Seria: AUTOMATYKA z. 37 Nr kol. 507

Jerzy MIKULSKI
Jerzy KLAMKA

ZNAK WSPÓŁCZYNNIKA WAGOWEGO WEJŚCIA SPRZĘGAJĄCEGO W SIECI ELEMENTÓW PROGOWYCH

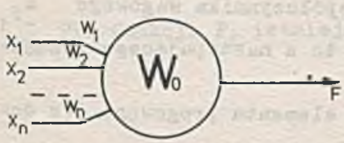
Streszczenie. W artykule przedstawiono sposób sprawdzania czy funkcja przełączająca jest funkcją progową. Dla funkcji nieprogowych realizowanych w strukturze wieloelementowej podano sposób określenia znaku współczynnika wagowego wejścia łączącego elementy progowe w sieci.

W związku z prognozami rozwoju systemów cyfrowych w kierunku stosowania elementów progowych [4] zauważa się w ostatnim okresie wzrost zainteresowania tą problematyką.

W literaturze, m.in. [1,2] przedstawiono metody syntezy optymalnej sieci logicznej złożonej z elementów progowych. Metody te oparte są na obliczeniach programowania liniowego i na sprawdzaniu warunku koniecznego i wystarczającego, aby układ nierówności, definiujący funkcję progową:

$$AXW \geqslant F \tag{1}$$

miał rozwiązanie W (oznaczenia - patrz artykuł [3]).



Rys. 1. Jednoelementowa realizacja funkcji przełączającej

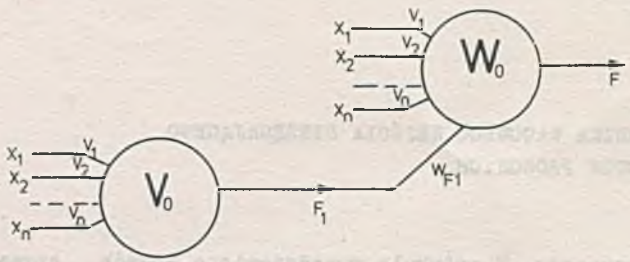
Warunkiem aby układ nierówności (1) miał rozwiązanie - i tym samym, żeby funkcja przełączająca była realizowana przy użyciu jednego elementu progowego (rys. 1) - jest, aby układ równań:

$$X^T A^T B = 0 \tag{2}$$

nie miał rozwiązań nieujemnych względem B [2].

Układ równań (2) jest liniowym, jednorodnym układem (n+1) równań o 2^n niewiadomych. Szukanie rozwiązań takiego układu (większa liczba niewiadomych niż równań) jest zagadnieniem skomplikowanym. Wobec celu jakim jest szukanie ewentualnych nieujemnych rozwiązań [2] układu (2) korzystać należy z metody Czerniakowa [5,6] zmodyfikowanej [3].

Jeżeli funkcja przełączająca nie jest funkcją progową (układ równań (2) ma rozwiązania nieujemne), to do jej realizacji potrzebne są co najmniej dwa elementy progowe, a schemat sieci logicznej w takim przypadku przedstawiony jest na rys. 2. Wyjście pierwszego elementu progowego jest



Rys. 2. Schemat logiczny dwuelementowej realizacji

wejściem drugiego elementu. To dodatkowe wejście powoduje dodanie dodatkowej kolumny zer i jedynek F_1 do macierzy X:

$$X_1 = \left[X \vdots F_1\right] \tag{3}$$

Wektor F_1 określa warunki działania i niedziałania funkcji przełączającej, realizowanej przez pierwszy element progowy.

Dla realizacji dwuelementowej kolumna F_1 musi być określona w ten sposób [2], by zachodziło:

$$F_1^T A^T B \neq 0 \tag{4}$$

dla wszystkich B, dla których spełnione jest równanie (2).

Znak iloczynu skalarnego (4) określa znak współczynnika wagowego w_{F_1} wejścia łączącego oba elementy progowe. Wynika to z następującego rozumowania:

Definicyjny układ nierówności (1) dla drugiego elementu progowego (z dodatkowym wejściem):

$$AX_1W_1 \geqslant F\,, \tag{5}$$

gdzie:

$$W_1 = \left[\frac{W}{w_{F_1}}\right]$$

posiada rozwiązanie, jeżeli spełniona jest zależność (4). Zapiszmy inaczej nierówność (5):

$$AXW + w_{F_1} AF_1 \geqslant F . \qquad (6)$$

Po obustronnym stransponowaniu nierówności (6) otrzymamy:

$$W^T X^T A^T = w_{F_1} F_1^T A^T \geqslant F^T$$

a po prawostronnym wymnożeniu przez B uzyskamy postać:

$$W^T X^T A^T B + w_{F_1} F_1^T A^T B \geqslant F^T B \qquad (7)$$

Nierówność (7) można zapisać w postaci:

$$a + b \geqslant c \qquad (8)$$

gdyż są to liczby.

Z (2) wynika, że a = 0, a c jako iloczyn skalarny wektorów o nieujemnych elementach jest zawsze dodatnie. Stąd wniosek, że znak współczynnika wagowego dodatkowego wejścia drugiego elementu progowego w_{F_1} musi być zgodny ze znakiem iloczynu skalarnego (4), czyli:

$$\operatorname{sgn} w_{F_1} = \operatorname{sgn} (F_1^T A^T B) \qquad (9)$$

Dla funkcji F_1 istnieje również definicyjny układ nierówności:

$$A_1 XV \geqslant F_1 , \qquad (10)$$

którego rozwiązania V wektora wag pierwszego elementu progowego należy poszukiwać omawianą metodą.

Przykład:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1\bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_3$$

Funkcja jest funkcją niejednorodną, więc jako nieprogowa wymagać będzie do realizacji co najmniej dwuelementowej sieci logicznej.

Prześledźmy więc całą metodę:

$$AXW = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&-1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&-1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0&0 \\ 1&0&0&1 \\ 1&0&1&0 \\ 1&0&1&1 \\ 1&1&0&0 \\ 1&1&0&1 \\ 1&1&1&0 \\ 1&1&1&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \geqslant \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X^TA^TB = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ 0&1&0&1&0&1&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&-1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&-1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 + B_1 + B_2 - B_3 - B_4 + B_5 - B_6 - B_7 = 0$$

$$-B_4 + B_5 - B_6 - B_7 = 0$$

$$B_2 - B_3 - B_6 - B_7 = 0$$

$$B_1 - B_3 + B_5 - B_7 = 0$$

Układ równań ma nieujemne rozwiązanie:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Warunek (4) jest spełniony na przykład dla F_1:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Iloczyn $F_1^T A^T B = -1 < 0$, więc i współczynnik wagowy dodatkowego wejścia w_{F_1} będzie ujemny.

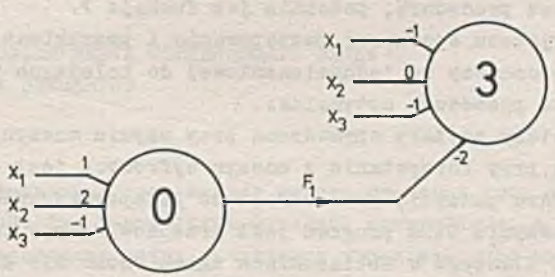
Dla funkcji przełączającej $F_1 = x_2 + x_1\bar{x}_3$ układ nierówności (10) ma rozwiązanie:

$$V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

a układ nierówności (5) $AX_1W_1 > F$ ma rozwiązanie:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

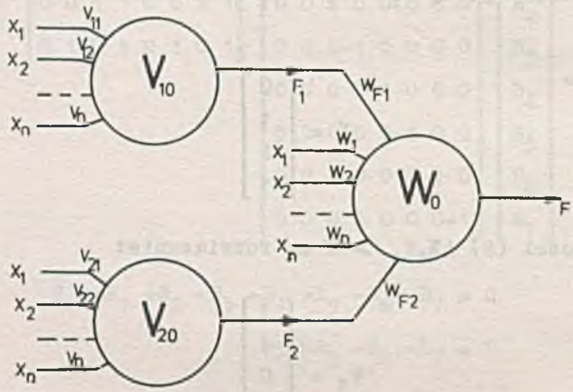
Strukturę tej sieci przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Struktura sieci logicznej realizującej przykładową funkcję przełączającą

Wobec silnych ograniczeń przy poszukiwaniu funkcji F_1 (iloczyn skalarny (4) różny od zera i jednorodność) może się okazać, że nie uda się dobrać funkcji F_1. Wtedy realizacji funkcji F można szukać w strukturze sieci logicznej złożonej z co najmniej trzech elementów (rys. 4). Dobierając w takim przypadku dowolną z funkcji dodatkowych F_1 (najlepiej tę, która spełnia warunek (4) dla jak największej ilości B) powtórnie stosować należy procedurę obliczeniową. Procedurę tę należy stosować tym razem aż do znalezienia następnego wektora F_2, zmieniając, jeśli zajdzie tego potrzeba, funkcję F_1, aż do wyczerpania zbioru różnych wektorów F_1.

Gdyby nie udało się znaleźć realizacji trzyelementowej, wtedy funkcję F można realizować w strukturze wieloelementowej, rozbudowywując sieć równolegle. W tym celu należy poszukiwać dodatkowych kolumn F_1, F_2, ... F_n powtarzając procedurę iteracyjnie.



Rys. 4. Realizacja wieloelementowa funkcji przełączającej

Gdyby okazało się, że poszczególne funkcje $F_1, F_2, \dots F_n$ spełniają wszystkie warunki, ale nie są funkcjami progowymi, to mogą być one rozbudowywane tą samą procedurą, podobnie jak funkcja F.

Dzięki przyjętemu sposobowi postępowania i poszukiwania struktury sieci logicznej począwszy od jednoelementowej do kolejnych rozbudowań sieci wstecz, jest to procedura optymalna.

Omawiane metody zostały sprawdzone przy użyciu maszyny cyfrowej GIER. Istotną rzeczą przy korzystaniu z maszyn cyfrowych jest przeprowadzenie estymacji obszaru pamięci, koniecznego do przeprowadzenia poszczególnych operacji. W maszynie GIER program jest przechowywany w pamięci bębnowej. W [1] omówiono dlaczego w obliczeniach ograniczono się do funkcji przełączających maksymalnie siedmiu argumentów wejściowych. W tym miejscu jedynie kilka słów o pamięci operacyjnej rezerwowanej dla zapamiętania tablicy AX, której wymiary wynoszą $(2^n x(n+1+r))$, gdzie r określa rząd problemu. Rząd problemu jest to kolejny etap rozbudowy poszukiwanej struktury sieci logicznej i tak dla sieci dwuelementowej rząd problemu wynosi jeden, dla sieci trzyelementowej r = 2, itd. Wymagana jest więc pamięć $P = 2^n(n+1+r)$, która maksymalnie dla trzeciego rzędu problemu i siedmiu argumentów wejściowych wynosi 1408 komórek. W dalszym etapie najwięcej miejsca w pamięci operacyjnej zajmuje budowa i rozwiązanie tablicy simpleksów dla układów nierówności. W związku z tym wymagana jest referencyjna tablica simpleksowa o wymiarze $(2^n + 3)x(n + 2)$. W programie potrzebne są również dwie tablice obliczeniowe. Tablice te zawierają współczynniki układu nierówności i ich prawe strony, funkcję celu i diagonalną tablicę pierwszego rozwiązania. Wymiar tych tablic wynosi $((2^n + n + 5) \times (n + 2))$, a zawierają one dwie nierówności technologiczne (jest to możliwość wprowadzania wśród danych wejściowych ograniczenia od góry na wartość progu i współczynników wagowych). Potrzebny zatem w tym przypadku obszar pamięci: $(n + 2)(3.2^n + 2n + 13)$ co dla n = 7 wynosi 3 699 i również pozwala na wykonanie tych operacji w maszynie GIER.

LITERATURA

[1] Mikulski J.: Generacja minimalnej sieci logicznej elementów progowych, Gliwice, 1974, Praca doktorska.

[2] Mikulski J., Klamka J.: Synteza minimalnej sieci złożonej z logicznych elementów progowych, ZN Politechniki Śląskiej, 1974, Nr 27.

[3] Mikulski J.: Modyfikacja metody określania realizowalności funkcji przełączającej na elementach progowych, ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka Nr 37.

[4] Zjednoczenie Informatyki, Zakład Strategii Rozwoju: Materiały do prognozy rozwoju systemów cyfrowych do 1990 r., Informatyka, 1974, Nr 3.

[5] Czernikow S.N.: Liniejnyje nierawienstwa, Moskwa, 1968, Nauka.

[6] Czernikowa N.W.: Algorytm dla nachażdienija obszczej formuły nieatricatielnych reszenij sistiemy liniejnych uprawnienij, Żurnał wyczislitielnoj matiematiki i matematiczieskoj fizyki, 1964, t. 4, Nr 4, Nauka.

ЗНАК ВЕСОВОГО КОЭФФИЦИЕНТА СОЕДИНЯЮЩЕГО ВХОДА В СЕТИ ПОРОГОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Р е з ю м е

В работе представлена теорема для метода проверки есть ли переключающая функция пороговой. Для непороговых функций, проведённых в структуре многоэлементовой, представлен метод вычисления знака весового коэффициента входов соединяющих пороговые элементы.

THE SIGN OF THE COUPLED INPUT WEIGHT COEFFICIENT IN THE THRESHOLD NETS

S u m m a r y

In the paper a test condition for threshold functions is presented. The sign of the coupled input weight coefficient for threshold nets is introduces and proved.