

**STABILNOŚĆ WZROSTU KRYSZTAŁÓW KOLUMNOWYCH  
W ODLEWACH TRADYCYJNYCH I WYKONYWANYCH  
POD WPLYWEM POLA MAGNETYCZNEGO**

JAN SZAJNAR

Katedra Odlewnictwa, Politechnika Śląska  
44-100 Gliwice, ul. Towarowa 7

W pracy przeprowadzono analizę wzrostu kryształów kolumnowych w odlewach ze stopu ZnAl<sub>10,2</sub> krzepnących pod działaniem wirującego pola magnetycznego. Analizy dokonano w oparciu o metodę perturbacyjną Mullinsa i Sekerki [1] oraz kryterium stabilności marginalnej Langer'a i Mullera-Krumbhaara [2]. Stwierdzono dużą zgodność otrzymanych obliczeń z wynikami pomiarów szerokości strefy kryształów kolumnowych.

**1. Wprowadzenie**

Strefa kryształów kolumnowych w rzeczywistym odlewie powstaje w wyniku tzw. procesu krystalizacji zorientowanej. O rozmiarach tej strefy decyduje przede wszystkim stabilność przebiegu tego procesu [3].

Stabilny przebieg procesu krystalizacji zorientowanej dla danego stopu jest uwarunkowany odpowiednio wysokim i stałym gradientem temperatury na froncie krystalizacji i odpowiednio ustabilizowaną prędkością przemieszczania się frontu. W tych warunkach front krystalizacji jest płaski w skali makroskopowej i niewrażliwy na wszelkie zakłócenia pojawiające się w jego sąsiedztwie. Skutkiem ustalonego przebiegu procesu krystalizacji zorientowanej, niekiedy nazywanej wymuszoną [4] lub utrwalonej niestabilności (komórki dendrytyczne, dendryty kolumnowe) jest stały średni promień wierzchołka dendrytu, a stąd stałe średnie rozmiary kryształów kolumnowych (odległość międzykomórkowa lub międzydendrytyczna).

Warunki te określają parametry prowadzenia procesu na urządzeniach do krystalizacji kierunkowej. Dużo bardziej skomplikowanym zagadnieniem jest analiza

warunków krystalizacji kierunkowej strefy kryształów kolumnowych, bowiem ulegają zmianie wszystkie parametry decydujące o stabilności procesu, tj. gradient temperatury, gradient stężenia, stężenie na wierzchołku kryształu, prędkość krystalizacji i inne.

Istnieje wiele prac z zakresu oceny stabilności frontu krystalizacji [5-10], które nawiązują do metody perturbacji w ujęciu Mullinsa i Sekerki. Dowodzą one, że krystalizacja kontrolowana jest przez dyfuzję termiczną i chemiczną oraz zjawisko kapilarności. Zawarte jest to zazwyczaj w wyrażeniu na krytyczną długość fali perturbacyjnej na płaskim froncie krystalizacji, które po przyjęciu pewnych uproszczeń dokonanych przez Kurz'a i Fisher'a [11], przyjmuje postać

$$\lambda = R$$

gdzie:

$\lambda$  – krytyczna długość fali perturbacyjnej (falowego zniekształcenia frontu krystalizacji),

$R$  – promień czoła komórki (dendrytu kolumnowego),

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{\Gamma}{m\xi_c G_C - G_T}} \quad (1)$$

gdzie:

- gradient temperatury „ $G_T$ ”,
- gradient stężenia na froncie krystalizacji „ $G_C$ ”,
- $\xi_c$  wielkość zależna od liczby stężeniowej Pecleta.

Wg kryterium stabilności marginalnej przyjmuje się, że wierzchołek kryształu kolumnowego jest morfologicznie stabilny w czasie trwania procesu krystalizacji.

## 2. Praca własna

Celem pracy była analityczna weryfikacja parametrów określających warunki tworzenia struktury krystalicznej w odlewach w oparciu o kryterium stabilności marginalnej. W celu dokonania analizy tego kryterium dla odlewów krzepnących w wirującym polu magnetycznym i bez jego oddziaływania konieczne było obliczenie niektórych wielkości związanych z procesem krystalizacji ujętych w kryterium stabilności marginalnej (patrz równanie 1)

Na podstawie dotychczasowych badań wiadomo, że przy płaskim froncie krystalizacji zmian w strukturze odlewów krzepnących przy wymuszonej konwekcji praktycznie się nie rejestruje [3,12]. Stąd można ograniczyć zakres badań i analizę do bardziej rozwiniętych powierzchni

rozdziłu faz tj. do frontu komórkowego, komórkowo - dendrytycznego lub dendrytycznego. Zatem osiągnięcie zamierzonego celu wymaga oprócz analizy czynników gradientowo – kinetycznych (co uczyniono w pracy [3]) również analizy morfologii frontu krystalizacji pod wpływem wymuszonej konwekcji. Zakres pracy obejmował obliczenia następujących wielkości:

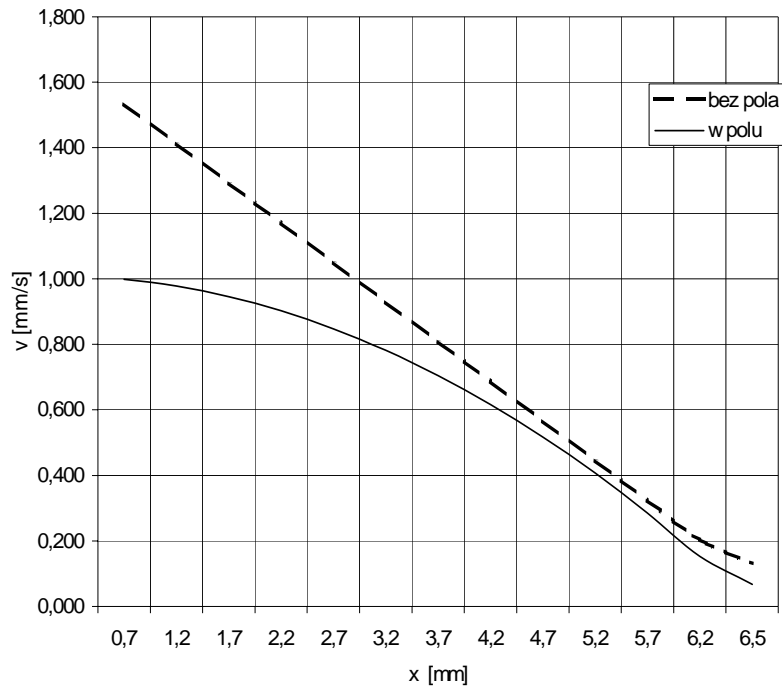
- obliczenie prędkości wzrostu kryształów „ $v$ ” i gradientów temperatury „ $G_T$ ”,
- obliczenie stężenia na wierzchołku kryształu kolumnowego „ $C^*$ ”,
- obliczenie gradientów stężenia na froncie krystalizacji „ $G_C$ ”,
- obliczenie długości fali perturbacyjnej.

Obliczenia i analizę warunków tworzenia się strefy kryształów kolumnowych przeprowadzono dla odlewów o wymiarach  $\phi 45 \times 180$  mm wykonanych ze stopu ZnAl 0,2 w kokili grafitowej [3].

#### Obliczenie prędkości krystalizacji „ $v$ ” i gradientów temperatury „ $G_T$ ”

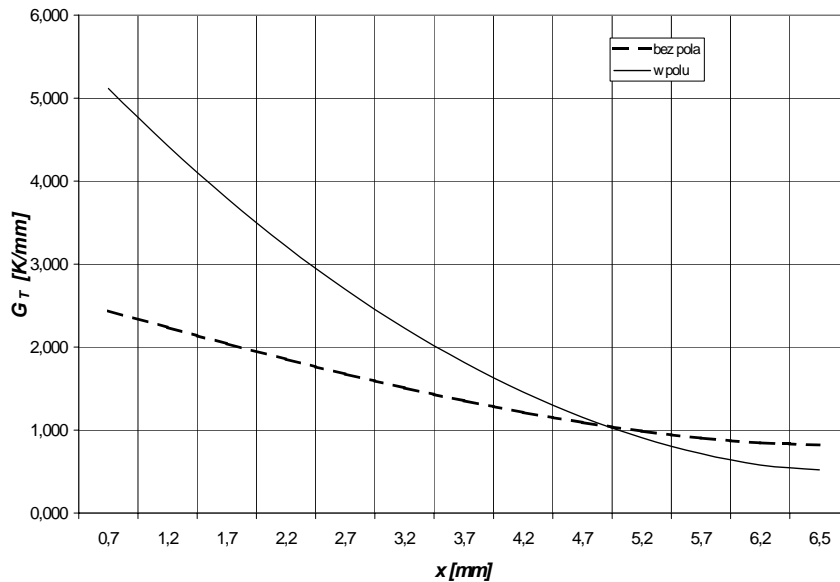
Do wyznaczenia równań prędkości posłużono się metodą regresji krokowej. Dane do obliczeń przyjęto z pracy [3]. Były to wyniki pomiarów grubości warstwy zakrzepłej „ $x$ ”. Wyniki obliczeń przedstawia rys. 1.

Podobnie do wyznaczenia równań gradientów temperatur posłużono się metodą regresji krokowej (rys. 2). Również i w tym przypadku do obliczeń przyjęto wyniki zawarte w pracy [3]. Są to wyniki uzyskane z symulacji komputerowej procesu krzepnięcia odlewu ze stopu ZnAl 0,2 w kokili grafitowej. Wyniki symulacji weryfikowano krzywymi stygnięcia rejestrowanymi aparaturą CRYSTALDIGRAF – PC.



Rys. 1. Prędkość krystalizacji „ $v$ ” w zależności od położenia frontu krystalizacji „ $x$ ” (grubości warstwy zakrzepłej)

Fig. 1. The solidification rate „ $v$ ” in a function of interface location



Rys. 2. Gradient temperatury „ $G_T$ ” w zależności od grubości warstwy zakrzepłej „ $x$ ” dla odlewów tradycyjnych oraz dla odlewów krzepnących w polu magnetycznym  
 Fig. 2. The temperature gradient in a function of thickness solidification layer for traditional casts and for casts solidification with magnetic field

#### Obliczenie stężenia „ $C^*$ ” na wierzchołku kryształu kolumnowego

Do obliczenia stężenia na wierzchołku kryształu kolumnowego posłużyła zależność będąca opracowaniem Kobayashiego [13]:

$$C^* = \frac{C_0}{1 + (1 - k_0) I(L_P)} \quad (2)$$

gdzie:

- $C_0$  – stężenie początkowe,
- $k_0$  – współczynnik rozdziału faz,
- $L_P$  – stężeniowa liczba Pecleta,
- $I(L_P)$  – funkcja Ivancova.

Z rozwinięciem funkcji Ivancova równanie 2 przyjmuje postać

$$C^* = \frac{C_0}{1 + (1 - k_0)L_p \exp(L_p) E_i(-L_p)} \quad (3)$$

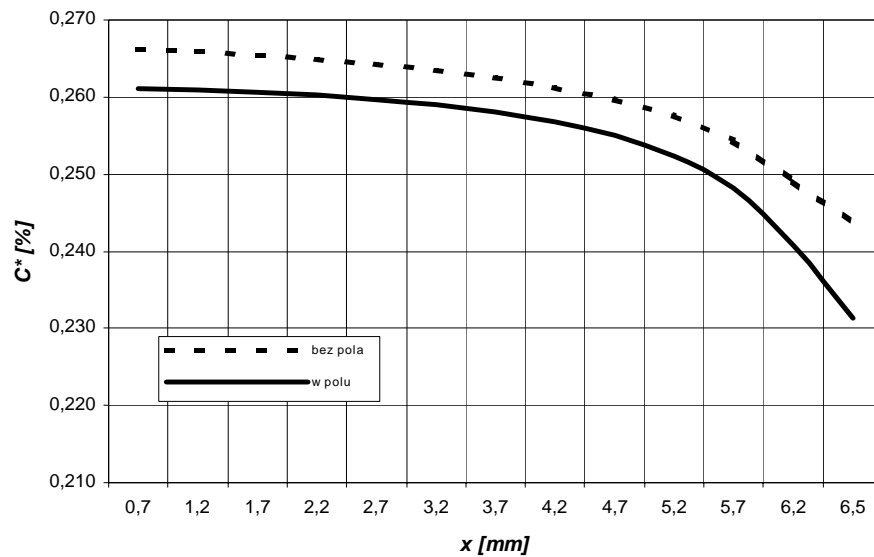
gdzie:

$E_i(-L_p)$  – funkcja aproksymująca [14],

Do obliczeń przyjęto:  $C_0 = 0,21$  [%],  $k_0 = 0,773$  a wartości stężeniowej liczby Pecleta z tab. 1 [15]. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3.

Tabela 1. Wartości „ $L_p$ ” w zależności od położenia frontu krystalizacji (grubości warstwy zakrzepłej) „ $x$ ” [15].

$x$ [mm]	$L_p$ odlewy wykonane bez pola	$L_p$ odlewy wykonane w polu
0,7	12,556	5,449
1,2	11,566	5,334
1,7	10,576	5,158
2,2	9,586	4,920
2,7	8,596	4,622
3,2	7,606	4,262
3,7	6,616	3,844
4,2	5,626	3,363
4,7	4,636	2,822
5,2	3,646	2,220
5,7	2,656	1,557
6,2	1,666	0,833
6,5	1,072	0,370



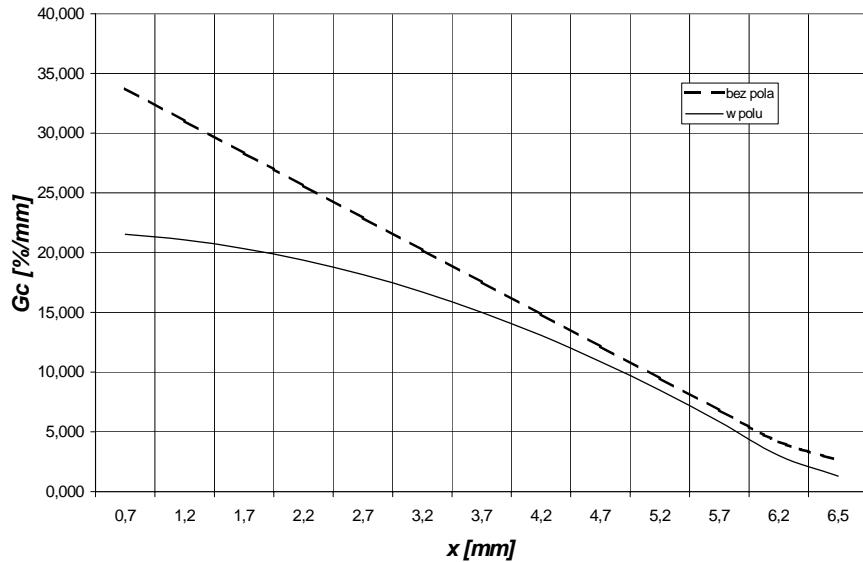
Rys. 3. Zmiana stężenia na wierzchołku kryształu kolumnowego  $C^*$  w zależności od grubości warstwy zakrzepłej dla odlewu tradycyjnego i wykonanego polu magnetycznym  
 Fig. 3. The concentration gradient at the tip of columnar crystal in a function of thickness solidification layer for traditional casts and for casts solidification with magnetic field

#### Obliczenie gradientów stężenia na froncie „ $G_C$ ”

Gradienty stężenia „ $G_C$ ” zostały obliczone ze wzoru Zenera [4]:

$$G_C = \frac{v}{D} (1 - k_0) C^* \quad (4)$$

Do obliczeń przyjęto następujące dane:  $D = 2,75 \cdot 10^{-3}$  [mm<sup>2</sup>/s],  $k_0 = 0,773$ ,  $v$  – wartości z wykresu na rys. 1. Wyniki przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Zależność gradientu stężenia od grubości warstwy zakrzepłej dla odlewów tradycyjnych oraz dla odlewów krzepnących wirującym w polu magnetycznym

Fig. 4. The concentration gradient in a function of thickness solidification layer for traditional casts and for casts solidification with magnetic field

#### Obliczenie długości fali perturbacyjnej „λ”

Do obliczenia zmian długości fali zniekształcenia frontu zastosowano poniższy wzór:

$$\lambda = 2 \Pi \sqrt{\frac{\Gamma}{m \xi_C G_C - G_T}} \quad (5)$$

gdzie:

$\Gamma$  – współczynnik Gibbs’a,

$$\Gamma = \frac{\sigma T}{L}$$

$m$  – współczynnik nachylenia linii likwidus,



$$\xi_C = \frac{\Pi^2}{k_0 L_P^2} \quad \text{dla } L_P \gg l,$$

$G_C$  – gradient stężenia,

$G_T$  – gradient temperatury,

$\sigma$  – napięcie powierzchniowe,

$T$  – temperatura równowagowa,

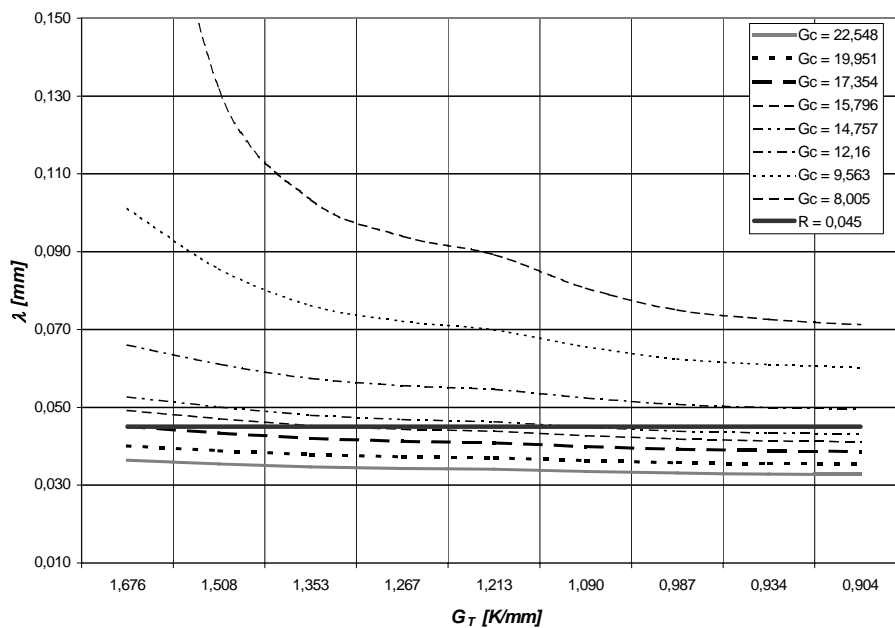
$L$  – ciepło krystalizacji.

Zastosowano następujące dane do obliczeń:

$\Gamma = 1,1 \cdot 10^{-4}$  obliczono dla danych:  $\sigma = 0,782$  [N/m],

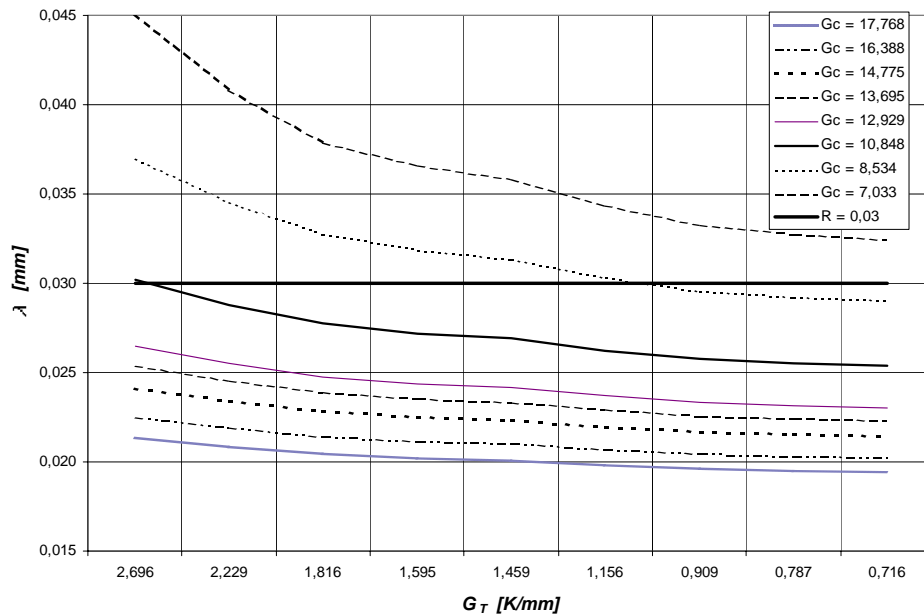
$T = 419$  [°C],  $L = 4891 \cdot 10^6$  [J/m<sup>3</sup>],  $k_0 = 0,773$ ,

$L_P = 6,62$  i  $3,42$  odpowiednio dla odlewów tradycyjnych i dla odlewów krzepnących w wirującym polu magnetycznym:  $m = 0,364$ ,  $G_C$ ,  $G_T$  – patrz rys. 2 i 3. Wyniki przedstawiono na rys. 5 i 6.



Rys. 5. Długość fali perturbacyjnej w funkcji gradientu temperatury i gradientu stężenia na froncie krystalizacji.

Fig. 5. The length of perturbation wave in a function temperature and concentration gradient at an interface (casts without magnetic field)



Rys. 6. Długość fali perturbacyjnej w funkcji gradientu temperatury i gradientu stężenia na froncie krystalizacji (odlew krzepnący w polu magnetycznym)  
 Fig. 6. The length of perturbation wave in a function temperature and concentration gradient at an interface (casts with magnetic field)

### 3. Podsumowanie

Analiza kryterium stabilności marginalnej wymagała określenia promieni wierzchołków kryształów kolumnowych „ $R$ ” i określenia długości fali perturbacyjnej „ $\lambda$ ”.

W celu dokonania analizy trwałości frontu krystalizacji w czasie tworzenia się strefy kryształów kolumnowych przyjęto średnią odległość międzykomórkową określoną metodą pomiarów w pracy [16]. Zmierzone wartości przyjęto do dalszej analizy jako średnie wartości promieni czoła komórki „ $R$ ”. Wynosiły one dla odlewów ze stopu ZnAl 0,2 0,045mm dla odlewów wykonanych tradycyjnie oraz 0,03mm dla odlewów wykonanych pod wpływem wirującego pola magnetycznego.

Analiza otrzymanych wyników (rys. 5 i 6) wskazuje, że na początku procesu krzepnięcia odlewu odbywa się przy dużym „ $G_T$ ” i „ $G_C$ ” oraz dużym „ $v$ ”, natomiast „ $\lambda$ ” (długość fali perturbacyjnej – długość falowego zniekształcenia na froncie krystalizacji) osiąga wartości mniejsze od średniej wartości promienia czoła kryształu kolumnowego. Zostają zatem spełnione warunki trwałości frontu krystalizacji wg kryterium stabilności marginalnej. Oznacza to, że przy tych warunkach krystalizacji wierzchołek kryształu jest stabilny morfologicznie a front krystalizacji jest makroskopowo płaski.

Podczas dalszego przebiegu procesu krzepnięcia zmieniają się (maleją) „ $G_T$ ” i „ $G_C$ ” oraz prędkość krzepnięcia „ $v$ ”, co powoduje wzrost wartości „ $\lambda$ ”. W wyniku dalszego przyrostu grubości warstwy zakrzepłej „ $x$ ” (front krystalizacji przemieszcza się coraz bardziej do osi odlewu) następuje utrata stabilności czoła kryształu (komórki) (gdy  $\lambda > R$ ), a front z płaskiego przekształca się w powierzchnie bardziej rozbudowane geometrycznie, np. w front komórkowy lub dendrytyczny.

Wg uzyskanych obliczeń (rys. 5 i 6) nastąpi to w odległości od powierzchni dla odlewu wykonanego tradycyjnie przy  $x = 3,7 \div 4,2$  mm, a w odlewie wykonanym pod działaniem wirującego pola magnetycznego przy  $x = 4,7 \div 5,2$  mm.

Określona w pracy [3, 16] szerokość strefy kryształów kolumnowych w odlewach wykonanych tradycyjnie wynosi 4mm, a w odlewach wykonanych pod działaniem wirującego pola magnetycznego wynosi 5,5mm. Oznacza to, że przeprowadzona analiza trwałości frontu krystalizacji w oparciu o kryterium stabilności marginalnej potwierdza wyniki pomiarów szerokości strefy kryształów kolumnowych.

## LITERATURA

- [1] Mullins W.W., Sekerka R.F., J. Applied Phys., 1964, no. 35, pp. 444.
- [2] Langer J., Muller-Krumbhaar H., J. Cryst. Growth, 1977, no.42, p. 11.
- [3] Szajnar J., Krzepnięcie Metali i Stopów 1998, nr 37, s.139.
- [4] Kurz, Fisher, Fundamentals solidification, Trans. Tech. Public., Paris, 1984.
- [5] Cline H.E., Trans. AIME, 1968, vol. 242, pp. 1613.
- [6] Hurle D.T., Jakeman E., J. Cryst. Growth, 1968, no. 3-4, s. 574.
- [7] Głownia J., Janas A., Mater. Science Tech., 1983, no. 4, pp. 149.
- [8] Głownia J., Orkisz M., Mechanik, 1989, nr 7, s. 298.
- [9] Głownia J., Siedlecki J., Kolbus A., Przegląd Odlewnictwa, 1980, nr 9, s. 269.
- [10] Wołczyński W., Rola gradientu temperatury w krystalizacji zorientowanej eutektyk regularnych, eutektyk nieregularnych i roztworów granicznych. Zeszyt Naukowe Pol. Śl. Hutnictwo, 1993, z. 45.
- [11] Kurz W., Fisher D., Acta Metallurgica, 1981, vol. 29, pp. 11.

- [12] Szajnar J., ., Krzepnięcie Metali i Stopów 1997, nr 33, s.139
- [13] Kobayashi G., Transactions Iron Steel Japan, vol. 28, 1988, p. 728.
- [14] Majchrzak E., Zastosowanie MEB w termodynamice procesów odlewniczych, Praca hab., Gliwice, 1991.
- [15] Szajnar J., Praca własna (w druku)
- [16] Szajnar J. I in., Kierowanie krystalizacją w polu magnetycznym, Raport końcowy proj. bad. KBN Nr 30862910, Pol. Śl., Gliwice, 1995.

Recenzował  
Prof. dr hab. inż. Stanisław Jura