

Witold SILEIKIS, Ernest CZOGAŁA, Adam MRÓZEK

OPTIMALIZACJA KOMORY WIROWEJ PRACUJĄCEJ JAKO CZUJNIK PRZESUNIĘCIA

Streszczenie: Przedstawiono zasadę działania i konstrukcję czujnika odległości z komorą wirową. Przeprowadzono optymalizację charakterystyki statycznej czujnika metodami teorii zbiorów rozmytych i planowania eksperymentu. Zamieszczono porównanie wyników optymalizacji w uwagach i wnioskach końcowych.

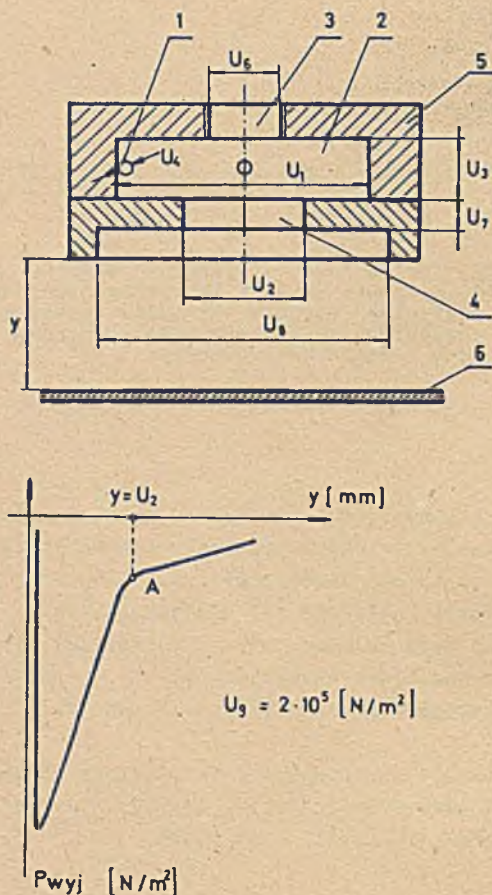
1. Wstęp

Z badań przeprowadzonych przy projektowaniu elementów strumieniowych wynika, że empiryczne i nieliniowe równanie mechaniki płynów są mało użyteczne w procesie projektowo-konstrukcyjnym. Tradycyjne projektowanie oparte na metodzie "prób i błędów" [9] bazuje głównie na intuicji w uchwyceniu efektów, jakie dają kolejne zmienne konstrukcyjne. Analiza czujnika odległości jest też częściowo empiryczna [1, 4], ponieważ właściwości trójwymiarowego, ograniczonego i uwarstwionego przepływu wirowego są ciągle jeszcze mało znane.

W niniejszym artykule zaproponowano dwie metody optymalizacji: metodę opartą na teorii zbiorów rozmytych [10, 11, 12] oraz optymalizację statyczną [3, 7] i porównano wyniki tych metod.

2. Konstrukcja i zasada działania czujnika

Konstrukcję i charakterystykę statyczną czujnika [2, 5] przedstawiono na rys. 1, gdzie oznaczono: 1-styczne dysze zasilające; 2-komora wirowa; 3-kanal odbiorczy; 4-otwór wyjściowy komory; 5-korpus; 6-przysłona. Powietrze podawane do czterech dysz zostaje zawirowane w komorze, którą opuszcza przez otwór wyjściowy z dużą prędkością obrotową. Ze zmianą odległości y przysłony od czujnika, zmienia się rozkład prędkości w obszarze wirowego przepływu powodując zmianę ciśnienia wyjściowego P_{wyj} w kanale odbiorczym. Charakterystyka statyczna (rys. 1) posiada dwa odcinki liniowe; punkt A charakterystyki odpowiada odległości y równej średnicy otworu wyjściowego U_2 . Z przeprowadzonych badań eksperymentalnych [2, 5] wynika, że powiększanie średnicy komory wirowej U_1 czujnika powoduje zwiększenie zakresu pomiarowego i wzrost ciśnienia wyjściowego czujnika. Ze



Rys. 1. Konstrukcja i charakterystyka statyczna czujnika

wzrostem średnicy U_2 rośnie zakres pomiarowy, lecz zmniejsza się czułość. Dla typowych [6] rozwiązań komór wirowych $U_1 = (1,5-2) U_2$.

Podstawowymi parametrami czujnika są:

- U_1 - średnica komory wirowej [mm],
- U_2 - średnica otworu wyjściowego [mm],
- U_3 - wysokość komory wirowej [mm],
- U_4 - średnica dysz sterujących [mm],
- U_5 - liczba dysz sterujących,
- U_6 - średnica kanału odbiorczego [mm],
- U_7 - grubość ścianki [mm],

- U_g - średnica podtoczenia [mm],
- U_g - ciśnienie zasilania [N/m²].

Biorąc pod uwagę powyższe parametry, jak również wymagania i ograniczenia [2, 5], należy znaleźć optymalne wartości zmiennych, dla których charakterystyka posiada duży zakres pomiarowy i dużą czułość.

3. Problem optymalizacji w świetle teorii zbiorów rozmytych

3.1. Sformułowanie problemu

Wykorzystując pojęcie zbioru rozmytego wprowadzonego przez L.A. Zadeha w 1965 roku [11] można uzyskać stosunkowo proste rozwiązanie zagadnienia optymalizacyjnego.

Zbiorem rozmytym A, będącym podzbiorem zbioru (przestrzeni) $U = \{u\}$ jest zbiór scharakteryzowany przez tzw. funkcję przynależności $\mu_A: U \rightarrow [0,1]$, tj. funkcję która każdemu elementowi $u \in U$ przyporządkowuje liczbę $\mu_A(u)$ z przedziału $[0,1]$. Biorąc pod uwagę fakt, że na parametry konstrukcyjne w ogólnym przypadku mogą być "narzucone" wymagania i ograniczenia, często musimy wybierać tzw. rozwiązanie kompromisowe.

Założmy, że w przestrzeni możliwych rozwiązań są zadane wymagania i ograniczenia w postaci różnych funkcji przynależności [12]. Obecnie podamy zasadnicze twierdzenie (dowód tego twierdzenia można znaleźć w pracy [10]), w oparciu o które można sformułować warunek optymalizacji dotyczący separacji dwóch zbiorów wypukłych.

Twierdzenie: Niech A i B będą ograniczonymi wypukłymi zbiorami w przestrzeni E^n z maksymalnymi stopniami przynależności $M_A = \sup_u \mu_A(u)$ oraz $M_B = \sup_u \mu_B(u)$ i niech M będzie maksymalnym stopniem przynależności dla przekroju $A \cap B$ ($M = \sup_u \left\{ \min [\mu_A(u), \mu_B(u)] \right\}$), wtedy tzw. stopień separacji wyraża się zależnością:

$$D = 1 - M \tag{1}$$

Biorąc pod uwagę, że rozwiązanie D jest rozmytym zbiorem traktowanym jako przekrój zadanych W_r - wymagań i G_B - ograniczeń, czyli:

$$R = W_1 \wedge W_2 \wedge \dots \wedge W_r \wedge G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_B \tag{2}$$

można dla funkcji przynależności napisać zależność:

$$\mu_R = \mu_{W_1} \wedge \mu_{W_2} \wedge \dots \wedge \mu_{W_r} \wedge \mu_{G_1} \wedge \mu_{G_2} \wedge \dots \wedge \mu_{G_B} \tag{3}$$

Zauważmy, że w ogólnym przypadku R jest rozmytym rozwiązaniem z funkcją przynależności $\mu_R(u)$, gdzie: u jest elementem przestrzeni U . Niech teraz Z będzie zbiorem tych punktów w U , w których funkcja osiąga maksymalną wartość (oczywiście jeśli ona istnieje), wtedy nierozmyty podzbiór R^M w R określony warunkami:

$$\mu_{R^M}(u) = \begin{cases} \sup_u \mu_R(u) & \text{dla } u \in Z \\ 0 & \text{dla pozostałych } u \end{cases} \quad (4)$$

będziemy nazywać optymalnym rozwiązaniem, a każde u ze zbioru R^M maksymalizującym rozwiązaniem. Innymi słowy, maksymalizujące rozwiązanie jest to wybór takich $u \in U$, które maksymalizują funkcję $\mu_R(u)$.

Należy tutaj zaznaczyć, że dostatecznym warunkiem jednoznaczności maksymalizującego rozwiązania jest silna wypukłość zbioru R oraz istnienie jednododalnej funkcji przynależności [10, 12]. Takie funkcje, zarówno dla wymagań jak i ograniczeń można przykładowo ująć w postaci:

$$\mu_{W,G}(u) = [1 + a(u-b)^m]^{-1} \quad (5)$$

gdzie: a - liczba dodatnia, b - liczba rzeczywista, m - liczba parzysta (dodatnia lub ujemna).

Liczby te należy tak dobrać, aby oddać w przybliżeniu sens "przynależności". Jeśli nie wszystkie funkcje przynależności dla ograniczeń i wymagań mają jednakową wagę, można stosować współczynniki wagi [12].

Dotychczas rozwiązania dotyczyły przypadku, kiedy wymagania i ograniczenia są rozmytymi zbiorami w jednej przestrzeni U . Ważnym z praktycznego punktu widzenia jest przypadek, kiedy wymagania i ograniczenia są zbiorami rozmytymi w różnych przestrzeniach U i V . Przyjmując, że f jest przekształceniem U w V , założmy że wymagania są zadane jako rozmyte zbiory W_1, W_2, \dots, W_n w V , a ograniczenia są rozmytymi zbiorami G_1, G_2, \dots, G_m w przestrzeni U . Mając rozmyty zbiór W_1 w V można znaleźć rozmyty zbiór \bar{W}_1 w U , który indukuje W_1 w V . Funkcja przynależności \bar{W}_1 dana jest równością:

$$\mu_{\bar{W}_1}(u) = \mu_{W_1}(f(u)) \quad (6)$$

Rozwiązanie R może być wyrażone iloczynem zbiorów $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n$ i G_1, G_2, \dots, G_m .

Wykorzystując równość (6) można zapisać $\mu_R(u)$ w postaci:

$$\mu_R(u) = \mu_{W_1}(f(u)) \wedge \dots \wedge \mu_{W_n}(f(u)) \wedge \mu_{G_1}(u) \wedge \dots \wedge \mu_{G_m}(u) \quad (7)$$

Zauważmy, że przypadek kiedy rozmyte zbiory są zadane w różnych przestrzeniach, może być sprowadzony do przypadku kiedy są one zadane w jednej przestrzeni.

3.2. Optymalizacja charakterystyki statycznej czujnika w oparciu o teorię zbiorów rozmytych

W charakterze ilustracji rozważań podanych w punkcie 3.1 rozpatrzono zagadnienie optymalizacji charakterystyki statycznej czujnika przesunięcia (opisanego w punkcie 2), przyjmując, [2, 8] dwa najistotniejsze parametry, tj. średnicę u_1 oraz u_2 . Z uwagi na istniejące konstrukcje [2, 5], przyjęto zakres średnicy u_2 jako przedział od 5 do 8 [mm]. Własności komory wirowej podane w punkcie 2, pozwalają przyjąć funkcję przynależności dla średnicy u_2 w postaci (8):

$$\mu(u_2) = \frac{1}{1+1,778(u_2-6,5)^4} \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę zależności między średnicami u_1 i u_2 w formie:

$$u_1 = (1,5 - 2) u_2 \quad (9)$$

lub ogólniej

$$u_1 = a u_2 \quad (10)$$

przy czym dla parametru a również przyjmujemy funkcję przynależności w postaci:

$$\mu_a = \frac{1}{1+16(a-2)^4} \quad (11)$$

wtedy funkcje przynależności dla średnicy u_1 można określić przez zależność:

$$\mu(u_1) = \mu(2 u_2) \quad (12)$$

Funkcje przynależności przedstawione zależnościami (8), (11) i (12) zostały zilustrowane na rys. 2.

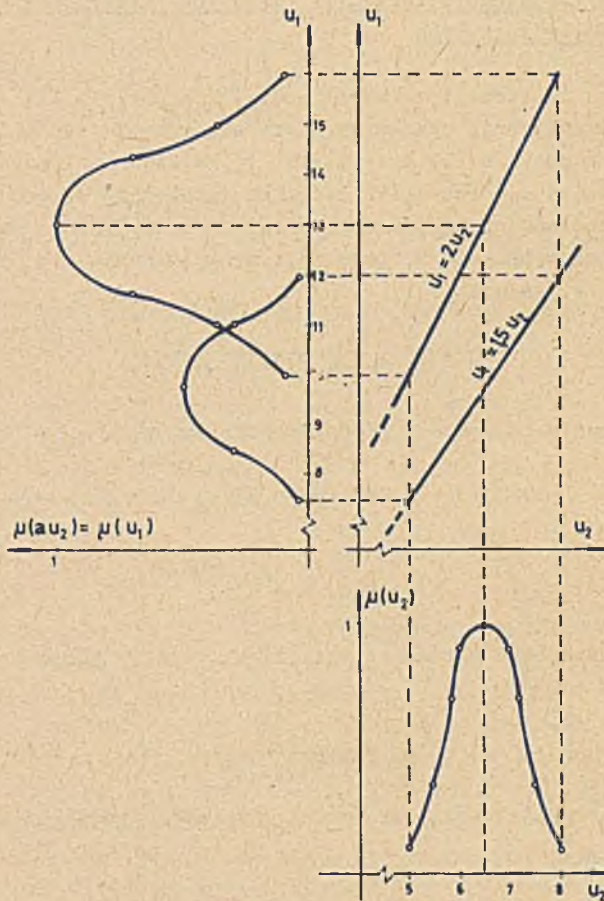
Rozwiązanie przyjmuje się w postaci:

$$\mu_R(u_2) = \mu(u_2) \wedge \mu(2u_2) \wedge \mu_a \quad (13)$$

Z rys. 2 wynika:

$$\mu_{R^M}(u_2) = \max_{u_2 \in Z} \mu_R(u_2) = 1 \quad (14)$$

dla: $u_2 = 6,5$ [mm],
 $u_1 = 2 u_2 = 13$ [mm].



Rys. 2. Funkcje przynależności

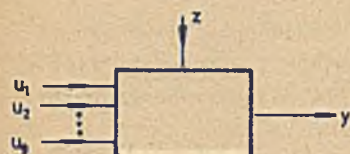
Zauważmy, że zależność (9) przy przyjęciu zakresu średnic u_2 determinuje zakres średnic u_1 , przy czym maksymalne rozwiązanie zostało uzyskane dla parametru $a=2$ z uwagi na postać przyjętej funkcji przynależności dla tego parametru.

Uzyskane rozwiązanie optymalne ($u_1 = 13$, $u_2 = 6,5$) należy traktować oczywiście jako przybliżone.

Rozwiązanie uzyskane tą metodą może mieć większą wagę jeśli wziąć dużą liczbę parametrów konstrukcyjnych, jak również odpowiednią ilość wymagań i ograniczeń.

4. Optymalizacja charakterystyki statycznej czujnika metoda planowania eksperymentu

Rozpatrywany czujnik można przedstawić jako obiekt (rys. 3) opisany charakterystyką (14a), gdzie: u_1, u_2, \dots, u_9 - wejścia obiektu, z - niemierzalne zakłócenie.



$$y = f(u_1, u_2, \dots, u_9, z) \quad (14a)$$

Postać funkcji (14a) jest nieznaną, lecz wartość tej funkcji może być oszacowana za pomocą odpowiedniego eksperymentu w wybranych punktach.

Rys. 3. Model obiektu

Założenia:

a) nieznaną nieliniową charakterystykę można lokalnie aproksymować za pomocą funkcji regresji o postaci:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot u_1 + \dots + a_n \cdot u_n + a_{11} u_1^2 + \dots + a_{nn} u_n^2 + a_{12} u_1 u_2 + \dots + a_{n-1, n} \cdot u_{n-1} \cdot u_n \quad (15)$$

gdzie:

$a_0, a_1, \dots, a_n, a_{11}, \dots, a_{nn}, a_{12}, \dots, a_{n-1, n}$ - stałe współczynniki

b) zmienne losowe są niezależne, posiadają jednakową wariancję σ^2 i rozkłady tych zmiennych są normalne.

Metoda planowania eksperymentu [3,7] służy do wyznaczania takich wartości zmiennych konstrukcyjnych przy których funkcja (15) osiąga maksimum.

4.1. Dobór postaci funkcji regresji

Postać funkcji regresji jest decydującą sprawą w planowaniu eksperymentu optymalizacji. Równanie regresji poprawnie opisuje obiekt (czujnik), gdy uwzględnia jak najwięcej zmiennych konstrukcyjnych. Ponieważ wielka ilość zmiennych komplikuje postać równania regresji oraz zwiększa liczbę badań, a tym samym koszt i czas eksperymentu, na podstawie posiadanej wiedzy o czujniku wybiera się zmienne najistotniejsze [3].

Opierając się na pracach [1, 2, 4, 6] i analizie wstępnej czujnika [5] wybrano następujące parametry jako zmienne konstrukcyjne: u_1, u_2 . Pozostałe, mniej istotne przyjęto jako stałe, biorąc pod uwagę wymagania i ograniczenia stawiane konstrukcji [2, 5]. Założono, że nieznaną charakterystykę można aproksymować lokalnie w otoczeniu punktu początkowego u_1^0, u_2^0 za pomocą funkcji regresji o postaci:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_{11} u_1^2 + a_{12} u_1 u_2 + a_{22} u_2^2 \quad (16)$$

Opis charakterystyki (14a) za pomocą funkcji (16) jest adekwatny [8] we wszystkich badanych obszarach.

4.2. Wybór typu planowania

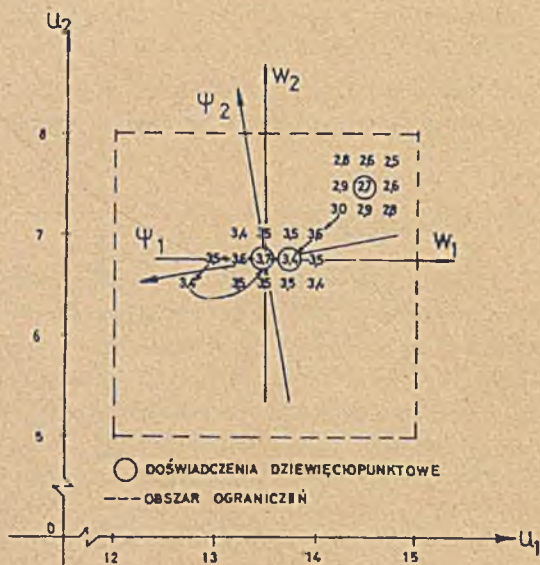
Kryterium wyboru planu jest uzależnione od celu badań [3, 7]. W naszym przypadku użyteczne są plany, które możliwie dokładnie i oszczędnie realizują zadanie oszacowania gradientu funkcji (16). Dla rozpatrywanego przez nas zadania przyjęto planowanie kompozycyjne [3].

4.3. Optymalizacja

Jako kryterium optymalizacji przyjęto [2] odległość od przysłony y , przy której ciśnienie wyjściowe zmniejszy się do wartości $5000 \text{ [N/m}^2\text{]}$. Celem optymalizacji jest znalezienie maksimum funkcji (16) w obszarze o ograniczeniach:

$$12 \text{ mm} \leq u_1 \leq 15 \text{ mm}; \quad 5 \text{ mm} \leq u_2 \leq 8 \text{ mm} \quad (17)$$

Wartości zmiennych u_1 , u_2 , wariantowano co 0,25 mm.



Rys. 4. Kolejno uzyskane wyniki

Pierwsze dziewięć pomiarów przeprowadzono w otoczeniu wybranego [8] punktu początkowego $u_1^0 = 14,5$; $u_2^0 = 7,5$.

Punkty te przedstawiono na rys. 4. Celem uproszczenia obliczeń wprowadzono nowe zmienne w_1, w_2 :

$$w_1 = 4(u_1 - 14,5); \quad w_2 = 4(u_2 - 7,5) \quad (18)$$

Wielomian aproksymujący rozważaną "powierzchnię odpowiedzi" przyjmuje postać:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 w_1 + a_2 w_2 + a_{11} w_1^2 + a_{12} w_1 w_2 + a_{22} w_2^2 \quad (19)$$

Oszacowano współczynniki regresji $a = (a_0, a_1, \dots, a_{22})$ rozważając model liniowy:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_6 x_6 \quad (20)$$

gdzie:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = w_1, \quad x_3 = w_2, \quad x_4 = w_1^2, \quad x_5 = w_1 w_2, \quad x_6 = w_2^2,$$

oraz

$$b_1 = a_0, \quad b_2 = a_1, \dots, b_6 = a_{22}.$$

Macierz X planu eksperymentu przyjmuje postać:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Z kolejnych obliczeń otrzymano (22), (23), (24).

$$B = X.X^T = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 6 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 4 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{9} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$B^{-1}.X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{5}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & -\frac{2}{6} & -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Z pierwszego dziewięciopunktowego doświadczenia otrzymano:

$$y = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 2,6 \\ 2,5 \\ 2,9 \\ 2,7 \\ 2,6 \\ 3,0 \\ 2,9 \\ 2,8 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Współczynniki a_0, a_1, \dots, a_{22} równania (19) wyznaczono na podstawie ogólnego wzoru analizy regresji:

$$\hat{a} = (B^{-1} \cdot X) \cdot y = \begin{bmatrix} 2,73310 \\ -0,13332 \\ -0,13332 \\ 0,01593 \\ -0,02500 \\ 0,03325 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Otrzymano równanie powierzchni regresji:

$$\hat{y}(w_1, w_2) = 2,7331 - 0,13332w_1 - 0,13332w_2 + 0,01593w_1^2 - 0,025w_1w_2 + 0,03325w_2^2 \quad (27)$$

W celu oszacowania wariancji obliczono [8] wektory $\hat{y} = X^T \cdot \hat{a}$; $y - \hat{y}$, oraz sumę kwadratów $S_1 = \sum_{i=1}^9 (y_i - \hat{y}_i)^2$.

Następnie zweryfikowano hipotezę (28) o gradiencie funkcji regresji obliczając wartość odpowiednich statystyk [8].

$$H : a_1 = a_2 = 0 \quad (28)$$

Otrzymane wyniki wskazują, że gradient funkcji (27) jest "wysoce istotny". Wyznaczone wartości współczynników a_1, a_2 określają kierunek dalszych poszukiwań. Nowym punktem początkowym jest punkt $u_1^0 = 14,25, u_2^0 = 7,25$

(rys. 4). Kolejne doświadczenia wykonywano aż do momentu, gdy pomiary nie wykazywały powiększania optymalizowanej funkcji (kolejno uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 4).

Punkt $u_1 = 13,75$; $u_2 = 6,75$, przyjęto jako centrum nowego doświadczenia dziewięciopunktowego (rys. 4). Wprowadzono nowe współrzędne w_1, w_2 i oszacowano współczynniki równania regresji \hat{a} :

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 3,48887 \\ -0,03333 \\ 0,03333 \\ 0,06656 \\ 0,05000 \\ -0,03344 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Otrzymaliśmy więc równanie powierzchni regresji:

$$\hat{y}(w_1, w_2) = 3,48887 - 0,03333w_1 + 0,03333w_2 + 0,06656w_1^2 + 0,05w_1w_2 - 0,03344w_2^2 \quad (30)$$

Z weryfikacji hipotezy $H: a_1 = a_2 = 0$ wynika [8], że nie ma podstaw do jej odrzucenia. Oznacza to, że w procesie szukania maksimum osiągnęliśmy punkt stacjonarny "powierzchni odpowiedzi". W celu dokładniejszej analizy zredukowano ją do postaci:

$$\hat{y}(w_1, w_2) = \tau_0 + \tau_{11}w_1^2 + \tau_{12}w_1w_2 + \tau_{22}w_2^2 \quad (31)$$

Oszacowano współczynniki regresji $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{22}$ (na podstawie wykonanego doświadczenia) sprowadzając równanie (31) do postaci standardowej:

$$\hat{y} = \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \beta_4x_4 \quad (32)$$

gdzie:

$$x_1 = 1; x_2 = w_1^2; x_3 = w_1w_2; x_4 = w_2^2;$$

$$\beta_1 = \tau_0 \quad \beta_2 = \tau_{11} \quad \beta_3 = \tau_{12} \quad \beta_4 = \tau_{22}$$

Macierz X planu doświadczenia ma postać:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Wykonując analogiczne obliczenia otrzymano kolejno:

$$B, B^{-1}, B^{-1}X \quad [8].$$

Oszacowaniem współczynników regresji jest:

$$\hat{f} = (B^{-1}X)y = \begin{bmatrix} 3,48887 \\ 0,06656 \\ 0,05000 \\ -0,03344 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Mamy więc:

$$\hat{f}(w_1, w_2) = 3,48887 + 0,06656w_1^2 + 0,050w_1w_2 - 0,03344w_2^2 \quad (35)$$

Postać taka wynika stąd, że estymatory \hat{a}_1, \hat{a}_2 macierzy B^{-1} nie są skorelowane z żadnymi innymi estymatorami $\hat{a}_0, \hat{a}_{11}, \hat{a}_{12}, \hat{a}_{22}$. Dla oceny charakteru osiągniętego punktu stacjonarnego (siodło, maksimum) sprowadzono otrzymane równanie (35) do postaci kanonicznej, obliczając wartości własne formy kwadratowej:

$$0,06656 w_1^2 + 0,05 w_1 w_2 - 0,03344 w_2^2 \quad (36)$$

Rozwiązując równanie (37) otrzymano wartości własne:

$$\lambda_1 = 0,07236; \quad \lambda_2 = -0,03924$$

$$\det \begin{bmatrix} 0,006656 - \lambda & 0,02500 \\ 0,02500 & -0,03344 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (37)$$

Otrzymaliśmy więc:

$$\hat{f}(\psi_1, \psi_2) = 3,48887 + 0,07236\psi_1^2 - 0,03924\psi_2^2 \quad (38)$$

Równanie (38) wskazuje, że osiągnięto punkt siodłowy "powierzchni odpowiedzi". Maksymalizując funkcję (38) przyjęto $\psi_2 = 0$ i zwiększano ψ_1 w kierunku określonym przez wektor własny $\omega_2 = (-0,35161; 0,093614)$ wartości własnej λ_1 .

Ponieważ na wyznaczonym kierunku nie zaobserwowano znacznej poprawy optymalizowanej funkcji, wykonano następne doświadczenie dziewięciopunktowe (rys. 4) w otoczeniu punktu $u_1 = 13,5$; w którym zaobserwowano najlepszy wynik z dotychczas otrzymanych. Przeprowadzając analogiczne obliczenia [8] otrzymano równanie "powierzchni odpowiedzi" sprowadzone do postaci kanonicznej:

$$\hat{f}(\psi_1, \psi_2) = 3,62219 - 0,00427\psi_1^2 - 1,66452\psi_2^2 \quad (39)$$

Z równania (39) wynika, że punkt stacjonarny $u_1 = 13,5$; $u_2 = 6,75$ jest punktem, w którym funkcja osiąga wartość maksymalną $y = 3,7$ (rys. 4).

5. Uwagi i wnioski końcowe

Metody optymalizacji przedstawione w niniejszej pracy są szczególnie przydatne w przypadkach, gdy nie istnieje dokładny model matematyczny badanego obiektu. Przedstawiona w pierwszej części metoda optymalizacji oparta o teorię zbiorów rozmytych pozwala uzyskiwać dość szybko przybliżone rozwiązanie optymalne. Rozwiązanie to może stanowić punkt wyjścia dla prezentowanej w drugiej części optymalizacji statystycznej. Metoda optymalizacji oparta o teorię zbiorów rozmytych w porównaniu do innych metod pozwala (wykorzystując maszynę cyfrową) przeanalizować znacznie więcej wariantów rozwiązań konstrukcji.

Metoda optymalizacji statystycznej (planowanie eksperymentu) jest metodą dokładniejszą, ale wymagającą znacznego nakładu kosztów i czasu. Należy zwrócić uwagę na dość dużą zbieżność wyników pierwszej ($u_1=13$; $u_2=6,5$) i drugiej ($u_1=13,5$; $u_2=6,75$) metody. Zbieżność ta wynika z poprawnego, aczkolwiek arbitralnego przyjęcia funkcji przynależności dla wymagań i ograniczeń. Metoda optymalizacji oparta o teorię zbiorów rozmytych posiada również duże znaczenie i pozwala stosunkowo szybko uzyskiwać rezultaty dla większej liczby parametrów konstrukcyjnych oraz większej ilości wymagań i ograniczeń dotyczących tych parametrów.

LITERATURA

- [1] Kwok C.C.K.: A Theoretical Study of Vortex Flow in a Thin Cylindrical Chamber. Bendix Technical Journal. Winter 1969 s. 42-51.

- [2] Lundstrom G., Lundstrom L.: Characteristics of a Free Vortex Proximity Sensor. Proc. of 5 th Cranfield Fluidics Conference. Uppsala 1972. Vol. 2. s. J8/97-J8/107.
- [3] Mańczak K.: Technika planowania eksperymentu. W.N.T. Warszawa 1976.
- [4] Sarpkaya T.: Of Fluid Mechanics and Fluidics and of Analysis and Physical Insight. Proc. of 5 th Cranfield Fluidics Conference. Uppsala 1972. Vol. 2. s. R2/17 -R2/36.
- [5] Sileikis W.: A Fluidic Vortex Proximity Sensor. Proc. of Pneumatics - Hidraulice 75 Conf. Győr 1975.
- [6] Syred N.: A Review of the Performance of Thin Cylindrical Vortex Devices with Reference to Power Fluidics Proc. of Power Fluidics Symposium, Sheffield 1975 s. 3/1 - 3/33.
- [7] Zieliński R.: Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej. PWN Warszawa 1974.
- [8] Sileikis W.: Metodyka optymalizacji komоры виrowej pracуjacej jako czujnik odległości. Referat nr 175 wygłoszony na Seminarium Urządzeń i Układów Automatyki. Gliwice 1976. Rękopis - Bibl. Gł. Pol. Sl.
- [9] Watton J.: A Metodological Approach to the Design Optimisation of Fluidic Elements. Proc. of 6 th Cranfield Fluidics Conference Cambridge 1974. s. D2/11 - D2/30.
- [10] Zadeh L.A.: Fuzzy Sets. Information and Control 8 1965. s. 338-353.
- [11] Zadeh L.A.: Fuzzy Algorithms. Information and Control 12, 1967, s. 94-102.
- [12] Bellman R.E., Zadeh L.A.: Decision - Making in Fuzzy Environment. Woпросы analiza i procedury prinjatija reszenij. Sbornik pierewodow. Pod redakciej Szachnowa J.F. Izdatielstwo Mir. Moskwa 1976.

ОПТИМИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИХРЕВОГО ДАТЧИКА РАССТОЯНИЯ

Резюме

В статье представлен принцип действия и конструкция вихревого датчика расстояния.

Приведена оптимизация его статической характеристики методами теории расплывчатых множеств и теории планирования экспериментов. В заключении приводятся некоторые результаты оптимизации.

OPTIMIZATION OF THE DESIGN OF THE VORTEX PROXIMITY SENSOR

Summary

Optimization of the design of the vortex proximity sensor has been done by two different methods: the fuzzy sets and the experiment design techniques. The results have been compared and discussed below.