ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1976

Seria: AUTOMATYKA z. 36 Nr kol. 481

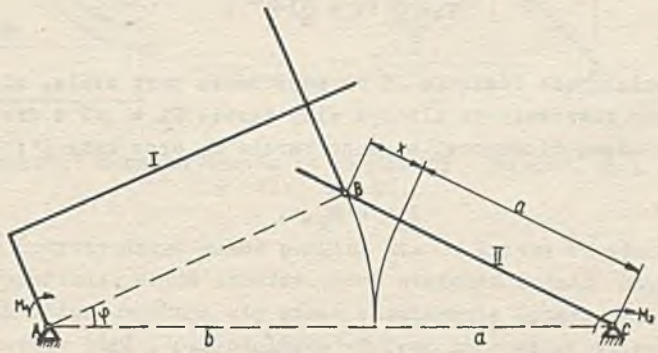
Andrzej Jarczewski

PRZYCZYNEK DO BADAŃ NAD ZMIENNOŚCIĄ OPORÓW RUCHU W MECHANIZMACH DŹWIGNIOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono nowy model tarcia suchego i omówiono jego właściwości na przykładzie prostego podzespołu mechanicznego. Pokazano, że nowy model jest ogólniejszy od modelu Coulomba.

W wielu urządzeniach automatyki zawierających elementy ruchome występuje tarcie suche technicznie. W analizie tego zjawiska najczęściej wykorzystuje się model Coulomba, jednak w pewnych przypadkach jest on nieadekwatny i pojawia się potrzeba wprowadzenia innego modelu.

Rozpatrzmy przykład prostego układu drgającego:



Rys. 1. Układ dźwigni z popychaczem

Rysunek 1 przedstawia schematycznie układ dźwigni z popychaczem wytrącony ze stanu równowagi. Działanie elementów sprężystych i ciśnieniowych uwzględniono wprowadzając momenty M_1 i M_2.

Układ wytrącony ze stanu równowagi i puszczony swobodnie wykonuje małe drgania wokół położenia określonego kątem $\alpha = 0$ (α jest to $\sphericalangle$ BAC w stanie ustalonym, natomiast φ jest zmienną; w stanie ustalonym $\varphi = 0$).

W trójkącie ABC obowiązuje:

$$(a + x)^2 = (a + b)^2 + b^2 - 2b(a + b)\cos\varphi ,$$

stąd dla $b = \varkappa a$:

$$x = a\left[\sqrt{1 + 2\varkappa(1 + \varkappa)(1 - \cos\varphi)} - 1\right].$$

Kąt φ jest bardzo mały (kilka minut), słuszne jest więc:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \ldots,$$

stąd:

$$x = a\left[\sqrt{1 + \varkappa)1 + \varkappa)\varphi^2} - 1\right].$$

Wyraz $\sqrt{1 + y}$ dla małych wartości y można rozwinąć w szereg:

$$\sqrt{1 + y} = 1 + \frac{1}{2}y - \ldots .$$

Przyjmując, że $y = \varkappa(1 + \varkappa)\varphi^2$ otrzymuje się:

$$x = \frac{b}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\right)\varphi^2 .$$

Siła F dociskająca dźwignię II do popychacza jest stała, więc zgodnie z zasadą pracy równoważnej: iloczyn siły tarcia $F_T = \mu F$ i drogi x jest pracą tarcia równą iloczynowi momentu tarcia M_T oraz kąta φ:

$$F_T x = M_T \varphi ,$$

stąd:

$$M_T = P\varphi , \quad \text{gdzie:} \quad P = \frac{1}{2}\mu F b\left(1 + \frac{b}{a}\right) .$$

Zmiana zwrotu działamia momentu M_T następuje nie wtedy, gdy $\varphi = 0$, lecz gdy $\varphi = \varphi_{max}$, bowiem tarcie zawsze przeciwdziała ruchowi. W punkcie $\varphi = \varphi_{max}$ następuje zmiana znaku pierwszej pochodnej $\dot{\varphi}$. Uwzględnienie tej uwagi pozwala podać prawidłową postać wzoru na moment tarcia:

$$M_T = P|\varphi| \operatorname{sign}\dot{\varphi}.$$

Dla drgań układu dźwigni z popychaczem wokół punktu $\alpha \neq 0$ podobnie wyprowadzony wzór na moment tarcia przyjmuje postać:

$$M_T = P\,|\alpha + \varphi|\,\operatorname{sign}\dot{\varphi}.$$

Przy pominięciu innych źródeł dyssypacji energii obowiązuje następujące równanie ruchu rozpatrywanego układu:

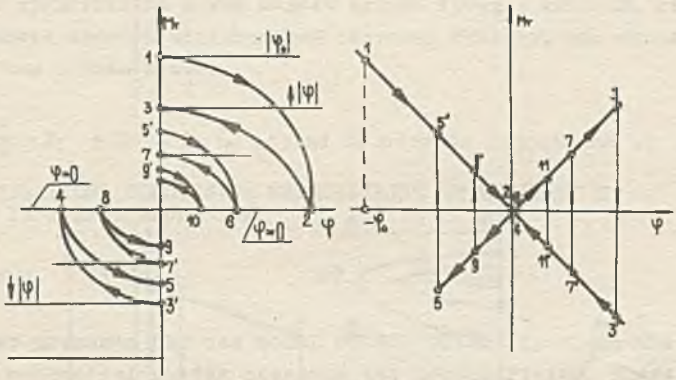
$$J\ddot{\varphi} + c\varphi + P\,|\alpha + \varphi|\ \mathrm{sign}\,\dot{\varphi} = 0,$$

gdzie:

J - moment bezwładności,

c - sztywność.

Zbadajmy na tym przykładzie własności nowego modelu tarcia. Zależności momentu tarcia od współrzędnej φ oraz od prędkości $\dot{\varphi}$ ilustrują rysunki 2, 3 i 4.



Rys. 2. Zależności momentu tarcia od prędkości kątowej $\dot{\varphi}$ i wychylenia φ dla $\alpha = 0$

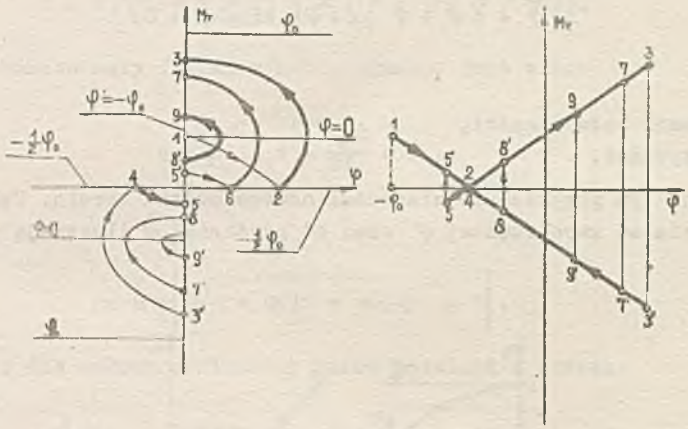
Rysunek 2 dotyczy drgań wokół punktu $\alpha = 0$. Krzywe na wykresie $M_T = f(\dot{\varphi})$ są ćwiartkami elips symetrycznych względem układu współrzędnych. Równania tych elips uzyskuje się przez rozwiązanie (przedziałami) równania różniczkowego (1). I tak odcinek 1-2 jest fragmentem elipsy o równaniu:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{c - P} + \frac{M_T^2}{P^2 J} = \frac{\varphi_0^2}{J}.$$

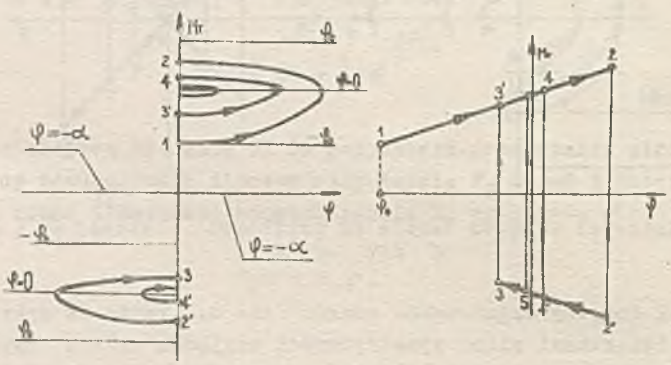
Odcinek 2-3 to część elipsy:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{c + P} + \frac{M_T^2}{P^2 J} = \frac{\varphi_0^2}{J} \cdot \frac{c - P}{c + P} \quad \text{itd.}$$

Rysunek 3 ilustruje drgania wokół punktu $\alpha = \frac{1}{2}\varphi_0$. Krzywe $M_T(\dot{\varphi})$ (rys. 3) są odcinkami dwóch rodzin elips.



Rys. 3. Zależności momentu od tarcia $\dot{\varphi}$ i φ dla $\alpha = \frac{1}{2}\varphi_0$



Rys. 4. Zależności momentu tarcia od $\dot{\varphi}$ i φ dla $\alpha > \varphi_0$

Na rysunku 4 przedstawiono te same zależności dla drgań oddalonych od punktu $\alpha = 0$, tzn: $|\varphi_0| < |\alpha|$.

Przy dalszym zwiększaniu wychylenia α i rozpatrywaniu drgań takich, że $|\varphi| \ll |\alpha|$ przedstawione na rys. 4 zależności przyjmą postać modelu tarcia Coulomba. Tak więc w analizie układu dźwigni z popychaczem stosowanie modelu Coulomba jest uzasadnione tylko w przypadku małych drgań przy znacznym wychyleniu dźwigni.

LITERATURA

[1] S. Kubit: Tarcie Coulomba w urządzeniach automatyki. [W:] Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka z. 17, s. 73. Gliwice 1971.

[2] S. Ziemba: Analiza drgań. Warszawa 1957.

К ВОПРОСУ О ИЗМЕНЕНИЯХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ
В ГРУЗОПОДЪЁМНЫХ МЕХАНИЗМАХ

Р е з ю м е

В статье представлена новая модель сухого трения, которой свойства описаны на примере простой механической системы. Указано, что новая модель более общая, чем модель Кулона.

SOME INVESTIGATIONS CONCERNING CHANGEBILITY OF MOVEMENT'S
RESISTANCE IN CRANES MECHANISMS

S u m m a r y

The paper presents the new model of the solid friction. The example of the simple mechanical system presents its peculiarities. There has been shown that the new model in more universal than the Coulomb's model.