

Ernest CZOGAŁA, Paweł KANIUT, Marek POCIASK

OSZACOWANIE CZĘSTOTLIWOŚCI PRÓBKOWANIA SYGNAŁU EKG

Streszczenie: W pracy podjęto próbę określenia częstotliwości próbkowania sygnału EKG w zależności od wymaganej dokładności odwzorowania przebiegu. Zastosowano energetyczne kryterium oceny częstotliwości granicznej sygnału.

Wyniki obliczeń numerycznych podano w formie wykresu i tablicy.

1. Wstęp

Jednym z podstawowych parametrów dostarczających lekarzowi wielu informacji o stanie chorego jest krzywa EKG charakteryzująca elektryczną aktywność serca.

Od szeregu lat medycyna dysponuje środkami technicznymi umożliwiającymi rejestrację przebiegu EKG, opracowano również szereg metod klasyfikacyjnych pozwalających ocenić i zinterpretować w elektrokardiogramie zmiany i odchylenia od normy [1].

Szereg zastosowań elektronicznej aparatury medycznej na obecnym etapie rozwoju szczególnie w zakresie automatyzacji systemów intensywnego nadzoru wymaga zdalnego przesyłu i zapamiętania sygnału EKG. Funkcje te coraz częściej realizowane są na drodze cyfrowej m.in. z uwagi na zastosowanie monitorów z pamięcią elektroniczną dla prezentacji przebiegu EKG i maszyn cyfrowych do jego automatycznej interpretacji.

Przesył i zapamiętanie przebiegu EKG wiąże się z koniecznością skwantowania sygnału w czasie i w poziomie. Powstaje problem doboru częstotliwości próbkowania sygnału tak, aby zapewnić wymaganą dokładność odwzorowania nie zwiększając w sposób nieuzasadniony nakładów na sprzęt. Ograniczenie częstotliwości próbkowania sygnału do minimum wymaganego dokładnością ma istotne znaczenie przy wyborze pojemności pamięci elektronicznej monitora ekranowego, szybkości transmisji informacji w liniach przesyłowych, a także pojemności pamięci operacyjnej komputera angażowanej na potrzeby automatycznej analizy przebiegu EKG.

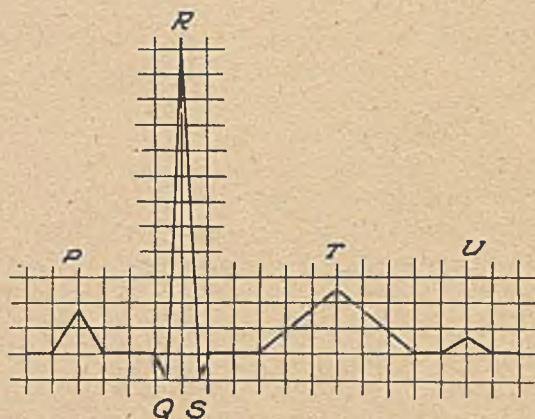
W pracy podjęto próbę określenia częstotliwości próbkowania f_p sygnału EKG dla założonego błędu wynikającego z ograniczenia częstotliwości widma sygnału. Częstotliwość próbkowania wyznaczona jest w oparciu o twierdzenie Shannona [4] na podstawie znajomości granicznej częstotliwości sygnału f_g . Częstotliwość graniczną f_p sygnału EKG wyznaczono w oparciu o

kryterium energetyczne, przyjmując określony model przebiegu krzywej EKG i zakładając dopuszczalny błąd popełniony wskutek ograniczenia widma sygnału.

2. Analiza modelu dla doboru częstotliwości granicznej przebiegu EKG

Spośród wielu metod oszacowania granicznej częstotliwości widma sygnału dla przeprowadzenia rozważań w niniejszej pracy wybrano kryterium energetyczne [2, 4]. Kryterium to polega, jak wiadomo, na założeniu, że w przedziale częstotliwości od 0 do f_g (f_g - częstotliwość graniczna) zawarta jest zasadnicza część energii sygnału mającego w rzeczywistości nieograniczone widmo częstotliwości. Oznaczając gęstość widmową sygnału na wejściu obiektu bezinercyjnego o wzmacnieniu K przez $S_{we}(\omega)$, a gęstość widmową sygnału na wyjściu przy $S_{wy}(\omega)$, można napisać relację:

$$S_{wy}(\omega) = K^2 \cdot S_{we}(\omega) \quad (1)$$



Rys. 1. Uproszczony przebieg czasowy sygnału EKG

W celu wyznaczenia gęstości widmowej sygnału EKG, przyjmijmy dla uproszczenia, że mamy do czynienia z pojedynczym impulsem trójkątnym (rys. 1) o podstawie trójkąta równej $2T = 2T_1 \leq T_1 + T_2$ [3].

Tak uproszczony sygnał można zapisać w postaci:

$$x(\tau) = \begin{cases} A \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) & |\tau| < T \\ 0 & |\tau| > T \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: A oznacza amplitudę (wysokość) trójkąta.

Funkcja widmowa $F(\omega)$ sygnału zapisanego relacją (2) wyznaczona jest zależnością:

$$F(\omega) = 2 \int_0^{\infty} X(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \quad (3)$$

skąd po wstawieniu (2) otrzymuje się:

$$F(\omega) = \frac{2}{T\omega^2} (1 - \cos \omega T) = AT \frac{(\sin \frac{\omega T}{2})^2}{(\frac{\omega T}{2})^2} \quad (4)$$

Biorąc pod uwagę, że:

$$S_{wy}(\omega) = |F(\omega)|^2 \quad (5)$$

można zapisać warunek na częstotliwość graniczną f_g :

$$\frac{1}{\pi} \int_{2\pi f_g}^{\infty} S_{wy}(\omega) d\omega = \alpha \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{wy}(\omega) d\omega \quad (6)$$

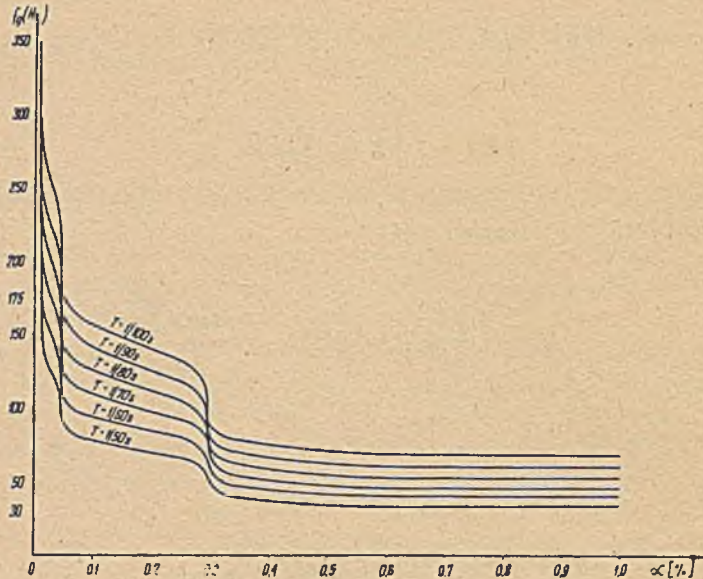
gdzie: $0 < \alpha < 1$ jest ułamkiem energii całkowitej zawartym w widmie sygnału w przedziale częstotliwości $[f_g, \infty)$.

Warunek (6) stanowi więc żądanie, aby energia widma sygnału zawarta w pominiętym zakresie częstotliwości od f_g do ∞ stanowiła dostatecznie małą część całkowitej energii widmowej sygnału o nieograniczonym zakresie częstotliwości.

Biorąc pod uwagę relacje (1) i (5), warunek (6) przyjmuje postać:

$$\frac{1}{\pi} K^2 \int_{2\pi f_g}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \alpha \frac{1}{\pi} K^2 \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (7)$$

Po dokonaniu analizy numerycznej równania można określić częstotliwość graniczną f_g w zależności od założonego błędu α .



Rys. 2. Zależność częstotliwości granicznej f_g od błęd α i parametru T

3. Wyniki obliczeń numerycznych

Wprowadzając zależność (4) do równości (7) uzyskuje się wyrażenie:

$$\int_{2\pi f_g}^{\infty} \frac{1}{\omega^4} (1 - \cos \omega T)^2 d\omega = \alpha \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega^4} (1 - \cos \omega T)^2 d\omega \quad (7a)$$

lub

$$\int_{2\pi f_g}^{\infty} \frac{\sin^4 \frac{\omega T}{2}}{\left(\frac{\omega T}{2}\right)^4} d\omega = \alpha \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 \frac{\omega T}{2}}{\left(\frac{\omega T}{2}\right)^4} d\omega \quad (7b)$$

W oparciu o równania (7a) i (7b) wyznaczono metodami numerycznymi wartości α [%] dla różnych czasów T [s] i częstotliwości granicznych f_g [Hz].

Wyniki przedstawiono na wykresie (rys. 2) w zakresie wartości α od 0,05% do 1%, a poza tym zakresem w celu ilustracji tendencji zmian w tabeli 1.

Tablica 1

$T [s]$ / $f_g [Hz]$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{50}$
20	44,908	39,958	34,225	27,620	20,172	12,245
25	34,225	29,012	23,241	17,017	10,674	5,018
30	25,223	20,172	14,891	9,664	5,018	1,737
35	17,925	13,375	8,948	5,018	2,091	0,596
40	12,245	8,421	5,018	2,384	0,831	0,328
45	8,016	5,018	2,628	1,075	0,406	0,295
50	5,018	2,832	1,312	0,526	0,307	0,294
60	1,737	0,831	0,406	0,300	0,294	0,286
350	$9,28 \cdot 10^{-3}$	$5,88 \cdot 10^{-3}$	$5,21 \cdot 10^{-3}$	$3,03 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$
400	$5,88 \cdot 10^{-3}$	$4,73 \cdot 10^{-3}$	$3,03 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$0,75 \cdot 10^{-3}$
450	$4,31 \cdot 10^{-3}$	$3,03 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	$0,92 \cdot 10^{-3}$	$0,53 \cdot 10^{-3}$
500	$3,03 \cdot 10^{-3}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$0,72 \cdot 10^{-3}$	$0,38 \cdot 10^{-3}$

4. Określenie minimalnej częstotliwości próbkowania sygnału

W oparciu o wyniki analizy numerycznej można określić graniczną częstotliwość widma sygnału EKG w zależności od założonego czasu trwania trójkątnego załamka i wymaganej dokładności. Częstotliwość próbkowania f_p sygnału EKG, zgodnie z twierdzeniem Shannon'a [4], można wyznaczyć ze wzoru:

$$f_p = 2f_g \quad (8)$$

Tak więc przykładowo przy założeniu szerokości trójkątnego załamka równej 0,01 sekundy i dokładności większej niż 0,5% z wykresu na rys. 2 można odczytać częstotliwość graniczną widma sygnału $f_g = 80$ Hz. Stąd na podstawie (8) wymagana częstotliwość próbkowania dla tych warunków wynosi $f_p = 160$ Hz. Częstotliwość ta zależy jedynie od parametrów czasowych sygnału i od wymaganej dokładności.

5. Uwagi i wnioski końcowe

Przyjęte w pracy uproszczenia dotyczące charakteru krzywej EKG (sygnał trójkątny) są niewątpliwie dużym przybliżeniem sygnału rzeczywistego. Jednak założony kształt sygnału i określenie czasu trwania trójkątnego załamka

jako podwójnego czasu narastania stanowi zaostrzenie warunków czasowych przebiegu sygnału.

Z uzyskanych rezultatów wynika, że dla stałego czasu trwania trójkątnej załamki, błąd α wzrasta wraz ze zmniejszaniem częstotliwości granicznej, przy czym założenie granicznej częstotliwości równej 100 Hz wystarcza dla osiągnięcia błęd: poniżej 0,4% w całym zakresie analizowanych czasów ($T \geq 0,01$ sek.). Należy również zaznaczyć znaczny wzrost błędu przy obniżaniu częstotliwości granicznej poniżej 50 Hz i tak np. dla czasu $T = 0,01$ sek i częstotliwości $f_g = 20$ Hz błąd sięga 45% (patrz tablica 1).

Uzyskane z analizy matematycznej wyniki są ważne przy założeniu, że układy wejściowe urządzeń rejestrujących przebieg EKG, tzn. układy zamieniające sygnał biologiczny w sygnał elektryczny o odpowiednim poziomie wystarczającym do rejestracji, są układami bezinercyjnymi. Przy tym założeniu uzyskane wyniki nie zależą od parametrów układu wejściowego urządzenia rejestrującego.

LITERATURA

- [1] Kwoczyński J.: Elektrokardiografia, PZWL Warszawa 1972.
- [2] Hagel R.: Określenie częstotliwości granicznej sygnałów ZN Pol.Śl. S. Elektryka z. 48.
- [3] Czogała E., Kaniut P., Kopka J.: Próba oceny częstotliwości granicznej aparatów rejestrujących krzywą EKG ZN Pol.Śl. S. Automatyka w druku.
- [4] Mańczak K.: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania, WNT Warszawa 1970.
- [5] The beehive medical electronics, inc. Medical Computer System
- [6] Brink A.J., Vivier C.DE.W., Vanwyk J.D.N.: Computerised Analysis, Interpretation, Storage and Retrieval of Elektrocardiograms, S.A. Medical Journal 8/74.
- [7] Yanowitz F. i in.: Accuracy of a Continuous Real - Time ECG Dysrhythmia Monitoring System.

ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ КВАНТИРОВАНИЯ СИГНАЛА ЭКГ

Р е з ю м е

В работе поднято пробу определения частоты квантирования сигнала ЭКГ в зависимости от требуемой точности отображения течения кривой. Использовано энергетический критерий оценки граничной частоты сигнала. Результаты числовых исчислений представлено в форме диаграммы и таблицы.

THE ESTIMATION OF THE EKG WAVE'S SAMPLING RATE

S u m m a r y

A trial was undertaken to determine the sampling rate of EKG wave according to accuracy of conversion. The energetic criterion of the estimation was used. The results of calculations are presented in the form of a table and a graph.