

**WARIANTY ALGORYTMÓW OPRACOWANIA PRECYZYJNEJ SIECI  
REALIZACYJNEJ GNSS ZAŁOŻONEJ DLA GEODEZYJNEJ  
OBSŁUGI BUDOWY ZAKŁADU GÓRNICZEGO**

**ALGORITHMS VARIANTS OF ELABORATION OF THE PRECISE  
GNSS NETWORK ESTABLISHED FOR GEODETIC SERVICE OF  
BUILDING OF THE MINING FACILITY**

Ryszard MIELIMAŁA<sup>1</sup>, Zbigniew SIEJKA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Politechnika Śląska, <sup>2</sup>Uniwersytet Rolniczy im. H. Kołłątaja w Krakowie

**Streszczenie:** Artykuł podejmuje problematykę wykorzystania serwisów postprocessingu systemu ASG-EUPOS na przykładzie sieci realizacyjnej założonej dla geodezyjnej obsługi budowy upadowej łączącej powierzchnię terenu ze złożem węgla kamiennego oraz obiektów jej towarzyszących. Dla potrzeb geodezyjnej obsługi budowy tej inwestycji założono na zewnątrz planowanych obiektów sieć realizacyjną złożoną z sześciu nowo założonych punktów ziemnych i czterech punktów nawiazania należących do satelitarnej sieci ASG-EUPOS. Jednoczesny, statyczny pomiar tej sieci przeprowadzono za pomocą wieloczęstotliwościowych i wielosystemowych odbiorników satelitarnych firmy Trimble model R8 GNSS, w trzygodzinnej sesji obserwacyjnej. W pracy przedstawiono trzy warianty numerycznego opracowania wyników tak pomierzonej sieci GNSS. Obliczenia wykonano z wykorzystaniem serwisu POZGEO-D oraz pakietu programów geodezyjnych GEONET. Wyniki przeprowadzonych obliczeń pozwoliły stwierdzić, że jednorodne sieci wektorowe należy wyrównywać na elipsoidzie albo w układzie geocentrycznym. Przyjęty w pakiecie programów GEONET model wyrównania sieci wektorowej na płaszczyźnie nie powinien być stosowany do opracowania tego typu sieci (długie wektory nawiazania powyżej 50km).

**Key words:** GNSS, POZGEO-D, post-processing

## 1. WPROWADZENIE

Osnowa geodezyjna jest podstawowym ogniwem w technologicznym łańcuchu geodezyjnym, która ma decydujący wpływ na jakość i znaczenie produktów końcowych wszystkich opracowań geodezyjnych [3].

Punkty osnów geodezyjnych przenoszą na obszar kraju geodezyjny układ odniesienia i układ wysokości [6]. Osnowa jest oparciem dla wszystkich pomiarów, opracowań kartograficznych i wyznaczeń, jakie realizują geodeci.

Obecnie zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. „w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych” [6] oraz Rozporządzeniem Ministra Spraw Wewnętrznych i Administracji z dnia 9 listopada 2011 r. „w sprawie standardów technicznych wykonywania geodezyjnych pomiarów sytuacyjnych i wysokościowych oraz opracowywania i przekazywania wyników tych pomiarów do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego” [5] osnowę geodezyjną dzielimy na:

- osnowę podstawową fundamentalną,
- osnowę podstawową bazową,
- osnowę szczegółową,
- osnowę pomiarową,
- osnowę realizacyjną.

Pomiary mające na celu geodezyjne wyznaczenie obiektów budowlanych w terenie, geodezyjną obsługę budowy i montażu obiektów budowlanych, pomiaru przemieszczeń i odkształceń obiektów budowlanych oraz geodezyjną inwentaryzację powykonawczą

obiektów lub elementów obiektów budowlanych wykonuje się w oparciu o osnowę geodezyjną, pomiarową lub realizacyjną [5].

Osnowę realizacyjną zakłada się, gdy:

- bezpośrednio z istniejącej poziomej osnowy geodezyjnej i osnowy pomiarowej nie można dokonać tyczenia;
- dokładność istniejącej poziomej osnowy geodezyjnej i osnowy pomiarowej jest zbyt niska do potrzeb inwestycji;
- istniejąca pozioma osnowa geodezyjna i osnowa pomiarowa podczas realizacji inwestycji może zostać zniszczona.

Osnowę realizacyjną nawiązuje się do poziomej osnowy geodezyjnej oraz wysokościowej osnowy geodezyjnej i wyrównuje metodą najmniejszych kwadratów z obliczeniem błędów średnich położenia punktów.

Osnowa realizacyjna pod względem konstrukcyjnym może być:

- siecią jednorzędową;
- siecią dwurzędową zakładaną dla złożonych i dużych inwestycji realizowanych etapami.

## 2. OBIEKT BADAWCZY I METODOLOGIA POMIARU

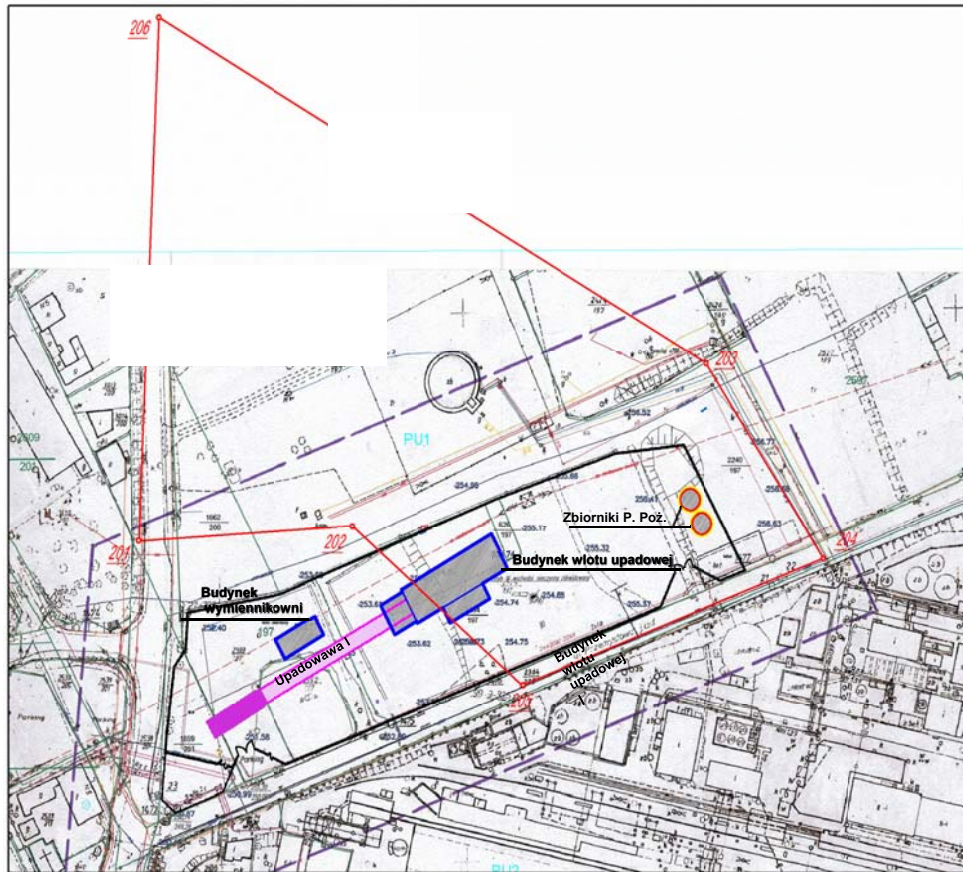
W nowo budowanym zakładzie górniczym rozpoczęto drążenie upadowej mającej połączyć powierzchnię terenu z wyrobiskami górniczymi na poziomie 700 m. Upadową tą będzie odbywał się transport urobku z głębi kopalni na powierzchnię terenu.

Teren budowy upadowej ma w przybliżeniu kształt prostokąta o wymiarach ok. 230 m na ok. 62 m (rys. 1). W terenie tym zamierza się wybudować, oprócz części naziemnej upadowej, takie główne obiekty, jak: budynek wlotu upadowej o wymiarach 42x14 metrów, budynek wymiennikowni o wymiarach 18x8 metrów oraz dwa zbiorniki przeciwpożarowe o średnicy 8,6 m, a także poprowadzić sieci: wodociągową, ciepłowniczą, energetyczną, teletechniczną oraz kanalizacji sanitarnej i deszczowej.

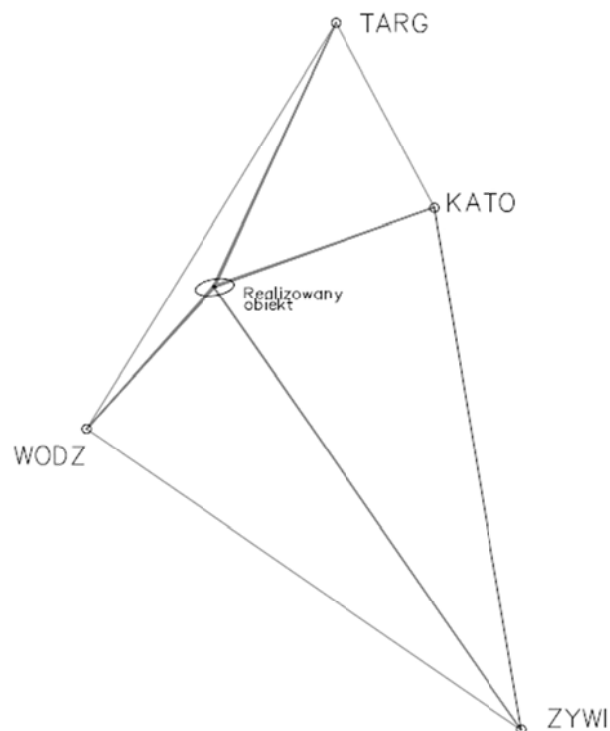
Drążona upadowa będzie miała nachylenie  $10^\circ$ , szerokość ok. 6 m i początkowo na odcinku ok. 92 metrów będzie prowadzona w wykopie, który na końcowym ok. 25 metrowym odcinku będzie zadaszony. Następnie wykop ten przechodzić będzie w wyrobisko drążone w górotworze metodami górniczymi.

Dla realizacji upadowej i obiektów jej towarzyszących została założona sieć realizacyjna składająca się łącznie z dziesięciu punktów. Sześć punktów to punkty nowo wyznaczone, zlokalizowane na zewnątrz terenu budowy (rys. 1), natomiast cztery punkty to punkty nawiązania należące do satelitarnej sieci ASG-EUPOS (rys. 2).

Określenia współrzędnych punktów sieci dokonano techniką satelitarną za pomocą metody statycznej, w nawiązaniu do czterech permanentnych, najbliższych położonych stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS (KATO w Katowicach, TARG w Tarnowskich Górach, ZYWI w Żywcu i WODZ w Wodzisławiu Śląskim).



Rys. 1. Rozmieszczenie punktów wyznaczanych osnowy realizacyjnej do obsługi budowy upadowej i obiektów jej towarzyszących



Rys. 2. Układ stacji referencyjnych wykorzystanych do pomiaru

Punkty nowo założone zlokalizowano w miejscach zapewniających ich trwałość i stałość przez cały okres budowy. Ich położenie zostało tak dobrane, aby:

- możliwe było do utworzonej przez nie sieci nawiązanie pomiarów realizacyjnych metodami klasycznymi,
- jeden z boków tej sieci (bok 205-206) mógł stanowić bazę dla pomiarów giroskopowych, których wykonywanie będzie niezbędne na etapie realizacji upadowej i orientacji sytuacyjnej poziomu wydobywczego kopalni.

Pomiary na poszczególnych punktach zostały zaplanowane w ten sposób, aby zapewnić optymalne warunki obserwacyjne satelitów, takie same czasy obserwacji na wszystkich punktach oraz poprawność konstrukcji geometrycznej sieci z zachowaniem wysokiej jakości obserwacji nadliczbowych i bezpośredniego, optymalnego dowiązania do punktów klas wyższych.

Czas trwania sesji pomiarowej dla wektorów pomiędzy punktami wyznaczanymi założono na 3 godziny, przy przyjęciu następujących parametrów pomiaru:

- interwał rejestracji danych z satelitów – 1 sekunda,
- minimalna liczba satelitów – 5,
- kąt otwarcia horyzontu – 10°.

Anteny GPS poziomowano i centrowano nad punktami pomiarowymi z wykorzystaniem statywów, spodarek oraz precyzyjnych pionowników optycznych wyposażonych w precyzyjne libele rurkowe.

Pomiar wysokości anten wykonano z dokładnością odczytu  $\pm 1$  mm – pomierzono odległości skośne (3 pomiary na każdym stanowisku) pomiędzy centrem znaku ziemnego a punktem odniesienia na antenie (Antenna Reference Line). Zastosowane rozwiązania miały na celu zminimalizowanie błędów operatorskich.

### 3. OPRACOWANIE SIECI WEKTOROWEJ GPS

Obecnie zgodnie z obowiązującymi przepisami osnowy geodezyjne zakłada się w sieciach, wykorzystując: obserwacje statycznych pomiarów satelitarnych GNSS, pomiarów wykonywanych w ramach systemu ASG-EUPOS oraz klasycznych pomiarów metodą poligonizacji i wcięć.

Zrealizowana sieć, była „czystą” siecią wektorową GPS nawiązaną do stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS (rys. 2).

Właściwe wyrównanie sieci poprzedzone zostało realizacją zadania postprocessingu obserwacji satelitarnych GNSS [4].

W literaturze i praktyce przedmiotu wyróżnia się generalnie trzy metodologie ścisłych wyrównań tego typu sieci geodezyjnych. Zależą one od wyboru przestrzeni matematycznej, w której będziemy realizować proces wyrównania [1, 3].

#### ***Wyrównanie sieci w trójwymiarowym układzie kartezjańskim-geocentrycznym XYZ elipsoidy GRS80 (WGS-84)***

W tej metodzie wyrównania, wektory GPS ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) stają się bezpośrednio wyrównywanymi obserwacjami, w liniowym zadaniu metody najmniejszych kwadratów [2].

Układ równań normalnych w zapisie ogólnym ma postać:

$$A^T \cdot P \cdot A \cdot X = A^T \cdot P \cdot L \quad (1)$$

gdzie:

- X – wektor niewiadomych współrzędnych punktów,
- A – macierz współczynników przy niewiadomych,
- P – macierz wagowa,
- L – wektor wyrazów wolnych

Następnie wyrównane globalnie, współrzędne geocentryczne  $XYZ$  transformuje się do układu współrzędnych płaskich  $xy$ .

$$XYZ(GRS80) \rightarrow BLH(GRS80) \rightarrow xy2000/18 \quad (2)$$

## **Wyrównanie sieci na elipsoidzie GRS80 (WGS-84)**

Etapem wstępnym przed wyrównaniem jest tutaj odpowiednie przekształcenie wektorów GPS do nowej przestrzeni matematycznej, w której utworzony zostanie model funkcjonalny wyrównania.

W tej metodzie trójwymiarowe wektory GPS  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  w pierwszym etapie opracowania zostają przekształcone do zadanej elipsoidy (WGS-84) w wektory linii geodezyjnych  $(s, A)$  oraz różnice wysokości elipsoidalnych  $(\Delta h)$  tworząc tzw. pseudo-observacje:

$$(\Delta X_{jk}, \Delta Y_{jk}, \Delta Z_{jk}) \rightarrow (s_{jk}, A_{jk}, \Delta h_{jk}) \quad (3)$$

Następnie pseudo-observacje poddajemy procesowi wyrównania finalnego na elipsoidzie WGS-84 (wyznaczamy współrzędne  $B, L$  dla wszystkich punktów). Na końcu przeliczamy wyniki do układu kartograficznego, np. „xy2000”.

## **Wyrównanie sieci w układzie odwzorowawczym**

Procedura ta wymaga przygotowania zbioru pseudo-observacji (pseudo-wektorów płaskich) do wyrównania na właściwej płaszczyźnie odwzorowawczej, np. układu „xy2000”.

Wymaga zrealizowania dodatkowego zadania polegającego na odwzorowaniu sieci wektorowej GNSS na sieć elipsoidalną, a następnie na sieć na płaszczyźnie odwzorowawczej:

$$(\Delta X_{jk}, \Delta Y_{jk}, \Delta Z_{jk}) \rightarrow (s_{jk}, A_{jk}, \Delta h_{jk}) \rightarrow (s'_{jk}, A'_{jk}) \quad (4)$$

Ze względów praktycznych, (szczególnie przy potrzebie łączenia obserwacji satelitarnych z klasycznymi obserwacjami naziemnymi) wydaje się być najwłaściwszym wariantem numerycznego opracowania pomiarów zintegrowanych. Jednak kluczowe znaczenie ma w tym przypadku poprawne przetworzenie oryginalnych wektorów GPS do postaci pseudoobservacji na płaszczyźnie odwzorowawczej, co jest zadaniem dość złożonym.

## **4. WYNIKI POMIARÓW I OBLICZEŃ**

Wyrównanie pomierzonej sieci realizacyjnej GNSS zgodnie z przedstawionymi wariantami wykonano z wykorzystaniem serwisu POZGEO-D oraz pakietu programów geodezyjnych GEONET. W pracy szczegółowej analizie poddano wyniki wyrównania współrzędnych płaskich „xy”. Charakterystyczne wyniki tych obliczeń parametry w postaci globalnych parametrów wyrównania przedstawiono w tabelach 1, 2 oraz 3.

Uzyskane z wyrównań według przyjętych wariantów rozkłady średnich błędów położenia punktów pokazano na rys. 3.

Tabela 1  
Parametry wyrównania w układzie geocentrycznym XYZ (ETRF'89) – wariant „W1”

Liczba wektorów	39
Błąd średni centrowania anteny w poziomie	0.0020m
Błąd średni pomiaru wysokości anteny	0.0020m
Liczba wszystkich wektorów wyrównanych (M)	39
Liczba zidentyfikowanych punktów sieci (LP)	10
Liczba punktów nawiązania (3D)	4
Liczba elementów nadwymiarowych układu (LU)	99
Błąd średni jednostkowy (Mo)	1.00
Odchyłka przeciętna długości wektora $vR$ (przec)	0.0108
Odchyłka maksymalna długości wektora $vR$ (max)	0.0349

Tabela 2

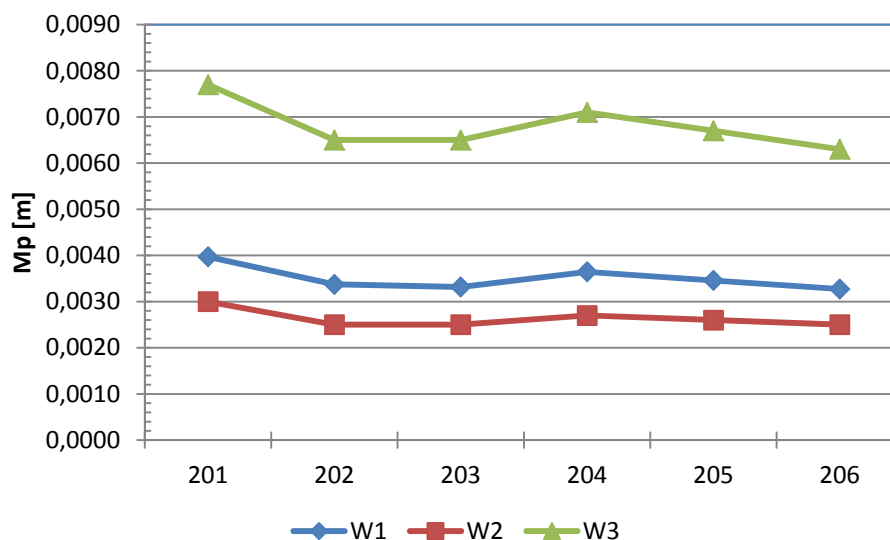
Parametry wyrównania na elipsoidzie GRS-80 – wariant „W2”

Liczba wszystkich punktów sieci	10
Liczba stałych punktów nawiazania	4
Liczba punktów wyznaczanych	6
Liczba azymutów geodezyjnych (GNSS)	39
Liczba długości GNSS	39
Liczba niewiadomych współrzędnych	12
Łączna liczba obserwacji	78
Nadwymiarowość układu obserwacyjnego	66
Globalny wskaźniki niezawodności: z [%]	84.6%
Przeciętny błąd położenia punktu Mp(sr)	0.0026m
Maksymalny błąd położenia punktu Mp(sr)	0.0030m
Błąd średni jednostkowy Mo	0.9858m
Estymaty cząstkowe Mo dla długości	1.0845
Estymaty cząstkowe Mo dla azymutów	0.8756
Odchyłka maksymalna długości linii geodezyjnej	-0.0152m
Odchyłka przeciętna długości linii geodezyjnej	0.0087m

Tabela 3

Parametry wyrównania na płaszczyźnie układu xy2000 – wariant „W3”

Liczba wszystkich punktów sieci	10
Liczba stałych punktów nawiazania	4
Liczba punktów wyznaczanych	6
Liczba azymutów geodezyjnych (GNSS)	39
Liczba długości GNSS	39
Liczba niewiadomych współrzędnych	12
Łączna liczba obserwacji	78
Nadwymiarowość układu obserwacyjnego	66
Globalny wskaźniki niezawodności: z [%]	84.6%
Przeciętny błąd położenia punktu Mp(sr)	0.0068m
Maksymalny błąd położenia punktu Mp(sr)	0.0078m
Błąd średni jednostkowy Mo	2.5495m
Estymaty cząstkowe Mo dla długości	1.0784
Estymaty cząstkowe Mo dla azymutów	3.4405
Odchyłka maksymalna długości boku	-0.0130m
Odchyłka maksymalna azymutu	-10.9”



Rys. 3. Rozkład błędów położenia punktów dla poszczególnych wariantów wyrównania

## 5. WNIOSKI

Poprawne wyrównanie obserwacji pozyskanych w trakcie pomiarów sieci geodezyjnej ma fundamentalne znaczenie, dla jakości wszystkich prac wykonywanych w oparciu o wyznaczone w takiej sieci punkty osnowy. Natomiast każda poprawnie wykonana obserwacja może podnieść, jakość opracowania sieci. Bardzo ważną kwestią związaną z przygotowaniem poprawnych zbiorów wejściowych, jest sprowadzenie miar obserwacji do wspólnej przestrzeni matematycznej, w której dokonane zostanie ostateczne wyrównanie sieci.

Przedstawione w niniejszej pracy eksperymenty polegały na tym, że tą samą sieć geodezyjną, pomierzoną techniką GNSS, metodą statyczną, wyrównano niezależnie w trzech różnych przestrzeniach matematycznych: w układzie geocentrycznym, na elipsoidzie GRS-80 oraz na płaszczyźnie odwzorowawczej układu „2000/18”.

Wyniki wyrównania wykazały, że wyrównanie sieci na elipsoidzie po przekształceniu wektorów kartezjańskich ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) w wektory linii geodezyjnych ( $s_{jk}, A_{jk}$ ) dało wyniki obarczone najmniejszymi błędami numerycznymi:

- przeciętny błąd położenia punktu  $M_{p(sr)} = 0.0026m$ ,
- maksymalny błąd położenia punktu  $M_{p(max)} = 0.0030m$ .

Nieznacznie gorsze wyniki pod względem dokładności numerycznego wyrównania uzyskano z wyrównania w trójwymiarowym układzie geocentrycznym, które wydaje się najbardziej naturalnym sposobem wyrównania obserwacji GNSS.

W tym wyrównaniu uzyskano:

- przeciętny błąd położenia punktu  $M_{p(sr)} = 0.0035m$ ,
- maksymalny błąd położenia punktu  $M_{p(max)} = 0.0040m$ .

Najmniej dokładne numeryczne parametry wyrównania uzyskano przy opracowaniu sieci na płaszczyźnie układu odwzorowawczego „xy2000/18”. W tym wypadku uzyskano:

- przeciętny błąd położenia punktu  $M_{p(sr)} = 0.0068m$ ,
- maksymalny błąd położenia punktu  $M_{p(max)} = 0.0078m$ .

Są to wyniki ponad dwukrotnie gorsze od wyników wyrównania na elipsoidzie (GRS-80). Natomiast uzyskany w procesie wyrównania błąd średni jednostkowy przeciętnej obserwacji  $M_0 = 2.5$  (tabela 3) dyskwalifikuje to rozwiązanie, jako wyrównanie numerycznie niepoprawne.

Porównanie uzyskanych wyników przeprowadzonych wyrównań sieci prowadzi do wniosku: że jednorodne sieci wektorowe należy wyrównywać na elipsoidzie albo w układzie geocentrycznym. Przyjęty model wyrównania sieci wektorowej na płaszczyźnie nie może być stosowany do opracowania tego typu sieci (długie wektory nawiązania powyżej 50 km) lub wymaga korekty przed jego użyciem.

## 6. LITERATURA

- [1] Bosy J.: Precyzyjne opracowanie obserwacji satelitarnych GPS w lokalnych sieciach położonych w terenach górskich. ZN Akademii Rolniczej we Wrocławiu, 2005.
- [2] Kadaj, R.: Jak rachować pomiary GPS. Magazyn Geoinformacyjny Geodeta. NAWI, 1(19), 10-13. Warszawa, 2009.
- [3] Lamparski J., Świątek K.: GPS w praktyce geodezyjnej. Wyd. Gall. Katowice, 2007.
- [4] Siejka Z.: Propozycja metodyki opracowania obserwacji satelitarnych GNSS z wykorzystaniem serwisu POZGEO D do zakładania punktów osnowy pomiarowej. Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich. PAN Oddział w Krakowie. Komisja Technicznej Infrastruktury Wsi, 2012.
- [5] Rozporządzenie Ministra Spraw Wewnętrznych i Administracji z dnia 9 listopada 2011 r. w sprawie standardów technicznych wykonywania geodezyjnych pomiarów sytuacyjnych i wysokościowych oraz opracowywania i przekazywania wyników tych pomiarów do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego. Warszawa 2011.
- [6] Rozporządzeniem Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnow geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych. Warszawa 2012.