

Jan CHOJCAN, Jerzy RUTKOWSKI

METODA OBLICZANIA ROZPŁYWÓW I WSPÓŁCZYNNIKÓW WRAŻLIWOŚCI  
W DUŻYCH JEDNORODNYCH OBWODACH NIELINIOWYCH  
I JEJ ZASTOSOWANIE DO SIECI WENTYLACYJNEJ

**Streszczenie.** W pracy opisano metodę obliczania przepływów w dużych jednorodnych obwodach nieliniowych na przykładzie nieliniowej kopalnianej sieci wentylacyjnej. Do obliczenia współczynników wrażliwości wykorzystano twierdzenie Tellegena [1] o obwodach dołączonych. Podano sposób tworzenia sieci dołączonej oraz algorytm obliczania przepływów i współczynników wrażliwości dla sieci jednorodnych na przykładzie sieci wentylacyjnej. Zamieszczono przykład liczbowy.

## 1. Wstęp

Sieci wentylacyjne są sieciami nieliniowymi. Nieliniowość elementów sieci zwanych dalej bocznikami ma charakter kwadratowy, tzn.

$$H_k = R_k Q_k |Q_k| \quad (k = 1, 2, \dots, g_1), \quad (1)$$

gdzie:

$R_k$  jest współczynnikiem oporowym k-tej bocznicy,

$H_k$  jest stratą naporu (różnicą ciśnień) na k-tej bocznicy,

$Q_k$  jest przepływem w k-tej bocznicy.

Oprócz bocznik scharakteryzowanych zależnością (1) mogą w sieci wystąpić:

- źródła stałej różnicy ciśnień (spiętrzenia)

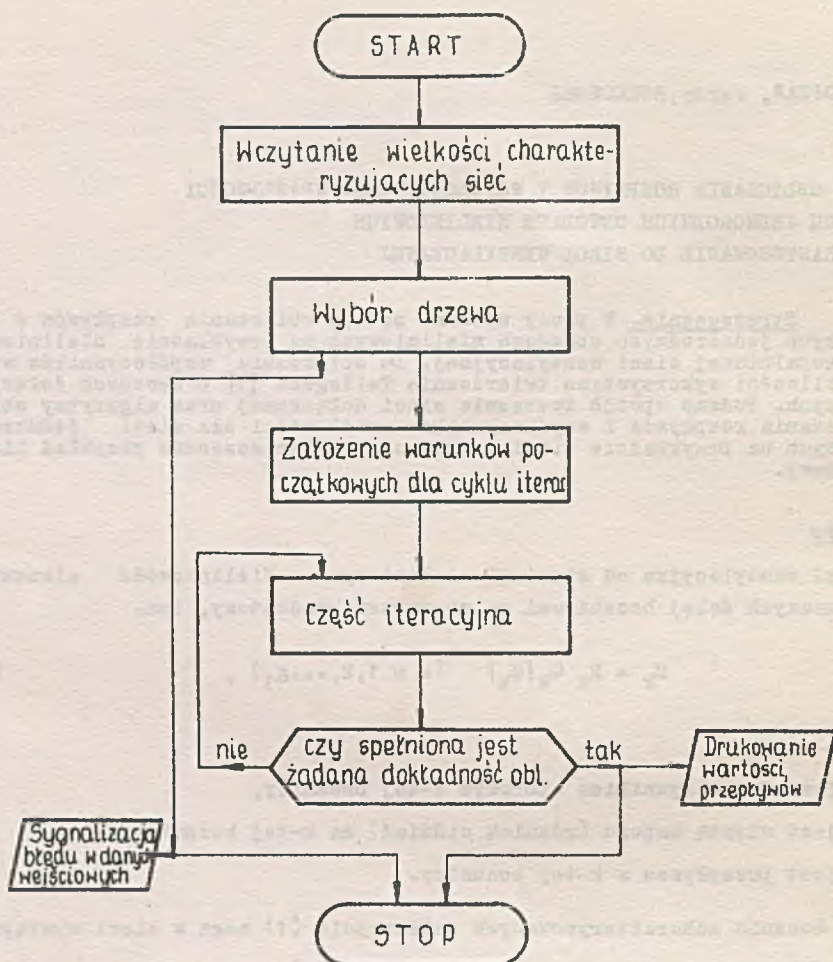
$$\Delta p_k = \text{const} \quad (k = g_1 + 1, \dots, g_2),$$

- źródła stałego wydatku przepływu

$$Q_k = \text{const} \quad (k = g_2 + 1, \dots, g).$$

## 2. Metoda obliczania przepływów

W opracowanym algorytmie obliczania przepływów w sieciach wentylacyjnych oparto się na metodzie iteracyjnej przedstawionej w [2], [3]. W oparciu o ten algorytm napisany został program w języku ALGOL 1204 wypróbowany



Rys. 1. Schemat blokowy programu obliczania rozptyłów w sieci nieliniowej



ny na m.c. ODRA 1204. Schemat blokowy programu przedstawiony jest na rys. 1. W programie tym uwzględniając specyfikę sieci wentylacyjnych dokonano podziału bocznicy na dwa rodzaje:

- I. Bocznicę scharakteryzowaną zależnością (1), dla których wartość współczynnika  $R$  jest znana.
- II. Bocznicę, dla których znane są (z pomiaru) tylko wartości przepływu. Te bocznicę traktowane są jako bocznicę zawierające źródła stałego wydatku przepływu.

Taki podział bocznicy podyktowany jest tym, że w niektórych bocznicach wartość współczynnika oporowego  $R$  jest często zmienna lub niemierzalna i takie bocznicę należy scharakteryzować przez podanie zmierzzonego przepływu. Ponadto często zachodzi potrzeba obliczenia przepływów nie w całej sieci lecz w pewnym jej wycinku. Wówczas znając wartości przepływów w bocznicach łączących wycinek z resztą sieci można ją wyodrębnić stosując zasadę wyodrębnienia.

Zastosowana metoda iteracyjna narzuca pewne warunki przy tworzeniu drzewa. Mianowicie wszystkie gałęzie z siłami prądomotorycznymi, w naszym przypadku bocznicę scharakteryzowane wartościami przepływów muszą znajdować się poza drzewem. Jeśli tylko pomiary są od siebie liniowo niezależne to warunek powyższy da się zawsze spełnić.

Jeśli przepływy w sieci o znanej strukturze mają być obliczane wielokrotnie dla różnych stanów tej sieci (stan sieci określają wartości przepływów w z góry narzuconych bocznicach) to należy określić optymalny współczynnik uzbiegniający obliczenia iteracyjne dla danej sieci [2], [3]. W tym przypadku warunkami początkowymi dla cyklu iteracyjnego dla  $k$ -tych obliczeń mogą być wyniki  $k-1$  obliczeń co prowadzi do znacznego zmniejszenia liczby iteracji. Opracowana została wersja programu służąca dla wielokrotnego obliczania przepływów w sieci o znanej strukturze dla różnych stanów tej sieci. Po przeprowadzeniu obliczeń dla stanu początkowego sieci, przesyłane są do pamięci zewnętrznej wszystkie te wielkości, które występują w części iteracyjnej a nie zależą od stanu sieci. Jest to macierz zawierająca dane o strukturze sieci oraz macierze: współczynników oporowych, numerów gałęzi (bocznicy) drzewa, numerów gałęzi łączących. Po wczytaniu wartości przepływów określających nowy kolejny stan sieci, obliczenia rozpoczynają się od części iteracyjnej, przy czym warunkami początkowymi są każdorazowo wyniki obliczeń poprzednich, które to wyniki przechowywane są również w pamięci zewnętrznej.

### 3. Metoda obliczania współczynników wpływu

Inna wersja programu obliczającego przepływy w sieci wentylacyjnej wykorzystana została jako podprogram programu obliczającego współczynniki wpływu zmian wartości elementów sieci (współczynników oporowych bocznicy, źródeł spiętrzenia) na wartości przepływów w bocznicach. W algorytmie, na

podstawie którego napisano program, wykorzystano znane z teorii obwodów elektrycznych twierdzenie Tellegena [1], [5], [6], [7] w postaci różniczkowej:

$$\sum_{k=1}^g (Q_k^* dH_k - H_k^* dQ_k) = 0, \quad (2)$$

gdzie:

$dQ_k, dH_k$  - różniczka zupełna przepływu względnie straty naporu (różnicy ciśnień) w sieci podstawowej

$Q_k^*, H_k^*$  - przepływ, strata naporu w sieci dołączonej, tzn. sieci o takiej samej strukturze jak sieć podstawowa.

Uwzględniając, że w sieci mogą wystąpić 3 typy elementów, otrzymamy z (2):

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{g_1} (Q_k^* dH_k - H_k^* dQ_k) - \sum_{k=g_1+1}^{g_2} (Q_k^* d\Delta p_k - \Delta p_k^* dQ_k) - \\ - \sum_{k=g_2+1}^g (Q_k^* dH_k - H_k^* dQ_k) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Analiza równania (3) pozwala na takie dobranie rodzajów i wartości elementów sieci dołączonej, by liczba obliczeń niezbędnych do obliczania współczynników wpływu była minimalna. I tak najwygodniej założyć, że:

$$H_k^* = \frac{\partial H_k}{\partial Q_k} Q_k^* = R_k^* Q_k^* \quad \text{dla pierwszej sumy (3)}$$

$$\Delta p_k^* = 0 \quad \text{dla drugiej sumy (3)}$$

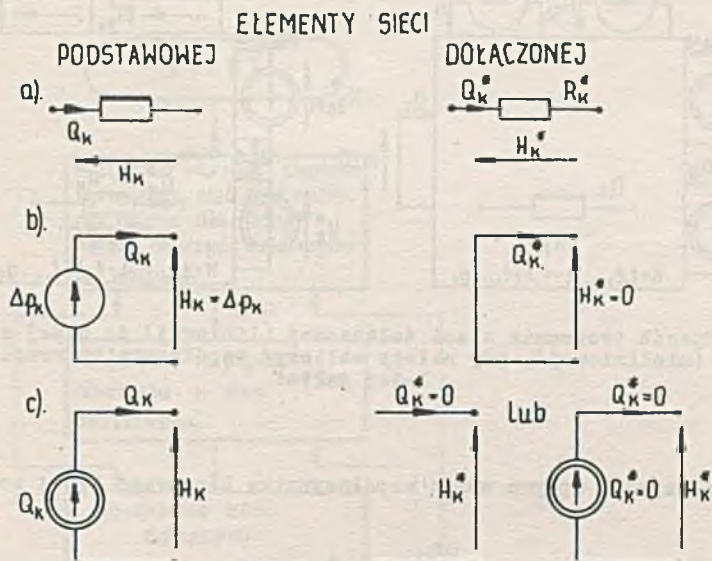
$$Q_k^* = 0 \quad \text{dla trzeciej sumy (3)}$$

Równanie (3) przybierze teraz postać:

$$\sum_{k=1}^{g_1} Q_k^* Q_k |Q_k| dR_k - \sum_{k=g_1+1}^{g_2} Q_k^* d\Delta p_k + \sum_{k=g_1}^g H_k^* dQ_k = 0. \quad (4)$$



Na rys. 2 przedstawiono elementy sieci podstawowej i dołączonej (oznaczenia graficzne przyjęto przez analogię do oznaczeń z teorii obwodów elektrycznych).



Rys. 2. Elementy sieci nieliniowej (podstawowej) i liniowej (dołączonej)

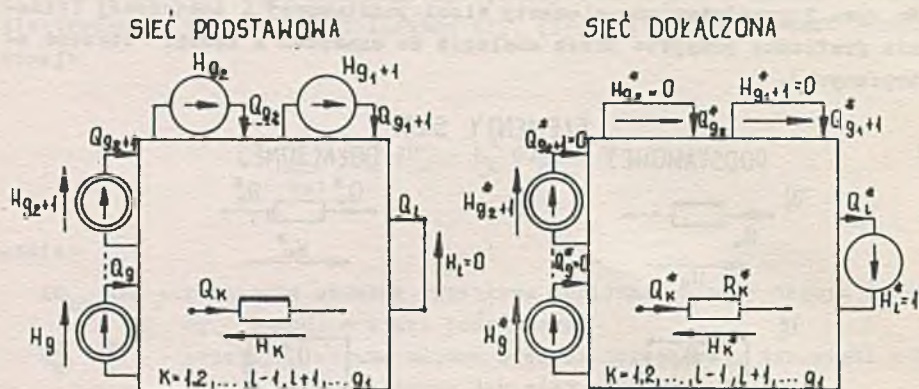
Łatwo zauważyć, że chcąc obliczyć różniczkę zupełną (a z niej współczynniki wpływu jako pochodne cząstkowe) przepływu w 1-tej (bezoporowej) bocznicy najwygodniej jest przyjąć  $H_1^* = \Delta p_1 = 1$  (wybrany jednostowe ciśnienia).

Wówczas:

$$Q_1^* dH_1 - \Delta p_1 dQ_1 = -dQ_1. \quad (5)$$

Na rys. 3 przedstawiono sposób tworzenia sieci dołączonej, gdy należy obliczyć współczynniki wpływów zmian parametrów sieci na przepływ  $Q_1$ . Z równania (4) otrzymany dla różniczki zupełnej przepływu uwzględniając (5)

$$dQ_1 = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 1}}^{g_1} Q_k^* Q_k |Q_k| dR_k + \sum_{k=g_1+1}^{g_2} Q_k^* d\Delta p_k - \\ - \sum_{k=g_2+1}^g H_k^* dQ_k. \quad (6)$$



Rys. 3. Sposób tworzenia sieci dołączonej (liniowej) do danej sieci podstawowej (nieliniowej), gdy należy obliczyć współczynniki wrażliwości dla l-tej gałęzi

Stąd:

- współczynnik wpływu zmian współczynnika oporowego k-tej bocznic:

$$\frac{\partial Q_l}{\partial R_k} = - Q_k^* |Q_k| \quad (7)$$

- współczynnik wpływu zmian k-tego źródła stałej różnicy ciśnień:

$$\frac{\partial Q_l}{\partial \Delta p_k} = Q_k^* \quad (8)$$

- współczynnik wpływu zmian k-tego źródła stałego wydatku przepływu:

$$\frac{\partial Q_l}{\partial Q_k} = - H_k^* \quad (9)$$

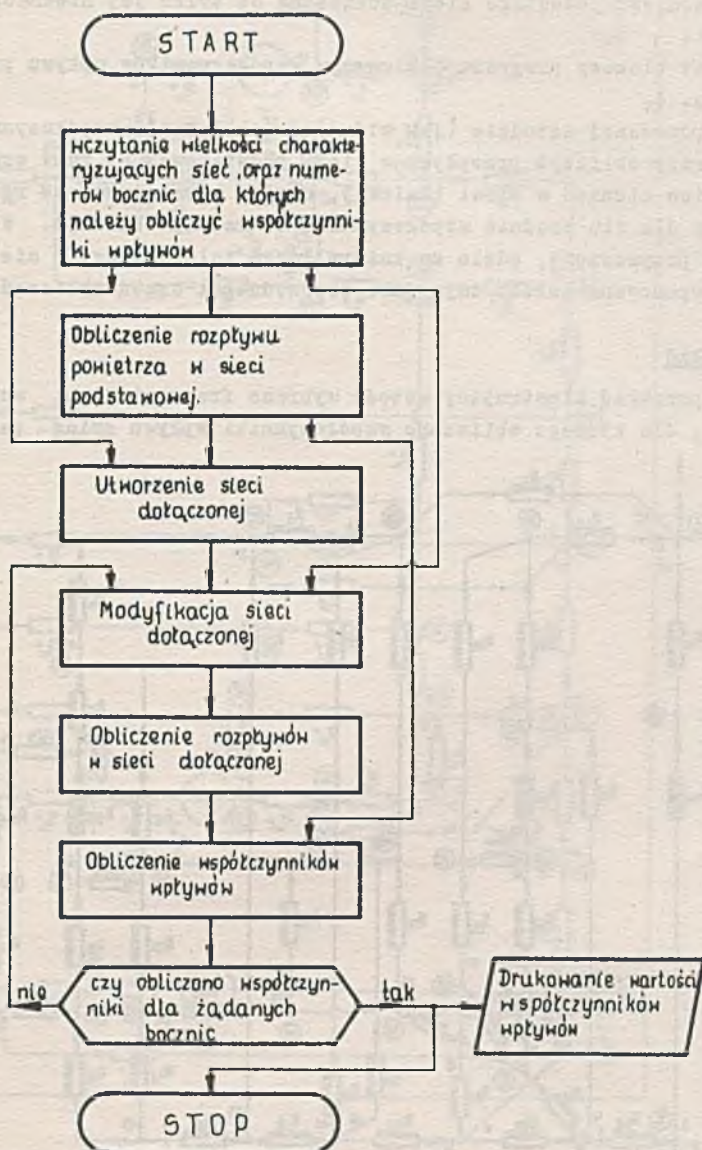
Podobnie można obliczyć różniczkę zupełną różnicy ciśnień  $dH_l$  a z niej odpowiednie współczynniki wpływu.

Reasumując, do obliczenia współczynników wpływu zmian (niewielkich) parametrów sieci wentylacyjnej na przepływy, lub różnicę ciśnień należy:

1. Obliczyć przepływy w sieci podstawowej.
2. Utworzyć sieć dołączoną (liniową).
3. Obliczyć przepływy i różnice ciśnień w sieci dołączonej.
4. Obliczyć współczynniki wpływu.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że sieć dołączoną tworzy się bardzo łatwo w sposób automatyczny, bowiem numery, liczba bocznic i węzłów są te same





Rys. 4. Schemat blokowy programu obliczania współczynników wrażliwości i przepływów w sieciach nieliniowych

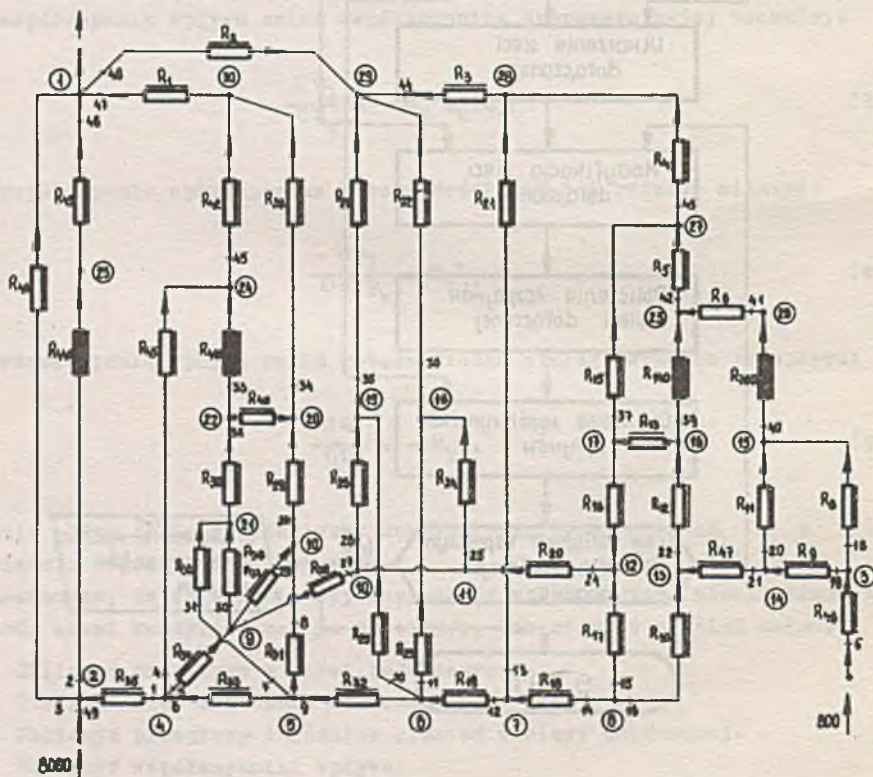
jak w sieci podstawowej, a dobór rodzaju elementów i obliczenie ich wartości daje się łatwo sformalizować. Czas potrzebny do utworzenia pierwszej sieci dołączonej jest pomijalny w porównaniu z czasem potrzebnym do rozwiązania sieci dołączonej (liniowej) czy sieci podstawowej (nieliniowej), natomiast pozostałe sieci dołączone są tylko jej nieznacznymi modyfikacjami.

Schemat blokowy programu obliczania współczynników wpływu przedstawiono na rys. 4.

W proponowanej metodzie (jak widać) do obliczania współczynników wpływu wystarczy obliczyć przepływy w sieci podstawowej (1 raz) oraz przepływy (różnice ciśnień w sieci liniowej, a więc łatwiejszej do rozwiązania) tylko raz dla ilu bocznie współczynniki te należy obliczyć. W porównaniu z metodą przyrostową, gdzie za każdym razem należy liczyć sieć nieliniową, zaproponowana metoda daje duże oszczędności czasu obliczeń.

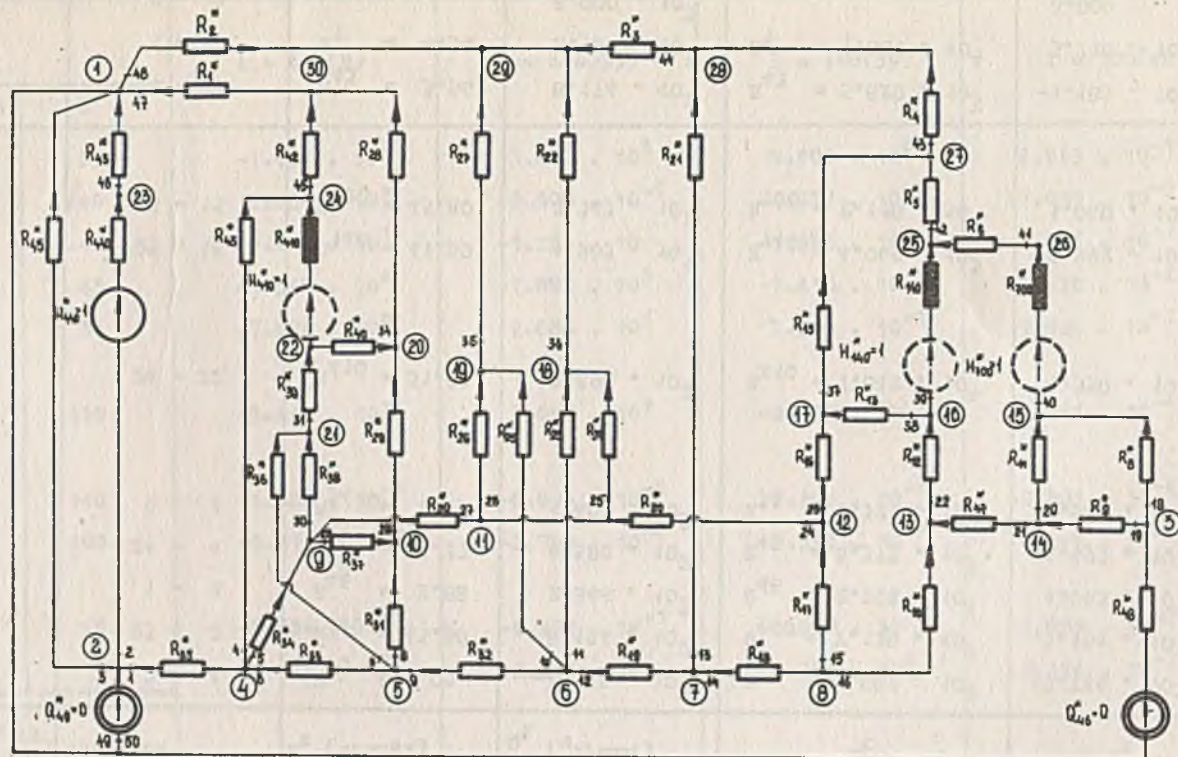
#### 4. Przykład

Jako przykład ilustrujący metodę wybrano fragment sieci wentylacyjnej (rys. 5), dla którego obliczono współczynniki wpływu zmian parametrów na



Rys. 5. Schemat fragmentu sieci wentylacyjnej (nieliniowej) z zaznaczonymi numerami węzłów i gałęzi





Rys. 6. Schemat sieci dołączonej (liniowej) do sieci z rys. 5 o tej samej numeracji węzłów i gałęzi, dla obliczenia współczynników wrażliwości dla bieżni: (2) 440, (33) 410, (39) 140, (40) 700

Tablica 1

Nr bocznicy	Numery węzłów, między które włączona jest bocznica	SIEĆ PODSTAWOWA		SIEĆ DOŁĄCZONA	
		Współczynnik oporu bocznicy $R_k$ [miurgi]	Wydatek prądu bocznicy $Q_k$ [ $m^3/min$ ]	Współczynnik oporu bocznicy $R_k$	Współczynnik prądu bocznicy $Q_k$
1	2 - 4	$R_{35} = 0.03$	$-4.336 \cdot 10^3$	$R_{35} = 2.602 \cdot 10^2$	$-7.744 \cdot 10^{-6}$
2	23 - 2	$R_{440} = 43.60$	$8.174 \cdot 10^2$	$R_{440} = 7.128 \cdot 10^4$	$1.181 \cdot 10^{-5}$
3	1 - 2	$R_{46} = 3.88$	$2.846 \cdot 10^3$	$R_{46} = 2.208 \cdot 10^4$	$4.063 \cdot 10^{-6}$
4	24 - 4	$R_{45} = 4.37$	$9.580 \cdot 10^2$	$R_{45} = 8.373 \cdot 10^3$	$1.493 \cdot 10^{-6}$
5	9 - 4	$R_{34} = 0.23$	$1.607 \cdot 10^3$	$R_{34} = 7.392 \cdot 10^2$	$2.981 \cdot 10^{-6}$
...					
33	24 - 22	$R_{410} = 31.80$	$2.896 \cdot 10^2$	$R_{410} = 1.842 \cdot 10^4$	$4.350 \cdot 10^{-7}$
...					
39	25 - 16	$R_{140} = 41.50$	$4.903 \cdot 10^1$	$R_{140} = 4.069 \cdot 10^3$	$6.992 \cdot 10^{-8}$
40	26 - 15	$R_{700} = 45.80$	$2.343 \cdot 10^2$	$R_{700} = 2.148 \cdot 10^4$	$1.060 \cdot 10^{-8}$
...					
46	1 - 23	$R_{43} = 3.56$	$8.174 \cdot 10^2$	$R_{43} = 5.820 \cdot 10^3$	$-1.181 \cdot 10^{-5}$
47	1 - 30	$R_1 = 4.30$	$2.420 \cdot 10^3$	$R_1 = 1.881 \cdot 10^4$	$3.710 \cdot 10^{-6}$
48	2 - 1		$8.000 \cdot 10^3$		0.000
49	3 - 1	$R_{48} = 2.07$	$8.000 \cdot 10^2$	$R_{48} = 3.312 \cdot 10^3$	0.000



Tablica 2

$\frac{\partial Q_1}{\partial R_k}$		1 = 440(2)	1 = 410(33)	1 = 140(39)	1 = 700(40)
bocznicza	k				
1	35	$-1.455 \cdot 10^2$	$3.666 \cdot 10^1$	$5.903 \cdot 10^0$	$8.949 \cdot 10^{-1}$
2	440	$7.884 \cdot 10^0$	$-2.906 \cdot 10^{-1}$	$-4.677 \cdot 10^{-2}$	$-7.082 \cdot 10^{-3}$
3	46	$-3.288 \cdot 10^1$	$-1.231 \cdot 10^1$	$-1.976 \cdot 10^0$	$-2.997 \cdot 10^{-1}$
4	45	$-1.367 \cdot 10^0$	$-1.881 \cdot 10^1$	$-7.416 \cdot 10^{-2}$	$-1.120 \cdot 10^{-2}$
5	34	$7.696 \cdot 10^0$	$2.686 \cdot 10^1$	$7.902 \cdot 10^{-1}$	$1.126 \cdot 10^{-1}$
⋮					
33	410	$-3.648 \cdot 10^{-2}$	$3.615 \cdot 10^0$	$-2.793 \cdot 10^{-3}$	$-4.261 \cdot 10^{-4}$
⋮					
39	140	$-1.683 \cdot 10^{-4}$	$-8.005 \cdot 10^{-5}$	$3.293 \cdot 10^{-1}$	$-2.861 \cdot 10^{-2}$
40	700	$-5.819 \cdot 10^{-4}$	$-2.789 \cdot 10^{-4}$	$-6.533 \cdot 10^{-1}$	$1.449 \cdot 10^0$
⋮					
46	43	$-7.884 \cdot 10^0$	$-2.906 \cdot 10^{-1}$	$-4.670 \cdot 10^{-2}$	$-7.082 \cdot 10^{-3}$
47	1	$-2.173 \cdot 10^1$	$2.313 \cdot 10^1$	$-1.394 \cdot 10^0$	$-2.114 \cdot 10^{-1}$
$\frac{\partial Q_1}{\partial Q_k}$					
bocznicza	k				
48	49	$-8.970 \cdot 10^{-2}$	$-3.354 \cdot 10^{-2}$	$-5.391 \cdot 10^{-3}$	$-8.170 \cdot 10^{-4}$
49	48	$-8.461 \cdot 10^{-2}$	$-4.181 \cdot 10^{-2}$	$-1.140 \cdot 10^{-1}$	$-2.776 \cdot 10^{-1}$

przepływy w bocznicach: 140, 410, 440, 700 [7]. Po obliczeniu przepływów w sieci podstawowej utworzono sieć dołączoną (rys. 6) i obliczono w niej wszystkie wydatki prądów (lub straty naporu).

W tabelicy 1 podano wartości oporów sieci podstawowej i sieci dołączonoj (przy obliczaniu współczynników wpływu dla 440 bocznicy) oraz przepływy we wszystkich bocznicach obu sieci. Wartości współczynników zmian wartości elementów sieci na przepływy w wybranych bocznicach podano w tabelicy 2.

Dla rozpatrywanego przykładu czas obliczeń sieci podstawowej wynosi 444 sek. a sieci dołączonej 55 sek., tak więc całkowity czas obliczeń proponowaną metodą wynosi dla współczynników 4 bocznic  $444 + 4 \times 55 = 664$  sek., a metodą przyrostową  $444 + 4 \times 444 = 2220$  sek.

## 5. LITERATURA

- [1] Tellegen B.D.H.: A general network theorem with applications, Philips Res. Rep., 1952, 7, pp. 259-269.
- [2] Macura A., Chojcan J.: A Method for Solving Nonlinear and Linear d.c. Networks. Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. Vol. XX, No 2, 1972.
- [3] Rutkowski J.: Program analizy obwodów nieliniowych prądu stałego, Materiały z I Sympozjum nt. Problemy Projektowania Obwodów Elektrycznych przy zastosowaniu m.c., Gliwice, 22-23.XI.1973.
- [4] Rutkowski J.: Algorytm znajdowania drzewa i macierzy oczkowej, gdy narzucone są na drzewo ograniczenia, ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka z. 32.
- [5] Calahan D.A.: Computer, Aided Network Design, Mc-Graw-Hill 1972.
- [6] Penfield P., Spence R., Duinker S.: Tellegen's Theorem and Electrical Networks, The M.I.T. Press 1970.
- [7] Chojcan J.: Sposób obliczania wpływu zmian wartości elementów sieci wentylacyjnej na natężenie przepływu powietrza w bocznicach z wykorzystaniem tzw. sieci dołączonej, Przegląd Górniczy 1, 1975 s. 17-24.

## МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОТОКОВ И КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В ОДНОРОДНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К ВЕНТИЛЯЦИОННЫМ СЕТЯМ

### Р е з ю м е

В этой работе дается метод вычисления потоков в великих однородных нелинейных цепях, на примере вентиляционной шахтной сети. К вычислению коэффициентов чувствительности примерно теорему Теллегена о присоединённых цепях [1]. Метод конструирования присоединённой цепи и алгоритм вычисления потоков и коэффициентов чувствительности однородных цепей (на примере вентиляционной сети). Дано тоже численный пример.



THE METHOD OF SOLVING FLOWS AND SENSITIVITY COEFFICIENTS IN LARGE  
HOMOGENEOUS NONLINEAR NETWORKS AND ITS APPLICATION TO VENTILATION NETWORK

## Summary

The paper describes the method of solving flows in large homogeneous nonlinear networks taking as an example nonlinear mine ventilation network. Tellegen's theorem of adjoint networks [1] is used to compute sensitivity coefficients. The method of constructing an adjoint network, algorithms of flows computing, sensitivity coefficients of homogeneous networks (on the example of ventilation network) as well as a numerical example are given.