

## SPEKTRALNE CIEPŁO KRYSZALIZACJI ŻELIWA SZAREGO

S. JURA<sup>1</sup>, Z. JURA<sup>2</sup><sup>1</sup> Katedra Odlewnictwa Politechniki Śląskiej w Gliwicach<sup>2</sup> Katedra Mechaniki Teoretycznej Politechniki Śląskiej w Gliwicach

## STRESZCZENIE

Stosując metodę analizy termicznej i derywacyjnej określono kinetykę krystalizacji żeliwa szarego. Opisano sumaryczne ciepło spektralne krystalizacji żeliwa ( $q(T)$ ) jako funkcję temperatury. Przedstawiono przykładowo ciepło krystalizacji dendrytycznej oraz krystalizacji eutektycznej. Pokazano graficznie krzywą kalorymetryczną  $T_c'(t)$  oraz strumień ciepła  $q(t)$  oddawanego przez komórkę określoną podziałem w metodzie różnic skończonych. Opracowane funkcje ciepła są niezbędne do stosowania w metodach symulacji komputerowej procesu krystalizacji odlewów.

## 1. WSTĘP

Rozwijające się dosyć burzliwie metody symulacji komputerowej wymagają rozwiązania trzech problemów:

- opracowania nowych metod symulacji komputerowej procesu krzepnięcia i stygnięcia odlewów,
- określenia dokładnego współczynników termofizycznych ciała ciekłego i stałego,
- określenia dokładnego kinetyki przemian fazowych a w szczególności kinetyki procesu krystalizacji.

Szczególnie interesującym jest proces krystalizacji w tym rozważanym przypadku krystalizacji żeliwa. Kinetyka tych przemian decyduje o wielu procesach i właściwościach technologicznych żeliwa. Przyjmowanie więc hipotetycznego rozkładu ciepła krystalizacji jako układu prostokątnego lub parabolicznego w zakresie temperatur likwidus – solidus jest dużym uproszczeniem [1]. Stosowanie metod symulacji komputerowej dla takich warunków nie opisuje rzeczywistych zjawisk w odlewie. Najczęściej badaczy zadowala jeżeli symulacja jest zgodna z pomiarem w

---

<sup>1</sup> Prof. dr hab. inż. e-mail: [sekrmt3@zeus.polsl.gliwice.pl](mailto:sekrmt3@zeus.polsl.gliwice.pl)

<sup>2</sup> Dr inż. e-mail: [zjura@silesia.pik-net.pl](mailto:zjura@silesia.pik-net.pl)

stanie ciekłym powyżej temperatury likwidus ( $T > TL$ ) oraz w stanie stałym tj. poniżej temperatury solidus ( $T < TS$ ). Jak wykazują badania procesu krystalizacji metodą analizy termicznej i derywacyjnej proces krystalizacji kończy się poniżej temperatury solidus ( $TK < TS$ ). Obserwacje te zmuszają do zastanowienia się nad szczegółową analizą kinetyki procesu krystalizacji [2,3].

## 2. FUNKCJE KRYSTALIZACJI

Metoda analizy termicznej i derywacyjnej (metoda ATD) pozwala na szczegółowy opis kinetyki procesu krystalizacji stopu [4]. Dotychczas najczęściej analiza termiczna stopu służy do wyznaczenia temperatur przemian fazowych. Natomiast metoda ATD pozwala na opis kinetyki krystalizacji. Jeżeli rozważa się pomiar ATD w punkcie cieplnym środkowym, tj. takim przez który nie przepływa ciepło z sąsiednich elementów to równanie pochodnej stygnięcia ma postać:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-F}{M \cdot c_p} \alpha(T)(T - T_o) + \frac{A_K}{M \cdot c_p} \left( g \frac{dz}{dt} + z \frac{dg}{dt} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$T$  – temperatura [°C],

$t$  – czas [s],

$F$  – powierzchnia oddawania ciepła przez próbnik [m<sup>2</sup>],

$M$  – masa próbnik [kg],

$c_p$  – ciepło właściwe [J/(kg•K)],

$\alpha(T)$  – współczynnik oddawania ciepła do otoczenia [J/(s•m<sup>2</sup>•K)],

$T_o$  – temperatura otoczenia [°C],

$A_K$  – stała krystalizacji [J/kg],

$g$  – grubość warstwy zakrzepłej [m],

$z$  – liczba zarodków.

Pierwszy człon opisuje proces oddawania ciepła przez badany element, natomiast drugi człon opisuje kinetykę procesu krystalizacji. Tak więc funkcja krystalizacji w ogólnym zapisie ma postać:

$$F_{KW} = \frac{A_{KW}}{m_e c_p} \left( g \frac{dZ}{dt} + z \frac{dg}{dt} \right) \quad (2)$$

gdzie:

$F_{KW}$  – funkcja krystalizacji warstwowej [K/s],

$A_{KW}$  – stała krzepnięcia warstwowego [J/kg],

$m_e$  – masa pojedynczego analizowanego elementu [kg]

Korzystając z opisu szybkości zarodkowania wg Tammana ( $dZ/dt$ ) oraz wzrostu warstwy zakrzepłej  $g = G\sqrt{t}$  wg Chworinowa i podstawiając do równania (2) otrzymuje się szczegółowe równanie krystalizacji [2]:

$$F_{KW} = \frac{A_{KW}}{m_e c_p} \left( \frac{U_{ZW} \cdot p \cdot \exp(p(W-t)) \cdot G\sqrt{t}}{(1 + \exp(p(W-t)))^2} + \frac{U_{ZL} \cdot G_1 \cdot KV}{(1 + \exp(p(W-t)))\sqrt{t}} \right) \quad (3)$$

gdzie:

$U_{ZW}$  – stała zarodkowania w procesie krystalizacji warstwowej [ ],

$U_{ZL}$  – liczba zarodków [ ],

$W$  – parametr funkcji zarodkowania (czas dla maksimum funkcji) [s],

$G$  – stała przyrostu grubości warstwy [ $m/s^{0,5}$ ],

$G_1 = G/2$  stała wzrostu kryształu [ $m/s^{0,5}$ ],

$p$  – parametr funkcji zarodkowania [ $1/s$ ].

Funkcja  $KV$  przedstawiono wzorem:

$$KV = 1 - \frac{1}{1 + \exp(p_K (W_K - t))} \quad (4)$$

opisuje proces wyczerpywania metalu ciekłego w procesie krystalizacji cieczy ciała stałego.

Przedstawiony opis dotyczy każdego przypadku krystalizacji odlewu. Zmienna ( $t$ ) dla każdego punktu odlewu powoduje zmianę krzywych ATD co zależy od dynamiki procesu. Stosując tę metodę można obserwować i analizować procesy krystalizacji przy zachowaniu tej samej geometrii próbника (odlewu) oraz tego samego punktu pomiarowego (najlepiej środka cieplnego).

Dla stosowania opisu procesu krystalizacji przydatnego do symulacji komputerowej koniecznym jest zastosowanie funkcji krystalizacji zależnych od temperatury. Przyjęto następujący opis funkcji krystalizacji:

$$F_{KT} = \frac{U_{ZT} \cdot Z \cdot \exp(Z(T-W))}{(1 + \exp(Z(T-W)))^2} + \frac{U_{KT} \cdot KLT}{1 + \exp(Z(T-W))} \quad (5)$$

gdzie:

$U_{ZT}$  – stała zarodkowania zależna od temperatury [ $J/(kg \cdot K)$ ],

$U_{KT}$  – stała wzrostu kryształów zależna od temperatury [ $J/(kg \cdot K)$ ],

$Z$  – parametr funkcji zarodkowania,

$W$  – parametr funkcji zarodkowania,

$Z_K$  – parametr funkcji wzrostu kryształów,

$W_K$  – parametr funkcji wzrostu kryształów.

Funkcja  $KLT$  przedstawiono wzorem:

$$KLT = \frac{1}{1 + \exp(Z_K (W_K - T))} \quad (6)$$

Funkcja (5) opisuje spektralne ciepło krystalizacji. Odpowiedni dobór współczynników i zmiennych pozwoli na poprawne odtworzenie krzywych stygnięcia i krystalizacji metodami symulacji tj. porównywanie z doświadczeniem.

### 3. FUNKCJE CIEPŁA SPEKTRALNEGO KRYSZALIZACJI ŻELIWA

Ciepłem spektralnym krystalizacji przyjęto nazywać ciepło opisywane funkcjami zależnymi od temperatury w całym zakresie krzepnięcia. Funkcje te można odnosić do sumarycznej krystalizacji ciała lub można odnieść do poszczególnych faz krystalizacji.

Wyznaczenie parametrów i współczynników w równaniu 5 i 6 odbywa się metodami numerycznymi. Podstawą jest pomiar procesu stygnięcia i krystalizacji metodą ATD. Parametrem optymalizującym jest różnica temperatury między pomiarem a symulacją komputerową.

Do badań przyjęto żeliwa w składzie chemicznym przedstawionym w tabeli nr 1.

Do obliczeń symulacyjnych zastosowano program ColdCAST oraz obliczono parametry fizyczne procesu stygnięcia żeliwa przedstawiono w tabeli nr 2.

Tabela 1. Skład chemiczny badanych żeliw  
Table 1. Chemical conditions of investigated cast iron

Pierwiastek	żeliwo 1	żeliwo 2
C	2,50 %	3,26 %
Si	1,50 %	1,61 %
Mn	0,27 %	0,36 %
P	0,17 %	0,11 %
S	0,02 %	0,03 %

Tabela 2. Parametry fizyczne procesu stygnięcia badanych żeliw  
Table 2. Physical parameters self-cooling process of investigated cast iron

Parametr	żeliwo 1	żeliwo 2
Temperatura zalewania [°C]	1355	1332
Przewodnictwo cieplne [W/mK]		
λ w stanie ciekłym	30	30
λ w stanie stałym	60	60
Pojemność cieplna c <sub>p</sub> [J/kg K]		
w stanie ciekłym	700	700
w stanie stałym	837	837
gęstość [kg/m <sup>3</sup> ]	7000	7000
opór styku [m <sup>2</sup> K/W]		
w stanie ciekłym	0,00047	0,00065
w stanie stałym	0,00018	0,00105

Do obliczeń przyjęto dwie funkcje krystalizacji zgodnie z wykresem równowagi fazowej Fe–C. Są to funkcja krystalizacji dendrytycznej fazy gama ( $f_D$ ) oraz funkcja krystalizacji eutektycznej ( $f_E$ ). W wyniku obliczeń aproksymacyjnych symulacji komputerowej stygnięcia próbnika ATD określono parametry i współczynniki dla równania 5 i 6. Parametry te wynoszą odpowiednio:

Tabela 3. Obliczone parametry funkcji krystalizacji badanych żeliw  
Table 3. Calculated parameters of crystallization function of investigated cast iron

Parametr	żeliwo 1		żeliwo 2	
	Funkcja D	funkcja E	funkcja D	funkcja E
$U_{ZT}$	15000	40000	8800	45000
$Z$	0,4	0,4	0,4	0,6
$W_D=TL$	1260	1105	1207	1137
$U_{KT}$	2200	6900	900	7200
$Z_K$	0,03	0,12	0,04	0,066
$W_K$	1200	1104	1145	1127

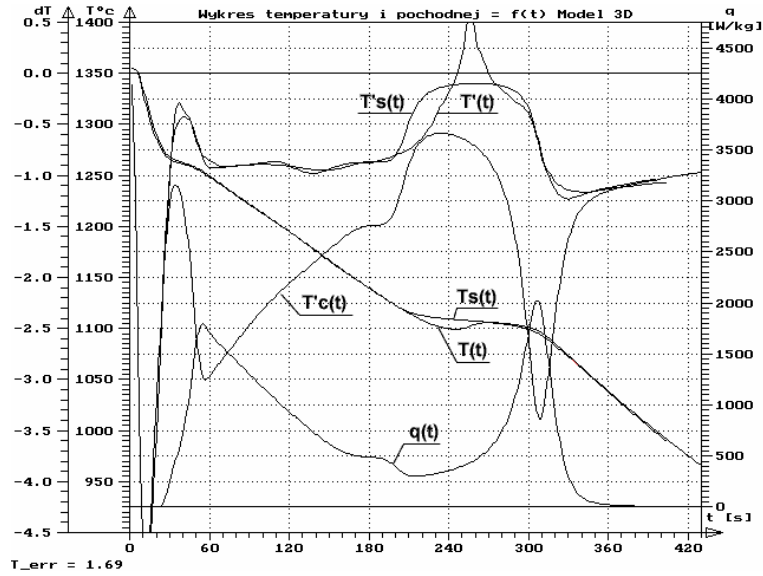
#### 4. GRAFICZNA ANALIZA OBLICZONYCH FUNKCJI CIEPŁA SPEKTRALNEGO KRYSZALIZACJI ŻELIWA

W procesie symulacji komputerowej stygnięcia i krystalizacji próbnika ATD przyjęto zasadę, że krzywa chłodzenia  $T(t)$  i krystalizacji  $T'(t)$  w czasie pokrywa się dosyć dokładnie z krzywymi symulacji komputerowej stygnięcia  $T_s(t)$  oraz krystalizacji  $T_s'(t)$ . Przyjęto, że pochodna stygnięcia jest krzywą krystalizacji. Różnice między tymi krzywymi winny być minimalne. Wtedy opis funkcyjny procesu krystalizacji i stygnięcia będzie bliski rzeczywistości. Na rys.1 przedstawiono krzywe które opisują procesy przebiegające w czasie a krzywe temperatury  $T(t)$  i krystalizacji  $T'(t)$  rzeczywiste są porównywane z tymi samymi krzywymi symulowanymi  $T_s(t)$  i  $T_s'(t)$ . Przedstawiony wykres ATD dotyczy żeliwa 1. Średnia różnica temperatur między pomiarem a symulacją wynosi 1,69 K. Analizując ten wykres możemy stwierdzić, że zgodność jest bardzo dobra. Ze względu na stosowaną metodę entalpową nie można uzyskać dobrej zgodności na odcinku przechłodzenia żeliwa w procesie krystalizacji eutektycznej (temperatura przemiany metastabilnej – TSM). Oczywiście stosując tę metodę w opisie symulacji komputerowej uzyskuje się pewne rozbieżności również na krzywej krystalizacji (pochodnej krzywej stygnięcia).

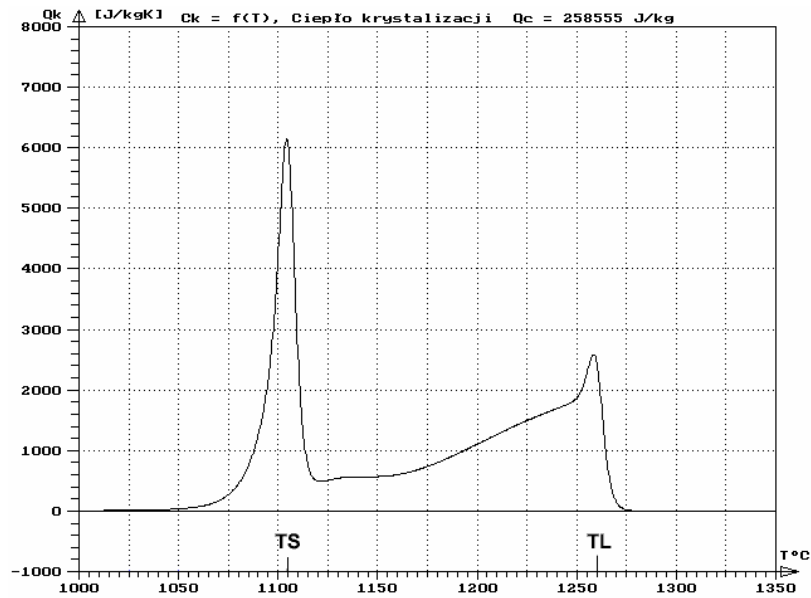
Przyjmując te warunki można było określić przebieg krzywej kalorymetrycznej  $Tc'(t)$  zwanej również krzywą zerową lub bazową. Krzywa ta jest bardzo złożoną i dlatego tak trudno ją określić metodami analitycznymi. Zależy ona od dynamiki procesu krystalizacji i dla każdego punktu (komórki) odlewu będzie inna, podobnie zresztą jak krzywa krystalizacji.

Na rys. 1 pokazano wykres ATD stygnięcia i krystalizacji żeliwa 1. Mając określoną krzywą kalorymetryczną można łatwo wyznaczyć strumień ciepła  $q(t)$  oddawany przez element próbnika. Strumień ten wyznacza się z zależności:

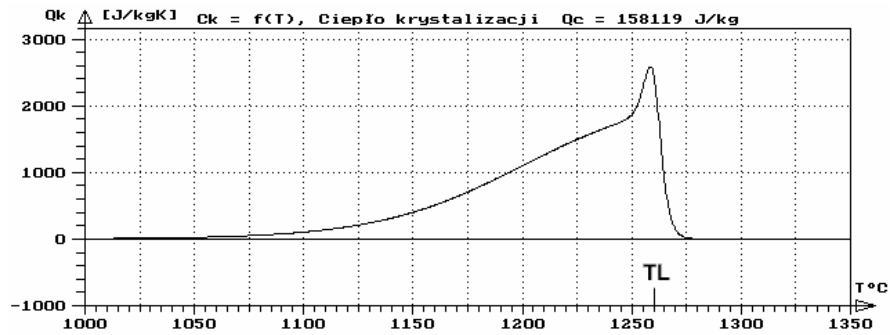
$$q(t) = K (T'(t) - Tc'(t)) \quad (7)$$



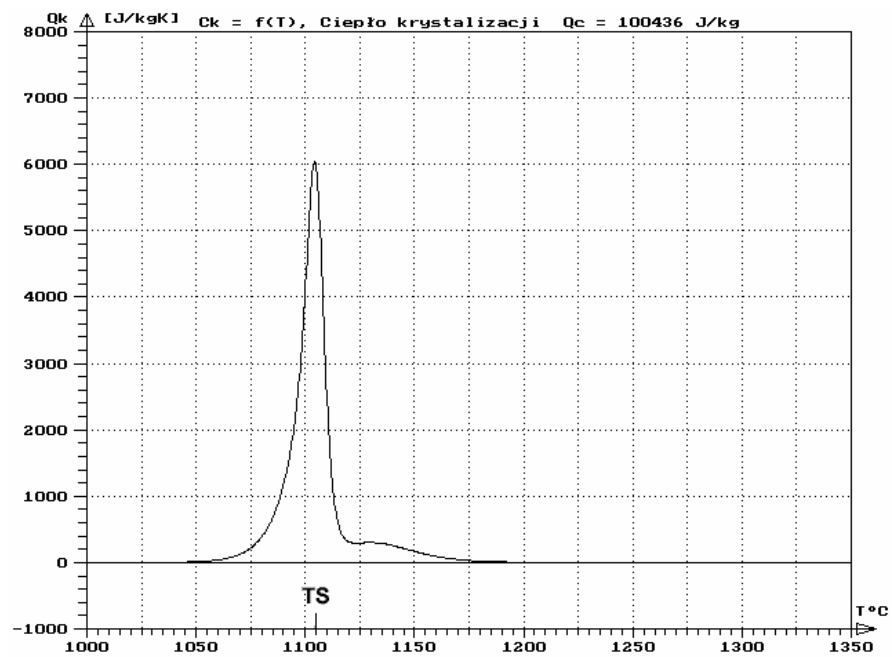
Rys. 1. Wykres ATD stygnięcia i krystalizacji żeliwa 1  
 Fig. 1. ATD diagram for cooling and crystallization of cast iron 1



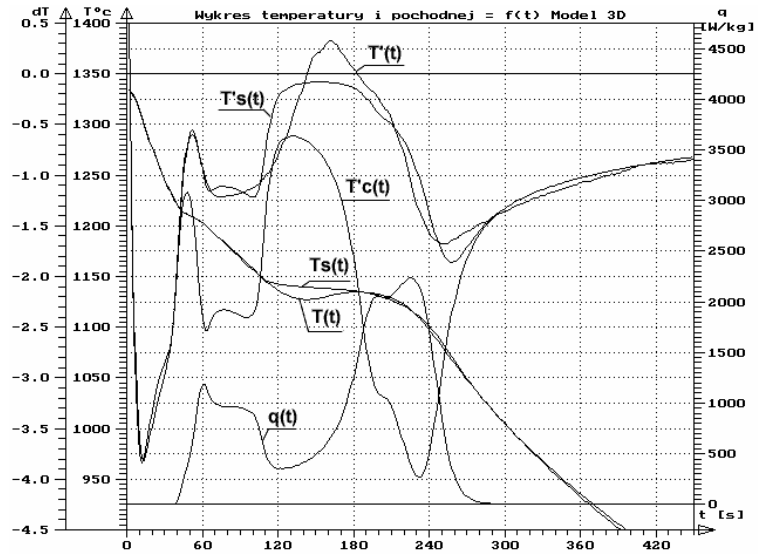
Rys. 2. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji żeliwa 1  
 Fig. 2. Spectral heat of crystallization for cast iron 1



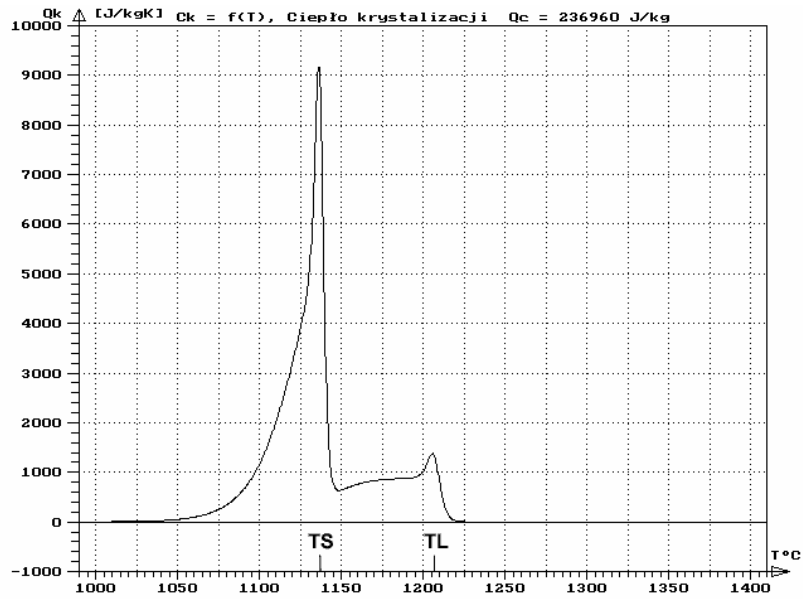
Rys. 3. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji fazy dendrytycznej w żeliwie 1  
 Fig. 3. Spectral heat of dendrite phase crystallization for cast iron 1



Rys. 4. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji fazy eutektycznej w żeliwie 1  
 Fig. 4. Spectral heat of eutectic phase crystallization for cast iron 1

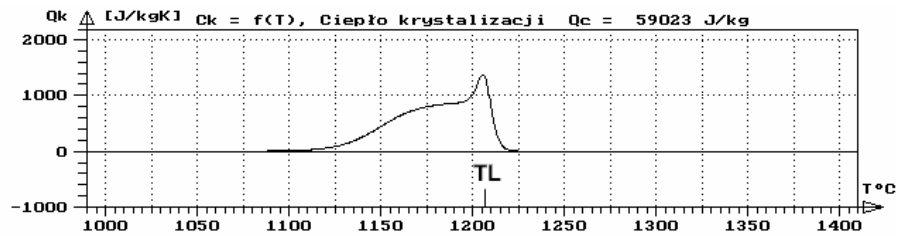


Rys. 5. Wykres ATD stygnięcia i krystalizacji żeliwa 2  
 Fig. 5. ATD diagram for cooling and crystallization of cast iron 2

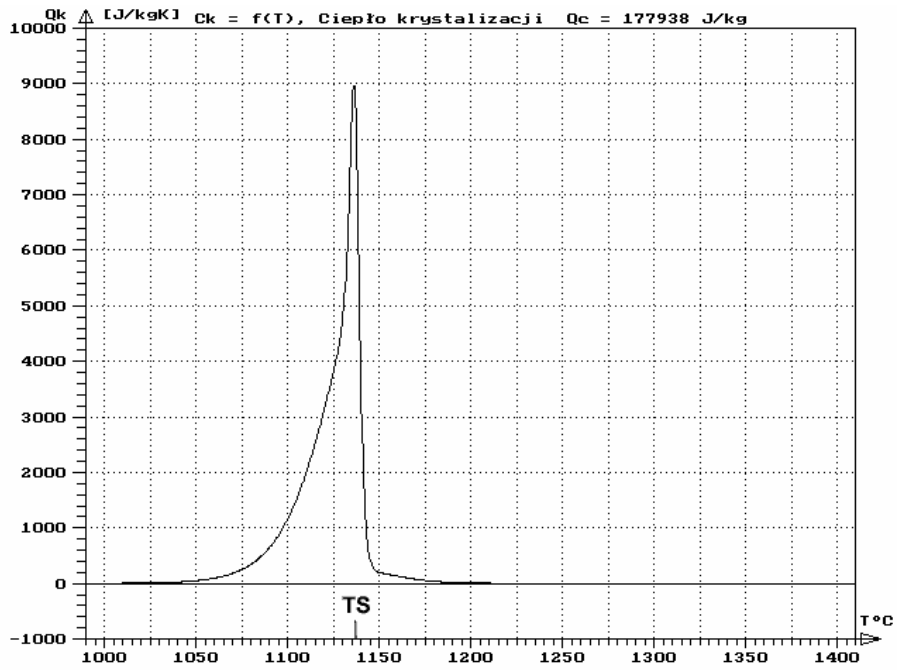


Rys. 6. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji żeliwa 2  
 Fig. 6. Spectral heat of crystallization for cast iron 2





Rys. 7. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji fazy dendrytycznej w żeliwie 2  
 Fig. 7. Spectral heat of dendrite phase crystallization for cast iron 2



Rys. 8. Funkcja ciepła spektralnego krystalizacji fazy eutektycznej w żeliwie 2  
 Fig. 8. Spectral heat of eutectic phase crystallization for cast iron 2

Na omawianym wykresie przedstawiono krzywą strumienia ciepła  $q(t)$  w czasie krystalizacji. Całkowanie tej funkcji daje ciepło krystalizacji żeliwa  $C_K$ . Na rys. 2, 3 i 4 podano całkowite ciepło krystalizacji żeliwa lub poszczególnych jego faz.

Dla przekonującego udokumentowania obliczeń na rys. 5, 6, 7 i 8 przedstawiono analogiczne funkcje spektralnego ciepła krystalizacji oraz wykres porównawczy (rys.5) dla rzeczywistych i symulowanych komputerowo krzywych krystalizacji żeliwa 2.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyniki badań i analiz wskazują, że istnieje możliwość szczegółowego opisu procesu krystalizacji żeliwa i innych stopów. Metoda ATD pozwala na obserwację kinetyki krystalizacji metali i stopów. Zastosowane metody symulacji komputerowej (ColdCAST) pozwalają na dobór parametrów i współczynników funkcji spektralnego ciepła krystalizacji żeliwa a w szczególności jego poszczególnych krystalizujących faz.

Opracowana metoda pozwala na szczegółowe opisanie procesu krystalizacji w funkcji temperatury. Sposób ten jest szczególnie przydatny do stosowania komputerowej symulacji procesu krystalizacji przybliżając ją do rzeczywistych zjawisk w odlewach.

## LITERATURA

- [1] Mochnacki B., Suchy J.S.: *Modelowanie i symulacja krzepnięcia odlewów*, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 1993.
- [2] Jura Z., Sura S.: *Teoria metody ATD w badaniach stopów Al*. Krzepnięcie Metali i Stopów, 1996, nr 28 PAN – Katowice.
- [3] Jura Z.: *Metoda określania spektralnego ciepła krystalizacji na podstawie próby ATD*, Praca doktorska Częstochowa 1998.
- [4] Jura S.: Istota metody ATD. *Nowoczesne metody oceny jakości stopów*. Praca zbiorowa, s. 5-14. PAN – Katowice.

## SPECTRAL HEAT OF CRYSTALLIZATION OF GRAY CAST IRON

### SUMMARY

Kinetics of gray cast iron crystallization has been defined thanks to the method of thermal and derivative analysis. Total spectral heat of crystallization of gray cast iron has been described as temperature function. You can find the examples of dendritic crystallization heat as well as eutectic crystallization. Calorimetric curve  $T_c'(f)$  and heat flux  $q(f)$  which is emitted from finite elements method cell have been presented. Thermal functions are necessary for using them in computer simulation of alloys' crystallization process.

Reviewed by prof. Józef Gawroński