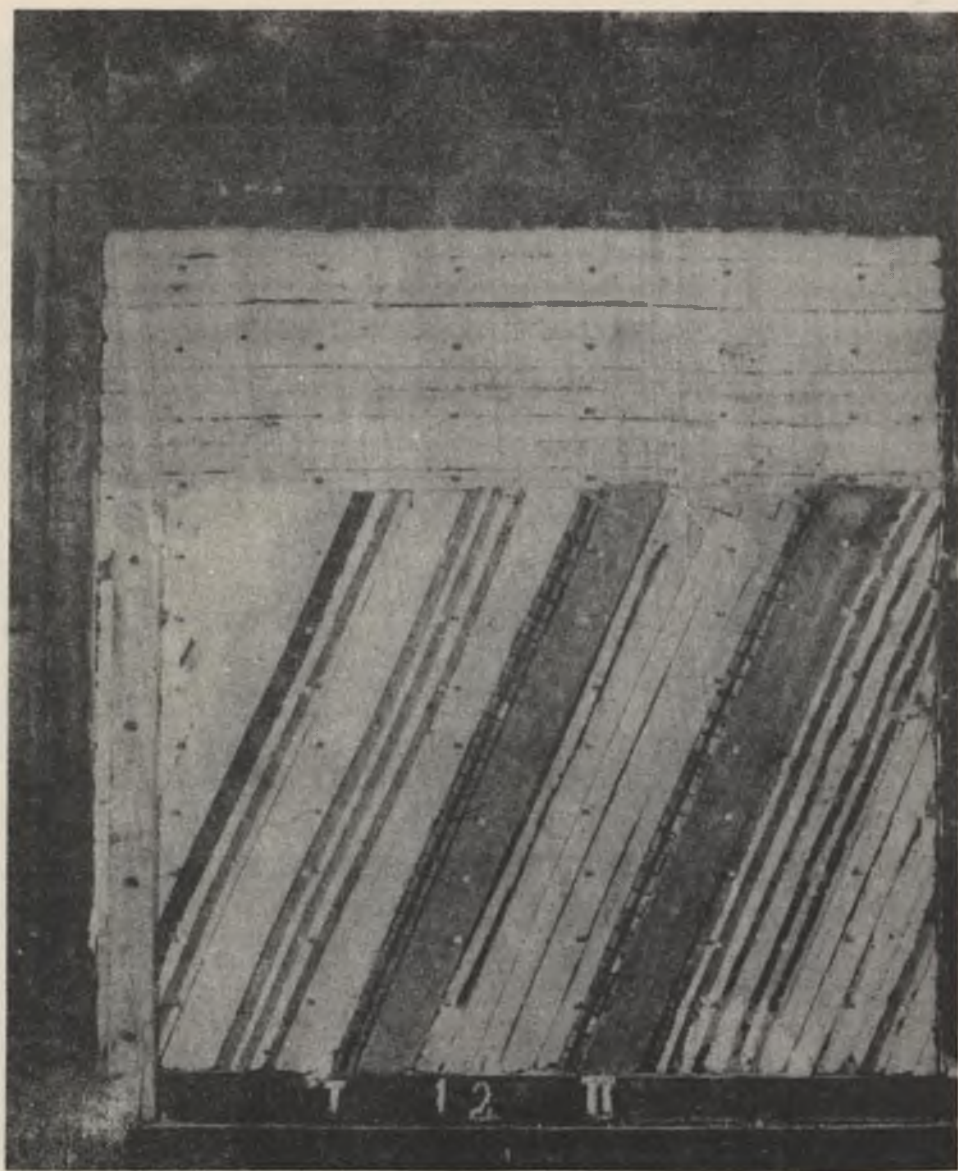
Rys. 12. Położenie sztywnych warstw piaskowca w modelu II-M



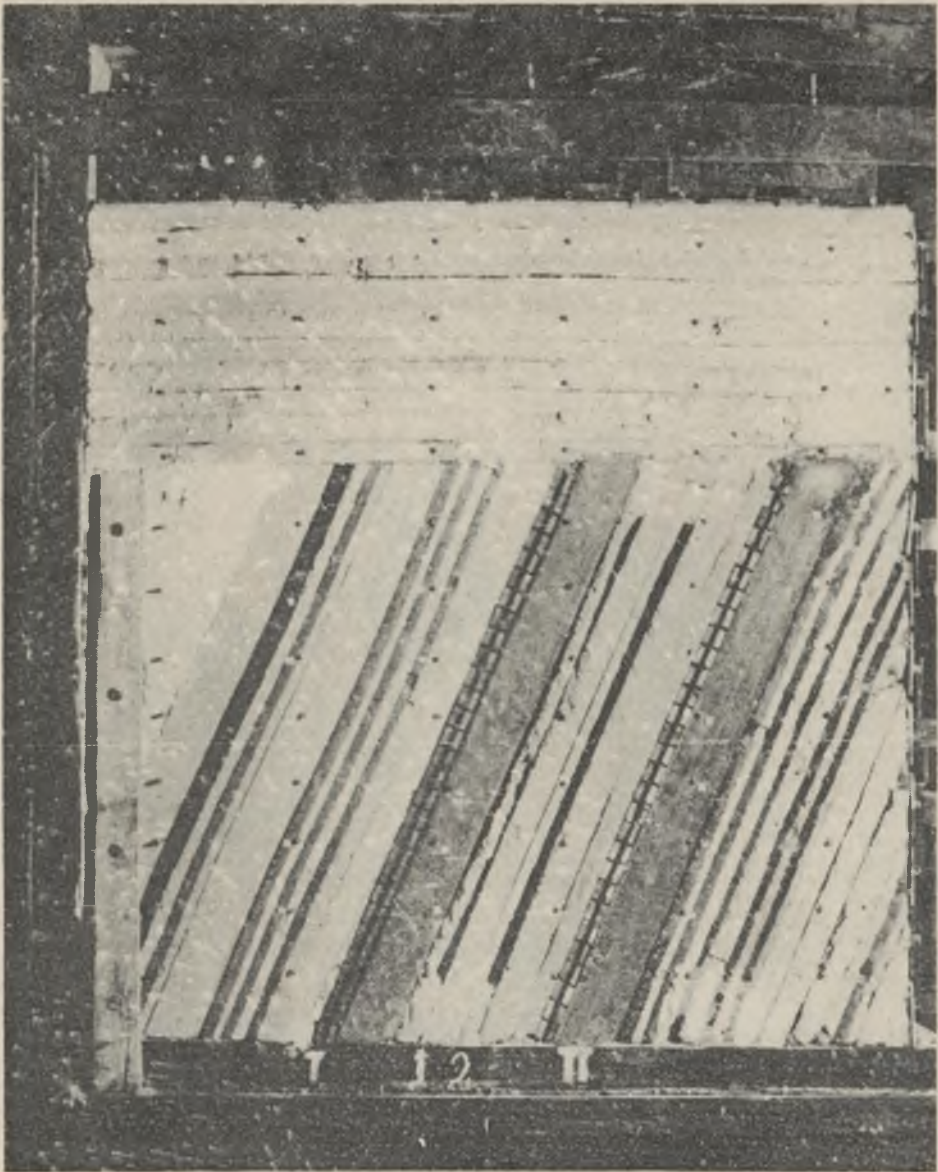
Rys. 13. Widok modelu II-M przed badaniem

Zestawienie etapów pomiarów wykonanych w czasie osiadania warstw modelu I-M przedstawionych na rys. 9, 10, 11

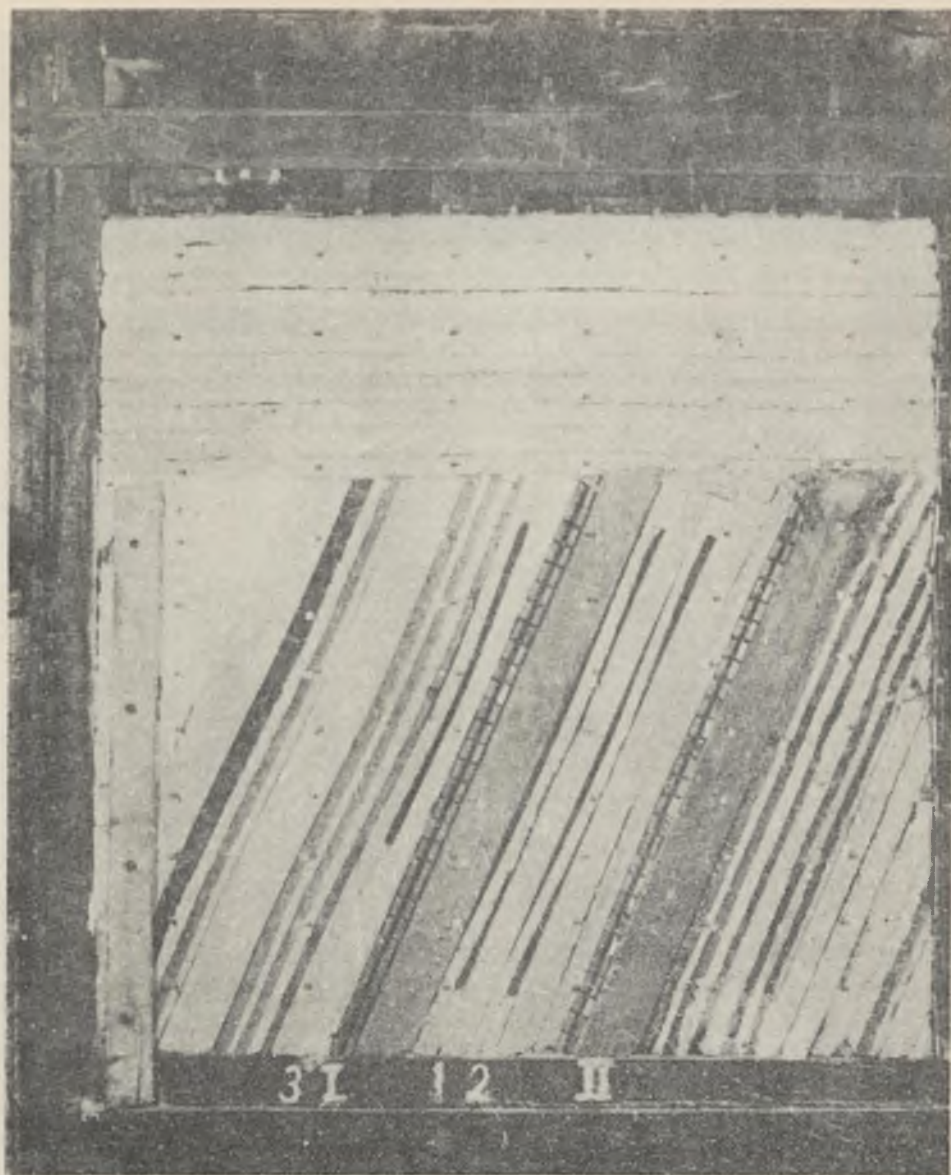
Liczba porządkowa pomiaru	M o d e l II M						Prawdopodobne wielkości rzeczywiste				
	Czas pomiaru		Numer pokładu [cm]	Grubość pokładu g [cm]	Wysokość pochyła wybieranego piętka L [cm]	Numer wykonanego zdjęcia (rysunku)	Oznaczenie przebiegu ośniew na rysunku na rys. 19, rys. 20	Grubość pokładu g [m]	Wysokość pochyła wybieranego piętka L [m]	Całkowity czas osiadania stropu i wyciskania spągu t [godz.]	Wpływ czasu na osiadanie $1 - e^{-\frac{t}{T}}$
	Całkowity t [godz.]	Między pomiarami t [godz.]									
1	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0,5	0,5	1	1,5	72	13	Δ	1,5	72	50	0,01
3	44,5	44,0	1	1,5	72	14		1,5	72	4450	0,36
4	45,0	0,5	2	1,5	72	15	□	1,5	72	4500	0,37
5	45,6	0,6	3	1,2	52	16		1,2	52	4560	0,37
6	47,0	1,4	3	1,2	52			1,2	52	4700	0,38
7	49,0	2,0	3	1,2	72			1,2	72	4900	0,39
8	50,0	1,0	3	1,2	72		○	1,2	72	5000	0,40
9	69,0	1,9	3	1,2	72			1,2	72	6900	0,50
10	70,0	1,0	4	2,0	52	17		2,0	52	7000	0,51
11	73,0	3,0	4	2,0	52			2,0	52	7300	0,52
12	74,0	1,0	4	2,0	72	18		2,0	72	7400	0,53
13	146,0	72,0	4	2,0	72		⊖	2,0	72	14600	0,80



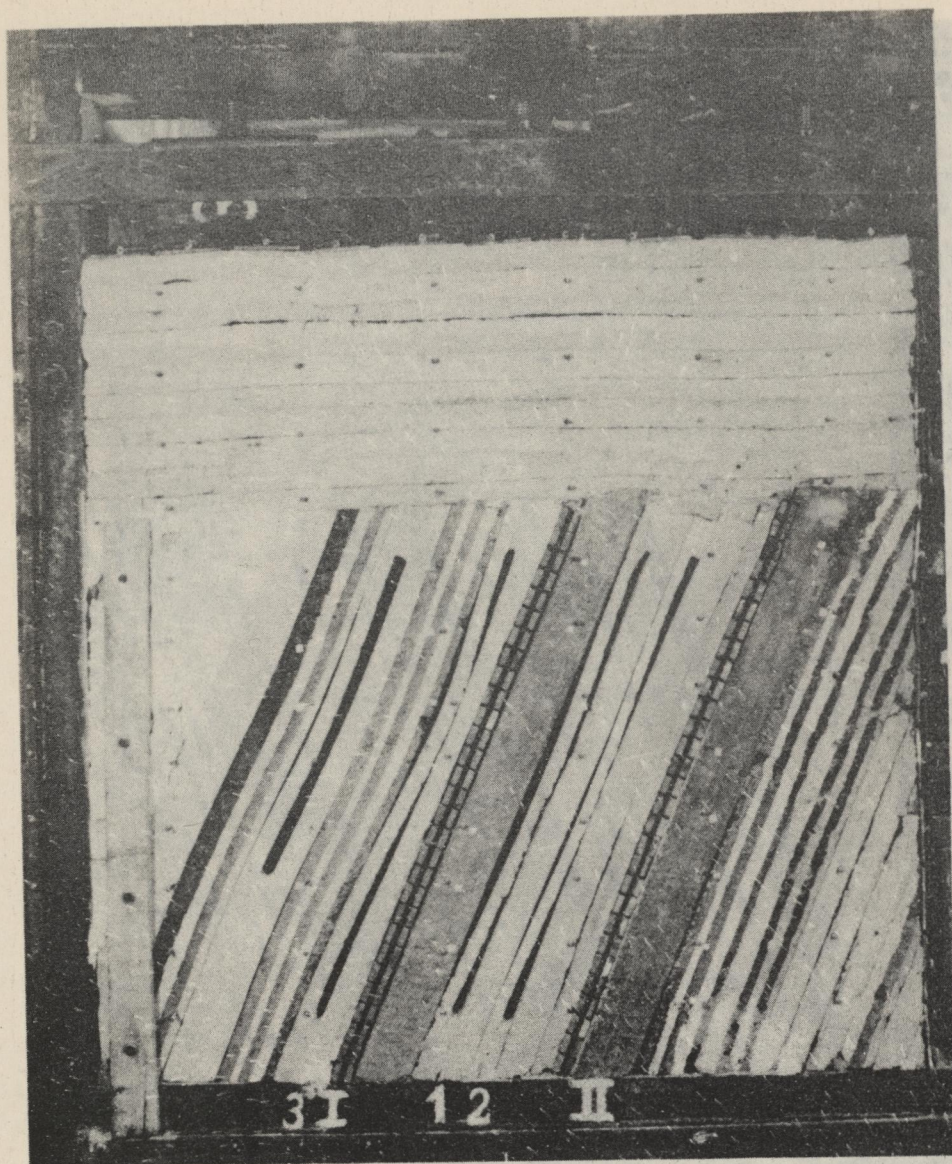
Rys. 14. Zachowanie się stropu i spągu po wybraniu pokładu I w modelu II-M



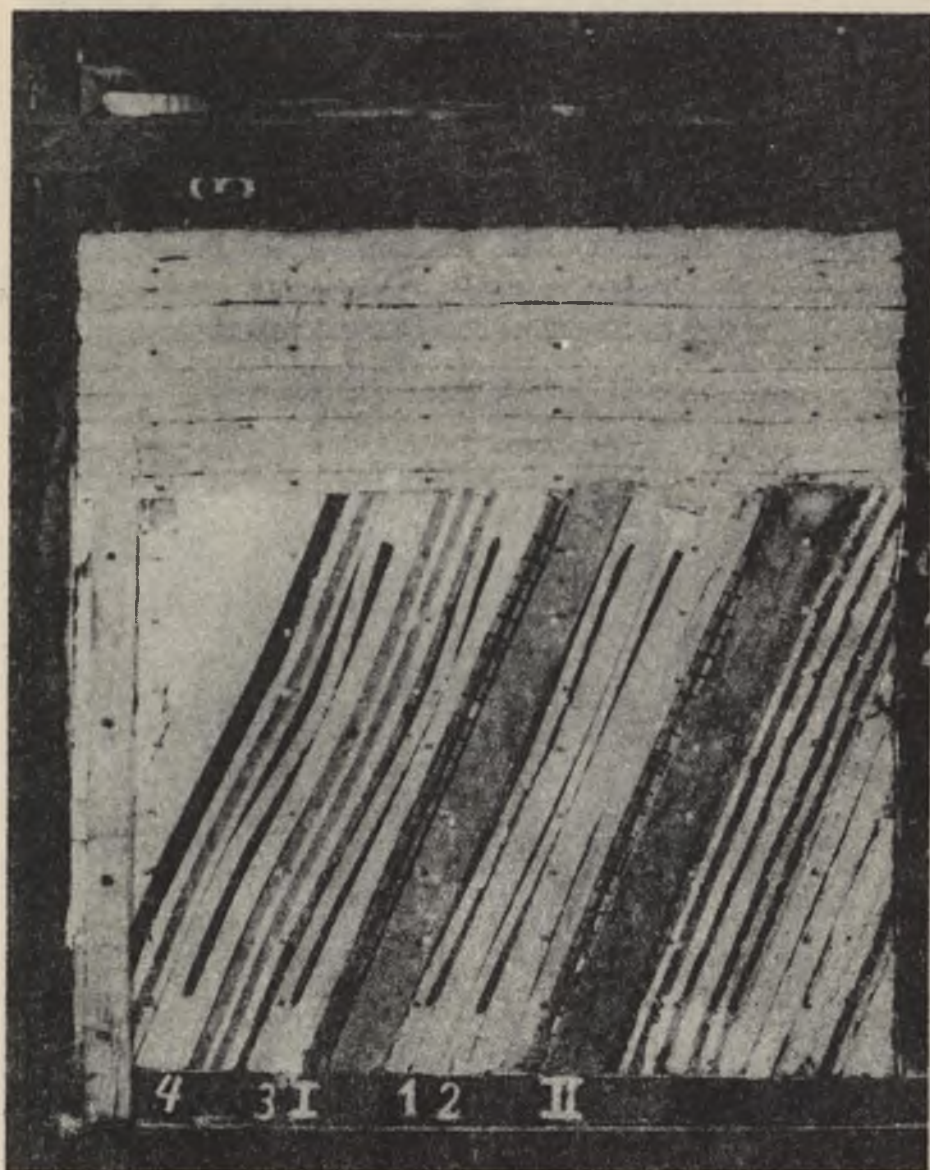
Rys. 15. Zachowanie się warstw po wybraniu pokładu 2



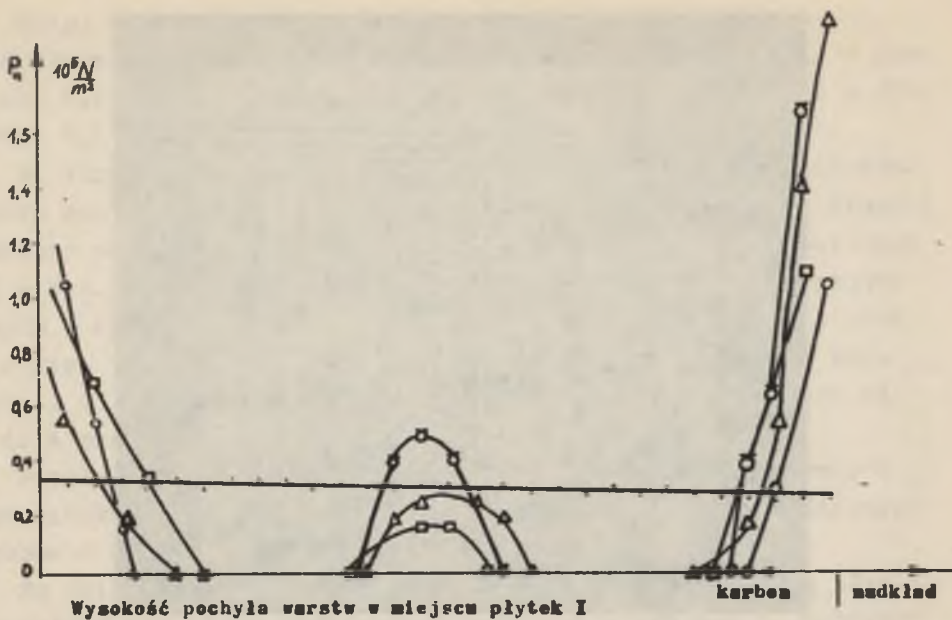
Rys. 16. Zachowanie się warstw po wybraniu 3 warstwy II-M



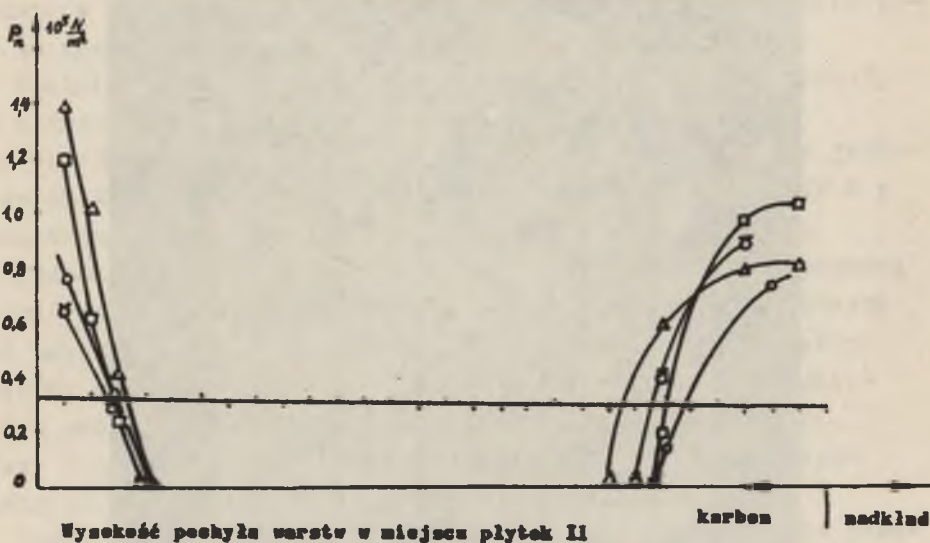
Rys. 17. Zachowanie się warstw po wybraniu 4 warstwy II-M



Rys. 18. Zachowanie się warstw w osie zaciskania przestrzeni
po wybranych pokładach 1, 2, 3, 4 - II-M



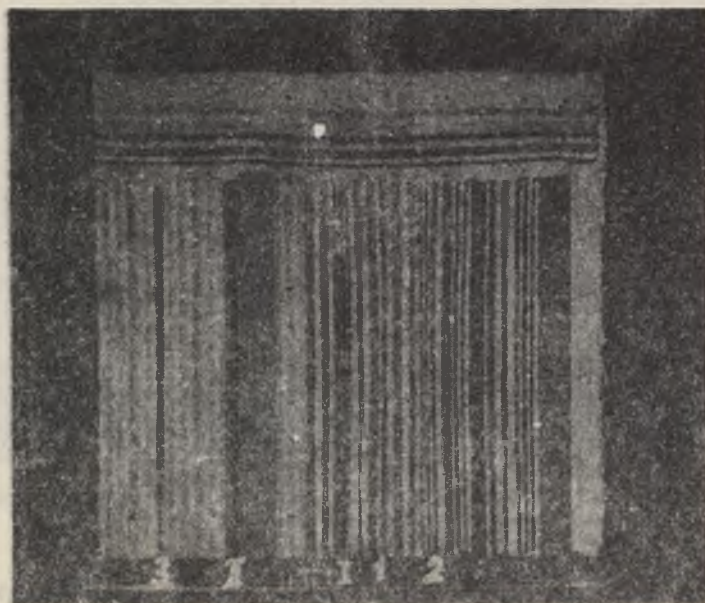
Rys. 19. Przebieg ciśnień w miejscu płytek I w osie zaciskania wyrobisk eksploatacyjnych modelu II-M dla danych w tabelicy



Rys. 20. Przebieg ciśnień w miejscu płytek II w osie zaciskania modelu II-M dla danych w tabelicy 3



Rys. 21. Zachowanie się warstw górotworu po wybraniu pokładu 1, mod. III-M



Rys. 22. Zachowanie się warstw po wybraniu pokładu 1 i 2 oraz w chwili wybierania pokładu 3, modelu III-M

Etapy badań na modelu II M zestawiono w tablicy 3. W środkowej partii modelu II M ułożone były dwie warstwy o grubości 8,2 cm każda imitujące warstwy sztywnego piaskowca o grubości 8,2 m.

Na stropie pierwszej warstwy modelowanego piaskowca ułożono jeden zestaw płytek pomiarowych I, natomiast na stropie drugiej warstwy modelowanego piaskowca drugi zestaw płytek pomiarowych II - rys. 13. Po wybraniu pokładu 1 uległa wyboczeniu warstwa żupku - rys. 14. Następnie wybrano pokład 2 - rys. 15, pokład 3 - rys. 16, pokład 4 - rys. 17, 18. Przebieg ciśnień w rzędzie I i II wynikających z kolejnej eksploatacji pokładów od 1 do 4 przedstawiono na rys. 19 i 20.

W celu określenia wpływu nachylenia warstw oraz sztywnych łań piaskowca na przebieg zaciskania wyrobisk eksploatacyjnych wykonano model III M.

Po ściśnięciu warstw prasami tak, że w małym stopniu uległy odkształceniom przy ciśnieniach podanych w tablicy 1, wybrano najpierw pokład 1 - rys. 21, następnie kolejno 2, 3, 4 a przebiegi odkształceń warstw podano - rys. 22, 23, Etapy pomiarów podano w tablicy 4 a pomierzone przebiegi ciśnień przedstawiono na rys. 22, 23.

Kształtowanie się ciśnień w miejscu płytek pomiarowych I, II podano na rys. 24, 25.

Dla określenia w jakim stopniu wpływa nachylenie warstw jednorodnych w stosunku do niejednorodnych zbudowano model IV N i przeprowadzono na nim badania.

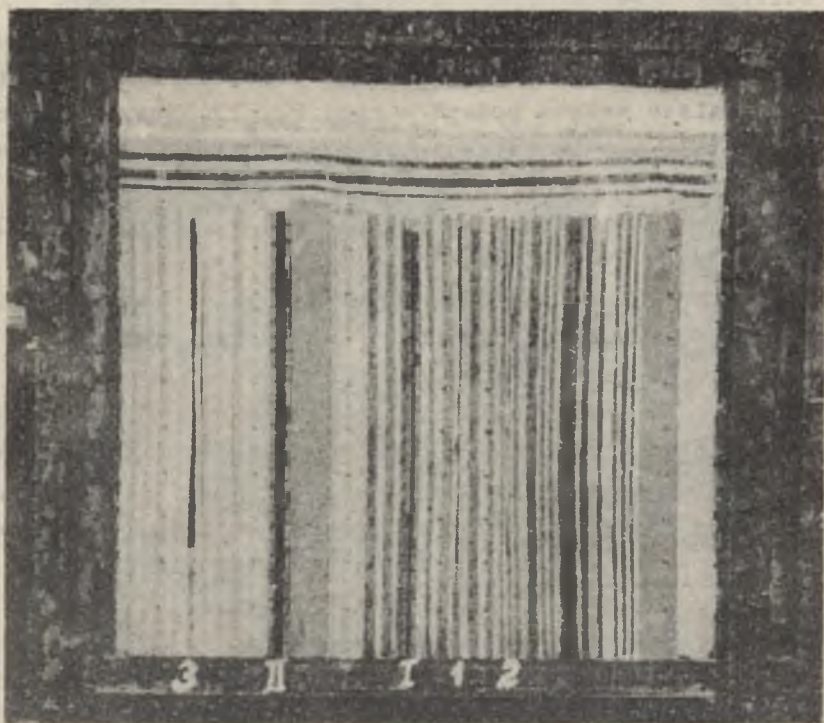
Podczas budowy modelu III M i IV M założono między pionową belkę ramy a modelem warstwę rur gumowych i płytek stalowych dla uzyskania wymaganego bocznego oddziaływania na warstwy. Warstwy modelu obciążono najpierw prasami bocznymi do wielkości około 1,5 ciśnienia panującego na danej głębokości. Prasy boczne można było ustawić przed badaniem w wymaganym odstępnie dla określonego ciśnienia w tablicy 1.

Przez ściśnięcie modelu prasami bocznymi uzyskało się przesunięcie warstw w kierunku przeciwległej belki ramy aparatu i zgniecenie rurek gumowych znajdujących się między modelem a ramą.

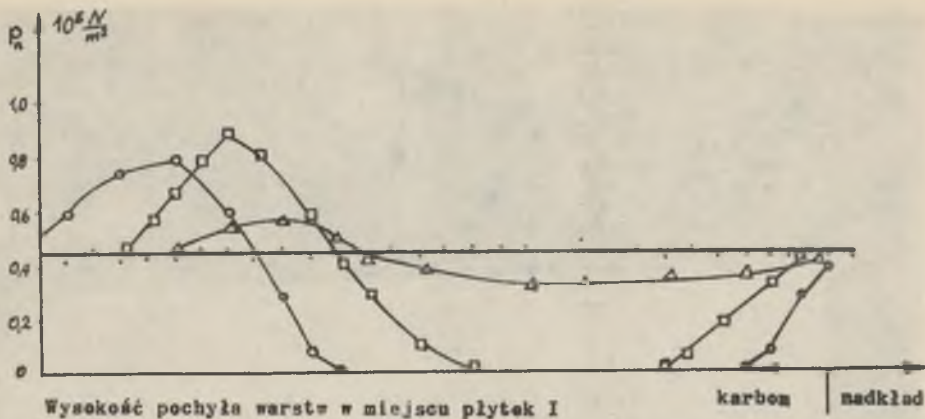
Po skonsolidowaniu warstw z boku zmniejszono ciśnienie do wielkości p_x podanej w tabelicy 1 i ściśnięto z góry ciśnieniem $1,5 p_z$ następnie odprężono do p_z .

Proces konsolidacji warstw uważano za zakończony, gdy przyrosty odkształceń dążyły do zera. Tak sprasowane warstwy odpowiadały stanowi ciśnień panujących na danej głębokości wg tabelicy 1.

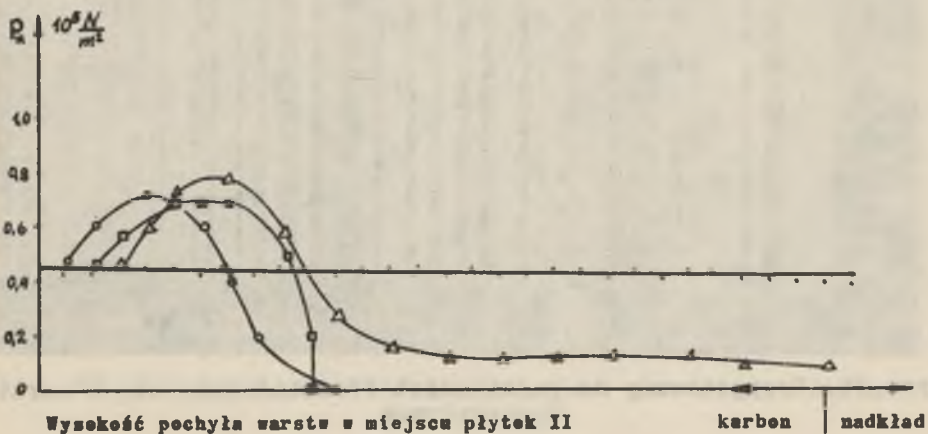
W tak przygotowanym modelu - rys. 26 rozpoczęto wybieranie pokładu 1 - rys. 27. W czasie tego wybierania wystąpiło wyboczenie zestawu płytek w rzędzie II oboć między płytkami na stykach były dane wkładki z elastycznej gumy, która miała za zadanie ułatwić ich zbliżanie się pod wpływem siły działającej w kierunku upadu warstw.



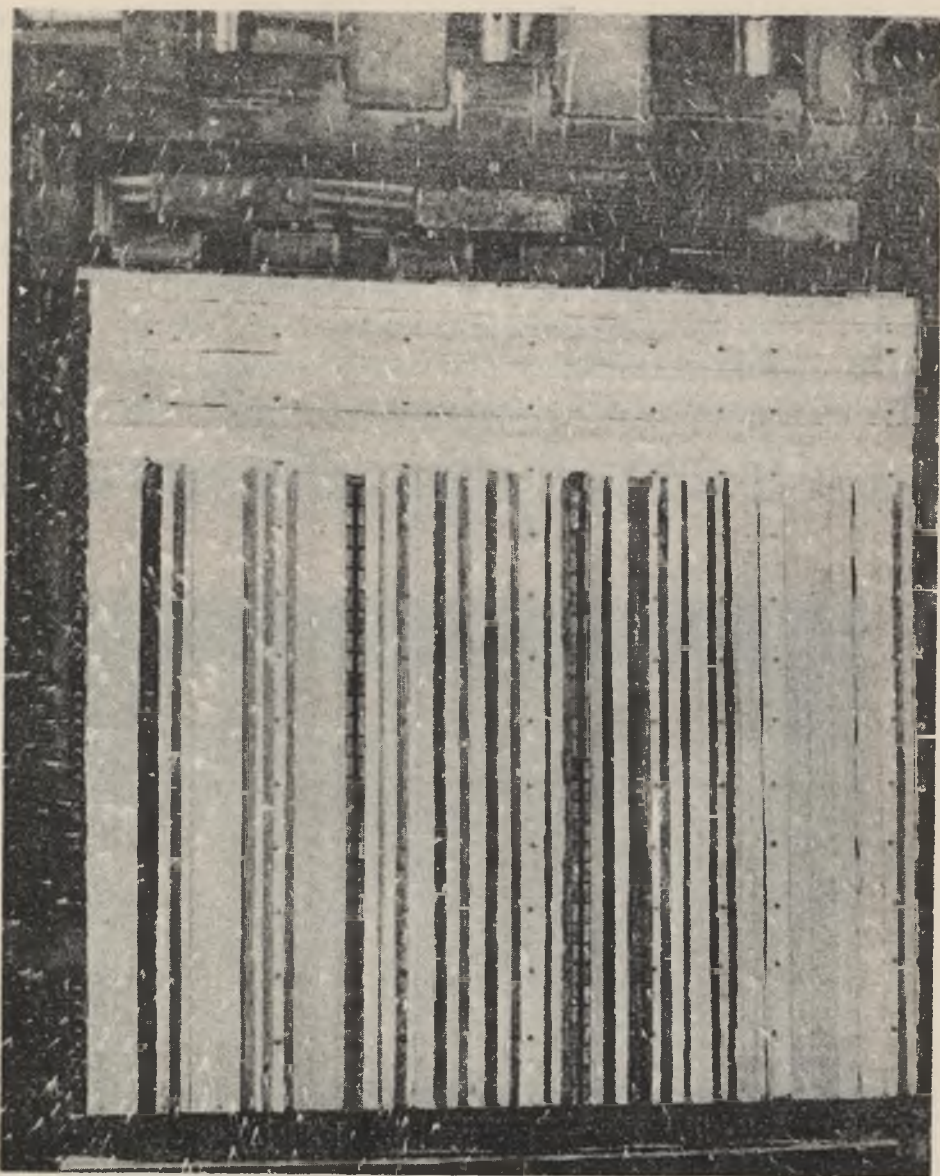
Rys. 23. Początek zaciskania wyrobiska w miejscu wybranego pola pokładu 3



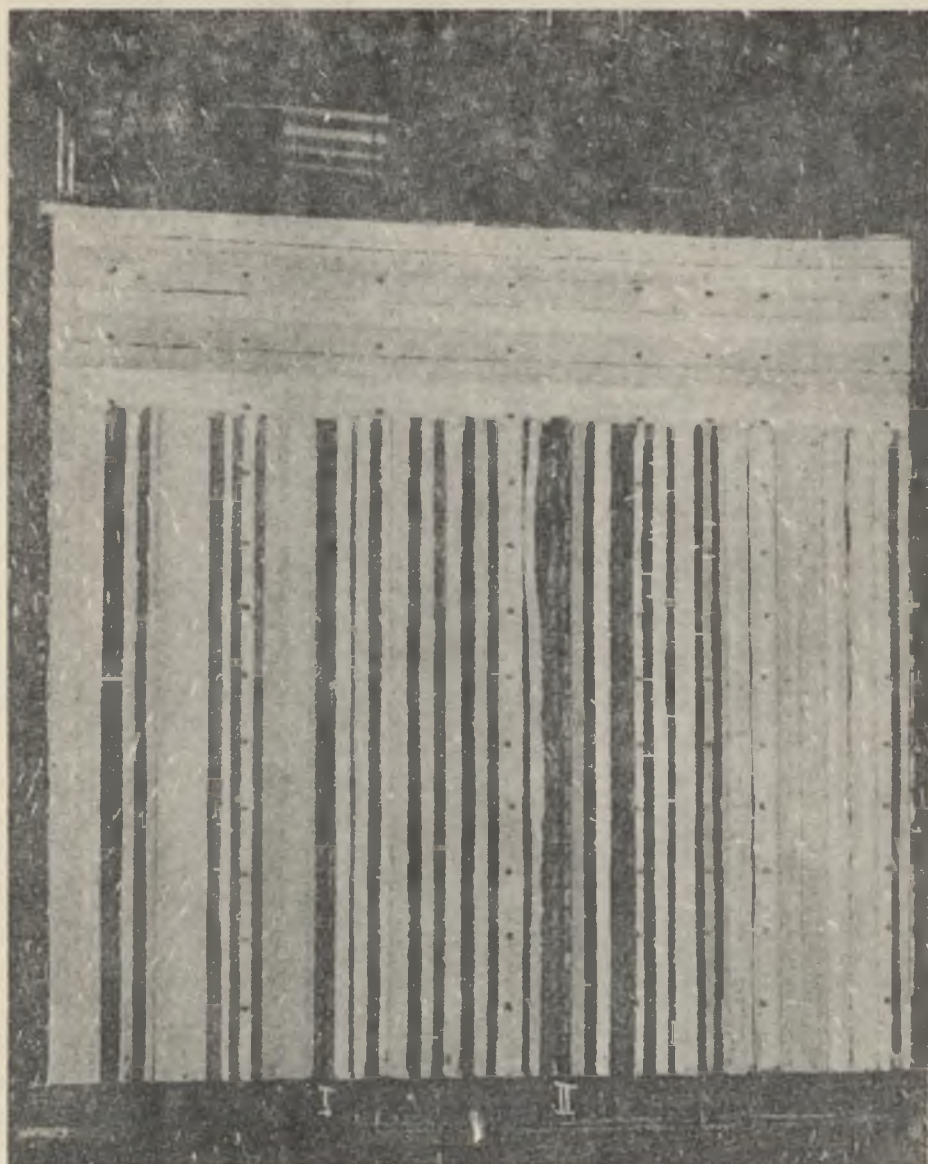
Rys. 24. Kształtowanie się ciśnień w miejscu płytek pomiarowych I w czasie wpływów wybierania pokładów 1, 2, 3 podanych w tabelicy 4



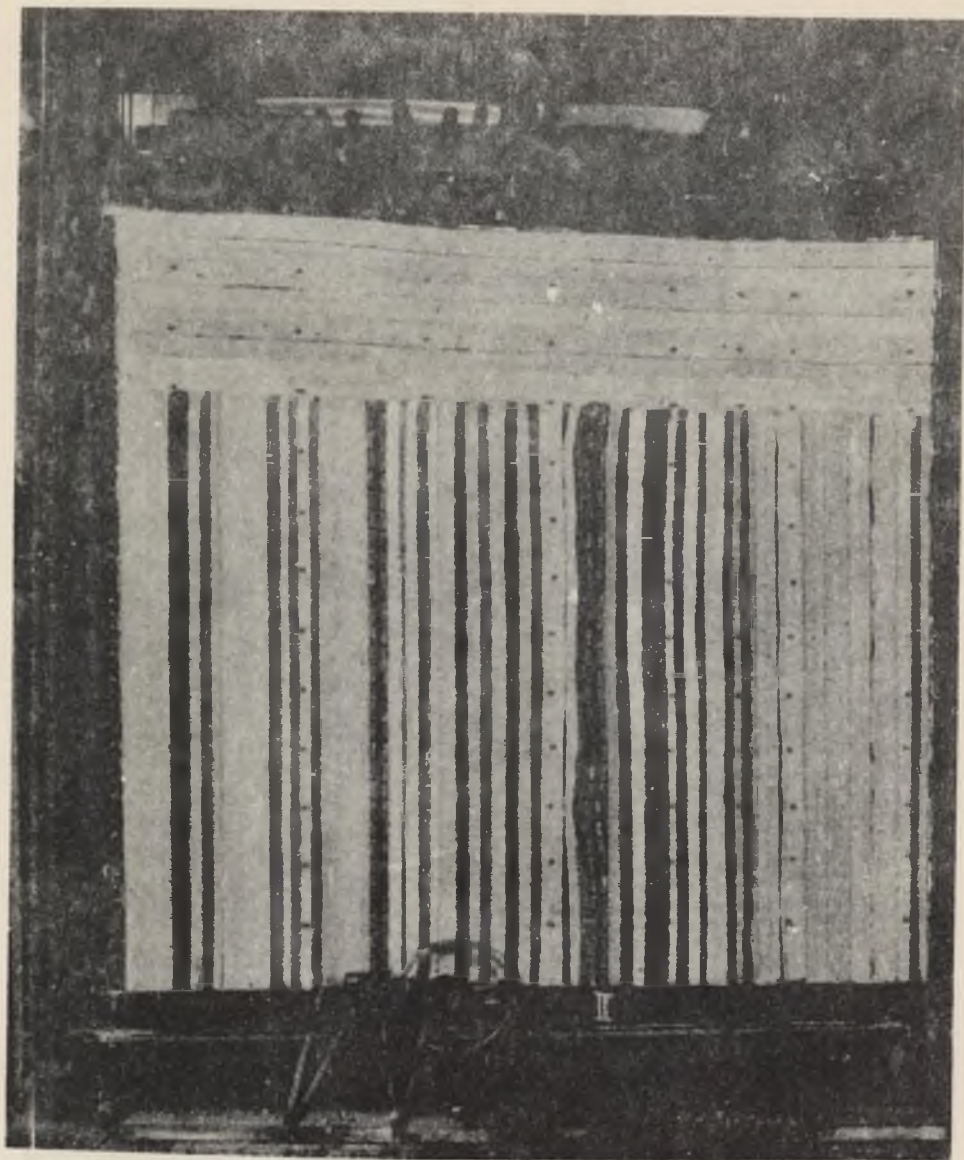
Rys. 25. Przebieg ciśnień w miejscu płytek II w czasie wpływów wywieranych pokładów 1, 2, 3 modelu III-M



Rys. 26. Przygotowany do badań model IV składający się z warstw jednorodnych



Rys. 27. Zachowanie się stropu i spągu w początkowym okresie eksploatacji



Rys. 28. Przebieg zaśliskania wyrobiska po wybraniu pokładu 1
od styku z nadkładem do dolnej belki ramy aparatu

W miarę przemieszczania się eksploatacji w kierunku dolnej ramy występowało zaciskanie wyrobiska - rys. 28.

Na samym ucie, wyrobisko nie zostało zaciśnięte z uwagi na duży wpływ tarcia warstw o dolną ramę aparatu oraz na wybaczący się stos mało ściśliwych płytek pomiarowych.

Etapy badań modelu IV M podano w tablicy 5, zaś przebieg ciśnień na rysunku 29 i 30.

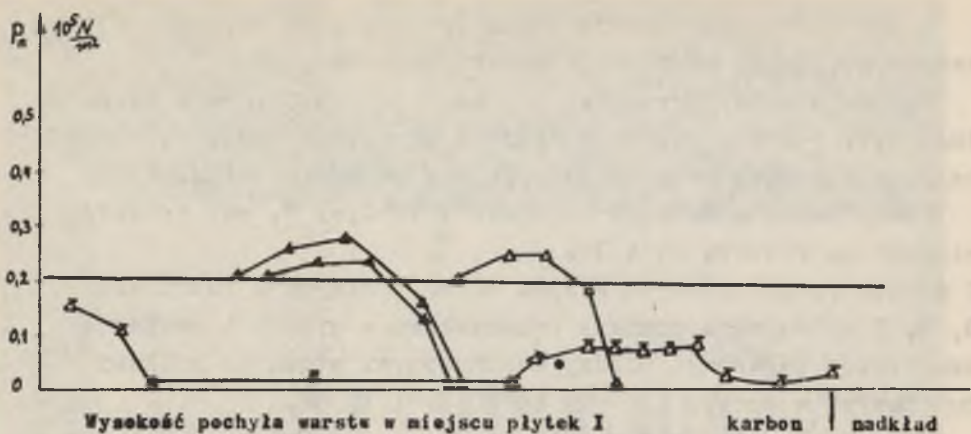
W czasie poszczególnych etapów badań podanych w tablicach 2, 3, 4, 5 wykonywano pomiary odkształceń w pionie i poziomie czujnikiem zegarowym między zakończonymi stożkowo kołkami zabudowanymi w modelu i ramie co 20 cm i 10 cm.

Uzyskane wyniki z pomiarów posłużyły do wyboru i ustalenia wzorów teoretycznych określających deformacje skał stropowych i spągowych, oraz wzajemne oddziaływania na kontakcie skał sztywnych i mało sztywnych. Z wstępnej analizy wyników badań modelowych stwierdzono, że zachowanie się skał w otoczeniu wyrobiska wybierkowego można w dostatecznym stopniu opisać przy pomocy równań teorii sprężystości i plastyczności lub równań procesów stochastycznych, wyprowadzonych przez J. Litwiniszyna i rozwiniętych dla pokładów nachylonych przez A. Smolarskiego. Dokładne uzmiennianie deformacji modelu na drodze opisu równaniami procesów stochastycznych w przypadku badanych modeli górotworu w płaskim stanie naprężeń nie zawsze odpowiadałoby wielkościom występującym w rzeczywistości, gdzie warstwy znajdują się w trójosiowym stanie naprężeń w którym własności wytrzymałościowe zależą od stanu naprężeń.

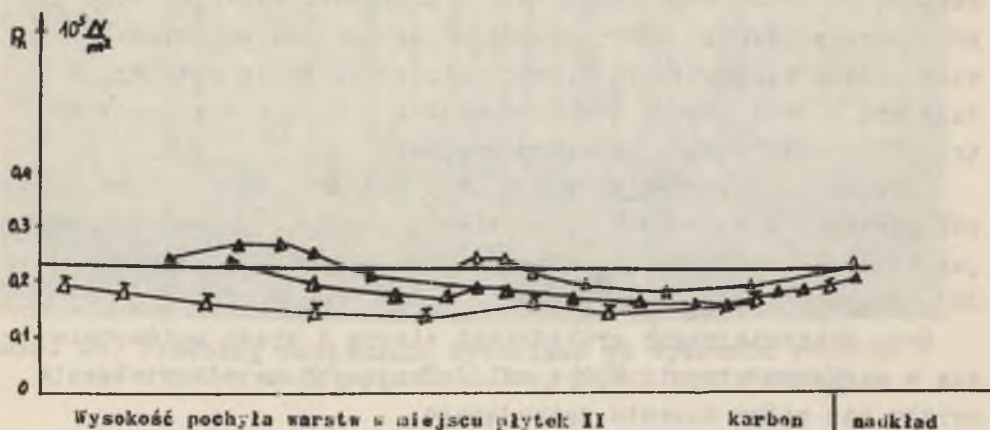
Dlatego do obliczeń teoretycznych przyjęto uproszczony sposób rozważań w płaskim i jednoosiowym stanie naprężeń podobnie jak to przeprowadził dla pokładów poziomych A. Sałustowicz [31, 32, 33].

Przy znaczniejszych grubościach stropu i spągu uwidacznia się w większym stopniu wpływ sił ścinających na odkształcenia warstw niż wpływ momentu zginającego.

Dlatego w pierwszym etapie rozpatrzono wpływ sił ścinających a następnie momentu zginającego na zginanie warstw stropowych. Do tak określonych wzorów w płaskim i jednoosiowym stanie naprężeń wprowadzono do obliczeń praktycznych wielkości



Rys. 29. Kształtowanie się ciśnień w miejscu płytek pomiarowych I, M-IV



Rys. 30. Kształtowanie się ciśnień w miejscu płytek pomiarowych II, M-IV

Zestawienie ogólnych danych etapów pomiarów modelu III-M

Liczba porządkowa pomiaru	Czas pomiaru		Numer pokładu	Model III M					Prawdopodobne wielkości rzeczywiste			
	Całkowity t [godz.]	Między pomiarami t [godz.]		Grubość pokładu g [mm]	Wysokość pochyła wybieranego piętra L [cm]	Numer wykonanego odjęcia (rysunku)	Oznaczenie przesługu odmiast rys. 24 rys. 25	Grubość pokładu g [m]	Wysokość pochyła wybieranego piętra L [m]	Całkowity czas osiadanis stopru i wosikania spagu t [godz.]	Wpływ osadu na osiadanis t	
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	15	15,0	1	0,8	76	21	.	0,8	76	1600	0,14	
3	17	2,0	1	0,8	76		Δ	0,8	76	1870	0,16	
4	42	5,0	1	0,8	76			0,8	76	4700	0,35	
5	42,5	0,5	2	1,0	76		□	1,0	76	4800	0,36	
6	46,5	4,0	2	1,0	76	22		1,0	76	5100	0,37	
7	47,5	1,0	3	1,5	76		○	1,5	76	5200	0,38	
8	63	15,5	3	1,5	76	23		1,5	76	7000	0,5	

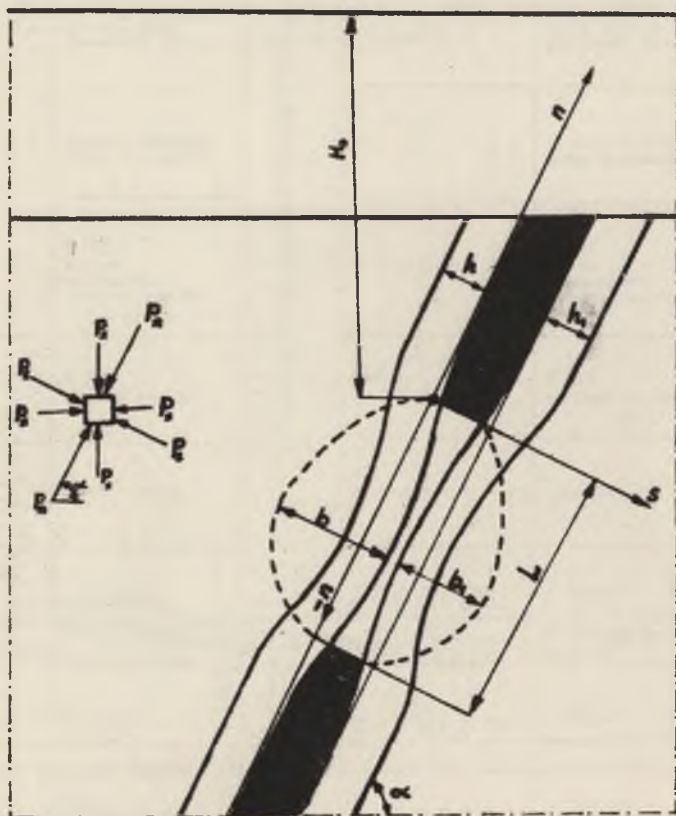
Zestawienie etapów wybierania pokładów i pomiarów modelu IV-M

Liczba porządkowa pomiaru	Czas pomiaru		Numer pokładu	Model IV					Prawdopodobne wielkości rzeczywiste			
	Całkowity t [godz.]	Między pomiarami t [godz.]		Grubość pokładu g [cm]	Wysokość pochyła wybieranego piętra L [cm]	Numer wykonanego odjęcia (rysunku)	Oznaczenie przesługu odmiast rys. 29, rys. 30	Grubość pokładu g [m]	Wysokość pochyła wybieranego piętra L [m]	Całkowity czas osiadanis stopru i wosikania spagu t [godz.]	Wpływ osadu na osiadanis t	
1	0	0	1	1,0	-	26	Δ	1,0	-	0	-	
2	1	1	1	1,0	40	27	▲	1,0	40	100	0,02	
3	3	2	1	1,0	57	-	▲	1,0	57	3400	0,06	
4	27	23	1	1,0	57	-	Δ	1,0	57	3800	0,42	
5	45	18	1	1,0	90	-	-	1,0	90	4800	0,60	
6	48	1	1	1,0	90	-	-	1,0	90	4900	0,61	
7	49	3	1	1,0	100	28	-	1,0	100	5300	0,64	

rzeczywiste jak moduł sprężystości, współczynnik lepkości, współczynnik Poissona odpowiadające przewidywanemu stanowi naprężeń w otoczeniu wpływów prowadzonej eksploatacji.

4. ZACHOWANIE SIĘ WARSTWY STROPOWEJ I SPĄGOWEJ W ŚWIETLE TEORII ŚCINANIA BELKI NA SPRĘŻYSTYM PODŁOŻU PRZY OGRANICZONEJ POCHYLEJ WYSOKOŚCI PIĘTRA

Wybranie pokładu w jednym piętrze może przy małej wysokości pochyłej piętra spowodować tylko ugięcie stropu i spągu. Pod wpływem ciśnienia skał nadległych występuje ściśnięcie pokładu tak, po stronie wzniosu jak i opadu pokładu.



Rys. 31. Ugięcie się stropu i spągu wywołane wybraniem pokładu w jednym piętrze

Na strop pokładu węgla od strony wzniosu działa ciśnienie prostopadłe p_s oraz ciśnienie w kierunku upadu pokładu p_n . Ciśnienie p_s i p_n są składowymi ciśnienia pionowego p_z i poziomego p_x (rys. 31).

Wielkość ciśnienia normalnego do pokładu określa wzór

$$p_s = p_z \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right)$$

natomiast ciśnienia wzdłuż płaszczyzny pokładu określa wzór

$$p_n = p_z \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

Wielkość ciśnienia p_s i p_n ustalono na drodze rozkładu ciśnień pionowych i poziomych p_x (rys. 31) i po przekształceniu otrzymano

$$p_s = \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \cdot \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \quad (1)$$

$$p_n = \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \quad (2)$$

gdzie:

ϱ - gęstość skał,

H_0 - głębokość położenia krawędzi eksploatacji,

ν - współczynnik Poissona,

α - kąt upadu pokładu.

Wpływ ciśnienia p_n na uginanie się stropu nad calizną jest mały i dlatego w pierwszym etapie pominięto go.

Pod wpływem działającego ciśnienia górotworu na spąg i strop pokładu, pokład oraz podsadzka ulegają ściśnięciu.

Suma ścisnięcia pokładu od góry S_{11} i od dołu S_{12} podzielona przez grubość (g_0) i pomnożona przez moduł sprężystości pokładu E_0 daje naprężenia normalne σ_n wg wzoru

$$\frac{S_{11} + S_{12}}{g_0} \cdot E_0 = \varepsilon \cdot E_0 = \sigma_n$$

Wielkość wyciskania stropu lub spągu przy jednakowej budowie geologicznej i własnościach fizykochemicznych jest równa

$$S_{11} = S_{12}; \quad \frac{S_{11}}{0,5 g_0} \cdot E_0 = \sigma_n$$

Do dalszych obliczeń linii ugięcia stropu lub spągu przyjęto dla warstw o różnej budowie geologicznej połowę grubości pokładu $0,5 g_0 = g$.

Takie uproszczenie jest możliwe z uwagi na przyjęty uproszczony schemat obliczeń uginania się warstwy.

Przy znacznej grubości warstwy stropowej uwidacznia się wpływ obciążenia poprzecznego w większym stopniu niż momentu zginającego. Równanie różniczkowe linii ugięcia belki pod wpływem obciążenia poprzecznego posiada postać [32]

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = - \frac{31}{2 GF} \left(p_s - \frac{E_0 \cdot s}{g} \right) \quad (3)$$

gdzie:

- g - średnia część grubości pokładu biorąca głównie udział w obniżeniu s ,
- G - moduł sprężystości postaciowej warstwy stropowej,
- F - przekrój poprzeczny warstwy stropowej, który przyjmujemy $F = h \cdot 1$ (h - grubość warstwy stropowej),
- 1 - szerokość warstwy stropowej którą przyjęto równą jedności.

Po podstawieniu do równania (3) wielkości p_s z równania (1) otrzymano:

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = -\frac{3}{2 GF} \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1-\nu} \right) - \frac{1 E_0}{g} \cdot s \quad (4)$$

Do równania (4) wprowadzono oznaczenia

$$K_0 = \frac{3}{2 GF}; \quad K = k_0 \cdot \frac{E_0 \cdot 1}{g}; \quad \psi = \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1-\nu} \right) \cdot 1$$

i otrzymano ogólne równanie różniczkowe linii ugięcia stropu nad pokładem

$$\frac{d^2 s}{dn^2} - K \cdot s = K_0 \psi_n \sin \alpha - H_0 K_0 \psi \quad (5)$$

Przy rozwiązywaniu równania (5) obliczono najpierw całkę ogólną równania uproszczonego

$$\frac{d^2 s}{dn^2} - K \cdot s = 0$$

która posiada postać $s = C_1 e^{\sqrt{K} \cdot n} + C_2 e^{-n \sqrt{K}}$

następnie szczególną $s = A \cdot n + B$

$$-K A \cdot n - K B = K_0 \psi_n \sin \alpha - H_0 \cdot K_0 \psi$$

$$A = -\frac{K_0}{K} \psi \sin \alpha = -\frac{g}{1 E_0} \psi \sin \alpha$$

$$B = \frac{H_0 \cdot K_0}{K} \cdot \psi = \frac{H_0 \cdot g \cdot \psi}{1 E_0}$$

skąd otrzymano rozwiązanie równania (5) w następującej postaci

$$S = \frac{g}{E_0} \psi (H_0 - n \sin \alpha) + C_1 e^{n \sqrt{K}} + C_2 e^{-n \sqrt{K}} \quad (6)$$

Stałą całkowania równania (6) wyznaczono dla następującego warunku brzegowego dla

$$n \rightarrow \frac{H_0}{\sin \alpha}; \quad \frac{d^2 s}{dn^2} \rightarrow 0;$$

$$s = \frac{g}{E_0} \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

która wynosi $C_1 = 0$.

Dla części stropu położonej nad wybraną przestrzenią równanie różniczkowe linii ugięcia stropu posiada postać

$$\frac{ds}{dn} = \frac{3}{2GF} \cdot \frac{dM}{dn} = \frac{3}{2GF} \left[\varrho \cdot i H_0 \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{\theta \nu}{1 - \nu} \cdot h \cdot \frac{ds}{dn} - \right. \\ \left. - nb \cdot i \varrho \cos \alpha + \frac{b \varrho i \sin \alpha}{2} \left(s - s_1 + \frac{n ds}{dn} \right) + 1b \varrho \frac{L}{2} \cos \alpha - T_1 \right] \quad (8)$$

gdzie:

$\frac{dM}{dn}$ - pochodna momentu zginania warstwy stropu,

θ - współczynnik koncentracji naprężeń.

$\varrho \cdot i H_0 \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{\nu \theta}{1 - \nu} \cdot h \cdot \frac{ds}{dn}$ - siła poprzeczna wynikająca z momentu zginającego o o wielkości $\varrho \cdot i H_0 \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{\theta \nu}{1 - \nu} \cdot (s - s_1)$.

$n \cdot i \varrho b \cos \alpha$ - siła poprzeczna wynikająca z momentu zginającego $i \varrho b \frac{n^2}{2} \cos \alpha$,

$(s - s_1 + \frac{n ds}{dn}) \frac{b \rho l}{2} \sin \alpha$ - siła poprzeczna wynikająca z momentu zginającego $(s - s_1) b \rho l \frac{n}{2} \sin \alpha$,

$l \rho b \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha$ - siła poprzeczna wynikająca z momentu zginającego,

$$l \rho b \cdot \frac{l}{2} \cdot n \cos \alpha,$$

T_1 - siła poprzeczna wynikająca z momentu utwierdzenia stropu nad pokładem, która wynosi $T_1 = - \frac{2 GF}{3} \cdot s'_1$,

s'_1 - pochodna ugięcia stropu nad krawędzią pokładu dla $n=0$,

s_2 - ugięcie stropu nad krawędzią pokładu,

L - wysokość pochyła piętra, której wielkość do wyprowadzonych wniosków podstawia się ze znakiem ujemnym.

Do równania (8) wprowadzono oznaczenia

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} \cdot \rho \cdot H_0 \cdot h \left(\sin \alpha - \frac{y \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \cdot \frac{\theta y}{1 - \nu} \quad (9)$$

$$R = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} b \rho \cos \alpha; \quad R_0 = \frac{3}{4} \frac{1}{GF} b \rho \sin \alpha$$

$$W = T_1 \cdot \frac{3}{2 GF}$$

$$(R_0 \cdot n + \lambda - 1) \frac{ds}{dn} + R_0 \cdot s = R_n + R_0 \cdot S_1 + W - \frac{1}{2} RL \quad (10)$$

W celu ułatwienia rozwiązania równania (10) rozpatrzono najpierw równanie uproszczone w postaci

$$(R_{0n} + \lambda - 1) \frac{ds}{dn} + R_0 \cdot s = 0,$$

którego całką ogólną jest równanie

$$s = \frac{C \cdot R_0}{n \cdot R_0 + \lambda - 1}$$

następnie uzmienniono stałą $C_{(n)}$ i otrzymano całkę ogólną równania (10) w następującej formie

$$s = \frac{0,5 R n^2 + (R_0 s_1 + W - 0,5 L.R)n + D}{R_0 \cdot n + \lambda - 1} \quad (11)$$

Uginający się strop nad wybraną przestrzenią oddziałuje na pokład znajdujący się poniżej chodnika piętrowego.

Linia ugięcia stropu nad pokładem poniżej chodnika piętrowego może być opisana równaniem (6).

Stałą całkowania w równaniu (6) wyznaczono dla następującego warunku brzegowego dla

$$n = -\infty \quad \text{to} \quad \frac{d^2 s}{dn^2} \rightarrow 0;$$

$$s = \frac{\kappa \cdot Q}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

która wynosi $C_4 = 0$

Równanie opisujące linię ugięcia stropu nad pokładem poniżej chodnika piętrowego posiada postać

$$s = \frac{\kappa}{E_0} Q \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) (H_0 - n \sin \alpha) + C_3 e^{(n-L) \sqrt{K}} \quad (12)$$

Pozostałe stałe w równaniu (6), (11), (12) wyznaczone z warunków, że dla $n = 0$ wartości funkcji dla krzywej nad pokładem powyżej górnego chodnika piętrowego i nad wybraną przestrzenią wynoszą s_1 , a pochodne obu funkcji są sobie równe oraz obniżenie jak i pochodne obu funkcji dla $n = L$ przy dolnym chodniku piętrowym są sobie równe.

Z podanych warunków wynikają następujące równania:

$$s_1 = \frac{g \cdot H_0}{E_0 \cdot l} \cdot \psi + C_2$$

$$s_1 = \frac{D}{\lambda - 1}; \quad W = \frac{T_1 \cdot 3}{2 \cdot GF} = -s'_1$$

$$\frac{ds}{dn} = s'_1 = \frac{(R_0 \cdot s_1 - s'_1 - 0,5 L \cdot R)(\lambda - 1) - R_0 D}{(\lambda - 1)^2}$$

$$s'_1 = \frac{-g}{E_0 \cdot l} \psi \sin \alpha - C_2 \sqrt{K}$$

$$s_2 = \frac{g}{E_0 \cdot l} \cdot \psi (H_0 - L \sin \alpha) + C_3$$

$$s'_2 = \frac{-g}{l \cdot E_0} \psi \sin \alpha + C_3 \sqrt{K}$$

$$s_2 = \frac{0,5 RL^2 + (R_0 \cdot s_1 + W - 0,5 L \cdot R)L + D}{R_0 \cdot L + \lambda - 1}$$

Z powyższych równań obliczono

$$C_2 = \frac{0,5 \cdot L \cdot R}{\lambda \cdot \sqrt{K}} - \frac{g \cdot \psi \sin \alpha}{E_0 \cdot l \sqrt{K}}$$

$$D = \left[\frac{g \cdot H_0}{E_0 \cdot l} \psi (H_0 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{K}}) + \frac{0,5 LR}{\lambda \sqrt{K}} \right] (\lambda - 1)$$

$$C_3 = \frac{R_0 \cdot \frac{D}{\lambda - 1} + \frac{g}{E_0 \cdot l} \psi \sin \alpha + \frac{0,5 LR}{\lambda} - \frac{g \cdot \psi \sin \alpha}{E_0 \cdot l} L}{R_0 L + \lambda - 1} +$$

$$+ \frac{\left[\frac{g \cdot H_0}{E_0 I} \psi \left(H_0 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{K}} \right) + \frac{0,5 LR}{\lambda \sqrt{K}} \right] (\lambda - 1)}{R_0 L + - 1}$$

$$- \frac{g}{E_0 I} \cdot \psi (H_0 - L \sin \alpha)$$

Obliczoną stałą C_2 podstawiono do równania (6) i otrzymano:

a) równanie ugięcia stropu nad calizną powyżej chodnika piętrowego

$$S = \frac{g \rho}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) +$$

$$+ \left[\frac{0,5 \cdot L \cdot b \cos \alpha}{H_0 h \left(\sin \alpha - \frac{v \cos \alpha}{1 - v} \right) \sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} - \frac{g \cdot \rho \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) \sin \alpha}{E_0 \sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} \right] \cdot e^{-n \sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} \quad (13)$$

b) równanie naprężeń pionowych nad pokładem powyżej chodnika piętrowego

$$\sigma_n = s \frac{E_0}{g} = (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) +$$

$$\left[+ \frac{0,5 E_0 L b \cos \alpha}{g \cdot H_0 \cdot h \left(\sin \alpha - \frac{v \cos \alpha}{1 - v} \right) \sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} - \frac{\rho \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) \sin \alpha}{\sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} \right] \cdot e^{-n \sqrt{\frac{3}{2 GF} \frac{E_0 I}{g}}} \quad (14)$$

Przez podstawienie obliczonych stałych D , C_3 do równań (11), (12) można uzyskać równanie ugięcia stropu nad wybraną przestrzenią i calizną pokładu.

Występująca w równaniach (6), (11), (12) wielkość λ (19) oznacza wpływ koncentracji naprężeń (ciśnienia eksploatacyjne) na ściskanie warstwy stropu wzdłuż osi - n nad wybraną przestrzenią. Z chwilą, gdy warstwa stropu ulegnie wyboczeniu wpływ wielkości maleje i można go w tym przypadku pominąć. Również wielkość R_0 (19) posiada w górnej partii do maksymalnego ugięcia stropu - wartość ujemną.

Poniżej położenia strzałki maksymalnego ugięcia stropu wartość R_0 jest dodatnia i sprzyja wyboczeniu warstwy stropu. Wielkości "L" jak i "n" nad wybranym pokładem oraz poniżej piętra pokładu posiadają znak ujemny, natomiast powyżej wybranego piętra oś "n" posiada znak dodatni.

Podane równania dotyczyły kształtowania się linii ugięcia stropu po czasie stosunkowo długim i przy założeniu, że warstwa stropu nie oparła się o skały spągowe, oraz nad wybraną przestrzenią wytworzyło się sklepienie ciśnień o wysokości b poniżej którego skały uległy odprężeniu.

Jeżeli nad eksploatowanym pokładem zalega warstwa bardzo sztywnego stropu a nad nim znajdują się warstwy łatwo odkształcalne, to nacisk skał na strop może być zbliżony do stanu jaki panował w górotworze nienaruszonym eksploatacją.

W tym przypadku ugięcie warstwy stropu można w przybliżeniu opisać równaniami (6), (11), (12), z tym jednak, że R i R_0 oznaczają wielkości

$$R = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} \rho \cdot (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \quad (15)$$

$$R_0 = \frac{3}{4} \frac{1}{GF} \rho \cdot (H_0 - n \sin \alpha) \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right)$$

Również wzory (6), (11), (12) mogą służyć do określania linii ugięcia spągu z tym jednak, że wielkość R podana wzorem (9) posiada znak ujemny

$$R = - \frac{3 \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot GF} \varrho \cos \alpha$$

W przypadku spągu bardzo sztywnego, na który oddziałują od dołu warstwy łatwo odkształcalne, wówczas przy określaniu przybliżonym sposobem linii ugięcia spągu do wzorów (6), (11), (12) należy podstawić wielkości określone wzorami (15).

Podane rozważania dotyczyły linii ugięcia stropu po stosunkowo długim okresie czasu. Ze zmianą czasu odkształcania się warstw maleje przyrost wielkości ugięcia stropu.

Ugięcie stropu w świetle reologii można w dostatecznym stopniu opisać przy przyjęciu, że skały zachowują się jak tzw. "ciało Kelvina" [31].

Równanie uzależniające naprężenia, czas i odkształcenia posiada postać [32] [34].

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (16)$$

gdzie:

- σ - naprężenie po upływie czasu t ,
- ε - odkształcenia właściwe w czasie t ,
- d - przyrost odkształceń w czasie dt ,
- η - współczynnik lepkości.

W dużej odległości od wyrobiska, naprężenia mają wartość stałą i są określone ciśnieniami według wzorów (1), (2). Przy tym założeniu rozwiązanie równanie (16) przyjmie postać

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} (1 - e^{-\frac{E}{\eta} t}) = \frac{\eta}{E} (1 - e^{-\frac{E}{\eta} t})$$

lub

$$\sigma_t = \sigma \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t}\right); \quad s_t = s \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t}\right) \quad (17)$$

Jeżeli pokład został wybrany bardzo szybko na wysokości pochyłej piętra L, wówczas można przyjąć $v = \infty$ i pominąć wpływ prędkości eksploatacji.

Wpływ czasu na osiadanie stropu określono na podstawie analogii do wzoru (17):

a) nad pokładem powyżej wybranego piętra:

$$s_t = \frac{gQ}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) +$$

$$+ \left\{ \left[\frac{0,5 L b \cos \alpha}{H_0 \cdot h \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E_0^1}{GF} \frac{E_0^1}{g}}} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{g \cdot \varrho \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \sin \alpha}{E_0 \frac{3}{2} \frac{E_0^1}{GF} \frac{E_0^1}{g}} \right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot e^{-n \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E_0^1}{GF} \frac{E_0^1}{g}}} \right\} \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t}\right) \quad (18)$$

b) nad wybranym pokładem

$$s_t = \left[\frac{0,5 R n^2 + (R_0 \cdot s_1 + W - 0,5 LR)n + D}{R_0 n + \lambda - 1} \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t}\right) \quad (19)$$

o) nad pokładem poniżej wybranego pokładu w piętrze

$$s_t = \frac{g}{E_0} \rho \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) (H_0 - n \sin \alpha) + \\ + \left[C_3 e^{(n-L) \cdot \sqrt{K}} \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) \quad (20)$$

Z podanych równań wynika, że ze wzrostem wysokości pochyłej piętra i czasu, odkształcenia rosną i występuje zaciskanie wyrobiska. Po zetknięciu się warstw stropowych i spągowych poprzez podsadzkę wystąpi ciśnienie, którego wielkość zależna jest od obniżania w czasie oraz ściśliwości podsadzki.

5. UGIĘCIE STROPU W ŚWIETLE REOLOGII PRZY TAKIEJ WIELKOŚCI WYBRANEGO POLA POKŁADU, PRZY KTÓREJ CIŚNIENIE STROPU JEST ZBLIŻONE DO PIERWOTNEGO PRZED EKSPLOATACJĄ

Po wybraniu stosunkowo dużego pola pokładu wystąpi całkowite oparcie się skał nadległych o spąg pokładu (rys. 32).

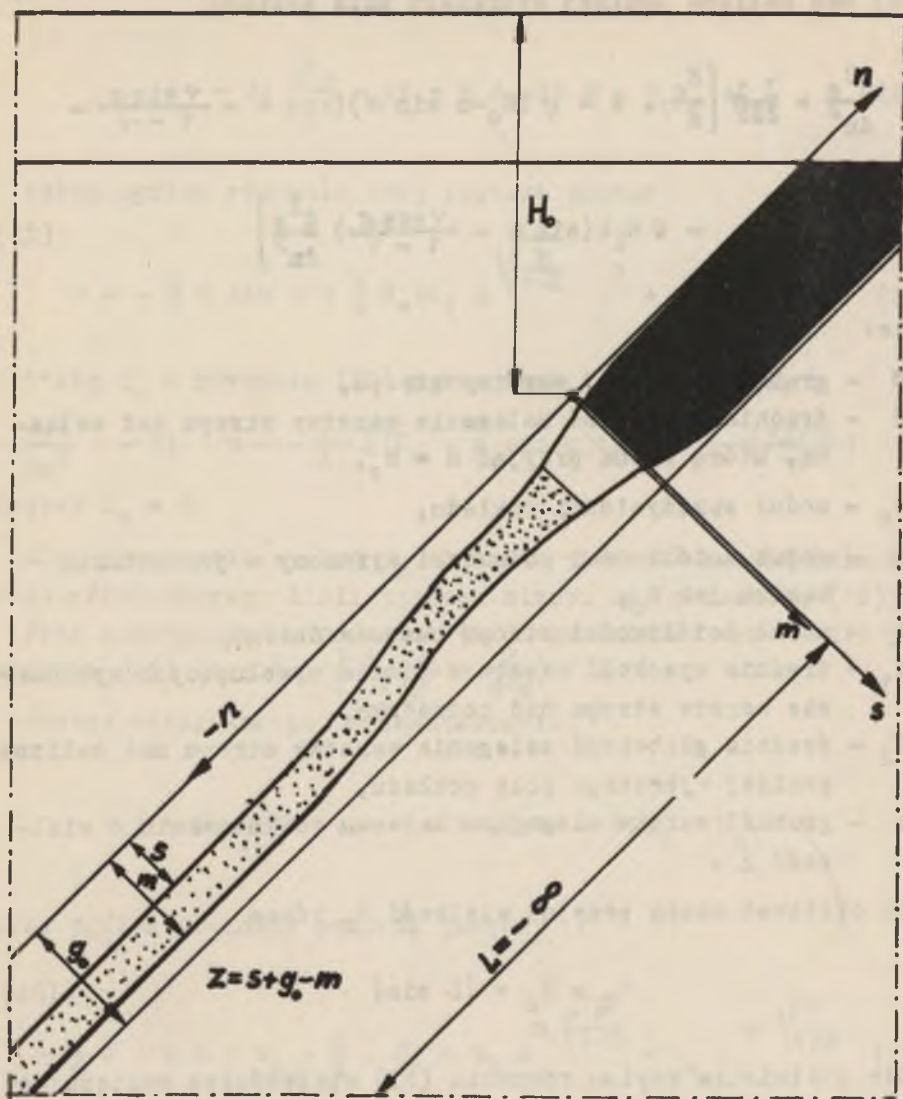
Równanie opisujące ugięcie warstwy stropowej posiada postać

a) nad pokładem powyżej wybranego pola pokładu

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} \left[\frac{E_0}{g} s - \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) - \right. \\ \left. - \rho \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) h \cdot H \frac{d^2 s}{dn^2} \right] \quad (21)$$

b) nad wybranym polem pokładu

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = \frac{3}{2} \frac{1}{WGF} \left[\left(\frac{\mu}{g} + \frac{\xi}{m+g} \right) (s - s_1) - (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha - \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) - \right. \\ \left. - \rho \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) h \cdot H \frac{d^2 s}{dn^2} \right] \quad (22)$$



Rys. 32. Zaciskanie pokładu i podsadzki

o) nad calizną poniżej wybranego pola pokładu

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} \left[\frac{E_0}{g} \cdot s - \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} - \right. \right. \\ \left. \left. - \varrho H_2 h \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{d^2 s}{dn^2} \right] \quad (23)$$

gdzie:

- h - grubość sztywnej warstwy stropu,
- H - średnia głębokość zalegania warstwy stropu nad calizną, którą można przyjąć $H = H_0$,
- E_0 - moduł sprężystości pokładu,
- μ - moduł ściśliwości podsadzki wyrażony w jednostkach takich jak E_0 ,
- ξ - moduł ściśliwości stropu bezpośredniego,
- H_1 - średnia wysokość warstw w pionie wywołujących wyboczenie warstw stropu nad podsadzką,
- H_2 - średnia głębokość zalegania warstwy stropu nad calizną poniżej wybranego pola pokładu,
- m - grubość warstw ulegająca łatwemu rozluźnieniu o wielkość ξ .

Do obliczeń można przyjąć wielkość H_2 równą

$$H_2 = H_0 + |L \sin| \quad (24)$$

Dla ułatwienia zapisu równania (23) wprowadzono następujące oznaczenia:

$$A = \varrho \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{3}{2} \frac{1}{GF}; \\ B = \frac{3}{2} \frac{1}{GF} \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \cdot h \cdot H \cdot \varrho \\ k = \frac{3E_0}{2GF} \frac{1}{g} \quad (25)$$

i po przekształceniu otrzymano:

$$(1 + B) \frac{d^2 s}{dn^2} - ks = n A \sin \alpha - H_0 \cdot A \quad (26)$$

Całka ogólna równania (26) posiada postać

$$s = -\frac{A}{k} n \sin \alpha + \frac{A}{k} H_0 + C_1 e^{\sqrt{\frac{k}{1+B}} \cdot n} + C_2 e^{-n \sqrt{\frac{k}{1+B}}} \quad (27)$$

Stałą C_1 w równaniu (27) wyznaczono z warunków gdy n to $\frac{ds^2}{dn^2} \rightarrow 0$; $s \rightarrow \frac{\xi}{E_0} \varrho (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu})$ wówczas $C_1 = 0$.

Dla wyznaczania stałej C_2 zachodzi potrzeba rozwiązania równania różniczkowego linii ugięcia stropu nad podsadzką (22).

Przy rozwiązywaniu równania (22) wprowadzono oznaczenia pomocnicze (25) oraz $d = \frac{3}{2} \frac{1}{CF} (\frac{\mu}{g} + \frac{\xi}{m+g})$.

i wówczas otrzymano po przekształceniu

$$(1 + B) \frac{d^2 s}{dn^2} - d \cdot s = n A \sin \alpha - d \cdot s_0 - H_0 \cdot A$$

Całka ogólna równania posiada postać

$$s = -\frac{A}{d} n \sin \alpha + s_0 + \frac{A}{d} \cdot H_0 + C_3 e^{n \sqrt{\frac{d}{1+B}}} + C_4 e^{-n \sqrt{\frac{d}{1+B}}} \quad (28)$$

Stałą C_4 wyznaczono z warunku, gdy

$$n \rightarrow -\infty \quad \text{to} \quad \frac{d^2 s}{dn^2} \rightarrow 0;$$

$$s \rightarrow \frac{1}{\frac{\mu}{g} + \frac{\xi}{m+g}} \cdot \varrho (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu}) + s_0$$

$$s \rightarrow \frac{1}{\frac{\mu}{g} + \frac{\epsilon}{m+g}} \cdot \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) + s_0$$

wówczas $C_4 = 0$.

Stałe C_2 i C_3 wyznaczone z warunku, że dla $x = 0$ ugięcie i pochodna ugięcia jest równa nad pokładem i nad podsadzką.

Z podanego warunku wynikają następujące równania:

$$s_1 = \frac{A}{k} \cdot H_0 + C_2$$

$$s_1 = s_0 = s_2$$

$$s_2 = s_0 + \frac{A}{d} \cdot H_0 + C_3$$

$$s'_1 = -\frac{A}{k} \sin \alpha - C_2 \sqrt{\frac{k}{1+B}}$$

$$s'_2 = -\frac{A}{d} \sin \alpha + C_3 \sqrt{\frac{d}{1+B}}$$

z których obliczone stałe wynoszą

$$C_3 = -\frac{A \cdot H_0}{d}$$

(29)

$$C_2 = A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin \alpha}{d} - \frac{\sin \alpha}{k} + \frac{H_0}{\sqrt{(1+B)d}} \right)$$

Po podstawieniu określonych stałych (29) do (27), (28) i przekształceniu otrzymano równanie linii ugięcia stropu oraz naprężeń σ_n oddziaływania stropu na pokład oraz podsadzkę lub zwał.

Dla pokładu $n > 0$ po wzniosie

$$s = -\frac{A}{k} n \sin \alpha + \frac{A}{k} H_0 + A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin}{d} - \frac{\sin}{k} + \frac{H_0}{\sqrt{d(1+B)}} \right) e^{-n \sqrt{\frac{k}{1+B}}} \quad (30)$$

$$\sigma_n = s \cdot \frac{E_0}{g}$$

Dla pokładu $n = 0$

$$s_1 = \frac{A}{k} \cdot H_0 + A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin}{d} - \frac{\sin}{k} + \frac{H_0}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \quad (31)$$

Dla podsadzki $n \leq 0$, po upadzie

$$s = -\frac{A}{d} n \sin \alpha + s_1 + \frac{A}{d} \cdot H_0 - \frac{A_1 H}{d} \cdot e^{n \sqrt{\frac{d}{1+B}}} \quad (32)$$

$$\sigma_n = (s - s_1) \left(\frac{\mu}{g} + \frac{\xi}{m+g} \right)$$

Linie ugięcia stropu poniżej wybranego pola pokładu określono po wyznaczeniu stałych i wprowadzeniu nowego układu współrzędnych ($r = n+L$, s) oraz zastąpieniu H_0 przez H_1 .

Wyznaczona wielkość stałej C_3 z równania (28) i C_2 z równania (27) wynosi $C_3 = 0$; $C_2 = 0$, natomiast stała C_1 oraz C_4 dla $r = 0$ wynikają z następujących równań

$$s_3 = S_0 + \frac{A}{d} \cdot H_1 + C_4; \quad s_3 = s_0 = s_4; \quad s_4 = \frac{A}{k} \cdot H_1 + C_1$$

$$s_3' = -\frac{A}{d} \sin \alpha - C_4 \sqrt{\frac{d}{1+B}}; \quad s_4 = -\frac{A}{k} \sin \alpha + C_1 \sqrt{\frac{k}{1+B}}$$

skąd

$$s_4 = -\frac{A}{d} \cdot H_1; \quad C_1 = \left(\frac{\sin \alpha}{k} - \frac{\sin \alpha}{d} + H_1 \sqrt{\frac{1}{d(1+B)}} \right) \sqrt{\frac{1+B}{k}}$$

Po podstawieniu stałych do równań (28) i (27) otrzymano równanie linii ugięcia stropu nad wybranym polem pokładu i nad pokładem znajdującym się poniżej wybranego pola pokładu.

Nad wybranym polem pokładu

$$s = -\frac{A}{d} r \sin \alpha + s_0 + \frac{A}{d} \cdot H_1 - \frac{A}{d} \cdot H_1 e^{-r \sqrt{\frac{d}{1+B}}} \quad (33)$$

Nad pokładem po upadzie

$$s = -\frac{A}{k} r \sin \alpha + \frac{A}{k} \cdot H_1 +$$

$$+ \left(\frac{\sin \alpha}{k} - \frac{\sin \alpha}{d} + \frac{H_1}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \sqrt{\frac{1+B}{k}} \cdot e^{r \sqrt{\frac{k}{1+B}}}$$

Nad pokładem dla $r = 0$

$$s_3 = \frac{A}{k} \cdot H_1 + \left(\frac{\sin \alpha}{k} - \frac{\sin \alpha}{d} + \frac{H_1}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \sqrt{\frac{1+B}{k}} \quad (34)$$

Równanie (30), (32) dotyczyło linii ugięcia stropu po czasie nieskończenie długim. Wpływ czasu na osiadanie stropu można określić podobnie jak w równaniach (17), (18), (19), (20).

Zatem wpływ zatrzymanej eksploatacji na osiadanie stropu określono po wprowadzeniu do wzorów (30), (31), (33), (34) funkcji określonej równaniem (17) i otrzymano:

- nad pokładem po wzniosie

$$s_t = -\frac{A}{n} n \sin \alpha + \frac{A}{k} H_0 + \left[A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin \alpha}{d} - \frac{\sin \alpha}{k} + \frac{H}{\sqrt{d(1+B)}} e^{-n \sqrt{\frac{k}{1+B}}} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) \right] \quad (35)$$

$$\sigma_n(t) = s(t) \cdot \frac{E_0}{g}$$

- dla $n = 0$

$$s_1(t) = \frac{A}{k} \cdot H_0 + \left[A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin \alpha}{d} - \frac{\sin \alpha}{k} + \frac{H}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) \right] \quad (36)$$

- nad podsadzką

$$s(t) = \left(-\frac{A}{d} n \sin \alpha + \frac{A}{d} \cdot H_0 - \frac{H_0 A}{d} e^{-n \sqrt{\frac{d}{1+B}}} \right) \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) + s_1(t) \quad (37)$$

$$\sigma_n(t) = (s(t) - s_1(t)) \left(\frac{\mu}{g} + \frac{\xi}{m+g} \right)$$

- nad wybranym polem pokładu dla $n = L$ i $r = 0$

$$s(t) = \left(-\frac{A}{d} L \sin \alpha + \frac{A}{d} H_1 - \frac{A}{d} H_1 e^{-L \sqrt{\frac{d}{1+B}} (1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t})} \right) + s_1(t) \quad (38)$$

- nad pokładem po upadzie

$$s(t) = -\frac{A}{k} r \sin \alpha + \frac{A}{k} H_1 + \left[\left(\frac{\sin \alpha}{k} - \frac{\sin \alpha}{d} + \frac{H_1}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \sqrt{\frac{1+B}{k}} e^{r \sqrt{\frac{k}{1+B}}} (1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t}) \right] \quad (39)$$

Podczas prowadzenia eksploatacji z postępowaniem v w kierunku osi "n" ulegają zmianie naprężenia i obniżenia. Położenie czoła eksploatacji uzależnione jest więc od czasu t wg zależności

$$n = v \cdot t$$

Kształtowanie się linii ugięcia stropu wynikającego z wpływów postępującej eksploatacji można określić na drodze rozwiązania równania (16), lub metodą przybliżoną przez sumowanie wpływów wynikłych z wybrania wydzielonych pól stosunkowo szybko i wówczas

$$s(t_v) = s_{t_1} + s_{t_2} + \dots + s_{t_n} = \sum_{i=1}^{i=n} s_1 (1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t_1}) \quad (40)$$

gdzie:

s_{t_1} - obniżenie rozpatrywanego punktu w osi t_1 od wybrania pola o wysokości pochyłej ΔL_1 ,

$s_{t_2} - \dots s_{(t_n)}$ - obniżenie rozpatrywanego punktu w czasie $t_2 \dots t_n$ od wybrania pola o wysokości pochyłej piętra $\Delta L_2 \dots \Delta L_n$,

s_1 - obniżenie rozpatrywanego punktu od wybierania pola L_1 po czasie $t = \infty$,

s_1 - obniżenie rozpatrywanego punktu od wybrania pola $\Delta L_1 \dots$ po czasie $t = \infty$.

W wyprowadzonych równaniach (1-40) założono dla danego rodzaju warstwy stropu i pokładu stałe wielkości modułu sprężystości i współczynnika Poissona oraz współczynnika lepkości.

W rzeczywistości zależą one od stanu naprężeń panujących w otoczeniu rozpatrywanych warstw. Przy zmiennych wymienionych wielkościach (E, E_0, ν, γ) można również z pewnym przybliżeniem stosować podane równania z tym, że dla konkretnych warunków wstawia się odpowiadające im wielkości.

Nad pokładem w strefie ciśnień eksploatacyjnych warstwy pracują wspólnie i są więc wytrzymałe niż warstwy nad wybranym pokładem. Warstwy nad wybranym pokładem uległy rozwarstwieniu i odprężeniu oraz częściowemu spękaniu i jako takie w małym stopniu współpracują między sobą. Wraz ze zmniejszeniem naprężeń zmienia się znacznie wytrzymałość modułu sprężystości E i współczynnik Poissona oraz sprężysta odkształcalność warstw. Im skała jest bardziej wytrzymała, tym w mniejszym stopniu ujawnia się wpływ naprężeń na jej wytrzymałość.

Dokładnie wymienione wielkości można określić na drodze badań laboratoryjnych próbek skał w trójosiowym stanie naprężeń, lub poprzez pomiary w wyrobiskach górniczych.

Średnią wielkość modułu sprężystości dla zespołu warstw można w przybliżeniu obliczyć

$$E = \frac{E_1 h_1 + E_2 h_2 + E_3 h_3 + E_4 h_4 + E_5 h_5 + \dots}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}$$

gdzie:

$E_1, E_2, E_3 \dots$ - moduły sprężystości dla przewidywanego stanu naprężeń w warstwach o grubościach $h_1, h_2, h_3 \dots$

Średni współczynnik lepkości wynosi

$$\eta = \frac{\eta_1 h_1 + \eta_2 h_2 + \eta_3 h_3 + \dots}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots}$$

gdzie:

η_1, η_2, η_3 - współczynniki lepkości warstw o grubości h_1, h_2, h_3

Średni współczynnik Poissona

$$\nu = \frac{h_1 \cdot \nu_1 + h_2 \cdot \nu_2 + h_3 \cdot \nu_3 + \dots}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots}$$

gdzie:

ν_1, ν_2, ν_3 - współczynniki Poissona wzięte z tablic dla przewidywanego stanu naprężeń w warstwach których określa się linie ugięcia.

Potrzebne wielkości η, E, a, μ, E_0 można również wyznaczyć dla stropu wykorzystując wyniki obserwacji osiadania stropu, lub dla spągu wykorzystując wyciskanie spągu. Przy określaniu wymienionych wielkości można z tablic określić E, E_0 i obliczyć η, μ .

Wielkość modułu sprężystości podsadzki dla przyjętego współczynnika ściśliwości -kierowania stropem np. dla podsadzki hydraulicznej $a = 0,2$ i założonej liniowej zależności naprężeń od odkształceń można obliczyć z przybliżeniem przy założeniu, że ściśnięcie dla $n = -\infty$ równa się maksymalnemu obniżeniu

$\sigma \cdot \varepsilon_0$

$$\frac{\mu \cdot \varepsilon}{\varepsilon} = \nu_0 = \frac{\mu \cdot E a}{E} = \varepsilon (E_0 - n \cdot \sin \alpha) \cdot \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cdot \cos \alpha}{1 - \nu} \right)$$

po przekształceniu otrzymano $\mu = \frac{\nu_0 \varepsilon}{a}$

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)}$$

Średni współczynnik lepkości η można obliczyć na podstawie określonych przyrostów obniżen pomiarowych w czasie na czole zatrzymanej eksploatacji po zróżniczkowaniu i przekształceniu wzorów (35, 36, 37, 38, 39).

Po zróżniczkowaniu wzoru (36) otrzymano równanie przyrostów obniżen w czasie przy założeniu, że prędkość wybierania była duża tak, że można pominąć czas osiadania górotworu w czasie postępu eksploatacji i wówczas otrzymano

$$\frac{ds}{dt} = \left[\frac{A}{k} \cdot H_0 + A \sqrt{\frac{1+B}{k}} \left(\frac{\sin \alpha}{b} - \frac{\sin \alpha}{k} + \frac{H}{\sqrt{d(1+B)}} \right) \right] \frac{E}{\eta} e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad (41)$$

Z równania (41) opuszczono wielkość $\frac{A}{k} \cdot H_0$ ponieważ pomiarami niwelacyjnymi na dole mierzy się wielkości ściśniętych warstw. Nad calizną jest bardzo trudno zmierzyć ściśnięte górotworu ciężarem własnym.

Po podstawieniu do równania określonych wielkości $\frac{ds}{dt}$, E, E_0, μ, t występujących na krawędzi pokładu można z równania (41) metodą analityczno-graficzną lub analityczną obliczyć wielkość współczynnika lepkości η .

Gdy w czasie t_1, t_2 pomierzono przyrost obniżenia stropu $\Delta_1 s_1$ a w czasie $t_1 - t_3$ przyrost obniżenia $\Delta_2 s$ na granicy eksploatacji, wówczas współczynnik lepkości można obliczyć z wzoru

$$\frac{\Delta_1 s}{\Delta_2 s} = \frac{e^{-\frac{E}{\eta} t_1} - e^{-\frac{E}{\eta} t_2}}{e^{-\frac{E}{\eta} t_1} - e^{-\frac{E}{\eta} t_3}} \quad (42)$$

Jeżeli nie ma pomierzonych wielkości obniżeń na granicy zatrzymanej eksploatacji, wówczas można wykorzystać wyniki obniżeń zaciskania wyrobiska przy ozołe wyrobiska eksploatacyjnego w czasie wybierania pokładu z postępow v . Wyniki te mogą służyć do przybliżonych obliczeń z uwagi na to, że podane wzory w małym stopniu uwzględniają prędkość eksploatacji.

W celu obliczenia współczynnika lepkości dla pomierzonego obniżenia stropu przekształcono równanie (37) i po obliczeniu przyrostu dla przesunięcia ozoła eksploatacji o Δ_n otrzymano następujące równanie.

$$\Delta_s = \left[1 - e^{-(n + \Delta_n) \sqrt{\frac{d}{1+B}}} \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) \frac{H_0 A}{d} \left(1 + 1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) \quad (43)$$

gdzie:

t - średni czas wpływów przy eksploatacji z postępow v , który można określić na podstawie zasięgu strefy ugięcia stropu nad pokładem 1 ze wzoru

$$t = \frac{0,5 \cdot l}{v}$$

v - średnia prędkość eksploatacji,
 Δ_s - średnie obniżenie stropu w czasie Δ_t liczonym od początku urobienia zbioru calizny pokładu,

$1 - e^{-\frac{E}{\rho} t}$ - wielkość wpływu funkcji czasu na dodatkowe obniżenie od wybrania zaboru p w czasie trwania cyklu w którym wystąpiło obniżenie Δ_s na linii ostatnich stojaków obudowy.

Prędkości osiadania warstw jak i wielkości ρ , E , E_0 , v zależą od stanu naruszenia górotworu eksploatacją. Dlatego zachodzi potrzeba ich ustalania dla konkretnych warunków.

Po wybraniu jednego pokładu nastąpi odprężenie innych pokładów blisko zalegających. Eksploatacja następnego pokładu jest prowadzona w górotworze naruszonym w mniejszym zakresie występuje

zaciskanie wyrobiska. Występujące ciśnienie eksploatacyjne przed czołem frontu eksploatacyjnego jest łagodzone przez dodatkowe doszczelnianie górotwrcu. Zmiana podatności górotworu powoduje, że w odprężonych warstwach wielkości E , E_0 , ν , η odbiegają od wielkości dla górotworu nienaruszonego. Duże odprężenie warstw wystąpi w strefie L wybranego pokładu, w której strop i spąg nie oddziałują na siebie ciśnieniem zbliżonym do wielkości panującej na danej głębokości.

Szczególnie duże odprężenie warstw wystąpi gdy strop nie opiera się o spąg w miejscu wybranego pokładu. Takie zjawisko zaobserwowano w czasie badań laboratoryjnych.

Przybliżoną wielkość zasięgu strefy odprężonej b mierzona w $\frac{L}{2}$ prostopadle do stropu lub spągu – jaka może wystąpić po czasie stosunkowo dużym można obliczyć z wzoru [31], który posiada postać

$$b = \frac{L \cdot \nu}{1 - 2\nu} \quad (44)$$

Położenie strefy odprężonej w zależności od czasu można obliczyć przy wykorzystaniu zależności (17).

Wzór na obliczenie zasięgu strefy odprężonej posiada postać:

$$b(t) = \frac{L \cdot \nu}{1 - 2\nu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta} t}\right) \quad (45)$$

Wybranie pokładu w większym polu powoduje opieranie się warstw stropowych o spągowe. Opierające się warstwy stropowe powodują przemieszczanie się linii ugięcia i ściskanie spągu.

Wraz ze zwiększaniem kąta upadu warstw maleje wielkość pierwotnego przemieszczenia wypiętrzonego spągu tak, że przy rozpatrywaniu pokładów stromych można przyjąć, że przy podobnej budowie geologicznej warstw spągowych maksymalne obniżanie warstw jest zbliżone do połowy grubości pokładu.

Wielkość wpływu oddziaływania warstw stropowych na spągowe a zarazem wielkość zaciskania wyrobiska (rys. 32) określono po rozwiązaniu równań określających ugięcie stropu i spągu.

Uproszczone równanie różniczkowe linii ugięcia stropu nad calizną ma postać

$$\frac{d^2 s}{dn^2} = \frac{31}{2GF} \left[\frac{E_0}{g_0} (s + g_0 - m) - \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \right] \quad (46)$$

natomiast nad podsadzką

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s}{dn^2} = \frac{31}{2GF} \left[\frac{\mu}{g_0} (s - s - s_{01} + g_0 - m) - \right. \\ \left. - (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \right] \quad (47) \end{aligned}$$

Uproszczone równanie różniczkowe linii ugięcia - wypiętrzenia spągu pod calizną

$$\begin{aligned} \frac{d^2 m}{dn^2} = - \frac{31}{2G_1 F_1} \left[\frac{E_0}{g_0} (s + g_0 - m) - \right. \\ \left. - \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \right] \quad (48) \end{aligned}$$

natomiast w miejscu podsadzki

$$\begin{aligned} \frac{d^2 m}{dn^2} = - \frac{31}{2G_1 F_1} \left[\frac{\mu}{g_0} (s - s_0 - s_{01} + g_0 - m) - \right. \\ \left. - \rho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \right] \quad (49) \end{aligned}$$

gdzie:

- g_0 - m - wielkość wyciśnięcia spągu,
- m - współrzędna wyciśnięcia spągu,
- G_1 - moduł sprężystości postaciowej warstwy spągowej,
- F_1 - przekrój poprzeczny warstwy spągowej o grubości h_1 ,
który przyjmujemy równy $F_1 = h_1 \cdot 1$,
- s_0 - ugięcie stropu na krawędzi pokładu,
- s_{01} - ugięcie spągu na krawędzi pokładu.

W celu uproszczenia rozwiązania równań (46), (47), (48), (49) odjęto je od siebie, podstawiono za $s + g_0 - m = z$ i po przekształceniu otrzymano równania określające

a) zaciskanie calizny

$$\frac{dz^2}{dn^2} = z \left(\frac{31}{2 G F} + \frac{31}{2 G_1 F_1} \right) \frac{E_0}{E_0} - \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \cdot \left(\frac{31}{2 G F} + \frac{31}{2 G_1 F_1} \right) \quad (50)$$

b) zaciskanie podsadzki

$$\frac{d^2 z}{dn^2} = \left(\frac{31}{2 G F} \right) + \frac{31}{2 G_1 F_1} \left[\frac{\mu}{E_0} (z - z_0) - \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \right] \quad (51)$$

Do równań (50), (51) wprowadzono oznaczenie:

$$L_0 = \frac{31}{2 G F} + \frac{31}{2 G_1 F_1}; \quad z_0 = s_0 + s_{01}; \quad \psi = \varrho_1 \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right);$$

$$L_1 = L_0 \cdot \frac{\mu}{E_0} \cdot 1; \quad L = L_0 \cdot \frac{E_0}{E_0} \cdot 1$$

i po przekształceniu otrzymano równanie różniczkowe

a) zaciskania calizny

$$\frac{d^2 z}{dn^2} - z \cdot L = L_0 n \psi \sin \alpha - H_0 L_0 \psi \quad (52)$$

b) zaciskania podsadzki

$$\frac{d^2 z}{dn^2} - z \cdot L_1 = L_0 n \psi \sin \alpha - H_0 L_0 \psi - z_0 L_1 \quad (53)$$

Całka ogólna równania (52), (53) jest podobna do równania (6).

Równanie określające zbliżanie się stropu do spągu posiada postać

a) zaciskanie calizny

$$z = \frac{\varepsilon_0}{\beta_0} \psi (H_0 - n \sin \alpha) + C_1 e^{n \sqrt{L}} + C_2 e^{-n \sqrt{L}} \quad (54)$$

b) zaciskania podsadzki

$$z = \frac{\varepsilon_0}{\mu} \cdot \psi (H_0 - n \sin \alpha) + C_3 e^{n \sqrt{L_1}} + C_4 e^{-n \sqrt{L_1}} + z_0 \quad (55)$$

Stałe całkowania wyznaczone z następujących warunków brzegowych

dla $n \rightarrow \frac{H_0}{\sin \alpha}$ to $\frac{d^2 z}{dn^2} \rightarrow 0$

$$z = \varrho \cdot \frac{\varepsilon_0}{\beta_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

dla $n \rightarrow -\infty$ to $\frac{d^2 z}{dn^2} \rightarrow 0$

$$z = z_0 + \varrho \frac{\varepsilon_0}{\mu} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

dla $n = 0$ to $\frac{d^2 z}{dn^2} = \frac{d^2 z_0}{dn^2}$

Po podstawieniu warunków brzegowych do równań (54), (55) otrzymano wyrażenia na stałe

$$C_1 = 0, \quad C_4 = 0$$

$$C_3 = -\frac{\varepsilon_0}{\mu} \psi \cdot H_0; \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \psi}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\sin \alpha}{\mu} - \frac{\sin \alpha}{\varepsilon_0} + \frac{H_0 \sqrt{\varepsilon_1}}{\mu} \right)$$

Obliczone stałe podstawiono do równań (54), (55) i otrzymano wzór na obliczanie

a) zaciskania calizny

$$z = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \psi (H_0 - n \sin \alpha) + \frac{\varepsilon_0 \cdot \psi}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\sin \alpha}{\mu} - \frac{\sin \alpha}{\varepsilon_0} + \frac{H_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_1}}{\mu} \right) e^{-n \sqrt{\varepsilon}} \quad (56)$$

b) zaciskania podsadzki

$$z = \frac{\varepsilon_0}{\mu} \psi (H_0 - n \sin \alpha) - \frac{\varepsilon_0}{\mu} \cdot \psi \cdot H_0 e^{n \sqrt{\varepsilon_1} + z_0} \quad (57)$$

Zaciskanie calizny i podsadzki w czasie w przybliżeniu określają równania, które posiadają postać

a) zaciskanie calizny

$$z_t = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \psi (H_0 - n \sin \alpha) + \left[\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\sin \alpha}{\mu} - \frac{\sin \alpha}{\varepsilon_0} + \frac{H_0 \sqrt{\varepsilon_1}}{\mu} \right) e^{-n \sqrt{\varepsilon}} \right] \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\rho} t} \right)$$

b) zaciskanie podsadzki

$$z_t = \left[\frac{\varepsilon_0}{\mu} \psi (H_0 - n \sin \alpha) - \frac{\varepsilon_0}{\mu} \cdot \psi H_0 e^{n \sqrt{\varepsilon_1}} \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\tau} t} \right) + z_{ot}$$

6. ZACHOWANIE SIĘ WARSTWY STROPOWEJ I SPĄGOWEJ W ŚWIEŁLE TEORII ZGINANIA PRZY OGRANICZONEJ POCHYLEJ WYSOKOŚCI PIĘTRA

Na zachowanie się warstw zalegających na małych i średnich głębokościach decydujący wpływ ma moment zginający.

W miarę wzrostu głębokości rosną ciśnienia powodujące wzrost udziału sił poprzecznych na zginanie warstw. Przy eksploatacji pokładów stromych główny wpływ na zginanie warstw ma ciśnienie poziome, które określone wzorem

$$p_x = \frac{\rho v H}{1-v} \quad \text{przy} \quad v = 0,11 \quad \text{wynosi} \quad p_x = 0,125 \cdot p_z$$

$$\text{a przy} \quad v = 0,25 \quad \text{wynosi} \quad p_x = 0,33 \cdot p_z$$

Ciśnienie p_x , p_z rozłożono na składowe prostopadłe do płaszczyzny pokładu p_s i równoległa p_n , które określają wzory (1), (2).

Wpływ tych sił na ugięcie stropu nad pokładem określono w oparciu o podstawowe zależności podane w pracy [31], [34], które posiadają postać

$$J \cdot E \frac{d^2 s}{dn^2} = -M$$

$$T = \frac{dM}{dn}$$

$$q = \frac{d^2 M}{dn^2} = -\frac{JE}{J} \frac{d^4 s}{dn^4}; \quad E = \frac{E'}{1-v^2}$$

gdzie:

E' - moduł Young'e'a warstwy stropowej,

E - moduł zginania walcowego,

$j = (cn^4)$ - parametr zmiany jednostek.

Po uwzględnieniu powyższych zależności otrzymano różniczkowe określające ugięcie stropu nad pokładem

$$EJ \frac{d^4 s}{dn^4} = \left[\rho \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) (H_0 - s \sin \alpha) + \right. \\ \left. + Hh \rho \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{d^2 s}{dn^2} - \frac{E_0}{g} \cdot s \right] \cdot j \quad (58)$$

Do równania (58) wprowadzono oznaczenia

$$X = \frac{\rho}{EJ} \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) j; \quad Y = \frac{H \cdot h \cdot \rho}{E J I} \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) j$$

i po przekształceniu otrzymano

$$\frac{d^4 s}{dn^4} - Y \cdot \frac{d^2 s}{dn^2} + \frac{E_0 \cdot j}{EJ g} \cdot s = X(H_0 - n \sin \alpha) \quad (59)$$

Przy rozwiązywaniu równania (47) obliczano najpierw całkę ogólną równania uproszczonego w postaci

$$\frac{d^4 s}{dn^4} - Y \frac{d^2 s}{dn^2} + \frac{E_0 j}{EJ g} \cdot s = 0 \quad (60)$$

Równanie charakterystyczne tego równania przedstawia się

$$r^4 - Y r^2 + \frac{E_0 j}{EJ g} = 0$$

W równaniu tym podstawiono za $x = r^2$ i otrzymano

$$x^2 - Yx + \frac{E_0 J}{E J g} = 0$$

Rozwiązanie tego równania stanowi

$$\Delta = Y^2 - \frac{4 E_0 J}{E J g} > 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2}(Y - \sqrt{Y^2 - \frac{4 E_0 J}{E J g}}); \quad x_2 = \frac{1}{2}(Y + \sqrt{Y^2 - \frac{4 E_0 J}{E J g}})$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(Y - \sqrt{Y^2 - \frac{4 E_0 J}{E J g}})}; \quad r_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(Y + \sqrt{Y^2 - \frac{4 E_0 J}{E J g}})}$$

Uwzględniając powyższe rozwiązanie otrzymano całkę ogólną równania uproszczonego (60)

$$s = C_1 e^{r_1 n} + C_2 e^{-r_1 n} + C_3 e^{r_2 n} + C_4 e^{-r_2 n}$$

Jedną z całek szczególnych równania (59) wyznaczono w postaci $s = an + b$. Wielkości a i b otrzymano po podstawieniu do równania (59) skąd otrzymano

$$a = -\frac{I_0 g_0 E}{E_0 J} \cdot X \cdot \sin \alpha; \quad b = \frac{I_0 g_0 E}{E_0 J} \cdot X \cdot H_0$$

Po uwzględnieniu podanych rozwiązań otrzymano całkę ogólną równania (59)

$$s = C_1 e^{r_1 n} + C_2 e^{-r_1 n} + C_3 e^{r_2 n} + C_4 e^{-r_2 n} + \frac{I_0 g_0 E \cdot X}{E_0 J} (H_0 - n \sin \alpha) \quad (61)$$

Stałe całkowania wyznaczone z warunku brzegowego

$$\text{dla } n \rightarrow \infty \quad \text{to} \quad \frac{d^2 s}{dn^2} \rightarrow 0; \quad s \rightarrow \frac{E_0 h}{E_0 I} X(H_0 - n \sin \alpha)$$

Z tego wynika, że $c_1 = c_3 = 0$. Podstawiając obliczone stałe c_1 i c_3 do równania (61) otrzymano

$$s = c_2 e^{-r_1 n} + c_4 e^{-r_2 n} + \frac{J E_0 X}{E_0 I} (H_0 - n \sin \alpha) \quad (62)$$

Pozostałe stałe można wyznaczyć po rozwiązaniu równania linii ugięcia stropu nad wybraną przestrzenią.

Równanie różniczkowe ugięcia stropu nad wybranym polem po-
kładu określono podobnie jak równanie (8) i po przekształceniu
otrzymano

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s}{dn^2} = & - \frac{H_0 h \varrho J}{E J I} \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \frac{\theta \nu}{1 - \nu} (s - s_1) - \right. \\ & \left. - \frac{s - s_1}{E J I} b j \varrho \frac{n}{2} \sin \alpha + \frac{b \varrho \ln^2}{2 E J I} \cos \alpha - \frac{b j \varrho \ln}{2 E J I} \cos \alpha + \frac{M_1}{E J} j \right) \quad (63) \end{aligned}$$

Wpływ wielkości $\frac{b j \varrho n \sin \alpha}{1 2 E J}$ na zginanie warstwy stropu jest
mały i dlatego dla uproszczenia wprowadzono wielkość średnią
 K_2 .

Po wprowadzeniu podanego uproszczenia oraz oznaczeń otrzyma-
no

$$N = \frac{\varrho H_0 h j}{E J I} \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \cdot \frac{\varrho \nu}{1 - \nu} + K_2 \quad (64)$$

$$U = \frac{b j \varrho}{2 E J} \cos \alpha$$

1 po podstawieniu do równania (63) uzyskano

$$\frac{d^2 s}{dn^2} + N(s-s_1) = U(n^2 - Ln) + \frac{M_1}{EJ} J \quad (65)$$

Rozwiązanie równanie różniczkowe (65) określa linię ugięcia stropu nad wybraną przestrzenią i całka ogólna tego równania posiada postać

$$s = \frac{U}{N}(n^2 - Ln - \frac{2}{N}) + \frac{M_1}{EJN} + s_1 + c_5 \cos(n \sqrt{N}) + c_6 \sin(n \sqrt{N}) \quad (66)$$

Uginający się strop nad wybraną przestrzenią oddziałuje również na pokład poniżej wybranego pola pokładu.

Linia ugięcia stropu nad pokładem poniżej wybranego pola określona jest również równaniem (61), z tym, że stałe całkowania wyznaczone dla innych warunków brzegowych.

Dla $n \rightarrow -\infty$ to $\frac{d^2 s}{dn^2} \rightarrow 0$; $s \rightarrow \frac{EJg}{E_0 I} X(H_0 - n \sin \alpha)$

wówczas

$$c_2 = c_4 = 0$$

Wstawiając stałe c_2, c_4 do równania (61) otrzymano równanie określające linię ugięcia stropu nad pokładem poniżej wybranego pola pokładu.

$$s = c_1 e^{r_1(n-L)} + c_3 e^{r_2(n-L)} + \frac{J E g X}{E_0 I} (H_0 - n \sin \alpha) \quad (67)$$

Pozostałe stałe w równaniu (62), (66), (67) wyznaczone z następujących warunków, że dla $n = 0$ wartości funkcji linii ugięcia są sobie równe podobnie dla $n = L$.

Określone na podstawie tych warunków stałe występujące w równaniach (62), (66), (67) wynoszą

$$c_4 = \left[\left(\frac{L_0 U}{N} - \frac{JEX}{E_0 I} \sin \alpha \right) \frac{N}{r_1^3 + Nr_1} - \frac{2U}{r_1^4 + Nr_1^2} \right] : \left(\frac{Nr_2^2 + r_2^3}{r_1^3 + Nr_1} - \right.$$

$$\left. - \frac{Nr_2^2 + r_2^4}{r_1^4 + Nr_1^2} \right)$$

$$o_2 = \frac{2U - c_4(Nr_2^2 + r_2^4)}{r_1^4 + Nr_1^2}$$

$$o_5 = \frac{2U}{N^2} - \frac{o_2 r_1^2 + o_4 r_2^2}{N}$$

$$o_6 = \frac{o_2 r_1^3 + o_4 r_2^3}{N^3}$$

$$c_1 = \left\{ o_2 + o_4 + L \sin \alpha - \frac{2U}{Nr_2^2} + o_5 \left[\cos(L \sqrt{N}) - 1 + \frac{N}{r_2} \cos(L \sqrt{N}) \right] + \right.$$

$$\left. + o_6 \left[\sin(L \sqrt{N}) + \frac{N}{r_2} \sin(L \sqrt{N}) \right] \right\} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$c_3 = \left[\frac{2U}{N} - o_5 N \cos(L \sqrt{N}) - o_6 N \sin(L \sqrt{N}) - o_1 r_1^2 \right] \frac{1}{r_2^2} \quad (68)$$

Podane równania można również stosować w przybliżeniu do określania linii ugięcia spągu, z tym jednak, że wielkość U określana wzorem (64) posiada znak ujemny i wynosi

$$U = - \frac{b_1 \varrho}{2 EJ} \cos \alpha$$

W przypadku spągu bardzo sztywnego, na który działają od dołu warstwy łatwo odkształcalne o dużej sumarycznej grubości, wówczas przy określaniu linii ugięcia spągu ze wzorów (62), (66), (67), (68) proponuje się podstawić wielkości określone równaniami

$$K = \frac{1 \varrho n}{2 EJ} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

$$N = \frac{H_0 \cdot 1 \varrho}{EJ} \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right) \frac{\Theta \nu}{1 - \nu} - K \quad (69)$$

$$U = \frac{1 \varrho}{2 EJ} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right)$$

Wielkości określone równaniami (69) można również podstawić do wzorów (62), (66), (67), (68) przy przybliżonym określaniu linii ugięcia stropu sztywnego nad którym zalegają warstwy łatwo odkształcalne.

Podane wzory określające ugięcie stropu lub spągu w świetle teorii zginania dotyczą linii ugięcia jaka może powstać po czasie nieskończenie długim. Zależność ugięcia warstw stropowych, czy spągowych od czasu można obliczyć przy wykorzystaniu wzorów (17) podobnie jak to podano przy omawianiu linii ugięcia stropu w świetle teorii ścinania.

Równanie (62), (66), (67), (68) (69) można stosować do określania linii ugięcia stropu lub spągu do czasu, gdy skały stropowe i spągowe w miejscu wybranego pola pokładu nie będą wywierały na siebie ciśnienia.

7. ZACHOWANIE SIĘ WARSTWY STROPOWEJ I SPĄGOWEJ
W ŚWIETLE TEORII ZGINANIA
PRZY WIELKOŚCI WYBRANEGO POLA POKŁADU,
PRZY KTÓREJ CIŚNIENIE STROPU JEST ZBLIŻONE DO PIERWOTNEGO

Po wybraniu stosunkowo dużego pola pokładu wystąpi całkowite oparcie się skał nadległych o spąg pokładu. Uproszczone równania różniczkowe określające linię ugięcia stropu (dla przypadku, szerokość wybranego pola pokładu $L = \infty$) posiada postać: nad pokładem

$$EJ \frac{d^4 s}{dn^4} = \rho j (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) - \frac{E_0}{g} \cdot s j \quad (70)$$

nad podsadzką

$$EJ \frac{d^4 s}{dn^4} = \rho j (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) - \frac{\mu}{g} (s - s_0) j \quad (71)$$

Do równań (70), (71) wprowadzono oznaczenia

$$X = \frac{\rho \cdot j}{EJ} \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \text{ i po przekształceniu otrzymano:}$$

nad calizną

$$\frac{d^4 s}{dn^4} + \frac{E_0 \cdot j}{EJ \cdot g} \cdot s = X (H_0 - n \sin \alpha) \quad (72)$$

nad podsadzką

$$\frac{d^4 s}{dn^4} + \frac{\mu \cdot j}{EJ \cdot g} \cdot s = X (H_0 - n \sin \alpha) + \frac{\mu \cdot j}{EJ \cdot g} \cdot s_0 \quad (73)$$

Oblizone całki ogólne równania (73), (73) wynoszą nad calizną

$$s = e^{r_1 n} (c_1 \cos r_1 n + c_2 \sin r_1 n) + e^{-r_1 n} (c_3 \cos r_1 n + c_4 \sin r_1 n) - \frac{E J g}{E_0 J} \cdot X \cdot n \sin \alpha + \frac{E J g}{E_0 J} \cdot X \cdot H_0 \quad (74)$$

nad podsadzka

$$s = e^{r_2 n} (c_5 \cos r_2 n + c_6 \sin r_2 n) + e^{-r_2 n} (c_7 \cos r_2 n + c_8 \sin r_2 n) - \frac{E J g}{\mu \cdot J} X n \sin \alpha + \frac{E J g}{\mu J} X \cdot H_0 + s_0 \quad (75)$$

W równaniach (74), (73) dla uproszczenia zapisu podstawiono za:

$$r_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_0}{E J} \frac{1}{g}}; \quad r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{E J} \frac{\mu}{g}} \quad (76)$$

Stałe całkowania w równaniach (73), (74) wyznaczone z warunków brzegowych

dla $n \rightarrow \frac{H_0}{\sin \alpha}$ to $s \rightarrow \frac{Q g}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu})$

dla $n \rightarrow -\infty$ to $s \rightarrow \frac{Q g}{\mu} (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu}) + s_0$

dla $n = 0$ do $s = s_0; \quad s' = s'_0; \quad s'' = s''_0; \quad s''' = s'''_0$

które wynoszą:

$$c_1 = 0; \quad c_2 = 0, \quad c_7 = 0; \quad c_8 = 0$$

$$c_5 = -\frac{EJg}{jE_0l} X$$

$$c_6 = \frac{EJgX}{EJ \cdot j} (1 r_2 - 1 r_1 - \sin \alpha + \frac{E_0}{\mu} \sin \alpha) : (\frac{2r_2^2}{r_1} + \frac{r_2^3}{r_1^2} + r_2)$$

$$c_4 = \frac{EJgXr_2^2}{j r_1^2 E_0} (1 r_2 - 1 r_1 - \sin \alpha + \frac{E_0}{\mu} \sin \alpha) : (\frac{2r_2^2}{r_1} + \frac{r_2^3}{r_1^2} + r_2)$$

$$c_3 = \frac{r_2^3}{r_1^3} (c_6 - c_5) - c_4 \quad (77)$$

Równania (74), (75), (76), (77) nie uwzględniają wpływu czasu na proces osiadania stropu. Wpływ czasu można uwzględnić wykorzystując do tego celu wzory (17), które w zastosowaniu do równań (74), (75) posiadają postać

a) nad calizną $n \geq 0$

$$s_t = e^{-r_1 n} (c_3 \cos r_1 n + c_4 \sin r_1 n) (1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t}) + \quad (78)$$

$$\frac{Qg_0}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v})$$

na krawędzi pokładu $n = 0$

$$s_{ot} = c_3 (1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t}) + \frac{Qg_0}{E_0} H_0 (\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v}) \quad (79)$$

b) nad podsadzką $n < 0$

$$s_t = \left[c_5 \cos r_2 n + c_6 \sin r_2 n e^{r_2 n} \right] +$$

$$\frac{\varrho E_0}{\mu} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \left[1 - e^{-\frac{E}{\gamma} t} \right] + s_{ot} \quad (80)$$

Oprócz osiadania warstw stropowych wystąpi zaciskanie pokładu i podsadzki pod wpływem ciśnienia skał, które powoduje zbliżanie się warstw stropu do spągu. Zbliżanie się skał stropowych do spągowych można obliczyć podobnie jak to wyprowadzono w świetle teorii ścinania. Równanie różniczkowe opisujące zaciskanie pokładu i podsadzki w świetle teorii zginania jest podobne do równań (47), (46), (48), (49), (50), (51) i po przekształceniu posiada postać

a) zaciskanie calizny

$$\frac{d^4 z}{dn^4} = -z \left(\frac{1}{EJ} + \frac{1}{E_1 J_1} \right) \frac{E_0}{E_0} +$$

$$+ \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \left(\frac{1}{EJ} + \frac{1}{E_1 J_1} \right) \quad (81)$$

b) zaciskanie podsadzki

$$\frac{dz^4}{dn^4} = -(z - z_0) \frac{\mu}{E_0} \left(\frac{1}{EJ} + \frac{1}{E_1 J_1} \right) +$$

$$+ \varrho (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right) \left(\frac{1}{EJ} + \frac{1}{E_1 J_1} \right) \quad (82)$$

Obliczone całki ogólne równania (81), (82) wynoszą

a) zaciskanie calizny

$$z = e^{p_1 n} (F_1 \cos p_1 n + F_2 \sin p_1 n) + e^{-p_1 n} (F_3 \cos p_1 n + F_4 \sin p_1 n) - \frac{X}{k_2} n \sin \alpha + \frac{X H_0}{k_0} \quad (83)$$

b) zaciskanie podsadzki

$$z = e^{p_2 n} (F_5 \cos p_2 n + F_6 \sin p_2 n) + e^{-p_2 n} (F_7 \cos p_2 n + F_8 \sin p_2 n) - \frac{X}{k_3} n \sin \alpha + \frac{X H_0}{k_3} + z_0 \quad (84)$$

Dla ułatwienia zapisu w równaniu (83), (84) wprowadzono oznaczenia

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_0}{EJ} \frac{1}{g_0} + \frac{E_0}{E_1 J_1 g_0}}; \quad p_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{EJ} \frac{1}{g_0} + \frac{\mu}{E_1 J_1 g_0}} \quad (85)$$

$$k_2 = \frac{E_0}{EJ} \frac{1}{g_0} + \frac{E_0}{E_1 J_1 g_0}; \quad k_3 = \frac{\mu}{E_1 J_1 g_0} + \frac{\mu}{E_1 J_1 g_0}$$

Stałe całkowania w równaniach (83), (84) wyznaczono z warunków brzegowych

$$\text{dla } n \rightarrow \frac{H_0}{\sin \alpha} \quad \text{to} \quad z = \varrho \frac{g_0}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

dla $n \rightarrow -\infty$ to $z = \rho \frac{E_0}{\mu} (H_0 - n \sin \alpha) (\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu}) + z_0$

$n = 0$ to $z = z_0, z' = z'_0, z'' = z''_0, z''' = z'''_0$

Obliczone stałe wynoszą

$$F_1 = 0; \quad F_2 = 0; \quad F_7 = 0; \quad F_8 = 0$$

$$F_5 = -\frac{X}{k_2}$$

$$F_6 = \frac{X \cdot p_2^2}{k_2 p_1} (1 p_2 - 1 p_1 - \sin \alpha + \frac{E_0}{\mu} \sin \alpha) : \left(\frac{2 p_2^2}{p_1} + \frac{p_2^3}{p_1} + p_2 \right)$$

$$F_4 = \frac{-X p_2^2}{k_2 p_1} (1 p_2 - 1 p_1 - \sin \alpha + \frac{E_0}{\mu} \sin \alpha) :$$

$$: \left(\frac{2 p_2^2}{p_1} + \frac{p_2^3}{p_1} + p_2 \right) \quad (86)$$

$$F_3 = \frac{p_2^3}{p_1} (F_6 - F_5) - F_4$$

Określone zaciskanie pokładu i podsadzki równaniami (84), (85) dotyczy stanu jaki wytworzy się po czasie bardzo długim.

Kształtowanie się zaciskania w zależności od czasu przy zatrzymanej eksploatacji określono przy wykorzystaniu równania (17), (84), (85), (86) skąd otrzymano

zaciskanie calizny $n \geq 0$

$$z_t = \left[(F_3 \cos p_1 n + F_4 \sin p_1 n) e^{-p_1 n} \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) + \frac{\rho g_0}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) \quad (87)$$

zaciskanie calizny na krawędzi pokładu dla $n = 0$

$$z_{ot} = F_3 e^{-p_1 n} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) + \frac{\rho g_0}{E_0} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) \quad (88)$$

zaciskanie podsadzki dla $n \leq 0$

$$z_t = \left[(F_5 \cos p_2 n + F_6 \sin p_2 n) e^{p_2 n} + \frac{\rho g_0}{\mu} (H_0 - n \sin \alpha) \left(\cos \alpha + \frac{v \sin \alpha}{1 - v} \right) \right] \left(1 - e^{-\frac{E}{\rho} t} \right) + z_{ot} \quad (89)$$

Równanie (88), (89) mogą być również wykorzystane do przybliżonego określania zaciskania calizny i podsadzki w czasie postępującej eksploatacji.

Do tego celu można wykorzystać wzór (40), lub sporządzić nomogramy funkcji obniżenia i wpływu czasu.

ZAKOŃCZENIE

W wyniku wybierania pokładów stromych występuje naruszenie równowagi w górotworze, a skały stropowe i spągowe powodują zaciskanie wyrobiska.

W praktyce okazuje się, że po wybraniu pokładu o wysokości pochyłej piętra około 150 m nie występowało załamanie się sztywnych skał stropowych i spągowych [10]. Przeprowadzone badania na modelach wykazały, że wybieranie pokładów między sztywnymi warstwami przy wysokości pochyłej piętra około 85 m, na głębokości około 600 m, nie powoduje załamania się sztywnych warstw.

Z przeliczeń wynika, że dla podobnej budowy geologicznej strop nie ulega załamaniu przy wysokości pochyłej piętra około $l = 150$ m, na średniej głębokości $H_0 = 100$ m.

Warstwy pokładów zalegające między sztywnymi ławami piaskowca nad wybranym polem pierwszego pokładu uległy odprężeniu; natomiast nad calizną omawianego pierwszego pokładu wystąpiła duża koncentracja naprężeń. Zmiana koncentracji naprężeń powoduje również zmianę własności wytrzymałościowych warstw.

Ze wzrostem naprężeń maleje moduł sprężystości i współczynnik lepkości, natomiast współczynnik Poissona rośnie.

Przy bardzo dużych naprężeniach skały przechodzą w stan plastyczny przy którym moduł sprężystości dąży do zera, a współczynnik Poissona do 0,5. Obecnie spotyka się najczęściej eksploatację na średnich głębokościach przy których skały zachowują się jako ciała sprężysto-lepkie i można odkształcenia w nich opisać według modelu Kelvina.

Takie założenie zezwala na stosowanie praw teorii sprężystości do określania zachowania się warstw nad i pod prowadzoną eksploatacją. Eksploatacja pokładów w polu o dużej długości - zezwala pominąć wpływ podparcia stropu w kierunku osi y i wówczas zagadnienie ruchu skał stropowych i spągowych można sprowadzić do układu płaskiego lub jednoosiowego dotyczącego zginania belek spoczywających na sprężystym podłożu nachylonym pod kątem α do poziomu. Przy czym przy obliczeniach wielkości ugięcia stropu i ciśnień oddziaływania między warstwami proponuje się podstawiać wielkości modułu sprężystości, współczynnika lepkości, współczynnika Poissona ustalone na drodze obliczeń dla podobnych warunków innych kopalń, lub odczytać z wy-

kresów charakterystyk zależności omawianych wielkości od naprężeń dla ciśnienia równego podwójnemu ciśnieniu normalnemu w górotworze nienaruszonym w pokładzie na danej głębokości.

Linie ugięcia grubych warstw stropu na średnich i dużych głębokościach najlepiej określają równania oparte na teorii ścinania. W przypadku występowania mocnych warstw piaskowca zalegających w otoczeniu prowadzonej eksploatacji na średnich i na małych głębokościach wówczas przebieg uginania się skał dobrze określają równania oparte na teorii zginania.

Przy małej wysokości pochyłej wybranego pola wytworzy się naturalne sklepienie ciśnień znoszące oddziaływanie skał nadległych.

Warstwy poniżej sklepienia o wysokości b ulegają uginaniu w kierunku wybranego pola pokładu.

Potrzebną wielkość " b " do równań dotyczących uginania się warstw nad wybraną przestrzenią można obliczyć ze wzoru (44), (45).

Przy dużych głębokościach w strefie maksymalnych ciśnień występują odkształcenia plastyczne, które powodują konieczność stosowania innych wzorów lub przyjęcia, że wielkość strefy b sięga do powierzchni i wówczas

$$b \cos \alpha = (H_0 - n \sin \alpha) \cdot \left(\cos \alpha + \frac{\nu \sin \alpha}{1 - \nu} \right)$$

$$b \sin \alpha = (H_0 - n \sin \alpha) \cdot \left(\sin \alpha - \frac{\nu \cos \alpha}{1 - \nu} \right)$$

Różna sztywność i współczynnik lepkości zginanych warstw powoduje, że warstwy odkształcają się z różną szybkością i odwarstwiają się w kierunku wybranej przestrzeni. Z wyprowadzonych wzorów wynika, że ze wzrostem kąta upadu do 90° rośnie pochyła piętra przy której nie występuje oparcie się skał stropowych o spągowe. Również bardzo duży wpływ na osiadanie i załamywanie się warstw ma prędkość eksploatacji i czas jaki upłynął od początku wybrania pola pokładu.

Wyprowadzone równania zezwalają również na określenie zachowania się stropu i spągu przy eksploatacji pokładów strzonych w filtrach ochronnych.

Przy określaniu zachowania się stropu lub spągu warstw jednorodnych pokładów stromych można przyjąć, że jedna połowa grubości pokładu bierze udział w obniżeniu stropu a druga połowa w wyciskaniu spągu ($g = g_0 : 2$). Natomiast gdy w stropie występują warstwy sztywne ($G.F., E.J$) a w spągu warstwy mało sztywne ($G_1.F_1, E_1.J_1$) lub odwrotnie, wówczas część grubości pokładu, którą można wstawić do wzorów w świetle teorii ścinania wynosi $g = \frac{g_0 G_1 \cdot F_1}{G_1 \cdot F_1 + GF}$, a do wzorów w świetle teorii zginania

$$g = \frac{g_0 E_1 J_1}{E_1 J_1 + EJ}$$

dotyczących uginania warstw stropowych.

Część grubości pokładu, którą można wstawić do wzorów dotyczących wyciskania spągu do wzorów w świetle teorii ścinania $g = \frac{g_0 GF}{G_1 F_1 + GF}$ a do wzorów w świetle teorii zginania $g = \frac{g_0 EJ}{E_1 J_1 + EJ}$. Można również udział grubości pokładu w zginaniu stropu i spągu określić na podstawie pomiarów w wyrobiskach eksploatacyjnych podobnych do warunków dla których przeprowadzono obliczenia.

Dla porównania jak kształtuje się uginanie stropu w świetle teorii ścinania i zginania oraz przeprowadzonych badań modelowych przeprowadzono obliczenia podstawiając własności warstw modelowych oraz odkształceń warstw stropu do chwili, gdy strop nie uległ oparciu o spąg.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że średnia strop uległ o około 17% mniejszemu ugięciu w świetle teorii ścinania w stosunku do pomierzonych na modelu obniżzeń, natomiast w świetle teorii zginania 22% większemu ugięciu w stosunku do pomierzonych obniżzeń.

L I T E R A T U R A

- [1] Borecki M.: Praca górotworu i obudowy w wyrobiskach ścianowych, Przegląd Górniczy, 1953 r., z. 5.
- [2] Borecki M., Biliński A., Kidybiński A.: Osiadanie stropu przy zwiększonej prędkości wybierania, Przegląd Górniczy, 1962 r. z. 6.
- [3] Borecki M., Kidybiński A.: Nośność spągów pokładów węglowych, Przegląd Górniczy 1964.
- [4] Borecki M.: Przesłanki mechanicznego kierowania stropem w wyrobiskach ścianowych. Prace Komisji Nauk Technicznych PAN, 1965.
- [5] Borecki M., Biliński A.: Wpływ prędkości wybierania na wielkość zaciskania wyrobisk w ścianach zawałowych. Prace Komisji Nauk Technicznych PAN 1965.
- [6] Borecki M., Kwiatek J.: Nowa metoda modelowania górotworu, Prace Komisji Nauk Technicznych PAN, 1965 r.
- [7] Borecki M., Romanowicz E., Skinderowicz B.: Metody bezpiecznej eksploatacji w obrębie filarów ochronnych dla szybów, Przegląd Górniczy Nr 9, 1964 r.
- [8] Borecki M., Chudek M., Kurczabiński Z.: Współpraca obudowy z górotworem w świetle badań modelowych. Komunikat GIG - w druku.
- [9] Borecki M., Chudek M.; Mechanika górotworu, Skrypt Uczelniany, Gliwice 1968 r.
- [10] Chudek M.: Zachowywanie się skał stropowych nad wyrobiskiem ścianowym - w świetle badań modelowych, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s. "Górnictwo" 1968.
- [11] Chudek M.: Teoretyczno-graficzne obliczanie odkształcania się warstw skalnych i naprężeń nad wyrobiskiem ścianowym, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s. "Górnictwo" 1968.
- [12] Chudek M.: Obudowa hydrauliczna wyrobisk górniczych, skrypt uczelniany 1967.

- [13] Czerny G.J.: Oprzedelenie wieliczin osiedania i deformacji ziemno¹ powierohnosti pri sdwiżenii porod w formie reologiczieskiego tieczenia, Gornyj Żurnal nr 7, 1966.
- [14] Dziunikowski K., Bystroń H., Kwiatek J., Matusiak L.: Zasady udostępniania i eksploatacji złóż węgla na dużej głębokości, Wydawnictwo Śląsk 1966.
- [15] Dziunikowski K., Rzempel L., Mirowski J., Jaskół W., Mazurkiewicz M.: Kryteria możliwości eksploatacji pokładów podbierających bez zniszczenia pokładów wyżej zalegających, Prace GIG Katowice 1966 (nieopublikowane).
- [16] Dziunikowski K., Panczakiewicz T.: Kierunki doskonalenia profilaktyki górniczej w zagadnieniu eksploatacji filarów ochronnych pod obiektami, Katowice, 1967 (nieopublikowane).
- [17] Galanka J.: Hipoteza sklepień wspornikowych w górotworze, Katowice 1964 r.
- [18] Kirpiczew M.W.: Teorija podobija, Moskwa 1953 r.
- [19] Kochmański T.: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji gorniczej, PAN, Warszawa 1956 r.
- [20] Kuźniecowa G.N., Budko M.N.: Izuczenije projawlenij gornowodawlenia na modelach, Moskwa 1959 r.
- [21] Podgórski K.: Obudowa kotłowa grubych pokładów węgla, Zeszyty Naukowe Politechniki Śl. s. "Górnictwo" Nr 27 1967 r.
- [22] Podgórski K.: Wyznaczanie wielkości potrzebnych do obliczeń deformacji górotworu, Rudy i Metale Nieżelazne Nr 4, 1967 r.
- [23] Podgórski K.: Zachowanie się powierzchni w czasie wybierania pokładu w kierunku starych zrobów, Rudy i Metale Nieżelazne Nr 9, 1967 r.
- [24] Podgórski K.: Ruchy górotworu w czasie eksploatacji pokładów nachylonych, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s. "Górnictwo" z. 21, 1967 r.

- [25] Podgórski K., Szczepaniak Z.: Przyczynek do zagadnienia wybierania grubych pokładów węgla w filarach ochronnych szybów, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. "Górnictwo" z. 12 1964 r.
- [26] Podgórski K.: Zastosowanie rozwiązań aparatów do badania wytrzymałości skał i materiałów obudowy, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. "Górnictwo" z. 22 1967 r.
- [27] Podgórski K.: Niektóre nowe rozwiązania związane z wybieraniem pokładów węgla, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Górnictwo" z. 22 1967 r.
- [28] Podgórski K.: Badania modeli górotworu w trójosiowym stanie napięcia, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, w druku.
- [29] Podgórski K., Podgórski W.: Obudowa kotwiona wyrobisk górniczych, Wyd. Śląsk, Katowice 1968 - w druku.
- [30] Praca zbiorowa: Technologia podsadzki płynnej ze skruszonych skał płonnych oraz kontrola i regulacja procesów muhlenia, Informator o pracach GIG, Katowice 1965 r., Nr 13.
- [31] Sałustowicz A.: Mechanika górotworu, PWSZ, Warszawa 1952 r.
- [32] Sałustowicz A.: Ciśnienie eksploatacyjne i ugięcie stropu w świetle teorii i pomiarów w kopalni, Zeszyty Naukowe AGH, Górnictwo 1963 z. 8.
- [33] Sałustowicz A.: Ugięcie stropu w świetle reologii, Zeszyty Naukowe AGH, Górnictwo 1967, r. z. 10.
- [34] Walczak J.: Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności, PWN Warszawa 1967 r.
- [35] Takuski S.: Radiologiczny pomiar strefy zruszenia w spągu wyrobiska górniczego, Przegląd Górniczy Nr 3, 1964 r.
- [36] Takuski S.: Niektóre zagadnienia wyciskania wyrobisk górniczych, Zeszyty Naukowe AGH Nr 59, Kraków 1966 r.

STRESZCZENIE

W pracy podano zachowanie się skał stropowych i spągowych pokładów stromych poddanych wpływom eksploatacji górniczej. Deformacje skał stropowych i spągowych podano na podstawie przeprowadzonych badań modelowych przy zachowaniu podobieństwa modelowego oraz rozwiązań teoretycznych.

Wykorzystując wyniki badań modelowych wyprowadzono wzory na ugięcie warstw oraz zaciskanie wyrobiska eksploatacyjnego w świetle teorii ścinania i zginania przy uwzględnieniu wpływu czasu.

ПОВЕДЕНИЕ КРОВЕЛЬНЫХ И ПОЧВЕННЫХ ПОРОД КРУТЫХ ПЛАСТОВ, ПОДВЕРГАЮЩИХСЯ ВЛИЯНИЮ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Р е з ю м е

В работе представлено поведение кровельных и почвенных пород крутых пластов, подвергающихся горной выработки. Деформации кровельных и почвенных пород представлено на основании проведённых модельных исследований при сохранении модельного сходства и теоретических решений.

Используя результаты модельных исследований, выведено формулы на изгиб слоёв и зажим эксплуатационной выработки в свете теории сдвига и изгиба с учётом влияния времени.

THE BEHAVIOUR OF ROCKS IN THE ROOF AND BOTTOM
OF STEEP GALLERIES
IN RESULT OF MINING EXPLOITATION

S u m m a r y

The paper deals with the behaviour of rocks in the roof and in the bottom of steep galleries, which are exposed to the effects of exploitation. The deformations of both the roof and the bottom rocks have been represented basing on researches carried through on models, care having been taken that the model would conform to theoretical solutions. Making use of the results of model researches, there have been developed formulae for the sag of the strata and the clamping of excavations, taking into account the theory of shearing and of deflection as the influence of time.



ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

ukazują się w następujących seriach:

- A. AUTOMATYKA
- B. BUDOWNICTWO
- Ch. CHEMIA
- E. ELEKTRYKA
- En. ENERGETYKA
- G. GÓRNICTWO
- IS. INŻYNIERIA SANITARNA
- MF. MATEMATYKA-FIZYKA
- M. MECHANIKA
- NS. NAUKI SPOŁECZNE

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty
serii G:

- Górnictwo z. 1, 1956 r., s. 134, zł 20,—
- Górnictwo z. 2, 1959 r., s. 96, zł 17,10
- Górnictwo z. 3, 1961 r., s. 130, zł 21,—
- Górnictwo z. 4, 1962 r., s. 134, zł 10,95
- Górnictwo z. 5, 1963 r., s. 158, zł 11,90
- Górnictwo z. 6, 1963 r., s. 154, zł 8,50
- Górnictwo z. 7, 1963 r., s. 129, zł 6,80
- Górnictwo z. 8, 1964 r., s. 175, zł 10,20
- Górnictwo z. 9, 1964 r., s. 133, zł 10,50
- Górnictwo z. 10, 1964 r., s. 157, zł 8,75
- Górnictwo z. 11, 1964 r., s. 221, zł 13,10
- Górnictwo z. 12, 1964 r., s. 304, zł 15,20
- Górnictwo z. 13, 1965 r., s. 145, zł 8,40
- Górnictwo z. 14, 1965 r., s. 78, zł 5,—
- Górnictwo z. 15, 1966 r., s. 79, zł 5,—
- Górnictwo z. 16, 1966 r., s. 91, zł 7,—
- Górnictwo z. 17, 1966 r., s. 113, zł 8,—
- Górnictwo z. 18, 1966 r., s. 291, zł 16,—
- Górnictwo z. 19, 1966 r., s. 150, zł 11,—
- Górnictwo z. 20, 1966 r., s. 84, zł 5,—
- Górnictwo z. 21, 1967 r., s. 270, zł 17,—
- Górnictwo z. 22, 1967 r., s. 196, zł 12,—
- Górnictwo z. 23, 1967 r., s. 69, zł 4,—
- Górnictwo z. 25, 1967 r., s. 96, zł 5,—
- Górnictwo z. 26, 1967 r., s. 137, zł 10,—
- Górnictwo z. 27, 1968 r., s. 378, zł 24,—

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej

3352/68