ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978
Seria: AUTOMATYKA z. 43 Nr kol. 579

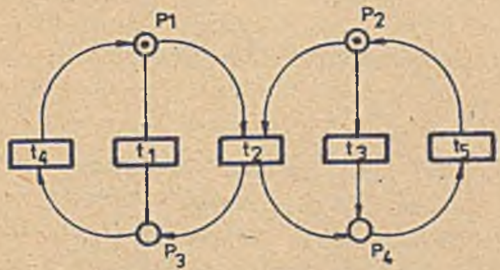
Piotr Misiurewicz
Politechnika Warszawska

SIECI PETRI I ICH ZASTOSOWANIE DO PROJEKTOWANIA DYSKRETNYCH UKŁADÓW STEROWANIA

Streszczenie. Poniżej przedstawiono nowe narzędzie służące do opisu systemów dyskretnych, a mianowicie sieci Petri. Można je traktować jako uogólnienie sieci działań, umożliwiające opisywanie procesów równoległych w dyskretnych systemach. Jako przykład pokazano zastosowanie sieci Petri do opisu algorytmu sterowania zespołem powiązanych ze sobą urządzeń technologicznych, oraz do opisu zachowania obiektu dyskretnego. Opisy takie ułatwiają projektowanie dyskretnych układów sterowania lub kontroli.

1. Wprowadzenie do sieci Petri

Sieć Petri to graf skierowany z dwoma rodzajami wierzchołków, zwanymi węzłami i tranzycjami. Łuki grafu łączą węzły z tranzycjami lub odwrotnie. Na rysunku węzły oznaczane są kółkami, a tranzycje - prostokątami (rys. 1). Każdy węzeł może zawierać dowolną liczbę markerów, oznaczanych na rysunku kropkami.



Rys. 1. Przykład sieci Petri

Formalnie sieć Petri N można opisać jako czwórkę uporządkowaną:

$$N = \langle P, T, A, M_o \rangle$$

gdzie: $P = \{p_1 \dots p_m\}$ - zbiór węzłów;
$T = \{t_1 \dots t_n\}$ - zbiór tranzycji;
$A \subseteq P \times T \cup T \times P$ - relacja odpowiadająca łukom sieci;
$M_o : P \rightarrow \{0, 1, 3, \dots\}$ - markowanie początkowe sieci;

W dalszym ciągu symbolem M(p) oznaczać będziemy liczbę markerów w węźle p. Markowanie sieci możemy zapisać jako wektor:

$$M = \langle M(p_1), M(p_2) \dots M(p_m) \rangle$$

Zbiór węzłów wejściowych tranzycji t oznaczać będziemy symbolem ${}^{\bullet}t$:

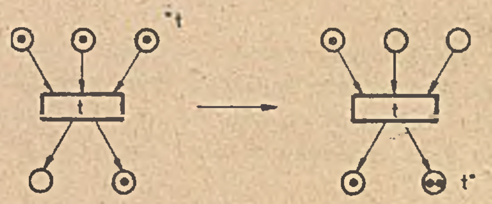
$${}^{\bullet}t = \{p \in P \mid (p,t) \in A\}$$

zbiór węzłów wyjściowych - symbolem $t^{\bullet}$:

$$t^{\bullet} = \{p \in P \mid (t,p) \in A\}$$

Tranzycja t jest aktywna, gdy jej wszystkie wejściowe węzły mają co najmniej jeden marker. Jedna z aktywnych tranzycji może wykonać akcję, polegającą na usunięciu jednego markera z każdego węzła wejściowego i dodaniu jednego markera do każdego węzła wyjściowego (rys. 2). Akcja tranzycji t powoduje więc zmianę markowania M_i na M_j, co zapisujemy $M_i \xrightarrow{t} M_j$, gdzie:

$$M_j(p) = \begin{cases} M_i(p)-1 & \text{dla } p \in {}^{\bullet}t - t^{\bullet} \\ M_i(p)+1 & \text{dla } p \in t^{\bullet} - {}^{\bullet}t \\ M_i(p) & \text{inaczej} \end{cases}$$

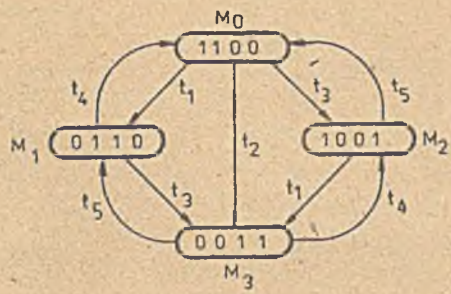


Rys. 2. Akcja tranzycji

Przy pomocy sieci Petri można opisywać zachowanie systemów dyskretnych. Wtedy węzły odpowiadają pewnym warunkom - warunki te są spełnione, gdy odpowiednie węzły są zamarkowane. Markowanie sieci reprezentuje stan systemu. Tranzycje odpowiadają zdarzeniom zachodzącym w systemie, każde zdarzenie zmienia stan systemu. Zdarzenie odpowiadające tranzycji t może zajść, gdy spełnione są wszystkie warunki reprezentowane przez węzły wejściowe $p \in {}^{\bullet}t$. W wyniku zajścia tego zdarzenia będą spełnione warunki reprezentowane przez węzły wyjściowe $p \in t^{\bullet}$.

Akcja tranzycji może być momentalna, wtedy przyjmuje się, że tylko jedna tranzycja może wykonać akcję w danej chwili. Można też przyjąć, że akcja trwa określony czas, przy czym w momencie jej rozpoczęcia usuwane są markery z węzłów wejściowych, a w momencie zakończenia - umieszczane w węzłach wyjściowych. Dla tranzycji drugiego typu można narysować równoważną sieć z tranzycjami pierwszego rodzaju (osobne tranzycje reprezentujące rozpoczęcie i zakończenie akcji).

Szersze informacje na temat sieci Petri i związanych z nimi problemów znaleźć można np. w [1]. Brak miejsca nie pozwala na przedstawienie tutaj tych problemów nawet w skrócie. Podamy jedynie, że wiele własności sieci Petri można opisać przez podanie zbioru markowań osiągalnych z markowania początkowego, oraz tzw. grafu osiągalności. Graf osiągalności dla sieci z rys. 1 jest przedstawiony na rys. 3.



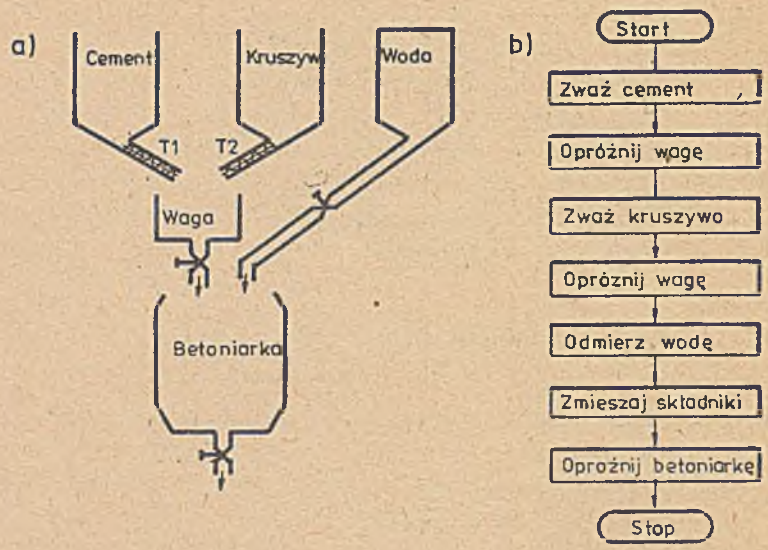
Rys. 3. Graf osiągalności sieci z rys. 1

Wierzchołkami grafu są markowania osiągalne z markowania początkowego - są one opisywane na rysunku ciągami $< M(p_1), M(p_2), M(p_3), M(p_4) >$. Łuki grafu odpowiadają tranzycjom, przy czym łuk opisany symbolem t łączy markowania M_i z M_j jeżeli $M_i \xrightarrow{t} M_j$. Łatwo zauważyć, że graf z rys. 3 opisuje automat niedeterministyczny, równoważny sieci Petri z rys. 1.

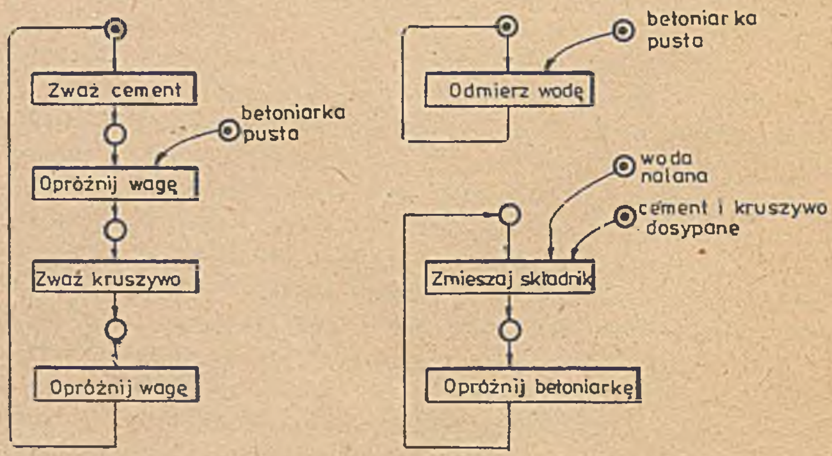
2. <u>Zastosowanie sieci Petri do zapisu algorytmów równoległych</u>

Sieci Petri mogą być traktowane jako rozszerzenie i uogólnienie sieci działań, umożliwiające opis algorytmów, w których pewne sekwencje czynności wykonywane są równolegle. Sytuacje takie występują przy sterowaniu zespołami powiązanych ze sobą urządzeń technologicznych [3].

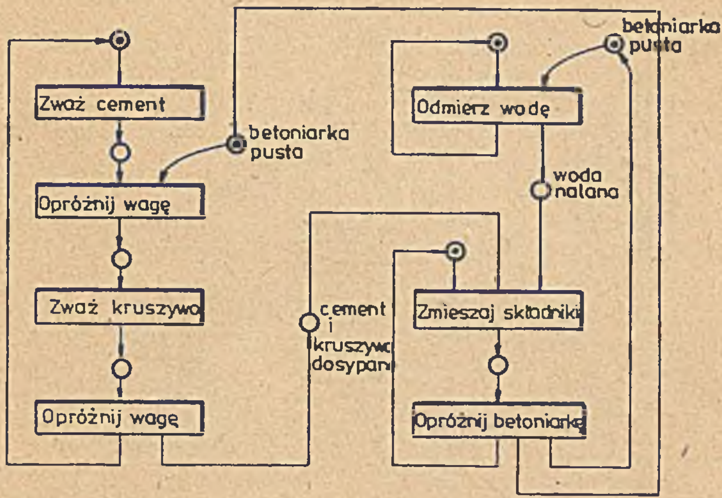
Jako przykład przeanalizujemy urządzenie służące do produkcji betonu (rys.4a). Zawiera ono transportery T1 i T2 podające cement i kruszywo do wagi, zbiornik z wodą i betoniarkę. Sekwencja czynności niezbędnych do wytworzenia porcji betonu jest podana na rys. 4b. Jeżeli wytwarzamy kolejne porcje betonu i chcemy, by urządzenie pracowało z maksymalną wydajnością, to powinniśmy starać się wykonywać jak najwięcej czynności jednocześnie. Tak na przykład, w czasie mieszania składników w betoniarce możemy odważać następną porcję cementu. Ogólnie rzecz biorąc, operacje związane z tym samym urządzeniem muszą być wykonywane sekwencyjnie, natomiast operacje związane z różnymi urządzeniami mogą być wykonywane równolegle. Dla przeanalizowania możliwych równoległości możemy użyć sieci Petri. Na rys. 5 podane są warunki niezbędne dla rozpoczęcia każdej sekwencji czynności. Opis działania całego urządzenia jest pokazany na rys. 6. Przy sterowaniu komputerowym urządzeniem do produkcji betonu opis taki pokazuje podział programu sterującego na zadania i ułatwia synchronizację tych zadań.



Rys. 4. Urządzenie do produkcji betonu



Rys. 5. Sekwencje czynności w urządzeniu



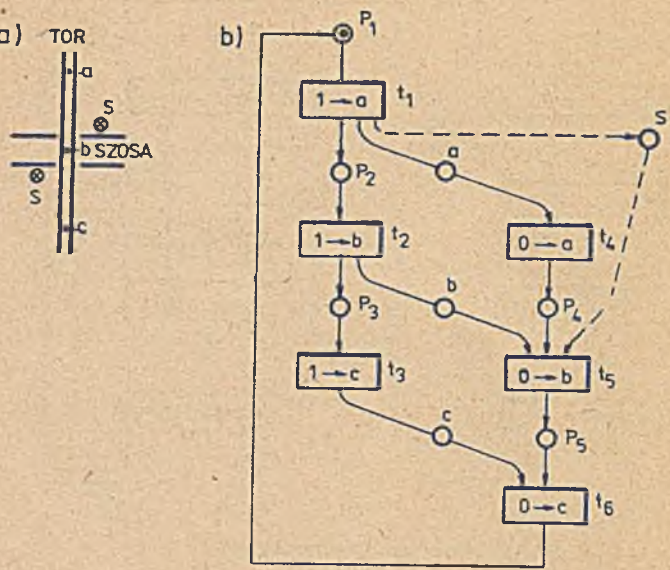
Rys. 6. Proces produkcji betonu

3. Zastosowanie sieci Petri do opisu zachowania obiektu dyskretnego

Przy projektowaniu asynchronicznych automatów sterujących (szczególnie gdy jest ono wspomagane komputerem) największy kłopot sprawia sformułowanie warunków działania układu, tj. określenie wymaganego odwzorowania wejściowo-wyjściowego. Wymaga ono szczegółowej analizy możliwych zdarzeń w obiekcie.

Jako przykład rozważmy znane [2] zadanie o przejeździe kolejowym (rys. 7a). Na torach są zainstalowane trzy czujniki a, b, c, dające sygnał 1,gdy nad nimi znajduje się skład pociągu. Na długość pociągu i odległości czujników nie nakłada się żadnych ograniczeń - przyjmuje się jedynie, że pociąg nie może się cofać. Światła ostrzegawcze S mają się zapalić, gdy czoło pociągu znajdzie się nad czujnikiem a lub c (zależnie od kierunku jazdy), a zgasnąć,gdy tył pociągu zejdzie z czujnika b. Ponieważ przejazd jest symetryczny, wystarczy więc rozpatrzyć tylko jeden kierunek jazdy.

Klasyczna metoda projektowania automatu asynchronicznego wymaga narysowania wykresu czasowego, na którym przedstawione są wszystkie możliwe ciągi sygnałów wejściowych (język wejściowy) i odpowiadające im ciągi sygnałów wyjściowych. Dla formalnego określenia języka wejściowego automatu można narysować model obiektu w postaci sieci Petri, a następnie określić język generowany przez tę sieć. W wielu przypadkach narysowanie modelu obiektu jest bardzo proste, natomiast dalsze czynności może wykonać komputer.



Rys.7. Przejazd kolejowy i jego opis siecią Petri

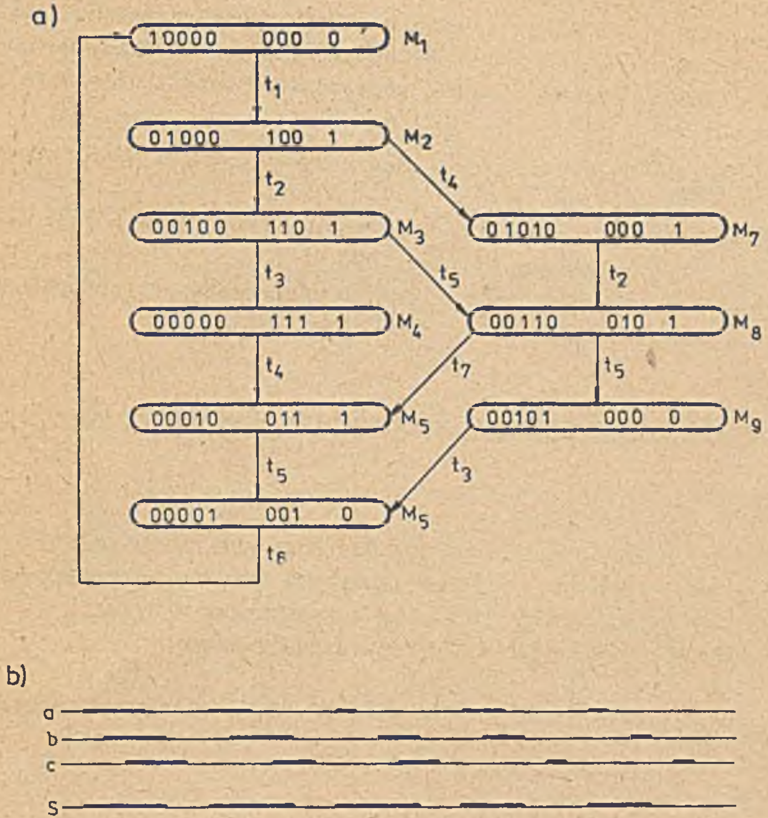
Na rys. 7b jest przedstawiony model przejazdu kolejowego przy ruchu pociągu z góry na dół. Węzeł p_1 jest zamarkowany, gdy pociąg znajduje się z dala od przejazdu. Akcje tranzycji t_1, t_2 i t_3 odpowiadają najechaniu czoła pociągu na czujniki odpowiednio a, b i c. Akcje tranzycji t_4, t_5 i t_6 odpowiadają zjechaniu tyłu pociągu z czujników a, b, c. Węzły oznaczone literami a, b, c reprezentują sygnały z czujników - węzeł zamarkowany odpowiada sygnałowi 1. Połączenią pomiędzy węzłami a tranzycjami określają warunki zajścia poszczególnych zdarzeń - np. warunkiem zjechania tyłu pociągu z czujnika b (akcja tranzycji t_5) jest:

- znajdowanie się pociągu nad czujnikiem b (zamarkowanie węzła b);
- uprzednie zjechanie tyłu pociągu z czujnika a (zamarkowanie węzła p_4).

Węzeł s na rys. 7b symbolizuje stan światła ostrzegawczego.

Na rys. 8a przedstawiony jest graf osiągalności, odpowiadający sieci z rys. 7b. Jest to graf automatu niedeterministycznego, jego stany (odpowiadające stanom obiektu) określone są przez osiągalne markowania sieci Petri. Markowania te zapisywane są na rys. 8a w postaci ciągów binarnych:

$$M = \langle M(p_1),\ M(p_2),\ M(p_3),\ M(p_4),\ M(p_5),\ M(a),\ M(b),\ M(c),\ M(s)\rangle$$



Rys. 8. Graf osiągalności i wykres czasowy dla przejazdu kolejowego

W grafie z rys. 8a mamy pięć możliwych dróg ze stanu M_1 z powrotem do M_1 - drogi te opisują język generowany przez model obiektu:

$$d_1 = M_1M_2M_3M_4M_5M_6$$
$$d_2 = M_1M_2M_3M_8M_5M_6$$
$$d_3 = M_1M_2M_7M_8M_5M_6$$
$$d_4 = M_1M_2M_3M_8M_9M_6$$
$$d_5 = M_1M_2M_7M_8M_9M_6$$

Ciągi słów $\langle M(a), M(b), M(c), M(s)\rangle$ opisują odwzorowanie wejściowo-wyjściowe automatu sterującego światłem na przejeździe kolejowym. Ciągom tym odpowiada wykres czasowy pokazany na rys. 8b. Wykres dla przeciwnego kierunku jazdy otrzymamy, zamieniając a z c. Na podstawie wykresu czasowego łatwo jest narysować pierwotną tablicę przejść asynchronicznego automatu sterującego światłem S na podstawie sygnałów z czujników a, b, c.

Powyższe postępowanie umożliwia algorytmizację wstępnego etapu projektowania układu przełączającego, a mianowicie ułożenie tablicy przejść. Model w postaci sieci Petri opisuje w sposób formalny żądane działanie układu, przejście od modelu do tablicy przejść jest już czysto mechaniczne. Problemem pozostaje nadal opracowanie i weryfikacja modelu.

LITERATURA

[1] J.L.Peterson: Petri Nets.Computing Surveys, Vol.9, No.3. September 1977

[2] Zbiór zadań z układów przełączających. Skrypt Politechniki Śląskiej pod.red. J.Siwińskiego, Gliwice 1976

[3] P.Misiurewicz: Lectures on real-time microprocessor control systems. Lecture notes, University of Minnesota 1976.

СЕТИ ПЕТРИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Р е з ю м е

Сети Петри являются инстюментом для описания дискретных систем. Можно их расматривать как обобщение диаграми действия , дающих возможность описания параллельных процессов в дискретных системах.

В настоящей работе даются два примера применения сетей.

PETRI NETWORKS AND THEIR APPLICATION TO THE DESIGN OF DISCRETE CONTROL SYSTEM

S u m m a r y

Petri networks are a new tool for the analysis of discrete systems. They are a generalization of flow diagrams, having the possibility of presenting parallel processes in discrete systems. Two examples of their application are presented.