

Krzysztof BARON.

O UKŁADZIE REGULACJI EKSTREMALNEJ DWÓCH ZMIENNYCH
BEZ STRAT NA PRZESZUKIWANIE

Streszczenie. W artykule są przedstawione dwa algorytmy regulacji ekstremalnej dwóch zmiennych. Algorytmy te pozwalają na realizację układu regulacji ekstremalnej, w którym nie występują straty na przeszukiwanie.

Konstrukcja algorytmu zależy od możliwości jednoczesnego pomiaru w kilku punktach charakterystyki obiektu.

Przedstawione algorytmy polegają na:

- 1) wykorzystaniu sygnału próbnego rozdzielonego od wielkości wejściowych obiektu,
- 2) zastosowaniu dwóch, dla każdej wielkości wejściowej obiektu ekstremalnego, modeli charakterystyki statycznej [2].

Wprowadzenie

Wiadomo, że w większości układów regulacji ekstremalnej występują straty związane z procesem przeszukiwania strefy ekstremum zwane stratami na przeszukiwanie. Pod terminem tym rozumie się przeważnie [1] wartość bezwzględną różnicy między średnią wartością efektywną a wartością ekstremalną wielkości wyjściowej obiektu przy nie zmieniającym się w zasadzie położeniu punktu ekstremalnego.

Jeśli charakterystykę obiektu dwóch zmiennych z jednym globalnym ekstremum oznaczymy przez

$$y = f(\underline{x}, z), \quad (1)$$

gdzie:

y - wielkość wyjściowa,

$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ - wektor wielkości wejściowych,

z - zakłócenie,

a wartość ekstremalną y jako y_0 , to straty na przeszukiwanie można opisać zależnością

$$e = |y_{\text{śr}} - y_0|, \quad (2)$$

gdzie: e - wartość strat na przeszukiwanie

$$y_{\text{śr}} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

$y(t)$ - przebieg wielkości wyjściowej y w procesie przeszukiwania.

Przyczyną tych strat jest stałe wykonywanie wokół położenia ekstremalnego kroków próbnymi wielkością x celem wykrycia zmian położenia ekstremum.

W artykule przedstawiono dwa różne układy regulacji ekstremalnej, które nie dają strat na przeszukiwanie.

Istota działania tych układów polega na rezygnacji w procesie regulacji z próbnymi oddziaływaniami wielkością x i sprowadza się do stosowania odpowiednich metod określania położenia ekstremum przy pomocy sygnałów próbnymi niezwiązanymi z wielkością x . Przedstawione układy odnoszą się przede wszystkim do obiektów, dla których jest możliwe równoczesne zdjęcie co najmniej kilku punktów charakterystyki (1).

Do obiektów, które tej własności nie posiadają, można zastosować przedstawiony algorytm z modelami charakterystyki ekstremalnej, o ile charakterystyka obiektu jest znana lub takie modele można otrzymać [2].

Układ regulacji ekstremalnej

Zadanie znajdowania i utrzymywania y_0 - nieznannej ekstremalnej wartości wielkości wyjściowej obiektu o ekstremalnej charakterystyce statycznej dwóch zmiennych z jednym ekstremum, może wykonywać układ przedstawiony schematem blokowym na rys. 1.

Układ ten składa się z następujących funkcjonalnie odrębnych części:

- a) obiektu ekstremalnego,
- b) regulatora ekstremalnego 2 zmiennych,
- c) elementów wykonawczych.

a) Obiekt ekstremalny dany jest charakterystyką statyczną (1), posiadającą ekstremum globalne $y = y_0$,

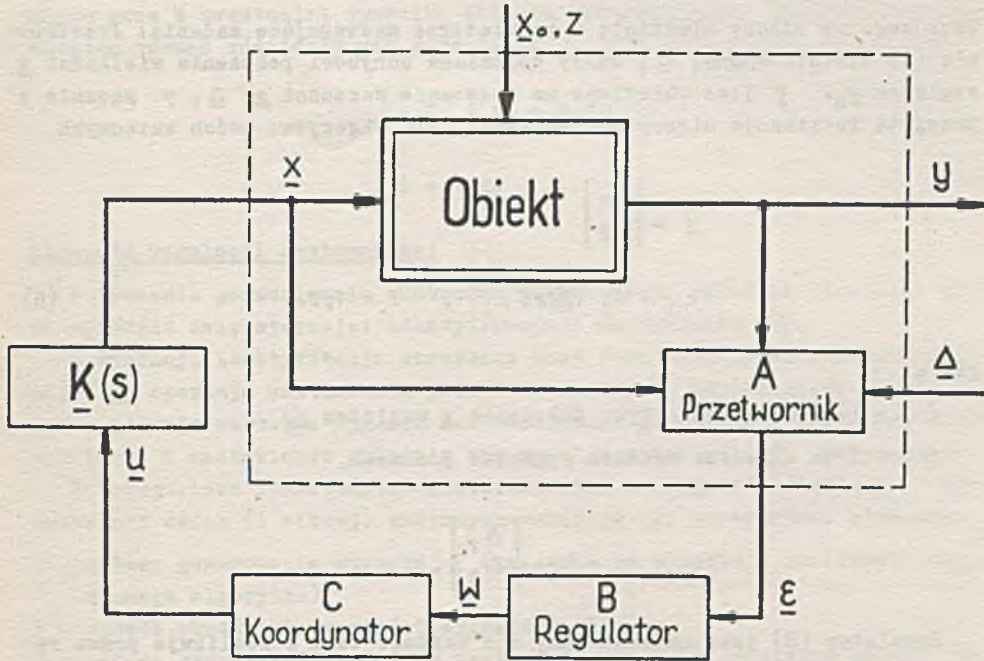
gdzie: $y_0 = F_0(x_0)$

$x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix}$, x_0 - wartość wektora x ekstremalizującego y przy $z = \text{Const}$

Charakterystyka obiektu pozwala na dokonanie w tej samej chwili czasu pomiaru zbioru wartości y_m należących do pewnego otoczenia y określonego (1) przez x oraz z

$$y_m \in D$$

(3)



Rys. 1. Schemat blokowy układu regulacji ekstremalnej dwóch zmiennych

zbiór D można zapisać jako

$$D = \left\{ y_m : y_m = f(x_m, z), |x_m - x| \leq R \right\} \quad (4)$$

x_m - wartości dostępnego dla pomiarów otoczenia x przy x, z - stałych, R - stała nieujemna.

W dalszej części artykułu przyjęto postać charakterystyki obiektu ekstremalnego jako:

$$y = g(x - x_0) + z, \quad (5)$$

gdzie: $g(x - x_0)$ jest funkcją wypukłą o jednym ekstremum w punkcie $x = x_0$. Wielkości x_0 oraz z są traktowane jak zakłócenia, x_0 - przesuwa ekstremum w poziomie, z - w pionie. Istotne z punktu widzenia strat na przeszukiwanie są zmiany x_0 .

b) Regulator ekstremalny składa się z zespołu następujących członów:
 przetwornika - A
 regulatora - B
 koordynatora - C

Poszczególne człony spełniają w regulatorze następujące zadania: Przetwornik (A) określa sygnał $\underline{\varepsilon}$, który odpowiada uchybowi położenia wielkości \underline{x} względem \underline{x}_0 . $\underline{\varepsilon}$ jest określone na podstawie wartości \underline{x} , $\underline{\Delta}$, y zgodnie z przyjętą realizacją algorytmu regulacji. Dla algorytmu dwóch zmiennych

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_i = A_i(\underline{x}, y, \Delta_i), \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

gdzie:

ε_i - i-ta składowa uchybu położenia \underline{x} względem \underline{x}_0^3 ,
 Δ_i - i-ta składowa wektora sygnałów próbnych,

$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}.$$

Regulator (B) jest autonomiczny dla każdego toru i realizuje prawo regulacji dane zależnością:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

$$w_i = B_i(\varepsilon_i, t), \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

przy czym: w_i - i-ta składowa sygnału wyjściowego z regulatora
 t - czas.

Koordynator (C) określa sposób wzajemnego powiązania w czasie sygnałów u_i w poszczególnych torach, realizując poszukiwanie ekstremum 2-zmiennych danych algorytmem

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$u_i = C_i(\underline{w}, t) \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

gdzie:

u_i - i -ta składowa sygnału nastawiającego.

c) Dynamika układu ($K(s)$) obejmuje łącznie dynamikę elementów wykonawczych wraz z ewentualną dynamiką obiektu ekstremalnego. Dynamikę opisano układem równań różniczkowych o postaci:

$$\ddot{x}_i T_i + \dot{x}_i = k_i u_i$$

$$i = 1, 2.$$

(9)

Algorytm regulacji ekstremalnej

W procesie poszukiwania ekstremum w zamkniętym układzie regulacji można wyróżnić dwie operacje: identyfikacji i nastawiania [1].

W operacji identyfikacji określany jest pożądany kierunek zmiany wielkości x , operacja nastawiania polega na wykonaniu odpowiedniej zmiany x przez podanie wartości sygnału nastawiającego u . Łącznie, operacje identyfikacji i nastawiania składają się na algorytm regulacji ekstremalnej.

W kategoriach funkcjonalno-urządzeniowych na algorytm regulacji ekstremalnej dwóch (i więcej) zmiennych składają się następujące elementy:

- A - metoda generowania sygnału ξ (zależnie od obiektu i realizacji określonego algorytmu)
- B - sposób określania wartości sygnału w (7)
- C - zasada koordynacji sygnałów nastawiających u (8) pomiędzy torami poszczególnych zmiennych.

W układzie z rys. 1 poszczególne kategorie A, B, C odpowiadają funkcjom osobnych urządzeń: przetwornika, regulatora, koordynatora. Układ ten umożliwia w prezentowanej wersji realizację różnych algorytmów regulacji ekstremalnej, w zależności od doboru przetwornika (A), regulatora (B) i sposobu koordynacji sygnałów w torach. Oczywiście rozumienie algorytmu regulacji ekstremalnej w powyższym sensie nie zawsze znajduje odbicie w przydzieleniu poszczególnym kategoriom A, B, C funkcjonalnie oddzielnych urządzeń.

Algorytm regulacji ekstremalnej bez strat na przeszukiwanie

Przedstawione niżej algorytmy regulacji ekstremalnej 2-zmiennych zapewniają możliwość niewystępowania uchybu na przeszukiwanie. Realizacja takich algorytmów polega przede wszystkim na zastosowaniu metod określania ξ nie wykorzystujących w operacji identyfikacji próbnych oddziaływań wielkością x . Operacja identyfikacji, lub też określania sygnału ξ , dokonywana jest przez przetwornik (A) nie zmieniający w trakcie operacji identyfikacji wielkości użytkowej y . Ubocznym efektem wprowadzenia takiego przetwornika, który pozwala na realizację algorytmu bez strat jest o-

twieranie układu regulacji. Otwarcie to może być stałe lub chwilowe, zależne jest od algorytmu i dostępności do pomiarów, w sensie (3), (4), obiektu. Związana z otwarciem układu groźba niepoprawnej pracy jest tym większa im mniej wiemy o obiekcie i im energiczniejsze są zmiany \underline{x}_0 .

Algorytm z sygnałem pomocniczym

W algorytmie z sygnałem pomocniczym do otrzymania $\underline{\xi}$ wykorzystuje się sygnał pomocniczy \underline{x}_p , wytwarzany przez przetwornik (A), na który wpływa \underline{x} i sygnał próbny $\underline{\Delta}$ rozdzielony od \underline{x} (sygnał $\underline{\Delta}$ jest związany z przetwornikiem (A)). Można to zapisać (rys. 2) w sposób następujący:

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} x_{p1} \\ x_{p2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\underline{x}_p = \underline{x} + \underline{\Delta} \quad (11)$$

algorytm ten nadaje się głównie dla obiektów 2-zmiennych opisanych równaniem (1) o dostępciej do pomiarów charakterystyce statycznej (3), (4)

$$\text{dla } \underline{x}_m = \underline{x}_p, \quad |\underline{\Delta}| \leq R \quad (12)$$

Założmy, że charakterystyka obiektu ma postać:

$$y = F_0(\underline{x}, \underline{x}_0, z) = F(\underline{x}), \quad (13)$$

gdzie:

\underline{x}_0, z - Const

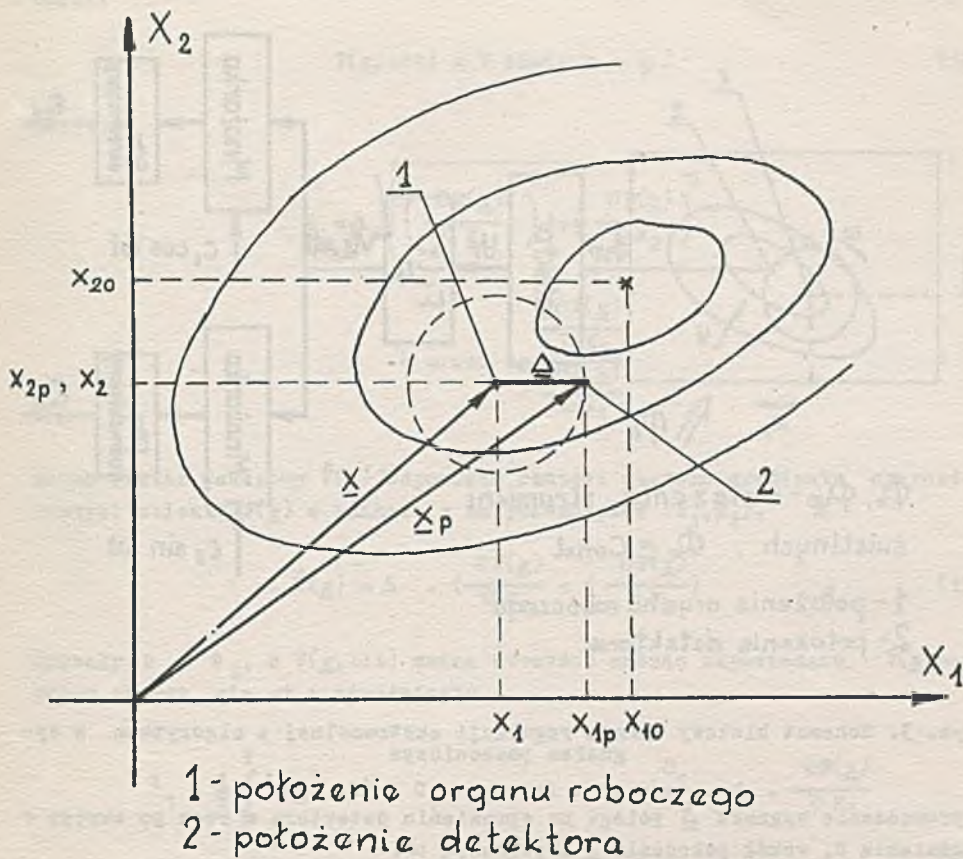
$F(\underline{x})$ - klasy C^∞ dla każdej zmiennej.

Przykładem modelu obiektu^{x)} (12) (13) może być podświetlona plansza o zmiennym (np. koncentrycznie) stopniu zaczerwienia. Szukamy najciemniejszego miejsca na planszy.

Zasadę algorytmu z sygnałem pomocniczym, w oparciu o przedstawiony na rys. 3 przykład realizacji, można podać następująco: wielkości \underline{x} odpowiadają roboczemu wejściu na obiekt, sygnał \underline{x}_p związany jest z położeniem detektora określającego y_p , gdzie:

$$y_p = F(\underline{x}_p) \quad (14)$$

^{x)} Autor zaprojektował i wykonał w Instytucie Informatyki Czasu Rzeczywistego prototyp układu do laboratoryjnego badania własności niektórych algorytmów regulacji ekstremalnej dla modelu obiektu ekstremalnego, którym była zaczerwiona podświetlana plansza.



Rys. 2. Ilustracja zasady działania algorytmu z sygnałem pomocniczym

Użyty sygnał próbny $\underline{\Delta}$ ma postać

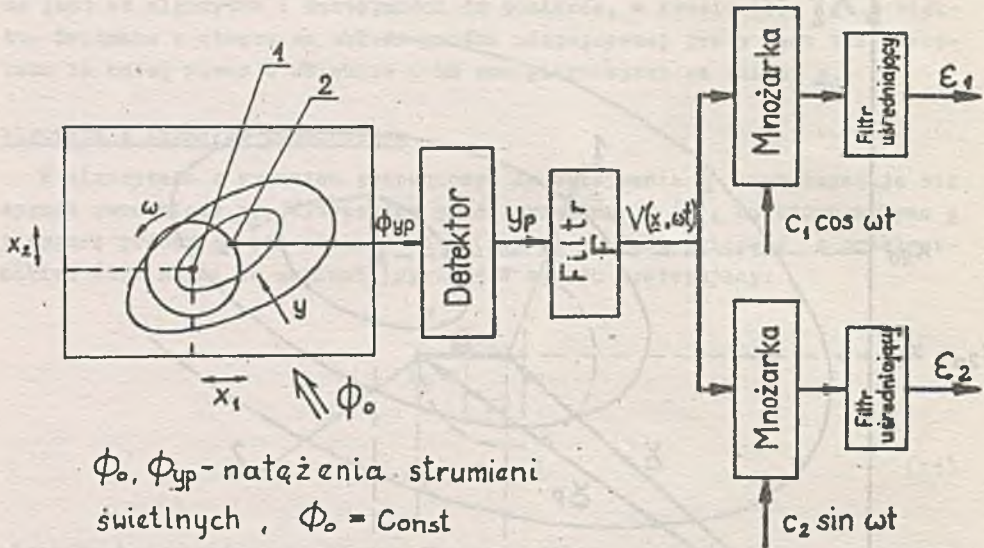
$$\underline{\Delta} = \Delta \cdot e^{j\omega t}, \quad \Delta > 0 \quad (15)$$

lub

$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} \quad (15a)$$

Więc sygnał pomocniczy \underline{x}_p można wyrazić jako

$$\begin{aligned} x_{p1} &= x_1 + \Delta \cos \omega t \\ x_{p2} &= x_2 + \Delta \sin \omega t \end{aligned} \quad (16)$$



Φ_0, Φ_{yp} - natężenia strumieni
światlnych, $\Phi_0 = \text{Const}$

1 - położenie organu roboczego
2 - położenie detektora

Rys. 3. Schemat blokowy układu regulacji ekstremalnej z algorytmem z sygnałem pomocniczym

Wprowadzenie sygnału Δ polega na wprowadzeniu detektora w ruch po okręgu o promieniu R , wokół położenia \underline{x} z pulsacją ω .

Przebieg $y_p(t)$ po rozłożeniu na szereg Taylora wokół \underline{x} ma postać:

$$y_p(t) = F(\underline{x}) + \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2} \Delta x_2 + M, \quad (17)$$

gdzie:

$$\Delta x_1 = \Delta \cos \omega t$$

$$\Delta x_2 = \Delta \sin \omega t$$

M - pomijalna reszta dla odpowiednio małego Δ

lub też:

$$y_p(t) = F(\underline{x}) + V(\underline{x}, \omega t) + M \quad (17a)$$

Po przejściu przez filtr pasmowo przepustowy (F) wielkość $V(\underline{x}, \omega t)$ odpowiada pierwszej harmonicznej przebiegu $y_p(t)$.

Czyli:

$$V(\underline{x}, \omega t) = V \sin(\omega t + \varphi) \quad (18)$$

gdzie:

$$V = \Delta \sqrt{\left(\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2}}{\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1}}$$

zatem wektor wskazowy $\hat{V}(\underline{x})$ odpowiada rzutowi wektora gradientu charakterystyki obiektu $F(\underline{x})$ w punkcie \underline{x} na płaszczyznę (x_1, x_2) .

$$\hat{V}(\underline{x}) = \Delta \cdot \left(\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1} + j \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2} \right) \quad (19)$$

Sygnały ε_1 , ε_2 , z $V(\underline{x}, \omega t)$ można otrzymać mnożąc odpowiednio $V(\underline{x}, \omega t)$ przez $\cos \omega t$, $\sin \omega t$ i uśredniając

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{T} \int_0^T V(\underline{x}, \omega t) \cdot C_1 \cdot \cos \omega t \cdot dt = \frac{C_1}{2} \cdot \Delta \cdot \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1} \quad (20)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{T} \int_0^T V(\underline{x}, \omega t) \cdot C_2 \cdot \sin \omega t \cdot dt = \frac{C_2}{2} \cdot \Delta \cdot \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2}$$

T - czas uśredniania

stąd:

$$\varepsilon_1 = k_1 \cdot \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1} \quad (21)$$

$$\varepsilon_2 = k_2 \cdot \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2},$$

gdzie:

$$k_1 = \frac{C_1 \cdot \Delta}{2}, \quad k_2 = \frac{C_2 \cdot \Delta}{2}$$

w ekstremum:

$$\frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_1} + \frac{\partial F(\underline{x})}{\partial x_2} = 0$$

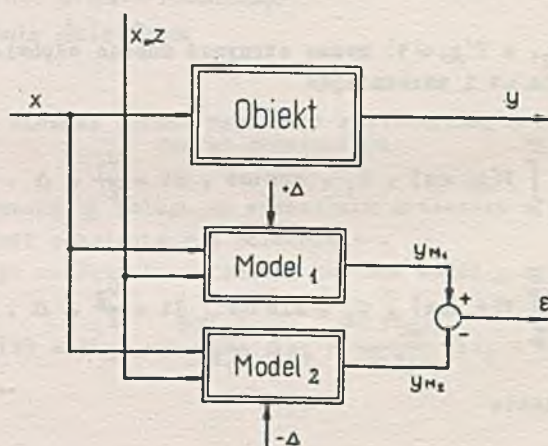
czyli $\underline{\varepsilon} = 0$.

Łatwo zauważyć, że przy odpowiednim regulatorze (B) ($\underline{\varepsilon} = 0$ to $\underline{w}' = 0$ w stanie ustalonym) y dąży do pewnej wartości bliskiej y_0 , która przy korzystnym kształcie charakterystyki i odpowiednim $\underline{\Delta}$ może być wprost równa y_0 .

Algorytm z modelami charakterystyki ekstremalnej obiektu

W celu określenia sygnału $\underline{\varepsilon}(s)$ wykorzystuje się w torze regulacji każdej zmiennej dwa identyczne modele części ekstremalnej [2].

Algorytm z modelami pozwala na regulację ekstremalną bez strat na przeszukiwanie dla obiektów o wartościach y_m mierzonych zarówno w kilku punktach (zbiór D), jak i tylko w jednym punkcie ($R=0$). Ideę algorytmu przedstawiono na rys. 4 dla przypadku obiektu dostępnego do pomiaru tylko w jednym punkcie.

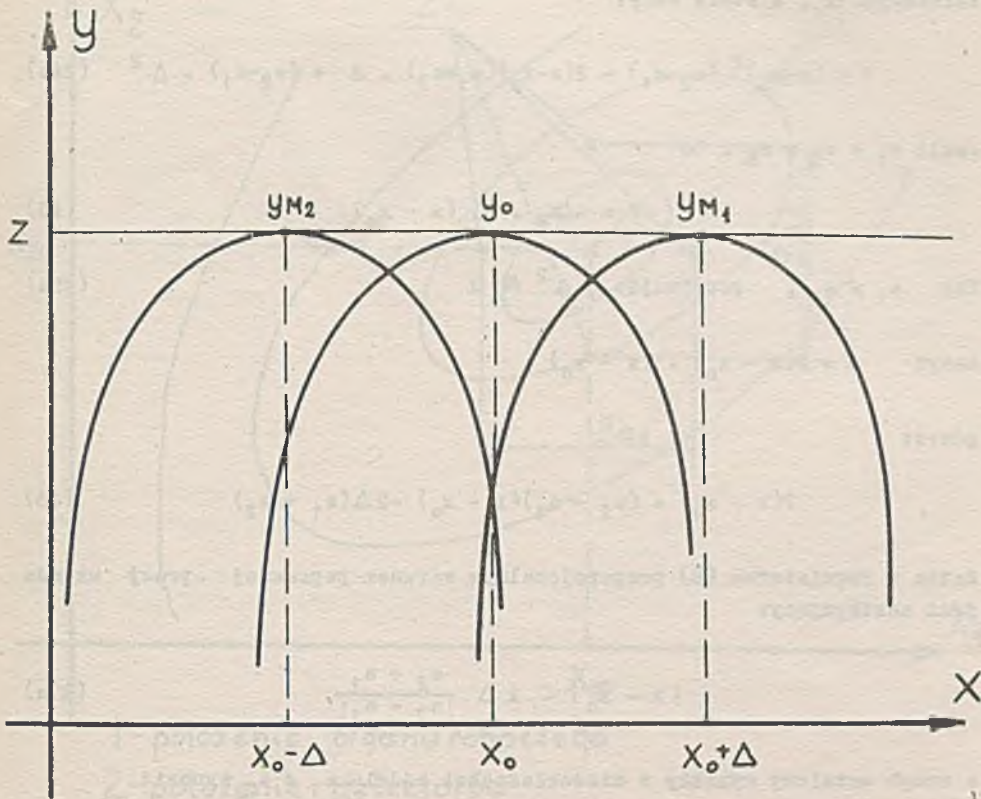


Rys. 4. Schemat blokowy przetwornika (A) algorytmu z modelami dla jednowymiarowej charakterystyki ekstremalnej obiektu o $R = 0$

Założmy, że dla każdej wartości wejściowej x_i równanie obiektu można podać w postaci:

$$y = -a_{0i}(x_i - x_{i0})^2 + z, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

$$a_{0i} > 0$$



Rys. 5. Określanie ekstremum wielkości wyjściowej obiektu przy korzystaniu z przetwornika o schemacie na rysunku 4

Wówczas dla każdej wielkości wejściowej ($i = 1, 2$) schemat przetwornika (A) i zasadę jego działania przedstawiają rysunki 4 i 5 (dla uproszczenia zapisu opuszczono indeks i):

Przyjmując sygnał próbny jako stałowartościowy można podać następujące równania modeli:

$$\text{model 1: } y_{M1} = -a_1(x + \Delta - x_0)^2 + z \quad (23)$$

$$\text{model 2: } y_{M2} = -a_2(x - \Delta - x_0)^2 + z,$$

gdzie: y_{M1} , y_{M2} - wielkości wyjściowe z modeli.

Uchyb ε jest wyrażony przez różnicę sygnałów wyjściowych z modeli, czyli:

$$\varepsilon = y_{M1} - y_{M2} \quad (24)$$

Zakładając x_0 , z stałe mamy:

$$\varepsilon = (x-x_0)^2 (a_2-a_1) - 2(x-x_0)(a_1+a_2) \cdot \Delta + (a_2-a_1) \cdot \Delta^2 \quad (24a)$$

Jeśli $a_1 = a_2 = a_M$, to

$$\varepsilon = -4a_M \cdot \Delta (x - x_0) \quad (25)$$

Dla $a_1 \neq a_2$, przyjmując $\Delta^2 \approx 0$ (25a)

mamy: $\varepsilon = P(x - x_0) \cdot (x - x_0)$,

gdzie:

$$P(x - x_0) = (a_2 - a_1)(x - x_0) - 2\Delta(a_1 + a_2) \quad (26)$$

Zatem z regulatorem (B) proporcjonalnym warunek poprawnej pracy układu jest następujący:

$$|x - x_0| < 2\Delta \frac{a_2 + a_1}{|a_2 - a_1|} \quad (27a)$$

a uchyb ustalony wynikły z niedokładności modelu $a_1 \neq a_2$ wynosi:

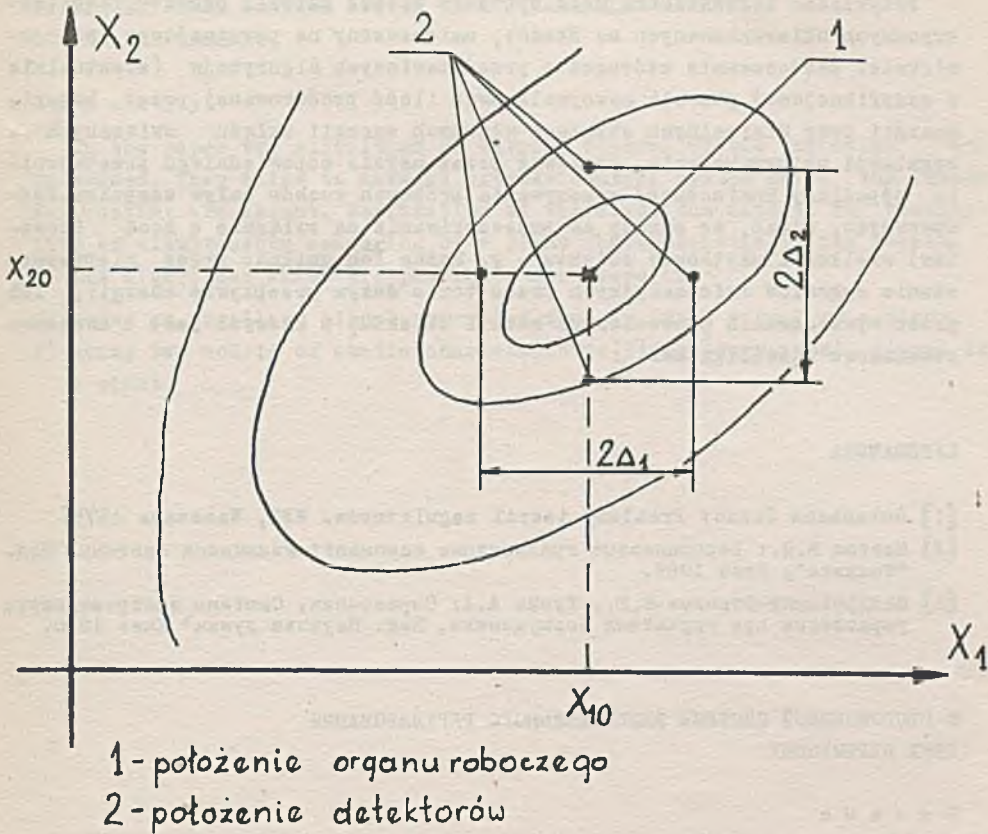
$$e = \left| \frac{1}{T} \int_0^T y(x, x_0, z) dt - y_0 \right| = \left| -a(x - x_0)^2 \right|_{\varepsilon=0} = \quad (27b)$$

$$= a \cdot \Delta^2 \left(\frac{a_1 + a_2 - \sqrt{a_1 \cdot a_2}}{a_2 - a_1} \right)^2$$

W przypadku obiektu o $R \neq 0$ (4), a takim jest np. zaczerpiona podświetlana plansza, przetwornik wyżej przedstawionego algorytmu dokonuje pomiaru charakterystyki obiektu w dwóch odległych od siebie o $2\Delta_1$ ($i=1,2$) punktach (rys. 6) dla i -tej zmiennej.

Praktycznie wartość uchybu ustalonego (2) nie jest zerowa i zależy od kształtu charakterystyki obiektu oraz wartości sygnałów próbnych Δ_1 ($i=1,2$) i umiejscowienia detektorów względem organu roboczego.

Można uchyb ten zmniejszyć podając w danym torze różne wartości Δ na modele (23).



Rys. 6. Ilustracja poszukiwania ekstremum algorytmem z modelami dla charakterystyki o $R \neq 0$

Uwagi końcowe

Przedstawione dwa algorytmy różnią się konstrukcją przetwornika (A) oraz zakresem zastosowań ze względu na własności obiektów ekstremalnych.

Dla konkretnych obiektów są możliwe pewne modyfikacje głównie przetwornika (A), w celu wyeliminowania strat związanych z niekorzystnym kształtem charakterystyki obiektu. Modyfikacje te mogą polegać na wykorzystaniu odpowiednio wybranych, pod kątem kształtu charakterystyki obiektu, przebiegów sygnałów próbnych.

Oprócz metody określania ξ istotne znaczenie w unikaniu strat w stanie ustalonym ma rodzaj zastosowanego regulatora (B). Jako przykład negatywny można podać zastosowanie w algorytmie regulatora przekątnikowego lub impulsowego z kwantowanym sygnałem wyjściowym, gdzie pojawiają się straty wynikłe z braku stanu ustalonego układu regulacji. Zakres zastosowań algorytmów obejmuje przede wszystkim obiekty (1), (3), (4) o charakterystykach dostępnych w jednej chwili dla kilku pomiarów ($R \neq 0$).

Przykładem zastosowania może być duży zespół baterii ogniw fotoelektrycznych ukierunkowanych na Słońce, umieszczony na poruszającym się obiekcie. Zastosowanie któregoś z przedstawionych algorytmów (ewentualnie z modyfikacjami) pozwala maksymalizować ilość produkowanej przez baterie energii przy minimalnych stratach własnych energii układu związanych z regulacją ukierunkowania, ponieważ przez użycie odpowiedniego przetwornika odpadłaby konieczność wykonywania próbných ruchów całym zespołem. Podsumowując, widać, że straty na przeszukiwanie są związane z mocą (kosztem) wielkości użytkowej obiektu - y . Można ich uniknąć przez nieprzeniesienie sygnałów informacyjnych przez tor o dużym przepływie energii, lub przez wprowadzenie pomocniczych modeli obiektu, z którymi jest związana stosunkowo niewielka moc.

LITERATURA

- [1] Gutenbaum Jakub: Problemy teorii regulatorów. WNT, Warszawa 1975.
- [2] Костяк В.И.: Беспойсковые градиентные самонастраивающиеся системы. Изд. "Техника", Киев 1969.
- [3] Мандровский-Доколов Б.Ю., Туник А.А.: Справочник, Системы экстремального управления при случайных возмущениях, Изд. Наукова думка" Киев 1970.

О БЕСПОИСКОВОЙ СИСТЕМЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Р е з ю м е

В статье представлены два алгоритма экстремального регулирования двух переменных. Эти алгоритмы разрешают построить систему экстремального регулирования в которой не выступают потери на поиск.

Конструкция алгоритма зависит от возможности одновременного измерения в нескольких точках характеристики объекта. Представленные алгоритмы заключаются в:

1. использовании пробного сигнала отделенного от входных величин объекта,
2. применении двух к каждой входной величине объекта, моделей статической характеристики [2].

ON THE EXTREMAL CONTROL SYSTEM OF TWO VARIABLES WITHOUT
LOSSES FOR SEEKING

S u m m a r y

In the paper two algorithms of extreme control of two variables are presented. They allow to make an extreme control system which the losses for seeking are absent. Realization of the algorithm depends on possibility of simultaneous measuring of a plant characteristic in few points.

The algorithms which are presented are based on:

- 1) using an auxillary signal separated from an input signal of a plant,
- 2) using two models of static characteristic [2] for every input signal of a plant.