

FREYTAGS HILFSBUCH  
FÜR DEN MASCHINENBAU  
HERAUSGEGEBEN VON P. GERLACH

ACHTE AUFLAGE

# Freytags Hilfsbuch für den Maschinenbau

für Maschineningenieure sowie für den Unterricht  
an technischen Lehranstalten

Unter Mitarbeit von

Prof. Dipl.-Ing. M. Coenen, Dipl.-Ing. E. Lupberger  
Prof. Dr.-Ing. G. Sandel, Prof. A. Schmidt, Dipl.-Ing. Fr. Schulte  
Prof. Dr.-Ing. G. Unold, Prof. Dr. Fr. Wicke  
und Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann

herausgegeben von

**P. Gerlach**

Professor an der Staatlichen Akademie  
für Technik zu Chemnitz

Achte  
teilweise vollständig umgearbeitete Auflage

Mit 2673 in den Text gedruckten Abbildungen  
und 4 Konstruktionstafeln



Berlin  
Verlag von Julius Springer  
1930

---

Preis RM 24.—. Partiepreis für 25 Expl. je RM 20.—



*Handwritten note:* Thun... / ...

# Freitag's Hilfsbuch für den Maschinenbau

für Maschinenbauingenieure sowie für den Unterricht  
an technischen Lehranstalten

Herausgegeben von  
Prof. Dr. Ing. W. Freitag, Oberlehrer an der  
Technischen Hochschule für Maschinenbau in  
Dresden, und Prof. Dr. Ing. W. Freitag, Oberlehrer  
an der Technischen Hochschule für Maschinenbau in  
Dresden

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1930 by Julius Springer in Berlin.

Printed in Germany.

139278



Verlag Julius Springer

Berlin

DA 146/13

## Vorwort zur ersten Auflage.

Durch die Herausgabe des vorliegenden Werkes soll dem an technischen Unterrichtsanstalten längst empfundenen Bedürfnisse nach einem Hand- und Lehrbuche, welches auf wissenschaftlicher Grundlage die den verschiedenen Zweigen des allgemeinen Maschinenbaues angehörigen Maschinen und deren Einzelteile behandelt, abgeholfen, nicht minder dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein beim Entwerfen und bei der Berechnung von Maschinenteilen usw. brauchbares Hilfsbuch geboten werden.

In erschöpfender Weise haben hervorragende Fachgelehrte in zumeist umfangreichen Werken die wissenschaftlichen Grundlagen für das Verständnis der Wirkungsweise und für die Berechnung von Maschinen aller Art wie auch nur bestimmter Organe derselben festgelegt und durch die auf sorgfältigen Untersuchungen an ausgeführten Maschinen beruhenden theoretischen Entwicklungen für die Allgemeinheit wichtige Ergebnisse an die Öffentlichkeit gebracht.

Derartige, auch für jeden einzelnen Zweig des allgemeinen Maschinenbaues verfaßte grundlegende Abhandlungen werden dem mit genügenden Vorkenntnissen ausgerüsteten Ingenieur zur weiteren Vertiefung in einem bestimmten Fache vorzügliche Dienste leisten; sie werden wegen ihrer verhältnismäßig hohen Anschaffungskosten aber nicht überall zur Verfügung stehen und als Nachschlagewerke nur mit erheblichem Zeitverlust zu benutzen sein, — ganz abgesehen davon, daß wegen ihrer häufig weit ausholenden Wissenschaftlichkeit das Studium derselben ein besonderes Verständnis erfordert.

Diese Gründe sind es gewesen, die insbesondere in den letzten Jahren eine Bereicherung der einschlägigen technischen Literatur um eine große Anzahl von Werken über Maschinen und Maschinenteile herbeigeführt haben, deren Verfasser den zu behandelnden Stoff in gedrängter Form und in einer auch dem weniger Vorgebildeten verständlichen Weise zur Darstellung zu bringen versuchten.

Es ist aber durch die Herausgabe solcher Bücher den wirklichen Bedürfnissen nicht überall in vollkommener Weise abgeholfen worden. In manchen Fällen haben die Verfasser nicht das gesamte Gebiet des allgemeinen Maschinenbaues, sondern nur einzelne Teile desselben bearbeitet, so daß diese Bücher Lücken aufweisen und nur einem beschränkten Interessentenkreise von Nutzen sein können; andererseits entbehren solche Bücher der wissenschaftlichen Grundlage zuweilen mehr oder weniger. Die in denselben ohne jegliche Ableitung gebrachten Formeln mögen wohl hier und da ihren

Zweck erfüllen, sie werden dem weiter denkenden Konstrukteur aber kein Mittel bieten, um auf Grund eigener Anschauungen zu richtigen Schlüssen zu gelangen.

Die in den Abbildungen vorgeführten Maschinen und Maschinenteile lassen ferner wegen mangelhafter Wiedergabe oder nicht mehr zeitgemäßer Bauart häufig zu wünschen übrig bzw. sind sie in manchen Büchern nur äußerst dürftig anzutreffen, so daß es unmöglich ist, einen genügenden Einblick in die verschiedenen Konstruktionstypen einzelner Maschinenteile zu gewinnen.

Die genannten Übelstände hat Verfasser in dem vorliegenden, auf Anregung der Verlagsbuchhandlung Julius Springer verfaßten Hilfsbuche zu vermeiden gesucht. In diesem Buche sind nach Vorausschickung von Tabellen der Potenzen, Wurzeln usw. und kürzeren Angaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie, sowie den Grundlagen der Festigkeitslehre nicht nur die Maschinenteile, sondern auch die Kraftmaschinen — Dampfmaschinen (Dampfturbinen), Dampfkessel, Wassermotoren (Wasserräder, Turbinen), Verbrennungsmotoren (Verpuffungs- und Gleichdruckmotoren), ferner von den Arbeitsmaschinen die Lasthebemaschinen, Hebewerke für flüssige Körper, Gebläse und Kompressoren behandelt worden.

Ein Hauptgewicht ist auf die Wiedergabe richtiger, für die Ausführung unmittelbar brauchbarer Abbildungen gelegt; es ist ferner eine Ableitung der für die Beurteilung und für die Berechnung von Maschinen usw. wichtigsten Formeln nach Möglichkeit angestrebt worden.

Hierbei ist Verfasser bemüht gewesen, mit den Hilfsmitteln der niederen Mathematik durchzukommen, und nur in einzelnen Fällen, wo eine Entwicklung von Gleichungen mit Hilfe der niederen Mathematik nur auf großen Umwegen zum Ziele geführt hätte, wurde die Methode der höheren Mathematik angewendet.

Die für das Verständnis der Wirkungsweise und der Berechnung der Kraft- und Arbeitsmaschinen grundlegenden Abschnitte aus der Mechanik und der mechanischen Wärmelehre sind den betreffenden Kapiteln vorausgeschickt oder aber an geeigneter Stelle in dieselben eingeschaltet worden. So werden bei den Dampfmaschinen zunächst die physikalischen Eigenschaften des Wasserdampfes, bei den Gebläsen und Kompressoren diejenigen der Luft besprochen, während den Wassermotoren ein die Mechanik flüssiger Körper behandelnder Abschnitt vorausgeht usw.

Die in dem Hilfsbuche gebrauchten abgekürzten Bezeichnungen für Maß-, Gewichts-, Zeit-, Arbeitseinheiten u. dgl. entsprechen den in dem bekannten Taschenbuch „Die Hütte“ hierfür angegebenen Abkürzungen, die in der Praxis allgemein Eingang gefunden haben. Auch für die Einteilung des gesamten Stoffes, der zur Bearbeitung vorlag, ist das vorgenannte Buch in der Hauptsache maßgebend gewesen. In einzelnen Fällen sind die gebrachten Darlegungen durch eingefügte Rechnungsbeispiele unterstützt worden.

In einem dem Werke beigefügten Anhang sind Wärmeeigenschaften und Reibungskoeffizienten verschiedener Körper, die deutschen Normalprofile für Walzeisen, Maße und Gewichte verschiedener Länder mit Vergleichungstabellen, Auszüge aus dem Patentgesetz, aus der Gebührenordnung der Architekten und Ingenieure, ferner die Gebührenordnung für gerichtliche Zeugen und Sachverständige aufgenommen worden.



Ein besonderer Abschnitt des Werkes bringt die für den Maschineningenieur wichtigsten Hochbaukonstruktionen an Hand der für das Verständnis derselben notwendigsten Abbildungen.

Den Herren Verfassern bekannter größerer Werke über hierhergehörige Maschinen und Maschinenteile, welche die Benutzung ihrer Veröffentlichungen für das Hilfsbuch bereitwilligst gestatteten, und denjenigen Firmen, welche durch Überlassung von Zeichnungen und durch beachtenswerte Mitteilungen das Unternehmen förderten, spreche ich, wie ferner der geschätzten Verlagsbuchhandlung für die vortreffliche Ausstattung des Buches, meinen Dank aus.

Die als Quelle benutzten Werke und Zeitschriften sind übrigens als solche an den betreffenden Stellen des Buches bezeichnet worden.

Möchte mein Hilfsbuch eine freundliche Aufnahme finden und sowohl den Studierenden technischer Lehranstalten bei den Konstruktionsübungen wie auch den in der Praxis stehenden Ingenieuren bei ihren Berufsarbeiten ein zuverlässiger Berater werden!

Die geehrten Fachgenossen bitte ich um nachsichtige Beurteilung des Buches und um Mitteilung etwaiger Irrtümer desselben, sowie wünschenswerter Abänderungen oder Hinzufügungen, die bei weiteren Auflagen des Buches Berücksichtigung finden sollen.

Chemnitz, im Mai 1904.

## Vorwort zur achten Auflage.

Die vorliegende achte Auflage entspricht hinsichtlich des Umfangs und der Behandlung des Stoffes im wesentlichen der Vorgängerin. Die von der Kritik geäußerten Wünsche, die sich nicht immer deckten, wurden erfüllt, soweit der Umfang und die Aufgabe des Hilfsbuchs, getreu seinem Namen, ein Berater für die studierende Jugend und für den jungen Ingenieur zu sein, dies gestatteten. Wo die Erfüllung von Wünschen zu weit geführt oder höhere Anforderungen an die mathematische Vorbildung gestellt hätte, als billigerweise von einem großen Teil seiner Freunde verlangt werden kann, sorgen teilweise umfangreiche Hinweise auf das technische Schrifttum dafür, daß unvermeidliche Lücken durch Privatstudium oder Anberaumung von Sondervorträgen ausgefüllt werden können.

Im einzelnen habe ich an neuem zu nennen die weitgehende Berücksichtigung der Arbeiten des NDI durch Bezeichnung oder auszugsweise Wiedergabe der von ihm herausgegebenen einschlägigen Normblätter. Dabei weise ich darauf hin, daß für diese jeweils die neueste Ausgabe maßgebend ist, die durch den Beuth-Verlag G. m. b. H., Berlin S 14 zu beziehen ist. Da die normgerechten Bezeichnungen sich noch nicht restlos durchgesetzt haben und von den im technischen Schrifttum üblichen in grundsätzlicher Hinsicht häufig stark abweichen, — ich erinnere an die noch offene Frage der Bezeichnungen in der Festigkeitslehre betr. Spannung, zulässige Anstrengung und Festigkeit — und weil ein großer Teil der Freunde des Hilfsbuches, sagen wir alter Schule, sich in den neuen Bezeichnungen nicht zurechtfinden würde, wurden vorerst noch neben den normgerechten Bezeichnungen die alten, in Fleisch und Blut übergegangenem mitgenannt und in Beispielen verwertet.

Der Abschnitt „Dampferzeugungsanlagen“ hat eine vollständige Umarbeitung erfahren, die dem neuzeitlichen Groß-, Hochleistungs- und Hochdruckkessel in wärmewirtschaftlicher, konstruktiver, fabrikatorischer und betrieblicher Hinsicht mehr als bisher Rechnung trägt.

Der Abschnitt „Wasserkraftmaschinen“ ist durch die Aufnahme der Schaufelung eines Francisschnellläufers, der Flügelrad-(kaplan-)turbine und damit zusammenhängender Fragen sowie des Wirkungsgradfeldes erweitert worden, während der Unterabschnitt Zentrifugal-(kreisel-)pumpen eine von der üblichen abweichende, einfache Behandlung erfahren hat. Daß dabei mancher Gedanke nur angedeutet werden konnte, hat seinen Grund in dem dringend notwendig gewordenen Abschluß der Handschrift für die Neuauflage.

Im Abschnitt „Stahlbau“ ist die behördlichen Vorschriften unterworfenene feste Vernietung eingegliedert worden, er selbst wurde durch Voranstellung mit dem Abschnitt „Lasthebemaschinen“ organisch verbunden.

Im übrigen sind alle Abschnitte durch die Aufnahme neuzeitlicher Anschauungen und Konstruktionen sowie teilweise durch Einschaltung von Beispielen erweitert worden.

Das Hilfsbuch war längere Zeit vergriffen; die Bearbeitung der neuen Auflage hat sich infolge besonderer Umstände länger hinausgezogen, als ich bei ihrer Inangriffnahme voraussetzte. Ich würde mich freuen, wenn der Inhalt der achten Auflage einigermaßen entschädigt für die Unbequemlichkeit, die in dem erzwungenen bzw. hoffentlich vorübergehenden Verzicht auf das Hilfsbuch als Unterrichtsmittel liegt.

Die der neuen Auflage noch etwa anhaftenden Mängel oder offenkundigen Lücken durch Freimachung von Platz an den dazu geeigneten Stellen zu beseitigen, wird mein Bestreben sein. In diesem Sinne erbitte ich die Unterstützung seitens der Fachgenossen.

Schließlich entledge ich mich der angenehmen Pflicht, den Firmen und den Freunden des Hilfsbuchs verbindlichst zu danken, die auch diesmal meine Mitarbeiter und mich durch Überlassung konstruktiver Unterlagen, Mitteilung von Erfahrungen und durch Anregungen unterstützt haben. In diesen Dank schließe ich die Herren Bearbeiter des Abschnittes „Dampferzeugungsanlagen“, Direktor Dipl.-Ing. E. Lupberger, Berlin und Direktor Dipl.-Ing. Fr. Schulte, Essen a. Ruhr, sowie Professor Dipl.-Ing. A. Reppe als Verfasser des Unterabschnittes „Rohrleitungen“ ein. Und nicht zuletzt danke ich der Verlagsbuchhandlung für die Bereitwilligkeit in der Erfüllung unserer Wünsche, wie für die mustergültige Ausstattung des Hilfsbuches.

Chemnitz, Ende September 1930.

**P. Gerlach.**



# Inhaltsverzeichnis.

## Erster Abschnitt.

### Mathematik.

|   | Seite |
|---|-------|
| Tafeln . . . . .  | 1     |
| Tafeln der Potenzen, Wurzeln, Briggschen Logarithmen, Kreisumfänge und Kreisflächen 2. — Natürliche Logarithmen 22. — Tafeln der Kreisfunktionen 24. — Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Einheitshalbmesser 28. — Tafeln der Hyperbelfunktionen 30. — Briggsche Logarithmen derselben 32. — Wichtige Zahlenwerte 35. — Winke zur Benutzung der Tafeln 35. — Abgekürztes Zahlenrechnen 36. |       |
| Arithmetik . . . . .  | 39    |
| Potenzen, Wurzeln, Logarithmen 39. — Endliche Reihen 42. — Kaufmännische Arithmetik 44.   |       |
| Trigonometrie . . . . .   | 46    |
| Messung von Winkeln 46. — Winkelfunktionen 46. — Goniometrie 49. — Dreiecksberechnung 50.   |       |
| Geometrie . . . . .   | 52    |
| Ebene Figuren 52. — Körper 56.  |       |
| Algebra . . . . .   | 59    |
| Allgemeines 59. — Exakte Lösung von Gleichungen 60. — Näherungsweise Lösung von Gleichungen 70.   |       |
| Differentialrechnung . . . . .  | 72    |
| Theorie 72. — Anwendungen 78.   |       |
| Integralrechnung . . . . .  | 87    |
| Theorie 87. — Anwendungen 97.   |       |
| Differentialgleichungen . . . . .   | 102   |
| Erläuterungen 102. — Gewöhnliche Differentialgleichungen 103.   |       |
| Analytische Geometrie . . . . .   | 112   |
| Analytische Geometrie der Ebene 112. — Analytische Geometrie des Raumes 129.  |       |
| Nomographie . . . . .   | 138   |
| Funktionsleitern 138. — Netztafeln 140. — Fluchtentafeln 144.   |       |
| Methode der kleinsten Quadrate . . . . .  | 147   |
| Fouriersche Reihen . . . . .  | 151   |

## Zweiter Abschnitt.

### Technische Mechanik.

|  |     |
|--|-----|
| Statik starrer Körper . . . . .  | 155 |
| Grundlagen 155. — Statik der Ebene 156. — Statik des Raumes 161. — Mittelpunkt paralleler Kräfte, Schwerpunkt 163. — Auflagerkräfte gestützter Körper 168. — Statisch bestimmtes ebenes Fachwerk 171. — Reibung 175. |     |
| Bewegungslehre . . . . .   | 181 |
| Bewegung des Punktes 181. — Bewegung der ebenen Scheibe 195.   |     |
| Dynamik . . . . .  | 199 |
| Grundgesetze, Maßsysteme 199. — Dynamik des Massenpunktes 201. — Dynamik des starren Körpers 211.  |     |

## Dritter Abschnitt.

### Elastizität und Festigkeit.

|  |     |
|--|-----|
| Normalspannungen und Längenänderungen . . . . .  | 221 |
| Grundlagen, Zug- und Druckversuch 221. — Zug und Druck 223. — Biegung des geraden Stabes 224. — Spannungen 228. — Formänderung 230. — Trägheits- und Widerstandsmomente ebener Flächen 236. — Wichtige Belastungsfälle 240. — Statisch unbestimmte Fälle 247. — Knickung 251. — Biegung des einfach gekrümmten Stabes 252. |     |



|   | Seite |
|---|-------|
| Schubspannungen und Winkeländerungen . . . . .  | 254   |
| Allgemeines 254. — Der Scherversuch 254. — Querkraft bei Biegung 255. — Drehung 256.  |       |
| Zusammengesetzte Belastungsfälle . . . . .  | 261   |
| Fälle mit Normalspannungen von derselben Richtung 261. — Fälle mit Normal- und Schubspannungen 264. — Fälle mit zwei zueinander senkrecht stehenden Normalspannungen 269. |       |
| Werkstoffprüfung . . . . .  | 274   |
| Statische Prüfung 274. — Dynamische Prüfung 277. — Dauerprüfung 278.  |       |
| Festigkeitseigenschaften f. d. technisch wichtigsten Metalle . . . . .  | 279   |
| Stahl und Eisen 279. — Nichteisenmetalle und deren Legierungen 280.   |       |
| Theorie der Elastizität und Festigkeit . . . . .  | 288   |
| Allgemeine Beziehungen 288. — Fließ- und Bruchtheorie 291. — Zulässige Spannungen 293.  |       |

#### Vierter Abschnitt.

##### Maschinenteile.

|   |     |
|---|-----|
| Normung, Maßbezeichnung, Passung . . . . .  | 296 |
| Normaldurchmesser 299. — Rundungshalbmesser 299. — Kegel 299. — Morsekegel 300.   |     |
| Zulässige Anströmungen . . . . .  | 300 |
| Keile . . . . .   | 302 |
| Kraft- und Bewegungsverhältnisse 302. — Befestigungsquerkeile 303. — Stellkeile 305. — Längskeile 306. — Federn 308. — Stifte 309.  |     |
| Schrauben . . . . .   | 310 |
| Gewindesysteme 312. — Berechnung der Befestigungsschrauben 319. — Berechnung der Bewegungsschrauben 323. — Schraubenverbindungen 324. — Schraubensicherungen 326.   |     |
| Niete . . . . .   | 329 |
| Allgemeines 329. — Fest-dichte Nietung 330. — Dichte Nietung 334. — Nietung für wechselnde Krafttrichtung 334.  |     |
| Schweißen und Löten . . . . .   | 335 |
| Schrumpfen . . . . .  | 336 |
| Zahnräder . . . . .   | 337 |
| Verzahnungsgesetz 337. — Stirnräder mit geraden Zähnen 343. — Zykloidenverzahnung 344. — Evolventenverzahnung 349. — Bearbeitung der Evolventenflanken 354. — Berechnung 360. — Triebstockverzahnung 368. — Schraubenträger 369. — Kegelräder 374. — Schraubenträger 376. — Schnecke und Schneckenrad 378. — Konstruktive Gestaltung 385. |     |
| Reibräder . . . . .   | 392 |
| Kettentriebe . . . . .  | 397 |
| Fadentriebe . . . . .   | 399 |
| Riemtrieb 402. — Stahlbandtrieb 410. — Konstruktive Gestaltung 411. — Seiltrieb 421.  |     |
| Zapfen . . . . .  | 427 |
| Zapfenreibung 427. — Berechnung 433. — Konstruktive Gestaltung 439.   |     |
| Achsen und Wellen . . . . .   | 439 |
| Kupplungen . . . . .  | 445 |
| Lager . . . . .   | 460 |
| Gleitlager: Schmierung 460. — Transmissionslager 462. — Kammlager 470. — Lagerunterlagen 471. — Spurlager 472. — Einringlager 473. — Wälzlager: Querlager 474. — Längslager 476. — Rollenlager 481. — Nadellager 483. — Lageraufhängung 483.  |     |
| Rohre und -leitungen . . . . .  | 484 |
| Normen 484. — Gußrohre 484. — Flanschverbindungen 492. — Dichtungen 494. — Flußstahlrohre 496. — Normen f. Dampf v. hoher Sp. 497. — Rohrverschraubungen 503. — Metallschläuche 504. — Dehnungsrohre u. Ausgleichvorr. 505. — Kennfarben 507.   |     |

|  | Seite |
|--|-------|
| Absperrvorrichtungen . . . . .                                       | 507   |
| Hähne 509. — Schieber 511. — Ventile 515. — Durchflußwiderstand 523. |       |

## Fünfter Abschnitt.

## Wärmemechanik.

|  |     |
|--|-----|
| Begriffsbestimmungen und Grundlagen . . . . .  | 525 |
| Mechanik der Gase . . . . .  | 529 |
| Verbrennung 534. — Zustandsänderungen 537. — Kreisprozesse 543. — Wärmendiagramm 545.                  |     |
| Mechanik des Dampfes . . . . .   | 549 |
| Dampftabellen 555. — Strömende Bewegung von Gasen und Dämpfen 564. — Wärmedurchgang und -übergang 571. |     |

## Sechster Abschnitt.

## Dampfmaschinen.

|  |     |
|--|-----|
| Verhalten des Dampfes in der Dampfmaschine . . . . .   | 572 |
| Indikatordiagramm 580. — Schiebersteuerungen 594. — Ventilsteuerungen 608. — Drehschiebersteuerungen 625. — Umsteuerungen 626. — Untersuchung der Dampfmaschinen 628.  |     |
| Teile der Dampfmaschinen . . . . .   | 634 |
| Kurbeltrieb, Allgemeines 634. — Kurbeln 641. — Kurbelwellen 643. — Exzenter und deren Stangen 648. — Schubstangen 651. — Kreuzköpfe 657. — Kolbenstangen 660. — Kolben 661. — Zylinder 664. — Stopfbüchsen 669. — Kreuzkopfführungen und Rahmen 671. |     |
| Ausgeführte Dampfmaschinen . . . . .   | 678 |
| Lokomobilen 685. —   |     |

## Siebenter Abschnitt.

## Regelnde Maschinenteile.

Schwungräder 687. — Fliehkraftregler 697.

## Achter Abschnitt.

## Dampfturbinen.

Allgemeines 713. — Gleichdruckturbinen 723. — Überdruckturbinen 734. — Berechnung und Konstruktion 737. — Regelung 745. — Ausführungen 750.

## Neunter Abschnitt.

## Kondensation.

Mischkondensation 760. — Oberflächenkondensation 763. — Luftpumpen 767. — Wasserstrahlkondensatoren 774. — Rückkühlanlagen 774.

## Zehnter Abschnitt.

## Dampferzeugungsanlagen.

Brennstoffe, Verbrennung, Wirkungsgrad 777. — Feuerungen 786. — Zugerzeugung 798. — Entaschung 801. — Entstaubung, Schlackenaufbereitung 804. — Kesselbauarten 806. — Überhitzer 824. — Rauchgasvorwärmer 827. — Luftvorwärmer 833. — Kesselausrüstung 835. — Werkstoffe, Herstellung, Schäden der Dampfkessel 840. — Kesselbetrieb 844. — Speisewasserpflege 846. — Kohlenlagerung und -beförderung 850. — Bauvorschriften 854.

## Elfter Abschnitt.

## Verbrennungskraftmaschinen.

Allgemeines 862. — Wärmetechnische Grundlagen 863. — Brennstoffe und ihre Eigenschaften 869.

|  |     |
|--|-----|
| Gasmaschinen . . . . .   | 881 |
| Vergasermaschinen 891. — Glühkopfmotoren 894. — Gleichdruckmaschinen 897. — Einzelteile 907. — Brennstoffpumpen 918. — Einblaspumpen 921. — Zubehör 922. |     |

## Zwölfter Abschnitt.

## Abdampf- und Abwärmeverwertung.

|   |     |
|---|-----|
| Abdampfverwertung . . . . .                           | 924 |
| Kraft-Heizungsanlagen 925. — Abdampfkraftanlagen 931. |     |
| Abwärmeverwertung . . . . .                           | 937 |

## Dreizehnter Abschnitt.

## Wasserkraftmaschinen.

Grundlehren der Mechanik flüssiger Körper 939. — Wasserkraftanlagen 959. — Turbinen 964. — Francisturbine 989. — Saugrohr 993. — Schaufelung 994. — Entwurfserte 1002. — Kavitationsgefahr 1004. — Kaplanurbine 1010. — Konstruktive Einzelheiten 1017. — Turbinensätze 1029. — Freistrah-Becher-turbine 1032. — Wirkungsgradfeld 1041. — Regulatoren 1044. — Untersuchung der Turbinen 1047.

## Vierzehnter Abschnitt.

## Grundlagen des Stahlbaues.

Werkstoff 1051. — Zulässige Spannungen 1052. — Bauelemente 1053. — Profil-tafeln 1068.

## Fünfzehnter Abschnitt.

## Lasthebemaschinen.

|   |      |
|---|------|
| Hebezeugteile . . . . .   | 1078 |
| Drahtseile 1078. — Ketten 1085. — Lasthaken und Flaschen 1089, — Laufräder 1094. — Lager 1095. — Zahnräder 1097.  |      |
| Handbetrieb . . . . .   | 1101 |
| Mechanik der Triebwerksteile 1101. — Mechanik und Aufbau der Handwinden 1103. — Bauarten der Winden mit freiem Rücklauf 1106. — Reibungsbremsen für Handwinden 1108. — Ortsfeste und tragbare Handwinden 1117. — Mechanik der Fahr- und Schwenkwerke 1121. — Winden und Katzen für Handfahrwerk 1123.   |      |
| Elektrischer Betrieb . . . . .  | 1125 |
| Allgemeine Mechanik der Lastwinden 1125. — Allgemeine Mechanik der Fahrwerke 1127. — Allgemeine Mechanik der Kranschwenkwerke 1129. — Gleichstrommotoren 1129. — Gleichstrom-Fahrschaltung 1134. — Gleichstrom-Lastwinden-schaltung 1137. — Drehstrommotoren 1139. — Drehstrom-Fahrschaltung 1143. — Drehstrom-Lastwindenschaltung 1145. — Sonderschaltungen 1146. — Vergleich zwischen Gleich- und Drehstrom 1149. — Bremsen für Lastwinden 1110. — Elek-trische Winden und Katzen 1155. |      |
| Krane . . . . .   | 1162 |
| Laufkrane 1162. — Ortsfeste Drehkrane 1165. — Fahrbare Drehkrane 1175. — Wandlaufkrane 1185. — Wippkrane 1186. — Schwimmkrane 1189. — Dampfkranen 1191. — Förderung von Schüttgut 1193. — Lastmagnete 1199. — Verladenanlagen 1201.   |      |

## Sechzehnter Abschnitt.

## Hebewerke für flüssige Körper.

|   |      |
|---|------|
| Allgemeines . . . . .   | 1207 |
| Kolbenpumpen . . . . .  | 1208 |
| Allgemeines 1208. — Windkessel 1212. — Ventile 1214. — Ausführungen 1220. Konstruktive Einzelheiten 1230. |      |
| Flügel-pumpen . . . . .   | 1240 |
| Rotations- (Kapsel-) Pumpen, Zahnradpumpen, Globoidpumpen . . . . .                                       | 1240 |
| Kreiselpumpen, Zentrifugalpumpen, Axialpumpen . . . . .   | 1242 |
| Luftdruckheber . . . . .  | 1264 |
| Dampfdruckpumpen (Pulsometer) . . . . .   | 1265 |
| Strahlapparate . . . . .  | 1268 |



## Siebzehnter Abschnitt.

## Gebläse und Kompressoren.

Kolbengebläse und Kompressoren 1271. — Untersuchung 1278. — Ausführungen und Einzelteile 1280. — Regelung 1287. — Turbokompressoren und -gebläse 1290. Lüfter (Ventilatoren) 1296. — Kapselgebläse 1299. — Hydraulische Kompressoren 1302.

## Achtzehnter Abschnitt.

## Werkzeugmaschinen.

|   |      |
|---|------|
| Werkzeuge . . . . .   | 1303 |
| Schnittgeschwindigkeiten 1304.  |      |
| Schnittwiderstand . . . . .   | 1310 |
| Leistungsbedarf. . . . .  | 1317 |
| Getriebe . . . . .  | 1319 |
| Hydraulische Getriebe 1319. — Stufenscheibengetriebe 1322. — Rädergetriebe 1331. — Umlaufgetriebe 1339. — Antriebsteile für geradlinige Bewegungen 1343. — Wendegetriebe 1347. — Ruckschaltwerke 1351. — Führungen (Lager, Geradfürungen) 1353. |      |
| Drehbänke . . . . .   | 1361 |
| Bohrmaschinen . . . . .   | 1370 |
| Fräsmaschinen . . . . .   | 1374 |
| Schleifmaschinen . . . . .  | 1380 |
| Hobelmaschinen . . . . .  | 1385 |
| Zahnrad-Bearbeitungsmaschinen . . . . .   | 1390 |
| Gewindeschneidmaschinen . . . . .   | 1398 |
| Sägen . . . . .   | 1399 |
| Blechricht- und -biegemaschinen . . . . .   | 1401 |
| Scheren und Lochmaschinen . . . . .   | 1405 |
| Elektrischer Einzelantrieb . . . . .  | 1409 |
| Bestimmung von Maschinenzeiten . . . . .  | 1422 |

## Neunzehnter Abschnitt.

## Elektrotechnik.

|  |      |
|--|------|
| Physikalische Grundlagen . . . . .   | 1425 |
| Magnetismus 1427. — Elektrisches Feld 1435. — Erzeugung elektromotorischer Kräfte 1438. — Induktoren 1439. — Gleichstromkreise 1446. — Wechselstromkreise 1449. — Elektrolyse 1460. — Technische Meßgeräte 1463. |      |
| Elektrische Maschinen . . . . .  | 1470 |
| Gleichstromerzeuger 1470. — Wechselstromerzeuger 1482.   |      |
| Elektromotoren . . . . .   | 1488 |
| Synchronmotoren 1503. — Asynchrone Wechselstrommotoren 1507. — Asynchrone Motoren 1522. — Umspanner 1524. — Umformer 1530. — Parallelbetrieb von Elektrogeneratoren 1535. — Beleuchtung 1544. — Normalien 1548.  |      |
| Sachverzeichnis . . . . .  | 1549 |

## Verzeichnis der im Texte gebrauchten Abkürzungen.

- C. Bach, M. E. = C. Bach, Maschinenelemente.  
 Bach-Baumann, E. u. F. = C. Bach und R. Baumann, Elastizität und Festigkeit.  
 Bach und Baumann, F. u. G. = C. Bach und R. Baumann, Festigkeitseigenschaften und Gefügebilder.  
 Z. = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.  
 F. A. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten.  
 Z. f. d. g. T. = Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen.  
 Z. f. D. u. M. B. = Zeitschrift für Dampfkessel- und -maschinenbetrieb (jetzt „Wärme“).  
 St. u. E. = Stahl und Eisen.  
 Z. d. B. R. V. = Zeitschrift des Bayerischen Revisions-Vereins.  
 Schw. B. = Schweizerische Bauzeitung.  
 Z. f. M. u. Ph. = Zeitschrift für Mathematik und Physik.  
 J. d. sch. G. = Jahrbuch der schiffsbautechnischen Gesellschaft.  
 E. T. Z. = Elektrotechnische Zeitschrift.  
 D. p. J. = Dinglers polytechnisches Journal.  
 Z. d. V. z. B. d. G. = Zeitschrift des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes.  
 D. B. = Deutsche Bauzeitung.  
 Z. f. W. M. = Zeitschrift für Werkzeugmaschinen und Werkzeuge.  
 W. = Die Werkzeugmaschine.  
 P. M. = Praktischer Maschinenkonstrukteur.  
 M. = Maschinenbau.  
 B. = Der Betrieb.

## Druckfehlerverzeichnis.

S. 242 Z. 4 v. o. lies

$$y = \frac{\alpha}{J} \frac{P l^3}{24} \left[ \dots \right] \quad \text{statt} \quad y = \frac{\alpha P}{J} \frac{P l^3}{24} \left[ \dots \right]$$

S. 257 in Tafel beim Rohr lies

$$\max r = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D}} \quad \text{statt} \quad \max r = \frac{M}{\frac{\pi}{4} \frac{D^4 - d^4}{D}}$$

S. 301 Z. 4 v. o. lies St. 34. 11 statt St. 00. 11.

S. 991 Z. 9 v. o. und S. 1029 Z. 2 v. o. und Z. 7 v. o. lies Tafel IV statt Tafel III.

## 2. Druckfehlerverzeichnis.

Seite 35, Zeile 2 von oben lies:  $e^{-n}$  statt  $e^{n-}$ .

Seite 66, Zeile 7 von unten lies:  $a_3$  statt  $a$ .

Seite 79, unterste Zeile, lies:  $b^x$  statt  $b^\alpha$ .

Seite 123, Zeile 3 von oben lies:  $a_{11}m + a_{02}n + a_{01} = 0$   
statt  $a_{11}x + a_{02}y + a_{01} = 0$ .

Seite 152, Zeile 2 von oben lies:  $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$ .

Seite 183, Zeile 8 von oben lies:  $v_0 + b(t - t_0)$  statt  $v_0 + (t - t_0)$ .

Seite 204, Zeile 2 von oben lies:  $(-C_1 q \sin qt + C_2 q \cos qt)$   
statt  $(-C_1 \sin qt + C_2 \cos qt)$ .

Seite 214, Abb. 176 lies:  $q_0$  statt  $q$ .

Seite 216, Zeile 11 von oben lies:  $\sum z^2 \Delta F$  statt  $\sum z \Delta F$ .

Seite 216, Zeile 13 von oben lies:  $\frac{3 \Theta}{r^2}$  statt  $\frac{3 \Theta}{r^3}$ .

Seite 236, Abb. 48 lies:  $z$  statt  $t$ .

Seite 245, Zeile 12 von unten lies:  $\frac{9}{128} q l^2$ ;  $x = \frac{3}{4} l$ .

Seite 258, Zeile 4 von unten lies:  $= \frac{h}{b} =$  statt  $= \frac{b}{h} =$ .

Seite 265, Zeile 19 von oben lies:  $(\alpha_0 \tau W)^2$  statt  $(\alpha_0 \tau M_d)^2$ .

Seite 266, Rechteckfeder nach kubischer Parabelzugeschärft, lies:  $\frac{bh^2}{6}$  statt  $\frac{bh^3}{2}$ .

Seite 269, Zeile 8 von unten lies:  $\sigma_y = \frac{pr}{2s}$  statt  $\sigma_y prs$ .

Seite 269, Zeile 5 von unten lies:  $-0,865$  statt  $-0,85$ .

Seite 271,  $p = \text{konst.}$ , Rand eingespannt, lies:  $0,68 \frac{pr^2}{s^2}$  statt  $0,87 \frac{pr^2}{s^2}$ .

Seite 303, Zeile 1 von unten lies:  $0,25 \pi d^2 k_z$  statt  $0,25 d^2 k_z$ .

Seite 304, Zeile 3 von oben lies:  $h_1^2$  statt  $h^2$ .

Seite 304, Zeile 5 von unten lies:  $:\cos \alpha$  statt  $:\sin \alpha$ .

Seite 332, Zeile 16 von oben lies:  $2 \cdot 0,8 \cdot 375$  statt  $2 \cdot 0,2 \cdot 375$ .

Seite 332, Zeile 11 von unten lies:  $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 200 \cdot 4 : (0,25 \pi \cdot 1,6^2)$   
statt  $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 200 : (4 : 0,25 \pi \cdot 1,6^2)$ .

Seite 344, Zeile 14 von oben lies:  $\begin{matrix} \text{Kopfflanke } F'_k \\ \text{Fußflanke } F''_f \end{matrix}$  statt  $\begin{matrix} \text{Kopfflanke } F'_f \\ \text{Fußflanke } F'_k \end{matrix}$ .

Seite 345, Zeile 5 von unten lies:  $\left(1 + \frac{2r_1}{R_2}\right)$  statt  $\left(2 + \frac{2r_1}{R_2}\right)$ .

Seite 349, unten, lies:

$$\varepsilon = AOE: (t \cos \alpha) = (N_1 E + A N_2 - N_1 N_2) : (t \cos \alpha)$$

$$= \left[ \sqrt{(R_1 + h)^2 - (R_1 \cos \alpha)^2} + \sqrt{(R_2 + h)^2 - (R_2 \cos \alpha)^2} - (R_1 + R_2) \sin \alpha \right] : (t \cos \alpha)$$

und für Modulteilung

$$\varepsilon = \left( \sqrt{\frac{\left(\frac{z_1}{2} + 1\right)^2}{\cos \alpha} - \left(\frac{z_1}{2}\right)^2} + \sqrt{\frac{\left(\frac{z_2}{2} + 1\right)^2}{\cos \alpha} - \left(\frac{z_2}{2}\right)^2} - \frac{z_1 + z_2}{2} \operatorname{tg} \alpha \right) : \pi$$



Seite 354, Zeile 1 von oben lies:  $\widehat{ae}$  statt  $\widehat{ae_1}$ .

Seite 370 in Abb. 143 sind  $R_1 = 109,65$  und  $q_1 = 0,966$   $R_1 = 105,92$  zu vertauschen.

Seite 375, Zeile 6 von oben lies:  $\frac{\pi b}{t_a}$  statt  $\frac{2 \pi b}{t_a}$ .

Seite 375, Zeile 2 von unten lies:  $\frac{156}{36}$  statt  $\frac{156}{26}$ .

Seite 375, Zeile 1 von unten lies:  $\frac{466 \cdot 325}{14}$  statt  $\frac{466 \cdot 325}{140}$ .

Seite 660, Zeile 23 von unten lies:  $d_1^4$  statt  $d_1$ .

Seite 1056, Zeile 21 von unten lies:  $\sigma_k$  statt  $\sigma_{zul}$ .

Seite 1145, Zeile 18 von oben lies: je der statt jeder.

Seite 1340, Zeile 12 von unten lies:  $n_4 = n \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_4} \right)$

statt  $n_4 = n \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \right)$ .

Seite 1545, Zeile 1 von oben lies:  $\left( \frac{H L_m}{W} \right)$  statt  $\left( \frac{H L_m}{\omega} \right)$ .

Erster Abschnitt.

**M a t h e m a t i k.**

Bearbeitet von Prof. Dr. phil. Fritz Wicke.

**I. Tafeln.**

| $n$ | $n^2$ | $n^3$  | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|-------|--------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 1   | 1     | 1      | 1,0000     | 1,0000        | 0,00000  | 1000,000         | 3,142   | 0,7854              | 1   |
| 2   | 4     | 8      | 1,4142     | 1,2599        | 0,30103  | 500,000          | 6,283   | 3,1416              | 2   |
| 3   | 9     | 27     | 1,7321     | 1,4422        | 0,47712  | 333,333          | 9,425   | 7,0686              | 3   |
| 4   | 16    | 64     | 2,0000     | 1,5874        | 0,60206  | 250,000          | 12,566  | 12,5664             | 4   |
| 5   | 25    | 125    | 2,2361     | 1,7100        | 0,69897  | 200,000          | 15,708  | 19,6350             | 5   |
| 6   | 36    | 216    | 2,4495     | 1,8171        | 0,77815  | 166,667          | 18,850  | 28,2743             | 6   |
| 7   | 49    | 343    | 2,6458     | 1,9129        | 0,84510  | 142,857          | 21,991  | 38,4845             | 7   |
| 8   | 64    | 512    | 2,8284     | 2,0000        | 0,90309  | 125,000          | 25,133  | 50,2655             | 8   |
| 9   | 81    | 729    | 3,0000     | 2,0801        | 0,95424  | 111,111          | 28,274  | 63,6173             | 9   |
| 10  | 100   | 1000   | 3,1623     | 2,1544        | 1,00000  | 100,000          | 31,416  | 78,5398             | 10  |
| 11  | 121   | 1331   | 3,3166     | 2,2240        | 1,04139  | 90,9091          | 34,558  | 95,0332             | 11  |
| 12  | 144   | 1728   | 3,4641     | 2,2894        | 1,07918  | 83,3333          | 37,699  | 113,097             | 12  |
| 13  | 169   | 2197   | 3,6056     | 2,3513        | 1,11394  | 76,9231          | 40,841  | 132,732             | 13  |
| 14  | 196   | 2744   | 3,7417     | 2,4101        | 1,14613  | 71,4286          | 43,982  | 153,938             | 14  |
| 15  | 225   | 3375   | 3,8730     | 2,4662        | 1,17609  | 66,6667          | 47,124  | 176,715             | 15  |
| 16  | 256   | 4096   | 4,0000     | 2,5198        | 1,20412  | 62,5000          | 50,265  | 201,062             | 16  |
| 17  | 289   | 4913   | 4,1231     | 2,5713        | 1,23045  | 58,8235          | 53,407  | 226,980             | 17  |
| 18  | 324   | 5832   | 4,2426     | 2,6207        | 1,25527  | 55,5556          | 56,549  | 254,469             | 18  |
| 19  | 361   | 6859   | 4,3589     | 2,6684        | 1,27875  | 52,6316          | 59,690  | 283,529             | 19  |
| 20  | 400   | 8000   | 4,4721     | 2,7144        | 1,30103  | 50,0000          | 62,832  | 314,159             | 20  |
| 21  | 441   | 9261   | 4,5826     | 2,7589        | 1,32222  | 47,6190          | 65,973  | 346,361             | 21  |
| 22  | 484   | 10648  | 4,6904     | 2,8020        | 1,34242  | 45,4545          | 69,115  | 380,133             | 22  |
| 23  | 529   | 12167  | 4,7958     | 2,8439        | 1,36173  | 43,4783          | 72,257  | 415,476             | 23  |
| 24  | 576   | 13824  | 4,8990     | 2,8845        | 1,38021  | 41,6667          | 75,398  | 452,389             | 24  |
| 25  | 625   | 15625  | 5,0000     | 2,9240        | 1,39794  | 40,0000          | 78,540  | 490,874             | 25  |
| 26  | 676   | 17576  | 5,0990     | 2,9625        | 1,41497  | 38,4615          | 81,681  | 530,929             | 26  |
| 27  | 729   | 19683  | 5,1962     | 3,0000        | 1,43136  | 37,0370          | 84,823  | 572,555             | 27  |
| 28  | 784   | 21952  | 5,2915     | 3,0366        | 1,44716  | 35,7143          | 87,965  | 615,752             | 28  |
| 29  | 841   | 24389  | 5,3852     | 3,0723        | 1,46240  | 34,4828          | 91,106  | 660,520             | 29  |
| 30  | 900   | 27000  | 5,4772     | 3,1072        | 1,47712  | 33,3333          | 94,248  | 706,858             | 30  |
| 31  | 961   | 29791  | 5,5678     | 3,1414        | 1,49136  | 32,2581          | 97,389  | 754,768             | 31  |
| 32  | 1024  | 32768  | 5,6569     | 3,1748        | 1,50515  | 31,2500          | 100,531 | 804,248             | 32  |
| 33  | 1089  | 35937  | 5,7446     | 3,2075        | 1,51851  | 30,3030          | 103,673 | 855,299             | 33  |
| 34  | 1156  | 39304  | 5,8310     | 3,2396        | 1,53148  | 29,4118          | 106,814 | 907,920             | 34  |
| 35  | 1225  | 42875  | 5,9161     | 3,2711        | 1,54407  | 28,5714          | 109,956 | 962,113             | 35  |
| 36  | 1296  | 46656  | 6,0000     | 3,3019        | 1,55630  | 27,7778          | 113,097 | 1017,88             | 36  |
| 37  | 1369  | 50653  | 6,0828     | 3,3322        | 1,56820  | 27,0270          | 116,239 | 1075,21             | 37  |
| 38  | 1444  | 54872  | 6,1644     | 3,3620        | 1,57978  | 26,3158          | 119,381 | 1134,11             | 38  |
| 39  | 1521  | 59319  | 6,2450     | 3,3912        | 1,59106  | 25,6410          | 122,522 | 1194,59             | 39  |
| 40  | 1600  | 64000  | 6,3246     | 3,4200        | 1,60206  | 25,0000          | 125,66  | 1256,64             | 40  |
| 41  | 1681  | 68921  | 6,4031     | 3,4482        | 1,61278  | 24,3902          | 128,81  | 1320,25             | 41  |
| 42  | 1764  | 74088  | 6,4807     | 3,4760        | 1,62325  | 23,8095          | 131,95  | 1385,44             | 42  |
| 43  | 1849  | 79507  | 6,5574     | 3,5034        | 1,63347  | 23,2558          | 135,09  | 1452,20             | 43  |
| 44  | 1936  | 85184  | 6,6332     | 3,5303        | 1,64345  | 22,7273          | 138,23  | 1520,53             | 44  |
| 45  | 2025  | 91125  | 6,7082     | 3,5569        | 1,65321  | 22,2222          | 141,37  | 1590,43             | 45  |
| 46  | 2116  | 97336  | 6,7823     | 3,5830        | 1,66276  | 21,7391          | 144,51  | 1661,90             | 46  |
| 47  | 2209  | 103823 | 6,8557     | 3,6088        | 1,67210  | 21,2766          | 147,65  | 1734,94             | 47  |
| 48  | 2304  | 110592 | 6,9282     | 3,6342        | 1,68124  | 20,8333          | 150,80  | 1809,56             | 48  |
| 49  | 2401  | 117649 | 7,0000     | 3,6593        | 1,69020  | 20,4082          | 153,94  | 1885,74             | 49  |
| 50  | 2500  | 125000 | 7,0711     | 3,6840        | 1,69897  | 20,0000          | 157,08  | 1963,50             | 50  |



| $n$ | $n^2$   | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|---------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 50  | 25 00   | 125 000   | 7,0711     | 3,6840        | 1,69897  | 20,0000          | 157,08  | 1963,50             | 50  |
| 51  | 26 01   | 132 651   | 7,1414     | 3,7084        | 1,70757  | 19,6078          | 160,22  | 2042,82             | 51  |
| 52  | 27 04   | 140 608   | 7,2111     | 3,7325        | 1,71600  | 19,2308          | 163,36  | 2123,72             | 52  |
| 53  | 28 09   | 148 877   | 7,2801     | 3,7563        | 1,72428  | 18,8679          | 166,50  | 2206,18             | 53  |
| 54  | 29 16   | 157 464   | 7,3485     | 3,7798        | 1,73239  | 18,5185          | 169,65  | 2290,22             | 54  |
| 55  | 30 25   | 166 375   | 7,4162     | 3,8030        | 1,74036  | 18,1818          | 172,79  | 2375,83             | 55  |
| 56  | 31 36   | 175 616   | 7,4833     | 3,8259        | 1,74819  | 17,8571          | 175,93  | 2463,01             | 56  |
| 57  | 32 49   | 185 193   | 7,5498     | 3,8485        | 1,75587  | 17,5439          | 179,07  | 2551,76             | 57  |
| 58  | 33 64   | 195 112   | 7,6158     | 3,8709        | 1,76343  | 17,2414          | 182,21  | 2642,08             | 58  |
| 59  | 34 81   | 205 379   | 7,6811     | 3,8930        | 1,77085  | 16,9492          | 185,35  | 2733,97             | 59  |
| 60  | 36 00   | 216 000   | 7,7460     | 3,9149        | 1,77815  | 16,6667          | 188,50  | 2827,43             | 60  |
| 61  | 37 21   | 226 981   | 7,8102     | 3,9365        | 1,78533  | 16,3934          | 191,64  | 2922,47             | 61  |
| 62  | 38 44   | 238 328   | 7,8740     | 3,9579        | 1,79239  | 16,1290          | 194,78  | 3019,07             | 62  |
| 63  | 39 69   | 250 047   | 7,9373     | 3,9791        | 1,79934  | 15,8730          | 197,92  | 3117,25             | 63  |
| 64  | 40 96   | 262 144   | 8,0000     | 4,0000        | 1,80618  | 15,6250          | 201,06  | 3216,99             | 64  |
| 65  | 42 25   | 274 625   | 8,0623     | 4,0207        | 1,81291  | 15,3846          | 204,20  | 3318,31             | 65  |
| 66  | 43 56   | 287 496   | 8,1240     | 4,0412        | 1,81954  | 15,1515          | 207,35  | 3421,19             | 66  |
| 67  | 44 89   | 300 763   | 8,1854     | 4,0615        | 1,82607  | 14,9254          | 210,49  | 3525,65             | 67  |
| 68  | 46 24   | 314 432   | 8,2462     | 4,0817        | 1,83251  | 14,7059          | 213,63  | 3631,68             | 68  |
| 69  | 47 61   | 328 509   | 8,3066     | 4,1016        | 1,83885  | 14,4928          | 216,77  | 3739,28             | 69  |
| 70  | 49 00   | 343 000   | 8,3666     | 4,1213        | 1,84510  | 14,2857          | 219,91  | 3848,45             | 70  |
| 71  | 50 41   | 357 911   | 8,4261     | 4,1408        | 1,85126  | 14,0845          | 223,05  | 3959,19             | 71  |
| 72  | 51 84   | 373 248   | 8,4853     | 4,1602        | 1,85733  | 13,8889          | 226,19  | 4071,50             | 72  |
| 73  | 53 29   | 389 017   | 8,5440     | 4,1793        | 1,86332  | 13,6986          | 229,34  | 4185,39             | 73  |
| 74  | 54 76   | 405 224   | 8,6023     | 4,1983        | 1,86923  | 13,5135          | 232,48  | 4300,84             | 74  |
| 75  | 56 25   | 421 875   | 8,6603     | 4,2172        | 1,87506  | 13,3333          | 235,62  | 4417,86             | 75  |
| 76  | 57 76   | 438 976   | 8,7178     | 4,2358        | 1,88081  | 13,1579          | 238,76  | 4536,46             | 76  |
| 77  | 59 29   | 456 533   | 8,7750     | 4,2543        | 1,88649  | 12,9870          | 241,90  | 4656,63             | 77  |
| 78  | 60 84   | 474 552   | 8,8318     | 4,2727        | 1,89209  | 12,8205          | 245,04  | 4778,36             | 78  |
| 79  | 62 41   | 493 039   | 8,8882     | 4,2908        | 1,89763  | 12,6582          | 248,19  | 4901,67             | 79  |
| 80  | 64 00   | 512 000   | 8,9443     | 4,3089        | 1,90309  | 12,5000          | 251,33  | 5026,55             | 80  |
| 81  | 65 61   | 531 441   | 9,0000     | 4,3267        | 1,90849  | 12,3457          | 254,47  | 5153,00             | 81  |
| 82  | 67 24   | 551 368   | 9,0554     | 4,3445        | 1,91381  | 12,1951          | 257,61  | 5281,02             | 82  |
| 83  | 68 89   | 571 787   | 9,1104     | 4,3621        | 1,91908  | 12,0482          | 260,75  | 5410,61             | 83  |
| 84  | 70 56   | 592 704   | 9,1652     | 4,3795        | 1,92428  | 11,9048          | 263,89  | 5541,77             | 84  |
| 85  | 72 25   | 614 125   | 9,2195     | 4,3968        | 1,92942  | 11,7647          | 267,04  | 5674,50             | 85  |
| 86  | 73 96   | 636 056   | 9,2736     | 4,4140        | 1,93450  | 11,6279          | 270,18  | 5808,80             | 86  |
| 87  | 75 69   | 658 503   | 9,3274     | 4,4310        | 1,93952  | 11,4943          | 273,32  | 5944,68             | 87  |
| 88  | 77 44   | 681 472   | 9,3808     | 4,4480        | 1,94448  | 11,3636          | 276,46  | 6082,12             | 88  |
| 89  | 79 21   | 704 969   | 9,4340     | 4,4647        | 1,94939  | 11,2360          | 279,60  | 6221,14             | 89  |
| 90  | 81 00   | 729 000   | 9,4868     | 4,4814        | 1,95424  | 11,1111          | 282,74  | 6361,73             | 90  |
| 91  | 82 81   | 753 571   | 9,5394     | 4,4979        | 1,95904  | 10,9890          | 285,88  | 6503,88             | 91  |
| 92  | 84 64   | 778 688   | 9,5917     | 4,5144        | 1,96379  | 10,8696          | 289,03  | 6647,61             | 92  |
| 93  | 86 49   | 804 357   | 9,6437     | 4,5307        | 1,96848  | 10,7527          | 292,17  | 6792,91             | 93  |
| 94  | 88 36   | 830 584   | 9,6954     | 4,5468        | 1,97313  | 10,6383          | 295,31  | 6939,78             | 94  |
| 95  | 90 25   | 857 375   | 9,7468     | 4,5629        | 1,97772  | 10,5263          | 298,45  | 7088,22             | 95  |
| 96  | 92 16   | 884 736   | 9,7980     | 4,5789        | 1,98227  | 10,4167          | 301,59  | 7238,23             | 96  |
| 97  | 94 09   | 912 673   | 9,8489     | 4,5947        | 1,98677  | 10,3093          | 304,73  | 7389,81             | 97  |
| 98  | 96 04   | 941 192   | 9,8995     | 4,6104        | 1,99123  | 10,2041          | 307,88  | 7542,96             | 98  |
| 99  | 98 01   | 970 299   | 9,9499     | 4,6261        | 1,99564  | 10,1010          | 311,02  | 7697,69             | 99  |
| 100 | 1 00 00 | 1 000 000 | 10,0000    | 4,6416        | 2,00000  | 10,0000          | 314,16  | 7853,98             | 100 |

| $n$        | $n^2$ | $n^3$   | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|-------|---------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>100</b> | 10000 | 1000000 | 10,0000    | 4,6416        | 2,00000  | 10,0000          | 314,16  | 7853,98             | <b>100</b> |
| 101        | 10201 | 1030301 | 10,0499    | 4,6570        | 2,00432  | 9,90099          | 317,30  | 8011,85             | 101        |
| 102        | 10404 | 1061208 | 10,0995    | 4,6723        | 2,00860  | 9,80392          | 320,44  | 8171,28             | 102        |
| 103        | 10609 | 1092727 | 10,1489    | 4,6875        | 2,01284  | 9,70874          | 323,58  | 8332,29             | 103        |
| 104        | 10816 | 1124864 | 10,1980    | 4,7027        | 2,01703  | 9,61538          | 326,73  | 8494,87             | 104        |
| 105        | 11025 | 1157625 | 10,2470    | 4,7177        | 2,02119  | 9,52381          | 329,87  | 8659,01             | 105        |
| 106        | 11236 | 1191016 | 10,2956    | 4,7326        | 2,02531  | 9,43396          | 333,01  | 8824,73             | 106        |
| 107        | 11449 | 1225043 | 10,3441    | 4,7475        | 2,02938  | 9,34579          | 336,15  | 8992,02             | 107        |
| 108        | 11664 | 1259712 | 10,3923    | 4,7622        | 2,03342  | 9,25926          | 339,29  | 9160,88             | 108        |
| 109        | 11881 | 1295029 | 10,4403    | 4,7769        | 2,03743  | 9,17431          | 342,43  | 9331,32             | 109        |
| <b>110</b> | 12100 | 1331000 | 10,4881    | 4,7914        | 2,04139  | 9,09091          | 345,58  | 9503,32             | <b>110</b> |
| 111        | 12321 | 1367631 | 10,5357    | 4,8059        | 2,04532  | 9,00901          | 348,72  | 9676,89             | 111        |
| 112        | 12544 | 1404928 | 10,5830    | 4,8203        | 2,04922  | 8,92857          | 351,86  | 9852,03             | 112        |
| 113        | 12769 | 1442897 | 10,6301    | 4,8346        | 2,05308  | 8,84956          | 355,00  | 10028,7             | 113        |
| 114        | 12996 | 1481544 | 10,6771    | 4,8488        | 2,05690  | 8,77193          | 358,14  | 10207,0             | 114        |
| 115        | 13225 | 1520875 | 10,7238    | 4,8629        | 2,06070  | 8,69565          | 361,28  | 10386,9             | 115        |
| 116        | 13456 | 1560896 | 10,7703    | 4,8770        | 2,06446  | 8,62069          | 364,42  | 10568,3             | 116        |
| 117        | 13689 | 1601613 | 10,8167    | 4,8910        | 2,06819  | 8,54701          | 367,57  | 10751,3             | 117        |
| 118        | 13924 | 1643032 | 10,8628    | 4,9049        | 2,07188  | 8,47458          | 370,71  | 10935,9             | 118        |
| 119        | 14161 | 1685159 | 10,9087    | 4,9187        | 2,07555  | 8,40336          | 373,85  | 11122,0             | 119        |
| <b>120</b> | 14400 | 1728000 | 10,9545    | 4,9324        | 2,07918  | 8,33333          | 376,99  | 11309,7             | <b>120</b> |
| 121        | 14641 | 1771561 | 11,0000    | 4,9461        | 2,08279  | 8,26446          | 380,13  | 11499,0             | 121        |
| 122        | 14884 | 1815848 | 11,0454    | 4,9597        | 2,08636  | 8,19672          | 383,27  | 11689,9             | 122        |
| 123        | 15129 | 1860867 | 11,0905    | 4,9732        | 2,08991  | 8,13008          | 386,42  | 11882,3             | 123        |
| 124        | 15376 | 1906624 | 11,1355    | 4,9866        | 2,09342  | 8,06452          | 389,56  | 12076,3             | 124        |
| 125        | 15625 | 1953125 | 11,1803    | 5,0000        | 2,09691  | 8,00000          | 392,70  | 12271,8             | 125        |
| 126        | 15876 | 2000376 | 11,2250    | 5,0133        | 2,10037  | 7,93651          | 395,84  | 12469,0             | 126        |
| 127        | 16129 | 2048383 | 11,2694    | 5,0265        | 2,10380  | 7,87402          | 398,98  | 12667,7             | 127        |
| 128        | 16384 | 2097152 | 11,3137    | 5,0397        | 2,10721  | 7,81250          | 402,12  | 12868,0             | 128        |
| 129        | 16641 | 2146689 | 11,3578    | 5,0528        | 2,11059  | 7,75194          | 405,27  | 13069,8             | 129        |
| <b>130</b> | 16900 | 2197000 | 11,4018    | 5,0658        | 2,11394  | 7,69231          | 408,41  | 13273,2             | <b>130</b> |
| 131        | 17161 | 2248091 | 11,4455    | 5,0788        | 2,11727  | 7,63359          | 411,55  | 13478,2             | 131        |
| 132        | 17424 | 2299968 | 11,4891    | 5,0916        | 2,12057  | 7,57576          | 414,69  | 13684,8             | 132        |
| 133        | 17689 | 2352637 | 11,5326    | 5,1045        | 2,12385  | 7,51880          | 417,83  | 13892,9             | 133        |
| 134        | 17956 | 2406104 | 11,5758    | 5,1172        | 2,12710  | 7,46269          | 420,97  | 14102,6             | 134        |
| 135        | 18225 | 2460375 | 11,6190    | 5,1299        | 2,13033  | 7,40741          | 424,12  | 14313,9             | 135        |
| 136        | 18496 | 2515456 | 11,6619    | 5,1426        | 2,13354  | 7,35294          | 427,26  | 14526,7             | 136        |
| 137        | 18769 | 2571353 | 11,7047    | 5,1551        | 2,13672  | 7,29927          | 430,40  | 14741,1             | 137        |
| 138        | 19044 | 2628072 | 11,7473    | 5,1676        | 2,13988  | 7,24638          | 433,54  | 14957,1             | 138        |
| 139        | 19321 | 2685619 | 11,7898    | 5,1801        | 2,14301  | 7,19424          | 436,68  | 15174,7             | 139        |
| <b>140</b> | 19600 | 2744000 | 11,8322    | 5,1925        | 2,14613  | 7,14286          | 439,82  | 15393,8             | <b>140</b> |
| 141        | 19881 | 2803221 | 11,8743    | 5,2048        | 2,14922  | 7,09220          | 442,96  | 15614,5             | 141        |
| 142        | 20164 | 2863288 | 11,9164    | 5,2171        | 2,15229  | 7,04225          | 446,11  | 15836,8             | 142        |
| 143        | 20449 | 2924207 | 11,9583    | 5,2293        | 2,15534  | 6,99301          | 449,25  | 16060,6             | 143        |
| 144        | 20736 | 2985984 | 12,0000    | 5,2415        | 2,15836  | 6,94444          | 452,39  | 16286,0             | 144        |
| 145        | 21025 | 3048625 | 12,0416    | 5,2536        | 2,16137  | 6,89655          | 455,53  | 16513,0             | 145        |
| 146        | 21316 | 3112136 | 12,0830    | 5,2656        | 2,16435  | 6,84932          | 458,67  | 16741,5             | 146        |
| 147        | 21609 | 3176523 | 12,1244    | 5,2776        | 2,16732  | 6,80272          | 461,81  | 16971,7             | 147        |
| 148        | 21904 | 3241792 | 12,1655    | 5,2896        | 2,17026  | 6,75676          | 464,96  | 17203,4             | 148        |
| 149        | 22201 | 3307949 | 12,2066    | 5,3015        | 2,17319  | 6,71141          | 468,10  | 17436,6             | 149        |
| <b>150</b> | 22500 | 3375000 | 12,2474    | 5,3133        | 2,17609  | 6,66667          | 471,24  | 17671,5             | <b>150</b> |



| $n$ | $n^2$ | $n^3$   | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|-------|---------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 150 | 22500 | 3375000 | 12,474     | 5,3133        | 2,17609  | 6,66667          | 471,24  | 17671,5             | 150 |
| 151 | 22801 | 3442951 | 12,2882    | 5,3251        | 2,17898  | 6,62252          | 474,38  | 17907,9             | 151 |
| 152 | 23104 | 3511808 | 12,3288    | 5,3368        | 2,18184  | 6,57895          | 477,52  | 18145,8             | 152 |
| 153 | 23409 | 3581577 | 12,3693    | 5,3485        | 2,18469  | 6,53595          | 480,66  | 18385,4             | 153 |
| 154 | 23716 | 3652264 | 12,4097    | 5,3601        | 2,18752  | 6,49351          | 483,81  | 18626,5             | 154 |
| 155 | 24025 | 3723875 | 12,4499    | 5,3717        | 2,19033  | 6,45161          | 486,95  | 18869,2             | 155 |
| 156 | 24336 | 3796416 | 12,4900    | 5,3832        | 2,19312  | 6,41026          | 490,09  | 19113,4             | 156 |
| 157 | 24649 | 3869893 | 12,5300    | 5,3947        | 2,19590  | 6,36943          | 493,23  | 19359,3             | 157 |
| 158 | 24964 | 3944312 | 12,5698    | 5,4061        | 2,19866  | 6,32911          | 496,37  | 19606,7             | 158 |
| 159 | 25281 | 4019679 | 12,6095    | 5,4175        | 2,20140  | 6,28931          | 499,51  | 19855,7             | 159 |
| 160 | 25600 | 4096000 | 12,6491    | 5,4288        | 2,20412  | 6,25000          | 502,65  | 20106,2             | 160 |
| 161 | 25921 | 4173281 | 12,6886    | 5,4401        | 2,20683  | 6,21118          | 505,80  | 20358,3             | 161 |
| 162 | 26244 | 4251528 | 12,7279    | 5,4514        | 2,20952  | 6,17284          | 508,94  | 20612,0             | 162 |
| 163 | 26569 | 4330747 | 12,7671    | 5,4626        | 2,21219  | 6,13497          | 512,08  | 20867,2             | 163 |
| 164 | 26896 | 4410944 | 12,8062    | 5,4737        | 2,21484  | 6,09756          | 515,22  | 21124,1             | 164 |
| 165 | 27225 | 4492125 | 12,8452    | 5,4848        | 2,21748  | 6,06061          | 518,36  | 21382,5             | 165 |
| 166 | 27556 | 4574296 | 12,8841    | 5,4959        | 2,22011  | 6,02410          | 521,50  | 21642,4             | 166 |
| 167 | 27889 | 4657463 | 12,9228    | 5,5069        | 2,22272  | 5,98802          | 524,65  | 21904,0             | 167 |
| 168 | 28224 | 4741632 | 12,9615    | 5,5178        | 2,22531  | 5,95238          | 527,79  | 22167,1             | 168 |
| 169 | 28561 | 4826809 | 13,0000    | 5,5288        | 2,22789  | 5,91716          | 530,93  | 22431,8             | 169 |
| 170 | 28900 | 4913000 | 13,0384    | 5,5397        | 2,23045  | 5,88235          | 534,07  | 22698,0             | 170 |
| 171 | 29241 | 5000211 | 13,0767    | 5,5505        | 2,23300  | 5,84795          | 537,21  | 22965,8             | 171 |
| 172 | 29584 | 5088448 | 13,1149    | 5,5613        | 2,23553  | 5,81395          | 540,35  | 23235,2             | 172 |
| 173 | 29929 | 5177717 | 13,1529    | 5,5721        | 2,23805  | 5,78035          | 543,50  | 23506,2             | 173 |
| 174 | 30276 | 5268024 | 13,1909    | 5,5828        | 2,24055  | 5,74713          | 546,64  | 23778,7             | 174 |
| 175 | 30625 | 5359375 | 13,2288    | 5,5934        | 2,24304  | 5,71429          | 549,78  | 24052,8             | 175 |
| 176 | 30976 | 5451776 | 13,2665    | 5,6041        | 2,24551  | 5,68182          | 552,92  | 24328,5             | 176 |
| 177 | 31329 | 5545233 | 13,3041    | 5,6147        | 2,24797  | 5,64972          | 556,06  | 24605,7             | 177 |
| 178 | 31684 | 5639752 | 13,3417    | 5,6252        | 2,25042  | 5,61798          | 559,20  | 24884,6             | 178 |
| 179 | 32041 | 5735339 | 13,3791    | 5,6357        | 2,25285  | 5,58659          | 562,35  | 25164,9             | 179 |
| 180 | 32400 | 5832000 | 13,4164    | 5,6462        | 2,25527  | 5,55556          | 565,49  | 25446,9             | 180 |
| 181 | 32761 | 5929741 | 13,4536    | 5,6567        | 2,25768  | 5,52486          | 568,63  | 25730,4             | 181 |
| 182 | 33124 | 6028568 | 13,4907    | 5,6671        | 2,26007  | 5,49451          | 571,77  | 26015,5             | 182 |
| 183 | 33489 | 6128487 | 13,5277    | 5,6774        | 2,26245  | 5,46448          | 574,91  | 26302,2             | 183 |
| 184 | 33856 | 6229504 | 13,5647    | 5,6877        | 2,26482  | 5,43478          | 578,05  | 26590,4             | 184 |
| 185 | 34225 | 6331625 | 13,6015    | 5,6980        | 2,26717  | 5,40541          | 581,19  | 26880,3             | 185 |
| 186 | 34596 | 6434856 | 13,6382    | 5,7083        | 2,26951  | 5,37634          | 584,34  | 27171,6             | 186 |
| 187 | 34969 | 6539203 | 13,6748    | 5,7185        | 2,27184  | 5,34759          | 587,48  | 27464,6             | 187 |
| 188 | 35344 | 6644672 | 13,7113    | 5,7287        | 2,27416  | 5,31915          | 590,62  | 27759,1             | 188 |
| 189 | 35721 | 6751269 | 13,7477    | 5,7388        | 2,27646  | 5,29101          | 593,76  | 28055,2             | 189 |
| 190 | 36100 | 6859000 | 13,7840    | 5,7489        | 2,27875  | 5,26316          | 596,90  | 28352,9             | 190 |
| 191 | 36481 | 6967871 | 13,8203    | 5,7590        | 2,28103  | 5,23560          | 600,04  | 28652,1             | 191 |
| 192 | 36864 | 7077888 | 13,8564    | 5,7690        | 2,28330  | 5,20833          | 603,19  | 28952,9             | 192 |
| 193 | 37249 | 7189057 | 13,8924    | 5,7790        | 2,28556  | 5,18135          | 606,33  | 29255,3             | 193 |
| 194 | 37636 | 7301384 | 13,9284    | 5,7890        | 2,28780  | 5,15464          | 609,47  | 29559,2             | 194 |
| 195 | 38025 | 7414875 | 13,9642    | 5,7989        | 2,29003  | 5,12821          | 612,61  | 29864,8             | 195 |
| 196 | 38416 | 7529536 | 14,0000    | 5,8088        | 2,29226  | 5,10204          | 615,75  | 30171,9             | 196 |
| 197 | 38809 | 7645373 | 14,0357    | 5,8186        | 2,29447  | 5,07614          | 618,89  | 30480,5             | 197 |
| 198 | 39204 | 7762399 | 14,0712    | 5,8285        | 2,29667  | 5,05051          | 622,04  | 30790,7             | 198 |
| 199 | 39601 | 7880599 | 14,1067    | 5,8383        | 2,29885  | 5,02513          | 625,18  | 31102,6             | 199 |
| 200 | 40000 | 8000000 | 14,1421    | 5,8480        | 2,30103  | 5,00000          | 628,32  | 31415,9             | 200 |



| $n$ | $n^2$ | $n^3$    | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|-------|----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 200 | 40000 | 8000000  | 14,1421    | 5,8480        | 2,30103  | 5,00000          | 628,32  | 31415,9             | 200 |
| 201 | 40401 | 8120601  | 14,1774    | 5,8578        | 2,30320  | 4,97512          | 631,46  | 31730,9             | 201 |
| 202 | 40804 | 8242408  | 14,2127    | 5,8675        | 2,30535  | 4,95050          | 634,60  | 32047,4             | 202 |
| 203 | 41209 | 8365427  | 14,2478    | 5,8771        | 2,30750  | 4,92611          | 637,74  | 32365,5             | 203 |
| 204 | 41616 | 8489664  | 14,2829    | 5,8868        | 2,30963  | 4,90196          | 640,88  | 32685,1             | 204 |
| 205 | 42025 | 8615125  | 14,3178    | 5,8964        | 2,31175  | 4,87805          | 644,03  | 33006,4             | 205 |
| 206 | 42436 | 8741816  | 14,3527    | 5,9059        | 2,31387  | 4,85437          | 647,17  | 33329,2             | 206 |
| 207 | 42849 | 8869743  | 14,3875    | 5,9155        | 2,31597  | 4,83092          | 650,31  | 33653,5             | 207 |
| 208 | 43264 | 8998912  | 14,4222    | 5,9250        | 2,31806  | 4,80769          | 653,45  | 33979,5             | 208 |
| 209 | 43681 | 9129329  | 14,4568    | 5,9345        | 2,32015  | 4,78469          | 656,59  | 34307,0             | 209 |
| 210 | 44100 | 9261000  | 14,4914    | 5,9439        | 2,32222  | 4,76190          | 659,73  | 34636,1             | 210 |
| 211 | 44521 | 9393931  | 14,5258    | 5,9533        | 2,32428  | 4,73934          | 662,88  | 34966,7             | 211 |
| 212 | 44944 | 9528128  | 14,5602    | 5,9627        | 2,32634  | 4,71698          | 666,02  | 35298,9             | 212 |
| 213 | 45369 | 9663597  | 14,5945    | 5,9721        | 2,32838  | 4,69484          | 669,16  | 35632,7             | 213 |
| 214 | 45796 | 9800344  | 14,6287    | 5,9814        | 2,33041  | 4,67290          | 672,30  | 35968,1             | 214 |
| 215 | 46225 | 9938375  | 14,6629    | 5,9907        | 2,33244  | 4,65116          | 675,44  | 36305,0             | 215 |
| 216 | 46656 | 10077696 | 14,6969    | 6,0000        | 2,33445  | 4,62963          | 678,58  | 36643,5             | 216 |
| 217 | 47089 | 10218313 | 14,7309    | 6,0092        | 2,33646  | 4,60829          | 681,73  | 36983,6             | 217 |
| 218 | 47524 | 10360232 | 14,7648    | 6,0185        | 2,33846  | 4,58716          | 684,87  | 37325,3             | 218 |
| 219 | 47961 | 10503459 | 14,7986    | 6,0277        | 2,34044  | 4,56621          | 688,01  | 37668,5             | 219 |
| 220 | 48400 | 10648000 | 14,8324    | 6,0368        | 2,34242  | 4,54545          | 691,15  | 38013,3             | 220 |
| 221 | 48841 | 10793861 | 14,8661    | 6,0459        | 2,34439  | 4,52489          | 694,29  | 38359,6             | 221 |
| 222 | 49284 | 10941048 | 14,8997    | 6,0550        | 2,34635  | 4,50450          | 697,43  | 38707,6             | 222 |
| 223 | 49729 | 11089567 | 14,9332    | 6,0641        | 2,34830  | 4,48430          | 700,58  | 39057,1             | 223 |
| 224 | 50176 | 11239424 | 14,9666    | 6,0732        | 2,35025  | 4,46429          | 703,72  | 39408,1             | 224 |
| 225 | 50625 | 11390625 | 15,0000    | 6,0822        | 2,35218  | 4,44444          | 706,86  | 39760,8             | 225 |
| 226 | 51076 | 11543176 | 15,0333    | 6,0912        | 2,35411  | 4,42478          | 710,00  | 40115,0             | 226 |
| 227 | 51529 | 11697083 | 15,0665    | 6,1002        | 2,35603  | 4,40529          | 713,14  | 40470,8             | 227 |
| 228 | 51984 | 11852352 | 15,0997    | 6,1091        | 2,35793  | 4,38596          | 716,28  | 40828,1             | 228 |
| 229 | 52441 | 12008989 | 15,1327    | 6,1180        | 2,35984  | 4,36681          | 719,42  | 41187,1             | 229 |
| 230 | 52900 | 12167000 | 15,1658    | 6,1269        | 2,36173  | 4,34783          | 722,57  | 41547,6             | 230 |
| 231 | 53361 | 12326391 | 15,1987    | 6,1358        | 2,36361  | 4,32900          | 725,71  | 41909,6             | 231 |
| 232 | 53824 | 12487168 | 15,2315    | 6,1446        | 2,36549  | 4,31034          | 728,85  | 42273,3             | 232 |
| 233 | 54289 | 12649337 | 15,2643    | 6,1534        | 2,36736  | 4,29185          | 731,99  | 42638,5             | 233 |
| 234 | 54756 | 12812904 | 15,2971    | 6,1622        | 2,36922  | 4,27350          | 735,13  | 43005,3             | 234 |
| 235 | 55225 | 12977875 | 15,3297    | 6,1710        | 2,37107  | 4,25532          | 738,27  | 43373,6             | 235 |
| 236 | 55696 | 13144256 | 15,3623    | 6,1797        | 2,37291  | 4,23729          | 741,42  | 43743,5             | 236 |
| 237 | 56169 | 13312053 | 15,3948    | 6,1885        | 2,37475  | 4,21941          | 744,56  | 44115,0             | 237 |
| 238 | 56644 | 13481272 | 15,4272    | 6,1972        | 2,37658  | 4,20168          | 747,70  | 44488,1             | 238 |
| 239 | 57121 | 13651919 | 15,4596    | 6,2058        | 2,37840  | 4,18410          | 750,84  | 44862,7             | 239 |
| 240 | 57600 | 13824000 | 15,4919    | 6,2145        | 2,38021  | 4,16667          | 753,98  | 45238,9             | 240 |
| 241 | 58081 | 13997521 | 15,5242    | 6,2231        | 2,38202  | 4,14938          | 757,12  | 45616,7             | 241 |
| 242 | 58564 | 14172488 | 15,5563    | 6,2317        | 2,38382  | 4,13223          | 760,27  | 45996,1             | 242 |
| 243 | 59049 | 14348907 | 15,5885    | 6,2403        | 2,38561  | 4,11523          | 763,41  | 46377,0             | 243 |
| 244 | 59536 | 14526784 | 15,6205    | 6,2488        | 2,38739  | 4,09836          | 766,55  | 46759,5             | 244 |
| 245 | 60025 | 14706125 | 15,6525    | 6,2573        | 2,38917  | 4,08163          | 769,69  | 47143,5             | 245 |
| 246 | 60516 | 14886936 | 15,6844    | 6,2658        | 2,39094  | 4,06504          | 772,83  | 47529,2             | 246 |
| 247 | 61009 | 15069223 | 15,7162    | 6,2743        | 2,39270  | 4,04858          | 775,97  | 47916,4             | 247 |
| 248 | 61504 | 15252992 | 15,7480    | 6,2828        | 2,39445  | 4,03226          | 779,11  | 48305,1             | 248 |
| 249 | 62001 | 15438249 | 15,7797    | 6,2912        | 2,39620  | 4,01606          | 782,26  | 48695,5             | 249 |
| 250 | 62500 | 15625000 | 15,8114    | 6,2996        | 2,39794  | 4,00000          | 785,40  | 49087,4             | 250 |

| $n$        | $n^2$ | $n^3$    | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|-------|----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>250</b> | 62500 | 15625000 | 15,8114    | 6,2996        | 2,39794  | 4,00000          | 785,40  | 49087,4             | <b>250</b> |
| 251        | 63001 | 15813251 | 15,8430    | 6,3080        | 2,39967  | 3,98406          | 788,54  | 49480,9             | 251        |
| 252        | 63504 | 16003008 | 15,8745    | 6,3164        | 2,40140  | 3,96825          | 791,68  | 49875,9             | 252        |
| 253        | 64009 | 16194277 | 15,9060    | 6,3247        | 2,40312  | 3,95257          | 794,82  | 50272,6             | 253        |
| 254        | 64516 | 16387064 | 15,9374    | 6,3330        | 2,40483  | 3,93701          | 797,96  | 50670,7             | 254        |
| 255        | 65025 | 16581375 | 15,9687    | 6,3413        | 2,40654  | 3,92157          | 801,11  | 51070,5             | 255        |
| 256        | 65536 | 16777216 | 16,0000    | 6,3496        | 2,40824  | 3,90625          | 804,25  | 51471,9             | 256        |
| 257        | 66049 | 16974593 | 16,0312    | 6,3579        | 2,40993  | 3,89105          | 807,39  | 51874,8             | 257        |
| 258        | 66564 | 17173512 | 16,0624    | 6,3661        | 2,41162  | 3,87597          | 810,53  | 52279,2             | 258        |
| 259        | 67081 | 17373979 | 16,0935    | 6,3743        | 2,41330  | 3,86100          | 813,67  | 52685,3             | 259        |
| <b>260</b> | 67600 | 17576000 | 16,1245    | 6,3825        | 2,41497  | 3,84615          | 816,81  | 53092,9             | <b>260</b> |
| 261        | 68121 | 17779581 | 16,1555    | 6,3907        | 2,41664  | 3,83142          | 819,96  | 53502,1             | 261        |
| 262        | 68644 | 17984728 | 16,1864    | 6,3988        | 2,41830  | 3,81679          | 823,10  | 53912,9             | 262        |
| 263        | 69169 | 18191447 | 16,2173    | 6,4070        | 2,41996  | 3,80228          | 826,24  | 54325,2             | 263        |
| 264        | 69696 | 18399744 | 16,2481    | 6,4151        | 2,42160  | 3,78788          | 829,38  | 54739,1             | 264        |
| 265        | 70225 | 18609625 | 16,2788    | 6,4232        | 2,42325  | 3,77358          | 832,52  | 55154,6             | 265        |
| 266        | 70756 | 18821096 | 16,3095    | 6,4312        | 2,42488  | 3,75940          | 835,66  | 55571,6             | 266        |
| 267        | 71289 | 19034163 | 16,3401    | 6,4393        | 2,42651  | 3,74532          | 838,81  | 55990,2             | 267        |
| 268        | 71824 | 19248832 | 16,3707    | 6,4473        | 2,42813  | 3,73134          | 841,95  | 56410,4             | 268        |
| 269        | 72361 | 19465109 | 16,4012    | 6,4553        | 2,42975  | 3,71747          | 845,09  | 56832,2             | 269        |
| <b>270</b> | 72900 | 19683000 | 16,4317    | 6,4633        | 2,43136  | 3,70370          | 848,23  | 57255,5             | <b>270</b> |
| 271        | 73441 | 19902511 | 16,4621    | 6,4713        | 2,43297  | 3,69004          | 851,37  | 57680,4             | 271        |
| 272        | 73984 | 20123648 | 16,4924    | 6,4792        | 2,43457  | 3,67647          | 854,51  | 58106,9             | 272        |
| 273        | 74529 | 20346417 | 16,5227    | 6,4872        | 2,43616  | 3,66300          | 857,65  | 58534,9             | 273        |
| 274        | 75076 | 20570824 | 16,5529    | 6,4951        | 2,43775  | 3,64964          | 860,80  | 58964,6             | 274        |
| 275        | 75625 | 20796875 | 16,5831    | 6,5030        | 2,43933  | 3,63636          | 863,94  | 59395,7             | 275        |
| 276        | 76176 | 21024576 | 16,6132    | 6,5108        | 2,44091  | 3,62319          | 867,08  | 59828,5             | 276        |
| 277        | 76729 | 21253933 | 16,6433    | 6,5187        | 2,44248  | 3,61011          | 870,22  | 60262,8             | 277        |
| 278        | 77284 | 21484952 | 16,6733    | 6,5265        | 2,44404  | 3,59712          | 873,36  | 60698,7             | 278        |
| 279        | 77841 | 21717639 | 16,7033    | 6,5343        | 2,44560  | 3,58423          | 876,50  | 61136,2             | 279        |
| <b>280</b> | 78400 | 21952000 | 16,7332    | 6,5421        | 2,44716  | 3,57143          | 879,65  | 61575,2             | <b>280</b> |
| 281        | 78961 | 22188041 | 16,7631    | 6,5499        | 2,44871  | 3,55872          | 882,79  | 62015,8             | 281        |
| 282        | 79524 | 22425768 | 16,7929    | 6,5577        | 2,45025  | 3,54610          | 885,93  | 62458,0             | 282        |
| 283        | 80089 | 22665187 | 16,8226    | 6,5654        | 2,45179  | 3,53357          | 889,07  | 62901,8             | 283        |
| 284        | 80656 | 22906304 | 16,8523    | 6,5731        | 2,45332  | 3,52113          | 892,21  | 63347,1             | 284        |
| 285        | 81225 | 23149125 | 16,8819    | 6,5808        | 2,45484  | 3,50877          | 895,35  | 63794,0             | 285        |
| 286        | 81796 | 23393656 | 16,9115    | 6,5885        | 2,45637  | 3,49650          | 898,50  | 64242,4             | 286        |
| 287        | 82369 | 23639903 | 16,9411    | 6,5962        | 2,45788  | 3,48432          | 901,64  | 64692,5             | 287        |
| 288        | 82944 | 23887872 | 16,9706    | 6,6039        | 2,45939  | 3,47222          | 904,78  | 65144,1             | 288        |
| 289        | 83521 | 24137569 | 17,0000    | 6,6115        | 2,46090  | 3,46021          | 907,92  | 65597,2             | 289        |
| <b>290</b> | 84100 | 24389000 | 17,0294    | 6,6191        | 2,46240  | 3,44828          | 911,06  | 66052,0             | <b>290</b> |
| 291        | 84681 | 24642171 | 17,0587    | 6,6267        | 2,46389  | 3,43643          | 914,20  | 66508,3             | 291        |
| 292        | 85264 | 24897088 | 17,0880    | 6,6343        | 2,46538  | 3,42466          | 917,35  | 66966,2             | 292        |
| 293        | 85849 | 25153757 | 17,1172    | 6,6419        | 2,46687  | 3,41297          | 920,49  | 67425,6             | 293        |
| 294        | 86436 | 25412184 | 17,1464    | 6,6494        | 2,46835  | 3,40136          | 923,63  | 67886,7             | 294        |
| 295        | 87025 | 25672375 | 17,1756    | 6,6569        | 2,46982  | 3,38983          | 926,77  | 68349,3             | 295        |
| 296        | 87616 | 25934336 | 17,2047    | 6,6644        | 2,47129  | 3,37838          | 929,91  | 68813,4             | 296        |
| 297        | 88209 | 26198073 | 17,2337    | 6,6719        | 2,47276  | 3,36700          | 933,05  | 69279,2             | 297        |
| 298        | 88804 | 26463592 | 17,2627    | 6,6794        | 2,47422  | 3,35570          | 936,19  | 69746,5             | 298        |
| 299        | 89401 | 26730899 | 17,2916    | 6,6869        | 2,47567  | 3,34448          | 939,34  | 70215,4             | 299        |
| <b>300</b> | 90000 | 27000000 | 17,3205    | 6,6943        | 2,47712  | 3,33333          | 942,48  | 70685,8             | <b>300</b> |



| $n$        | $n^2$  | $n^3$    | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>300</b> | 90000  | 27000000 | 17,3205    | 6,6943        | 2,47712  | 3,33333          | 942,48  | 70685,8             | <b>300</b> |
| 301        | 90601  | 27270901 | 17,3494    | 6,7018        | 2,47857  | 3,32226          | 945,62  | 71157,9             | 301        |
| 302        | 91204  | 27543608 | 17,3781    | 6,7092        | 2,48001  | 3,31126          | 948,76  | 71631,5             | 302        |
| 303        | 91809  | 27818127 | 17,4069    | 6,7166        | 2,48144  | 3,30033          | 951,90  | 72106,6             | 303        |
| 304        | 92416  | 28094464 | 17,4356    | 6,7240        | 2,48287  | 3,28947          | 955,04  | 72583,4             | 304        |
| 305        | 93025  | 28372625 | 17,4642    | 6,7313        | 2,48430  | 3,27869          | 958,19  | 73061,7             | 305        |
| 306        | 93636  | 28652616 | 17,4929    | 6,7387        | 2,48572  | 3,26797          | 961,33  | 73541,5             | 306        |
| 307        | 94249  | 28934443 | 17,5214    | 6,7460        | 2,48714  | 3,25733          | 964,47  | 74023,0             | 307        |
| 308        | 94864  | 29218112 | 17,5499    | 6,7533        | 2,48855  | 3,24675          | 967,61  | 74506,0             | 308        |
| 309        | 95481  | 29503629 | 17,5784    | 6,7606        | 2,48996  | 3,23625          | 970,75  | 74990,6             | 309        |
| <b>310</b> | 96100  | 29791000 | 17,6068    | 6,7679        | 2,49136  | 3,22581          | 973,89  | 75476,8             | <b>310</b> |
| 311        | 96721  | 30080231 | 17,6352    | 6,7752        | 2,49276  | 3,21543          | 977,04  | 75964,5             | 311        |
| 312        | 97344  | 30371328 | 17,6635    | 6,7824        | 2,49415  | 3,20513          | 980,18  | 76453,8             | 312        |
| 313        | 97969  | 30664297 | 17,6918    | 6,7897        | 2,49554  | 3,19489          | 983,32  | 76944,7             | 313        |
| 314        | 98596  | 30959144 | 17,7200    | 6,7969        | 2,49693  | 3,18471          | 986,46  | 77437,1             | 314        |
| 315        | 99225  | 31255875 | 17,7482    | 6,8041        | 2,49831  | 3,17460          | 989,60  | 77931,1             | 315        |
| 316        | 99856  | 31554496 | 17,7764    | 6,8113        | 2,49969  | 3,16456          | 992,74  | 78426,7             | 316        |
| 317        | 100489 | 31855013 | 17,8045    | 6,8185        | 2,50106  | 3,15457          | 995,88  | 78923,9             | 317        |
| 318        | 101124 | 32157432 | 17,8326    | 6,8256        | 2,50243  | 3,14465          | 999,03  | 79422,6             | 318        |
| 319        | 101761 | 32461759 | 17,8606    | 6,8328        | 2,50379  | 3,13480          | 1002,2  | 79922,9             | 319        |
| <b>320</b> | 102400 | 32768000 | 17,8885    | 6,8399        | 2,50515  | 3,12500          | 1005,3  | 80424,8             | <b>320</b> |
| 321        | 103041 | 33076161 | 17,9165    | 6,8470        | 2,50651  | 3,11526          | 1008,5  | 80928,2             | 321        |
| 322        | 103684 | 33386248 | 17,9444    | 6,8541        | 2,50786  | 3,10559          | 1011,6  | 81433,2             | 322        |
| 323        | 104329 | 33698267 | 17,9722    | 6,8612        | 2,50920  | 3,09598          | 1014,7  | 81939,8             | 323        |
| 324        | 104976 | 34012224 | 18,0000    | 6,8683        | 2,51055  | 3,08642          | 1017,9  | 82448,0             | 324        |
| 325        | 105625 | 34328125 | 18,0278    | 6,8753        | 2,51188  | 3,07692          | 1021,0  | 82957,7             | 325        |
| 326        | 106276 | 34645976 | 18,0555    | 6,8824        | 2,51322  | 3,06748          | 1024,2  | 83469,0             | 326        |
| 327        | 106929 | 34965783 | 18,0831    | 6,8894        | 2,51455  | 3,05810          | 1027,3  | 83981,8             | 327        |
| 328        | 107584 | 35287552 | 18,1108    | 6,8964        | 2,51587  | 3,04878          | 1030,4  | 84496,3             | 328        |
| 329        | 108241 | 35611289 | 18,1384    | 6,9034        | 2,51720  | 3,03951          | 1033,6  | 85012,3             | 329        |
| <b>330</b> | 108900 | 35937000 | 18,1659    | 6,9104        | 2,51851  | 3,03030          | 1036,7  | 85529,9             | <b>330</b> |
| 331        | 109561 | 36264691 | 18,1934    | 6,9174        | 2,51983  | 3,02115          | 1039,9  | 86049,0             | 331        |
| 332        | 110224 | 36594368 | 18,2209    | 6,9244        | 2,52114  | 3,01205          | 1043,0  | 86569,7             | 332        |
| 333        | 110889 | 36926037 | 18,2483    | 6,9313        | 2,52244  | 3,00300          | 1046,2  | 87092,0             | 333        |
| 334        | 111556 | 37259704 | 18,2757    | 6,9382        | 2,52375  | 2,99401          | 1049,3  | 87615,9             | 334        |
| 335        | 112225 | 37595375 | 18,3030    | 6,9451        | 2,52504  | 2,98507          | 1052,4  | 88141,3             | 335        |
| 336        | 112896 | 37933056 | 18,3303    | 6,9521        | 2,52634  | 2,97619          | 1055,6  | 88668,3             | 336        |
| 337        | 113569 | 38272753 | 18,3576    | 6,9589        | 2,52763  | 2,96736          | 1058,7  | 89196,9             | 337        |
| 338        | 114244 | 38614472 | 18,3848    | 6,9658        | 2,52892  | 2,95858          | 1061,9  | 89727,0             | 338        |
| 339        | 114921 | 38958219 | 18,4120    | 6,9727        | 2,53020  | 2,94985          | 1065,0  | 90258,7             | 339        |
| <b>340</b> | 115600 | 39304000 | 18,4391    | 6,9795        | 2,53148  | 2,94118          | 1068,1  | 90792,0             | <b>340</b> |
| 341        | 116281 | 39651821 | 18,4662    | 6,9864        | 2,53275  | 2,93255          | 1071,3  | 91326,9             | 341        |
| 342        | 116964 | 40001688 | 18,4932    | 6,9932        | 2,53403  | 2,92398          | 1074,4  | 91863,3             | 342        |
| 343        | 117649 | 40353607 | 18,5203    | 7,0000        | 2,53529  | 2,91545          | 1077,6  | 92401,3             | 343        |
| 344        | 118336 | 40707584 | 18,5472    | 7,0068        | 2,53656  | 2,90698          | 1080,7  | 92940,9             | 344        |
| 345        | 119025 | 41063625 | 18,5742    | 7,0136        | 2,53782  | 2,89855          | 1083,8  | 93482,0             | 345        |
| 346        | 119716 | 41421736 | 18,6011    | 7,0203        | 2,53908  | 2,89017          | 1087,0  | 94024,7             | 346        |
| 347        | 120409 | 41781923 | 18,6279    | 7,0271        | 2,54033  | 2,88184          | 1090,1  | 94569,0             | 347        |
| 348        | 121104 | 42144192 | 18,6548    | 7,0338        | 2,54158  | 2,87356          | 1093,3  | 95114,9             | 348        |
| 349        | 121801 | 42508549 | 18,6815    | 7,0406        | 2,54283  | 2,86533          | 1096,4  | 95662,3             | 349        |
| <b>350</b> | 122500 | 42875000 | 18,7083    | 7,0473        | 2,54407  | 2,85714          | 1099,6  | 96211,3             | <b>350</b> |



| $n$        | $n^2$  | $n^3$    | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[n]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>350</b> | 122500 | 42875000 | 18,7083    | 7,0473        | 2,54407  | 2,85714          | 1099,6  | 96211,3             | <b>350</b> |
| 351        | 123201 | 43243551 | 18,7350    | 7,0540        | 2,54531  | 2,84900          | 1102,7  | 96761,8             | 351        |
| 352        | 123904 | 43614208 | 18,7617    | 7,0607        | 2,54654  | 2,84091          | 1105,8  | 97314,0             | 352        |
| 353        | 124609 | 43986977 | 18,7883    | 7,0674        | 2,54777  | 2,83286          | 1109,0  | 97867,7             | 353        |
| 354        | 125316 | 44361864 | 18,8149    | 7,0740        | 2,54900  | 2,82486          | 1112,1  | 98423,0             | 354        |
| 355        | 126025 | 44738875 | 18,8414    | 7,0807        | 2,55023  | 2,81690          | 1115,3  | 98979,8             | 355        |
| 356        | 126736 | 45118016 | 18,8680    | 7,0873        | 2,55145  | 2,80899          | 1118,4  | 99538,2             | 356        |
| 357        | 127449 | 45499293 | 18,8944    | 7,0940        | 2,55267  | 2,80112          | 1121,5  | 100098              | 357        |
| 358        | 128164 | 45882712 | 18,9209    | 7,1006        | 2,55388  | 2,79330          | 1124,7  | 100660              | 358        |
| 359        | 128881 | 46268279 | 18,9473    | 7,1072        | 2,55509  | 2,78552          | 1127,8  | 101223              | 359        |
| <b>360</b> | 129600 | 46656000 | 18,9737    | 7,1138        | 2,55630  | 2,77778          | 1131,0  | 101788              | <b>360</b> |
| 361        | 130321 | 47045881 | 19,0000    | 7,1204        | 2,55751  | 2,77008          | 1134,1  | 102354              | 361        |
| 362        | 131044 | 47437928 | 19,0263    | 7,1269        | 2,55871  | 2,76243          | 1137,3  | 102922              | 362        |
| 363        | 131769 | 47832147 | 19,0526    | 7,1335        | 2,55991  | 2,75482          | 1140,4  | 103491              | 363        |
| 364        | 132496 | 48228544 | 19,0788    | 7,1400        | 2,56110  | 2,74725          | 1143,5  | 104062              | 364        |
| 365        | 133225 | 48627125 | 19,1050    | 7,1466        | 2,56229  | 2,73973          | 1146,7  | 104635              | 365        |
| 366        | 133956 | 49027896 | 19,1311    | 7,1531        | 2,56348  | 2,73224          | 1149,8  | 105209              | 366        |
| 367        | 134689 | 49430863 | 19,1572    | 7,1596        | 2,56467  | 2,72480          | 1153,0  | 105785              | 367        |
| 368        | 135424 | 49836032 | 19,1833    | 7,1661        | 2,56585  | 2,71739          | 1156,1  | 106362              | 368        |
| 369        | 136161 | 50243409 | 19,2094    | 7,1726        | 2,56703  | 2,71003          | 1159,2  | 106941              | 369        |
| <b>370</b> | 136900 | 50653000 | 19,2354    | 7,1791        | 2,56820  | 2,70270          | 1162,4  | 107521              | <b>370</b> |
| 371        | 137641 | 51064811 | 19,2614    | 7,1855        | 2,56937  | 2,69542          | 1165,5  | 108103              | 371        |
| 372        | 138384 | 51478848 | 19,2873    | 7,1920        | 2,57054  | 2,68817          | 1168,7  | 108687              | 372        |
| 373        | 139129 | 51895117 | 19,3132    | 7,1984        | 2,57171  | 2,68097          | 1171,8  | 109272              | 373        |
| 374        | 139876 | 52313624 | 19,3391    | 7,2048        | 2,57287  | 2,67380          | 1175,0  | 109858              | 374        |
| 375        | 140625 | 52734375 | 19,3649    | 7,2112        | 2,57403  | 2,66667          | 1178,1  | 110447              | 375        |
| 376        | 141376 | 53157376 | 19,3907    | 7,2177        | 2,57519  | 2,65957          | 1181,2  | 111036              | 376        |
| 377        | 142129 | 53582633 | 19,4165    | 7,2240        | 2,57634  | 2,65252          | 1184,4  | 111628              | 377        |
| 378        | 142884 | 54010152 | 19,4422    | 7,2304        | 2,57749  | 2,64550          | 1187,5  | 112221              | 378        |
| 379        | 143641 | 54439939 | 19,4679    | 7,2368        | 2,57864  | 2,63852          | 1190,7  | 112815              | 379        |
| <b>380</b> | 144400 | 54872000 | 19,4936    | 7,2432        | 2,57978  | 2,63158          | 1193,8  | 113411              | <b>380</b> |
| 381        | 145161 | 55306341 | 19,5192    | 7,2495        | 2,58092  | 2,62467          | 1196,9  | 114009              | 381        |
| 382        | 145924 | 55742968 | 19,5448    | 7,2558        | 2,58206  | 2,61780          | 1200,1  | 114608              | 382        |
| 383        | 146689 | 56181887 | 19,5704    | 7,2622        | 2,58320  | 2,61097          | 1203,2  | 115209              | 383        |
| 384        | 147456 | 56623104 | 19,5959    | 7,2685        | 2,58433  | 2,60417          | 1206,4  | 115812              | 384        |
| 385        | 148225 | 57066625 | 19,6214    | 7,2748        | 2,58546  | 2,59740          | 1209,5  | 116416              | 385        |
| 386        | 148996 | 57512456 | 19,6469    | 7,2811        | 2,58659  | 2,59067          | 1212,7  | 117021              | 386        |
| 387        | 149769 | 57960603 | 19,6723    | 7,2874        | 2,58771  | 2,58398          | 1215,8  | 117628              | 387        |
| 388        | 150544 | 58411072 | 19,6977    | 7,2936        | 2,58883  | 2,57732          | 1218,9  | 118237              | 388        |
| 389        | 151321 | 58863869 | 19,7231    | 7,2999        | 2,58995  | 2,57069          | 1222,1  | 118847              | 389        |
| <b>390</b> | 152100 | 59319000 | 19,7484    | 7,3061        | 2,59106  | 2,56410          | 1225,2  | 119459              | <b>390</b> |
| 391        | 152881 | 59776471 | 19,7737    | 7,3124        | 2,59218  | 2,55754          | 1228,4  | 120072              | 391        |
| 392        | 153664 | 60236288 | 19,7990    | 7,3186        | 2,59329  | 2,55102          | 1231,5  | 120687              | 392        |
| 393        | 154449 | 60698457 | 19,8242    | 7,3248        | 2,59439  | 2,54453          | 1234,6  | 121304              | 393        |
| 394        | 155236 | 61162984 | 19,8494    | 7,3310        | 2,59550  | 2,53807          | 1237,8  | 121922              | 394        |
| 395        | 156025 | 61629875 | 19,8746    | 7,3372        | 2,59660  | 2,53165          | 1240,9  | 122542              | 395        |
| 396        | 156816 | 62099136 | 19,8997    | 7,3434        | 2,59770  | 2,52525          | 1244,1  | 123163              | 396        |
| 397        | 157609 | 62570773 | 19,9249    | 7,3496        | 2,59879  | 2,51889          | 1247,2  | 123786              | 397        |
| 398        | 158404 | 63044792 | 19,9499    | 7,3558        | 2,59988  | 2,51256          | 1250,4  | 124410              | 398        |
| 399        | 159201 | 63521199 | 19,9750    | 7,3619        | 2,60097  | 2,50627          | 1253,5  | 125036              | 399        |
| <b>400</b> | 160000 | 64000000 | 20,0000    | 7,3681        | 2,60206  | 2,50000          | 1256,6  | 125664              | <b>400</b> |

| $n$        | $n^2$  | $n^3$    | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>400</b> | 160000 | 64000000 | 20,0000    | 7,3681        | 2,60206  | 2,50000          | 1256,6  | 125664              | <b>400</b> |
| 401        | 160801 | 64481201 | 20,0250    | 7,3742        | 2,60314  | 2,49377          | 1259,8  | 126293              | 401        |
| 402        | 161604 | 64964808 | 20,0499    | 7,3803        | 2,60423  | 2,48756          | 1262,9  | 126923              | 402        |
| 403        | 162409 | 65450827 | 20,0749    | 7,3864        | 2,60531  | 2,48139          | 1266,1  | 127556              | 403        |
| 404        | 163216 | 65939264 | 20,0998    | 7,3925        | 2,60638  | 2,47525          | 1269,2  | 128190              | 404        |
| 405        | 164025 | 66430125 | 20,1246    | 7,3986        | 2,60746  | 2,46914          | 1272,3  | 128825              | 405        |
| 406        | 164836 | 66923416 | 20,1494    | 7,4047        | 2,60853  | 2,46305          | 1275,5  | 129462              | 406        |
| 407        | 165649 | 67419143 | 20,1742    | 7,4108        | 2,60959  | 2,45700          | 1278,6  | 130100              | 407        |
| 408        | 166464 | 67917312 | 20,1990    | 7,4169        | 2,61066  | 2,45098          | 1281,8  | 130741              | 408        |
| 409        | 167281 | 68417929 | 20,2237    | 7,4229        | 2,61172  | 2,44499          | 1284,9  | 131382              | 409        |
| <b>410</b> | 168100 | 68921000 | 20,2485    | 7,4290        | 2,61278  | 2,43902          | 1288,1  | 132025              | <b>410</b> |
| 411        | 168921 | 69426531 | 20,2731    | 7,4350        | 2,61384  | 2,43309          | 1291,2  | 132670              | 411        |
| 412        | 169744 | 69934528 | 20,2978    | 7,4410        | 2,61490  | 2,42718          | 1294,3  | 133317              | 412        |
| 413        | 170569 | 70444997 | 20,3224    | 7,4470        | 2,61595  | 2,42131          | 1297,5  | 133965              | 413        |
| 414        | 171396 | 70957944 | 20,3470    | 7,4530        | 2,61700  | 2,41546          | 1300,6  | 134614              | 414        |
| 415        | 172225 | 71473375 | 20,3715    | 7,4590        | 2,61805  | 2,40964          | 1303,8  | 135265              | 415        |
| 416        | 173056 | 71991296 | 20,3961    | 7,4650        | 2,61909  | 2,40385          | 1306,9  | 135918              | 416        |
| 417        | 173889 | 72511713 | 20,4206    | 7,4710        | 2,62014  | 2,39808          | 1310,0  | 136572              | 417        |
| 418        | 174724 | 73034632 | 20,4450    | 7,4770        | 2,62118  | 2,39234          | 1313,2  | 137228              | 418        |
| 419        | 175561 | 73560059 | 20,4695    | 7,4829        | 2,62221  | 2,38663          | 1316,3  | 137885              | 419        |
| <b>420</b> | 176400 | 74088000 | 20,4939    | 7,4889        | 2,62325  | 2,38095          | 1319,5  | 138544              | <b>420</b> |
| 421        | 177241 | 74618461 | 20,5183    | 7,4948        | 2,62428  | 2,37530          | 1322,6  | 139205              | 421        |
| 422        | 178084 | 75151448 | 20,5426    | 7,5007        | 2,62531  | 2,36967          | 1325,8  | 139867              | 422        |
| 423        | 178929 | 75686967 | 20,5670    | 7,5067        | 2,62634  | 2,36407          | 1328,9  | 140531              | 423        |
| 424        | 179776 | 76225024 | 20,5913    | 7,5126        | 2,62737  | 2,35849          | 1332,0  | 141196              | 424        |
| 425        | 180625 | 76765625 | 20,6155    | 7,5185        | 2,62839  | 2,35294          | 1335,2  | 141863              | 425        |
| 426        | 181476 | 77308776 | 20,6398    | 7,5244        | 2,62941  | 2,34742          | 1338,3  | 142531              | 426        |
| 427        | 182329 | 77854483 | 20,6640    | 7,5302        | 2,63043  | 2,34192          | 1341,5  | 143201              | 427        |
| 428        | 183184 | 78402752 | 20,6882    | 7,5361        | 2,63144  | 2,33645          | 1344,6  | 143872              | 428        |
| 429        | 184041 | 78953589 | 20,7123    | 7,5420        | 2,63246  | 2,33100          | 1347,7  | 144545              | 429        |
| <b>430</b> | 184900 | 79507000 | 20,7364    | 7,5478        | 2,63347  | 2,32558          | 1350,9  | 145220              | <b>430</b> |
| 431        | 185761 | 80062991 | 20,7605    | 7,5537        | 2,63448  | 2,32019          | 1354,0  | 145896              | 431        |
| 432        | 186624 | 80621568 | 20,7846    | 7,5595        | 2,63548  | 2,31481          | 1357,2  | 146574              | 432        |
| 433        | 187489 | 81182737 | 20,8087    | 7,5654        | 2,63649  | 2,30947          | 1360,3  | 147254              | 433        |
| 434        | 188356 | 81746504 | 20,8327    | 7,5712        | 2,63749  | 2,30415          | 1363,5  | 147934              | 434        |
| 435        | 189225 | 82312875 | 20,8567    | 7,5770        | 2,63849  | 2,29885          | 1366,6  | 148617              | 435        |
| 436        | 190096 | 82881856 | 20,8806    | 7,5828        | 2,63949  | 2,29358          | 1369,7  | 149301              | 436        |
| 437        | 190969 | 83453453 | 20,9045    | 7,5886        | 2,64048  | 2,28833          | 1372,9  | 149987              | 437        |
| 438        | 191844 | 84027672 | 20,9284    | 7,5944        | 2,64147  | 2,28311          | 1376,0  | 150674              | 438        |
| 439        | 192721 | 84604519 | 20,9523    | 7,6001        | 2,64246  | 2,27790          | 1379,2  | 151363              | 439        |
| <b>440</b> | 193600 | 85184000 | 20,9762    | 7,6059        | 2,64345  | 2,27273          | 1382,3  | 152053              | <b>440</b> |
| 441        | 194481 | 85766121 | 21,0000    | 7,6117        | 2,64444  | 2,26757          | 1385,4  | 152745              | 441        |
| 442        | 195364 | 86350888 | 21,0238    | 7,6174        | 2,64542  | 2,26244          | 1388,6  | 153439              | 442        |
| 443        | 196249 | 86938307 | 21,0476    | 7,6232        | 2,64640  | 2,25734          | 1391,7  | 154134              | 443        |
| 444        | 197136 | 87528384 | 21,0713    | 7,6289        | 2,64738  | 2,25225          | 1394,9  | 154830              | 444        |
| 445        | 198025 | 88121125 | 21,0950    | 7,6346        | 2,64836  | 2,24719          | 1398,0  | 155528              | 445        |
| 446        | 198916 | 88716536 | 21,1187    | 7,6403        | 2,64933  | 2,24215          | 1401,2  | 156228              | 446        |
| 447        | 199809 | 89314623 | 21,1424    | 7,6460        | 2,65031  | 2,23714          | 1404,3  | 156930              | 447        |
| 448        | 200704 | 89915392 | 21,1660    | 7,6517        | 2,65128  | 2,23214          | 1407,4  | 157633              | 448        |
| 449        | 201601 | 90518849 | 21,1896    | 7,6574        | 2,65225  | 2,22717          | 1410,6  | 158337              | 449        |
| <b>450</b> | 202500 | 91125000 | 21,2132    | 7,6631        | 2,65321  | 2,22222          | 1413,7  | 159043              | <b>450</b> |



| $n$        | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>450</b> | 202500 | 91125000  | 21,2132    | 7,6631        | 2,65321  | 2,22222          | 1413,7  | 159043              | <b>450</b> |
| 451        | 203401 | 91733851  | 21,2368    | 7,6688        | 2,65418  | 2,21729          | 1416,9  | 159751              | 451        |
| 452        | 204304 | 92345408  | 21,2603    | 7,6744        | 2,65514  | 2,21239          | 1420,0  | 160460              | 452        |
| 453        | 205209 | 92959677  | 21,2838    | 7,6801        | 2,65610  | 2,20751          | 1423,1  | 161171              | 453        |
| 454        | 206116 | 93576664  | 21,3073    | 7,6857        | 2,65706  | 2,20264          | 1426,3  | 161883              | 454        |
| 455        | 207025 | 94196375  | 21,3307    | 7,6914        | 2,65801  | 2,19780          | 1429,4  | 162597              | 455        |
| 456        | 207936 | 94818816  | 21,3542    | 7,6970        | 2,65896  | 2,19298          | 1432,6  | 163313              | 456        |
| 457        | 208849 | 95443993  | 21,3776    | 7,7026        | 2,65992  | 2,18818          | 1435,7  | 164030              | 457        |
| 458        | 209764 | 96071912  | 21,4009    | 7,7082        | 2,66087  | 2,18341          | 1438,8  | 164748              | 458        |
| 459        | 210681 | 96702579  | 21,4243    | 7,7138        | 2,66181  | 2,17865          | 1442,0  | 165468              | 459        |
| <b>460</b> | 211600 | 97336000  | 21,4476    | 7,7194        | 2,66276  | 2,17391          | 1445,1  | 166190              | <b>460</b> |
| 461        | 212521 | 97972181  | 21,4709    | 7,7250        | 2,66370  | 2,16920          | 1448,3  | 166914              | 461        |
| 462        | 213444 | 98611128  | 21,4942    | 7,7306        | 2,66464  | 2,16450          | 1451,4  | 167639              | 462        |
| 463        | 214369 | 99252847  | 21,5174    | 7,7362        | 2,66558  | 2,15983          | 1454,6  | 168365              | 463        |
| 464        | 215296 | 99897344  | 21,5407    | 7,7418        | 2,66652  | 2,15517          | 1457,7  | 169093              | 464        |
| 465        | 216225 | 100544625 | 21,5639    | 7,7473        | 2,66745  | 2,15054          | 1460,8  | 169823              | 465        |
| 466        | 217156 | 101194696 | 21,5870    | 7,7529        | 2,66839  | 2,14592          | 1464,0  | 170554              | 466        |
| 467        | 218089 | 101847563 | 21,6102    | 7,7584        | 2,66932  | 2,14133          | 1467,1  | 171287              | 467        |
| 468        | 219024 | 102503232 | 21,6333    | 7,7639        | 2,67025  | 2,13675          | 1470,3  | 172021              | 468        |
| 469        | 219961 | 103161709 | 21,6564    | 7,7695        | 2,67117  | 2,13220          | 1473,4  | 172757              | 469        |
| <b>470</b> | 220900 | 103823000 | 21,6795    | 7,7750        | 2,67210  | 2,12766          | 1476,5  | 173494              | <b>470</b> |
| 471        | 221841 | 104487111 | 21,7025    | 7,7805        | 2,67302  | 2,12314          | 1479,7  | 174234              | 471        |
| 472        | 222784 | 105154048 | 21,7256    | 7,7860        | 2,67394  | 2,11864          | 1482,8  | 174974              | 472        |
| 473        | 223729 | 105823817 | 21,7486    | 7,7915        | 2,67486  | 2,11416          | 1486,0  | 175716              | 473        |
| 474        | 224676 | 106496424 | 21,7715    | 7,7970        | 2,67578  | 2,10970          | 1489,1  | 176460              | 474        |
| 475        | 225625 | 107171875 | 21,7945    | 7,8025        | 2,67669  | 2,10526          | 1492,3  | 177205              | 475        |
| 476        | 226576 | 107850176 | 21,8174    | 7,8079        | 2,67761  | 2,10084          | 1495,4  | 177952              | 476        |
| 477        | 227529 | 108531333 | 21,8403    | 7,8134        | 2,67852  | 2,09644          | 1498,5  | 178701              | 477        |
| 478        | 228484 | 109215352 | 21,8632    | 7,8188        | 2,67943  | 2,09205          | 1501,7  | 179451              | 478        |
| 479        | 229441 | 109902239 | 21,8861    | 7,8243        | 2,68034  | 2,08768          | 1504,8  | 180203              | 479        |
| <b>480</b> | 230400 | 110592000 | 21,9089    | 7,8297        | 2,68124  | 2,08333          | 1508,0  | 180956              | <b>480</b> |
| 481        | 231361 | 111284641 | 21,9317    | 7,8352        | 2,68215  | 2,07900          | 1511,1  | 181711              | 481        |
| 482        | 232324 | 111980168 | 21,9545    | 7,8406        | 2,68305  | 2,07469          | 1514,2  | 182467              | 482        |
| 483        | 233289 | 112678587 | 21,9773    | 7,8460        | 2,68395  | 2,07039          | 1517,4  | 183225              | 483        |
| 484        | 234256 | 113379904 | 22,0000    | 7,8514        | 2,68485  | 2,06612          | 1520,5  | 183984              | 484        |
| 485        | 235225 | 114084125 | 22,0227    | 7,8568        | 2,68574  | 2,06186          | 1523,7  | 184745              | 485        |
| 486        | 236196 | 114791256 | 22,0454    | 7,8622        | 2,68664  | 2,05761          | 1526,8  | 185508              | 486        |
| 487        | 237169 | 115501303 | 22,0681    | 7,8676        | 2,68753  | 2,05339          | 1530,0  | 186272              | 487        |
| 488        | 238144 | 116214272 | 22,0907    | 7,8730        | 2,68842  | 2,04918          | 1533,1  | 187038              | 488        |
| 489        | 239121 | 116930169 | 22,1133    | 7,8784        | 2,68931  | 2,04499          | 1536,2  | 187805              | 489        |
| <b>490</b> | 240100 | 117649000 | 22,1359    | 7,8837        | 2,69020  | 2,04082          | 1539,4  | 188574              | <b>490</b> |
| 491        | 241081 | 118370771 | 22,1585    | 7,8891        | 2,69108  | 2,03666          | 1542,5  | 189345              | 491        |
| 492        | 242064 | 119095488 | 22,1811    | 7,8944        | 2,69197  | 2,03252          | 1545,7  | 190117              | 492        |
| 493        | 243049 | 119823157 | 22,2036    | 7,8998        | 2,69285  | 2,02840          | 1548,8  | 190890              | 493        |
| 494        | 244036 | 120553784 | 22,2261    | 7,9051        | 2,69373  | 2,02429          | 1551,9  | 191665              | 494        |
| 495        | 245025 | 121287375 | 22,2486    | 7,9105        | 2,69461  | 2,02020          | 1555,1  | 192442              | 495        |
| 496        | 246016 | 122023936 | 22,2711    | 7,9158        | 2,69548  | 2,01613          | 1558,2  | 193221              | 496        |
| 497        | 247009 | 122763473 | 22,2935    | 7,9211        | 2,69636  | 2,01207          | 1561,4  | 194000              | 497        |
| 498        | 248004 | 123505992 | 22,3159    | 7,9264        | 2,69723  | 2,00803          | 1564,5  | 194782              | 498        |
| 499        | 249001 | 124251499 | 22,3383    | 7,9317        | 2,69810  | 2,00401          | 1567,7  | 195565              | 499        |
| <b>500</b> | 250000 | 125000000 | 22,3607    | 7,9370        | 2,69897  | 2,00000          | 1570,8  | 196350              | <b>500</b> |



| $n$        | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[n]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>500</b> | 250000 | 125000000 | 22,3607    | 7,9370        | 2,69897  | 2,00000          | 1570,8  | 196350              | <b>500</b> |
| 501        | 251001 | 125751501 | 22,3830    | 7,9423        | 2,69984  | 1,99601          | 1573,9  | 197136              | 501        |
| 502        | 252004 | 126506008 | 22,4054    | 7,9476        | 2,70070  | 1,99203          | 1577,1  | 197923              | 502        |
| 503        | 253009 | 127263527 | 22,4277    | 7,9528        | 2,70157  | 1,98807          | 1580,2  | 198713              | 503        |
| 504        | 254016 | 128024064 | 22,4499    | 7,9581        | 2,70243  | 1,98413          | 1583,4  | 199504              | 504        |
| 505        | 255025 | 128787625 | 22,4722    | 7,9634        | 2,70329  | 1,98020          | 1586,5  | 200296              | 505        |
| 506        | 256036 | 129554216 | 22,4944    | 7,9686        | 2,70415  | 1,97628          | 1589,6  | 201090              | 506        |
| 507        | 257049 | 130323843 | 22,5167    | 7,9739        | 2,70501  | 1,97239          | 1592,8  | 201886              | 507        |
| 508        | 258064 | 131096512 | 22,5389    | 7,9791        | 2,70586  | 1,96850          | 1595,9  | 202683              | 508        |
| 509        | 259081 | 131872229 | 22,5610    | 7,9843        | 2,70672  | 1,96464          | 1599,1  | 203482              | 509        |
| <b>510</b> | 260100 | 132651000 | 22,5832    | 7,9896        | 2,70757  | 1,96078          | 1602,2  | 204282              | <b>510</b> |
| 511        | 261121 | 133432831 | 22,6053    | 7,9948        | 2,70842  | 1,95695          | 1605,4  | 205084              | 511        |
| 512        | 262144 | 134217728 | 22,6274    | 8,0000        | 2,70927  | 1,95312          | 1608,5  | 205887              | 512        |
| 513        | 263169 | 135005697 | 22,6495    | 8,0052        | 2,71012  | 1,94932          | 1611,6  | 206692              | 513        |
| 514        | 264196 | 135796744 | 22,6716    | 8,0104        | 2,71096  | 1,94553          | 1614,8  | 207499              | 514        |
| 515        | 265225 | 136590875 | 22,6936    | 8,0156        | 2,71181  | 1,94175          | 1617,9  | 208307              | 515        |
| 516        | 266256 | 137388096 | 22,7156    | 8,0208        | 2,71265  | 1,93798          | 1621,1  | 209117              | 516        |
| 517        | 267289 | 138188413 | 22,7376    | 8,0260        | 2,71349  | 1,93424          | 1624,2  | 209928              | 517        |
| 518        | 268324 | 138991832 | 22,7596    | 8,0311        | 2,71433  | 1,93050          | 1627,3  | 210741              | 518        |
| 519        | 269361 | 139798359 | 22,7816    | 8,0363        | 2,71517  | 1,92678          | 1630,5  | 211556              | 519        |
| <b>520</b> | 270400 | 140608000 | 22,8035    | 8,0415        | 2,71600  | 1,92308          | 1633,6  | 212372              | <b>520</b> |
| 521        | 271441 | 141420761 | 22,8254    | 8,0466        | 2,71684  | 1,91939          | 1636,8  | 213189              | 521        |
| 522        | 272484 | 142236648 | 22,8473    | 8,0517        | 2,71767  | 1,91571          | 1639,9  | 214008              | 522        |
| 523        | 273529 | 143055667 | 22,8692    | 8,0569        | 2,71850  | 1,91205          | 1643,1  | 214829              | 523        |
| 524        | 274576 | 143877824 | 22,8910    | 8,0620        | 2,71933  | 1,90840          | 1646,2  | 215651              | 524        |
| 525        | 275625 | 144703125 | 22,9129    | 8,0671        | 2,72016  | 1,90476          | 1649,3  | 216475              | 525        |
| 526        | 276676 | 145531576 | 22,9347    | 8,0723        | 2,72099  | 1,90114          | 1652,5  | 217301              | 526        |
| 527        | 277729 | 146363183 | 22,9565    | 8,0774        | 2,72181  | 1,89753          | 1655,6  | 218128              | 527        |
| 528        | 278784 | 147197952 | 22,9783    | 8,0825        | 2,72263  | 1,89394          | 1658,8  | 218956              | 528        |
| 529        | 279841 | 148035889 | 23,0000    | 8,0876        | 2,72346  | 1,89036          | 1661,9  | 219787              | 529        |
| <b>530</b> | 280900 | 148877000 | 23,0217    | 8,0927        | 2,72428  | 1,88679          | 1665,0  | 220618              | <b>530</b> |
| 531        | 281961 | 149721291 | 23,0434    | 8,0978        | 2,72509  | 1,88324          | 1668,2  | 221452              | 531        |
| 532        | 283024 | 150568768 | 23,0651    | 8,1028        | 2,72591  | 1,87970          | 1671,3  | 222287              | 532        |
| 533        | 284089 | 151419437 | 23,0868    | 8,1079        | 2,72673  | 1,87617          | 1674,5  | 223123              | 533        |
| 534        | 285156 | 152273304 | 23,1084    | 8,1130        | 2,72754  | 1,87266          | 1677,6  | 223961              | 534        |
| 535        | 286225 | 153130375 | 23,1301    | 8,1180        | 2,72835  | 1,86916          | 1680,8  | 224801              | 535        |
| 536        | 287296 | 153990656 | 23,1517    | 8,1231        | 2,72916  | 1,86567          | 1683,9  | 225642              | 536        |
| 537        | 288369 | 154854153 | 23,1733    | 8,1281        | 2,72997  | 1,86220          | 1687,0  | 226484              | 537        |
| 538        | 289444 | 155720872 | 23,1948    | 8,1332        | 2,73078  | 1,85874          | 1690,2  | 227329              | 538        |
| 539        | 290521 | 156590819 | 23,2164    | 8,1382        | 2,73159  | 1,85529          | 1693,3  | 228175              | 539        |
| <b>540</b> | 291600 | 157464000 | 23,2379    | 8,1433        | 2,73239  | 1,85185          | 1696,5  | 229022              | <b>540</b> |
| 541        | 292681 | 158340421 | 23,2594    | 8,1483        | 2,73320  | 1,84843          | 1699,6  | 229871              | 541        |
| 542        | 293764 | 159220088 | 23,2809    | 8,1533        | 2,73400  | 1,84502          | 1702,7  | 230722              | 542        |
| 543        | 294849 | 160103007 | 23,3024    | 8,1583        | 2,73480  | 1,84162          | 1705,9  | 231574              | 543        |
| 544        | 295936 | 160989184 | 23,3238    | 8,1633        | 2,73560  | 1,83824          | 1709,0  | 232428              | 544        |
| 545        | 297025 | 161878625 | 23,3452    | 8,1683        | 2,73640  | 1,83486          | 1712,2  | 233283              | 545        |
| 546        | 298116 | 162771336 | 23,3666    | 8,1733        | 2,73719  | 1,83150          | 1715,3  | 234140              | 546        |
| 547        | 299209 | 163667323 | 23,3880    | 8,1783        | 2,73799  | 1,82815          | 1718,5  | 234998              | 547        |
| 548        | 300304 | 164566592 | 23,4094    | 8,1833        | 2,73878  | 1,82482          | 1721,6  | 235858              | 548        |
| 549        | 301401 | 165469149 | 23,4307    | 8,1882        | 2,73957  | 1,82149          | 1724,7  | 236720              | 549        |
| <b>550</b> | 302500 | 166375000 | 23,4521    | 8,1932        | 2,74036  | 1,81818          | 1727,9  | 237583              | <b>550</b> |

| $n$        | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>550</b> | 302500 | 166375000 | 23,4521    | 8,1932        | 2,74036  | 1,81818          | 1727,9  | 237583              | <b>550</b> |
| 551        | 303601 | 167284151 | 23,4734    | 8,1982        | 2,74115  | 1,81488          | 1731,0  | 238448              | 551        |
| 552        | 304704 | 168196608 | 23,4947    | 8,2031        | 2,74194  | 1,81159          | 1734,2  | 239314              | 552        |
| 553        | 305809 | 169112377 | 23,5160    | 8,2081        | 2,74273  | 1,80832          | 1737,3  | 240182              | 553        |
| 554        | 306916 | 170031464 | 23,5372    | 8,2130        | 2,74351  | 1,80505          | 1740,4  | 241051              | 554        |
| 555        | 308025 | 170953875 | 23,5584    | 8,2180        | 2,74429  | 1,80180          | 1743,6  | 241922              | 555        |
| 556        | 309136 | 171879616 | 23,5797    | 8,2229        | 2,74507  | 1,79856          | 1746,7  | 242795              | 556        |
| 557        | 310249 | 172808693 | 23,6008    | 8,2278        | 2,74586  | 1,79533          | 1749,9  | 243669              | 557        |
| 558        | 311364 | 173741112 | 23,6220    | 8,2327        | 2,74663  | 1,79211          | 1753,0  | 244545              | 558        |
| 559        | 312481 | 174676879 | 23,6432    | 8,2377        | 2,74741  | 1,78891          | 1756,2  | 245422              | 559        |
| <b>560</b> | 313600 | 175616000 | 23,6643    | 8,2426        | 2,74819  | 1,78571          | 1759,3  | 246301              | <b>560</b> |
| 561        | 314721 | 176558481 | 23,6854    | 8,2475        | 2,74896  | 1,78253          | 1762,4  | 247181              | 561        |
| 562        | 315844 | 177504328 | 23,7065    | 8,2524        | 2,74974  | 1,77936          | 1765,6  | 248063              | 562        |
| 563        | 316969 | 178453547 | 23,7276    | 8,2573        | 2,75051  | 1,77620          | 1768,7  | 248947              | 563        |
| 564        | 318096 | 179406144 | 23,7487    | 8,2621        | 2,75128  | 1,77305          | 1771,9  | 249832              | 564        |
| 565        | 319225 | 180362125 | 23,7697    | 8,2670        | 2,75205  | 1,76991          | 1775,0  | 250719              | 565        |
| 566        | 320356 | 181321496 | 23,7908    | 8,2719        | 2,75282  | 1,76678          | 1778,1  | 251607              | 566        |
| 567        | 321489 | 182284263 | 23,8118    | 8,2768        | 2,75358  | 1,76367          | 1781,3  | 252497              | 567        |
| 568        | 322624 | 183250432 | 23,8328    | 8,2816        | 2,75435  | 1,76056          | 1784,4  | 253388              | 568        |
| 569        | 323761 | 184220009 | 23,8537    | 8,2865        | 2,75511  | 1,75747          | 1787,6  | 254281              | 569        |
| <b>570</b> | 324900 | 185193000 | 23,8747    | 8,2913        | 2,75587  | 1,75439          | 1790,7  | 255176              | <b>570</b> |
| 571        | 326041 | 186169411 | 23,8956    | 8,2962        | 2,75664  | 1,75131          | 1793,8  | 256072              | 571        |
| 572        | 327184 | 187149248 | 23,9165    | 8,3010        | 2,75740  | 1,74825          | 1797,0  | 256970              | 572        |
| 573        | 328329 | 188132517 | 23,9374    | 8,3059        | 2,75815  | 1,74520          | 1800,1  | 257869              | 573        |
| 574        | 329476 | 189119224 | 23,9583    | 8,3107        | 2,75891  | 1,74216          | 1803,3  | 258770              | 574        |
| 575        | 330625 | 190109375 | 23,9792    | 8,3155        | 2,75967  | 1,73913          | 1806,4  | 259672              | 575        |
| 576        | 331776 | 191102976 | 24,0000    | 8,3203        | 2,76042  | 1,73610          | 1809,6  | 260576              | 576        |
| 577        | 332929 | 192100033 | 24,0208    | 8,3251        | 2,76118  | 1,73310          | 1812,7  | 261482              | 577        |
| 578        | 334084 | 193100552 | 24,0416    | 8,3300        | 2,76193  | 1,73010          | 1815,8  | 262389              | 578        |
| 579        | 335241 | 194104539 | 24,0624    | 8,3348        | 2,76268  | 1,72712          | 1819,0  | 263298              | 579        |
| <b>580</b> | 336400 | 195112000 | 24,0832    | 8,3396        | 2,76343  | 1,72414          | 1822,1  | 264208              | <b>580</b> |
| 581        | 337561 | 196122941 | 24,1039    | 8,3443        | 2,76418  | 1,72117          | 1825,3  | 265120              | 581        |
| 582        | 338724 | 197137368 | 24,1247    | 8,3491        | 2,76492  | 1,71821          | 1828,4  | 266033              | 582        |
| 583        | 339889 | 198155287 | 24,1454    | 8,3539        | 2,76567  | 1,71527          | 1831,6  | 266948              | 583        |
| 584        | 341056 | 199176704 | 24,1661    | 8,3587        | 2,76641  | 1,71233          | 1834,7  | 267865              | 584        |
| 585        | 342225 | 200201625 | 24,1868    | 8,3634        | 2,76716  | 1,70940          | 1837,8  | 268783              | 585        |
| 586        | 343396 | 201230056 | 24,2074    | 8,3682        | 2,76790  | 1,70648          | 1841,0  | 269703              | 586        |
| 587        | 344569 | 202262003 | 24,2281    | 8,3730        | 2,76864  | 1,70358          | 1844,1  | 270624              | 587        |
| 588        | 345744 | 203297472 | 24,2487    | 8,3777        | 2,76938  | 1,70068          | 1847,3  | 271547              | 588        |
| 589        | 346921 | 204336469 | 24,2693    | 8,3825        | 2,77012  | 1,69779          | 1850,4  | 272471              | 589        |
| <b>590</b> | 348100 | 205379000 | 24,2899    | 8,3872        | 2,77085  | 1,69492          | 1853,5  | 273397              | <b>590</b> |
| 591        | 349281 | 206425071 | 24,3105    | 8,3919        | 2,77159  | 1,69205          | 1856,7  | 274325              | 591        |
| 592        | 350464 | 207474688 | 24,3311    | 8,3967        | 2,77232  | 1,68919          | 1859,8  | 275254              | 592        |
| 593        | 351649 | 208527857 | 24,3516    | 8,4014        | 2,77305  | 1,68634          | 1863,0  | 276184              | 593        |
| 594        | 352836 | 209584584 | 24,3721    | 8,4061        | 2,77379  | 1,68350          | 1866,1  | 277117              | 594        |
| 595        | 354025 | 210644875 | 24,3926    | 8,4108        | 2,77452  | 1,68067          | 1869,2  | 278051              | 595        |
| 596        | 355216 | 211708736 | 24,4131    | 8,4155        | 2,77525  | 1,67785          | 1872,4  | 278986              | 596        |
| 597        | 356409 | 212776173 | 24,4336    | 8,4202        | 2,77597  | 1,67504          | 1875,5  | 279923              | 597        |
| 598        | 357604 | 213847192 | 24,4540    | 8,4249        | 2,77670  | 1,67224          | 1878,7  | 280862              | 598        |
| 599        | 358801 | 214921799 | 24,4745    | 8,4296        | 2,77743  | 1,66945          | 1881,8  | 281802              | 599        |
| <b>600</b> | 360000 | 216000000 | 24,4949    | 8,4343        | 2,77815  | 1,66667          | 1885,0  | 282743              | <b>600</b> |



| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 600 | 360000 | 216000000 | 24,4949    | 8,4343        | 2,77815  | 1,66667          | 1885,0  | 282743              | 600 |
| 601 | 361201 | 217081801 | 24,5153    | 8,4390        | 2,77887  | 1,66389          | 1888,1  | 283687              | 601 |
| 602 | 362404 | 218167208 | 24,5357    | 8,4437        | 2,77960  | 1,66113          | 1891,2  | 284631              | 602 |
| 603 | 363609 | 219256227 | 24,5561    | 8,4484        | 2,78032  | 1,65837          | 1894,4  | 285578              | 603 |
| 604 | 364816 | 220348864 | 24,5764    | 8,4530        | 2,78104  | 1,65563          | 1897,5  | 286526              | 604 |
| 605 | 366025 | 221445125 | 24,5967    | 8,4577        | 2,78176  | 1,65289          | 1900,7  | 287475              | 605 |
| 606 | 367236 | 222545016 | 24,6171    | 8,4623        | 2,78247  | 1,65017          | 1903,8  | 288426              | 606 |
| 607 | 368449 | 223648543 | 24,6374    | 8,4670        | 2,78319  | 1,64745          | 1906,9  | 289379              | 607 |
| 608 | 369664 | 224755712 | 24,6577    | 8,4716        | 2,78390  | 1,64474          | 1910,1  | 290333              | 608 |
| 609 | 370881 | 225866529 | 24,6779    | 8,4763        | 2,78462  | 1,64204          | 1913,2  | 291289              | 609 |
| 610 | 372100 | 226981000 | 24,6982    | 8,4809        | 2,78533  | 1,63934          | 1916,4  | 292247              | 610 |
| 611 | 373321 | 228099131 | 24,7184    | 8,4856        | 2,78604  | 1,63666          | 1919,5  | 293206              | 611 |
| 612 | 374544 | 229220928 | 24,7386    | 8,4902        | 2,78675  | 1,63399          | 1922,7  | 294166              | 612 |
| 613 | 375769 | 230346397 | 24,7588    | 8,4948        | 2,78746  | 1,63132          | 1925,8  | 295128              | 613 |
| 614 | 376996 | 231475544 | 24,7790    | 8,4994        | 2,78817  | 1,62866          | 1928,9  | 296092              | 614 |
| 615 | 378225 | 232608375 | 24,7992    | 8,5040        | 2,78888  | 1,62602          | 1932,1  | 297057              | 615 |
| 616 | 379456 | 233744896 | 24,8193    | 8,5086        | 2,78958  | 1,62338          | 1935,2  | 298024              | 616 |
| 617 | 380689 | 234885113 | 24,8395    | 8,5132        | 2,79029  | 1,62075          | 1938,4  | 298992              | 617 |
| 618 | 381924 | 236029032 | 24,8596    | 8,5178        | 2,79099  | 1,61812          | 1941,5  | 299962              | 618 |
| 619 | 383161 | 237176659 | 24,8797    | 8,5224        | 2,79169  | 1,61551          | 1944,6  | 300934              | 619 |
| 620 | 384400 | 238328000 | 24,8998    | 8,5270        | 2,79239  | 1,61290          | 1947,8  | 301907              | 620 |
| 621 | 385641 | 239483061 | 24,9199    | 8,5316        | 2,79309  | 1,61031          | 1950,9  | 302882              | 621 |
| 622 | 386884 | 240641848 | 24,9399    | 8,5362        | 2,79379  | 1,60772          | 1954,1  | 303858              | 622 |
| 623 | 388129 | 241804367 | 24,9600    | 8,5408        | 2,79449  | 1,60514          | 1957,2  | 304836              | 623 |
| 624 | 389376 | 242970624 | 24,9800    | 8,5453        | 2,79518  | 1,60256          | 1960,4  | 305815              | 624 |
| 625 | 390625 | 244140625 | 25,0000    | 8,5499        | 2,79588  | 1,60000          | 1963,5  | 306796              | 625 |
| 626 | 391876 | 245314376 | 25,0200    | 8,5544        | 2,79657  | 1,59744          | 1966,6  | 307779              | 626 |
| 627 | 393129 | 246491883 | 25,0400    | 8,5590        | 2,79727  | 1,59490          | 1969,8  | 308763              | 627 |
| 628 | 394384 | 247673152 | 25,0599    | 8,5635        | 2,79796  | 1,59236          | 1972,9  | 309748              | 628 |
| 629 | 395641 | 248858189 | 25,0799    | 8,5681        | 2,79865  | 1,58983          | 1976,1  | 310736              | 629 |
| 630 | 396900 | 250047000 | 25,0998    | 8,5726        | 2,79934  | 1,58730          | 1979,2  | 311725              | 630 |
| 631 | 398161 | 251239591 | 25,1197    | 8,5772        | 2,80003  | 1,58479          | 1982,3  | 312715              | 631 |
| 632 | 399424 | 252435968 | 25,1396    | 8,5817        | 2,80072  | 1,58228          | 1985,5  | 313707              | 632 |
| 633 | 400689 | 253636137 | 25,1595    | 8,5862        | 2,80140  | 1,57978          | 1988,6  | 314700              | 633 |
| 634 | 401956 | 254840104 | 25,1794    | 8,5907        | 2,80209  | 1,57729          | 1991,8  | 315696              | 634 |
| 635 | 403225 | 256047875 | 25,1992    | 8,5952        | 2,80277  | 1,57480          | 1994,9  | 316692              | 635 |
| 636 | 404496 | 257259456 | 25,2190    | 8,5997        | 2,80346  | 1,57233          | 1998,1  | 317690              | 636 |
| 637 | 405769 | 258474853 | 25,2389    | 8,6043        | 2,80414  | 1,56986          | 2001,2  | 318690              | 637 |
| 638 | 407044 | 259694072 | 25,2587    | 8,6088        | 2,80482  | 1,56740          | 2004,3  | 319692              | 638 |
| 639 | 408321 | 260917119 | 25,2784    | 8,6132        | 2,80550  | 1,56495          | 2007,5  | 320695              | 639 |
| 640 | 409600 | 262144000 | 25,2982    | 8,6177        | 2,80618  | 1,56250          | 2010,6  | 321699              | 640 |
| 641 | 410881 | 263374721 | 25,3180    | 8,6222        | 2,80686  | 1,56006          | 2013,8  | 322705              | 641 |
| 642 | 412164 | 264609288 | 25,3377    | 8,6267        | 2,80754  | 1,55763          | 2016,9  | 323713              | 642 |
| 643 | 413449 | 265847707 | 25,3574    | 8,6312        | 2,80821  | 1,55521          | 2020,0  | 324722              | 643 |
| 644 | 414736 | 267089984 | 25,3772    | 8,6357        | 2,80889  | 1,55280          | 2023,2  | 325733              | 644 |
| 645 | 416025 | 268336125 | 25,3969    | 8,6401        | 2,80956  | 1,55039          | 2026,3  | 326745              | 645 |
| 646 | 417316 | 269586136 | 25,4165    | 8,6446        | 2,81023  | 1,54799          | 2029,5  | 327759              | 646 |
| 647 | 418609 | 270840023 | 25,4362    | 8,6490        | 2,81090  | 1,54560          | 2032,6  | 328775              | 647 |
| 648 | 419904 | 272097792 | 25,4558    | 8,6535        | 2,81158  | 1,54321          | 2035,8  | 329792              | 648 |
| 649 | 421201 | 273359449 | 25,4755    | 8,6579        | 2,81224  | 1,54083          | 2038,9  | 330810              | 649 |
| 650 | 422500 | 274625000 | 25,4951    | 8,6624        | 2,81291  | 1,53846          | 2042,0  | 331831              | 650 |



| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 650 | 422500 | 274625000 | 25,4951    | 8,6624        | 2,81291  | 1,53846          | 2042,0  | 331831              | 650 |
| 651 | 423801 | 275894451 | 25,5147    | 8,6668        | 2,81358  | 1,53610          | 2045,2  | 332853              | 651 |
| 652 | 425104 | 277167808 | 25,5343    | 8,6713        | 2,81425  | 1,53374          | 2048,3  | 333876              | 652 |
| 653 | 426409 | 278445077 | 25,5539    | 8,6757        | 2,81491  | 1,53139          | 2051,5  | 334901              | 653 |
| 654 | 427716 | 279726264 | 25,5734    | 8,6801        | 2,81558  | 1,52905          | 2054,6  | 335927              | 654 |
| 655 | 429025 | 281011375 | 25,5930    | 8,6845        | 2,81624  | 1,52672          | 2057,7  | 336955              | 655 |
| 656 | 430336 | 282300416 | 25,6125    | 8,6890        | 2,81690  | 1,52439          | 2060,9  | 337985              | 656 |
| 657 | 431649 | 283593393 | 25,6320    | 8,6934        | 2,81757  | 1,52207          | 2064,0  | 339016              | 657 |
| 658 | 432964 | 284890312 | 25,6515    | 8,6978        | 2,81823  | 1,51976          | 2067,2  | 340049              | 658 |
| 659 | 434281 | 286191179 | 25,6710    | 8,7022        | 2,81889  | 1,51745          | 2070,3  | 341083              | 659 |
| 660 | 435600 | 287496000 | 25,6905    | 8,7066        | 2,81954  | 1,51515          | 2073,5  | 342119              | 660 |
| 661 | 436921 | 288804781 | 25,7099    | 8,7110        | 2,82020  | 1,51286          | 2076,6  | 343157              | 661 |
| 662 | 438244 | 290117528 | 25,7294    | 8,7154        | 2,82086  | 1,51057          | 2079,7  | 344196              | 662 |
| 663 | 439569 | 291434247 | 25,7488    | 8,7198        | 2,82151  | 1,50830          | 2082,9  | 345237              | 663 |
| 664 | 440896 | 292754944 | 25,7682    | 8,7241        | 2,82217  | 1,50602          | 2086,0  | 346279              | 664 |
| 665 | 442225 | 294079625 | 25,7876    | 8,7285        | 2,82282  | 1,50376          | 2089,2  | 347323              | 665 |
| 666 | 443556 | 295408296 | 25,8070    | 8,7329        | 2,82347  | 1,50150          | 2092,3  | 348368              | 666 |
| 667 | 444889 | 296740963 | 25,8263    | 8,7373        | 2,82413  | 1,49925          | 2095,4  | 349415              | 667 |
| 668 | 446224 | 298077632 | 25,8457    | 8,7416        | 2,82478  | 1,49701          | 2098,6  | 350464              | 668 |
| 669 | 447561 | 299418309 | 25,8650    | 8,7460        | 2,82543  | 1,49477          | 2101,7  | 351514              | 669 |
| 670 | 448900 | 300763000 | 25,8844    | 8,7503        | 2,82607  | 1,49254          | 2104,9  | 352565              | 670 |
| 671 | 450241 | 302111711 | 25,9037    | 8,7547        | 2,82672  | 1,49031          | 2108,0  | 353618              | 671 |
| 672 | 451584 | 303464448 | 25,9230    | 8,7590        | 2,82737  | 1,48810          | 2111,2  | 354673              | 672 |
| 673 | 452929 | 304821217 | 25,9422    | 8,7634        | 2,82802  | 1,48588          | 2114,3  | 355730              | 673 |
| 674 | 454276 | 306182024 | 25,9615    | 8,7677        | 2,82866  | 1,48368          | 2117,4  | 356788              | 674 |
| 675 | 455625 | 307546875 | 25,9808    | 8,7721        | 2,82930  | 1,48148          | 2120,6  | 357847              | 675 |
| 676 | 456976 | 308915776 | 26,0000    | 8,7764        | 2,82995  | 1,47929          | 2123,7  | 358908              | 676 |
| 677 | 458329 | 310288733 | 26,0192    | 8,7807        | 2,83059  | 1,47710          | 2126,9  | 359971              | 677 |
| 678 | 459684 | 311665752 | 26,0384    | 8,7850        | 2,83123  | 1,47493          | 2130,0  | 361035              | 678 |
| 679 | 461041 | 313046839 | 26,0576    | 8,7893        | 2,83187  | 1,47275          | 2133,1  | 362101              | 679 |
| 680 | 462400 | 314432000 | 26,0768    | 8,7937        | 2,83251  | 1,47059          | 2136,3  | 363168              | 680 |
| 681 | 463761 | 315821241 | 26,0960    | 8,7980        | 2,83315  | 1,46843          | 2139,4  | 364237              | 681 |
| 682 | 465124 | 317214568 | 26,1151    | 8,8023        | 2,83378  | 1,46628          | 2142,6  | 365308              | 682 |
| 683 | 466489 | 318611987 | 26,1343    | 8,8066        | 2,83442  | 1,46413          | 2145,7  | 366380              | 683 |
| 684 | 467856 | 320013504 | 26,1534    | 8,8109        | 2,83506  | 1,46199          | 2148,8  | 367453              | 684 |
| 685 | 469225 | 321419125 | 26,1725    | 8,8152        | 2,83569  | 1,45985          | 2152,0  | 368528              | 685 |
| 686 | 470596 | 322828856 | 26,1916    | 8,8194        | 2,83632  | 1,45773          | 2155,1  | 369605              | 686 |
| 687 | 471969 | 324242703 | 26,2107    | 8,8237        | 2,83696  | 1,45560          | 2158,3  | 370684              | 687 |
| 688 | 473344 | 325660672 | 26,2298    | 8,8280        | 2,83759  | 1,45349          | 2161,4  | 371764              | 688 |
| 689 | 474721 | 327082769 | 26,2488    | 8,8323        | 2,83822  | 1,45138          | 2164,6  | 372845              | 689 |
| 690 | 476100 | 328509000 | 26,2679    | 8,8366        | 2,83885  | 1,44928          | 2167,7  | 373928              | 690 |
| 691 | 477481 | 329939371 | 26,2869    | 8,8408        | 2,83948  | 1,44718          | 2170,8  | 375013              | 691 |
| 692 | 478864 | 331373888 | 26,3059    | 8,8451        | 2,84011  | 1,44509          | 2174,0  | 376099              | 692 |
| 693 | 480249 | 332812557 | 26,3249    | 8,8493        | 2,84073  | 1,44300          | 2177,1  | 377187              | 693 |
| 694 | 481636 | 334255384 | 26,3439    | 8,8536        | 2,84136  | 1,44092          | 2180,3  | 378276              | 694 |
| 695 | 483025 | 335702375 | 26,3629    | 8,8578        | 2,84198  | 1,43885          | 2183,4  | 379367              | 695 |
| 696 | 484416 | 337153536 | 26,3818    | 8,8621        | 2,84261  | 1,43678          | 2186,5  | 380459              | 696 |
| 697 | 485809 | 338608873 | 26,4008    | 8,8663        | 2,84323  | 1,43472          | 2189,7  | 381553              | 697 |
| 698 | 487204 | 340068392 | 26,4197    | 8,8706        | 2,84386  | 1,43266          | 2192,8  | 382649              | 698 |
| 699 | 488601 | 341532099 | 26,4386    | 8,8748        | 2,84448  | 1,43062          | 2196,0  | 383746              | 699 |
| 700 | 490000 | 343000000 | 26,4575    | 8,8790        | 2,84510  | 1,42857          | 2199,1  | 384845              | 700 |

| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 700 | 490000 | 343000000 | 26,4575    | 8,8790        | 2,84510  | 1,42857          | 2199,1  | 384845              | 700 |
| 701 | 491401 | 344472101 | 26,4764    | 8,8833        | 2,84572  | 1,42653          | 2202,3  | 385945              | 701 |
| 702 | 492804 | 345948408 | 26,4953    | 8,8875        | 2,84634  | 1,42450          | 2205,4  | 387047              | 702 |
| 703 | 494209 | 347428927 | 26,5141    | 8,8917        | 2,84696  | 1,42248          | 2208,5  | 388151              | 703 |
| 704 | 495616 | 348913664 | 26,5330    | 8,8959        | 2,84757  | 1,42045          | 2211,7  | 389256              | 704 |
| 705 | 497025 | 350402625 | 26,5518    | 8,9001        | 2,84819  | 1,41844          | 2214,8  | 390363              | 705 |
| 706 | 498436 | 351895816 | 26,5707    | 8,9043        | 2,84880  | 1,41643          | 2218,0  | 391471              | 706 |
| 707 | 499849 | 353393243 | 26,5895    | 8,9085        | 2,84942  | 1,41443          | 2221,1  | 392580              | 707 |
| 708 | 501264 | 354894912 | 26,6083    | 8,9127        | 2,85003  | 1,41243          | 2224,2  | 393692              | 708 |
| 709 | 502681 | 356400829 | 26,6271    | 8,9169        | 2,85065  | 1,41044          | 2227,4  | 394805              | 709 |
| 710 | 504100 | 357911000 | 26,6458    | 8,9211        | 2,85126  | 1,40845          | 2230,5  | 395919              | 710 |
| 711 | 505521 | 359425431 | 26,6646    | 8,9253        | 2,85187  | 1,40647          | 2233,7  | 397035              | 711 |
| 712 | 506944 | 360944128 | 26,6833    | 8,9295        | 2,85248  | 1,40449          | 2236,8  | 398153              | 712 |
| 713 | 508369 | 362467097 | 26,7021    | 8,9337        | 2,85309  | 1,40252          | 2240,0  | 399272              | 713 |
| 714 | 509796 | 363994344 | 26,7208    | 8,9378        | 2,85370  | 1,40056          | 2243,1  | 400393              | 714 |
| 715 | 511225 | 365525875 | 26,7395    | 8,9420        | 2,85431  | 1,39860          | 2246,2  | 401515              | 715 |
| 716 | 512656 | 367061696 | 26,7582    | 8,9462        | 2,85491  | 1,39665          | 2249,4  | 402639              | 716 |
| 717 | 514089 | 368601813 | 26,7769    | 8,9503        | 2,85552  | 1,39470          | 2252,5  | 403765              | 717 |
| 718 | 515524 | 370146232 | 26,7955    | 8,9545        | 2,85612  | 1,39276          | 2255,7  | 404892              | 718 |
| 719 | 516961 | 371694959 | 26,8142    | 8,9587        | 2,85673  | 1,39082          | 2258,8  | 406020              | 719 |
| 720 | 518400 | 373248000 | 26,8328    | 8,9628        | 2,85733  | 1,38889          | 2261,9  | 407150              | 720 |
| 721 | 519841 | 374805361 | 26,8514    | 8,9670        | 2,85794  | 1,38696          | 2265,1  | 408282              | 721 |
| 722 | 521284 | 376367048 | 26,8701    | 8,9711        | 2,85854  | 1,38504          | 2268,2  | 409415              | 722 |
| 723 | 522729 | 377933067 | 26,8887    | 8,9752        | 2,85914  | 1,38313          | 2271,4  | 410550              | 723 |
| 724 | 524176 | 379503424 | 26,9072    | 8,9794        | 2,85974  | 1,38122          | 2274,5  | 411687              | 724 |
| 725 | 525625 | 381078125 | 26,9258    | 8,9835        | 2,86034  | 1,37931          | 2277,7  | 412825              | 725 |
| 726 | 527076 | 382657176 | 26,9444    | 8,9876        | 2,86094  | 1,37741          | 2280,8  | 413965              | 726 |
| 727 | 528529 | 384240583 | 26,9629    | 8,9918        | 2,86153  | 1,37552          | 2283,9  | 415106              | 727 |
| 728 | 529984 | 385828352 | 26,9815    | 8,9959        | 2,86213  | 1,37363          | 2287,1  | 416248              | 728 |
| 729 | 531441 | 387420489 | 27,0000    | 9,0000        | 2,86273  | 1,37174          | 2290,2  | 417393              | 729 |
| 730 | 532900 | 389017000 | 27,0185    | 9,0041        | 2,86332  | 1,36986          | 2293,4  | 418539              | 730 |
| 731 | 534361 | 390617891 | 27,0370    | 9,0082        | 2,86392  | 1,36799          | 2296,5  | 419686              | 731 |
| 732 | 535824 | 392223168 | 27,0555    | 9,0123        | 2,86451  | 1,36612          | 2299,6  | 420835              | 732 |
| 733 | 537289 | 393832837 | 27,0740    | 9,0164        | 2,86510  | 1,36426          | 2302,8  | 421986              | 733 |
| 734 | 538756 | 395446904 | 27,0924    | 9,0205        | 2,86570  | 1,36240          | 2305,9  | 423138              | 734 |
| 735 | 540225 | 397065375 | 27,1109    | 9,0246        | 2,86629  | 1,36054          | 2309,1  | 424293              | 735 |
| 736 | 541696 | 398688256 | 27,1293    | 9,0287        | 2,86688  | 1,35870          | 2312,2  | 425447              | 736 |
| 737 | 543169 | 400315553 | 27,1477    | 9,0328        | 2,86747  | 1,35685          | 2315,4  | 426604              | 737 |
| 738 | 544644 | 401947272 | 27,1662    | 9,0369        | 2,86806  | 1,35501          | 2318,5  | 427762              | 738 |
| 739 | 546121 | 403583419 | 27,1846    | 9,0410        | 2,86864  | 1,35318          | 2321,6  | 428922              | 739 |
| 740 | 547600 | 405224000 | 27,2029    | 9,0450        | 2,86923  | 1,35135          | 2324,8  | 430084              | 740 |
| 741 | 549081 | 406869021 | 27,2213    | 9,0491        | 2,86982  | 1,34953          | 2327,9  | 431247              | 741 |
| 742 | 550564 | 408518488 | 27,2397    | 9,0532        | 2,87040  | 1,34771          | 2331,1  | 432412              | 742 |
| 743 | 552049 | 410172407 | 27,2580    | 9,0572        | 2,87099  | 1,34590          | 2334,2  | 433578              | 743 |
| 744 | 553536 | 411830784 | 27,2764    | 9,0613        | 2,87157  | 1,34409          | 2337,3  | 434746              | 744 |
| 745 | 555025 | 413493625 | 27,2947    | 9,0654        | 2,87216  | 1,34228          | 2340,5  | 435916              | 745 |
| 746 | 556516 | 415160936 | 27,3130    | 9,0694        | 2,87274  | 1,34048          | 2343,6  | 437087              | 746 |
| 747 | 558009 | 416832723 | 27,3313    | 9,0735        | 2,87332  | 1,33869          | 2346,8  | 438259              | 747 |
| 748 | 559504 | 418508992 | 27,3496    | 9,0775        | 2,87390  | 1,33690          | 2349,9  | 439433              | 748 |
| 749 | 561001 | 420189749 | 27,3679    | 9,0816        | 2,87448  | 1,33511          | 2353,1  | 440609              | 749 |
| 750 | 562500 | 421875000 | 27,3861    | 9,0856        | 2,87506  | 1,33333          | 2356,2  | 441786              | 750 |



| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 750 | 562500 | 421875000 | 27,3861    | 9,0856        | 2,87506  | 1,33333          | 2356,2  | 441786              | 750 |
| 751 | 564001 | 423564751 | 27,4044    | 9,0896        | 2,87564  | 1,33156          | 2359,3  | 442965              | 751 |
| 752 | 565504 | 425259008 | 27,4226    | 9,0937        | 2,87622  | 1,32979          | 2362,5  | 444146              | 752 |
| 753 | 567009 | 426957777 | 27,4408    | 9,0977        | 2,87679  | 1,32802          | 2365,6  | 445328              | 753 |
| 754 | 568516 | 428661064 | 27,4591    | 9,1017        | 2,87737  | 1,32626          | 2368,8  | 446511              | 754 |
| 755 | 570025 | 430368875 | 27,4773    | 9,1057        | 2,87795  | 1,32450          | 2371,9  | 447697              | 755 |
| 756 | 571536 | 432081216 | 27,4955    | 9,1098        | 2,87852  | 1,32275          | 2375,0  | 448883              | 756 |
| 757 | 573049 | 433798093 | 27,5136    | 9,1138        | 2,87910  | 1,32100          | 2378,2  | 450072              | 757 |
| 758 | 574564 | 435519512 | 27,5318    | 9,1178        | 2,87967  | 1,31926          | 2381,3  | 451262              | 758 |
| 759 | 576081 | 437245479 | 27,5500    | 9,1218        | 2,88024  | 1,31752          | 2384,5  | 452453              | 759 |
| 760 | 577600 | 438976000 | 27,5681    | 9,1258        | 2,88081  | 1,31579          | 2387,6  | 453646              | 760 |
| 761 | 579121 | 440711081 | 27,5862    | 9,1298        | 2,88138  | 1,31406          | 2390,8  | 454841              | 761 |
| 762 | 580644 | 442450728 | 27,6043    | 9,1338        | 2,88195  | 1,31234          | 2393,9  | 456037              | 762 |
| 763 | 582169 | 444194947 | 27,6225    | 9,1378        | 2,88252  | 1,31062          | 2397,0  | 457234              | 763 |
| 764 | 583696 | 445943744 | 27,6405    | 9,1418        | 2,88309  | 1,30890          | 2400,2  | 458434              | 764 |
| 765 | 585225 | 447697125 | 27,6586    | 9,1458        | 2,88366  | 1,30719          | 2403,3  | 459635              | 765 |
| 766 | 586756 | 449455096 | 27,6767    | 9,1498        | 2,88423  | 1,30548          | 2406,5  | 460837              | 766 |
| 767 | 588289 | 451217663 | 27,6948    | 9,1537        | 2,88480  | 1,30378          | 2409,6  | 462041              | 767 |
| 768 | 589824 | 452984832 | 27,7128    | 9,1577        | 2,88536  | 1,30208          | 2412,7  | 463247              | 768 |
| 769 | 591361 | 454756609 | 27,7308    | 9,1617        | 2,88593  | 1,30039          | 2415,9  | 464454              | 769 |
| 770 | 592900 | 456533000 | 27,7489    | 9,1657        | 2,88649  | 1,29870          | 2419,0  | 465663              | 770 |
| 771 | 594441 | 458314011 | 27,7669    | 9,1696        | 2,88705  | 1,29702          | 2422,2  | 466873              | 771 |
| 772 | 595984 | 460099648 | 27,7849    | 9,1736        | 2,88762  | 1,29534          | 2425,3  | 468085              | 772 |
| 773 | 597529 | 461889917 | 27,8029    | 9,1775        | 2,88818  | 1,29366          | 2428,5  | 469298              | 773 |
| 774 | 599076 | 463684824 | 27,8209    | 9,1815        | 2,88874  | 1,29199          | 2431,6  | 470513              | 774 |
| 775 | 600625 | 465484375 | 27,8388    | 9,1855        | 2,88930  | 1,29032          | 2434,7  | 471730              | 775 |
| 776 | 602176 | 467288576 | 27,8568    | 9,1894        | 2,88986  | 1,28866          | 2437,9  | 472948              | 776 |
| 777 | 603729 | 469097433 | 27,8747    | 9,1933        | 2,89042  | 1,28700          | 2441,0  | 474168              | 777 |
| 778 | 605284 | 470910952 | 27,8927    | 9,1973        | 2,89098  | 1,28535          | 2444,2  | 475389              | 778 |
| 779 | 606841 | 472729139 | 27,9106    | 9,2012        | 2,89154  | 1,28370          | 2447,3  | 476612              | 779 |
| 780 | 608400 | 474552000 | 27,9285    | 9,2052        | 2,89209  | 1,28205          | 2450,4  | 477836              | 780 |
| 781 | 609961 | 476379541 | 27,9464    | 9,2091        | 2,89265  | 1,28041          | 2453,6  | 479062              | 781 |
| 782 | 611524 | 478211768 | 27,9643    | 9,2130        | 2,89321  | 1,27877          | 2456,7  | 480290              | 782 |
| 783 | 613089 | 480048687 | 27,9821    | 9,2170        | 2,89376  | 1,27714          | 2459,9  | 481519              | 783 |
| 784 | 614656 | 481890304 | 28,0000    | 9,2209        | 2,89432  | 1,27551          | 2463,0  | 482750              | 784 |
| 785 | 616225 | 483736625 | 28,0179    | 9,2248        | 2,89487  | 1,27389          | 2466,2  | 483982              | 785 |
| 786 | 617796 | 485587656 | 28,0357    | 9,2287        | 2,89542  | 1,27226          | 2469,3  | 485216              | 786 |
| 787 | 619369 | 487443403 | 28,0535    | 9,2326        | 2,89597  | 1,27065          | 2472,4  | 486451              | 787 |
| 788 | 620944 | 489303872 | 28,0713    | 9,2365        | 2,89653  | 1,26904          | 2475,6  | 487688              | 788 |
| 789 | 622521 | 491169069 | 28,0891    | 9,2404        | 2,89708  | 1,26743          | 2478,7  | 488927              | 789 |
| 790 | 624100 | 493039000 | 28,1069    | 9,2443        | 2,89763  | 1,26582          | 2481,9  | 490167              | 790 |
| 791 | 625681 | 494913671 | 28,1247    | 9,2482        | 2,89818  | 1,26422          | 2485,0  | 491409              | 791 |
| 792 | 627264 | 496793088 | 28,1425    | 9,2521        | 2,89873  | 1,26263          | 2488,1  | 492652              | 792 |
| 793 | 628849 | 498677257 | 28,1603    | 9,2560        | 2,89927  | 1,26103          | 2491,3  | 493897              | 793 |
| 794 | 630436 | 500566184 | 28,1780    | 9,2599        | 2,89982  | 1,25945          | 2494,4  | 495143              | 794 |
| 795 | 632025 | 502459875 | 28,1957    | 9,2638        | 2,90037  | 1,25786          | 2497,6  | 496391              | 795 |
| 796 | 633616 | 504358336 | 28,2135    | 9,2677        | 2,90091  | 1,25628          | 2500,7  | 497641              | 796 |
| 797 | 635209 | 506261573 | 28,2312    | 9,2716        | 2,90146  | 1,25471          | 2503,8  | 498892              | 797 |
| 798 | 636804 | 508169592 | 28,2489    | 9,2754        | 2,90200  | 1,25313          | 2507,0  | 500145              | 798 |
| 799 | 638401 | 510082399 | 28,2666    | 9,2793        | 2,90255  | 1,25156          | 2510,1  | 501399              | 799 |
| 800 | 640000 | 512000000 | 28,2843    | 9,2832        | 2,90309  | 1,25000          | 2513,3  | 502655              | 800 |



| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 800 | 640000 | 512000000 | 28,2843    | 9,2832        | 2,90309  | 1,25000          | 2513,3  | 502655              | 800 |
| 801 | 641601 | 513922401 | 28,3019    | 9,2870        | 2,90363  | 1,24844          | 2516,4  | 503912              | 801 |
| 802 | 643204 | 515849608 | 28,3196    | 9,2909        | 2,90417  | 1,24688          | 2519,6  | 505171              | 802 |
| 803 | 644809 | 517781627 | 28,3373    | 9,2948        | 2,90472  | 1,24533          | 2522,7  | 506432              | 803 |
| 804 | 646416 | 519718464 | 28,3549    | 9,2986        | 2,90526  | 1,24378          | 2525,8  | 507694              | 804 |
| 805 | 648025 | 521660125 | 28,3725    | 9,3025        | 2,90580  | 1,24224          | 2529,0  | 508958              | 805 |
| 806 | 649636 | 523606616 | 28,3901    | 9,3063        | 2,90634  | 1,24069          | 2532,1  | 510223              | 806 |
| 807 | 651249 | 525557943 | 28,4077    | 9,3102        | 2,90687  | 1,23916          | 2535,3  | 511490              | 807 |
| 808 | 652864 | 527514112 | 28,4253    | 9,3140        | 2,90741  | 1,23762          | 2538,4  | 512758              | 808 |
| 809 | 654481 | 529475129 | 28,4429    | 9,3179        | 2,90795  | 1,23607          | 2541,5  | 514028              | 809 |
| 810 | 656100 | 531441000 | 28,4605    | 9,3217        | 2,90849  | 1,23457          | 2544,7  | 515300              | 810 |
| 811 | 657721 | 533411731 | 28,4781    | 9,3255        | 2,90902  | 1,23305          | 2547,8  | 516573              | 811 |
| 812 | 659344 | 535387328 | 28,4956    | 9,3294        | 2,90956  | 1,23153          | 2551,0  | 517848              | 812 |
| 813 | 660969 | 537367797 | 28,5132    | 9,3332        | 2,91009  | 1,23001          | 2554,1  | 519124              | 813 |
| 814 | 662596 | 539353144 | 28,5307    | 9,3370        | 2,91062  | 1,22850          | 2557,3  | 520402              | 814 |
| 815 | 664225 | 541343375 | 28,5482    | 9,3408        | 2,91116  | 1,22699          | 2560,4  | 521681              | 815 |
| 816 | 665856 | 543338496 | 28,5657    | 9,3447        | 2,91169  | 1,22547          | 2563,5  | 522962              | 816 |
| 817 | 667489 | 545338513 | 28,5832    | 9,3485        | 2,91222  | 1,22399          | 2566,7  | 524245              | 817 |
| 818 | 669124 | 547343432 | 28,6007    | 9,3523        | 2,91275  | 1,22249          | 2569,8  | 525529              | 818 |
| 819 | 670761 | 549353259 | 28,6182    | 9,3561        | 2,91328  | 1,22100          | 2573,0  | 526814              | 819 |
| 820 | 672400 | 551368000 | 28,6356    | 9,3599        | 2,91381  | 1,21951          | 2576,1  | 528102              | 820 |
| 821 | 674041 | 553387661 | 28,6531    | 9,3637        | 2,91434  | 1,21803          | 2579,2  | 529391              | 821 |
| 822 | 675684 | 555412248 | 28,6705    | 9,3675        | 2,91487  | 1,21655          | 2582,4  | 530681              | 822 |
| 823 | 677329 | 557441767 | 28,6880    | 9,3713        | 2,91540  | 1,21507          | 2585,5  | 531973              | 823 |
| 824 | 678976 | 559476224 | 28,7054    | 9,3751        | 2,91593  | 1,21359          | 2588,7  | 533267              | 824 |
| 825 | 680625 | 561515625 | 28,7228    | 9,3789        | 2,91645  | 1,21212          | 2591,8  | 534562              | 825 |
| 826 | 682276 | 563559976 | 28,7402    | 9,3827        | 2,91698  | 1,21065          | 2595,0  | 535858              | 826 |
| 827 | 683929 | 565609283 | 28,7576    | 9,3865        | 2,91751  | 1,20919          | 2598,1  | 537157              | 827 |
| 828 | 685584 | 567663552 | 28,7750    | 9,3902        | 2,91803  | 1,20773          | 2601,2  | 538456              | 828 |
| 829 | 687241 | 569722789 | 28,7924    | 9,3940        | 2,91855  | 1,20627          | 2604,4  | 539758              | 829 |
| 830 | 688900 | 571787000 | 28,8097    | 9,3978        | 2,91908  | 1,20482          | 2607,5  | 541061              | 830 |
| 831 | 690561 | 573856191 | 28,8271    | 9,4016        | 2,91960  | 1,20337          | 2610,7  | 542365              | 831 |
| 832 | 692224 | 575930368 | 28,8444    | 9,4053        | 2,92012  | 1,20192          | 2613,8  | 543671              | 832 |
| 833 | 693889 | 578009537 | 28,8617    | 9,4091        | 2,92065  | 1,20048          | 2616,9  | 544979              | 833 |
| 834 | 695556 | 580093704 | 28,8791    | 9,4129        | 2,92117  | 1,19904          | 2620,1  | 546288              | 834 |
| 835 | 697225 | 582182875 | 28,8964    | 9,4166        | 2,92169  | 1,19760          | 2623,2  | 547599              | 835 |
| 836 | 698896 | 584277056 | 28,9137    | 9,4204        | 2,92221  | 1,19617          | 2626,4  | 548912              | 836 |
| 837 | 700569 | 586376253 | 28,9310    | 9,4241        | 2,92273  | 1,19474          | 2629,5  | 550226              | 837 |
| 838 | 702244 | 588480472 | 28,9482    | 9,4279        | 2,92324  | 1,19332          | 2632,7  | 551541              | 838 |
| 839 | 703921 | 590589719 | 28,9655    | 9,4316        | 2,92376  | 1,19190          | 2635,8  | 552858              | 839 |
| 840 | 705600 | 592704000 | 28,9828    | 9,4354        | 2,92428  | 1,19048          | 2638,9  | 554177              | 840 |
| 841 | 707281 | 594823321 | 29,0000    | 9,4391        | 2,92480  | 1,18906          | 2642,1  | 555497              | 841 |
| 842 | 708964 | 596947688 | 29,0172    | 9,4429        | 2,92531  | 1,18765          | 2645,2  | 556819              | 842 |
| 843 | 710649 | 599077107 | 29,0345    | 9,4466        | 2,92583  | 1,18624          | 2648,4  | 558142              | 843 |
| 844 | 712336 | 601211584 | 29,0517    | 9,4503        | 2,92634  | 1,18483          | 2651,5  | 559467              | 844 |
| 845 | 714025 | 603351125 | 29,0689    | 9,4541        | 2,92686  | 1,18343          | 2654,6  | 560794              | 845 |
| 846 | 715716 | 605495736 | 29,0861    | 9,4578        | 2,92737  | 1,18203          | 2657,8  | 562122              | 846 |
| 847 | 717409 | 607645423 | 29,1033    | 9,4615        | 2,92788  | 1,18064          | 2660,9  | 563452              | 847 |
| 848 | 719104 | 609800192 | 29,1204    | 9,4652        | 2,92840  | 1,17925          | 2664,1  | 564783              | 848 |
| 849 | 720801 | 611960049 | 29,1376    | 9,4690        | 2,92891  | 1,17786          | 2667,2  | 566116              | 849 |
| 850 | 722500 | 614125000 | 29,1548    | 9,4727        | 2,92942  | 1,17647          | 2670,4  | 567450              | 850 |

| $n$ | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$ |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|-----|
| 850 | 722500 | 614125000 | 29,1548    | 9,4727        | 2,92942  | 1,17647          | 2670,4  | 567450              | 850 |
| 851 | 724201 | 616295051 | 29,1719    | 9,4764        | 2,92993  | 1,17509          | 2673,5  | 568786              | 851 |
| 852 | 725904 | 618470208 | 29,1890    | 9,4801        | 2,93044  | 1,17371          | 2676,6  | 570124              | 852 |
| 853 | 727609 | 620650477 | 29,2062    | 9,4838        | 2,93095  | 1,17233          | 2679,8  | 571463              | 853 |
| 854 | 729316 | 622835864 | 29,2233    | 9,4875        | 2,93146  | 1,17096          | 2682,9  | 572803              | 854 |
| 855 | 731025 | 625026375 | 29,2404    | 9,4912        | 2,93197  | 1,16959          | 2686,1  | 574146              | 855 |
| 856 | 732736 | 627222016 | 29,2575    | 9,4949        | 2,93247  | 1,16822          | 2689,2  | 575490              | 856 |
| 857 | 734449 | 629422793 | 29,2746    | 9,4986        | 2,93298  | 1,16686          | 2692,3  | 576835              | 857 |
| 858 | 736164 | 631628712 | 29,2916    | 9,5023        | 2,93349  | 1,16550          | 2695,5  | 578182              | 858 |
| 859 | 737881 | 633839779 | 29,3087    | 9,5060        | 2,93399  | 1,16414          | 2698,6  | 579530              | 859 |
| 860 | 739600 | 636056000 | 29,3258    | 9,5097        | 2,93450  | 1,16279          | 2701,8  | 580880              | 860 |
| 861 | 741321 | 638277381 | 29,3428    | 9,5134        | 2,93500  | 1,16144          | 2704,9  | 582232              | 861 |
| 862 | 743044 | 640503928 | 29,3598    | 9,5171        | 2,93551  | 1,16009          | 2708,1  | 583585              | 862 |
| 863 | 744769 | 642735647 | 29,3769    | 9,5207        | 2,93601  | 1,15875          | 2711,2  | 584940              | 863 |
| 864 | 746496 | 644972544 | 29,3939    | 9,5244        | 2,93651  | 1,15741          | 2714,3  | 586297              | 864 |
| 865 | 748225 | 647214625 | 29,4109    | 9,5281        | 2,93702  | 1,15607          | 2717,5  | 587655              | 865 |
| 866 | 749956 | 649461896 | 29,4279    | 9,5317        | 2,93752  | 1,15473          | 2720,6  | 589014              | 866 |
| 867 | 751689 | 651714363 | 29,4449    | 9,5354        | 2,93802  | 1,15340          | 2723,8  | 590375              | 867 |
| 868 | 753424 | 653972032 | 29,4618    | 9,5391        | 2,93852  | 1,15207          | 2726,9  | 591738              | 868 |
| 869 | 755161 | 656234909 | 29,4788    | 9,5427        | 2,93902  | 1,15075          | 2730,0  | 593102              | 869 |
| 870 | 756900 | 658503000 | 29,4958    | 9,5464        | 2,93952  | 1,14943          | 2733,2  | 594468              | 870 |
| 871 | 758641 | 660776311 | 29,5127    | 9,5501        | 2,94002  | 1,14811          | 2736,3  | 595835              | 871 |
| 872 | 760384 | 663054848 | 29,5296    | 9,5537        | 2,94052  | 1,14679          | 2739,5  | 597204              | 872 |
| 873 | 762129 | 665338617 | 29,5466    | 9,5574        | 2,94101  | 1,14548          | 2742,6  | 598575              | 873 |
| 874 | 763876 | 667627624 | 29,5635    | 9,5610        | 2,94151  | 1,14416          | 2745,8  | 599947              | 874 |
| 875 | 765625 | 669921875 | 29,5804    | 9,5647        | 2,94201  | 1,14286          | 2748,9  | 601320              | 875 |
| 876 | 767376 | 672221376 | 29,5973    | 9,5683        | 2,94250  | 1,14155          | 2752,0  | 602696              | 876 |
| 877 | 769129 | 674526133 | 29,6142    | 9,5719        | 2,94300  | 1,14025          | 2755,2  | 604073              | 877 |
| 878 | 770884 | 676836152 | 29,6311    | 9,5756        | 2,94349  | 1,13895          | 2758,3  | 605451              | 878 |
| 879 | 772641 | 679151439 | 29,6479    | 9,5792        | 2,94399  | 1,13766          | 2761,5  | 606831              | 879 |
| 880 | 774400 | 681472000 | 29,6648    | 9,5828        | 2,94448  | 1,13636          | 2764,6  | 608212              | 880 |
| 881 | 776161 | 683797841 | 29,6816    | 9,5865        | 2,94498  | 1,13507          | 2767,7  | 609595              | 881 |
| 882 | 777924 | 686128968 | 29,6985    | 9,5901        | 2,94547  | 1,13379          | 2770,9  | 610980              | 882 |
| 883 | 779689 | 688465387 | 29,7153    | 9,5937        | 2,94596  | 1,13250          | 2774,0  | 612366              | 883 |
| 884 | 781456 | 690807104 | 29,7321    | 9,5973        | 2,94645  | 1,13122          | 2777,2  | 613754              | 884 |
| 885 | 783225 | 693154125 | 29,7489    | 9,6010        | 2,94694  | 1,12994          | 2780,3  | 615143              | 885 |
| 886 | 784996 | 695506456 | 29,7658    | 9,6046        | 2,94743  | 1,12867          | 2783,5  | 616534              | 886 |
| 887 | 786769 | 697864103 | 29,7825    | 9,6082        | 2,94792  | 1,12740          | 2786,6  | 617927              | 887 |
| 888 | 788544 | 700227952 | 29,7993    | 9,6118        | 2,94841  | 1,12613          | 2789,7  | 619321              | 888 |
| 889 | 790321 | 702597369 | 29,8161    | 9,6154        | 2,94890  | 1,12486          | 2792,9  | 620717              | 889 |
| 890 | 792100 | 704969000 | 29,8329    | 9,6190        | 2,94939  | 1,12360          | 2796,0  | 622114              | 890 |
| 891 | 793881 | 707347971 | 29,8496    | 9,6226        | 2,94988  | 1,12233          | 2799,2  | 623513              | 891 |
| 892 | 795664 | 709732288 | 29,8664    | 9,6262        | 2,95036  | 1,12108          | 2802,3  | 624913              | 892 |
| 893 | 797449 | 712121957 | 29,8831    | 9,6298        | 2,95085  | 1,11982          | 2805,4  | 626315              | 893 |
| 894 | 799236 | 714516984 | 29,8998    | 9,6334        | 2,95134  | 1,11857          | 2808,6  | 627718              | 894 |
| 895 | 801025 | 716917375 | 29,9166    | 9,6370        | 2,95182  | 1,11732          | 2811,7  | 629124              | 895 |
| 896 | 802816 | 719323136 | 29,9333    | 9,6406        | 2,95231  | 1,11607          | 2814,9  | 630530              | 896 |
| 897 | 804609 | 721734273 | 29,9500    | 9,6442        | 2,95279  | 1,11483          | 2818,0  | 631938              | 897 |
| 898 | 806404 | 724150792 | 29,9666    | 9,6477        | 2,95328  | 1,11359          | 2821,2  | 633348              | 898 |
| 899 | 808201 | 726572699 | 29,9833    | 9,6513        | 2,95376  | 1,11235          | 2824,3  | 634760              | 899 |
| 900 | 810000 | 729000000 | 30,0000    | 9,6549        | 2,95424  | 1,11111          | 2827,4  | 636173              | 900 |



| $n$        | $n^2$  | $n^3$     | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$        |
|------------|--------|-----------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------------|
| <b>900</b> | 810000 | 729000000 | 30,0000    | 9,6549        | 2,95424  | 1,11111          | 2827,4  | 636173              | <b>900</b> |
| 901        | 811801 | 731432701 | 30,0167    | 9,6585        | 2,95472  | 1,10988          | 2830,6  | 637587              | 901        |
| 902        | 813604 | 733870808 | 30,0333    | 9,6620        | 2,95521  | 1,10865          | 2833,7  | 639003              | 902        |
| 903        | 815409 | 736314327 | 30,0500    | 9,6656        | 2,95569  | 1,10742          | 2836,9  | 640421              | 903        |
| 904        | 817216 | 738763264 | 30,0666    | 9,6692        | 2,95617  | 1,10619          | 2840,0  | 641840              | 904        |
| 905        | 819025 | 741217625 | 30,0832    | 9,6727        | 2,95665  | 1,10497          | 2843,1  | 643261              | 905        |
| 906        | 820836 | 743677416 | 30,0998    | 9,6763        | 2,95713  | 1,10375          | 2846,3  | 644683              | 906        |
| 907        | 822649 | 746142643 | 30,1164    | 9,6799        | 2,95761  | 1,10254          | 2849,4  | 646107              | 907        |
| 908        | 824464 | 748613312 | 30,1330    | 9,6834        | 2,95809  | 1,10132          | 2852,6  | 647533              | 908        |
| 909        | 826281 | 751089429 | 30,1496    | 9,6870        | 2,95856  | 1,10011          | 2855,7  | 648960              | 909        |
| <b>910</b> | 828100 | 753571000 | 30,1662    | 9,6905        | 2,95904  | 1,09890          | 2858,8  | 650388              | <b>910</b> |
| 911        | 829921 | 756058031 | 30,1828    | 9,6941        | 2,95952  | 1,09769          | 2862,0  | 651818              | 911        |
| 912        | 831744 | 758550528 | 30,1993    | 9,6976        | 2,95999  | 1,09649          | 2865,1  | 653261              | 912        |
| 913        | 833569 | 761048497 | 30,2159    | 9,7012        | 2,96047  | 1,09529          | 2868,3  | 654684              | 913        |
| 914        | 835396 | 763551944 | 30,2324    | 9,7047        | 2,96095  | 1,09409          | 2871,4  | 656118              | 914        |
| 915        | 837225 | 766060875 | 30,2490    | 9,7082        | 2,96142  | 1,09290          | 2874,6  | 657555              | 915        |
| 916        | 839056 | 768575296 | 30,2655    | 9,7118        | 2,96190  | 1,09170          | 2877,7  | 658993              | 916        |
| 917        | 840889 | 771095213 | 30,2820    | 9,7153        | 2,96237  | 1,09051          | 2880,8  | 660433              | 917        |
| 918        | 842724 | 773620632 | 30,2985    | 9,7188        | 2,96284  | 1,08932          | 2884,0  | 661874              | 918        |
| 919        | 844561 | 776151559 | 30,3150    | 9,7224        | 2,96332  | 1,08814          | 2887,1  | 663317              | 919        |
| <b>920</b> | 846400 | 778688000 | 30,3315    | 9,7259        | 2,96379  | 1,08696          | 2890,3  | 664761              | <b>920</b> |
| 921        | 848241 | 781229961 | 30,3480    | 9,7294        | 2,96426  | 1,08578          | 2893,4  | 666207              | 921        |
| 922        | 850084 | 783777448 | 30,3645    | 9,7329        | 2,96473  | 1,08460          | 2896,5  | 667654              | 922        |
| 923        | 851929 | 786330467 | 30,3809    | 9,7364        | 2,96520  | 1,08342          | 2899,7  | 669103              | 923        |
| 924        | 853776 | 788889024 | 30,3974    | 9,7400        | 2,96567  | 1,08225          | 2902,8  | 670554              | 924        |
| 925        | 855625 | 791453125 | 30,4138    | 9,7435        | 2,96614  | 1,08108          | 2906,0  | 672006              | 925        |
| 926        | 857476 | 794022776 | 30,4302    | 9,7470        | 2,96661  | 1,07991          | 2909,1  | 673460              | 926        |
| 927        | 859329 | 796597983 | 30,4467    | 9,7505        | 2,96708  | 1,07875          | 2912,3  | 674915              | 927        |
| 928        | 861184 | 799178752 | 30,4631    | 9,7540        | 2,96755  | 1,07759          | 2915,4  | 676372              | 928        |
| 929        | 863041 | 801765089 | 30,4795    | 9,7575        | 2,96802  | 1,07643          | 2918,5  | 677831              | 929        |
| <b>930</b> | 864900 | 804357000 | 30,4959    | 9,7610        | 2,96848  | 1,07527          | 2921,7  | 679291              | <b>930</b> |
| 931        | 866761 | 806954491 | 30,5123    | 9,7645        | 2,96895  | 1,07411          | 2924,8  | 680752              | 931        |
| 932        | 868624 | 809557568 | 30,5287    | 9,7680        | 2,96942  | 1,07296          | 2928,0  | 682216              | 932        |
| 933        | 870489 | 812166237 | 30,5450    | 9,7715        | 2,96988  | 1,07181          | 2931,1  | 683680              | 933        |
| 934        | 872356 | 814780504 | 30,5614    | 9,7750        | 2,97035  | 1,07066          | 2934,2  | 685147              | 934        |
| 935        | 874225 | 817400375 | 30,5778    | 9,7785        | 2,97081  | 1,06952          | 2937,4  | 686615              | 935        |
| 936        | 876096 | 820025856 | 30,5941    | 9,7819        | 2,97128  | 1,06838          | 2940,5  | 688084              | 936        |
| 937        | 877969 | 822656953 | 30,6105    | 9,7854        | 2,97174  | 1,06724          | 2943,7  | 689555              | 937        |
| 938        | 879844 | 825293672 | 30,6268    | 9,7889        | 2,97220  | 1,06610          | 2946,8  | 691028              | 938        |
| 939        | 881721 | 827936019 | 30,6431    | 9,7924        | 2,97267  | 1,06496          | 2950,0  | 692502              | 939        |
| <b>940</b> | 883600 | 830584000 | 30,6594    | 9,7959        | 2,97313  | 1,06383          | 2953,1  | 693978              | <b>940</b> |
| 941        | 885481 | 833237621 | 30,6757    | 9,7993        | 2,97359  | 1,06270          | 2956,2  | 695455              | 941        |
| 942        | 887364 | 835896888 | 30,6920    | 9,8028        | 2,97405  | 1,06157          | 2959,4  | 696934              | 942        |
| 943        | 889249 | 838561807 | 30,7083    | 9,8063        | 2,97451  | 1,06045          | 2962,5  | 698415              | 943        |
| 944        | 891136 | 841232384 | 30,7246    | 9,8097        | 2,97497  | 1,05932          | 2965,7  | 699897              | 944        |
| 945        | 893025 | 843908625 | 30,7409    | 9,8132        | 2,97543  | 1,05820          | 2968,8  | 701380              | 945        |
| 946        | 894916 | 846590536 | 30,7571    | 9,8167        | 2,97589  | 1,05708          | 2971,9  | 702865              | 946        |
| 947        | 896809 | 849278123 | 30,7734    | 9,8201        | 2,97635  | 1,05597          | 2975,1  | 704352              | 947        |
| 948        | 898704 | 851971392 | 30,7896    | 9,8236        | 2,97681  | 1,05485          | 2978,2  | 705840              | 948        |
| 949        | 900601 | 854670349 | 30,8058    | 9,8270        | 2,97727  | 1,05374          | 2981,4  | 707330              | 949        |
| <b>950</b> | 902500 | 857375000 | 30,8221    | 9,8305        | 2,97772  | 1,05263          | 2984,5  | 708822              | <b>950</b> |

| $n$  | $n^2$   | $n^3$      | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\log n$ | $\frac{1000}{n}$ | $\pi n$ | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $n$  |
|------|---------|------------|------------|---------------|----------|------------------|---------|---------------------|------|
| 950  | 902500  | 857375000  | 30,8221    | 9,8305        | 2,97772  | 1,05263          | 2984,5  | 708822              | 950  |
| 951  | 904401  | 860085351  | 30,8383    | 9,8339        | 2,97818  | 1,05152          | 2987,7  | 710315              | 951  |
| 952  | 906304  | 862801408  | 30,8545    | 9,8374        | 2,97864  | 1,05042          | 2990,8  | 711809              | 952  |
| 953  | 908209  | 865523177  | 30,8707    | 9,8408        | 2,97909  | 1,04932          | 2993,9  | 713306              | 953  |
| 954  | 910116  | 868250664  | 30,8869    | 9,8443        | 2,97955  | 1,04822          | 2997,1  | 714803              | 954  |
| 955  | 912025  | 870983875  | 30,9031    | 9,8477        | 2,98000  | 1,04712          | 3000,2  | 716303              | 955  |
| 956  | 913936  | 873722816  | 30,9192    | 9,8511        | 2,98046  | 1,04603          | 3003,4  | 717804              | 956  |
| 957  | 915849  | 876467493  | 30,9354    | 9,8546        | 2,98091  | 1,04493          | 3006,5  | 719306              | 957  |
| 958  | 917764  | 879217912  | 30,9516    | 9,8580        | 2,98137  | 1,04384          | 3009,6  | 720810              | 958  |
| 959  | 919681  | 881974079  | 30,9677    | 9,8614        | 2,98182  | 1,04275          | 3012,8  | 722316              | 959  |
| 960  | 921600  | 884736000  | 30,9839    | 9,8648        | 2,98227  | 1,04167          | 3015,9  | 723823              | 960  |
| 961  | 923521  | 887503681  | 31,0000    | 9,8683        | 2,98272  | 1,04058          | 3019,1  | 725332              | 961  |
| 962  | 925444  | 890277128  | 31,0161    | 9,8717        | 2,98318  | 1,03950          | 3022,2  | 726842              | 962  |
| 963  | 927369  | 893056347  | 31,0322    | 9,8751        | 2,98363  | 1,03842          | 3025,4  | 728354              | 963  |
| 964  | 929296  | 895841344  | 31,0483    | 9,8785        | 2,98408  | 1,03734          | 3028,5  | 729867              | 964  |
| 965  | 931225  | 898632125  | 31,0644    | 9,8819        | 2,98453  | 1,03627          | 3031,6  | 731382              | 965  |
| 966  | 933156  | 901428696  | 31,0805    | 9,8854        | 2,98498  | 1,03520          | 3034,8  | 732899              | 966  |
| 967  | 935089  | 904231063  | 31,0966    | 9,8888        | 2,98543  | 1,03413          | 3037,9  | 734417              | 967  |
| 968  | 937024  | 907039232  | 31,1127    | 9,8922        | 2,98588  | 1,03306          | 3041,1  | 735937              | 968  |
| 969  | 938961  | 909853209  | 31,1288    | 9,8956        | 2,98632  | 1,03199          | 3044,2  | 737458              | 969  |
| 970  | 940900  | 912673000  | 31,1448    | 9,8990        | 2,98677  | 1,03093          | 3047,3  | 738981              | 970  |
| 971  | 942841  | 915498611  | 31,1609    | 9,9024        | 2,98722  | 1,02987          | 3050,5  | 740506              | 971  |
| 972  | 944784  | 918330048  | 31,1769    | 9,9058        | 2,98767  | 1,02881          | 3053,6  | 742032              | 972  |
| 973  | 946729  | 921167317  | 31,1929    | 9,9092        | 2,98811  | 1,02775          | 3056,8  | 743559              | 973  |
| 974  | 948676  | 924010424  | 31,2090    | 9,9126        | 2,98856  | 1,02669          | 3059,9  | 745088              | 974  |
| 975  | 950625  | 926859375  | 31,2250    | 9,9160        | 2,98900  | 1,02564          | 3063,1  | 746619              | 975  |
| 976  | 952576  | 929714176  | 31,2410    | 9,9194        | 2,98945  | 1,02459          | 3066,2  | 748151              | 976  |
| 977  | 954529  | 932574833  | 31,2570    | 9,9227        | 2,98989  | 1,02354          | 3069,3  | 749685              | 977  |
| 978  | 956484  | 935441352  | 31,2730    | 9,9261        | 2,99034  | 1,02249          | 3072,5  | 751221              | 978  |
| 979  | 958441  | 938313739  | 31,2890    | 9,9295        | 2,99078  | 1,02145          | 3075,6  | 752758              | 979  |
| 980  | 960400  | 941192000  | 31,3050    | 9,9329        | 2,99123  | 1,02041          | 3078,8  | 754296              | 980  |
| 981  | 962361  | 944076141  | 31,3209    | 9,9363        | 2,99167  | 1,01937          | 3081,9  | 755837              | 981  |
| 982  | 964324  | 946966168  | 31,3369    | 9,9396        | 2,99211  | 1,01833          | 3085,0  | 757378              | 982  |
| 983  | 966289  | 949862087  | 31,3528    | 9,9430        | 2,99255  | 1,01729          | 3088,2  | 758922              | 983  |
| 984  | 968256  | 952763904  | 31,3688    | 9,9464        | 2,99300  | 1,01626          | 3091,3  | 760466              | 984  |
| 985  | 970225  | 955671625  | 31,3847    | 9,9497        | 2,99344  | 1,01523          | 3094,5  | 762013              | 985  |
| 986  | 972196  | 958585256  | 31,4006    | 9,9531        | 2,99388  | 1,01420          | 3097,6  | 763561              | 986  |
| 987  | 974169  | 961504803  | 31,4166    | 9,9565        | 2,99432  | 1,01317          | 3100,8  | 765111              | 987  |
| 988  | 976144  | 964430272  | 31,4325    | 9,9598        | 2,99476  | 1,01215          | 3103,9  | 766662              | 988  |
| 989  | 978121  | 967361669  | 31,4484    | 9,9632        | 2,99520  | 1,01112          | 3107,0  | 768214              | 989  |
| 990  | 980100  | 970299000  | 31,4643    | 9,9666        | 2,99564  | 1,01010          | 3110,2  | 769769              | 990  |
| 991  | 982081  | 973242271  | 31,4802    | 9,9699        | 2,99607  | 1,00908          | 3113,3  | 771325              | 991  |
| 992  | 984064  | 976191488  | 31,4960    | 9,9733        | 2,99651  | 1,00806          | 3116,5  | 772882              | 992  |
| 993  | 986049  | 979146657  | 31,5119    | 9,9766        | 2,99695  | 1,00705          | 3119,6  | 774441              | 993  |
| 994  | 988036  | 982107784  | 31,5278    | 9,9800        | 2,99739  | 1,00604          | 3122,7  | 776002              | 994  |
| 995  | 990025  | 985074875  | 31,5436    | 9,9833        | 2,99782  | 1,00503          | 3125,9  | 777564              | 995  |
| 996  | 992016  | 988047936  | 31,5595    | 9,9866        | 2,99826  | 1,00402          | 3129,0  | 779128              | 996  |
| 997  | 994009  | 991026973  | 31,5753    | 9,9900        | 2,99870  | 1,00301          | 3132,2  | 780693              | 997  |
| 998  | 996004  | 994011992  | 31,5911    | 9,9933        | 2,99913  | 1,00200          | 3135,3  | 782260              | 998  |
| 999  | 998001  | 997002999  | 31,6070    | 9,9967        | 2,99957  | 1,00100          | 3138,5  | 783828              | 999  |
| 1000 | 1000000 | 1000000000 | 31,6228    | 10,0000       | 3,00000  | 1,00000          | 3141,6  | 785398              | 1000 |



| Ein-<br>Zehner<br>y | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0                   | — ∞    | 0,0000 | 0,6931 | 1,0986 | 1,3863 | 1,6094 | 1,7918 | 1,9459 | 2,0794 | 2,1972 |
| 1                   | 2,3026 | 2,3979 | 2,4849 | 2,5649 | 2,6391 | 2,7081 | 2,7726 | 2,8332 | 2,8904 | 2,9444 |
| 2                   | 2,9957 | 3,0445 | 3,0910 | 3,1355 | 3,1781 | 3,2189 | 3,2581 | 3,2958 | 3,3322 | 3,3673 |
| 3                   | 3,4012 | 3,4340 | 3,4657 | 3,4965 | 3,5264 | 3,5553 | 3,5835 | 3,6109 | 3,6376 | 3,6636 |
| 4                   | 3,6889 | 3,7136 | 3,7377 | 3,7612 | 3,7842 | 3,8067 | 3,8286 | 3,8501 | 3,8712 | 3,8918 |
| 5                   | 3,9120 | 3,9318 | 3,9512 | 3,9703 | 3,9890 | 4,0073 | 4,0254 | 4,0431 | 4,0604 | 4,0775 |
| 6                   | 4,0943 | 4,1109 | 4,1271 | 4,1431 | 4,1589 | 4,1744 | 4,1897 | 4,2047 | 4,2195 | 4,2341 |
| 7                   | 4,2485 | 4,2627 | 4,2767 | 4,2905 | 4,3041 | 4,3175 | 4,3307 | 4,3438 | 4,3567 | 4,3694 |
| 8                   | 4,3820 | 4,3944 | 4,4067 | 4,4188 | 4,4308 | 4,4427 | 4,4543 | 4,4659 | 4,4773 | 4,4886 |
| 9                   | 4,4998 | 4,5109 | 4,5218 | 4,5326 | 4,5433 | 4,5539 | 4,5643 | 4,5747 | 4,5850 | 4,5951 |
| 10                  | 4,6052 | 4,6151 | 4,6250 | 4,6347 | 4,6444 | 4,6540 | 4,6634 | 4,6728 | 4,6821 | 4,6913 |
| 11                  | 4,7005 | 4,7095 | 4,7185 | 4,7274 | 4,7362 | 4,7449 | 4,7536 | 4,7622 | 4,7707 | 4,7791 |
| 12                  | 4,7875 | 4,7958 | 4,8040 | 4,8122 | 4,8203 | 4,8283 | 4,8363 | 4,8442 | 4,8520 | 4,8598 |
| 13                  | 4,8675 | 4,8752 | 4,8828 | 4,8903 | 4,8978 | 4,9053 | 4,9127 | 4,9200 | 4,9273 | 4,9345 |
| 14                  | 4,9416 | 4,9488 | 4,9558 | 4,9628 | 4,9698 | 4,9767 | 4,9836 | 4,9904 | 4,9972 | 5,0039 |
| 15                  | 5,0106 | 5,0173 | 5,0239 | 5,0304 | 5,0370 | 5,0434 | 5,0499 | 5,0562 | 5,0626 | 5,0689 |
| 16                  | 5,0752 | 5,0814 | 5,0876 | 5,0938 | 5,0999 | 5,1059 | 5,1120 | 5,1180 | 5,1240 | 5,1299 |
| 17                  | 5,1358 | 5,1417 | 5,1475 | 5,1533 | 5,1591 | 5,1648 | 5,1705 | 5,1761 | 5,1818 | 5,1874 |
| 18                  | 5,1930 | 5,1985 | 5,2040 | 5,2095 | 5,2149 | 5,2204 | 5,2257 | 5,2311 | 5,2364 | 5,2417 |
| 19                  | 5,2470 | 5,2523 | 5,2575 | 5,2627 | 5,2679 | 5,2730 | 5,2781 | 5,2832 | 5,2883 | 5,2933 |
| 20                  | 5,2983 | 5,3033 | 5,3083 | 5,3132 | 5,3181 | 5,3230 | 5,3279 | 5,3327 | 5,3375 | 5,3423 |
| 21                  | 5,3471 | 5,3519 | 5,3566 | 5,3613 | 5,3660 | 5,3706 | 5,3753 | 5,3799 | 5,3845 | 5,3891 |
| 22                  | 5,3936 | 5,3982 | 5,4027 | 5,4072 | 5,4116 | 5,4161 | 5,4205 | 5,4250 | 5,4293 | 5,4337 |
| 23                  | 5,4381 | 5,4424 | 5,4467 | 5,4510 | 5,4553 | 5,4596 | 5,4638 | 5,4681 | 5,4723 | 5,4765 |
| 24                  | 5,4806 | 5,4848 | 5,4889 | 5,4931 | 5,4972 | 5,5013 | 5,5053 | 5,5094 | 5,5134 | 5,5175 |
| 25                  | 5,5215 | 5,5255 | 5,5294 | 5,5334 | 5,5373 | 5,5413 | 5,5452 | 5,5491 | 5,5530 | 5,5568 |
| 26                  | 5,5607 | 5,5645 | 5,5683 | 5,5722 | 5,5759 | 5,5797 | 5,5835 | 5,5872 | 5,5910 | 5,5947 |
| 27                  | 5,5984 | 5,6021 | 5,6058 | 5,6095 | 5,6131 | 5,6168 | 5,6204 | 5,6240 | 5,6276 | 5,6312 |
| 28                  | 5,6348 | 5,6384 | 5,6419 | 5,6454 | 5,6490 | 5,6525 | 5,6560 | 5,6595 | 5,6630 | 5,6664 |
| 29                  | 5,6699 | 5,6733 | 5,6768 | 5,6802 | 5,6836 | 5,6870 | 5,6904 | 5,6937 | 5,6971 | 5,7004 |
| 30                  | 5,7038 | 5,7071 | 5,7104 | 5,7137 | 5,7170 | 5,7203 | 5,7236 | 5,7268 | 5,7301 | 5,7333 |
| 31                  | 5,7366 | 5,7398 | 5,7430 | 5,7462 | 5,7494 | 5,7526 | 5,7557 | 5,7589 | 5,7621 | 5,7652 |
| 32                  | 5,7683 | 5,7714 | 5,7746 | 5,7777 | 5,7807 | 5,7838 | 5,7869 | 5,7900 | 5,7930 | 5,7961 |
| 33                  | 5,7991 | 5,8021 | 5,8051 | 5,8081 | 5,8111 | 5,8141 | 5,8171 | 5,8201 | 5,8230 | 5,8260 |
| 34                  | 5,8289 | 5,8319 | 5,8348 | 5,8377 | 5,8406 | 5,8435 | 5,8464 | 5,8493 | 5,8522 | 5,8551 |
| 35                  | 5,8579 | 5,8608 | 5,8636 | 5,8665 | 5,8693 | 5,8721 | 5,8749 | 5,8777 | 5,8805 | 5,8833 |
| 36                  | 5,8861 | 5,8889 | 5,8916 | 5,8944 | 5,8972 | 5,8999 | 5,9026 | 5,9054 | 5,9081 | 5,9108 |
| 37                  | 5,9135 | 5,9162 | 5,9189 | 5,9216 | 5,9243 | 5,9269 | 5,9296 | 5,9322 | 5,9349 | 5,9375 |
| 38                  | 5,9402 | 5,9428 | 5,9454 | 5,9480 | 5,9506 | 5,9532 | 5,9558 | 5,9584 | 5,9610 | 5,9636 |
| 39                  | 5,9661 | 5,9687 | 5,9713 | 5,9738 | 5,9764 | 5,9789 | 5,9814 | 5,9839 | 5,9865 | 5,9890 |
| 40                  | 5,9915 | 5,9940 | 5,9965 | 5,9989 | 6,0014 | 6,0039 | 6,0064 | 6,0088 | 6,0113 | 6,0137 |
| 41                  | 6,0162 | 6,0186 | 6,0210 | 6,0234 | 6,0259 | 6,0283 | 6,0307 | 6,0331 | 6,0355 | 6,0379 |
| 42                  | 6,0403 | 6,0426 | 6,0450 | 6,0474 | 6,0497 | 6,0521 | 6,0544 | 6,0568 | 6,0591 | 6,0615 |
| 43                  | 6,0638 | 6,0661 | 6,0684 | 6,0707 | 6,0730 | 6,0753 | 6,0776 | 6,0799 | 6,0822 | 6,0845 |
| 44                  | 6,0868 | 6,0890 | 6,0913 | 6,0936 | 6,0958 | 6,0981 | 6,1003 | 6,1026 | 6,1048 | 6,1070 |
| 45                  | 6,1092 | 6,1115 | 6,1137 | 6,1159 | 6,1181 | 6,1203 | 6,1225 | 6,1247 | 6,1269 | 6,1291 |
| 46                  | 6,1312 | 6,1334 | 6,1356 | 6,1377 | 6,1399 | 6,1420 | 6,1442 | 6,1463 | 6,1485 | 6,1506 |
| 47                  | 6,1527 | 6,1549 | 6,1570 | 6,1591 | 6,1612 | 6,1633 | 6,1654 | 6,1675 | 6,1696 | 6,1717 |
| 48                  | 6,1738 | 6,1759 | 6,1779 | 6,1800 | 6,1821 | 6,1841 | 6,1862 | 6,1883 | 6,1903 | 6,1924 |
| 49                  | 6,1944 | 6,1964 | 6,1985 | 6,2005 | 6,2025 | 6,2046 | 6,2066 | 6,2086 | 6,2106 | 6,2126 |

| Einere<br>Zehner<br>y | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 50                    | 6,2146 | 6,2166 | 6,2186 | 6,2206 | 6,2226 | 6,2246 | 6,2265 | 6,2285 | 6,2305 | 6,2324 |
| 51                    | 6,2344 | 6,2364 | 6,2383 | 6,2403 | 6,2422 | 6,2442 | 6,2461 | 6,2480 | 6,2500 | 6,2519 |
| 52                    | 6,2538 | 6,2558 | 6,2577 | 6,2596 | 6,2615 | 6,2634 | 6,2653 | 6,2672 | 6,2691 | 6,2710 |
| 53                    | 6,2729 | 6,2748 | 6,2766 | 6,2785 | 6,2804 | 6,2823 | 6,2841 | 6,2860 | 6,2879 | 6,2897 |
| 54                    | 6,2916 | 6,2934 | 6,2953 | 6,2971 | 6,2989 | 6,3008 | 6,3026 | 6,3044 | 6,3063 | 6,3081 |
| 55                    | 6,3099 | 6,3117 | 6,3135 | 6,3154 | 6,3172 | 6,3190 | 6,3208 | 6,3226 | 6,3244 | 6,3261 |
| 56                    | 6,3279 | 6,3297 | 6,3315 | 6,3333 | 6,3351 | 6,3368 | 6,3386 | 6,3404 | 6,3421 | 6,3439 |
| 57                    | 6,3456 | 6,3474 | 6,3491 | 6,3509 | 6,3526 | 6,3544 | 6,3561 | 6,3578 | 6,3596 | 6,3613 |
| 58                    | 6,3630 | 6,3648 | 6,3665 | 6,3682 | 6,3699 | 6,3716 | 6,3733 | 6,3750 | 6,3767 | 6,3784 |
| 59                    | 6,3801 | 6,3818 | 6,3835 | 6,3852 | 6,3869 | 6,3886 | 6,3902 | 6,3919 | 6,3936 | 6,3953 |
| 60                    | 6,3969 | 6,3986 | 6,4003 | 6,4019 | 6,4036 | 6,4052 | 6,4069 | 6,4085 | 6,4102 | 6,4118 |
| 61                    | 6,4135 | 6,4151 | 6,4167 | 6,4184 | 6,4200 | 6,4216 | 6,4232 | 6,4249 | 6,4265 | 6,4281 |
| 62                    | 6,4297 | 6,4313 | 6,4329 | 6,4345 | 6,4362 | 6,4378 | 6,4394 | 6,4409 | 6,4425 | 6,4441 |
| 63                    | 6,4457 | 6,4473 | 6,4489 | 6,4505 | 6,4520 | 6,4536 | 6,4552 | 6,4568 | 6,4583 | 6,4599 |
| 64                    | 6,4615 | 6,4630 | 6,4646 | 6,4661 | 6,4677 | 6,4693 | 6,4708 | 6,4723 | 6,4739 | 6,4754 |
| 65                    | 6,4770 | 6,4785 | 6,4800 | 6,4816 | 6,4831 | 6,4846 | 6,4862 | 6,4877 | 6,4892 | 6,4907 |
| 66                    | 6,4922 | 6,4938 | 6,4953 | 6,4968 | 6,4983 | 6,4998 | 6,5013 | 6,5028 | 6,5043 | 6,5058 |
| 67                    | 6,5073 | 6,5088 | 6,5103 | 6,5117 | 6,5132 | 6,5147 | 6,5162 | 6,5177 | 6,5191 | 6,5206 |
| 68                    | 6,5221 | 6,5236 | 6,5250 | 6,5265 | 6,5280 | 6,5294 | 6,5309 | 6,5323 | 6,5338 | 6,5352 |
| 69                    | 6,5367 | 6,5381 | 6,5396 | 6,5410 | 6,5425 | 6,5439 | 6,5453 | 6,5468 | 6,5482 | 6,5497 |
| 70                    | 6,5511 | 6,5525 | 6,5539 | 6,5554 | 6,5568 | 6,5582 | 6,5596 | 6,5610 | 6,5624 | 6,5639 |
| 71                    | 6,5653 | 6,5667 | 6,5681 | 6,5695 | 6,5709 | 6,5723 | 6,5737 | 6,5751 | 6,5765 | 6,5779 |
| 72                    | 6,5793 | 6,5806 | 6,5820 | 6,5834 | 6,5848 | 6,5862 | 6,5876 | 6,5889 | 6,5903 | 6,5917 |
| 73                    | 6,5930 | 6,5944 | 6,5958 | 6,5971 | 6,5985 | 6,5999 | 6,6012 | 6,6026 | 6,6039 | 6,6053 |
| 74                    | 6,6067 | 6,6080 | 6,6093 | 6,6107 | 6,6120 | 6,6134 | 6,6147 | 6,6161 | 6,6174 | 6,6187 |
| 75                    | 6,6201 | 6,6214 | 6,6227 | 6,6241 | 6,6254 | 6,6267 | 6,6280 | 6,6294 | 6,6307 | 6,6320 |
| 76                    | 6,6333 | 6,6346 | 6,6359 | 6,6373 | 6,6386 | 6,6399 | 6,6412 | 6,6425 | 6,6438 | 6,6451 |
| 77                    | 6,6464 | 6,6477 | 6,6490 | 6,6503 | 6,6516 | 6,6529 | 6,6542 | 6,6554 | 6,6567 | 6,6580 |
| 78                    | 6,6593 | 6,6606 | 6,6619 | 6,6631 | 6,6644 | 6,6657 | 6,6670 | 6,6682 | 6,6695 | 6,6708 |
| 79                    | 6,6720 | 6,6733 | 6,6746 | 6,6758 | 6,6771 | 6,6783 | 6,6796 | 6,6809 | 6,6821 | 6,6834 |
| 80                    | 6,6846 | 6,6859 | 6,6871 | 6,6884 | 6,6896 | 6,6908 | 6,6921 | 6,6933 | 6,6946 | 6,6958 |
| 81                    | 6,6970 | 6,6983 | 6,6995 | 6,7007 | 6,7020 | 6,7032 | 6,7044 | 6,7056 | 6,7069 | 6,7081 |
| 82                    | 6,7093 | 6,7105 | 6,7117 | 6,7130 | 6,7142 | 6,7154 | 6,7166 | 6,7178 | 6,7190 | 6,7202 |
| 83                    | 6,7214 | 6,7226 | 6,7238 | 6,7250 | 6,7262 | 6,7274 | 6,7286 | 6,7298 | 6,7310 | 6,7322 |
| 84                    | 6,7334 | 6,7346 | 6,7358 | 6,7370 | 6,7382 | 6,7393 | 6,7405 | 6,7417 | 6,7429 | 6,7441 |
| 85                    | 6,7452 | 6,7464 | 6,7476 | 6,7488 | 6,7499 | 6,7511 | 6,7523 | 6,7534 | 6,7546 | 6,7558 |
| 86                    | 6,7569 | 6,7581 | 6,7593 | 6,7604 | 6,7616 | 6,7627 | 6,7639 | 6,7650 | 6,7662 | 6,7673 |
| 87                    | 6,7685 | 6,7696 | 6,7708 | 6,7719 | 6,7731 | 6,7742 | 6,7754 | 6,7765 | 6,7776 | 6,7788 |
| 88                    | 6,7799 | 6,7811 | 6,7822 | 6,7833 | 6,7845 | 6,7856 | 6,7867 | 6,7878 | 6,7890 | 6,7901 |
| 89                    | 6,7912 | 6,7923 | 6,7935 | 6,7946 | 6,7957 | 6,7968 | 6,7979 | 6,7991 | 6,8002 | 6,8013 |
| 90                    | 6,8024 | 6,8035 | 6,8046 | 6,8057 | 6,8068 | 6,8079 | 6,8090 | 6,8101 | 6,8112 | 6,8123 |
| 91                    | 6,8134 | 6,8145 | 6,8156 | 6,8167 | 6,8178 | 6,8189 | 6,8200 | 6,8211 | 6,8222 | 6,8233 |
| 92                    | 6,8244 | 6,8255 | 6,8265 | 6,8276 | 6,8287 | 6,8298 | 6,8309 | 6,8320 | 6,8330 | 6,8341 |
| 93                    | 6,8352 | 6,8363 | 6,8373 | 6,8384 | 6,8395 | 6,8405 | 6,8416 | 6,8427 | 6,8437 | 6,8448 |
| 94                    | 6,8459 | 6,8469 | 6,8480 | 6,8491 | 6,8501 | 6,8512 | 6,8522 | 6,8533 | 6,8544 | 6,8554 |
| 95                    | 6,8565 | 6,8575 | 6,8586 | 6,8596 | 6,8607 | 6,8617 | 6,8628 | 6,8638 | 6,8648 | 6,8659 |
| 96                    | 6,8669 | 6,8680 | 6,8690 | 6,8701 | 6,8711 | 6,8721 | 6,8732 | 6,8742 | 6,8752 | 6,8763 |
| 97                    | 6,8773 | 6,8783 | 6,8794 | 6,8804 | 6,8814 | 6,8824 | 6,8835 | 6,8845 | 6,8855 | 6,8865 |
| 98                    | 6,8876 | 6,8886 | 6,8896 | 6,8906 | 6,8916 | 6,8926 | 6,8937 | 6,8947 | 6,8957 | 6,8967 |
| 99                    | 6,8977 | 6,8987 | 6,8997 | 6,9007 | 6,9017 | 6,9027 | 6,9037 | 6,9047 | 6,9057 | 6,9068 |



| Grad | Sinus   |         |         |         |         |         |         | Grad |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
|      | 0'      | 10'     | 20'     | 30'     | 40'     | 50'     | 60'     |      |
| 0    | 0,00000 | 0,00291 | 0,00582 | 0,00873 | 0,01164 | 0,01454 | 0,01745 | 89   |
| 1    | 0,01745 | 0,02036 | 0,02327 | 0,02618 | 0,02908 | 0,03199 | 0,03490 | 88   |
| 2    | 0,03490 | 0,03781 | 0,04071 | 0,04362 | 0,04653 | 0,04943 | 0,05234 | 87   |
| 3    | 0,05234 | 0,05524 | 0,05814 | 0,06105 | 0,06395 | 0,06685 | 0,06976 | 86   |
| 4    | 0,06976 | 0,07266 | 0,07556 | 0,07846 | 0,08136 | 0,08426 | 0,08716 | 85   |
| 5    | 0,08716 | 0,09005 | 0,09295 | 0,09585 | 0,09874 | 0,10164 | 0,10453 | 84   |
| 6    | 0,10453 | 0,10742 | 0,11031 | 0,11320 | 0,11609 | 0,11898 | 0,12187 | 83   |
| 7    | 0,12187 | 0,12476 | 0,12764 | 0,13053 | 0,13341 | 0,13629 | 0,13917 | 82   |
| 8    | 0,13917 | 0,14205 | 0,14493 | 0,14781 | 0,15069 | 0,15356 | 0,15643 | 81   |
| 9    | 0,15643 | 0,15931 | 0,16218 | 0,16505 | 0,16792 | 0,17078 | 0,17365 | 80   |
| 10   | 0,17365 | 0,17651 | 0,17937 | 0,18224 | 0,18509 | 0,18795 | 0,19081 | 79   |
| 11   | 0,19081 | 0,19366 | 0,19652 | 0,19937 | 0,20222 | 0,20507 | 0,20791 | 78   |
| 12   | 0,20791 | 0,21076 | 0,21360 | 0,21644 | 0,21928 | 0,22212 | 0,22495 | 77   |
| 13   | 0,22495 | 0,22778 | 0,23062 | 0,23345 | 0,23627 | 0,23910 | 0,24192 | 76   |
| 14   | 0,24192 | 0,24474 | 0,24756 | 0,25038 | 0,25320 | 0,25601 | 0,25882 | 75   |
| 15   | 0,25882 | 0,26163 | 0,26443 | 0,26724 | 0,27004 | 0,27284 | 0,27564 | 74   |
| 16   | 0,27564 | 0,27843 | 0,28123 | 0,28402 | 0,28680 | 0,28959 | 0,29237 | 73   |
| 17   | 0,29237 | 0,29515 | 0,29793 | 0,30071 | 0,30348 | 0,30625 | 0,30902 | 72   |
| 18   | 0,30902 | 0,31178 | 0,31454 | 0,31730 | 0,32006 | 0,32282 | 0,32557 | 71   |
| 19   | 0,32557 | 0,32832 | 0,33106 | 0,33381 | 0,33655 | 0,33929 | 0,34202 | 70   |
| 20   | 0,34202 | 0,34475 | 0,34748 | 0,35021 | 0,35293 | 0,35565 | 0,35837 | 69   |
| 21   | 0,35837 | 0,36108 | 0,36379 | 0,36650 | 0,36921 | 0,37191 | 0,37461 | 68   |
| 22   | 0,37461 | 0,37730 | 0,37999 | 0,38268 | 0,38537 | 0,38805 | 0,39073 | 67   |
| 23   | 0,39073 | 0,39341 | 0,39608 | 0,39875 | 0,40142 | 0,40408 | 0,40674 | 66   |
| 24   | 0,40674 | 0,40939 | 0,41204 | 0,41469 | 0,41734 | 0,41998 | 0,42262 | 65   |
| 25   | 0,42262 | 0,42525 | 0,42788 | 0,43051 | 0,43313 | 0,43575 | 0,43837 | 64   |
| 26   | 0,43837 | 0,44098 | 0,44359 | 0,44620 | 0,44880 | 0,45140 | 0,45399 | 63   |
| 27   | 0,45399 | 0,45658 | 0,45917 | 0,46175 | 0,46433 | 0,46690 | 0,46947 | 62   |
| 28   | 0,46947 | 0,47204 | 0,47460 | 0,47716 | 0,47971 | 0,48226 | 0,48481 | 61   |
| 29   | 0,48481 | 0,48735 | 0,48989 | 0,49242 | 0,49495 | 0,49748 | 0,50000 | 60   |
| 30   | 0,50000 | 0,50252 | 0,50503 | 0,50754 | 0,51004 | 0,51254 | 0,51504 | 59   |
| 31   | 0,51504 | 0,51753 | 0,52002 | 0,52250 | 0,52498 | 0,52745 | 0,52992 | 58   |
| 32   | 0,52992 | 0,53238 | 0,53484 | 0,53730 | 0,53975 | 0,54220 | 0,54464 | 57   |
| 33   | 0,54464 | 0,54708 | 0,54951 | 0,55194 | 0,55436 | 0,55678 | 0,55919 | 56   |
| 34   | 0,55919 | 0,56160 | 0,56401 | 0,56641 | 0,56880 | 0,57119 | 0,57358 | 55   |
| 35   | 0,57358 | 0,57596 | 0,57833 | 0,58070 | 0,58307 | 0,58543 | 0,58779 | 54   |
| 36   | 0,58779 | 0,59014 | 0,59248 | 0,59482 | 0,59716 | 0,59949 | 0,60182 | 53   |
| 37   | 0,60182 | 0,60414 | 0,60645 | 0,60876 | 0,61107 | 0,61337 | 0,61566 | 52   |
| 38   | 0,61566 | 0,61795 | 0,62024 | 0,62251 | 0,62479 | 0,62706 | 0,62932 | 51   |
| 39   | 0,62932 | 0,63158 | 0,63383 | 0,63608 | 0,63832 | 0,64056 | 0,64279 | 50   |
| 40   | 0,64279 | 0,64501 | 0,64723 | 0,64945 | 0,65166 | 0,65386 | 0,65606 | 49   |
| 41   | 0,65606 | 0,65825 | 0,66044 | 0,66262 | 0,66480 | 0,66697 | 0,66913 | 48   |
| 42   | 0,66913 | 0,67129 | 0,67344 | 0,67559 | 0,67773 | 0,67987 | 0,68200 | 47   |
| 43   | 0,68200 | 0,68412 | 0,68624 | 0,68835 | 0,69046 | 0,69256 | 0,69466 | 46   |
| 44   | 0,69466 | 0,69675 | 0,69883 | 0,70091 | 0,70298 | 0,70505 | 0,70711 | 45   |
|      | 60'     | 50'     | 40'     | 30'     | 20'     | 10'     | 0'      |      |
|      | Cosinus |         |         |         |         |         |         |      |

| Grad  | Cosinus |         |         |         |         |         |         | Grad |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
|       | 0'      | 10'     | 20'     | 30'     | 40'     | 50'     | 60'     |      |
| 0     | 1,00000 | 1,00000 | 0,99998 | 0,99996 | 0,99993 | 0,99989 | 0,99985 | 89   |
| 1     | 0,99985 | 0,99979 | 0,99973 | 0,99966 | 0,99958 | 0,99949 | 0,99939 | 88   |
| 2     | 0,99939 | 0,99929 | 0,99917 | 0,99905 | 0,99892 | 0,99878 | 0,99863 | 87   |
| 3     | 0,99863 | 0,99847 | 0,99831 | 0,99813 | 0,99795 | 0,99776 | 0,99756 | 86   |
| 4     | 0,99756 | 0,99736 | 0,99714 | 0,99692 | 0,99668 | 0,99644 | 0,99619 | 85   |
| 5     | 0,99619 | 0,99594 | 0,99567 | 0,99540 | 0,99511 | 0,99482 | 0,99452 | 84   |
| 6     | 0,99452 | 0,99421 | 0,99390 | 0,99357 | 0,99324 | 0,99290 | 0,99255 | 83   |
| 7     | 0,99255 | 0,99219 | 0,99182 | 0,99144 | 0,99106 | 0,99067 | 0,99027 | 82   |
| 8     | 0,99027 | 0,98986 | 0,98944 | 0,98902 | 0,98858 | 0,98814 | 0,98769 | 81   |
| 9     | 0,98769 | 0,98723 | 0,98676 | 0,98629 | 0,98580 | 0,98531 | 0,98481 | 80   |
| 10    | 0,98481 | 0,98430 | 0,98378 | 0,98325 | 0,98272 | 0,98218 | 0,98163 | 79   |
| 11    | 0,98163 | 0,98107 | 0,98050 | 0,97992 | 0,97934 | 0,97875 | 0,97815 | 78   |
| 12    | 0,97815 | 0,97754 | 0,97692 | 0,97630 | 0,97566 | 0,97502 | 0,97437 | 77   |
| 13    | 0,97437 | 0,97371 | 0,97304 | 0,97237 | 0,97169 | 0,97100 | 0,97030 | 76   |
| 14    | 0,97030 | 0,96959 | 0,96887 | 0,96815 | 0,96742 | 0,96666 | 0,96593 | 75   |
| 15    | 0,96593 | 0,96517 | 0,96440 | 0,96363 | 0,96285 | 0,96206 | 0,96126 | 74   |
| 16    | 0,96126 | 0,96046 | 0,95964 | 0,95882 | 0,95799 | 0,95715 | 0,95630 | 73   |
| 17    | 0,95630 | 0,95545 | 0,95459 | 0,95372 | 0,95284 | 0,95195 | 0,95106 | 72   |
| 18    | 0,95106 | 0,95015 | 0,94924 | 0,94832 | 0,94740 | 0,94646 | 0,94552 | 71   |
| 19    | 0,94552 | 0,94457 | 0,94361 | 0,94264 | 0,94167 | 0,94068 | 0,93969 | 70   |
| 20    | 0,93969 | 0,93869 | 0,93769 | 0,93667 | 0,93565 | 0,93462 | 0,93358 | 69   |
| 21    | 0,93358 | 0,93253 | 0,93148 | 0,93042 | 0,92935 | 0,92827 | 0,92718 | 68   |
| 22    | 0,92718 | 0,92609 | 0,92499 | 0,92388 | 0,92276 | 0,92164 | 0,92050 | 67   |
| 23    | 0,92050 | 0,91936 | 0,91822 | 0,91706 | 0,91590 | 0,91472 | 0,91355 | 66   |
| 24    | 0,91355 | 0,91236 | 0,91116 | 0,90996 | 0,90875 | 0,90753 | 0,90631 | 65   |
| 25    | 0,90631 | 0,90507 | 0,90383 | 0,90259 | 0,90133 | 0,90007 | 0,89879 | 64   |
| 26    | 0,89879 | 0,89752 | 0,89623 | 0,89493 | 0,89363 | 0,89232 | 0,89101 | 63   |
| 27    | 0,89101 | 0,88968 | 0,88835 | 0,88701 | 0,88566 | 0,88431 | 0,88295 | 62   |
| 28    | 0,88295 | 0,88158 | 0,88020 | 0,87882 | 0,87743 | 0,87603 | 0,87462 | 61   |
| 29    | 0,87462 | 0,87321 | 0,87178 | 0,87036 | 0,86892 | 0,86748 | 0,86603 | 60   |
| 30    | 0,86603 | 0,86457 | 0,86310 | 0,86163 | 0,86015 | 0,85866 | 0,85717 | 59   |
| 31    | 0,85717 | 0,85567 | 0,85416 | 0,85264 | 0,85112 | 0,84959 | 0,84805 | 58   |
| 32    | 0,84805 | 0,84650 | 0,84495 | 0,84339 | 0,84182 | 0,84025 | 0,83867 | 57   |
| 33    | 0,83867 | 0,83708 | 0,83549 | 0,83389 | 0,83228 | 0,83066 | 0,82904 | 56   |
| 34    | 0,82904 | 0,82741 | 0,82577 | 0,82413 | 0,82248 | 0,82082 | 0,81915 | 55   |
| 35    | 0,81915 | 0,81748 | 0,81580 | 0,81412 | 0,81242 | 0,81072 | 0,80902 | 54   |
| 36    | 0,80902 | 0,80730 | 0,80558 | 0,80386 | 0,80212 | 0,80038 | 0,79864 | 53   |
| 37    | 0,79864 | 0,79688 | 0,79512 | 0,79335 | 0,79158 | 0,78980 | 0,78801 | 52   |
| 38    | 0,78801 | 0,78622 | 0,78442 | 0,78261 | 0,78079 | 0,77897 | 0,77715 | 51   |
| 39    | 0,77715 | 0,77531 | 0,77347 | 0,77162 | 0,76977 | 0,76791 | 0,76604 | 50   |
| 40    | 0,76604 | 0,76417 | 0,76229 | 0,76041 | 0,75851 | 0,75661 | 0,75471 | 49   |
| 41    | 0,75471 | 0,75280 | 0,75088 | 0,74896 | 0,74703 | 0,74509 | 0,74314 | 48   |
| 42    | 0,74314 | 0,74120 | 0,73924 | 0,73728 | 0,73531 | 0,73333 | 0,73135 | 47   |
| 43    | 0,73135 | 0,72937 | 0,72737 | 0,72537 | 0,72337 | 0,72136 | 0,71934 | 46   |
| 44    | 0,71934 | 0,71732 | 0,71529 | 0,71325 | 0,71121 | 0,70916 | 0,70711 | 45   |
|       | 60'     | 50'     | 40'     | 30'     | 20'     | 10'     | 0'      |      |
| Sinus |         |         |         |         |         |         |         | Grad |



| Grad      | Tangens |         |         |         |         |         |         |      |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
|           | 0'      | 10'     | 20'     | 30'     | 40'     | 50'     | 60'     |      |
| 0         | 0,00000 | 0,00291 | 0,00582 | 0,00873 | 0,01164 | 0,01455 | 0,01746 | 89   |
| 1         | 0,01746 | 0,02036 | 0,02328 | 0,02619 | 0,02910 | 0,03201 | 0,03492 | 88   |
| 2         | 0,03492 | 0,03783 | 0,04075 | 0,04366 | 0,04658 | 0,04949 | 0,05241 | 87   |
| 3         | 0,05241 | 0,05533 | 0,05824 | 0,06116 | 0,06408 | 0,06700 | 0,06993 | 86   |
| 4         | 0,06993 | 0,07285 | 0,07578 | 0,07870 | 0,08163 | 0,08456 | 0,08749 | 85   |
| 5         | 0,08749 | 0,09042 | 0,09335 | 0,09629 | 0,09923 | 0,10216 | 0,10510 | 84   |
| 6         | 0,10510 | 0,10805 | 0,11099 | 0,11394 | 0,11688 | 0,11983 | 0,12278 | 83   |
| 7         | 0,12278 | 0,12574 | 0,12869 | 0,13165 | 0,13461 | 0,13758 | 0,14054 | 82   |
| 8         | 0,14054 | 0,14351 | 0,14648 | 0,14945 | 0,15243 | 0,15540 | 0,15838 | 81   |
| 9         | 0,15838 | 0,16137 | 0,16435 | 0,16734 | 0,17033 | 0,17333 | 0,17633 | 80   |
| 10        | 0,17633 | 0,17933 | 0,18233 | 0,18534 | 0,18835 | 0,19136 | 0,19438 | 79   |
| 11        | 0,19438 | 0,19740 | 0,20042 | 0,20345 | 0,20648 | 0,20952 | 0,21256 | 78   |
| 12        | 0,21256 | 0,21560 | 0,21864 | 0,22169 | 0,22475 | 0,22781 | 0,23087 | 77   |
| 13        | 0,23087 | 0,23393 | 0,23700 | 0,24008 | 0,24316 | 0,24624 | 0,24933 | 76   |
| 14        | 0,24933 | 0,25242 | 0,25552 | 0,25862 | 0,26172 | 0,26483 | 0,26795 | 75   |
| 15        | 0,26795 | 0,27107 | 0,27419 | 0,27732 | 0,28046 | 0,28360 | 0,28675 | 74   |
| 16        | 0,28675 | 0,28990 | 0,29305 | 0,29621 | 0,29938 | 0,30255 | 0,30573 | 73   |
| 17        | 0,30573 | 0,30891 | 0,31210 | 0,31530 | 0,31850 | 0,32171 | 0,32492 | 72   |
| 18        | 0,32492 | 0,32814 | 0,33136 | 0,33460 | 0,33783 | 0,34108 | 0,34433 | 71   |
| 19        | 0,34433 | 0,34758 | 0,35085 | 0,35412 | 0,35740 | 0,36068 | 0,36397 | 70   |
| 20        | 0,36397 | 0,36727 | 0,37057 | 0,37388 | 0,37720 | 0,38053 | 0,38386 | 69   |
| 21        | 0,38386 | 0,38721 | 0,39055 | 0,39391 | 0,39727 | 0,40065 | 0,40403 | 68   |
| 22        | 0,40403 | 0,40741 | 0,41081 | 0,41421 | 0,41763 | 0,42105 | 0,42447 | 67   |
| 23        | 0,42447 | 0,42791 | 0,43136 | 0,43481 | 0,43828 | 0,44175 | 0,44523 | 66   |
| 24        | 0,44523 | 0,44872 | 0,45222 | 0,45573 | 0,45924 | 0,46277 | 0,46631 | 65   |
| 25        | 0,46631 | 0,46985 | 0,47341 | 0,47698 | 0,48055 | 0,48414 | 0,48773 | 64   |
| 26        | 0,48773 | 0,49134 | 0,49495 | 0,49858 | 0,50222 | 0,50587 | 0,50953 | 63   |
| 27        | 0,50953 | 0,51320 | 0,51688 | 0,52057 | 0,52427 | 0,52798 | 0,53171 | 62   |
| 28        | 0,53171 | 0,53545 | 0,53920 | 0,54296 | 0,54673 | 0,55051 | 0,55431 | 61   |
| 29        | 0,55431 | 0,55812 | 0,56194 | 0,56577 | 0,56962 | 0,57348 | 0,57735 | 60   |
| 30        | 0,57735 | 0,58124 | 0,58513 | 0,58905 | 0,59297 | 0,59691 | 0,60086 | 59   |
| 31        | 0,60086 | 0,60483 | 0,60881 | 0,61280 | 0,61681 | 0,62083 | 0,62487 | 58   |
| 32        | 0,62487 | 0,62892 | 0,63299 | 0,63707 | 0,64117 | 0,64528 | 0,64941 | 57   |
| 33        | 0,64941 | 0,65355 | 0,65771 | 0,66189 | 0,66608 | 0,67028 | 0,67451 | 56   |
| 34        | 0,67451 | 0,67875 | 0,68301 | 0,68728 | 0,69157 | 0,69588 | 0,70021 | 55   |
| 35        | 0,70021 | 0,70455 | 0,70891 | 0,71329 | 0,71769 | 0,72211 | 0,72654 | 54   |
| 36        | 0,72654 | 0,73100 | 0,73547 | 0,73996 | 0,74447 | 0,74900 | 0,75355 | 53   |
| 37        | 0,75355 | 0,75812 | 0,76272 | 0,76733 | 0,77196 | 0,77661 | 0,78129 | 52   |
| 38        | 0,78129 | 0,78598 | 0,79070 | 0,79544 | 0,80020 | 0,80498 | 0,80978 | 51   |
| 39        | 0,80978 | 0,81461 | 0,81946 | 0,82434 | 0,82923 | 0,83415 | 0,83910 | 50   |
| 40        | 0,83910 | 0,84407 | 0,84906 | 0,85408 | 0,85912 | 0,86419 | 0,86929 | 49   |
| 41        | 0,86929 | 0,87441 | 0,87955 | 0,88473 | 0,88992 | 0,89515 | 0,90040 | 48   |
| 42        | 0,90040 | 0,90569 | 0,91099 | 0,91633 | 0,92170 | 0,92709 | 0,93252 | 47   |
| 43        | 0,93252 | 0,93797 | 0,94345 | 0,94896 | 0,95451 | 0,96008 | 0,96569 | 46   |
| 44        | 0,96569 | 0,97133 | 0,97700 | 0,98270 | 0,98843 | 0,99420 | 1,00000 | 45   |
|           | 60'     | 50'     | 40'     | 30'     | 20'     | 10'     | 0'      | Grad |
| Cotangens |         |         |         |         |         |         |         |      |

| Grad | Cotangens |           |           |           |          |          |          | Grad |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|------|
|      | 0'        | 10'       | 20'       | 30'       | 40'      | 50'      | 60'      |      |
| 0    | ∞         | 343,77371 | 171,88540 | 114,58865 | 85,93979 | 68,75009 | 57,28996 | 89   |
| 1    | 57,28996  | 49,10388  | 42,96408  | 38,18846  | 34,36777 | 31,24158 | 28,63625 | 88   |
| 2    | 28,63625  | 26,43160  | 24,54176  | 22,90377  | 21,47040 | 20,20555 | 19,08114 | 87   |
| 3    | 19,08114  | 18,07498  | 17,16934  | 16,34986  | 15,60478 | 14,92442 | 14,30067 | 86   |
| 4    | 14,30067  | 13,72674  | 13,19688  | 12,70621  | 12,25051 | 11,82617 | 11,43005 | 85   |
| 5    | 11,43005  | 11,05943  | 10,71191  | 10,38540  | 10,07803 | 9,78817  | 9,51436  | 84   |
| 6    | 9,51436   | 9,25530   | 9,00983   | 8,77689   | 8,55555  | 8,34496  | 8,14435  | 83   |
| 7    | 8,14435   | 7,95302   | 7,77035   | 7,59575   | 7,42871  | 7,26873  | 7,11537  | 82   |
| 8    | 7,11537   | 6,96823   | 6,82694   | 6,69116   | 6,56055  | 6,43484  | 6,31375  | 81   |
| 9    | 6,31375   | 6,19703   | 6,08444   | 5,97576   | 5,87080  | 5,76937  | 5,67128  | 80   |
| 10   | 5,67128   | 5,57638   | 5,48451   | 5,39552   | 5,30928  | 5,22566  | 5,14455  | 79   |
| 11   | 5,14455   | 5,06584   | 4,98940   | 4,91516   | 4,84300  | 4,77286  | 4,70463  | 78   |
| 12   | 4,70463   | 4,63825   | 4,57363   | 4,51071   | 4,44942  | 4,38969  | 4,33148  | 77   |
| 13   | 4,33148   | 4,27471   | 4,21933   | 4,16530   | 4,11256  | 4,06107  | 4,01078  | 76   |
| 14   | 4,01078   | 3,96165   | 3,91364   | 3,86671   | 3,82083  | 3,77595  | 3,73205  | 75   |
| 15   | 3,73205   | 3,68909   | 3,64705   | 3,60588   | 3,56557  | 3,52609  | 3,48741  | 74   |
| 16   | 3,48741   | 3,44951   | 3,41236   | 3,37594   | 3,34023  | 3,30521  | 3,27085  | 73   |
| 17   | 3,27085   | 3,23714   | 3,20406   | 3,17159   | 3,13972  | 3,10842  | 3,07768  | 72   |
| 18   | 3,07768   | 3,04749   | 3,01783   | 2,98869   | 2,96004  | 2,93189  | 2,90421  | 71   |
| 19   | 2,90421   | 2,87700   | 2,85023   | 2,82391   | 2,79802  | 2,77254  | 2,74748  | 70   |
| 20   | 2,74748   | 2,72281   | 2,69853   | 2,67462   | 2,65109  | 2,62791  | 2,60509  | 69   |
| 21   | 2,60509   | 2,58261   | 2,56046   | 2,53865   | 2,51715  | 2,49597  | 2,47509  | 68   |
| 22   | 2,47509   | 2,45451   | 2,43422   | 2,41421   | 2,39449  | 2,37504  | 2,35585  | 67   |
| 23   | 2,35585   | 2,33693   | 2,31826   | 2,29984   | 2,28167  | 2,26374  | 2,24604  | 66   |
| 24   | 2,24604   | 2,22857   | 2,21132   | 2,19430   | 2,17749  | 2,16090  | 2,14451  | 65   |
| 25   | 2,14451   | 2,12832   | 2,11233   | 2,09654   | 2,08094  | 2,06553  | 2,05030  | 64   |
| 26   | 2,05030   | 2,03526   | 2,02039   | 2,00569   | 1,99116  | 1,97680  | 1,96261  | 63   |
| 27   | 1,96261   | 1,94858   | 1,93470   | 1,92098   | 1,90741  | 1,89400  | 1,88073  | 62   |
| 28   | 1,88073   | 1,86760   | 1,85462   | 1,84177   | 1,82906  | 1,81649  | 1,80405  | 61   |
| 29   | 1,80405   | 1,79174   | 1,77955   | 1,76749   | 1,75556  | 1,74375  | 1,73205  | 60   |
| 30   | 1,73205   | 1,72047   | 1,70901   | 1,69766   | 1,68643  | 1,67530  | 1,66428  | 59   |
| 31   | 1,66428   | 1,65337   | 1,64256   | 1,63185   | 1,62125  | 1,61074  | 1,60033  | 58   |
| 32   | 1,60033   | 1,59002   | 1,57981   | 1,56969   | 1,55966  | 1,54972  | 1,53987  | 57   |
| 33   | 1,53987   | 1,53010   | 1,52043   | 1,51084   | 1,50133  | 1,49190  | 1,48256  | 56   |
| 34   | 1,48256   | 1,47330   | 1,46411   | 1,45501   | 1,44598  | 1,43703  | 1,42815  | 55   |
| 35   | 1,42815   | 1,41934   | 1,41061   | 1,40195   | 1,39336  | 1,38484  | 1,37638  | 54   |
| 36   | 1,37638   | 1,36800   | 1,35968   | 1,35142   | 1,34323  | 1,33511  | 1,32704  | 53   |
| 37   | 1,32704   | 1,31904   | 1,31110   | 1,30323   | 1,29541  | 1,28764  | 1,27994  | 52   |
| 38   | 1,27994   | 1,27230   | 1,26471   | 1,25717   | 1,24969  | 1,24227  | 1,23490  | 51   |
| 39   | 1,23490   | 1,22758   | 1,22031   | 1,21310   | 1,20593  | 1,19882  | 1,19175  | 50   |
| 40   | 1,19175   | 1,18474   | 1,17777   | 1,17085   | 1,16398  | 1,15715  | 1,15037  | 49   |
| 41   | 1,15037   | 1,14363   | 1,13694   | 1,13029   | 1,12369  | 1,11713  | 1,11061  | 48   |
| 42   | 1,11061   | 1,10414   | 1,09770   | 1,09131   | 1,08496  | 1,07864  | 1,07237  | 47   |
| 43   | 1,07237   | 1,06613   | 1,05994   | 1,05378   | 1,04766  | 1,04158  | 1,03553  | 46   |
| 44   | 1,03553   | 1,02952   | 1,02355   | 1,01761   | 1,01170  | 1,00583  | 1,00000  | 45   |
|      | 60'       | 50'       | 40'       | 30'       | 20'      | 10'      | 0'       |      |
|      | Tangens   |           |           |           |          |          |          |      |



**D. Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Halbmesser  $r = 1$ .**

| Centri-<br>winkel<br>in Grad | Bogen-<br>länge<br>arc $\varphi$ | Bogen-<br>höhe | Sehnen-<br>länge | Inhalt des<br>Kreisab-<br>schnittes | Centri-<br>winkel<br>in Grad | Bogen-<br>länge<br>arc $\varphi$ | Bogen-<br>höhe | Sehnen-<br>länge | Inhalt des<br>Kreisab-<br>schnittes |
|------------------------------|----------------------------------|----------------|------------------|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|----------------|------------------|-------------------------------------|
| 1                            | 0,0175                           | 0,0000         | 0,0175           | 0,00000                             | 46                           | 0,8029                           | 0,0795         | 0,7815           | 0,04176                             |
| 2                            | 0,0349                           | 0,0002         | 0,0349           | 0,00000                             | 47                           | 0,8203                           | 0,0829         | 0,7975           | 0,04448                             |
| 3                            | 0,0524                           | 0,0003         | 0,0524           | 0,00001                             | 48                           | 0,8378                           | 0,0865         | 0,8135           | 0,04731                             |
| 4                            | 0,0698                           | 0,0006         | 0,0698           | 0,00003                             | 49                           | 0,8552                           | 0,0900         | 0,8294           | 0,05025                             |
| 5                            | 0,0873                           | 0,0010         | 0,0872           | 0,00006                             | 50                           | 0,8727                           | 0,0937         | 0,8452           | 0,05331                             |
| 6                            | 0,1047                           | 0,0014         | 0,1047           | 0,00010                             | 51                           | 0,8901                           | 0,0974         | 0,8610           | 0,05649                             |
| 7                            | 0,1222                           | 0,0019         | 0,1221           | 0,00015                             | 52                           | 0,9076                           | 0,1012         | 0,8767           | 0,05978                             |
| 8                            | 0,1396                           | 0,0024         | 0,1395           | 0,00023                             | 53                           | 0,9250                           | 0,1051         | 0,8924           | 0,06319                             |
| 9                            | 0,1571                           | 0,0031         | 0,1569           | 0,00032                             | 54                           | 0,9425                           | 0,1090         | 0,9080           | 0,06673                             |
| 10                           | 0,1745                           | 0,0038         | 0,1743           | 0,00044                             | 55                           | 0,9599                           | 0,1130         | 0,9235           | 0,07039                             |
| 11                           | 0,1920                           | 0,0046         | 0,1917           | 0,00059                             | 56                           | 0,9774                           | 0,1171         | 0,9389           | 0,07417                             |
| 12                           | 0,2094                           | 0,0055         | 0,2091           | 0,00076                             | 57                           | 0,9948                           | 0,1212         | 0,9543           | 0,07808                             |
| 13                           | 0,2269                           | 0,0064         | 0,2264           | 0,00097                             | 58                           | 1,0123                           | 0,1254         | 0,9696           | 0,08212                             |
| 14                           | 0,2443                           | 0,0075         | 0,2437           | 0,00121                             | 59                           | 1,0297                           | 0,1296         | 0,9848           | 0,08629                             |
| 15                           | 0,2618                           | 0,0086         | 0,2611           | 0,00149                             | 60                           | 1,0472                           | 0,1340         | 1,0000           | 0,09059                             |
| 16                           | 0,2793                           | 0,0097         | 0,2783           | 0,00181                             | 61                           | 1,0647                           | 0,1384         | 1,0151           | 0,09502                             |
| 17                           | 0,2967                           | 0,0110         | 0,2956           | 0,00217                             | 62                           | 1,0821                           | 0,1428         | 1,0301           | 0,09958                             |
| 18                           | 0,3142                           | 0,0123         | 0,3129           | 0,00257                             | 63                           | 1,0996                           | 0,1474         | 1,0450           | 0,10428                             |
| 19                           | 0,3316                           | 0,0137         | 0,3301           | 0,00302                             | 64                           | 1,1170                           | 0,1520         | 1,0598           | 0,10911                             |
| 20                           | 0,3491                           | 0,0152         | 0,3473           | 0,00352                             | 65                           | 1,1345                           | 0,1566         | 1,0746           | 0,11408                             |
| 21                           | 0,3665                           | 0,0167         | 0,3645           | 0,00408                             | 66                           | 1,1519                           | 0,1613         | 1,0893           | 0,11919                             |
| 22                           | 0,3840                           | 0,0184         | 0,3816           | 0,00468                             | 67                           | 1,1694                           | 0,1661         | 1,1039           | 0,12443                             |
| 23                           | 0,4014                           | 0,0201         | 0,3987           | 0,00535                             | 68                           | 1,1868                           | 0,1710         | 1,1184           | 0,12982                             |
| 24                           | 0,4189                           | 0,0219         | 0,4158           | 0,00607                             | 69                           | 1,2043                           | 0,1759         | 1,1328           | 0,13535                             |
| 25                           | 0,4363                           | 0,0237         | 0,4329           | 0,00686                             | 70                           | 1,2217                           | 0,1808         | 1,1472           | 0,14102                             |
| 26                           | 0,4538                           | 0,0256         | 0,4499           | 0,00771                             | 71                           | 1,2392                           | 0,1859         | 1,1614           | 0,14683                             |
| 27                           | 0,4712                           | 0,0276         | 0,4669           | 0,00862                             | 72                           | 1,2566                           | 0,1910         | 1,1756           | 0,15279                             |
| 28                           | 0,4887                           | 0,0297         | 0,4838           | 0,00961                             | 73                           | 1,2741                           | 0,1961         | 1,1896           | 0,15889                             |
| 29                           | 0,5061                           | 0,0319         | 0,5008           | 0,01067                             | 74                           | 1,2915                           | 0,2014         | 1,2036           | 0,16514                             |
| 30                           | 0,5236                           | 0,0341         | 0,5176           | 0,01180                             | 75                           | 1,3090                           | 0,2066         | 1,2175           | 0,17154                             |
| 31                           | 0,5411                           | 0,0364         | 0,5345           | 0,01301                             | 76                           | 1,3265                           | 0,2120         | 1,2313           | 0,17808                             |
| 32                           | 0,5585                           | 0,0387         | 0,5512           | 0,01429                             | 77                           | 1,3439                           | 0,2174         | 1,2450           | 0,18477                             |
| 33                           | 0,5760                           | 0,0412         | 0,5680           | 0,01566                             | 78                           | 1,3614                           | 0,2229         | 1,2586           | 0,19160                             |
| 34                           | 0,5934                           | 0,0437         | 0,5847           | 0,01711                             | 79                           | 1,3788                           | 0,2284         | 1,2722           | 0,19859                             |
| 35                           | 0,6109                           | 0,0463         | 0,6014           | 0,01864                             | 80                           | 1,3963                           | 0,2340         | 1,2856           | 0,20573                             |
| 36                           | 0,6283                           | 0,0489         | 0,6180           | 0,02027                             | 81                           | 1,4137                           | 0,2396         | 1,2989           | 0,21301                             |
| 37                           | 0,6458                           | 0,0517         | 0,6346           | 0,02198                             | 82                           | 1,4312                           | 0,2453         | 1,3121           | 0,22045                             |
| 38                           | 0,6632                           | 0,0545         | 0,6511           | 0,02378                             | 83                           | 1,4486                           | 0,2510         | 1,3252           | 0,22804                             |
| 39                           | 0,6807                           | 0,0574         | 0,6676           | 0,02568                             | 84                           | 1,4661                           | 0,2569         | 1,3383           | 0,23578                             |
| 40                           | 0,6981                           | 0,0603         | 0,6840           | 0,02767                             | 85                           | 1,4835                           | 0,2627         | 1,3512           | 0,24367                             |
| 41                           | 0,7156                           | 0,0633         | 0,7004           | 0,02976                             | 86                           | 1,5010                           | 0,2686         | 1,3640           | 0,25171                             |
| 42                           | 0,7330                           | 0,0664         | 0,7167           | 0,03195                             | 87                           | 1,5184                           | 0,2746         | 1,3767           | 0,25990                             |
| 43                           | 0,7505                           | 0,0696         | 0,7330           | 0,03425                             | 88                           | 1,5359                           | 0,2807         | 1,3893           | 0,26825                             |
| 44                           | 0,7679                           | 0,0728         | 0,7492           | 0,03664                             | 89                           | 1,5533                           | 0,2867         | 1,4018           | 0,27675                             |
| 45                           | 0,7854                           | 0,0761         | 0,7654           | 0,03915                             | 90                           | 1,5708                           | 0,2929         | 1,4142           | 0,28540                             |

Ist  $r$  der Kreishalbmesser und  $\varphi$  der Zentriwinkel in Grad, so folgt:

1. das Bogenmaß des Winkels:  $\text{arc } \varphi = \frac{\pi \varphi}{180^\circ} = \frac{l}{r}$ ;

2. die Sehnenlänge:  $s = 2r \sin \frac{\varphi}{2}$ ;

3. die Bogenhöhe:  $h = r \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} = 2r \sin^2 \frac{\varphi}{4}$ ;

| Centri-<br>winkel<br>in Grad | Bogen-<br>länge<br>arc $\varphi$ | Bogen-<br>höhe | Sehnen-<br>länge | Inhalt des<br>Kreisab-<br>schnittes | Centri-<br>winkel<br>in Grad | Bogen-<br>länge<br>arc $\varphi$ | Bogen-<br>höhe | Sehnen-<br>länge | Inhalt des<br>Kreisab-<br>schnittes |
|------------------------------|----------------------------------|----------------|------------------|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|----------------|------------------|-------------------------------------|
| 91                           | 1,5882                           | 0,2991         | 1,4265           | 0,29420                             | 136                          | 2,3736                           | 0,6254         | 1,8544           | 0,83949                             |
| 92                           | 1,6057                           | 0,3053         | 1,4387           | 0,30316                             | 137                          | 2,3911                           | 0,6335         | 1,8608           | 0,85455                             |
| 93                           | 1,6232                           | 0,3116         | 1,4507           | 0,31226                             | 138                          | 2,4086                           | 0,6416         | 1,8672           | 0,86971                             |
| 94                           | 1,6406                           | 0,3180         | 1,4627           | 0,32152                             | 139                          | 2,4260                           | 0,6498         | 1,8733           | 0,88497                             |
| 95                           | 1,6580                           | 0,3244         | 1,4746           | 0,33093                             | 140                          | 2,4435                           | 0,6580         | 1,8794           | 0,90034                             |
| 96                           | 1,6755                           | 0,3309         | 1,4863           | 0,34050                             | 141                          | 2,4609                           | 0,6662         | 1,8853           | 0,91580                             |
| 97                           | 1,6930                           | 0,3374         | 1,4979           | 0,35021                             | 142                          | 2,4784                           | 0,6744         | 1,8910           | 0,93135                             |
| 98                           | 1,7104                           | 0,3439         | 1,5094           | 0,36008                             | 143                          | 2,4958                           | 0,6827         | 1,8966           | 0,94700                             |
| 99                           | 1,7279                           | 0,3506         | 1,5208           | 0,37009                             | 144                          | 2,5133                           | 0,6910         | 1,9021           | 0,96274                             |
| 100                          | 1,7453                           | 0,3572         | 1,5321           | 0,38026                             | 145                          | 2,5307                           | 0,6993         | 1,9074           | 0,97858                             |
| 101                          | 1,7628                           | 0,3639         | 1,5432           | 0,39058                             | 146                          | 2,5482                           | 0,7076         | 1,9126           | 0,99449                             |
| 102                          | 1,7802                           | 0,3707         | 1,5543           | 0,40104                             | 147                          | 2,5656                           | 0,7160         | 1,9176           | 1,01050                             |
| 103                          | 1,7977                           | 0,3775         | 1,5652           | 0,41166                             | 148                          | 2,5831                           | 0,7244         | 1,9225           | 1,02658                             |
| 104                          | 1,8151                           | 0,3843         | 1,5760           | 0,42242                             | 149                          | 2,6005                           | 0,7328         | 1,9273           | 1,04275                             |
| 105                          | 1,8326                           | 0,3912         | 1,5867           | 0,43333                             | 150                          | 2,6180                           | 0,7412         | 1,9319           | 1,05900                             |
| 106                          | 1,8500                           | 0,3982         | 1,5973           | 0,44439                             | 151                          | 2,6354                           | 0,7496         | 1,9363           | 1,07532                             |
| 107                          | 1,8675                           | 0,4052         | 1,6077           | 0,45560                             | 152                          | 2,6529                           | 0,7581         | 1,9406           | 1,09171                             |
| 108                          | 1,8850                           | 0,4122         | 1,6180           | 0,46695                             | 153                          | 2,6704                           | 0,7666         | 1,9447           | 1,10818                             |
| 109                          | 1,9024                           | 0,4193         | 1,6282           | 0,47844                             | 154                          | 2,6878                           | 0,7750         | 1,9487           | 1,12472                             |
| 110                          | 1,9199                           | 0,4264         | 1,6383           | 0,49008                             | 155                          | 2,7053                           | 0,7836         | 1,9526           | 1,14132                             |
| 111                          | 1,9373                           | 0,4336         | 1,6483           | 0,50187                             | 156                          | 2,7227                           | 0,7921         | 1,9563           | 1,15799                             |
| 112                          | 1,9548                           | 0,4408         | 1,6581           | 0,51379                             | 157                          | 2,7402                           | 0,8006         | 1,9598           | 1,17472                             |
| 113                          | 1,9722                           | 0,4481         | 1,6678           | 0,52586                             | 158                          | 2,7576                           | 0,8092         | 1,9633           | 1,19151                             |
| 114                          | 1,9897                           | 0,4554         | 1,6773           | 0,53807                             | 159                          | 2,7751                           | 0,8178         | 1,9665           | 1,20835                             |
| 115                          | 2,0071                           | 0,4627         | 1,6868           | 0,55041                             | 160                          | 2,7925                           | 0,8264         | 1,9696           | 1,22525                             |
| 116                          | 2,0246                           | 0,4701         | 1,6961           | 0,56289                             | 161                          | 2,8100                           | 0,8350         | 1,9726           | 1,24221                             |
| 117                          | 2,0420                           | 0,4775         | 1,7053           | 0,57551                             | 162                          | 2,8274                           | 0,8436         | 1,9754           | 1,25921                             |
| 118                          | 2,0595                           | 0,4850         | 1,7143           | 0,58827                             | 163                          | 2,8449                           | 0,8522         | 1,9780           | 1,27626                             |
| 119                          | 2,0769                           | 0,4925         | 1,7233           | 0,60116                             | 164                          | 2,8623                           | 0,8608         | 1,9805           | 1,29335                             |
| 120                          | 2,0944                           | 0,5000         | 1,7321           | 0,61418                             | 165                          | 2,8798                           | 0,8695         | 1,9829           | 1,31049                             |
| 121                          | 2,1118                           | 0,5076         | 1,7407           | 0,62734                             | 166                          | 2,8972                           | 0,8781         | 1,9851           | 1,32766                             |
| 122                          | 2,1293                           | 0,5152         | 1,7492           | 0,64063                             | 167                          | 2,9147                           | 0,8868         | 1,9871           | 1,34487                             |
| 123                          | 2,1468                           | 0,5228         | 1,7576           | 0,65404                             | 168                          | 2,9322                           | 0,8955         | 1,9890           | 1,36212                             |
| 124                          | 2,1642                           | 0,5305         | 1,7659           | 0,66759                             | 169                          | 2,9496                           | 0,9042         | 1,9908           | 1,37940                             |
| 125                          | 2,1817                           | 0,5383         | 1,7740           | 0,68125                             | 170                          | 2,9671                           | 0,9128         | 1,9924           | 1,39671                             |
| 126                          | 2,1991                           | 0,5460         | 1,7820           | 0,69505                             | 171                          | 2,9845                           | 0,9215         | 1,9938           | 1,41404                             |
| 127                          | 2,2166                           | 0,5538         | 1,7899           | 0,70897                             | 172                          | 3,0020                           | 0,9302         | 1,9951           | 1,43140                             |
| 128                          | 2,2340                           | 0,5616         | 1,7976           | 0,72301                             | 173                          | 3,0194                           | 0,9390         | 1,9963           | 1,44878                             |
| 129                          | 2,2515                           | 0,5695         | 1,8052           | 0,73716                             | 174                          | 3,0369                           | 0,9477         | 1,9973           | 1,46617                             |
| 130                          | 2,2689                           | 0,5774         | 1,8126           | 0,75144                             | 175                          | 3,0543                           | 0,9564         | 1,9981           | 1,48359                             |
| 131                          | 2,2864                           | 0,5853         | 1,8199           | 0,76584                             | 176                          | 3,0718                           | 0,9651         | 1,9988           | 1,50101                             |
| 132                          | 2,3038                           | 0,5933         | 1,8271           | 0,78034                             | 177                          | 3,0892                           | 0,9738         | 1,9993           | 1,51845                             |
| 133                          | 2,3213                           | 0,6013         | 1,8341           | 0,79497                             | 178                          | 3,1067                           | 0,9825         | 1,9997           | 1,53589                             |
| 134                          | 2,3387                           | 0,6093         | 1,8410           | 0,80970                             | 179                          | 3,1241                           | 0,9913         | 1,9999           | 1,55334                             |
| 135                          | 2,3562                           | 0,6173         | 1,8478           | 0,82454                             | 180                          | 3,1416                           | 1,0000         | 2,0000           | 1,57080                             |

4. die Bogenlänge:  $l = \pi r \frac{\varphi}{180} = r \cdot \text{arc } \varphi = 0,017453 r \varphi = \sqrt{s^2 + \frac{16}{3} h^2}$  (angenähert);

5. der Inhalt des Kreisabschnittes  $= \frac{r^2}{2} \left( \frac{\pi}{180} \varphi - \sin \varphi \right) = \frac{r^2}{2} (\text{arc } \varphi - \sin \varphi)$ ;

6. der Inhalt des Kreisabschnittes  $= \frac{\varphi}{360} \pi r^2 = 0,00872665 \varphi r^2 = \frac{r^2}{2} \text{arc } \varphi$ .

Der dem Halbmesser gleiche Bogen gehört zu dem Centriwinkel ( $\text{arc } \varphi = 1$ )  
 $\varphi = 57^\circ 17' 44'',8 = 57^\circ,29578 = 3437',747 = 206264'',8$ .



$\text{Ei} \varphi$  für  $0 \leq \varphi \leq 5,99$ .

| $\varphi$ | 0       | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       | D    |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| 0,0       | 0,0000  | 0100    | 0200    | 0300    | 0400    | 0500    | 0600    | 0701    | 0801    | 0901    | 101  |
| 0,1       | 0,1002  | 1102    | 1203    | 1304    | 1405    | 1506    | 1607    | 1708    | 1810    | 1911    | 102  |
| 0,2       | 0,2013  | 2115    | 2218    | 2320    | 2423    | 2526    | 2629    | 2733    | 2837    | 2941    | 104  |
| 0,3       | 0,3045  | 3150    | 3255    | 3360    | 3466    | 3572    | 3678    | 3785    | 3892    | 4000    | 108  |
| 0,4       | 0,4108  | 4216    | 4325    | 4434    | 4543    | 4653    | 4764    | 4875    | 4986    | 5098    | 113  |
| 0,5       | 0,5211  | 5324    | 5438    | 5552    | 5666    | 5782    | 5897    | 6014    | 6131    | 6248    | 119  |
| 0,6       | 0,6367  | 6485    | 6605    | 6725    | 6846    | 6967    | 7090    | 7213    | 7336    | 7461    | 125  |
| 0,7       | 0,7586  | 7712    | 7838    | 7966    | 8094    | 8223    | 8353    | 8484    | 8615    | 8748    | 133  |
| 0,8       | 0,8881  | 9015    | 9150    | 9286    | 9423    | 9561    | 9700    | 9840    | 9981    | *0122   | 143  |
| 0,9       | 1,0265  | 0409    | 0554    | 0700    | 0847    | 0995    | 1144    | 1294    | 1446    | 1598    | 154  |
| 1,0       | 1,1752  | 1907    | 2063    | 2220    | 2379    | 2539    | 2700    | 2862    | 3025    | 3190    | 166  |
| 1,1       | 1,3356  | 3524    | 3693    | 3863    | 4035    | 4208    | 4382    | 4558    | 4735    | 4914    | 181  |
| 1,2       | 1,5095  | 5276    | 5460    | 5645    | 5831    | 6019    | 6209    | 6400    | 6593    | 6788    | 196  |
| 1,3       | 1,6984  | 7182    | 7381    | 7583    | 7786    | 7991    | 8198    | 8406    | 8617    | 8829    | 214  |
| 1,4       | 1,9043  | 9259    | 9477    | 9697    | 9919    | *0143   | *0369   | *0597   | *0827   | *1059   | 234  |
| 1,5       | 2,1293  | 1529    | 1768    | 2008    | 2251    | 2496    | 2743    | 2993    | 3245    | 3499    | 257  |
| 1,6       | 2,3756  | 4015    | 4276    | 4540    | 4806    | 5075    | 5346    | 5620    | 5896    | 6175    | 281  |
| 1,7       | 2,6456  | 6740    | 7027    | 7317    | 7609    | 7904    | 8202    | 8503    | 8806    | 9112    | 310  |
| 1,8       | 2,9422  | 9734    | *0049   | *0367   | *0689   | *1013   | *1340   | *1671   | *2005   | *2341   | 341  |
| 1,9       | 3,2682  | 3025    | 3372    | 3722    | 4075    | 4432    | 4792    | 5156    | 5523    | 5894    | 375  |
| 2,0       | 3,6269  | 6647    | 7028    | 7414    | 7803    | 8196    | 8593    | 8993    | 9398    | 9806    | 413  |
| 2,1       | 4,0219  | 0635    | 1056    | 1480    | 1909    | 2342    | 2779    | 3221    | 3666    | 4117    | 454  |
| 2,2       | 4,4571  | 5030    | 5494    | 5962    | 6434    | 6912    | 7394    | 7880    | 8372    | 8868    | 502  |
| 2,3       | 4,9370  | 9876    | *0387   | *0903   | *1425   | *1951   | *2483   | *3020   | *3562   | *4109   | 553  |
| 2,4       | 5,4662  | 5221    | 5785    | 6354    | 6929    | 7510    | 8097    | 8689    | 9288    | 9892    | 610  |
| 2,5       | 6,0502  | 1118    | 1741    | 2369    | 3004    | 3645    | 4293    | 4946    | 5607    | 6274    | 673  |
| 2,6       | 6,6947  | 7628    | 8315    | 9009    | 9709    | *0417   | *1132   | *1854   | *2583   | *3319   | 744  |
| 2,7       | 7,4063  | 4814    | 5572    | 6338    | 7112    | 7894    | 8683    | 9480    | *0285   | *1098   | 821  |
| 2,8       | 8,1919  | 2749    | 3586    | 4432    | 5287    | 6150    | 7021    | 7902    | 8791    | 9689    | 907  |
| 2,9       | 9,0596  | 1512    | 2437    | 3371    | 4315    | 5268    | 6231    | 7203    | 8185    | 9177    | 1002 |
| 3,0       | 10,0179 | 1191    | 2212    | 3245    | 4287    | 5340    | 6403    | 7477    | 8562    | 9658    | 1107 |
| 3,1       | 11,0765 | 1882    | 3011    | 4151    | 5303    | 6466    | 7641    | 8827    | *0026   | *1236   | 1223 |
| 3,2       | 12,2459 | 3694    | 4941    | 6201    | 7473    | 8758    | *0056   | *1367   | *2691   | *4028   | 1351 |
| 3,3       | 13,5379 | 6743    | 8121    | 9513    | *0919   | *2338   | *3772   | *5221   | *6684   | *8161   | 1493 |
| 3,4       | 14,965  | 15,116  | 15,268  | 15,422  | 15,577  | 15,734  | 15,893  | 16,053  | 16,214  | 16,378  | 165  |
| 3,5       | 16,543  | 16,709  | 16,877  | 17,047  | 17,219  | 17,392  | 17,567  | 17,744  | 17,923  | 18,103  | 182  |
| 3,6       | 18,285  | 18,470  | 18,655  | 18,843  | 19,033  | 19,224  | 19,418  | 19,613  | 19,811  | 20,010  | 201  |
| 3,7       | 20,211  | 20,415  | 20,620  | 20,828  | 21,037  | 21,249  | 21,463  | 21,679  | 21,897  | 22,117  | 222  |
| 3,8       | 22,339  | 22,564  | 22,791  | 23,020  | 23,252  | 23,486  | 23,722  | 23,961  | 24,202  | 24,445  | 246  |
| 3,9       | 24,691  | 24,939  | 25,190  | 25,444  | 25,700  | 25,958  | 26,219  | 26,483  | 26,749  | 27,018  | 272  |
| 4,0       | 27,290  | 27,564  | 27,842  | 28,122  | 28,404  | 28,690  | 28,979  | 29,270  | 29,564  | 29,862  | 300  |
| 4,1       | 30,162  | 30,465  | 30,772  | 31,081  | 31,393  | 31,709  | 32,028  | 32,350  | 32,675  | 33,004  | 332  |
| 4,2       | 33,336  | 33,671  | 34,009  | 34,351  | 34,697  | 35,046  | 35,398  | 35,754  | 36,113  | 36,476  | 367  |
| 4,3       | 36,843  | 37,214  | 37,588  | 37,966  | 38,347  | 38,733  | 39,122  | 39,515  | 39,913  | 40,314  | 405  |
| 4,4       | 40,719  | 41,129  | 41,542  | 41,960  | 42,382  | 42,808  | 43,238  | 43,673  | 44,112  | 44,555  | 448  |
| 4,5       | 45,003  | 45,455  | 45,912  | 46,374  | 46,840  | 47,311  | 47,787  | 48,267  | 48,752  | 49,242  | 495  |
| 4,6       | 49,737  | 50,237  | 50,742  | 51,252  | 51,767  | 52,288  | 52,813  | 53,344  | 53,880  | 54,422  | 547  |
| 4,7       | 54,969  | 55,522  | 56,080  | 56,643  | 57,213  | 57,788  | 58,369  | 58,955  | 59,548  | 60,147  | 604  |
| 4,8       | 60,751  | 61,362  | 61,979  | 62,601  | 63,231  | 63,866  | 64,508  | 65,157  | 65,812  | 66,473  | 668  |
| 4,9       | 67,141  | 67,816  | 68,498  | 69,186  | 69,882  | 70,584  | 71,293  | 72,010  | 72,734  | 73,465  | 738  |
| 5,0       | 74,203  | 74,949  | 75,702  | 76,463  | 77,232  | 78,008  | 78,792  | 79,584  | 80,384  | 81,192  | 816  |
| 5,1       | 82,008  | 82,832  | 83,665  | 84,506  | 85,355  | 86,213  | 87,079  | 87,955  | 88,839  | 89,732  | 902  |
| 5,2       | 90,633  | 91,544  | 92,461  | 93,394  | 94,332  | 95,281  | 96,238  | 97,205  | 98,182  | 99,169  | 997  |
| 5,3       | 100,166 | 101,173 | 102,189 | 103,217 | 104,254 | 105,302 | 106,360 | 107,429 | 108,509 | 109,599 | 1102 |
| 5,4       | 110,701 | 111,814 | 112,937 | 114,072 | 115,219 | 116,377 | 117,547 | 118,728 | 119,921 | 121,127 | 1217 |
| 5,5       | 122,344 | 123,574 | 124,816 | 126,070 | 127,337 | 128,617 | 129,909 | 131,215 | 132,534 | 133,866 | 1346 |
| 5,6       | 135,211 | 136,570 | 137,943 | 139,329 | 140,730 | 142,144 | 143,573 | 145,016 | 146,473 | 147,945 | 1487 |
| 5,7       | 149,432 | 150,934 | 152,451 | 153,983 | 155,531 | 157,094 | 158,673 | 160,267 | 161,878 | 163,505 | 1643 |
| 5,8       | 165,148 | 166,808 | 168,485 | 170,178 | 171,888 | 173,616 | 175,361 | 177,123 | 178,903 | 180,701 | 1816 |
| 5,9       | 182,517 | 184,352 | 186,205 | 188,076 | 189,966 | 191,875 | 193,804 | 195,752 | 197,719 | 199,706 | 2007 |

<sup>1)</sup> Genauere Tafeln s. Ligowski, Tafeln der Hyperbelfunktionen und Kreisfunktionen; Hayashi, Keiichi, fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen.

Coj  $\varphi$  für  $0 \leq \varphi \leq 5,99$ 

| $\varphi$ | 0       | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       | D    |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| 0,0       | 1,0000  | 0001    | 0002    | 0005    | 0008    | 0013    | 0018    | 0025    | 0032    | 0041    | 9    |
| 0,1       | 1,0050  | 0061    | 0072    | 0085    | 0098    | 0113    | 0128    | 0145    | 0162    | 0181    | 20   |
| 0,2       | 1,0201  | 0221    | 0243    | 0266    | 0289    | 0314    | 0340    | 0367    | 0395    | 0423    | 30   |
| 0,3       | 1,0453  | 0484    | 0516    | 0549    | 0584    | 0619    | 0655    | 0692    | 0731    | 0770    | 41   |
| 0,4       | 1,0811  | 0852    | 0895    | 0939    | 0984    | 1030    | 1077    | 1125    | 1174    | 1225    | 51   |
| 0,5       | 1,1276  | 1329    | 1383    | 1438    | 1494    | 1551    | 1609    | 1669    | 1730    | 1792    | 63   |
| 0,6       | 1,1855  | 1919    | 1984    | 2051    | 2119    | 2188    | 2258    | 2330    | 2402    | 2476    | 76   |
| 0,7       | 1,2552  | 2628    | 2706    | 2785    | 2865    | 2947    | 3030    | 3114    | 3199    | 3286    | 88   |
| 0,8       | 1,3374  | 3464    | 3555    | 3647    | 3740    | 3835    | 3932    | 4029    | 4128    | 4229    | 102  |
| 0,9       | 1,4331  | 4434    | 4539    | 4645    | 4753    | 4862    | 4973    | 5085    | 5199    | 5314    | 117  |
| 1,0       | 1,5431  | 5549    | 5669    | 5790    | 5913    | 6038    | 6164    | 6292    | 6421    | 6552    | 133  |
| 1,1       | 1,6685  | 6820    | 6956    | 7093    | 7233    | 7374    | 7517    | 7662    | 7808    | 7957    | 151  |
| 1,2       | 1,8107  | 8258    | 8412    | 8568    | 8725    | 8884    | 9045    | 9208    | 9373    | 9540    | 169  |
| 1,3       | 1,9709  | 9880    | *0053   | *0228   | *0404   | *0583   | *0764   | *0947   | *1132   | *1320   | 189  |
| 1,4       | 2,1509  | 1700    | 1894    | 2090    | 2288    | 2488    | 2691    | 2896    | 3103    | 3312    | 212  |
| 1,5       | 2,3524  | 3738    | 3955    | 4174    | 4395    | 4619    | 4845    | 5073    | 5305    | 5538    | 237  |
| 1,6       | 2,5775  | 6013    | 6255    | 6499    | 6746    | 6995    | 7247    | 7502    | 7760    | 8020    | 263  |
| 1,7       | 2,8283  | 8549    | 8818    | 9090    | 9364    | 9642    | 9922    | *0206   | *0492   | *0782   | 293  |
| 1,8       | 3,1075  | 1371    | 1669    | 1972    | 2277    | 2585    | 2897    | 3212    | 3530    | 3852    | 325  |
| 1,9       | 3,4177  | 4506    | 4838    | 5173    | 5512    | 5855    | 6201    | 6551    | 6904    | 7261    | 361  |
| 2,0       | 3,7622  | 7987    | 8355    | 8727    | 9103    | 9483    | 9867    | *0255   | *0647   | *1043   | 400  |
| 2,1       | 4,1443  | 1847    | 2256    | 2669    | 3086    | 3507    | 3932    | 4362    | 4797    | 5236    | 443  |
| 2,2       | 4,5679  | 6127    | 6580    | 7037    | 7499    | 7966    | 8437    | 8914    | 9395    | 9881    | 491  |
| 2,3       | 5,0372  | 0868    | 1370    | 1876    | 2388    | 2905    | 3427    | 3954    | 4487    | 5026    | 543  |
| 2,4       | 5,5570  | 6119    | 6674    | 7235    | 7801    | 8373    | 8951    | 9535    | *0125   | *0721   | 602  |
| 2,5       | 6,1323  | 1931    | 2545    | 3166    | 3793    | 4426    | 5066    | 5712    | 6365    | 7024    | 666  |
| 2,6       | 6,7690  | 8363    | 9043    | 9729    | *0423   | *1123   | *1831   | *2546   | *3268   | *3998   | 737  |
| 2,7       | 7,4735  | 5479    | 6231    | 6990    | 7758    | 8533    | 9316    | *0106   | *0905   | *1712   | 815  |
| 2,8       | 8,2527  | 3351    | 4182    | 5022    | 5871    | 6728    | 7594    | 8469    | 9352    | *0244   | 902  |
| 2,9       | 9,1146  | 2056    | 2976    | 3905    | 4844    | 5792    | 6749    | 7716    | 8693    | 9680    | 998  |
| 3,0       | 10,0677 | 1683    | 2700    | 3728    | 4765    | 5814    | 6872    | 7942    | 9022    | *0113   | 1102 |
| 3,1       | 11,1215 | 2328    | 3453    | 4588    | 5736    | 6895    | 8065    | 9247    | *0442   | *1648   | 1218 |
| 3,2       | 12,2866 | 4097    | 5340    | 6596    | 7864    | 9146    | *0440   | *1747   | *3067   | *4401   | 1347 |
| 3,3       | 13,5748 | 7108    | 8483    | 9871    | *1273   | *2689   | *4120   | *5565   | *7024   | *8498   | 1489 |
| 3,4       | 14,999  | 15,149  | 15,301  | 15,455  | 15,610  | 15,766  | 15,924  | 16,084  | 16,245  | 16,408  | 165  |
| 3,5       | 16,573  | 16,739  | 16,907  | 17,077  | 17,248  | 17,421  | 17,596  | 17,772  | 17,951  | 18,131  | 182  |
| 3,6       | 18,313  | 18,497  | 18,682  | 18,870  | 19,059  | 19,250  | 19,444  | 19,639  | 19,836  | 20,035  | 201  |
| 3,7       | 20,236  | 20,439  | 20,644  | 20,852  | 21,061  | 21,272  | 21,486  | 21,702  | 21,919  | 22,139  | 222  |
| 3,8       | 22,362  | 22,586  | 22,813  | 23,042  | 23,273  | 23,507  | 23,743  | 23,982  | 24,222  | 24,466  | 245  |
| 3,9       | 24,711  | 24,959  | 25,210  | 25,463  | 25,719  | 25,977  | 26,238  | 26,502  | 26,768  | 27,037  | 271  |
| 4,0       | 27,308  | 27,583  | 27,860  | 28,139  | 28,422  | 28,707  | 28,996  | 29,287  | 29,581  | 29,878  | 300  |
| 4,1       | 30,178  | 30,482  | 30,788  | 31,097  | 31,409  | 31,725  | 32,044  | 32,365  | 32,691  | 33,019  | 332  |
| 4,2       | 33,351  | 33,686  | 34,024  | 34,366  | 34,711  | 35,060  | 35,412  | 35,768  | 36,127  | 36,490  | 367  |
| 4,3       | 36,857  | 37,227  | 37,601  | 37,979  | 38,360  | 38,746  | 39,135  | 39,528  | 39,925  | 40,326  | 406  |
| 4,4       | 40,732  | 41,141  | 41,554  | 41,972  | 42,393  | 42,819  | 43,250  | 43,684  | 44,123  | 44,566  | 448  |
| 4,5       | 45,014  | 45,466  | 45,923  | 46,385  | 46,851  | 47,321  | 47,797  | 48,277  | 48,762  | 49,252  | 495  |
| 4,6       | 49,747  | 50,247  | 50,752  | 51,262  | 51,777  | 52,297  | 52,823  | 53,354  | 53,890  | 54,431  | 547  |
| 4,7       | 54,978  | 55,531  | 56,089  | 56,652  | 57,221  | 57,796  | 58,377  | 58,964  | 59,556  | 60,155  | 604  |
| 4,8       | 60,759  | 61,370  | 61,987  | 62,609  | 63,239  | 63,874  | 64,516  | 65,164  | 65,819  | 66,481  | 668  |
| 4,9       | 67,149  | 67,823  | 68,505  | 69,193  | 69,889  | 70,591  | 71,300  | 72,017  | 72,741  | 73,472  | 738  |
| 5,0       | 74,210  | 74,956  | 75,709  | 76,470  | 77,238  | 78,014  | 78,798  | 79,590  | 80,390  | 81,198  | 816  |
| 5,1       | 82,014  | 82,838  | 83,671  | 84,512  | 85,361  | 86,219  | 87,085  | 87,960  | 88,844  | 89,737  | 902  |
| 5,2       | 90,639  | 91,550  | 92,470  | 93,399  | 94,338  | 95,286  | 96,243  | 97,211  | 98,187  | 99,174  | 997  |
| 5,3       | 100,171 | 101,178 | 102,194 | 103,221 | 104,259 | 105,307 | 106,365 | 107,434 | 108,513 | 109,604 | 1102 |
| 5,4       | 110,705 | 111,818 | 112,942 | 114,077 | 115,223 | 116,381 | 117,551 | 118,732 | 119,925 | 121,131 | 1217 |
| 5,5       | 122,348 | 123,578 | 124,820 | 126,074 | 127,341 | 128,621 | 129,913 | 131,219 | 132,538 | 133,870 | 1345 |
| 5,6       | 135,215 | 136,574 | 137,947 | 139,333 | 140,733 | 142,147 | 143,576 | 145,019 | 146,476 | 147,949 | 1487 |
| 5,7       | 149,435 | 150,937 | 152,454 | 153,986 | 155,534 | 157,097 | 158,676 | 160,270 | 161,881 | 163,508 | 1643 |
| 5,8       | 165,151 | 166,811 | 168,488 | 170,181 | 171,891 | 173,619 | 175,364 | 177,126 | 178,906 | 180,704 | 1816 |
| 5,9       | 182,520 | 184,354 | 186,207 | 188,079 | 189,969 | 191,878 | 193,806 | 195,754 | 197,721 | 199,709 | 2007 |



Briggssche Logarithmen von  $\sin \varphi$  für  $\varphi = 0$  bis  $5,99$ ; um 10 vergrößert.

| $\varphi$ | 0          | 1      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9     | D   |
|-----------|------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-----|
| 0,0       | — $\infty$ | 8,0000 | 3011 | 4772 | 6022 | 6992 | 7784 | 8455 | 9036 | 9548  | 459 |
| 0,1       | 9,0007     | 0423   | 0802 | 1152 | 1476 | 1777 | 2060 | 2325 | 2576 | 2814  | 225 |
| 0,2       | 9,3039     | 3254   | 3459 | 3656 | 3844 | 4025 | 4199 | 4366 | 4528 | 4685  | 151 |
| 0,3       | 9,4836     | 4983   | 5125 | 5264 | 5398 | 5529 | 5656 | 5781 | 5902 | 6020  | 116 |
| 0,4       | 9,6136     | 6249   | 6359 | 6468 | 6574 | 6678 | 6780 | 6880 | 6978 | 7074  | 95  |
| 0,5       | 9,7169     | 7262   | 7354 | 7444 | 7533 | 7620 | 7707 | 7791 | 7875 | 7958  | 81  |
| 0,6       | 9,8039     | 8119   | 8199 | 8277 | 8354 | 8431 | 8506 | 8581 | 8655 | 8728  | 72  |
| 0,7       | 9,8800     | 8872   | 8942 | 9012 | 9082 | 9150 | 9218 | 9286 | 9353 | 9419  | 66  |
| 0,8       | 9,9485     | 9550   | 9614 | 9678 | 9742 | 9805 | 9868 | 9930 | 9992 | *0053 | 61  |
| 0,9       | 10,0114    | 0174   | 0234 | 0294 | 0353 | 0412 | 0470 | 0529 | 0586 | 0644  | 57  |
| 1,0       | 10,0701    | 0758   | 0815 | 0871 | 0927 | 0982 | 1038 | 1093 | 1148 | 1203  | 54  |
| 1,1       | 10,1257    | 1311   | 1365 | 1419 | 1472 | 1525 | 1578 | 1631 | 1684 | 1736  | 52  |
| 1,2       | 10,1788    | 1840   | 1892 | 1944 | 1995 | 2046 | 2098 | 2148 | 2199 | 2250  | 50  |
| 1,3       | 10,2300    | 2351   | 2401 | 2451 | 2501 | 2551 | 2600 | 2650 | 2699 | 2748  | 49  |
| 1,4       | 10,2797    | 2846   | 2895 | 2944 | 2993 | 3041 | 3090 | 3138 | 3186 | 3234  | 48  |
| 1,5       | 10,3282    | 3330   | 3378 | 3426 | 3474 | 3521 | 3569 | 3616 | 3663 | 3711  | 47  |
| 1,6       | 10,3758    | 3805   | 3852 | 3899 | 3946 | 3992 | 4039 | 4086 | 4132 | 4179  | 46  |
| 1,7       | 10,4225    | 4272   | 4318 | 4364 | 4411 | 4457 | 4503 | 4549 | 4595 | 4641  | 46  |
| 1,8       | 10,4687    | 4733   | 4778 | 4824 | 4870 | 4915 | 4961 | 5007 | 5052 | 5098  | 45  |
| 1,9       | 10,5143    | 5188   | 5234 | 5279 | 5324 | 5370 | 5415 | 5460 | 5505 | 5550  | 45  |
| 2,0       | 10,5595    | 5640   | 5685 | 5730 | 5775 | 5820 | 5865 | 5910 | 5955 | 6000  | 45  |
| 2,1       | 10,6044    | 6089   | 6134 | 6178 | 6223 | 6268 | 6312 | 6357 | 6401 | 6446  | 45  |
| 2,2       | 10,6491    | 6535   | 6580 | 6624 | 6668 | 6713 | 6757 | 6802 | 6846 | 6890  | 45  |
| 2,3       | 10,6935    | 6979   | 7023 | 7067 | 7112 | 7156 | 7200 | 7244 | 7289 | 7333  | 44  |
| 2,4       | 10,7377    | 7421   | 7465 | 7509 | 7553 | 7597 | 7642 | 7686 | 7730 | 7774  | 44  |
| 2,5       | 10,7818    | 7862   | 7906 | 7950 | 7994 | 8038 | 8082 | 8126 | 8170 | 8213  | 44  |
| 2,6       | 10,8257    | 8301   | 8345 | 8389 | 8433 | 8477 | 8521 | 8564 | 8608 | 8652  | 44  |
| 2,7       | 10,8696    | 8740   | 8784 | 8827 | 8871 | 8915 | 8959 | 9003 | 9046 | 9090  | 44  |
| 2,8       | 10,9134    | 9178   | 9221 | 9265 | 9309 | 9353 | 9396 | 9440 | 9484 | 9527  | 44  |
| 2,9       | 10,9571    | 9615   | 9658 | 9702 | 9746 | 9789 | 9833 | 9877 | 9920 | 9964  | 44  |
| 3,0       | 11,0008    | 0051   | 0095 | 0139 | 0182 | 0226 | 0270 | 0313 | 0357 | 0400  | 44  |
| 3,1       | 11,0444    | 0488   | 0531 | 0575 | 0618 | 0662 | 0706 | 0749 | 0793 | 0836  | 44  |
| 3,2       | 11,0880    | 0923   | 0967 | 1011 | 1054 | 1098 | 1141 | 1185 | 1228 | 1272  | 44  |
| 3,3       | 11,1316    | 1359   | 1403 | 1446 | 1490 | 1533 | 1577 | 1620 | 1664 | 1707  | 44  |
| 3,4       | 11,1751    | 1794   | 1838 | 1881 | 1925 | 1968 | 2012 | 2056 | 2099 | 2143  | 43  |
| 3,5       | 11,2186    | 2230   | 2273 | 2317 | 2360 | 2404 | 2447 | 2491 | 2534 | 2578  | 43  |
| 3,6       | 11,2621    | 2665   | 2708 | 2752 | 2795 | 2839 | 2882 | 2925 | 2969 | 3012  | 44  |
| 3,7       | 11,3056    | 3099   | 3143 | 3186 | 3230 | 3273 | 3317 | 3360 | 3404 | 3447  | 44  |
| 3,8       | 11,3491    | 3534   | 3578 | 3621 | 3665 | 3708 | 3752 | 3795 | 3838 | 3882  | 43  |
| 3,9       | 11,3925    | 3969   | 4012 | 4056 | 4099 | 4143 | 4186 | 4230 | 4273 | 4317  | 43  |
| 4,0       | 11,4360    | 4403   | 4447 | 4490 | 4534 | 4577 | 4621 | 4664 | 4708 | 4751  | 44  |
| 4,1       | 11,4795    | 4838   | 4881 | 4925 | 4968 | 5012 | 5055 | 5099 | 5142 | 5186  | 43  |
| 4,2       | 11,5229    | 5273   | 5316 | 5359 | 5403 | 5446 | 5490 | 5533 | 5577 | 5620  | 44  |
| 4,3       | 11,5664    | 5707   | 5750 | 5794 | 5837 | 5881 | 5924 | 5968 | 6011 | 6055  | 43  |
| 4,4       | 11,6098    | 6141   | 6185 | 6228 | 6272 | 6315 | 6359 | 6402 | 6446 | 6489  | 43  |
| 4,5       | 11,6532    | 6576   | 6619 | 6663 | 6706 | 6750 | 6793 | 6836 | 6880 | 6923  | 44  |
| 4,6       | 11,6967    | 7010   | 7054 | 7097 | 7141 | 7184 | 7227 | 7271 | 7314 | 7358  | 44  |
| 4,7       | 11,7401    | 7445   | 7488 | 7531 | 7575 | 7618 | 7662 | 7705 | 7749 | 7792  | 44  |
| 4,8       | 11,7836    | 7879   | 7922 | 7966 | 8009 | 8053 | 8096 | 8140 | 8183 | 8226  | 44  |
| 4,9       | 11,8270    | 8313   | 8357 | 8400 | 8444 | 8487 | 8530 | 8574 | 8617 | 8661  | 43  |
| 5,0       | 11,8704    | 8748   | 8791 | 8835 | 8878 | 8921 | 8965 | 9008 | 9052 | 9095  | 43  |
| 5,1       | 11,9139    | 9182   | 9225 | 9269 | 9312 | 9356 | 9399 | 9443 | 9486 | 9529  | 43  |
| 5,2       | 11,9573    | 9616   | 9660 | 9703 | 9747 | 9790 | 9833 | 9877 | 9920 | 9964  | 43  |
| 5,3       | 12,0007    | 0051   | 0094 | 0137 | 0181 | 0224 | 0268 | 0311 | 0355 | 0398  | 43  |
| 5,4       | 12,0442    | 0485   | 0528 | 0572 | 0615 | 0659 | 0702 | 0746 | 0789 | 0832  | 43  |
| 5,5       | 12,0876    | 0919   | 0963 | 1006 | 1050 | 1093 | 1136 | 1180 | 1223 | 1267  | 43  |
| 5,6       | 12,1310    | 1354   | 1397 | 1440 | 1484 | 1527 | 1571 | 1614 | 1658 | 1701  | 43  |
| 5,7       | 12,1744    | 1788   | 1831 | 1875 | 1918 | 1962 | 2005 | 2048 | 2092 | 2135  | 43  |
| 5,8       | 12,2179    | 2222   | 2266 | 2309 | 2352 | 2396 | 2439 | 2483 | 2526 | 2570  | 43  |
| 5,9       | 12,2613    | 2656   | 2700 | 2743 | 2787 | 2830 | 2874 | 2917 | 2960 | 3004  | 43  |

Briggssche Logarithmen von  $\zeta\phi$  für  $\phi = 0$  bis 5,99.

| $\phi$ | 0      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | D  |
|--------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|
| 0,0    | 0,0000 | 0000 | 0001 | 0002 | 0003 | 0005 | 0008 | 0011 | 0014 | 0018 | 4  |
| 0,1    | 0,0022 | 0026 | 0031 | 0037 | 0042 | 0049 | 0055 | 0062 | 0070 | 0078 | 8  |
| 0,2    | 0,0086 | 0095 | 0104 | 0114 | 0124 | 0134 | 0145 | 0156 | 0168 | 0180 | 13 |
| 0,3    | 0,0193 | 0205 | 0219 | 0232 | 0246 | 0261 | 0276 | 0291 | 0306 | 0322 | 17 |
| 0,4    | 0,0339 | 0355 | 0372 | 0390 | 0407 | 0426 | 0444 | 0463 | 0482 | 0502 | 20 |
| 0,5    | 0,0522 | 0542 | 0562 | 0583 | 0605 | 0626 | 0648 | 0670 | 0693 | 0716 | 23 |
| 0,6    | 0,0739 | 0762 | 0786 | 0810 | 0835 | 0859 | 0884 | 0910 | 0935 | 0961 | 26 |
| 0,7    | 0,0987 | 1013 | 1040 | 1067 | 1094 | 1122 | 1149 | 1177 | 1206 | 1234 | 29 |
| 0,8    | 0,1263 | 1292 | 1321 | 1350 | 1380 | 1410 | 1440 | 1470 | 1501 | 1532 | 31 |
| 0,9    | 0,1563 | 1594 | 1625 | 1657 | 1689 | 1721 | 1753 | 1785 | 1818 | 1851 | 33 |
| 1,0    | 0,1884 | 1917 | 1950 | 1984 | 2018 | 2051 | 2086 | 2120 | 2154 | 2189 | 34 |
| 1,1    | 0,2223 | 2258 | 2293 | 2328 | 2364 | 2399 | 2435 | 2470 | 2506 | 2542 | 36 |
| 1,2    | 0,2578 | 2615 | 2651 | 2688 | 2724 | 2761 | 2798 | 2835 | 2872 | 2909 | 38 |
| 1,3    | 0,2947 | 2984 | 3022 | 3059 | 3097 | 3135 | 3173 | 3211 | 3249 | 3288 | 38 |
| 1,4    | 0,3326 | 3365 | 3403 | 3442 | 3481 | 3520 | 3559 | 3598 | 3637 | 3676 | 39 |
| 1,5    | 0,3715 | 3754 | 3794 | 3833 | 3873 | 3913 | 3952 | 3992 | 4032 | 4072 | 40 |
| 1,6    | 0,4112 | 4152 | 4192 | 4232 | 4273 | 4313 | 4353 | 4394 | 4434 | 4475 | 40 |
| 1,7    | 0,4515 | 4556 | 4597 | 4637 | 4678 | 4719 | 4760 | 4801 | 4842 | 4883 | 41 |
| 1,8    | 0,4924 | 4965 | 5006 | 5048 | 5089 | 5130 | 5172 | 5213 | 5254 | 5296 | 41 |
| 1,9    | 0,5337 | 5379 | 5421 | 5462 | 5504 | 5545 | 5587 | 5629 | 5671 | 5713 | 41 |
| 2,0    | 0,5754 | 5796 | 5838 | 5880 | 5922 | 5964 | 6006 | 6048 | 6090 | 6132 | 43 |
| 2,1    | 0,6175 | 6217 | 6259 | 6301 | 6343 | 6386 | 6428 | 6470 | 6512 | 6555 | 42 |
| 2,2    | 0,6597 | 6640 | 6682 | 6724 | 6767 | 6809 | 6852 | 6894 | 6937 | 6979 | 43 |
| 2,3    | 0,7022 | 7064 | 7107 | 7150 | 7192 | 7235 | 7278 | 7320 | 7363 | 7406 | 42 |
| 2,4    | 0,7448 | 7491 | 7534 | 7577 | 7619 | 7662 | 7705 | 7748 | 7791 | 7833 | 43 |
| 2,5    | 0,7876 | 7919 | 7962 | 8005 | 8048 | 8091 | 8134 | 8176 | 8219 | 8262 | 43 |
| 2,6    | 0,8305 | 8348 | 8391 | 8434 | 8477 | 8520 | 8563 | 8606 | 8649 | 8692 | 43 |
| 2,7    | 0,8735 | 8778 | 8821 | 8864 | 8907 | 8951 | 8994 | 9037 | 9080 | 9123 | 43 |
| 2,8    | 0,9166 | 9209 | 9252 | 9295 | 9338 | 9382 | 9425 | 9468 | 9511 | 9554 | 43 |
| 2,9    | 0,9597 | 9641 | 9684 | 9727 | 9770 | 9813 | 9856 | 9900 | 9943 | 9986 | 43 |
| 3,0    | 1,0029 | 0073 | 0116 | 0159 | 0202 | 0245 | 0289 | 0332 | 0375 | 0418 | 44 |
| 3,1    | 1,0462 | 0505 | 0548 | 0591 | 0635 | 0678 | 0721 | 0764 | 0808 | 0851 | 43 |
| 3,2    | 1,0894 | 0938 | 0981 | 1024 | 1067 | 1111 | 1154 | 1197 | 1241 | 1284 | 43 |
| 3,3    | 1,1327 | 1371 | 1414 | 1457 | 1501 | 1544 | 1587 | 1631 | 1674 | 1717 | 44 |
| 3,4    | 1,1761 | 1804 | 1847 | 1891 | 1934 | 1977 | 2021 | 2064 | 2107 | 2151 | 43 |
| 3,5    | 1,2194 | 2237 | 2281 | 2324 | 2367 | 2411 | 2454 | 2497 | 2541 | 2584 | 44 |
| 3,6    | 1,2628 | 2671 | 2714 | 2758 | 2801 | 2844 | 2888 | 2931 | 2975 | 3018 | 43 |
| 3,7    | 1,3061 | 3105 | 3148 | 3191 | 3235 | 3278 | 3322 | 3365 | 3408 | 3452 | 43 |
| 3,8    | 1,3495 | 3538 | 3582 | 3625 | 3669 | 3712 | 3755 | 3799 | 3842 | 3886 | 43 |
| 3,9    | 1,3929 | 3972 | 4016 | 4059 | 4103 | 4146 | 4189 | 4233 | 4276 | 4320 | 43 |
| 4,0    | 1,4363 | 4406 | 4450 | 4493 | 4537 | 4580 | 4623 | 4667 | 4710 | 4754 | 43 |
| 4,1    | 1,4797 | 4840 | 4884 | 4927 | 4971 | 5014 | 5057 | 5101 | 5144 | 5188 | 43 |
| 4,2    | 1,5231 | 5274 | 5318 | 5361 | 5405 | 5448 | 5492 | 5535 | 5578 | 5622 | 43 |
| 4,3    | 1,5665 | 5709 | 5752 | 5795 | 5839 | 5882 | 5926 | 5969 | 6012 | 6056 | 43 |
| 4,4    | 1,6099 | 6143 | 6186 | 6230 | 6273 | 6316 | 6360 | 6403 | 6447 | 6490 | 43 |
| 4,5    | 1,6533 | 6577 | 6620 | 6664 | 6707 | 6751 | 6794 | 6837 | 6881 | 6924 | 44 |
| 4,6    | 1,6968 | 7011 | 7055 | 7098 | 7141 | 7185 | 7228 | 7272 | 7315 | 7358 | 44 |
| 4,7    | 1,7402 | 7445 | 7489 | 7532 | 7576 | 7619 | 7662 | 7706 | 7749 | 7793 | 43 |
| 4,8    | 1,7836 | 7880 | 7923 | 7966 | 8010 | 8053 | 8097 | 8140 | 8184 | 8227 | 43 |
| 4,9    | 1,8270 | 8314 | 8357 | 8401 | 8444 | 8487 | 8531 | 8574 | 8618 | 8661 | 44 |
| 5,0    | 1,8705 | 8748 | 8791 | 8835 | 8878 | 8922 | 8965 | 9009 | 9052 | 9095 | 43 |
| 5,1    | 1,9139 | 9182 | 9226 | 9269 | 9313 | 9356 | 9399 | 9443 | 9486 | 9530 | 43 |
| 5,2    | 1,9573 | 9617 | 9660 | 9703 | 9747 | 9790 | 9834 | 9877 | 9921 | 9964 | 43 |
| 5,3    | 2,0007 | 0051 | 0094 | 0138 | 0181 | 0225 | 0268 | 0311 | 0355 | 0398 | 43 |
| 5,4    | 2,0442 | 0485 | 0529 | 0572 | 0615 | 0659 | 0702 | 0746 | 0789 | 0833 | 43 |
| 5,5    | 2,0876 | 0919 | 0963 | 1006 | 1050 | 1093 | 1137 | 1180 | 1223 | 1267 | 43 |
| 5,6    | 2,1310 | 1354 | 1397 | 1441 | 1484 | 1527 | 1571 | 1614 | 1658 | 1701 | 43 |
| 5,7    | 2,1745 | 1788 | 1831 | 1875 | 1918 | 1962 | 2005 | 2049 | 2092 | 2135 | 43 |
| 5,8    | 2,2179 | 2222 | 2266 | 2309 | 2353 | 2396 | 2439 | 2483 | 2526 | 2570 | 43 |
| 5,9    | 2,2613 | 2657 | 2700 | 2743 | 2787 | 2830 | 2874 | 2917 | 2961 | 3004 | 43 |



$\lg \varphi$  für  $0 \leq \varphi \leq 2,89$ 

| $\varphi$ | 0      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | D  |
|-----------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|
| 0,0       | 0,0000 | 0100 | 0200 | 0300 | 0400 | 0500 | 0599 | 0699 | 0798 | 0898 | 99 |
| 0,1       | 0,0997 | 1096 | 1194 | 1293 | 1391 | 1489 | 1587 | 1684 | 1781 | 1878 | 96 |
| 0,2       | 0,1974 | 2070 | 2165 | 2260 | 2355 | 2449 | 2543 | 2636 | 2729 | 2821 | 92 |
| 0,3       | 0,2913 | 3004 | 3095 | 3185 | 3275 | 3364 | 3452 | 3540 | 3627 | 3714 | 86 |
| 0,4       | 0,3800 | 3885 | 3969 | 4053 | 4137 | 4219 | 4301 | 4382 | 4462 | 4542 | 79 |
| 0,5       | 0,4621 | 4700 | 4777 | 4854 | 4930 | 5005 | 5080 | 5154 | 5227 | 5299 | 71 |
| 0,6       | 0,5370 | 5441 | 5511 | 5581 | 5649 | 5717 | 5784 | 5850 | 5915 | 5980 | 64 |
| 0,7       | 0,6044 | 6107 | 6169 | 6231 | 6291 | 6352 | 6411 | 6469 | 6527 | 6584 | 56 |
| 0,8       | 0,6640 | 6696 | 6751 | 6805 | 6858 | 6911 | 6963 | 7014 | 7064 | 7114 | 49 |
| 0,9       | 0,7163 | 7211 | 7259 | 7306 | 7352 | 7398 | 7443 | 7487 | 7531 | 7574 | 42 |
| 1,0       | 0,7616 | 7658 | 7699 | 7739 | 7779 | 7818 | 7857 | 7895 | 7932 | 7969 | 36 |
| 1,1       | 0,8005 | 8041 | 8076 | 8110 | 8144 | 8178 | 8210 | 8243 | 8275 | 8306 | 31 |
| 1,2       | 0,8337 | 8367 | 8397 | 8426 | 8455 | 8483 | 8511 | 8538 | 8565 | 8591 | 26 |
| 1,3       | 0,8617 | 8643 | 8668 | 8693 | 8717 | 8741 | 8764 | 8787 | 8810 | 8832 | 22 |
| 1,4       | 0,8854 | 8875 | 8896 | 8917 | 8937 | 8957 | 8977 | 8996 | 9015 | 9033 | 19 |
| 1,5       | 0,9052 | 9069 | 9087 | 9104 | 9121 | 9138 | 9154 | 9170 | 9186 | 9202 | 15 |
| 1,6       | 0,9217 | 9232 | 9246 | 9261 | 9275 | 9289 | 9302 | 9316 | 9329 | 9342 | 12 |
| 1,7       | 0,9354 | 9367 | 9379 | 9391 | 9402 | 9414 | 9425 | 9436 | 9447 | 9458 | 10 |
| 1,8       | 0,9468 | 9478 | 9488 | 9498 | 9508 | 9518 | 9527 | 9536 | 9545 | 9554 | 8  |
| 1,9       | 0,9562 | 9571 | 9579 | 9587 | 9595 | 9603 | 9611 | 9619 | 9626 | 9633 | 7  |
| 2,0       | 0,9640 | 9647 | 9654 | 9661 | 9668 | 9674 | 9680 | 9687 | 9693 | 9699 | 6  |
| 2,1       | 0,9705 | 9710 | 9716 | 9722 | 9727 | 9732 | 9738 | 9743 | 9748 | 9753 | 5  |
| 2,2       | 0,9757 | 9762 | 9767 | 9771 | 9776 | 9780 | 9785 | 9789 | 9793 | 9797 | 4  |
| 2,3       | 0,9801 | 9805 | 9809 | 9812 | 9816 | 9820 | 9823 | 9827 | 9830 | 9834 | 3  |
| 2,4       | 0,9837 | 9840 | 9843 | 9846 | 9849 | 9852 | 9855 | 9858 | 9861 | 9864 | 2  |
| 2,5       | 0,9866 | 9869 | 9871 | 9874 | 9876 | 9879 | 9881 | 9884 | 9886 | 9888 | 2  |
| 2,6       | 0,9890 | 9892 | 9895 | 9897 | 9899 | 9901 | 9903 | 9905 | 9906 | 9908 | 2  |
| 2,7       | 0,9910 | 9912 | 9914 | 9915 | 9917 | 9919 | 9920 | 9922 | 9923 | 9925 | 1  |
| 2,8       | 0,9926 | 9928 | 9929 | 9931 | 9932 | 9933 | 9935 | 9936 | 9937 | 9938 | 2  |

Briggsche Logarithmen von  $\lg \varphi$  für  $\varphi = 0$  bis 2,89; um 10 vergrößert.

| $\varphi$ | 0          | 1      | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | D   |
|-----------|------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 0,0       | — $\infty$ | 8,0000 | 3010  | 4770  | 6018  | 6986  | 7776  | 8444  | 9022  | 9531  | 455 |
| 0,1       | 8,9986     | *0396  | *0771 | *1115 | *1433 | *1729 | *2004 | *2263 | *2506 | *2736 | 217 |
| 0,2       | 9,2953     | 3159   | 3355  | 3542  | 3720  | 3890  | 4053  | 4210  | 4360  | 4505  | 139 |
| 0,3       | 9,4644     | 4778   | 4907  | 5031  | 5152  | 5268  | 5381  | 5490  | 5596  | 5698  | 99  |
| 0,4       | 9,5797     | 5894   | 5987  | 6078  | 6166  | 6252  | 6336  | 6417  | 6496  | 6573  | 75  |
| 0,5       | 9,6648     | 6720   | 6792  | 6861  | 6928  | 6994  | 7058  | 7121  | 7182  | 7242  | 58  |
| 0,6       | 9,7300     | 7357   | 7413  | 7467  | 7520  | 7571  | 7622  | 7671  | 7720  | 7767  | 46  |
| 0,7       | 9,7813     | 7858   | 7902  | 7945  | 7988  | 8029  | 8069  | 8109  | 8147  | 8185  | 37  |
| 0,8       | 9,8222     | 8258   | 8293  | 8328  | 8362  | 8395  | 8428  | 8459  | 8491  | 8521  | 30  |
| 0,9       | 9,8551     | 8580   | 8609  | 8637  | 8664  | 8691  | 8717  | 8743  | 8768  | 8793  | 24  |
| 1,0       | 9,8817     | 8841   | 8864  | 8887  | 8909  | 8931  | 8952  | 8973  | 8994  | 9014  | 20  |
| 1,1       | 9,9034     | 9053   | 9072  | 9090  | 9108  | 9126  | 9144  | 9161  | 9177  | 9194  | 16  |
| 1,2       | 9,9210     | 9226   | 9241  | 9256  | 9271  | 9285  | 9300  | 9314  | 9327  | 9341  | 13  |
| 1,3       | 9,9354     | 9367   | 9379  | 9391  | 9404  | 9415  | 9427  | 9438  | 9450  | 9460  | 11  |
| 1,4       | 9,9471     | 9482   | 9492  | 9502  | 9512  | 9522  | 9531  | 9540  | 9550  | 9558  | 9   |
| 1,5       | 9,9567     | 9576   | 9584  | 9592  | 9601  | 9608  | 9616  | 9624  | 9631  | 9639  | 7   |
| 1,6       | 9,9646     | 9653   | 9660  | 9666  | 9673  | 9679  | 9686  | 9692  | 9698  | 9704  | 6   |
| 1,7       | 9,9710     | 9716   | 9721  | 9727  | 9732  | 9738  | 9743  | 9748  | 9753  | 9758  | 5   |
| 1,8       | 9,9763     | 9767   | 9772  | 9776  | 9781  | 9785  | 9789  | 9794  | 9798  | 9802  | 4   |
| 1,9       | 9,9806     | 9810   | 9813  | 9817  | 9821  | 9824  | 9828  | 9831  | 9834  | 9838  | 3   |
| 2,0       | 9,9841     | 9844   | 9847  | 9850  | 9853  | 9856  | 9859  | 9862  | 9864  | 9867  | 3   |
| 2,1       | 9,9870     | 9872   | 9875  | 9877  | 9880  | 9882  | 9884  | 9887  | 9889  | 9891  | 2   |
| 2,2       | 9,9893     | 9895   | 9898  | 9900  | 9902  | 9904  | 9905  | 9907  | 9909  | 9911  | 2   |
| 2,3       | 9,9913     | 9914   | 9916  | 9918  | 9919  | 9921  | 9923  | 9924  | 9926  | 9927  | 2   |
| 2,4       | 9,9929     | 9930   | 9931  | 9933  | 9934  | 9935  | 9937  | 9938  | 9939  | 9940  | 1   |
| 2,5       | 9,9941     | 9943   | 9944  | 9945  | 9946  | 9947  | 9948  | 9949  | 9950  | 9951  | 1   |
| 2,6       | 9,9952     | 9953   | 9954  | 9955  | 9956  | 9957  | 9958  | 9958  | 9959  | 9960  | 1   |
| 2,7       | 9,9961     | 9962   | 9962  | 9963  | 9964  | 9965  | 9965  | 9966  | 9967  | 9967  | 1   |
| 2,8       | 9,9968     | 9969   | 9969  | 9970  | 9970  | 9971  | 9972  | 9972  | 9973  | 9973  | 1   |

| n   | e <sup>n</sup> | e <sup>-n</sup> | n   | e <sup>n</sup> | e <sup>-n</sup> | n    | e <sup>n</sup> | e <sup>-n</sup> |
|-----|----------------|-----------------|-----|----------------|-----------------|------|----------------|-----------------|
| 0,0 | 1,0000         | 1,0000          | 2,3 | 9,9742         | 0,10026         | 4,6  | 99,484         | 0,0100519       |
| 0,1 | 1,1052         | 0,90484         | 2,4 | 11,0232        | 0,090718        | 4,7  | 109,947        | 0,0090954       |
| 0,2 | 1,2214         | 0,81873         | 2,5 | 12,1825        | 0,082084        | 4,8  | 121,510        | 0,0082298       |
| 0,3 | 1,3499         | 0,74082         | 2,6 | 13,4637        | 0,074273        | 4,9  | 139,290        | 0,0074467       |
| 0,4 | 1,4918         | 0,67032         | 2,7 | 14,8797        | 0,067207        | 5,0  | 148,413        | 0,0067380       |
| 0,5 | 1,6487         | 0,60653         | 2,8 | 16,445         | 0,060810        | 5,1  | 164,022        | 0,0060968       |
| 0,6 | 1,8221         | 0,54881         | 2,9 | 18,174         | 0,055024        | 5,2  | 181,27         | 0,0055166       |
| 0,7 | 2,0138         | 0,49658         | 3,0 | 20,086         | 0,049787        | 5,3  | 200,34         | 0,0049916       |
| 0,8 | 2,2255         | 0,44933         | 3,1 | 22,198         | 0,045050        | 5,4  | 221,41         | 0,0045166       |
| 0,9 | 2,4596         | 0,40656         | 3,2 | 24,533         | 0,040763        | 5,5  | 244,69         | 0,0040868       |
| 1,0 | 2,7183         | 0,36788         | 3,3 | 27,113         | 0,036883        | 5,6  | 270,43         | 0,0036978       |
| 1,1 | 3,0042         | 0,33288         | 3,4 | 29,964         | 0,033373        | 5,7  | 298,87         | 0,0033459       |
| 1,2 | 3,3201         | 0,30120         | 3,5 | 33,115         | 0,030197        | 5,8  | 330,30         | 0,0030275       |
| 1,3 | 3,6693         | 0,27253         | 3,6 | 36,598         | 0,027324        | 5,9  | 365,04         | 0,0027394       |
| 1,4 | 4,0552         | 0,24660         | 3,7 | 40,447         | 0,024724        | 6,0  | 403,42         | 0,0024787       |
| 1,5 | 4,4817         | 0,22313         | 3,8 | 44,701         | 0,022371        | 6,5  | 665,14         | 0,0015034       |
| 1,6 | 4,9530         | 0,20190         | 3,9 | 49,402         | 0,020242        | 7,0  | 1096,6         | 0,00091188      |
| 1,7 | 5,4739         | 0,18268         | 4,0 | 54,598         | 0,018315        | 7,5  | 1808,0         | 0,00055309      |
| 1,8 | 6,0496         | 0,16530         | 4,1 | 60,340         | 0,016573        | 8,0  | 2980,9         | 0,00033547      |
| 1,9 | 6,6859         | 0,14957         | 4,2 | 66,687         | 0,014996        | 8,5  | 4914,8         | 0,00020347      |
| 2,0 | 7,3891         | 0,13533         | 4,3 | 73,700         | 0,013568        | 9,0  | 8103,0         | 0,00012341      |
| 2,1 | 8,1662         | 0,12245         | 4,4 | 81,451         | 0,012277        | 9,5  | 13360          | 0,000074852     |
| 2,2 | 9,0250         | 0,11080         | 4,5 | 90,017         | 0,011109        | 10,0 | 22026          | 0,000045400     |

G. Wichtige Zahlenwerte.

| Größe              | n         | log n     | Größe                | n         | log n     | Größe              | n        | log n     |
|--------------------|-----------|-----------|----------------------|-----------|-----------|--------------------|----------|-----------|
| π                  | 3,1415927 | 0,49715   | g                    | 9,81      | 0,99167   | $\sqrt{3} : \pi$   | 0,984745 | 0,99332-1 |
| 2·π                | 6,2831853 | 0,79818   | g <sup>2</sup>       | 96,2361   | 1,98334   | 1 : 2g             | 0,050968 | 0,70830-2 |
| 3·π                | 9,4247780 | 0,97427   | $\sqrt{g}$           | 3,1320919 | 0,49583   | 2 $\sqrt{g}$       | 6,264184 | 0,79686   |
| π : 2              | 1,5707963 | 0,19612   | π : $\sqrt{2}$       | 2,221442  | 0,34663   | $\sqrt{2} g$       | 4,429447 | 0,64635   |
| π : 3              | 1,0471976 | 0,02003   | 2 $\sqrt{\pi}$       | 3,544908  | 0,54960   | π $\sqrt{g}$       | 9,839757 | 0,99298   |
| π : 4              | 0,7853982 | 0,89509-1 | $\sqrt{2} \pi$       | 2,506628  | 0,39909   | π $\sqrt{2} g$     | 13,91536 | 1,14350   |
| π <sup>2</sup>     | 9,8696044 | 0,99430   | $\sqrt{\pi} : 2$     | 1,253314  | 0,09806   | π : $\sqrt{g}$     | 1,003033 | 0,00132   |
| π <sup>3</sup>     | 31,006277 | 1,49145   | $\sqrt{2} : \pi$     | 0,797885  | 0,90194-1 | π : $\sqrt{2} g$   | 0,709252 | 0,85080-1 |
| $\sqrt{\pi}$       | 1,7724539 | 0,24857   | $\sqrt{3} : \pi$     | 0,977205  | 0,98998-1 | e                  | 2,718282 | 0,43429   |
| $\sqrt[3]{\pi}$    | 1,4645919 | 0,16572   | $\sqrt[3]{2\pi}$     | 1,845261  | 0,26606   | e <sup>2</sup>     | 7,389056 | 0,86859   |
| 4 π <sup>2</sup>   | 39,478418 | 1,59636   | $\sqrt[3]{\pi} : 2$  | 1,162447  | 0,06537   | 1 : e              | 0,367879 | 0,56571-1 |
| π <sup>2</sup> : 4 | 2,4674011 | 0,39224   | $\sqrt[3]{\pi} : 4$  | 0,922635  | 0,96503-1 | 1 : e <sup>2</sup> | 0,135335 | 0,13141-1 |
| π $\sqrt{2}$       | 4,4428829 | 0,64767   | $\sqrt[3]{2\pi} : 4$ | 0,860254  | 0,93463-1 | $\sqrt{e}$         | 1,648721 | 0,21715   |
| $\frac{1}{\pi}$    | 0,318310  | 0,50285-1 | $\sqrt[3]{2 : \pi}$  | 0,860254  | 0,93463-1 | $\sqrt[3]{e}$      | 1,395612 | 0,14476   |

Einige Winke zur Benutzung der Tafel A.

1) Quadrieren

a) zweistelliger Zahlen unter Benutzung der Umformung

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$



im Kopfe nach folgenden Beispielen:

$$\begin{aligned} 43^2 &= 40 \cdot 46 + 9 = 1849 \\ 78^2 &= 80 \cdot 76 + 4 = 6084. \end{aligned}$$

b) beliebiger Zahlen:

Beispiele:

$$\begin{aligned} 1) \quad 601,55^2 & \quad (601^2 =) \quad 361\,201 \\ & \quad (2 \cdot 0,55 \cdot 601 = 1,1 \cdot 601 =) \quad 661,1 \\ & \quad (0,55^2 =) \quad 3 \\ & \quad \hline 601,55^2 &= 361\,862 \\ \\ 2) \quad 35,826^2 & \quad (358^2 =) \quad 128\,164 \\ & \quad 2 \cdot 358 \cdot 26 =) \quad 186\,16 \\ & \quad 26^2 =) \quad 7 \\ & \quad \hline 35,826^2 &= 1283,5023 \end{aligned}$$

(Tab.

2) Ziehen der Quadratwurzel.

$$\begin{aligned} & \sqrt{271,8284} = 16,49 \\ \text{(a. d. T.) } & \underline{268\,96} \\ & 2\,86\,84 : 32\text{§} \quad (\text{s. abgek. Radiz. S. 38}). \\ & \sqrt{0,00358726} = 0,05989 \\ & \underline{357604} \quad \text{(a. d. T.)} \\ & 1122 : 119\text{¶} \end{aligned}$$

3) Berechnung dritter Potenzen.

$$\begin{aligned} 601,55^3 & \quad (601^3 =) \quad 217\,081\,801 \\ & \quad (3 \cdot 601^2 \cdot 55 = 361\,201 \cdot 165 =) \quad 595\,981\,6\text{§} \\ & \quad (3 \cdot 601 \cdot 55^2 = 1803 \cdot 3025 =) \quad 54544 \\ & \quad \hline 601,55^3 &= 217\,678\,328. \end{aligned}$$

4) Ziehen der Kubikwurzel.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{271,828} = 6,478 \\ & \underline{270\,840 \dots} \\ 1255827 \quad & | \quad 988 \dots \end{aligned}$$

Man schlage unter den dritten Potenzen diejenige Zahl auf, die 271 000 000 am nächsten ist; da  $7^3 > 271 > 6^3$  ist, muß sie zwischen 600 und 700 liegen; man erhält die ersten drei Ziffern 647. (Die Punkte sollen die zur Bestimmung der vierten Ziffer nötigen Stellen andeuten.) Der Rest 988... ist durch  $3 \cdot 647^2 = 3 \cdot 418\,609 = 1\,255\,827$  zu dividieren; der Quotient gibt die letzte Ziffer 8.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2718,282} = 13,96 \\ & \underline{2685\,619} \\ & 32\,663 \cdot | \quad 57963 \\ \\ & \sqrt[3]{27182,82} = 30,07 \\ & \underline{182\,82 \dots | \quad 270000} \end{aligned}$$

5) Berechnung des Kreisumfanges aus dem Durchmesser und umgekehrt.

$$\begin{aligned} 1) \quad & 2,71828 \pi = 8,5137 \quad (271 \pi) \\ & \underline{26044} \quad (828 \pi) \\ & 8,539744 \\ \\ 2) \quad & d \pi = 0,58664 \quad d = 0,186732 \\ & \underline{58434} \\ & 230 \end{aligned}$$

## Winke zum Gebrauch der Tafel B.

Aufsuchen des natürlichen Logarithmus.

$$\begin{aligned} \ln 23,76 &= \ln 237,6 - \ln 10 & \ln 0,5373 &= \ln 537,3 - \ln 1000 \\ \ln 237,6 &= 5,4681 & \ln 537,3 &= 6,2860 \\ & 25 = 4,2 \cdot 6 & & 6 = 1,9 \cdot 3 \\ & \underline{5,4706} & & \underline{6,2866} \\ \ln 10 &= 2,3026 & - \ln 1000 &= -6,9078 \\ \ln 23,76 &= 3,1680 & \ln 0,5373 &= -0,6212 \end{aligned}$$

## Aufsuchen des Numerus.

$$\begin{array}{r} \ln x = 1,2345 \\ \ln 100 = 4,6052 \\ \hline \ln 100x = 5,8397 \\ 100x = 343,7 \\ x = 3,437 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \ln x = -1,2346 \\ \ln 1000 = 6,9078 \\ \hline \ln 1000x = 5,6732 \\ 1000x = 291,0 \\ x = 0,2910 \end{array}$$

## Abgekürztes Zahlenrechnen.

## Multiplikation.

Beispiel: ( $\ln 3 =$ )  $0,47712 \cdot 2,302585$

$$\begin{array}{r} 0,47712 \cdot 2,302585 \\ \hline 95424 \\ 14314 \\ 95 \\ 24 \\ 3 \\ \hline 1,09860 \end{array}$$

Regel: Man wähle den Faktor mit der geringeren Stellenzahl (0,47712) zum Multiplizierten, multipliziere ihn wie gewöhnlich mit der ersten Ziffer (2) des Multiplikators, streiche dann die letzte Ziffer (2) des Multiplizierten, multipliziere dann mit der zweiten Ziffer (3) des Multiplikators unter Berücksichtigung der eben gestrichenen Ziffer des Multiplizierten, streiche dann die vorletzte Ziffer (1) des Multiplizierten, multipliziere unter Berücksichtigung dieser Ziffer mit der dritten Ziffer (0) des Multiplikators usw. Zuletzt wird die Stellung des Kommas durch Abschätzen ( $0,47 \cdot 2,3 = 1, \dots$ ) bestimmt.

Beachte: 1) Das Produkt kann nie auf mehr Stellen genau sein, als der Faktor mit der geringsten Stellenzahl hat.

2) Wird für das Produkt nur eine Genauigkeit von einer geringeren Anzahl von Stellen verlangt, als beide Faktoren haben, so runde man von vornherein den Multiplikand so ab, daß er höchstens eine Stelle mehr erhält.

Beispiel: Das Produkt  $1,732 \cdot 3,14160$  soll auf nur drei Stellen genau berechnet werden; die Rechnung gestaltet sich folgendermaßen:

$$\begin{array}{r} 1,732 \cdot 3,14160 \\ \hline 5196 \\ 173 \\ 69 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 5,44 \end{array}$$

## Division.

Beispiel:  $3,80666 : 2,302585 = 1,65321$

$$\begin{array}{r} 1\ 50407 \\ \hline 12252 \\ \hline 739 \\ 48 \\ 2 \end{array}$$

Regel: Die erste Ziffer des Quotienten (1) erhält man wie gewöhnlich; hat der Divisor zu viel Stellen (i. o. B. die Ziffer 5), so ist diese vorher zu streichen. Alsdann dividiere man den Rest (150407) durch den Divisor, dessen nächste Ziffer gestrichen wird (23025); den nächsten Rest durch den um eine weitere Ziffer verkürzten Divisor (2302) usw. Die Stellung des Kommas wird durch Abschätzen bestimmt ( $3,8 : 2,3 = 1, \dots$ ).



Beachte: 1) Der Quotient kann nie auf mehr Stellen genau sein, als diejenige der beiden gegebenen Zahlen hat, die die geringere Stellenzahl hat (i. o. B. als der Dividend, der nur 6 Stellen hat, während der Divisor deren 7 hat; also hat der Quotient nur 6 Stellen).

2) Hat der Divisor weniger Stellen, als der Dividend, so ist der Dividend um die betr. Stellen zu kürzen.

Beispiel:  $3,1415926 : 2,71828 = 1,15574$

$$\begin{array}{r} 4233 \\ 1515 \\ \hline 156 \\ \hline 20 \\ \hline 1 \end{array}$$

3) Wird für den Quotienten nur eine Genauigkeit von einer geringeren Stellenzahl verlangt, als die beiden gegebenen Zahlen haben, so verkürzt man zuvor beide durch Streichen von Ziffern auf die nötige Stellenzahl.

#### Ziehen der Quadratwurzel.

Beispiel:  $\sqrt{27182,818} = 164,87213$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 171} \\ 32 \overline{) 1582} \\ 328 \overline{) 28681} \\ \underline{3296} \overline{) 23778} \\ \underline{701} \\ \underline{42} \\ 9 \end{array}$$

Regel: Man radiziere anfangs wie gewöhnlich; sind die Stellen des Radikanden erschöpft, so ist das Radizieren in ein einfaches Dividieren übergeführt, bei welchem der verbliebene Rest den Dividenten und die doppelte Wurzel den Divisor darstellt; die Division ist abgekürzt auszuführen.

Beachte: 1) Die Wurzel kann nie auf mehr Stellen Genauigkeit beanspruchen, als der Radikand hat.

2) Genügt für die Wurzel eine geringere Genauigkeit, als die Anzahl der Stellen des Radikanden beträgt, so kürze man zuvor den Radikanden entsprechend ab.

#### Rechnen mit kleinen Zahlen.

Ist  $\varepsilon$  eine im Vergleich zu 1 kleine Zahl, so gelten angenähert die Formeln

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n \cdot \varepsilon \qquad 1,003^4 = 1,01$$

$$\sqrt[n]{1 + \varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{n} \qquad \sqrt[4]{1,0032} = 1,0008$$

$$(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2) = 1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \qquad 1,003 \cdot 1,004 = 1,007$$

$$\frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} = 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \qquad \frac{1,003}{1,004} = 0,999$$

$$\frac{1}{(1 + \varepsilon)^n} = 1 - n \varepsilon \qquad \left(\frac{1}{1,003}\right)^4 = 0,988$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{1 + \varepsilon}} = 1 - \frac{\varepsilon}{n} \qquad \frac{1}{\sqrt[4]{1,0032}} = 0,9992.$$

Weitere Formeln s. (52).

## II. Arithmetik.

## A. Die höheren Rechenoperationen.

## (1) Potenzen.

Erklärung: Unter der Potenz  $a^n$  ( $n$  eine positive, ganze Zahl) versteht man ein Produkt aus  $n$  Faktoren, die sämtlich  $a$  heißen.  $a$  ist die Grundzahl (Basis),  $n$  der Exponent.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^0 = 1 \quad a^1 = a.$$

Die wichtigsten Formeln:

- 1)  $a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} = \frac{1}{a^{s-r}}$
- 2)  $a^r \cdot b^r = (ab)^r \quad \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$
- 3)  $(a^r)^s = (a^s)^r = a^{rs}$
- 4)  $(-a)^{2n} = (+a)^{2n} = a^{2n}$   
 $(-a)^{2n+1} = -(+a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$
- 5)  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^{n-k}b^{k-1} + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$   
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- 6)  $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$   
 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$

Binomischer Satz:

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{k}x^k + \dots + \binom{n}{n-1}x^{n-1} + \binom{n}{n}x^n.$$

$\binom{n}{k}$  heißt der  $k$ -te Binomialkoeffizient der  $n$ -ten Potenz; er läßt sich in der Form schreiben

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad [v! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots v]$$

$$(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$$

$$(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

$$(1+x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$$

$$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$$

Bildungsgesetz der Binomialkoeffizienten (Pascalsches Dreieck).

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\ & & & & & & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \end{array}$$

S. auch (52).



## (2) Wurzeln.

Erklärung: Unter der  $n$ -ten Wurzel aus  $a$  versteht man diejenige Zahl  $b$ , deren  $n$ -te Potenz  $a$  ergibt.

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ wenn } b^n = a; \text{ daraus folgt: } (\sqrt[n]{a})^n = a; \sqrt[n]{b^n} = b.$$

$a$  heißt Radikand,  $n$  der Wurzelexponent,  $b$  die Wurzel;  $\sqrt[0]{a} = \sqrt{a}$ .

Die wichtigsten Formeln:

$$1) \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}. \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}.$$

$$2) \sqrt[r]{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[r \cdot s]{a} = \sqrt[s]{\sqrt[r]{a}}. \quad \sqrt[r]{a^s} = (\sqrt[r]{a})^s = \sqrt[r \cdot m]{a^{s \cdot m}}.$$

$$3) \sqrt[r]{a} \cdot \sqrt[s]{a} = \sqrt[r \cdot s]{a^{r+s}}.$$

Insbesondere

$$4) \sqrt{a^2} = \pm a. \quad \sqrt[3]{a^3} = +a. \quad \sqrt[3]{-a^3} = -a.$$

$$\text{Rationalmachen des Nenners: } \frac{z}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{z(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{a - b}.$$

Zurückführung der Wurzeln auf Potenzen:

$$\text{Es ist } a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r} = (\sqrt[s]{a})^r.$$

## (3) Logarithmen.

Erklärung: Unter dem  $a$ -Logarithmus von  $b$  versteht man diejenige Zahl  $c$ , mit der man  $a$  potenzieren muß, um  $b$  zu erhalten.

$${}^a \log b = c, \text{ wenn } a^c = b \text{ ist; daraus folgt } {}^a \log (a^c) = c, \quad a^{a \log b} = b.$$

$a$  heißt die Basis des Logarithmensystems,  $b$  der Logarithmand oder Numerus,  $c$  der Logarithmus. Soll der Logarithmus reell sein, so muß der Numerus stets positiv sein:  $b > 0$ .

$${}^a \log 0 = -\infty, \quad {}^a \log 1 = 0, \quad {}^a \log a = 1.$$

Die wichtigsten Formeln:

$$1) \quad {}^a \log (bc) = {}^a \log b + {}^a \log c \quad {}^a \log \frac{b}{c} = {}^a \log b - {}^a \log c$$

$$2) \quad {}^a \log (b^n) = n \cdot {}^a \log b \quad {}^a \log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot {}^a \log b.$$

Übergang von einem Logarithmensystem zu einem anderen:

$a$  sei die Basis des einen,  $\alpha$  die des anderen Systems; dann ist

$${}^a \log b = {}^a \log b \cdot {}^a \log \alpha \quad {}^\alpha \log b = {}^a \log b \cdot {}^\alpha \log a \quad {}^a \log \alpha \cdot {}^\alpha \log a = 1$$

$${}^a \log b = \frac{{}^\alpha \log b}{{}^\alpha \log a} \quad {}^\alpha \log b = \frac{{}^a \log b}{{}^a \log \alpha}.$$

Anwendung in der logarithmischen Skala (Rechenschieber, Nomographie.)

## (4) Spezielle Logarithmensysteme:

## Das gemeine oder Briggsche Logarithmensystem.

$a = 10$ . Man schreibt statt  ${}^{10}\log b$  kurzweg  $\log b$ .

Der gemeine Logarithmus (wie auch jeder andere) einer jeden Zahl ist im allgemeinen eine irrationale Zahl, bestehend aus einer ganzen Zahl und einem echten Dezimalbruch. Die ganze Zahl heißt Kennziffer, der echte Dezimalbruch Mantisse. Ist  $b < 1$ , so ist der Logarithmus negativ; man schreibt ihn aber gewöhnlich so, daß nur die Kennziffer negativ, aber die Mantisse positiv wird.

Beispiel:  $\log 30 = 1,47712$        $\log 0,3 = 0,47712 - 1$ .

Die Mantisse bestimmt sich einzig durch die Ziffernfolge des Numerus; man entnimmt sie aus der Tabelle A (S. 2—21); und gerade dieser Umstand hat dem logarithmischen Rechnen die große praktische Bedeutung verschafft. Die Kennziffer bestimmt sich nach der folgenden

Regel: Die Kennziffer gibt an, wieviel Stellen vor oder hinter den Einern der Numerus beginnt; im ersten Falle ist sie positiv, im zweiten negativ.

| Beispiel: | num        | log           |
|-----------|------------|---------------|
|           | 345,67     | 2,538 66      |
|           | 34,567     | 1,538 66      |
|           | 3,4567     | 0,538 66      |
|           | 0,345 67   | 0,538 66 - 1  |
|           | 0,034 567  | 0,538 66 - 2  |
|           | 0,003 4567 | 0,538 66 - 3. |

Beispiele zum Rechnen mit Logarithmen: Man bedient sich am zweckmäßigsten eines bestimmten Schemas, wie des folgenden, das aus zwei Spalten, einer Numerus- und einer Logarithmspalte besteht. Der Übergang aus der einen Spalte in die andere ist regelmäßig durch einen wagerechten Querstrich angedeutet.

$$1. \quad x = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

|     | Num.     |        | Log.        |
|-----|----------|--------|-------------|
| $a$ | 3,5287   | $a$    | 0,54761     |
| $b$ | 0,14693  | $b$    | 0,16711 - 1 |
| $c$ | 28,452   | Zähler | 0,71472 - 1 |
| $d$ | 0,038654 | $c$    | 1,45411     |
| $x$ | 0,47143  | $d$    | 0,58719 - 2 |
|     |          | Nenner | 0,04130     |
|     |          | $x$    | 0,67342 - 1 |

$$2. \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

|       | Num.   |       | Log.    |
|-------|--------|-------|---------|
| $a$   | 3,5791 | $a$   | 0,55377 |
| $b$   | 2,4680 | $a^2$ | 1,10754 |
| $a^2$ | 12,810 | $b$   | 0,39235 |
| $b^2$ | 6,091  | $b^2$ | 0,78470 |
| $c^2$ | 18,901 | $c^2$ | 1,27648 |
| $c$   | 4,3475 | $c$   | 0,63824 |

$$3. \quad x = e^{-\pi}$$

$$y = \log x = -\pi \cdot \log e$$

|                   | Num.        |              | Log.        |
|-------------------|-------------|--------------|-------------|
| $e$               | 2,7183      | $e$          | 0,43429     |
| $\pi$             | 3,1416      | $\log e$     | 0,63778 - 1 |
| $-y = \pi \log e$ | 1,36437     | $\pi$        | 0,49715     |
| $y = -\pi \log e$ | 0,63563 - 2 | $\pi \log e$ | 0,13493     |
| $x$               | 0,043215    |              |             |



## Das natürliche Logarithmensystem.

$$a = e = 2,71828 \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}. \quad \text{Statt } {}^e \log b \text{ schreibt man } \lg b \text{ oder}$$

$\ln b$ . Die Bedeutung der natürlichen Logarithmen liegt auf dem Gebiet der höheren Mathematik.

Übergang von den Briggschen zu den natürlichen Logarithmen. Es ist

$$\ln b = 2,302585 \cdot \log b \quad \log b = 0,434294 \cdot \ln b.$$

## B. Endliche Reihen.

## (5) Arithmetische Reihe.

Unter einer **arithmetischen Reihe erster Ordnung** versteht man eine Reihe, in welcher die Differenz je zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Das Anfangsglied sei  $a_1$ , die Differenz  $d$ , die Anzahl der Glieder  $n$ , das  $n$ -te Glied  $a_n$ , die Summe der ersten  $n$  Glieder  $s_n$ . Es gelten die Formeln:

$$1) \quad a_n = a_1 + (n-1)d, \quad 2a) \quad s_n = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d,$$

$$2b) \quad s_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}.$$

Durch irgend drei der fünf Größen  $a_1$ ,  $d$ ,  $n$ ,  $a_n$ ,  $s_n$  ist die Reihe bestimmt; die Berechnung der fehlenden zwei ergibt sich aus der auf S. 43 folgenden Tabelle.

(6) Unter einer **arithmetischen Reihe  $k$ -ter Ordnung** versteht man eine solche, deren erste Differenzenreihe eine arithmetische Reihe  $(k-1)$ -ter Ordnung ist, deren  $k$ -te Differenzenreihe also aus lauter gleichen Größen besteht:

|              |   |    |    |    |     |     |             |
|--------------|---|----|----|----|-----|-----|-------------|
| Beispiel: 1) | 1 | 4  | 9  | 16 | 25  | 36  | 2. Ordnung. |
|              |   | 3  | 5  | 7  | 9   | 11  | 1. Ordnung. |
|              |   | 2  | 2  | 2  | 2   |     |             |
| 2)           | 1 | 8  | 27 | 64 | 125 | 216 | 3. Ordnung. |
|              |   | 7  | 19 | 37 | 61  | 91  | 2. Ordnung. |
|              |   | 12 | 18 | 24 | 30  |     | 1. Ordnung. |
|              |   | 6  | 6  | 6  |     |     |             |

## Die wichtigsten Sonderfälle.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2,$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = \sum_{k=1}^n 2k = n(n+1),$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \sum_{k=1}^n k^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

| Gesucht →<br>Gegeben ↓ | $a_1 =$   | $d =$   | $n =$   | $a_n =$  | $s_n =$                                 |
|------------------------|---|---|---|--|---|
| $a_1, d, n$            | $a_1$   | $d$   | $n$   | $a_1 + (n-1)d$                                     | $n a_1 + \frac{n(n-1)}{2} d$            |
| $a_1, d, a_n$          | $a_1$   | $d$   | $1 + \frac{a_n - a_1}{d}$                                 | $a_n$  | $\frac{(a_1 + a_n)(d - a_1 + a_n)}{2d}$ |
| $a_1, d, s_n$          | $a_1$   | $d$   | $\frac{1}{2d} (d - 2a_1 \pm \sqrt{(d - 2a_1)^2 + 8ds_n})$ | $\frac{1}{2} (-d \pm \sqrt{(d - 2a_1)^2 + 8ds_n})$ | $s_n$                                   |
| $a_1, n, a_n$          | $a_1$   | $\frac{a_n - a_1}{n-1}$                           | $n$   | $a_n$  | $n \frac{a_1 + a_n}{2}$                 |
| $a_1, n, s_n$          | $a_1$   | $\frac{2(s_n - n a_1)}{n(n-1)}$                   | $n$   | $\frac{2s_n}{n} - a_1$                             | $s_n$                                   |
| $a_1, a_n, s_n$        | $a_1$   | $\frac{(a_n - a_1)(a_n + a_1)}{2s_n - a_1 - a_n}$ | $\frac{2s_n}{a_1 + a_n}$                                  | $a_n$  | $s_n$                                   |
| $d, n, a_n$            | $a_n - (n-1)d$                                    | $d$   | $n$   | $a_n$  | $n a_n - \frac{n(n-1)}{2} d$            |
| $d, n, s_n$            | $\frac{s_n}{n} - \frac{1}{2}(n-1)d$               | $d$   | $n$   | $\frac{s_n}{n} + \frac{1}{2}(n-1)d$                | $s_n$                                   |
| $d, a_n, s_n$          | $\frac{1}{2} (d \pm \sqrt{(d + 2a_n)^2 - 8ds_n})$ | $d$   | $\frac{1}{2d} (d + 2a_n \mp \sqrt{(d + 2a_n)^2 - 8ds_n})$ | $a_n$  | $s_n$                                   |
| $n, a_n, s_n$          | $\frac{2s_n}{n} - a_n$                            | $\frac{2(n a_n - s_n)}{n(n-1)}$                   | $n$   | $a_n$  | $s_n$                                   |



## (7) Geometrische Reihe.

Eine **geometrische Reihe** ist eine solche, in der der Quotient je zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Ist das Anfangsglied  $a_1$ , der Quotient  $q$ , die Anzahl der Glieder  $n$ , so ist das Endglied

$$1) \quad a_n = a_1 q^{n-1} \quad \text{und die Summe der } n \text{ Glieder}$$

$$2a) \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad 2b) \quad s_n = \frac{q \cdot a_n - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 - q a_n}{1 - q}.$$

Durch irgend drei der fünf Größen  $a_1, q, n, a_n, s_n$  ist die Reihe bestimmt; die Berechnung der fehlenden beiden Größen ergibt sich aus der auf S. 45 folgenden Tabelle.

Ist  $-1 < q < +1$ , so geht für  $n = \infty$  die geometrische Reihe in die konvergente unendliche geometrische Reihe über; aus Formel 2a folgt sodann

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 + \dots = \frac{a_1}{1 - q}.$$

S. a. (52) unendliche Reihen.

## (8) C. Kaufmännische Arithmetik.

1) **Zinsrechnung.** Die Zinsen  $z$ , die das Kapital  $k$  zu  $p\%$  in  $n$  Jahren bringt, berechnen sich nach der Formel:  $z = \frac{k \cdot p \cdot n}{100}$ .

2) **Zinseszinsrechnung.** Werden die Zinsen alljährlich am Ende eines jeden Jahres zum Kapital geschlagen, so wächst das Kapital  $k_0$  zu  $p\%$  in  $n$  Jahren an auf das Kapital:

$$1) \quad k_n = k_0 \cdot q^n \quad (q = 1 + \frac{p}{100} \text{ heißt der Zinsfaktor}).$$

Hieraus ergeben sich die weiteren drei Grundaufgaben:

$$2) \text{ gesucht } k_0: \quad k_0 = k_n \cdot q^{-n}$$

$$3) \text{ gesucht } p: \quad q = \sqrt[n]{\frac{k_n}{k_0}} \quad p = 100 \cdot (q - 1).$$

$$4) \text{ gesucht } n: \quad n = \frac{\log \frac{k_n}{k_0}}{\log q}$$

3) **Rentenrechnung.** 1) Das Endkapital  $k_n$  einer  $n$  Jahre lang am Ende eines jeden Jahres fälligen Rente  $r$  beträgt (am Tage der Zahlung der letzten Rente):

$$a) \quad k_n = \frac{100 r}{p} (q^n - 1);$$

der Barwert derselben (der Wert, den das Kapital ein Jahr vor Auszahlung der ersten Rente hat) beträgt

$$b) \quad k_0 = \frac{100 r}{p} (1 - q^{-n}).$$

Hieraus ergeben sich die weiteren Grundaufgaben:

$$2) \text{ gesucht } r: \quad r = \frac{k_0 p}{100 (1 - q^{-n})},$$

$$3) \text{ gesucht } n: \quad n = - \frac{\log \left( 1 - \frac{k_0 p}{100 r} \right)}{\log q}.$$

| Gesucht →<br>Gegeben ↓ | $a_1 =$                     | $q =$   | $n =$   | $a_n =$                             | $s_n =$   |
|------------------------|-----------------------------|---|---|-------------------------------------|---|
| $a_1, q, n$            | $a_1$                       | $q$   | $n$   | $a_1 q^{n-1}$                       | $a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$   |
| $a_1, q, a_n$          | $a_1$                       | $q$   | $1 + \frac{\log a_n - \log a_1}{\log q}$                            | $a_n$                               | $\frac{q a_n - a_1}{q - 1}$   |
| $a_1, q, s_n$          | $a_1$                       | $q$   | $\frac{\log \left[ \frac{s_n (q - 1)}{a_1} + 1 \right]}{\log q}$    | $\frac{s_n (q - 1) + a_1}{q}$       | $s_n$   |
| $a_1, n, a_n$          | $a_1$                       | $\frac{n-1 \sqrt[n]{a_n}}{\sqrt[n]{a_1}}$                                     | $n$   | $a_n$                               | $\frac{n-1 \sqrt[n]{a_n} - n-1 \sqrt[n]{a_1}}{n-1 \sqrt[n]{a_n} - n-1 \sqrt[n]{a_1}}$ |
| $a_1, n, s_n$          | $a_1$                       | $*) q^n - \frac{s_n}{a_1} q + \frac{s_n}{a_1} - 1 = 0$                        | $n$   | $*) a_1 q^{n-1}$                    | $s_n$   |
| $a_1, a_n, s_n$        | $a_1$                       | $\frac{s_n - a_1}{s_n - a_n}$   | $1 + \frac{\log \frac{a_n}{a_1}}{\log \frac{s_n - a_1}{s_n - a_n}}$ | $a_n$                               | $s_n$   |
| $q, n, a_n$            | $\frac{a_n}{q^{n-1}}$       | $q$   | $n$   | $a_n$                               | $\frac{a_n}{q^{n-1}} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$                                     |
| $q, n, s_n$            | $s_n \frac{q - 1}{q^n - 1}$ |   | $n$   | $s_n \frac{q^n - q^{n-1}}{q^n - 1}$ | $s_n$   |
| $q, a_n, s_n$          | $q a_n - s_n (q - 1)$       |   | $\frac{\log \left[ 1 - \frac{s_n (q - 1)}{q a_n} \right]}{\log q}$  | $a_n$                               | $s_n$   |
| $n, a_n, s_n$          | $*) \frac{a_n}{q^{n-1}}$    | $*) \left( \frac{s_n}{a_n} - 1 \right) q^n - \frac{s_n}{a_n} q^{n-1} + 1 = 0$ | $n$   | $a_n$                               | $s_n$   |

\*)  $q$  bestimmt sich aus der angegebenen Gleichung  $n$ -ten Grades; die Wurzel  $q = 1$  scheidet hierbei aus. Dann erst kann  $a_n$  resp.  $a_1$  berechnet werden.



4) gesucht  $p$ :  $q$  bestimmt sich aus der Gleichung  $n$ -ten Grades:

$$a) k_0 q^{n+1} - (k_0 + r) q^n + r = 0 \quad p = 100 (q - 1),$$

$$b) r q^n - k_n \cdot q + k_n - r = 0.$$

### III. Trigonometrie.

#### A. Messung von Winkeln.

(9) 1) Gradmaß:  $1 R = 90^\circ = 5400' = 324000''$

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

$$1' = 60''.$$

2) Bogenmaß: Erklärung: Unter dem Winkel  $\alpha$  versteht man das Verhältnis des Bogens zum Radius (= Bogen im Kreis vom Radius  $r = 1$ ).

Das Bogenmaß findet in der höheren Mathematik ausschließliche Verwendung. Zum Unterschied vom Gradmaß bezeichnet man das Bogenmaß von  $\alpha$  auch durch  $\text{arc } \alpha$ .

Beziehungen zwischen Gradmaß und Bogenmaß:

$$\text{arc } \alpha = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180'} = \frac{\pi \cdot \alpha'}{10800'} = \frac{\pi \cdot \alpha''}{648000''}.$$

|                      |   |                 |                 |                 |                 |                  |       |                  |        |                       |
|----------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-------|------------------|--------|-----------------------|
| $\alpha^\circ$       | 0 | 30              | 45              | 60              | 90              | 135              | 180   | 270              | 360    | $57^\circ 17' 44,8''$ |
| $\text{arc } \alpha$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3}{4}\pi$ | $\pi$ | $\frac{3}{2}\pi$ | $2\pi$ | 1                     |

$\text{arc } 1^\circ = 0,01745329$ ,  $\text{arc } 1' = 0,000290888$ ,  $\text{arc } 1'' = 0,0000048481$ .

Im übrigen s. Tabelle D.

#### B. Die Winkelfunktionen oder trigonometrischen Funktionen:

(10) Spitze Winkel:

Der Sinus eines Winkels ist das Verhältnis der Gegenkathete zur Hypotenuse.

„ Kosinus „ „ „ „ „ „ Ankathete „ „ „

„ Tangens „ „ „ „ „ „ „ Gegenkathete „ „ Ankathete.

„ Kotangens,, „ „ „ „ „ „ „ Ankathete zur Gegenkathete.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{b}{a}, \quad \text{Abb. 1.}$$

Ist, Abb. 2,  $OA = OB = OP = 1$ ,

so ist

$$\sin \alpha = BC \quad \cos \alpha = OC$$

$$\text{tg } \alpha = AD \quad \text{ctg } \alpha = PE$$

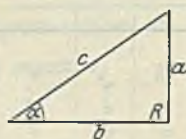


Abb. 1.

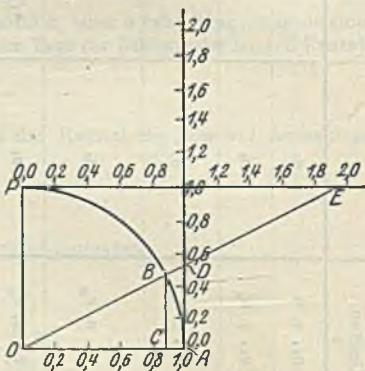


Abb. 2.

| $\alpha =$                               | $0^\circ$ | $30^\circ$            | $45^\circ$  | $60^\circ$            | $90^\circ$ |
|--|-----------|-----------------------|---|-----------------------|------------|
| $\sin \alpha =$                          | 0         | $\frac{1}{2}$         | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1          |
| $\cos \alpha =$                          | 1         | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   | $\frac{1}{2}$         | 0          |
| $\operatorname{tg} \alpha =$             | 0         | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 1   | $\sqrt{3}$            | $\infty$   |
| $\operatorname{ctg} \alpha =$            | $\infty$  | $\sqrt{3}$            | 1   | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 0          |
| $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$ |           |                       | $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} (90^\circ - \alpha)$ |                       |            |
| $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$ |           |                       | $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha)$ |                       |            |

Sinus und Kosinus einerseits, Tangens und Kotangens andererseits heißen Kofunktionen.

„Die Funktion eines Winkels ist gleich der Kofunktion seiner Rechtgerängung.“ Hierauf beruht die Einrichtung der Tabelle C.

### (II) Beliebige Winkel, Abb. 3:

Der Sinus ist das Verhältnis der Ordinate zum Leitstrahl.  
 „ Kosinus „ „ „ „ Abszisse „ „ „  
 „ Tangens „ „ „ „ Ordinate zur Abszisse.  
 „ Kotangens „ „ „ „ Abszisse zur Ordinate.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Vorzeichen der Funktionen in den einzelnen Quadranten:

|           | I | II | III | IV |
|-----------|---|----|-----|----|
| sinus     | + | +  | -   | -  |
| cosinus   | + | -  | -   | +  |
| tangens   | + | -  | +   | -  |
| cotangens | + | -  | +   | -  |

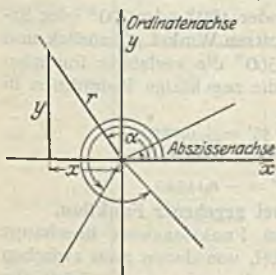


Abb. 3.

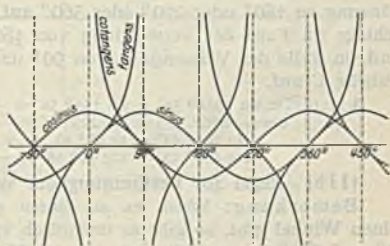


Abb. 4.

Verlauf der Funktionen in den einzelnen Quadranten:

|           | $0^\circ - 90^\circ$       | $90^\circ - 180^\circ$     | $180^\circ - 270^\circ$    | $270^\circ - 360^\circ$    |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| sinus     | steigt von 0 bis 1         | fällt von 1 bis 0          | fällt von 0 bis -1         | steigt von -1 bis 0        |
| cosinus   | fällt von 1 bis 0          | fällt von 0 bis -1         | steigt von -1 bis 0        | steigt von 0 bis 1         |
| tangens   | steigt von 0 bis $+\infty$ | steigt von $-\infty$ bis 0 | steigt von 0 bis $+\infty$ | steigt von $-\infty$ bis 0 |
| cotangens | fällt von $+\infty$ bis 0  | fällt von 0 bis $-\infty$  | fällt von $+\infty$ bis 0  | fällt von 0 bis $-\infty$  |



Sinus und Cosinus sind periodische Funktionen; die Periode ist  $360^\circ$ .

Tangens und Cotangens sind periodische Funktionen; die Periode ist  $180^\circ$ .

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) &= \sin \alpha & \cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) &= \operatorname{tg} \alpha & \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) &= \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned}$$

Zeichnerische Darstellung des Verlaufs, Abb. 4.

(12) Zurückführung der Funktionen beliebiger Winkel auf Funktionen von solchen im ersten Quadranten:

$$1) \text{ Negative Winkel: } \begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha & \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha & \operatorname{ctg}(-\alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha \end{aligned}$$

$$2) \alpha > 360^\circ, 0 < \alpha - k \cdot 360^\circ < 360^\circ$$

$k$  beliebige ganze positive Zahl.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin(\alpha - k \cdot 360^\circ) & \cos \alpha &= \cos(\alpha - k \cdot 360^\circ) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg}(\alpha - k \cdot 360^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{ctg}(\alpha - k \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$3) \text{ a) } 90^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \cos(\alpha - 90^\circ) & \sin \alpha &= \sin(180^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= -\sin(\alpha - 90^\circ) & \cos \alpha &= -\cos(180^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(\alpha - 90^\circ) & \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{tg}(\alpha - 90^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

$$\text{b) } 180^\circ < \alpha < 270^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= -\sin(\alpha - 180^\circ) & \sin \alpha &= -\cos(270^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= -\cos(\alpha - 180^\circ) & \cos \alpha &= -\sin(270^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg}(\alpha - 180^\circ) & \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{ctg}(\alpha - 180^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

$$\text{c) } 270^\circ < \alpha < 360^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= -\cos(\alpha - 270^\circ) & \sin \alpha &= -\sin(360^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= \sin(\alpha - 270^\circ) & \cos \alpha &= \cos(360^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(\alpha - 270^\circ) & \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{tg}(\alpha - 270^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

(13a) Regel zur Bestimmung der Funktion eines gegebenen Winkels:

1) Man führe den Winkel  $\alpha$  durch Addition oder Subtraktion eines entsprechenden ganzen Vielfachen von  $360^\circ$  auf einen Winkel  $\alpha'$  zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  zurück.

2) Man bestimme den Quadranten von  $\alpha'$  und das zur verlangten Funktion in diesem Quadranten gehörige Vorzeichen.

3) Man führe  $\alpha'$  durch Subtraktion von  $90^\circ$  oder  $180^\circ$  oder  $270^\circ$  oder Ergänzung zu  $180^\circ$  oder  $270^\circ$  oder  $360^\circ$  auf einen spitzen Winkel  $\alpha''$  zurück und schlage im Falle der Verwendung von  $180^\circ$  und  $360^\circ$  die verlangte Funktion und im Falle der Verwendung von  $90^\circ$  und  $270^\circ$  die zugehörige Kofunktion in Tabelle C auf.

$$\begin{aligned} \text{Beispiele: } \sin 1234^\circ 56' &= \sin 154^\circ 56' = + \cos 64^\circ 56' = + 0,42367 \\ \cos(-876^\circ 54') &= \cos 203^\circ 6' = -\cos 23^\circ 6' = -0,91982 \\ \operatorname{tg} 765^\circ 43' &= \operatorname{tg} 45^\circ 43' = + 1,0253 \\ \operatorname{ctg} 456^\circ 18' &= \operatorname{ctg} 96^\circ 18' = -\operatorname{tg} 6^\circ 18' = -0,11040 \end{aligned}$$

(13b) Regel zur Bestimmung des Winkels bei gegebener Funktion.

Bemerkung: Wenn es zu einem gegebenen Funktionswert überhaupt einen Winkel gibt, so gibt es unendlich viel Winkel, von denen zwei zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  liegen, während sich die übrigen von diesen um ganze Vielfache von  $360^\circ$  unterscheiden.

1) Man bestimme auf Grund des Vorzeichens der Funktion den Quadranten, in welchem der gesuchte Winkel  $x$  liegen muß.

2) Man suche in Tabelle C den spitzen Winkel  $[x]$  auf, dessen betr. Funktion gleich dem absoluten Betrage des gegebenen Funktionswertes ist.

3) Man verbinde  $[x]$  mit  $180^\circ$  bzw.  $360^\circ$  derart durch Addition oder Subtraktion, daß man in den durch 1) bestimmten Quadranten gelangt; der erhaltene Winkel ist  $x$ .

Beispiele: 1)  $\sin x = 0,24680$   $[x] = 14^\circ 19'$   
 $x_1 = 14^\circ 19' + k \cdot 360^\circ$   $x_2 = 165^\circ 41' + k \cdot 360^\circ$   
 2)  $\cos x = -0,86420$   $[x] = 30^\circ 13'$   
 $x_1 = 149^\circ 47' + k \cdot 360^\circ$   $x_2 = 210^\circ 13' + k \cdot 360^\circ$   
 3)  $\operatorname{tg} x = -1,2345$   $[x] = 50^\circ 59' \frac{1}{2}$   $x = 129^\circ \frac{1}{2} + k \cdot 180^\circ$   
 4)  $\operatorname{ctg} x = 0,54321$   $[x] = 61^\circ 29'$   $x = 61^\circ 29' + k \cdot 180^\circ$

### (14) Die zyklometrischen Funktionen.

(Sie finden Anwendung in der höheren Mathematik, wo die Winkel nach Bogenmaß gemessen werden.) Die zyklometrischen Funktionen Arkussinus, Arkuskosinus, Arkustangens, Arkuskotangens sind die inversen Funktionen zu den trigonometrischen Funktionen.

$$\arcsin x = y, \text{ wenn } \sin y = x, \quad \arccos x = y, \text{ wenn } \cos y = x,$$

$$\operatorname{arctg} x = y, \text{ wenn } \operatorname{tg} y = x, \quad \operatorname{arctg} x = y, \text{ wenn } \operatorname{ctg} y = x.$$

Die zyklometrischen Funktionen sind unendlich vieldeutig; man erzielt Eindeutigkeit durch Einführung der Hauptwerte, diese liegen für Arkussinus und Arkustangens zwischen  $-\frac{\pi}{2}$  und  $+\frac{\pi}{2}$ , für Arkuskosinus und Arkuskotangens zwischen 0 und  $\pi$ .

Beispiele: 1)  $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ , resp.  $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ ; Hauptwert:  $-\frac{\pi}{6}$   
 2)  $\arccos\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ , resp.  $\frac{7\pi}{4} + 2k\pi$ ; Hauptwert:  $\frac{\pi}{4}$   
 3)  $\operatorname{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ; Hauptwert:  $\frac{\pi}{3}$   
 4)  $\operatorname{arctg}(-1) = \frac{3}{4}\pi + k\pi$ ; Hauptwert:  $\frac{3}{4}\pi$

### (15) C. Goniometrie.

1) Zwischen den vier Winkelfunktionen bestehen die drei fundamentalen Beziehungen:

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 3) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1.$$

Aus ihnen ergibt sich die nachfolgende Tabelle, um aus einer gegebenen Funktion die übrigen drei zu berechnen:

| Gegeben →<br>Gesucht ↓        | $\sin \alpha$                                  | $\cos \alpha$                                  | $\operatorname{tg} \alpha$   | $\operatorname{ctg} \alpha$  |
|-------------------------------|--|--|--|--|
| $\sin \alpha =$               | $\sin \alpha$                                  | $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$                     | $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$ | $\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$                         |
| $\cos \alpha =$               | $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$                     | $\cos \alpha$                                  | $\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$                        | $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$ |
| $\operatorname{tg} \alpha =$  | $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ | $\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ | $\operatorname{tg} \alpha$   | $\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$                                      |
| $\operatorname{ctg} \alpha =$ | $\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ | $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ | $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$                                     | $\operatorname{ctg} \alpha$  |

$$2) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha); \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$$



$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4) \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)].$$

5) Goniometrische Gleichungen s. u. Gleichungen (31).

## D. Dreiecksberechnung.

### (16) Das rechtwinklige Dreieck.

a) Gegeben Hypotenuse und eine Kathete. Geg.  $c, a$ .

$$1) \sin \alpha = \frac{a}{c} \quad 2) \beta = 90^\circ - \alpha \quad 3) b = c \cdot \cos \alpha = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Entspr.: geg.  $c, b$ .

b) Gegeben Hypotenuse und ein Winkel. Geg.  $c, \alpha$ .

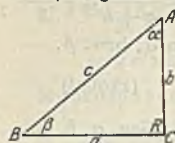


Abb. 5.

$$1) a = c \sin \alpha \quad 2) b = c \cos \alpha \quad 3) \beta = 90^\circ - \alpha$$

Entspr.: geg.  $c, \beta$ .

c) Gegeben die beiden Katheten. Geg.  $a, b$ .

$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad 2) \beta = 90^\circ - \alpha$$

$$3) c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

d) Gegeben eine Kathete und der Gegenwinkel. Geg.  $a, \alpha$ .

$$1) \beta = 90^\circ - \alpha \quad 2) b = a \operatorname{ctg} \alpha \quad 3) c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Entspr.: geg.  $b, \beta$ .

e) Gegeben eine Kathete und der Anwinkel. Geg.  $a, \beta$ .

$$1) \alpha = 90^\circ - \beta \quad 2) b = a \operatorname{tg} \beta \quad 3) c = \frac{a}{\cos \beta}$$

Entspr.: geg.  $b, \alpha$ .

### Das schiefwinklige Dreieck.

(17) 1) Formeln. a)  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

b) Sinussatz:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ .

c) Kosinussatz:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = (a+b)^2 - 4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2} = (a-b)^2 + 4ab \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

d) Tangensformel:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma} = \frac{a \sin \beta}{c - a \cos \beta}.$

e) Projektionssatz:  $a = b \cos \gamma + c \cos \beta.$

f) Nelpersche Gleichungen:  $\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}}{\frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{a + b}{a - b}.$

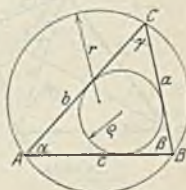


Abb. 6.

g) Halbwinkelsatz:  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\rho}{s-a} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}.$$

(18) 2) Lösung der Grundaufgaben.

a) Gegeben eine Seite und zwei Winkel. Geg.  $a, \beta, \gamma$ .

$$1) \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) \quad 2) b = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \beta \quad 3) c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma.$$

b) Gegeben zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel. Geg.  $a, b, \gamma$ .

1. Lösung: 1)  $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$  2)  $\sin \alpha = a \cdot \frac{\sin \gamma}{c}$

$$3) \sin \beta = b \frac{\sin \gamma}{c} \quad \text{Probe: } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

<sup>1)</sup> Für c), d), e), f), g) ergeben sich weitere Formeln durch zyklische Vertauschung der Seiten und Winkel.



2. Lösung: 1)  $\frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$  2)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{a - b}{a + b} \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}$ ;

durch Addition, bzw. Subtraktion von 1) und 2) erhält man  $\alpha$ , bzw.  $\beta$ .

$$3) c = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \gamma = \frac{b}{\sin \beta} \sin \gamma \quad (\text{Probe!})$$

c) Gegeben zwei Seiten und ein Gegenwinkel. Geg.  $a, b, \alpha$ .

1)  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot b$  2)  $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$  3)  $c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma$ .

Ist  $a > b$ , so ist  $\beta < 90^\circ$ ; es gibt stets ein, aber auch nur ein Dreieck.

Ist  $b > a > b \sin \alpha$ , so gibt es zwei Dreiecke; in dem einen ist  $\beta < 90^\circ$ , in dem andern  $\beta > 90^\circ$ .

Ist  $b \sin \alpha > a$ , so gibt es kein Dreieck.

d) Gegeben die drei Seiten. Geg.  $a, b, c$ .

1. Lösung: 1)  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ ;

2a)  $\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ ; 2b)  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot b$ ;

3a)  $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ ; 3b)  $\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot c$ .

[Probe:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .]

2. Lösung: 1)  $J = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ; 2)  $\varrho = \frac{J}{s}$ ;

3)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\varrho}{s-a}$ ; 4)  $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{\varrho}{s-b}$ ;

5)  $\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{\varrho}{s-c}$ . [Probe:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .]

## IV. Geometrie.

### A. Ebene Figuren.

(19)

#### 1. Das Dreieck:

$a, b, c$  die Seiten,

$m_a, m_b, m_c$  die Mittellinien,

$h_a, h_b, h_c$  die Höhen,

$\alpha, \beta, \gamma$  die Winkel;

$\varrho$  der Radius des Inkreises,  $r$  der Radius des Umkreises,  $s$  der halbe Umfang.

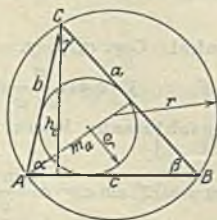


Abb. 7.

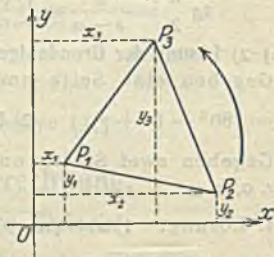


Abb. 8.

1)  $m_a^2 = \frac{1}{4} [-a^2 + 2b^2 + 2c^2]$ ,

$a^2 = \frac{4}{9} [-m_a^2 + 2m_b^2 + 2m_c^2]$ .

$$2) F = \frac{1}{2} a h_a = \frac{a b c}{4 r} = \rho s = \frac{a b}{2} \sin \gamma = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$$

$$= 2 r^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Koordinatenmethode, Abb. 8:

$$F = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)].$$

$F \geq 0$ , wenn das Dreieck im Gegenzeigersinne umlaufen wird.  
Uhrzeigersinne

Liegt der Koordinatenanfangspunkt in  $P_3$ , so wird  $F = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$   
(S. a. Analytische Geometrie (82)).

Sonderfall: Das rechtwinklige Dreieck:

$a, b$  Katheten,  $c$  Hypotenuse,  $h$  Höhe,  
 $p, q$  Hypotenusenabschnitte.

Pythagoreischer Lehrsatz:

$$a^2 = c p \quad b^2 = c q$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad h^2 = p q.$$

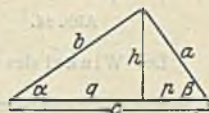


Abb. 9.

$$F = \frac{1}{2} a b = \frac{1}{2} c h = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{4} c^2 \sin 2 \alpha.$$

## 2. Das Viereck.

$$F = \frac{e}{2} (h_1 + h_2) = \frac{e \cdot f}{2} \sin \varepsilon.$$

Sonderfälle: 1) Das Trapez, Abb. 11:

$$m = \frac{a+b}{2} \quad F = \frac{h}{2} (a+b) = m h.$$

2) Das Tangentenviereck, Abb. 12:

$$s = \frac{1}{2} (a+b+c+d) \quad F = \rho \cdot s.$$

3) Das Sehnenviereck, Abb. 13:

$$s = \frac{1}{2} (a+b+c+d) \quad F = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}.$$

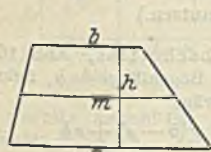


Abb. 11.

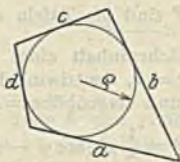


Abb. 12.



Abb. 13.

## 3. Das Vieleck.

Zur Berechnung des Inhaltes entweder Zerlegung in Dreiecke oder Koordinatenmethode, Abb. 14:

$$F = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_n) + x_2 (y_3 - y_1) + \dots + x_n (y_1 - y_{n-1})]$$

$$= \frac{1}{2} [y_1 (x_n - x_2) + y_2 (x_1 - x_3) + \dots + y_n (x_{n-1} - x_1)].$$



Über das Vorzeichen von  $F$  s. Dreieck. (S. a. Analytische Geometrie (82).)

Sonderfall: Das **regelmäßige Vieleck**.

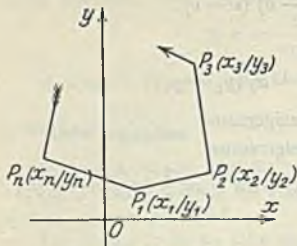


Abb. 14.

Ist  $r$  der Halbmesser des umschriebenen,  $\rho$  der des eingeschriebenen Kreises,  $a = 2\sqrt{r^2 - \rho^2}$  die Seite und  $n$  die Anzahl der Seiten, so ist

$$F = \frac{1}{4} n a^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} =$$

$$= \frac{1}{2} n r^2 \sin \frac{360^\circ}{n} = n \rho^2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \quad \text{und}$$

$$U = n a = 2 n r \sin \frac{180^\circ}{n} = 2 n \rho \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}.$$

Der Winkel des Vielecks beträgt  $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ .

| $n$ | $F$         | $a$         | $r$       | $\rho$    |
|-----|-------------|-------------|-----------|-----------|
| 3   | $0,433 a^2$ | $1,299 r^2$ | $1,732 r$ | $0,577 a$ |
| 4   | $1,000 a^2$ | $2,000 r^2$ | $1,414 r$ | $0,707 a$ |
| 5   | $1,721 a^2$ | $2,378 r^2$ | $1,176 r$ | $0,851 a$ |
| 6   | $2,598 a^2$ | $2,598 r^2$ | $1,000 r$ | $1,000 a$ |
| 8   | $4,828 a^2$ | $2,828 r^2$ | $0,765 r$ | $1,307 a$ |
| 10  | $7,694 a^2$ | $2,939 r^2$ | $0,618 r$ | $1,618 a$ |

#### 4. Der Kreis.

Ist  $r$  der Halbmesser,  $d = 2r$  der Durchmesser eines Kreises, so ist

$$F = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1}{4} U d = 0,785398 \cdot d^2 \quad \text{und} \quad U = \pi d.$$

(Tafeln für  $F$  und  $U$  s. Tafel A.)



Abb. 15.

Ein Kreisring, Abb. 15, vom äußeren und inneren Durchmesser  $D = 2R$  bzw.  $d = 2r$ , dem mittleren Halbmesser  $\rho$  und der Ringbreite  $\delta$  hat den Flächeninhalt

$$F = \pi (R^2 - r^2) = \frac{1}{4} \pi (D^2 - d^2) = 2\pi \rho \delta.$$

(Für  $F$  sind die Tafeln A zu benutzen.)



Abb. 16.

Der Flächeninhalt eines Kreisabschnittes, Abb. 16: Halbmesser =  $r$ , Zentriwinkel =  $\varphi^\circ$ , Bogenlänge =  $b$ , Sehnenlänge =  $s$  und Bogenhöhe =  $h$  — beträgt

$$F = \frac{1}{2} r^2 (\operatorname{arc} \varphi - \sin \varphi) = \frac{r(b-s) + s h}{2}.$$



Abb. 17.

Sehr flache Kreisabschnitte haben angenähert  $F = \frac{2}{3} s h$ .

(Tafel D.)

Für den Kreisabschnitt, Abb. 17, gilt, wenn  $r$  den Halbmesser,  $b$  die Bogenlänge,  $\varphi$  den zum Bogen  $b$  gehörenden Zentriwinkel bedeutet,

$$F = \frac{1}{2} b r = \frac{r^2}{2} \operatorname{arc} \varphi \quad \text{und} \quad b = r \operatorname{arc} \varphi.$$

Bei einem Kreisringstück ist

$$F = \frac{(R^2 - r^2)}{2} \text{arc } \varphi = \rho \delta \text{ arc } \varphi \quad (\text{Bezeichnungen s. Abb. 15}).$$

## 5. Beliebige Flächen.

Die Inhalte derselben lassen sich

- 1) durch Umfahren mit dem Planimeter, Integrator usw. feststellen,
- 2) auf folgende Weise berechnen:

Man teile die Fläche in  $n$  zur  $y$ -Achse parallele Streifen von gleicher Dicke  $h$  und wende eine der nachstehenden Regeln an, die nach dem Grad der Genauigkeit geordnet sind.

a) Trapezregel, Abb. 18:

$$F = h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right).$$

b) Einfache Simpsonsche Regel, Abb. 19:

$$F = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_m + y_1).$$

Sie ist genau richtig, solange die begrenzende Kurve eine Parabel von höchstens dritter Ordnung ist.

c) Verallgemeinerte Simpsonsche Regel:

Die in Abb. 18 ersichtliche Fläche  $abcd$  ist auf drei Seiten durch gerade Linien begrenzt, von denen  $ad = y_0$  und  $bc = y_n$  senkrecht auf  $dc$  stehen. Man teilt  $dc$  in

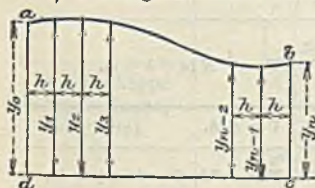


Abb. 18.

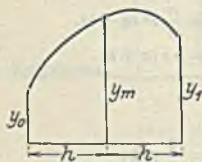


Abb. 19.

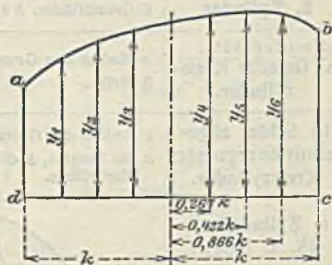


Abb. 20.

eine gerade Anzahl ( $n$ ) gleicher Teile  $h$  und errichtet in den Teilpunkten Ordinaten  $y_1, y_2, y_3 \dots y_{n-1}$ , dann ist der Inhalt der Fläche  $abcd$

$$F = \frac{1}{3} h [y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})].$$

d) Tschebyscheffsche Regel.

Um den Inhalt der in Abb. 20 dargestellten Fläche  $abcd$  zu ermitteln, errichtet man auf der Geraden  $dc = 2k$  zu beiden Seiten der Mittellinie — in den Entfernungen  $0,267k$ ,  $0,422k$  und  $0,866k$  (s. Abb. 20) von dieser — je drei Ordinaten, deren Höhen mit  $y_1, y_2, y_3 \dots y_6$  bezeichnet sind. Dann ist

$$F = \frac{1}{3} k (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6).$$



e) Mit Hilfe der Integralrechnung, Abb. 21:

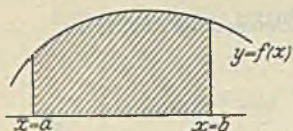


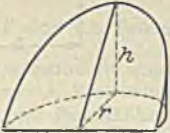
Abb. 21.

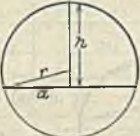
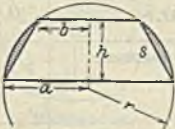
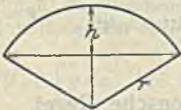
Ist  $y=f(x)$  die Gleichung der begrenzenden Kurve, so ist der Inhalt des schraffierten Flächenstücks:

$$F = \int_a^b f(x) dx. \quad (\text{S. a. (62).})$$

(20)

## B. Körper.

| Körper  | Bezeichnungen  | $V$ = Inhalt, $O$ = Oberfläche,<br>$M$ = Mantel.   |
|---|--|--|
| <b>1. Prisma.</b>   | $G$ Grundfläche, $h$ Höhe.   | $V = G \cdot h.$   |
| Sonderfälle:<br>a) <b>Quader</b><br>(rechtwinkliges<br>Parallelepiped). | $a, b, c$ die drei Kanten,<br>$d$ die Diagonale.   | $V = abc, O = 2(ab + bc + ca)$<br>$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$                          |
| b) <b>Würfel.</b>   | $a$ Kante, $d$ Diagonale.  | $V = a^3, O = 6a^2, d = a\sqrt{3}.$  |
| c) <b>Schief abgeschnittenes Prisma.</b>                                | $N$ Normalschnitt,<br>$l$ Abstand der Schwerpunkte der<br>beiden Grundflächen.   | $V = N \cdot l.$   |
| d) <b>Schief abgeschnittenes dreiseitiges Prisma.</b>                   | $N$ Normalschnitt,<br>$a, b, c$ die drei Seitenkanten.   | $V = \frac{1}{3} N (a + b + c).$   |
| <b>2. Zylinder.</b>   | $G$ Grundfläche, $h$ Höhe.   | $V = G \cdot h.$   |
| Sonderfälle:<br>a) <b>Gerader Kreis-<br/>zylinder.</b>                  | $r$ Radius des Grundkreises,<br>$h$ Höhe.  | $V = \pi r^2 h, O = 2\pi r(r + h).$<br>$M = 2\pi r h.$                                   |
| b) <b>Schief abgeschnittener gerader<br/>Kreiszyylinder.</b>            | $r$ Radius des Grundkreises,<br>$a$ die längste, $b$ die kürzeste<br>Mantellinie.  | $V = \frac{\pi}{2} r^2 (a + b).$<br>$M = \pi r (a + b).$                                 |
| c) <b>Zylinderhuf.</b><br>(S. a. (104).)                                |   | $V = \frac{2}{3} r^2 h.$<br>$M = 2\pi r h.$  |
| d) <b>Hohlzylinder.</b>   | $r_1$ äußerer, $r_2$ innerer Radius,<br>$d = r_1 - r_2$ Wandstärke,<br>$e = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ mittlerer Radius,<br>$h$ Höhe. | $V = \pi h (r_1^2 - r_2^2) = 2\pi h e d$<br>$= \pi h d (2r_1 - d) = \pi h d (d + 2r_2).$ |
| <b>3. Pyramide<br/>und Kegel.</b>                                       | $G$ Grundfläche, $h$ Höhe.   | $V = \frac{1}{3} G h.$   |
| Sonderfälle:<br>a) <b>Pyramiden-<br/>(Kegel-) stumpf.</b>               | $G_1$ und $G_2$ die beiden Grund-<br>flächen,<br>$h$ Höhe  | $V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2)$   |

| Körper                                       | Bezeichnungen   | $V$ = Inhalt, $O$ = Oberfläche,<br>$M$ = Mantel.  |
|--|---|---|
| b) Kreiskegel.                               | $r$ Radius der Grundfläche,<br>$h$ Höhe.  | $V = \frac{\pi}{3} r^2 h.$  |
| b') gerader<br>Kreiskegel.                   | $s$ Mantellinie.  | $s = \sqrt{r^2 + h^2}$<br>$M = \pi r s, O = \pi r (r + s).$                                     |
| c) Abgestumpfter<br>Kreiskegel.              | $r_1, r_2$ Radien der Grundflächen.<br>$h$ Höhe.<br>$\sigma = r_1 + r_2, \delta = r_1 - r_2.$ | $V = \frac{\pi}{3} h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$<br>$= \frac{\pi}{12} h (3\sigma^2 + \delta^2).$ |
| c') Abgestumpfter<br>gerader Kreiskegel.     | $s$ Mantellinie.  | $M = \pi s (r_1 + r_2) = \pi s \sigma.$   |
| <b>4. Kugel.</b>                             | $r$ Radius.   | $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = 4,18879 r^3.$  |
| a) Vollkugel.                                |   | $O = 4 \pi r^2.$<br>$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \frac{V}{\pi}} = 0,620351 \sqrt[3]{V}.$           |
| b) Hohlkugel.                                | $R$ äußerer, $r$ innerer Radius.  | $V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3).$  |
| c) Kugelabschnitt.                           |              | $V = \frac{\pi}{6} h (3a^2 + h^2)$<br>$= \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h).$                           |
| d) Kugelkappe<br>(Kugel-Haube,<br>-Kalotte). | Abb. 23.<br>$a^2 = h (2r - h).$   | $O = 2 \pi r h = \pi (a^2 + h^2).$  |
| e) Kugelschicht.                             |             | $V = \frac{\pi}{6} h (3a^2 + 3b^2 + h^2).$  |
| f) Kugelzone.                                | Abb. 24.<br>$r = \frac{\sqrt{[(a+b)^2 + h^2] [(a-b)^2 + h^2]}}{2h}.$                          | $O = 2 \pi r h.$  |
| g) Kugel-<br>ausschnitt.                     |            | $V = \frac{2}{3} \pi r^2 h.$  |
| h) Kugelrinde.                               | s. Abb. 24.   | $V = \frac{\pi}{6} h s^2.$  |

## (21) Umdrehungskörper und -flächen.

## Guldinsche Regeln.

a) Bezeichnet  $l$  die Länge einer ebenen Kurve, die sich um eine in ihrer Ebene liegende, sie nicht schneidende Achse dreht, und  $r$  den Abstand des



Schwerpunktes der Kurve von dieser Achse, so ist die Größe der von  $l$  beschriebenen Umdrehungsfläche

$$O = 2 \pi r l.$$

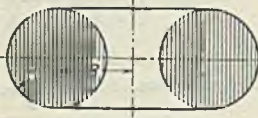
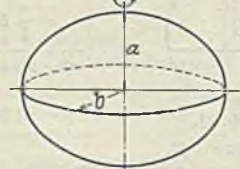
„Die Oberfläche eines Umdrehungskörpers ist gleich dem Produkte aus seiner Meridiankurve und dem Wege ihres Schwerpunktes.“

b) Bezeichnet  $f$  den Inhalt einer ebenen Fläche, die sich um eine in ihrer Ebene liegende, sie nicht schneidende Achse dreht, und  $r$  den Abstand des Schwerpunktes der Fläche von dieser Achse, so ist der Inhalt des von  $f$  beschriebenen Umdrehungskörpers

$$V = 2 \pi r f.$$

„Der Inhalt eines Umdrehungskörpers ist gleich dem Produkt aus seiner Meridianfläche und dem Wege ihres Schwerpunktes.“

Beispiele:

|  |   |  |
|--|---|--|
| a) Zylindrischer Ring.                       |  <p style="text-align: center;">Abb. 26.</p> | $V = 2 \pi^2 R r^2 = 19,739 R r^2.$ $O = 4 \pi^2 R r = 39,478 R r.$  |
| b) Umdrehungs-ellipsoid.                     |  <p style="text-align: center;">Abb. 27.</p> | $V = \frac{4}{3} \pi a b^2.$ <p>a) <math>a &gt; b</math>, <math>\epsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}</math>.</p> $O = 2 \pi b \left( b + a \frac{\arcsin \epsilon}{\epsilon} \right).$ <p>b) <math>a &lt; b</math>, <math>\epsilon = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}</math>.</p> $O = 2 \pi \left\{ a^2 + b^2 \ln \frac{a(1 + \epsilon)}{b} \right\}.$ |
| b') Allgemeines Ellipsoid.<br>(S. a. (104).) | $a, b, c$ die drei Halbachsen.  | $V = \frac{4}{3} \pi a b c.$   |
| c) Umdrehungs-paraboloid.                    | $h$ Höhe<br>$r$ Radius der Grundfläche.   | $V = \frac{\pi}{2} r^2 h.$   |
| c') Abgestumpftes Umdrehungs-paraboloid.     | $h$ Höhe,<br>$r_1, r_2$ Radien der beiden Grundflächen,<br>$r_m$ Radius des Mittelschnitts.                                   | $V = \frac{\pi}{2} (r_1^2 + r_2^2) h.$ $V = \pi r_m^2 h.$  |

(22)

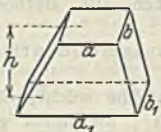
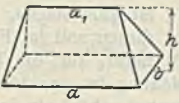

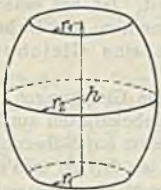
### Simpsonsche Regel.

Ist ein Körper von zwei parallelen Ebenen vom Abstand  $h$  begrenzt, so ist sein Rauminhalt, wenn die beiden Grundflächen den Inhalt  $g_1$  und  $g_2$  und der Mittelschnitt den Inhalt  $g_m$  haben, gegeben durch die Formel

$$V = \frac{h}{6} (g_1 + 4 g_m + g_2).$$

Diese Formel gilt genau, solange der Inhalt  $y$  der zur Höhe  $x$  gehörigen Schnittfläche eine Funktion von höchstens drittem Grade von  $x$  ist.

## Anwendungen:

| Körper.             | Bezeichnungen.   | $V$ = Inhalt. $O$ = Oberfläche.<br>$M$ = Mantel.  |
|---------------------|--|---|
| a) Obelisk.         | <br>Abb. 28.  | $V = \frac{h}{6} [(2a + a_1)b + (a + 2a_1)b_1].$  |
| b) Kell.            | <br>Abb. 29.  | $V = \frac{bh}{6} (2a + a_1).$  |
| c) Kübel (Bottich). | <br>Abb. 30.  | $V = \frac{\pi h}{6} [(2a + a_1)b + (a + 2a_1)b_1].$  |
| d) Faß.             | <br>$r_1$ Bodenradius.<br>$r_2$ Spundradius.<br>Abb. 31. | a) kreisförmige Dauben:<br>$V = \frac{\pi}{3} h (r_1^2 + 2r_2^2)$ angenähert<br>b) parabolische Dauben:<br>$V = \frac{\pi}{15} h (8r_2^3 + 4r_1r_2 + 3r_1^3)$<br>genau. |

## Allgemeinster Fall.

Der Körper werde durch Parallelebenen zur Grundfläche in Schichten zerlegt; ist  $y$  der Flächeninhalt der zur Schnitthöhe  $x$  gehörigen Schnittebene, so ist

$$V = \int_0^h y dx. \quad (\text{S. a. (104).})$$

## V. Algebra.

## Die Lehre von den Gleichungen.

(23)

## A. Allgemeines.

Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten dieselben Operationen vornimmt; insbesondere kann man auf beiden Seiten dieselbe Größe addieren, dieselbe Größe subtrahieren, beide Seiten mit derselben Größe



multiplizieren, durch dieselbe Größe dividieren, beide Seiten mit derselben Größe potenzieren, radizieren, logarithmieren.

Man hüte sich aber, durch Null oder einen die Unbekannte enthaltenden Ausdruck zu dividieren.

Auf diesen Grundsätzen beruhen alle Methoden der Auflösung von Gleichungen.

Es gibt zwei Arten von Gleichungen: identische Gleichungen und Bestimmungsgleichungen.

Eine identische Gleichung ist eine solche, die eine algebraische oder rechnerische Umformung ausdrückt. Zu ihnen gehören insbesondere die Formeln.

$$\text{Beispiele: } 7 + 3 \cdot 4 = 19 \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Eine Bestimmungsgleichung ist eine solche, die zur Ermittlung von unbekanntem Größen dient. Nur von diesen soll im Folgenden die Rede sein.

„Eine Gleichung auflösen“ heißt, für die Unbekannte einen Wert zu suchen, der die Bestimmungsgleichung in eine identische überführt.

Zur Bestimmung von  $n$  Unbekannten gehört ein System von  $n$  voneinander unabhängigen Gleichungen.

Gleichungen, die sich auf eine solche Form bringen lassen, daß die Unbekannten nur als Basen von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten auftreten, heißen algebraische Gleichungen, alle übrigen sind transzendente Gleichungen.

**Algebraische Gleichungen.** Unter einer Gleichung  $n$ -ten Grades mit einer Unbekannten  $x$  versteht man eine Gleichung, die sich auf die Form bringen läßt

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_k x^k + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0.$$

Die Größen  $a_k$  sind gegebene Größen;  $a_k$  heißt der Beiwert (Koeffizient) von  $x^k$ ,  $a_0$  heißt auch Absolutglied. Ist bei einer Gleichung mit mehreren Unbekannten die Summe der Exponenten der Unbekannten für jedes Glied nicht größer als  $n$ , so heißt diese eine Gleichung  $n$ -ten Grades mit mehreren Unbekannten.

Exakt lösen lassen sich nur solche Gleichungen, die sich auf Gleichungen höchstens vierten Grades mit einer Unbekannten zurückführen lassen. Bei der Lösung der übrigen muß man sich meist auf Näherungsmethoden beschränken, die auch schon im Falle der Gleichungen dritten und noch mehr vierten Grades im allgemeinen der exakten Lösungsmethode vorzuziehen sind.

## B. Exakte Lösung von Gleichungen.

### 1. Algebraische Gleichungen.

#### Gleichungen 1. Grades

(24) a) mit einer Unbekannten. Grundform:

$$ax + b = 0, \text{ woraus folgt: } x = -\frac{b}{a}.$$

Beispiele zur Überführung einer Gleichung auf die Grundform:

$$1) \quad 17x + 18 - 29x - 127 = 23 - 5x - 13 - 14x$$

Regel: Man bringe die  $x$  enthaltenden Glieder auf eine Seite allein! Glieder der einen Seite kommen mit entgegengesetztem Vorzeichen auf die andere Seite.

$$17x - 29x + 5x + 14x = -18 + 127 + 23 - 13 \quad \text{zusammenfassen!}$$

$$7x = 119$$

Regel: Faktor der einen Seite wird Divisor der anderen Seite.

$$x = 17$$

$$2) \quad 6(5x-2) - 5(6x-5) = 4(9-2x) + 1$$

Regel: Man löse die Klammern auf!

$$30x - 12 - 30x + 25 = 36 - 8x + 1$$

Weiter wie in 1).

$$x = 3$$

$$3) \quad \frac{x-a}{bc} - \frac{x+c}{ab} = \frac{2(b-c)}{ab} - \frac{x+b}{ac}$$

Regel: Man multipliziere beide Seiten mit dem Hauptnenner!

$$ax - a^2 - cx - c^2 = 2bc - 2c^2 - bx - b^2.$$

Weiter wie in 1).

$$x(a+b-c) = a^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

$$x(a+b-c) = (a+b-c)(a-b+c)$$

$$x = a - b + c$$

$$4) \quad \frac{9}{5x} - \frac{8}{10x-5} = \frac{4x-1}{4x^2-1}$$

Hauptnenner:  $5x(2x+1)(2x-1)$ . Im übrigen siehe 3).

$$36x^2 - 9 - 16x^2 - 8x = 20x^2 - 5x$$

$$x = -3.$$

$$5) \quad \sqrt{9x^2 - 20} + 3x = 10$$

Regel: Man bringe die Wurzel auf eine Seite allein und potenziere, so daß die Wurzel wegfällt:

$$\sqrt{9x^2 - 20} = 10 - 3x$$

$$9x^2 - 20 = 100 - 60x + 9x^2$$

$$60x = 120$$

$$x = 2.$$

(25) b) mit zwei Unbekannten. Grundform:

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0.$$

Lösungsmethoden:

1) **Additionsmethode:** a) Man multipliziere, um  $x$  zu erhalten, die obere Gleichung mit  $b_2$ , die untere mit  $-b_1$ .

$$a_1 b_2 x + b_1 b_2 y + c_1 b_2 = 0$$

$$-a_2 b_1 x - b_2 b_1 y - c_2 b_1 = 0.$$

Nach Addition beider Gleichungen erhält man dann

$$x(a_1 b_2 - a_2 b_1) = b_1 c_2 - b_2 c_1$$

$$x = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}.$$

$\beta$ ) Man multipliziere, um  $y$  zu erhalten, die obere Gleichung mit  $a_2$ , die untere mit  $-\alpha_1$  und addiere sodann

$$a_1 a_2 x + b_1 a_2 y + c_1 a_2 = 0$$

$$-a_2 a_1 x - b_2 a_1 y - c_2 a_1 = 0$$

$$y(b_1 a_2 - b_2 a_1) = c_2 a_1 - c_1 a_2$$

$$y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}.$$

Beispiel: 
$$\begin{array}{r|l} 21x - 19y = 70 & 3 \\ 2x + 3y = -27 & 19 \end{array} \left| \begin{array}{l} + 2 \\ - 21 \end{array} \right.$$

$$63x - 57y = 210$$

$$38x + 57y = -513$$

$$101x = -303$$

$$x = -3$$

$$42x - 38y = 140$$

$$-42x - 63y = +567$$

$$-101y = +707$$

$$y = -7$$



2) **Gleichsetzungsmethode:** Man löse, um  $x$  ( $y$ ) zu berechnen, beide Gleichungen nach  $y$  ( $x$ ) auf und setze beide Ausdrücke einander gleich, wodurch man eine Gleichung mit nur einer Unbekannten  $x$  ( $y$ ) erhält.

$$y = -\frac{a_1 x + c_1}{b_1} = -\frac{a_2 x + c_2}{b_2}$$

Multiplizieren mit  $-b_1 b_2$  ergibt

$$a_1 b_2 x + c_1 b_2 = a_2 b_1 x + c_2 b_1$$

$$x = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$x = -\frac{b_1 y + c_1}{a_1} = -\frac{b_2 y + c_2}{a_2}; \text{ hieraus}$$

$$y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}$$

Beispiel:  $\left\{ \begin{array}{l} 8x - 5y = 49 \\ 7x + 15y = 101 \end{array} \right. \quad y = \frac{8}{5}x - \frac{49}{5} = -\frac{7}{15}x + \frac{101}{15}$

$$31x = 248$$

$$x = 8$$

$$x = \frac{5}{8}y + \frac{49}{8} = -\frac{15}{7}y + \frac{101}{7}$$

$$155y = 465$$

$$y = 3$$

3) **Einsetzungsmethode:** Man löse, um  $x$  ( $y$ ) zu berechnen, die eine Gleichung nach  $y$  ( $x$ ) auf und setze den gefundenen Ausdruck in die andere Gleichung ein

$$y = -\frac{a_1 x + c_1}{b_1} \quad a_2 x - b_2 \frac{a_1 x + c_1}{b_1} + c_2 = 0 \quad x = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$x = -\frac{b_1 y + c_1}{a_1} \quad -a_2 \frac{b_1 y + c_1}{a_1} + b_2 y + c_2 = 0 \quad y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2}$$

Beispiel:  $\left\{ \begin{array}{l} 5x + 3y + 2 = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{array} \right. \quad \text{Aus der zweiten Gleichung folgt } y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2};$

dies in die erste Gleichung eingesetzt:  $5x - \frac{9}{2}x - \frac{3}{2} + 2 = 0, \underline{x = -1}$  und hieraus  $\underline{y = 1}$ .

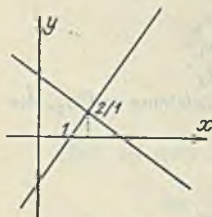


Abb. 32.

4. **Zeichnerische Lösung:** Da (s. (83)) jede lineare Gleichung zwischen  $x$  und  $y$  im rechtwinkligen Koordinatensystem die Gleichung einer Geraden ist, so zeichne man die beiden Geraden, die die Gleichungen  $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ , resp.  $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$  haben; die Koordinaten ihres Schnittpunktes geben das Lösungspaar der Gleichungen.

Beispiel:  $\left\{ \begin{array}{l} 5x + 7y = 17 \\ 7x - 5y = 9 \end{array} \right. \quad x = 2, \quad y = 1.$

(26) c) mit mehr als zwei Unbekannten.

Sie werden durch schrittweises Eliminieren der Unbekannten nach den unter b) angeführten Methoden gelöst.

Beispiele: 1)  $\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 3z = 110 \\ 5x + y - 4z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1) \text{ Elimination von } z: \\ a) \text{ man multipliziere die erste Gleichung mit } +4, \\ \text{die zweite mit } +3 \text{ und addiere;} \\ \text{Ergebnis: } 27x + 11y = 440. \end{array}$

β) Man multipliziere die zweite Gleichung mit 1, die dritte mit 4 und addiere;  
Ergebnis:  $13x - 11y = 0$ .

2) Nun hat man ein System zweier Gleichungen mit den beiden Unbekannten  $x$  und  $y$  erhalten:

$$\begin{cases} 27x + 11y = 440 \\ 13x - 11y = 0 \end{cases}$$

Ihre Lösungen sind nach den Methoden von b) zu finden:  $x = 11$ ,  $y = 13$ ; setzt man diese beiden Werte in irgendeine der gegebenen Gleichungen ein, so ergibt sich  $z = 17$ .

$$2) \begin{array}{cccc|c|c} x + y + z + u = 24 & +1 & 3 & & & \\ x + 2y + 3z - 9u = 0 & -1 & & & & 2 \\ 3x - y - 5z + u = 0 & & & & -1 & \\ 2x + 3y - 4z - 5u = 0 & & & & & -1 \end{array} \quad \text{Am bequemsten dürfte hier die Elimination von } x \text{ sein.}$$

$$\begin{array}{ccc|c} -y - 2z + 10u = 24 & & & \\ 4y + 8z + 2u = 72 & & & \\ y + 10z - 13u = 0 & & & \end{array} \quad \text{Vereinfachung der zweiten Gleichung.}$$

$$\begin{array}{ccc|c} -y - 2z + 10u = 24 & & & 2 \\ 2y + 4z + u = 36 & & & 1 \\ y + 10z - 13u = 0 & & & \end{array} \quad \text{Elimination von } y.$$

$$21u = 84$$

$u = 4$  Einsetzen dieses Wertes in irgend zwei Gleichungen (erste und dritte des letzten Systems).

$$\begin{array}{r|l} -y - 2z = -16 & \text{Addieren I} \\ y + 10z = 52 & \\ \hline 8z = 36 & \end{array}$$

$$z = 4\frac{1}{2}$$

$$y = 7$$

$$x = 8\frac{1}{2}$$

## Gleichungen 2. Grades

(27) a) mit einer Unbekannten.

Grundform:  $a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ . Durch Division mit  $a_2$  erhält man die Normalform:  $x^2 + px + q = 0$ .

1) Algebraische Lösung:  $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ ;  $x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ .

Beispiele:

1)  $x^2 - 13x - 30 = 0$ ;  $x_1 = \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} + 30} = 15$ ;  $x_2 = \frac{13}{2} - \sqrt{\frac{169}{4} + 30} = -2$

2)  $x^2 + 13x + 30 = 0$ ;  $x_1 = -\frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = -3$ ;  $x_2 = -\frac{13}{2} - \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = -10$

3)  $x^2 + x - 1 = 0$ ;  $x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ ;  $x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$

4)  $3x^2 - 5x + 11 = 0$ ;  $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{11}{3} = 0$ ;  $x_{1,2} = \frac{5}{6} \pm \frac{i}{6}\sqrt{107}$

Eigenschaften: Jede Gleichung zweiten Grades hat zwei Wurzeln, die entweder reell und verschieden, oder reell und gleich, oder konjugiert komplex sind. Ferner ist

$$x_1 + x_2 = -p;$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

2. Trigonometrische Lösung: Es sind zwei Fälle auseinanderzuhalten:

α) die quadratische Gleichung hat die Form

$$a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0; \quad a_2 > 0, \quad a_0 > 0.$$

Man setze  $\sin \varphi = \frac{2}{a_1} \sqrt{a_2 a_0}$ ; dann wird

$$x_1 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}; \quad x_2 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2};$$



β) die quadratische Gleichung hat die Form

$$a_2 x^2 + a_1 x - a_0 = 0; \quad a_2 > 0, \quad a_0 > 0.$$

Man setze  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{a_1} \sqrt{a_0 a_2}$ ; dann wird

$$x_1 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}; \quad x_2 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}.$$

Beispiele:

| 6,54321 $x^2 - 11,3496 x + 4,03899 = 0$ |             |  |             | 1,73205 $x^2 + 6,92820 x - 36,37307 = 0$ |            |  |         |
|---|-------------|--|-------------|--|------------|--|---------|
| Num                                     |             | Log                                    |             | Num                                      |            | Log                                    |         |
| $a_2$                                   | 6 54321     | $a_2$                                  | 0,81579     | $a_2$                                    | 1 73205    | $a_2$                                  | 0,23856 |
| $a_1$                                   | - 11 3496   | $a_0$                                  | 0,60627     | $a_1$                                    | 6 92820    | $a_0$                                  | 1,56078 |
| $a_0$                                   | 4 03899     | $a_2 \cdot a_0$                        | 1,42206     | $a_0$                                    | 36 37307   | $a_2 \cdot a_0$                        | 1,79934 |
| $\varphi$                               | 295°3'40''  | $\sqrt{a_2 a_0}$                       | 0,71103     | $\varphi$                                | 66°25'19'' | $\sqrt{a_2 a_0}$                       | 0,89967 |
| $\frac{\varphi}{2}$                     | 147°31'50'' | $a_1$                                  | 1,05500     | $\frac{\varphi}{2}$                      | 33°12'40'' | $a_1$                                  | 0,84062 |
|   |             | $\sin \varphi$                         | 9,95706     |  |            | $\operatorname{tg} \varphi$            | 0,36008 |
| $x_1$                                   | 1,2347      | $a_0$                                  | 0,79048 - 1 | $x_1$                                    | 3,0000     | $a_0$                                  | 1,32222 |
| $x_2$                                   | 0,49995     | $a_2$                                  |             | $x_2$                                    | - 7,0000   | $a_2$                                  |         |
|   |             | $\sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$               | 0,89524 - 1 |  |            | $\sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$               | 0,66111 |
|   |             | $\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ | 0,19632     |  |            | $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$  | 9,81601 |
|   |             | $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$  | 9,80368     |  |            | $\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ | 0,18399 |
|   |             | $x_1$                                  | 0,09156     |  |            | $x_1$                                  | 0,47712 |
|   |             | $x_2$                                  | 0,69892 - 1 |  |            | $x_2$                                  | 0,84510 |

3) Zeichnerische Lösung (s. Nomographie (109)).

(28) b) mit zwei Unbekannten.

$$\text{Grundform: } a_1 x^2 + b_1 x y + c_1 y^2 + d_1 x + e_1 y + f_1 = 0,$$

$$a_2 x^2 + b_2 x y + c_2 y^2 + d_2 x + e_2 y + f_2 = 0.$$

Durch Elimination der einen Unbekannten erhält man im allgemeinen Falle für die andere Unbekannte eine Gleichung vierten Grades. Läßt sich diese auflösen, so ergeben sich insgesamt vier Wertepaare  $x/y$ , die die gegebenen Gleichungen befriedigen. Da die Lösung der allgemeinen Gleichung vierten Grades mehr oder weniger algebraische Schwierigkeiten verursacht, so sollen hier die wichtigsten Sonderfälle hervorgehoben und an Beispielen erläutert werden.

1) Die beiden Gleichungen sind in  $x$  und  $y$  rein quadratisch.

Beispiel:

$$\begin{cases} 6x^2 + 5y^2 = 74 \\ 5x^2 - 6y^2 = 21 \end{cases}$$

Lineare Gleichungen mit den Unbekannten  $x^2$  und  $y^2$ ; durch Auflösen nach diesen ergibt sich  $x^2 = 9$ ,  $y^2 = 4$ , und hieraus

$$\begin{array}{cccc} x = & +3 & +3 & -3 & -3 \\ y = & +2 & -2 & +2 & -2 \end{array}$$

2) Eine der beiden Gleichungen ist in  $x$  und  $y$  linear, oder durch Verbindung beider Gleichungen läßt sich eine solche herstellen.

Beispiele:

$$1) \begin{cases} x^2 + 2xy - y^2 - 7x + 7y = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

Aus der zweiten Gleichung folgt  $y = 2x - 5$ ; setzt man diesen Ausdruck in die erste Gleichung ein, so ergibt sich für  $x$  die Gleichung  $x^2 + 17x - 60 = 0$ ; ihre Lösungen sind  $x_1 = -20$ ,  $x_2 = 3$ ; mit Hilfe der Substitutionsgleichung folgt weiter  $y_1 = -45$ ,  $y_2 = 1$ .

$$2) \begin{cases} 2xy - 5x - y - 3 = 0 \\ xy - 2x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

Man eliminiere aus beiden Gleichungen  $xy$  und erhält die lineare Gleichung  $x + 3y - 15 = 0$ . Man kombiniere diese mit einer der gegebenen Gleichungen und erhält entsprechend dem vorangehenden Beispiel

$$\begin{array}{r|l|l} x = & 6 & 2 \\ \hline y = & 3 & \frac{13}{3} \end{array}$$

3) Das Verhältnis der beiden Unbekannten ist gegeben oder läßt sich ermitteln.

Beispiele:

$$1) \begin{cases} x^2 - y^2 - x + y + 18 = 0 \\ x : y = 2 : 3 \end{cases}$$

Man setze  $x = 2t$ ,  $y = 3t$  in die erste Gleichung ein und erhält für die Unbekannte die Gleichung  $-5t^2 + t + 18 = 0$ , aus welcher folgt  $t_1 = 2$ ,  $t_2 = -\frac{9}{5}$ , also mit Hilfe der Substitutionsgleichungen

$$\begin{array}{r|l|l} x = & 4 & -3\frac{3}{5} \\ \hline y = & 6 & -5\frac{2}{5} \end{array}$$

$$2) \begin{cases} 5x^2 - 4xy + 3y^2 = 20 \\ xy - x^2 = 2 \end{cases}$$

Beide linken Seiten sind homogen vom 2. Grade. Man dividiere beide Gleichungen durcheinander

$$\frac{5x^2 - 4xy + 3y^2}{xy - x^2} = 10$$

und erhält die in  $x$  und  $y$  homogene Gleichung  $15x^2 - 14xy + 3y^2 = 0$ ; dividiert man diese durch  $x^2$ , so ergibt sich für das Verhältnis  $\frac{y}{x}$  die quadratische Gleichung

$3\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 14\left(\frac{y}{x}\right) + 15 = 0$ , deren Lösungen  $\left(\frac{y}{x}\right)_1 = 3$ ,  $\left(\frac{y}{x}\right)_2 = \frac{5}{3}$  sind. Man kombiniere jeden der beiden Werte mit irgendeiner der gegebenen Gleichung und bekommt entsprechend dem vorangehenden Beispiele die Lösungspaare

$$\begin{array}{r|l|l|l|l} x = & 1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ \hline y = & 3 & -3 & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3}\sqrt{3} \end{array}$$

Zeichnerische Lösung.

Da (s. Analytische Geometrie (90)) im rechtwinkligen Koordinatensystem jede Gleichung 2. Grades zwischen  $x$  und  $y$  die Gleichung eines Kegelschnittes ist, zeichne man die beiden Kegelschnitte, deren Gleichungen

$$a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0,$$

bzw.

$$a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0$$

sind; die Koordinaten ihrer Schnittpunkte geben die Lösungspaare des Gleichungssystems.

Beispiel:  $\begin{cases} 6x^2 + 5y^2 = 74 \\ 5x^2 - 6y^2 = 21 \end{cases}$   $\begin{array}{r|l|l|l|l} x = & 3 & 3 & -3 & -3 \\ \hline y = & 2 & -2 & 2 & -2 \end{array}$

Abb. 33.

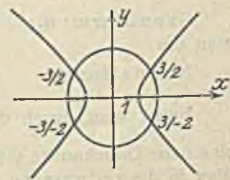


Abb. 33.



## (29) Gleichungen höheren Grades, die sich auf Gleichungen 2. Grades zurückführen lassen.

### Symmetrische (reziproke) Gleichungen.

a) Die symmetrische Gleichung 3. Grades hat die Form

$$\alpha x^3 + b x^2 + b x + a = 0, \quad \text{bzw.} \quad \alpha x^3 + b x^2 - b x - a = 0.$$

Sie hat stets die Lösung  $x_1 = -1$ , bzw.  $x_1 = +1$ . Durch Division der linken Seite durch  $x+1$ , bzw.  $x-1$  ergibt sich die Gleichung 2. Grades, welche die übrigen beiden Lösungen, die überdies zueinander reziprok sind, liefert.

Beispiele:

$$1) \quad 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \quad x_1 = -1$$

$$(2x^3 - 3x^2 - 3x + 2) : (x + 1) = 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = \frac{1}{2}$$

$$2) \quad 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0 \quad x_1 = 1$$

$$\text{Gleichung 2. Grades:} \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = \frac{1}{2}.$$

b) Die symmetrische Gleichung 4. Grades hat die Form

$$\alpha x^4 + b x^3 + c x^2 + b x + a = 0, \quad \text{bzw.} \quad \alpha x^4 + b x^3 + c x^2 - b x + a = 0.$$

Man dividiere sie durch  $x^2$  und fasse zusammen, wie folgt:

$$a \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + b \left( x + \frac{1}{x} \right) + c = 0,$$

bzw.

$$a \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + b \left( x - \frac{1}{x} \right) + c = 0$$

und setze

$$x + \frac{1}{x} = y, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2,$$

bzw.

$$x - \frac{1}{x} = y, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y + 2,$$

wodurch sich für  $y$  jedesmal eine Gleichung 2. Grades ergibt, deren 2 Lösungen sich also bestimmen lassen; aus jeder erhält man dann mittels der Substitutionsgleichung  $x + \frac{1}{x} = y$ , bzw.  $x - \frac{1}{x} = y$  je zwei Lösungen für  $x$ .

$$\text{Beispiele: } 1) \quad 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0, \quad x + \frac{1}{x} = y, \quad 2y^2 - 3y - 5 = 0,$$

$$y_1 = -1, \quad y_2 = 2\frac{1}{2}, \quad x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = \frac{1}{2},$$

$$2) \quad 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 8x + 3 = 0, \quad x - \frac{1}{x} = y, \quad 3y^2 + 8y = 0, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = -\frac{8}{3},$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = -3, \quad x_4 = \frac{1}{3}.$$

## (30) Gleichungen 3. Grades mit einer Unbekannten.

Grundform:  $a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ . Durch Division mit  $a$  erhält man die

$$\text{Normalform:} \quad x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0 = 0.$$

Führt man durch die Substitutionsgleichung  $x = y - \frac{b_2}{3}$  an Stelle von  $x$  eine neue Unbekannte  $y$  ein und ersetzt wieder  $y$  durch  $x$ , so geht die Gleichung über in die reduzierte Gleichung:

$$x^3 - 3px - 2q = 0.$$

a)  $p^3 < q^2$ . Eine Lösung reell, die beiden anderen konjugiert komplex. Cardanische Lösung:

$$x_1 = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}},$$

$$x_{2,3} = -\frac{1}{2} \left( \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} \right) \pm \frac{i}{2} \sqrt{3} \left( \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} - \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} \right).$$

Beispiele:

1)  $x^3 - 9x + 28 = 0$ ,  $p = 3$ ,  $q = -14$ ,  $\sqrt{q^2 - p^3} = 13$ ,  
 $\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} = -1$ ,  $\sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} = -3$ ,  $x_1 = -4$ ,  $x_{2,3} = 2 \pm i\sqrt{3}$ ,

2)  $x^3 - x - 7 = 0$ ,  $p = \frac{1}{3}$ ,  $q = \frac{7}{2}$ ,  $\sqrt{q^2 - p^3} = 3,4947$ ,  
 $\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} = 1,9124$ ,  $\sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} = 0,1743$ ,  
 $x_1 = 2,0867$ ,  $x_{2,3} = 1,0434 \pm 1,5052i$ .

b)  $p^3 > q^2$ . Alle drei Lösungen reell.

Trigonometrische Lösung:  $\cos 3\varphi = \frac{q}{p\sqrt{p}}$ ,

$$x_1 = 2\sqrt{p} \cos \varphi, \quad x_2 = 2\sqrt{p} \cos(\varphi + 120^\circ), \quad x_3 = 2\sqrt{p} \cos(\varphi + 240^\circ).$$

Beispiel:  $x^3 - 30x + 20 = 0$ ,  $p = 10$ ,  $q = -10$ ,  
 $\cos 3\varphi = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -0,316228$ ,  $3\varphi = 108^\circ 26' 6''$ ,  $\varphi = 36^\circ 8' 42''$ ,  
 $x_1 = 2\sqrt{10} \cos 36^\circ 8' 42'' = +5,1072$ ,  
 $x_2 = 2\sqrt{10} \cos 156^\circ 8' 42'' = -5,7842$ ,  
 $x_3 = 2\sqrt{10} \cos 276^\circ 8' 42'' = +0,67702$ .

Zeichnerische Lösung (s. Nomographie (108)).

### (31) B. Transzendente Gleichungen.

Unter den wichtigsten transzendenten Gleichungen, die sich häufig auf algebraische Gleichungen zurückführen lassen und daher oft eine exakte Lösung gestatten, seien einige besondere Gruppen angeführt:

A. Die goniometrischen Gleichungen: Anleitung: Man suche nach Möglichkeit die Gleichung auf eine solche einer einzigen Funktion eines einzigen Winkels zurückzuführen.

Beispiele:

1)  $\sin x = n \cos x$  (Division durch  $\cos x$ )  
 $\underline{\underline{\operatorname{tg} x = n}}$   
 $|\cdot n = 0,75; x = 36^\circ 52' + k \cdot 180^\circ |$

2)  $\operatorname{tg} x = n \cdot \sin x$  (Multiplikation mit  $\cos x$ )  
 $\sin x - n \sin x \cos x = 0$ ,  
 $\sin x (1 - n \cos x) = 0$ ,

a)  $\sin x = 0$   $\underline{\underline{x_1 = k \cdot 180^\circ}}$

b)  $\cos x = \frac{1}{n}$   $|\cdot n = 2; x_2 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ, x_3 = 300^\circ + k \cdot 360^\circ |$



$$3) \quad \underline{\underline{\operatorname{tg} x = n \cos x}} \quad \sin x = n \cos^2 x, \quad n \sin^2 x + \sin x - n = 0,$$

$$\sin^2 x + \frac{1}{n} \sin x - 1 = 0, \quad \sin x = \frac{-\frac{1}{n} \pm \sqrt{\frac{1}{n^2} + 4n^2}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = -2: \quad \sin x = \frac{1}{4} (1 \pm \sqrt{17}); \quad [\sin x_1 = 1,2808], \quad \sin x_2 = -0,78078 \\ x_2' = 308^\circ 40' 6'' + k \cdot 360^\circ \\ x_2'' = 231^\circ 19' 54'' + k \cdot 360^\circ \end{array} \right. :$$

$$4) \quad \underline{\underline{\cos 2x + a \cos x + b = 0}} \quad 2 \cos^2 x + a \cos x + b - 1 = 0, \quad \text{da } \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1,$$

$$\underline{\underline{\cos 2x + a \sin x + b = 0}} \quad 2 \sin^2 x - a \sin x - b - 1 = 0, \quad \text{da } \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x.$$

$$5a) \quad \underline{\underline{\cos r x = \cos s x}} \quad \cos r x - \cos s x = 0; \quad \text{da } \cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\beta + \alpha}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

$$\text{so folgt: } 2 \sin \frac{s+r}{2} x \sin \frac{s-r}{2} x = 0, \quad \text{oder}$$

$$1) \quad \sin \frac{s+r}{2} x = 0 \quad \frac{s+r}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{s+r}$$

$$2) \quad \sin \frac{s-r}{2} x = 0 \quad \frac{s-r}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{s-r}$$

$$b) \quad \underline{\underline{\sin r x + \sin s x = 0}} \quad 2 \sin \frac{r+s}{2} x \cos \frac{r-s}{2} x = 0.$$

$$1) \quad \sin \frac{r+s}{2} x = 0 \quad \frac{r+s}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{r+s}$$

$$2) \quad \cos \frac{r-s}{2} x = 0 \quad \frac{r-s}{2} x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{180^\circ}{r-s} (1 + 2k)$$

$$c) \quad \underline{\underline{\cos r x = \sin s x}} \quad \cos r x = \cos (90^\circ - s x); \quad \text{weiter nach a)}$$

$$\sin \left( 45^\circ + \frac{r-s}{2} x \right) \cdot \sin \left( 45^\circ - \frac{r+s}{2} x \right) = 0.$$

$$1) \quad x = 90^\circ \cdot \frac{4k-1}{r-s}$$

$$2) \quad x = 90^\circ \cdot \frac{4k+1}{r+s}$$

d) Entsprechend sind alle Gleichungen von der Form  $\frac{\cos r x + \cos s x}{\sin r x + \sin s x} = 0$  zu behandeln.

$$6) \quad \underline{\underline{\sin(x + \alpha) + \sin(x + \beta) = a}} \quad 2 \sin \left( x + \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = a.$$

$$\underline{\underline{\sin \left( x + \frac{\alpha + \beta}{2} \right) = \frac{a}{2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}}}$$

$$\sin(x + 38^\circ 20') - \cos(x + 100^\circ 14') = 0,3$$

$$\sin(x + 38^\circ 20') + \sin(10^\circ 14' + x) = 0,3 \quad \sin(x + 24^\circ 17') = \frac{0,3}{2 \cos 14^\circ 3'} = 0,15456$$

$$x_1 + 24^\circ 17' = 8^\circ 54' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 + 24^\circ 17' = 171^\circ 6' + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = k \cdot 360^\circ - 15^\circ 23' \quad x_2 = k \cdot 360^\circ + 146^\circ 49'$$

$$7) \quad \underline{\underline{\sin(x + \alpha) \cdot \sin(x + \beta) = a}} \quad \text{Da } \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)), \quad \text{so wird}$$

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos[2x + (\alpha + \beta)] = 2a \quad \underline{\underline{\cos[2x + (\alpha + \beta)] = \cos(\alpha - \beta) - 2a}}$$

$$\sin(x - 115^\circ 52') \cdot \cos(x + 73^\circ 18') = 0,2 \quad \sin(2x - 42^\circ 34') = 0,4 + \sin 189^\circ 10' = 0,24069$$

$$2x_1 - 42^\circ 34' = 13^\circ 56' + k \cdot 360^\circ \quad 2x_2 - 42^\circ 34' = 166^\circ 4' + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = 28^\circ 15' + k \cdot 180^\circ \quad x_2 = 104^\circ 19' + k \cdot 180^\circ$$

8)  $\underline{\underline{a \cos x + b \sin x = c}}$ . Einführung eines Hilfswinkels.

$$1) \quad \underline{\underline{\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}}} \quad \cos x + \sin x \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{c}{a}. \quad \text{Multipliziere mit } \cos \varphi.$$

$$2) \quad \underline{\cos(x - \varphi) = \frac{c}{a} \cos \varphi.}$$

$$\left| \begin{array}{l} 3 \cos x - 7 \sin x + 5 = 0 \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{7}{3} \quad \varphi = -66^{\circ} 48' \\ \cos(x + 66^{\circ} 48') = \frac{-5}{3} \cdot 0,39394 = -0,65657 \\ x_1 + 66^{\circ} 48' = 131^{\circ} 2' + k \cdot 360^{\circ} \quad x_2 + 66^{\circ} 48' = 228^{\circ} 58' + k \cdot 360^{\circ} \\ x_1 = 64^{\circ} 14' + k \cdot 360^{\circ} \quad x_2 = 162^{\circ} 10' + k \cdot 360^{\circ} \end{array} \right|$$

9)  $\left| \begin{array}{l} x + y = a \\ \sin x + \sin y = b \end{array} \right|$  Man schreibe die letzte Gleichung  $2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = b$ , oder unter Berücksichtigung der ersten  $\cos \frac{x-y}{2} = \frac{b}{2 \sin \frac{a}{2}}$ ; mit Hilfe dieser und der ersten

Gleichung kann man nun  $x$  und  $y$  bestimmen. Entsprechend sind die Gleichungssysteme:

$$\left| \begin{array}{l} x \pm y = a \\ \cos x \pm \cos y = b \end{array} \right| \text{ und ähnliche zu behandeln.}$$

$$\left| \begin{array}{l} x - y = 40^{\circ} 29' \\ \cos x - \sin y = 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{Die Substitution } y = 90^{\circ} - y' \text{ führt} \\ \text{das System in das folgende über} \\ x + y' = 130^{\circ} 29' \\ \cos x - \cos y' = 1. \end{array}$$

Letztere Gleichung läßt sich umformen in

$$\sin \frac{y' + x}{2} \sin \frac{y' - x}{2} = \frac{1}{2}$$

oder unter Berücksichtigung der ersteren in

$$\sin \frac{y' - x}{2} = 0,55061;$$

hieraus folgt

$$\left(\frac{y' - x}{2}\right)_1 = 33^{\circ} 24\frac{1}{2}' + k \cdot 360^{\circ}, \quad \left(\frac{y' - x}{2}\right)_2 = 146^{\circ} 35\frac{1}{2}' + k \cdot 360^{\circ}$$

und in Verbindung mit

$$\frac{y' + x}{2} = 65^{\circ} 14\frac{1}{2}' \text{ das Resultat}$$

$$\begin{array}{ll} x_1 = 31^{\circ} 50' - k \cdot 360^{\circ} & x_2 = -81^{\circ} 21' - k \cdot 360^{\circ} \\ y_1 = -8^{\circ} 39' + k \cdot 360^{\circ} & y_2 = -121^{\circ} 50' + k \cdot 360^{\circ} \end{array}$$

10) Die Arme eines Hebels bilden den Winkel  $\alpha$ ; in welcher Stellung ist er im Gleichgewicht?

$$P a \sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) = Q b \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)} = \frac{Qb}{Pa}, \text{ korresp. Addition:}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)} = \frac{Qb - Pa}{Qb + Pa} = \operatorname{tg} x \cdot \cot \frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{Qb - Pa}{Qb + Pa} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

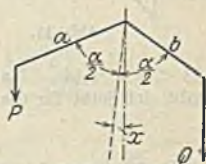


Abb. 34.

### (32) B. Die Exponential- und logarithmischen Gleichungen.

Beispiele:

1)  $\underline{a^x = b}$  Durch beiderseitiges Logarithmieren ergibt sich  $x = \frac{\log b}{\log a}$

$$\left| : 19^x = 65 \quad x = \frac{\log 65}{\log 19} = \frac{1,81291}{1,27875} = 1,41772 : \right|$$



$$2) \quad (9,482) \frac{4x-3}{x+1} \cdot (0,7093) \frac{3x-4}{x-1} = 100 \frac{1}{32} \quad \text{Beiderseitiges Logarithmieren}$$

$$\frac{4x-3}{x+1} \cdot 0,97690 - \frac{3x-4}{x-1} \cdot 0,14917 = 2,00014 \quad \text{Forttschaffen des Nenners}$$

$$(4x^2 - 7x + 3) \cdot 0,97690 - (3x^2 - x - 4) \cdot 0,14917 = (x^2 - 1) \cdot 2,00014 \quad \text{Ordnen nach fallenden Potenzen von } x.$$

$$1,4600x^2 - 6,6891x + 5,5275 = 0$$

$$x^2 - 4,5816x + 3,7860 = 0 \quad x_1 = 3,4998 \quad x_2 = 1,0818$$

$$3) \quad \frac{\log 2x}{\log(4x-15)} = 2 \quad \log 2x = \log(4x-15)^2 \quad 2x = (4x-15)^2$$

$$x_1 = \frac{9}{2} \quad \left[ x_2 = \frac{25}{8} \text{ kommt als Lösung der gegebenen Gleichung nicht in Betracht.} \right]$$

C. Näherungsweise Lösung von Gleichungen, an Beispielen erläutert.

### (33) Regula falsi.

Beispiel 1):  $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0$ . Für  $x=1$  wird  $f(x) = -1$ , für  $x=2$  wird  $f(x) = +3$ , also für einen Wert von  $x$  zwischen 1 und 2 muß die Funktion  $f(x)$  durch Null gehen; d. h. dieser Wert ist eine Lösung der gegebenen Gleichung. Zur Bestimmung der ersten Dezimalen der Lösung setze man der Reihe nach  $x=1,1, 1,2, \dots$ . So erhält man  $f(1,5) = -0,125$ ,  $f(1,6) = +0,296$ ; also ist  $1,5 < x < 1,6$ . Wäre  $f(x)$  eine lineare Funktion von  $x$ , so müßte die Nullstelle durch die Proportion bestimmt sein, s. Abb. 35:

$$u_1 : 0,1 = 0,125 : 0,421 \quad u_1 = 0,0125 : 0,421 = 0,03.$$

Als nächsten Näherungswert wähle man daher  $x=1,53$ , und es folgt  $f(1,53) = -0,00842$ ; da das Vorzeichen von  $f(1,53)$  dasselbe ist wie von  $f(1,5)$ , ist  $x > 1,53$ ; dagegen ergibt sich  $f(1,54) = +0,03226$ , demnach ist

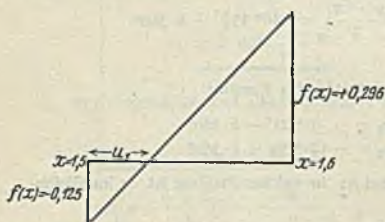


Abb. 35.

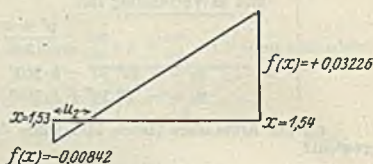


Abb. 35 a.

$1,53 < x < 1,54$ . Nach einer entsprechenden Figur wie oben, s. Abb. 35 a, ergibt sich jetzt für die Korrektur  $u$  die Proportion:

$$u_2 : 0,01 = 0,00842 : 0,04068.$$

Da in diesem kleinen Intervall von 0,01 die Funktion  $f(x)$  sich durch die lineare Funktion wesentlich besser ersetzen läßt, können mit sehr großer Wahrscheinlichkeit aus der obigen Proportion mindestens zwei weitere Dezimalen gewonnen werden; man erhält aus ihr  $u_3 = 0,0021$ , und es folgt  $f(1,5321) = +0,00004492$ ,  $f(1,5320) = -0,00035923$ . Die Regula falsi gibt hieraus als nächste Korrektur  $u_3 = 0,00008889$ , so daß sich auf 8 Dezimalen genau die Wurzel  $x = 1,53208889$  errechnet. Entsprechend lassen sich die beiden anderen Wurzeln  $x = 0,34729636$  und  $x = -1,87938525$  finden.

2) Eine eiserne Walze schwimmt in Quecksilber so, daß die Achse parallel zur Oberfläche des Quecksilbers ist; wie tief taucht die Walze ein?

$$\gamma_{Fe} = 7,88$$

$$\gamma_{Hg} = 13,60$$

Man gelangt, Abb. 36, zur Gleichung

$$\arccos \varphi - \sin \varphi = 2\pi \frac{\gamma_{Fe}}{\gamma_{Hg}}; \quad f(\varphi) = \arccos \varphi - \sin \varphi - 3,6406 = 0.$$

Um ein Bild von dem ungefähren Wert der Lösung  $\varphi$  zu erhalten, zeichne man die Kurven  $y_1 = \sin \varphi$ ,  $y_2 = \arccos \varphi - 3,6406$ , Abb. 36 a; die Abszisse ihres Schnittpunktes ist ein erster Näherungswert von  $\varphi$ ; man erkennt, daß  $180^\circ < \varphi < 200^\circ$  ist.

|                        | $\varphi$       | $\sin \varphi$ | $\arccos \varphi$ | $f(\varphi)$ |                               |
|------------------------|-----------------|----------------|-------------------|--------------|-------------------------------|
| $u: 10^\circ = 15:34$  | $200^\circ$     | -0,34202       | 3,49066           | +0,1921      | also zu großes $\varphi$ .    |
|                        | $190^\circ$     | -0,17365       | 3,31613           | -0,1508      | R. f.: $u = 4$ .              |
|                        | $194^\circ$     | -0,24192       | 3,38594           | -0,0127      | $\varphi$ zu klein.           |
| $u: 1^\circ = 127:343$ | $195^\circ$     | -0,25882       | 3,40340           | +0,0216      | R. f.: $u = 0,37^\circ = 22'$ |
|                        | $194^\circ 22'$ | -0,24812       | 3,39234           | -0,0002      | $\varphi$ zu klein.           |
|                        | $194^\circ 23'$ | -0,24841       | 3,39263           | +0,0004      |                               |

$$\varphi = 194^\circ 22'.$$

3)  $x^x = 1000$ . Man logarithmiere:  $x \cdot \log x = 3$ ; man logarithmiere nochmals:  $\log x + \log \log x = 0,47712$ ; man setze  $y = \log x$ ;

$$f(y) = y + \log y - 0,47712 = 0.$$

Da  $4^4 = 256$ ,  $5^5 = 3125$  ist, so muß  $4 < x < 5$ , also  $0,60206 < y < 0,69897$  sein.



Abb. 36.

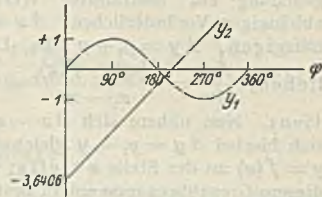


Abb. 36 a.

|          |                       |              |          |                    |                 |
|----------|-----------------------|--------------|----------|--------------------|-----------------|
| $y$      | 0,65                  | 0,66         | 0,6585   | 0,6586             | $y = 0,65854$   |
| $\log y$ | 0,81291 - 1           | 0,81954 - 1  | 0,81856  | 0,81862            | $x = 4,5556$    |
| $f(y)$   | -0,01421              | +0,00242     | -0,00006 | +0,00010           |                 |
| R. f.:   | $u: 0,01 = 1421:1663$ | $u = 0,0085$ | R. f.:   | $u: 0,0001 = 6:16$ | $u = 0,00004$ . |

### (34) Newtonsche Methode.

Ist  $f(x) = 0$  die zu lösende Gleichung, so berechne man für ein der Lösung naheliegendes  $x_1$  die Größe  $h = \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ ; dann ist  $x_2 = x_1 - h$  ein Wert, der der Lösung noch näher liegt. Durch fortgesetztes Anwenden dieser Methode kann man der Lösung bis zu einem beliebigen Grade nahe kommen.

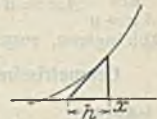


Abb. 37.

Beispiele: 1)  $f(x) = x^3 + 3x - 10 = 0$   $f'(x) = 3(x^2 + 1)$

|                |                     |                    |                   |
|----------------|---------------------|--------------------|-------------------|
| $x_1 = 2$      | $f(x_1) = 4$        | $f'(x_1) = 15$     | $h_1 = 0,3$       |
| $x_2 = 1,7$    | $f(x_2) = 0,013$    | $f'(x_2) = 11,67$  | $h_2 = 0,0011$    |
| $x_3 = 1,6989$ | $f(x_3) = 0,000169$ | $f'(x_3) = 11,659$ | $h_3 = 0,0000145$ |
| $x = 1,698855$ |                     |                    |                   |

2) Der Kreuzkopf des Schubkurbelgetriebes erhält seine Höchstgeschwindigkeit, wenn die Kurbel einen Winkel  $\vartheta$  bildet (Abb. 38), der durch die Gleichung

$$\sin^6 \vartheta - \lambda^2 \sin^4 \vartheta - \lambda^4 \sin^2 \vartheta + \lambda^4 = 0 \quad (\lambda = l:r)$$

bestimmt ist. Man setze  $\sin^2 \vartheta = z$  und erhält  $x^3 - x^2 - x + \frac{1}{\lambda^2} = 0$ ;

für  $\lambda = 5$  wird also

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 0,04 = 0 \quad f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

|   |                                 |                               |                    |
|---|---------------------------------|-------------------------------|--------------------|
| $x_1 = 0,04$  | $f(x_1) = 0,029901$             | $f'(x_1) = -1,0197$           | $h_1 = -0,029$     |
| $x_2 = 0,039$   | $f(x_2) = -0,0004617$           | $f'(x_2) = -1,073473$         | $h_2 = 0,0004301$  |
| $x_3 = 0,038570$  | $f(x_3) = -0,00000266$          | $f'(x_3) = -1,072677$         | $h_3 = 0,00000025$ |
| $x = 0,03856975$ , also $\sin^2 \vartheta = 0,964244$ , | $\cos^2 \vartheta = 0,035756$ , | $\cos 2\vartheta = -0,928488$ |                    |
| $\vartheta = 79^\circ 6' 0,5''$ .                       |                                 |                               |                    |

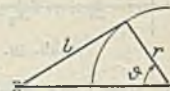


Abb. 38.

# Infinitesimalrechnung.

## VI. Differentialrechnung.

### A. Theorie.

#### 1. Funktionen einer Veränderlichen.

(35) Erklärung:  $y = f(x)$  sei eine Funktion einer Veränderlichen  $x$ . Man wähle einen bestimmten Wert der unabhängigen Veränderlichen  $x$ ; zu ihm gehört ein durch die obige Gleichung bestimmter Wert  $y = f(x)$  der abhängigen Veränderlichen; nun gebe man der unabhängigen Veränderlichen den Wert  $x_1 = x + \Delta x$ ; hierzu gehört dann mittels der obigen Funktionalgleichung ein bestimmter Wert  $y_1 = y + \Delta y = f(x_1) = f(x + \Delta x)$  der abhängigen Veränderlichen.  $\Delta x = x_1 - x$  heißt die Differenz der unabhängigen,  $\Delta y = y_1 - y$  die Differenz der abhängigen Veränderlichen,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$  der Differenzenquotient. Nun nähere sich  $\Delta x = x_1 - x$  unbegrenzt dem Werte Null; nähert sich hierbei  $\Delta y = y_1 - y$  gleichzeitig dem Werte Null, so heißt die Funktion  $y = f(x)$  an der Stelle  $x$  stetig; nähert sich ferner der Differenzenquotient bei diesem Grenzübergange einem bestimmten endlichen Wert, so heißt er der Differentialquotient der Funktion  $y = f(x)$  an der Stelle  $x$  und wird mit  $\frac{dy}{dx}$  oder  $y'$  oder  $f'(x)$  bezeichnet.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x}$$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = dx$  und  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = dy$  heißen das Differential der unabhängigen, resp. der abhängigen Veränderlichen.

**Geometrische Deutung:** Im rechtwinkligen Koordinatensystem ist  $y = f(x)$  die Gleichung einer ebenen Kurve; zu einem bestimmten Werte  $x$  gehört ein bestimmter Punkt  $P$  dieser Kurve; der Differentialquotient ist dann die goniometrische Tangente des Winkels  $\vartheta$ , den die geometrische Tangente, die in  $P'$  an die Kurve zu ziehen ist, mit der  $x$ -Achse bildet.

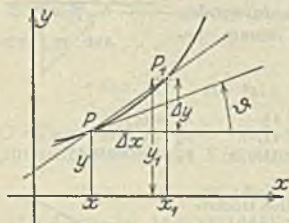


Abb. 39.

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \vartheta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(36) Mechanische Anwendung des Differentialquotienten. 1) Gibt die Gleichung  $s = f(t)$  die Beziehung zwischen dem Weg  $s$ , den ein materieller Punkt beschreibt, und der dazu benötigten Zeit  $t$ , so ist  $v = \frac{ds}{dt} = \frac{df(t)}{dt}$  die Geschwindigkeit, die der Punkt zur Zeit  $t$  inne hat.

2) Gibt  $v = f(t)$  die Geschwindigkeit  $v$ , die ein bewegter materieller Punkt zur Zeit  $t$  hat, so ist  $b = \frac{dv}{dt} = \frac{df(t)}{dt}$  die Beschleunigung, der der Punkt zur Zeit  $t$  unterworfen ist.



**(37) Differentiationsregeln.**

Ist  $a$  eine Konstante, und sind  $y, u, v$  Funktionen von  $x$ , so gelten die folgenden Regeln:

$$1) \frac{da}{dx} = 0.$$

$$2) \frac{d(ay)}{dx} = a \cdot \frac{dy}{dx} \quad \text{Konstantenregel.}$$

$$3) \frac{d(u+v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(y_1 + y_2 + y_3 + \dots)}{dx} = \frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} + \frac{dy_3}{dx} + \dots \quad \begin{array}{l} \text{gliedweise} \\ \text{Differentiation.} \\ \text{Summenregel.} \end{array}$$

$$4) \frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \dots)}{dx} = y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \left( \frac{1}{y_1} \frac{dy_1}{dx} + \frac{1}{y_2} \frac{dy_2}{dx} + \frac{1}{y_3} \frac{dy_3}{dx} + \dots \right) \quad \text{Produktregel}$$

$$5) \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2} \quad \text{Quotientenregel.}$$

$$6) \text{ Ist } y = f(z), \text{ wobei } z = \varphi(x), \text{ so ist } \frac{dy}{dx} = \frac{df(z)}{dz} \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad \text{Kettenregel.}$$

$$7) \text{ Ist } y = u^n, \text{ so ist } \frac{dy}{dx} = u^v \left( \frac{v}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \ln u \cdot \frac{dv}{dx} \right) \quad \begin{array}{l} \text{Logarithmische} \\ \text{Differentiation.} \end{array}$$

**(38) Fundamentalformeln.**

$$1) \frac{d(x^n)}{dx} = n x^{n-1} \quad (\text{gilt f\u00fcr beliebiges } n).$$

$$2) \frac{d(a^x)}{dx} = a^x \cdot \ln a; \quad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x.$$

$$3) \frac{d(a^{\log x})}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}; \quad \frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}; \quad \frac{d(\log x)}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{0,434294}{x}.$$

$$4) \frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x; \quad \frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x.$$

$$\frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad \frac{d(\operatorname{ctg} x)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

!! In der Infinitesimalrechnung werden die Winkel durchg\u00e4ngig im Bogenma\u00df gemessen!!!

$$5) \frac{d(\arcsin x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \frac{d(\arccos x)}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\frac{d(\operatorname{arctg} x)}{dx} = \frac{1}{1+x^2}; \quad \frac{d(\operatorname{arctg} x)}{dx} = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$$6) \text{ (S. a. (88)) } \frac{d(\operatorname{Sin} x)}{dx} = \operatorname{Cos} x; \quad \frac{d(\operatorname{Cos} x)}{dx} = -\operatorname{Sin} x; \quad \frac{d(\operatorname{Tg} x)}{dx} = \frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}.$$

$$7) \frac{d(\operatorname{Ar} \operatorname{Sin} x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}; \quad \frac{d(\operatorname{Ar} \operatorname{Cos} x)}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}; \quad \frac{d(\operatorname{Ar} \operatorname{Tg} x)}{dx} = \frac{1}{1-x^2}.$$

## Beispiele zur Differentiation zusammengesetzter Funktionen.

- 1)  $y = a x^2 + b x + c$ ;  $\frac{dy}{dx} = 2 a x + b$
- 2)  $y = \sqrt[n]{x^p} = x^{\frac{p}{n}}$ ;  $\frac{dy}{dx} = \frac{p}{n} x^{\frac{p}{n}-1} = \frac{p}{n} \sqrt[n]{x^{p-n}}$
- 3)  $y = (a x^2 + b x)^3 = z^3$ , wobei  $z = a x^2 + b x$ ;  
 $\frac{dy}{dz} = 3 z^2 = 3 (a x^2 + b x)^2$ ;  $\frac{dz}{dx} = 2 a x + b$ ;  $\frac{dy}{dx} = 3 (a x^2 + b x)^2 (2 a x + b)$ .
- 4)  $y = (x + a) \sqrt{x^2 - a}$ ;  $u = x + a$ ;  $v = \sqrt{x^2 - a} = z^{\frac{1}{2}}$ , wobei  $z = x^2 - a$ ;  
 $\frac{du}{dx} = 1$ ;  $\frac{dv}{dz} = \frac{1}{2} z^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \sqrt{x^2 - a}}$ ;  $\frac{dz}{dx} = 2 x$ , also  $\frac{dv}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a}}$ ;  
 $\frac{dy}{dx} = (x + a) \frac{x}{\sqrt{x^2 - a}} + 1 \cdot \sqrt{x^2 - a} = \frac{2 x^2 + a x - a}{\sqrt{x^2 - a}}$ .
- 5)  $y = \frac{x^2 - 3}{x^3 + 1}$ ;  $u = x^2 - 3$ ;  $v = x^3 + 1$ ;  $\frac{du}{dx} = 2 x$ ;  $\frac{dv}{dx} = 3 x^2$ ;  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{(x^3 + 1) \cdot 2 x - (x^2 - 3) \cdot 3 x^2}{(x^3 + 1)^2} = \frac{-x^4 + 9 x^2 + 2 x}{(x^3 + 1)^2}$ .
- 6)  $y = x^2 e^{a x}$ ;  $u = x^2$ ;  $v = e^{a x} = e^z$ ;  $z = a x$ ;  
 $\frac{dy}{dx} = a x^2 e^{a x} + 2 x e^{a x} = x e^{a x} (a x + 2)$ .
- 7)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ;  $y = \ln z$ ;  $z = x + \sqrt{x^2 + 1}$   
 $\frac{dy}{dz} = \frac{1}{z} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ ;  $\frac{dz}{dx} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ;  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
- 8)  $y = \sec a x = \frac{1}{\cos a x} = z^{-1}$ ;  $z = \cos u$ ;  $u = a x$ ;  
 $\frac{dy}{dz} = -z^{-2} = -\frac{1}{\cos^2 a x}$ ;  $\frac{dz}{du} = -\sin u = -\sin a x$ ;  $\frac{du}{dx} = a$ ;  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{a \sin a x}{\cos^2 a x}$ .
- 9)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{a-x} = \operatorname{arctg} z$ ;  $z = \frac{x}{a-x}$ ;  
 $\frac{dy}{dz} = \frac{1}{1+z^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{x}{a-x}\right)^2} = \frac{(a-x)^2}{a^2 - 2 a x + 2 x^2}$ ;  $\frac{dz}{dx} = \frac{a-x+x}{(a-x)^2} = \frac{a}{(a-x)^2}$ ;  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{a^2 - 2 a x + 2 x^2}$ .
- 10)  $y = x \operatorname{arcsin} x$ ;  $u = x$ ;  $v = \operatorname{arcsin} x$ .  
 $\frac{dy}{dx} = x \operatorname{arcsin} x \left( \frac{\operatorname{arcsin} x}{x} + \ln x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)$ .

## (39) Differentialquotienten höherer Ordnung.

Der Differentialquotient zweiter Ordnung einer Funktion  $y = f(x)$  ist der Differentialquotient ihres Differentialquotienten; er wird bezeichnet

durch  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  oder  $y''$  oder  $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$  oder  $f''(x)$ ; es ist also  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right)$  oder  $y'' = \frac{dy'}{dx}$  oder  $f''(x) = \frac{d f'(x)}{dx}$ .

Allgemein wird der  $n$ -te Differentialquotient einer Funktion  $y = f(x)$  erhalten, indem man die Funktion  $n$ -mal hintereinander nach  $x$  differenziert; er wird bezeichnet durch  $\frac{d^n y}{dx^n} = y^{(n)} = \frac{d^n f(x)}{dx^n} = f^{(n)}(x)$ .

Beispiele:

$$1) \frac{d^2 x^k}{dx^2} = k(k-1)x^{k-2}; \quad \frac{d^n x^k}{dx^n} = k(k-1)\dots(k-n+1)x^{k-n};$$

$$2) \frac{d^2 \sin x}{dx^2} = -\sin x; \quad \frac{d^n \sin x}{dx^n} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right);$$

$$3) \frac{d^3 \ln x}{dx^3} = \frac{2}{x^3}.$$

#### (40) Graphische Differentiation.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem ist das Bild der Funktion  $y = f(x)$  eine Kurve; das Bild des Differentialquotienten  $y' = f'(x)$  kann entsprechend wieder als Kurve gedeutet werden; man gelangt zu den Ordinaten der Differentialkurve auf folgendem Wege:

In dem Kurvenpunkte  $P$ , Abb. 40, mit der Abszisse  $OX = x$  und der Ordinate  $XP = y = f(x)$  zeichne man an die Kurve die Tangente; von  $X$  trage man auf der  $x$ -Achse im negativen Sinne die Strecke  $XE = 1$  ab; man ziehe durch  $E$  die Parallele zur Tangente, die  $XP$  in  $P'$  schneidet; dann ist  $XP' = y'$  die zur Abszisse  $x$  gehörige Ordinate der Differentialkurve. — Aus dieser kann man durch wiederholte Anwendung desselben Verfahrens auch die höheren Differentialkurven  $y'' = f''(x), \dots, y^{(n)} = f^{(n)}(x)$  konstruieren.

Sind die Tangenten an die Kurve  $y = f(x)$  nicht oder nur sehr umständlich zu konstruieren, so gelangt man durch die folgende Annäherungsmethode zur Differentialkurve und demnach zu einer zeichnerischen Differentiation, Abb. 41:

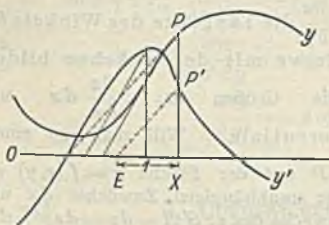


Abb. 40.

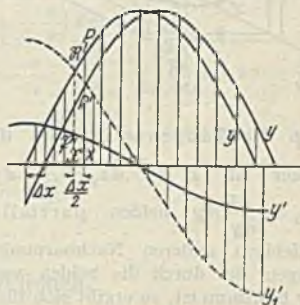


Abb. 41.

Man verschiebe die Kurve  $y = f(x)$  um ein Stück  $\Delta x$  im Sinne der  $x$ -Achse und trage die Differenzen der Ordinaten der ursprünglichen und der durch Verschiebung erhaltenen Kurve von der  $x$ -Achse aus ab; sie bilden die Ordinaten der Differentialkurve.

In Abb. 41 ist  $\mathfrak{P}\mathfrak{P}' = P'P$ ;  $y'$  ist die Differentialkurve,  $y_1'$  die um das Doppelte erhöhte Differentialkurve.

## 2. Funktionen mehrerer Veränderlichen.

(41) Definition. Ist  $z = f(x, y)$  eine Funktion der beiden Veränderlichen  $x$  und  $y$ , so gelangt man zu ihren Differentialquotienten in folgender Weise: Man betrachte erstens  $y$  als unveränderlich, so daß  $z$  nur noch eine Funktion



von  $x$  ist, und differenziere daraufhin  $z$  nach  $x$ ; diesen Differentialquotienten nennt man den partiellen Differentialquotienten der Funktion  $z = f(x, y)$  nach  $x$  und schreibt ihn  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ; es ist also

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1, y) - f(x, y)}{x_1 - x}.$$

In entsprechender Weise gelangt man zum partiellen Differentialquotienten der Funktion  $z = f(x, y)$  nach  $y$  durch die folgende Definitionsgleichung

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} = \lim_{y_1 \rightarrow y} \frac{f(x, y_1) - f(x, y)}{y_1 - y}.$$

**Geometrische Deutung.** Das geometrische Bild der Funktion  $z = f(x, y)$  ist im räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystem eine krumme Fläche. Der Punkt  $P$  derselben sei durch die beiden Koordinaten  $x$  und  $y$  bestimmt, so daß  $z = f(x, y)$  ist. Man lege durch  $P$  eine Ebene  $\parallel xz$ -Ebene, die die Fläche in einer Kurve schneidet. Auf dieser wähle man einen Nachbarpunkt  $Q(x + dx, y)$  zu  $P$ , und nach

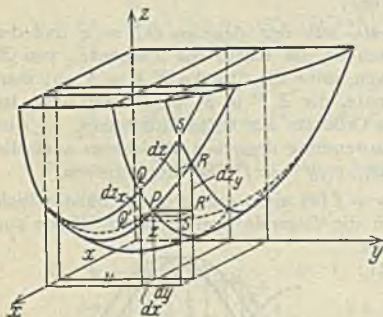


Abb. 42.

der Definition ist  $\frac{\partial z}{\partial x}$  die Tangente

des Winkels  $\varphi_x = \angle Q'PQ$ , den die Tangente in  $P$  an diese Kurve mit der  $x$ -Achse bildet. Ferner

ist  $Q'Q = dz_x = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx$ . Ebenso

schneide man die Fläche mit einer durch  $P \parallel yz$ -Ebene gelegten Ebene. Ein Nachbarpunkt von  $P$  auf dieser Kurve sei  $R(x/y + dy)$ , und es ist

$\frac{\partial z}{\partial y}$  die Tangente des Winkels  $\varphi_y$ ,

den die Tangente in  $P$  an diese Kurve mit der  $y$ -Achse bildet;

ferner ist  $R'R = dz_y = \frac{\partial z}{\partial y} dy$ . Die Größen  $dz_x = \frac{\partial z}{\partial x} dx$  und

$dz_y = \frac{\partial z}{\partial y} dy$  heißen partielle Differentiale. Will man zu einem

beliebigen anderen Nachbarpunkt  $S$  zu  $P$  auf der Fläche  $z = f(x, y)$  gelangen, der durch die beiden voneinander unabhängigen Zuwächse  $dx$  und  $dy$  bestimmt ist, so ergibt sich für den Zuwachs des  $z$ :  $S'S = dz = dz_x + dz_y$

oder  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$ . Dieser Ausdruck heißt das totale oder voll-

ständige Differential der Funktion  $z = f(x, y)$ . Er enthält den Satz: „Die Änderung, die eine Funktion  $z = f(x, y)$  erfährt, wenn  $x$  um das Differential  $dx$  und  $y$  um das Differential  $dy$  zunimmt, ist gleich der Summe derjenigen beiden Änderungen, die  $z$  erfahren würde, wenn  $x$  allein um  $dx$ , bzw.  $y$  allein um  $dy$  zunehmen würde.“ Durch Division durch  $dx$ , bzw.  $dy$  ergeben sich die totalen (vollständigen) Differentialquotienten

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dx}, \quad \text{resp.} \quad \frac{dz}{dy} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dy} + \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Der erstere gibt die Tangente des Neigungswinkels, den die Projektion der Flächentangente  $PS$  auf die  $xz$ -Ebene mit der  $x$ -Achse einschließt, wobei  $\frac{dy}{dx}$

die Tangente des Neigungswinkels der  $xy$ -Projektion dieser Tangente gegen die  $x$ -Achse bedeutet; entsprechend ist  $\frac{dz}{dy}$  zu deuten.

Erweiterung auf Funktionen von mehr als zwei Veränderlichen: Ist  $z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , so ist

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3} dx_3 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} dx_n.$$

#### (42) Partielle Differentialquotienten höherer Ordnung.

Es ist

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Beispiel:

Es sei  $z = \sin(x+2y) + x \ln y$ ; dann ist

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \cos(x+2y) + \ln y; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2 \cos(x+2y) + \frac{x}{y};$$

$$dz = (\cos(x+2y) + \ln y) dx + \left(2 \cos(x+2y) + \frac{x}{y}\right) dy;$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\sin(x+2y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -2 \sin(x+2y) + \frac{1}{y}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -4 \sin(x+2y) - \frac{x}{y^3};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = -\cos(x+2y); \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = -2 \cos(x+2y); \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = -4 \cos(x+2y) - \frac{1}{y^2};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = -8 \cos(x+2y) + \frac{2x}{y^3}.$$

#### (43) 3. Unentwickelte Funktionen.

Bedeutet  $f(x, y) = 0$  eine funktionelle Beziehung zwischen  $x$  und  $y$ , so erhält man die Differentialquotienten  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , ... auf folgende Weise:

$$1) \quad y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f}{\partial x} : \frac{\partial f}{\partial y},$$

$$2) \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial y'}{\partial y} \frac{dy}{dx} \quad \text{oder auch}$$

$$y'' = -\frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^3}.$$

$$3) y''' = \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{\partial y''}{\partial x} + \frac{\partial y''}{\partial y} \frac{dy}{dx}.$$

Beispiel:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$  oder  $b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$ .

$$1) y' = -\frac{2x}{a^2} : \frac{2y}{b^2} = -\frac{b^2 x}{a^2 y},$$

$$2) y'' = -\frac{b^2}{a^2 y} + \frac{b^2 x}{a^2 y^2} \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = -\frac{b^2}{a^4 y^3} (b^2 x^2 + a^2 y^2) = -\frac{b^4}{a^2 y^3},$$

$$3) y''' = -\frac{3b^4}{a^2 y^4} \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = \frac{3b^6 x}{a^4 y^5},$$

$$4) y'''' = -\frac{3b^6}{a^4 y^5} + \frac{15b^6 x}{a^4 y^6} \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = -\frac{3b^8}{a^6 y^7} (a^2 y^2 + 5b^2 x^2) \\ = -\frac{3b^8}{a^6 y^7} (a^2 + 4x^2) = +\frac{3b^6}{a^4 y^7} (5b^2 - 4y^2).$$

## B. Anwendungen.

### I. Scheitelwerte (Höchst- und Tiefstwerte).

#### (44) Funktionen einer Veränderlichen.

Um zu untersuchen, für welche Werte von  $x$  die Funktion  $y = f(x)$  einen Scheitelwert hat, bilde man den Differentialquotienten  $y' = f'(x)$  und setze diesen gleich Null:  $f'(x) = 0$ . Die sich ergebende Gleichung möge die Wurzel  $x_1$  haben. Man setze  $x_1$  in den zweiten Differentialquotienten  $f''(x)$  ein. Ist  $f''(x_1) > 0$ , so ist  $f(x_1)$  ein Tiefstwert (Minimum), ist  $f''(x_1) < 0$ , so ist  $f(x_1)$  ein Höchstwert (Maximum). Ist dagegen  $f''(x_1) = 0$ , so bilde man  $f'''(x_1)$ ; ist  $f'''(x_1) \geq 0$ , so ist  $f(x_1)$  überhaupt kein Scheitelwert; ist dagegen  $f'''(x_1) = 0$ , so ist  $f(x_1)$  ein Tiefstwert, wenn  $f''''(x_1) > 0$ , ein Höchstwert, wenn  $f''''(x_1) < 0$  ist usf.

Beispiele:

$$1) f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$$

$$f'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 3$$

$$f''(x) = 20x^3 - 60x^2 + 30x, \quad f'''(x) = 60x^2 - 120x + 30$$

$$f''(x_1) = 0, \quad f'''(x_1) = 30; \text{ folglich ist } f(0) = 1 \text{ kein Scheitelwert}$$

$$f''(x_2) = -10 \quad ; \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad f(1) = 2 \text{ Höchstwert}$$

$$f''(x_3) = 90 \quad ; \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad f(3) = -26 \text{ Tiefstwert.}$$

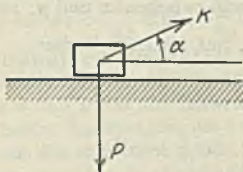


Abb. 43.

2) Auf wagerechter Unterlage ruhender,  $P$  kg schwerer Körper wird von Kraft  $K$ , unter  $\alpha$  gegen Horizontale geneigt, ergriffen (Abb. 43). Bestimmung des günstigsten Winkels  $\alpha$ . Reibungszahl  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ . Druck auf Unterlage  $= P - K \sin \alpha$ , Reibungswiderstand  $= \mu (P - K \sin \alpha)$ , somit Gleichgewichtsbedingung in horizontaler Richtung:

$$K \cos \alpha = \mu (P - K \sin \alpha)$$

$$\text{oder} \quad K = \mu P : (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu P : f(\alpha).$$

$K =$  Scheitelwert für  $\cos \alpha + \mu \sin \alpha = \max$ , d. h.

$$\frac{df}{d\alpha} = -\sin \alpha + \mu \cos \alpha = 0 \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha = \mu = \operatorname{tg} \varrho.$$

Zufolge  $\left(\frac{d^2 f}{d\alpha^2}\right)_{\alpha=\varrho} = (-\cos \alpha - \mu \sin \alpha)_{\alpha=\varrho} = -\frac{1}{\cos \varrho} < 0$ , ist  $f(\alpha)_{\alpha=\varrho} = \frac{1}{\cos \varrho}$  ein Höchstwert, und damit  $K_{\min} = P \sin \varrho$  für  $\alpha = \varrho$ .



**(45) Funktionen mehrerer Veränderlichen.**

Ist  $z = f(x, y)$  eine Funktion zweier Veränderlichen  $x$  und  $y$ , so erhält man das Wertepaar  $x$  und  $y$ , für welches  $z$  ein Scheitelwert wird, durch Auflösen der beiden Gleichungen  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ ;  $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$  nach  $x$  und  $y$ . Ist der Ausdruck  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$  für das betr. Wertepaar  $x/y$  größer als Null und außerdem  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$ , so liegt ein Höchstwert vor, dagegen für  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$  ein Tiefstwert; ist aber  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 < 0$ , so hat die Funktion für dieses Wertepaar überhaupt keinen Scheitelwert.

Beispiel:  $z = f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ ; die Lösungen von  $\frac{\partial f}{\partial x} = 3(x^2 - ay) = 0$ ;  $\frac{\partial f}{\partial y} = 3(y^2 - ax) = 0$  sind 1)  $x_1 = 0, y_1 = 0$ ; 2)  $x_2 = a, y_2 = a$ . Der Ausdruck  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = 36xy - 9a^2$  wird für  $x_1 = 0/y_1 = 0$ , gleich  $-9a^2$ , also kleiner als Null; folglich ist  $z_1 = 0$  kein Scheitelwert. Er wird für  $x_2 = a, y_2 = a$  gleich  $27a^2$ , also größer als Null; außerdem wird  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x$  für dieses Wertepaar gleich  $6a > 0$ , also ist  $z_2 = -a^3$  ein Tiefstwert.

**(46) Unentwickelte Funktionen.**

Es sei  $f(x, y) = 0$ ;  $y$  wird dann ein Scheitelwert, wenn  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} \neq 0$  ist. Aus den beiden Gleichungen  $f(x, y) = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$  bestimme man das Wertepaar  $x/y$ . Ist  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} : \frac{\partial f}{\partial y} > 0$ , so liegt für  $y$  ein Höchstwert, im anderen Falle ein Tiefstwert vor.

Beispiel:  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x} = 3(x^2 - ay) = 0$ . Aus beiden Gleichungen folgen die beiden Lösungspaare  $x_1 = 0; y_1 = 0$  und  $x_2 = a\sqrt[3]{2}; y_2 = a\sqrt[3]{4}$ . Für das erste Wertepaar wird aber  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$ ; folglich ist  $y = 0$  kein Scheitelwert. Für das zweite Wertepaar ist  $\frac{\partial f}{\partial y} = 3a^2\sqrt[3]{2}$ , da hierfür  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} : \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{a} > 0$  ist, so ist  $y = a\sqrt[3]{4}$  ein Höchstwert.

**(47) 2. Unbestimmte Ausdrücke.**

$\frac{0}{0}$ . Nimmt sowohl  $\varphi(x)$  wie  $\psi(x)$  für  $x = x_0$  den Wert Null an, so wird  $\left(\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}\right)_{x_0} = \left(\frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)}\right)_{x_0}$ ; erscheint auch hier der Wert  $\frac{0}{0}$ , so bilde man  $\left(\frac{\varphi''(x)}{\psi''(x)}\right)_0$  usf.

Beispiele: 1)  $\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_0 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_0 = \ln \frac{a}{b}$ .

$$2) \left( \frac{x - x \cos x}{x - \sin x} \right)_0 = \left( \frac{1 - \cos x + x \sin x}{1 - \cos x} \right)_0 = \left( \frac{2 \sin x + x \cos x}{\sin x} \right)_0 = \left( \frac{3 \cos x - x \sin x}{\cos x} \right)_0 = 3.$$

$\frac{\infty}{\infty}$ . Siehe Fall  $\frac{0}{0}$ . Man differenziere Zähler und Nenner.

Beispiel:  $\left( \frac{\ln x}{x} \right)_\infty = \left( \frac{1}{x} \right) = 0.$

$0 \cdot \infty$ . Wird für  $x = x_0$ ,  $\varphi(x) = 0$  und  $\psi(x) = \infty$ , so setze man  $\psi(x) = \frac{1}{\Psi(x)}$ ; hierdurch wird  $\varphi(x) \cdot \psi(x)$  auf Fall  $\frac{0}{0}$  übergeführt.

Beispiel:

$$\left[ (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x \right]_1 = \left[ \frac{1-x}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} x} \right]_1 = \left[ \frac{1 \cdot 2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x}{\pi} \right]_1 = \frac{2}{\pi}.$$

$\infty - \infty$ . Wird für  $x = x_0$ ,  $\varphi(x) = \infty$  und  $\psi(x) = \infty$ , so setze man  $\varphi(x) = \frac{1}{\Phi(x)}$ ,  $\psi(x) = \frac{1}{\Psi(x)}$ ; dann wird  $\varphi(x) - \psi(x) = \frac{1}{\Phi(x)} - \frac{1}{\Psi(x)} = \frac{\Psi(x) - \Phi(x)}{\Phi(x) \cdot \Psi(x)}$ ; da  $\Phi(x_0) = 0$  und  $\Psi(x_0) = 0$  ist, so ist dieser Fall auf Fall  $\frac{0}{0}$  zurückgeführt.

Beispiel:

$$\left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)_1 = \left( \frac{x-1 - \ln x}{(x-1) \ln x} \right)_1 = \left( \frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + 1 - \frac{1}{x}} \right)_1 = \left( \frac{x-1}{x \ln x + x - 1} \right)_1 = \left( \frac{1}{\ln x + 1 + 1} \right)_1 = \frac{1}{2}.$$

$0^0, 1^\infty, \infty^0$ . Nimmt für  $x = x_0$   $\varphi(x)^{\psi(x)}$  eine dieser Formen an, so logarithmiere man den Ausdruck; es ergibt sich  $\psi(x) \cdot \ln \varphi(x)$ , der dann für  $x = x_0$  die Form  $0 \cdot \infty$  annimmt; ergibt sich hier als Grenzwert  $a$ , so ist  $(\varphi(x)^{\psi(x)})_{x_0} = e^a$ .

Beispiel:  $\left( \frac{x-1}{\sqrt{x}} \right)_1 = \left( \frac{1}{x^{x-1}} \right)_1$ ;  $\left( \frac{\ln x}{x-1} \right)_1 = \left( \frac{1}{x} \right)_1 = 1$ ; also  $\left( \frac{x-1}{\sqrt{x}} \right)_1 = e$ .

### 3. Anwendung auf ebene Kurven.

(48) Die Gleichung der Kurve ist im rechtwinkligen Koordinatensystem in entwickelter Form gegeben.  $y = f(x)$ . Die Tangente im Punkte  $P_0(x_0/y_0)$  habe den Neigungswinkel  $\varphi$  gegen die  $x$ -Achse; es ist  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{(dy)}{(dx)}_{x_0} = y'_0$ .

Die Gleichung der Tangente:  $y - y_0 = \frac{(dy)}{(dx)}_{x_0} (x - x_0)$ ,

$$y - y_0 = y'_0 (x - x_0).$$

Die Gleichung der Normalen:  $x - x_0 + \frac{(dy)}{(dx)}_{x_0} (y - y_0) = 0$ ,

$$x - x_0 + y'_0 (y - y_0) = 0.$$

Die Länge der Tangente  $P_0 T$  ist  $t = \frac{y_0}{y_0'} \sqrt{1 + y_0'^2}$ .

Die Länge der Normalen  $P_0 N$  ist  $n = y_0 \sqrt{1 + y_0'^2}$ .

Die Subtangente  $T X_0$  ist

$$s_t = \frac{y_0}{y_0'}$$

Die Subnormale  $X_0 N$  ist

$$s_n = y_0 y_0'$$

Höchst- und Tiefststellen  $G$  und  $K$  einer Kurve s. Scheitelwerte (44).

Wendepunkt: Die Abszisse  $x_w$  eines Wendepunktes  $W$  bestimmt sich aus der Gleichung  $\frac{d^2 y}{d x^2} = 0$ .

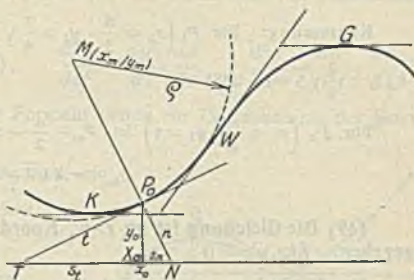


Abb. 44.

Krümmung: Die Koordinaten  $x_m, y_m$  des zu  $P_0(x_0/y_0)$  gehörigen Krümmungsmittelpunktes ergeben sich aus den Gleichungen:

$$x_m = x_0 - \frac{1 + y_0'^2}{y_0''} y_0'; \quad y_m = y_0 + \frac{1 + y_0'^2}{y_0''}$$

Der Krümmungsradius ist  $\rho = \frac{(1 + y_0'^2)^{3/2}}{y_0''}$ ;  $\frac{1}{\rho}$  heißt die Krümmung der Kurve. Verläuft die Kurve annähernd horizontal, so ist für diese Stelle angenähert  $\rho = \frac{1}{y_0''}$ ;  $\frac{1}{\rho} = y_0''$ .

Beispiel:  $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $y' = \cos x + \cos 2x$ ,  $y'' = -\sin x - 2 \sin 2x$ .

Höchst- und Tiefstwerte. Aus  $y' = 0$  folgt  $x_1 = \frac{\pi}{3}$ ,  $x_2 = \pi$ ,  $x_3 = \frac{5}{3}\pi$ .

Da  $y_1'' = -\frac{3}{2}\sqrt{3} < 0$ , so ist  $y_1 = \frac{3}{4}\sqrt{3} = 1,299$  Höchststelle. Da  $y_2'' = 0$ , dagegen  $y_2''' = -3 \neq 0$  ist, ist  $y_2 = 0$  weder Höchst- noch Tiefstelle, sondern ein Terrassenpunkt.

Da  $y_3'' = \frac{3}{2}\sqrt{3} > 0$ , so ist  $y_3 = -\frac{3}{4}\sqrt{3} = -1,299$  Tiefstelle.

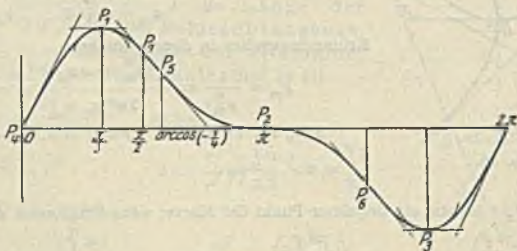


Abb. 45.

Wendepunkte: Aus  $y'' = 0$  folgt für die Abszissen derselben:  $x_4 = 0$ ,  $x_2 = \pi$

$$x_3 = \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) = 1,823, \quad x_5 = 2\pi - \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) = 4,460.$$



Demnach sind die Ordinaten

$$y_4 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_6 = \frac{3}{16} \sqrt{15} = 0,726, \quad y_8 = -\frac{3}{16} \sqrt{15} = -0,726$$

und die Richtungen  $y_4' = 2, \quad y_2' = 0, \quad y_6' = -\frac{9}{8}, \quad y_8' = -\frac{9}{5}.$

Krümmung: Für  $P_1 \left( x_1 = \frac{\pi}{3} \mid y_1 = \frac{3}{4} \sqrt{3} \right)$  ist  $x_m = \frac{\pi}{3}, \quad y_m = \frac{19}{36} \sqrt{3} = 0,914,$   
 $\rho_m = -\frac{2}{9} \sqrt{3} = -0,385.$

Für  $P_7 \left( x_7 = \frac{\pi}{2} \mid y_7 = 1 \right)$  ist  $x_m = \frac{\pi}{2} - 2 = -0,429, \quad y_m = -1,$   
 $\rho_m = -2 \sqrt{2} = -2,828.$

(49) Die Gleichung ist im r.-w. Koord.-Syst. in unentwickelter Form gegeben.  $f(x, y) = 0.$

Die Betrachtungen unterscheiden sich von denen unter 1) nur dadurch, daß man die Differentialquotienten  $y', y'' \dots$  nach den unter (43) angegebenen Methoden zu berechnen hat. Im übrigen ist stets darauf zu achten, daß zwischen den Koordinaten  $x/y$  eines jeden Kurvenpunktes die Beziehung  $f(x, y) = 0$  bestehen muß. Neu kommen nur hinzu die **Singulären Punkte**: Sind für die Koordinaten  $x/y$  eines Kurvenpunktes außer der Gleichung  $f(x, y) = 0$  auch noch die beiden Gleichungen  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  erfüllt, so heißt er ein **singulärer Punkt**. Die Kurve hat in einem solchen zwei oder sogar mehrere Richtungen; sie bestimmen sich (falls es zwei sind) aus der Gleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot y'^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cdot y' + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0.$$

Hat diese zwei reelle voneinander verschiedene Lösungen  $y_1'$  und  $y_2'$ , so heißt der Punkt ein **Doppelpunkt**; sind die Lösungen  $y_1' = y_2'$  reell und gleich, so ist es ein **Rückkehrpunkt** (Spitze); sind sie konjugiert komplex, ein **isolierter Punkt** (Einsiedler).

Beispiel: Das Kartesische Blatt hat die Gleichung

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0.$$

Höchstpunkt (S. (46)):  $\frac{\partial f}{\partial x} = 3(x^2 - ay) = 0,$

$$x_m = a \sqrt[3]{2}, \quad y_m = a \sqrt[3]{4}.$$

Krümmungsradius in diesem Punkte:

$$\rho_m = \frac{1}{y_m''} = -\frac{(y_m^2 - ax_m)^3}{2a^3 x_m y_m} = -\frac{a}{2}.$$

Singulärer Punkt: Für  $x = 0, y = 0$  wird  $f = 0,$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0;$$

der Anfangspunkt ist also ein singulärer Punkt der Kurve; seine Richtungen ergeben sich, da

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)_{0/0} = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)_{0/0} = -3a, \quad \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_{0/0} = 0,$$

aus der quadratischen Gleichung

$$0 \cdot y'^2 - 6a y' + 0 = 0, \quad y_1' = 0, \quad y_2' = \infty.$$

Es ist also ein Doppelpunkt; die Koordinatenachsen sind Tangenten in ihm.

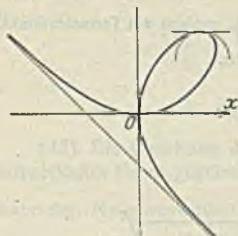


Abb. 46.

(50) Die Gleichung ist im r.-w. Koord.-System in Parameterdarstellung gegeben:  $x = \varphi(t)$ ,  $y = \psi(t)$ .

Die Koordinaten eines beliebigen Punktes der Kurve sind in diesem Falle als Funktionen einer dritten Veränderlichen  $t$ , des Parameters ausgedrückt; desgleichen lassen sich die Differentialquotienten als Funktionen von  $t$  darstellen; es ist

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt}, \quad y' = \psi'(t) : \varphi'(t), \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2} : \frac{dx}{dt}, \quad \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d^3y}{dt^3} : \frac{dx}{dt} \dots$$

Unter Berücksichtigung dieser Formeln gelten zur Untersuchung der Kurve die Betrachtungen unter (48).

Beispiel:  $x = t^2$ ,  $y = t - \frac{1}{3}t^3$ , Abb. 47.

Schnittpunkte mit der Abszissenachse:

$$y = 0, \quad t_1 = 0, \quad t_2 = \sqrt{3}, \quad t_3 = -\sqrt{3},$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 3,$$

$$P_2 = P_3 \text{ Doppelpunkt}$$

$$y' = \frac{1-t^2}{2t}, \quad y_1' = \infty,$$

$$y_2' = -\frac{1}{3}\sqrt{3}, \quad y_3' = \frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

Tangente in  $O$  ist  $y$ -Achse, in  $P_2$  unter  $150^\circ$ , in  $P_3$  unter  $30^\circ$  geneigt.

Abb. 47.

Höchst- und Tiefstpunkte:

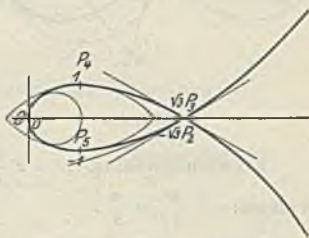
$$y' = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad t_4 = 1, \quad x_4 = 1, \quad y_4 = \frac{2}{3},$$

$$t_5 = -1, \quad x_5 = 1, \quad y_5 = -\frac{2}{3}.$$

Krümmungsradien:

$$y'' = -\frac{1+t^2}{4t^3}, \quad \varrho = -\frac{(1+t^2)^2}{2}, \quad \varrho_1 = -\frac{1}{2}, \quad \varrho_{2,3} = -8, \quad \varrho_{4,5} = -2.$$

(S. a. (62) und (63).)



(51) Die Gleichung ist in Polarkoordinaten gegeben:  $r = f(\vartheta)$ .

Der Winkel  $\varphi$ , den die Tangente  $PT$  im Kurvenpunkte  $P(r, \vartheta)$  mit dem Leitstrahl  $OP = r$  einschließt, ist durch die Gleichung bestimmt

$\text{tg } \varphi = r : \frac{dr}{d\vartheta} = r : r'$ . Ist  $NOT \perp OP$ , so

heißt die Strecke  $PT = t$  die Länge der Tangente,  $OT = s_t$  die Polarsubtangente,  $PN (= PT) = n$  die Länge der Normalen,  $ON = s_n$  die Polarsubnormale, und es ist

$$s_n = r' = \frac{dr}{d\vartheta}, \quad s_t = \frac{r^2}{r'},$$

$$n = \sqrt{r^2 + r'^2}, \quad t = \frac{r}{r'} \sqrt{r^2 + r'^2}.$$

Krümmungsradius:

$$\varrho = \frac{(r^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}}{r^3 + 2r'^2 - r r''} = \frac{n^3}{r^3 + 2r'^2 - r r''}.$$

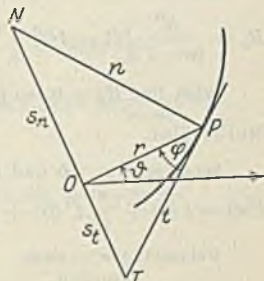


Abb. 48.

Beispiel: Die Lemniskate, Abb. 49: Gleichung:  $r = a \sqrt{\cos 2\vartheta}$ .

Konstruktion von Kurvenpunkten: Zeichne über  $OA = a$  als Durchmesser den Kreis; schneide ihn mit dem Leitstrahl  $2\vartheta$  in  $Q$ ; zeichne auf  $OA$   $OR = OQ$ ; errichte auf

$OA$  in  $R$  das Lot, das den Halbkreis in  $S$  schneidet; trage auf dem Leitstrahl  $\vartheta$   $OP = OS$  ab; dann ist  $P$  ein Punkt der Lemniskate.

Tangenten- und Normalen-Konstruktion: 1) Da  $r' = -\frac{a \sin 2\vartheta}{\sqrt{\cos 2\vartheta}}$  ist, ist  $\operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{ctg} 2\vartheta$ , also  $\varphi = 90^\circ + 2\vartheta$ ; demnach der Winkel zwischen  $r$  und  $n$   $\varphi' = 2\vartheta$ .

Trage in  $P$  an  $OP$   $\sphericalangle OPN = 2\vartheta$  an, dann ist  $PN$  die Normale in  $P$  und das in  $P$  auf  $PN$  errichtete Lot  $t$  die Tangente.

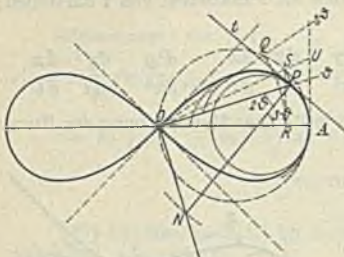


Abb. 49.

2) Da  $\cos 2\vartheta = \frac{r^2}{a^2}$ , so ist  $\sin 2\vartheta = \frac{\sqrt{a^4 - r^4}}{a^2}$ ,

also  $r' = s_n = -\frac{\sqrt{a^4 - r^4}}{r}$ , demnach

$n = \sqrt{r^2 + s_n^2} = \frac{a^2}{r}$ . Schneidet man also  $OS$  mit dem in  $A$  auf  $OA$  errichteten Lote in  $U$ , so ist  $OU = n$ . Errichtet man ferner in  $O$  auf  $OP$  das Lot und bringt es mit dem um  $P$  mit  $n$  geschlagenen Kreise in  $N$  zum Schnitt, so ist  $PN$  die Normale der Länge und Lage nach, und damit auch die Tangente bestimmt.

Krümmungsradius:  $r'' = r \frac{dr'}{dr} = -\frac{a^4 + r^4}{r^3}$ ; durch Einsetzen erhält man den

$$\text{Ausdruck: } \varrho = \frac{a^2}{3r} = \frac{n}{3}.$$

Höchstpunkt: Für einen solchen muß  $PN \perp OA$ , also  $\vartheta + 2\vartheta = 90^\circ$ , d. h.  $\vartheta = 30^\circ$  sein; hierfür ist  $r_{30^\circ} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$ ,  $\varrho = \frac{a}{3}\sqrt{2}$ .

Untersuchungen von Körpern und Flächen s. Analytische Geometrie des Raumes (104).

## (52) 4. Der Taylorsche Satz und die unendlichen Reihen.

### a) Der Taylorsche und der Maclaurinsche Satz.

Ist die Funktion  $f(x)$  im Intervall von  $a$  bis  $a + h$  mit ihren Differentialquotienten  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ , ... endlich, eindeutig und stetig, so ist  $f(a + h)$

$$= f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + R_n, \quad \text{wobei}$$

$$\left. \begin{aligned} R_n &= \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a + \Theta h), \quad (\text{Lagrangesche Restformel}), \text{ oder} \\ R_n &= \frac{h^n}{(n-1)!} (1 - \Theta)^{n-1} f^{(n)}(a + \Theta h) \quad (\text{Cauchysche Restformel}) \end{aligned} \right\} \Theta < 1.$$

Wird  $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ , so geht die Reihe in eine konvergente unendliche Reihe über.

Setzt man  $a = 0$  und  $h = x$ , so ergibt sich die Maclaurinsche Reihe

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots$$

Beispiel:  $f(x) = \sin x, \quad f'(x) = \cos x, \quad f''(x) = -\sin x, \quad f'''(x) = -\cos x \dots$   
 $f(0) = 0, \quad f'(0) = 1, \quad f''(0) = -0, \quad f'''(0) = -1 \dots$

also  $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$  konvergiert für beliebiges  $x$

$$\sin \frac{1}{2} = \sin 28^\circ 38' 52'' = 0.5 - 0,020\,833\,33 + 0,000\,260\,42 - 0,000\,000\,155 + 0,000\,000\,01 = 0,479\,425\,55.$$



## b) Anwendungen:

Exponentialreihe und goniometrische Reihen.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad \text{konvergiert für beliebiges } x,$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = 2,7182818,$$

$$e^2 = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \dots = 7,389056,$$

$$e^{-1} = 0,3678794, \quad \sqrt{e} = 1,6487217, \quad \sqrt[3]{e} = 1,39560,$$

$$\left. \begin{aligned} \sin x &= \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für beliebiges } x,$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} x &= x + \frac{1}{3} x^3 + \frac{2}{15} x^5 + \frac{17}{315} x^7 + \frac{62}{2835} x^9 + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergiert für } -\frac{\pi}{2} < x < +\frac{\pi}{2}.$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} x &= \frac{1}{x} - \frac{1}{3} x - \frac{1}{45} x^3 - \frac{2}{945} x^5 - \frac{1}{4725} x^7 - \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergiert für } -\pi < x < +\pi.$$

Die Beiwerte der Tangens- und der Kotangensreihe befolgen ein verwickeltes Gesetz; sie hängen aufs engste mit den Bernoullischen Zahlen zusammen.

$$\left. \begin{aligned} \arcsin x &= x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergiert für } -1 < x < +1,$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \left( x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \dots \right)$$

$$\arctg x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{konvergiert für } -1 \leq x \leq +1.$$

Anwendung zur Berechnung von  $\pi$ :

$$\frac{\pi}{6} = \arcsin \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{48} + \frac{3}{1280} + \frac{5}{14336} + \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$$

$$= 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}; \text{ letztere besonders rasch konvergierend.}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Sin} x &= \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \\ \operatorname{Cos} x &= 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für beliebiges } x.$$

Logarithmische Reihen.

$$\left. \begin{aligned} \ln(1+x) &= \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \\ \ln \frac{1+x}{1-x} &= 2 \left( \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für } -1 < x < +1$$

$$\ln(y+z) = \ln y + 2 \left[ \frac{z}{2y+z} + \frac{1}{3} \left( \frac{z}{2y+z} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{z}{2y+z} \right)^5 + \dots \right]$$

konvergiert für jedes  $z > -y$ .

Beispiele:

$$1) \quad y=1, \quad z=1, \quad \ln 2 = 2 \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{3} \right)^5 + \dots \right] = 0,693147.$$

$$2) \quad y=8, \quad z=1, \quad \ln 9 = 3 \ln 2 + 2 \left[ \frac{1}{17} + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{17} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{17} \right)^5 + \dots \right].$$

$$\text{Hieraus } \ln 3 = \frac{1}{2} \ln 9.$$

$$3) \quad y=16, \quad z=-1, \quad \ln 15 = 4 \ln 2 - 2 \left[ \frac{1}{31} + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{31} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{31} \right)^5 + \dots \right].$$

$$\text{Hieraus } \ln 5 = \ln 15 - \ln 3.$$

Die Binomische Reihe.

$$(1+x)^n = 1 + \frac{n}{1}x + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \\ + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 + \dots \quad \text{konverg. für } -1 < x < +1.$$

Sonderfälle: 1) Ist  $n$  eine positive ganze Zahl, so bricht die Reihe mit der  $n$ -ten Potenz ab; die sich ergebende Formel heißt der Binomische Satz (s. (1)):

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{k}x^k + \dots + \binom{n}{n}x^n.$$

2) Ist  $n = -1$ , so ergibt sich die unendliche geometrische Reihe

$$(s. a. (7)) \quad \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 \dots$$

$$3) \quad n = \frac{1}{2}: \sqrt{1 \pm x} = 1 \pm \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 \pm \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \pm \dots$$

$$n = -\frac{1}{2}: \frac{1}{\sqrt{1 \pm x}} = 1 \mp \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \mp \dots$$

$$n = \frac{1}{3}: \sqrt[3]{1 \pm x} = 1 \pm \frac{1}{3}x - \frac{2}{3 \cdot 6}x^2 \pm \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 \pm \dots$$

$$n = -\frac{1}{3}: \frac{1}{\sqrt[3]{1 \pm x}} = 1 \mp \frac{1}{3}x + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6}x^2 \mp \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 \mp \dots$$

Beispiele:

$$\sqrt{5} = \frac{9}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{81}} = \frac{9}{4} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{81} - \frac{1}{2 \cdot 4} \left( \frac{1}{81} \right)^2 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left( \frac{1}{81} \right)^3 - \dots \right] = 2,2360679777$$

$$= \frac{20}{9} \sqrt{1 + \frac{1}{80}} = \frac{20}{9} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{80} - \frac{1}{2 \cdot 4} \left( \frac{1}{80} \right)^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left( \frac{1}{80} \right)^3 - \dots \right] = 2,2360679777$$

$$\sqrt[3]{9} = 2 \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{1}{8}} = 2 \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{8} - \frac{2}{3 \cdot 6} \left( \frac{1}{8} \right)^2 + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} \left( \frac{1}{8} \right)^3 - \dots \right] = 2,0800838231.$$

Für kleine Werte  $\varepsilon$  ist

$$e^\varepsilon = 1 + \varepsilon \quad \sin \varepsilon = \varepsilon \quad \cos \varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon \quad \operatorname{arcsin} \varepsilon = \varepsilon$$

$$\operatorname{arccos} \varepsilon = \frac{\pi}{2} - \varepsilon \quad \operatorname{Cot} \varepsilon = \varepsilon \quad \operatorname{Coj} \varepsilon = 1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \ln(1 + \varepsilon) = \varepsilon$$

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \quad (\text{s. a. S. 38}).$$

## VII. Integralrechnung.

## A. Theorie.

## (53) 1. Das unbestimmte Integral.

Unter dem unbestimmtem Integrale  $\int f(x) dx$  versteht man diejenige Funktion  $F(x)$  von  $x$ , deren Differentialquotient  $f(x)$  ist.  $\int f(x) dx = F(x)$ , wenn  $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$  ist. Zu einer Funktion  $f(x)$  gibt es unendlich viele unbestimmte Integrale, die sich nur durch eine Konstante voneinander unterscheiden. Ist also  $F(x) = \int f(x) dx$ , so ist auch  $F(x) + C = \int f(x) dx$ , wobei  $C$  irgendeine von  $x$  unabhängige Größe ist.

**Geometrische Deutung:**  $y = f(x)$  stellt im rechtwinkligen Koordinatensystem eine ebene Kurve dar. Man betrachte die Fläche  $F$ , welche von dieser, der  $x$ -Achse, der zu einer bestimmten festen Abszisse  $a$  gehörigen Ordinate und der zu der veränderlichen Abszisse  $x$  gehörigen Ordinate begrenzt wird;  $F$  ändert sich, wenn  $x$  sich ändert, ist also eine Funktion von  $x$ , und zwar ist  $F = \int f(x) dx$ . Wählt man eine bestimmte andere Anfangsabszisse  $a'$ , so ergibt sich eine andere Fläche  $F'$ , die sich indessen bei jeder beliebigen Abszisse  $x$  stets um das konstante Flächenstück  $C$  von  $F$  unterscheidet.

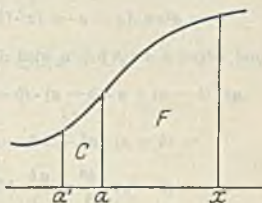


Abb. 50.

$$F' = F + C = \int f(x) dx + C.$$

## (54) 2. Das bestimmte Integral.

Gegeben ist die Kurve  $y = f(x)$ ; man erhält den zwischen ihr, der  $x$ -Achse und den zu den beiden Abszissen  $x_1$  und  $x_2$  gehörigen Ordinaten liegenden Flächeninhalt  $F_{x_1}^{x_2}$  (nach 1), indem man  $F(x) = \int f(x) dx + C$  bildet, einmal den oberen Wert  $x_2$  einsetzt, das andere Mal den unteren Wert  $x_1$  einsetzt und dann  $F(x_2) - F(x_1)$  bildet; die Integrationskonstante fällt hierbei heraus. Man schreibt  $F_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$  und nennt dies ein bestimmtes

Integral;  $x_1$  ist die untere,  $x_2$  die obere Grenze. Dieses bestimmte Integral, das also durch eine zur Differentiation umgekehrte Operation gewonnen ist, kann man auch dadurch erhalten, daß man die Fläche  $F_{x_1}^{x_2}$  durch Ordinaten vom gegenseitigen Abstände  $dx$  in Streifen zerlegt; ein jeder kann angenähert durch ein Rechteck mit den beiden Seiten  $dx$  und  $f(x)$ , also vom Flächeninhalt  $f(x) \cdot dx$  ersetzt werden; der Flächeninhalt  $F_{x_1}^{x_2}$  ist dann angenähert die Summe aller dieser Rechteckflächen

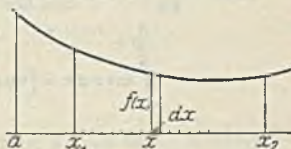


Abb. 51.

$F_{x_1}^{x_2} \sim \sum_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ . In dem Falle, daß  $dx$  unendlich klein wird, deckt sich  $F_{x_1}^{x_2}$  genau mit dieser Summe, die nun eine Summe von unendlich vielen unendlich kleinen Größen wird; es ist also dann genau

$$F_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx.$$



Erläuterungsbeispiel: Zur Auswertung des bestimmten Integralen  $\int_a^b x^2 dx$  wird das Intervall von  $a$  bis  $b$  in  $n$  gleiche Teile  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ , geteilt, für jedes Teilintervall  $a, a + \Delta x, a + 2\Delta x, a + k\Delta x, \dots, a + (n-1)\Delta x$  die Funktionswerte, d. h.  $a^2, (a + \Delta x)^2, (a + 2\Delta x)^2, (a + k\Delta x)^2, \dots, (a + (n-1)\Delta x)^2$  berechnet, jeder dieser Werte mit  $\Delta x$  multipliziert und diese Produkte addiert. Es folgt

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} (a + k\Delta x)^2 \cdot \Delta x &= \sum_{k=0}^{n-1} a^2 \Delta x + 2 \sum_{k=0}^{n-1} a k (\Delta x)^2 + \sum_{k=0}^{n-1} k^2 (\Delta x)^3 \\ &= n a^2 \Delta x + 2 a (\Delta x)^2 \cdot \sum_{k=0}^{n-1} k + (\Delta x)^3 \cdot \sum_{k=0}^{n-1} k^2. \end{aligned}$$

Nach (6) ergibt sich hieraus

$$n a^2 \Delta x + 2 a (\Delta x)^2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + (\Delta x)^3 \cdot \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

$$= a^2 \cdot n \Delta x + a \cdot n \Delta x \cdot (n \Delta x - \Delta x) + \frac{1}{3} \cdot n \Delta x \cdot (n \Delta x - \Delta x) \cdot \left( n \Delta x - \frac{\Delta x}{2} \right)$$

und wegen  $n \Delta x = b - a$  wird die Summe auch

$$\begin{aligned} a^2 \cdot (b-a) + a \cdot (b-a) \cdot (b-a - \Delta x) + \frac{1}{3} \cdot (b-a) (b-a - \Delta x) \cdot \left( b-a - \frac{\Delta x}{2} \right) \\ = (b-a) \left[ a^2 + ab - a^2 - a \Delta x + \frac{b^2}{3} - \frac{2}{3} ab + \frac{a^2}{3} - \frac{b-a}{2} \Delta x + \frac{(\Delta x)^2}{6} \right] \\ = (b-a) \left[ \frac{b^2}{3} + \frac{ab}{3} + \frac{a^2}{3} - \frac{b+a}{2} \Delta x + \frac{(\Delta x)^2}{6} \right]. \end{aligned}$$

Nähert sich  $\Delta x$  dem Grenzwert Null, bzw. wächst  $n$  über alle Grenzen hinaus, so geht die Summe in bestimmtes Integral über,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (b-a) \left[ \frac{b^2}{3} + \frac{ab}{3} + \frac{a^2}{3} - \frac{b+a}{2} \Delta x + \frac{(\Delta x)^2}{6} \right] = \frac{1}{3} (b-a) \cdot (b^2 + ab + a^2) = \frac{1}{3} (b^3 - a^3),$$

$$\text{also} \quad \int_a^b x^2 dx = \frac{1}{3} (b^3 - a^3).$$

Rascher gelangt man zu dem Ergebnis auf dem Wege über das unbestimmte Integral: Es ist  $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$ ; die Werte für die obere bzw. untere Grenze sind  $\frac{b^3}{3}$ , bzw.  $\frac{a^3}{3}$ , ihre Differenz also  $\frac{1}{3} (b^3 - a^3)$  w. o.

Beispiel zur Berechnung des bestimmten Integralen:

$$\text{Es ist } \frac{d \sin x}{dx} = \cos x; \text{ demnach ist } \int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \left[ \sin x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

### (55) 3. Fundamentale Integrationsformeln (s. (38)).

$$1) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{gilt für jedes } n \neq -1.$$

$$2) \int \frac{dx}{x} = \ln x + C.$$

$$3) \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x + C = -\operatorname{arccotg} x + C'.$$

$$4) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C'.$$

$$5) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; \quad \int e^x dx = e^x + C.$$

$$6) \int \sin x dx = -\cos x + C; \quad \int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$7) \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C; \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$8) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} x + C = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} x + C = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C.$$

$$9) \int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C.$$

$$10) \int \operatorname{Sin} x dx = \operatorname{Cos} x + C; \quad \int \operatorname{Cos} x dx = \operatorname{Sin} x + C.$$

$$11) \int \frac{dx}{\operatorname{Cos}^2 x} = \operatorname{Tg} x + C.$$

#### (56) 4. Integrationsregeln.

1)  $\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$  Konstantenregel.

2)  $\int (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$  Summenregel.

3) Setzt man  $x = \varphi(y)$ , so wird  $\int f(x) dx = \int f(\varphi(y)) \cdot \varphi'(y) dy$  Substitutionsregel.

4) Sind  $u$  und  $v$  zwei Funktionen von  $x$ , so ist  $\int u \cdot v' dx = uv - \int v u' dx$  Regel der partiellen Integration.

5)  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C.$

Beispiele:

$$1) \int (a+x)^2 dx = \int (a^2 + 2ax + x^2) dx.$$

Nach Regel 1) und 2) und Formel 1) ist

$$\int (a+x)^2 dx = a^2 x + a x^2 + \frac{x^3}{3} + C.$$

Setzt man  $x = y - a = \varphi(y)$ , so ist  $\varphi'(y) = 1$ , und nach 3

$$\int (a+x)^2 dx = \int y^2 dy = \frac{y^3}{3} + C' = \frac{(a+x)^3}{3} + C'.$$

$$2) \int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\ln |\cos x| + C \quad (\text{Regel 5}).$$

$$3) \int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} dx = \int (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) dx = \ln |\sin x| - \ln |\cos x| + C = \ln |\operatorname{tg} x| + C.$$

$$4) \int x^m \ln x dx.$$

Nach Regel 4) setze man  $\ln x = u$ ,  $x^m = v'$ ; dann wird  $u' = \frac{1}{x}$ ,  $v = \frac{x^{m+1}}{m+1}$  und man erhält

$$\begin{aligned} \int x^m \ln x dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \ln x - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{x} dx = \\ &= \frac{1}{m+1} \left( x^{m+1} \ln x - \frac{x^{m+1}}{m+1} \right) + C = \frac{x^{m+1}}{(m+1)^2} ((m+1) \ln x - 1) + C. \end{aligned}$$

$$5) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}, \quad x + \sqrt{x^2+a} = y, \quad y' = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+a}} = \frac{x + \sqrt{x^2+a}}{\sqrt{x^2+a}} = \frac{y}{\sqrt{x^2+a}};$$

also ist  $dx = \frac{\sqrt{x^2+a}}{y} dy$ , und infolgedessen

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \int \frac{\sqrt{x^2+a}}{y} \cdot \frac{dy}{\sqrt{x^2+a}} = \int \frac{dy}{y} = \ln y + C = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C.$$

## (57) 5. Integration der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{\alpha_r x^r + \alpha_{r-1} x^{r-1} + \dots + \alpha_0}{b_s x^s + b_{s-1} x^{s-1} + \dots + b_0}.$$

Ist  $r \geq s$ , so ist  $f(x)$  eine unecht gebrochene, ist  $r < s$ , eine echt gebrochene Funktion von  $x$ . Jede unecht gebrochene Funktion von  $x$  läßt sich durch Division als Summe einer ganzen rationalen und einer echt gebrochenen Funktion darstellen. Da sich die ganze rationale Funktion nach der Summenregel und der Formel (55) 1) in einfacher Weise integrieren läßt, bedarf nur die echt gebrochene Funktion einer näheren Betrachtung:

$$1) s = 1; f(x) = \frac{\alpha_0}{b_1 x + b_0}; \text{ der Nenner ist linear. Mit Hilfe von (55) 2)}$$

$$\text{ergibt sich } \int \frac{\alpha_0}{b_1 x + b_0} dx = \frac{\alpha_0}{b_1} \cdot \ln(b_1 x + b_0).$$

$$\text{Beispiel: } f(x) = \frac{x^2 + 5x}{2x + 3}; \text{ man dividiere: } \frac{x^2 + 5x}{2x + 3} = \frac{x}{2} + \frac{7}{4} - \frac{21}{4(2x + 3)}$$

$$\text{demnach ist } \int \frac{x^2 + 5x}{2x + 3} dx = \int \left( \frac{x}{2} + \frac{7}{4} - \frac{21}{4(2x + 3)} \right) dx = \frac{x^2}{4} + \frac{7}{4}x - \frac{21}{8} \ln(2x + 3) + C.$$

$$2) s = 2. \text{ Der Nenner ist vom zweiten Grade: } f(x) = \frac{\alpha_1 x + \alpha_0}{b_2 x^2 + b_1 x + b_0}.$$

Man kürze mit  $b_2$ , um zu erhalten  $f(x) = \frac{\alpha_1 x + \alpha_0}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0}$ . Der Differentialquotient des Nenners ist  $2x + \beta_1$ ; man schreibe

$$f(x) = \frac{\frac{\alpha_1}{2}(2x + \beta_1)}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0} + \frac{\alpha_0 - \frac{\alpha_1 \beta_1}{2}}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0}.$$

Demnach ist nach (56) 5)

$$\int f(x) dx = \frac{\alpha_1}{2} \ln(x^2 + \beta_1 x + \beta_0) + \alpha \int \frac{dx}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0},$$

wenn  $\alpha_0 - \frac{\alpha_1 \beta_1}{2} = \alpha$  gesetzt wird. Man schreibe

$$x^2 + \beta_1 x + \beta_0 = \left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4}.$$

Nun hat man drei Fälle zu unterscheiden:

$$a) \beta_0 < \frac{\beta_1^2}{4}; \text{ der Nenner hat die Form } \left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2; \text{ durch die Sub-}$$

$$\text{stitution } x + \frac{\beta_1}{2} = y, \quad dx = dy \text{ geht } \int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2} \text{ über in}$$

$$\int \frac{dy}{y^2 - b^2} = \frac{1}{2b} \ln \frac{y-b}{y+b} + C, \text{ also } \int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2} = \frac{1}{2b} \ln \frac{x + \frac{\beta_1}{2} - b}{x + \frac{\beta_1}{2} + b} + C.$$



Beispiel:

$$\begin{aligned} \int \frac{3x+2}{x^2-x-2} dx &= \int \frac{\frac{3}{2}(2x-1)}{x^2-x-2} dx + \frac{7}{2} \int \frac{dx}{x^2-x-2} = \\ &= \frac{3}{2} \ln(x^2-x-2) + \frac{7}{2} \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \\ &= \frac{3}{2} \ln(x^2-x-2) + \frac{7}{6} \ln \frac{x-2}{x+1} + C. \end{aligned}$$

b)  $\beta_0 > \frac{\beta_1^2}{4}$ ; der Nenner hat die Form  $\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2$ ; durch die gleicheSubstitution wie oben geht  $\int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2}$  über in

$$\int \frac{dy}{y^2 + b^2} = \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{y}{b} + C, \text{ also } \int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2} = \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{x + \frac{\beta_1}{2}}{b} + C.$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \int \frac{x+3}{9x^2-6x+2} dx &= \frac{1}{9} \int \frac{x+3}{x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{9}} dx = \\ &= \frac{1}{9} \left\{ \int \frac{\frac{1}{2}(2x-\frac{2}{3})}{x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{9}} dx + \frac{10}{3} \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} \right\} = \\ &= \frac{1}{9} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}\right) + 10 \operatorname{arctg} \frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \right\} + C = \\ &= \frac{1}{18} \ln(9x^2-6x+2) + \frac{10}{9} \operatorname{arctg}(3x-1) + C. \end{aligned}$$

c)  $\beta_0 = \frac{\beta_1^2}{4}$ . Der Nenner hat die Form  $\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2$ . Nun ist aber

$$\int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2} = -\frac{1}{x + \frac{\beta_1}{2}}.$$

Beispiel:

$$\int \frac{x^5}{(x+3)^2} dx. \quad x^5: (x^2+6x+9) = x^3 - 6x^2 + 27x - 108 + 81 \cdot \frac{5x+12}{(x+3)^2}.$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x^5}{(x+3)^2} dx &= \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{27}{2}x^2 - 108x + 81 \cdot \left\{ \int \frac{5(2x+6)}{x^2+6x+9} dx - 3 \int \frac{dx}{(x+3)^2} \right\} \\ &= \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{27}{2}x^2 - 108x + \frac{405}{2} \ln(x^2+6x+9) + \frac{243}{x+3} + C. \end{aligned}$$

3)  $s$  sei eine beliebige positive ganze Zahl. Durch Kürzen mit  $b_s$  bringe man

$$f(x) \text{ auf die Form } \frac{\alpha_{s-1}x^{s-1} + \alpha_{s-2}x^{s-2} + \dots + \alpha_0}{x^s + \beta_{s-1}x^{s-1} + \dots + \beta_0}.$$

Die Auswertung dieses Integrals ist stets auf elementarem Wege möglich, sobald es gelingt, den Nenner in Faktoren von höchstens zweitem Grade zu

zerlegen. Eingehende Behandlung überschreitet den Rahmen des Buches. Vgl. u. a. Wicke, Einführung in die höhere Mathematik S. 186—196, Verlag Julius Springer 1927.

### (58) 6. Die wichtigsten Integrale irrationaler Funktionen.

a)  $\int f(x, \sqrt{ax+b}) dx$ ; wobei  $f$  eine rationale Funktion von  $x$  und  $\sqrt{ax+b}$  bedeutet. Die Substitution  $\sqrt{ax+b} = z$  führt den rationalen Integranden  $f\left(\frac{z^2-b}{a}, z\right) \cdot \frac{2}{a} z$  ein, womit das Problem auf dasjenige von (57) zurückgeführt ist.

$$1) \int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C.$$

$$2) \int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} \sqrt{ax+b}^3.$$

Beispiel:  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x-a}}$ ,  $\sqrt{x-a} = z$ ,  $x = z^2 + a$ ,  $dx = 2z dz$ .

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x-a}} = \int \frac{2z dz}{(z^2+a)z} = \frac{2}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{a}} = \frac{2}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{a}} \left( = \frac{2}{\sqrt{a}} \operatorname{arccos} \sqrt{\frac{a}{x}} \right).$$

b)  $\int f(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$ , wobei  $f$  eine rationale Funktion von  $x$  und  $\sqrt{ax^2+bx+c}$  bedeutet. Der Radikand läßt sich stets durch die Substitution  $x = z - \frac{b}{2a}$  auf die Form  $(z^2 \pm a^2)$  bringen.

Die wichtigsten Sonderformeln:

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C'.$$

$$4) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Co}f \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Si}n \frac{x}{a} + C.$$

$$5) \int \frac{x dx}{\sqrt{a \pm x^2}} = \pm \sqrt{a \pm x^2} + C.$$

$$6) \int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \frac{1}{2} \left( -x \sqrt{a^2-x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) + C.$$

$$7) \int \frac{x^2}{\sqrt{a+x^2}} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{a+x^2} - a \ln(x + \sqrt{a+x^2}) \right) + C.$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+a^2}} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{x^2+a^2} - a^2 \operatorname{Ar} \operatorname{Si}n \frac{x}{a} \right).$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{x^2-a^2} + a^2 \operatorname{Ar} \operatorname{Co}f \frac{x}{a} \right).$$

$$8) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) + C.$$

$$9) \int \sqrt{a + x^2} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{a + x^2} + a \ln(x + \sqrt{a + x^2}) \right) + C.$$

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{x^2 + a^2} + a^2 \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} \frac{x}{a} \right)$$

$$\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{x^2 - a^2} - a^2 \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} \frac{x}{a} \right).$$

Ist der Integrand von der Form  $\frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ,

so kann man am bequemsten das Integral nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten mit Hilfe des folgenden Ansatzes auswerten:

$$\int \frac{a_n x^n + \dots + a_0}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \\ = (A_{n-1} x^{n-1} + A_{n-2} x^{n-2} + \dots + A_0) \sqrt{ax^2 + bx + c} + B \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$$

Durch beiderseitiges Differenzieren und Koeffizientenvergleichung erhält man sodann die nötige Anzahl linearer Gleichungen zur Bestimmung der Größen  $A_{n-1}, \dots, A_0, B$ . Das verbleibende Integral  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$  läßt sich mit Hilfe der Formeln 3 oder 4 auswerten.

Beispiele: 1)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = (A_2 x^2 + A_1 x + A_0) \sqrt{2rx - x^2} + B \int \frac{dx}{\sqrt{2rx - x^2}}$

Differenzieren und Multiplizieren mit  $\sqrt{2rx - x^2}$ :

$$x^3 = (2A_2 x + A_1)(2rx - x^2) + (A_2 x^2 + A_1 x + A_0)(r - x) + B.$$

Koeffizientenvergleichung:

$$-3A_2 = 1, \quad 5rA_2 - 2A_1 = 0, \quad 3rA_1 - A_0 = 0, \quad rA_0 + B = 0.$$

Hieraus:  $A_2 = -\frac{1}{3}, \quad A_1 = -\frac{5}{6}r, \quad A_0 = -\frac{5}{2}r^2, \quad B = \frac{5}{2}r^3$ . Bleibt noch

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{r^2 - (x-r)^2}} = \arcsin \frac{x-r}{r} \quad (\text{Formel 3}). \quad \text{Also ist:}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = -\frac{1}{6} (2x^2 + 5rx + 15r^2) \sqrt{2rx - x^2} + \frac{5r^3}{2} \arcsin \frac{x-r}{r}.$$

2) Die Bestimmung des statischen Momentes des Parabelbogens in bezug auf die Scheiteltangente führt auf das Integral:  $\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx$ .

Um dieses auszuwerten, schreibe man:

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx = (A_3 x^3 + A_2 x^2 + A_1 x + A_0) \sqrt{x^2 + p^2} + B \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + p^2}}.$$

Differenzieren und Koeffizientenvergleichung ergibt:

$$4A_3 = 1, \quad 3A_2 = 0, \quad 3A_3 p^2 + 2A_1 = p^2, \quad 2A_2 p^2 + A_0 = 0, \quad p^2 A_1 + B = 0. \quad \text{also}$$

$$A_3 = \frac{1}{4}, \quad A_1 = \frac{1}{8} p^2, \quad B = -\frac{1}{8} p^4, \quad A_2 = A_0 = 0.$$



Mit Hilfe von Formel 4) ergibt sich also:

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \frac{1}{8} (2x^3 + p^2 x) \sqrt{x^2 + p^2} - \frac{p^4}{8} \ln \left( \frac{x}{p} + \sqrt{\frac{x^2}{p^2} + 1} \right) \\ = \frac{1}{8} (2x^3 + p^2 x) \sqrt{x^2 + p^2} - \frac{p^4}{8} \operatorname{Ar} \sin \frac{x}{p}.$$

## (59) 7. Die wichtigsten Integrale transzendenter Funktionen.

$$\left. \begin{aligned} 1) \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \\ 2) \int e^x dx &= e^x + C \end{aligned} \right\} \text{(s. a. (55) 5).}$$

$$3) \int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx \quad \text{Rekursionsformel.}$$

Beispiel:

$$\int x e^{ax} dx = \frac{x e^{ax}}{a} - \frac{e^{ax}}{a^2} + C.$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{x^2 e^{ax}}{a} - \frac{2x e^{ax}}{a^2} + \frac{2e^{ax}}{a^3} + C = e^{ax} \left( \frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) + C.$$

$$4) \int \ln x dx = x (\ln x - 1) + C.$$

$$4a) \int x^n \ln x dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} ((n+1) \ln x - 1) + C$$

$$(n = -2) \quad \int \frac{\ln x}{x^3} dx = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C.$$

$$(n = -1) \quad \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C.$$

$$5) \int \sin^n x dx = -\frac{\cos x \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

Rekursionsformel.

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad \text{(s. a. (55) 6).}$$

$$\int \sin^2 x dx = -\frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{x}{2} + C.$$

$$6) \int \cos^n x dx = \frac{\sin x \cos^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$$

Rekursionsformel.

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad \text{(s. a. (55) 6).}$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{x}{2} + C.$$

$$7) \int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1) \sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}$$

Rekursionsformel.

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x + C \quad \text{(s. a. (55) 7).}$$

- 8)  $\int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1) \cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} x}$  Rekursionsformel.  
 $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) + C.$   
 $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$  (s. a. (55) 7).
- 9)  $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C.$
- 10)  $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C.$
- 11 a)  $\int e^{ax} \sin bx dx = e^{ax} \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} + C.$
- 11 b)  $\int e^{ax} \cos bx dx = e^{ax} \frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} + C.$
- 12 a)  $\int x^m \cos x dx = x^m \sin x - m \int x^{m-1} \sin x dx$  } Rekursionsformeln.  
 12 b)  $\int x^m \sin x dx = -x^m \cos x + m \int x^{m-1} \cos x dx$  }
- 13)  $\int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$
- 14)  $\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$
- 15)  $\int \operatorname{arctg} x dx = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C.$
- 16)  $\int \operatorname{arctg} x dx = x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C.$

## (60) 8. Näherungsberechnungen des bestimmten

### Integrals $\int_a^b f(x) dx.$

a) Man teile das Intervall  $a$  bis  $b$  in  $n$  gleiche Teile;  $h = \frac{b-a}{n}$  und setze zur Abkürzung:  $y_0 = f(a)$ ,  $y_1 = f(a+h)$ ,  $y_2 = f(a+2h)$ , ...,  $y_{n-1} = f(a+(n-1)h)$ ,  $y_n = f(a+nh) = f(b)$ . Dann gelten die folgenden Näherungsformeln (s. a. (19) 5):

$$\alpha) \int_a^b f(x) dx = h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right) \quad (\text{Trapezformel}).$$

$$\beta) \quad n = 2 \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (\text{Simpsonsche Regel}).$$

$$\gamma) \quad n = 2\nu \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} (y_0 + y_{2\nu} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2\nu-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2\nu-2}))$$

(verallg. Simpsonsche Regel).

Beispiel:  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx.$

Nach Formel  $\beta$ ):

$$J = \frac{\pi}{12} \left[ \frac{\sin 0}{0} + 4 \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{\pi}{12} + 4 \cdot \frac{0,707107}{3} + \frac{1}{6} = 1,371.$$

Nach Formel  $\gamma$ ):

$$n = 6; J = \frac{\pi}{36} \left[ \frac{\sin 0}{0} + \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} + 4 \left( \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{12}} + \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sin \frac{5\pi}{12}}{\frac{5\pi}{12}} \right) + 2 \left( \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} \right) \right] = 1,37077.$$

b) Man entwickle  $f(x)$  nach dem Maclaurinschen Satz in eine konvergente unendliche Reihe und integriere gliedweise.

$$\int_0^x f(x) dx = f(0) \cdot \frac{x}{1} + f'(0) \frac{x^2}{2!} + f''(0) \frac{x^3}{3!} + \dots$$

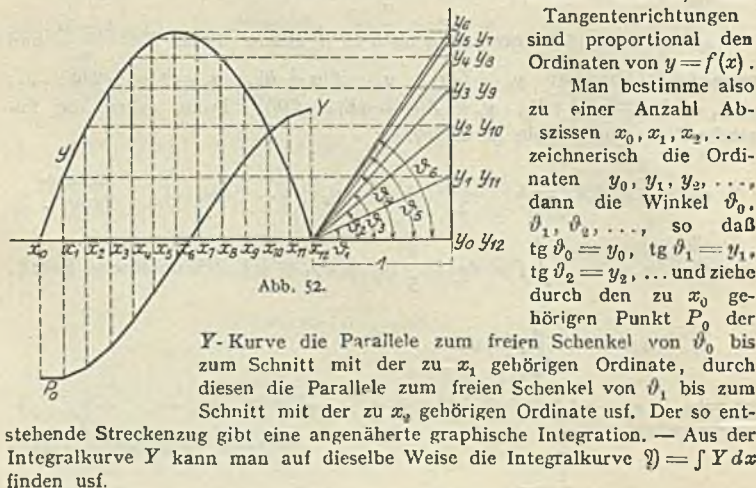
Beispiel:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \left[ 1 + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^6 + \dots \right] dx = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots + C \quad \text{konv. f\u00fcr } -1 < x < +1.$$

$$\int_0^{0,1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0,500000 + 0,003125 + 0,000081 + 0,000003 = 0,503209.$$

## (61) 9. Graphische Integration; Integralkurven.

$y = f(x)$  gibt im rechtwinkligen Koordinatensystem eine Kurve;  $Y = \int f(x) dx$  kann ebenfalls, da  $Y$  eine Funktion von  $x$  ist, als Kurve gedeutet werden; ihre



Tangentenrichtungen sind proportional den Ordinaten von  $y = f(x)$ . Man bestimme also zu einer Anzahl Abszissen  $x_0, x_1, x_2, \dots$  zeichnerisch die Ordinaten  $y_0, y_1, y_2, \dots$ , dann die Winkel  $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \dots$ , so daß  $\text{tg } \vartheta_0 = y_0, \text{tg } \vartheta_1 = y_1, \text{tg } \vartheta_2 = y_2, \dots$  und ziehe durch den zu  $x_0$  gehörigen Punkt  $P_0$  der  $Y$ -Kurve die Parallele zum freien Schenkel von  $\vartheta_0$  bis zum Schnitt mit der zu  $x_1$  gehörigen Ordinate, durch diesen die Parallele zum freien Schenkel von  $\vartheta_1$  bis zum Schnitt mit der zu  $x_2$  gehörigen Ordinate usw. Der so entstehende Streckenzug gibt eine angenäherte graphische Integration. — Aus der Integralkurve  $Y$  kann man auf dieselbe Weise die Integralkurve  $\mathcal{Y} = \int Y dx$  finden usw.

Eine Methode, um aus der Kurve  $z = f(x)$  sofort die zweite Integralkurve  $y = \int y' dx$ , wobei  $y' = \int z dx$ , zu finden ist folgende:



Es ist, Abb. 53,  $y_2' - y_1' = F = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_1} = \operatorname{tg} \vartheta_2 - \operatorname{tg} \vartheta_1$ .  
Aus  $\vartheta_1$  und  $F$  läßt sich also nach Abb. 53 a  $\vartheta_2$  konstruieren.

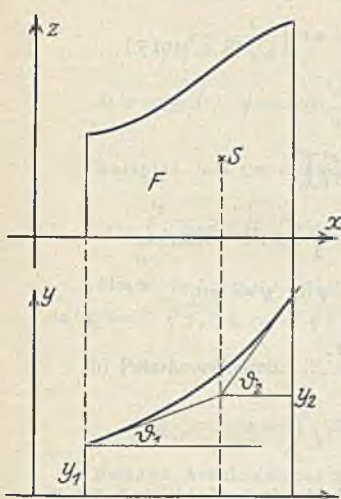


Abb. 53.

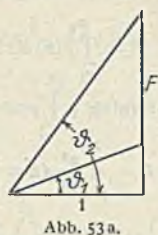


Abb. 53 a.

Legt man nun durch den Endpunkt von  $y_1$  mit Hilfe von  $\vartheta_1$  die Tangente an die Kurve  $y = y(x)$ , bringt sie zum Schnitt mit der Ordinate des Schwerpunktes  $S$  von  $F$ , und legt durch diesen mit Hilfe von  $\vartheta_2$  die Tangente des zu  $x_2$  gehörigen Punktes von  $y = y(x)$ , so schneidet diese auf der zur  $x_2$  ge-

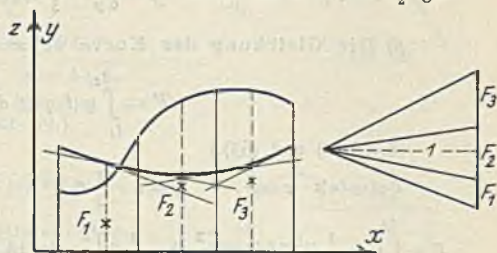


Abb. 54.

hörigen Ordinate die Strecke  $y_2$  ab. Man erhält also aus dem Anfangspunkte und der Anfangsrichtung der zweiten Integralkurve Endpunkt und Endrichtung und kann daher diese mit großer Annäherung zeichnen. (Anwendung auf elastische Linie, Abschn. Festigkeitslehre.) Eine noch größere Genauigkeit erzielt man durch Unterteilung von  $F$ . (Abb. 54.)

## B. Anwendungen.

### (62) 1. Berechnung von Flächeninhalten ebener Figuren.

a) Zerlegung der Fläche in parallele Streifen: Hat die Fläche, Abb. 55, in der Höhe  $x$  die Breite  $y = f(x)$ , so ist  $F = \int_0^h y dx$ .



Abb. 55.

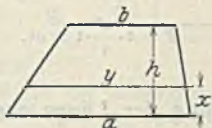


Abb. 56.



Abb. 57.

Beispiel: Trapez, Abb. 56:  $y = a - \frac{a-b}{h}x$ ,

$$F = \int_0^h \left(a - \frac{a-b}{h}x\right) dx = \left[ax - \frac{a-b}{2h}x^2\right]_0^h = \frac{h}{2}(a+b).$$

(S. a. (19) 2.)

Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.

b) Die Fläche ist begrenzt von einer Kurve, der  $x$ -Achse und zwei Ordinaten eines rechtwinkligen Koordinatensystems.

α) Die Gleichung der Kurve sei  $y = f(x)$ , Abb. 57,

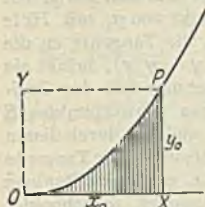


Abb. 58.

$$F = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (\text{S. a. (19) 5.})$$

Beispiel:  $y = \frac{x^2}{2p}$ .

$$F = \int_0^{x_0} \frac{x^2}{2p} dx = \left[ \frac{x^3}{6p} \right]_0^{x_0} = \frac{x_0^3}{6p} = \frac{1}{3} x_0 y_0 = \frac{1}{3} OXPY \quad (\text{Abb. 58}).$$

β) Die Gleichung der Kurve sei  $x = \varphi(t)$ ,  $y = \psi(t)$

$$F = \int_{t_1}^{t_2} \psi'(t) \varphi'(t) dt.$$

(S. a. (50) und (63).)

Beispiel:  $x = t^2$ ,  $y = t - \frac{1}{3} t^3$ ,

$$F = \int_{t_1}^{t_2} \left( t - \frac{1}{3} t^3 \right) \cdot 2t dt = \left[ \frac{2}{3} t^3 - \frac{2}{15} t^5 \right]_{t_1}^{t_2}; \text{ also ist der Inhalt der Schleife } P_2 P_3 O P_4 P_3$$

(Abb. 47 S. 83), da  $t_1 = -\sqrt{3}$ ,  $t_2 = +\sqrt{3}$ .  $F = 2 \left( 2\sqrt{3} - \frac{6}{5} \sqrt{3} \right) = \frac{8}{5} \sqrt{3}$ .

c) Die Gleichung der Kurve sei in Polarkoordinaten gegeben  $r = f(\vartheta)$ ; die Fläche werde von zwei Leitstrahlen und der Kurve begrenzt, Abb. 59

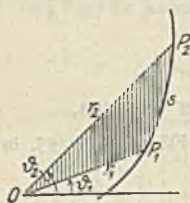


Abb. 59.

$$F = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} r^2 d\vartheta.$$

Beispiel: Die Lemniskate (s. a. (51))

$$F = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} (a^2 \cos 2\vartheta) d\vartheta = \frac{a^2}{4} (\sin 2\vartheta_2 - \sin 2\vartheta_1).$$

Der gesamte Inhalt der Lemniskate ist demnach

$$\left( \vartheta_1 = 0, \vartheta_2 = \frac{\pi}{4} \right)$$

$$F = 4 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 1 = a^2.$$

## (63) 2. Berechnung der Länge ebener Kurven.

a) Rechtwinklige Koordinaten.

$$\alpha) \quad y = f(x), \quad s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Beispiel:  $y = x \sqrt{\frac{x}{a}}$  (Semikubische Parabel, Abb. 60).

$$v' = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{a}}, \quad s = \int_0^x \sqrt{1 + \frac{9x}{4a}} dx = \left[ \frac{1}{27} (4a + 9x) \sqrt{4 + 9 \frac{x}{a}} \right]_0^x$$

$$s = \frac{1}{27 \sqrt{a}} \left[ (4a + 9x)^{\frac{3}{2}} - 8a \sqrt{a} \right].$$

$$\beta) \quad x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(\varphi'(t))^2 + (\psi'(t))^2} dt.$$

Beispiel (s. a. (50) und (62)):  $x = t^2, \quad y = t - \frac{1}{3} t^3,$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(2t)^2 + (1 - t^2)^2} dt = \int_{t_1}^{t_2} (1 + t^2) dt = \left[ t + \frac{t^3}{3} \right]_{t_1}^{t_2}.$$

Also ist die Länge der Schleife  $P_2 P_5 O P_4 P_3$  (s. Abb. 47),

da  $t_1 = -\sqrt{3}, \quad t_2 = +\sqrt{3}, \quad s = 4\sqrt{3}.$



Abb. 60.

b) Polarkoordinaten. (S. Abb. 59.)

$$s = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sqrt{r'^2 + r^2} d\vartheta.$$

Beispiel: Archimedische Spirale:  $r = a\vartheta.$

$$= \int_0^{\vartheta} \sqrt{a^2 \vartheta^2 + a^2} d\vartheta = \frac{a}{2} \left[ \vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + \arcsin \vartheta \right].$$

$$s_0^{2\pi} = 21,256 a = 3,3820 r_{2\pi}.$$



Abb. 61.

### (64) 3. Statisches Moment und Schwerpunkt ebener Gebilde.

Ist  $G$  irgendein ebenes Gebilde (ebene Kurve, ebenes Flächenstück), und soll das statische Moment desselben bezüglich einer Achse  $a$  berechnet werden, so zerlege man  $G$  in unendlich kleine Elemente  $dG$ , multipliziere ein jedes mit seinem Abstände  $e$  von  $a$  (statisches Moment von  $dG$  bezüglich  $a$ :  $dM_a = e \cdot dG$ ) und summiere alle diese Produkte; die sich ergebende Summe ist das gewünschte statische Moment

$$M_a = \int_G e \cdot dG.$$

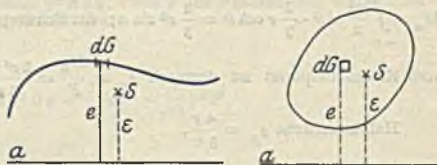


Abb. 62.

Um fernerhin den Abstand  $\varepsilon$  des Schwerpunktes  $S$  von  $G$  von der Achse  $a$  zu erhalten, dividiere man das Moment  $M_a$  durch die Größe  $G$  (Kurvenlänge, Flächeninhalt) des Gebildes

$$\varepsilon = \frac{\int_G e \cdot dG}{G}.$$

Wählt man als Bezugsachsen zwei zueinander senkrechte Geraden  $x$  und  $y$ , so ergibt sich

$$M_x = \int_G y dG, \quad M_y = \int_G x dG.$$



$$\text{Abszisse von } S: \xi = \frac{\int x dG}{G}; \quad \text{Ordinate: } \eta = \frac{\int y dG}{G}.$$

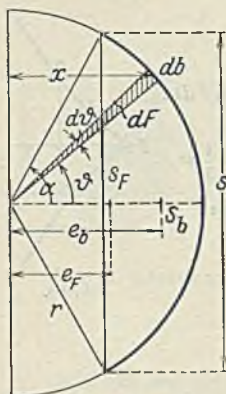


Abb. 63.

Beispiele:

1) Der Kreisbogen, Abb. 63:  $db = r \cdot d\vartheta$ . Abstand des Elementes  $db$  von der Achse  $a$ :  $x = r \cos \vartheta$ ; Moment:  $dM_a = r^2 \cos \vartheta d\vartheta$ ; also

$$M_a = \int_{-\alpha}^{+\alpha} r^2 \cos \vartheta d\vartheta = 2 r^2 \sin \alpha = r s.$$

Der Schwerpunkt  $S$  hat vom Mittelpunkt den Abstand

$$e_b = \frac{M_a}{b} = \frac{r s}{b}. \quad \text{Halbkreis: } e_b = \frac{2r}{\pi} = 0,637 r \sim \frac{7}{11} r.$$

2) Der Parabelbogen:  $y = \frac{x^2}{2p}$ , Abb. 58:

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx;$$

$$M_x = \int y ds = \int_0^{x_0} \frac{x^2}{2p} \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx$$

$$= \frac{p^2}{16} \left[ \left( 2 \left(\frac{x_0}{p}\right)^3 + \frac{x_0}{p} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} - \ln \left( \frac{x_0}{p} + \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} \right) \right] =$$

$$= \frac{p^2}{16} \left[ \left( 2 \left(\frac{x_0}{p}\right)^3 + \frac{x_0}{p} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} - \text{Ar} \sin \frac{x_0}{p} \right];$$

$$M_y = \int x ds = \int_0^{x_0} x \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx = \frac{1}{3p} \left[ \sqrt{p^2 + x_0^2}^3 - p^3 \right].$$

3) Der Kreisabschnitt, Abb. 63:  $dF = \frac{r^2}{2} d\vartheta$ . Der Schwerpunkt von  $dF$  hat vom Mittelpunkt den Abstand  $\frac{2}{3} r$ , von der Achse  $a$  den Abstand  $x = \frac{2}{3} r \cos \vartheta$ ; also ist

$$M_a = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \frac{r^2}{2} d\vartheta \cdot \frac{2}{3} r \cos \vartheta = \frac{2}{3} r^3 \sin \alpha; \quad \text{der Schwerpunktsabstand der Kreisabschnittsfläche}$$

$$\text{vom Kreismittelpunkt ist demnach } e_p = \frac{M_a}{F} = \frac{2 r^3 \sin \alpha}{3 r^2 \alpha} = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{2 r s}{3 b}.$$

$$\text{Halbkreisfläche } e_p = \frac{4 r}{3 \pi}.$$

4) Parabelfläche, Abb. 64:  $y^2 = 2px$ . Man zerlege die Fläche in Streifen parallel zur  $y$ -Achse; der Inhalt eines solchen ist  $dF = y dx$ , der Schwerpunkt hat die Koordinaten

$\left( x \mid \frac{y}{2} \right)$ ; folglich ist sein Moment bezüglich der  $x$ -Achse:

$$dM_x = \frac{y^2}{2} dx, \quad \text{bezüglich der } y\text{-Achse: } dM_y = xy dx$$

Also ist

$$M_x = \int_0^{x_0} \frac{y^2}{2} dx = \int_0^{x_0} px dx = \frac{1}{2} p x_0^2 = \frac{x_0 y_0^2}{4};$$

$$M_y = \int_0^{x_0} xy dx = \int_0^{x_0} x \sqrt{2px} dx = \frac{2}{5} x_0^2 \sqrt{2px_0} = \frac{2}{5} x_0^2 y.$$

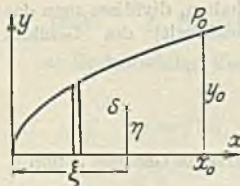


Abb. 64.

Der Schwerpunkt hat die Koordinaten:

$$\xi = \frac{M_y}{F} = \frac{2 x_0^2 y_0 \cdot 3}{5 \cdot 2 x_0 y_0} = \frac{3}{5} x_0; \quad \eta = \frac{M_x}{F} = \frac{x_0 y_0^2 \cdot 3}{4 \cdot 2 x_0 y_0} = \frac{3}{8} y_0.$$

#### (65) 4. Trägheitsmoment ebener Gebilde.

a) Um das äquatoriale Trägheitsmoment  $J_a$  eines ebenen Gebildes  $G$  (ebene Kurve, ebenes Flächenstück) bezüglich einer Achse  $a$  zu bestimmen, zerlege man es in unendlich kleine Elemente  $dG$ , multipliziere ein jedes mit dem Quadrate des Abstandes  $e$  von  $a$ :  $dJ = e^2 dG$  und summiere alle diese Elementarträgheitsmomente von  $G$ .

$$J_a = \int_G e^2 dG.$$

Beispiele.

1) Eine Strecke von der Länge  $l$  sei unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Momentenachse  $x$  geneigt; ihr Schwerpunkt habe die Entfernung  $e$  von der Achse  $x$ . Der Abstand des Elementes  $dl$  von der Achse  $x$  ist  $y = e + x \operatorname{tg} \alpha$ , sein äquatoriales Trägheitsmoment also  $dl \cdot (e + x \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{(e + x \operatorname{tg} \alpha)^2}{\cos \alpha} dx$ . Demnach ist das Trägheitsmoment der Strecke  $l$

$$J_x = \int_{-\frac{l}{2} \cos \alpha}^{+\frac{l}{2} \cos \alpha} \frac{(e + x \operatorname{tg} \alpha)^2}{\cos \alpha} dx = \frac{1}{\cos \alpha} \left[ e^2 x + e x^2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{x^3}{3} \operatorname{tg}^2 \alpha \right]_{-\frac{l}{2} \cos \alpha}^{+\frac{l}{2} \cos \alpha} = e^2 l + \frac{l^3}{12} \sin^2 \alpha.$$

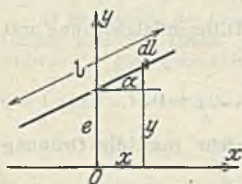


Abb. 65.

Geht die  $x$ -Achse durch den Mittelpunkt der Strecke, so ist  $e = 0$ , also

$J_x = \frac{l^3}{12} \sin^2 \alpha$ ; geht die  $x$ -Achse durch den Anfangspunkt der Strecke, so ist  $e = -\frac{l}{2} \sin \alpha$ , also

$$J_x = \frac{l^3}{3} \sin^2 \alpha.$$

2) Das äquatoriale Trägheitsmoment eines Rechtecks mit den Seiten  $a$  und  $b$  bezüglich einer durch seinen Mittelpunkt //  $a$  gezogenen Achse  $x$  findet man folgendermaßen: Man zerlegt das Rechteck in Streifen //  $x$ -Achse; ihr Inhalt ist  $a dy$ ; ihr Trägheitsmoment  $y^2 a dy$ , wenn  $y$  den Abstand von der  $x$ -Achse und  $dy$  die Breite des Streifens bedeutet. Es ist also

$$J_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} a y^2 dy = \frac{1}{12} a b^3 = \frac{1}{12} b^2 F.$$

b) Um das polare Trägheitsmoment  $J_p$  eines ebenen Gebildes  $G$  bezüglich eines Poles  $P$  zu bestimmen, zerlege man es in Elementarteile  $dG$ , multipliziere einen jeden mit dem Quadrat seines Abstandes  $r$  von  $P$  und summiere alle diese elementaren Trägheitsmomente  $dJ_p$

$$J_p = \int_G r^2 dG.$$

Beispiele: 1) Das polare Trägheitsmoment des Kreisumfangs bezüglich seines Mittelpunktes:

$$ds = a d\vartheta; \quad dJ_p = a^2 \cdot a d\vartheta$$

$$J_p = 2 \int_0^\pi a^3 d\vartheta = 2\pi a^3.$$

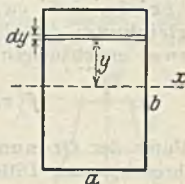


Abb. 66.



Abb. 67.

2) Das polare Trägheitsmoment der Kreisfläche bezüglich des Mittelpunktes: Man zerlege die Kreisfläche in lauter von konzentrischen Kreisen begrenzte Flächen von dem inneren Radius  $r$  und der Breite  $d r$ ; das polare Trägheitsmoment einer solchen ist  $d J_p = 2 \pi r d r \cdot r^2$ ;

also ist 
$$J_p = \int_0^a 2 \pi r^3 d r = \frac{\pi}{2} a^4.$$

Anwendungen auf räumliche Gebilde s. Analytische Geometrie des Raumes.

## VIII. Differentialgleichungen.

### A. Erläuterungen.

(66) Eine Gleichung zwischen veränderlichen Größen und ihren Differentialquotienten heißt Differentialgleichung. Enthält eine solche außer einer unabhängigen Veränderlichen ( $x$ ) nur noch eine von ihr abhängige Veränderliche ( $y$ ) und ihre Differentialquotienten ( $y'$ ,  $y''$ , ...), so heißt sie eine gewöhnliche Differentialgleichung. Ihre allgemeinste Form ist

$$f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0.$$

Enthält die Gleichung mehrere unabhängige Veränderliche ( $x, y$ ) und eine von ihnen abhängige Veränderliche ( $z$ ) und deren partiellen Differentialquotienten  $\left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dots\right)$ , so heißt sie eine partielle Differentialgleichung; die allgemeinste Form einer partiellen Differentialgleichung mit zwei unabhängigen Veränderlichen ist demnach

$$f\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dots\right) = 0.$$

Unter der Ordnung einer Differentialgleichung versteht man die Ordnung ihres höchsten Differentialquotienten.

Eine Differentialgleichung ist integriert oder gelöst, wenn man für die abhängige Veränderliche alle Funktionen der unabhängigen Veränderlichen gefunden hat, welche mit ihren Differentialquotienten die Gleichung befriedigen. Eine solche Funktion heißt Lösung oder Integral der Differentialgleichung. (Zum Unterschiede hierzu nennt man in der Lehre von den Differentialgleichungen  $\int f(x) dx$  eine Quadratur.) Das vollständige Integral einer gewöhnlichen Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung enthält außer den in der Differentialgleichung auftretenden Konstanten noch  $n$  weitere willkürliche Konstanten. Gibt man diesen oder wenigstens einer oder mehreren von ihnen einen bestimmten Wert, so geht das vollständige Integral in ein partikuläres Integral über. Ein Integral, das nicht  $n$  willkürliche Konstanten enthält, aber auch nicht durch Spezialisierung von solchen aus dem vollständigen Integral hervorgeht, heißt ein singuläres Integral.

Beispiel: Die gew. Differentialgleichung 1. Ordnung  $a(x + y y') = y^2(1 + y'^2)$  hat als vollständige Lösung:  $\left(x - \frac{c^2}{a}\right)^2 + y^2 = c^2$  ( $c$  Integrationskonstante). Denn durch beiderseitiges Differenzieren ergibt sich  $2\left(x - \frac{c^2}{a}\right) + 2 y y' = 0$ ; also  $c^2 = a(x + y y')$ ; setzt man diesen Wert in die Lösung ein, so folgt  $y^2 y'^2 + y^2 = a(x + y y')$ , also die ursprüngliche Differentialgleichung. Ein partikuläres Integral erhält man beispielsweise, wenn man  $c = 0$  setzt, also  $x^2 + y^2 = 0$ ;  $c = \sqrt{a}$ ,  $(x - 1)^2 + y^2 = a$  partikuläre Integrale. Andererseits erfüllt auch  $y^2 = a\left(x + \frac{a}{4}\right)$  die Differentialgleichung; denn setzt man  $2 y y' = a$ , oder  $y' = \frac{a}{2 y}$  in die Differentialgleichung ein, so ergeben sowohl die linke wie die rechte Seite  $a\left(x + \frac{a}{2}\right)$ . Da jedoch



$y^2 = a \left( x + \frac{a}{4} \right)$  nimmermehr aus dem vollständigen Integral durch Spezialisierung von  $c$  hervorgeht, selbst aber keine Integrationskonstante enthält, ist  $y^2 = a \left( x + \frac{a}{4} \right)$  ein singuläres Integral.

## B. Gewöhnliche Differentialgleichungen.

### 1. Differentialgleichungen 1. Ordnung 1. Grades.

(67) Eine Differentialgleichung 1. Ordnung heißt vom 1. Grade, wenn sie in  $y'$  vom 1. Grade ist. Sie läßt sich also stets auf die Form bringen  $y' = f(x, y)$  oder  $\varphi(x, y) dx + \psi(x, y) dy = 0$ . Es gibt keine allgemeine Methode, um diese zu integrieren, d. h.  $y$  so als Funktion von  $x$  zu bestimmen, daß die Differentialgleichung befriedigt wird. Man ist also auf Sonderfälle angewiesen; die wichtigsten sollen im folgenden besprochen werden:

(68) a) **Trennung der Veränderlichen.** Läßt sich die Differentialgleichung so umformen, daß der Faktor von  $dx$  nur eine Funktion von  $x$  und der Faktor von  $dy$  nur eine Funktion von  $y$  ist, so ist die Integration der Differentialgleichung auf zwei einfache Quadraturen zurückgeführt:

Ist  $\varphi(x) \cdot dx + \psi(y) \cdot dy = 0$  die Differentialgleichung, so ist

$$\int \varphi(x) \cdot dx + \int \psi(y) \cdot dy = c \text{ ihr vollständiges Integral.}$$

Beispiele: 1)  $y' + \frac{y}{x} = 0$  oder  $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$ . Integral:  $\ln x + \ln y = \ln c$ ;  $xy = c$ .

2) Bestimmung des Gesetzes für die Querschnittsänderung des Körpers gleichen Widerstandes gegenüber Druck. Druckkraft =  $Q$ , Beanspruchung  $\sigma = \text{konstant} = k$ , spez. Gewicht =  $\gamma$ . Für Querschnitt  $y$  im Abstände  $x$ , Abb. 68, gilt

$$Q + \int_0^x \gamma y dx = k y \text{ und differenziert } \gamma y = k y' \text{ oder } k \frac{dy}{y} = \gamma dx \text{ und}$$

$$k \ln y = \gamma x + k \ln c, \text{ worin } k \ln c = \text{Integrationskonstante. Durch}$$

Umformen folgt  $y = c e^{\frac{\gamma x}{k}}$ . Für  $x = 0$  ist  $y_0 = \frac{Q}{k}$  und damit

$$\frac{Q}{k} = c. \text{ Somit ist die allein in Betracht kommende partikuläre}$$

Lösung  $y = \frac{Q}{k} e^{\frac{\gamma}{k} x}$ . Im Falle Gestaltung als Umdrehungskörper

ist  $y = \pi r^2$ , und damit folgt die Gleichung der Meridiankurve in  $r = \sqrt{\frac{Q}{\pi k} e^{\frac{\gamma}{k} x}}$ ; die Meridiankurve ist eine Exponentialkurve.

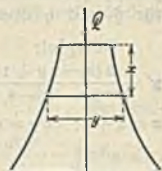


Abb. 68.

(69) b) Die **homogene Differentialgleichung** hat die Form  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$  oder  $\varphi\left(\frac{y}{x}\right) dx + \psi\left(\frac{y}{x}\right) dy = 0$ . Sie läßt sich allgemein integrieren. Zu

diesem Zwecke setze man  $y = x \cdot z$ ;  $dy = x \cdot dz + z \cdot dx$ ; hierdurch geht sie über in die neue Gleichung  $\varphi(z) \cdot dx + \psi(z) \cdot (x dz + z dx) = 0$ . In dieser lassen sich die Veränderlichen trennen:  $\frac{dx}{x} + \frac{\psi(z)}{\varphi(z) + z \psi(z)} dz = 0$ .

Beispiele: 1)  $(x^2 - y^2) dy - 2xy dx = 0$ ,  $y = zx$ ,  $dy = x dz + z dx$

$$(x^2 - z^2 x^2) (x dz + z dx) - 2x^2 z dx = 0, \quad \frac{1 - z^2}{z(1 + z^2)} dz - \frac{dx}{x} = 0,$$

$$\int \frac{1 - z^2}{z(1 + z^2)} dz - \int \frac{dx}{x} + \ln c = 0; \quad \int \frac{dz}{z} - \int \frac{2z dz}{1 + z^2} - \int \frac{dx}{x} + \ln c = 0,$$

$$\ln \frac{z}{x(1 + z^2)} + \ln c = 0, \quad \frac{cy}{x^2 + y^2} = 1, \quad \underline{x^2 + y^2 = cy}.$$

2) Bestimme eine Kurve so, daß jede Normale auf der  $x$ -Achse ein Stück abschneidet, des zugehörigen Kurvenpunktes vom Anfangspunkte ist. Der Kurvenpunkt  $P$  habe die Koordinaten  $x$  und  $y$ .  $ON = x + s_n$ ,  $s_n = y y'$ ,  $ON = OP = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Also ergibt sich die Gleichung  $x + y y' = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $y = xz$ ,  $y' = xz' + z$ ,  $x + xz(xz' + z) = x\sqrt{1+z^2}$ . Trennung der Veränderlichen:

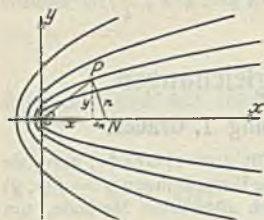


Abb. 69.

$$\frac{z}{1+z^2 - \sqrt{1+z^2}} dz + \frac{dx}{x} = 0;$$

$$\int \frac{z dz}{(1+z^2) - \sqrt{1+z^2}} + \int \frac{dx}{x} = \ln c.$$

Zur Auswertung des ersten Integrals setze man  $\sqrt{1+z^2} = u$ ; es geht über in  $\int \frac{du}{u-1} = \ln(u-1) = \ln(\sqrt{1+z^2} - 1)$

$$= \ln\left(\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} - 1\right). \text{ Daher bekommt man}$$

$$\ln\left(\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} - 1\right) + \ln x = \lg c; \quad \sqrt{x^2 + y^2} - x = c, \quad y^2 = 2c\left(x + \frac{c}{2}\right).$$

Es ist also eine Schar konfokaler Parabeln, deren Brennpunkt in  $O$  liegt, und deren Achse die  $x$ -Achse ist.

Auf die homogenen Differentialgleichungen lassen sich auch die Gleichungen von der Form  $y' = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2}$  zurückführen; bestimmt man nämlich zwei Größen  $m$  und  $n$  durch die beiden linearen Gleichungen  $a_1 m + b_1 n + c_1 = 0$  und  $a_2 m + b_2 n + c_2 = 0$ , so führen die beiden Substitutionen  $x = \xi + m$ ,  $y = \eta + n$  die ursprüngliche Gleichung in eine homogene Differentialgleichung für  $\xi$  und  $\eta$  über.

Beispiel:

$$y' + \frac{2(x-2y+1)}{5x-y-4} = 0; \quad m-2n+1=0; \quad 5m-n-4=0; \quad m=1; \quad n=1.$$

$$x = \xi + 1; \quad y = \eta + 1; \quad \frac{d\eta}{d\xi} + \frac{2\xi-4\eta}{5\xi-\eta} = 0; \quad \eta = \xi \cdot \zeta; \quad d\eta = \xi \cdot d\zeta + \zeta \cdot d\xi$$

$$(\xi \cdot d\zeta + \zeta \cdot d\xi)(5\xi - \xi\zeta) + (2\xi - 4\xi\zeta) \cdot d\xi = 0.$$

Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{d\zeta}{\zeta} + \frac{\zeta-5}{\zeta^2-\zeta-2} d\zeta = 0; \quad \ln \xi + \ln(\zeta+1)^2 - \ln(\zeta-2) = \ln c; \quad \frac{\xi(\zeta+1)^2}{\zeta-2} = c;$$

$$\frac{(\eta+1)^2}{\eta-2\xi} = c; \quad \underline{(x+y-2)^2 = c(y-2x+1)}.$$

Lassen sich die beiden linearen Gleichungen nicht nach  $m$  und  $n$  auflösen (wenn  $a_1 : b_1 = a_2 : b_2$  ist), so führt die direkte Substitution  $a_1 x + b_1 y = z$  zum Ziele.

Beispiel:

$$(x-2y+9)dx - (3x-6y+19)dy = 0; \quad x-2y = z; \quad dx = dz + 2dy;$$

$$(z+9)(dz+2dy) - (3z+19)dy = 0; \quad \frac{z+9}{z+1} dz = dy; \quad z+8 \ln(z+1) = y+c;$$

$$x-3y+8 \ln(x-2y+1) = c.$$

(70) c) Die lineare Differentialgleichung hat die Form  $y' = P(x) \cdot y + Q(x)$ ; ihr vollständiges Integral ist  $y = e^{\int P \cdot dx} \left\{ \int Q e^{-\int P \cdot dx} dx + C \right\}$ .

Beispiele: 1)  $y' + y \cos x - \frac{1}{2} \sin 2x = 0$ ;  $P = -\cos x$ ;  $Q = \frac{1}{2} \sin 2x$ ;

$$y = e^{-\int \cos x \cdot dx} \left\{ \int \frac{1}{2} \sin 2x e^{\int \cos x \cdot dx} dx + C \right\} = e^{-\sin x} \left\{ \int e^{\sin x} \sin x \cos x \cdot dx + C \right\} \\ = e^{-\sin x} [e^{\sin x} (\sin x - 1) + C] = \sin x - 1 + C e^{-\sin x}.$$

2) In einem elektrischen Stromkreise sei  $E$  die Spannung,  $i$  die Stromstärke zur Zeit  $t$ , ferner die Konstanten  $R$  der Widerstand und  $L$  die Selbstinduktion. Es gilt die Beziehung

$$E = iR + L \frac{di}{dt}, \quad \text{also} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L}.$$

Durch Integrieren erhält man zwischen  $i$  und  $E$  die Gleichung

$$i = e^{-\frac{R}{L}t} \left\{ \frac{1}{L} \int E e^{\frac{R}{L}t} dt + A \right\}.$$

Beim Schließen eines Stromes gehe beispielsweise zur Zeit  $t = 0$   $E$  vom Werte 0 plötzlich auf den konstanten Wert  $E = E_0$  über; in diesem Falle wird  $i = \frac{E_0}{R} + A e^{-\frac{R}{L}t}$ ; da für

$t = 0$   $i = 0$  ist, so bestimmt sich die Integrationskonstante  $A = -\frac{E_0}{R}$ , so daß das hier allein

in Betracht kommende partikuläre Integral lautet:  $i = \frac{E_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$ .

(71) d) Ist die Differentialgleichung  $\varphi(x, y) \cdot dx + \psi(x, y) \cdot dy = 0$  so beschaffen, daß  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ , so ist die linke Seite derselben ein vollständiges Differential einer Funktion  $F(x, y)$ , so daß  $\frac{\partial F}{\partial x} = \varphi(x, y)$  und  $\frac{\partial F}{\partial y} = \psi(x, y)$  ist. Dabei bestimmt sich  $F$  durch die Gleichung

$$F(x, y) = \int \varphi(x, y) \cdot dx + \int \psi(x, y) \cdot dy - \int \frac{\partial}{\partial y} [\int \varphi(x, y) \cdot dx] \cdot dy.$$

Hat man auf diese Weise  $F$  bestimmt, so stellt  $F(x, y) = c$  die vollständige Integralgleichung der gegebenen Differentialgleichung dar.

Beispiel:

$(x^3 + xy^2 - a^2x) \cdot dx + (x^2y + y^3 + a^2y) \cdot dy = 0$ .  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = +2xy = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ , also voll-

ständiges Differential.  $F(x, y) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2y^2}{2} - \frac{a^2y^2}{2} + \frac{x^2y^2}{2} + \frac{y^4}{4} + \frac{a^2y^2}{2} - \int x^2y \cdot dy$ .

Daher ist  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2y^2}{2} + \frac{y^4}{4} - \frac{a^2x^2}{2} + \frac{a^2y^2}{2} = \frac{c}{4}$  oder  $(x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = c$  die vollständige Integralgleichung.

Ist die linke Seite kein vollständiges Differential, so kann man sie häufig dadurch, daß man die Differentialgleichung mit einem Faktor  $R(x, y)$ , dem integrierenden Faktor oder Eulerschen Multiplikator multipliziert, in ein solches überführen.

Beispiel: Die Differentialgleichung  $(y + xy^2) \cdot dx + (x - x^2y) \cdot dy = 0$ , die selbst kein vollständiges Differential ist, läßt sich durch Multiplizieren mit  $\frac{1}{x^2y^2}$  in ein solches überführen; man erhält dadurch  $\left(\frac{1}{x^2y} + \frac{1}{x}\right) \cdot dx + \left(\frac{1}{xy^2} - \frac{1}{y}\right) \cdot dy = 0$ . Das vollständige Integral ist sodann  $\ln \frac{x}{y} - \frac{1}{xy} = c$ .

## (72) 2. Differentialgleichungen 2. Ordnung.

Die allgemeinste Form einer Differentialgleichung zweiter Ordnung ist  $f(x, y, y', y'') = 0$ ; das vollständige Integral enthält zwei Integrationskonstanten. Da die allgemeinste Differentialgleichung zweiter Ordnung noch viel weniger einer Lösung zugänglich ist, als die erster Ordnung, sollen hier



die für die Technik wichtigsten integrierbaren Sonderfälle einzeln betrachtet werden.

$$a) \quad y'' = a. \quad \text{Lösung: } y = \frac{a}{2} x^2 + c_1 x + c_2.$$

Beispiel: Freier Fall im luftleeren Raume:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = g, \quad \frac{ds}{dt} = g t + v_0, \quad s = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + s_0.$$

Verallgemeinerung:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = a, \quad y = \frac{a}{n!} x^n + c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \dots + c_n.$$

$$(73) \quad b) \quad y'' = f(x). \quad \text{Lösung: } y = \int (\int f(x) \cdot dx) \cdot dx + c_1 x + c_2.$$

Beispiel: Bestimmung der Gleichung der elastischen Linie des durch gleichförmige Last  $Q = ql$  und Einzellast  $P$  belasteten, horizontal eingespannten Freitragers. Für angedeutetes Koordinatensystem lautet die Differentialgleichung der elastischen Linie  $y'' = -\frac{\alpha}{J} \left( P x + \frac{q x^2}{2} \right)$ . Einmaliges Integrieren ergibt  $y' = -\frac{\alpha}{J} \left( \frac{P}{2} x^2 + \frac{q}{6} x^3 \right) + c_1$ ; für  $x = l$  ist  $y' = 0$ , daher

$$0 = -\frac{\alpha}{J} \left( \frac{P}{2} l^2 + \frac{q}{6} l^3 \right) + c_1$$

$$\text{und } y' = \frac{\alpha}{J} \left[ \frac{P}{2} (l^2 - x^2) + \frac{q}{6} (l^3 - x^3) \right].$$

Weiteres Integrieren ergibt unter Beachtung, daß für  $x = 0$  auch  $y = 0$

$$y = \frac{\alpha}{2J} \left[ P \left( l^2 x - \frac{x^3}{3} \right) + \frac{q}{3} \left( l^3 x - \frac{x^4}{4} \right) \right]$$

$$\text{für } x = l \text{ ist } y = \max = f = \frac{\alpha}{2J} \left[ \frac{2}{3} P l^3 + \frac{q}{4} l^4 \right].$$

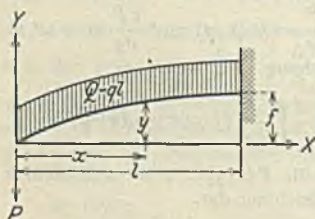


Abb. 70.

(74) c)  $y'' = f(y)$ . Setzt man  $y'' = \frac{d}{dx} \frac{dy}{dx} = \frac{dy'}{dy} \frac{dy}{dx} = y' \cdot \frac{dy'}{dy}$ , so geht die Differentialgleichung über in  $y' \frac{dy'}{dy} = f(y)$ , Differentialgleichung 1. Ordnung zwischen  $y$  und  $y'$ , welche Trennung der Veränderlichen zuläßt:

$$y' dy' = f(y) \cdot dy, \quad \text{also } \frac{y'^2}{2} = \int f(y) \cdot dy + c_1, \quad \text{oder}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \sqrt{2 \left( \int f(y) \cdot dy + c_1 \right)},$$

eine Differentialgleichung 1. Ordnung zwischen  $x$  und  $y$ , in der sich ebenfalls die Veränderlichen leicht trennen lassen. Das vollständige Integral der ursprünglichen Differentialgleichung lautet demnach:

$$x = \int \frac{dy}{\sqrt{2 \left( \int f(y) \cdot dy + c_1 \right)}} + c_2.$$

Beispiele: 1) Die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung lautet:

$$b = -a^2 s \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + a^2 s = 0.$$

$$\text{Es ist } v = \frac{ds}{dt}, \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}, \quad \text{also } v \frac{dv}{ds} + a^2 s = 0.$$

Die Integration liefert  $v = \sqrt{c_1 - a^2 s^2}$  Geschwindigkeits-Weg-Beziehung. Für die Beschreibung der Bewegung mögen zwei Anfangslagen herausgegriffen werden: Im ersten Falle möge der bewegte Punkt  $P$  zur Zeit  $t = 0$  durch die Ruhelage  $O$  gehen, also  $s = 0$  sein, und dabei die Geschwindigkeit  $v_0$  haben; im anderen Falle möge der Punkt  $P$  zur Zeit  $t = 0$  die weiteste Entfernung  $l$  von der Ruhelage haben, also  $s = l$ ,  $v = 0$  sein. Für

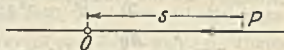


Abb. 71.

Fall 1 ist  $c_1 = v_0^2$ , also  $v = \sqrt{v_0^2 - a^2 s^2}$ , für

Fall 2 ist  $c_1 = a^2 l^2$ , also  $v = a \sqrt{l^2 - s^2}$ .

Da  $v = \frac{ds}{dt}$ , so folgt weiter  $\frac{ds}{\sqrt{c_1 - a^2 s^2}} = dt$ ,  $t = \frac{1}{a} \arcsin \frac{as}{\sqrt{c_1}} + c_2$ ,  $s = \frac{\sqrt{c_1}}{a} \sin [a(t - c_2)]$ ,

also für den 1. Fall  $s = \frac{v_0}{a} \sin at$ ,  $v = v_0 \cos at$ ;

für den 2. Fall  $s = l \cos at$ ,  $v = -al \sin at$ .

Die Bewegung ist also eine Schwingung; die Periode ist  $T = \frac{2\pi}{a}$ , die man leicht messen und aus der man die für die Elastizität bestimmende Konstante  $a = \frac{2\pi}{T}$  errechnen kann. Da sich auch die Schwingungsweite  $l$  messen läßt, kann man aus ihr die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Ruhelage  $v_0 = al = 2\pi \frac{l}{T}$  berechnen.

2) Die Bewegung eines Massenpunktes  $P$  in einem wagerechten Rohre, das sich um eine vertikale Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht, ist beschrieben durch die Differentialgleichung:  $\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \rho \omega^2$ , wobei  $\rho$  die Entfernung des Punktes  $P$  vom Drehpunkt  $O$  zur Zeit  $t$  bedeutet. Das vollständige Integral lautet:

$$\rho = c_1 e^{\omega t} + c_2 e^{-\omega t},$$

$$v = \omega (c_1 e^{\omega t} - c_2 e^{-\omega t}).$$



Abb. 72.

Ist beispielsweise zur Zeit  $t = 0$   $v = v_0$ ,  $\rho = 0$ , so wird  $c_1 + c_2 = 0$ ,  $c_1 - c_2 = \frac{v_0}{\omega}$ , also  $c_1 = \frac{v_0}{2\omega} = -c_2$ , also  $\rho = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ ,  $v = v_0 \cos \omega t$ .

Ist andererseits für  $t = 0$   $v = 0$ ,  $\rho = a$ , so wird  $\rho = a \cos \omega t$ ,  $v = -a\omega \sin \omega t$ .

(75) d)  $y'' = f(y)$ .

1. Weg:  $\frac{dy'}{dx} = f(y')$ . Trennung des Veränderlichen:  $x = \int \frac{dy'}{f(y')} + c_1$ ,

Darauf Auflösung nach  $y' = \varphi(x)$  und hieraus  $y = \int \varphi(x) \cdot dx + c_2$ .

2. Weg:  $y' \frac{dy'}{dy} = f(y')$ . Trennung der Veränderlichen:  $y = \int \frac{y' dy'}{f(y')} + c_1'$ ,

Darauf Auflösung nach  $y' = \psi(y)$  und ferner hieraus  $x = \int \frac{dy}{\psi(y)} + c_2'$ .

3. Weg: Parameterdarstellung:  $x = \int \frac{dy'}{f(y')} + c_1$ ,  $y = \int \frac{y' \cdot dy'}{f(y')} + c_1'$ .

Beispiele: 1)  $y'' + a^2 y'^2 + b^2 = 0$ .

$$\frac{dy'}{dx} = -a^2 y'^2 - b^2, \quad x = -\int \frac{dy'}{a^2 y'^2 + b^2} + c_1, \quad = -\frac{1}{ab} \arctg \left[ \frac{a}{b} y' \right] + c_1.$$

$$y' = -\frac{b}{a} \operatorname{tg} [ab(x - c_1)], \quad y = +\frac{1}{a^2} \ln \cos [ab(x - c_1)] + c_2.$$

(Wurf senkrecht nach oben im luffterfüllten Raum).

$$2) \quad y'' + a^2 y'^2 - b^2 = 0, \quad \frac{dy'}{dx} = b^2 - a^2 y'^2,$$

$$x = \int \frac{dy'}{b^2 - a^2 y'^2} + c_1 = \frac{1}{2ba} \ln \frac{b + ay'}{b - ay'} + c_1 = \frac{1}{ab} \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} \frac{a}{b} y' + c_1,$$

$$y' = \frac{b}{a} \operatorname{Tg} [ab(x - c_1)], \quad y = \frac{1}{a^2} \ln \operatorname{Co} [ab(x - c_1)] + c_2.$$

(Fall im luffterfüllten Raum).

### (76) Anwendung:

Bestimmung der Seilcurve für das ruhende und für das mit Geschwindigkeit  $v$  laufende Seil. Auf Seilelement  $PP_1 = ds = \rho d\varphi$  wirken auf das ruhende Seil die aus Abb. 73 ersichtlichen Kräfte. Das Gleichgewicht des freigewogenen Elementes fordert die Erfüllung der Gleichungen

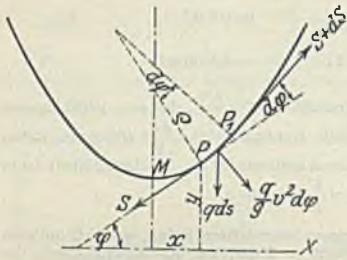


Abb. 73.

$$S + q \sin \varphi \cdot ds - (S + dS) \cos d\varphi = 0,$$

$$q \cos \varphi \cdot ds - (S + dS) \sin d\varphi = 0.$$

Zufolge  $\cos d\varphi = 1$ ,  $\sin d\varphi = d\varphi$ , und unter Vernachlässigung unendlich kleiner Glieder höherer Ordnung wird

$$q \sin \varphi ds = dS \quad \text{und} \quad q \cos \varphi \cdot ds = S d\varphi.$$

Durch Division folgt  $\operatorname{Tg} \varphi = \frac{1}{S} \frac{dS}{d\varphi}$ : Diff.-Gl. 1. Ord. 1. Grades zwischen  $S$  und  $\varphi$ . Trennung der Veränderlichen liefert

$$1) \quad \frac{dS}{S} = \operatorname{Tg} \varphi \cdot d\varphi$$

und damit  $\ln S = -\ln \cos \varphi + c$  oder  $S \cos \varphi = c$ , d. h. Horizontalkomponente des Seilzuges ist konstant  $= c$  und insbesondere  $=$  Seilzug  $H$  im tiefsten Punkte  $M$  der Seilcurve, also

$$c = H$$

und damit

$$ds = \frac{S}{q \cos \varphi} d\varphi = \frac{H}{q \cos^2 \varphi} d\varphi.$$

Andererseits ist  $ds = \sqrt{1 + y'^2} \cdot dx$ , und weil  $\operatorname{Tg} \varphi = y'$ , also  $\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = dy'$ , so folgt die Differentialgl. 2. Ord.

$$\sqrt{1 + y'^2} \cdot dx = \frac{H}{q} \cdot dy' \quad \text{oder} \quad y'' = \frac{q}{H} \sqrt{1 + y'^2}.$$

Es ist  $\frac{dy'}{\sqrt{1 + y'^2}} = \frac{q}{H} dx$ , also

$$\frac{q}{H} (x - x_0) = \operatorname{Ar} \operatorname{Co} \sin y' = \ln (y' + \sqrt{1 + y'^2}).$$

Für  $y' = 0$  ist  $x = 0$ , daher auch  $x_0 = 0$ . Damit wird

$$y' = \operatorname{Co} \sin \frac{q}{H} x = \frac{1}{2} \left( e^{\frac{qx}{H}} - e^{-\frac{qx}{H}} \right)$$

und

$$y - y_0 = \frac{H}{q} \operatorname{Co} \operatorname{Co} \frac{q}{H} x = \frac{H}{2q} \left( e^{\frac{qx}{H}} + e^{-\frac{qx}{H}} \right).$$

Für  $x = 0$  sei  $y = a = \frac{H}{q}$ ; damit folgt  $y_0 = 0$  und die Gleichung der Curve

$$y = a \operatorname{Co} \operatorname{Co} \frac{qx}{a} = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{qx}{a}} + e^{-\frac{qx}{a}} \right).$$

Seil hängt nach einer Kettenlinie durch. S. a. (92).

Im Falle b) tritt zu den oben angegebenen auf  $ds$  wirkenden Kräften noch die Zentrifugalkraft  $\frac{q}{g} ds \cdot \frac{v^2}{\rho} = \frac{q}{g} v^2 \cdot d\varphi$  (da  $\rho = \frac{ds}{d\varphi}$ ) hinzu, die normal zu  $ds$  wirkt. Damit die



vier Kräfte  $S$ ,  $S + dS$ ,  $q \cdot ds$ .  $\frac{q}{g} v^2 d\varphi$  im Gleichgewicht sind, ist nötig, daß ihre Projektionen auf jede Richtung einander aufheben. Projiziert man sie einmal auf die Tangente, das andere Mal auf die Normale in  $P$ , so ergeben sich die zwei Gleichgewichtsbedingungen

$$2) -dS + q \cdot ds \cdot \sin \varphi = 0, \quad 3) -S \cdot d\varphi + q \cdot ds \cdot \cos \varphi + \frac{q}{g} v^2 \cdot d\varphi = 0.$$

Durch Elimination von  $ds$  erhält man die folgende Differentialgleichung zwischen  $S$  und  $\varphi$ :  
4)  $(S - \frac{q}{g} v^2) \operatorname{tg} \varphi = \frac{dS}{d\varphi}$ , die man auch aus 1) dadurch erhält, wenn man dort  $S$  durch

$S - \frac{q}{g} v^2$  ersetzt; ihr Integral ist also 5)  $S = \frac{H}{\cos \varphi} + \frac{q}{g} v^2$ , wenn wiederum  $H$  die Spannkraft im tiefsten Punkte des Seiles im Falle a)  $v = 0$  bedeutet. Gleichung 5) sagt also aus, daß die Spannkraft der Bewegung sich von der Spannkraft der Ruhe in jedem Punkte um denselben Wert  $\frac{q}{g} v^2$  unterscheidet. Setzt man 5) in 3) ein, so ergibt sich in Übereinstimmung mit oben zwischen  $s$  und  $\varphi$  die Differentialgleichung  $ds = \frac{H}{q} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}$ . Hieraus folgt

aber, daß das mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  laufende Seil nach derselben Kettenlinie durchhängt wie das ruhende Seil. (Friedmann; Z. 1894, S. 891 f.; Bach, M.E.).

(77) e) Die lineare Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung.

$$y^{(n)} + X_1 \cdot y^{(n-1)} + X_2 \cdot y^{(n-2)} + \dots + X_{n-1} \cdot y' + X_n \cdot y = X_0,$$

wobei  $X_0, X_1, \dots, X_n$  im allgemeinen Funktionen von  $x$  sind.

α)  $X_0 = 0$  homogene lineare Differentialgleichung.

1. Fall: Die Faktoren von  $y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y', y$  sind Konstanten

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0.$$

Man löse die Gleichung  $n$ -ten Grades  $r^n + a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \dots + a_{n-1} r + a_n = 0$ ; ihre Wurzeln seien  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ .

α')  $r_1, r_2, \dots, r_n$  seien alle untereinander verschieden. Dann lautet das vollständige Integral

$$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x} + c_3 e^{r_3 x} + \dots + c_n e^{r_n x}.$$

β') Die Wurzel  $r_l$  trete  $\lambda$ -mal auf; dann ist die vollständige Lösung

$$y = \dots + (c_{l_1} x^{\lambda-1} + c_{l_2} x^{\lambda-2} + \dots + c_{l_{\lambda-1}} x + c_{l_\lambda}) e^{r_l x}.$$

Sind  $r_k = r_k' + i r_k''$  und  $r_k' = r_k' - i r_k''$  zwei konjugiert komplexe Wurzeln der Gleichung  $n$ -ten Grades, so ist für

$$c_k e^{r_k x} + c_k' e^{r_k' x} = e^{r_k' x} (c_k \cos r_k'' x + c_k'' \sin r_k'' x)$$
 zu setzen.

Beispiele:

$$1) y'' + y'' - y' + 15y = 0; \quad r^3 + r^2 - r + 15 = 0; \quad r_1 = -3; \quad r_2 = 1 + 2i; \quad r_3 = 1 - 2i; \\ y = c_1 e^{-3x} + e^x (c_2 \cos 2x + c_3 \sin 2x).$$

$$2) y''' - 3y'' + 4y = 0; \quad r^3 - 3r^2 + 4 = 0; \quad r_1 = -1; \quad r_2 = r_3 = 2; \\ y = c_1 e^{-x} + (c_2 x + c_3) e^{2x}.$$

$$3) y'' + ay' + by = 0; \quad r^2 + ar + b = 0; \quad r = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}.$$

$$a) \frac{a^2}{4} - b = w^2 > 0; \quad y = e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 e^{wx} + c_2 e^{-wx}) =$$

$$= e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 \cos wx + c_2 \sin wx).$$

$$\beta) b - \frac{a^2}{4} = \rho^2 > 0; \quad y = e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 \cos \rho x + c_2 \sin \rho x) = c_0 e^{-\frac{a}{2}x} \sin \rho (x - x_0).$$

$$\gamma) \frac{a^2}{4} - b = 0; \quad y = (c_1 x + c_0) e^{-\frac{a}{2}x}.$$

S. a. Gedämpfte Schwingung (175).

2. Fall: Es sei  $\bar{X}_k = \frac{a_k}{(ax+b)^k}$ , so daß also die Differentialgleichung

von der Gestalt ist

$$(ax+b)^n y^{(n)} + a_1 (ax+b)^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} (ax+b) y' + a_n y = 0.$$

Das partikuläre Integral ist  $y = (ax+b)^r$ ; setzt man dieses in die Differentialgleichung ein, so ergibt sich eine Gleichung  $n$ -ten Grades für  $r$ ; ihre Lösungen seien  $r_1, r_2, \dots, r_{n-1}$ . Das vollständige Integral ist, vorausgesetzt, daß die Wurzeln alle voneinander verschieden sind:

$$y = c_1 (ax+b)^{r_1} + c_2 (ax+b)^{r_2} + \dots + c_n (ax+b)^{r_n}.$$

Tritt dagegen  $r_l$  als  $\lambda$ -fache Wurzel auf, so ist

$$y = \dots + (ax+b)^{r_l} (c_{l_1} + c_{l_2} \ln(ax+b) + c_{l_3} (\ln(ax+b))^2 + \dots + c_{l_\lambda} (\ln(ax+b))^{\lambda-1}).$$

Beispiele:

$$1) (x-2)^2 y'' + 3(x-2)y' - 15y = 0; \quad y = (x-2)^r; \quad y' = r(x-2)^{r-1}; \\ y'' = r(r-1)(x-2)^{r-2}; \quad r(r-1) + 3r - 15 = 0; \quad r^2 + 2r - 15 = 0; \\ r_1 = 3; \quad r_2 = -5; \quad y = c_1 (x-2)^3 + \frac{c_2}{(x-2)^5}.$$

$$2) x^4 y'''' - 2x^3 y''' + x^2 y'' - 5x y' + 5y = 0; \\ r(r-1)(r-2)(r-3) - 2r(r-1)(r-2) + r(r-1) - 5r + 5 = 0; \\ r^4 - 8r^3 + 18r^2 - 16r + 5 = 0; \quad r_1 = r_2 = r_3 = 1; \quad r_4 = 5; \\ y = (c_1 + c_2 \ln x + c_3 (\ln x)^2) x + c_4 x^5.$$

$\beta) X_0 \neq 0$ .

1. Fall: Die Faktoren von  $y^{(n)}, y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y', y$  sind Konstante.

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = X_0.$$

Man bestimme  $n$  Funktionen von  $x$   $c_1(x), c_2(x), \dots, c_n(x)$  derart, daß ihre Differentialquotienten  $c_1', c_2', \dots, c_n'$  den  $n$  linearen Gleichungen genügen:

$$\left. \begin{aligned} c_1' y_1 + c_2' y_2 + \dots + c_n' y_n &= 0 \\ c_1'' y_1 + c_2'' y_2 + \dots + c_n'' y_n &= 0 \\ c_1''' y_1 + c_2''' y_2 + \dots + c_n''' y_n &= 0 \\ \dots &\dots \\ c_1^{(n-2)} y_1 + c_2^{(n-2)} y_2 + \dots + c_n^{(n-2)} y_n &= 0 \\ c_1^{(n-1)} y_1 + c_2^{(n-1)} y_2 + \dots + c_n^{(n-1)} y_n &= X_0, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{wobei } y_1 = e^{r_1 x}, \\ &y_2 = e^{r_2 x}, \dots, y_n = e^{r_n x} \\ &\text{und } r_1, r_2, \dots, r_n \text{ die Wur-} \\ &\text{zeln der Gleichung} \\ &r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + \\ &+ a_{n-1} r + a_n = 0 \\ &\text{sind. (S. } \alpha) \text{ 1. Fall.)} \end{aligned}$$

Dann ist  $y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3 + \dots + c_n y_n$  das vollständige Integral der gegebenen Differentialgleichung.

Beispiele:

$$1) y'' - 9y' + 20y = x^2; \quad r^2 - 9r + 20 = 0; \quad r_1 = 4; \quad r_2 = 5; \\ y_1 = e^{4x}, \quad y_2 = e^{5x}$$

$$\left| \begin{aligned} c_1' e^{4x} + c_2' e^{5x} &= 0, & c_1' &= -x^2 e^{-1x}; & c_1 &= \frac{e^{-4x}}{32} (8x^2 + 4x + 1) + C_1; \\ 4c_1' e^{4x} + 5c_2' e^{5x} &= x^2 & c_2' &= x^2 e^{-5x}; & c_2 &= -\frac{e^{-5x}}{125} (25x^2 + 10x + 2) + C_2 \end{aligned} \right.$$

$$y = \frac{1}{20} x^2 + \frac{9}{200} x + \frac{61}{4000} + C_1 e^{4x} + C_2 e^{5x}.$$

2) (Differentialgleichung einer erzwungenen Schwingung)

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + n^2 s = n^2 a \cdot \sin bt; \quad r_1 = in; \quad r_2 = -in; \quad s_1 = \cos nt; \quad s_2 = \sin nt;$$

$$\begin{cases} c_1' \cos nt + c_2' \sin nt = 0 \\ -nc_1' \sin nt + nc_2' \cos nt = n^2 a \sin bt \end{cases}$$

$$c_1' = -na \sin bt \sin nt = \frac{na}{2} [\cos(b+n)t - \cos(b-n)t];$$

$$c_2' = na \sin bt \cos nt = \frac{na}{2} [\sin(b+n)t + \sin(b-n)t];$$

$$c_1 = \frac{na}{2} \left[ \frac{\sin(b+n)t}{b+n} - \frac{\sin(b-n)t}{b-n} \right] + C_1; \quad c_2 = \frac{na}{2} \left[ -\frac{\cos(b+n)t}{b+n} - \frac{\cos(b-n)t}{b-n} \right] + C_2;$$

$$s = \frac{na}{2} \left[ \frac{\sin(b+n)t \cos nt - \cos(b+n)t \sin nt}{b+n} - \frac{\sin(b-n)t \cos nt + \cos(b-n)t \sin nt}{b-n} \right] + C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

$$s = \frac{na}{2} \left[ \frac{\sin bt}{b+n} - \frac{\sin bt}{b-n} \right] + C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

$$= a \frac{n^2}{n^2 - b^2} \sin bt + C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

2. Fall:  $X_k = a_k (ax+b)^{-k}$ , so daß die Differentialgleichung die Gestalt hat

$$y^{(n)} + a_1 \frac{y^{(n-1)}}{ax+b} + a_2 \frac{y^{(n-2)}}{(ax+b)^2} + \dots + a_{n-1} \frac{y'}{(ax+b)^{n-1}} + a_n \frac{y}{(ax+b)^n} = X_0.$$

Sind  $r_1, r_2, \dots, r_n$  die Wurzeln der in  $\alpha$ ) 2. Fall aufgestellten Gleichung  $n$ -Grades, so setze man  $y_k = (ax+b)^{r_k}$  und bestimme die Differentialquotienten  $c_k'$  der Funktionen  $c_k$  durch dasselbe lineare Gleichungssystem wie im 1. Fall. Dann ist  $y = c_1 (ax+b)^{r_1} + c_2 (ax+b)^{r_2} + \dots + c_n (ax+b)^{r_n}$  das vollständige Integral.

Beispiel. Festigkeitslehre: Kreisrunde Platte mit zentrischer Belastung. Ist  $N = \frac{6 a' p}{h^3}$ , worin  $p$  die als konstant angenommene Belastung pro Flächeneinheit und  $a'$  die reduzierte Dehnungszahl bedeutet, so genügt  $\varphi$ , Abb. 74, der Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + x \frac{d\varphi}{dx} - \varphi = -Nx;$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\varphi}{dx} - \frac{1}{x^2} \varphi = -Nx;$$

$$r_1 = 1; \quad r_2 = -1; \quad \varphi_1 = x; \quad \varphi_2 = \frac{1}{x}.$$



Abb. 74.

$$c_1' x + \frac{c_2'}{x} = 0; \quad \left| \begin{array}{l} c_1' = -\frac{N}{2} x; \quad c_2' = +\frac{N}{2} x^3; \\ c_1' - \frac{c_2'}{x^2} = -Nx; \quad c_1 = -\frac{N}{4} x^2 + C_1; \quad c_2 = \frac{N}{8} x^4 + C_2. \end{array} \right.$$

$$\varphi = -\frac{N}{4} x^3 + C_1 x + \frac{N}{8} x^3 + \frac{C_2}{x}; \quad \varphi = -\frac{N}{8} x^3 + C_1 x + \frac{C_2}{x}.$$

## (78) IX. Analytische Geometrie.

Analytische Geometrie ist rechnende Geometrie; sie steht im Gegensatz zur synthetischen Geometrie, die ihre Sätze durch logische Schlüsse schafft. Um die geometrischen Gebilde Punkt, Linie, Fläche durch Rechnung zu erfassen, legt sie ihren Betrachtungen ein Koordinatensystem zugrunde.



## A. Analytische Geometrie der Ebene.

### (79) 1. Die gebräuchlichsten Koordinatensysteme.

a) Das Parallelkoordinatensystem. Man wählt einen festen Punkt  $O$ , den Koordinatenanfangspunkt, Koordinatenursprung, Nullpunkt, und durch diesen zwei feste Geraden: eine Abszissenachse, zumeist  $x$ -Achse genannt und in horizontaler Lage, und eine Ordinatenachse, zumeist  $y$ -Achse genannt, unter dem Winkel  $\omega$ , dem Achsenwinkel, gegen die Abszissenachse geneigt.  $O$  zerlegt beide Achsen in zwei Teile, einen positiven (bei der  $x$ -Achse zumeist nach rechts, bei der  $y$ -Achse zumeist nach oben gerichtet) und einen negativen. Auf beiden Achsen wählt man eine bestimmte Strecke als Längeneinheit. Beide Achsen teilen die Ebene in vier Quadranten I, II, III, IV. Um einen Punkt  $P$  der Ebene (Abb. 75) eindeutig festzulegen, zieht man durch ihn eine Parallele  $PX$  zur  $x$ -Achse und eine Parallele  $PY$  zur  $y$ -Achse. Die Strecke  $OX = YP = x$  heißt die Abszisse, die Strecke  $OY = XP = y$  heißt die Ordinate von  $P$ . Durch die beiden Zahlen  $x$  und  $y$  ist  $P$  eindeutig bestimmt. Über die Verteilung der Punkte in den einzelnen Quadranten gibt die folgende Tabelle eine Übersicht:

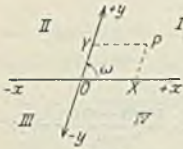


Abb. 75.

Ist  $\omega = 1 R$ , so heißt das Koordinatensystem ein rechtwinkliges Koordinatensystem; es ist das für die technischen Zwecke fast ausschließlich gebräuchliche.

|     | I | II | III | IV | x-Achse |      | y-Achse |      | O-Punkt |
|-----|---|----|-----|----|---------|------|---------|------|---------|
|     |   |    |     |    | pos.    | neg. | pos.    | neg. |         |
| $x$ | + | -  | -   | +  | +       | -    | 0       | 0    | 0       |
| $y$ | + | +  | -   | -  | 0       | 0    | +       | -    | 0       |

Ist  $\omega = 1 R$ , so heißt das Koordinatensystem ein rechtwinkliges Koordinatensystem; es ist das für die technischen Zwecke fast ausschließlich gebräuchliche.

### (80)

### Koordinatentransformation.



Abb. 76.

a) Parallelverschiebung: Ursprüngliches System  $(x/y)$ , neues  $(\xi/\eta)$ . Koordinaten von  $\Omega$  bezüglich des Systems  $(x/y)$   $x = m$ ;  $y = n$ . Für einen Punkt  $P$  ist  $\xi = x - m$ ;  $\eta = y - n$ ;  $x = \xi + m$ ;  $y = \eta + n$ .

b) Verwandlung eines rechtwinkligen Systems  $(x/y)$  in ein schiefwinkliges  $(\xi/\eta)$  und umgekehrt (mit gemeinsamem Ursprung). Für einen beliebigen Punkt  $P$  ist

$$\begin{aligned} x &= \xi - \eta \operatorname{ctg} \omega & \xi &= x + y \cos \omega \\ y &= \frac{\eta}{\sin \omega} & \eta &= y \sin \omega \end{aligned}$$

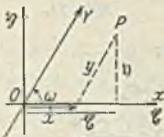


Abb. 77.

c) Drehung eines rechtwinkligen Systems  $(x/y)$  um den Winkel  $\alpha$  in das rechtwinklige System  $(X/Y)$  unter Beibehaltung des Anfangspunktes.

$$\begin{aligned} x &= X \cos \alpha - Y \sin \alpha & X &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y &= X \sin \alpha + Y \cos \alpha & Y &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{aligned}$$

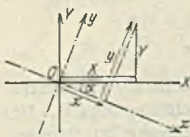


Abb. 78.

Beispiel: Die im rechtwinkligen Koordinatensystem durch die Gleichung  $29x^2 + 24xy + 36y^2 + 92x - 24y - 76 = 0$  dargestellte Kurve soll mit Hilfe von Koordinatentransformationen bestimmt werden:

a) Parallelverschiebung:  $x = \xi + m$ ;  $y = \eta + n$ :

$$29 \xi^2 + 24 \xi \eta + 36 \eta^2 + (58 m + 24 n + 92) \xi + (24 m + 72 n - 24) \eta + 29 m^2 + 24 m n + 36 n^2 + 92 m - 24 n - 76 = 0.$$

Bestimmt man  $m$  und  $n$ , die Koordinaten des neuen Anfangspunktes so, daß  $58 m + 24 n + 92 = 0$ ,  $24 m + 72 n - 24 = 0$  ist, so daß also  $m = -2$ ,  $n = 1$  wird, so lautet im neuen System die Gleichung  $29 \xi^2 + 24 \xi \eta + 36 \eta^2 - 180 = 0$ . Da infolge des Fehlens der linearen Glieder diese Gleichung, falls sie von den Koordinaten  $\xi_0/\eta_0$  eines Punktes  $P_0$  erfüllt wird, auch von den Koordinaten  $-\xi_0/-\eta_0$  des zu  $P_0$  bezüglich  $\Omega$  symmetrisch gelegenen Punktes  $P_0'$  erfüllt wird, folgt, daß  $\Omega$  alle durch ihn gehenden Sehnen der Kurve halbiert, also Mittelpunkt der Kurve ist.



Abb. 79.

b) Drehung des Koordinatensystems um den Winkel  $\alpha$  ( $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ ); es ist  $\cos \alpha =$

$$= \frac{3}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{4}{5}; \quad \text{demnach } \xi = \frac{3}{5} X - \frac{4}{5} Y; \quad \eta = \frac{4}{5} X + \frac{3}{5} Y, \quad \text{also}$$

$$29 \left( \frac{3}{5} X - \frac{4}{5} Y \right)^2 + 24 \left( \frac{3}{5} X - \frac{4}{5} Y \right) \left( \frac{4}{5} X + \frac{3}{5} Y \right) + 36 \left( \frac{4}{5} X + \frac{3}{5} Y \right)^2 - 180 = 0;$$

oder  $45 X^2 + 20 Y^2 - 180 = 0$ , bzw.  $\frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{3^2} = 1$ ; also ist die Kurve eine Ellipse mit den Halbachsen 2 und 3. (S. a. (86).)

(81) b) Das Polarkoordinatensystem. Man wählt einen festen Punkt  $O$  (den Pol) wie in 1 und einen von diesem ausgehenden Strahl (in meist horizontaler Richtung), den Anfangsstrahl. Um einen Punkt  $P$  der Ebene eindeutig festzulegen, verbindet man ihn mit  $O$  und bestimmt die Strecke  $OP = r$ , den Leitstrahl, Fahrstrahl, Radiusvektor, und den Winkel  $\vartheta$ , um den man den Anfangsstrahl drehen muß, bis er mit diesem zusammenfällt.  $\vartheta$  heißt die Amplitude (Anomalie) von  $P$ ; sie erhält das Zeichen  $+$ , wenn die Drehung des Anfangsstrahles in dem dem Uhrzeiger entgegengesetzten Sinne erfolgt, sonst das Zeichen  $-$ ;  $\vartheta$  kann alle Werte von  $-\infty$  bis  $+\infty$  annehmen.  $r$  ist im allgemeinen eine absolute Größe, also nicht mit einem Vorzeichen behaftet;  $r$  bewegt sich in den Grenzen von 0 bis  $\infty$ . Zu einem jeden Punkte  $P$  gehört stets ein, aber auch nur ein Leitstrahl, jedoch unendlich viele Amplituden, die sich untereinander indessen um ganze Vielfache von  $2\pi$  ( $360^\circ$ ) unterscheiden. Andererseits läßt sich stets ein, aber auch nur ein Punkt finden, der eine gegebene Amplitude  $\vartheta$  und einen gegebenen Leitstrahl  $r$  besitzt.

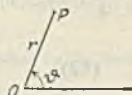


Abb. 80.

c) Beziehungen zwischen rechtwinkligem und Polarkoordinatensystem. Der Pol falle mit dem Anfangspunkt des rechtwinkligen Koordinatensystems zusammen, ebenso der Anfangsstrahl mit der  $x$ -Achse. Dann ist für einen beliebigen Punkt  $P$ :

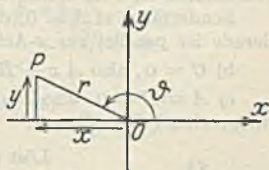


Abb. 81.

$$x = r \cos \vartheta \quad \left| \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \right.$$

$$y = r \sin \vartheta \quad \left| \quad \vartheta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \arcsin \frac{y}{r} = \arccos \frac{x}{r} \right.$$

(S. a. (11).)

## (82) 2. Strecken, Winkel und Flächen im rechtwinkligen Koordinatensysteme.

a) Durch zwei Punkte  $P_1(x_1/y_1)$  und  $P_2(x_2/y_2)$  ist ein Vektor  $P_1P_2$  ( $P_1$  Anfangs-,  $P_2$  Endpunkt) nach Größe und Richtung bestimmt. Die Größe findet sich zu  $s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ . Um die Richtung zu finden, lege man, Abb. 82, durch den Anfangspunkt  $P_1$  die Parallele zur  $+x$ -Achse und ermittle den

Winkel  $\vartheta$ , um welchen man diese im positiven Sinne drehen muß, damit sie mit  $s$  zusammenfällt; es ist dann  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,  $\sin \vartheta = \frac{y_2 - y_1}{s}$ ,  $\cos \vartheta = \frac{x_2 - x_1}{s}$ .

Die Projektion einer gerichteten Strecke  $s$  auf eine Achse  $x$  findet man, indem man sie mit dem Kosinus des Neigungswinkels  $\vartheta$  von  $s$  gegen  $x$  multipliziert;  $s_x = s \cdot \cos \vartheta$ .

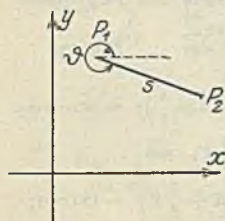


Abb. 82.

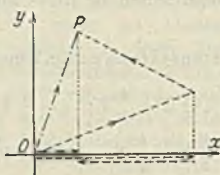


Abb. 83.

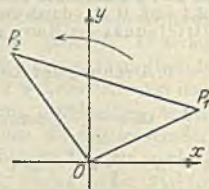


Abb. 84.

b) **Projektionssatz.** Alle Linienzüge, welche von einem Punkte  $O$  zu einem Punkte  $P$  führen, liefern auf dieselbe Achse die gleiche Projektion, nämlich die Projektion der Strecke  $OP$  auf diese Achse, Abb. 83. — Die Projektion eines geschlossenen Linienzuges auf eine Achse ergibt Null.

c) **Flächen.** Der Inhalt des Dreieckes  $OP_1P_2$ , Abb. 84, ist  $F = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$ . (Weiteres s. (19).)

(83)

### 3. Die Gerade.

(Vorbemerkung: Unter der Gleichung einer ebenen Kurve versteht man eine Gleichung, die von den Koordinaten eines jeden Punktes der Kurve erfüllt wird.)

a) **Eine Gerade.** Die allgemeinste Gleichung einer Geraden in Parallelkoordinaten ist vom ersten Grade; sie lautet  $Ax + By + C = 0$ .

Sonderfälle: a)  $A = 0$ ; die Gleichung der Geraden lautet:  $By + C = 0$ ; die Gerade ist parallel zur  $x$ -Achse; entsprechend für  $B = 0$ .

b)  $C = 0$ , also  $Ax + By = 0$ ; die Gerade geht durch  $O$ .

c)  $A = C = 0$ , also  $By = 0$ ; die Gerade fällt mit der  $x$ -Achse zusammen entsprechend  $B = C = 0$ .

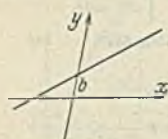


Abb. 85.

Löst man die allgemeine Gleichung nach  $y$  auf, so nimmt sie die Form an

$$y = Ax + b \quad \text{Richtungsgleichung;}$$

$A$  ist der Richtungsfaktor; im rechtwinkligen Koordinatensystem ist  $A = \operatorname{tg} \vartheta$ , wobei  $\vartheta$  der Winkel zwischen der Geraden und der  $x$ -Achse ist.  $b$  ist der Abschnitt der Geraden auf der  $y$ -Achse.

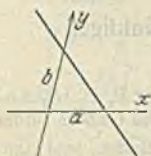


Abb. 86.

Dividiert man die allgemeine Gleichung durch  $-C$ , so erhält sie die Form

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \text{Abschnittsgleichung;}$$

$a$  und  $b$  sind die Abschnitte, die die Gerade auf der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse bildet.



Die Gleichung der Geraden, welche durch die beiden Punkte  $P_1(x_1/y_1)$  und  $P_2(x_2/y_2)$  geht, lautet

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Die Gleichung der Geraden, welche durch einen festen Punkt  $P_0(x_0/y_0)$  geht und die durch den Richtungsfaktor  $A$  bestimmte Richtung hat, lautet

$$y - y_0 = A(x - x_0).$$

Im rechtwinkligen Koordinatensystem heißt die Gleichung derjenigen Geraden, deren Abstand von  $O$  die Länge  $d$  hat und mit der  $x$ -Achse den Winkel  $\alpha$  bildet:

$x \cos \alpha + y \sin \alpha - d = 0$  Hessesche Normalform.

Setzt man in die linke Seite die Koordinaten eines beliebigen Punktes  $P(x/y)$  ein, so ergibt diese einen Wert  $n$ , welcher gleich dem Abstände des Punktes  $P$  von der Geraden ist:

$$n = x \cos \alpha + y \sin \alpha - d.$$

Ist  $n > 0$ , so liegen  $O$  und  $P$  auf verschiedenen Seiten der Geraden, ist  $n < 0$ , so liegen sie auf derselben Seite der Geraden.

Zur Überführung der allgemeinen Gleichung der Geraden in die Hessesche Normalform dividiere man die Gleichung  $Ax + By + C = 0$  durch  $\pm \sqrt{A^2 + B^2}$ , wobei die Wurzel das demjenigen des Absolutgliedes  $C$  entgegengesetzte Vorzeichen erhält.

Beispiel: Gesucht in r.-w. Koordinatensystem die Gleichung der Geraden, welche durch die beiden Punkte  $2/-8$  und  $-13/-16$  geht:

$$\frac{y + 8}{x - 2} = \frac{-16 + 8}{-13 - 2} \text{ oder } 8x - 15y - 136 = 0.$$

Richtungsgleichung:

$$y = \frac{8}{15}x - \frac{136}{15}; \quad A = \frac{8}{15} = \operatorname{tg} \vartheta;$$

$$\vartheta = 28^\circ 4' 21''.$$

Abschnittsgleichung:

$$\frac{x}{17} + \frac{y}{-9\frac{1}{15}} = 1; \quad a = 17; \quad b = -9\frac{1}{15}.$$

Um die Hessesche Normalform aufzustellen, muß man die allgemeine Gleichung

$8x - 15y - 136 = 0$  durch  $+\sqrt{8^2 + 15^2} = +17$  dividieren (da das Absolutglied  $-136$  lautet, erhält die Wurzel das Vorzeichen  $+$ ); also lautet die Hessesche Normalform  $\frac{8}{17}x + (-\frac{15}{17})y - 8 = 0$ . Aus ihr liest man ab, daß der Abstand der Geraden vom Anfangspunkt  $d = 8$  beträgt und dieser mit der  $x$ -Achse einen Winkel  $\alpha$  einschließt, derart, daß  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ , also  $\alpha = 298^\circ 4' 21''$  ist. Ferner hat beispielsweise der Punkt  $(-1/+6)$  von der Geraden einen Abstand  $n = -\frac{16}{17} - \frac{90}{17} - \frac{136}{17} = -\frac{242}{17} = -14\frac{4}{17}$ ; er liegt also auf derselben Seite der Geraden wie  $O$ ; der Punkt  $(+6/-10)$  hat von ihr den Abstand  $n = \frac{48}{17} + \frac{150}{17} - \frac{136}{17} = 3\frac{11}{17}$ , die Gerade geht also zwischen ihm und  $O$  hindurch.

Anwendung:  $x \cos \alpha + y \sin \alpha - d = 0$  sei die Hessesche Normalform der Geraden  $g$ . Der Massenpunkt  $P_k(x_k/y_k)$  als Träger der Masse  $m_k$  hat von  $g$  den Abstand

$$p_k = \cos \alpha \cdot x_k + \sin \alpha \cdot y_k - d;$$

demnach ist sein statisches Moment bezüglich  $g$ :  $M_g^{(k)} = \cos \alpha \cdot x_k \cdot m_k + \sin \alpha \cdot y_k \cdot m_k - d \cdot m_k$ .

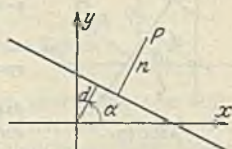


Abb. 87.

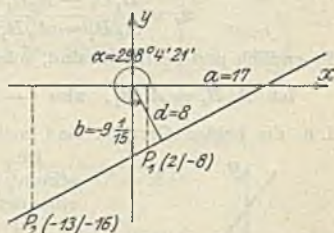


Abb. 88.

Sind  $n$  Massenpunkte  $P_1, P_2, \dots, P_n$  mit den Massen  $m_1, m_2, \dots, m_n$  vorhanden, so ist das statische Moment des Massensystems bezüglich  $g$ :

$$\sum_{k=1}^n M_g^{(k)} = M_g = \cos \alpha \cdot \sum_{k=1}^n x_k m_k + \sin \alpha \cdot \sum_{k=1}^n y_k m_k - d \sum_{k=1}^n m_k.$$

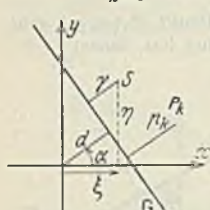


Abb. 89.

Nun ist aber  $x_k m_k = M_y^{(k)}$  das Moment von  $m_k$  bezüglich der  $y$ -Achse,  $y_k m_k = M_x^{(k)}$  das Moment von  $m_k$  bezüglich der  $x$ -Achse, folglich  $\sum_{k=1}^n x_k m_k = M_y$  das Moment des Massen-

systems  $m = \sum_{k=1}^n m_k$  bezüglich der  $y$ -Achse, ebenso  $\sum_{k=1}^n y_k m_k = M_x$  dasjenige bezüglich der  $x$ -Achse, und es ist also  $\cos \alpha \cdot M_y + \sin \alpha \cdot M_x - d \cdot m = M_g$ . Setzt man nun  $M_x = \eta \cdot m$ ,  $M_y = \xi \cdot m$ ,

wobei  $\xi$  und  $\eta$  die Koordinaten eines Punktes  $S$  sind von der Beschaffenheit, daß die in ihm vereinigte Gesamtmasse  $m$  des Systems bezüglich der  $x$ - und der  $y$ -Achse dasselbe statische Moment hat wie die Gesamtheit der einzelnen Massen  $m_k$ , so ist  $\cos \alpha \cdot \xi m + \sin \alpha \cdot \eta m - d m = M_g$  oder  $M_g = m(\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha - d)$ . Da nun aber  $\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha - d = \gamma$  ist, wobei  $\gamma$  der Abstand des Massenpunktes  $S$  mit der Masse  $m$  von  $g$  ist, so ist  $m \cdot \gamma$  das statische Moment des Massenpunktes  $S$  bezüglich  $g$ ; es ist also gleich  $M_g$ , d. h. der Summe der statischen Momente der Einzelmassen bezüglich  $g$ . Der Punkt  $S$  hat also die Eigenschaften, daß das statische Moment der in ihm vereinigten Gesamtmasse eines Massensystems bezüglich einer beliebigen Geraden  $g$  gleich der Summe der statischen Momente aller Einzelmassen dieses Systems bezüglich  $g$  ist; man nennt daher  $S$  den Massenmittelpunkt oder Schwerpunkt des Massensystems.

(84) b) Zwei Geraden. Gegeben seien die beiden Geraden

$$g_1 (A_1 x + B_1 y + C_1 = 0) \quad \text{und} \quad g_2 (A_2 x + B_2 y + C_2 = 0).$$

Ihr Schnittpunkt  $S$  hat die Koordinaten

$$x_s = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \quad y_s = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{B_1 A_2 - B_2 A_1},$$

die endlich und bestimmt sind, solange  $A_1 B_2 - A_2 B_1 \neq 0$  ist.

Ist  $A_1 B_2 = A_2 B_1$ , also  $-\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2}$ , so ist  $x_s = \infty$ ,  $y_s = \infty$ , d. h. die beiden Geraden sind zueinander parallel.

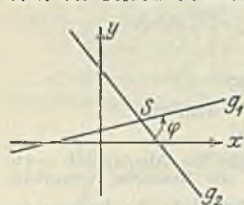


Abb. 90.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem bestimmt man den Winkel  $\varphi$ , den beide Geraden miteinander bilden, durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_2 B_2 - A_2 B_1}{A_1 A_2 + B_1 B_2} = \frac{A_1 - A_2}{1 + A_1 A_2},$$

wobei  $A_1$  und  $A_2$  die Richtungsfaktoren von  $g_1$  bzw.  $g_2$  sind.

Sonderfälle:  $A_1 = A_2$ ,  $g_1 \parallel g_2$

$$A_1 \cdot A_2 = -1, \quad g_1 \perp g_2.$$

Die Gleichung der Geraden, welche durch den Punkt  $P_0(x_0/y_0)$  geht und parallel zur Geraden  $Ax + By + C = 0$  läuft, heißt  $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ . Die Gleichung der Geraden, welche durch den Punkt  $P_0(x_0/y_0)$  geht und senkrecht auf der Geraden  $Ax + By + C = 0$  steht, heißt

$$B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0.$$

#### (85) 4. Die technisch wichtigsten Kurven.

Allgemeines s. Differentialrechnung (48)  $\div$  (51): Anwendung der Differentialrechnung auf ebene Kurven, sowie Integralrechnung (62)  $\div$  (63): Anwendungen der Integralrechnung.

Besondere Kurven:

a) **Die Kegelschnitte.** Ein Kegelschnitt ist der geometrische Ort aller Punkte  $P$ , für welche der Abstand von einem festen Punkte  $F$ , dem Brennpunkt, zum Abstände von einer festen Geraden  $l$ , der Leitlinie, in einem gegebenen Verhältnis  $\varepsilon$ , der numerischen Exzentrizität, steht.  $\frac{PF}{PP'} = \varepsilon$ .

Ist  $\varepsilon \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 1$ , so heißt der Kegelschnitt  
 Ellipse  
 Parabel  
 Hyperbel.

Diese Kurven können auch als ebene Schnitte durch eine Kreis-  
 kegelfläche erhalten werden.

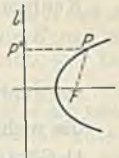


Abb. 91.

$\alpha$ ) **Ellipse und Hyperbel.** Beide sind symmetrisch zu zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden, den Achsen; ihre Schnittpunkte mit den Achsen heißen Scheitel; die Ellipse hat vier, die Hyperbel zwei. Der Schnittpunkt ihrer Achsen heißt Mittelpunkt der Kurven.

### (86) 1) Die Ellipse.

Sonderfall: Der Kreis.

Mittelpunktsgleichung:  $x^2 + y^2 = a^2$ .

Gleichung der Tangente in  $P_0(x_0/y_0)$ :

$$xx_0 + yy_0 = a^2, \text{ wobei } x_0^2 + y_0^2 = a^2.$$

Hat der Mittelpunkt  $M$  die Koordinaten  $p/q$ , so lautet die Gleichung:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = a^2.$$

Allgemeine Kreisgleichung:

$$A(x^2 + y^2) + 2Bx + 2Cy + D = 0$$

(die beiden reinquadratischen Glieder haben denselben Koeffizienten  $A$ , das gemischt quadratische Glied fehlt).

Koordinaten des Mittelpunktes:

$$p = -\frac{B}{A}, \quad q = -\frac{C}{A}.$$

$$\text{Halbmesser: } a = \frac{1}{A} \sqrt{B^2 + C^2 - AD}.$$

**Die Ellipse.** Achsengleichung:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; hierbei fallen die Ellipsenachsen mit den Koordinatenachsen und der Mittelpunkt mit dem Anfangspunkt zusammen; ferner ist  $OA = OA' = a$ ,  $OB = OB' = b$ ;  $A, A', B, B'$  sind die vier Scheitel. Es sei  $a > b$ ; dann sind  $A$  und  $A'$  die Hauptscheitel,  $B$  und  $B'$  die Nebenscheitel,  $AA'$  die Hauptachse,  $BB'$  die Nebenachse.  $e = \sqrt{a^2 - b^2}$  heißt lineare Exzentrizität. Die beiden Punkte  $F$  und  $F'$  auf der Hauptachse, für welche  $OF = OF' = e$  ist, sind die Brennpunkte; ihre Verbindungsstrecken  $FP$  und  $F'P$  mit einem beliebigen Ellipsenpunkte  $P$  heißen die Brennstrahlen von  $P$ .

$$FP + F'P = 2a.$$

Die Summe der Brennstrahlen ist für jeden Punkt einer Ellipse konstant, nämlich gleich der Hauptachse. Tangente und Normale eines Ellipsenpunktes halbieren die von seinen Brennstrahlen gebildeten Winkel.

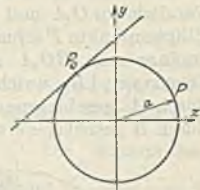


Abb. 92.



Abb. 93.

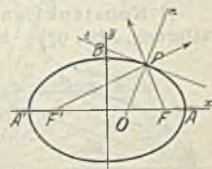


Abb. 94.



Gleichung der Tangente in  $P_0(x_0/y_0)$ :

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1, \text{ wobei } \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1.$$

Krümmungsradien in den Scheiteln:

$$\varrho_A = \varrho_{A'} = \frac{b^2}{a}; \quad \varrho_B = \varrho_{B'} = \frac{a^2}{b}.$$

Parametergleichung der Ellipse:  $x = a \cos \varphi$ ,  $y = b \sin \varphi$ .

### Die wichtigsten Ellipsenkonstruktionen.

1) Gärtnerkonstruktion, Abb. 94: Gegeben  $F$  und  $F'$  und  $2a$ : Man schlage um  $F$  mit einem beliebigen Halbmesser  $r$  und um  $F'$  mit  $2a - r$  die Kreise, welche sich in einem Punkte  $P$  der Ellipse schneiden; durch Halbieren der von den Brennstrahlen gebildeten Winkel erhält man Tangente und Normale für  $P$ .

2) Konstruktion aus den Achsen, Abb. 95: Zeichne die beiden Scheitelkreise  $s_a$  und  $s_b$ , ziehe den Radius  $OP_bP_a$ , ziehe durch  $P_b$  die Parallele zu  $OA$  und durch  $P_a$  die Parallele zu  $OB$ , welche einander in einem Ellipsenpunkte  $P$  schneiden. — Zur Konstruktion der Scheitelkrümmungskreise ergänze man  $BOA$  zum Rechteck  $BOAC$ , falle von  $C$  das Lot auf die Diagonale  $AB$ , welches  $A'A$  in  $K_a$ , und  $BB'$  in  $K_b$  schneidet; der um  $K_a$  durch  $A$  geschlagene Kreis  $k_a$  ist der Krümmungskreis zu  $A$ , der um  $K_b$  durch  $B$  geschlagene derjenige zu  $B$ .

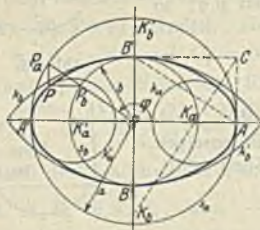


Abb. 95.

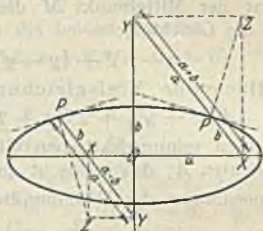


Abb. 96.

3) Papierstreifenkonstruktion, Abb. 96: Man bewege eine Strecke  $XY = a \pm b$  so, daß die Endpunkte  $X$  und  $Y$  längs zweier zueinander senkrechten Geraden  $x$  und  $y$  gleiten; dann beschreibt der Punkt  $P$  der Strecke, der von  $X$  die Entfernung  $a$  und von  $Y$  die Entfernung  $b$  hat, eine Ellipse, deren Achsen die Geraden  $x$  und  $y$  und deren Halbachsen  $a$  resp.  $b$  sind. Die Ecke  $Z$  des Rechteckes  $OXYZ$  ist ein Punkt der zu  $P$  gehörigen Normalen  $ZP$ , aus der sich nun leicht die Tangente zeichnen läßt (Ellipsenzirkel).

4) Konstruktion aus zwei zugeordneten Durchmessern (Ver-gatterung, Abb. 97): Man ergänze die Figur  $O(AA'BB')$  zum Parallelogramm  $CDCD'$  (in Abb. 97 ist nur die obere Hälfte  $CDA'A$  angegeben), verbinde  $A$  mit demjenigen Punkte  $Q$ , der  $CB$  im Verhältnis  $\lambda$  teilt, und  $A'$  mit demjenigen Punkte  $Q'$ , der  $OB$  im Verhältnis  $\lambda$  teilt; der Schnittpunkt  $P$  von  $AQ$  und  $A'Q'$  ist ein Ellipsenpunkt. (Die Punkte-paare  $Q$  und  $Q'$  findet man am zweckmäßigsten dadurch, daß man  $CB$  und  $OB$  in eine gleiche



Abb. 97.

Anzahl (4) gleiche Teile teilt.) Die Seiten des Parallelogramms  $CDCD'$  sind zugleich Tangenten in den Punkten  $A, B, A', B'$  der Ellipse.

Der Flächeninhalt der Ellipse ist  $F = \pi ab$ .

(87) 2) Die Hyperbel. Ist die  $x$ -Achse die reelle, die  $y$ -Achse die imaginäre Hyperbelachse,  $a$  die reelle und  $b$  die imaginäre Halbachse, so lautet die Achsengleichung:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Die Schnittpunkte  $A$  und  $A'$  der Hyperbel mit der reellen Achse sind die Scheitel der Hyperbel. Errichtet man in  $A$  und  $A'$  auf  $OA$  die Lote  $AE = A'E' = b$ , und verbindet die Endpunkte  $E$  und  $E'$  mit  $O$ , so erhält man die Asymptoten  $X$  und  $Y$  der Hyperbel, Abb. 98. Die Strecke  $OE = e = \sqrt{a^2 + b^2}$  ist die lineare Exzentrizität der Hyperbel. Die Punkte  $F$  und  $F'$  auf der reellen Achse, für welche  $OF = OF' = e$  ist, sind die Brennpunkte der Hyperbel.  $FP$  und  $F'P$  sind die Brennstrahlen des Hyperbelpunktes  $P$ . Für jeden Hyperbelpunkt ist die Differenz der Brennstrahlen konstant, nämlich gleich der Länge der reellen Achse.

$$F'P - FP = 2a.$$

Tangente und Normale eines Hyperbelpunktes halbieren die von seinen Brennstrahlen gebildeten Winkel.

Die Gleichung der Tangente in  $P_0(x_0/y_0)$  lautet:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1, \quad \text{wobei} \quad \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1.$$

Ist  $a = b$ , so ist  $X \perp Y$ ; die Hyperbel heißt eine gleichseitige Hyperbel.

Wählt man die Asymptoten zu Koordinatenachsen, Abb. 99, so erhält man die Asymptotengleichung der Hyperbel.  $XY = \frac{e^2}{4}$ . Die Asymptotengleichung der Hyperbeltangente im Punkte  $P_0(X_0/Y_0)$  lautet  $\frac{X}{X_0} + \frac{Y}{Y_0} = 2$ , wobei  $X_0 Y_0 = \frac{e^2}{4}$ . Die Hyperbeltangente schneidet auf den Asymptoten

Stücke ab, die doppelt so lang sind als die zugehörigen Koordinaten des Berührungspunktes. Die beiden Stücke einer Hyperbelsekante, welche zwischen Hyperbel und den Asymptoten liegen, sind einander gleich.

$$QS = Q'S'.$$

### Die wichtigsten Hyperbelkonstruktionen.

1) Sind, Abb. 98,  $F$  und  $F'$  und  $a$  gegeben, so schlage man um  $F$  mit einem beliebigen Halbmesser  $r$  und um  $F'$  mit  $2a + r$  oder auch  $r - 2a$  den Kreis; die Schnittpunkte beider Kreise sind Hyperbelpunkte; die Tangente und Normale erhält man durch Halbieren der von den Brennstrahlen gebildeten Winkel.

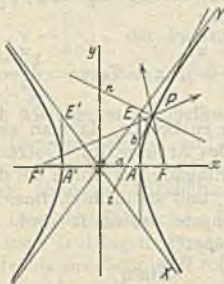


Abb. 98.

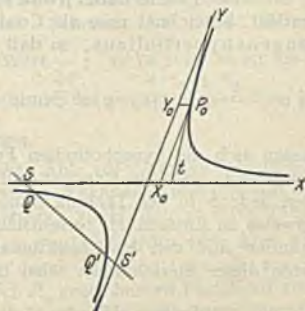


Abb. 99.

2) Sind die Scheitel  $A$  und  $A'$  und die imaginäre Halbachse  $b$  gegeben, Abb. 98, so errichte man in  $A$  und  $A'$  auf  $AA'$  Lote  $AE = A'E' = b$ ;  $OE$



und  $OE'$  sind die Asymptoten;  $F$  und  $F'$  erhält man auf  $AA'$  durch die Beziehung  $OF = OF' = e = OE$ .

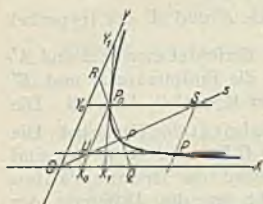


Abb. 100.

3) Sind, Abb. 100, die Asymptoten  $X$  und  $Y$  und ein Punkt  $P_0$  gegeben, so ziehe man durch  $P_0$  irgendeine Gerade, die  $X$  in  $Q$  und  $Y$  in  $R$  schneidet; trägt man auf  $QR$  von  $Q$  aus die Strecke  $QP = P_0R$  ab, so ist  $P$  ein weiterer Punkt der Hyperbel. Um die Tangente in  $P_0$  zu finden, ziehe man  $P_0X_0 \parallel Y$ , trage auf  $X$  die Strecke  $X_0X_1 = OX_0$  ab; dann ist  $X_1P_0$  die Tangente in  $P_0$ . — Man kann auch folgendes Verfahren anwenden: Man ziehe durch  $O$  irgendeinen Strahl  $s$ , der  $X_0P_0$  in  $U$  und  $P_0Y_0$  in  $S$  schneidet; durch  $U$  ziehe man die Parallele zu  $X$  und durch  $S$  die Parallele zu  $Y$ ; der Schnittpunkt beider Parallelen ist ein Punkt  $P$  der Hyperbel.

zu  $X$  und durch  $S$  die Parallele zu  $Y$ ; der Schnittpunkt beider Parallelen ist ein Punkt  $P$  der Hyperbel.

(88) Anhang: Die Hyperbelfunktionen.

Gegeben sei die gleichseitige Hyperbel von der Halbachse  $OA = 1$ ;  $O(x/y)$  sei ein beliebiger Punkt der Hyperbel; dann ist, Abb. 101,  $x^2 - y^2 = 1$ . Die Verbindungslinie  $OC$  schneide die Scheiteltangente in  $D$ ; es sei  $AD = z$ ; dann ist  $z = \frac{y}{x}$ . Die Fläche  $OCAC'O$  hat den Inhalt:

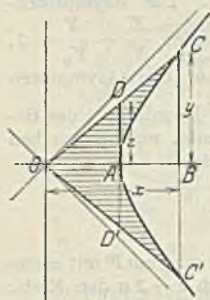


Abb. 101.

$$u = xy - 2 \int_1^x \sqrt{x^2 - 1} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z}$$

Man nennt nun  $u = \text{ArCos } x = \text{ArSin } y = \text{ArTg } z$  (sprich „Areakosinus von  $x$ “, „Arcasinus von  $y$ “, „Areatangens von  $z$ “), so daß also

$$\begin{aligned} \text{ArCos } x &= \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \\ \text{ArSin } y &= \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}), \\ \text{ArTg } z &= \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} \text{ ist.} \end{aligned}$$

Die Umkehrfunktionen, also die Funktionen, die man erhält, wenn man nach der unabhängigen Veränderlichen auflöst, bezeichnet man als Cosinushyperbolicus, Sinushyperbolicus, Tangenshyperbolicus, so daß sich ergibt:

$$x = \text{Cos } u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}, \quad y = \text{Sin } u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}, \quad z = \text{Tg } u = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$$

Wohl lassen sich die hyperbolischen Funktionen entbehren, da man sie durch den Logarithmus oder die Exponentialfunktion des Argumentes ersetzen kann; sie finden jedoch in der Technik immer mehr Eingang, da durch sie die Darstellungsweise an Einfachheit wesentlich gewinnt, und sie in ihren Beziehungen untereinander mit den Kreisfunktionen aufs engste verwandt sind. Einige wichtigsten dieser Beziehungen seien hier angeführt:

$$\text{Cos}^2 u - \text{Sin}^2 u = 1, \quad \text{Tg } u = \frac{\text{Sin } u}{\text{Cos } u},$$

$$\begin{aligned} \text{Sin}(u \pm v) &= \text{Sin } u \text{Cos } v \pm \text{Cos } u \text{Sin } v & \text{Cos}(u \pm v) &= \text{Cos } u \text{Cos } v \pm \text{Sin } u \text{Sin } v \\ \text{Sin } 2u &= 2 \text{Sin } u \text{Cos } u & \text{Cos } 2u &= \text{Cos}^2 u - \text{Sin}^2 u \end{aligned}$$



$$\sin \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} (\cos u - 1)}$$

$$\cos \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} (\cos u + 1)}$$

$$\sin (-u) = -\sin u$$

$$\cos (-u) = \cos u.$$

Wächst  $u$  von 0 bis  $\infty$ , so wächst  $\sin u$  von 0 bis  $\infty$ ,  $\cos u$  von 1 bis  $\infty$ ,  $\tan u$  von 0 bis 1. Darstellung des Verlaufs in Abb. 102. Tabelle der Hyperbolischen Funktionen s. Tab. E. Über Hyperbolische Funktionen in der Infinitesimalrechnung s. Differentialrechnung (38); Integralrechnung (55).



Abb. 102.

(89) 3) Die Parabel. Die Parabel, Abb. 103, hat nur eine Symmetrielinie; sie heißt Achse der Parabel; diese schneidet die Parabel in nur einem Punkte  $A$ , dem Scheitel. Wählt man die Achse zur Abszissenachse, die Scheiteltangente zur Ordinatenachse, so lautet die Gleichung der Parabel:  $y^2 = 2px$  (Scheitelgleichung);  $p$  heißt der Parameter der Parabel.

Die Parabel hat nur einen Brennpunkt  $F$ ; er liegt auf der Achse in der Entfernung  $\frac{p}{2}$  von  $A$ ; die zugehörige Ordinate ist  $p$ . Die durch  $P$  parallel zur Achse gezogene Gerade heißt Durchmesser. Tangente und Normale eines Parabelpunktes halbieren die vom zugehörigen Brennstrahl und Durchmesser gebildeten Winkel. Das vom Brennpunkt auf eine Tangente gefällte Lot hat seinen Fußpunkt auf der Scheiteltangente:  $FY' \perp t$ . Die Subnormale hat für jeden Parabelpunkt die Länge  $p$ .  $XN = p$ . Die Gleichung der Tangente in  $P_0(x_0/y_0)$ :

$$yy_0 = p(x + x_0), \text{ wobei } y_0^2 = 2px_0.$$

Jede Tangente schneidet auf der Parabelachse ein Stück ab (vom Scheitel aus gerechnet), das entgegengesetzt gleich der Abszisse, und auf der Scheiteltangente ein Stück ab (vom Scheitel aus gerechnet), das gleich der halben Ordinate des Berührungspunktes ist.

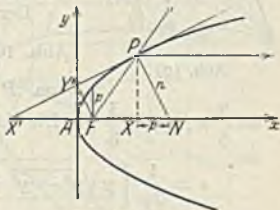


Abb. 103.

$$AX' = -x, \quad AY' = \frac{y}{2}.$$

Die Gleichung einer beliebigen Parabel, deren Achse parallel der  $y$ -Achse ist, lautet:  $y = ax^2 + bx + c$ ; der Scheitel hat die Koordinaten  $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$ , der Parameter den Wert  $\frac{1}{2a}$ ; ist  $a > 0$ , so ist die Parabel im Sinne der positiven, ist  $a < 0$ , im Sinne der negativen  $y$ -Achse geöffnet.

**Die wichtigsten Parabelkonstruktionen.**

1) Gegeben Scheitel und Brennpunkt, Abb. 104: Man ziehe durch  $F$  einen beliebigen Strahl  $s$ , der die Scheiteltangente in  $S$  schneide, und errichte auf  $s$  in  $S$  das Lot; dieses ist Parabeltangente (Parabel als Hüllkurve ihrer Tangenten).

2) Gegeben: Scheitel  $A$ , Achse und ein Punkt  $P_0$ , Abb. 105: Man wähle auf  $AP_0$  einen beliebigen Punkt  $Q$ , ziehe durch ihn eine Parallele zur Scheiteltangente bis zum Schnitt  $R$  mit der durch  $P_0$  gezeichneten Parallelen zur Achse; dann schneidet  $AR$  die Parallele durch  $Q$  zur Achse in einem Punkte  $P$  der Parabel. (Zweckmäßig wird hierfür  $AP_0$  in eine Anzahl von gleichen Teilen geteilt.)

3) Gegeben: Zwei Punkte  $G$  und  $H$  und ihre Tangenten  $g$  und  $h$ , Abb. 106: Ist  $S$  der Schnittpunkt von  $g$  und  $h$ , so wähle man auf  $SG$  den Punkt  $Q$  und

auf  $HS$  den Punkt  $R$  so, daß  $Q$  die Strecke  $SG$  in demselben Verhältnis  $\lambda$  teilt wie  $R$  die Strecke  $HS$ ; dann ist  $QR$  eine Parabeltangente. (Zweckmäßig werden hierfür  $SG$  und  $HS$  in eine gleiche Anzahl gleicher Teile geteilt.)

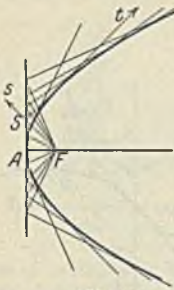


Abb. 104.

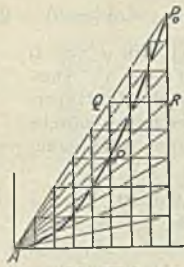


Abb. 105.

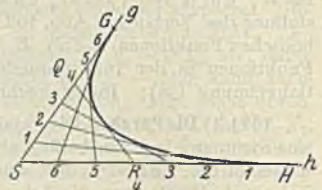


Abb. 106.

4) Gegeben 3 Punkte  $G, H, P_0$  und die Achsenrichtung, Abb. 107: Man zeichne durch  $Hd \parallel$  Achse;  $GP_0$  schneide  $d$  in  $R_0$ ; ferner ziehe man durch  $P_0$  die Parallele zu  $d$ , die  $GH$  in  $Q_0$  schneide. Durch einen beliebigen Punkt  $Q_1$  ziehe man die Parallele zu  $Q_0R_0$ , die  $d$  in  $R_1$  schneide;  $GR_1$  schneidet die Parallele durch  $Q_1$  zu  $d$  in einem Parabelpunkt  $P_1$ . Die Tangenten in  $G$  und  $H$  erhält man auf folgende Weise: Man ziehe durch den Mittelpunkt  $Q_m$  von  $GH$  die Parallele zu  $Q_0R_0$ , die  $d$  in  $R_m$  schneide, und durch  $R_m$  die Parallele zu  $GH$ , die die Parallele zu  $d$  durch  $Q_m$  in  $T$  schneide;  $TG$  und  $TH$  sind die gesuchten Tangenten.

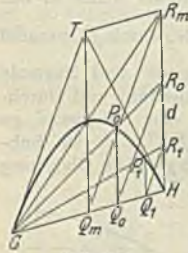


Abb. 107.

Der Flächeninhalt des Parabelabschnitts  $AXP$ , Abb. 103, ist  $F = \frac{2}{3}xy$ , wenn  $x$  und  $y$  die Koordinaten von  $P$  sind; sein Schwerpunkt hat die Koordinaten

$\xi = \frac{3}{5}x, \eta = \frac{3}{8}y$ . Die Länge des Parabelbogens  $AP$  ist

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{1}{2p} \left\{ y \sqrt{p^2 + y^2} + p^2 \ln \left( \frac{y}{p} + \sqrt{1 + \left( \frac{y}{p} \right)^2} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2p} \left\{ y \sqrt{p^2 + y^2} + p^2 \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} \frac{y}{p} \right\} \text{ oder auch} \\
 s &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2x(p+2x)} + p \ln \left( \sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1 + \frac{2x}{p}} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2x(p+2x)} + p \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} \sqrt{\frac{2x}{p}} \right\} \text{ oder auch} \\
 s &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{y^2 + 4x^2} + \frac{y^2}{2x} \ln \left( \frac{2x}{y} + \sqrt{1 + \frac{4x^2}{y^2}} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{y^2 + 4x^2} + \frac{y^2}{2x} \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} \frac{2x}{y} \right\}.
 \end{aligned}$$

(90) 4) Die allgemeine Kurve zweiter Ordnung. Gleichung:

$$1) a_{20}x^2 + 2a_{11}xy + a_{02}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{00} = 0.$$

Vorausgesetzt werde rechtwinkliges Koordinatensystem; sonst werde es erst nach (80) b) in ein solches umgeformt. Man be

$$\Delta = a_{20} \cdot a_{02} - a_{11}^2,$$

a)  $\Delta \neq 0$ ; die Kurve hat einen Mittelpunkt, dessen Koordinaten  $m$  und  $n$  sich aus den linearen Gleichungen

$$a_{20}m + a_{11}n + a_{10} = 0 \quad a_{11}x + a_{02}y + a_{01} = 0$$

bestimmen. Parallelverschiebung nach diesem mittels  $x = \xi + m$ ,  $y = \eta + n$  führt 1) über in

$$2) a_{20}\xi^2 + 2a_{11}\xi\eta + a_{02}\eta^2 + C = 0,$$

$$(C = a_{20}m^2 + 2a_{11}mn + a_{02}n^2 + 2a_{10}m + 2a_{01}n + a_{00}).$$

$\alpha) C = 0$ ; die Kurve fällt in zwei sich im Anfangspunkte schneidende Geraden, die  $\left\{ \begin{array}{l} \text{reell und verschieden} \\ \text{imaginär} \end{array} \right\}$  sind, je nachdem  $\Delta \leq 0$  ist.

$\beta) C \neq 0$ : man drehe mittels der Formeln (80) c) das Koordinatensystem um einen Winkel  $\vartheta$ , der sich aus Gleichung

$$3) \operatorname{tg} 2\vartheta = \frac{2a_{11}}{a_{20} - a_{02}} \text{ ergibt; hierdurch nimmt 2) die Form an}$$

$$4) AX^2 + BY^2 + C = 0, \text{ wobei}$$

$$5) A = \frac{1}{2}(a_{20} + a_{02} + R) \quad B = \frac{1}{2}(a_{20} + a_{02} - R)$$

$$R^2 = (a_{20} - a_{02})^2 + (2a_{11})^2 \text{ ist.}$$

$\alpha')$   $A$  und  $B$  haben beide das gleiche Vorzeichen wie  $C$ : imaginäre Kurve zweiter Ordnung ohne einen reellen Punkt.

$\beta')$   $A$  und  $B$  haben gleiches Vorzeichen, das entgegengesetzt dem von  $C$  ist: Ellipse, deren Halbachsen  $\sqrt{-\frac{C}{A}}$  bzw.  $\sqrt{-\frac{C}{B}}$  sind.

$\gamma')$   $A$  und  $B$  haben entgegengesetztes Vorzeichen: Hyperbel.

Beispiel s. S. 113 (80).

b)  $\Delta = 0$ . Gleichung 1) läßt sich, da  $a_{11} = \sqrt{a_{20} \cdot a_{02}}$  ist, in der Form schreiben

$$1') (\sqrt{a_{20}}x + \sqrt{a_{02}}y)^2 + 2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{00} = 0,$$

d. h. die drei quadratischen Glieder von 1) bilden ein vollständiges Quadrat.

Man drehe das Koordinatensystem um Winkel  $\vartheta$ , für den  $\operatorname{tg} \vartheta = \sqrt{\frac{a_{02}}{a_{20}}}$  ist; es folgt Gleichung

$$6) (a_{20} + a_{02})X^2 + 2PX + 2QY + a_{00} = 0,$$

$$P = \frac{a_{10} \sqrt{a_{20} + a_{01}} \sqrt{a_{02}}}{\sqrt{a_{20} + a_{02}}} \quad Q = \frac{a_{01} \sqrt{a_{20} - a_{10}} \sqrt{a_{01}}}{\sqrt{a_{20} + a_{02}}}$$

$\alpha) Q = 0$ : 6) stellt ein Geradenpaar dar, parallel  $Y$ -Achse; ist die linke Seite von 6) dabei ein vollständiges Quadrat, so fallen beide Gerade in eine zusammen.

$\beta) Q \neq 0$ : eine Parallelverschiebung führt auf die Form

$$7) \xi^2 = 2p\eta, \text{ Scheiteltgleichung der Parabel.}$$

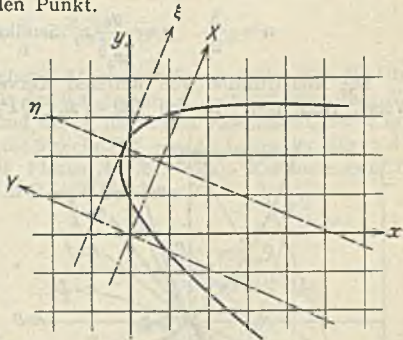


Abb. 108.



Beispiel:  $25x^2 + 120xy + 144y^2 - 572x - 494y + 338 = 0$  läßt sich schreiben  
 $(5x + 12y)^2 - 572x - 494y + 338 = 0$ . Drehung von  $\theta$ , so daß  $\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$ ,  
 $\sin \theta = \frac{12}{13}$   $\cos \theta = \frac{5}{13}$   $x = \frac{5}{13}X - \frac{12}{13}Y$   $y = \frac{12}{13}X + \frac{5}{13}Y$ .

Die Gleichung geht über in

$$169X^2 - 676X - 338Y + 338 = 0 \quad \text{oder} \quad X^2 - 4X + 2Y + 2 = 0,$$

Parallelverschiebung  $X = \xi + 2$   $Y = \eta + 1$  gibt  $\xi^2 = -2\eta$  Parabel. S. Abb. 108.

### (91) b) Die Potenzkurven.

Die allgemeine Gleichung der Potenzkurven ist  $y = ax^n$ ; soll die Kurve durch den Punkt  $P_0(x_0/y_0)$  gehen, so bestimmt sich  $a$  zu  $a = \frac{y_0}{x_0^n}$ , so daß die Gleichung lautet:  $y = \left(\frac{x}{x_0}\right)^n \cdot y_0$ .

Sonderfälle:

$$n = 1 \quad y = \frac{y_0}{x_0} x \text{ Gerade;}$$

$$n = 2 \quad y = \frac{y_0}{x_0^2} x^2 \text{ Parabel;}$$

$$n = 3 \quad y = \frac{y_0}{x_0^3} x^3 \text{ Kubische Parabel;}$$

$$n = -1 \quad y = \frac{y_0 x_0}{x} \text{ Gleichseitige Hyperbel;}$$

$$n = \frac{3}{2} \quad y = \frac{y_0}{x_0^{\frac{3}{2}}} x^{\frac{3}{2}} \text{ Semikubische Parabel.}$$

Die Konstruktion von weiteren Kurvenpunkten ergibt sich auf folgende Weise, Abb. 109: Es sei  $OQ = x_0$ ,  $QP_0 = y_0$  und  $OX = x$  die Abszisse eines beliebigen Kurvenpunktes  $P$ .

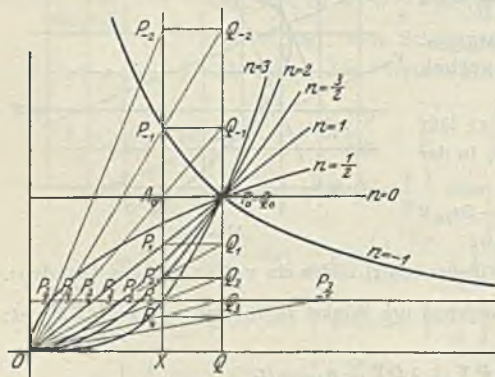


Abb. 109.

a)  $n$  eine ganze positive Zahl: Man ziehe die Linie  $OP_0$ , welche die durch  $X$  parallel zur  $y$ -Achse gezogene Gerade in  $P_1$  schneidet, ferner durch  $P_1$  die Parallele zur  $x$ -Achse, die  $QP_0$  in  $Q_1$  schneidet, und  $OQ_1$ , welche  $XP_1$  in  $P_2$  schneidet usf. Die Punkte  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  liegen auf den zu  $n = 1, 2, 3, \dots, k$  gehörigen Potenzkurven.

b)  $n$  eine ganze negative Zahl: Man zeichne  $P_0A_0 \parallel x$ -Achse ( $A_0$  auf  $XP_1$ ), ferner die Gerade  $OA_0$ , welche  $QP_0$  in  $Q_{-1}$  schneidet, durch  $Q_{-1}$  die Parallele zur Achse, die  $XA_0$  in  $P_{-1}$  schneidet; weiter die Gerade  $OP_{-1}$ , die  $QP_0$  in  $Q_{-2}$  schneidet, durch  $Q_{-2}$  die Parallele zur  $x$ -Achse, die  $XA_0$  in  $P_{-2}$  schneidet, usf. Die Punkte  $P_{-1}, P_{-2}, \dots, P_{-k}$  liegen auf den zu  $n = -1, -2, \dots, -k$  gehörigen Potenzkurven.

c)  $n$  eine gebrochene Zahl  $n = \frac{k}{r}$ : Die durch  $Q_k$  zur  $x$ -Achse parallel gezogene Gerade schneidet die Geraden  $OQ_{k-1}, OQ_{k-2}, \dots, OQ_{k-r}; OQ_{k+1}$ ,

$OQ_{k+2}, \dots$  in den Punkten  $P_{\frac{k}{1}}, P_{\frac{k}{2}}, P_{\frac{k}{3}}, \dots, P_{\frac{k}{r}}, P_{\frac{k}{-1}}, P_{\frac{k}{-2}}$ , welche auf den zu  $n = \frac{k}{1}, \frac{k}{2}, \frac{k}{3}, \dots, \frac{k}{r}, -1, -2, \dots$  gehörigen Potenzkurven liegen. (Siehe F. Ebner, Die technisch wichtigsten Kurven.)

Sind zwei Punkte  $P_1(x_1/y_1)$  und  $P_2(x_2/y_2)$  der Potenzkurve  $y = ax^n$  gegeben, so ist außer der Größe  $a$  auch noch die Größe  $n$  bestimmt:  $n = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$ . Dieser Fall hat besondere technische Bedeutung, wenn  $n$  negativ, also  $n = -m$  und  $+1 < m < \sqrt{2}$  ist; die Gleichung der Kurve lautet dann  $y \cdot x^m = a$ , die Kurve selbst heißt polytropische Kurve; im Falle  $m = \sqrt{2}$  Adiabate. Siehe unter Mechanik der Gase.

(92) c) Die Kettenlinie.

Die Gleichung der gemeinen Kettenlinie lautet  $y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$  oder  $y = a \operatorname{Cof} \frac{x}{a}$ , Abb. 110.

Eigenschaften der Kettenlinie:

$$y' = \operatorname{Sin} \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{y^2 - a^2}}{a}; \quad \rho = a \operatorname{Cof}^2 \frac{x}{a} = \frac{y^2}{a} = n.$$

$$\text{Fläche } OAPX: F = a^2 \operatorname{Sin} \frac{x}{a} = a \sqrt{y^2 - a^2}.$$

$$\text{Kurvenlänge } AP: s = a \operatorname{Sin} \frac{x}{a} = \sqrt{y^2 - a^2}.$$

Konstruktion. Zu einer beliebigen Abszisse  $OX = x$  findet man die Ordinate  $XP = y$  mit Hilfe der Tabelle der  $\operatorname{Cof}$ -Funktion. Schlägt man über  $PX$  als Durchmesser den Halbkreis  $k$  und um  $X$  mit  $a$  den Kreisbogen, der  $k$  in  $K$  schneidet, so ist  $PK$  die Tangente  $t$ , die Strecke  $PK = s$  die Länge der Kurve  $AP$ , Rechteck  $PKXL$  inhaltsgleich der Fläche  $APXO$ . Zum Krümmungsmittelpunkt  $M$  gelangt man, indem man  $MP = PN$  macht.

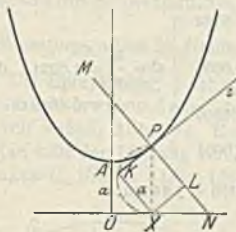


Abb. 110.

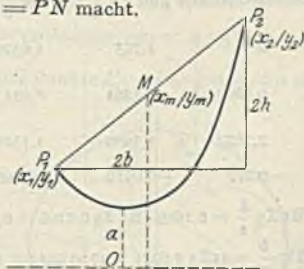


Abb. 111.

Für einen flachen Bogen, d. h. solange  $x$  im Verhältnis zu  $a$  sehr klein ist, ist angenähert  $x^2 = 2a(y - a)$ , also die Kettenlinie angenähert eine Parabel mit dem Scheitel  $O/a$  und dem Parameter  $a$ .

Die Kettenlinie ist die Gestalt, die ein vollkommen biegsames Seil von konstantem Gewicht pro Längeneinheit annimmt, wenn es an zwei Punkten aufgehängt ist. (S. a. (76).)

(93) Von praktischer Bedeutung ist die folgende Aufgabe: Das Seil habe die Länge  $2s$  und sei an zwei Punkten  $P_1$  und  $P_2$  aufgehängt, deren Höhenunterschied  $2h$  und deren wagerechter Abstand  $2b$  betrage. Die Gestalt ist zu ermitteln; insbesondere ist der Parameter  $a$  und die Lage des Scheitels zu

suchen, Abb. 111. Zur Bestimmung der Lage des Koordinatensystems führe man den Mittelpunkt  $M$  der Strecke  $P_1P_2$  ein; seine Koordinaten seien  $x_m/y_m$ ; dann sind die Koordinaten

$$\text{von } P_1: x_1 = x_m - b; \quad y_1 = y_m - h;$$

$$\text{von } P_2: x_2 = x_m + b; \quad y_2 = y_m + h.$$

Ist  $y = a \operatorname{Cof} \frac{x}{a}$  die Gleichung der Kettenlinie, so muß also sein

$$1a) y_m - h = a \operatorname{Cof} \frac{x_m - b}{a}; \quad 1b) y_m + h = a \operatorname{Cof} \frac{x_m + b}{a}.$$

Außerdem muß sein 2)  $2s = a \left( \operatorname{Sin} \frac{x_m + b}{a} - \operatorname{Sin} \frac{x_m - b}{a} \right)$ . Durch Sub-

traktion von 1a) und 1b) erhält man 3)  $2h = a \left( \operatorname{Cof} \frac{x_m + b}{a} - \operatorname{Cof} \frac{x_m - b}{a} \right)$ ;

aus 2) und 3) 2a)  $a \operatorname{Cof} \frac{x_m}{a} \operatorname{Sin} \frac{b}{a} = s$ . 3a)  $a \operatorname{Sin} \frac{x_m}{a} \operatorname{Sin} \frac{b}{a} = h$ , aus 2a)

und 3a) durch Quadrieren und Subtrahieren  $a^2 \operatorname{Sin}^2 \frac{b}{a} = s^2 - h^2$  oder

4)  $\frac{\operatorname{Sin} \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{b}$ ; aus 4) läßt sich durch Annäherung  $\frac{b}{a}$  und damit  $a$

ermitteln. Die Division von 2a) und 3a) ergibt 5)  $\operatorname{Tg} \frac{x_m}{a} = \frac{h}{s}$ . 5) liefert die Abszisse  $x_m$  von  $M$ : 5a)  $x_m = a \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} \frac{h}{s}$ . Durch Addition von 1a) und 1b)

ergibt sich  $y_m = a \operatorname{Cof} \frac{x_m}{a} \operatorname{Cof} \frac{b}{a}$ , und in Verbindung mit 2a): 6)  $y_m = s \operatorname{Ctg} \frac{b}{a}$ , wodurch auch die Ordinate von  $M$  und damit die Lage des Koordinatensystems festgelegt ist.

Beispiel:  $s = 17 \text{ m}$ ,  $h = 8 \text{ m}$ ,  $b = 10 \text{ m}$ . Nach 4) ist  $f\left(\frac{b}{a}\right) = \operatorname{Sin} \frac{b}{a} - 1,5 \cdot \frac{b}{a} = 0$ . Die Newtonsche Methode gibt  $f'\left(\frac{b}{a}\right) = \operatorname{Cof} \frac{b}{a} - 1,5$ .

|                              |        |         |         |         |   |
|------------------------------|--------|---------|---------|---------|---|
| $\frac{b}{a}$                | 2      | 1,723   | 1,6320  | 1,6222  | also $\frac{b}{a} = 1,6221$ , demnach<br>$a = 6,1649 \text{ m}$ |
| $f\left(\frac{b}{a}\right)$  | 0,6269 | 0,1264  | 0,0113  | 0,0001  |   |
| $f'\left(\frac{b}{a}\right)$ | 2,2622 | 1,3900  | 1,1548  | 1,1309  |   |
| $h$                          | -0,277 | -0,0910 | -0,0098 | -0,0001 |   |

$$x_m = a \cdot \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} \frac{h}{s} = 6,1649 \cdot \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} 0,4706 = 6,1649 \cdot 0,5108 = 3,149 \text{ m}.$$

$$y_m = s \cdot \operatorname{Ctg} \frac{b}{a} = s \cdot \operatorname{Tg} 1,6221 = 17 : 0,9249 = 18,381 \text{ m}.$$

Sonderfall: Liegen die beiden Aufhängepunkte gleich hoch, ist also  $h = 0$ ;

so ist  $a$  bestimmt durch die Gleichung 4');  $\frac{\operatorname{Sin} \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{s}{b}$ ; ferner ist der Aufhänge-

winkel  $\alpha$  bestimmt durch Gleichung 7):  $\cos \alpha = \frac{b}{s} \cdot \frac{\operatorname{Tg} \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{1}{\operatorname{Cof} \frac{b}{a}}$ .

Im obigen Beispiele wäre also  $\frac{\operatorname{Sin} \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = 1,7$ , also  $\frac{b}{a} = 1,8773$ , und  $a = 5,3269 \text{ m}$

$$y_1 = y_2 = y_m = 17,814 \text{ m}; \quad \cos \alpha = 0,2990; \quad \alpha = 72^\circ 36'.$$



(94) d) Die Zykloiden.

Rollt ein Kreis  $k$  mit dem Mittelpunkt  $M$  und dem Halbmesser  $a$  auf einer Kurve  $c$  ab, Abb. 112, so beschreibt ein mit  $k$  fest verbundener Punkt  $P$  eine Zykloide  $z$ . Die durch  $P$  und den zugehörigen Berührungspunkt  $B$  zwischen  $k$  und  $c$  gezogene Gerade  $n$  ist die Normale, die hierauf in  $P$  senkrecht stehende Gerade  $t$  Tangente an  $z$ . Der um  $B$  durch  $P$  geschlagene Kreis  $e$  und  $z$  berühren also einander in  $P$ . Ist der Abstand  $b$  zwischen  $P$  und  $M$  gleich  $a$ , so beschreibt  $P$  eine gespitzte, ist  $b > a$ , eine verschlungene, ist  $b < a$ , eine gestreckte Zykloide.

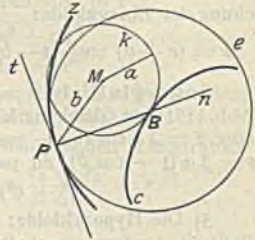


Abb. 112.

Je nach der Beschaffenheit von  $c$  unterscheidet man verschiedene Zykloiden, die wichtigsten unter ihnen sind:  
 1) Die **gemeine Zykloide**:  $c$  ist eine Gerade, Abb. 113. Konstruktion: Man teile den Umfang von  $k$  durch die Punkte  $C_n (C_1)$  in eine Anzahl ( $s = 12$ ) gleiche Teile und trage diese von  $A$  aus auf  $c$  ab; die Endpunkte seien  $B_n (B_1)$ . Schlägt man um  $B_n (B_1)$  mit  $AC_n (AC_1)$  und um  $A$  mit  $B_n C_n (B_1 C_1)$  die Kreisbögen, so schneiden sich beide in einem Punkte  $P_n (P_1)$  der gespitzten Zykloide; sie hüllt alle um  $B_n$  geschlagenen Kreise ein. Ersetzt man  $C_n$  in dieser Konstruktion durch einen Punkt  $D_n$ , der außerhalb, bzw.  $E_n$ , der innerhalb von  $k$  liegt, so ergibt sich die verschlungene bzw. gestreckte Zykloide. Wählt man  $A$  als Anfangspunkt und  $c$  als Abszissenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so lautet, wenn  $t = \sphericalangle AM_0 C$  der jeweilige Wälzungswinkel ist, die Gleichung der Zykloide:  $x = at - b \sin t$ ,  $y = a - b \cos t$ , also die der gespitzten Zykloide:  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .

Für die gespitzte Zykloide ist:

die von einem Kurvenbogen und der Geraden  $c$  begrenzte Fläche  $F = 3\pi a^2$ , die Länge eines Kurvenbogens  $s = 8a$ ,

der Abstand des Schwerpunktes der obigen Fläche von  $c$ :  $\eta = \frac{5}{6} a$ ,

der Abstand des Schwerpunktes eines Kurvenbogens von  $c$ :  $\eta = \frac{4}{3} a$ ,

der Krümmungsradius in einem beliebigen Punkte  $P$ :  $\rho = 2n = 4a \sin \frac{t}{2}$ .

2) Die **Epizykloide**:  $c$  ist ein Kreis vom Halbmesser  $r$ ;  $k$  und  $c$  berühren einander von außen, Abb. 114. Konstruktion: Man teile den Umfang von  $k$  durch die Punkte  $C_n (C_3)$  in  $s$  ( $s = 12$ ) gleiche

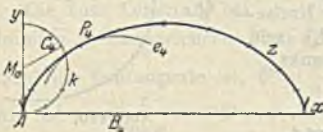


Abb. 113.

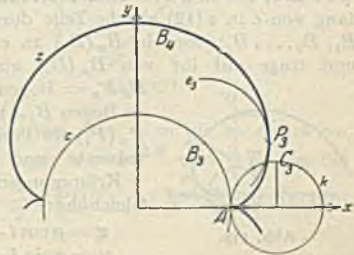


Abb. 114.

Teile und trage diese von  $A$  aus auf  $c$  ab; die Endpunkte seien  $B_n (B_1)$ . Dann schlage man um  $B_n (B_1)$  mit  $AC_n (AC_3)$  und um  $A$  mit  $B_n C_n (B_1 C_3)$  die Kreise; beide schneiden sich im Punkte  $P_n (P_3)$  der gespitzten Epizykloide; sie hüllt alle um die Punkte  $B_n$  geschlagenen Kreise ein. Ersetzt man  $C_n$  in dieser Beschreibung durch  $D_n$  bzw.  $E_n$ , so ergibt sich die verschlungene bzw. gestreckte Epizykloide. Stehen  $a$  und  $r$  in einem rationalen Verhältnis  $a : r = m : n$ ,

so durchläuft der die Epizykloide beschreibende Punkt, nachdem  $k$  sich  $n$ -mal auf dem Umfange von  $c$  abgewälzt hat, die alte Bahn von neuem. Wählt man den Mittelpunkt  $O$  von  $c$  als Anfangspunkt,  $OA$  als  $x$ -Achse, die hierzu senkrechte Gerade als  $y$ -Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so lautet die Gleichung der Epizykloide:

$$x = (r + a) \cos \frac{a}{r} t - b \cos \frac{r+a}{r} t, \quad y = (r + a) \sin \frac{a}{r} t - b \sin \frac{r+a}{r} t.$$

Sonderfall: Ist  $a = r = b$ , so heißt die Kurve **Kardioid**e (Herzkurve), Abb. 115; ihre Gleichung lautet:  $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$ ,  $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$ , oder  $\xi = 2a \cos t(1 - \cos t)$ ,  $\eta = 2a \sin t(1 - \cos t)$ ; in Polarkoordinaten:  $r = 2a(1 - \cos \vartheta)$ ; in parameterfreier Darstellung:

$$(\xi^2 + \eta^2)^2 + 4a\xi(\xi^2 + \eta^2) - 4a^2\eta^2 = 0.$$

3) Die **Hypozykloide**: Sie entsteht dadurch, daß  $k$  nicht außerhalb, wie im Falle 2), sondern innerhalb des Kreises  $c$  auf diesem abrollt; im übrigen gelten dieselben Betrachtungen wie im Falle 2), Abb. 116.

Die Gleichung lautet:  $x = (r - a) \cos \frac{a}{r} t + b \cos \frac{r-a}{r} t$ ;  
 $y = (r - a) \sin \frac{a}{r} t - b \sin \frac{r-a}{r} t$ .

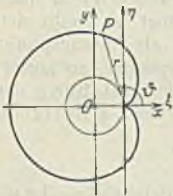


Abb. 115.

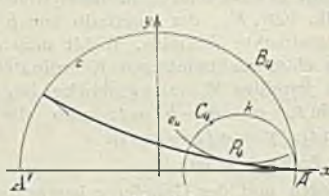


Abb. 116.

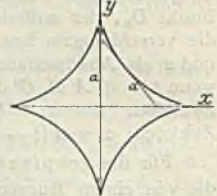


Abb. 117.

Sonderfälle:  $a = b = \frac{r}{2}$ : gerade Linie  $AA'$ ;

$a = b = \frac{r}{4}$ : Astroide;  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = r^{\frac{2}{3}}$ , Abb. 117.

4) Rollt eine Gerade  $g$  auf einem Kreis  $c$  vom Halbmesser  $a$  ab, so beschreibt ein Punkt  $P$  von  $g$  eine **Kreisevolvente**, Abb. 118. Konstruktion: Teile den Umfang von  $c$  in  $s$  (12) gleiche Teile durch die Punkte  $B_1, B_2, \dots, B_s$ ; lege in  $B_n(B_4)$  an  $c$  die Tangente und trage auf ihr von  $B_n(B_4)$  aus die Strecke  $B_n P_n = \text{Bogen } B_n A$  ( $B_1 P_1 = \text{Bogen } B_1 A$ ) ab; dann ist  $P_n(P_1)$  ein Punkt der Kreisevolvente und  $B_n(B_4)$  sein Krümmungsmittelpunkt.

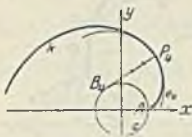


Abb. 118.

Gleichung:

$$x = a \cos t + at \sin t, \quad y = a \sin t - at \cos t.$$

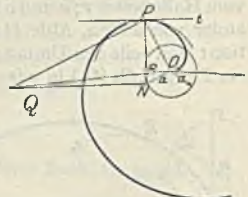


Abb. 119.

(95) e) Die **Spiralen**. 1) Die **Archimedische Spirale** wird von einem Punkte  $P$  beschrieben, der sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Geraden  $g$  bewegt, während diese sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um einen ihrer Punkte  $O$  dreht, Abb. 119.

Gleichung:  $r = a \cdot \vartheta$ ; dabei ist  $a$  der zu  $\vartheta = 1$  gehörige Leitstrahl. Hat dieser nach einer Umdrehung die Länge  $l$ , so ist  $r = \frac{l}{2\pi} \vartheta$ . Die Polarsub-



normale ist für jeden Punkt von der Länge  $a$ . Zur Konstruktion der Tangente in  $P$  schlage man um  $O$  den Kreis mit dem Halbmesser  $a$  und bringe ihn mit dem zu  $OP$  senkrechten Halbmesser in  $N$  zum Schnitt; dann ist  $NP$  die Normale und demnach das auf  $NP$  in  $P$  errichtete Lot Tangente in  $P$ .

Der zu  $P$  gehörige Krümmungsradius ist  $\rho = \frac{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}{2a^2 + r^2}$ .

Errichtet man in  $N$  auf  $NP$  und in  $P$  auf  $PO$  Lote, die sich in  $Q$  schneiden, so schneidet  $NP$  die Linie  $OQ$  im Krümmungsmittelpunkt  $R$  (Hütte).

Der von der Archimedischen Spirale und den beiden Leitstrahlen  $r_1$  und  $r_2$  eingeschlossene Ausschnitt hat den Inhalt  $F = \frac{r_2^3 - r_1^3}{6a} = \pi \frac{r_2^3 - r_1^3}{3l}$ .

Der Bogen  $OB$  hat die Länge

$$s = \frac{a}{2} [\vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + \ln(\vartheta + \sqrt{1 + \vartheta^2})] = \frac{l}{4\pi} [\vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + 2\text{r}\text{C}\sin \vartheta].$$

(96) 2) Die **Logarithmische Spirale**, Abb. 120, hat die Gleichung  $r = ae^{b\vartheta}$ ; sie schlingt sich in unendlich vielen Windungen um  $O$  (asymptotischer Punkt). Sie schneidet alle Leitstrahlen unter dem konstanten Winkel  $\alpha = \text{arctg } b$ . Die Polarnormale  $PN$  ist zugleich Krümmungsradius, so daß  $PN = \rho = r \sqrt{1 + b^2} = \frac{r}{\sin \alpha}$  ist. Die Evolute (Ort der Krümmungsmittelpunkte) ist eine mit der ursprünglichen kongruente logarithmische Spirale, welche gegen diese um den Winkel  $\frac{\pi}{2} - \frac{\ln b}{b}$  verdreht ist. Ist  $\frac{\pi}{2} - \frac{\ln b}{b} = 2k\pi$  ( $k$  eine ganze Zahl), was beispielsweise für ( $k=1$ )  $b = 0,274412$ ,  $\alpha = 74^\circ 39' 18''$  eintritt, so deckt sich die Kurve mit ihrer Evolute.

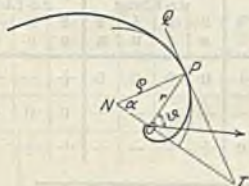


Abb. 120.

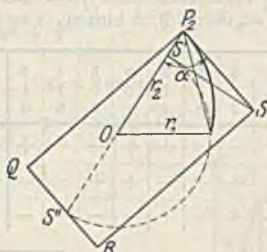


Abb. 121.

Die vom Leitstrahl bei seiner Drehung von  $\vartheta = -\infty$  bis zu einem bestimmten  $\vartheta$  überstrichene Fläche ist, wenn  $r = ae^{b\vartheta}$  und  $OT = s_t$  die zugehörige Subtangente ist,  $F = \frac{1}{4} r s_t = \frac{1}{2} \Delta POT$ ; die zugehörige Kurvenlänge ist  $s = \frac{r}{\cos \alpha} = PT = t$ .

Zur Konstruktion eines durch die beiden Punkte  $P_1$  und  $P_2$  begrenzten Bogens  $s_{12}$  und Ausschnittes  $F_{12}$  kann man sich des folgenden Verfahrens bedienen (Abb. 121): Man schlage um  $O$  den Kreis mit  $r_1$ , der den Leitstrahl  $OP_2$  in  $S'$  und seine Verlängerung in  $S''$  trifft, und errichte in  $S'$  auf  $OP_2$  das Lot, das die zu  $P_2$  gehörige Tangente in  $S$  schneidet; dann ist  $P_2S = s_{12}$  die Länge des Bogens  $P_1P_2$ . Durch  $S''$  ziehe man die Parallele zu  $P_2S$ , welche die zu  $P_2$  gehörige Normale in  $Q$  schneidet; das Rechteck  $P_2QRS = 4F_{12}$  ist das 4-fache des Inhaltes des Sektors  $OP_1P_2$ .



## B. Analytische Geometrie des Raumes.

### (97) 1. Die gebräuchlichsten Koordinatensysteme.

a) Das **Parallelkoordinatensystem**, Abb. 122: Man wählt einen festen Punkt  $O$  (Anfangspunkt, Nullpunkt, Ursprung) und durch diesen drei feste Geraden, eine  $X$ -Achse, eine  $Y$ -Achse, eine  $Z$ -Achse, die nicht in einer Ebene liegen und mit einander beliebige Winkel einschließen (am gebräuchlichsten ist der Sonderfall, daß die drei Achsen aufeinander senkrecht stehen; rechtwinkliges Koordinatensystem). Die  $X$ -Achse wählt man zumeist von hinten nach vorn, die  $Y$ -Achse von links nach rechts, die  $Z$ -Achse von unten nach oben gerichtet.  $O$  zerlegt jede Achse in zwei Teile, einen positiven (bei der  $X$ -Achse gewöhnlich der vordere, bei der  $y$ -Achse der rechte, bei der  $z$ -Achse der obere Teil) und einen negativen Teil. Auf allen drei Achsen wählt man eine bestimmte Strecke als Längeneinheit. Durch diese drei Achsen werden drei Ebenen ( $XY$ -,  $YZ$ -,  $ZX$ -Ebene), die drei Koordinatenebenen bestimmt; sie teilen den Raum in acht Oktanten. Um einen Punkt  $P$  zu bestimmen, legt man durch ihn drei Parallelen zu den Achsen, die die Koordinatenebenen in  $P_1, P_2, P_3$ , und drei Parallelebenen zu den Koordinatenebenen, die die Achsen in  $P_x, P_y, P_z$  schneiden müssen. Man nennt nun die drei Strecken  $x = OP_x = P_y P_3 = P_1 P = P_z P_2$ ,  $y = OP_y = P_z P_1 = P_2 P = P_x P_3$ ,  $z = OP_z = P_x P_2 = P_3 P = P_y P_1$ , gemessen an der gewählten Längeneinheit, die drei Parallelkoordinaten des Punktes  $P$ . Zu jedem Punkte  $P$  gehören drei bestimmte Koordinaten, und umgekehrt zu drei beliebigen Koordinaten  $x, y, z$  läßt sich stets ein, aber auch nur ein Punkt  $P$  finden. Über die Verteilung der Punkte in den einzelnen Oktanten und die Vorzeichen ihrer Koordinaten gibt die folgende Tabelle eine Übersicht ( $v$  = vorn,  $h$  = hinten,  $r$  = rechts,  $l$  = links,  $o$  = oben,  $u$  = unten).

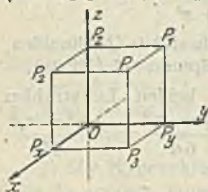


Abb. 122.

Die folgende Tabelle zeigt die Vorzeichen der Koordinaten in den acht Oktanten:

|     | v |   |   |   | h |   |   |   | x y-Ebene |   |   |   | y z-Ebene |   |   |   | z x-Ebene |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|
|     | v | h | r | l | v | h | r | l | v         | h | r | l | v         | h | r | l | v         | h | r | l |
| $x$ | + | - | - | + | + | - | - | + | +         | - | - | + | 0         | 0 | 0 | 0 | +         | - | - | + |
| $y$ | + | + | - | - | + | + | - | - | +         | + | - | - | +         | - | - | + | 0         | 0 | 0 | 0 |
| $z$ | + | + | + | + | - | - | - | - | 0         | 0 | 0 | 0 | +         | + | - | - | +         | + | - | - |

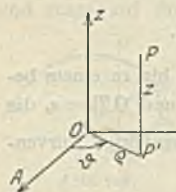


Abb. 123.

(98) b) Das **zylindrische Polarkoordinatensystem**, Ab-

bild. 123. Man wählt einen festen Punkt  $O$ , durch ihn einen festen Strahl  $OA$  (Anfangsstrahl, gewöhnlich nach vorn gerichtet) und eine auf diesem senkrecht stehende feste Gerade (gewöhnlich vertikal), die  $z$ -Achse. Hierdurch ist zugleich eine durch  $OA$  gehende, senkrecht zur  $z$ -Achse verlaufende (gewöhnlich horizontale) Ebene mitbestimmt. Um einen räumlichen Punkt  $P$  festzulegen, fällt man von ihm auf diese Ebene das Lot  $PP' = z$ ;  $OP'$  schließt mit  $OA$  einen Winkel  $\vartheta$  ein; die Länge der Strecke  $OP'$  sei gleich  $\rho$ . Dann ist der Punkt  $P$  durch die drei Größen  $\rho, \vartheta, z$ , seine zylindrischen Ko-

|     | x-Achse |   | y-Achse |   | z-Achse |   | O-ϑ |
|-----|---------|---|---------|---|---------|---|-----|
|     | v       | h | r       | l | o       | u |     |
| $x$ | +       | - | 0       | 0 | 0       | 0 | 0   |
| $y$ | 0       | 0 | +       | - | 0       | 0 | 0   |
| $z$ | 0       | 0 | 0       | 0 | +       | - | 0   |

ordinaten, eindeutig bestimmt; es ist

$$0 \leq \varrho < \infty, \quad -\infty < \vartheta < +\infty, \quad -\infty < z < +\infty.$$

(99) c) Das **sphärische Polarkoordinatensystem**, Abb. 124. Man wählt einen festen Punkt  $O$ , einen festen Anfangsstrahl  $OA$  (gewöhnlich nach vorn), und durch diesen eine feste Ebene (gewöhnlich horizontal); hierdurch ist als durch  $O$  gehende Normale zu dieser eine feste Gerade  $Oz$  mitbestimmt. Um einen räumlichen Punkt  $P$  festzulegen, verbindet man ihn mit  $O$ :  $OP = r$ , bestimmt den Neigungswinkel  $\varphi$ , den  $OP$  mit der festen Ebene einschließt, und den Winkel  $\lambda$ , welchen die senkrechte Projektion  $OP'$  von  $OP$  auf diese Ebene mit  $OA$  bildet; durch die drei Größen  $r, \lambda, \varphi$ , seine sphärischen Koordinaten, ist  $P$  eindeutig bestimmt. Statt  $\varphi$  führt man auch bisweilen den Winkel  $\gamma = 90^\circ - \varphi$ , den  $r$  mit  $Oz$  bildet, ein. In Anlehnung an die Bezeichnungen der Geographie nennt man  $\lambda$  auch die Länge,  $\varphi$  die Breite,  $\gamma$  die Poldistanz von  $P$ . Es ist

$$0 \leq r < \infty, \quad -\infty < \lambda < +\infty, \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ, \quad 0 \leq \gamma \leq 180^\circ.$$

d) **Beziehungen zwischen den verschiedenen Koordinatensystemen**: Das zylindrische und das sphärische Koordinatensystem seien so mit einem rechtwinkligen vereinigt (Abb. 125), daß ihr Anfangsstrahl mit der  $+x$ -Achse und ihre  $z$ -Achse mit der  $z$ -Achse desselben zusammenfallen; dann gelten für die Koordinaten eines beliebigen Punktes  $P$  die folgenden Beziehungen,

α) rechtwinklig-zylindrisch:

$$\begin{aligned} x &= \varrho \cos \vartheta, & y &= \varrho \sin \vartheta, & z &= z, \\ \varrho &= \sqrt{x^2 + y^2}, & \vartheta &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & z &= z. \end{aligned}$$

β) rechtwinklig-sphärisch:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos \lambda, & y &= r \cos \varphi \sin \lambda, & z &= r \sin \varphi, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \lambda &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

γ) zylindrisch-sphärisch:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \lambda, & \varrho &= r \cos \varphi, & z &= r \sin \varphi, \\ \lambda &= \vartheta, & r &= \sqrt{\varrho^2 + z^2}, & \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{z}{\varrho}. \end{aligned}$$

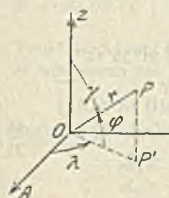


Abb. 124.

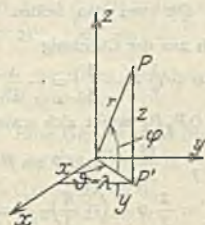


Abb. 125.

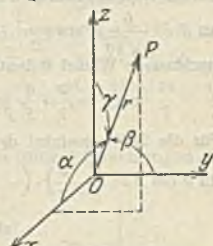


Abb. 126.

## (100) 2. Strecken und Winkel im rechtwinkligen Koordinatensystem.

Der Punkt  $P(x/y/z)$ , Abb. 126, habe von  $O$  die Entfernung  $r$ ;  $OP$  bilde mit den Koordinatenachsen die Richtungswinkel  $\alpha, \beta, \gamma$ ; dann ist

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad x = r \cos \alpha, \quad y = r \cos \beta, \quad z = r \cos \gamma,$$

wobei

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1;$$

$$r = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma \text{ (Projektionssatz).}$$

1) Beachte zur Bestimmung des Quadranten von  $\vartheta, \lambda, \varphi$  die Vorzeichen von  $x, y, z$ !

Sind zwei Punkte  $P_1(x_1/y_1/z_1)$  und  $P_2(x_2/y_2/z_2)$  gegeben, Abb. 127, so ermittelt man die Größe und Richtung ihrer Verbindungsstrecke  $P_1P_2$  folgendermaßen:

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{s}, \quad \cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{s}, \quad \cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{s}.$$

Sind zwei Strahlen mit den Richtungswinkeln  $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$  bzw.  $(\alpha_2/\beta_2/\gamma_2)$  gegeben, so erhält man den von ihnen eingeschlossenen Winkel  $\vartheta$  durch die Formel:

$$\cos \vartheta = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2.$$

Ferner ist  $r_2 \cos \vartheta = x_2 \cos \alpha_1 + y_2 \cos \beta_1 + z_2 \cos \gamma_1$  (Verallgemeinerter Projektionssatz. Er gibt die Länge der Projektion einer Strecke  $r_2$  auf die Richtung  $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$ .)

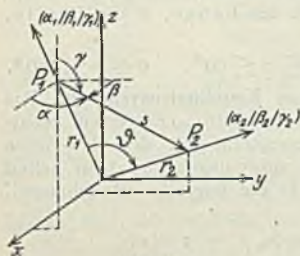


Abb. 127.

Durch die beiden von einem Punkte ausgehenden Strahlen  $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$  und  $(\alpha_2/\beta_2/\gamma_2)$ , welche miteinander den Winkel  $\vartheta$  einschließen, ist eine Ebene bestimmt, deren Stellungswinkel gegen die  $yz$ -Ebene  $A$ , gegen die  $zx$ -Ebene  $B$ , gegen die  $xy$ -Ebene  $I'$  sein mögen; sie errechnen sich durch die Formeln

$$\begin{aligned} \sin \vartheta \cos A &= \cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1, \\ \sin \vartheta \cos B &= \cos \gamma_1 \cos \alpha_2 - \cos \gamma_2 \cos \alpha_1, \\ \sin \vartheta \cos I' &= \cos \alpha_1 \cos \beta_2 - \cos \alpha_2 \cos \beta_1. \end{aligned}$$

$A, B, I'$  sind zugleich die Winkel, welche die Normalen zu dieser Ebene mit der  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Achse einschließen.

Beispiel: Der Punkt  $P_1(2/-6/3)$  hat von  $O$  den Abstand  $r_1 = 7$ ; die Richtungswinkel von  $OP_1$  sind, da  $\cos \alpha_1 = \frac{2}{7}$ ,  $\cos \beta_1 = -\frac{6}{7}$ ,  $\cos \gamma_1 = \frac{3}{7}$  ist,  $\alpha_1 = 73^\circ 23' 54''$ ,  $\beta_1 = 148^\circ 59' 45''$ ,  $\gamma_1 = 64^\circ 37' 25''$ . Desgleichen ist für  $P_2(4/0/-3)$   $OP_2 = r_2 = 5$ ,  $\cos \alpha_2 = \frac{4}{5}$ ,  $\cos \beta_2 = 0$ ,  $\cos \gamma_2 = -\frac{3}{5}$ ,  $\alpha_2 = 36^\circ 52' 12''$ ,  $\beta_2 = 90^\circ$ ,  $\gamma_2 = 126^\circ 52' 12''$ . Die Strecke  $P_1P_2$  hat die Länge  $s = \sqrt{(4-2)^2 + (0+6)^2 + (-3-3)^2} = 2\sqrt{19} = 8,7178$  und die Richtungswinkel  $\alpha = 76^\circ 44' 15''$ ,  $\beta = 46^\circ 30' 27''$ ,  $\gamma = 133^\circ 29' 33''$ , da  $\cos \alpha = \frac{2}{2\sqrt{19}}$ ,  $\cos \beta = \frac{6}{2\sqrt{19}}$ ,  $\cos \gamma = -\frac{6}{2\sqrt{19}}$ . Der von den beiden Strahlen  $OP_1$  und  $OP_2$  eingeschlossene Winkel  $\vartheta$  bestimmt sich aus der Gleichung

$$\cos \vartheta = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5} + \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot 0 + \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{35} \quad \text{zu} \quad \vartheta = 91^\circ 38' 14''.$$

Für die Stellungswinkel der Ebene  $OP_1P_2$  ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned} \sin \vartheta \cos A &= \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 0 \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{35}, & \sin \vartheta \cos B &= \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{18}{35}, \\ \sin \vartheta \cos I' &= \frac{2}{7} \cdot 0 - \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{35}. \end{aligned}$$

und hieraus:  $A = 59^\circ 2' 11'' = B$ ,  $I' = 46^\circ 41' 9''$ .

### (101) 3. Ebene und Gerade.

a) Die Ebene. Die allgemeine Gleichung der Ebene ist vom ersten Grade in  $x, y, z$ ; sie lautet  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

Sonderfälle:

- Ist  $A = 0$ , so lautet die Gleichung  $By + Cz + D = 0$ ; die Ebene ist parallel zur  $x$ -Achse; entsprechend für  $B = 0$ ,  $C = 0$ .
- $D = 0$ :  $Ax + By + Cz = 0$ ; die Ebene geht durch  $O$ .



- c)  $A = B = 0; Cz + D = 0$ ; die Ebene ist parallel zur  $xy$ -Ebene; entsprechend für  $A = C = 0, B = D = 0$ .
- d)  $A = D = 0; By + Cz = 0$ ; die Ebene enthält die  $x$ -Achse; entsprechend für  $B = D = 0, C = D = 0$ .
- e)  $A = B = D = 0; Cz = 0$ ; die Ebene fällt mit der  $xy$ -Ebene zusammen; entsprechend für  $A = C = D = 0, B = C = D = 0$ .

Dividiert man die allgemeine Gleichung durch  $-D$ , erhält sie die Form:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ , Abschnittsgleichung; hierin sind  $a, b, c$  die Abschnitte, welche die Ebene auf den drei Koordinatenachsen bildet.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem heißt die Gleichung der Ebene, für welche der Abstand von  $O$  gleich  $d$  ist, und welche die Stellungswinkel  $\alpha/\beta/\gamma$  hat:  $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - d = 0$ , Stellungsgleichung, wobei  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$  sein muß. Setzt man in die linke Seite der Stellungsgleichung die Koordinaten eines beliebigen Punktes  $P$  ein, Abb. 128, so ergibt sich ein Wert  $n$ , welcher gleich dem Abstände des Punktes  $P$  von der Ebene ist:

$$n = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - d.$$

Ist  $n > 0$ , so liegen  $O$  und  $P$  voneinander durch die Ebene getrennt; ist  $n < 0$ , so liegen  $O$  und  $P$  auf derselben Seite der Ebene.

Zur Überführung der allgemeinen Gleichung der Ebene

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

in die Stellungsgleichung dividiere man dieselbe durch  $\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ , wobei man der Wurzel das dem Absolutglied  $D$  entgegengesetzte Vorzeichen zu geben hat.

Beispiel: Die Gleichung der Ebene laute  $2x - 6y + 3z - 24 = 0$ . Die Abschnittsgleichung lautet  $\frac{x}{12} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{8} = 1$ ; also bildet die Ebene auf den drei Koordinatenachsen der Reihe nach die Abschnitte  $a = 12, b = -4, c = 8$ . Um die Stellungsgleichung zu bilden, dividiere man durch  $+\sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2} = +7$  (da das Absolutglied  $-24$  heißt, erhält die Wurzel das Zeichen  $+$ ); Stellungsgleichung:  $\frac{2}{7}x - \frac{6}{7}y + \frac{3}{7}z - \frac{24}{7} = 0$ . Also hat die Ebene von  $O$  den Abstand  $d = 3\frac{3}{7}$ ; die Stellungswinkel der Ebene sind  $\alpha = 73^\circ 23' 54''$ ,  $\beta = 148^\circ 59' 45''$ ,  $\gamma = 64^\circ 37' 25''$ , da  $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ ,  $\cos \beta = -\frac{6}{7}$ ,  $\cos \gamma = \frac{3}{7}$  ist. Der Punkt  $(-2/-4/+5)$  hat von der Ebene den Abstand  $n = -\frac{4}{7} + \frac{24}{7} + \frac{15}{7} - \frac{24}{7} = \frac{11}{7}$ ; er wird durch die Ebene von  $O$  getrennt.



Abb. 128.

(102) b) Die Gerade. Eine Gerade wird durch zwei lineare Gleichungen dargestellt (als Schnittgebilde zweier Ebenen):

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Eliminiert man aus diesen einmal  $z$ , das andere Mal  $y$ , so erhält man Gleichungen von der Form:

$$y = Mx + m, \quad z = Nx + n$$

(Projektionsgleichung der Geraden).

Soll eine Gerade einen Punkt  $P_0(x_0/y_0/z_0)$  enthalten und die Richtungswinkel  $\alpha/\beta/\gamma$  haben, so lautet die Gleichung der Geraden (Abb. 129)

$$x = x_0 + s \cos \alpha, \quad y = y_0 + s \cos \beta, \quad z = z_0 + s \cos \gamma$$

(Parameterdarstellung;  $s = P_0P$  ist der Parameter)

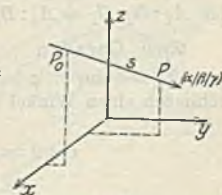


Abb. 129.

oder

$$\frac{x-x_0}{\cos \alpha} = \frac{y-y_0}{\cos \beta} = \frac{z-z_0}{\cos \gamma} \quad (\text{Richtungsgleichung der Geraden}).$$

Die durch die beiden Punkte  $P_1(x_1/y_1/z_1)$  und  $P_2(x_2/y_2/z_2)$  bestimmte Gerade hat die Gleichung (Abb. 130)

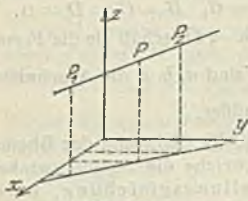


Abb. 130.

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$$

(Parameterdarstellung;

Parameter ist das Teilverhältnis  $\lambda = \frac{P_1 P}{P P_2}$ )

oder

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

Die Richtungswinkel  $\alpha, \beta, \gamma$  einer Geraden ergeben sich aus den Projektionsgleichungen durch die Beziehungen:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+M^2+N^2}}, \quad \cos \beta = \frac{M}{\sqrt{1+M^2+N^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{N}{\sqrt{1+M^2+N^2}}$$

Beispiel: Die Gleichung der durch die beiden Punkte  $(3/4/5)$  und  $(7/-2/9)$  gehenden Geraden lautet:

$$\frac{x-3}{7-3} = \frac{y-4}{-2-4} = \frac{z-5}{9-5} \quad \text{oder} \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z-5}{4} :$$

die Projektionsgleichungen:

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}, \quad z = x + 2.$$

Der Spurpunkt in der  $xy$ -Ebene hat die Koordinaten  $-2/20/0$ , in der  $yz$ -Ebene

$$0 \left| \frac{17}{2} \right| 2, \quad \text{in der } xz\text{-Ebene } \frac{17}{3} \left| 0 \right| \frac{23}{3}.$$

Ferner ist  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{9}{4}+1}} = \frac{2}{\sqrt{17}}; \quad \cos \beta = -\frac{3}{\sqrt{17}}; \quad \cos \gamma = \frac{2}{\sqrt{17}},$

also  $\alpha = \gamma = 68^\circ 58' 57'', \quad \beta = 136^\circ 41' 10''.$

(103) c) Ebenen und Geraden. Zwei Ebenen  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  und  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  schließen einen Winkel  $\vartheta$  ein, der durch die Gleichung bestimmt ist

$$\cos \vartheta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}.$$

Ist  $A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$ , so sind die Ebenen zueinander senkrecht;  
ist  $A_1 : B_1 : C_1 = A_2 : B_2 : C_2$ , so sind die Ebenen zueinander parallel.

Zwei Geraden

$y = M_1 x + m_1, \quad z = N_1 x + n_1$  und  $y = M_2 x + m_2, \quad z = N_2 x + n_2$   
schließen einen Winkel  $\vartheta$  ein, der durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\cos \vartheta = \frac{1 + M_1 M_2 + N_1 N_2}{\sqrt{(1 + M_1^2 + N_1^2)(1 + M_2^2 + N_2^2)}}.$$

Ist  $1 + M_1 M_2 + N_1 N_2 = 0$ , so stehen die Geraden senkrecht aufeinander;  
ist  $M_1 = M_2$  und  $N_1 = N_2$ , so sind die Geraden zueinander parallel.

Zwei Geraden schneiden einander, wenn  $\frac{m_2 - m_1}{M_2 - M_1} = \frac{n_2 - n_1}{N_2 - N_1}$  ist

Der Neigungswinkel  $\nu$  einer Geraden  $y = Mx + m$ ,  $z = Nx + n$  gegen eine Ebene  $Ax + By + Cz + D = 0$  ist bestimmt durch die Gleichung

$$\sin \nu = \frac{A + BM + CN}{\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(1 + M^2 + N^2)}}.$$

Ist  $A + BM + CN = 0$ , so läuft die Gerade parallel zur Ebene;

ist  $A : B : C = 1 : M : N$ , so steht die Gerade senkrecht auf der Ebene.

Eine Gerade liegt in der Ebene, wenn sowohl  $A + BM + CN = 0$ , als auch  $Bm + Cn + D = 0$  ist.

#### (104) 4. Krumme Oberflächen.

a) **Allgemeine Formeln.** Unter der Gleichung einer Fläche versteht man eine Gleichung, die von den Koordinaten eines jeden Punktes der Fläche erfüllt wird. Im Parallelkoordinatensystem ist sie also meistens von der Form  $z = f(x, y)$  (entwickelte Gleichung) oder  $F(x, y, z) = 0$  (unentwickelte Gleichung).

Ist  $P_0(x_0/y_0/z_0)$  ein Punkt der Fläche, so daß also  $z_0 = f(x_0, y_0)$  bzw.  $F(x_0, y_0, z_0) = 0$  ist, und sind  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0$  und  $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0$  bzw.  $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0$ ,  $\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0$ ,  $\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0$  die partiellen Differentialquotienten der Funktion  $z = f(x, y)$ , bzw.  $F(x, y, z) = 0$  im Punkte  $P_0$ , so lautet für das rechtwinklige Koordinatensystem die Gleichung der Tangentialebene in  $P_0$ :

$$z - z_0 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) \quad \text{bzw.}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 (z - z_0) = 0.$$

und die Gleichung der Normalen in  $P_0$ :

$$z - z_0 = -\frac{x - x_0}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0} = -\frac{y - y_0}{\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0} \quad \text{bzw.} \quad \frac{x - x_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0} = \frac{y - y_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0} = \frac{z - z_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0}.$$

Beispiel: Die Gleichung des hyperbolischen Paraboloids lautet:  $z = \frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2b}$ .

Für den Punkt  $P_0(x_0/y_0/z_0)$  ist

$$z_0 = \frac{x_0^2}{2a} - \frac{y_0^2}{2b}, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 = \frac{x_0}{a}, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 = \frac{y_0}{b}$$

und die Gleichung der Tangentialebene  $z - z_0 = \frac{x_0}{a}(x - x_0) - \frac{y_0}{b}(y - y_0)$  oder

$$z - z_0 = \frac{x x_0}{a} - \frac{y y_0}{b} - \left(\frac{x_0^2}{a} - \frac{y_0^2}{b}\right) \quad \text{oder} \quad z + z_0 = \frac{x x_0}{a} - \frac{y y_0}{b}.$$

Die Gleichung der Normalen:

$$-\frac{a(x - x_0)}{x_0} = \frac{b(y - y_0)}{y_0} = z - z_0.$$

Zur Bestimmung des Rauminhaltes des von einer krummen Oberfläche begrenzten Körpers hat man vorwiegend zwei Möglichkeiten:

$\alpha$ ) Man zerlege den Körper, Abb. 131, durch Schnitte parallel zur  $xy$ -Ebene in Schichten; hat der im Abstände  $z$  von der  $xy$ -Ebene gelegte Schnitt den Flächeninhalt  $f(z)$ , so ist das Volumen des Körpers

$V = \int_{z_1}^{z_2} f(z) dz$ , wobei die untere Grenze  $z_1$  und die obere  $z_2$  durch den Körper bestimmt sind.

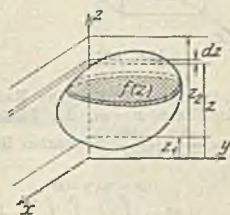


Abb. 131.



Beispiel: Für das dreiaehsige Ellipsoid, Abb. 132, ist der in der Höhe  $z$  gelegte Schnitt eine Ellipse mit den beiden Halbachsen  $a' = \frac{a}{c} \sqrt{c^2 - z^2}$ ,  $b' = \frac{b}{c} \sqrt{c^2 - z^2}$ , also ihr Flächeninhalt  $\frac{\pi a b}{c^2} (c^2 - z^2)$ ; demnach ist, da die beiden Grenzen  $z_1 = -c$ ,  $z_2 = +c$  sind,

$$V = \int_{-c}^{+c} \frac{\pi a b}{c^2} (c^2 - z^2) dz = \frac{\pi a b}{c^2} \left[ c^2 z - \frac{z^3}{3} \right]_{-c}^{+c} = \frac{4}{3} \pi a b c. \quad (\text{S. a. (21).})$$

$\beta$ ) Ist der Körper begrenzt von der  $xy$ -Ebene, einem Zylinder von der Gleichung  $\varphi(x, y) = 0$ , dessen Mantellinien also parallel zur  $z$ -Achse sind, und einer Fläche von der Gleichung  $z = f(x, y)$ , Abb. 133, so zerlege man ihn in prismatische Säulen von der Grundfläche

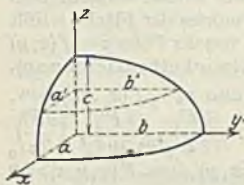


Abb. 132.

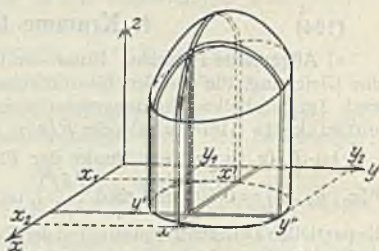


Abb. 133.

$dx \cdot dy$  und der Höhe  $z$ , also dem Inhalte  $z dx dy$  und integriere sie einmal unter Beibehaltung des Wertes für  $x$  über  $y$  in den durch die Gleichung  $\varphi(x, y) = 0$  für das gewählte  $x$  bestimmten Grenzen  $y'$  und  $y''$  und die auf diese Weise erhaltenen parallel zur  $yz$ -Ebene gelagerten Schichten zwischen den Grenzen  $x_1$  und  $x_2$ ; oder man integriere die Säulen unter Festhalten des Wertes für  $y$  über  $x$  in den durch die Gleichung  $\varphi(x, y) = 0$  für dieses  $y$  bestimmten Grenzen  $x'$  und  $x''$  und die dadurch erhaltenen, parallel zur  $xz$ -Ebene gelagerten Schichten zwischen den Grenzen  $y_1$  und  $y_2$ .

$$V = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y'}^{y''} z dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x'}^{x''} z dx dy.$$

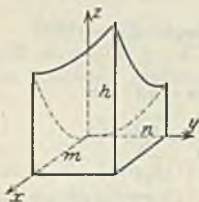


Abb. 134.

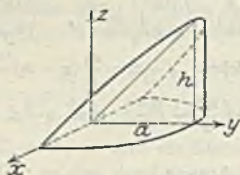


Abb. 135.



Abb. 136.

Beispiele: 1) Der Rauminhalt des von der  $xy$ -Ebene, der  $xz$ -Ebene, der  $yz$ -Ebene, der Ebene  $x = m$ , der Ebene  $y = n$  und dem elliptischen Paraboloid von der Gleichung  $z = \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$  begrenzten Körpers findet sich, Abb. 134, zu

$$\begin{aligned} V &= \int_{x=0}^{x=m} \int_{y=0}^{y=n} \left( \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b} \right) dx dy = \int_{x=0}^{x=m} \left[ \frac{x^2 y}{2a} + \frac{y^3}{6b} \right]_0^n dx = \\ &= \int_{x=0}^{x=m} \left( \frac{x^2 n}{2a} + \frac{n^3}{6b} \right) dx = \left[ \frac{x^3 n}{6a} + \frac{x n^3}{6b} \right]_0^m = \frac{m n}{3} \left( \frac{m^2}{2a} + \frac{n^2}{2b} \right) = \frac{m n h}{3}. \end{aligned}$$

2) Der Rauminhalt des von der  $xy$ -Ebene, dem Zylinder  $x^2 + y^2 = a^2$  und von der Ebene  $z = \frac{h}{a} y$  begrenzten Zylinderhufs ist zu berechnen, Abb. 135:

$$V = \int_{x=-a}^{x=+a} \int_{y=0}^{y=\sqrt{a^2-x^2}} \frac{h}{a} y \, dx \, dy = \frac{h}{a} \int_{x=-a}^{x=+a} \frac{h}{2a} [y^2]_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dx =$$

$$= \frac{h}{2a} \int_{-a}^{+a} (a^2 - x^2) dx = \frac{h}{2a} \left[ a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-a}^{+a} = \frac{2}{3} a^2 h.$$

(105) b) Die wichtigsten Flächen.

a) Kugelfläche:  $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$  (Mittelpunktsgleichung).

b) Ellipsoid:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  (Achsgleichung), Abb. 136.

c) Einschaliges Hyperboloid:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ , Abb. 137 ei.

d) Zweischaliges Hyperboloid:  $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , Abb. 137 zw.

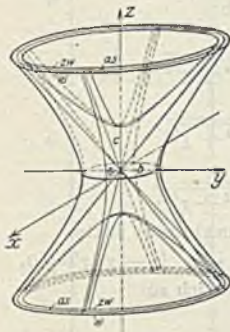


Abb. 137.

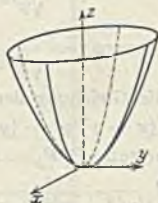


Abb. 138.

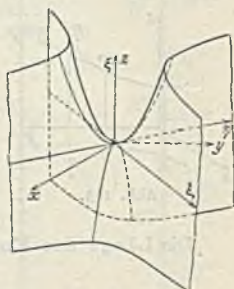


Abb. 139.

e) Elliptisches Paraboloid:  $z = \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$ , Abb. 138.

f) Hyperbolisches Paraboloid:  $z = -\frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$ , Abb. 139.

$$c\zeta = \xi\eta.$$

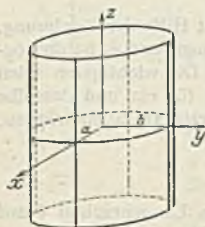


Abb. 140.

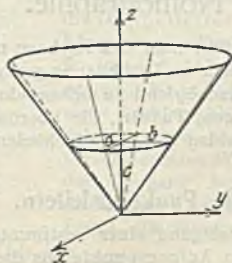


Abb. 141

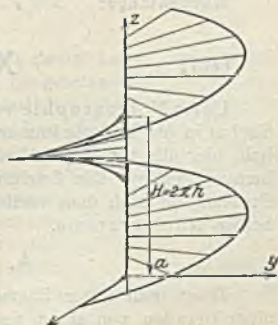


Abb. 142.

- g) Elliptischer Zylinder:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , Abb. 140.  
 g') Kreiszyylinder:  $x^2 + y^2 = a^2$ .  
 h) Elliptischer Kegel:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ , Abb. 141.  
 h') Kreiskegel:  $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{c^2} z^2$ .  
 i) Schraubenfläche:  $z = h \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ , Abb. 142.

(106)

## 5. Raumkurven.

Die Gleichung der Raumkurven sei in Parameterdarstellung gegeben

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad z = \chi(t), \quad \text{Abb. 143.}$$

Die Gleichung der Tangente in einem Kurvenpunkte  $P(t)$  lautet

$$\frac{x - \varphi(t)}{\varphi'(t)} = \frac{y - \psi(t)}{\psi'(t)} = \frac{z - \chi(t)}{\chi'(t)}, \quad \text{wobei } \varphi'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \dots \text{ ist;}$$

ihre Richtungswinkel  $\alpha, \beta, \gamma$  sind bestimmt durch

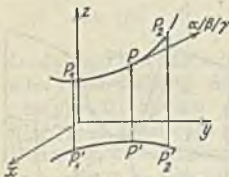


Abb. 143.

$$\cos \alpha = \frac{\varphi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{\psi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{\chi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}}.$$

Die Gleichung der Normalebene lautet

$$(x - \varphi) \varphi' + (y - \psi) \psi' + (z - \chi) \chi' = 0.$$

Die Länge des Kurvenbogens  $P_1 P_2 = s$  ergibt sich zu

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2} dt.$$

Beispiel: Die Gleichung der Schraubenlinie lautet, Abb. 142:

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = ht.$$

Tangente:

$$\frac{x - a \cos t}{-a \sin t} = \frac{y - a \sin t}{a \cos t} = \frac{z - ht}{h}.$$

Normalebene:

$$x a \sin t + y a \cos t + z \cdot h = h^2 t.$$

Kurvenlänge:

$$s = (t_2 - t_1) \sqrt{a^2 + h^2}.$$

(107)

## X. Nomographie.

Unter Nomographie versteht man das Rechnen mit Hilfe der Zeichnung. Sie hat in der Technik immer mehr an Verbreitung gewonnen, und es ist unmöglich, hier alle ihre Methoden erschöpfend zu behandeln. Die wichtigsten seien herausgegriffen. Die Zeichnungen, Tafeln, die überdies für ein und dasselbe Problem, je nach dem vorliegenden Zweck, verschiedenartig ausfallen können, heißen Nomogramme.

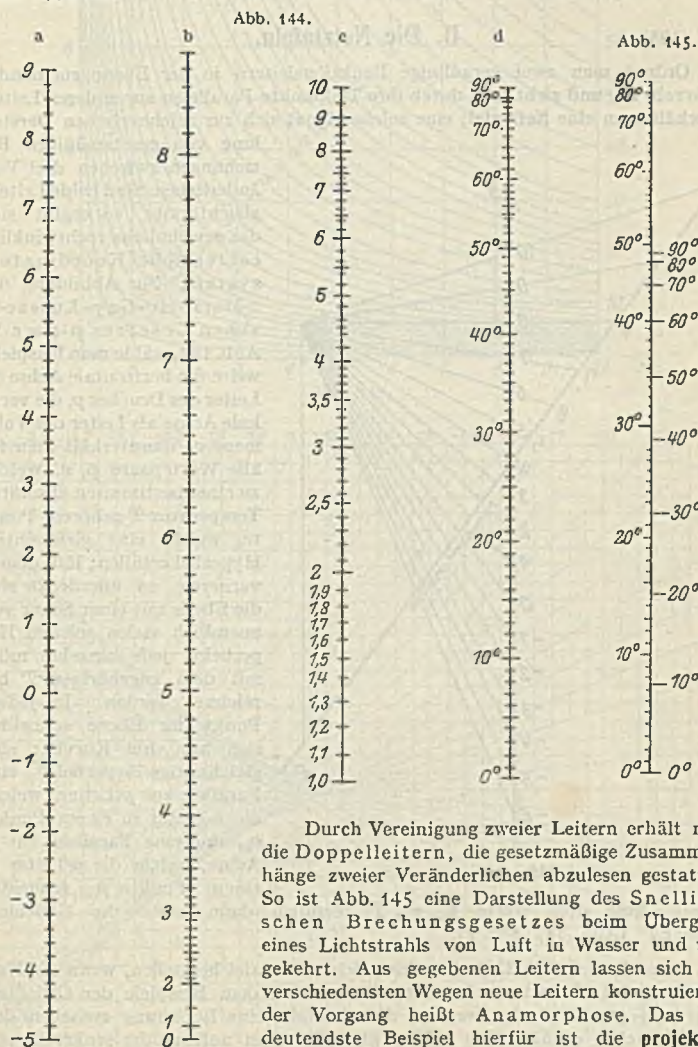
## A. Die Funktionsleitern.

Trägt man unter Zugrundelegung einer bestimmten Längeneinheit  $l$  auf einer Geraden von einem festen Anfangspunkte aus die Strecke  $l \cdot f(x)$  ab und bezieht die Endpunkte jeweilig mit  $x$ , so erhält man die zur Funktion  $f(x)$



gehörige geradlinige Funktionsleiter. Als die wichtigsten unter ihnen seien erwähnt:

- 1) die gleichförmige Leiter als Bild der Funktion  $y = l \cdot x$ ; sie bildet das Gerüst des cartesischen Koordinatensystems,
  - 2) die quadratische Funktionsleiter als Bild der Funktion  $y = l \cdot x^2$ ,
  - 3) die logarithmische Funktionsleiter als Bild der Funktion  $y = l \cdot \log x$ ,
  - 4) die Leiter der Sinusfunktion als Bild der Funktion  $y = l \cdot \sin x$ ,
- Abb. 144 a—d.



Durch Vereinigung zweier Leitern erhält man die Doppelleitern, die gesetzmäßige Zusammenhänge zweier Veränderlichen abzulesen gestatten. So ist Abb. 145 eine Darstellung des Snelliusschen Brechungsgesetzes beim Übergang eines Lichtstrahls von Luft in Wasser und umgekehrt. Aus gegebenen Leitern lassen sich auf verschiedensten Wegen neue Leitern konstruieren; der Vorgang heißt Anamorphose. Das bedeutendste Beispiel hierfür ist die **projektive Leiter**. Sie führt, Abb. 146, die Leiter  $y = f(x)$

in die Leiter  $y' = \frac{a \cdot f(x) + b}{c \cdot f(x) + d}$  über.

In Abb. 146 ist beispielsweise

$$y = x - 4$$

$$y' = \frac{10x - 40}{16 - x}$$

Häufig erweist sich auch die Einführung der krummlinigen Funktionsleiter von Vorteil (s. a. (109)).

(108)

## B. Die Netztafeln.

Ordnet man zwei geradlinige Funktionsleiter in der Ebene zueinander senkrecht an, und zieht man durch ihre Teilpunkte Parallelen zur anderen Leiter, so erhält man eine **Netztafel**; eine solche eignet sich zur zeichnerischen Darstellung von gesetzmäßigen Beziehungen zwischen drei Veränderlichen. Sind beide Leitern gleichförmig, so ergibt sich das gewöhnliche rechtwinklige cartesische Koordinatensystem. Zur Abbildung des

Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes  $p \cdot v = c \cdot T$ , Abb. 147, wähle man beispielsweise die horizontale Achse als Leiter des Druckes  $p$ , die vertikale Achse als Leiter des Volumens  $v$ ; dann erhält man für alle Wertepaare  $p, v$ , welche zu einer bestimmten absoluten Temperatur  $T$  gehören, Punkte, welche eine gleichseitige Hyperbel erfüllen; läßt man  $T$  variieren, so überdeckt sich die Ebene mit einer Schar von unendlich vielen solchen Hyperbeln; jede einzelne möge mit dem zugehörigen  $T$  bezeichnet werden. In jedem Punkt der Ebene schneiden sich nun drei Kurven: eine gleichseitige Hyperbel  $T_0$ , eine Parallele zur  $p$ -Leiter, welche die  $v$ -Leiter in einem Punkte  $v_0$ , und eine Parallele zur  $v$ -Achse, welche die  $p$ -Leiter in einem Punkte  $p_0$  schneiden

möge; diese drei Werte  $p_0, v_0, T_0$  erfüllen dann stets die Gleichung  $p v = c T$  (Abb. 147:  $c = 1$ ).

Besonders einfach läßt sich eine solche Netztafel herstellen, wenn die Kurvenschar eine Geradenschar ist; dies soll an dem Beispiele der Gleichung  $z^3 + xz + y = 0$  gezeigt werden, die ebenfalls eine Beziehung zwischen drei Veränderlichen enthält. Die beiden gleichförmigen aufeinander senkrecht stehenden Leitern seien die  $x$ - und  $y$ -Leiter. Gibt man  $z$  einen festen Wert  $z_0$ , so liegen alle Punkte mit den Koordinaten  $x$  und  $y$ , welche die Gleichung  $z_0^3 + xz_0 + y = 0$  erfüllen, auf einer Geraden, die sich leicht einzeichnen

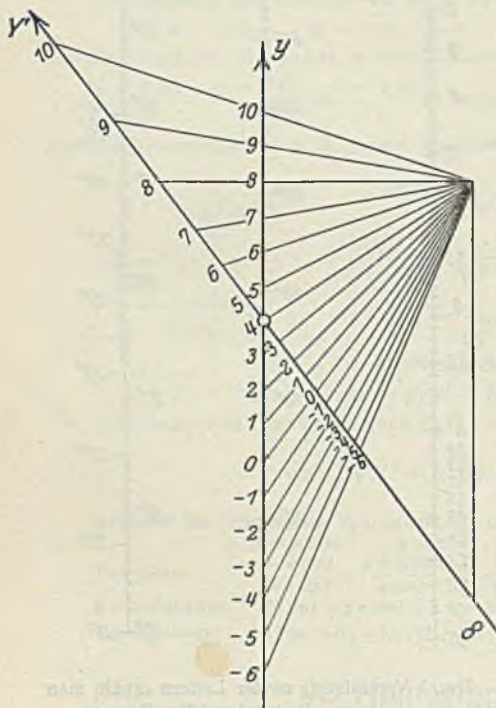


Abb. 146.



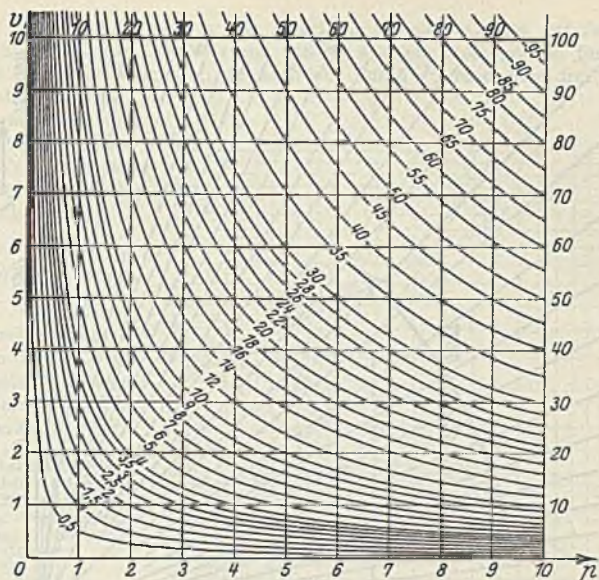


Abb. 147.

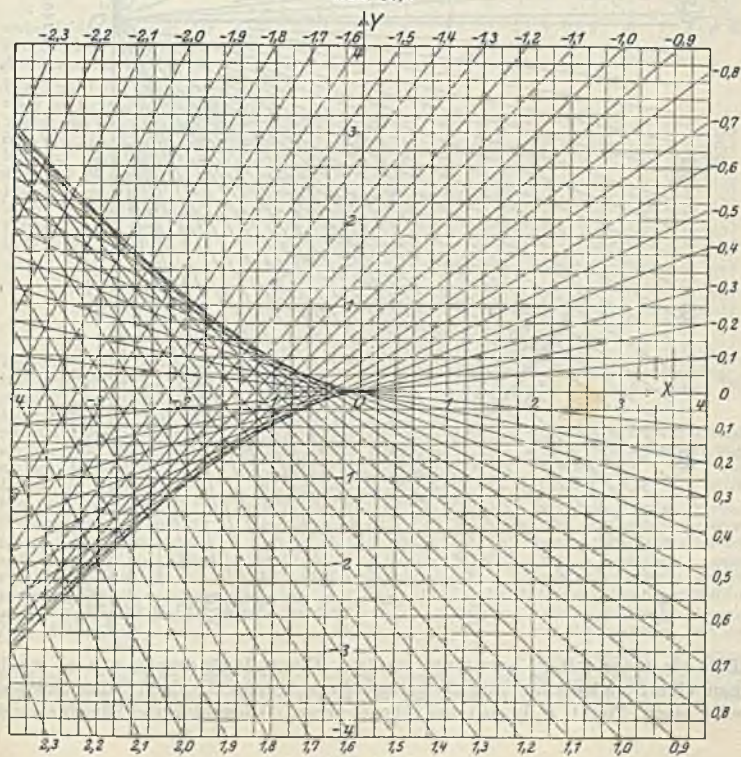


Abb. 148.



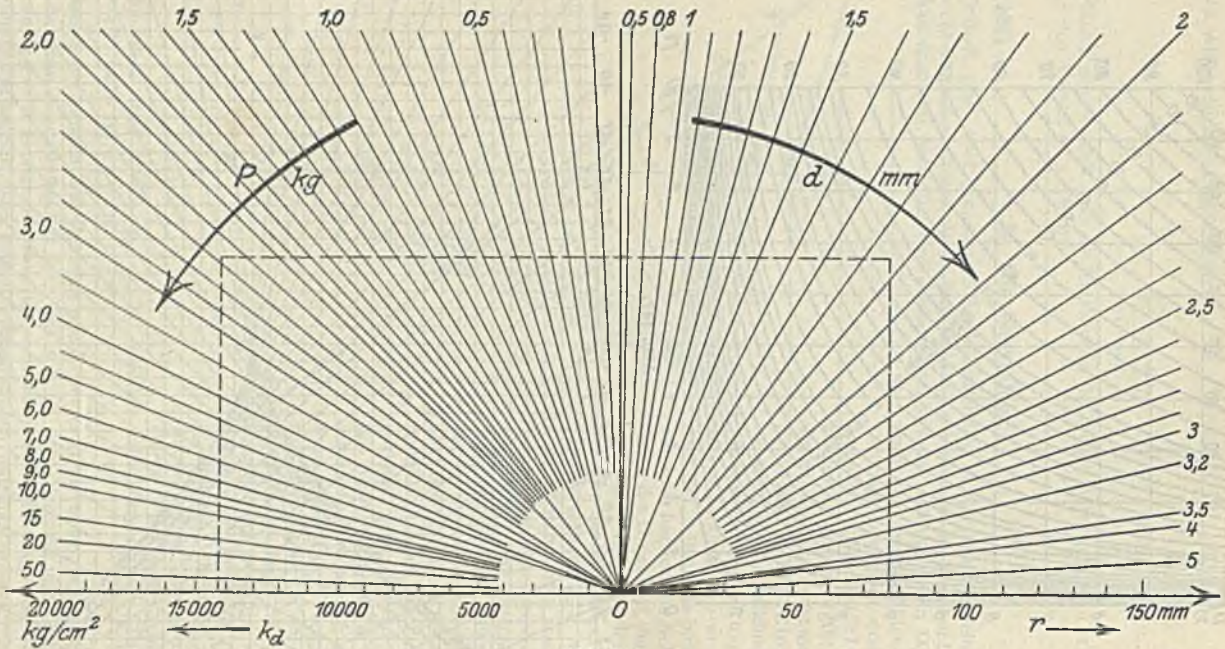


Abb. 149.

läßt; sie möge mit  $z_0$  bezeichnet werden. Durch Veränderung von  $z_0$  erhält man eine Geradenschar, die die ganze Ebene überdeckt. Greift man andererseits einen Punkt  $P_0(x_0, y_0)$  der Ebene heraus, so geht durch ihn diejenige

Gerade, deren Bezifferung  $z$  die Gleichung dritten Grades erfüllen muß,  $z^3 + x_0z + y_0 = 0$ . Die Netztafel 148 ist also ein Nomogramm für die reduzierte kubische Gleichung; je nachdem durch  $P_0$  eine oder drei Geraden gehen, hat die Gleichung eine oder drei Wurzeln. In gleich einfacher Weise läßt sich für jede trinomische Gleichung

$$z^r + xz^s + y = 0$$

eine Netztafel entwerfen.

Durch Aneinanderfügen zweier Netztafeln gelangt man zu einem Nomogramm für vier Veränderliche.

Beispiel (s. Dobbeler, Rechentafeln mit Geradenscharen: Betrieb 1. Jahrg. S. 345 ff.): Die Beanspruchung einer Feder erfolgt nach der Gleichung

$$P = \frac{\pi d^3 \cdot k_d}{1600 r}$$

wobei  $P$  die Zugkraft der Feder in kg,  $d$  der Drahtdurchmesser in mm,  $k_d$  die Beanspruchung in kg/cm<sup>2</sup> und  $r$  der Krümmungshalbmesser der Federwindungen ist, Abb. 149. Durch Einführung einer Zwischengröße  $n$  kann man die obige Formel in zwei andere zerlegen, welche Beziehungen zwischen nur drei Veränderlichen enthalten:

$$1. \quad n = \frac{r}{d^3}$$

$$2. \quad n = \frac{k_d}{P} \cdot \frac{\pi}{1600}$$

Beide haben die Veränderliche  $n$  gemeinsam. Für die erste Formel wähle man als wagerechte Leiter die  $r$ -Leiter, als senkrechte die  $n$ -Leiter, im zweiten Falle als senkrechte dieselbe  $n$ -Leiter, als wagerechte — aber nach links gerichtet — die  $k_d$ -Leiter. Die Kurvenschar der  $d$  stellt in der ersten Netztafel eine Schar leicht zu zeichnender Geraden dar, die alle durch  $O$  gehen, ebenso die Schar der  $P$  eine Schar Geraden durch

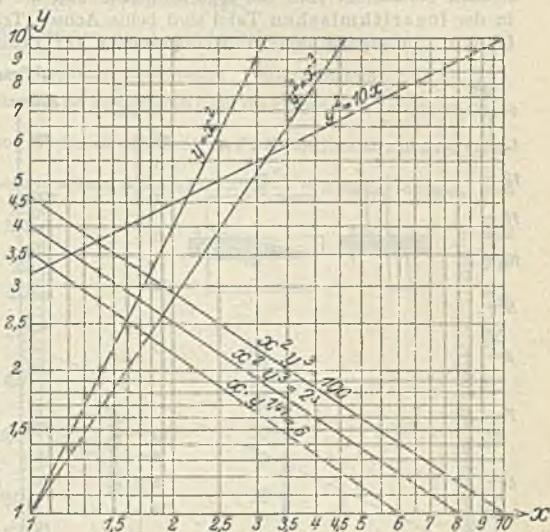


Abb. 150.

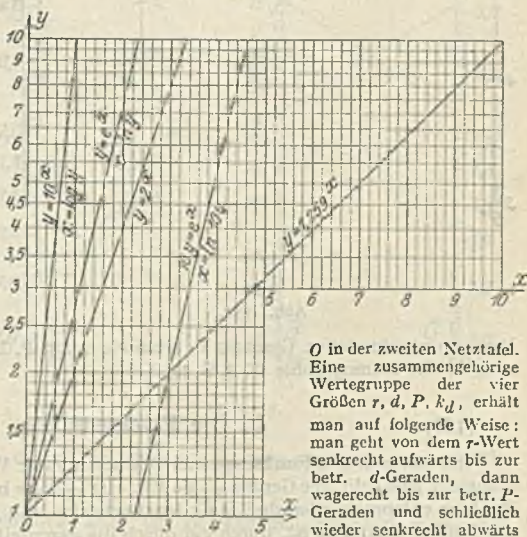


Abb. 151.

$O$  in der zweiten Netztafel. Eine zusammengehörige Wertegruppe der vier Größen  $r$ ,  $d$ ,  $P$ ,  $k_d$  erhält man auf folgende Weise: man geht von dem  $r$ -Wert senkrecht aufwärts bis zur betr.  $d$ -Geraden, dann wagerecht bis zur betr.  $P$ -Geraden und schließlich wieder senkrecht abwärts bis zur  $k_d$ -Achse, auf der das zugehörige  $k_d$  ange-

zeigt wird. Sind irgend drei der vier Größen gegeben, so läßt sich die zugehörige vierte auf diese Weise ermitteln. In Abb. 149 ist der Fall angedeutet:  $r = 77$  mm,  $d = 1,85$  mm,  $P = 2,35$  kg,  $k_d = 14300$  kg/cm<sup>2</sup>.



Führt die Verwendung der gleichförmigen Leitern zu einer Kurvenschar, die nicht eine Geradenschar ist, so ist es oft möglich, durch Zugrundelegung anderer Leitern eine solche Geradenschar zu erhalten. Die gebräuchlichsten unter solchen Netztafeln sind die **logarithmische** und die **halblogarithmische Tafel**. In der logarithmischen Tafel sind beide Achsen Träger von logarithmischen Leitern. Sie eignen sich zu Nomogrammen für Beziehungen von der Gestalt

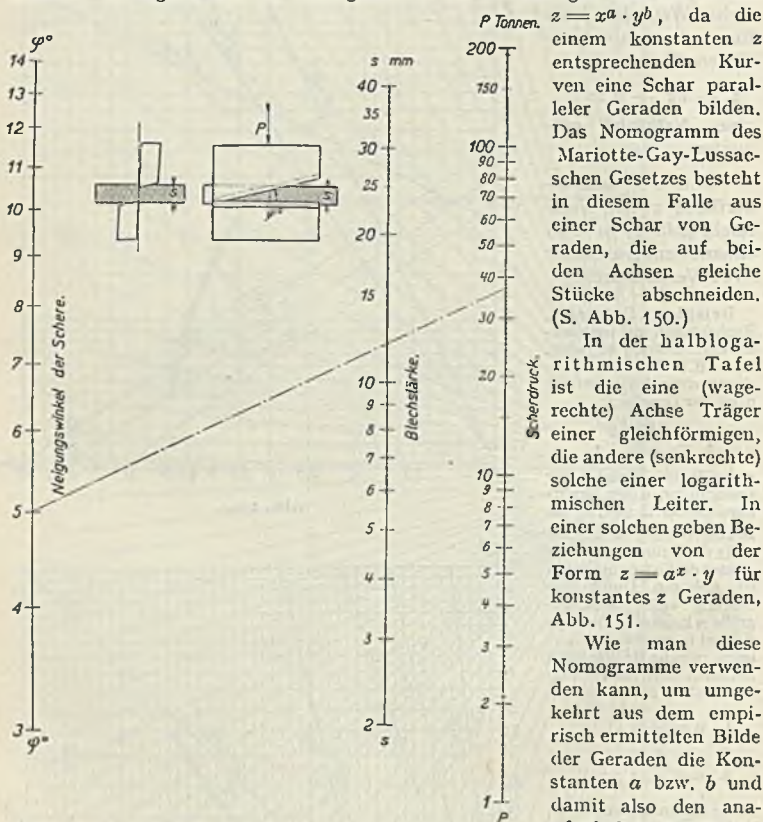


Abb. 152.

Versuchen gefundenen Gesetzes zu erhalten, zeigt P. Luckey in seiner Einführung in die Nomographie T. 2, S. 15 ff.

## (109)

## C. Die Fluchttafeln.

Ordnet man drei Funktionsleitern in bestimmter Weise in der Ebene an, so schneidet jede beliebige Gerade — die Flucht — diese in drei Punkten; die diesen Punkten entsprechenden drei Funktionswerte sind also, da die Gerade durch zwei der Punkte bestimmt ist, durch ein durch die gegenseitige Lage der drei Leitern bedingtes Gesetz miteinander verknüpft. Eine solche **Fluchttafel** bietet also ebenfalls die Möglichkeit, die Beziehungen zwischen drei — und durch Kombinationen von weiteren Leitern zwischen vier und mehr — Veränderlichen zeichnerisch festzulegen.



Der gebräuchlichste Fall ist derjenige, daß die Leitern zueinander parallel sind; er kann Anwendung finden, wenn die Veränderlichen  $x, y, z$  der Gleichung genügen

$$f_3(z) = f_1(x) + f_2(y),$$

wobei  $f_1, f_2, f_3$  beliebige Funktionen der Veränderlichen  $x, y, z$  sind.

Beispiele: 1. (s. Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstatttechnik XI 1, S. 1 ff.). Für die Berechnung des Scherdruckes bei Blehscheren dient die Formel  $P = \frac{s^2 \cdot \sigma_\omega}{2 \operatorname{tg} \varphi}$ ; für Flußeisenblech ist  $\sigma_\omega = 4500 \text{ kg cm}^{-2}$ , während der Scherdruck  $P$ , die Blechstärke  $s$  und der Scherwinkel  $\varphi$  veränderlich sind.

Logarithmieren ergibt  $\log P = \log \frac{\sigma_\omega}{2} + 2 \log s - \log \operatorname{tg} \varphi$ , also

ein Gesetz von obiger Form. Das Nomogramm, Abb. 152, läßt sich also aus drei parallelen Leitern aufbauen, von denen die  $P$ -Leiter und die  $s$ -Leiter nach der Logarithmusfunktion, die  $\varphi$ -Leiter nach der Logarithmuskangensfunktion fortschreitende Bezifferungen tragen.

2. (s. auch Runge, Graphisch. Methoden, S. 80). Für adiabatische Vorgänge gilt die Formel  $p \cdot v^k = w$ , wobei  $p$  der Druck,  $v$  das Volumen eines Gases bedeutet und  $w$  eine Konstante ist, die von der Größe der jeweiligen Gasmenge abhängig ist. Das Gesetz läßt sich auch schreiben  $\log p + k \cdot \log v = \log w$ , gestattet also auch ein Nomogramm mit drei parallelen Leitern von logarithmischer Skala; dabei muß, falls die  $p$ - und  $v$ -Leitern kongruent sind, die Beziehung bestehen  $AB:BC = k:1$ ; die  $w$ -Leiter ist die Projektion der  $p$ -Leiter aus dem Punkte  $C$ . Abb. 153 zeigt den Fall  $k = \sqrt{2}$ . Die Bezifferung der  $w$ -Leiter ist nicht vonnöten, wenn man aus einem gegebenen Wertepaare  $p_0, v_0$  ein anderes Wertepaar  $p, v$ , wobei  $p v^k = p_0 v_0^k$ , ermitteln will: man braucht bloß die  $p_0 - v_0$ -Flucht mit der  $w$ -Leiter zu schneiden; jede durch diesen Schnittpunkt gehende Flucht schneidet auf den

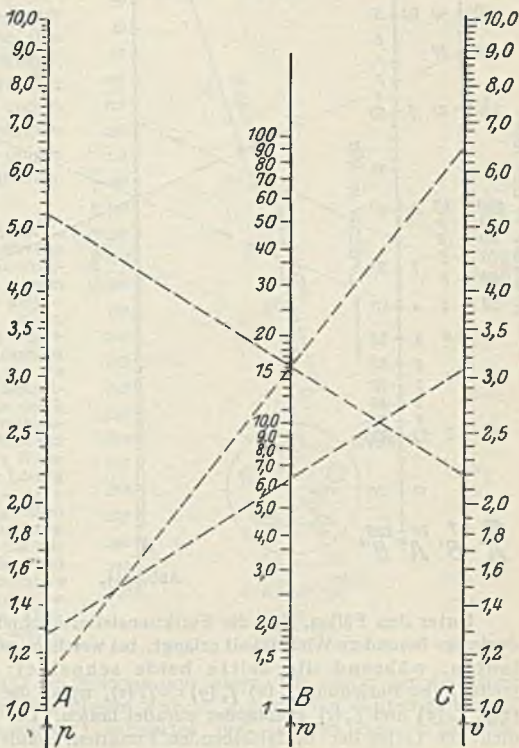


Abb. 153.

$p$ - und  $v$ -Leitern Wertepaare von der verlangten Eigenschaft aus. Beispiel:  $6,3 = 1,28 \cdot 3,1^{1,41}$   
 $1,12 \cdot 6,55^{1,41} = 5,24 \cdot 2,19^{1,41}$ .

Wie man die Fluchtentafeln auch bei Beziehungen zwischen mehr als drei Veränderlichen verwenden kann, sei an einem Beispiele gezeigt:

(Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstatttechnik XI, 17, S. 35.) Ist  $l$  mm die Länge eines auf der Drehbank zu bearbeitenden Werkstücks,  $n$  die Drehzahl in der Minute,  $s$  mm der Vorschub für eine Umdrehung,  $z$  min die Schnittzeit, so ist  $z = \frac{l}{ns}$ . Durch Einführung einer

Hilfsgröße  $X$  zerfällt die obige Formel in die beiden  $X = \frac{l}{n}$ ,  $z = \frac{X}{s}$ , für welche Abb. 154

Die Fluchtentafel liefert. Ist  $l = 240$ ,  $n = 30$ ,  $s = 0,2$ , so verbinde man die auf der  $l$ - und  $n$ -Leiter befindlichen zugehörigen Punkte durch eine Flucht, ferner deren Schnittpunkt mit der  $X$ -Leiter, welche zu diesem Zwecke keiner Bezifferung bedarf, mit dem entsprechenden Punkt der  $s$ -Leiter durch eine zweite Flucht, die die  $z$ -Leiter in dem zustehenden Punkte  $z = 40$  schneidet.

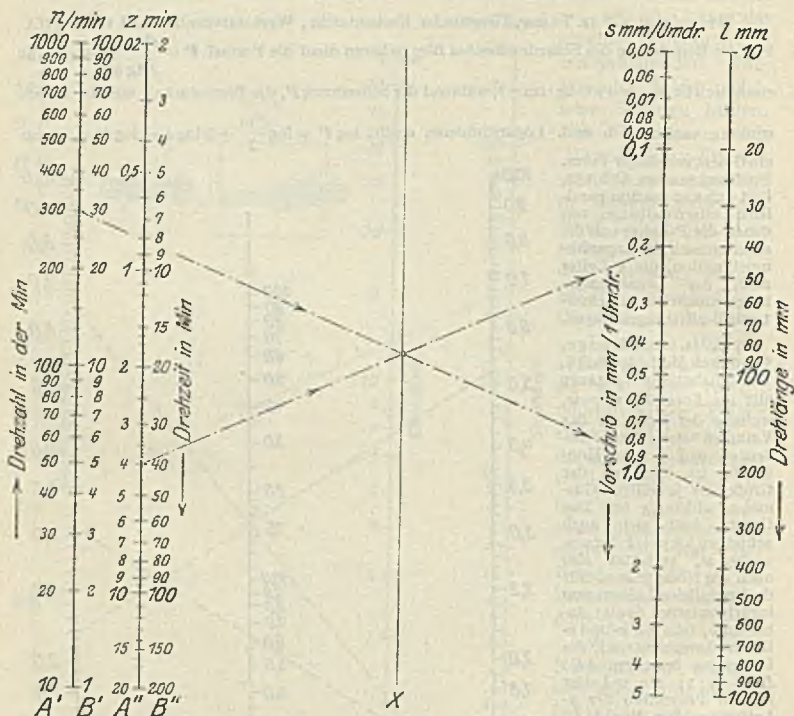


Abb. 154.

Unter den Fällen, daß die Funktionsleitern schief zueinander laufen, hat derjenige besondere Wichtigkeit erlangt, bei welchem zwei zueinander parallel laufen, während die dritte beide schneidet; er eignet sich zur Darstellung der Beziehung  $f_1(x) \cdot f_2(y) = f_3(z)$ , wobei die Leitern  $f_1(x)$  und  $f_2(y)$ , resp.  $f_2(y)$  und  $f_3(z)$  zueinander parallel laufen. Die schräge Leiter ist zudem nicht die Leiter der übrigbleibenden Funktion, sondern eine projektive Leiter derselben.

Beispiel. (Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstattstechnik XII, 11, S. 123.) Auf einem Teilkreise vom Halbmesser  $R$  sollen in gleichen Abständen  $s$   $n$  Bohrungen vorgenommen werden; es gilt, Abb. 155, dann die Beziehung  $s = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ . Die eine parallele Leiter sei die gleichförmige  $s$ -Leiter, die andere der gleichförmige Träger der Funktion  $\sin \frac{180^\circ}{n}$ ; indessen sollen an die Teilpunkte unmittelbar die Werte  $n$  angeschrieben werden. Die  $R$ -Leiter verbindet die Nullpunkte der beiden anderen Leitern; sie ist die projektive Leiter zu einer gleichförmigen und wird am bequemsten aus der  $s$ -Leiter dadurch erhalten, daß man sie vom Punkte  $n = 6$  (da  $\sin \frac{180^\circ}{6} = \frac{1}{2}$ ) der  $n$ -Leiter projiziert. Irgendeine Flucht schneidet sodann auf den drei Leitern Werte aus, die der geforderten Beziehung genügen. (Beispiel:  $n = 8$ ,  $R = 150$ ,  $s = 116$  mm.)

Ist die Beziehung zwischen  $x, y, z$  von der Form

$$a(z) \cdot f_1(x) + b(z) \cdot f_2(y) + c(z) = 0,$$

wo  $a, b, c$  Funktionen von  $z$  sind, so lassen sich Fluchtentafeln entwerfen, deren  $x$ - und  $y$ -Leiter parallele Geraden mit den Funktionsleitern  $f_1(x)$  und  $f_2(y)$  sind, deren  $z$ -Leiter im allgemeinen eine Kurve ist. Im Falle der allgemeinsten trinomischen Gleichung für  $z$ :  $xz^m + yz^n + z^r = 0$  sind die  $x$ - und  $y$ -Leitern beispielsweise zwei parallele gleichförmige Leitern, die  $z$ -Leiter eine im wesentlichen von den Größen  $m, n, r$  abhängige Kurve. Das Nomogramm liefert für einen bestimmten Wert von  $x$ , bzw.  $y$  durch die zugehörige Flucht die Wurzeln  $z$  obiger Gleichung als die Schnittpunkte mit der  $z$ -Leiter.

Beispiel:  $z^2 + xz + y = 0$ , Abb. 156. Die  $x$ - und  $y$ -Leiter sind gleichförmige parallele Leitern; über die Konstruktion der  $z$ -Leiter, welche in diesem Falle eine Hyperbel ist, aus projektiven Strahlenbüscheln vgl. u. a. Luckey, Einführung in die Nomographie II, S. 46 ff. Um die Lösungen  $z$  der Gleichung  $z^2 + xz + y = 0$  zu erhalten, braucht man nur die Schnittpunkte der Hyperbel mit der durch die gegebenen Werte  $x$  und  $y$  bestimmten Flucht zu ermitteln. Abb. 156 liefert nun zwar nur positive Werte von  $z$ ; da jedoch, falls eine Lösung negativ ist, die Gleichung  $z^2 - xz + y = 0$  die entgegengesetzt gleichen Lösungen der gegebenen Gleichung hat, braucht man die  $z$ -Leiter nur mit der Flucht  $-x/y$  zu schneiden und dem gefundenen Werte  $z$  das negative Vorzeichen zu geben, um die gesuchte Lösung zu bekommen. (Beispiel:  $z^2 + 6,7z - 6,2 = 0$ ,  $z_1 = 0,83$ ,  $z_2 = -7,53$ .)

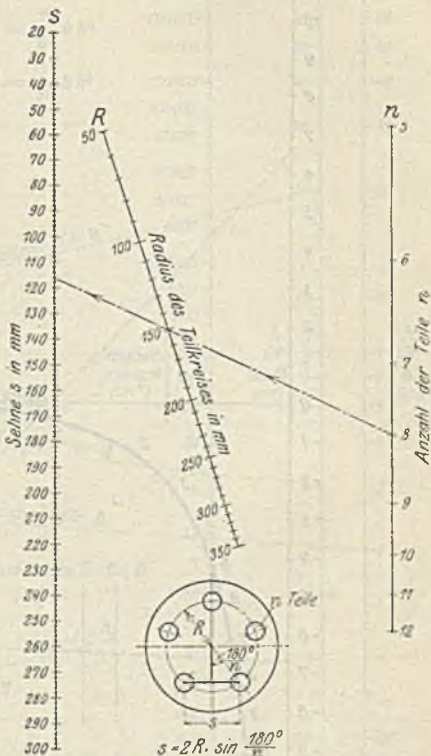


Abb. 155.

Zuletzt möge Abb. 157 ein Nomogramm zeigen, wie sie für den Gebrauch in der Technik von eigens zu diesem Zwecke gegründeten Unternehmungen (Stugra, Berlin-Weidmannslust) entworfen und in den Handel gebracht werden.

## XI. Methode der kleinsten Quadrate.

(110) Liegen von einer zu beobachtenden Größe  $n$  Beobachtungen von gleichem Gewicht vor, so gilt als wahrscheinlicher Wert das arithmetische Mittel der Beobachtungen.

Liegen dagegen  $n$  Beobachtungen  $X_1, X_2, \dots, X_n$  vor, deren jede den Einflüssen gewisser Größen  $x, y, z, \dots$  unterliegt, und handelt es sich darum, einen algebraischen Ausdruck von bestimmter Form  $F(x, y, z, \dots)$  für die Ab-



hängigkeit derselben von  $x, y, z, \dots$  zu finden, so muß man folgendermaßen verfahren: Die Funktion  $F(x, y, z, \dots)$  enthalte  $m$  Konstanten  $a, b, c, \dots$ , die

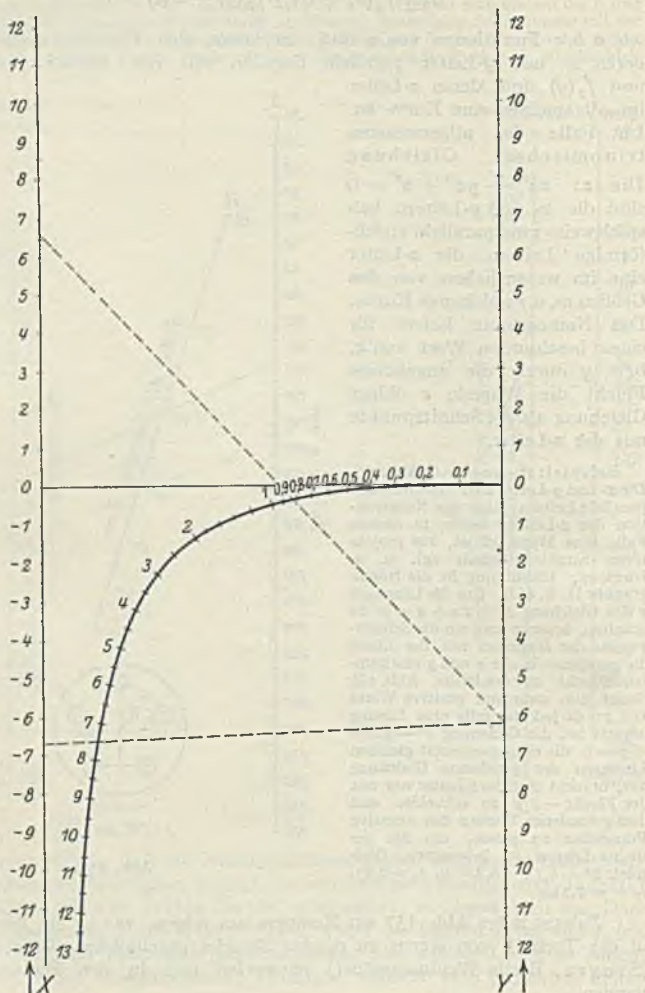


Abb. 156.

so bestimmt werden sollen, daß

$$1) \begin{cases} X_1 = F(x_1, y_1, z_1, \dots) \\ X_2 = F(x_2, y_2, z_2, \dots) \\ \dots \\ X_n = F(x_n, y_n, z_n, \dots) \end{cases}$$

wird. Ist die Anzahl der Beobachtungen gleich der Anzahl der zu ermittelnden Konstanten, also  $n = m$ , so stellt System 1) ein System von  $n$  Gleichungen mit

$n$  Unbekannten  $a, b, c, \dots$ , dar, aus dem sich  $a, b, c, \dots$  auf algebraischem Wege ermitteln lassen.

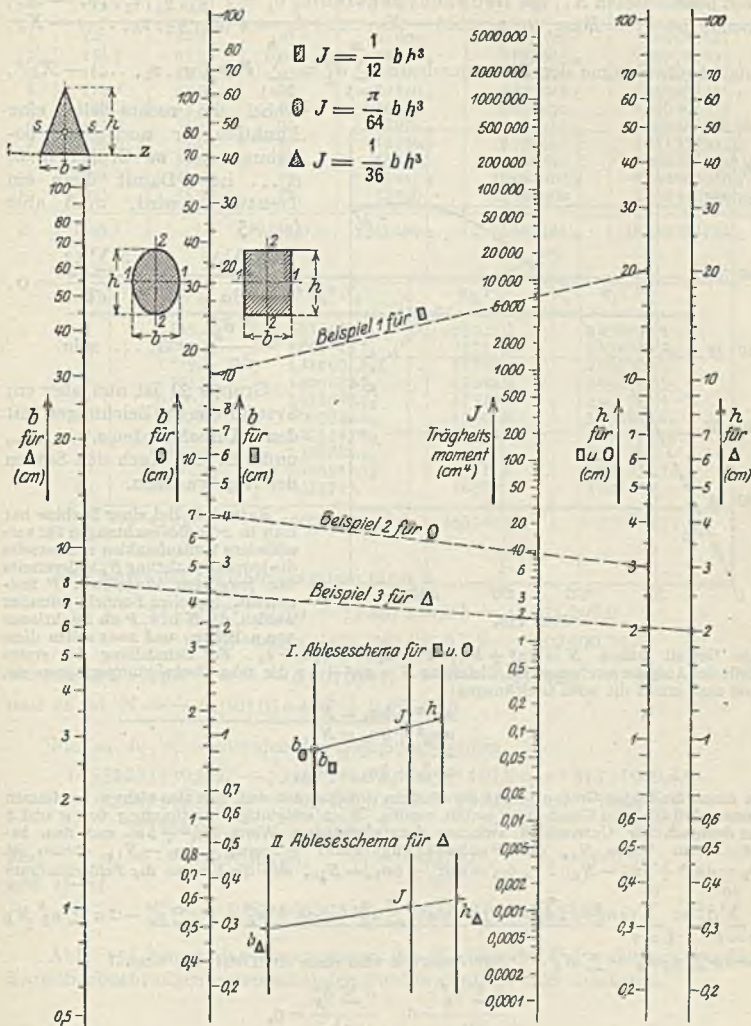


Abb. 157. Trägheitsmomente rechteckiger, elliptischer und dreieckiger Querschnitte.

Ist dagegen  $n > m$ , so wird sich, da die Anzahl der Gleichungen größer ist als die Anzahl der Unbekannten, im allgemeinen keine Funktion  $F(x, y, z, \dots)$  finden lassen, die allen Gleichungen des Systems 1) genügt.

In diesem Falle lehrt die Methode der kleinsten Quadrate, daß diejenige Funktion  $F(x, y, z, \dots)$  die beste ist, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von den beobachteten Werten am kleinsten ist. Es handelt sich jetzt also darum, die Größen  $a, b, c, \dots$  so zu bestimmen, daß diese Forderung

erfüllt ist. Ist nun  $F(x, y, z, \dots)$  diese Funktion, so ist für die Beobachtungsgruppe  $x_1, y_1, z_1, \dots$  die Abweichung des errechneten Wertes  $F(x_1, y_1, z_1, \dots)$  vom beobachteten  $X_1$ , der Beobachtungsfehler  $\delta_1 = F(x_1, y_1, z_1, \dots) - X_1$ ; ebenso ist  $\delta_2 = F(x_2, y_2, z_2, \dots) - X_2, \dots, \delta_n = F(x_n, y_n, z_n, \dots) - X_n$ ,

folglich die Summe der Fehlerquadrate  $\sum_{k=1}^n \delta_k^2 = \sum_{k=1}^n (F(x_k, y_k, z_k, \dots) - X_k)^2$ ,

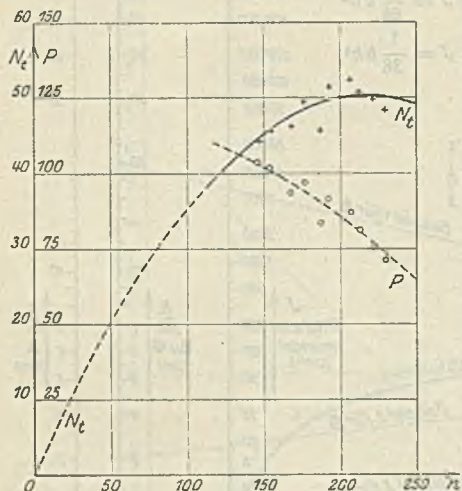


Abb. 158.

die Gestalt haben  $N = an^2 + bn$ ,  $P = a_1n^2 + b_1n + c_1$ . Zur Behandlung des ersten Teils der Aufgabe setzt man die Gleichung  $N = an^2 + bn$  die zehn Beobachtungsgruppen ein, und man erhält die zehn Gleichungen:

$$\begin{aligned} an_1^2 + bn_1 &= N_1 \\ an_2^2 + bn_2 &= N_2 \\ \dots & \dots \\ an_{10}^2 + bn_{10} &= N_{10}, \end{aligned}$$

in denen die beiden Größen  $a$  und  $b$  die einzigen Unbekannten sind, sich also nicht so bestimmen lassen, daß alle zehn Gleichungen erfüllt werden. Nach endgültiger Bestimmung von  $a$  und  $b$  ist demnach der Unterschied zwischen dem errechneten Werte  $an_1^2 + bn_1$  und dem beobachteten Werte  $N_1$ , der Beobachtungsfehler  $\delta_1 = an_1^2 + bn_1 - N_1$ , ebenso ist  $\delta_2 = an_2^2 + bn_2 - N_2, \dots, \delta_{10} = an_{10}^2 + bn_{10} - N_{10}$ , also die Summe der Fehlerquadrate

$$\sum_{k=1}^{10} \delta_k^2 = \sum_{k=1}^{10} (an_k^2 + bn_k - N_k)^2 = a^2 \cdot \sum_{k=1}^{10} n_k^4 + 2ab \sum_{k=1}^{10} n_k^3 + b^2 \sum_{k=1}^{10} n_k^2 - 2a \sum_{k=1}^{10} n_k^2 N_k - 2b \sum_{k=1}^{10} n_k N_k + \sum_{k=1}^{10} N_k^2.$$

Dieser Ausdruck wird dann ein Tiefstwert, wenn

$$\frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial b} = 0,$$

$$\text{also } a \sum_{k=1}^{10} n_k^4 + b \sum_{k=1}^{10} n_k^3 - \sum_{k=1}^{10} n_k^2 N_k = 0, \quad a \sum_{k=1}^{10} n_k^3 + b \sum_{k=1}^{10} n_k^2 - \sum_{k=1}^{10} n_k N_k = 0.$$

Aus diesen beiden in  $a$  und  $b$  linearen Gleichungen lassen sich  $a$  und  $b$  nun leicht bestimmen.

Ganz entsprechend verfährt man mit dem Ausdruck  $P = a_1n^2 + b_1n + c_1$ ; man kommt auf folgende drei linearen Gleichungen mit den Unbekannten  $a_1, b_1, c_1$

$$\begin{aligned} a_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^4 + b_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^3 + c_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^2 - \sum_{k=1}^{10} n_k^2 P_k &= 0, \\ a_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^3 + b_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^2 + c_1 \sum_{k=1}^{10} n_k - \sum_{k=1}^{10} n_k P_k &= 0, \\ a_1 \sum_{k=1}^{10} n_k^2 + b_1 \sum_{k=1}^{10} n_k + c_1 \cdot 10 - \sum_{k=1}^{10} P_k &= 0. \end{aligned}$$

wobei die rechte Seite eine Funktion der noch zu bestimmenden  $m$  Größen  $a, b, c, \dots$  ist. Damit diese ein Tiefstwert wird, muß aber (s. (45)

$$\begin{aligned} 2) \quad \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial a} &= 0, \quad \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial b} = 0, \\ \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial c} &= 0, \dots \text{sein.} \end{aligned}$$

Gruppe 2) ist nun aber ein System von  $m$  Gleichungen mit den  $m$  Unbekannten  $a, b, c, \dots$ , und läßt sich nach den Sätzen der Algebra lösen.

Beispiel: Bei einer Turbine hat man in zehn Beobachtungen für verschiedene Umlaufzahlen  $n$  einerseits die jeweilige Leistung  $N$ , andererseits den jeweiligen Wagedruck  $P$  festgestellt. Es sollen Formeln gefunden werden, die  $N$  bzw.  $P$  als Funktionen von  $n$  liefern, und zwar sollen diese



Die Rechnung selbst gestaltet sich folgendermaßen:

| $k$      | $n_k$  | $N_k$ | $P_k$ | $n_k^2$   | $n_k^3$      | $n_k^4$          |
|----------|--------|-------|-------|-----------|--------------|------------------|
| 1        | 147    | 44 24 | 103 6 | 21 609    | 3 176 523    | 466 948 881      |
| 2        | 154,5  | 45 79 | 102   | 23 870,2  | 3 687 953,8  | 569 788 835,1    |
| 3        | 169    | 46 01 | 93,6  | 28 561    | 4 826 809    | 81 573 0721      |
| 4        | 175,7  | 49 55 | 97    | 30 870,8  | 5 423 945,1  | 952 987 152,8    |
| 5        | 188    | 45 78 | 83,6  | 35 344    | 6 644 672    | 1 249 198 336    |
| 6        | 192,3  | 51,47 | 92    | 36 979,3  | 7 111 117,8  | 1 367 467 888,9  |
| 7        | 206,3  | 52,25 | 87    | 42 559,7  | 8 780 064,0  | 1 811 327 212,9  |
| 8        | 213    | 50,89 | 82    | 45 369    | 9 663 597    | 2 058 346 161    |
| 9        | 222,3  | 49 92 | 77    | 49 417,3  | 10 985 463,8 | 2 442 068 550,9  |
| 10       | 230    | 48,35 | 72    | 52 900    | 12 167 000   | 2 798 410 000    |
| $\Sigma$ | 1898,1 |       | 889 8 | 367 480 0 | 72 467 144,8 | 14 532 273 739,6 |

| $k$      | $n_k N_k$             | $n_k^2 N_k$               | $n_k P_k$ | $n_k^3 P_k$               |
|----------|-----------------------|---------------------------|-----------|---------------------------|
| 1        | 6 503,2 <sub>8</sub>  | 955 982,1 <sub>6</sub>    | 15 229,2  | 2 238 692,4               |
| 2        | 7 074,5 <sub>8</sub>  | 1 093 018,7 <sub>6</sub>  | 15 759,0  | 2 434 765,5 <sub>0</sub>  |
| 3        | 7 775,6 <sub>0</sub>  | 1 314 091,6 <sub>1</sub>  | 15 818,4  | 2 673 309,6               |
| 4        | 8 705,9 <sub>3</sub>  | 1 529 632,7 <sub>8</sub>  | 17 042,9  | 2 994 437,5 <sub>3</sub>  |
| 5        | 8 606,6 <sub>4</sub>  | 1 618 048,3 <sub>2</sub>  | 15 716,8  | 2 954 758 4               |
| 6        | 9 897,6 <sub>8</sub>  | 1 903 324,0 <sub>5</sub>  | 17 691,6  | 3 402 094,6 <sub>8</sub>  |
| 7        | 10 779,1 <sub>7</sub> | 2 223 743,8 <sub>0</sub>  | 17 948,1  | 3 702 693,0 <sub>3</sub>  |
| 8        | 10 839,5 <sub>7</sub> | 2 308 828,4 <sub>1</sub>  | 17 466,   | 3 720 258                 |
| 9        | 11 097,2 <sub>3</sub> | 2 466 911,1 <sub>3</sub>  | 17 117,1  | 3 805 131,3 <sub>3</sub>  |
| 10       | 11 120,5              | 2 557 715,                | 16 560,   | 3 808 800                 |
| $\Sigma$ | 92 400,2 <sub>4</sub> | 17 971 296,0 <sub>0</sub> | 166 349,1 | 31 734 940,7 <sub>7</sub> |

Also lautet das Gleichungssystem für  $a, b$

$$\begin{aligned} 14\,532\,273\,739,6 a + 72\,467\,144,8 b &= 17\,971\,296,0 \\ 72\,467\,144,8 a + 367\,480,0 b &= 92\,400,24, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt  $a = -0,0010344$ ,  $b = 0,455428$ ,  
und es ist  $N = -0,0010344 n^2 + 0,45543 n$ .

Für  $a_1, b_1, c_1$  ergibt sich das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 14\,532\,273\,739,6 a_1 + 72\,467\,144,8 b_1 + 367\,480,0 c_1 &= 31\,734\,940,47 \\ 72\,467\,144,8 a_1 + 367\,480,0 b_1 + 1898,1 c_1 &= 166\,349,1 \\ 367\,480,0 a_1 + 1898,1 b_1 + 10 c_1 &= 889,8, \end{aligned}$$

also  $a_1 = -0,001036728$ ,  $b_1 = 0,037723$ ,  $c_1 = 119,92$ ,  
und es ist

$$P = -0,001036728 n^2 + 0,037723 n + 119,92.$$

Abb. 158 bringt das Anschmiegen der  $N$ - und der  $P$ -Parabel an die den Einzelbeobachtungen entsprechenden Punkte deutlich zum Ausdruck.

## XII. Die Fourierschen Reihen.

(III) Ist die Funktion  $f(t)$  im Intervall von  $O$  bis  $T$  überall endlich und mit Ausnahme einer endlichen Anzahl von Stellen überall stetig, und hat sie in diesem Intervall nur eine endliche Anzahl von Höchst- und Tiefstwerten, so läßt sie sich durch die folgende trigonometrische Reihe (Fouriersche Reihe) darstellen:

$$\begin{aligned} f(t) = a + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2 \omega t + \dots + b_n \sin n \omega t + \dots \\ + c_1 \cos \omega t + c_2 \cos 2 \omega t + \dots + c_n \cos n \omega t + \dots, \end{aligned}$$

wobei zur Abkürzung  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  gesetzt ist. Dabei ist

$$a = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt, \quad c_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt.$$

Durch die entwickelte trigonometrische Reihe ist auch außerhalb des Intervalles  $0$  bis  $T$  eine Funktion von  $t$  definiert, und zwar ist infolge der Eigenschaft, daß alle Glieder der Reihe die Periode  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  gemeinsam haben,  $f(t+T) = f(t)$ . Das geometrische Bild der Reihe liefert also im rechtwinkligen Koordinatensystem einen Linienzug von der Periode  $T$ . Infolgedessen eignet sich die Fouriersche Reihe vorzüglich dazu, periodischen Vorgängen (Wechselströmen) einen analytischen Ausdruck zu geben.

An Unstetigkeitsstellen gibt die Reihe stets das arithmetische Mittel der beiden Grenzwerte.

Beispiel: Im Intervall  $0 - \frac{T}{2}$  sei  $f(t) = t^2$ ,

im Intervall  $\frac{T}{2} - T$  sei  $f(t) = -\frac{T^2}{4}$ .

Dann ist

$$a = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{T^2}{4}\right) dt \right\} = \frac{1}{T} \left\{ \left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{\frac{T}{2}} - \frac{T^2}{4} \left[t\right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} = \frac{1}{T} \left\{ \frac{T^3}{24} - \frac{T^3}{4} + \frac{T^3}{8} \right\} = -\frac{T^2}{12}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 \sin n\omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{T^2}{4}\right) \sin n\omega t dt \right\} = \quad (\text{S. (59), Formeln 12}) \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \left[ -\frac{1}{n\omega} t^2 \cos n\omega t + \frac{2}{n^2\omega^2} t \sin n\omega t + \frac{2}{n^3\omega^3} \cos n\omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} + \left[ \frac{T^2}{4n\omega} \cos n\omega t \right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} = \\ &= \frac{2}{T} \left\{ -\frac{T^3}{8n\pi} \cos n\pi + \frac{T^3}{4n^2\pi^2} \sin n\pi + \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \cos n\pi - \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T^3}{8n\pi} \cos 2n\pi - \frac{T^3}{8n\pi} \cos n\pi \right\} \\ &= \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \left\{ n^2\pi^2 [1 - 2(-1)^n] - 2[1 - (-1)^n] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 \cos n\omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{T^2}{4}\right) \cos n\omega t dt \right\} = \quad (\text{S. (59), Formeln 12}), \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \left[ \frac{1}{n\omega} t^2 \sin n\omega t + \frac{2}{n^2\omega^2} t \cos n\omega t - \frac{2}{n^3\omega^3} \sin n\omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[ \frac{T^2}{4n\omega} \sin n\omega t \right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \frac{T^3}{8n\pi} \sin n\pi + \frac{T^3}{4n^2\pi^2} \cos n\pi - \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \sin n\pi - \frac{T^3}{8n\pi} \sin 2n\pi + \frac{T^3}{8n\pi} \sin n\pi \right\} \\ &= (-1)^n \frac{T^2}{2n^2\pi^2} \end{aligned}$$

Es ist also

$$f(t) = -\frac{T^2}{12} - \frac{T^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{3\pi^2 - 2}{1^2} \sin \omega t + \frac{3 \cdot 3^2 \pi^2 - 2}{3^2} \sin 3 \omega t + \frac{3 \cdot 5^2 \pi^2 - 2}{5^2} \sin 5 \omega t + \dots \right. \\ \left. - \pi^2 \left( \frac{\sin 2 \omega t}{2} + \frac{\sin 4 \omega t}{4} + \frac{\sin 6 \omega t}{6} + \dots \right) \right\} \\ - \frac{T^2}{2\pi^2} \left\{ \frac{\cos \omega t}{1^2} - \frac{\cos 2 \omega t}{2^2} + \frac{\cos 3 \omega t}{3^2} - \dots \right\}$$

Abb. 159 zeigt das Schaubild von  $f(t)$ .

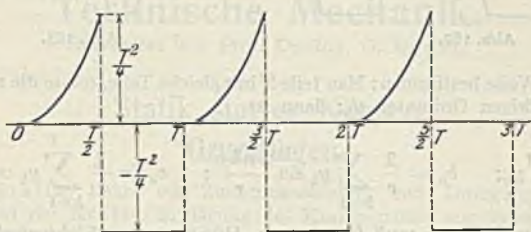


Abb. 159.

Für  $t = 0$  hat der Linienzug eine Unstetigkeitsstelle; hier ergibt sich indessen nicht  $f(0) = 0$  wie aus dem Punkte  $O$ , auch nicht  $f(0) = -\frac{T^2}{4}$ , wie aus dem Punkte  $A$  folgen würde, sondern das arithmetische Mittel beider Werte  $f(0) = -\frac{T^2}{8}$ , wie sich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{\pi^2}{12}$  ist, aus dem Ausdruck für  $f(t)$  bei  $t = 0$  errechnet; ebenso ist  $f\left(\frac{T}{2}\right)$  weder  $+\frac{T^2}{4}$ , noch  $-\frac{T^2}{4}$ , sondern  $0$ , da  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ .

In besonderen Fällen vereinfacht sich die Fouriersche Reihe wesentlich. Ist beispielsweise  $f\left(\frac{T}{2} - t\right) = -f\left(\frac{T}{2} + t\right)$ , so ist  $a = 0$ ,  $c_n = 0$ , und es ist  $f(t) = b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2 \omega t + \dots + b_n \sin n \omega t + \dots$ . Ist außerdem noch  $f\left(\frac{T}{4} - t\right) = f\left(\frac{T}{4} + t\right)$ , das Schaubild also symmetrisch zur Geraden  $t = \frac{T}{4}$ , so verschwinden auch noch alle Beiwerte  $b_{2n}$ , und es ist

$$f(t) = b_1 \sin \omega t + b_3 \sin 3 \omega t + \dots + b_{2n-1} \sin (2n-1) \omega t + \dots$$

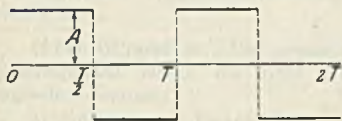


Abb. 160.

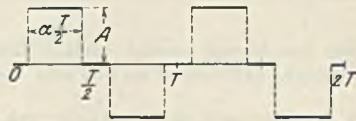


Abb. 161.

Beispiele:

$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 3 \omega t}{3} + \frac{\sin 5 \omega t}{5} + \dots \right), \text{ Abb. 160;}$$

$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \sin \frac{\pi}{2} \alpha \sin \omega t - \frac{1}{3} \sin 3 \frac{\pi}{2} \alpha \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \frac{\pi}{2} \alpha \sin 5 \omega t - \dots \right), \text{ Abb. 161;}$$

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2 (1-\alpha)} \left( \cos \frac{\pi}{2} \alpha \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \cos 3 \frac{\pi}{2} \alpha \sin 3 \omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5 \frac{\pi}{2} \alpha \sin 5 \omega t - \dots \right), \text{ Abb. 162;}$$

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2 (\alpha - \alpha')} \left\{ \left( \cos \frac{\pi}{2} \alpha' - \cos \frac{\pi}{2} \alpha \right) \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \left( \cos 3 \frac{\pi}{2} \alpha' - \cos 3 \frac{\pi}{2} \alpha \right) \sin 3 \omega t + \dots \right\}, \text{ Abb. 163.}$$



(112) Ist die Funktion  $f(t)$  nicht durch einen analytischen Ausdruck, sondern beispielsweise durch ihr Bild gegeben, so kann man die Größen  $a$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  empirisch



Abb. 162.

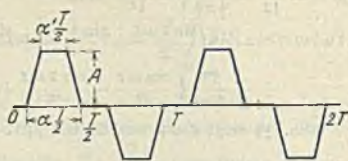


Abb. 163.

auf folgende Weise bestimmen: Man teile  $T$  in  $r$  gleiche Teile, messe die zu den Teilpunkten gehörigen Ordinaten  $y_k$ ; dann ist

$$a = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_k; \quad b_n = \frac{2}{r} \sum_{k=1}^r y_k \sin \frac{2nk\pi}{r}; \quad c_n = \frac{2}{r} \sum_{k=1}^r y_k \cos \frac{2nk\pi}{r},$$

wobei  $r \geq 2n + 1$  sein muß (Strecker, Hilfsbuch f. d. Elektrotechnik).

Weitere Methoden s. Scheffers, Lehrbuch der Mathematik; Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik.

## Zweiter Abschnitt.

# Technische Mechanik.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

## Statik starrer Körper.

### Grundlagen.

(113) Statik: Lehre von Zusammensetzung und Zerlegung und vom Gleichgewicht der Kräfte. Erklärung des Kraftbegriffes nur dynamisch möglich; s. (167).

**Einteilung der Kräfte.** Man unterscheidet:

1. Berührungskräfte an der Berührungsstelle zweier fester Körper; sie treten als Oberflächenkräfte auf.

2. Oberflächenkräfte durch Flüssigkeits- oder Gasdruck.

3. Massenkräfte, Schwerkkräfte, elektrische oder magnetische Kräfte, Trägheitskräfte in der Dynamik usw., über die Masse des Körpers verteilt.

4. Spannkkräfte zwischen den Molekülen eines auf Zug, Druck, Biegung usw. beanspruchten festen Körpers, vgl. Abschn. Elast. u. Fest.

Kräfte sind demnach stets gleichmäßig oder ungleichmäßig über eine Strecke oder Fläche oder einen Körper verteilt. Demnach spricht man in der Statik von Strecken-, Flächen- oder Raumlasten. Bei gleichmäßiger Verteilung heißen sie Gleichstreckenlast, Gleichflächenlast usw. Es gibt demnach nur flächen- oder körperverteilte Kräfte. In der Mechanik wird aus praktischen Gründen oft eine solche verteilte Kraft durch eine gedachte Einzelkraft von gleicher Wirkung ersetzt; d. h. die in der Mechanik vorkommenden Einzelkräfte sind stets in diesem Sinne aufzufassen.

Eine solche Einzelkraft ist durch Angriffspunkt, Größe, Wirkungslinie und Richtungssinn bestimmt; sie wird zeichnerisch dargestellt durch eine gepfeilte Strecke, deren Länge nach einem gegebenen Maßstabe die Größe der Kraft ausdrückt.

(114) **Grundsätze.** Die gesamte Statik starrer Körper beruht auf drei grundlegenden Sätzen, die nicht beweisbar sind und als Grundsätze (Axiome) angesehen werden:

a) Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Die Resultierende  $R$  zweier Kräfte  $P_1$  und  $P_2$  mit gemeinsamem Angriffspunkt wird durch die Diagonale des aus  $P_1$  und  $P_2$  gebildeten Parallelogramms dargestellt.

b) Satz von der Gleichwertigkeit der Kräfte von derselben Größe, Wirkungslinie und Richtung, aber mit verschiedenen Angriffspunkten am Körper; d. h. eine Kraft darf unbeschadet ihrer statischen Wirkung längs ihrer Wirkungslinie verschoben werden.

c) Wechselwirkungsgesetz (Aktion und Reaktion). Die Kraft, die ein Körper  $A$  auf einen Körper  $B$  ausübt, ist gleich und entgegengesetzt der Kraft, die  $B$  auf  $A$  ausübt und verläuft in derselben Wirkungslinie.

Es ist dabei gleichgültig, ob diese Kräfte Fernkräfte, z. B. Massenanziehungen, elektrische, magnetische usw. sind oder ob die Kraftübertragung durch mechanische Hilfsmittel wie Seile oder Stangen oder durch unmittelbare Berührung erfolgt.

Alle weiteren Sätze der Statik starrer Körper lassen sich aus diesen beiden Sätzen in logischer Folge ableiten.

Vollständig starre Körper gibt es nicht, da jeder feste Körper durch angreifende Kräfte Formänderungen erleidet. In der theoretischen Statik wird vorausgesetzt, daß diese Formänderungen so gering sind, daß sie gegenüber den Körperabmessungen vernachlässigt werden können.

In der theoretischen Statik wird streng zwischen dem zeichnenden und dem rechnenden Verfahren unterschieden. Dagegen werden in den praktischen Anwendungen beide Verfahren vielfach nebeneinander benutzt. Daher wird hier unterschieden:

a) das zeichnende Verfahren, unter Vermeidung jeder Rechnung, vorwiegend für ebene Fälle,

b) das analytische Verfahren, im Sinne der analytischen Geometrie wird nur mit Kraftkomponenten in den Achsenrichtungen eines ebenen bzw. räumlichen Koordinatensystems und mit den Koordinaten der Kraftangriffspunkte gerechnet,

c) das Rechnungsverfahren, bei dem aus einer genauen Zeichnung Kraft- oder Stabrichtungen und deren Lagen, Richtungen, Hebelarme abzumessen und in die Rechnung einzusetzen sind.

## Statik der Ebene.

Der ebene Körper wird als starre Scheibe betrachtet; alle Kräfte liegen in ihr.

### Kräfte an demselben Punkt angreifend.

(115) Zeichnendes Verfahren. Zwei Kräfte  $P_1$  und  $P_2$ ; Resultierende  $R$  = Diagonale des Kräfteparallelogramms, Abb. 1—3.

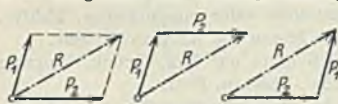


Abb. 1—3. Kräfteparallelogramm und Kräftedreieck.

Statt dessen kann  $R$  auch als Schlußlinie des Kräftedreiecks Abb. 2 oder 3 gefunden werden; hierbei Reihenfolge der  $P$  gleichgültig.

In Vektorendarstellung  $R = P_1 + P_2$  (geometrische Summe).

Aus der Umkehrung der Konstruktion folgt die Zerlegung der Kraft  $R$  in die Komponenten  $P_1$  und  $P_2$  von gegebenen Richtungen.

Mehrere Kräfte  $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots$ , Abb. 4a u. b. Von einem beliebigen Punkte  $A$ , Abb. 4b, ausgehend, die Kräfte in beliebiger Reihenfolge nach

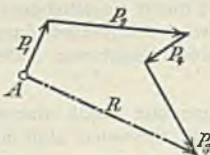
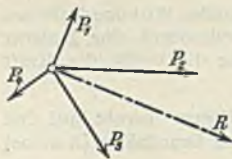


Abb. 4 a u. b. Kräfteck.

Größe und Richtung so aneinanderfügen, daß ihre Pfeilrichtungen gleichsinnigen Verlauf nehmen (Kräfteck); die Resultierende wird durch die Schlußlinie des Kräftecks dargestellt, deren Richtung gegenläufig zu denen der Kräfte ist.

In Vektorendarstellung  $R = P_1 + P_2 + \dots + P_i + \dots = \sum P_i$ .

Das  $\sum$ -Zeichen drückt eine geometrische Summierung aus im Gegensatz zur algebraischen Summierung mit  $\Sigma$ . Durch den Zeiger  $i$  in  $P_i$  soll abgekurzt ausgedrückt werden, daß Kräfte in beliebiger Anzahl der vorgeschriebenen gemeinsamen Behandlung unterliegen.

Kräfte mit derselben Wirkungslinie addieren sich algebraisch,  $R = \Sigma P_i$ .

Gleichgewicht, wenn  $R = 0$ , d. h. wenn sich das Kräfteck schließt oder wenn ihre geometrische Summe verschwindet, wenn also  $\sum P_i = 0$ .

Gleichgewicht der Kräfte mit derselben Wirkungslinie, wenn ihre algebraische Summe verschwindet, wenn also  $\Sigma P_i = 0$ .

Anwendung des sich schließenden Kräftecks beim ebenen Fachwerk s. (137).



(116) **Analytisches Verfahren.** Man zerlegt jede der Kräfte  $P_i$  in Richtung der rechtwinkligen Koordinatenachsen nach Abb. 5, also in

$$X_i = P_i \cos \alpha_i \quad \text{und} \quad Y_i = P_i \cos \beta_i,$$

worin  $\alpha_i$  und  $\beta_i$  die Winkel zwischen  $P_i$  und den positiven Achsenrichtungen sind, und bestimme resultierende Komponenten

$$X_r = \sum X_i \quad \text{und} \quad Y_r = \sum Y_i,$$

dann ist  $R = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2}$ , mit den Richtungswinkeln  $\alpha_r$  und  $\beta_r$ , bestimmt durch

$$\cos \alpha_r = X_r : R \quad \text{und} \quad \cos \beta_r = Y_r : R.$$

Gleichgewicht besteht, wenn die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum X_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum Y_i = 0$$

erfüllt sind.



Abb. 5. Kraft im Koordinatensystem.

### Zwei Kräfte an verschiedenen Punkten angreifend.

(117) **Beliebige Kräfte.**  $P_1$  und  $P_2$ , nach Abb. 6 bis zum Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien verschoben, liefern  $R$ .

Wenn Schnittpunkt weitab liegt oder Kräfte parallel sind, Hilfskräfte  $H_1 = H_2$  nach Abb. 7 anfügen und die Resultierenden  $R_1'$  aus  $P_1$  und  $H_1$  bzw.  $R_2'$  aus  $P_2$  und  $H_2$  in der vorigen Weise zu  $R$  vereinigen.

Abb. 8 gilt für parallele Kräfte von entgegengesetzter Richtung.

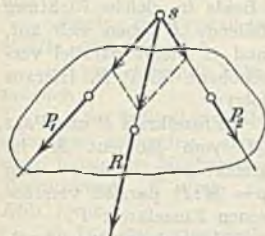


Abb. 6. Zwei Kräfte.



Abb. 7. Zwei Kräfte mit Hilfskräften.

(118) **Kräftepaar.** Zwei gleich große, parallele und entgegengesetzt gerichtete Kräfte  $P, P$  haben keine Resultierende; sie bilden miteinander ein Kräftepaar (Abb. 9);  $p$  heißt der Arm des Kräftepaares. Wirkung des Kräftepaares besteht in Drehung in der Paarebene. Kräftepaare dürfen unbeschadet ihrer Wirkung in ihrer Ebene beliebig verschoben und gedreht werden.

Nach Abb. 10 ergibt sich aus dem Paar  $PP$  mit dem Arm  $p$  durch Hinzufügung der beiden  $H$  das neue Paar  $QQ$  mit dem Arm  $q$ .

Dreieck  $ABC$  hat Fläche  $F_1 = Pp/2$ , Dreieck  $ABD$  hat Fläche  $F_2 = Qq/2$ . Wegen  $DC \parallel AB$  ist  $F_1 = F_2$ , somit  $Pp = Qq$ .

Das Produkt  $Pp$  heißt das Moment des Kräftepaares; man nennt es positiv, wenn es rechtsdrehend wirkt.

Das Paar  $QQ$  ist aus dem Paar  $PP$  entstanden, diesem also gleichwertig; es hat dasselbe Moment und denselben Drehsinn; es folgt daher allgemein:

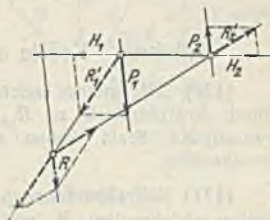


Abb. 8. Zwei Kräfte parallel.

Ein Kräftepaar ist gleichwertig einem beliebigen andern Paar von gleichem Moment und Drehsinn.

Liegen mehrere Kräftepaare  $P_1 P_1, P_2 P_2 \dots$  mit den Armen  $p_1, p_2 \dots$ , also den Momenten  $M_1 = P_1 p_1, M_2 = P_2 p_2 \dots$  vor, dann können sie ersetzt werden durch die momentengleichen Paare  $Q_1 Q_1, Q_2 Q_2 \dots$  mit gleichem Arm  $q$  und gleichen Wirkungslinien. Die Kräfte derselben Wirkungslinie lassen sich zusammenfassen zu  $Q = Q_1 + Q_2 + \dots$ ; somit sind die erstgenannten Paare ersetzt durch ein Paar  $Q Q$  mit dem Arm  $q$ , also dem Moment

$$Qq = Q_1 q + Q_2 q + \dots \\ = P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots$$

Hieraus folgt:

Mehrere Paare können zu einem resultierenden Paar vereinigt werden, dessen Moment gleich ist der algebraischen Summe der Momente der Einzelpaare.

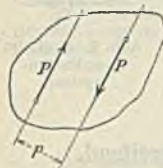


Abb. 9.  
Kräftepaar.

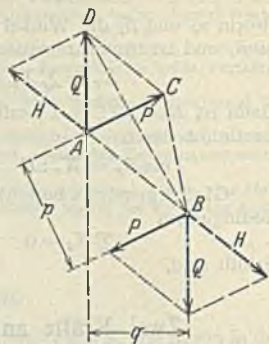


Abb. 10. Verwandlung eines Kräftepaars.

Gleichgewicht besteht, wenn die algebraische Summe der Momente der Einzelpaare Null ist,  $\sum P_i p_i = 0$ .

(119) Einzelkraft und Kräftepaar  $P$  und  $Q Q$  (Abb. 11 a u. b). Paar  $Q Q$  kann ersetzt werden durch Paar  $P P$ , wobei  $Q q = P p$ . Beide in gleiche Richtung fallende  $P$  heben sich auf, und es bleibt parallel verschobene Kraft  $P$ . Hieraus folgt:



Abb. 11 a u. b. Einzelkraft und Kräftepaar.

Einzelkraft  $P$  und Paar  $Q Q$  vom Moment  $M$  ist gleichwertig einer um  $p = M:P$  parallel verschobenen Einzelkraft  $P$ .

Umkehrung: Einzelkraft  $P$  ist gleichwertig einer um  $p$  parallel verschobenen Einzelkraft  $P$  und einem Paar vom Moment  $M = P p$ .

## Mehrere Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten.

(120) Allgemeines zeichnendes Verfahren, Abb. 12 a u. b.  $P_1$  und  $P_2$  durch Kräfte-dreieck zu  $R_{12}$ , diese mit  $P_3$  zu  $R_{123}$  und diese mit  $P_4$  zu  $R$  vereinigen. Statt dessen auch vorherige Gruppenzusammenfassung der  $P$  zweckmäßig.

(121) Seileckverfahren. Abb. 13 a u. b. Zu den  $P_1, P_2, P_3$  werden die beiden gleichgroßen  $S_a$  und  $S_a'$  hinzugefügt.  $S_a$  und  $P_1$  liefert  $R_{a1}$ , dieses mit  $P_2$   $R_{a12}$ , dieses mit  $P_3$   $R_{a123}$ . Somit ist  $S_a, S_a', P_1, P_2, P_3$  durch  $R_{a123}$  und  $S_a'$  ersetzt, die zu  $R$ , d. i. die Resultierende der  $P_1 P_2 P_3$ , vereinigt werden. Hierauf gründet sich folgendes Verfahren:

Zu  $P_1, P_2, P_3$ , Abb. 14 a, zeichnet man das Krafteck Abb. 14 b, dessen Schlußlinie  $R$  angibt, wählt beliebigen Pol  $O$ , zieht die Strahlen  $01, 12, 23, 30$  (lies null-eins, eins-zwei usw.) und parallel hierzu von beliebigem Anfangspunkt aus in Abb. 14 a die Linien  $01, 12$  usw. parallel zu den Strahlen.  $R$  geht dann durch den Schnittpunkt aus Anfangs- und Endstrahl.

Der Linienzug  $O1, 12 \dots$  heißt Seileck, weil ein durch  $P_1, P_2, P_3$  belastetes Seil dieselbe Form annimmt,  $O$  heißt der Pol, die Linien  $O1, 12 \dots$  Seileckstrahlen.

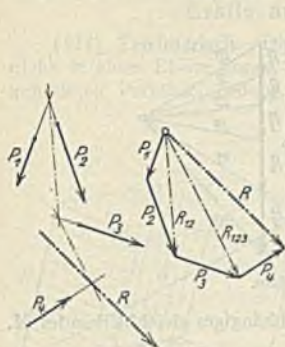


Abb. 12a u. b. Mehrere Kräfte, Kräfteckverfahren.

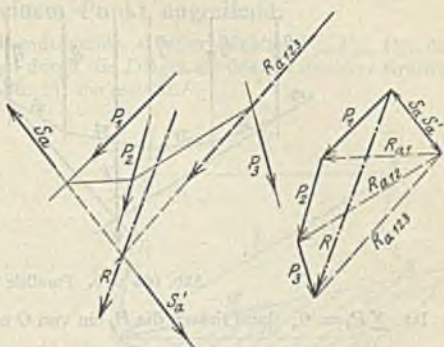


Abb. 13a u. b. Entwicklung des Seileckverfahrens.

Auch sofort anwendbar, wenn sich die  $P$ -Richtungen überschneiden oder wenn einige  $P$  entgegengesetzt gerichtet sind, Abb. 15a und b.

Seileck für parallele Kräfte, Abb. 16a u. b.

Es sind folgende Fälle möglich:

a) Die äußersten Seileckseiten schneiden sich, dann haben die Kräfte eine Resultierende  $R$  (wie in Abb. 14 und 15).

b) Die äußersten Seileckseiten sind einander parallel, dann schließt sich nach Abb. 17a u. b das Kräfteck und die  $P_1, P_2, P_3$  liefern ein Kräftepaar  $S_{01} - S_{30}$  vom Moment  $M = S_{01} \cdot p$ .

c) Gleichgewicht, wenn  $R = 0$  und  $M = 0$ , d. h. wenn sich nach Abb. 18a u. b Kräfteck und Seileck gleichzeitig schließen.

Drei Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn sie durch einen Punkt gehen und ihr Kräfte-dreieck sich schließt.

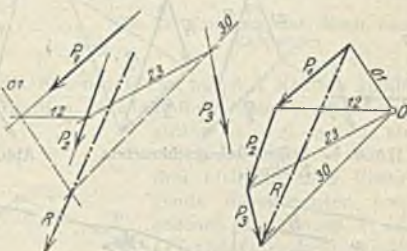


Abb. 14a u. b. Seileck.

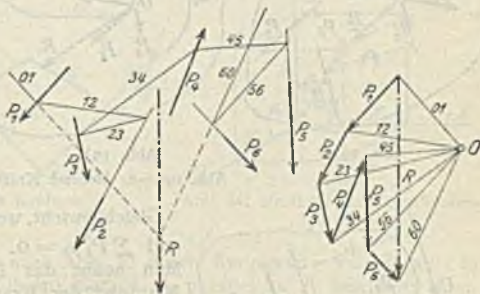


Abb. 15a u. b. Seileck.

(122) Rechnendes Verfahren. In beliebigem Punkt  $O$ , Abb. 19a, zu jeder der Kräfte  $P_1, P_2, \dots, P_l \dots$  zwei dazu parallele, gleiche und entgegengesetzte Kräfte anbringen; dann sind die  $P_i$  ersetzt durch die in  $O$  angreifenden  $P_i$ , Abb. 19b, die  $R = \sum P_i$  liefern, und durch die Paare  $P_1 p_1, P_2 p_2 \dots$



$P_i p_i \dots$  vom Gesamtmoment  $M = \sum P_i p_i$ .  $M$  und  $R$  können durch eine dazu parallele Einzelkraft  $R$  im Abstände  $r = M : R$  von  $O$  ersetzt werden, Abb. 19c.

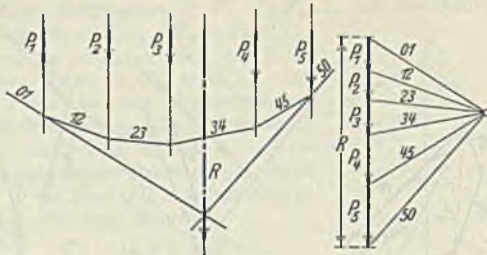


Abb. 16a u. b. Parallele Kräfte.

Ist  $\sum P_i = 0$ , dann liefern die  $P_i$  ein von  $O$  unabhängiges gleichbleibendes  $M$ .

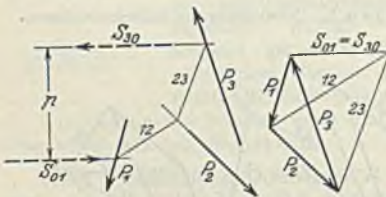


Abb. 17a u. b. Seileck bei geschlossenem Kräfteck.

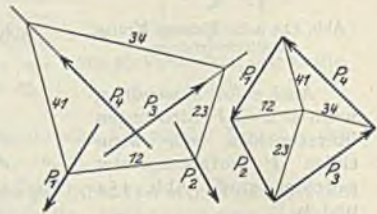


Abb. 18a u. b. Geschlossenes Kraft- und Seileck.

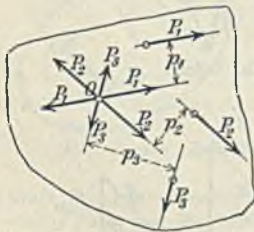


Abb. 19a.

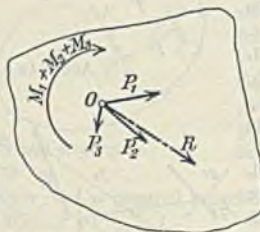


Abb. 19b.

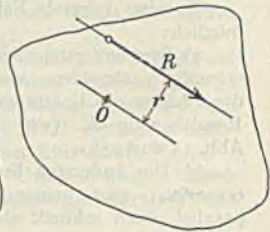


Abb. 19c.

Abb. 19a—c. Mehrere Kräfte.

Gleichgewicht, wenn für beliebiges  $O$   $\sum P_i = 0$  und  $\sum P_i p_i = 0$ .

Man nennt das Produkt  $P \cdot p$  das statische Moment der Kraft  $P$  in bezug auf Punkt  $O$ .

(123) Analytisches Verfahren. Bezeichnen  $x_i$  und  $y_i$  die Koordinaten der Angriffspunkte der  $P_i$  mit den Komponenten  $X_i$  und  $Y_i$ , dann liefern die  $P_i$  die zwei durch den Koordinatenanfangspunkt gehenden Kräfte  $X = \sum X_i$  und  $Y = \sum Y_i$  und ein Kräftepaar vom Moment  $M = \sum (X_i y_i - Y_i x_i)$ .

Gleichgewicht, wenn  $\sum X_i = 0$ ,  $\sum Y_i = 0$  und  $\sum (X_i y_i - Y_i x_i) = 0$ . Für parallele Kräfte ist nach Abb. 20  $R = \sum P_i$  und  $r = \sum P_i p_i : \sum P_i$ , wobei Punkt  $O$  beliebig.

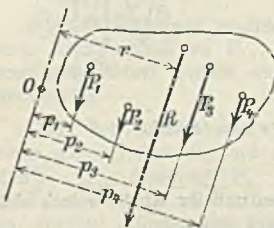


Abb. 20. Parallele Kräfte.

## Statik des Raumes.

### Kräfte an einem Punkt angreifend.

(124) **Zeichnerisch.** Die Resultierende dreier Kräfte  $P_1, P_2, P_3$ , die nicht in einer Ebene liegen, wird durch die Diagonale des aus den drei Kräften gebildeten Parallelepipeds, Abb. 21, dargestellt.

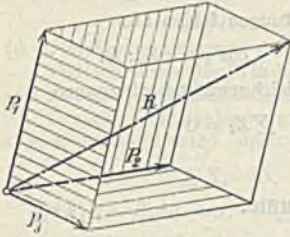


Abb. 21. Kräfteparallelepipedon.

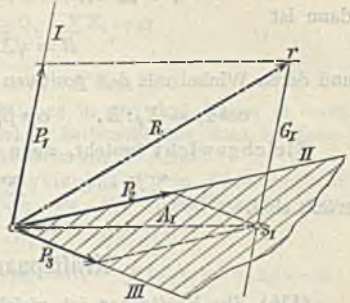


Abb. 22. Zerlegung einer Kraft nach drei Richtungen.

Statt dessen kann  $R$  auch als Schlußlinie des aus den Kräften gebildeten räumlichen Kräftecks gewonnen werden, wobei die Reihenfolge der Kräfte gleichgültig ist (vgl. weiter unten).

Zerlegung einer Kraft  $R$  in drei nicht in einer Ebene liegende Komponenten von gegebenen Richtungen  $I, II$  und  $III$  erfolgt in umgekehrter Weise.

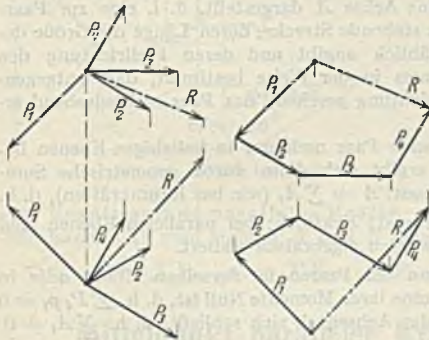


Abb. 23 a u. b. Räumliches Kräfteck.

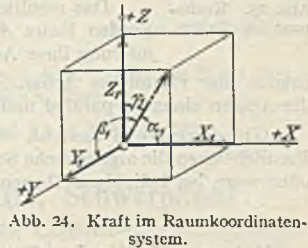


Abb. 24. Kraft im Raumkoordinatensystem.

Man legt zu dem Zwecke nach Abb. 22 durch Endpunkt  $r$  von  $R$  (alles in Aufriß und Grundriß auszuführen) Gerade  $G_1$  parallel zu  $I$ , bestimmt ihren Durchstoßpunkt  $s_1$  mit Ebene  $II$   $III$  und zieht durch  $s_1$  Parallele zu  $II$  und  $III$ , ferner durch  $r$  eine Parallele zu  $A_1$ ; hierdurch werden auf den gegebenen Richtungen Strecken gleich den gesuchten Komponenten abgeschnitten (Anwendung bei Dreibeingerüsten, Derrick-Kranen u. dgl.).

Die Resultierende mehrerer Kräfte wird durch die Schlußlinie des aus ihnen gebildeten räumlichen Kräftecks dargestellt, wobei die Reihenfolge der Kräfte gleichgültig ist. In Aufriß und Grundriß zu zeichnen (Abb. 23 a u. b).

In Vektordarstellung  $R = P_1 + P_2 + \dots = \sum P_i$ .

Gleichgewicht, wenn  $R = 0$ , d. h. wenn sich das Kräfteck schließt oder wenn  $\sum P_i = 0$ .

(125) Analytisch. Man zerlegt jede der Kräfte  $P_i$  nach Abb. 24 in drei Komponenten in Richtung dreier rechtwinkliger Koordinatenachsen, also in

$$X_i = P_i \cos \alpha_i, \quad Y_i = P_i \cos \beta_i, \quad Z_i = P_i \cos \gamma_i,$$

worin  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  und  $\gamma_i$  die Winkel zwischen  $P_i$  und den positiven Achsenrichtungen sind, und addiert diese Komponenten algebraisch zu

$$X_r = \sum X_i, \quad Y_r = \sum Y_i, \quad Z_r = \sum Z_i;$$

dann ist

$$R = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2 + Z_r^2}$$

und deren Winkel mit den positiven Achsenrichtungen folgen aus

$$\cos \alpha_r = X_r : R, \quad \cos \beta_r = Y_r : R, \quad \cos \gamma_r = Z_r : R.$$

Gleichgewicht besteht, wenn die drei Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum Z_i = 0$$

erfüllt sind.

### Kräftepaare im Raume.

(126) Ein Kräftepaar ist gleichwertig einem andern Paar in derselben oder in einer dazu parallelen Ebene, wenn Moment und Drehsinn gleichbleiben.

Mehrere Paare in Parallelebenen können zu einem resultierenden Paar in einer beliebigen, aber parallel dazu liegenden Ebene vereinigt werden, dessen Moment gleich der algebraischen Summe der Einzelmomente ist.

Ein beliebig im Raume liegendes Kräftepaar wird nach Abb. 25 durch seine Achse  $A$  dargestellt, d. i. eine zur Paarebene winkelrecht stehende Strecke, deren Länge die Größe des Momentes maßstäblich angibt und deren Pfeilrichtung den Drehsinn des Paares in der Weise bestimmt, daß, entgegengesetzt zur Pfeilrichtung gesehen, das Paar rechtsdrehend erscheint.



Abb. 25. Kräftepaar im Raume.

Das resultierende Paar mehrerer in beliebigen Ebenen liegenden Paare  $A_i$  ergibt sich dann durch geometrische Summierung ihrer Achsen;  $A = \sum A_i$  (wie bei Raumkräften), d. h. ebenes oder räumliches Achseneck statt Kräfteck; bei parallelen Ebenen sind die Achsen einander parallel und werden algebraisch addiert.

Gleichgewicht besteht, wenn bei Paaren in derselben Ebene oder in Parallelebenen die algebraische Summe ihrer Momente Null ist, d. h.  $\sum P_i p_i = 0$  oder wenn bei beliebigen Ebenen das Achseneck sich schließt, d. h.  $\sum A_i = 0$ .

### Mehrere Kräfte im Raume mit mehreren Angriffspunkten.

Rein zeichnende Verfahren unzuweckmäßig.

(127) Rechnendes Verfahren. Vorgang wie bei Kräften in der Ebene; man erhält ein durch  $O$  gehendes Kraftbündel, das  $R = \sum P_i$  liefert, und die in Raumebenen liegenden Paare von den Achsen  $A_i = P_i p_i$ , die ein resultierendes Paar von der Achse  $A = \sum A_i$  liefern.

Die Resultierende und das resultierende Paar können, da in verschiedenen Ebenen liegend, im allgemeinen nicht mehr zusammengesetzt, aber auf unendlich verschiedene Weise umgeformt und in zwei sich kreuzende Kräfte — Kraftkreuz — umgewandelt werden.

Ist  $R = 0$ , dann liefern die  $P_i$  ein Paar von bestimmtem  $M$  und bestimmter Ebenen- (bzw. Achsen-) richtung, unabhängig von der Wahl des Bezugspunktes.



Gleichgewicht, wenn für beliebigen Bezugspunkt  $R=0$  und  $A=0$ . Diese Form der Gleichgewichtsbedingung ist für praktische Verwendung ungeeignet, daher besser folgende:

(128)  $P_i$  nach Abb. 26 in die drei Achsenrichtungen zerlegen; außerdem  $P_i$  auf Aufriß-, Grundriß- und Seitenrißebene projizieren; ferner auf jeder dieser Ebenen je einen beliebigen Bezugspunkt annehmen.

Gleichgewicht, wenn die Bedingungen erfüllt sind:

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum Z_i = 0$$

(d. h.  $R = \sum P_i = 0$ ),

$$\sum A_i a_i = 0, \quad \sum G_i g_i = 0, \quad \sum S_i s_i = 0$$

(d. h. statische Momente der Kraftprojektionen in den drei Rissen je  $= 0$ ).

Vielfach liegen die  $P_i$  in Ebenen parallel zur Seitenrißebene; dann ist  $X_i = 0$  und Aufriß und Grundriß der  $P_i$  liegt winkelrecht zur  $X$ -Achse.

Gleichgewichtsbedingung in analytischer Form (Rechtssystem).  $x_i y_i z_i =$  Koordinaten der Angriffspunkte der  $P_i$ . Gleichgewicht, wenn

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum Z_i = 0,$$

$$\sum (X_i z_i - Z_i x_i) = 0, \quad \sum (Y_i x_i - X_i y_i) = 0, \quad \sum (Z_i y_i - Y_i z_i) = 0.$$

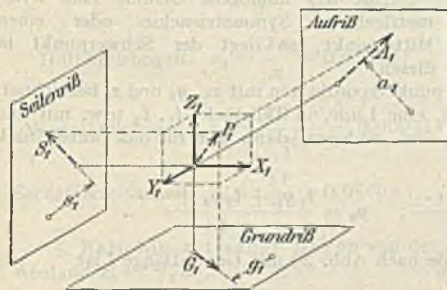


Abb. 26. Kräfte im Raume.

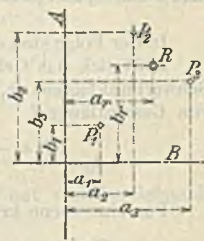


Abb. 27. Parallele Kräfte.

Resultierende paralleler Kräfte. Nach Abb. 27 (Kräfte  $P_i$  im Grundriß dargestellt) zwei Achsen  $A$  und  $B$  annehmen, dann ist

$$R = \sum P_i, \quad a_r = \frac{\sum P_i a_i}{\sum P_i} \text{ und } b_r = \frac{\sum P_i b_i}{\sum P_i}.$$

## Mittelpunkt paralleler Kräfte, Schwerpunkt.

(129) Für die Ebene. Zur Bestimmung der Lage der Resultierenden mehrerer paralleler Kräfte  $P_1, P_2, \dots$ , (Abb. 28) wird jede Kraft zerlegt in  $X_i = P_i \cos \alpha$ ,  $Y_i = P_i \cos \beta$ . Für Größe und Lage der Resultierenden der  $X_i$  und  $Y_i$  gilt

$$X_r = \sum X_i \quad \text{und} \quad y_r = \frac{\sum X_i y_i}{\sum X_i},$$

$$Y_r = \sum Y_i \quad \text{und} \quad x_r = \frac{\sum Y_i x_i}{\sum Y_i},$$

hieraus  $R = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2}$ , geht durch den  $x_r - y_r$ -Punkt und ist parallel zu den  $P$ . Nun gilt

$$y_r = \frac{\sum P_i \cos \alpha y_i}{\sum P_i \cos \alpha} = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i}, \quad x_r = \frac{\sum P_i \cos \beta x_i}{\sum P_i \cos \beta} = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}$$

und  $R = \sqrt{(\sum P_i \cos \alpha)^2 + (\sum P_i \cos \beta)^2} = \sum P_i \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta} = \sum P_i$ .  
Somit geht  $R$ , unabhängig von  $\alpha$  und  $\beta$ , stets durch denselben Punkt, d. i. der Mittelpunkt paralleler Kräfte.

Für den Raum gilt dementsprechend

$$x_r = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}, \quad y_r = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i}, \quad z_r = \frac{\sum P_i z_i}{\sum P_i}.$$

Der Mittelpunkt heißt Schwerpunkt, wenn die Einzelkräfte die Gewichte der Einzelteile eines Körpers sind. Für homogene Gebilde (Körper, Flächen oder Linien), also mit unveränderlichem Raum-, Flächen- bzw. Längeneinheitgewicht kommt für die Schwerpunktslage nur die geometrische Gestalt des Gebildes in Betracht. Man zerlegt das Gebilde in Teile von bekannten Schwerpunktlagen (schmale Streifen und dgl.) und verfährt mit den statischen Momenten der Einzelteile in bezug auf die verschiedenen Achsen wie oben angegeben.

Hat das homogene Gebilde eine Symmetrieebene, Symmetrieachse oder einen Mittelpunkt, so liegt der Schwerpunkt in diesen.

In der Folge sind die Schwerpunktskoordinaten mit  $x_0$ ,  $y_0$  und  $z_0$  bezeichnet.

Läßt sich das Gebilde, z. B. eine Linie, in Teilstücke  $l_1$ ,  $l_2$  usw. mit den Schwerpunktlagen  $x_1 y_1$ ,  $x_2 y_2$  usw. zerlegen, dann gilt für das ganze Stück von Gesamtlänge  $l$

$$x_0 = \frac{l_1 x_1 + l_2 x_2 + \dots}{l}, \quad y_0 = \frac{l_1 y_1 + l_2 y_2 + \dots}{l}.$$

Für eine ebene krumme Linie nach Abb. 29 mit Gesamtlänge  $l$  ist

$$x_0 = \frac{\sum x \Delta l}{l}, \quad y_0 = \frac{\sum y \Delta l}{l} \quad \text{oder} \quad x_0 = \frac{\int x dl}{l}, \quad y_0 = \frac{\int y dl}{l}.$$

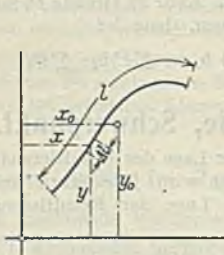


Abb. 29. Schwerpunkt einer ebenen Linie.

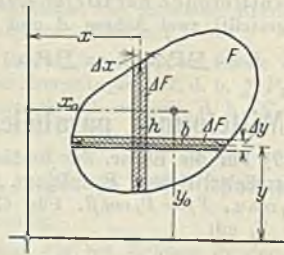


Abb. 30. Schwerpunkt einer ebenen Fläche.

Für eine ebene Fläche nach Abb. 30 mit Gesamtfläche  $F$  ist

$$x_0 = \frac{\sum x \Delta F}{F} = \frac{\sum x h \Delta x}{F}, \quad y_0 = \frac{\sum y \Delta F}{F} = \frac{\sum y b \Delta y}{F}.$$

$$\text{oder} \quad x_0 = \frac{\int x dF}{F} = \frac{\int x h dx}{F}, \quad y_0 = \frac{\int y dF}{F} = \frac{\int y b dy}{F}.$$

Geht die  $Y$ - oder  $X$ -Achse durch den Schwerpunkt, dann ist

$$\sum x \Delta F = 0 \quad \text{oder} \quad \int x dF = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum y \Delta F = 0 \quad \text{oder} \quad \int y dF = 0.$$

(130) **Schwerpunktlagen** für technisch wichtige homogene Linien, Flächen und Körper. Im nachfolgenden ist der Schwerpunkt mit  $S$  bezeichnet. Die Winkel  $\alpha$  sind im Bogenmaß einzusetzen.

*Schwerpunkte homogener ebener Linien.*

1. Gerade Strecke.  $S$  liegt im Mittelpunkte der Strecke.

2. Dreieckumfang.  $S$  liegt im Mittelpunkte des eingeschriebenen Kreises für dasjenige Dreieck, dessen Ecken in den Mitten der Seiten  $a$ ,  $b$  und  $c$  des ursprünglichen Dreiecks liegen.

Ist  $a + b + c = s$  und  $h$  die zu  $a$  gehörende Höhe, dann hat  $S$  von  $a$  den Abstand  $x_0 = h(b + c) : 2s$ .

3. Parallelogrammumfang.  $S$  liegt im Diagonalschnittpunkt.

4. Kreisbogen.  $r =$  Halbmesser,  $b =$  Bogenlänge,  $s =$  Sehnenlänge,  $2\alpha =$  Zentriwinkel;  $S$  hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{rs}{b} = \frac{\text{Radius} \times \text{Sehne}}{\text{Bogen}} = r \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

$$\text{Halbkreisbogen} \quad x_0 = \frac{2r}{\pi} = 0,63662 r,$$

$$\text{Viertelkreisbogen} \quad x_0 = \frac{2\sqrt{2}r}{\pi} = 0,90032 r,$$

$$\text{Sechstelkreisbogen} \quad x_0 = \frac{3r}{\pi} = 0,9549 r.$$

5. Beliebiger flacher Bogen von der Höhe  $h$ ;  $S$  hat von der Sehne den Abstand  $x_0 \approx \frac{2}{3}h$ .

*Schwerpunkte homogener ebener Flächen.*

6. Dreieck.  $S$  liegt im Schnittpunkte der Mittellinien. Abstand des Schwerpunktes von einer Seite gleich einem Drittel der zugehörigen Höhe. Sind  $x_1, x_2, x_3$  die Abstände der Ecken von einer beliebigen Geraden oder Ebene, dann hat  $S$  hiervon den Abstand  $x_0 = (x_1 + x_2 + x_3) : 3$ .

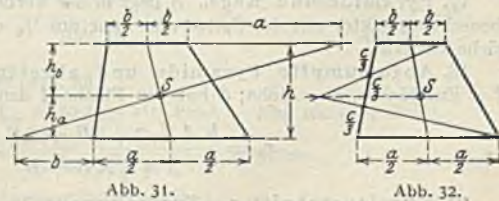
7. Parallelogramm.  $S$  liegt im Schnittpunkte der Diagonalen.

8. Trapez

s. Abb. 31 u. 32.

$$h_a = \frac{h}{3} \frac{a + 2b}{a + b},$$

$$h_b = \frac{h}{3} \frac{2a + b}{a + b}.$$



9. Kreisausschnitt. Bezeichnungen wie bei 4.

$$x_0 = \frac{2rs}{3b} = \frac{2}{3} \frac{\text{Radius} \times \text{Sehne}}{\text{Bogen}} = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{r^2 s}{3F},$$

worin  $F = r^2 \alpha$  die Fläche des Kreisausschnittes.



$$\text{Halbkreisfläche } x_0 = \frac{4r}{3\pi} = 0,42441 r,$$

$$\text{Viertelkreisfläche } x_0 = \frac{4\sqrt{2}r}{3\pi} = 0,60021 r,$$

$$\text{Sechstelkreisfläche } x_0 = \frac{2r}{\pi} = 0,6366 r.$$

10. Kreisabschnitt. Bezeichnungen wie bei 4.

$$x_0 = \frac{s^3}{12F} = \frac{2}{3} \frac{r^3 \sin^3 \alpha}{F} = \frac{4}{3} \frac{r \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha},$$

worin  $F$  die Fläche des Kreisabschnittes.

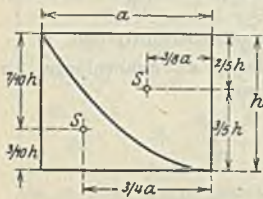


Abb. 33. Parabelflächen.

11. Kreisringstück.  $R$  und  $r$  die Halbmesser,  $2\alpha =$  Zentriwinkel.  $S$  hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{2}{3} \frac{R^3 - r^3 \sin \alpha}{R^2 - r^2 \alpha}.$$

Halbkreisringstück

$$x_0 = \frac{4}{3\pi} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}.$$

12. Parabelflächen s. Abb. 33.

13. Beliebiger flacher Bogenabschnitt kann als Parabelfläche von der Höhe  $h$  angesehen werden.  $S$  hat von der Sehne den Abstand

$$x_0 = \frac{2}{5} h.$$

*Schwerpunkte homogener räumlicher Flächen.*

14. Kugelzone und Kugelkalotte.  $S$  liegt in der Mitte der Höhe.

15. Mantel des geraden Kreiskegels.  $S$  liegt um  $1/3$  der Höhe von der Grundfläche entfernt.

*Schwerpunkte homogener Körper.*

16. Prisma und Zylinder mit parallelen Endflächen.  $S$  liegt in der Mitte der Verbindungslinie zwischen den Endflächenschwerpunkten.

17. Pyramide und Kegel.  $S$  liegt in der Verbindungslinie des Grundflächenschwerpunktes mit der Spitze und zwar um  $1/4$  der Höhe von der Grundfläche entfernt.

18. Abgestumpfte Pyramide und abgestumpfter Kegel.  $A$  und  $B =$  Endflächen,  $h =$  Höhe;  $S$  hat von Fläche  $A$  den Abstand

$$x_0 = \frac{h}{4} \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B}.$$

19. Kugelausschnitt.  $r =$  Kugelhalbmesser,  $2\alpha =$  Zentriwinkel,  $h =$  Höhe der Kalotte.  $S$  hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{3}{8} r (1 + \cos \alpha) = \frac{3}{8} (2r - h).$$

$$\text{Halbkugel } x_0 = \frac{3}{8} r. \quad \text{Halbe Hohlkugel } x_0 = \frac{3}{8} \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}.$$

20. Kugelabschnitt. Bezeichnungen wie bei 19.  $S$  hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

21. Umdrehungsparaboloid. Dreht sich die Parabel um ihre Achse und hat der Scheitel den Abstand  $h$  von der Endfläche, dann hat  $S$  von der Endfläche den Abstand

$$x_0 = \frac{1}{3} h.$$

Guldinsche Regel s. (21).

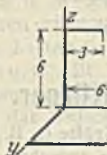


Abb. 34.



Abb. 35.

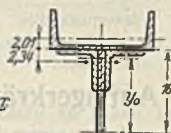


Abb. 36.

(131) Beispiele zur Schwerpunktbestimmung für zusammengesetzte Gebilde.

1. Vierteilige Linie (Abb. 34),  $l = 3 + 6 + 5 + 6 = 20$  cm.

$$x_0 = \frac{3 \cdot 1,5 + 6 \cdot 3}{20} = 1,125, \quad y_0 = \frac{5 \cdot 2,5 + 6 \cdot 5}{20} = 2,125,$$

$$z_0 = \frac{3 \cdot 6 + 6 \cdot 3}{20} = 1,8 \text{ cm.}$$

2. Kreislinie  $l_1$  + zwei Halbkreislinien  $l_2$  (Abb. 35).

$$z_0 = \frac{2l_1 z_1}{l_1 + 2l_2} = \frac{2r\pi \cdot 2r \cdot \pi}{2r\pi + 2r\pi} = \frac{r}{\pi}.$$



Abb. 37.

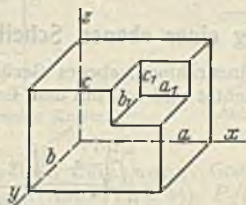


Abb. 38.

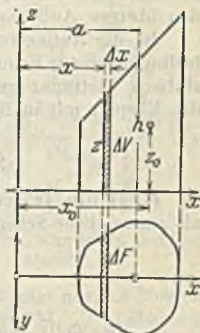


Abb. 39.

3. Zusammengesetztes Profil (Abb. 36)

$$\lfloor \rfloor 20 = 32,2 \text{ cm}^2, \quad 2 \lfloor \rfloor 80 \cdot 80 \cdot 10 = 2 \cdot 15,1 \text{ cm}^2, \quad \text{Steg } 160 \cdot 10 = 16 \text{ cm}^2.$$

$$y_0 = \frac{32,2 \cdot 18,01 + 30,2 \cdot 13,66 + 16 \cdot 8}{32,2 + 30,2 + 16} = 14,3 \text{ cm.}$$

4. Kegelmantel  $F_1$  + Halbkugeloberfläche  $F_2$  (Abb. 37).

$$z_0 = \frac{F_1 z_1 + F_2 z_2}{F_1 + F_2} = \frac{r\pi a \frac{2h}{3} + 2r^2\pi \left(\frac{r}{2} + h\right)}{r\pi a + 2r^2\pi}$$

5. Rechkantkörper  $V$  mit Fehrechteck  $V_1$  (Abb. 38).

$$x_0 = \frac{V \frac{a}{2} - V_1 \left(a - \frac{a_1}{2}\right)}{V - V_1}, \quad y_0 = \frac{V \frac{b}{2} - V_1 \left(b - \frac{b_1}{2}\right)}{V - V_1} \text{ usw.}$$

6. Schief abgeschnittenes Prisma (Abb. 39),  $F$  = Grundfläche,  $h$  = Höhe über Grundflächenschwerpunkt.

$$\text{Volumen } \Delta V = z \Delta F = \frac{h}{a} x \Delta F, \quad V = \Sigma \Delta V = \frac{h}{a} \Sigma x \Delta F = \frac{h}{a} \cdot \text{stat. Moment}$$

der Grundfl. in bezug auf  $Y$ -Achse =  $\frac{h}{a} F a = h F$ .

$$\text{Schwerpunkt Abstand } x_0 = \frac{\Sigma \Delta V x}{V} = \frac{\frac{h}{a} \Sigma x^2 F}{V} = \frac{h}{a} \frac{J}{V},$$

worin  $J$  = Trägheitsmoment der Grundfl. in bezug auf  $Y$ -Achse.

$$\text{Schwerpunkthöhe } z_0 = \frac{\Sigma \Delta V z}{V} = \frac{h}{2a} \frac{\Sigma x z \Delta F}{V}.$$

## Auflagerkräfte gestützter Körper.

(132) Die an einem starren Körper angreifenden Kräfte (z. B. Gewichte oder sonstige Belastungskräfte) heißen Außenkräfte, die zwischen den einzelnen Stoffteilchen wirkenden Kräfte Innenkräfte oder Spannkkräfte.

Wird ein unter der Wirkung von Außenkräften stehender Körper gegen andere Körper oder gegen den festen Erdboden (Gebäudewand, Maschinenrahmen) abgestützt, dann treten an den Berührungsstellen (Auflager) Kräfte — Auflagerkräfte oder Stützwiderstände — auf.

Werden diese Kräfte, die der feste Boden auf den gestützten Körper äußert, ebenfalls als am Körper angreifende Außenkräfte angesehen, dann stehen sie mit den übrigen Außenkräften, den Belastungskräften, im Gleichgewicht.

Ist die Auflagerung von solcher Art, daß die statischen Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung der Auflagerkräfte ausreichen, dann ist der Körper statisch bestimmt gelagert; andernfalls sind die elastischen Formänderungen des Körpers mit in Rechnung zu bringen.

## Stützung einer ebenen Scheibe.

(133) Ein Träger, Maschinenrahmen, ebenes Gerüst oder Fachwerk wird als starre ebene Scheibe betrachtet und soll mit dem Erdboden durch Zug- oder

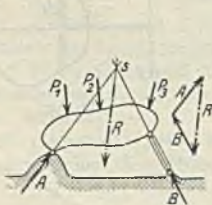


Abb. 40a u. b.

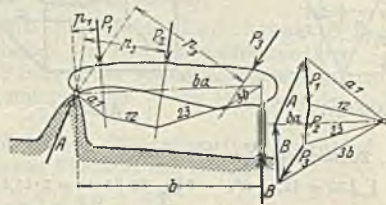


Abb. 41a u. b.

Abb. 40a u. b. und 41a u. b. Stützung durch Kippbolzen und Pendelstütze.

Druckstangen, Bolzen, Walzen u. dgl. unverschieblich verbunden werden. Eine statisch bestimmte Lagerung kann erfolgen

a) durch einen Kippbolzen und eine Pendelstütze, Abb. 40a. Von Auflagerkraft  $A$  ist ein Punkt (Kippbolzen), von  $B$  die Wirkungslinie (Mitte Pendelstütze) gegeben. Unbekannt ist Größe und Richtung von  $A$  und Größe von  $B$ . Es besteht Gleichgewicht zwischen  $A$ ,  $B$  und den Außenkräften  $P_1 P_2 P_3$ . Demnach entsprechen die drei Unbekannten den drei Gleichgewichtsbedingungen für ebene Körper. Bestimmung von  $A$  und  $B$  durch Zeichnung.  $R$  für  $P_1 P_2 P_3$  nach



bekanntem Verfahren, z. B. durch Seileck bestimmen; somit bilden  $R$ ,  $A$  und  $B$  Gleichgewicht und gehen durch einen Punkt  $s$ , Abb. 40a, d. i. Schnittpunkt aus  $R$  und  $B$ ; hierdurch ist Richtung  $A$  bestimmt. Sodann  $A$  und  $B$  aus Kräfteck Abb. 40b zu ermitteln.

Ist Schnittpunkt  $s$  weit abliegend, dann besser das Seileckverfahren: Seileck und Kräfteck für  $P_1, P_2, P_3, A, B$  müssen sich schließen. Hieraus Lösung nach Abb. 41a u. b, wobei Seileck stets durch Kippbolzen gehen muß.

Abb. 42a u. b zeigt dasselbe Verfahren für zum Teil außenliegende Lasten.

Abb. 43a u. b gilt für lotrechte Lasten und Pendelstütze, wobei das Seileck nicht durch Kippbolzen zu gehen braucht.

Abb. 44a u. b gilt, wenn statt Pendelstütze eine Zugstange erforderlich ist (Kranausleger).

Die Pendelstütze kann auch durch eine Walze, Abb. 45, oder, wenn ungenügend, durch ein sog. Rollenkipplager, Abb. 46, ersetzt werden; hierdurch wird wie bei der Pendelstütze die Richtung von  $B$  (hier normal zur Rollenbahn) bestimmt. Zeichnungsverfahren genau wie oben.

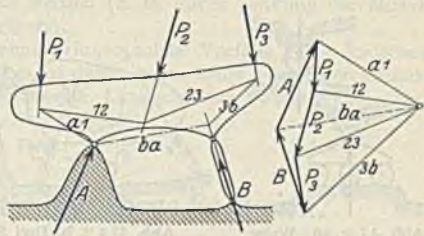


Abb. 42 a u. b. Stützung durch Kippbolzen und Pendelstütze.

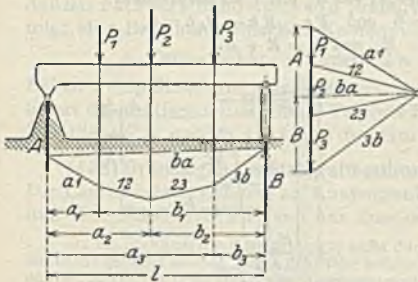


Abb. 43 a u. b. Lotrechte Kräfte.

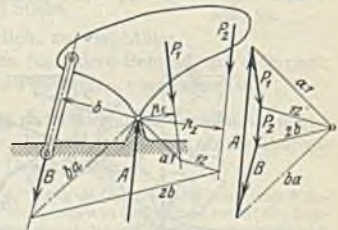


Abb. 44 a u. b. Kippbolzen und Zugstange.

Durch Rechnung und Zeichnung. Größe von  $B$  folgt aus der Momentengleichung (z. B. nach Abb. 41 od. 44)  $P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots - B b = 0$ ; Größe und Richtung von  $A$  ergeben sich aus der Schlußlinie des Kräftecks  $P_1 P_2 \dots A B$ .

Bei nur lotrechten Lasten, Abb. 43, ist  $B = (P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots) : l$ ,  $A = (P_1 b_1 + P_2 b_2 + \dots) : l$ ; Probe  $A + B = P_1 + P_2 + \dots$ .

b) durch drei Pendelstützen, wovon jede durch eine gleichwertige Walze oder ein Rollenkipplager oder eine Zugstange ersetzt sein kann.

In Abb. 47a sei  $R$  die Resultierende der Außenkräfte, die mit  $ABC$  Gleichgewicht bildet.

durch Zeichnung. Die Resultierende  $R_{r,a}$  aus  $R$  und  $A$  ist gleich und entgegengesetzt zu  $R_{b,c}$  aus  $B$  und  $C$ . Hieraus Konstruktion nach Abb. 47b.

durch Rechnung und Zeichnung. Nach Abb. 47a u. b folgt für Bezugspunkt  $s$   $A a - R r = 0$ , woraus  $A$ , sodann  $B$  und  $C$  ebenso oder aus Kräfteck  $R, A, B, C$ .

Eine kleine Abänderung der Rechnung folgt für den Fall, daß zwei der Auflagerkräfte parallel sind.

Schneiden sich die Richtungen  $A, B, C$  nahezu in einem Punkte, dann folgen aus der Kleinheit von  $a$  sehr große  $A, B$  und  $C$ , weshalb dieser Fall zu vermeiden ist. Bei genau demselben Schnittpunkt würden sich unendlich große  $A, B, C$  ergeben; aus demselben Grunde sind drei parallele Zugstangen oder Pendelstützen unzulässig.

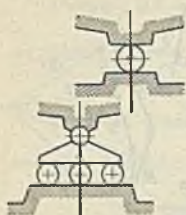


Abb. 45 u. 46. Walze und Rollenkipplager.

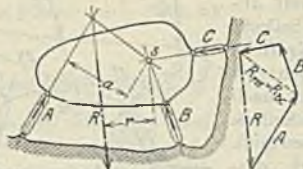


Abb. 47a u. b. Drei Stangen.

Bei Abstützung eines Körpers durch Zapfen und Lager (Achsen, Wellen, Drehkran u. dgl.) verläuft der Lagerdruck beim Traglager quer zur Zapfenachse und beim Spurlager in Zapfen-

achse; das Kamm- oder Bundlager vereinigt beide Lagerarten mit den entsprechenden Lagerdruckrichtungen.

### (134) Beispiele.

1) Wagen auf lotrechter Kreisbahn durch Zugseil gehalten. Aus Abb. 48a folgt sofort  $Z = Gg : z$ ; Raddrücke  $R_1, R_2$  aus Kräfteck Abb. 48 b.

2) Wanddrehkran Abb. 49. Auf das gegen Boden und Wand durch ein Spur- und zwei Tragzapfen abgestützte Krangerüst vom Eigengewicht  $E$  und Katzensgewicht  $K$  wirken die drei unbekannteren Zapfendrücke  $H_0, H_u$  und  $V$ . Zweckmäßig analytische Behandlung. Die drei Gleichgewichtsbedingungen liefern für Schnittpunkt von  $H_u$  und  $V$  als Bezugspunkt

$$V - E - K = 0, \quad H_0 - H_u = 0 \quad \text{und} \quad Ee + Kk - H_0h = 0,$$

woraus

$$H_0 = (Ee + Kk) : h = H_u \quad \text{und} \quad V = E + K.$$

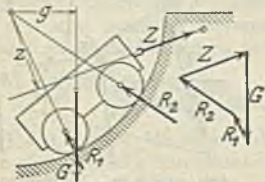


Abb. 48a u. b.

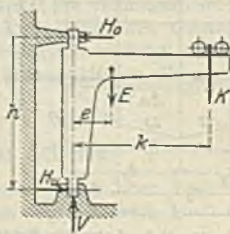


Abb. 49.

## Stützung eines Körpers.

(135) Ein räumlicher Körper (Gerüst, Raumfachwerk, Achse mit Raumkräften u. dgl.) erfordert den sechs Gleichgewichtsbedingungen der Raumstatik entsprechend auch sechs Auflagerbedingungen, z. B. sechs Gelenkstangen, oder ein Kugelgelenk und drei Gelenkstangen usw. Der allgemeinste Fall erfordert umständliche Behandlung und kommt selten vor; meist liegen alle Kräfte in parallelen Ebenen.

Beispiele hierüber s. Abschn. Elast. u. Fest.

(136) Die Gleichgewichtsbedingungen sind für die Ermittlung der Auflagerkräfte nicht ausreichend, wenn bei einer ebenen Scheibe die Lagerung z. B. durch zwei feste Kipplager oder durch ein festes und zwei bewegliche Kipplager oder durch vier Gelenkstäbe erfolgt; der Körper ist dann statisch unbestimmt gelagert und die Bestimmung der Auflagerkräfte kann nur unter Zuhilfenahme der elastischen Formänderung (Durchbiegung bei Trägern) erfolgen; es können aber auch beim unbelasteten Träger Auflagerkräfte durch einseitige Temperaturänderungen des Trägermaterials (ungleichmäßige Sonnenbestrahlung) entstehen;



insbesondere können die berechneten Auflagerkräfte und die damit zusammenhängenden inneren Kräfte (Materialspannungen) durch nachträgliche Lageränderungen der Auflager beeinflußt werden (z. B. durch Senkung der Mittelstütze eines dreifach gelagerten Trägers).

Bei statisch bestimmter Lagerung bringen solche Vorfälle keine Änderung in der Kräfteverteilung hervor und es ist daher, wenn keine besonderen Gründe dagegen sprechen, die statisch bestimmte Lagerung der unbestimmten vorzuziehen.

Weiteres hierüber s. Abschn. Elast. u. Fest.

## Das statisch bestimmte ebene Fachwerk.

(137) Das ebene Fachwerk ist ein Gebilde aus geraden Stäben, die in ihren Endpunkten durch Gelenke miteinander verbunden sind; diese Gelenke heißen Knotenpunkte. Das Fachwerk dient als Tragwerk, es nimmt Kräfte (Lasten, Winddrücke usw.) auf, die ebenfalls in Fachwerkebene liegen und überträgt diese an den Auflagerstellen auf den festen Raum (Erdboden, starre Wand usw.).

**Bildungsgesetze des Fachwerks.** Die Punkte 1 bis 3, Abb. 50, erfordern 3 Stäbe. Jeder weitere Punkt 4, 5, 6... erfordert zum Anschluß an das jeweils gewonnene System je 2 weitere Stäbe, wobei es nicht nötig ist, daß die Stäbe nur Dreiecke bilden; es kommen auch Vier- und Fünfecke und Stabüberschneidungen vor; wesentlich ist nur, daß das Fachwerk mindestens ein Stabdreieck enthält. Hieraus folgt eine Beziehung zwischen Knotenpunkts- und Stabzahl:

$n$  Knotenpunkte erfordern  $2n - 3$  Stäbe.

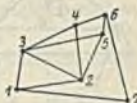


Abb. 50.

Bei zu wenig Stäben ist das Stabwerk beweglich, zu viel Stäbe liefert das statisch unbestimmte Fachwerk, das besondere Behandlung erfordert. Für die Folge werden statisch bestimmte Fachwerke vorausgesetzt.

(138) **Grundlagen zur Stabkraftbestimmung** unter folgenden Voraussetzungen: Die Lasten setzen sich nur an Knotenpunkten ab und die Gelenke sind reibungsfrei. Die Stäbe erhalten dann nur Zug- oder Druckkräfte.

Da im Stahlbau die Knotenpunkte nicht durch reibungsfreie Gelenke, sondern durch Knotenbleche gebildet werden, an die die Stäbe festgenietet sind, treten in den Stäben neben den Zug- und Druckkräften noch erhebliche Biegemomente und damit die sog. Nebenspannungen auf. Eine genaue Fachwerksberechnung mit Berücksichtigung der steifen Knotenpunktvernetzung ist sehr schwierig und wird selten durchgeführt; gegebenenfalls begnügt man sich mit der Schätzung der Nebenspannungen.

Die Stabkraftbestimmung beruht auf dem Gleichgewicht der an jedem Knotenpunkte angreifenden Kräfte, das sind die Lasten, die Auflagerkräfte und die Stabkräfte. Demnach gilt für jeden Knotenpunkt:

Das Kräfteck der am Knotenpunkt wirkenden Stabkräfte und Lasten schließt sich, oder

Die algebraische Summe der Vertikal- und der Horizontalkomponenten dieser Kräfte ergibt je null.

### (139) Stabkraftbestimmung durch Zeichnung.

Man unterscheidet zwei Gruppen von Fachwerken:

Gruppe 1 wird durch freien Aufbau vom Boden oder von einer Wand aus gewonnen (Beispiele s. Abb. 51 und 52); bei Gruppe 2 mit auseinanderliegenden Auflagern muß das Fachwerk vor der Aufstellung zusammengesetzt werden (Beispiele in Abb. 54, 58 und 59).

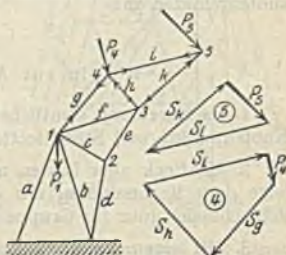


Abb. 51. Fachwerk der ersten Gruppe.



**Fachwerke der 1. Gruppe.** Diese haben stets mindestens einen Knotenpunkt, von dem nur zwei Stäbe ausgehen. Ein solcher ist z. B. nach Abb. 51 Punkt 5. Das Kräfte-dreieck  $P_5, S_i, S_k$  liefert die Stabkräfte  $S_i$  und  $S_k$ . Als nächster Punkt ist der zu nehmen, von dem zwei Stäbe mit noch unbekanntem Stabkräften ausgehen, d. i. Punkt 4; aus dem Kräfteck  $P_4, S_i, S_h, S_g$ , in dem  $S_i$  schon bekannt ist, folgt  $S_g$  und  $S_h$ . Nun folgt Punkt 3, dann 2 und schließlich 1, womit dann alle Stabkräfte gefunden sind. Der Stabkraftsinn, d. h. Zug (+) oder Druck (−) wird in den Kräftecken und im System durch Pfeile vermerkt; die Pfeilrichtungen nach Abb. 53 bezeichnen Zug bzw. Druck.



Abb. 52.

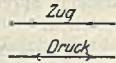


Abb. 53.

**Fachwerke der 2. Gruppe.** Zunächst wird das Fachwerk mit sämtlichen Kräften als starre Scheibe betrachtet und nach (133) die Auflagerkräfte bestimmt. Hierauf kann man wieder wie bei der ersten Gruppe vorgehen, wobei die Auflagerkräfte wie die sonstigen Knotenpunktskräfte behandelt werden. Für den Anfang finden sich stets Knotenpunkte mit nur zwei Stäben.

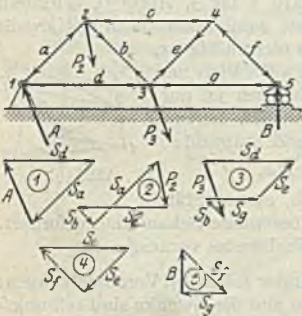


Abb. 54. Fachwerk der zweiten Gruppe.

Beispiel nach Abb. 54. Reihenfolge der Knotenpunkte ist 1, 2, 3, 4, 5; Kräfteck für 4 und 5 liefert Richtungsproben. Reihenfolge der Lasten und Stabkräfte innerhalb der einzelnen Kräftecke ist beliebig.

**(140) Der Kräfteplan nach Cremona.** Wenn das Fachwerk gewissen Bedingungen genügt, dann lassen sich alle diese Kräftecke zu einer einzigen Zeichnung, dem Kräfteplan, zusammenfassen, in welchem jede Stabkraft nur einmal zu zeichnen ist. Diese Bedingungen lauten:

- Das Fachwerk baut sich in der Weise auf, daß von einem Grunddreieck aus jeder weitere Knotenpunkt durch je zwei weitere Stäbe an das jeweils gewonnene Fachwerk angeschlossen wird. Ein solches Fachwerk enthält mindestens einen Knotenpunkt, an dem nur zwei Stäbe anschließen.
- Die Stäbe überschneiden sich nicht.
- Sämtliche Kräfte (Lasten und Auflagerkräfte) greifen nur an Umfangsknotenpunkten an.

### Regeln zur Aufstellung der Kräftepläne.

- Fachwerk mit sämtlichen Lasten und Auflagerkräften genau aufzeichnen, Knotenpunkte und Stäbe fortlaufend bezeichnen.
- Kräfteck aller Lasten und Auflagerkräfte so zeichnen, daß ihre Reihenfolge dem Rechtsumlauf um das Fachwerk entspricht; dieses Kräfteck muß sich schließen (nur für Gruppe 2 nötig).
- Mit einem Knotenpunkt beginnen, an dem nur zwei Stäbe anschließen. Dasselbst denkt man sich einen Uhrzeiger angebracht, dessen Rechtsdrehung eine gewisse Reihenfolge der an diesem Punkte anschließenden Stäbe angibt. Die Knotenpunktskraft wird, wie sie auch liegen mag, in dieser Reihenfolge stets zwischen den Außenstäben eingeordnet. In dieser Reihenfolge wird das Kräfteck der an diesem Punkte angreifenden Stab- und Knotenpunktskräfte so

gezeichnet, daß die im Kräfteck schon gezeichnete Knotenpunktskraft benutzt wird.

4. Dasselbe wird für jeden weiteren Knotenpunkt wiederholt; die von den vorhergehenden Knotenpunkten schon gefundenen Stabkräfte liegen in den weiteren Kräftecken schon an richtiger Stelle. Reihenfolge der Knotenpunkte so, daß jeweils nur zwei Stabkräfte unbekannt sind.

5. Die Stabkraftpfeile werden nur im System, nicht aber im Kräfteplan eingetragen.

6. Auf Grund des gewählten Kräftemaßstabes ist eine Tafel der Stabkräfte mit ihren Vorzeichen aufzustellen.

Merkregeln, die aus den allgemeinen Regeln hervorgehen:

I. Ein unbelasteter Knotenpunkt mit nur zwei anschließenden Stäben liefert in diesen keine Stabkräfte.

II. In unbelasteten Knotenpunkten nach Abb. 55 ist stets  $S_c = 0$  und  $S_a = S_b$ .

III. In unbelasteten Knotenpunkten nach Abb. 56 ist stets  $S_u = S_c$  und  $S_b = S_d$ .

IV. Wie beim Einzelkräfteckverfahren liefert auch hier der vorletzte und letzte Punkt Richtigkeits- bzw. Genauigkeitsproben. Schließt sich der Kräfteplan nicht vollständig, dann zeigt sich am Schlusse das sog. Fehlerdreieck, das durch Ausgleichen zum Verschwinden gebracht werden kann.

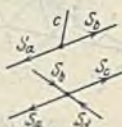


Abb. 55 u. 56.

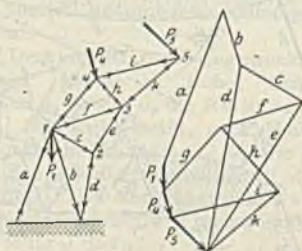


Abb. 57. Kranausleger.

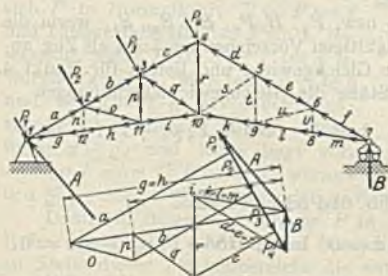


Abb. 58. Dachbinder.

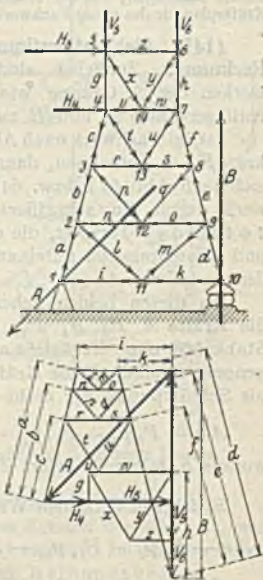


Abb. 59. Brückengerüst.

Zwecks hinreichender Genauigkeit zeichne man das System groß und genau auf, den Kräfteplan aber kleiner. Besondere Genauigkeit ist zwecklos, da i. d. Regel die Lasten nicht scharf bestimmt sind.

Beispiele. Fachwerk der 1. Gruppe nach Abb. 57 (Kranausleger), Knotenpunktsfolge 5, 4, 3, 2, 1.



Fachwerk der 2. Gruppe nach Abb. 58 (Dachbinder für Winddruck links). Die gestrichelten Stäbe sind nach Regel II spannungslos. Kraftfolge  $A, P_1, P_2, P_3, P_4, B$ , Knotenpunktfolge 1, 2, 11, 3, 10, 4, 7; es ist  $S_\rho = S_h, S_d = S_e = S_f$  und  $S_k = S_l = S_m$ .

Fachwerk der 2. Gruppe nach Abb. 59 (Brückengerüst). Kraftfolge  $A, II_4, II_6, V_5, V_6, B$ . Knotenpunktfolge 1, 10, 11; 2, 9, 12, 3, 8, 13, 4, 7, 14, 5, 6.

Weitere Kräftepläne für Laufkranfachwerkträger mit Eigengewicht s. Abschn. Hebezeuge.

Zusammengesetztes Fachwerk, wenn mehrere einfache Dreiecksfachwerke durch Stäbe und Gelenke unverschieblich miteinander verbunden sind. Bisherige Verfahren nicht ohne weiteres anwendbar.

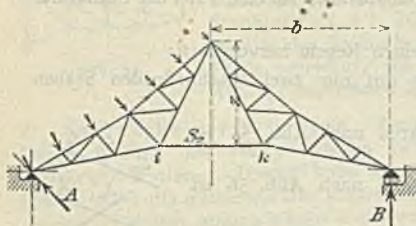


Abb. 60. Doppelpolonceau.

Einfaches Beispiel hierzu nach Abb. 60 (Dachbinder). Stabkraft  $S_2$  aus  $Bb = S_2 z$  berechnen und an den Punkten  $i$  und  $k$  als äußere Kräfte anbringen; hierauf zusammenhängender Kräfteplan für das ganze Fachwerk herstellbar.

(141) Stabkraftbestimmung durch Rechnung. Zunächst sind bei Fachwerken der 2. Gruppe wie bisher die Auflagerkräfte  $A$  und  $B$  zu bestimmen.

Ist im Fachwerk nach Abb. 61a Stabkraft  $S_i$  zu berechnen, dann denkt man sich nach Abb. 61b bzw. 61c das Fachwerk durch die schraffierten Scheiben 1 4 10 und 4 7 9 ersetzt, die durch Stab  $i$  und Knotenpunkt 4 miteinander verbunden sind.

An diesen beiden Scheiben wirken die Kräfte  $A, P_3, P_4, P_{11}, S_i, S_7, S_d$  bzw.  $P_4, B, P_8, S_c, S_p, S_l$ , worin die Stabkräfte ohne Rücksicht auf ihre endgültigen Vorzeichen zunächst als Zug angenommen sind. Diese Kräfte bilden je Gleichgewicht und liefern für Punkt 4 als Schnittpunkt der nicht gefragten Stäbe die Gleichgewichtsbedingungen

$$Aa - P_3 p_3 - P_{11} p_{11} - S_i i = 0 \quad \text{bzw.} \quad -Bb + P_8 p_8 + S_i i = 0,$$

woraus  $S_i$  folgt;  $+$  liefert Zug,  $-$  Druck.

$S_7$  folgt in derselben Weise nach Abb. 61d oder 61e aus

$$Aa - P_2 p_2 - P_{11} p_{11} - P_4 p_4 - S_7 s = 0 \quad \text{bzw.} \quad Bb - P_8 p_8 + S_7 s = 0.$$

$S_d$  folgt nach Abb. 61f bzw. 61g wegen Parallelität von  $S_d$  und  $S_l$  aus dem Gleichgewicht der lotrechten Kraftkomponenten:

$$A \cos \alpha_a - P_2 \cos \alpha_2 - P_{11} \cos \alpha_{11} - P_4 \cos \alpha_4 - S_d \cos \alpha_d = 0$$

$$\text{bzw.} \quad B - P_8 \cos \alpha_8 + S_d \cos \alpha_d = 0.$$

(Rittersches Schnittverfahren.)

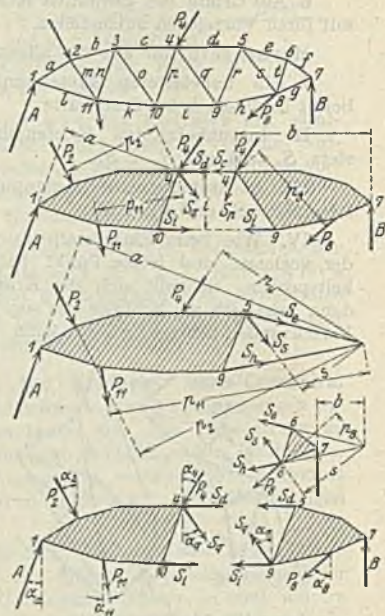


Abb. 61 a—g. Stabkräfte durch Rechnung.



## Reibung.

### Gleitreibung.

(142) **Grundlagen.** Ein Körper werde mit Normalkraft  $N$  nach Abb. 62 gegen eine ebene Unterlage gedrückt; zu seiner gleichförmigen Bewegung ist Kraft  $P$  erforderlich gleich dem Reibungswiderstand  $R$ , der am Körper, und zwar an der Berührungsfläche auftritt und stets gegen die Bewegung gerichtet ist.

Man setzt  $R = N\mu$ , worin  $\mu$ , eine Verhältniszahl, die Reibungszahl der Gleitbewegung, Gleitreibungszahl, heißt.



Abb. 62.

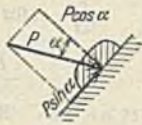


Abb. 63.

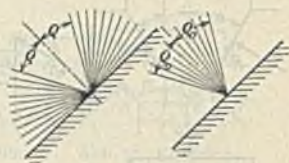


Abb. 64 u. 65.

$\mu$  ist von Flächenpressung, von Werkstoff und Beschaffenheit der Berührungsflächen, von der Gleitgeschwindigkeit und den Schmierungsverhältnissen abhängig, doch pflegt man der Einfachheit wegen die beiden erstgenannten Einflüsse zu vernachlässigen und setzt  $\mu = \text{konst.}$ : Coulombsches Reibungsgesetz.

Der mit Kraft  $N$  angedrückte Körper bleibt in Ruhe, wenn  $P \leq N\mu_0$ , worin  $\mu_0$  die Reibungszahl der Ruhe heißt, auch Haftreibungszahl genannt;  $\mu_0$  ist wie  $\mu$  von den jeweiligen Verhältnissen abhängig, ist aber stets etwas größer als  $\mu$ . Nachstehende Tafel zeigt einige Werte für  $\mu$  und  $\mu_0$ .

Ist  $P$  in Abb. 63 Resultierende aus mehreren Kräften, dann zerlegt sich  $P$  in Normalkraft  $N = P \cos \alpha$  und Tangentialkraft  $T = P \sin \alpha$ . Bewegung, wenn  $P \sin \alpha \geq P \cos \alpha \cdot \mu$ , woraus  $\text{tg } \alpha \geq \mu$ . Man setzt  $\mu = \text{tg } \varrho$  und bezeichnet  $\varrho$  als Reibungswinkel; Bewegung findet statt, wenn  $\alpha \geq \varrho$ , und Ruhe liegt vor, solange  $P \sin \alpha \leq P \cos \alpha \cdot \mu_0$ , woraus  $\text{tg } \alpha \leq \mu_0$  oder  $\alpha \leq \varrho_0$ ; hierin ist  $\varrho_0$  der Reibungswinkel der Ruhe.

Demnach Bewegung, solange  $P$  in schraffiertem Bereich der Abb. 64, und Ruhe, solange  $P$  in schraffiertem Bereich der Abb. 65 verläuft. Im Raume treten an Stelle dieser Flächenbereiche die entsprechenden Reibungskegel.

**Schiefe Ebene. Heben.** Aus Abb. 66a und zugehörigem Kraftreck Abb. 66b gilt für Bewegung:  $P \geq Q \text{tg}(\alpha + \varrho)$  und für Ruhe:  $P \leq Q \text{tg}(\alpha + \varrho_0)$ .

Senken. 1. Fall.  $\alpha > \varrho$  bzw.  $\alpha > \varrho_0$  (Abb. 67a u. b). Bewegung für  $P \leq Q \text{tg}(\alpha - \varrho)$  und Ruhe für  $P \geq Q \text{tg}(\alpha - \varrho_0)$ .

2. Fall.  $\alpha < \varrho$  bzw.  $\alpha < \varrho_0$  (Abb. 68a u. b). Bewegung für  $P \geq Q \text{tg}(\varrho - \alpha)$  und Ruhe für  $P \leq Q \text{tg}(\varrho_0 - \alpha)$ .

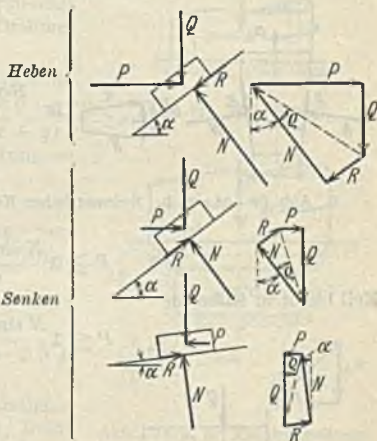


Abb. 66—68a u. b. Schiefe Ebenen.

3. Fall.  $\alpha = \varrho$  liefert für  $P = 0$  gleichförmiges Senken,  $\alpha = \varrho_0$  liefert für  $P = 0$  Ruhe.

**Symmetrischer Keil.** Für Eindringen durch Kraft  $P$  gilt zufolge Abb. 69 a u. b

$$N = \frac{P \cos \varrho}{2 \sin (\alpha + \varrho)}$$

oder bei gegebenem  $N$  ist zum Eindringen erforderliche Kraft

Eindringen 
$$P \geq 2 \frac{N \sin (\alpha + \varrho)}{\cos \varrho};$$

für Ruhe dagegen

$$P \leq 2 \frac{N \sin (\alpha + \varrho_0)}{\cos \varrho_0}.$$

Bewegung nach oben.

1. Fall.  $\alpha > \varrho$  bzw.  $\alpha > \varrho_0$ .

$N$  will Keil herausdrücken (Abb. 70 a u. b). Wird verhindert durch Druck

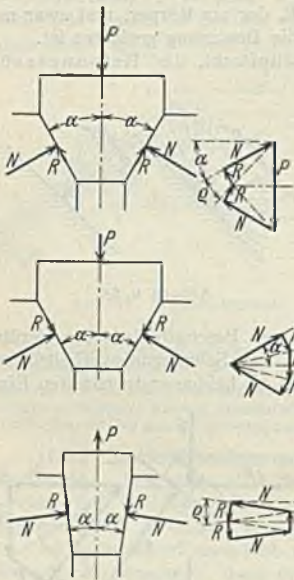
$$P \geq 2 \frac{N \sin (\alpha - \varrho_0)}{\cos \varrho_0}.$$

Bewegung nach oben, wenn

$$P \leq 2 \frac{N \sin (\alpha - \varrho)}{\cos \varrho}.$$

2. Fall.  $\alpha < \varrho$  bzw.  $\alpha < \varrho_0$ .

Zum Herausziehen ist nach Abb. 71 a u. b die erforderliche Kraft



Eindringen

Herausdrücken

Herausziehen

Abb. 69—71 a u. b. Symmetrischer Keil.

Keil bleibt in Ruhe für

$$P \geq 2 \frac{N \sin (\varrho - \alpha)}{\cos \varrho}$$

$$P \leq 2 \frac{N \sin (\varrho_0 - \alpha)}{\cos \varrho_0}.$$

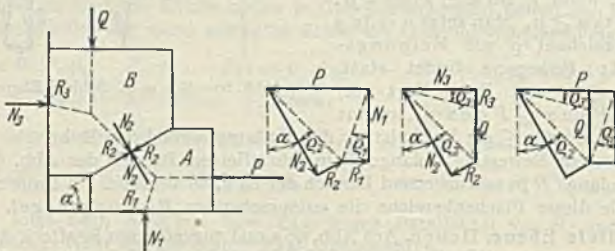


Abb. 72 a—d. Keilkette.

Keilkette (Abb. 72 a), wobei  $A$  nach links,  $B$  nach oben sich bewegend; hierzu Kräfteck (Abb. 72 b u. c) für Keil  $A$  und  $B$ , woraus Beziehung zwischen  $P$  und  $Q$  folgt. Abb. 72 d zeigt Vereinigung beider Kräftecke.

**Körper auf zwei Flächen ruhend** (Abb. 73). Ruhe, wenn Resultierende  $P$  aller Kräfte durch schraffierte Fläche und zwischen den Berührungspunkten verläuft. Denn  $P$  zerlegt sich stets in zwei Komponenten, die innerhalb beider Reibungswinkel liegen.

**Schiefe Reibung.** Wirkt nach Abb. 74 kleine Kraft  $P$  auf ruhenden Körper mit Normaldruck  $N$ , dann bleibt er in Ruhe. Wirkt aber nach Abb. 75 gleichzeitig Kraft  $K > N\mu$  quer dazu, dann tritt nicht Bewegung in  $K$ -Richtung ein, sondern  $P$  und  $K$  vereinigen sich zu  $S$  und es erfolgt Be-

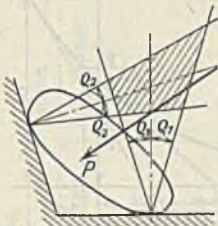


Abb. 73. Körper auf zwei Stützflächen.

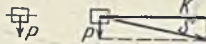


Abb. 74 u. 75. Schiefe Reibung.

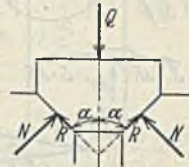


Abb. 76. Keilprisma.

wegung in  $S$ -Richtung. Somit kann trotz kleiner Kraft  $P$  Bewegungskomponente in  $P$ -Richtung durch gleichzeitige Bewegung in  $K$ -Richtung erzielt werden.

Anwendung z. B. bei Kolben, die in Längsrichtung trotz Stopfbuchsenreibung leicht beweglich sein sollen, durch gleichzeitige Drehung des Kolbens.

**Keilprisma.** Keil mit Last  $Q$  lotrecht in Rille gesetzt, liefert nach Abb. 76  $N = \frac{Q \cos \varrho}{2 \sin(\alpha + \varrho)}$ , verursacht ruhende Reibung in Längsrichtung =

$$2 N \mu_0 = \frac{Q \cos \varrho \cdot \mu_0}{\sin(\alpha + \varrho)}$$

Bei eintretender Längsbewegung verschwindet  $R$  und es gilt

$$N = \frac{Q}{2 \sin \alpha}$$

Längsbewegung erfordert Kraft =  $2 N \mu = Q \mu : \sin \alpha$ .

**Ringreibung** (Abb. 77). Umfangsreibung  $R = P\mu$ , in mittlerem Kreise wirkend; Reibmoment  $M = Rr = Pr\mu$ .

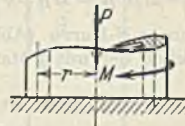


Abb. 77. Ringreibung.

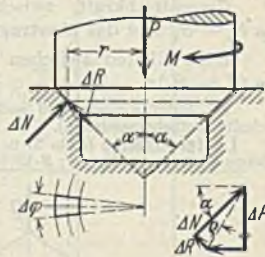


Abb. 78a u. b. Kegelingreibung.

**Kegelingreibung** (Abb. 78a u. b). 1. Fall. Kegel wird mit Kraft  $P$  ruhend, d. h. ohne Drehung, aufgesetzt. Auf Winkelausschnitt  $\Delta \varphi$  kommt Kraftanteil  $\Delta P = \frac{P}{2\pi} \Delta \varphi$  und  $\Delta N = \frac{\Delta P \cos \varrho}{\sin(\alpha + \varrho)}$ , somit Anteil am Reibmoment  $\Delta M = \Delta N \cdot \mu r = \frac{\Delta P \cos \varrho}{\sin(\alpha + \varrho)} \mu r$ , daher Gesamtmoment  $M = P \frac{\cos \varrho}{\sin(\alpha + \varrho)} \mu r$ .

2. Fall. Kegel erhält Drehbewegung. Gegenreibung  $R$  verschwindet, Kegel sinkt etwas tiefer ein, es folgt

$$\Delta N = \frac{\Delta P}{\sin \alpha}, \quad \Delta M = \frac{\Delta P}{\sin \alpha} \mu r \quad \text{und} \quad M = \frac{P}{\sin \alpha} \mu r.$$

Anwendung auf Reibungskupplungen, Bremsen usw.



**Bandreibung.** Wirkt am linken Bandende (Abb. 79) Zug  $S_k$  und wird Scheibe nach rechts gedreht, dann steigt infolge Reibung zwischen Band und Scheibe die Zugkraft bei Umschlingungswinkel  $\alpha$  bis  $S_g$  an. Aus Bandelement und zu-

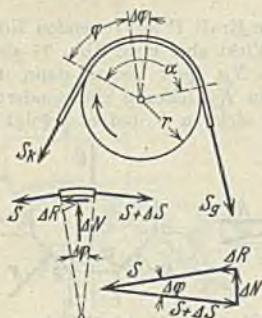


Abb. 79a—c. Bandreibung.

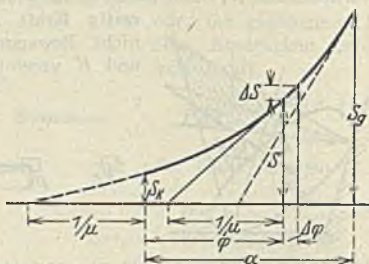


Abb. 80. Bandreibung.

gehörigem Krafteck (Abb. 79b u. c) folgt Druck  $\Delta N = S \cdot \Delta \varphi$ , Reibkraft  $\Delta R = \Delta N \cdot \mu = S \mu \Delta \varphi = \Delta S$ ,  $\frac{\Delta S}{\Delta \varphi} = \frac{S}{1:\mu}$ , d. h. für die über  $\varphi$  angezeichnete  $S$ -Kurve (Abb. 80) ist Subtangente  $= 1:\mu = \text{konst.}$ , hieraus Konstruktion der mit  $\varphi$  stark ansteigenden  $S$ -Kurve.

Mit höh. Math. ist  $\frac{dS}{S} = \mu d\varphi$ ,  $[\ln S]_{S_k}^{S_g} = [\mu \varphi]_0^\alpha$  oder  $\ln \frac{S_g}{S_k} = \alpha \mu$

oder  $e^{\alpha \mu} = \frac{S_g}{S_k}$ .

Gesamtreibkraft zwischen Band und Scheibe ist  $R = \Sigma \Delta R = \Sigma \Delta S = S_g - S_k$  und das übertragene Reibmoment  $M = (S_g - S_k) r$ .

Kein Gleiten zwischen Band und Scheibe, wenn  $S_g:S_k = e^{\alpha \mu_0}$  und  $M_0 = (S_g - S_k) r$ .

Vgl. unter Riemen- und Seiltrieb (Abschnitt Maschinenteile) und unter Bandbremsen (Abschnitt Lasthebemaschinen).

**Lastgreifzange** (Abb. 81 u. 82). Zangengewicht und Zapfenreibung vernachlässigt. Auf Zange wirken vier Kräfte;  $Z$ -Richtung wegen Symmetrie waagrecht. Resultierende aus  $N$  und

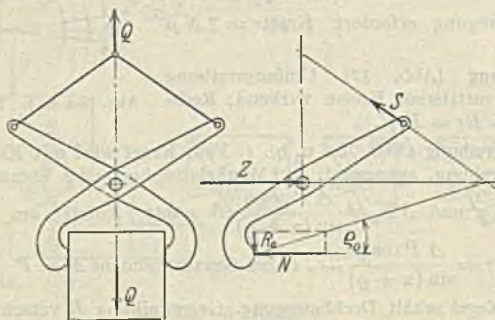


Abb. 81 u. 82. Lastgreifzange.

$R_0$ ,  $Z$  und  $S$  schneiden sich in einem Punkt; hieraus erforderliche Richtung von  $S$ . Zur Sicherheit ist mit kleinem  $\mu_0$  bzw.  $e_0$  zu rechnen.

Weiteres über Keilreibung, Gewindereibung und Zapfenreibung s. Abschnitt Maschinenteile.

| = bedeutet Faser liegen parallel<br>+ bedeutet Fasern liegen gekreuzt<br>⊥ bedeutet Hirnholz aufliegend | Reibungszahl der    |   |            |         |            |            |
|---|---------------------|---|------------|---------|------------|------------|
|   | gleitenden Bewegung |   |            | Ruhe    |            |            |
|   | trocken             | mit Wasser                              | geschmiert | trocken | mit Wasser | geschmiert |
| Stahl auf Stahl . . . . .   |                     | 0,09 bei = 3 m/sk<br>0,03 bei = 27 m/sk |            | 0,15    |            | 0,12       |
| Stahl auf Bronze (hoher Druck)  |                     |   |            |         |            |            |
| ebene Flächen . . . . .   | 0,105               | —                                       | 0,092      | 0,11    | —          | 0,10       |
| zylindrische Flächen . . . . .  | 0,16                | —                                       | 0,15—0,12  | 0,17    | —          | 0,16—0,15  |
| Gußeisen auf Stahl . . . . .  |                     | 0,27 bei = 2 m/sk<br>0,13 bei = 20 m/sk |            | —       | —          | —          |
| Gußeisen auf Gußeisen . . . . .   | —                   | 0,31                                    | 0,1—0,08   | —       | —          | 0,16       |
| Gußeisen auf Bronze . . . . .   | 0,2—0,15            | —                                       | 0,08—0,07  | —       | —          | —          |
| Bronze auf Bronze . . . . .   | 0,20                | 0,10                                    | 0,06       | —       | —          | 0,11       |
| Eiche auf Eiche = . . . . .   | 0,48                | —                                       | 0,075      | 0,62    | —          | 0,11       |
| Eiche auf Eiche + . . . . .   | 0,34                | 0,25                                    | —          | 0,54    | 0,71       | —          |
| Eiche auf Eiche ⊥ . . . . .   | 0,19                | —                                       | —          | 0,43    | —          | —          |
| Holz auf Metall . . . . .   | 0,40                | 0,24                                    | 0,10       | 0,60    | 0,65       | 0,11       |
| Hartholz auf poliertem Metall . . . . .   | 0,30                | 0,10                                    | 0,06       | —       | —          | —          |
| Flußeisen auf Eiche . . . . .   | 0,5—0,4             | 0,26                                    | 0,08       | —       | 0,65       | 0,11       |
| Bronze auf Eiche . . . . .  | 0,30                | —                                       | —          | 0,62    | —          | —          |
| Rindleder auf Eiche . . . . .   | 0,5—0,3             | —                                       | —          | 0,6—0,5 | —          | —          |
| Rindleder auf Gußeisen . . . . .  | 0,56                | 0,36                                    | 0,15       | 0,5—0,3 | 0,6—0,4    | 0,12       |
| Hanfseil auf rauhem Holz . . . . .  | 0,5                 | —                                       | —          | 0,8—0,5 | —          | —          |
| Hanfseil auf glattem Holz . . . . .   | —                   | —                                       | —          | 0,33    | —          | —          |
| Mauerwerk auf Beton . . . . .   | —                   | —                                       | —          | 0,76    | —          | —          |
| Mauerwerk auf gewachs. trock. Boden . . . . .   | —                   | —                                       | —          | 0,65    | 0,30       | —          |
| Stahl auf Eis . . . . .   | 0,014               | —                                       | —          | 0,027   | —          | —          |

1) Foerster: Taschenbuch für Bauingenieure. 5. Aufl. Berlin: Julius Springer 1928.

## (144) Reibungszahlen für besondere Fälle.

Eiserne Radreifen auf trockenen eisernen Schienen nach Poirée für Eisenbahnwagen von 3400 bis 8400 kg Gewicht:

|               |       |       |       |       |               |
|---------------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| $v = 16,56$   | 26,28 | 31,68 | 51,48 | 72,00 | 79,20 km/Std. |
| $\mu = 0,209$ | 0,206 | 0,171 | 0,145 | 0,136 | 0,112         |

Stählerne Radreifen auf Stahlschienen nach Galton:

|               |       |       |      |       |       |               |
|---------------|-------|-------|------|-------|-------|---------------|
| $v = 0$       | 10,93 | 21,8  | 43,9 | 65,8  | 87,6  | 96,48 km/Std. |
| $\mu = 0,242$ | 0,088 | 0,072 | 0,07 | 0,057 | 0,038 | 0,027         |

Gußeiserne Bremsklötze auf Stahlradreifen nach Metzkow.<sup>1)</sup>

| Pres-<br>sung<br>kg/cm <sup>2</sup> | Fahrgeschwindigkeit km/Std. |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                     | 0                           | 10    | 25    | 40    | 60    | 80    | 100   | 125   | 150   |
| 2                                   |                             | 0,488 | 0,328 | 0,270 | 0,220 | 0,199 | 0,190 |       |       |
| 4                                   | 0,625                       | 0,471 | 0,270 | 0,225 | 0,192 | 0,180 | 0,170 | 0,167 | 0,167 |
| 6                                   | 0,570                       | 0,408 | 0,248 | 0,212 | 0,185 | 0,171 | 0,158 | 0,146 | 0,144 |
| 9                                   | 0,520                       | 0,388 | 0,229 | 0,203 | 0,178 | 0,162 | 0,149 | 0,139 | 0,135 |
| 12                                  | 0,478                       | 0,369 | 0,212 | 0,193 | 0,172 | 0,156 | 0,143 | 0,134 | 0,131 |

## (145)

## Rollwiderstand.

Die durch Raddruck  $N$  auftretenden Pressungen zwischen Radumfang und Unterlage verteilen sich ungleichmäßig über die durch Abplattung entstehende Berührungsfläche. Bei vollkommener Elastizität von Radumfang und Unterlage

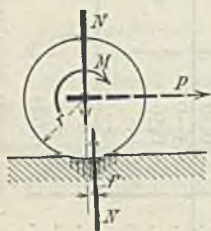


Abb. 83. Rollwiderstand.

wäre auch bei Rollbewegung Resultierende der Pressungen gleich Raddruck, durch Radmitte gerichtet. Infolge stets vorliegender Überlastung federn die hinter dem Rad liegenden Teile nicht vollständig zurück und die Resultierende eilt der Radmitte um Strecke  $f$  voraus (s. Abb. 83). Zur Aufrechterhaltung der Rollbewegung ist erforderlich

$$\text{Moment } M = N \cdot f \quad \text{oder} \quad \text{Kraft } P = N \cdot f : r.$$

Dieser Zustand ist nur möglich, wenn kein Gleiten zwischen Rad und Unterlage eintritt, wenn also  $N\mu_0 > P$  oder  $N\mu_0 > M : r$ .

Für die zwischen Unterlage und Platte stehende Walze (Abb. 84) ist zur Fortbewegung erforderlich

$$M = 2 N f \quad \text{oder} \quad P = 2 N f : d.$$

Strecke  $f$  von Druck, Durchmesser und Oberflächenzustand wesentlich abhängig. Für gut abgedrehte Radkränze aus Grau-, Hart- oder Stahlguß auf trockenen Schienen bei mäßiger Fahrgeschwindigkeit setzt man  $f = 0,05$  cm, steigend bis 0,1 cm bei ungünstigen Verhältnissen.

Über Fahrwiderstände von Kranfahrzeugen s. Abschnitt Lasthebemaschinen.

<sup>1)</sup> Prüfstandversuche von Metzkow: Glasers Ann. 1929, S. 149.

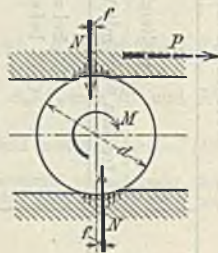


Abb. 84. Walze.



## Bewegungslehre.

### (146) Bewegung des Punktes.

Jede Punktbewegung erfolgt stetig, d. h. ein Punkt braucht zum Durchlaufen einer endlichen Strecke eine endliche Zeit und für ein Streckenelement ein Zeitelement. Die vom Punkt durchlaufene Linie heißt Bahn, die zurückgelegte Strecke Weg. Die Bahn kann geradlinig, eine ebene oder eine Raumkurve sein.

### Geradlinige Bewegung des Punktes.

(147) Gleichförmige Bewegung, wenn der Punkt in gleichen Zeiteilen gleiche Wege zurücklegt. In Zeiteinheit zurückgelegter Weg heißt Geschwindigkeit, es ist also

$$\text{Geschwindigkeit } v = \frac{\text{Weg } s \text{ innerhalb der Zeit } t}{\text{Zeit } t},$$

und es folgen weiter die Beziehungen

$$\text{zurückgelegter Weg } s = vt, \quad v = s:t \quad \text{und} \quad t = s:v.$$

Ist  $s_0$  der Weg zur Zeit  $t_0$ , d. i. der Bewegungsanfang, dann ist nach Zeit  $t$

$$s = s_0 + v(t - t_0), \quad v = \frac{s - s_0}{t - t_0}, \quad t = t_0 + \frac{s - s_0}{v}.$$

Beziehung zwischen  $s$  und  $t$  ist durch ansteigende Gerade, Abb. 85, darstellbar, deren Neigung

$$\text{tg } \varphi = \frac{s - s_0}{t - t_0} = v.$$

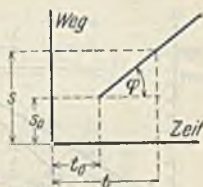


Abb. 85. Gleichförmige Bewegung.

Negatives  $v$  ist rückläufige Bewegung, liefert Abnahme von  $s$ , d. h. fallende Gerade mit negativem  $\varphi$ .

Einheiten und Zeichnungsmaßstab.

$s$ -Einheit in cm m km, dargestellt durch  $s_1$  cm,  
und  $t$ -Einheit in sk sk min st, dargestellt durch  $t_1$  cm,  
liefert  $v$ -Einheit in cm/sk m/sk m/min km/st.

In der zeichnerischen Darstellung nach Abb. 85 seien  $s$  und  $t$ -Werte als Strecken von ( $s$ ) und ( $t$ ) cm Länge dargestellt. Demnach ist  $(s) = s \cdot s_1$  und  $(t) = t \cdot t_1$ . Ferner ist

$$\text{tg } \varphi \cdot \frac{t_1}{s_1} = v \text{ in } v\text{-Einheiten.}$$

Beispiele:

(148) Gleichgerichtete Bewegungen. Punkt  $a$  läuft von einer Anfangslage aus mit  $v_a = 3$  cm/sk ab; Punkt  $b$  läuft von derselben Lage aus 10 sk später mit  $v_b = 4,5$  cm/sk ab. Wann und wo überholt Punkt  $b$  den Punkt  $a$ ?

$$s_{a0} = s_{b0} = 0, \quad t_{a0} = 0, \quad t_{b0} = 10 \text{ sk}, \quad v_a = 3 \text{ cm/sk}, \quad v_b = 4,5 \text{ cm/sk}.$$

Bezeichnen  $s_1$  und  $t_1$  Weg und Zeit der Überholung, dann gilt

$$s_1 = v_a(t_1 - 0) + 0 \quad \text{und} \quad s_1 = v_b(t_1 - t_{b0}) + 0,$$

also

$$v_a t_1 = v_b(t_1 - t_{b0}),$$

woraus

$$t_1 = \frac{v_b t_{b0}}{v_b - v_a} = \frac{4,5 \cdot 10}{4,5 - 3} = 30 \text{ sk},$$

$$s_1 = v_a t_1 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ cm}.$$

Für die Zeichnung (Abb. 86) gilt Zeit 1 sk = 0,1 cm und Weg 1 cm = 0,02 cm also  $t_1 = 0,1$ ,  $s_1 = 0,02$ .

**Gegenläufige Bewegungen.** Wagen *a* läuft von Lage  $s_{a0} = 4$  km aus mit  $v_a = 8$  km/st nach rechts ab, Wagen *b* läuft von Lage  $s_{b0} = 35$  km aus eine Stunde später mit  $v_b = 10$  km/st nach links ab. Wann und wo begegnen sich die Wagen?

$s_{a0} = 4$  km,  $s_{b0} = 35$  km,  $t_{a0} = 0$ ,  $t_{b0} = 1$  st,  $v_a = 8$  km/st,  $v_b = -10$  km/st.

Bezeichnen  $s_1$  und  $t_1$  Weg und Zeit der Begegnung, dann gilt

$$s_1 = v_a(t_1 - 0) + s_{a0} \quad \text{und} \quad s_1 = v_b(t_1 - t_{b0}) + s_{b0},$$

also

$$v_a t_1 + s_{a0} = v_b t_1 - v_b t_{b0} + s_{b0},$$

woraus

$$t_1 = \frac{-s_{a0} + s_{b0} - v_b t_{b0}}{v_a - v_b} = \frac{-4 + 35 + 10 \cdot 1}{8 + 10} = 2,28 \text{ st},$$

$$s_1 = v_a t_1 + s_{a0} = 8 \cdot 2,28 + 4 = 22,25 \text{ km}.$$

Für die Zeichnung (Abb. 87) gilt Zeit 1 st = 1 cm und Weg 1 km = 0,1 cm, also  $t_1 = 1$  und  $s_1 = 0,1$ .

(149) **Ungleichförmige Bewegung**, durch fortwährenden Geschwindigkeitswechsel gekennzeichnet. Bei steigender Geschwindigkeit liegt Beschleunigung, bei fallender Verzögerung vor.

(150) **Gleichförmig beschleunigte oder verzögerte Bewegung**, wenn die Geschwindigkeit in jeder Sekunde um gleichviel zu- oder abnimmt.

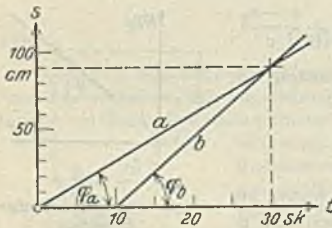


Abb. 86. Gleichgerichtete Bewegungen.

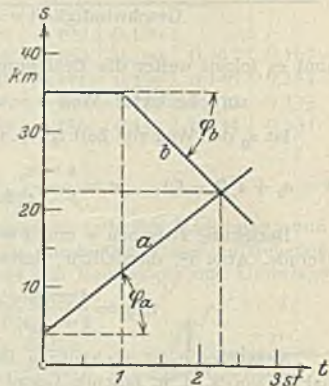


Abb. 87. Gegenläufige Bewegungen.

Beschleunigung  $b =$  Geschwindigkeitszuwachs in der Zeiteinheit

$$= \frac{\text{Geschwindigkeitszuwachs in der Zeit } t}{\text{Zeit } t}.$$

Verzögerung  $b =$  Geschwindigkeitsabfall in der Zeiteinheit

$$= \frac{\text{Geschwindigkeitsabnahme in der Zeit } t}{\text{Zeit } t};$$

Geschwindigkeitsabfall ist negative Geschwindigkeitssteigerung, daher Verzögerung, auch negative Beschleunigung. Im weiteren wird der Ausdruck Verzögerung nicht mehr gebraucht; für diese ist  $b$  negativ.

Gelten bei Bewegungsbeginn zur Zeit 0 die Werte  $v_0$  und  $s_0$ , dann ist zur Zeit  $t$

$$v = v_0 + bt.$$

Da die Geschwindigkeit stetig veränderlich ist, gilt für das beliebig kleine Zeitelement  $\Delta t$

$$v = \frac{\text{Wegelement}}{\text{Zeitelement}} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

$$\text{demnach } \Delta s = v \Delta t = (v_0 + bt) \Delta t = v_0 \Delta t + bt \Delta t \quad \text{und} \quad s = s_0 + \sum \Delta s = s_0 + \sum (v_0 \Delta t + bt \Delta t) = s_0 + v_0 \sum \Delta t + b \sum t \Delta t = s_0 + v_0 t + \frac{bt^2}{2}.$$

[Mathemat. Begründung s. (54)].

$t$  in den Formeln für  $v$  und  $s$  eliminiert, liefert  $v^2 = v_0^2 + 2b(s - s_0)$ .

In Schreibweise der höh. Math. ist

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad v = v_0 + bt, \quad ds = v dt = (v_0 + bt) dt = v_0 dt + b t dt, \quad s = s_0 + \int_0^t ds$$

$$= s_0 + \int_0^t v dt = s_0 + \int_0^t v_0 dt + \int_0^t b t dt = s_0 + v_0 t + \frac{bt^2}{2}.$$

Beginnt die Bewegung zur Zeit  $t_0$ , dann ist in allen Ausdrücken  $t - t_0$  statt  $t$  zu setzen.

Zusammenstellung der Formeln für gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Bewegungsbeginn zur Zeit 0.

$$v = v_0 + bt, \quad t = \frac{v - v_0}{b},$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{bt^2}{2},$$

$$v^2 = v_0^2 + 2b(s - s_0).$$

Bewegungsbeginn zur Zeit  $t_0$ .

$$v = v_0 + (t - t_0)b,$$

$$t = t_0 + \frac{v - v_0}{b},$$

$$s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{b(t - t_0)^2}{2}.$$

$$v^2 = v_0^2 + 2b(s - s_0).$$

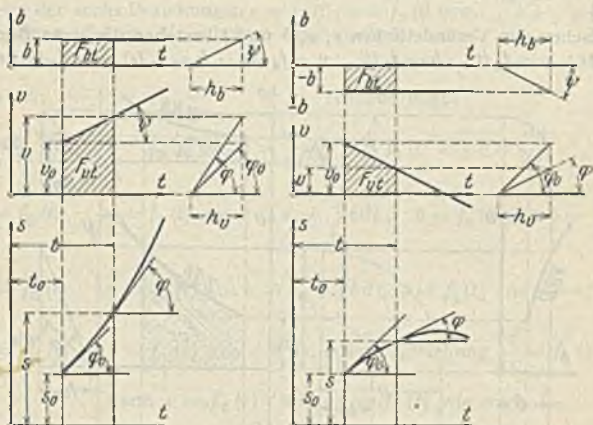


Abb. 88 u. 89. Gleichförmig beschleunigte und verzögerte Bewegung.

Nach Abb. 88 liefert die Beziehung zwischen  $s$  und  $t$  eine Parabel, zwischen  $v$  und  $t$  eine ansteigende Gerade und zwischen  $b$  und  $t$  eine Waagerechte. Abb. 89 gilt für negative Beschleunigung. Nach Abb. 88 ist

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{tg } \varphi \quad \text{bzw.} \quad v_0 = \text{tg } \varphi_0, \quad b = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \text{tg } \psi.$$

$$s = s_0 + \Sigma \Delta s = s_0 + \Sigma v \Delta t = s_0 + F_{vt},$$

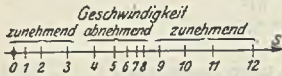
$$v = v_0 + \Sigma \Delta v = v_0 + \Sigma b \Delta t = v_0 + F_{bt}.$$

Die Beziehung zwischen  $s$  und  $t$  liefert die Zeit-Weg-Kurve (ZWK),  
 „ „ „ „  $v$  „  $t$  „ „ Zeit-Geschw.-Kurve (ZGK),  
 „ „ „ „  $b$  „  $t$  „ „ Zeit-Beschl.-Kurve (ZBK).

Einheiten, Maßstabe und Beispiele s. weiter unten.



(151) **Ungleichförmig beschleunigte Bewegung**, allgemeiner Fall. Die Beziehung  $s = f(t)$  drückt den nach Zeit  $t$  zurückgelegten Weg aus. Gibt man nach Abb. 90 auf der Bahn die Stellen an, wo sich der Punkt nach 1, 2, 3 ... Zeiteinheiten befindet, dann erhält man die Zeiteilung auf der Bahn. Hieraus ist die Zu- oder Abnahme von  $v$  sofort erkennbar. Es ist



$$v = \frac{\text{Wegelement}}{\text{Zeitelement}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$b = \frac{\text{Geschwindigkeitszuwachs}}{\text{Zeitelement}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Abb. 90. Zeiteilung auf der Bahn.

Somit ist  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ,  $\Delta s = v \Delta t$ ,  $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$ ,  $b = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ,  $\Delta v = b \Delta t$ ,

$$b = \frac{v \Delta v}{\Delta s}, \quad v \Delta v = b \Delta s.$$

Gelten bei Bewegungsbeginn ( $t=0$ ) die Werte  $s_0$ ,  $v_0$  und  $b_0$ , dann ist zur Zeit  $t$   $v = v_0 + \Sigma \Delta v = v_0 + \Sigma b \Delta t$ ,  $s = s_0 + \Sigma \Delta s = s_0 + \Sigma v \Delta t$ ; aus  $v \Delta v = b \Delta s$  folgt  $\Sigma v \Delta v = \Sigma b \Delta s$  und  $\Sigma v \Delta v = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$ , somit  $\frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + \Sigma b \Delta s$ .

Zwischen den Veränderlichen  $s$ ,  $v$ ,  $b$  und  $t$  bestehen die sechs Beziehungen  $s = f_1(t)$ ,  $v = f_2(t)$ ,  $b = f_3(t)$ ,  $v = f_4(s)$ ,  $b = f_5(s)$ ,  $v = f_6(b)$ ; sie liefern

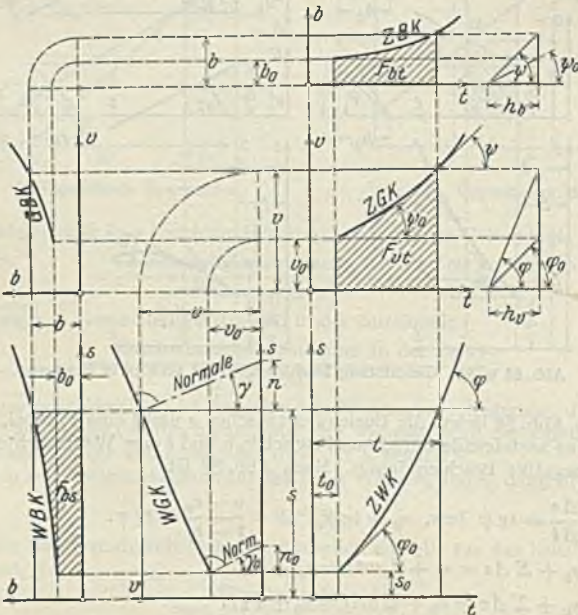


Abb. 91. Ungleichförmig beschleunigte Bewegung.

nachstehenden Kurven nach Abb. 91, worin die Bewegung zur Zeit  $t_0$  beginnt: die Zeit-Weg-Kurve (ZWK), Zeit-Geschw.-Kurve (ZGK), Zeit-Beschl.-Kurve

(ZBK), Weg-Geschw.-Kurve (W GK), Weg-Beschl.-Kurve (WBK), Geschw.-Beschl.-Kurve (GBK).

In der ZWK und ZGK ist  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \operatorname{tg} \varphi$  und  $s = s_0 + \Sigma v \Delta t = s_0 + F_{vt}$ ;  
 in der ZGK und ZBK ist  $b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \operatorname{tg} \psi$  und  $v = v_0 + \Sigma b \Delta t = v_0 + F_{bt}$ ;  
 in der W GK ist  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta v}{\Delta s}$  und die Subnormale  $n = v \operatorname{tg} \gamma = \frac{v \Delta v}{\Delta s} = b$ ; in  
 der WBK ist  $v^2 = v_0^2 + 2 \Sigma b \Delta s = v_0^2 + 2 F_{bs}$ .

Abb. 91 zeigt die Beziehungen zwischen diesen Kurven. Ist eine der Kurven gegeben, dann lassen sich, unter Benutzung der Maßstäbe (s. w. unt.) die andern zeichnerisch gewinnen.

Abb. 92 zeigt die Beziehung zwischen der Zeitteilung und der ZWK.

In Schreibweise der höheren Math. lauten die entspr. Gleichungen

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad b = \frac{dv}{dt} = \frac{d \frac{ds}{dt}}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}, \quad s = \int v dt.$$

Ist eine der sechs Beziehungen  $s = f_1(t)$ ,  $v = f_2(t)$  usw. gegeben, dann folgen die übrigen aus nachstehendem Schema:

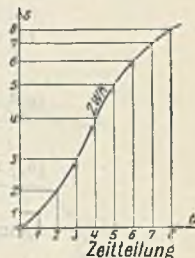


Abb. 92.

Gegeben:

Hieraus folgt:

- |                 |  |
|-----------------|--|
| 1. $s = f_1(t)$ | $v = f_2(t)$ aus $v = \frac{ds}{dt}$ , $b = f_3(t)$ aus $b = \frac{dv}{dt}$  |
| 2. $v = f_2(t)$ | $s = f_1(t)$ aus $s = s_0 + \int_{t_0}^t v dt$ , $b = f_3(t)$ aus $b = \frac{dv}{dt}$  |
| 3. $b = f_3(t)$ | $v = f_2(t)$ aus $v = v_0 + \int_{t_0}^t b dt$ , $s = f_1(t)$ aus $s = s_0 + \int_{t_0}^t v dt$  |
| 4. $v = f_4(s)$ | $s = f_1(t)$ aus der Differentialgleichung $\frac{ds}{dt} = f_4(s)$ ,<br>dann $v = f_2(t)$ und $b = f_3(t)$ wie nach 1.  |
| 5. $b = f_5(s)$ | $s = f_1(t)$ aus der Differentialgleichung $\frac{d^2 s}{dt^2} = f_5(s)$ , weiter<br>wie 1. oder $v = f_4(s)$ aus $v^2 = v_0^2 + \int_{s_0}^s b ds$ , weiter nach 4. |
| 6. $b = f_6(v)$ | $s = f_1(t)$ aus der Differentialgleichung $\frac{d^2 s}{dt^2} = f_6\left(\frac{ds}{dt}\right)$ ,<br>weiter nach 1.  |

Ist dagegen eine dieser Größen von zwei oder mehr andern Größen abhängig, dann ist eine entsprechend erweiterte Differentialgleichung zu lösen. Ist z. B. die Beziehung zwischen  $b$ ,  $v$  und  $t$  durch  $F(b, v, t) = 0$  ausgedrückt, dann lautet die zu lösende Differentialgleichung

$$F\left(\frac{d^2 s}{dt^2}, \frac{ds}{dt}, t\right) = 0.$$

## Einheiten und Zeichnungsmaßstäbe.

$s$ -Einheit in cm m m km, dargestellt durch  $s_1$  cm,  
 und  $t$ -Einheit in sek sek min st, dargestellt durch  $t_1$  cm,  
 liefert  $v$ -Einheit in cm/sek m/sek m/min km/st, dargestellt durch  $v_1$  cm,  
 und  $b$ -Einheit in cm/sek<sup>2</sup> m/sek<sup>2</sup> m/min<sup>2</sup> km/st<sup>2</sup>, dargestellt durch  $b_1$  cm.

In der zeichnerischen Darstellung nach Abb. 91 seien die  $s$ -,  $t$ -,  $v$ - und  $b$ -Werte als Strecken von  $(s)$ ,  $(t)$ ,  $(v)$  und  $(b)$  cm Länge dargestellt; die schraffierten Flächen haben  $(F_{st})$ ,  $(F_{bt})$  und  $(F_{bs})$  cm<sup>2</sup> Inhalt. Sodann gilt

$$(v) = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{t_1 v_1}{s_1}, \quad (b) = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{t_1 b_1}{v_1},$$

$$(s) = (s_0) + (F_{st}) \frac{s_1}{v_1 t_1}, \quad (v) = (v_0) + (F_{bt}) \frac{v_1}{b_1 t_1},$$

$$(v)^2 = (v_0)^2 + 2 (F_{bs}) \frac{v_1^2}{b_1 s_1},$$

$$(\bar{h}_v) = \frac{t_1 v_1}{s_1} \text{ cm}, \quad (\bar{h}_b) = \frac{t_1 b_1}{v_1} \text{ cm},$$

$$\text{Subnormale } (n) = (b) \frac{v_1^2}{s_1 b_1}.$$

Beispiele für ungleichförmige Bewegungen.

(152) **Freifall im luftleeren Raum** ist gleichförmig beschleunigte Bewegung. Fallbeschleunigung  $g = 9,81$  m/sek<sup>2</sup>, unveränderlich.

Fall aus der Ruhe:

$$t_0 = 0, \quad s_0 = 0, \quad v_0 = 0.$$

$$\text{Fallhöhe } h = \frac{g t^2}{2}, \quad \text{Endgeschw. } v = \sqrt{2 g h}, \quad \text{Fallzeit } t = \sqrt{\frac{2 h}{g}}.$$

Fall mit Anfangsgeschw.  $v_0$  nach unten:

$$h = v_0 t + \frac{g t^2}{2}, \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h}.$$

Wurf nach oben mit Anfangsgeschw.  $v_0$ :

$$t_0 = 0, \quad s_0 = 0, \quad g \text{ negativ, d. i. Verzögerung.}$$

Nach Zeit  $t$  ist  $s = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$  und  $v = \sqrt{v_0^2 - 2 g s}$ .

Größte Steighöhe bis zur Ruhe folgt aus  $0 = \sqrt{v_0^2 - 2 g h}$  zu  $h = \frac{v_0^2}{2 g}$ ; daraus erforderliche Anfangsgeschw.  $v_0 = \sqrt{2 g h}$ , d. i. Endgeschw. beim Fall aus Höhe  $h$ .

Steigzeit folgt aus  $h = \sqrt{2 g h} \cdot t_h - \frac{g t_h^2}{2}$  zu  $t_h = \sqrt{\frac{2 h}{g}} = \frac{v_0}{g}$ , d. h. für dasselbe  $h$  ist Steigzeit gleich Fallzeit.

(153) **Laufkatze** habe von der Ruhe aus 1,6 sek gleichförmig beschleunigten Anlauf bis zur Endgeschw. 1,2 m/sek, dann 2 sek gleichförmige Fahrt mit dieser Geschw. und dann 0,8 sek gleichförmig verzögerten Auslauf bis zur Ruhe. Hierauf 1,5 sek Pause. Dann Rückfahrt u. zw. 2 sek Anlauf bis Geschw. 1,6 m/sek und 1,6 sek Auslauf bis zur Ruhe.

Es sind die Wegstrecken und Beschleunigungen zu bestimmen. Alle Werte sind auf m und sek bezogen.

$$\text{a) Anlauf: } v_0 = 0, \quad v_1 = 1,2, \quad t_0 = 0, \quad t_1 = 1,6,$$

$$b_a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{1,2 - 0}{1,6 - 0} = 0,75,$$

$$s_1 = s_0 + v_0 (t_1 - t_0) + b_a \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} = 0 + 0 + 0,75 \cdot \frac{(1,6 - 0)^2}{2} = 0,96.$$



b) Gleichförmige Fahrt:

$$v = 1,2, \quad s_1 = 0,96, \quad t_1 = 1,6, \quad t_2 = 3,6,$$

$$s_2 = s_1 + v(t_2 - t_1) = 0,96 + 1,2(3,6 - 1,6) = 3,36.$$

c) Auslauf:

$$v_2 = 1,2, \quad v_3 = 0, \quad t_2 = 3,6, \quad t_3 = 4,4, \quad s_2 = 3,36,$$

$$b_c = \frac{v_2 - v_3}{t_3 - t_2} = \frac{0 - 1,2}{4,4 - 3,6} = -\frac{1,2}{0,8} = -1,5,$$

$$s_3 = s_2 + v_3(t_3 - t_2) + b_c \frac{(t_3 - t_2)^2}{2} = 3,36 + 0 + (-1,5) \frac{(4,4 - 3,6)^2}{2} = 3,84.$$

d) Pause:

$$t_3 = 4,4, \quad t_4 = 5,9, \quad s_3 = s_4 = 3,84.$$

e) Rückfahrt Anlauf:

$$v_4 = 0, \quad v_5 = -1,6, \quad t_4 = 5,9, \quad t_5 = 7,9, \quad s_4 = 3,84.$$

$$b_e = \frac{v_5 - v_4}{t_5 - t_4} = \frac{-1,6 - 0}{7,9 - 5,9} = -0,8,$$

$$s_5 = s_4 + v_5(t_5 - t_4) + b_e \frac{(t_5 - t_4)^2}{2} = 3,84 + 0 - 0,8 \frac{(7,9 - 5,9)^2}{2} = 2,24.$$

f) Rückfahrt Auslauf:

$$v_5 = -1,6, \quad v_6 = 0, \quad t_5 = 7,9,$$

$$t_6 = 9,5, \quad s_5 = 2,24.$$

$$b_f = \frac{v_6 - v_5}{t_6 - t_5} = \frac{0 - (-1,6)}{9,5 - 7,9} = +1,0,$$

$$s_6 = s_5 + v_6(t_6 - t_5) + b_f \frac{(t_6 - t_5)^2}{2}$$

$$= 2,24 - 1,6(9,5 - 7,9) + 1,0 \frac{(9,5 - 7,9)^2}{2}$$

$$= 2,24 - 2,56 + 1,28 = 0,96.$$

Zeichnerische Darstellung des Bewegungsvorganges s. Abb. 93.

**(154) Ungleichförmig beschleunigte Bewegung.** Gegeben die Anfangswerte  $t_0 = 1,5$  sek,  $s_0 = 2,0$  m,  $v_0 = 0,8$  m/sek,  $b_0 = 0,1$  m/sek<sup>2</sup> und die WBK nach Abb. 94. Gesucht die übrigen Kurven.

Gewählte Maßstäbe:  $t_1 = 0,32$ ,  $s_1 = 0,26$ ,  $v_1 = 1,0$ ,  $b_1 = 10,0$ . Somit ist  $(t_0) = 1,5 \cdot 0,32 = 0,48$  cm,  $(s_0) = 2,0 \cdot 0,26 = 0,52$  cm,  $(v_0) = 0,8 \cdot 1,0 = 0,8$  cm,  $(b_0) = 0,1 \cdot 10 = 1,0$  cm.

Nach Abb. 94 wird die WGK durch Aneinanderfügen der Tangenten, die mit Hilfe der Subnormalen gezogen werden, gewonnen. Für die aufzutragenden Subnormalen gilt  $(n) = (b) \frac{v_1^2}{s_1 b_1}$

$= (b) \frac{1,0^2}{0,26 \cdot 10} = (b) \cdot 0,384$ . Es ergibt sich zeichnerisch der Endwert  $(v_e) = 1,5$  cm bzw.  $v_e = 1,5$  m/sek.

Probe:  $(F_{bs}) = 2,1$  cm<sup>2</sup>,  $(v_e)^2 = (v_0)^2 + 2(F_{bs}) \frac{v_1^2}{b_1 s_1} = 0,8^2 + 2 \cdot 2,1 \cdot \frac{1,0^2}{10 \cdot 0,26} = 2,25$ ,  $(v_e) = 1,5$  cm, also dasselbe wie oben.

Für Konstruktion der Neigungswinkel  $\varphi$  und  $\psi$  gilt

$$(h_v) = \frac{t_1 v_1}{s_1} = \frac{0,32 \cdot 1,0}{0,26} = 1,23 \text{ cm}, \quad (h_b) = \frac{t_1 b_1}{v_1} = \frac{0,32 \cdot 10}{1,0} = 3,2 \text{ cm}.$$

Hieraus folgt durch Aneinanderfügen der Tangenten die ZWK und aus dieser die ZGK und ZBK. Die gezeichnete ZWK und ZGK liefern die Endwerte  $(s_e) = 2,85$  cm und  $(v_e) = 1,5$  cm.

Proben:  $(F_{vt}) = 2,85$  cm<sup>2</sup>,  $(s_e) = (s_0) + (F_{vt}) \frac{s_1}{v_1 t_1} = 0,52 + 2,85 \cdot \frac{0,26}{1,0 \cdot 0,32} = 2,85$  cm;

$(F_{bt}) = 2,25$  cm<sup>2</sup>,  $(v_e) = (v_0) + (F_{bt}) \frac{v_1}{b_1 t_1} = 0,8 + 2,25 \cdot \frac{1,0}{10 \cdot 0,32} = 1,5$  cm.

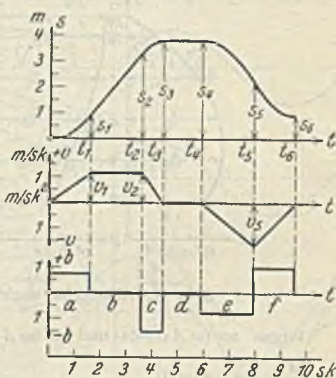


Abb. 93. Bewegung einer Laufkatze.

(155) **Sinusschwingung** oder harmonische Schwingung ist eine periodische Bewegung nach dem Gesetz  $s = r \sin \omega t$ , worin  $r$  und  $\omega$  konst. Hieraus

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(s + \Delta s) - s}{\Delta t} = \frac{r \sin(\omega t + \omega \Delta t) - r \sin(\omega t)}{\Delta t}$$

$$= r \frac{\sin(\omega t) \cos(\omega \Delta t) + \cos(\omega t) \sin(\omega \Delta t) - \sin(\omega t)}{\Delta t}$$

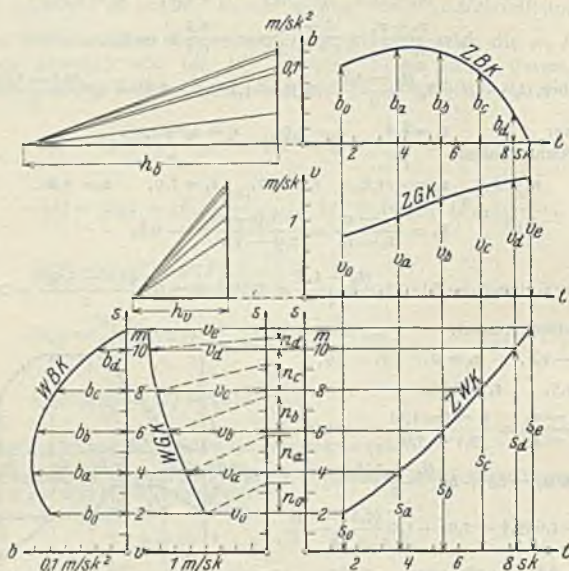


Abb. 94. Allgemeine ungleichförmig beschleunigte Bewegung.

Wegen  $\cos(\omega \Delta t) = 1$  und  $\sin(\omega \Delta t) = \omega \Delta t$  ist  $v = r \omega \cos(\omega t)$  [oder unmittelbar  $v = \frac{ds}{dt} = r \omega \cos(\omega t)$ ].

$$b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v + \Delta v) - v}{\Delta t} = \frac{r \omega \cos(\omega t + \omega \Delta t) - r \omega \cos(\omega t)}{\Delta t}$$

$$= r \omega \frac{\cos(\omega t) \cos(\omega \Delta t) - \sin(\omega t) \sin(\omega \Delta t) - \cos(\omega t)}{\Delta t} = -r \omega^2 \sin(\omega t)$$

[oder unmittelbar  $b = \frac{dv}{dt} = -r \omega^2 \sin(\omega t)$ ], also  $b = -s \omega^2$ , d. h. neg. und prop.  $s$

$\max v = \pm r \omega,$                        $\max b = \pm r \omega^2.$   
 $\min v = \pm r \omega,$                        $\min b = \pm r \omega^2.$

Aus  $\sin(\omega t) = \frac{s}{r}$  und  $\cos(\omega t) = \frac{v}{r \omega}$  folgt

$$\frac{s^2}{r^2} + \frac{v^2}{r^2 \omega^2} = 1.$$

Abb. 95 zeigt die ZWK, ZGK und ZBK als gegenseitig verschobene Sinuslinien, die WBK als Ellipse und die WBK als Gerade.

$r$  heißt Amplitude,  $T = 2\pi : \omega$  ist die Dauer einer vollen Schwingung,  $\omega = 2\pi : T =$  Kreisfrequenz,  $n = 1 : T = \omega : 2\pi =$  Schwingungszahl i. d. Zeiteinheit = Frequenz.

Im Kreisdiagramm Abb. 96 wird die Bewegung durch eine mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  kreisende Strecke  $r$  dargestellt; die Projektion dieser Strecke auf die lotrechte Achse ist gleich dem Wege  $s$ .

Das Gesetz  $s = r \sin(\omega t + \varphi)$  drückt aus, daß nach Abb. 97 die Bewegung zur Zeit 0 mit  $s_0 = r \sin \varphi$  beginnt. Diese Bewegung eilt der nach Gesetz  $s = r \sin \omega t$ , in Abb. 97 gestrichelt, um den Winkel  $\varphi$  voraus;  $\varphi$  heißt Phasenverschiebung.

Das Gesetz  $s = s_1 + s_2 = r_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + r_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$  ist der Ausdruck für eine Zusammensetzung zweier gegenseitig phasenverschobenen Sinusschwingungen von gleicher Frequenz, Abb. 98. Die Bewegung folgt dem Gesetz  $s = \rho \sin(\omega t + \psi)$ , worin sich  $\rho$  und  $\psi$  aus der geometrischen Summierung von  $r_1$  und  $r_2$  ergibt, also  $\rho = r_1 + r_2$ . Rechnerisch ist

$$\rho = \sqrt{(r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2)^2 + (r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2)^2},$$

$\psi$  folgt aus  $\text{tg } \psi = (r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2) : (r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2)$ .

Das Umgekehrte dieses Vorgangs heißt Zerlegung einer Sinusschwingung in zwei einzelne von verschiedenen  $r$  und  $\varphi$ ; gleiche  $r$  oder gleiche  $\varphi$  liefern Sonderfälle.

Entstehung der Sinusschwingung u. weiteres s. (174).

**(156) Der Kurbeltrieb.** Voraussetzung: Kurbelzapfen  $a$  hat gleichförmige Drehgeschw.  $v_a$ . Gesucht Bewegung des Kreuzkopfes  $b$ .

Konstruktion des Weges  $s$  bzw.  $s'$  nach Abb. 99: Kreisbogen mit Halbmesser  $l$  um Totlagen 1 u. 2. Für die Folge setzt man  $r : l = \lambda$ .

**Geschwindigkeit:** Im Zeitelement  $\Delta t$  beschreibt Kurbelzapfen  $a$  nach Abb. 100 Weg  $\Delta a = v_a \Delta t$  und Kreuzkopf  $b$  Weg  $\Delta s$ . Bewegung der Treibstange  $l$  ist zu denken als Parallelverschiebung um Strecke  $\Delta a$  und Zurückdrehung um Punkt  $a$ ; dabei beschreibt Punkt  $b$  die in Abb. 101 verdeutlichten Wege  $\Delta a$  und  $\Delta a'$ , die wegen ihrer Kleinheit als Gerade zu betrachten sind. Es folgt  $\Delta a : \Delta a' = \sin \gamma : \sin \alpha = \sin(\varphi + \psi) : \cos \varphi$ , somit Geschw. des Kreuzkopfes wegen  $\Delta l = \Delta a : v_a$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta a} \cdot v_a = v_a \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\cos \varphi}.$$

Es ist  $\Delta 123 \sim \Delta mac$ , da  $\Delta a \perp r$ ,  $\Delta a' \perp l$  und  $\Delta s \perp mc$ ; somit

$$r : y = \Delta a : \Delta s \quad \text{und} \quad v = \frac{v_a}{r} \cdot y.$$

Hieraus Konstruktion der WGK in Abb. 99.

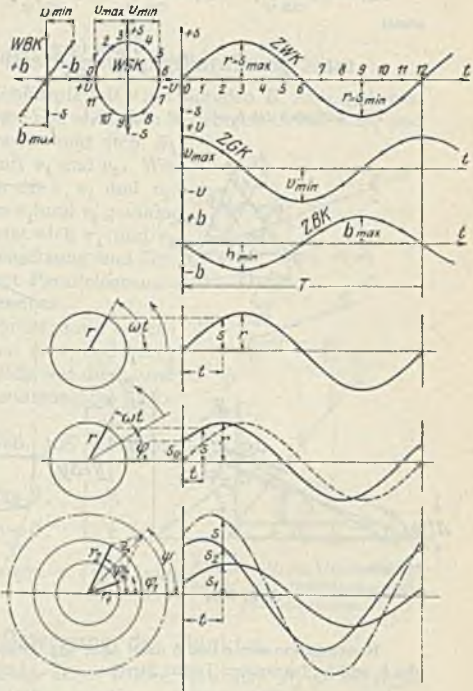


Abb. 95—98. Sinusschwingung.

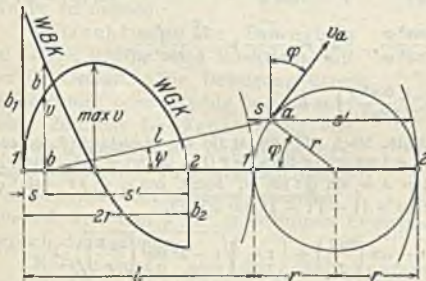


Abb. 99. Kurbeltrieb.

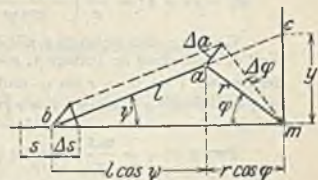


Abb. 100.

**Beschleunigung:** In Abb. 102 ist nach Zeitelement  $\Delta t$  Geschw.  $v + \Delta v = \frac{v_a}{r} (y + \Delta y)$ , somit  $\Delta v = \frac{v_a}{r} \Delta y$  und Beschl.  $b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_a^2}{r} \frac{\Delta y}{\Delta a}$ . Es ist  $\Delta y = \Delta y' + \Delta y''$ .



Aus dem kleinen Dreieck bei  $a$  folgt

$$\Delta y' = \Delta a \frac{\sin(90 - \varphi - \psi)}{\sin(90 + \psi)} = \Delta a \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \psi}.$$

Wegen der Kleinheit aller Dreiecke ist  $\Delta y'' = \Delta f \frac{r \cos \varphi}{l \cos \psi}$ ;

$$\Delta a' = \Delta a \frac{\cos \varphi}{\cos \psi}, \quad \Delta f = \frac{\Delta a'}{\cos \psi} = \Delta a \frac{\cos \varphi}{\cos^2 \psi}, \quad \Delta y'' = \Delta a \frac{r \cos^2 \varphi}{l \cos^2 \psi} = \Delta a \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \psi},$$

somit

$$b = \frac{v_a^2}{r} \left( \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \psi} + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \psi} \right).$$

Für Totlagen ist  $b_1 = \frac{v_a^2}{r} (1 + \lambda)$ ,  $b_2 = \frac{v_a^2}{r} (-1 + \lambda)$ . Abb. 99 zeigt die WBK.

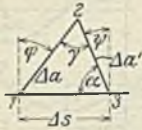


Abb. 101.

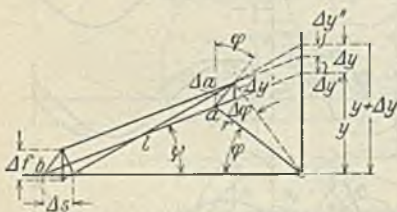


Abb. 102.

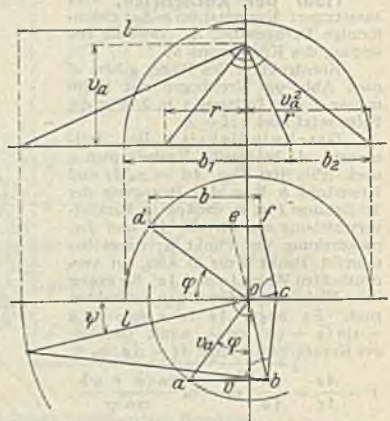


Abb. 103.

Konstruktion von  $v$  und  $b$  nach Abb. 103: Oberer Teil zeigt Konstr. der Strecke  $v_a^2/r$  und der  $b_1$  und  $b_2$ . Im unteren Teil ist Strecke

$$\overline{ao} = \frac{v_a^2}{r}, \quad \overline{de} = \overline{ao} \frac{\sin(90 - \varphi - \psi)}{\sin(90 + \psi)} = \frac{v_a^2 \cos(\varphi + \psi)}{r \cos \psi}, \quad \overline{ob} = \overline{oa} \frac{\sin(90 - \varphi)}{\sin(90 - \psi)}$$

$$= v_a \frac{\cos \varphi}{\cos \psi}, \quad \overline{oc} = \frac{\overline{ob}^2}{l} = \frac{v_a^2 \cos^2 \varphi}{l \cos^2 \psi}, \quad \overline{ef} = \frac{\overline{oc}}{\cos \psi} = \frac{v_a^2 \cos^3 \varphi}{l \cos^2 \psi},$$

$$\overline{df} = \overline{de} + \overline{ef} = \frac{v_a^2}{r} \left( \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \psi} + \frac{r \cos^3 \varphi}{l \cos^2 \psi} \right) = b.$$

Genaue Berechnung mit höh. Math. Nach Abb. 99 ist für die gezeichnete Lage zur Zeit  $t$ , Zeitanfang in Totlage 1,  $s = l + r - l \cos \varphi - r \cos \psi = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \psi)$ ; ferner ist  $l \sin \psi = r \sin \varphi$  und  $r:l = \lambda = \sin \psi : \sin \varphi$ , somit  $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$ ; hieraus  $s = r \left[ 1 - \cos \varphi + (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}) : \lambda \right]$ .

$$\text{Ferner ist } \varphi = \frac{v_a t}{r}, \text{ somit } s = r \left[ 1 - \cos \left( \frac{v_a t}{r} \right) + \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \left( \frac{v_a t}{r} \right)} \right) : \lambda \right].$$

$$\text{Der Ausdruck } v = \frac{ds}{dt} \text{ liefert nach Ausrechnung und Umformung } v = v_a \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\cos \psi}.$$

Der Ausdruck  $b = \frac{dv}{dt}$  liefert nach Ausrechnung und Umformung

$$b = \frac{v_a^2}{r} \left( \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \psi} + \lambda \frac{\cos^3 \varphi}{\cos^2 \psi} \right).$$

Näherungslösung. Entwickelt man  $\cos \varphi$  in die Reihe  $\cos \varphi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} = 1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi : 2 - \lambda^4 \sin^4 \varphi : 8 + \dots$  und behält nur die beiden ersten Glieder bei, dann ist  $s = r(1 - \cos \varphi + \lambda \sin^2 \varphi : 2)$ , woraus nach einiger Umformung  $v = \frac{ds}{dt} = v_0 \sin \varphi (1 + \lambda \cos \varphi)$  und  $b = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0^2}{r} (\lambda \cos 2\varphi + \cos \varphi)$ . Hieraus  $b_1 = \frac{v_0^2}{r} (\lambda + 1)$ ,  $b_2 = \frac{v_0^2}{r} (\lambda - 1)$  wie bei genauer Rechnung.

Weiteres hierüber s. (166).

## Geschwindigkeits- und Beschleunigungsparallelogramm.

(157) Bewegt sich Punkt  $A$  gleichförmig mit  $v$  auf Geraden  $B$ , Abb. 104, und zieht man durch augenblickliche Lage von  $A$  zu den beliebigen Geraden  $B_1$  und  $B_2$  Parallelogramm  $A_0 A_1 A A_2$ , dann bewegt sich  $A_1$  und  $A_2$  ebenfalls je gleichförmig mit  $v_1$  und  $v_2$ . Wie die Wege  $s$ ,  $s_1$  und  $s_2$  verhalten sich die  $v$ ,  $v_1$  und  $v_2$ , und  $v$  bildet somit Diagonale des aus  $v_1$  und  $v_2$  gebildeten Parallelogramms. Umgekehrt setzt sich  $v_1$  und  $v_2$  zu  $v$  zusammen; demnach Zusammensetzung und Zerlegung der  $v$  wie bei Kräften. Statt Parallelogramm auch Geschwindigkeitsdreieck anwendbar.

Bewegt sich  $A$  beliebig beschleunigt, dann ändern sich die Wege  $s_1$  und  $s_2$  proportional zu  $s$ , und die  $b_1$  und  $b_2$  von  $A_1$  und  $A_2$  verhalten sich wie die  $s_1$  und  $s_2$ , bilden daher mit  $b$  das Beschleunigungsparallelogramm Abb. 105.

Im rechtwinkligen System Abb. 106 ist demgemäß

$$v_x = v \cos \alpha, \quad v_y = v \cos \beta,$$

$$b_x = b \cos \alpha, \quad b_y = b \cos \beta.$$

Weiterentwicklung und Folgerungen s. (158) und (159).

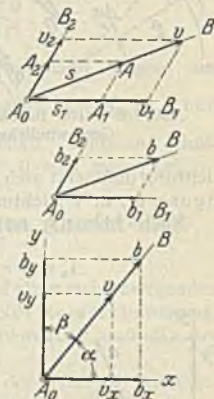


Abb. 104—106. Geschwindigkeits- und Beschleunigungsparallelogramm.

## Krumme ebene Bewegung des Punktes.

(158) Bahn des Punktes ist beliebige ebene Kurve, Abb. 107.  $P_0$  ist Anfangslage zur Zeit  $t_0$ ,  $P$  ist Lage zur Zeit  $t$ ;  $v_0$  und  $v$  stets tangential zur Bahn gerichtet. Wege  $s_0$  und  $s$  sind längs der Kurve zu messen.

Betrachtung der Bewegung in der Bahn ohne Rücksicht auf deren Gestalt. Die Bewegung kann gleichförmig oder beliebig beschleunigt sein. Zeitliche Größenänderung von  $v$  ohne Rücksicht auf ihre Richtungsänderung heißt Tangentialbeschleunigung  $b_t$ . Die Beziehungen zwischen  $t$ ,  $s$ ,  $v$ , und  $b_t$  sind dieselben wie zwischen  $t$ ,  $s$ ,  $v$  und  $b$  der geradlinigen Bewegung und sind wie dort auch zeichnerisch darstellbar.

Folgerungen aus der Bahnkrümmung. Abb. 108 zeigt zwei aufeinanderfolgende Punktlagen  $P$  und  $P'$  zur Zeit  $t$  und  $t + \Delta t$ . Wegelement  $\Delta s = v \Delta t$ . Infolge der Bahnkrümmung besteht zwischen  $v$  und  $v'$  der Richtungsunterschied  $\Delta \alpha$ . Da die Bahnnormalen in  $P$  und  $P'$  denselben Winkel  $\Delta \alpha$  einschließen und sich im Bahnkrümmungsmittelpunkte schneiden, gilt auch  $\rho \Delta \alpha = \Delta s$  oder  $\Delta \alpha = \frac{\Delta s}{\rho} = \frac{v \Delta t}{\rho}$ , worin  $\rho$  der Krümmungsradius.

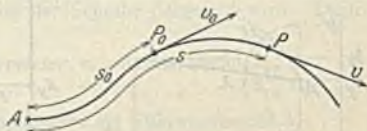


Abb. 107. Krumme ebene Bewegung

In Abb. 109 sind vom Pol  $O$  aus die jeweiligen  $v$  und  $v'$  parallel zu ihren wirklichen Lagen gezeichnet. Deren Endpunkte liefern den Geschwindigkeitsriß. Man kann  $v'$  betrachten, wie beim Kräfteck, als geometrische Summe von  $v$  und dem Geschwindigkeitszuwachs  $\Delta v$ , der mit der  $v$ -Richtung nicht zusammenfällt, oder auch als geometrische Summe von  $v$  und dem tangentialen Geschwindigkeitszuwachs  $\Delta_t v$ , in Richtung  $v$ , und dem normalen Geschwindigkeitszuwachs  $\Delta_n v$ , normal zu  $v$ , demnach

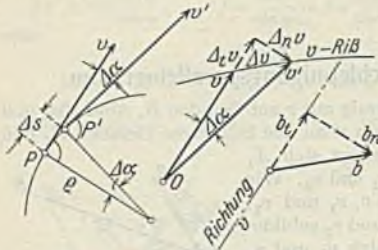


Abb. 108—110. Bahnkrümmung und Geschwindigkeitsriß.

oder  $v' = v + \Delta v$   
 oder  $v' = v + \Delta_t v + \Delta_n v$   
 oder auch  $\Delta v = \Delta_t v + \Delta_n v$ ,  
 damit folgt

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta_t v}{\Delta t} + \frac{\Delta_n v}{\Delta t}$$

oder  $b = b_t + b_n$ .

Hierin ist  $b$  die Gesamtbeschleunigung des Punktes in  $\Delta v$ -Richtung und setzt sich geometrisch zusammen aus der Tangentialbeschleunigung  $b_t$ , in  $v$ -Richtung und der Normalbeschleunigung  $b_n$ , normal zu  $v$ .

Nach Abb. 109 ist  $\Delta_n v = v \Delta \alpha$  und mit obigem Ausdruck für  $\Delta \alpha$  ist

$$\Delta_n v = v \frac{v \Delta t}{\rho} \quad \text{und} \quad b_n = \frac{\Delta_n v}{\Delta t} \quad \text{oder} \quad b_n = \frac{v^2}{\rho}.$$

Zusammenfassung: Bei der ebenen krummen Bewegung hat die Gesamtbeschleunigung von  $v$  eine andere Richtung als  $v$  selbst, und zwar ist sie nach der Seite gerichtet, wo der Krümmungsmittelpunkt liegt, s. Abb. 110.

Sonderfälle: Gleichförmige Bewegung in beliebig krummer Bahn.  $b_t = 0$ ,  $b = b_n = v^2 : \rho$  ( $\perp v$ ), der  $v$ -RiB ist Kreis mit Radius  $v$  um  $O$  als Mittelpunkt.

Geradlinige ungleichförmige Bewegung.  $b_n = 0$ ,  $b = b_t$  ( $\parallel v$ ); der  $v$ -RiB ist Gerade durch  $O$  gehend.

Gleichförmige Kreisbewegung mit Radius  $r$  liefert  $b_t = 0$ ,  $b = b_n = v^2 : r$ . Der  $v$ -RiB ist Kreis mit Radius  $v$  mit  $O$  als Mittelpunkt.

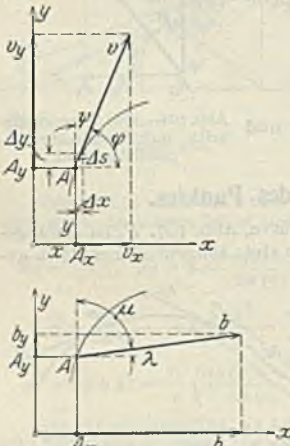


Abb. 111 u. 112. Krumme Bewegung, Koordinaten-Verfahren.

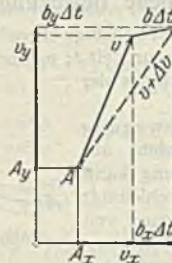


Abb. 113. Beschleunigungen im Koordinaten-Verfahren.

wandernden Punktes  $A$ , Abb. 111 u. 112, bewegen sich im allgemeinen ebenfalls ungleichförmig. Im Zeitelement  $\Delta t$  beschreibt  $A$  Weg  $\Delta s = v \Delta t$ ; es folgt  $\Delta x = \Delta s \cos \varphi$  und  $\Delta y = \Delta s \sin \varphi$ , somit

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta s \cos \varphi}{\Delta t} = v \cos \varphi$$

und

$$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta s \sin \varphi}{\Delta t} = v \sin \varphi.$$

(159) Koordinatenverfahren. Die Projektionen  $A_x$  und  $A_y$  des



Sind  $b_x$  und  $b_y$  die Beschleunigungen von  $A_x$  und  $A_y$ , dann ist nach Abb. 113

$$b_x \Delta t \rightarrow b_y \Delta t = b \Delta t, \quad b_x \Delta t = b \Delta t \cos \lambda, \quad b_y \Delta t = b \Delta t \cos \mu.$$

Somit ist nach Abb. 112

$$b_x = b \cos \lambda, \quad b_y = b \cos \mu, \quad b_x \rightarrow b_y = b$$

oder 
$$b = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \lambda = b_y : b_x.$$

In Schreibweise der höh. Math. ist

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v \cos \varphi, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = v \cos \psi,$$

$$b_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{und} \quad b_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Ist  $b_x = F_x(x, y)$  und  $b_y = F_y(x, y)$  gegeben, dann folgen aus  $\frac{d^2x}{dt^2} = F_x(x, y)$  und  $\frac{d^2y}{dt^2} = F_y(x, y)$  die Beziehungen  $x = f_x(t)$  und  $y = f_y(t)$ , die die Bahngleichung in Parameterform liefern.  $t$  hieraus eliminiert, liefert die Bahngleichung in der Form  $F(x, y) = 0$  oder  $y = f(x)$ .

### Zusammengesetzte ebene Bewegung des Punktes, Absolut- und Relativbewegung.

(160) Ein Punkt bewege sich auf einer Bahn, die auf einer sich bewegendem Scheibe liege. Die Bewegung des Punktes auf der Bahn heißt Relativbewegung, die der Scheibe gegen den ruhenden Raum Führungsbewegung und die des Punktes gegen den ruhenden Raum Absolutbewegung.

In den nachfolgenden Abb. ist  $B_0$  die Anfangslage der Bahn mit Anfangspunkt 0 und den Punktlagen 1, 2, 3... nach 1, 2, 3... Zeitteilen.  $B_1, B_2, B_3...$  sind die nach 1, 2, 3... Zeitteilen eintretenden Bahnlinien.  $F_1, F_2, F_3...$  sind die der Scheibenbewegung entsprechenden Führungslinien der Punkte 1, 2, 3... Die Schnittpunkte der Linien  $B_1, B_2, B_3...$  mit den entsprechenden  $F_1, F_2, F_3...$  bilden die Bahn der Absolutbewegung.

Augenblickliche Geschwindigkeit und Beschleunigung der Absolutbewegung wird durch geometrische Summierung von Geschwindigkeit und Beschleunigung der Relativ- und Führungsbewegung gefunden, was nachstehend für verschiedene Bahnformen und Schiebung oder Drehung der Scheibe dargelegt wird. Darin bezeichnet

|                       |  |
|-----------------------|--|
| für Relativbewegung:  | { gerade . . Relativgeschw. $v_r$ , Relativbeschl. $b_r$ ,                         |
| Bahn auf Scheibe      | { krumm . . „ „ $v_r$ , „ „ $b_{rt}$ u. $b_{rn}$ .                                 |
| für Führungsbewegung: | { geradlinig . Führungsgeschw. $v_f$ , Führungsbeschl. $b_f$ ,                     |
| Schiebung             | { krumm „ „ $v_f$ , „ „ $b_{ft}$ u. $b_{fn}$                                       |
| Für Absolutbewegung   | { Absolutgeschw. $v_a$ , Absolutbeschl. $b_a$ , zerlegt in $b_{at}$ und $b_{an}$ . |

Allgemeines Verfahren zur Bestimmung von  $v_a$ ,  $b_{at}$  und  $b_{an}$  bei gegebener Relativ- und Führungsbewegung:

Zur Zeit  $t$  ist  $v_a = v_r \rightarrow v_f$ , zur Zeit  $t + \Delta t$  ist

$$v'_a = v'_r \rightarrow v'_f \quad \text{oder auch} \quad v'_a = v_a \rightarrow b_a \Delta t;$$

hieraus folgen  $b_a$  bzw.  $b_{at}$  und  $b_{an}$ .

### (161) Scheibe macht Schiebungsbewegung (Parallelverschiebung).

a) Relativ- und Führungsbewegung geradlinig gleichförmig, Abb. 114 u. 115. Geg.  $v_r$  und  $v_f$ , aber  $b_r = 0$  und  $b_f = 0$ .

Ergebnis: Absolutbewegung geradlinig gleichförmig,  $v_a = v_r \rightarrow v_f$ .

b) Relativ- und Führungsbewegung geradlinig ungleichförmig, Abb. 116 u. 117.

Geg.  $v_r, v_f, b_r, b_f$ .

Es ist

$$v_a = v_r \rightarrow v_f, v'_r = v_r + b_r \Delta t, v'_f = v_f \rightarrow b_f \Delta t,$$

somit

$$v'_a = v'_r \rightarrow v'_f = v_r + v_f \rightarrow b_r \Delta t \rightarrow b_f \Delta t$$

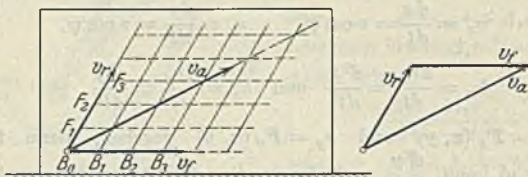


Abb. 114 u. 115. Zusammengesetzte Punkt- und Führungsbewegung, geradlinig.

und auch

$$v'_a = v_a + b_a \Delta t,$$

daher

$$b_a \Delta t = b_r \Delta t + b_f \Delta t \text{ oder } b_a = b_r + b_f.$$

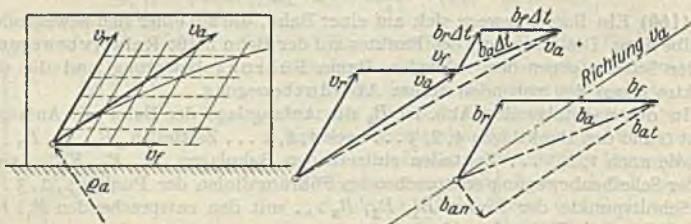


Abb. 116 u. 117. Zusammengesetzte Punkt- und Führungsbewegung, krumm.

Aus Zerlegung von  $b_a$  in  $b_{an} \perp v_a$  und  $b_{at} \parallel v_a$  folgt Krümmungsradius der Absolutbahn  $\rho_a = v_a^2 : b_{an}$ . Sonderfall:  $b_r : b_f = v_r : v_f$  ergibt geradlinige ungleichförmige Absolutbewegung.

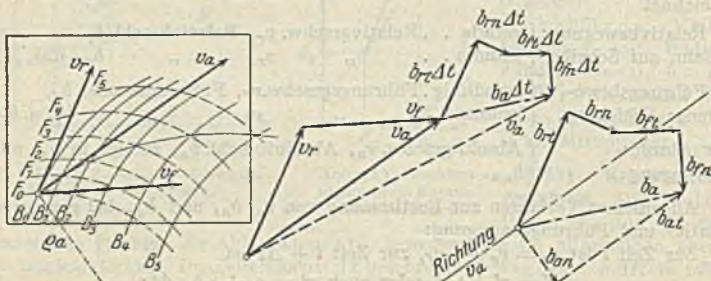


Abb. 118—120. Zusammengesetzte Punkt- und Führungsbewegung, krumm.

c) Allgemeinster Fall: Relativ- und Führungsbewegung krumm und ungleichförmig. Ergibt Absolutbewegung krumm und ungleichförmig. Abb. 118 bis 120.



Geg.  $v_r, v_f, b_{r,t} \parallel v_r, b_{r,n} \perp v_r, b_{f,t} \parallel v_f, b_{f,n} \perp v_f$ .

$$v_a = v_r + v_f, v'_r = v_r + b_{r,t} \Delta t + b_{r,n} \Delta t, v'_f = v_f + b_{f,t} \Delta t + b_{f,n} \Delta t,$$

$$v'_a = v'_r + v'_f = v_r + v_f + b_{r,t} \Delta t + b_{r,n} \Delta t + b_{f,t} \Delta t + b_{f,n} \Delta t$$

$$= v_a + b_a \Delta t, \text{ somit } b_a = b_{r,t} + b_{r,n} + b_{f,t} + b_{f,n} = b_{a,n} + b_{a,t};$$

$$\rho_a = v_a^2 : b_{a,n}.$$

$b_{r,n} = 0$  und  $b_{f,n} = 0$  liefert Fall b;  $b_{r,t} = 0, b_{r,n} = 0, b_{f,t} = 0$  und  $b_{f,n} = 0$  liefert Fall a.

(162) Scheibe dreht sich um festen Punkt. Relativbewegung krumm und ungleichförmig, Drehbewegung der Scheibe ungleichförmig mit  $\omega$  und  $\varepsilon$ , Abb. 121 u. 122.

Geg.  $v_r, b_{r,t} \parallel v_r, b_{r,n} \perp v_r$ , somit  $v_f = r\omega \perp r$ .

Es ist (ohne Ableitung, da diese zu umfangreich)

$$v_a = v_r + v_f,$$

$$b_a = b_{r,t} + b_{r,n} + \varepsilon r + \omega^2 r + 2v_r\omega = b_{a,n} + b_{a,t},$$

$$\parallel v_r \perp v_r \perp r \parallel r \perp v_r \perp v_a \parallel v_a$$

$$\rho_a = v_a^2 : b_{a,n}.$$

Der Betrag  $2v_r\omega$  heißt Coriolisbeschleunigung; diese wirkt bei Vergrößerung von  $r$  im Scheibendreh Sinne, bei Verkleinerung von  $r$  entgegengesetzt. Sonderfälle entstehen durch Verschwinden einzelner oder mehrerer der Werte  $v_r, b_{r,t}, b_{r,n}, \omega$  oder  $\varepsilon$ .

Bewegt sich außerdem der Scheibendrehpunkt mit  $v_d$  und  $b_d$ , dann addieren sich diese geometrisch zum bisherigen.

Ist die Absolutbewegung und die Führungsbewegung gegeben, dann folgt die Relativbewegung und die Bahnform auf der bewegten Scheibe durch Rückwärtskonstruktion der  $v$ - und  $b$ -Risse.

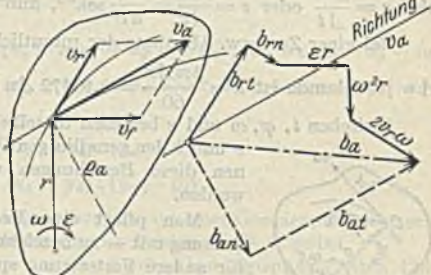


Abb. 121 u. 122. Zusammengesetzte Punktbeziehung bei Scheibendrehung.

## Bewegung der ebenen Scheibe.

(163)

### Schiebung.

Scheibe bewegt sich parallel bleibend. Eine auf der Scheibe verzeichnete Gerade verschiebt sich parallel. Hat irgendein Punkt  $S$  der Scheibe die Geschwindigkeit  $v_s$  und die Beschleunigung  $b_s$  (Bewegung krumm, wenn  $v_s$  und  $b_s$  von verschiedenen Richtungen), dann macht jeder Scheibenpunkt dieselbe Bewegung wie Punkt  $S$ ; die Bahnen dieser Punkte sind einander kongruent, aber parallel verschoben.

(164)

### Drehung.

Bleibt ein Scheibenpunkt  $S$  in Ruhe und dreht sich die Scheibe um  $S$ , dann kann die Drehung der Scheibe gleichförmig oder ungleichförmig sein.



Gleichförmige Drehung.

Winkelgeschwindigkeit  $\omega =$  Drehwinkel in der Zeiteinheit

$$= \frac{\text{Drehwinkel in der Zeit } t}{\text{Zeit } t},$$

worin Drehwinkel im Bogenmaß auszudrücken ist.

Der in  $t$  Zeiteinheiten zurückgelegte Drehwinkel ist  $\varphi = \omega t$ . Dim. von  $\omega$  ist  $\text{sek}^{-1}$ ,  $\text{min}^{-1}$  usw. Die zu einer Umdrehung erforderliche Zeit ist  $t_1 = \frac{2\pi}{\omega}$  sek, worin  $\omega$  in  $\text{sek}^{-1}$ . Bei  $n$  Umdrehungen i. d. Min. ist

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} = 0,10472 n \text{ sek}^{-1}.$$

Ungleichförmige Drehung.

Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{\text{Drehwinkel im Zeitelement}}{\text{Zeitelement}}$ , also  $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  oder

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Winkelbeschleunigung  $\varepsilon = \frac{\text{Zunahme der Winkelgeschw. im Zeitelement}}{\text{Zeitelement}}$ ,

$$\text{also } \varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ oder } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ sek}^{-2}, \text{ mm}^{-2} \text{ usw.}$$

Bei einer Zu- bzw. Abnahme der minutlichen Umlaufzahl  $n$  um den Betrag  $\Delta n$  je Sekunde ist  $\varepsilon = \frac{2\pi\Delta n}{60} = 0,10472 \Delta n \text{ sek}^{-2}$ .

Zwischen  $t$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$  und  $\varepsilon$  bestehen dieselben Beziehungen wie zwischen  $t$ ,  $s$ ,  $v$  und  $b$  der geradlinigen Punktbevægung; insbesondere können diese Beziehungen wie dort zeichnerisch behandelt werden.



Abb. 123. Drehung der Scheibe.

Man pflegt eine Rechtsdrehung mit  $+$ , eine Linksdrehung mit  $-$  zu bezeichnen, wenn nicht besondere Gründe für andere Festsetzung sprechen.

Ein beliebiger Punkt  $C$  im Abstände  $c$  von  $S$ , Abb. 123, beschreibt bei Drehung der Scheibe eine Kreisbahn um  $S$ ; hierfür ist  $v_c = \omega c \perp c$ ,  $b_{cn} = v_c^2 : c = \omega^2 c \parallel c$ ,  $b_{ct} = \varepsilon c \perp c$ , Gesamtbeschl.  $b_c = b_{cn} \rightarrow b_{ct}$ .

$\varepsilon = 0$  liefert  $\omega = \text{konst.}$ ,  $b_{ct} = 0$  und  $b_{cn} = \omega^2 c$ .

Bei  $n$  Uml. i. d. Min. ist  $v_c = 0,10472 n c$  und  $b_{cn} = (0,10472 n)^2 c = 0,010966 n^2 c$ .

(165)

## Schiebung und Drehung.

Ein Scheibenpunkt  $S$ , Abb. 124 bis 127, macht krumme Bewegung mit  $v_s$  und  $b_s$  (im Sonderfall geradlinig); gleichzeitig dreht sich die Scheibe um  $S$  mit  $\omega$  und  $\varepsilon$ . Gesucht Bewegung eines beliebigen Scheibenpunktes  $C$  im Abstände  $c$  von  $S$ .

Geschwindigkeiten, Abb. 124 u. 125. Punkt  $C$  bewegt sich mit  $v_c = v_s \rightarrow \omega c$ , worin  $\omega c \perp c$ , s. Konstruktion.

Ein Scheibenpunkt  $P$  im Abstände  $p = v_s : \omega$  von  $S$  hat Geschwindigkeit  $= 0$  und heißt Geschwindigkeitspol der Scheibe, weil die Scheibenbevægung als augenblickliche Drehung um  $P$  aufgefaßt werden kann. Somit ist auch  $v_c = \omega c' \perp c'$ . Denn es ist  $v_s \perp p$  und  $\omega c \perp c$ , außerdem  $v_s : \omega c = p : c$ , daher  $\triangle SCP \sim \triangle v_s, \omega c, v_c$  und somit  $v_c \perp c'$  und  $v_c : \omega c = c' : c$  oder

$$v_c = \frac{\omega c \cdot c'}{c} = \omega c'.$$

Nach Abb. 126 ist in Koordinaten

$$\xi_c = x_c + v_s \cos \alpha + \omega c \sin \gamma = v_s \cos \alpha + x_c + \omega y_c,$$

$$\eta_c = y_c + v_s \sin \alpha - \omega c \cos \gamma = v_s \sin \alpha + y_c - \omega x_c.$$

Für die drei in einer Geraden liegenden Punkte  $C, D, E$  ist nach Abb. 127

$$(x_c - x_d) : (x_d - x_e) = (y_c - y_d) : (y_d - y_e),$$

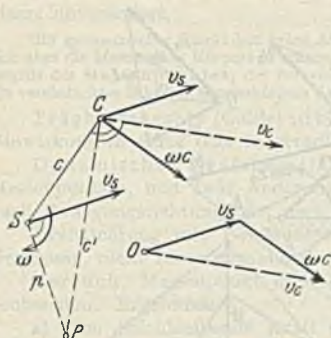


Abb. 124 u. 125. Schiebung und Drehung. Geschwindigkeiten.

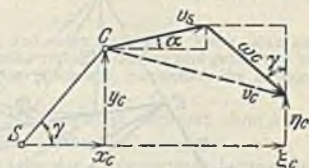


Abb. 126.

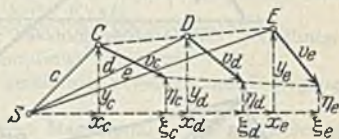


Abb. 127.

ferner  $(\xi_c - \xi_d) : (\xi_d - \xi_e) = (x_c + \omega y_c - x_d - \omega y_d) : (x_d + \omega y_d - x_e - \omega y_e)$

und  $(\eta_c - \eta_d) : (\eta_d - \eta_e) = (y_c - \omega x_c - y_d + \omega x_d) : (y_d - \omega x_d - y_e + \omega x_e)$ ,

woraus nach kurzer Umrechnung folgt

$$(\xi_c - \xi_d) : (\xi_d - \xi_e) = (x_c - x_d) : (x_d - x_e)$$

und  $(\eta_c - \eta_d) : (\eta_d - \eta_e) = (y_c - y_d) : (y_d - y_e)$ ,

d. h. die Endpunkte der  $v_c, v_d, v_e$  liegen ebenfalls auf einer Geraden, und ihre gegenseitigen Abstände verhalten sich wie die der Punkte  $C, D, E$  selbst.

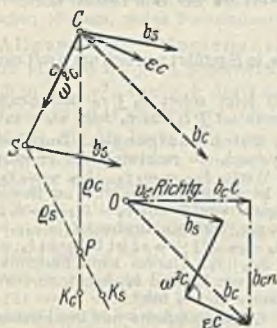


Abb. 128 u. 129. Beschleunigungen.

Beschleunigungen, Abb. 128 u.

129. Punkt  $S$  hat Beschleunigung  $b_s$ .

Nach deren Zerlegung in  $b_{s1} \parallel v_s$  und

$b_{s2} \perp v_s$ , folgt Krümmungsradius der

$S$ -Bahn  $\rho_s = v_s^2 : b_{s2}$  und Krümmungs-

mittelpunkt  $K_s$ , der auf der Geraden

$SP$  liegt, aber nicht in den Pol fällt.

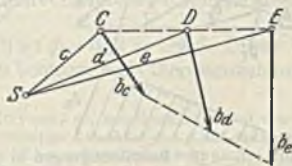


Abb. 130.

Die Beschleunigung von  $C$  setzt sich zusammen aus der für  $S$  und der von der Kreisbewegung um  $S$  herrührenden, somit  $b_c = b_s + \omega^2 c + \epsilon c$ , worin  $\omega^2 c \parallel c$  und  $\epsilon c \perp c$ ; dieses zerlegt in  $b_{c1} \parallel v_c$  und  $b_{c2} \perp v_c$  ergibt Krümmungsradius der  $C$ -Bahn  $\rho_c = v_c^2 : b_{c2}$ . Krümmungsmittelpunkt  $K_c$  liegt auf der Geraden  $CP$ , fällt aber nicht in den Geschwindigkeitspol; dieser selbst ist nicht beschleunigungsfrei.

In entsprechender Weise wie bei den Geschwindigkeiten läßt sich nachweisen, daß die Beschleunigungs-Endpunkte dreier auf einer Geraden liegenden Punkte  $C, D, E$ , Abb. 130, ebenfalls auf einer Geraden liegen und ihre gegenseitigen Abstände sich verhalten wie die Punkte  $C, D, E$  selbst.

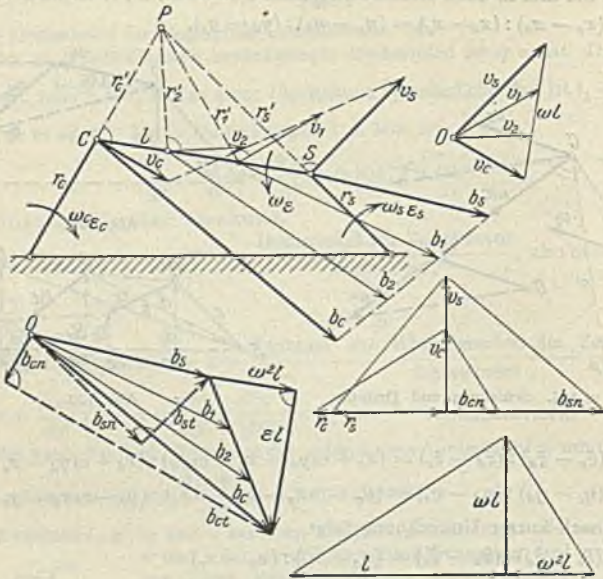


Abb. 131—135. Gelenkviereck.

(166) Anwendung auf das Gelenkviereck (Abb. 131 bis 135).

Gegeben  $r_s, r_c, l$  und augenblickliche Lage, ferner  $\omega_s$  und  $\epsilon_s$  für Arm  $r_s$ , somit auch  $v_s = \omega_s r_s, b_{sn} = \omega_s^2 r_s$  und  $b_{st} = \epsilon_s r_s$ .  
 Gesucht alle übrigen Bewegungen.

Man betrachtet Koppelstange  $SC$  als starre Scheibe, in  $S$  geführt und sich um  $S$  mit zunächst noch unbekanntem  $\omega$  und  $\epsilon$  drehend.

Geschwindigkeiten. Aus Geschwindigkeitsriß folgt sofort  $v_c \perp r_c$  und gleichzeitig Strecke  $\omega l \perp l$ ; aus  $v_c$  folgt  $\omega_c = v_c : r_c$ .

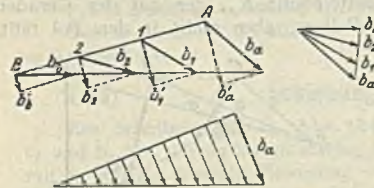


Abb. 136—138. Beschleunigungen in der Treibstange.

Beschleunigungen. Zunächst werden durch die rechtwinkligen Hilfsdreiecke die Werte  $b_{sn} = \omega_s^2 r_s, b_{cn} = \omega_c r_c$  und  $\omega^2 l$  konstruiert. Dann wird im Beschleunigungsriß von  $O$  aus  $b_s = b_{st} \rightarrow b_{sn}$  aufgetragen. Von dem Ausdruck  $b_c = b_{ct} \rightarrow b_{cn} = b_s \rightarrow \omega^2 l \rightarrow \epsilon l$  ist bekannt  $b_s, \omega^2 l \parallel l$  und  $b_{cn} \parallel r_c$ . Daraus kann Endpunkt von  $b_c$  bzw. von  $b_{ct}$  und  $b_{cn}$  konstruiert werden, woraus  $\epsilon$  und  $\epsilon_s$  folgt.

Geschwindigkeits- und Beschleunigungsriß auch sofort für die die Strecke  $l$  gleichaufteilenden Zwischenpunkte 1 und 2 an-

wendbar. Ergebnis nach (165): die Endpunkte der  $v_s v_1 v_2 v_c$  und die der  $b_s b_1 b_2 b_c$  bilden je gleichaufteilende Geraden.

Wird der Geschwindigkeitspol  $P$  als Schnittpunkt von  $r_s$  und  $r_c$  benutzt, dann gilt  $v_s = \omega r'_s, v_c = \omega r'_c$ , daher auch  $v_c = v_s \cdot r'_c : r'_s$ , ferner  $v_1 = \omega r'_1 \perp r'_1$  und  $v_2 = \omega r'_2 \perp r'_2$ .

Abb. 136 (Kurbeltrieb) zeigt die geradlinige Verbindung der  $b$ -Endpunkte der Treibstange. Ein gleiches gilt für deren Komponenten  $b'$  normal zur Stange. Deren Größtwerte treten bei rechtwinkliger Stellung von  $l$  gegen  $r$  auf (Abb. 138) und bilden die Ursache für die die Stange auf Biegung beanspruchenden Trägheitskräfte, s. (193).



## Dynamik.

### (167) Grundgesetze und Allgemeines.

**Massenbegriff.** Die Gesamtheit der Stoffteilchen eines Körpers heißt Masse. Bei allen physikalischen und chemischen Veränderungen bleibt die Masse unverändert.

Ein geometrischer Punkt hat keine Ausdehnung und daher auch keine Masse. Man kann sich aber die Masse eines Körpers in seinem Schwerpunkt vereinigt denken und gelangt so zum Begriff des Massenpunktes, der für viele Zwecke der Mechanik, namentlich der Dynamik, ein vereinfachtes Bild des Massenkörpers darstellt.

**Trägheitsgesetz (Galilei 1638).** Jeder Massenpunkt verharrt ohne äußere Einwirkung in Ruhe oder in geradliniger gleichförmiger Bewegung.

**Dynamischer Kraftbegriff.** Die Ursache der Bewegungsänderung eines Massenpunktes, und zwar Änderung seiner Geschwindigkeit nach Größe oder nach Bewegungsrichtung oder nach beiden heißt Kraft.

Kraftrichtung mit Bewegungsrichtung zusammenfallend gibt geradlinige Bewegung, nicht zusammenfallend gibt krummlinige Bewegung.

Versuch: Massenpunkt durch Kraft geradlinig bewegen und Bewegung beobachten. Ergebnisse:

a) Eine gleichbleibende Kraft erteilt dem Massenpunkt eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Es wird vereinbart: Verschiedene Massenpunkte haben dieselbe Masse, wenn sie durch dieselbe Kraft dieselbe Beschleunigung erhalten.

b) Ein Massenpunkt erhält durch die doppelte, dreifache ... Kraft die doppelte, dreifache ... Beschleunigung.

c) Die doppelte, dreifache ... Masse erfordert zur gleichen Beschleunigung die doppelte, dreifache ... Kraft.

Hieraus folgt das dynamische Grundgesetz (Newton 1687): Die Kraft ist proportional der Masse und der Beschleunigung.

Kraft- und Masseneinheit (s. w. unten) wird so gewählt, daß die Krafteinheit der Masseneinheit die Beschleunigungseinheit erteilt. Hieraus die dynamische Grundgleichung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse mal Beschleunigung}, P = m \cdot b.$$

Daneben besteht noch der statische Kraftbegriff als Ursache der Formänderung eines elastischen Körpers, wobei Formänderung durch Temperaturänderung außer Betracht bleibt.

**Allgemeines Massenanziehungsgesetz (Newton).** Zwei Massenpunkte  $m_1$  und  $m_2$  vom gegenseitigen Abstand  $r$  ziehen sich an mit einer Kraft  $P = k m_1 m_2 : r^2$ , worin  $k$  die Gravitationskonstante heißt.

Gesetz der Schwere als Sonderfall der allgemeinen Massenanziehung. Die Kraft, die die Erde auf einen an der Erdoberfläche befindlichen Körper ausübt, heißt sein Gewicht. Dieses verursacht am frei im luftleeren Raume fallenden Körper die Fallbeschleunigung  $g$ .

Für das mittlere Deutschland (Breite  $50^\circ$ ) ist  $g = 9,81 \text{ m sek}^{-2}$ . Dieser Wert wird bei den meisten technischen Rechnungen benutzt. In Näherungsrechnungen setzt man auch  $g = 10 \text{ m sek}^{-2}$ .

Für die geograph. Breite  $\varphi$  ist  $g = 9,806 - 0,025 \cos 2 \varphi$ , somit ergibt  $\varphi = 0$  den Wert  $g = 9,781$  und  $\varphi = 90^\circ$  den Wert  $g = 9,831$ . Die gleichzeitige Abnahme von  $g$  mit zunehmender Höhe oder Tiefe ist bei den praktisch vorkommenden Höhenunterschieden sehr gering. In Paris als Normalstelle für Maß und Gewicht ist  $g = 9,80665 \text{ m/sek}^{-2}$ .

### (168)

### Maßsysteme.

Jede physikalische und technische Größe wird zum Zwecke des Messens verglichen mit einer gleichartigen Größe, die als Einheit gewählt wird. Man unterscheidet das physikalische oder absolute und das technische Maßsystem. In beiden lassen sich alle Größen zurückführen auf drei Grundeinheiten.

Die Längeneinheit und die Massen- oder Gewichtseinheit ist festgelegt durch die vom internationalen Maß- und Gewichtsbureau hergestellten und in Sèvres bei Paris aufbewahrten Ureinheitsstücke, d. i. der Urmeterstab, nahezu gleich dem zehnmillionsten Teil des Erdquadranten, und das Urkilogrammstück, sehr angenähert gleich dem Gewicht von 1 cdm Wasser von 4<sup>0</sup>. Die Zeiteinheit ist astronomisch festgelegt.

**Das physikalische oder absolute Maßsystem** oder Zentimeter-Gramm-Sekunde-System, in der Physik und Elektrotechnik gebräuchlich, begründet von Gauß und Weber 1832.

#### Grundeinheiten.

Die Einheit der Länge ist das Zentimeter (1 cm), das ist der hundertste Teil des Pariser Urmeterstabes.

Die Einheit der Masse ist das Massengramm (1 g), das ist der tausendste Teil der Masse des Pariser Urkilogrammstückes.

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde (1 sek).

#### Abgeleitete Einheiten.

Die Einheit der Geschwindigkeit ist 1 cm in der Sekunde = 1 cm sek<sup>-1</sup>.

Die Einheit der Beschleunigung ist die Zunahme der Geschwindigkeitseinheit in der Sekunde = 1 cm sek<sup>-2</sup>.

Die Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, die der Masseneinheit 1 g die Beschleunigung 1 cm sek<sup>-2</sup> erteilt und heißt 1 Dyn = 1 g · 1 cm sek<sup>-2</sup> = 1 cm g sek<sup>-2</sup>.

Demnach erfordert z. B. eine Masse von 7 g zur Beschleunigung von 8 cm sek<sup>-2</sup> die Kraft 7 · 8 = 56 Dyn.

**Das technische Maßsystem**, in der Technik gebräuchlich.

#### Grundeinheiten.

Die Einheit der Länge ist das Meter (1 m) gleich der Länge des Pariser Urmeterstabes.

Die Einheit der Kraft ist das in Paris gemessene Gewicht (der Schweredruck) des Pariser Urkilogrammstückes und heißt 1 Kilogramm (1 kg).

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde.

#### Abgeleitete Einheiten.

Die Einheit der Geschwindigkeit ist 1 m sek<sup>-1</sup>.

Die Einheit der Beschleunigung ist 1 m sek<sup>-2</sup>.

Die Einheit der Masse (technische Masseneinheit) ist diejenige Masse, die durch die Kraft 1 kg die Beschleunigung 1 m sek<sup>-2</sup> erhält und heißt 1 Hyl<sup>1)</sup>.

Das Gewicht dieser technischen Masseneinheit (1 Hyl) geht aus dem Vergleich mit dem Freifall hervor:

Beim Freifall erhält die Masse von 1 kg Gewicht durch die Schwerkraft 1 kg die Beschleunigung  $g$  m sek<sup>-2</sup>.

Eine Masse gleich der technischen Masseneinheit erhält durch die Kraft 1 kg die Beschleunigung 1 m sek<sup>-2</sup>.

Somit ist die technische Masseneinheit  $g$  mal so groß als die Masse von 1 kg Gewicht, d. h. die technische Masseneinheit (1 Hyl) hat Gewicht  $g$  kg, oder:

Die Masse von 1 kg Gewicht hat  $1/g$  technische Masseneinheiten, und die Masse von  $Q$  kg Gewicht hat  $Q/g$  technische Masseneinheiten und erhält durch die Kraft  $P$  kg die Beschleunigung

$$b = \frac{P \text{ in kg}}{\text{Masse in techn. Masseneinh.}} = \frac{P}{Q/g} \text{ m sek}^{-2}.$$

<sup>1)</sup> Der Ausdruck Hyl (vom griechischen Hyle = Stoff) ist vom DIN neu eingeführt und in der Technik noch nicht gebräuchlich. Im weiteren wird er daher auch nicht verwendet. Wo von Masse die Rede ist, wird gesetzt: Eine Masse von  $Q$  kg Gewicht.



Die technische Masseneinheit hat die Dim. Kraft/Beschl. oder  $\text{kg m}^{-1} \text{sek}^2$ .

Beziehung zwischen  $\text{kg}$  und  $\text{Dyn}$ : Eine Masse von  $1/1000 \text{ kg}$  Gewicht (d. i. die absolute Masseneinheit  $1 \text{ g}$ ) erfordert zur Beschleunigung von  $1/100 \text{ m sek}^{-2}$  (d. i.  $1 \text{ cm sek}^{-2}$  im absoluten System) die Kraft  $1 \text{ Dyn} = \frac{1/1000}{9,81} \times 1/100 = \frac{1}{981000} \text{ kg}$ , woraus  $1 \text{ kg} = 981000 \text{ Dyn}$ . Weitere Einheiten s. (170).

## Dynamik des Massenpunktes.

### Massenpunkt in gradliniger Bewegung.

(169) **Allgemeine Sätze.** Auf einen mit Masse  $m$  behafteten und in Ruhe oder Bewegung befindlichen Punkt (Erklärung des Massenpunktes s. (167)) wirke eine gleichbleibende oder irgendwie gesetzmäßig veränderliche Kraft  $P$  in gleichbleibender Richtung. Nach dem dynamischen Grundgesetz, s. (167), erteilt diese Kraft dem Massenpunkt eine Beschleunigung  $b = P/m$ . Ist das Veränderungsgesetz von  $P$  durch Funktion oder Zeichnung bekannt, dann verläuft wegen des unveränderlichen  $m$  die Beschleunigung  $b$  entsprechend dem  $P$ , und dadurch ist der weitere Bewegungsverlauf nach der Bewegungslehre bestimmbar. Zwischen  $P$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $v$ ,  $b$  und  $t$  bestehen folgende Beziehungen:

1. Aus  $v \Delta v = b \Delta s$  vgl. (151), folgt  $m v \Delta v = m b \Delta s$  oder wegen  $m b = P$  folgt  $m v \Delta v = P \Delta s$ .

Aus

$$\frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + \sum_{s_0}^s b \Delta s,$$

vgl. (151), folgt die Arbeitsgleichung

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \sum_{s_0}^s P \Delta s \quad \text{und} \quad v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m} \sum_{s_0}^s P \Delta s}.$$

$P \Delta s$  heißt Elementararbeit der Kraft  $P$  auf dem Wege  $\Delta s$ ;  $\sum_{s_0}^s P \Delta s = A$  ist die Gesamtarbeit von  $P$  auf dem Wege  $s - s_0$ , darstellbar durch Fläche  $F$ ,

Abb. 139. Der Ausdruck  $\frac{m v^2}{2}$  heißt Arbeitsvermögen

(kinetische Energie, Wucht); die Arbeitsgleichung besagt, daß das anfangs vorhandene Arbeitsvermögen  $W_0 = \frac{m v_0^2}{2}$

um den Betrag  $A$  auf  $W = \frac{m v^2}{2}$  vergrößert wird. Bei gesetzmäßigem Verlauf  $P = F(s)$  setzt man

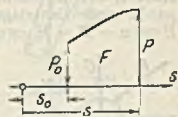


Abb. 139.

$$A = \int_{s_0}^s P ds \quad \text{und} \quad \frac{m v^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \int_{s_0}^s P ds.$$

Die auf die Zeiteinheit bezogene Arbeit heißt Leistung und ist  $N = \text{Kraft} \times \text{Weg in der Zeiteinheit} = P \cdot v$ , gleichviel ob  $P$  und  $v$  konstant oder veränderlich. Über weitere Sätze von Arbeit und Leistung und deren Einheiten s. weiter unten.



2. Aus  $b \Delta t = \Delta v$  s. (151), folgt  $m b \Delta t = m \Delta v$  oder  $P \Delta t = m \Delta v$ .

Aus  $v = v_0 + \sum_{t_0}^t b \Delta t$  folgt der Satz vom Antrieb  $mv = mv_0 + \sum_{t_0}^t P \Delta t$ ,

woraus  $v = v_0 + \frac{1}{m} \sum_{t_0}^t P \Delta t$ .  $P \Delta t$  heißt Elementarantrieb der Kraft  $P$  in

der Zeit  $\Delta t$ ;  $\sum_{t_0}^t P \Delta t$  ist der Gesamtantrieb von  $P$  in der Zeit  $t - t_0$ ;  $mv$  heißt Bewegungsgröße der mit  $v$  behafteten Masse  $m$ . Bei gesetzmäßigem Verlauf  $P = F(t)$  setzt man  $\int_{t_0}^t P dt$  und  $mv = mv_0 + \int_{t_0}^t P dt$ .

### (170) Einheiten hierzu.

Arbeit ist Produkt aus Kraft und Weg, um den der Kraftangriffspunkt in Krafrichtung verschoben wird.

Die absolute Einheit der Arbeit ist  $1 \text{ Dyn} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ Erg}$ .

Die praktische Einheit der Arbeit ist  $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}$ .

Die technische Einheit der Arbeit ist  $1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ mkg}$ .

Es ist  $1 \text{ mkg} = 981000 \text{ Dyn} \cdot 100 \text{ cm} = 98100000 \text{ Erg}$ ,

also  $1 \text{ Erg} = 1 : 98100000 \text{ mkg}$  und  $1 \text{ Joule} = 1 : 9,81 \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg}$ .

Leistung ist die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit.

Die absolute Einheit der Leistung ist  $1 \text{ Erg}$  in der Sek.

Die praktische Einheit der Leistung ist  $1 \text{ Joule}$  in der Sek. =  $1 \text{ Watt} = 0,102 \text{ mkgsek}^{-1}$ , und  $1000 \text{ Watt} = 1 \text{ kW}$ .

Die technische Einheit der Leistung ist  $1 \text{ mkg}$  in der Sek. oder  $75 \text{ mkg}$  in der Sek. =  $1 \text{ PS}$ .

Es ist  $1 \text{ PS} = 75 \cdot 981000 \cdot 100 = 736000000 \text{ Erg}$  in der Sek. =  $736 \text{ Watt} = 0,736 \text{ kW}$  oder  $1 \text{ Watt} = 1 : 736 \text{ PS} = 0,00136 \text{ PS}$  und  $1 \text{ kW} = 1,36 \text{ PS}$ .

Hiernach ist auch

Arbeit = Leistung mal Zeit, also

$1 \text{ Wattsekunde} = 1 \text{ Joule} = 0,102 \text{ mkg}$ ,

$1 \text{ Wattstunde} = 1 \text{ Wh} = 0,102 \cdot 3600 = 367,2 \text{ mkg}$ ,

$1 \text{ Kilowattstunde} = 1 \text{ kWh} = 367200 \text{ mkg}$ .

### Anwendungen und Beispiele.

(171) **Bewegung auf waagerechter Ebene mit Reibung** (Abb. 140). Auf Massenpunkt vom Gewicht  $G$  wirke schiefe Kraft  $P$ . Gegen die Bewegung nach rechts wirkt Reibkraft  $R = N\mu$ , worin  $N = P \sin \alpha + G =$  Druck zwischen Massenpunkt und Unterlage. Somit ist beschleunigende Kraft gleich  $P \cos \alpha - R = P \cos \alpha - (P \sin \alpha + G) \mu$  und

$$b = \frac{P \cos \alpha - (P \sin \alpha + G) \mu}{G/g}$$

### (172) Fall auf schiefer Ebene

Abb. 141). Für  $t_0 = 0$  sei  $v_0 = 0$  und  $s_0 = 0$ .

a) Reibungsfrei. Für  $m$  wirkt  $G \sin \alpha$  in Bewegungsrichtung, somit  $b = G \sin \alpha : m = g \sin \alpha = \text{konst.}$  Nach Zurücklegung des

Weges  $s$  ist  $v = \sqrt{2bs} = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot s} = \sqrt{2gh}$ , also ebenso groß als beim Freifall auf Höhe  $h$ .

b) Mit Reibung. Gegen die Bewegung wirkt  $R = G \cos \alpha \cdot \mu$ , somit

$$b = \frac{G \sin \alpha - G \cos \alpha \cdot \mu}{m} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

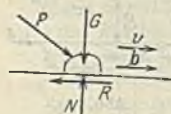


Abb. 140.

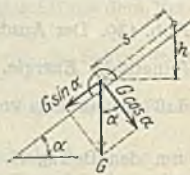


Abb. 141.

(173) **Masse durch Federkraft beschleunigt** (Abb. 142). Voraussetzung  $P$  linear mit steigendem  $s$  abnehmend;  $v_0 = 0$ . Nach dem Arbeitssatz ist Endgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \sum_{s_0}^{s_0+f} P \Delta s}$$

$$\sum_s^{s_0+f} P \Delta s = P_0 f = 2 = \text{Arbeit der Federkraft auf dem Wege } f, \text{ worin } P_0 = \text{Federkraft}$$

$$\text{im zusammengedrückten Zustand, somit } v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \frac{P_0 f}{2}} = \sqrt{\frac{P_0 f}{m}}$$

Umkehrung: kommt Masse  $m$  mit dieser Geschw.  $v$  an der spannungslosen Feder von der Länge  $s$  an, dann wird sie unter Abnahme von  $v$  bis auf 0 auf  $s_0$ , also um  $f$  zusammengedrückt (Pufferfeder).

**(174) Freie ungedämpfte Schwingung.** Der Massenpunkt  $m$  habe zur Zeit  $t$  den Abstand  $s$  von der Anfangslage und die Geschwindigkeit  $v$ ; eine Kraft  $P = ks$ , also prop.  $s$ , sei bestrebt,  $m$  in die Anfangslage zurückzuführen ( $P$  heißt die rückführende Kraft).

Demnach  $b = -\frac{P}{m} = -\frac{k}{m} s$ , also neg. prop.  $s$ . Nach (155) ergibt sich eine Sinus-

schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  oder der Zeit für eine Vollschiwingung  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ , also unabhängig von der Amplitude.

Mathematisch: Die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung  $\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{k}{m} s = 0$  lautet nach (74)

$$s = C_1 \cos t \sqrt{k:m} + C_2 \sin t \sqrt{k:m}, \text{ woraus}$$

$$v = \frac{ds}{dt} = -C_1 \sqrt{k:m} \sin t \sqrt{k:m} + C_2 \sqrt{k:m} \cos t \sqrt{k:m}.$$

Für  $t = 0$  sei  $s_0 = 0$  und  $v_0$  gegeben. Hieraus  $0 = C_1$  und  $v_0 = C_2 \sqrt{k:m}$  und  $s = v_0 \sqrt{m:k} \sin t \sqrt{k:m}$  und  $v = v_0 \cos t \sqrt{k:m}$ . Größter Ausschlag (Amplitude)  $r = v_0 \sqrt{m:k}$  bzw.  $v_0 = r \sqrt{k:m}$ , also  $s = r \sin t \sqrt{k:m}$ . Daher  $\omega = \sqrt{k:m}$  und  $T = 2\pi \sqrt{m:k}$ .

Mathematisches Pendel, Abb. 143. Aus der Zerlegung von  $G$  folgt die rückführende Kraft  $P = G \sin \varphi$ . Bei  $\alpha \leq 8^\circ$  ist hinreichend genau (bis  $\approx 1^\circ/100$ )  $\sin \varphi = \varphi$  und dabei kann der Kreisbogen als Gerade angesehen werden. Somit ist für  $k = G:l = mg:l$   $T = 2\pi \sqrt{m:k} = 2\pi \sqrt{l:g}$ , also unabhängig vom Ausschlag  $\alpha$ . Für den Mittendurchgang ist  $v_0 = \alpha \sqrt{gl}$ .

Bei größeren  $\alpha$  ist  $T$  von  $\alpha$  abhängig, und zwar größer als oben, Bewegung ist nicht harmonisch.

Elastische Schwingung. Sitzt der Massenpunkt am Ende eines elastischen Fadens oder am freien Ende eines eingespannten oder in der Mitte eines gewichtslos gedachten Stabes, dann bringt ein Anstoß eine harmonische Schwingung hervor, wobei vorausgesetzt ist, daß infolge der Ausschläge die Spannung des Fadens oder des Stabes innerhalb der Proportionalitätsgrenze bleibt. Der Wert  $k$  ist hierbei die zur Verschiebung des Massenpunktes aus seiner Mittellage um den Betrag  $s = 1$  erforderliche Kraft, die in jedem Falle nach der Elastizitätslehre leicht festzustellen ist. Stets ist bei obiger Voraussetzung  $T = 2\pi \sqrt{m:k} = \text{konstant}$ , also unabhängig von  $r$ .

**(175) Freie gedämpfte Schwingung.** Erfolgt die Schwingung in einem widerstehenden Mittel (Luft, Flüssigkeit), so setzt dieses der Bewegung einen Widerstand  $W$  entgegen, der bei kleinen  $v$  sehr annähernd proportional  $v$  ist. Setzt man  $W = cv$ , worin  $c$  der Dämpfungsfaktor heißt, dann gilt

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\frac{k}{m} s - \frac{cv}{m} \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m} s = 0.$$

Allgemeine Lösung dieser linearen Diff.-Gl. s. (77).

Man unterscheidet drei Fälle:

$$1. \quad \frac{k}{m} > \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \quad \text{oder} \quad 4km > c^2. \quad \text{Setzt man } \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = q, \text{ dann ist}$$

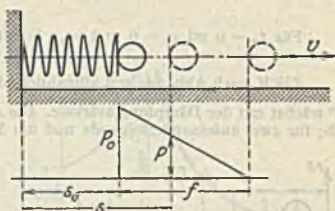


Abb. 142.



Abb. 143.



$$s = e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cos qt + C_2 \sin qt) \text{ und}$$

$$\frac{ds}{dt} = v = -e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cos qt + C_2 \sin qt) + e^{-\frac{c}{2m}t} (-C_1 \sin qt + C_2 \cos qt).$$

Für  $t_0 = 0$  sei  $s_0 = 0$  und  $v_0$ . Somit  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = v_0 : q$  und  $s = \frac{v_0}{q} e^{-\frac{c}{2m}t} \sin qt$ .

ZWK nach Abb. 144 mit allmählich abnehmender Amplitude, aber mit  $T = \frac{2\pi}{q} = \text{konst.}$   $T$  wächst mit der Dämpfungsstärke  $c$ . Die Amplituden nehmen nach einer geometrischen Reihe ab; für zwei aufeinanderfolgende und um  $T/2$  zeitlich auseinanderliegende Amplituden gilt

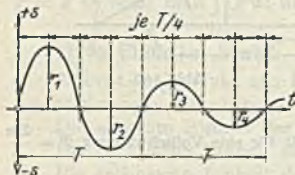


Abb. 144. Gedämpfte Schwingung.

$$\frac{r_n}{r_{n+1}} = \frac{1}{e^{-\frac{c}{2m} \frac{T}{2}}} = e^{\frac{cT}{4m}} = \text{konst.}$$

$$\lambda = \ln r_n - \ln r_{n+1} = \frac{cT}{4m} = \frac{c\pi}{2mq} = \text{konst.}$$

ist das logarithmische Dekrement der Schwingung. Mit  $c = 0$  ergibt sich die reine Sinusschwingung

$$2 \cdot \frac{k}{m} < \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \text{ oder } 4km < c^2. \text{ Mit}$$

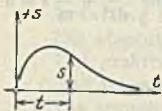


Abb. 145. Gedämpfte aperiodische Schwingung.

$$\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = q \text{ ist } s = e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cos qt + C_2 \sin qt).$$

Ein entsprechender Rechnungsgang liefert  $s = \frac{v_0}{q} e^{-\frac{c}{2m}t} \sin qt$ .

ZWK nach Abb. 145. Bewegung heißt aperiodisch;  $s = 0$  bei  $t = \infty$ .  
3.  $4km = c^2$ . Mit verschwindendem  $q$  gehen obige Lösungen über

$$\text{in } s = v_0 t e^{-\frac{c}{2m}t}; \text{ Bewegung ebenfalls aperiodisch.}$$

**(176) Erzwungene gedämpfte Schwingung.** Auf einen im widerstehenden Mittel gedämpft schwingenden Massenpunkt wirke die periodisch und sinusförmig veränderliche Kraft  $P = P_0 \sin \omega t$ . Dann gilt

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{P}{m} - \frac{k}{m} s - \frac{c}{m} v \text{ oder } \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{P_0}{m} \sin \omega t - \frac{k}{m} s - \frac{c}{m} \frac{ds}{dt}.$$

Die allgemeine Lösung lautet für den Fall

$$\frac{k}{m} > \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \text{ mit } q = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

$$s = e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cos qt + C_2 \sin qt) + r \sin(\omega t - \varphi).$$

Der erste Teil von  $s$  bildet die gedämpfte und rasch abklingende Schwingung, der zweite die verbleibende, durch  $P$  erzwungene Schwingung. Durch Einsetzen von  $s = r \sin(\omega t - \varphi)$  in die Diff.-Gl. folgt

$$-r\omega^2 \sin(\omega t - \varphi) = \frac{P_0}{m} \sin \omega t - \frac{k}{m} r \sin(\omega t - \varphi) - \frac{c}{m} r \omega \cos(\omega t - \varphi) \text{ oder}$$

$$\sin \omega t \left( \frac{P_0}{r} + m\omega^2 \cos \varphi - k \cos \varphi - c\omega \sin \varphi \right)$$

$$+ \cos \omega t (-m\omega^2 \sin \varphi + k \sin \varphi - c\omega \cos \varphi) = 0.$$

Diese Gl. ist für beliebige  $\omega t$  erfüllt, wenn

$$\frac{P_0}{r} + m\omega^2 \cos \varphi - k \cos \varphi - c\omega \sin \varphi = 0 \text{ und } -m\omega^2 \sin \varphi + k \sin \varphi - c\omega \cos \varphi = 0;$$

das liefert

$$\text{tg } \varphi = \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \text{ und } r = \frac{P_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}.$$



Die erzwungene Schwingung hat dieselbe Frequenz wie die erregende Kraft, aber dieser gegenüber die Phasenverschiebung  $\varphi$ . Abb. 146 zeigt die Abhängigkeit des  $r$  von  $\omega$ . Durch dif-

ferenzieren findet man bei einem  $\omega_{\text{krit}} = \frac{\sqrt{k m - c^2}}{m}$  den Wert

$$\max r = \frac{2 P_0 m}{c \sqrt{4 k m - c^2}}$$

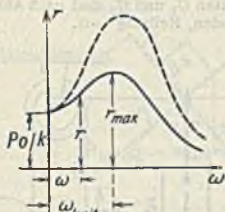


Abb. 146. Erzwungene gedämpfte Schwingung.

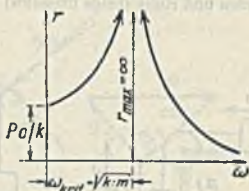


Abb. 147. Resonanz.

Die gestrichelte Kurve gilt für kleinere  $c$ . Bei  $c = 0$  (dämpfungsfrei) verklingt die Eigenschwingung nicht, sondern bleibt dauernd neben der erzwungenen bestehen und interferiert mit

ibr. Es ist dann  $r = \frac{P_0}{k - m \omega^2}$ . Für  $\omega_{\text{krit}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$  wird  $\max r = \infty$ , (Abb. 147), d. h. dieser Fall muß praktisch vermieden werden.

Folgt die Erregerschwingung irgendeinem periodischen Gesetz (durch Funktion oder Kurve gegeben), dann ist dieses in eine Fouriersche Reihe  $P = P_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + P_2 \sin(\omega t + \varphi_2) + \dots$  zu entwickeln, vgl. (111). Die Lösung stellt sich dar als Interferenz einer Reihe von Einzelschwingungen mit den Kreisfrequenzen  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$

Kinematisch erzwungene Schwingung. Nach Abb. 148 beschreibt ein Punkt  $A$  die erregende zwangläufige Sinusschwingung (z. B. durch Kurbeltrieb) und ist elastisch mit dem Massenpunkt  $m$  verbunden, der sich im widerstehenden Mittel bewegt. Auf  $m$  wirkt nach rechts  $P = k(y - s)$ , worin  $y = a \sin \omega t$ , und nach links  $W = cv$ ; somit ist  $b = (P - W) : m$ , woraus

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{k a}{m} \sin \omega t - \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m} s = \frac{k a}{m} \sin \omega t.$$

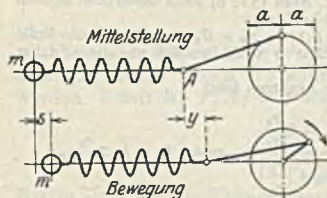


Abb. 148. Kinematisch erzwungene Schwingung.

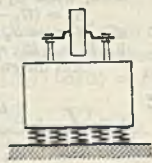


Abb. 149.

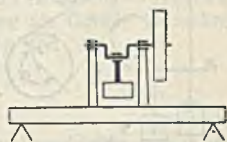


Abb. 150.

Als Lösung folgt wieder eine gedämpfte und rasch abklingende Schwingung und eine bleibende Schwingung  $s = r \sin(\omega t - \varphi)$ . Alle weiteren Ergebnisse lauten wie oben; in den Formeln für  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\omega_{\text{krit}}$  usw. ist  $a$  statt  $P_0$  zu setzen.

Resonanzerscheinungen ähnlicher Art treten auch bei elastischer Lagerung von Maschinen mit umlaufenden oder schwingenden Massen auf, s. Abb. 149 u. 150. Sitzt z. B. das Schwungrad absichtlich oder zufällig exzentrisch auf der Welle, dann teilen sich die lotrechten Schwingungen dem elastisch mit dem Boden verbundenen Fundament mit. Resonanz, d. h. Frequenz der Fundamentalschwingung = Drehzahl des Rades steigert die Erschütterungen zuweilen bis zur Unzulässigkeit und kann durch Änderung der Drehzahl oder der Massenverteilung verhindert werden.

(177) Verbindung mehrerer Massenpunkte durch unmittelbare Berührung oder durch unelastische Stangen, Seile u. dgl. Zur Lösung solcher Aufgaben dient das Prinzip des d'Alembert. Wirkt auf den Massenpunkt  $m$  eine Kraft  $P$ , die auch als Resultierende mehrerer Kräfte aufgefaßt werden kann, dann liegt

nicht der statische Gleichgewichtsfall vor und die Folge davon ist eine Beschleunigung  $b = P : m$ . Dieser unstatische Fall kann auf einen statischen Gleichgewichtsfall dadurch zurückgeführt werden, daß an  $m$  eine Kraft  $\mathfrak{Z} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$  entgegengesetzt zu  $b$  angebracht wird. Diese Kraft  $\mathfrak{Z}$  heißt Trägheitskraft und wird im weiteren stets mit großen deutschen Buchstaben und mit gepfeilter Strecke bezeichnet.

Beispiele hierzu.

a) Zwei Massenpunkte  $m_1$  und  $m_2$  von den Gewichten  $G_1$  und  $G_2$  sind nach Abb. 151 a durch Faden und Rolle (beide masselos) miteinander verbunden, Reibung = 0.

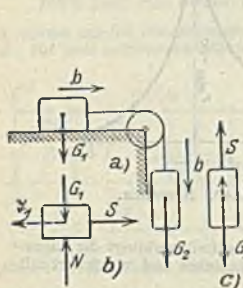


Abb. 151.

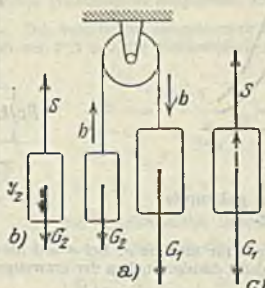


Abb. 152.

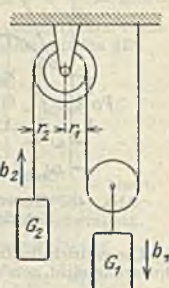


Abb. 153.

Hier ist nicht etwa  $b = G_2 : m_1$ , sondern man betrachtet jede Masse für sich, bringt die  $\mathfrak{Z}$  an und stellt die Gleichgewichtsbedingungen auf. Fadenzug =  $S$ ; Massen beide haben dasselbe  $b$ . Abb. 151 b liefert  $S + \mathfrak{Z}_1 = m_1 b$ ,

Abb. 151 c liefert  $S + \mathfrak{Z}_2 = G_2 - m_2 b$ .

$S$  eliminiert, gibt  $m_1 b = G_2 - m_2 b$  und  $b = G_2 : (m_1 + m_2) = \text{konst.}$ ,  
 $S = G_1 G_2 : (G_1 + G_2)$ .

Für  $G_1 = 0$  ist  $b = g$  und  $S = 0$ ; für  $G_2 = 0$  ist  $b = 0$  und  $S = 0$ .

b) Atwoodsche Fallmaschine, Abb. 152 a bis c,  $G_1 > G_2$ . Aus  $S + \mathfrak{Z}_1 = G_1$  oder  $S + m_1 b = G_1$  und  $S = \mathfrak{Z}_2 + G_2$  oder  $S = m_2 b + G_2$  folgt  $b = (G_1 - G_2) : (m_1 + m_2)$ .

c) Rollenzug, Abb. 153;  $b_1$  nach unten bzw.  $b_2$  nach oben, wenn  $G_1 r_1 : 2 > G_2 r_2$ .

$S_1 = (G_1 - m_1 b_1) : 2$ ,  $S_2 = G_2 + m_2 b_2$ ; für die Rolle gilt  $S_1 r_1 = S_2 r_2$ . Die  $b$  verhalten sich wie die  $v$ , daher  $b_1 : b_2 = r_1 : 2 r_2$ .

Aus diesen vier Ansätzen folgt

$$b_1 = \frac{G_1 + G_2 \frac{r_2}{r_1}}{m_1 + m_2 \frac{r_1}{r_2}} \quad \text{und} \quad b_2 = b_1 \frac{r_2}{r_1}$$

d) Koepe-Förderung, Abb. 154. Seilgewicht  $a - b = Q_s$ , leerer Förderkorb =  $F$ , Nutzlast =  $N$ .

$\max b = ?$ , damit kein Gleiten des Seiles auf der Treibscheibe.

$$S_g = (Q_s + F + N) + (Q_s + F + N) b : g,$$

$$S_k = (Q_s + F) - (Q_s + F) b : g.$$

Es gilt, wenn kein Gleiten,  $S_g : S_k = e^{\alpha \mu}$ , somit

$$(Q_s + F + N) (1 + b : g) = (Q_s + F) (1 - b : g) e^{\alpha \mu}$$

und

$$\max b = g \frac{k e^{\alpha \mu} - 1}{k e^{\alpha \mu} + 1}, \quad \text{wobei} \quad k = \frac{1}{1 + N : (Q_s + F)}$$



## (178) Massenpunkt in freier krummer ebener Bewegung.

Fällt die Richtung der Kraft  $P$  nach Abb. 155 nicht mit der Bewegungsrichtung zusammen, dann liefert die in die  $P$ -Richtung fallende Gesamtbeschleunigung  $b = P : m$  nach (158) eine krumme Bewegung. Wirken auf  $m$  mehrere Kräfte, dann ist unter  $P$  deren Resultierende zu verstehen. Ebene Bewegung, wenn  $P$  und  $v$  dauernd in derselben Ebene bleiben, sonst räumlich.

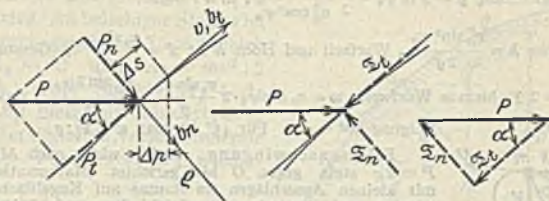


Abb. 155—157. Freie krumme ebene Bewegung.

$P$  in die Komponenten  $P_t = P \cos \alpha$  und  $P_n = P \sin \alpha$  zerlegen.  $P_t$  liefert die Tangentialbesch.  $b_t = P_t : m$ ,  $P_n$  liefert die Normalbesch.  $b_n = P_n : m$  und damit die Bahnkrümmung  $\rho = v^2 : b_n$ .

Anwendung des d'Alembertschen Prinzips, vgl. (177). Die Beschleunigungen  $b_t$  und  $b_n = v^2 : \rho$  liefern die Trägheitskräfte  $\mathfrak{T}_t = mb_t$  und  $\mathfrak{T}_n = mb_n$ , Abb. 156, entgegengesetzt zu den  $b_t$  und  $b_n$  gerichtet und mit  $P$  im Gleichgewicht stehend; somit  $P + \mathfrak{T}_t + \mathfrak{T}_n = 0$ , s. Kräfteck Abb. 157, woraus  $b_t = P_t : m$  und  $b_n = P_n : m$  wie oben.

Zwischen  $P_t$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $v$  und  $b_t$  bestehen dieselben Beziehungen wie zwischen den entsprechenden Werten der geradlinigen Bewegung. Somit gilt bei Verschiebung von  $m$  im Zeitelement  $\Delta t$  die Arbeitsgleichung  $mv\Delta v = P_t \Delta s$  und

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \sum_{s_0}^s P_t \Delta s.$$

Nun ist in Abb. 155  $\Delta p =$  Projektion von  $\Delta s$  auf die  $P$ -Richtung  $= \Delta s \cos \alpha$ , denn der kleine Bogen  $\Delta s$  kann in erster Annäherung als Gerade betrachtet werden. Somit ist  $P_t \Delta s = P \cos \alpha \cdot (\Delta p : \cos \alpha) = P \Delta p$  und

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \sum P \Delta p.$$

Hierin ist  $P \Delta p$  die Elementararbeit der Kraft  $P$  beim Verschieben von  $m$  um Strecke  $\Delta s$ , d. h. Arbeit = Kraft  $\times$  Projektion des Weges auf die Kraftrichtung.

$\sum P \Delta p$  ist die Arbeit der Kraft  $P$  bei endlicher Verschiebung. Mit höh. Math. folgt  $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \int P dp$ . Bei

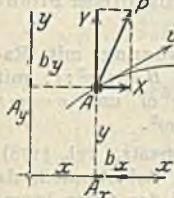


Abb. 158.

$P = 0$  oder auch bei  $P_t = 0$ , also  $P = P_n$  und  $\alpha = 90^\circ$  ist  $v = v_0$ , also unveränderlich.

**Koordinatenverfahren.** Nach Abb. 158 wird  $P$ , die auch die Resultierende mehrerer Kräfte sein kann, in  $X$  und  $Y$  zerlegt; sodann ist  $b_x = X : m$  und

$b_y = Y : m$ , wodurch die Bewegungsgesetze der Projektionen  $A_x$  und  $A_y$  ausgedrückt sind. Weiterbehandlung nach (159).

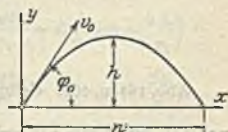


Abb. 159.



## (179) Beispiele.

Der schiefe Wurf im luftleeren Raume. Geg. für  $t=0$   $v_0$  und  $\varphi_0$ , Abb. 159. Auf  $m$  wirkt nur die Schwerkraft, daher  $X=0$ ,  $Y=-G$ ,  $b_x=0$ ,  $b_y=-G$ ;  $m=-g$ .

Bewegung in  $x$ -Richtung ist gleichförmig mit  $v_x = v_0 \cos \varphi_0 = \text{konst.}$ ,  $x = v_0 \cos \varphi_0 \cdot t$ , in  $y$ -Richtung die des senkrechten Wurfes nach oben, s. (152) mit  $v_{y0} = v_0 \sin \varphi_0$ .  
 $y = v_0 \sin \varphi_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$  und  $v_y = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \varphi_0 - 2gy}$ . Elim. von  $t$  in Ausdrücken für  $x$  und  $y$  liefert Bahngleichung  $y = x \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi_0} x^2$ , d. i. Parabel.

Wurfhöhe  $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi_0}{2g}$ , Wurfzeit und Höhe  $h$  ist  $T = \frac{v_0 \sin \varphi_0}{g}$ , Gesamtwurfzeit bis

Rückkehr  $= 2T$ , hieraus Wurfweite  $w = v_0 \cos \varphi_0 \cdot 2 \frac{v_0 \sin \varphi_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi_0}{g}$ ; dasselbe  $w$  für

Neigung  $90^\circ - \varphi_0$ . Für  $45^\circ$  ist  $\max w = v_0^2/g$ .

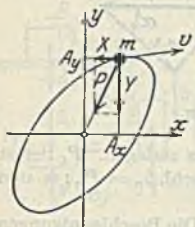


Abb. 160.

Ellipsenschwingung. Auf  $m$  wirke nach Abb. 160 Kraft  $P = k\rho$  stets gegen  $O$  hin gerichtet (Mathematisches Pendel mit kleinen Ausschlägen im Raume auf Kugelfläche schwingend oder  $m$  auf elastischem Rundstab sitzend, in beiden Fällen exzentrischer Anstoß). Somit ist  $X = P \cos \varphi = P'x : \rho$ ,  $Y = P \sin \varphi$

$$= Py : \rho, \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x, \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{k}{m} y.$$

Ergebnis: Die Projektionen  $A_x$  und  $A_y$  machen harmonische Schwingung von derselben Frequenz  $\omega = \sqrt{k/m}$ , aber von ungleicher Phase,  $m$  beschreibt schiefe Ellipse.

## Massenpunkt in geführter ebener Bewegung.

(180) Bahnglatt, Bewegung reibungsfrei. Ist der Massenpunkt  $m$  in einer Bahn (Kanal u. dgl.) geführt, Abb. 161, und wirkt auf  $m$  die Kraft  $P$ , dann tritt ein Bahndruck  $B$  zwischen Punkt und Bahn auf, d. h. die Bahn (Kanalwand) drückt auf  $m$  mit Kraft  $P$  normal zur Bahnrichtung.

Behandlung zweckmäßig nach dem d'Alembertschen Prinzip: Die Beschleunigungen  $b_t$  und  $b_n = v^2/\rho$  liefern die Trägheitskräfte  $\mathfrak{Z}_t = m b_t$  und  $\mathfrak{Z}_n = m b_n$  entgegengesetzt zu  $b_t$  und  $b_n$  gerichtet und mit  $P$  und  $B$  im Gleichgewicht stehend; somit  $P + B + \mathfrak{Z}_t + \mathfrak{Z}_n = 0$ , s. Kräfteck Abb. 162, woraus mit den Komponenten  $P_t = P \cos \alpha$  und  $P_n = P \sin \alpha$  folgt  $\mathfrak{Z}_t = P_t$ , also  $b_t = P_t/m$  und  $P_n + B = \mathfrak{Z}_n$  oder  $B = \mathfrak{Z}_n - P_n = m b_n - P_n = m v^2/\rho - P_n$ .

$P=0$  oder auch  $P_n=0$  ergibt  $B = m v^2/\rho =$  Zentripetalkraft, d. i. Druck der Bahn von außen auf  $m$  gegen den Krümmungsmittelpunkt gerichtet; umgekehrt drückt  $m$  nach außen gegen die Bahn mit demselben  $B =$  Zentrifugalkraft oder Fliehkraft.

Kreisbewegung mit Radius  $r$  ergibt  $B = m v^2/r$ ; mit Winkelgeschw.  $\omega$  und  $v = \omega r$  folgt  $B = m r \omega^2$ .

Im Arbeitssatz, vgl. (178), hat  $B$  keinen Arbeitsanteil, da

normal zur Bewegungsrichtung, daher gilt dasselbe wie bei der freien krummen Bewegung.

$P=0$  oder auch  $P_t=0$  liefert  $v = v_0 = \text{konst.}$

Sonderfall: Bewegung durch die Erdschwere. Massenpunkt auf krummer Bahn reibungsfrei von Stelle 0 mit  $v_0=0$  nach Stelle 1 abgleitend,

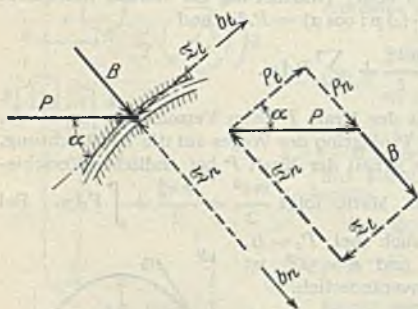


Abb. 161 u. 162. Geführte ebene Bewegung.

Abb. 163. Auf  $m$  wirkt nur Schwerkraft  $G = mg$ , somit deren Arbeit gleich Gewicht  $\times$  Höhenunterschied, unabhängig von Bahnform.

Für beliebige Stelle  $s$  gilt  $mv^2 : 2 = G(h_0 - h)$  und  $v = \sqrt{2g(h_0 - h)}$ ; für Endstelle 1 gilt  $mv_1^2 : 2 = G(h_0 - h_1)$ .

Das Gewicht  $G$  hat in Lage 0 gegenüber 1 ein Arbeitsvermögen der Lage oder die potentielle Energie  $A_p = G(h_0 - h_1)$ , die nach dem Herabgleiten in die kinetische Energie  $A_k = mv_1^2 : 2$  umgesetzt wird. An beliebiger Stelle  $s$  ist die pot. Energie gegenüber Lage 1 gleich  $A_p = G(h_0 - h)$  und  $A_k = mv^2 : 2 = G(h - h_1)$ ; die Summe  $A_p + A_k = G(h_0 - h_1)$  bleibt unverändert; d. h. das beim Herabgleiten verschwindende  $A_p$  wird in Form von  $A_k$  wieder gewonnen.

Entsprechendes gilt bei Anfangsgeschw.  $v_0$ ; es ist dann  $mv_1^2 : 2 = mv_0^2 : 2 + G(h_0 - h_1)$  usw.

Erfolgt umgekehrt die Steigebewegung bei 1 mit demselben  $v_1$ , dann verkleinert sich  $A_k$  und vergrößert sich  $A_p$  derart, daß  $A_p + A_k = \text{konst.}$

Bahndruck nach Krafteck Abb. 164  $B = G \sin \varphi - mb_n = G \sin \varphi - mv^2 : \rho = G(\sin \varphi - v^2 : g\rho)$ .

Die Fallzeit folgt aus  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  und  $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$  zu  $t = \sum \frac{1}{v} \Delta s$  oder zu  $t = \int \frac{1}{v} ds$ ; bei zeichnerisch gegebener Bahnform nur durch Zerlegung der Bahn in  $\Delta s$ -Elemente, Berechnung der zugehörigen  $v$  und Summierung der Werte  $\frac{\Delta s_1}{v_1}, \frac{\Delta s_2}{v_2}$  usw. über die Bahnlänge zu ermitteln.

Beispiel. Massenpunkt mit  $v_0 = 0$  über krumme lotrechte Bahn nach Abb. 165 reibungsfrei gleitend. Ges. Bahndruck an verschiedenen Bahnstellen.

| Bahnstelle | $v$            | Bahneigung | $B$   |
|------------|----------------|------------|---|
| a          | 0              | $\alpha$   | } $G \cos \alpha$   |
| b          | $\sqrt{2gh_1}$ | $\alpha$   |   |
| c          | $\sqrt{2gh_1}$ | $\alpha$   | $G \cos \alpha + m \frac{2gh_1}{r_1} = G \left( \cos \alpha + \frac{2h_1}{r_1} \right)$ |
| d          | $\sqrt{2gh_2}$ | 0          | $G + m \frac{2gh_2}{r_2} = G \left( 1 + \frac{2h_2}{r_2} \right)$                       |
| e          | $\sqrt{2gh_3}$ | $\beta$    | $G \cos \beta + m \frac{2gh_3}{r_3} = G \left( \cos \beta + \frac{2h_3}{r_3} \right)$   |
| f          | $\sqrt{2gh_3}$ | $\beta$    | $G \cos \beta - m \frac{2gh_3}{r_4} = G \left( \cos \beta - \frac{2h_3}{r_4} \right)$   |
| g          | $\sqrt{2gh_4}$ | 0          | $G - m \frac{2gh_4}{r_4} = G \left( 1 - \frac{2h_4}{r_4} \right)$                       |

Bahndruckverlauf in Abb. 165 eingezeichnet. An beliebiger Stelle der konvexen Bahn ist ein Bahndruck vorhanden, solange  $r_t \geq 2a$ .

(181) **Bahn rauh.** Neben den bisherigen Kräften tritt noch ein Tangentialwiderstand, nämlich die Reibung  $R = B\mu$  gegen die Bewegungsrichtung auf,

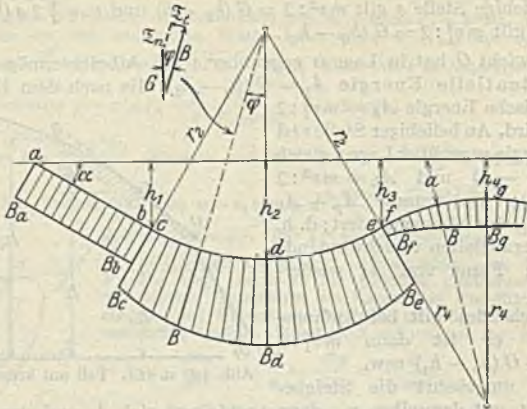


Abb. 165. Bahndruckverlauf.

worin  $\mu$  die Gleitreibzahl. Somit ist nach Krafftack Abb. 166

$$P \rightarrow B \rightarrow R \rightarrow \mathfrak{X}_t \rightarrow \mathfrak{X}_n = 0$$

oder

$$P_t \rightarrow P_n \rightarrow B \rightarrow B\mu \rightarrow m b_t \rightarrow m v^2 : \rho = 0,$$

woraus

$$P_n + B = m v^2 : \rho \quad \text{oder} \quad B = m v^2 : \rho - P_n$$

und

$$P_t = B\mu + m b_t \quad \text{oder} \quad b_t = P_t : m - B\mu : m.$$

In der Arbeitsgleichung tritt die Reibungsarbeit  $R \Delta s$  auf, daher

$$m v^2 : 2 = m v_0^2 : 2 + \sum P \Delta p - \sum B \mu \Delta s.$$

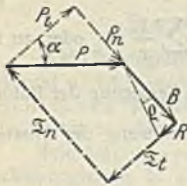


Abb. 166.

### Massenpunkt in zusammengesetzter ebener Bewegung.

(Relativ-, Führungs- und Absolutbewegung.)

(182) Nach (160) setzt sich die Absolutbeschleunigung  $b_a$  des Massenpunktes geometrisch aus den durch die Relativ- und Führungsbewegung bestimmten Einzelbeschleunigungen zusammen. Die auf  $m$  wirkende Kraft  $P$  und der auch hier normal zur Bahntangente wirkende Bahndruck  $B$  liefern die Gesamtbeschleunigung  $b_a = b_{a_t} \rightarrow b_{a_n}$ .

Nach dem d'Alembertschen Prinzip treten im Massenpunkt die Trägheitskräfte  $\mathfrak{X}_{a_t} = m b_{a_t}$  und  $\mathfrak{X}_{a_n} = m b_{a_n}$  entgegengesetzt zu  $b_{a_t}$  und  $b_{a_n}$  auf, die mit  $P$  und  $B$  im Gleichgewicht stehen. Da aber die  $b_{a_t}$  und  $b_{a_n}$  als geometrische Summe der in (160) angegebenen Teilbeschleunigungen erscheinen, können die  $\mathfrak{X}_{a_t}$  und  $\mathfrak{X}_{a_n}$  auch als geometrische Summe der entsprechenden Teilträgheitskräfte angesehen werden. Daraus folgt

für Schiebungsbewegung der Scheibe

$$P \rightarrow B \rightarrow m b_{v_t} \rightarrow m b_{r_n} \rightarrow m b_{f_t} \rightarrow m b_{f_n} = 0$$

und für Drehung der Scheibe

$$P \rightarrow B \rightarrow m b_{r_t} \rightarrow m b_{r_n} \rightarrow m r \omega^2 \rightarrow m r \varepsilon \rightarrow m 2 v_r \omega = 0,$$



worin die Trägheitskräfte  $m b_{rt}$  usw. entgegengesetzt den  $b_{rt}$  usw. wirken. Je nach dem Fall sind von dieser geometrischen Summe die fehlenden Stücke, z. B.  $B$  und  $b_{rt}$  usw., durch Zeichnung des Kräftecks zu ermitteln.

Arbeitssatz. Während bei ruhender Bahn der Bahndruck  $B$  keine Arbeit liefert, tritt hier bei bewegter Bahn eine Arbeit  $\sum B \Delta k$  auf, worin  $\Delta k$  die Projektion von  $\Delta s$  auf die Bahnnormale bezeichnet. Somit

$$mv^2 : 2 = mv_0^2 : 2 + \sum P \Delta p + \sum B \Delta k.$$

Ist  $B$  und  $\Delta k$  gleichgerichtet, dann ist  $B \Delta k$  positiv, d. h. die Arbeit  $\sum B \Delta k$  wird von der Scheibe geleistet und an  $m$  abgegeben.

Beispiele.

1. Schiebung. Geg. Dreieck (Abb. 167) mit Neigung  $\alpha$  und  $b_{ft}$ . Ges.  $b_{rt}$  und  $B$ .

Im allgemeinen Ansatz verschwindet  $b_{rn}$  und  $b_{fn}$ , somit

$$G \rightarrow B \rightarrow m b_{rt} \rightarrow m b_{ft} = 0.$$

Aus Kräfteck (Abb. 168) folgt  $B = G \cos \alpha + m b_{ft} \sin \alpha$  und  $m b_{rt} = m b_{ft} \cos \alpha - G \sin \alpha$  oder  $b_{rt} = b_{ft} \cos \alpha - g \sin \alpha$ .

Für  $b_{ft} = g \tan \alpha$  verschwindet  $b_{rt}$ , d. h.  $m$  bleibt auf schiefer Bahn in Ruhe oder bewegt sich darauf gleichförmig nach oben oder unten.

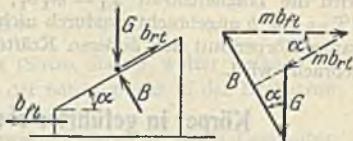


Abb. 167 u. 168.

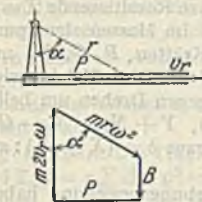


Abb. 169 u. 170.

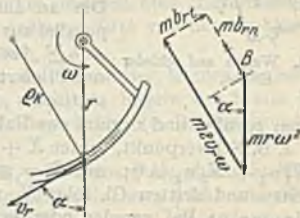


Abb. 171 u. 172.

2. Drehung. Ein Rohr dreht sich nach Abb. 169 mit  $\omega = \text{konst.}$  um seitlich liegende lotrechte Achse; darin bewegt sich  $m$  mit  $v_r = \text{konst.}$  Ges.  $P$  in Rohrrichtung und  $B$  normal dazu.

Es verschwindet  $b_{rt}$ ,  $b_{rn}$ , und  $\varepsilon$ ; somit

$$P \rightarrow B \rightarrow m r \omega^2 \rightarrow m 2 v_r \omega = 0.$$

Aus Kräfteck (Abb. 170) folgt  $P = m r \omega^2 \sin \alpha$  und

$$B = m (2 v_r \omega - r \omega^2 \cos \alpha).$$

3. Drehung. Rohrbogen nach Abb. 171 dreht sich mit  $\omega = \text{konst.}$  um lotrechte Achse. Darin bewegt sich mit gegebenem  $v_r$  der Massenpunkt. Ges.  $B$  und  $b_{rt}$ .

Es verschwindet  $P$  und  $\varepsilon$ , somit

$$B \rightarrow m b_{rt} \rightarrow m b_{rn} \rightarrow m r \omega^2 \rightarrow m 2 v_r \omega = 0,$$

worin  $b_{rn} = v_r^2 : g_k$ . Aus Kräfteck (Abb. 172) folgt

$$b_{rt} = r \omega^2 \cos \alpha \text{ und } B = m (2 v_r \omega - b_{rn} - r \omega^2 \sin \alpha).$$

## Dynamik des starren Körpers

unter Beschränkung auf die technisch wichtigsten Fälle.

(183) Allgemeines. Anwendung des d'Alembertschen Prinzips. Ein starrer Körper ist eine Vereinigung von mehreren Massenpunkten oder Massenelementen von unveränderlichen gegenseitigen Abständen.

Seine Gesamtmasse ist  $m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots = \sum m$  oder  $m = \sum \Delta m$  oder  $m = \int dm$ , je nachdem der Körper aus endlichen Massenpunkten oder aus Massenelementen zusammengesetzt ist.

Das d'Alembertsche Prinzip, s. (177), gilt auch hier für jeden Massenpunkt. Entgegengesetzt zu der Beschleunigung des einzelnen Massenpunktes wird die Trägheitskraft  $\mathfrak{X}_1 = m_1 b_1$ ,  $\mathfrak{X}_2 = m_2 b_2 \dots$  bzw.  $\Delta \mathfrak{X} = \Delta m \cdot b$  oder  $d\mathfrak{X} = dm \cdot b$  angebracht, wodurch nicht nur der Massenpunkt, sondern auch der ganze Körper mit den äußeren Kräften zusammen ins statische Gleichgewicht gebracht wird.

### Körper in geführter ebener Schiebungsbewegung.

(184) Bewegung geradlinig, z. B. Wagen auf schiefer Ebene, Abb. 173. Am Körper greift an Kraft  $P$ , die auch Resultierende mehrerer Kräfte sein kann, Gewicht  $G$ , im Massenschwerpunkt wirkend, und Führungskräfte (hier die Radrücke)  $N_1, N_2$ . Die umlaufenden Radmassen seien hier vernachlässigt. Zapfenreibungen bleiben unberücksichtigt.

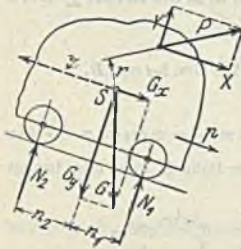


Abb. 173. Wagen auf schiefer Ebene.

Ruhe oder gleichförmiges Fahren liegt vor, wenn die algebraische Summe aller Kraftkomponenten in Führungsrichtung = 0.

Verschwindet diese Summe nicht, dann liegt Beschleunigung in Führungsrichtung vor. Alle Massenelemente haben dieselbe Beschleunigung  $b$ . Die an ihnen anzubringenden  $\Delta \mathfrak{X} = \Delta m b$  sind parallel zur Fahrbahn; ihre Resultierende  $\mathfrak{X} = \sum \Delta \mathfrak{X} = b \sum \Delta m = b m$  greift im Massenschwerpunkt an und liefert mit den Kräften  $P, G, N_1$  und  $N_2$  statisches Gleichgewicht. Die Gleichgewichtsbedingungen parallel und normal zur Fahrbahn und gegen Drehen um beliebigen Punkt, z. B. Schwerpunkt, lauten  $X + G_x - \mathfrak{X} = 0$ ,  $Y + N_1 + N_2 - G_y = 0$ ,  $Pr - N_1 n_1 + N_2 n_2 = 0$ ; mit  $\mathfrak{X} = mb$  folgt hieraus  $b = (X + G_x) : m$ ; aus der zweiten und dritten Gl. folgt  $N_1$  und  $N_2$ .

Allgemein: Bei gerader oder krummer Schiebungsbewegung haben alle Massenelemente gleiche und parallele  $b$ , und die resultierende Trägheitskraft ist  $\mathfrak{X} = mb$  und greift parallel zu  $b$  im Massenschwerpunkt an.

### Körper in geführter Drehbewegung.

(185) Der um waagerechte Achse drehbar gelagerte Körper. Trägheitsmoment, Lagerdrücke. Auf den mit  $\omega$  und  $\epsilon$  sich drehenden Körper wirke nach Abb. 174 die äußere Kraft  $P$  und das im Körperschwerpunkt angreifende Gewicht  $G$ .

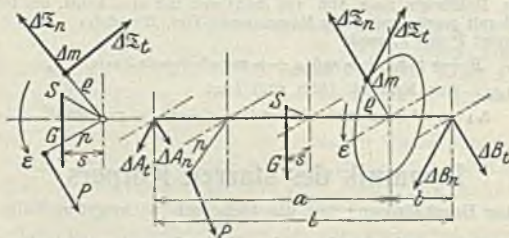


Abb. 174. Drehen gelagerter Körper.

Das Massenelement  $\Delta m$  erhält die Beschleunigungen  $b_n = \rho \omega$  und  $b_t = \rho \epsilon$ , somit die Trägheitskräfte  $\Delta \mathfrak{X}_n = b_n \Delta m = \omega \rho \Delta m$  und  $\Delta \mathfrak{X}_t = b_t \Delta m = \epsilon \rho \Delta m$ , die mit  $P$  und  $G$  und den Auflagerkräften statisches Gleichgewicht bilden. Gleichgewicht gegen Drehen um die Achse liefert  $Pp + Gs - \sum \Delta \mathfrak{X}_t \rho = 0$  oder



$Pp + Gs - \varepsilon \sum \rho \Delta m = 0$  oder  $M + Gs - \varepsilon J = 0$ , worin  $M = Pp$  das statische Moment der äußeren Kräfte und

$$J = \sum \rho^2 \Delta m$$

das Massenträgheitsmoment bezeichnet (Sätze über  $J$  weiter unten).

Hieraus folgt  $\varepsilon = (M + Gs) : J$ . Liegt der Schwerpunkt in der Drehachse, dann ist  $s = 0$ , und es gilt  $\varepsilon = M : J$  oder  $M = J\varepsilon$ .

Der Vergleich mit der geradlinigen Bewegung liefert folgende Gegenüberstellung:

Geradlinige Bewegung: Kraft = Masse · Beschleunigung

Drehbewegung: Drehmoment = Massenträgheitsmoment · Winkelbeschleunigung

(186) Auflagerdrücke. Die  $P$  und  $G$  liefern statisch bestimmbare Auflagerkräfte (in Abb. 174 nicht eingezeichnet). Die  $\Delta \mathfrak{X}_n$  und  $\Delta \mathfrak{X}_t$  liefern die Auflagerkraftanteile  $\Delta A_n = \Delta \mathfrak{X}_n b : l$ ,  $\Delta B_n = \Delta \mathfrak{X}_n a : l$ ,  $\Delta A_t = \Delta \mathfrak{X}_t b : l$ ,  $\Delta B_t = \Delta \mathfrak{X}_t a : l$ , die sich für alle Massenelemente zu den resultierenden Auflagerkräften  $A$  und  $B$ , im allgemeinen in verschiedenen Ebenen liegend, vereinigen. Diese setzen sich mit den von  $P$  und  $G$  herrührenden Auflagerkräften zu den endgültigen Auflagerkräften zusammen.

Die von den Trägheitskräften herrührenden  $A$  und  $B$  sind der Größe nach nicht von der Drehlage des Körpers abhängig, machen aber die Drehung des Körpers mit. Daher sind die endgültigen Auflagerkräfte von der Drehlage des Körpers nach Größe und Richtung abhängig.

Bei lotrechter Achse verschwinden die  $G$  aus der Momentengleichung für die Drehachse, liefern aber zusätzliche, nach den Regeln der Statik leicht bestimmbare, von  $\omega$  und  $\varepsilon$  unabhängige Auflagerkräfte (z. B. Drehkrangerüst im An- und Auslauf).

Folgerungen: Die Trägheitskräfte  $\Delta \mathfrak{X}_t$  liefern das d'Alembertsche Moment  $\mathfrak{M} = \sum \Delta \mathfrak{X}_t \rho = \varepsilon \sum \Delta m \rho^2 = \varepsilon J$ , das entgegengesetzt zu  $\varepsilon$  wirkt und mit den angreifenden Momenten im Gleichgewicht steht.

Bezeichnet  $\varphi$  den zur Zeit  $t$  erreichten Drehwinkel (im Bogenmaß), dann bestehen zwischen  $M$ ,  $J$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$  und  $t$  entsprechende Beziehungen wie zwischen  $P$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $v$ ,  $b$  und  $t$  der geradlinigen Bewegung, und sie können wie dort zeichnerisch aufgetragen werden. Der Arbeitssatz lautet hier

$$\frac{J\omega^2}{2} = \frac{J\omega_0^2}{2} + \sum_{\varphi_0}^{\varphi} M \Delta \varphi \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2}{J} \sum_{\varphi_0}^{\varphi} M \Delta \varphi}.$$

$M \Delta \varphi$  heißt Elementararbeit von  $M$  bei Drehung um  $\Delta \varphi$ ;  $\sum M \Delta \varphi = A$  ist die Gesamtarbeit von  $M$ . Bei mathematisch gegebener Beziehung  $M = F(\varphi)$  ist  $A = \int M d\varphi$  zu setzen.

Für  $M = \text{konstant}$  ist  $A = M\varphi$ .  $M$  in mkg liefert bei  $u$  Umdrehungen ( $u$  ist die Gesamtanzahl der Umdrehungen, nicht auf die Zeiteinheit bezogen)  $A = Mu : 2\pi$  in mkg.

Die Leistung drückt sich aus durch  $N = \text{Moment} \times \text{Winkelgeschwindigkeit} = M\omega$ .  $M$  in mkg und  $\omega$  in  $\text{sek}^{-1}$  ergibt  $N$  in  $\text{mkg sek}^{-1}$ .

Mit  $n$  Uml. i. d. Min. und  $N$  in PS bzw. kW ist

$$N = \frac{M\omega}{75} = \frac{M\pi n}{30 \cdot 75} \quad \text{und} \quad M = \frac{N}{n} \cdot 716,20 \text{ mkg} \quad (N \text{ in PS}),$$

$$N = \frac{M\omega}{102} = \frac{M\pi n}{30 \cdot 102} \quad \text{und} \quad M = \frac{N}{n} \cdot 974,03 \text{ mkg} \quad (N \text{ in kW}).$$



Aus

$$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \text{ und } \varepsilon = \frac{M}{J} \text{ folgt } M \Delta t = J \Delta \omega,$$

$$J \omega = J \omega_0 + \sum_0^t M \Delta t \quad \text{und} \quad \omega = \omega_0 + \frac{1}{J} \sum_0^t M \Delta t.$$

Bei gegebenem  $M = F(t)$  kann mit  $\int M dt$  gerechnet werden.

(187) Sätze über Massenträgheitsmomente. Bei Einzelmasspunkten ist  $J = m_1 \varrho_1^2 + m_2 \varrho_2^2 + \dots$ , bei einem Massenkörper ist  $J = \sum \Delta m \varrho^2$ . Die Dim. von  $J$  ist  $\text{kg m sek}^2$ .

In der technischen Praxis wird oft an Stelle des  $J$  das Schwungmoment  $GD^2$  (in  $\text{kgm}^2$ ) =  $\sum \Delta G (\sum 2 \varrho)^2$  gesetzt, worin  $\Delta G$  die Gewichtselemente in  $\text{kg}$  und  $2 \varrho = D$  die zugehörigen Durchmesser in  $\text{m}$ ; es ist dann  $J = GD^2 : 4 g \text{ kg m sek}^2$ .

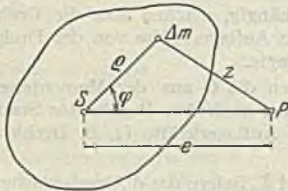


Abb. 175.



Abb. 176.

Der Trägheitsradius  $i$  ist derjenige Abstand von der Drehachse, in welchem die Gesamtmasse des Körpers vereinigt gedacht ist; demnach ist  $m i^2 = J$  und  $i = \sqrt{J : m}$  oder  $2 i = D = \sqrt{GD^2 : G}$ .

Bezeichnet  $J_s$  das auf eine Schwerpunktsachse  $S$  bezogene Trägheitsmoment, dann ist das auf eine im Abstände  $e$  dazu parallele Achse  $P$  bezogene Trägheitsmoment nach Abb. 175.

$$J = \sum \Delta m z^2 = \sum \Delta m (\varrho^2 + e^2 - 2 \varrho e \cos \varphi) = \sum \Delta m \varrho^2 + \sum \Delta m e^2 - \sum \Delta m 2 \varrho e \cos \varphi = J_s + m e^2 - 2 e \sum \Delta m \cos \varphi.$$

Der  $\sum$ -Wert im dritten Ausdruck verschwindet, da er das statische Moment für die Schwerachse darstellt; somit  $J = J_s + m e^2$ .

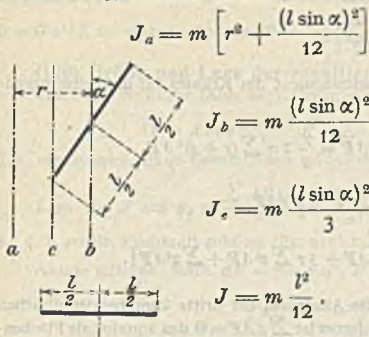
Bei einem ebenen Gebilde (Fläche oder Linie) bezieht sich das axiale  $J$  auf eine in der Ebene liegende beliebige Achse, das äquatoriale  $J$  auf eine in der Ebene liegende Schwerpunktsachse, das polare  $J$  auf eine zur Ebene normalen Achse, stets mit  $J'$  bez.

Nach Abb. 176 ist  $J_a = \sum \Delta m \varrho_a^2$  und  $J_b = \sum \Delta m \varrho_b^2$ , somit  $J' = \sum \Delta m \varrho^2 = \sum \Delta m (\varrho_a^2 + \varrho_b^2) = J_a + J_b$  und  $i'^2 = i_a^2 + i_b^2$ .

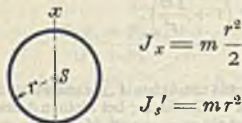
Weitere Sätze über Flächenträgheitsmomente s. Abschn. Elast. u. Fest.

(188) Trägheitsmomente für homogene Linien, Flächen und Körper. (Die strichpunktierten Geraden bezeichnen die Achsenrichtungen,  $m$  ist überall die Gesamtmasse.) Hierzu Abb. 177—182.

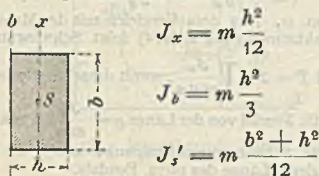
1. Gerade Linie.



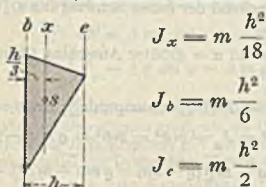
2. Kreislinie.



3. Rechteckfläche.



4. Dreieckfläche.



5. Kreisfläche.

s der Halbmesser; Achsen wie bei 2.

$J_x = m \frac{r^2}{4}$   
 $J_s' = m \frac{r^2}{2}$

6. Kreisringfläche.

R und r die Halbmesser; Achsen wie bei 2.

$J_x = m \frac{R^2 + r^2}{4}$   
 $J_s' = m \frac{R^2 + r^2}{2}$

7. Gerades Prisma und gerader Zylinder.

F die Grundfläche.  
 $J = m J_s'$ ; F', worin  
 $J_s' =$  polares Trägheitsmoment der Grundfläche, bezogen auf die Schwerachse.

8. Gerader Kreiszyylinder.

r der Halbmesser, h die Höhe.

$J = m \frac{r^2}{2}$

[Zylindermantel  $J = m r^2$ ].

9. Hohlzylinder.

R und r die Halbmesser, h die Höhe.

$J = m \frac{R^2 + r^2}{2}$

10. Gerader Kreiskegel.

r der Halbmesser der Grundfläche, h die Höhe.

$J = m \frac{3r^2}{10}$

[Kegelmantel  $J = m \frac{r^2}{2}$ ].

11. Kugel.

r der Halbmesser.

$J = m \frac{2r^2}{5}$

[Kugeloberfläche  $J = m \frac{2r^2}{3}$ ].

Die J für jeden Durchmesser.

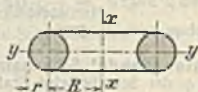
12. Hohlkugel.

R und r die Halbmesser.

$J = m \frac{2}{5} \cdot \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$

Die J für jeden Durchmesser.

13. Kreisring.



$J_x = m (R^2 + \frac{3}{4} r^2)$   
 $J_y = m (\frac{1}{2} R^2 + \frac{5}{8} r^2)$

Für 7 bis 10 gelten die angegebenen J für die Längsschwerachse.

## Anwendungen und Beispiele.

(189) **Schwungrad** (Abb. 183). Bezeichnet  $r$  den Radius des Kranzquerschnittschwerpunktes,  $\gamma$  das Gewicht der Raumeinheit,

dann ist  $m = \frac{\gamma}{g} 2 \pi r \Delta F$  und das Massenträgheitsmoment des Kranzes für die Schwungradachse

$$\begin{aligned} J &= \sum \Delta m \varrho^2 = \frac{\gamma}{g} 2 \pi \sum \varrho^2 \Delta F = \frac{\gamma}{g} 2 \pi \sum (r + z)^2 \Delta F \\ &= \frac{\gamma}{g} 2 \pi \sum (r^2 + 3 r^2 z + 3 r z^2 + z^3) \Delta F \\ &= \frac{\gamma}{g} 2 \pi [r^2 F + 3 r^2 \sum z \Delta F + 3 r \sum z^2 \Delta F + \sum z^3 \Delta F]. \end{aligned}$$

Wegen  $\sum z \Delta F = 0$  verschwindet der zweite Ausdruck, der dritte kann bei den üblichen Schwungradabmessungen vernachlässigt werden, ferner ist  $\sum z \Delta F = \Theta$  das äquatoriale Flächenträgheitsmoment der Querschnittsfläche für die  $x$ -Achse; somit ist angenähert

$$J = \frac{\gamma}{g} 2 \pi (r^2 F + 3 r \Theta) = m r^2 \left( 1 + \frac{3 \Theta}{r^2} \right).$$

Hinzu kommen noch die  $J$ -Anteile für die Arme.

**Physisches Pendel.** Ein Körper schwingt nach Abb. 184 um Achse  $A$ , die um  $a$  über Schwerachse  $S$  liegt. Bei Ausschlag  $\varphi$  ist rückführendes Moment  $M = G a \sin \varphi$ ; bei kleinen Ausschlägen (bis  $8^\circ$ ) ist  $\sin \varphi = \varphi$  und  $M = G a \varphi = m g a \varphi$  und  $\varepsilon = -\frac{M}{J_a} = -\frac{m g a}{J_a} \varphi$ , also  $\varepsilon$  neg.

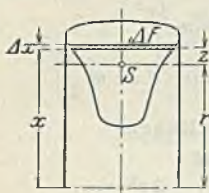


Abb. 183.



Abb. 184.

prop.  $\varphi$ . Aus dem Vergleich mit der Massenschwingung s. (174) folgt Schwingungszeit  $T = 2 \pi \sqrt{\frac{J_a}{m g a}}$ , somit dasselbe wie beim

math. Pendel von der Länge  $\varrho = \frac{J_a}{m a}$ . Punkt B

heißt Schwingungsmittelpunkt und  $\varrho$  die reduzierte Länge des phys. Pendels.

Mathematisch: Aus  $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{m g a}{J_a} \varphi$  folgt entsprechend der freien Schwingung s. (174)

nach Einsetzen der Grenzwerte  $\varphi = \alpha \sin \left( t \sqrt{\frac{m g a}{J_a}} \right)$ , worin  $\alpha =$  größter Ausschlag (Winkelamplitude). Hieraus  $T$  wie oben.

Bei Aufhängung des Körpers in B ergibt sich dasselbe  $T$  (Reversionspendel); denn seine reduzierte Länge ist  $\varrho' = \frac{J_b}{m \bar{b}}$ , worin  $J_b = J_a + m \bar{b}^2 = J_a - m a^2 + m \bar{b}^2 = \varrho m a - m a^2 + m (\varrho - a)^2 = \varrho m a - m a^2 + m \varrho^2 - 2 m \varrho a + m a^2 = \varrho m a + m \varrho (\varrho - 2 a) = \varrho m a + m \varrho (\bar{b} - a) = \varrho m \bar{b}$ , somit  $\varrho' = \varrho$ .

Das phys. Pendel kann zur versuchsmäßigen Bestimmung des  $J$  für beliebige Körper benutzt werden. Räder werden in der Bohrung auf Schneide gelagert und gependelt; aus Beobachtung von  $T$  folgt  $J_a = \frac{T^2}{4 \pi^2} G a$  und  $J_s = J_a - \frac{G}{g} a^2$ , worin  $a =$  halbe Bohrung. Vgl. Matz, Maschinenbau 1923 S. 523.

**Torsionspendel.** Schwungmasse  $J$  auf einem drehungsfesten Stabesitzend. Bei einem Drehausschlag  $\varphi$  der Scheibe wird Stab auf Drehung beansprucht und übt rückführendes Moment  $M = D \varphi$  aus, worin  $D =$  Moment bei  $\varphi = 1$ . Somit  $\varepsilon = -\frac{D}{J} \varphi$ . Es entsteht wie beim physischen Pendel Sinusschwingung nach  $\varphi = \alpha \sin \left( t \sqrt{\frac{D}{J}} \right)$ , worin  $\alpha =$  größter Ausschlag (Winkelampl.). Schwingungszeit  $T = 2 \pi \sqrt{J/D}$  unabhängig von  $\alpha$ .

In entsprechender Weise die freie gedämpfte und die erzwungene Schwingung. Anwendung auf Schwingung von Instrumenten, z. B. Magnetonen. Erweiterung: Schwingungen, Resonanzerscheinungen, kritische Drehzahlen bei langen elastischen Wellen mit periodisch veränderlichem Drehmoment, z. B. Schiffswellen s. u. a. Hort, Technische Schwingungslehre. 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1922.



**Bifflarpendel.** Ist die Schwungmasse vom Gewicht  $G$  in zwei dünnen lotrecht heranhängenden Fäden von der Länge  $l$  und dem Abstände  $2a$  aufgehängt, dann ist in obigen Formeln

$$D = G a^2 : l \text{ zu setzen. Sodann } T = 2\pi \sqrt{\frac{Jl}{G a^2}}.$$

### (190) Größe und Lage der resultierenden Fliehkraft.

a) Ebene Scheibe (Abb. 185), Drehung um Achse  $y$  in der Scheibenebene mit  $\omega$ :

$$\Delta F = \Delta m x \omega^2, \quad F = \sum \Delta F = \omega^2 \sum \Delta m x = \omega^2 m x_0,$$

d. h. ebenso groß, als ob Gesamtmasse im Schwerpunkt vereinigt wäre.

Lage von  $F$  aus  $y_f = \frac{\sum \Delta F y}{F} = \frac{\omega^2 \sum \Delta m x y}{\omega^2 m x_0} = \frac{\sum \Delta m x y}{m x_0}$ , ist im allg. nicht gleich  $y_0$ , d. h. result. Fliehkraft geht im allg. nicht durch den Schwerpunkt.

Ansatz mit höh. Math.  $dF = d m x \omega^2$ ,  $F = \omega^2 \int d m x = \omega^2 m x_0$ ,

$$y_f = \frac{\int dF y}{F} = \frac{\omega^2 \int d m x y}{\omega^2 m x_0} = \frac{\int d m x y}{m x_0}.$$

Bei mehreren i. d. Ebene liegenden Massenpunkten  $m_1, m_2, \dots$  ist

$$y_f = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots} = \frac{\omega^2 (m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2 + \dots)}{\omega^2 (m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots)} = \frac{\sum m_i x_i y_i}{m x_0}.$$

Der Ausdruck  $\sum \Delta m x y$  od.  $\int d m x y$  od.  $\sum m_i x_i y_i$  heißt Zentrifugalmoment  $\phi$ .

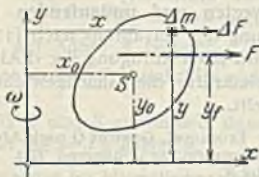


Abb. 185. Resultierende Fliehkraft.



Abb. 186. Resultierende Fliehkraft.

b) Ebene Scheibe (Abb. 186), Drehung um Achse  $D$  normal zur Scheibe.  $X$ -Achse durch Drehpunkt und Schwerpunkt legen.

$$\Delta F = \Delta m \rho \omega^2, \quad \Delta F_x = \Delta F \cos \varphi = \Delta m \rho \omega^2 \cos \varphi = \Delta m x \omega^2,$$

$$\Delta F_y = \Delta F \sin \varphi = \Delta m \rho \omega^2 \sin \varphi = \Delta m y \omega^2,$$

Wegen  $\sum \Delta F_y = \omega^2 \sum \Delta m y = 0$  ist resultierende Fliehkraft  $F = \sum \Delta F_x = \omega^2 \sum \Delta m x = \omega^2 m x_0$ , also ebenso groß, als ob Gesamtmasse im Schwerpunkt vereinigt wäre, und verläuft in Richtung  $DS$ . Ergebnis gilt auch für dicke Scheiben, d. h. prismatische Körper, deren Mantellinien parallel zur Drehachse.  $F$  geht durch die Mitte der Höhe.

c) Körper mit Symmetrieebene, in der die Drehachse liegt.

Man zerlegt den Körper durch Ebenen normal zur Drehachse in scheibenförmige Massenelemente, deren  $\Delta F$  nach b) bestimmt sind und in der Symmetrieebene liegen und setzt diese  $\Delta F$  nach a) zusammen.

### (191) Größe und Lage der resultierenden Trägheitskraft.

a) Ebene Scheibe (Abb. 187), Drehung um Achse  $Y$  in Scheibenebene mit  $\varepsilon$ .

$$\Delta T = \Delta m x \varepsilon, \quad T = \sum \Delta T = \varepsilon \sum \Delta m x = \varepsilon m x_0,$$

also ebenso groß, als ob Gesamtmasse im Schwerpunkt vereinigt wäre.

Lage von  $T$  aus

$$x_t = \frac{\sum \Delta T x}{T} = \frac{\varepsilon \sum \Delta m x^2}{\varepsilon m x_0} = \frac{J}{m x_0},$$

$$y_t = \frac{\sum \Delta T y}{T} = \frac{\varepsilon \sum \Delta m x y}{\varepsilon m x_0} = \frac{\sum \Delta m x y}{m x_0} = \frac{\phi}{m x_0},$$

also ebenso wie bei Fliehkraft.  $T$  geht demnach im allgemeinen nicht durch den Schwerpunkt.

b) Ebene Scheibe (Abb. 188) Drehung um Achse  $D$  normal zur Scheibe mit  $\varepsilon$ .

$$\Delta T = \Delta m g \varepsilon, \quad \Delta T_x = \Delta T \sin \varphi = \Delta m g \varepsilon \sin \varphi = \Delta m y \varepsilon,$$

$$\Delta T_y = \Delta T \cos \varphi = \Delta m g \varepsilon \cos \varphi = \Delta m x \varepsilon.$$

Es ist  $\sum \Delta T_x = \varepsilon \sum \Delta m y = 0$ , daher resultierende Trägheitskraft  $T = \sum \Delta T_y = \varepsilon \sum \Delta m x = \varepsilon m x_0$ , also ebenso groß, als ob Gesamtmasse im Schwerpunkt vereinigt wäre.

Lage von  $T$  folgt aus  $T x_t = \sum \Delta T_y x + \sum \Delta T_x y = \varepsilon \sum \Delta m x^2 + \varepsilon \sum \Delta m y^2 = \varepsilon \sum \Delta m (x^2 + y^2) = \varepsilon \sum \Delta m \rho^2 = \varepsilon J$  und  $x_t = \frac{\varepsilon J}{T} = \frac{J}{m x_0}$ . Demnach liegt  $T$  normal zur Schwerachse  $D S$ ,

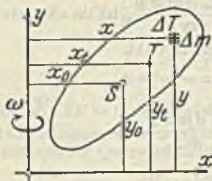


Abb. 187. Resultierende Trägheitskraft.

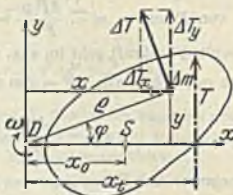


Abb. 188. Resultierende Trägheitskraft.

geht aber nicht durch den Schwerpunkt. Ergebnis gilt auch für dicke Scheiben, d. h. prismatische Körper, deren Mantellinien parallel zur Drehachse.  $T$  geht durch die Mitte der Höhe.

(192) Vereinigung von geradlinig bewegten und umlaufenden Massen. Bezogenes Trägheitsmoment. Erweiterung des Verfahrens nach (177); für jede Masse wird nach Anfügung der d'Alembertschen Trägheitskräfte die Gleichgewichtsbedingung aufgestellt.

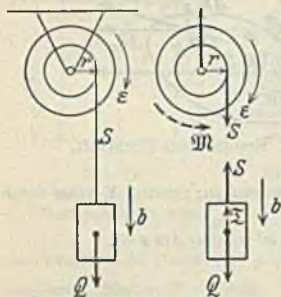


Abb. 189 a—c. Last mit Trommel.

Last mit Trommel. Gewicht  $Q$  nach Abb. 189 an Trommel mit Schwungmasse  $J$  hängend. Ges. Beschl.  $b$  und  $\varepsilon$  und Seilzug  $S$ .

Für Gewicht gilt  $Q = \mathfrak{X} + S$  oder  $Q = \frac{Q}{g} b + S$ ,

für Trommel gilt  $S r = \mathfrak{M}$  oder  $S r = J \varepsilon$ ,

ferner  $b = \varepsilon r$ . Hieraus  $J \varepsilon = \left( Q - \frac{Q}{g} \varepsilon r \right) r$  und

$$\varepsilon = \frac{Q r}{J + \frac{Q}{g} r^2} \quad \text{und} \quad S = \frac{J \varepsilon}{r} = \frac{Q J}{J + \frac{Q}{g} r^2}.$$

Eine Kraft  $Q$  im Radius  $r$  an einer gedachten Schwungmasse  $\Theta = J + \frac{Q}{g} r^2$  angreifend würde dasselbe  $\varepsilon$  hervorbringen, daher heißt  $\Theta$  das auf Trommel bezogene Trägheitsmoment aller Massen.

Last mit Trommel. Auf dieselbe Trommel wirkt Antriebsmoment  $M$  in Hubrichtung. Für  $M > Q r$  liegt Hubbeschleunigung  $b$  und  $\varepsilon$  vor.

Eine gleiche Betrachtung liefert

$$Q = \frac{Q}{g} b + S \quad \text{und} \quad M = S r + J \varepsilon \quad \text{und} \quad b = \varepsilon r. \quad \text{Somit} \quad M = \left( Q + \frac{Q}{g} \varepsilon r \right) r + J \varepsilon \quad \text{und} \quad \varepsilon = \frac{M - Q r}{J + \frac{Q}{g} r^2}.$$

$$\text{Mit } \Theta = J + \frac{Q}{g} r^2 \quad \text{ist} \quad \varepsilon = \frac{M - Q r}{\Theta}.$$

Somit Hubbeschl., wenn  $M > Q r$ ;  $\varepsilon = 0$ , d. h. Hubbeharrung, wenn  $M = Q r$ ; negative Beschl., d. h. Hubverzög., wenn  $M < Q r$  oder  $M = 0$ .

Zahnradgetriebe. Zwei Schwungmassen  $J_1$  und  $J_2$  haben nach Abb. 190 Zahnradverbindung. Auf Rad 1 wirkt  $M$ . Ges.  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$ .

Aus den getrennt dargestellten Rädern mit Zahndruck  $Z$  folgt mit  $\mathfrak{M}_1 = J_1 \varepsilon_1$  und  $\mathfrak{M}_2 = J_2 \varepsilon_2$   $M = Z r_1 + J_1 \varepsilon_1$  und  $Z r_2 = J_2 \varepsilon_2$  ferner  $\varepsilon_1 r_1 = \varepsilon_2 r_2$ .



Hieraus  $M = J_1 \varepsilon_1 + J_2 \frac{\varepsilon_1 r_1^2}{r_2^2}$  und  $\varepsilon = \frac{M}{J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$ ,

also  $\Theta = J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$  oder  $\Theta = J_1 + J_2 i^2$ , worin  $i = r_1 : r_2 =$  Übersetzungsverhältnis.

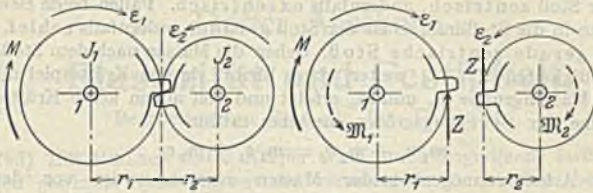


Abb. 190a—c. Zahnradgetriebe.

### Scheibe in allgemeiner ebener Bewegung.

(193) Bewegt sich Punkt  $A$  der Scheibe nach Abb. 191 mit  $v_a$  und  $b_a$  und hat Scheibe gleichzeitig Drehung um  $A$  mit  $\omega$  und  $\varepsilon$ , dann tritt nach (184), (190) und (191) auf:

- Trägheitskraft  $\mathfrak{X}_a = m b_a$  im Schwerpunkt, gegen  $b_a$  gerichtet,
- „  $\mathfrak{Y} = m s \omega^2$  in Richtung  $AS$ ,
- „  $\mathfrak{Z}_\varepsilon = m s \varepsilon$  normal zu  $AS$  im Abstände  $e = J : m s$ ,

worin  $J$  auf Achse  $A$  bezogen.

Diese drei Trägheitskräfte stehen mit den angreifenden Kräften im Gleichgewicht.

Fällt  $A$  und  $S$  zusammen, dann bleibt  $\mathfrak{X}_a$ , aber  $\mathfrak{Y}$  verschwindet, und statt  $\mathfrak{Z}_\varepsilon$  wirkt  $\mathfrak{M} = J \varepsilon$  gegen  $\varepsilon$ .

Anwendung bei kinematischen Getrieben, namentlich beim raschlaufenden Kurbeltrieb, wobei Massenwirkung der Treibstange zu berücksichtigen ist.

Biegung der Treibstange durch die dreiecksverteilten  $b$  normal zur Stange nach (166). Diese mit Masse je Längeneinheit mult. liefern die ungleichmäßig verteilten Streckenlasten, die Stange biegend beanspruchend. Bei prismatischen Stangen bilden Streckenlasten ebenfalls Dreiecksbelastung; Biegemomente hierzu s. Abschn. Elast. u. Fest.

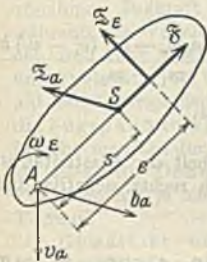


Abb. 191. Scheibe in allgemeiner ebener Bewegung.

**Rollkörper** nach Abb. 192 vom Gewicht  $G = m g$  auf schiefer Ebene herabrollend. Zunächst sei angenommen, daß verzahnter Umfang auf Zahnstange rollt. Diese übt Zahndruck  $P$  auf Rolle aus. Für die  $b$  und  $\varepsilon$  gilt  $\varepsilon = b : r$ . Nach Anfügung von  $\mathfrak{X} = m b$  und  $\mathfrak{M} = J \varepsilon$  ist  $G \sin \alpha = P + m b$  und  $P r = J b : r$ .  $P$  eliminiert,

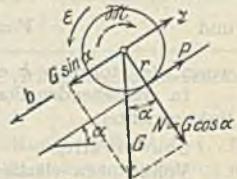


Abb. 192. Rollkörper auf schiefer Ebene.

liefert  $b = g \frac{\sin \alpha}{1 + J : m r^2}$ .

Rollt der Körper auf glatter Unterlage mit der Gleitreibzahl  $\mu$ , dann gilt vorstehendes, solange  $P \leq G \cos \alpha \mu$ .

Das liefert reines Rollen, wenn  $\tan \alpha \leq \mu (m r^2 : J + 1)$ .

- Für Vollkugel ist  $b = \frac{5}{7} g \sin \alpha$  und  $\tan \alpha \leq \frac{7}{11} \mu$ ,
- „ Vollzylinder „  $b = \frac{2}{3} g \sin \alpha$  und  $\tan \alpha \leq 3 \mu$ ,
- „ Ring „  $b = \frac{1}{2} g \sin \alpha$  und  $\tan \alpha \leq 2 \mu$ .

### Der Stoß.

(194) Treffen zwei Massenkörper  $m_1$  und  $m_2$  mit den Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  aufeinander, so wirken sie während einer sehr kurzen Zeit mit einer wechselnden Kraft aufeinander, die in den Körpern elastische, d. h. nach dem



Stoßvorgang wieder verschwindende, oder bleibende Formänderungen hervorbringt. Dementsprechend unterscheidet man zwischen vollkommen elastischem und vollkommen unelastischem Stoß, dazwischen liegt der unvollkommen elastische Stoß.

Geht die Wirkungslinie dieser Kraft durch beide Massenschwerpunkte, so ist der Stoß zentrisch, andernfalls exzentrisch. Fallen beide Bewegungsrichtungen in die Stoßlinie, so ist der Stoß gerade, andernfalls schief.

Der gerade zentrische Stoß. Gehen die Massen nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten  $c_1 + c_2$  weiter, dann bleibt, da das Kräftespiel nur innerhalb der Massengruppe  $m_1$  und  $m_2$  erfolgt und von außen keine Kräfte wirken, die Summe der Bewegungsgrößen dieselbe; mithin

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2 \dots \dots \dots 1$$

Das Arbeitsvermögen beider Massen zusammen ist vor dem Stoß  $W_1 = (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) : 2$  und nach dem Stoß  $W_2 = (m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2) : 2$ .

Beim vollkommen elastischen Stoß tritt kein Verlust an Arbeitsvermögen ein, daher  $W_1 = W_2$  oder

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 \dots \dots \dots 2$$

Aus Gl. (1) und (2) folgt

$$c_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad c_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Beim vollkommen unelastischen Stoß gehen beide Massen mit gleicher Geschwindigkeit  $c = c_1 = c_2$  weiter, wobei aus Gl. (1)

$$c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Dabei geht der Energieverlust

$$V = W_1 - W_2 = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) c^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

in Formänderungswärme über.

Beim unvollkommen elastischen Stoß ist

$$c_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}, \quad c_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}$$

und 
$$V = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 (1 - k^2),$$

worin die Stoßziffer  $k$  ein Maß für die Unvollkommenheit der Elastizität ist.

In vorstehenden Formeln sind positive  $v$  und  $c$  nach rechts, negative nach links gerichtet.

Sonderfälle.

Vollkommen elastischer Stoß:  $m_1 = m_2$  gibt  $c_1 = v_2$ ,  $c_2 = v_1$ .  $m_1 = m_2$  und  $v_1 = +v$ ,  $v_2 = -v$  (d. i. Gegenprall) gibt  $c_1 = -v$ ,  $c_2 = +v$ .  $m_1 = \infty$ ,  $v_1 = 0$  (feste Wand) und  $v_2 = -v$  gibt  $c_2 = +v$ , d. i. Rückprall mit demselben  $v$ ; s. Beisp. (173).

$m_1 = \infty$ ,  $v_1 = +v$ ,  $v_2 = 0$  (d. i. bewegliche Wand gegen ruhendes  $m_2$  stoßend) gibt  $c_2 = 2v_1$ .

Vollkommen unelastischer Stoß:  $m_1 = m_2$ ,  $v_1 = +v$ ,  $v_2 = -v$  gibt  $c_1 = c_2 = 0$ .

Unvollkommen elastischer Stoß:  $m_1 = \infty$ ,  $v_1 = 0$  (feste Wand) und  $v_2 = -v$  gibt  $c_2 = v_2 k$ . Fällt  $m_2$  mit  $v_2$  aus der Höhe  $H = v_2^2 : 2g$  gegen den festen Boden aus demselben Stoffe, dann prallt  $m_2$  um  $h = c_2^2 : 2g$  zurück; demnach  $k^2 = h : H$ .

$k$  hängt wesentlich von  $v_2$  bzw.  $H$  ab. Bei  $H \approx 0,4$  m ist für Elfenbein  $k = \frac{9}{10}$ , Stahl  $k = \frac{5}{10}$ , Glas  $k = \frac{15}{118}$ , Holz  $k = \frac{1}{2}$ .

## Dritter Abschnitt.

# Elastizität und Festigkeit.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

(195) Ein elastisch fester Körper wird durch angreifende äußere Kräfte in einen gewissen Spannungszustand versetzt, d. h. zwischen benachbarten Teilchen des Körpers (Molekülen) treten innere Kräfte auf. Man bezieht diese auf die Flächeneinheit einer gedachten Schnittfläche und nennt sie Spannungen. Sie sind im allgemeinen schief zur Fläche gerichtet. Ihre Komponente normal zur Fläche heißt Normalspannung  $\sigma$ , ihre Komponente in der Fläche heißt Schubspannung  $\tau$ .

Die Normalspannungen bringen Längenänderungen, die Schubspannungen Winkeländerungen hervor. Festigkeitsversuche liefern Beziehungen zwischen Spannung und Formänderung und deren Grenzen.

## Normalspannungen und Längenänderungen.

### Grundlagen. Der Zug- und Druckversuch.

(196) Der Zugversuch. Ein Rund- oder Flachstab von Anfangslänge  $l$  und Querschnitt  $F$  wird in der Festigkeitsmaschine einer langsam steigenden Zugkraft unterworfen. Er erfährt dadurch eine ungleichmäßig wachsende Verlängerung und gleichzeitig eine Querschnittsabnahme. Zugkraft und Verlängerung wird während des Versuchs selbsttätig aufgezeichnet, und zwar Verlängerung  $\Delta l$  als Abszissen und Zugkraft  $P$  als Ordinaten. Man bezieht  $P$  auf den Anfangsquerschnitt  $F$  und nennt  $P:F$  die Zugspannung (Normalspannung); die  $\Delta l$  bezieht man auf die Anfangslänge  $l$  und nennt  $\Delta l:l = \epsilon$  die Dehnung. Die so entstehende Zugkurve hat je nach Werkstoff verschiedene Formen.

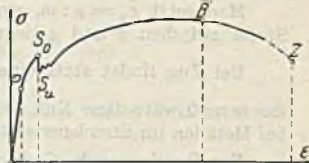


Abb. 1. Zugkurve für geschmiedeten Stahl.

Gewalzter oder geschmiedeter Stahl, Kurve nach Abb. 1. Der bis  $P$  geradlinig ansteigende Teil zeigt Proportionalität zwischen Spannung und Dehnung, bei  $S_0$  beginnt starkes Strecken unter gleichzeitigem Schwanken der Spannung bis Punkt  $S_u$ . Die Kurve steigt unter starkem Wachsen der Dehnung bis zur Höchstlast bei  $B$  und endet bei  $Z$  mit Bruch.

Den Punkten  $P$ ,  $S_0$ ,  $S_u$  und  $B$  entsprechen die Werte

$$\frac{\text{Zugkraft bei Punkt } P}{\text{Anfangsquerschnitt}} = \text{Proportionsgrenze,}$$

$$\frac{\text{Zugkraft bei } S_0 \text{ und } S_u}{\text{Anfangsquerschnitt}} = \text{obere und untere Streckgrenze,}$$

$$\frac{\text{Höchste von der Probe getragene Zugkraft (bei } B)}{\text{Anfangsquerschnitt}} = \text{Zugfestigkeit.}$$

Dem Zerreißpunkte  $Z$  wird kein besonderer Begriff zugeordnet.



Für die Zugfestigkeit ist zur Zeit im praktischen Maschinenbau das Zeichen  $K_z$  in der Werkstoffprüfung nach DIN 1602, s. (266), und im Stahlbau das Zeichen  $\sigma_B$  im Gebrauch.



Abb. 2 u. 3.  
Einschnürung.

Neben der Verlängerung tritt gleichzeitig eine Quersammenziehung, also Verminderung des Stabquerschnittes ein, sehr gering etwa bei  $B$ ; von da an beginnt an einer vorher nicht angebbaren Stelle eine starke Einschnürung des Stabes, der kurz vor und nach dem Bruch die Form nach Abb. 2 und 3 annimmt.

Die anfänglich vorhandene Proportionalität zwischen Spannung und Dehnung wird ausgedrückt durch die Beziehung  $\varepsilon = \alpha \cdot \sigma$ , worin  $\alpha$  (in  $\text{cm}^2/\text{kg}$  oder  $\text{mm}^2/\text{kg}$ ) die Dehnungszahl heißt, d. i. die Dehnung für die Spannung  $1 \text{ kg/cm}^2$  bzw.  $1 \text{ kg/mm}^2$ . Der umgekehrte Wert  $1 : \alpha = E$  (in  $\text{kg/cm}^2$  oder  $\text{kg/mm}^2$ ) heißt Elastizitätsmodul oder Steifigkeitszahl<sup>1)</sup>.

Somit ist

$$\text{Verlängerung } \Delta l = \varepsilon \cdot l \quad \text{oder} \quad \Delta l = \alpha \cdot \sigma \cdot l = \frac{\sigma l}{E}$$

und mit  $\sigma = P : F$  folgt

$$\Delta l = \frac{\alpha Pl}{F} \quad \text{oder} \quad \Delta l = \frac{Pl}{EF}.$$

Das Proportionsgesetz heißt das Hookesche Gesetz nach dem holländischen Physiker Hooke (1678).

Innerhalb der Proportionsgrenze verjüngt sich der Stabquerschnitt geometrisch ähnlich, und die in jeder Richtung quer zur Stabachse gemessene Quersammenziehung

$$\varepsilon_q = \frac{\text{Durchmesserabnahme}}{\text{Anfangsdurchmesser}} \quad \text{oder} \quad = \frac{\text{Breitenabnahme}}{\text{Anfangsbreite}} \quad \text{usw.}$$

ist proportional zur Längsdehnung, aber kleiner als diese.

Man setzt  $\varepsilon_q = \varepsilon : m$ , worin  $m$  die Poissonsche Zahl ist und für feste Stoffe zwischen 3 und 4 liegt; für Metalle ist i. M.  $m = 10/3$ .

Bei Zug findet stets eine Volumvergrößerung statt mit  $\frac{\Delta V}{V} = 1 - \frac{2}{m}$ .

Bei  $m = 2$  wäre diese Null, was nahezu bei allen Flüssigkeiten und angenähert bei Metallen im Streckzustande vorliegt.

**Der Druckversuch.** Gedrungene Körper werden in der Festigkeitsmaschine bis zur Zerstörung gedrückt. Für Spannungsbestimmung werden Würfel oder Zylinder mit  $l = d$ , für Formänderungsmessungen längere Zylinder gewählt. Spannungen und Stauchungen (negative Dehnungen) werden wie beim Zugversuch als Kurve ausgewertet.

Geglüheter Stahl, Druckkurve etwa nach Abb. 4. Anfänglich Proportion bis  $P$  mit demselben  $\sigma$  bzw.  $\varepsilon$  wie bei Zug, gleichzeitig Querschnittsvergrößerung unter Volumenabnahme mit demselben  $\varepsilon_q$  wie bei Zug; sodann bei  $S$  Fließen; die entsprechende Spannung heißt Quetschgrenze. Bruch tritt nicht ein, da bei weiterer Drucksteigerung der Körper unter Bildung von sogenannten Rutschkegeln etwa nach Abb. 5 seitlich abfließt.

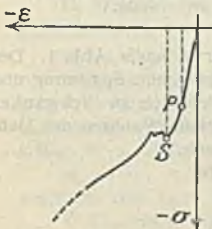


Abb. 4. Druckkurve für geschmiedeten Stahl.

1) Verfasser dieses Abschnittes ist Anhänger der Schreibweise mit  $E$ ; im Interesse der vom Herausgeber und Verleger geforderten einheitlichen Bezeichnungsweise sind die im praktischen Maschinenbau vorkommenden Formeln mit der Dehnungszahl  $\alpha$  geschrieben; nur im Stahlbau wurde gemäß der dortigen Gepflogenheit das Zeichen  $E$  beibehalten.



(197) Der Zug- und Druckversuch bei Gußeisen. In Abb. 6 sind die Zug- und Druckkurve zusammgelegt. Proportions- und Streckgrenze sind nicht vorhanden, der Stab reißt beim Zugversuch unter sehr geringer Bruchdehnung ohne wahrnehmbare Einschnürung fast unvermittelt; bei Druck wird der Probekörper unter Zerfall in Kegelstückchen zertrümmert. Es ist

$$\frac{\text{Druckkraft beim Bruch}}{\text{Anfangsquerschnitt}} = \text{Druckfestigkeit.}$$

Zeichen hierfür zur Zeit im Maschinenbau  $K$ , in der Werkstoffprüfung und im Stahlbau  $\sigma_{-B}$ .

Die in Abb. 6 dargestellte Beziehung zwischen Dehnungen und

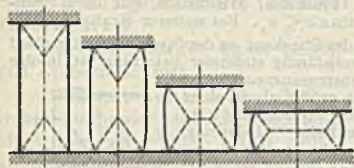


Abb. 5. Rutschkegel für geglähten Stahl.

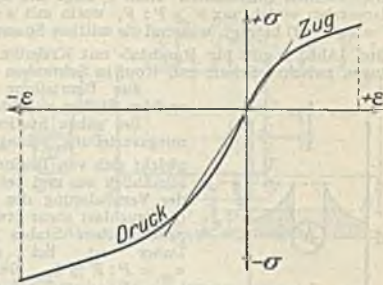


Abb. 6. Zug- und Druckkurve für Gußeisen.

Spannungen folgt nicht dem Hookeschen Gesetz, läßt sich aber nach Bach und Schüle innerhalb der im Maschinenbau zulässigen Spannungen angenähert durch das empirische Potenzgesetz  $\epsilon = \alpha \cdot \sigma^m$  ausdrücken, worin  $\alpha$  und  $m$  Festwerte sind;  $m$  ist für Zug etwa 1,10, für Druck etwa 1,05;  $\alpha$  ist stark abhängig von den Gußsorten.

In einfachen Festigkeitsaufgaben wird der Formänderungsberechnung trotzdem das Hookesche Gesetz zugrunde gelegt; man rechnet mit einem mittleren  $\alpha$  bzw.  $E$  entsprechend der in Abb. 6 eingezeichneten Geraden.

## Zug und Druck.

(198) Bezeichnet

$P$  die in Richtung der Stabachse, Schwerachse, eines prismatischen Stabes wirkende Zugkraft in kg,

$F$  den Stabquerschnitt in  $\text{cm}^2$ ,

dann ist die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Zugspannung

$$\sigma = P : F \text{ kg/cm}^2.$$

Die elastische Verlängerung des Stabes von der ursprünglichen Länge  $l$  cm beträgt

$$\Delta l = \alpha \sigma \cdot l = \alpha \frac{P}{F} l = \frac{Pl}{EF}.$$

Setzt sich der Stab aus mehreren, der Länge nach aneinander gefügten Teilen von den Einzellängen  $l_1, l_2, \dots$  und den Querschnitten  $F_1, F_2, \dots$  zusammen, dann ist

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots = \alpha P \left( \frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} + \dots \right).$$

Nach der Festigkeitsbedingung ist für die schwächste Stelle

$$\frac{P}{F} \leq k_z \quad \text{oder} \quad F \geq \frac{P}{k_z},$$

worin  $k_z$  die zulässige Zugspannung bezeichnet. Hierüber s. (289).

Für Druck gilt dasselbe, wenn  $k$  statt  $k_z$  gesetzt wird;  $\Delta l$  bedeutet hier die elastische Verkürzung und  $k$  die zulässige Druckspannung. Nur anwendbar bei kurzen gedrunghenen Stäben. Schlanke Druckstäbe sind auf Knicken zu berechnen, s. (232).

(199) Die gleichmäßige Spannungsverteilung trifft streng nur bei prismatischen Stäben zu und angenähert bei nicht prismatischen oder abgesetzten Stäben mit allmählichen Querschnittsübergängen. Bei den durch scharfe Übergänge, Löcher oder Kerben hervorgerufenen Querschnittsunstetigkeiten verteilt sich die Spannung ungleichmäßig über den verschwächten Querschnitt. Abb. 7 zeigt die Spannungsverteilung bei einem durchlochten Flachstabe; es ist  $\max \sigma > P:F$ , worin mit  $s$  = Stabstärke der verschwächte Querschnitt  $F = s(b-d)$  beträgt, während die mittlere Spannung bei gleichmäßiger Verteilung  $\sigma_m = P:F$  wäre. Abb. 8 gilt für Rundstab mit Kreisrille. Spannungserhöhung tritt auch bei Übergängen zwischen Schaft und Kopf in Schrauben und Nieten auf.

Zur Beurteilung dieses Zustandes ist zwischen zähen und spröden Stoffen zu unterscheiden.

Bei zähen Stoffen, Flußeisen, Weichstahl, gilt diese Spannungsverteilung, solange  $\max \sigma < \sigma_s$ . Bei weiterer Kraftsteigerung gleicht sich von Beginn des Streckens an der Spannungsunterschied allmählich aus und bei vollständig stoßfreier Belastung ist infolge der Verhinderung der Quersammenziehung die Bruchlast sogar etwas größer als die eines prismatischen Stabes vom Querschnitt  $F$ . Dabei ist bei stoßfreier Belastung  $\sigma_m = P:F \leq k_z$ . Bei nicht stoßfreier Belastung und besonders bei dauernder Wechselbelastung ist die Spannungserhöhung zu berücksichtigen oder besser der scharfe Querschnittswechsel zu vermeiden.

Bei spröden Stoffen (Guß, Hartstahl) bleibt die ungleiche Spannungsverteilung angenähert bis zum Bruche bestehen und es gilt  $\max \sigma \leq k_z$ .

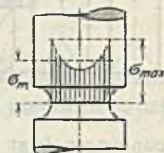


Abb. 8.  
Rundkerbe.

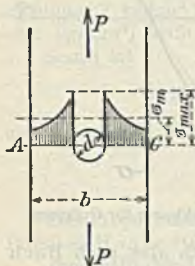


Abb. 7.  
Gelochter Zugstab.

Näheres s. Preuß. Versuche über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben, F. A. Heft 126; Leon, Spannungsverteilung in Zugstäben mit symmetrischen Halbkreis-kerben, M. B. 1922 S. 153; Gutacker, Gelochte Zugstäbe, Theorie und Versuchsberichte, Eisenbau 1916, S. 246; Leon, Über Ermüdung von Maschinenteilen bei Wechselbeanspruchung und bei Spannungserhöhung durch Kerben, Z. 1917, S. 192 und 214; Baumann, Versuche mit Stäben, die Eindrrehung besitzen, Z. 1912, S. 1314.

(200) Bei langen, von oben herabhängenden Stäben ist deren Eigengewicht zu berücksichtigen. Soll  $\sigma_z$  in allen Querschnitten dasselbe sein, so erhält man den Zugstab gleicher Festigkeit, dessen Stärke nach einer logarithmischen Linie gegen das belastete Ende hin abnimmt. In Annäherung wird der Stab mit abgesetzten Querschnitten ausgebildet (verjüngte Drahtseile bei Schachtförderung).

Die Reißlänge  $R$  ist diejenige Länge eines prismatischen freihängenden Stabes, bei der er durch sein Eigengewicht reißt. Mit  $P$  = Bruchlast in kg und  $q$  = Gewicht in kg m ist  $R = P:q$  in m: üblich bei Hanfseilen und Papier.

## Biegung des geraden Stabes.

(201) Ein gerader Stab sei durch beliebige Kräfte belastet, die in einer Ebene liegen und die Stabachse rechtwinklig schneiden. Die Stabquerschnitte sind symmetrisch, die Symmetrieebene fällt mit der Kräfteebene zusammen.

### Biegemomente und Querkräfte.

(202) Abb. 9 zeigt einen Biegestab auf zwei Endstützen. Zur Bestimmung der Spannungen im Stabquerschnitt  $s$  denkt man sich daselbst einen Schnitt geführt und betrachtet das linke Stabstück. An der Schnittfläche treten Normal- und Schubspannungen auf, die mit den am Stabstück angreifenden Lasten und der Auflagerkraft im Gleichgewicht stehen. Wegen der vorausgesetzten Symmetrie können alle Kräfte auf Mittelebene bezogen werden. Auf das im Abstände  $y$  von der waagerechten Achse  $z-z$  liegende Querschnittselement  $\Delta F$  kommt die Kraft  $\sigma \Delta F$  in  $x$ -Richtung und  $\tau \Delta F$  in  $y$ -Richtung. Die Gleichgewichts-



bedingungen gegen Verschieben in  $x$ - und  $y$ -Richtung und gegen Drehen um die  $z$ -Achse lauten:

$$\begin{aligned} \text{I. } \sum \sigma \Delta F &= 0, \\ \text{II. } A - P_1 - P_2 - \sum \tau \Delta F y &= 0, \\ \text{III. } Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2 - \sum \sigma \Delta F y &= 0. \end{aligned}$$

Der Ausdruck  $Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2$  ist die algebraische Summe der statischen Momente der am Stabteil wirkenden äußeren Kräfte und heißt Biegemoment  $M$ ;

der Ausdruck  $A - P_1 - P_2$  ist die algebraische Summe der am Stabteil wirkenden Kräfte und heißt Querkraft  $Q$ .

Allgemein ist für einen beliebigen Stabquerschnitt  $s$

Biegemoment  $M =$  algebraische Summe der statischen Momente aller links oder aller rechts von  $s$  angreifenden Kräfte einschließlich der Auflagerkräfte, in bezug auf  $s$ ,

Querkraft  $Q =$  algebraische Summe aller links oder aller rechts von  $s$  angreifenden Kräfte einschließlich der Auflagerkräfte.

Vorzeichenregel:  $M$  ist positiv, wenn diese Momentensumme der links liegenden Kräfte positiv und der rechts liegenden negativ drehend wirkt oder wenn der Krümmungsmittelpunkt der gekrümmten Stabachse des waagrecht liegenden Stabes oberhalb desselben liegt.  $Q$  ist

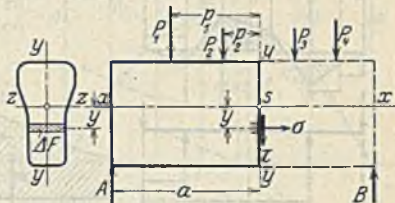


Abb. 9. Grundlage zur Biegung.

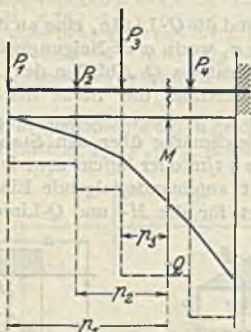


Abb. 10. Freitragger.

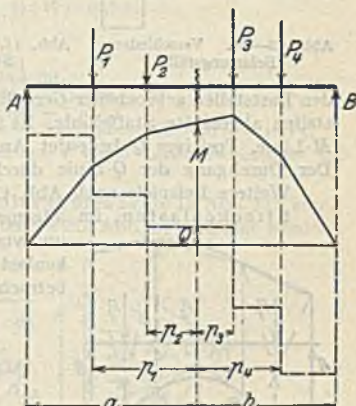


Abb. 11. Träger mit Endstützen.

positiv, wenn die algebraische Summe der links liegenden Kräfte nach oben und der rechts liegenden nach unten wirkt.

### (203) Biegemomente und Querkräfte durch Rechnung.

Einzellasten. Für den Freitragger Abb. 10 ist

$$M = -P_1 p_1 - P_2 p_2 - P_3 p_3 \quad \text{und} \quad Q = -P_1 - P_2 - P_3.$$

Für den Träger mit Endstützen Abb. 11 ist

$$M = Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2 \quad \text{oder} \quad M = Bb - P_3 p_3 - P_4 p_4.$$

$$Q = A - P_1 - P_2 \quad \text{oder} \quad Q = -B + P_3 + P_4.$$



Für eine um  $\Delta x$  weiter rechts liegende Stabstelle ist

$$\begin{aligned} M + \Delta M &= A(a + \Delta x) - P_1(p_1 + \Delta x) - P_2(p_2 + \Delta x) = \\ &= Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2 + (A - P_1 - P_2)\Delta x = M + Q\Delta x, \end{aligned}$$

somit

$$Q = \frac{\Delta M}{\Delta x}.$$

Die  $M$  und  $Q$  an jeder Stabstelle als Ordinaten aufgetragen, liefern die  $M$ -Linie, ein an

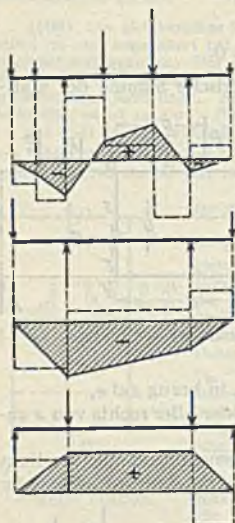


Abb. 12—14. Verschiedene Belastungsfälle.

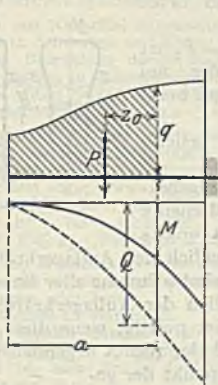


Abb. 15. Freitragender mit Streckenlast.

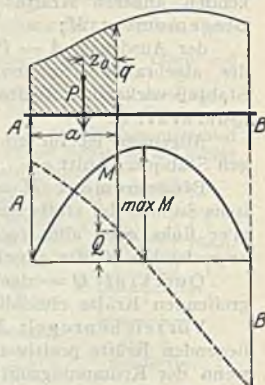


Abb. 16. Träger mit Streckenlast.

den Laststellen gebrochener Geradenzug, und die  $Q$ -Linie, eine an den Laststellen abgestufte Staffellinie. Es ist  $Q = \operatorname{tg} \varphi$ , worin  $\varphi =$  Neigungswinkel der  $M$ -Linie. Positives  $Q$  bedeutet Ansteigen, negatives  $Q$  Abfallen der  $M$ -Linie. Der Durchgang der  $Q$ -Linie durch Null bezeichnet die Stelle des  $\max M$ .

Weitere Beispiele nach Abb. 12—14.

Streckenlasten, im allgemeinen ungleichmäßig über den Stab verteilt und vom Betrage  $q$  t/m oder kg/cm usw. Die Streckenlast als dicht aufeinanderfolgende Einzellasten betrachtet, liefert für die  $M$ - und  $Q$ -Linie stetige

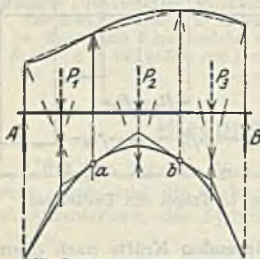


Abb. 17. Beliebige Streckenlastkurve.

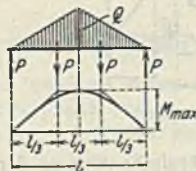


Abb. 18. Dreieckslast.

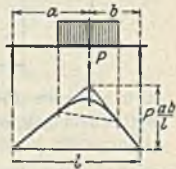


Abb. 19. Teilstreckenlast.

Kurven. Auch hier gilt  $Q = \frac{\Delta M}{\Delta x} = \operatorname{tg} \varphi$ , und  $\max M$  tritt an den Stellen auf, wo  $Q = 0$  ist.

Man ermittelt nach Abb. 15 und 16 die auf Strecke  $a$  entfallende Teilbelastung  $P$  und den Schwerpunktabstand  $z_0$  der über  $a$  liegenden Belastungsfläche und erhält

$$Q = -P \quad \text{und} \quad M = -Pz_0 \quad \text{bzw.} \quad Q = A - P \quad \text{und} \quad M = Aa - Pz_0.$$

Ist der  $q$ -Verlauf durch Kurve gegeben, dann zerlegt man den Stab nach Abb. 17 in gleiche oder ungleiche Teilstrecken, ersetzt die darauf entfallenden Lasten durch ihre Resultierenden  $P_1, P_2, P_3$ , die durch die Schwerpunkte der Belastungsteilflächen gehen, und bestimmt hierfür wie oben dargelegt die  $M$ -Linie als gebrochene Linie. Die wirkliche  $M$ -Linie als Kurve berührt diese Geraden in den Teilpunkten  $ab$ . Es genügt, die  $q$ -Linie durch anschmiegende Geraden zu ersetzen und die Schwerlinienkonstruktion nach (130) hierauf anzuwenden.

Beispiele. 1. Gesamtlast  $Q$  als Dreiecksbelastung, Abb. 18, Resultierende der beiden Dreiecke je  $P = \frac{Q}{2}$ ;  $M_{\text{mitte}} = \frac{Q \cdot l}{2 \cdot 3} = \frac{Ql}{6}$ .

2. Gleichstreckenlast als Teilbelastung nach Abb. 19. Für Resultierende  $P$  die  $M$ -Linie zeichnen und deren Spitze parabolisch abrunden.

Einzel- und Streckenlasten. Man ersetzt die Streckenlasten durch ihre Resultierenden, ermittelt für diese und die Einzellasten das zugehörige  $M$ -Eck und zieht die anschmiegende und an den Einzellasten gebrochene endgültige  $M$ -Kurve.

Beispiel für Einzel- und Gleichstreckenlasten, Abb. 20.

$$A = (6 \cdot 8,5 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 5,5 + 6 \cdot 4 + 10 \cdot 2) : 10 = 16,3 \text{ t,}$$

$$B = (6 \cdot 1,5 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 4,5 + 6 \cdot 6 + 10 \cdot 8) : 10 = 16,7 \text{ t,}$$

$$M_b = 16,3 \cdot 1,5 = 24,45 \text{ mt,}$$

$$M_{cd} = 16,3 \cdot 3 - 6 \cdot 1,5 = 39,9 \text{ mt,}$$

$$M_e = 16,3 \cdot 4,5 - 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1,5 = 47,85 \text{ mt,}$$

$$M_{fg} = 16,3 \cdot 6 - 6 \cdot 4,5 - 5 \cdot 3 - 6 \cdot 1,5 = 46,8 \text{ mt,}$$

$$M_h = 16,3 \cdot 8 - 6 \cdot 6,5 - 5 \cdot 5 - 6 \cdot 3,5 - 6 \cdot 2 = 33,4 \text{ mt,}$$

$$Q_a = 16,3 \quad Q_c = 16,3 - 6 = 10,3 \quad Q_d = 10,3 - 5 = 5,3$$

$$Q_f = 5,3 - 6 = -0,7 \quad Q_g = -0,7 - 6 = -6,7 \quad Q_i = -6,7 - 10 = -16,7 \text{ t.}$$

Die  $Q$  verlaufen zwischen  $a-c$ ,  $d-f$  und  $g-i$  wegen Gleichstreckenlasten je geradlinig.

(204) Biegemomente durch Zeichnung. Seileckverfahren. In Abb. 21 a können die Kräfte  $A, P_1, P_2, P_3, B$  mittels Kräftedreiecke Abb. 21 b ersetzt werden

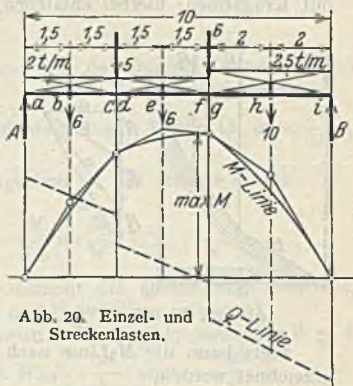
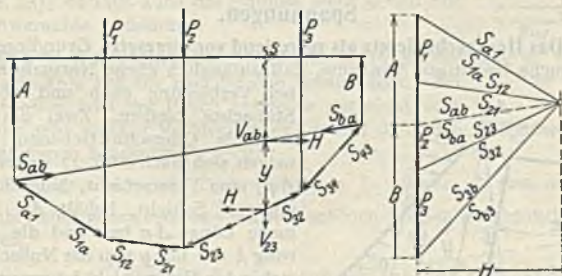


Abb. 20. Einzel- und Streckenlasten.





Wird  $H$  im Lastenmaßstab und  $y$  im Trägermaßstab ausgedrückt, dann folgt  $M$  in  $mt$  oder  $cmkg$  usw.

Verfahren nach Abb. 22 für den Freitragler und nach Abb. 23 für den Träger mit Kragarmen; hierbei entstehen  $M$  mit Vorzeichenwechsel und Nullstellen.

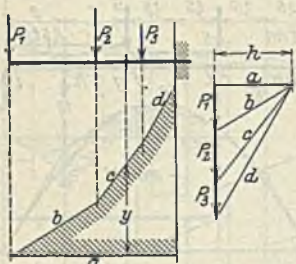


Abb. 22. Freitragler.

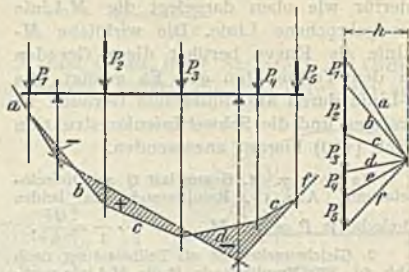


Abb. 23. Träger mit Kragarmen.

Stets kann die  $M$ -Linie nach Bedarf auf die waagerechte Grundlinie umgezeichnet werden.

(205) Mittelbare Belastung. Wirken die Lasten nicht unmittelbar auf den Träger, sondern auf Hilfsträgern, die sich auf den Hauptträgern abstützen, dann folgt die  $M$ -Linie des Hauptträgers durch Zeichnung nach Abb. 24—26 aus derjenigen für unmittelbare Belastung, die durch Rechnung oder Konstruktion gefunden werden kann.

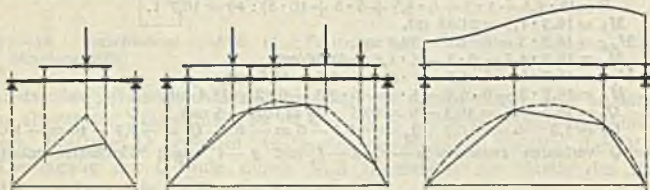


Abb. 24—26. Mittelbare Belastung.

## Spannungen.

(206) Das Hookesche Gesetz als zutreffend vorausgesetzt. Grundlegend ist die durch Versuche bestätigte Annahme, daß anfänglich ebene Normalquerschnitte bei Verbiegung eben und normal zur Stabachse bleiben. Zwei um  $\Delta x$  abstehende Querschnittsebenen 1 und 2 neigen sich nach Abb. 27 gegenseitig um  $\Delta \varphi$ ; eine Faserschicht, Nullschicht oder neutrale Schicht, behält die angenommene Länge  $\Delta x$  bei, und die Verlängerung  $\lambda$  der um  $y$  von der Nullschicht abstehenden Faserschicht ist proportional  $y$ .

Wegen Proportion zwischen  $\sigma$  und  $\lambda$  und zwischen  $\lambda$  und  $y$  ist  $\sigma = cy$ , worin  $c = \text{Proportionsfaktor}$ .

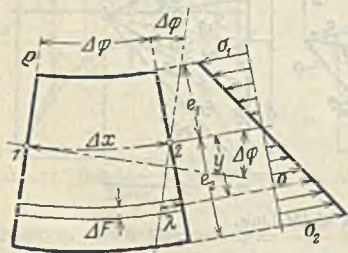


Abb. 27. Biegespannungen.

Aus den Ansätzen I—III (202) folgt:

I.  $\sum \sigma \Delta F = c \sum y \Delta F = 0$  oder  $\sum y \Delta F = 0$ , d. h. nach (129) ist die Nulllinie  $z-z$  eine Schwerlinie des Querschnitts, und die Stabachse fällt mit der Stabschwerlinie zusammen.



II.  $Q = \sum \tau \Delta F$ ; die Schubspannungsverteilung über den Querschnitt wird an späterer Stelle, (238), erörtert.

III.  $M = \sum \sigma y \Delta F = c \sum y^2 \Delta F = c J$ , worin  $J = \sum y^2 \Delta F$  das äquatoriale Flächenträgheitsmoment des Querschnitts bezeichnet.

Somit  $c = \frac{M}{J}$  und  $\sigma = \frac{M}{J} y$ .

Die  $\sigma$  sind demnach nach Abb. 27 linear über den Querschnitt verteilt und verschwinden in der Nullschicht.

Größtspannungen treten an den Außenfasern auf. Unten ist  $\sigma_1 = \frac{M}{J} e_1$  (Zug), oben  $\sigma_2 = -\frac{M}{J} e_2$  (Druck). Maßgebend ist das größere  $e$ , das

$$\max \sigma = \frac{M}{J} e = \frac{M}{J/e} = \frac{M}{W}$$

liefert, worin  $W = J : e$  das Widerstandsmoment des Querschnitts bedeutet,  $M$  in cmkg,  $J$  in cm<sup>4</sup>,  $e$  in cm und  $W$  in cm<sup>3</sup> liefert die  $\sigma$  in kg/cm<sup>2</sup>.

Hieraus folgt die Spannungsbedingung  $M : W \leq k_z$  bzw.  $M : W \leq k$  und das erforderliche Widerstandsmoment  $W_{\text{erf}} = \frac{M}{k_z}$  oder  $= \frac{M}{k}$ .

Statt dessen setzt man auch

$$M : W \leq k_b \text{ und } W \geq M : k_b,$$

worin  $k_b =$  zulässige Biegespannung  $= k_z$  oder  $= k$ .

(207) Für Stoffe, die das Hookesche Gesetz nicht befolgen, ergibt sich keine lineare Spannungsverteilung. Besteht zwischen Spannung und Dehnung beim Zugversuch das Potenzgesetz  $\epsilon : \sigma^n = \alpha_0$  und verläuft für Stoffe mit  $n > 1$  (Gußeisen, Natur- und Kunststeine) die Zug- und Druckkurve nach Abb. 28, dann ergibt sich  $\max \sigma$  stets kleiner als auf Grund des Hookeschen Gesetzes nach der Formel  $\sigma = M : W$ .

Die Spannungsverteilung weicht von der linearen um so mehr ab, je stärker der Stab beansprucht wird (s. Abb. 28); es fällt auch die Nulllinie nicht genau mit der Schwerachse zusammen.



Abb. 28. Biegespannungen bei Gußeisen.

(208) Biegeversuche. Der prismatische Probestab wird nach Abb. 178 bis zum Bruche beansprucht. Bei zähen Stoffen tritt der Bruch entweder gar nicht oder erst nach sehr starker Verbiegung ein, wobei dann die Außenfasern weit über die Fließgrenze beansprucht werden.

Ober Biegeversuche mit Flußstahlstäben s. E. Meyer, Z. 1908, S. 167.

Daher sind Bruchversuche nur mit spröden Stoffen durchführbar; üblich bei Gußeisen.

Man nennt  $\frac{M_{\text{Bruch}}}{W} = K_b$  die rechnerische Biegefestigkeit; wegen der nicht linearen Spannungsverteilung ist stets  $K_b > K_z$ . Versuche ergeben für bearbeitete Gußstäbe

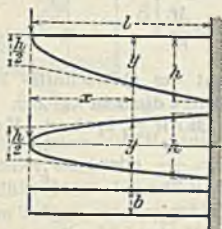
|                      |      |      |      |       |
|----------------------|------|------|------|-------|
| für die Querschnitte | ●    | ■    | I    | -     |
| $K_b : K_z \approx$  | 2,05 | 1,70 | 1,45 | 2,15. |

Für unbearbeitete Stäbe ist wegen der harten Gußhaut  $K_b$  geringer, etwa 83% desjenigen für bearbeitete Stäbe.

Sofern bei Zug und Biegung dieselbe Sicherheit gegen Bruch gefordert wird, ist zu setzen  $k_b : k_z = K_b : K_z$ , woraus  $k_b = k_z \frac{K_b}{K_z}$ ; somit nach obigem  $k_b$  abhängig von Querschnittform<sup>1)</sup>.

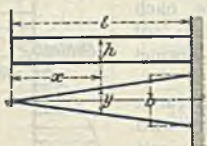
(209) Stäbe von gleicher Größtspannung oder gleichem Widerstande. Soll bei einem Stab die Größtspannung  $\sigma = M:W$  in allen Querschnitten den gleichen Wert haben, dann müssen  $W$  und damit der Stabquerschnitt veränderlich sein.

Zusammenstellung der Stabformen für einige Belastungsfälle, Abb. 29—35.



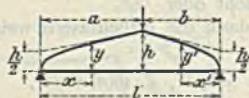
Rechtecke von gleicher Breite

$$y = h \sqrt{x:l} \text{ [Parabel].}$$



Rechtecke von gleicher Höhe

$$y = b x:l \text{ [Gerade].}$$



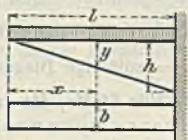
Rechtecke von gleicher Breite

$$y = h \sqrt{x:a} \quad y' = h \sqrt{x':b}.$$



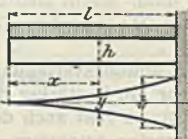
Kreise vom Durchmesser

$$y = d \sqrt[3]{x:l} \text{ [kubische Parabel].}$$



Rechtecke von gleicher Breite

$$y = h x:l.$$



Rechtecke von gleicher Höhe

$$y = b (x:l)^2 \text{ [Parabel].}$$



Kreise vom Durchmesser

$$y = d \sqrt[3]{x:a} \quad y' = d \sqrt[3]{x':b}.$$

### Formänderung.

(210) Die ursprüngliche gerade Stabachse, Schwerlinie, verbiegt sich nach einer Kurve, der elastischen Linie, deren Verlauf im weiteren als sehr flach vorausgesetzt ist. Die Querschnitte 1 und 2 in Abb. 36 neigen sich gegenseitig um

<sup>1)</sup> Vgl. Bach-Baumann, E. u. F. 9. Aufl. Berlin: Julius Springer 1924; ferner F.-A. Heft 48, 89 und 127/128.

$\Delta\varphi = \lambda : y$ , worin nach (206) und Abb. 27  $\lambda =$  Längenänderung der Faser von Anfangslänge  $\Delta x$  infolge der Spannung  $\sigma$ . Somit  $\lambda = \Delta x \alpha \sigma$  und

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x \alpha \sigma}{y} = \Delta x \alpha \frac{M y}{J y} = \alpha \frac{M}{J} \Delta x \text{ oder } \Delta\varphi = \frac{M \Delta x}{E J} \text{ bzw. } d\varphi = \frac{M dx}{E J}.$$

Für das weitere ist zu unterscheiden zwischen Stäben mit unveränderlichem und veränderlichem  $J$ .

(211) **Stäbe mit unveränderlichem  $J$ :** prismatische Stäbe. In Abb. 36 ist  $M \Delta x = \Delta F =$  Flächenelement der  $M$ -Linie, doppelt schraffiert, und  $\Delta\varphi = \frac{\alpha}{J} \Delta F = \frac{\Delta F}{E J}$ ; der Neigungswinkel zwischen Tangenten in  $x_a$  und  $x_b$  ist

$$\varphi_{ab} = \sum \Delta\varphi = \frac{\alpha}{J} \sum M \Delta x = \frac{\alpha}{J} \sum \Delta F = \frac{\alpha}{J} F_{ab} = \frac{1}{E F} F_{ab},$$

worin  $F_{ab} =$  Momentenfläche zwischen  $a$  und  $b$ .

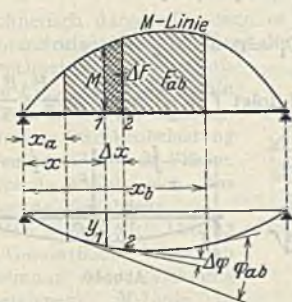


Abb. 36. Die elastische Linie.

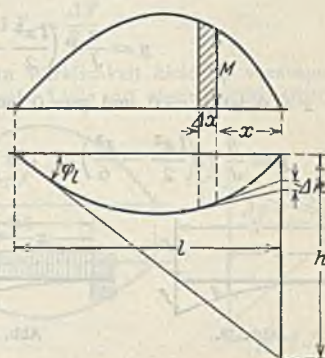


Abb. 37. Neigung der elastischen Linie an den Auflagern.

Neigung der Endtangente der elastischen Linie. Nach Abb. 37 ist

$$\Delta\varphi = \frac{\alpha}{J} \Delta F \text{ und } \Delta h = \Delta\varphi x = \frac{\alpha}{J} \Delta F x = \frac{\Delta F x}{E J},$$

somit

$$h = \sum \Delta h = \frac{\alpha}{J} \sum \Delta F x = \frac{\alpha}{J} \mathfrak{Q} \text{ und } \varphi_l = \frac{\alpha \mathfrak{Q}}{J l} = \frac{\mathfrak{Q}}{E J l},$$

worin  $\mathfrak{Q} =$  statisches Moment der  $M$ -Fläche auf linkes Auflager bezogen.

Desgleichen ist  $\varphi_r = \frac{\alpha \mathfrak{R}}{J l}$ , worin  $\mathfrak{R}$  auf rechtes Auflager bezogen.

Die Gleichung der elastischen Linie (nur mit höh. Math.). Werden die  $x$  nach rechts positiv und die Ordinaten der elastischen Linie  $y$  nach oben positiv gesetzt, dann ist  $\frac{dy}{dx} = \varphi$  deren Neigung und nach obigem ist

$$d\varphi = \frac{\alpha}{J} M dx \text{ oder } \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\alpha}{J} M.$$

Aus praktischen Gründen werden die  $y$  nach unten positiv gesetzt, somit folgt die Differentialgleichung der elastischen Linie

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\alpha}{J} M = -\frac{M}{E J}.$$



Deren Lösung mit einfachen Mitteln ist nur möglich, wenn die Beziehung  $M = F(x)$  verhältnismäßig einfach ist.

Aus  $y'' = \frac{\alpha}{J} F(x)$  folgt  $y' =$  Neigung der elastischen Linie  $= \int y'' dx + C_1$  und  $y = \int y' dx + C_2$ . Die  $C_1$  und  $C_2$  folgen aus den gegebenen Grenzbedingungen.

Beispiele. 1. Freitragender mit Außenlast  $P$  (Abb. 38). An der Stelle  $x$  ist  $M = -P(l-x)$ , somit

$$y'' = -\frac{\alpha}{J} M = \frac{\alpha}{J} P(l-x),$$

$$y' = \frac{\alpha}{J} P \left( lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_1,$$

$$y = \frac{\alpha}{J} P \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_1 x + C_2.$$

Für  $x=0$  ist  $y'=0$  und  $y=0$ , somit  $C_1=0$  und  $C_2=0$ , also

$$y = \frac{\alpha}{J} P \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right). \quad \text{Für } x=l \text{ folgt } f = \frac{\alpha}{J} P \frac{l^3}{3} = \frac{P l^3}{EJ 3}.$$

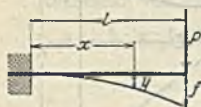


Abb. 38.

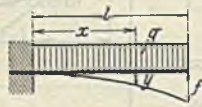


Abb. 39.

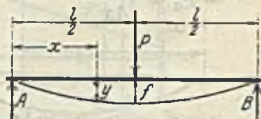


Abb. 40.

2. Freitragender mit Gleichstreckenlast  $q$  (Abb. 39).

$$M = -\frac{q(l-x)^2}{2},$$

$$y'' = \frac{\alpha}{J} q \frac{(l-x)^2}{2} = \frac{\alpha}{J} q \left( \frac{l^2}{2} - lx + \frac{x^2}{2} \right),$$

$$y' = \frac{\alpha}{J} q \left( \frac{l^2 x}{2} - \frac{lx^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right) + C_1,$$

$$y = \frac{\alpha}{J} q \left( \frac{l^2 x^2}{4} - \frac{lx^3}{6} + \frac{x^4}{24} \right) + C_1 x + C_2.$$

Für  $x=0$  ist  $y'=0$  und  $y=0$ , somit  $C_1=0$  und  $C_2=0$ , also

$$y = \frac{\alpha}{J} q \left( \frac{l^2 x^2}{4} - \frac{lx^3}{6} + \frac{x^4}{24} \right). \quad \text{Für } x=l \text{ folgt } f = \frac{\alpha}{J} q \frac{l^4}{8} = \frac{q l^4}{EJ 8}.$$

3. Träger mit Mittenlast  $P$  (Abb. 40). Für linke Hälfte ist

$$M = Ax = \frac{Px}{2}, \quad y'' = -\frac{\alpha Px}{2},$$

$$y' = -\frac{\alpha Px^2}{4} + C_1, \quad y = -\frac{\alpha Px^3}{12} + C_1 x + C_2.$$

Für  $x=0$  ist  $y=0$ , für  $x=\frac{l}{2}$  ist  $y'=0$ , hieraus  $C_2=0$  und

$$C_1 = \frac{\alpha P l^2}{16 J}, \quad y = -\frac{\alpha P x^3}{12 J} + \frac{\alpha P l^2 x}{16 J} = \frac{\alpha P l^3}{16 J} \left[ \left( \frac{x}{l} \right)^3 - \frac{4}{3} \left( \frac{x}{l} \right) \right].$$

Für  $x = \frac{l}{2}$  folgt

$$f = \frac{\alpha}{J} P \frac{l^3}{48} = \frac{P l^3}{E J 48}.$$

Über ein anderes Verfahren zur Berechnung der Durchbiegungen s. Unold, Statik f. d. Eisen- u. Maschinenbau. Berlin: Julius Springer 1925.

Über ein zeichnerisches Verfahren s. R. Baumann, Z. 1910, S. 1675 u. f. (auch in Bach-Baumann, E. u. F., 9. Aufl., S. 522 u. f.).

(212) Konstruktion der elastischen Linie. Für  $J = \text{konst.}$ , für weniger einfache Belastungsfälle zweckmäßig. In Abb. 41 ist der Ausdruck

$$\Delta \varphi = \frac{\alpha}{J} \Delta F = \frac{\Delta F}{E J}$$

zeichnerisch dargestellt, denn es sind in Wirklichkeit kleine  $\varphi$  vorausgesetzt, während in obiger Abbildung die elastische Linie mit übertriebenen Ordinaten gezeichnet ist. Die elastische Linie bildet somit ein Seileck zu der als ungleichförmige Streckenbelastung aufzufassenden  $M$ -Fläche. Hieraus ergibt sich das folgende Verfahren:

Man zerlegt nach Abb. 42 die Gesamtfläche der (durch Rechnung oder Zeichnung gefundenen)  $M$ -Linie in Streifen von den Inhalten  $F_1, F_2 \dots$ , trägt  $f_1, f_2 \dots$

prop.  $F_1, F_2 \dots$  lotrecht ab und zeichnet hierzu das Seileck mit Polweite  $h$  und die anschmiegende Kurve, deren Ordinaten bis zur Schlußlinie prop. denen der elastischen Linie sind. Die Lage der Schlußlinie ist durch die jeweiligen Auflagerbedingungen gegeben.

Positive  $M$ -Flächen trägt man in der Nebenfigur nach unten, negative nach oben auf. Liegt die Schlußlinie nicht waagrecht, dann ist die Kurve nach Bedarf auf die waagerechte Schlußlinie umzuzeichnen.

Maßstäbe hierzu. Ist der Träger im Maßstabe  $1:a$  gezeichnet, mit  $\text{cmkg}$  Biegemoment durch je  $1 \text{ cm}$  Ordinate der  $M$ -Linie und  $f \text{ cm}^2$  der Streifeninhalte durch je  $1 \text{ cm}$  der Lotrechten Strecken der Nebenfigur dargestellt, ferner die Polweite zu  $\eta \text{ cm}$  gewählt, dann sind die Ordinaten  $\eta$  des gezeichneten Seilecks,

multipliziert mit  $\mu = a^3 m f \eta \cdot \frac{a}{J}$ , die wirklichen Ordinaten  $f$  der elastischen Linie in  $\text{cm}$ .

Zweckmäßig wählt man für  $\eta \cdot \frac{a}{J}$  eine runde Zahl.

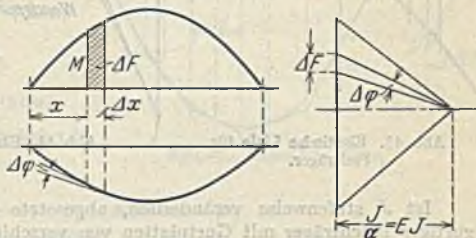


Abb. 41. Seileck als elastische Linie.

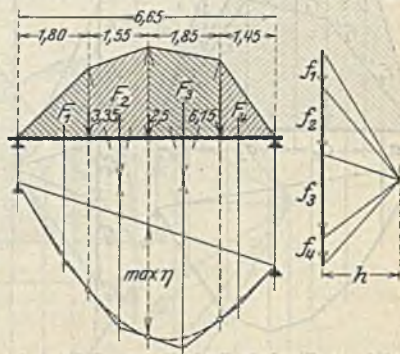


Abb. 42. Konstruktion der elastischen Linie.



Beispiel. Träger mit Einzellasten 3,35 t, 2,5 t und 6,15 t, Abb. 42. max  $M = 1\,160\,000$  cmkg. Profil I 42 $\frac{1}{2}$ , mit  $J_x = 36970$  cm $^4$ . Maßstäbe:

$$\alpha = 200, \quad m = 1\,000\,000, \quad \zeta = 1, \quad \bar{J} = 1 \text{ cm}, \quad E = \frac{1}{\alpha} = 2\,150\,000 \text{ kg/cm}^2,$$

somit  $\mu = 0,50$ ; größte Durchbiegung nach Zeichnung max  $\eta = 1,45$  cm, und wirklich max  $f = 1,45 \cdot 0,50 = 0,725$  cm.

Weitere Beispiele: Freiträger Abb. 43 und Träger mit Kragarm Abb. 44.

(213) **Stäbe mit veränderlichem  $J$ .** Nur Zeichungsverfahren zweckmäßig, da bei der Berechnung kaum lösbare Integrale auftreten.

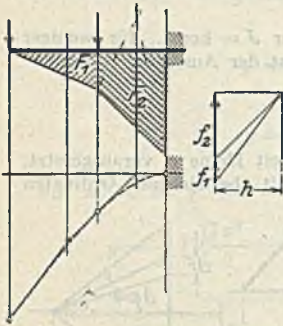


Abb. 43. Elastische Linie für Freiträger.

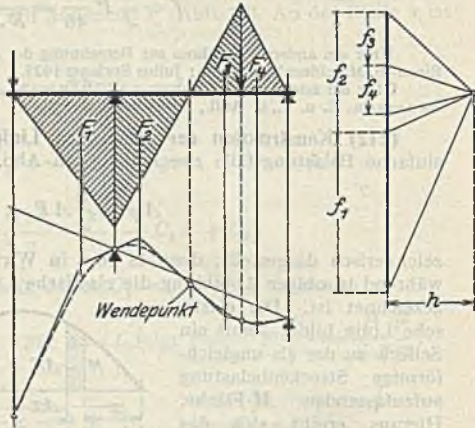


Abb. 44. Elastische Linie für Träger mit Kragarm.

Ist  $J$  stufenweise veränderlich, abgesetzte zylindrische Welle, parallelgurtiger Blechträger mit Gurtplatten von verschiedener Länge, und haben die

Abschnitte  $a_1, a_2 \dots$  nach Abb. 45 die  $J_1, J_2 \dots$ , dann ändern sich die  $\Delta\varphi$  dieser Abschnitte gegenüber denen eines Trägers mit  $\mathfrak{J} = \text{konst.}$  im Verhältnis  $J_1, J_2 \dots$  zu diesem  $\mathfrak{J}$ . Daher werden die  $M$  der Strecke  $a_1$  im Verhältnis  $\mathfrak{J} : J_1$ , die der Strecke  $a_2$  im Verhältnis  $\mathfrak{J} : J_2$  usw. vergrößert, worin  $\mathfrak{J}$  beliebig anzunehmen ist. Zu dieser verzerrten  $M$ -Linie (strichiert) wird für einen gedachten Balken vom Trägheitsmoment  $\mathfrak{J} = \text{konst.}$  die elastische Linie, wie oben angegeben, gezeichnet. In der Regel wählt man für  $\mathfrak{J}$  das größte der wirklichen  $J$ .

Bei stetig veränderlichem  $J$ , Balken von nicht prismatischer Form, Welle mit Kegelstücken, Blechträger mit veränderlicher Stehblechhöhe, ist der Verzerrungsmaßstab  $v = \mathfrak{J} : J$ , also entsprechend der stetigen  $J$ -Änderung ebenfalls stetig.

In allen Fällen ist in die  $\mu$ -Formel  $\mathfrak{J}$  einzusetzen.

Beispiel für abgestuftes  $J$ . Abgesetzte Welle, Abb. 46. Hier ist das Verzerrungsverhältnis

$$v = (18 : 15)^4 = 2,074 \quad \text{bzw.} \quad v = (18 : 12)^4 = 5,063.$$

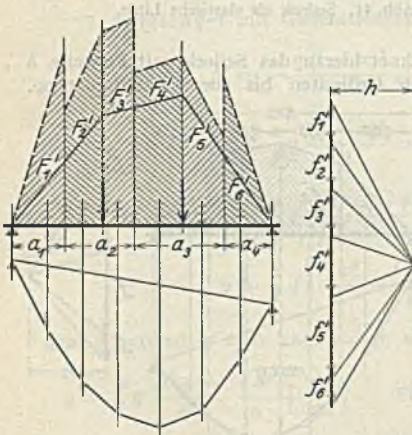


Abb. 45. Elastische Spule für veränderliches  $J$ .

stab  $v = \mathfrak{J} : J$ , also entsprechend der stetigen  $J$ -Änderung ebenfalls stetig. In allen Fällen ist in die  $\mu$ -Formel  $\mathfrak{J}$  einzusetzen.



Aus  $\alpha = 40$ ,  $m = 100000$ ,  $f = 1,25$ ,  $\mathfrak{J} = 5153 \text{ cm}^4$ ,  $E = \frac{1}{\alpha} = 2\,200\,000$  und  $\eta = 1,135 \text{ cm}$  folgt  $\mu = 0,02$ ; an der Laststelle ist  $\eta = 2 \text{ cm}$ , somit  $y = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ cm}$ .

Eine zylindrische Welle von 180 mm Durchmesser ergäbe an der Laststelle einen Biegepeil

$$y = \frac{6000}{2200000 \cdot 5153} \cdot \frac{60^2 \cdot 90^2}{3 \cdot 150} = 0,0343 \text{ cm},$$

d. i. rund  $86\frac{1}{3}\%$  von 0,04 cm.

Beispiel für stetig veränderliches  $\mathfrak{J}$ .  
Träger von gleicher Breite und stetig veränderlicher Höhe, Abb. 47.

$$\begin{aligned} M_0 &= 0, \\ M_1 &= 2500 \cdot 10 = 25\,000 \text{ kgcm}, \quad h = 7,5 \text{ cm} \\ M_2 &= 2500 \cdot 20 = 50\,000 \text{ ,,}, \quad h = 9,0 \text{ ,,} \\ M_3 &= 2500 \cdot 30 = 75\,000 \text{ ,,}, \quad h = 10,5 \text{ ,,} \\ M_4 &= 2500 \cdot 40 = 100\,000 \text{ ,,}, \quad h = 12,0 \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_0' &= 0, \\ M_1' &= 25\,000 (12:7,5)^2 = 102\,000 \text{ kgcm}, \\ M_2' &= 50\,000 (12:9)^2 = 118\,000 \text{ ,,} \\ M_3' &= 75\,000 (12:10,5)^2 = 112\,000 \text{ ,,} \\ M_4' &= 100\,000 (12:12)^2 = 100\,000 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Aus  $\alpha = 25$ ,  $m = 50000$ ,  $f = 2$ ,

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{12} \cdot 6 \cdot 12^3 = 864 \text{ cm}^4,$$

$$E = \frac{1}{\alpha} = 2\,150\,000, \quad \eta = 1,49 \text{ cm}$$

folgt  $\mu = 0,05$ ;  $\eta_0 = 2,2 \text{ cm}$  liefert  $y_0 = 2,2 \cdot 0,05 = 0,11 \text{ cm}$ .

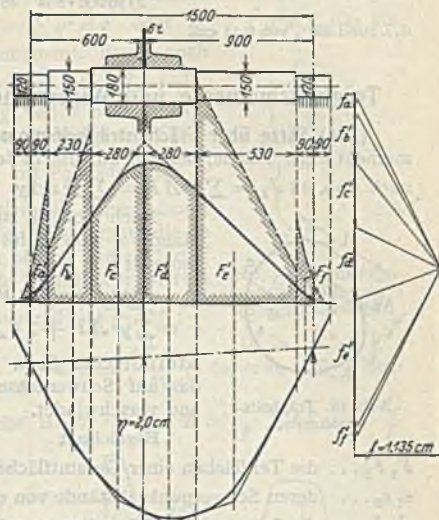


Abb. 46. Abgesetzte Welle.

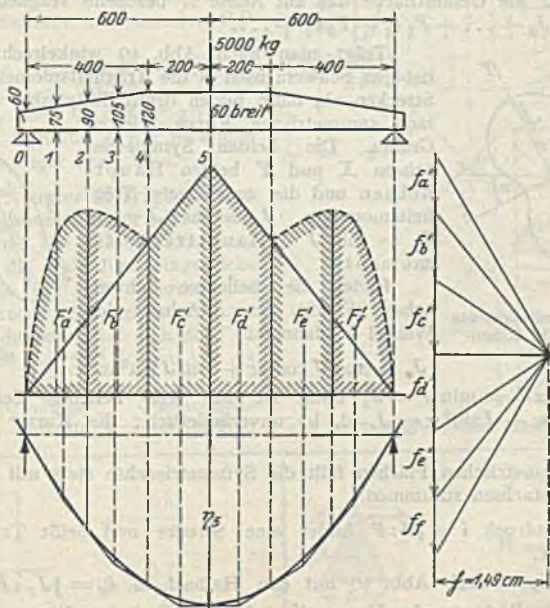


Abb. 47. Träger mit wechselnder Höhe.

Ein prismatischer Stab von 12 cm Höhe und 6 cm Breite liefert einen Biegepfel

$$f = \frac{5000}{2150000 \cdot 864} \frac{120^3}{48} = 0,097 \text{ cm,}$$

d. i. rund 88% von 0,11 cm.

## Trägheitsmomente und Widerstandsmomente ebener Flächen.

(214) Sätze über Flächenträgheitsmomente. Das äquatoriale Trägheitsmoment einer Fläche, bezogen auf eine in der Fläche liegende Schwerachse  $S$  ist nach Abb. 48  $J_s = \sum y^2 \Delta F = \sum y^2 z \Delta y$  oder  $J_s = \int y^2 dF = \int y^2 z dy$ .

Nach Abb. 48 ist für eine beliebige Achse  $A$  im Abstände  $e$  von Schwerachse  $S$  das axiale Trägheitsmoment

$$J_a = \sum (y + e)^2 \Delta F = \sum (y^2 + 2ye + e^2) \Delta F \\ = \sum y^2 \Delta F + 2e \sum y \Delta F + e^2 \sum \Delta F = J_s + e^2 F;$$

Steinerscher Satz. Denn der zweite Ausdruck bildet das auf Schwerachse bezogene statische Moment von  $F$  und verschwindet.

Bezeichnet

$F_1 F_2 \dots$  die Teilflächen einer Gesamtfläche,

$e_1 e_2 \dots$  deren Schwerpunktabstände von einer gemeinsamen Schwerachse  $S$ ,

$J_1 J_2 \dots$  die äquatorialen Trägheitsmomente der Teilflächen bezogen auf deren Schwerachsen parallel zu  $S$ ,

dann ist für die Gesamtfläche das auf Achse  $A$  bezogene Trägheitsmoment  $J_a = J_1 + J_2 + \dots + F_1 e_1^2 + F_2 e_2^2 + \dots$

Trägt man nach Abb. 49 winkelrecht zu beliebigen Schwerachsen  $S$  die Trägheitsmomente  $J_s$  als Strecken ab, dann bilden deren Endpunkte eine zweifach symmetrische Kurve vierten Grades. Die beiden Symmetrieachsen  $X$  und  $Y$  heißen Hauptachsen und die zugehörigen Trägheitsmomente  $J_x = \max J$  und  $J_y = \min J$  Hauptträgheitsmomente.

Bildet die beliebige Schwerachse  $S$  mit der  $X$ -Achse den Winkel  $\alpha$ , dann ist

$$J_s = \max J \cos^2 \alpha + \min J \sin^2 \alpha.$$

Ist  $\max J = \min J = J$ , dann ist für jede beliebige Schwerachse  $J_s = J \cos^2 \alpha + J \sin^2 \alpha = J$ , d. h. unveränderlich; die Kurve ist dann ein Kreis.

Bei symmetrischen Flächen fällt die Symmetrieachse stets mit einer der beiden Hauptachsen zusammen.

Der Ausdruck  $i = \sqrt{J:F}$  bildet eine Strecke und heißt Trägheitshalbmesser.

Die Ellipse nach Abb. 50 mit den Halbachsen  $i_x = \sqrt{J_x:F}$  und  $i_y = \sqrt{J_y:F}$  in Richtung der Hauptachsen heißt Trägheitsellipse. Für eine Achse  $S$  ist  $J_s = F i_s^2$ .



Abb. 48. Trägheitsmomente.

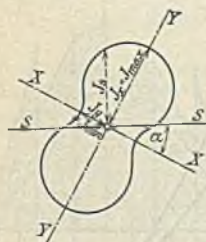


Abb. 49. Trägheitsmomente für wechselnde Achsenrichtungen.



Abb. 50. Trägheitsellipse.



Der Ausdruck  $C = \sum xy \Delta F$  oder  $C = \int xy dF$  nach Abb. 51 heißt Flächenträgheitsmoment. Für die Hauptachsen ist  $C = 0$ .

Bezeichnet in Abb. 51  $O$  einen beliebigen Punkt, der auch mit Schwerpunkt zusammenfallen kann, dann ist  $J' = \sum \rho^2 \Delta F$  oder  $J' = \int \rho^2 dF$  das auf  $O$  bezogene polare Flächenträgheitsmoment. Es ist auch  $J' = \sum (x^2 + y^2) \Delta F = \sum x^2 \Delta F + \sum y^2 \Delta F = J_x + J_y$ .

(215) Zeichnerische Bestimmung von  $J$  nach Mohr, Abb. 52. Man zerlegt den Querschnitt  $F$  in schmale Streifen  $\Delta F$ , zeichnet hierzu das Seileck mit Polabstand  $= \frac{F}{2}$

derart, daß die Endstrahlen je  $45^\circ$  Neigung haben; damit folgt zunächst die Schwerlinie  $S$ . Verlängert man die zu Element  $\Delta F$  gehörenden Seilstrahlen bis zur Lotrechten  $E$  im Abstände  $e$  von  $S$ , dann sind die beiden schraffierten schmalen Dreiecke einander ähnlich, daher  $\Delta h : x = \Delta F : \frac{F}{2}$

und  $\Delta h = \frac{2x\Delta F}{F}$  und Fläche  $\Delta \Phi = \frac{1}{2} \Delta h \cdot x = \frac{\Delta F \cdot x}{F}$ ; die von  $AB -$  Seil-

linie  $- CDEA$  eingeschlossene Fläche ist  $\Phi = \sum \Delta \Phi = \frac{1}{F} \sum \Delta F \cdot x = \frac{J_e}{F}$

oder  $J_e = F \Phi$ , d. i. das auf Achse  $AE$  bezogene  $J$  des Querschnitts.

Ferner ist für die Schwerachse  $J_s = J_e - F e^2 = F \Phi - F \Phi_e$ , worin  $\Phi_e = e^2 =$  Fläche  $ADE$ , oder  $J_s = F \Phi_s$ , worin  $\Phi_s = \Phi - \Phi_e =$  Fläche zwischen Seillinie und Geraden  $BD$  und  $DC$ .

Ist die Figur im Maßstabe  $1 : a$  gezeichnet, dann ist die gemessene Fläche  $\Phi_s$  oder  $\Phi$  mit  $a^2$  zu multiplizieren, während  $F$  die wirkliche Fläche der Figur bezeichnet.

(216) Äquatoriale Trägheits- und Widerstandsmomente der wichtigsten Querschnitte. Die  $J$  und  $W$  sind stets auf die in die Abbildung eingezeichnete Achse bezogen. Werden die Querschnittsabmessungen in cm ausgedrückt, dann ergeben sich die  $J$  in  $\text{cm}^4$  und die  $W$  in  $\text{cm}^3$ . Hierzu Abb. 53 bis 74.

Unregelmäßige Querschnitte werden in schmale Streifen parallel

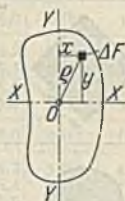


Abb. 51. Zentrifugalmoment und polares Trägheitsmoment.

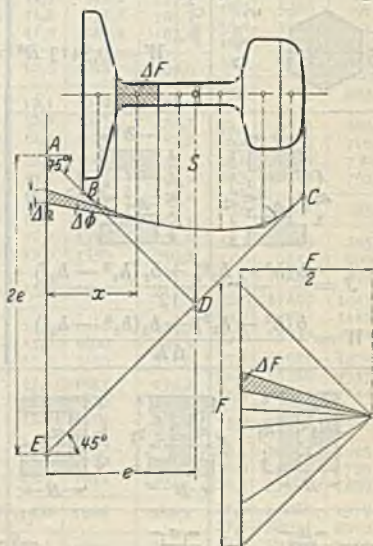


Abb. 52. Trägheitsmoment durch Zeichnung.



$$J = \frac{bh^3}{12}$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$






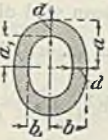



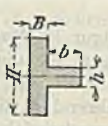
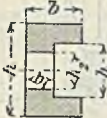


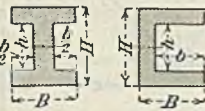
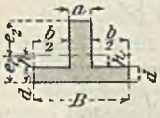
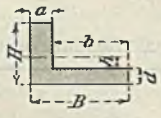
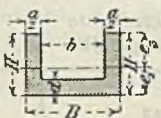
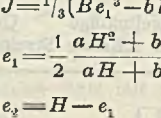
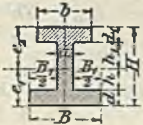


$$J = \frac{bh^3}{36}$$

$$W = \frac{bh^2}{24} \text{ für}$$

$$e = \frac{2}{3} h$$



|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
|    | $W = \frac{h^3}{6}$   |   | $J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$<br>$W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$  |
| $J = \frac{h^4}{12}$  | $W = \frac{\sqrt{2}}{12} h^3$<br>$= 0,11785 h^3$  | für geringe Wandst. $\delta$<br>u. $D_m = D - \delta$ (mittlerer Durchmesser) } $J \approx 0,4 D_m^3 \delta$<br>$W \approx 0,8 D_m^2 \delta$ |   |
|    |   |   | $J = \frac{\pi a^3 b}{4}$<br>$W = \frac{\pi a^2 b}{4}$  |
|    | $J = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05 d^4$<br>$W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$   |   | $J = \frac{\pi}{4} (a^3 b - a_1^3 b_1)$<br>$\approx \frac{\pi}{4} a^2 (a + 3b) d$<br>$W \approx \frac{\pi}{4} a (a + 3b) d$                                       |
|     | $J = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4$<br>$= 0,5413 R^4$  |  |   |
| $W = \frac{5}{8} R^3$   | $W = 0,5413 R^3$  |   | $J = \frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{36(2b + b_1)} h^3$<br>$W = \frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{12(3b + 2b_1)} h^2$<br>für $e = \frac{1}{3} \frac{3b + 2b_1}{2b + b_1} h$ |
|    | $J = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{12}$<br>$W = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{6h}$  |    | $J = \frac{BH^3 + b h^3}{12}$ $W = \frac{BH^3 + b h^3}{6H}$   |
|    |   |    |   |
|  | $J = \frac{BH^3 - b h^3}{12}$ $W = \frac{BH^3 - b h^3}{6H}$   |   |   |
|   | $J = \frac{1}{3} (B e_1^3 - b h^3 + a e_2^3)$<br>$e_1 = \frac{1}{2} \frac{a H^2 + b d^2}{a H + b d}$<br>$e_2 = H - e_1$                               |   |   |
|  |   |   |   |
|  | $J = \frac{1}{3} (B e_1^3 - B_1 h^3 + b e_2^3 - b_1 h_1^3)$<br>$e_1 = \frac{1}{2} \frac{a H^2 + B_1 d^2 + b_1 d_1 (2H - d_1)}{a H + B_1 d + b_1 d_1}$ |  |   |

## (217) Trägheits- und Widerstandsmomente der Kreisquerschnitte.

| $d$ | $J = \frac{\pi d^4}{64}$ | $W = \frac{\pi d^3}{32}$ | $d$  | $J = \frac{\pi d^4}{64}$ | $W = \frac{\pi d^3}{32}$ | $d$  | $J = \frac{\pi d^4}{64}$ | $W = \frac{\pi d^3}{32}$ | $d$  | $J = \frac{\pi d^4}{64}$ | $W = \frac{\pi d^3}{32}$ |
|-----|--------------------------|--------------------------|------|--------------------------|--------------------------|------|--------------------------|--------------------------|------|--------------------------|--------------------------|
| cm  | cm <sup>4</sup>          | cm <sup>3</sup>          | cm   | cm <sup>4</sup>          | cm <sup>3</sup>          | cm   | cm <sup>4</sup>          | cm <sup>3</sup>          | cm   | cm <sup>4</sup>          | cm <sup>3</sup>          |
|     |                          |                          | 5,0  | 30,68                    | 12,27                    | 10,0 | 490,9                    | 98,17                    | 15,0 | 2485                     | 331,3                    |
| 0,1 | 0,0000049                | 0,000098                 | 5,1  | 33,21                    | 13,02                    | 10,1 | 510,8                    | 101,2                    | 15,2 | 2552                     | 335,8                    |
| 0,2 | 0,0000785                | 0,000785                 | 5,2  | 35,89                    | 13,80                    | 10,2 | 531,3                    | 104,2                    | 15,4 | 2761                     | 358,6                    |
| 0,3 | 0,0003976                | 0,002651                 | 5,3  | 38,73                    | 14,62                    | 10,3 | 552,5                    | 107,3                    | 15,6 | 2907                     | 372,7                    |
| 0,4 | 0,001257                 | 0,006283                 | 5,4  | 41,74                    | 15,46                    | 10,4 | 574,3                    | 110,4                    | 15,8 | 3059                     | 387,2                    |
| 0,5 | 0,003068                 | 0,01227                  | 5,5  | 44,92                    | 16,33                    | 10,5 | 596,7                    | 113,7                    | 16,0 | 3217                     | 402,1                    |
| 0,6 | 0,006362                 | 0,02121                  | 5,6  | 48,28                    | 17,24                    | 10,6 | 619,7                    | 116,9                    |      |                          |                          |
| 0,7 | 0,01179                  | 0,03367                  | 5,7  | 51,82                    | 18,18                    | 10,7 | 643,4                    | 120,3                    | 16,2 | 3381                     | 417,4                    |
| 0,8 | 0,02011                  | 0,05027                  | 5,8  | 55,55                    | 19,16                    | 10,8 | 667,8                    | 123,7                    | 16,4 | 3551                     | 433,0                    |
| 0,9 | 0,03221                  | 0,07157                  | 5,9  | 59,48                    | 20,16                    | 10,9 | 692,9                    | 127,1                    | 16,6 | 3727                     | 449,1                    |
|     |                          |                          |      |                          |                          |      |                          |                          | 16,8 | 3910                     | 465,5                    |
| 1,0 | 0,04909                  | 0,09817                  | 6,0  | 63,62                    | 21,21                    | 11,0 | 718,7                    | 130,7                    | 17,0 | 4100                     | 482,3                    |
| 1,1 | 0,07187                  | 0,1307                   | 6,1  | 67,97                    | 22,28                    | 11,1 | 745,2                    | 134,3                    | 17,2 | 4296                     | 499,6                    |
| 1,2 | 0,1018                   | 0,1696                   | 6,2  | 72,53                    | 23,40                    | 11,2 | 772,4                    | 137,9                    | 17,4 | 4500                     | 517,2                    |
| 1,3 | 0,1402                   | 0,2157                   | 6,3  | 77,33                    | 24,55                    | 11,3 | 800,4                    | 141,7                    | 17,6 | 4710                     | 535,2                    |
| 1,4 | 0,1886                   | 0,2694                   | 6,4  | 82,36                    | 25,74                    | 11,4 | 829,1                    | 145,5                    | 17,8 | 4928                     | 553,7                    |
| 1,5 | 0,2485                   | 0,3313                   | 6,5  | 87,62                    | 26,99                    | 11,5 | 858,5                    | 149,3                    |      |                          |                          |
| 1,6 | 0,3217                   | 0,4021                   | 6,6  | 93,14                    | 28,23                    | 11,6 | 888,8                    | 153,2                    | 18,0 | 5153                     | 572,6                    |
| 1,7 | 0,4100                   | 0,4823                   | 6,7  | 98,92                    | 29,53                    | 11,7 | 919,8                    | 157,2                    | 18,2 | 5386                     | 591,9                    |
| 1,8 | 0,5153                   | 0,5726                   | 6,8  | 105,0                    | 30,87                    | 11,8 | 951,7                    | 161,3                    | 18,4 | 5627                     | 611,6                    |
| 1,9 | 0,6397                   | 0,6734                   | 6,9  | 111,3                    | 32,25                    | 11,9 | 984,4                    | 165,4                    | 18,6 | 5875                     | 631,7                    |
|     |                          |                          |      |                          |                          |      |                          |                          | 18,8 | 6132                     | 652,3                    |
| 2,0 | 0,7854                   | 0,7854                   | 7,0  | 117,9                    | 33,67                    | 12,0 | 1018                     | 169,6                    | 19,0 | 6397                     | 673,4                    |
| 2,1 | 0,9547                   | 0,9092                   | 7,1  | 124,7                    | 35,14                    | 12,1 | 1052                     | 173,9                    | 19,2 | 6671                     | 694,9                    |
| 2,2 | 1,150                    | 1,045                    | 7,2  | 131,9                    | 36,64                    | 12,2 | 1087                     | 178,3                    | 19,4 | 6953                     | 716,8                    |
| 2,3 | 1,374                    | 1,194                    | 7,3  | 139,4                    | 38,19                    | 12,3 | 1124                     | 182,7                    | 19,6 | 7244                     | 739,2                    |
| 2,4 | 1,629                    | 1,357                    | 7,4  | 147,2                    | 39,78                    | 12,4 | 1161                     | 187,2                    | 19,8 | 7544                     | 762,1                    |
| 2,5 | 1,917                    | 1,534                    | 7,5  | 155,3                    | 41,42                    | 12,5 | 1198                     | 191,7                    |      |                          |                          |
| 2,6 | 2,243                    | 1,726                    | 7,6  | 163,8                    | 43,10                    | 12,6 | 1237                     | 196,4                    | 20,0 | 7854                     | 785,4                    |
| 2,7 | 2,609                    | 1,932                    | 7,7  | 172,6                    | 44,82                    | 12,7 | 1277                     | 201,1                    | 20,5 | 8669                     | 845,8                    |
| 2,8 | 3,017                    | 2,155                    | 7,8  | 181,7                    | 46,59                    | 12,8 | 1318                     | 205,9                    | 21,0 | 9547                     | 909,2                    |
| 2,9 | 3,472                    | 2,394                    | 7,9  | 191,2                    | 48,40                    | 12,9 | 1359                     | 210,8                    | 21,5 | 10489                    | 975,7                    |
| 3,0 | 3,976                    | 2,651                    | 8,0  | 201,1                    | 50,27                    | 13,0 | 1402                     | 215,7                    | 22,0 | 11499                    | 1045                     |
|     |                          |                          |      |                          |                          |      |                          |                          | 22,5 | 12581                    | 1118                     |
| 3,1 | 4,533                    | 2,925                    | 8,1  | 211,3                    | 52,17                    | 13,1 | 1446                     | 220,7                    | 23,0 | 13737                    | 1194                     |
| 3,2 | 5,147                    | 3,217                    | 8,2  | 221,9                    | 54,13                    | 13,2 | 1490                     | 225,8                    | 23,5 | 14971                    | 1274                     |
| 3,3 | 5,821                    | 3,528                    | 8,3  | 233,0                    | 56,14                    | 13,3 | 1536                     | 231,0                    | 24,0 | 16286                    | 1357                     |
| 3,4 | 6,560                    | 3,859                    | 8,4  | 244,4                    | 58,19                    | 13,4 | 1583                     | 236,2                    | 24,5 | 17686                    | 1444                     |
| 3,5 | 7,366                    | 4,209                    | 8,5  | 256,2                    | 60,29                    | 13,5 | 1630                     | 241,5                    |      |                          |                          |
| 3,6 | 8,245                    | 4,580                    | 8,6  | 268,5                    | 62,45                    | 13,6 | 1679                     | 247,0                    | 25,0 | 19175                    | 1534                     |
| 3,7 | 9,200                    | 4,973                    | 8,7  | 281,2                    | 64,65                    | 13,7 | 1729                     | 252,4                    | 25,5 | 20755                    | 1628                     |
| 3,8 | 10,24                    | 5,387                    | 8,8  | 294,4                    | 66,90                    | 13,8 | 1780                     | 258,0                    | 26,0 | 22432                    | 1726                     |
| 3,9 | 11,36                    | 5,824                    | 8,9  | 308,0                    | 69,21                    | 13,9 | 1832                     | 263,7                    | 26,5 | 22381                    | 1689                     |
| 4,0 | 12,57                    | 6,283                    | 9,0  | 322,1                    | 71,57                    | 14,0 | 1886                     | 269,4                    | 27,0 | 26087                    | 1932                     |
|     |                          |                          |      |                          |                          |      |                          |                          | 27,5 | 28074                    | 2042                     |
| 4,1 | 13,87                    | 6,766                    | 9,1  | 336,6                    | 73,98                    | 14,1 | 1940                     | 275,2                    | 28,0 | 30172                    | 2155                     |
| 4,2 | 15,27                    | 7,274                    | 9,2  | 351,7                    | 76,45                    | 14,2 | 1996                     | 281,1                    | 28,5 | 32385                    | 2273                     |
| 4,3 | 16,78                    | 7,806                    | 9,3  | 367,2                    | 78,97                    | 14,3 | 2053                     | 287,1                    | 29,0 | 34719                    | 2394                     |
| 4,4 | 18,40                    | 8,363                    | 9,4  | 383,2                    | 81,54                    | 14,4 | 2111                     | 293,1                    | 29,5 | 37176                    | 2520                     |
| 4,5 | 20,13                    | 8,946                    | 9,5  | 399,8                    | 84,17                    | 14,5 | 2170                     | 299,3                    |      |                          |                          |
| 4,6 | 21,98                    | 9,556                    | 9,6  | 416,9                    | 86,86                    | 14,6 | 2230                     | 305,5                    | 30,0 | 39761                    | 2651                     |
| 4,7 | 23,95                    | 10,19                    | 9,7  | 434,6                    | 89,60                    | 14,7 | 2292                     | 311,9                    | 31,0 | 45333                    | 2925                     |
| 4,8 | 26,06                    | 10,86                    | 9,8  | 452,8                    | 92,40                    | 14,8 | 2355                     | 318,3                    | 32,0 | 51472                    | 3217                     |
| 4,9 | 28,30                    | 11,55                    | 9,9  | 471,5                    | 95,26                    | 14,9 | 2419                     | 324,8                    | 33,0 | 58214                    | 3528                     |
|     |                          |                          |      |                          |                          |      |                          |                          | 34,0 | 65597                    | 3859                     |
| 5,0 | 30,68                    | 12,27                    | 10,0 | 490,9                    | 98,17                    | 15,0 | 2485                     | 331,3                    | 35,0 | 73662                    | 4200                     |



zur Achse, für die das Trägheitsmoment bestimmt werden soll, zerlegt. Sind  $f_1, f_2 \dots$  die Flächeninhalte der einzelnen Streifen und  $y_1, y_2 \dots$  ihre Abstände von der Achse, dann ist  $J \approx f_1 y_1^2 + f_2 y_2^2 + \dots$  (Summierung zweckmäßig tabellarisch durchzuführen).

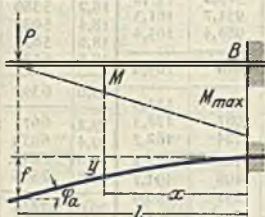
Für die deutschen Normalprofile für Walzeisen s. Tafeln in Abschnitt Stahlbau, die auch die Hauptachsenrichtungen der unsymmetrischen Walzeisenprofile enthalten.

### Momentenlinie und elastische Linie für die wichtigsten Belastungsfälle.

(218) Bezeichnungen: Lasten  $P$  und Auflagerdrücke in kg; Streckenlasten  $q$  in kg/cm;  $J$  in  $\text{cm}^4$ ;  $\frac{1}{\alpha} = E$  in  $\text{kg/cm}^2$ ; Momente  $M$  in  $\text{cmkg}$ ; die Ordinaten  $y$  der elastischen Linie und die Biegungspfeile  $f$  in cm.

In diesen  $y$  und  $f$  ist der Einfluß der Querkräfte nicht enthalten. Diese vergrößern diese Werte bis zu 15%, und zwar um so mehr, je kleiner die Stablänge im Verhältnis zur Stabhöhe ist. In gewöhnlichen Fällen zu vernachlässigen.

(219) Statisch bestimmte Fälle. Hierzu Abb. 75 bis 86. Die Auflagerdrücke,  $M$ -Linien und  $\max M$  gelten für beliebigen  $J$ -Verlauf, die Gleichung der elastischen Linie und die Biegungspfeile aber nur für  $J = \text{konstant}$ , also für prismatische Stäbe.



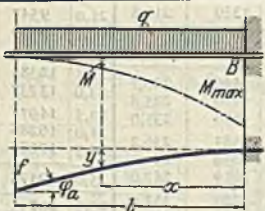
$$B = P$$

$$M = -P(l-x); \quad \max M = -Pl$$

$$y = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{J} Pl^3 \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^3 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{l} \right) \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{3}$$

$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{2} = \frac{3f}{2l}$$

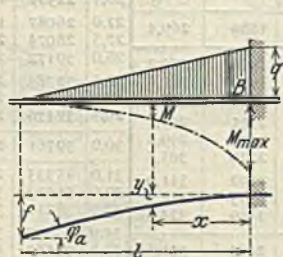


Gesamtlast  $P = ql, \quad B = P$

$$M = -\frac{Pl}{2} \left[ 1 - \frac{x}{l} \right]^2; \quad \max M = -P \frac{l}{2}$$

$$y = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{8} \left[ 2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{4}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{8} \quad \varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{6} = \frac{4f}{3l}$$



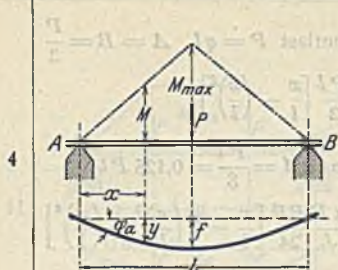
Gesamtlast  $P = \frac{ql}{2}, \quad B = Q$

$$M = -\frac{Pl}{3} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)^3; \quad \max M = -\frac{Pl}{3}$$

$$y = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{6} \left[ \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \left( \frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^4 - \frac{1}{10} \left( \frac{x}{l} \right)^5 \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{15} \quad \varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{12} = \frac{5f}{4l}$$





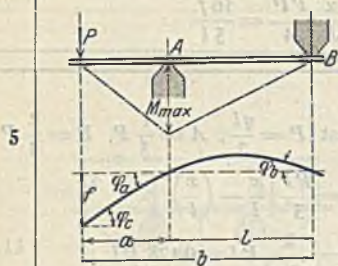
$$A = B = \frac{P}{2}$$

$$M = \frac{Px}{2}; \quad \max M = \frac{Pl}{4}$$

$$y = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{16} \left[ \left( \frac{x}{l} \right) - \frac{4}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{48}$$

$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{16} = \frac{3f}{l}$$



$$A = P \frac{b}{l}; \quad B = P \frac{a}{l}$$

$$\max M = -Pa$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pa^2b}{3}$$

$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pal}{3} \quad \varphi_b = \frac{\alpha}{J} \frac{Pal}{6}$$

$$\varphi_c = \frac{\alpha}{J} \frac{Pa(2l+3a)}{6}$$

$$A = P \frac{b}{l}; \quad B = P \frac{a}{l}$$

$$M_a = P \frac{b}{l} x_a; \quad M_b = P \frac{a}{l} x_b; \quad \max M = P \frac{ab}{l}$$

$$y_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{6} \frac{b}{l} \frac{x_a}{l} \left[ 1 - \left( \frac{b}{l} \right)^2 - \left( \frac{x_a}{l} \right)^2 \right]$$

$$y_b = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{6} \frac{a}{l} \frac{x_b}{l} \left[ 1 - \left( \frac{a}{l} \right)^2 - \left( \frac{x_b}{l} \right)^2 \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^3}{3} \left( \frac{a}{l} \right)^2 \left( \frac{b}{l} \right)^2 = \frac{\alpha}{J} \frac{a^2 b^2}{3l}$$

$$\max f \text{ für } e = b \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2a}{3b} - \frac{l}{2}}$$

wenn  $b > a$ .

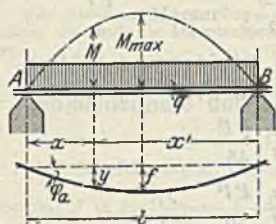
$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{6} \frac{ab}{ll} \left( 1 + \frac{b}{l} \right) = f \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \right)$$

$$\varphi_b = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{6} \frac{ab}{ll} \left( 1 + \frac{a}{l} \right) = f \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{2a} \right)$$

$$\varphi_c = \frac{\alpha}{J} \frac{Pl^2}{3} \frac{ab}{ll} \left( \frac{b}{l} - \frac{a}{l} \right)$$



7



$$\text{Gesamtlast } P = ql, \quad A = B = \frac{P}{2}$$

$$M = \frac{Pl}{2} \left[ \frac{x}{l} - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right],$$

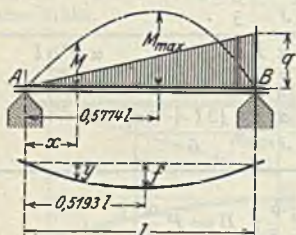
$$\max M = \frac{Pl}{8} = 0,125 Pl$$

$$y = \frac{\alpha R Pl^3}{J 24} \left[ \frac{x}{l} - 2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 + \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right]$$

$$f = \frac{\alpha P 5 l^3}{J 384} = 0,01302 \frac{Pl^3}{EJ}$$

$$\varphi_a = \frac{\alpha Pl^2}{J 24} = \frac{16 f}{5 l}$$

8



$$\text{Gesamtlast } P = \frac{ql}{2}, \quad A = \frac{1}{3} P, \quad B = \frac{2}{3} P$$

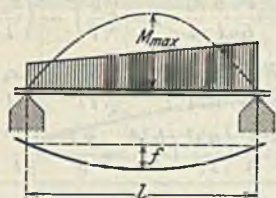
$$M = \frac{Pl}{3} \left[ \frac{x}{l} - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$$

$$\max M = \frac{2}{9 \cdot 3} Pl = 0,128 Pl$$

$$y = \frac{\alpha Pl^3}{J 180} \left[ 7 \frac{x}{l} - 10 \left( \frac{x}{l} \right)^3 + 3 \left( \frac{x}{l} \right)^6 \right]$$

$$f = \frac{\alpha}{J} P \cdot 0,01304 l^3$$

9

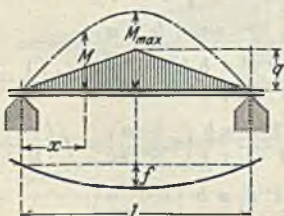


Trapezlast =  $P$   
 $\max M$  liegt zwischen  
 $0,125 Pl$  und  $0,128 Pl$ ,  
 $f$  liegt zwischen

$$\frac{\alpha}{J} P \cdot 0,01302 l^3 \quad \text{und} \quad \frac{\alpha}{J} P \cdot 0,01304 l^3,$$

je nachdem mehr dem Fall 7 oder 8 sich  
 nähernd.

10



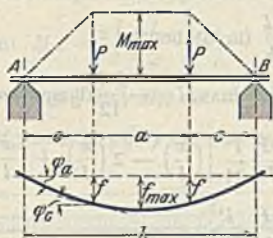
$$\text{Gesamtlast } P = \frac{ql}{2}, \quad A = B = \frac{P}{2}$$

$$M = Px \left[ \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$$

$$\max M = \frac{Pl}{6}$$

$$f = \frac{\alpha Pl^3}{J 60}$$

11



$$A = B = P$$

$$\max M = P c$$

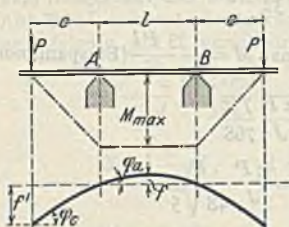
$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{P c^2}{3} \left( c + \frac{3}{2} a \right)$$

$$\max f = \frac{\alpha}{J} \frac{P c}{24} (3a^2 + 8c^2 + 12ac)$$

$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{P c}{2} (a + c)$$

$$\varphi_c = \frac{\alpha}{J} \frac{P a c}{2}$$

12



$$A = B = P$$

$$\max M = P c$$

$$f = \frac{\alpha}{J} \frac{P c l^2}{8}$$

$$f' = \frac{\alpha}{J} \frac{P c^2}{3} \left( c + \frac{3}{2} l \right)$$

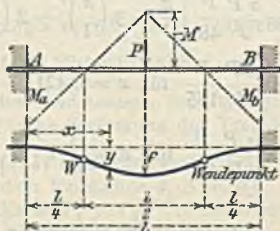
$$\varphi_a = \frac{\alpha}{J} \frac{P c l}{2}$$

$$\varphi_c = \frac{\alpha}{J} \frac{P c}{2} (l + c)$$

(220) Statisch unbestimmte Fälle. Hierzu Abb. 87 bis 90. Sämtliche Angaben gelten nur für  $J = \text{konstant}$ .

Anm. Diese Fälle setzen vollständige Einspannung voraus, die bei eingemauerten Trägern mangelhaft erfüllt ist, weshalb dann besser nach Fall 4 bzw. 6 gerechnet wird.

13



$$A = B = \frac{P}{2}$$

$$M = \frac{P l}{8} \text{ (Mittelmoment)}$$

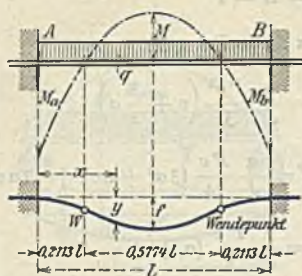
$$M_a = M_b = -\frac{P l}{8} \text{ (Einspannmoment)}$$

$$y = \frac{\alpha P}{J} \frac{l^3}{16} \left[ \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{4}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

$$f = \frac{\alpha P}{J} \frac{l^3}{192}$$



14



$$\text{Gesamtlast } P = ql, \quad A = B = \frac{P}{2}$$

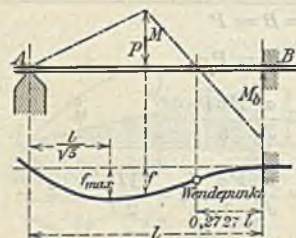
$$M = \frac{Pl}{24} \quad (\text{in Stabmitte})$$

$$M_a = M_b = \max M = -\frac{Pl}{12} \quad (\text{Einspannmomente})$$

$$y = \frac{\alpha P l^3}{J 24} \left[ \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$$

$$f = \frac{\alpha P l^3}{J 384}$$

15



$$A = \frac{5}{16} P; \quad B = \frac{11}{16} P$$

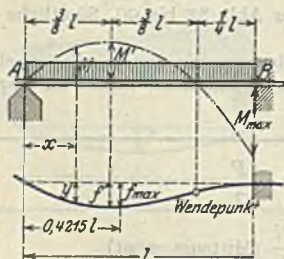
$$M = \frac{5Pl}{32} \quad (\text{in Stabmitte})$$

$$M_b = \max M = -\frac{3Pl}{16} \quad (\text{Einspannmomente})$$

$$f = \frac{\alpha P 7l^3}{J 768}$$

$$\max f = \frac{\alpha P l^3}{J 48 \sqrt{5}}$$

16



$$\text{Gesamtlast } P = ql, \quad A = \frac{3}{8} P, \quad B = \frac{5}{8} P$$

$$M = \frac{Px}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right)$$

$$\max M = -\frac{Pl}{8} \quad (\text{Einspannmoment})$$

$$M' = \frac{9}{128} Pl \quad \text{für } x = \frac{3}{8} l$$

$$y = \frac{\alpha P l^3}{J 48} \left[ \frac{x}{l} - 3 \left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2 \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$$

$$\max f = \frac{\alpha P l^3}{J 185} \quad \text{für } x = 0,4215 l$$

$$f' = \frac{\alpha P l^3}{J 187} \quad \text{für } x = \frac{3}{8} l$$

Treten zwei oder mehrere der genannten Belastungsfälle gleichzeitig auf, dann addieren sich die Auflagerdrücke, Biegemomente und Ordinaten der elastischen Linie für die einzelnen Belastungsfälle algebraisch.

## Verschiedene Biegefälle.

(221) Träger mit Kragarmen, Abb. 91. Stützmoment  $M_s = -\frac{q a^2}{2}$ , Mittelmoment  $M_m = \frac{q l}{2} \left( \frac{l}{2} - a \right) - \frac{q l^2}{8}$ . Kleinstes Profil, wenn gleiche Absolutwerte von  $M_m$  und  $M_s$ , also  $\frac{q l^2}{2} \left( \frac{l}{2} - a \right) - \frac{q l^2}{8} = \frac{q a^2}{2}$ , liefert  $a = 0,207 l$  und  $M_m = 0,0215 q l^2$ ,  $M_s = -0,0215 q l^2$ .

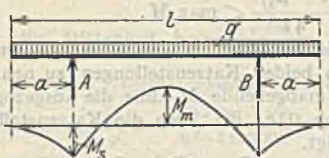


Abb. 91. Träger mit Kragarmen.

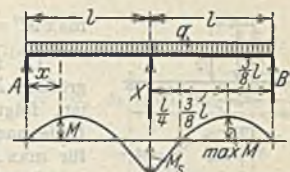


Abb. 92. Träger auf drei Stützen.

(222) Träger auf drei Stützen mit Gleichstreckenlast. Zwei gleiche Felder nach Abb. 92,  $J = \text{konst.}$  Stützdruck  $X$  folgt aus Bedingung, daß Mittendurchbiegung infolge  $q$  und  $X$  verschwindet; somit

$$f = \frac{\alpha q (2l)^4 5}{J 384} - \frac{\alpha X (2l)^3}{J 48} = 0, \quad \text{woraus}$$

$$X = \frac{5}{4} q l, \quad A = B = \frac{1}{2} \left( q l - \frac{5}{8} q l \right) = \frac{3}{8} q l.$$

An Stabstelle  $x$  ist  $Q = A - q x = q \left( \frac{3}{8} l - x \right)$ , und Feldmoment

$$M = A x - \frac{q x^2}{2} = \frac{q}{2} \left( \frac{3}{4} l x - x^2 \right).$$

Lage von  $\max M$  folgt aus  $Q = 0$  zu  $x = \frac{3}{8} l$ , damit

$$\max M = \frac{9}{128} q l^2 \cdot x = \frac{3}{4} l \text{ liefert } M = 0.$$

$x = l$  liefert Stützmoment  $M_s = \frac{q}{2} \left( \frac{3}{4} l^2 - l^2 \right) = \frac{1}{8} q l^2$ , also größer als obiges  $\max M$ , daher maßgebend.

Liegt Mittelstütze um  $f = 0,0131 \frac{\alpha}{J} q l^4$  tiefer, dann ergibt sich  $X = 1,1716 q l$ , größtes Feldmoment  $= 0,0858 q l^2$  und Stützmoment  $= -0,0858 q l^2$ . Somit 1,457fache Steigerung der Tragfähigkeit.

(223) Laufkranträger, darauf rollende Katze mit den Raddrücken  $P_1$  und  $P_2$  und dem Radstande  $a$ , Abb. 93.

Es sei  $P_1 > P_2$ . Die Resultierende aus  $P_1$  und  $P_2$  ist  $R = P_1 + P_2$  und hat von  $P_1$  bzw.  $P_2$  die Abstände  $a_1 = P_2 a : R$  bzw.  $a_2 = P_1 a : R$ .

Eine beliebige Trägerstelle erhält das größte  $M$ , wenn eines der beiden Räder darüber liegt.

Liegt Rad 1 darüber, dann ist nach Abb. 93 a  $A = R \frac{l-x-a_1}{l} = R \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{a_1}{l}\right)$  und unter Rad 1  $M = Ax = R \left(x - \frac{x^2}{l} - \frac{a_1 x}{l}\right)$ , das liefert Parabel. Für  $x = \frac{l-a_1}{2}$  ist  $\max M = R \frac{(l-a_1)^2}{4l}$ .

Liegt Rad 2 über der Trägerstelle, dann liefert eine gleiche Rechnung  $M = R \left(y - \frac{y^2}{l} - \frac{a_2 y}{l}\right)$ , d. i. Parabel, Abb. 93 b. Für  $y = \frac{l-a_2}{2}$  ist  $\max M' = R \frac{(l-a_2)^2}{4l} < \max M$ .

Da für die einzelnen Trägerstellen das jeweils größere  $M$  aus beiden Katzenstellungen zu nehmen ist, folgt als maßgebende  $M$ -Linie die ausgezogene Linie nach Abb. 93 c, die auch die Katzenstellung für  $\max M$  zeigt.

Sonderfall:  $P_1 = P_2 = P, R = 2P, a_1 = a_2 = a : 2$ . Maßgebende  $M$ -Linie nach Abb. 94 mit  $\max M = \frac{P}{2l} \left(l - \frac{a}{2}\right)^2$  im Abstände  $\frac{l}{2} - \frac{a}{4}$  von  $A$ ; das

obere Stück der  $M$ -Linie wird der Einfachheit wegen waagrecht durchgezogen. Die Abb. zeigt auch die bekannte Parabelkonstruktion.

Anwendung auf Laufkrane s. Abschn. Hebezeuge.

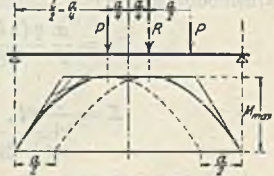


Abb. 94. Laufkranträger.

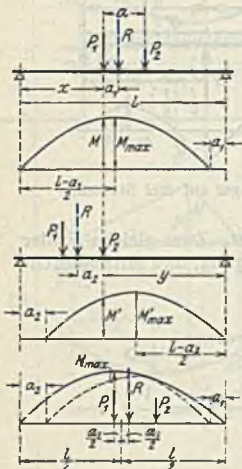


Abb. 93 a-c. Laufkranträger.

(224) Träger mit beliebigen Wanderlasten. Bestehen diese aus mehreren Raddrücken von unveränderlichen gegenseitigen Abständen (z. B. Raddrücke eines Eisenbahnzuges), dann das Seileckverfahren zweckmäßig.

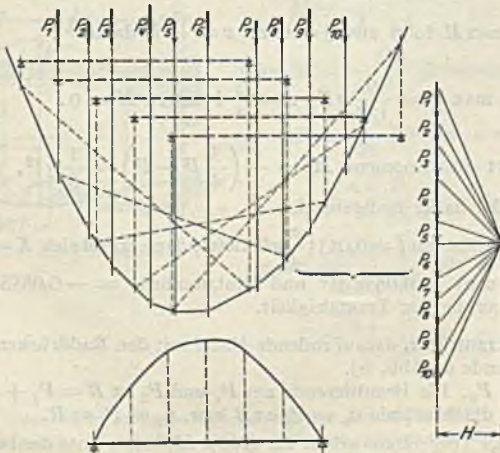


Abb. 95 u. 96. M-Linie für beliebige Wanderlasten.



Man zeichnet nach Abb. 95 den Träger in mehreren Lagen in das Seileck der Raddrücke; für jede Trägerstelle liefert dann die jeweils größte Seileckhöhe, multipliziert mit  $H$ , das maßgebende Moment, das die  $M$ -Linie nach Abb. 96 ergibt. Diese ist stets angenähert eine Parabel.

(225) **Walzträgerprofil bei gegebener Durchbiegung.** Im Hochbau soll Durchbiegung einen bestimmten Bruchteil der Stützweite nicht überschreiten; meist ist  $f \leq \frac{l}{500}$  verlangt.

Soll  $f = l : \xi$  und gleichzeitig  $\max M : W = k_b$  sein, dann folgt die erforderliche Trägerhöhe

$$\text{für Mittenlast } h = \alpha \frac{l \xi k_b}{6}, \quad \text{für Gleichstreckenlast } h = \alpha \frac{l \xi k_b}{4,8}.$$

Beispiel. Gleichstreckenlast  $l = 700 \text{ cm}$ ,  $\xi = 500$ ,  $k_b = 1200 \text{ kg/cm}^3$ ,  $\frac{1}{\alpha} = E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $h = \frac{700 \cdot 500 \cdot 1200}{4,8 \cdot 2100000} = 41,3 \text{ cm}$ ,

### Statisch unbestimmte Fälle<sup>1)</sup>.

(226) Statische Unbestimmtheit liegt vor, wenn die statischen Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung von Auflagerkräften, Biegemomenten usw. nicht ausreichen, sondern wenn hierzu das elastische Verhalten des vorliegenden Trägers oder Stabwerks mit in Rechnung zu ziehen ist. Nachstehend einige Fälle.

(227) **Träger mit Einspannung und freiem Auflager** bei Gleichstreckenlast, Abb. 97. Betrachte den Träger als Freitragler und bestimme unbekannte Auflagerkraft  $X$  so, daß die Durchbiegung des Endpunktes Null wird. Somit nach (219) Fall 1 und 2

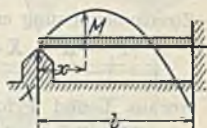


Abb. 97. Träger mit Einspannung und Freitragler.

$$f = \frac{\alpha}{J} \left[ \frac{q l^4}{8} - \frac{X l^3}{3} \right] = 0, \quad \text{woraus } X = \frac{3}{8} q l;$$

an Stelle  $x$  ist

$$M = \frac{3}{8} q l x - q \frac{x^2}{2} = \frac{q l}{2} \left( \frac{3x}{4} - \frac{x^2}{l} \right);$$

vgl. auch (220) Fall 16.

(228) **Starrer Körper an drei Zugstangen hängend**, Abb. 98. Zugstangen von verschiedenen Werkstoffen, Längen und Querschnitten in symmetrischer Anordnung.

Zug in Mittelstange =  $X$  gesetzt, Zug in Außenstangen je  $\frac{Q - X}{2}$ .

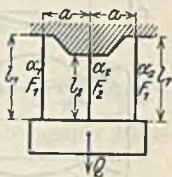


Abb. 98. Körper an drei Zugstangen.

Gleiche Verlängerung der Stangen liefert

$$\Delta l = \alpha_2 \frac{X l_2}{F_2} = \alpha_1 \frac{(Q - X) l_1}{2 F_1} \quad \text{und} \quad X = \alpha_1 \frac{Q}{2 F_1} : \left( \alpha_1 \frac{l_1}{2 F_1} + \alpha_2 \frac{l_2}{F_2} \right).$$

Probe:  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $F_1 = F_2$  und  $l_1 = l_2$  liefert  $X = Q : 3$ .

<sup>1)</sup> Vgl. R. Baumann, Anschauliche Lösungen einiger statisch unbestimmter Aufgaben. Z. 1913, S. 1911.

(229) Träger mit Gleichstreckenlast und Zugstange, Abb. 99. Zug in Stange =  $X$ . Trägerdurchbiegung durch  $q$  nach unten und Zug  $X$  nach oben gleich Verlängerung der Stange liefert

$$f = \frac{\alpha}{J} \left[ \frac{q \cdot 5 l^4}{384} - \frac{X l^3}{48} \right] = \alpha \frac{X a}{F}, \text{ woraus } X = \frac{5}{384} \frac{q l}{J} : \left( \frac{a}{F} + \frac{\alpha}{J} \frac{l}{48} \right).$$

(230) Drei Freitragler, durch Stangen verbunden, Abb. 100. Zug in Stangen =  $X$  und  $Y$ . Die Durchbiegungen  $f_1, f_2, f_3$  rühren her von Lasten  $P$  und  $Y$ ,

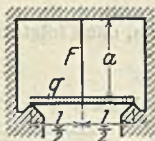


Abb. 99. Träger mit Zugstange.

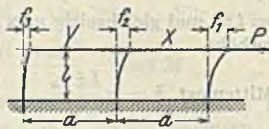


Abb. 100. Freitragler mit Stangen.

$X$  und  $Y$ . Verlängerungen der Stangen sind  $f_1 - f_2$  und  $f_2 - f_3$ . Daraus folgen die Ansätze

$$f_1 = \frac{\alpha}{J} \frac{(P - X) l^3}{3}, \quad f_2 = \frac{\alpha}{J} \frac{(X - Y) l^3}{3}, \quad f_3 = \frac{\alpha}{J} \frac{Y l^3}{3},$$

$$f_1 - f_2 = \alpha \frac{X a}{F}, \quad f_2 - f_3 = \alpha \frac{Y a}{F}.$$

Zusammenfassung ergibt

$$\frac{\alpha}{J} \frac{(P - X - X + Y) l^3}{3} = \alpha \frac{X a}{F}; \quad \frac{\alpha}{J} \frac{(X - Y - Y) l^3}{3} = \alpha \frac{Y a}{F},$$

woraus  $X$  und  $Y$  folgen.

(231) Der durchlaufende Träger. Felderzahl, Belastung und Stützweiten beliebig, Stützen gleich hoch und starr, gleiches  $J$  in allen Feldern. Man betrachtet

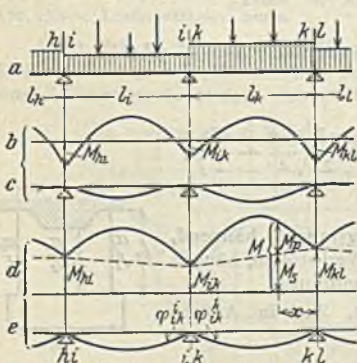


Abb. 101 a-e. Der durchlaufende Träger.

zwei benachbarte Felder  $l_i$  und  $l_k$  mit Stützen  $hi, ik, kl$ , Abb. 101 a. Den Belastungen des Feldes entsprechen wellenförmige elastische Linien nach Abb. 101 c, daher die Momente nach Abb. 101 b über den Feldmitten positiv und über den Stützen negativ zu erwarten sind; letztere werden aber im weiteren wegen bequemerer Rechnung nach Abb. 101 d positiv angesetzt, wodurch die elastische Linie nach Abb. 101 e entsteht.

An beliebiger Stelle ist  $M = M_s + M_p$ , worin  $M_s$  von den Stützmomenten und  $M_p$  von den Lasten allein herrührt. Feld  $l_k$  für sich betrachtet liefert nach (210) Neigung der elastischen Linie

$$\varphi_{ik}^k = \frac{\alpha}{J} \frac{R_k + \mathcal{R}_k}{l_k},$$

worin  $R_k$  = statisches Moment der  $M_s$ -Fläche bezogen auf rechtes Feldende = Trapezfläche · Schwerpunktsabstand, also

$$R_k = \frac{M_{lk} + M_{kl}}{2} l_k \cdot \frac{l_k}{3} \frac{2 M_{lk} + M_{kl}}{M_{lk} + M_{kl}} = \frac{l_k^3}{6} (2 M_{lk} + M_{kl})$$



und  $\mathfrak{R}_k =$  statisches Moment der  $M_p$ -Fläche bezogen auf rechtes Feldende, nur von Belastung abhängig, siehe weiter unten.

Somit ist für Feld  $l_k$  und dann für Feld  $l_i$  durch symmetrische Vertauschung

$$\varphi_{ik}^{\pm} = \frac{\alpha}{J} \frac{1}{l_k} \left[ \frac{l_k^2}{6} (2M_{ik} + M_{ki}) + \mathfrak{R}_k \right],$$

$$\varphi_{ik}^{\mp} = \frac{\alpha}{J} \frac{1}{l_i} \left[ \frac{l_i^2}{6} (2M_{ik} + M_{ki}) + \mathfrak{L}_i \right].$$

Wegen der Stetigkeit der elastischen Linie muß der Knick über den Stützen verschwinden, daher  $\varphi_{ik}^{\pm} + \varphi_{ik}^{\mp} = 0$ , woraus nach kleiner Umformung folgt

$$M_{ki} l_i + 2M_{ik} (l_i + l_k) + M_{ki} l_k + \frac{6}{l_i} \mathfrak{L}_i + \frac{6}{l_k} \mathfrak{R}_k = 0,$$

d. i. die Dreimomentengleichung nach Clapeyron; sie drückt Beziehung zwischen den drei aufeinanderfolgenden Stützmomenten aus. Für die jeweilige Aufgabe sind stets soviel Gleichungen aufstellbar, als unbekannte Stützmente vorhanden.

Drei Stützen, Abb. 102. Die negativen  $M_{01}$  und  $M_{20}$  sind durch Lasten auf Kragarmen bekannt. Es folgt

$$M_{01} l_1 + 2M_{12} (l_1 + l_2) + M_{20} l_2 + \frac{6}{l_1} \mathfrak{L}_1 + \frac{6}{l_2} \mathfrak{R}_2 = 0,$$

woraus die stets negative Unbekannte  $M_{12}$  folgt. Gesamter  $M$ -Verlauf zeichnerisch nach Abb. 102. Nach Bedarf kann  $M$ -Linie auf waagerechte Grundlinie umgezeichnet werden.

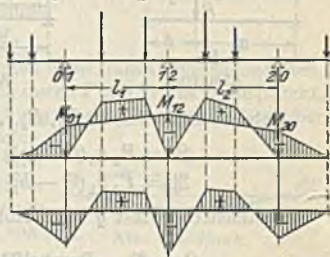


Abb. 102 u. 103. Träger auf drei Stützen.

Bei Fehlen der Kragstücke oder bei lastfreien Kragstücken verschwinden die  $M_{01}$  und  $M_{20}$ , s. Abb. 103.

Vier Stützen. Hierbei ist je eine Dreimomentengleichung für Feld  $l_1 l_2$  und  $l_2 l_3$  aufzustellen:

$$M_{01} l_1 + 2M_{12} (l_1 + l_2) + M_{23} l_2 + \frac{6}{l_1} \mathfrak{L}_1 + \frac{6}{l_2} \mathfrak{R}_2 = 0,$$

$$M_{12} l_2 + 2M_{23} (l_2 + l_3) + M_{30} l_3 + \frac{6}{l_2} \mathfrak{L}_2 + \frac{6}{l_3} \mathfrak{R}_3 = 0;$$

woraus die unbekanntenen  $M_{12}$  und  $M_{23}$  folgen.

Fünf Stützen. Die drei Gleichungen erstrecken sich über Feld  $l_1 l_2$ ,  $l_2 l_3$  und  $l_3 l_4$  und liefern die  $M_{12}$ ,  $M_{23}$  und  $M_{34}$ .

Bei  $n$  Stützen sind  $n - 2$  Gleichungen für die  $n - 2$  unbekanntenen Stützmente aufzustellen.

Gleiche  $l$  liefern die Vereinfachungen:

Drei Stützen:

$$M_{01} + 4M_{12} + M_{20} + \frac{6}{l} (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{R}_2) = 0,$$

Vier Stützen:

$$M_{01} + 4M_{12} + M_{23} + \frac{6}{l} (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{R}_2) = 0.$$

$$M_{12} + 4M_{23} + M_{30} + \frac{6}{l} (\mathfrak{L}_2 + \mathfrak{R}_3) = 0 \text{ usw.}$$



Berechnung der Werte  $\mathfrak{L}$  und  $\mathfrak{R}$ .

Einzellast  $P$  nach Abb. 104. Für linken Endpunkt ist mit den  $M$ -Flächen  $F_a$  und  $F_b$  und deren Schwerpunktsabständen  $s_a$  und  $s_b$

$$\mathfrak{L} = F_a s_a + F_b s_b = P \frac{ab}{l} \frac{a}{2} \frac{2}{3} a + P \frac{ab}{l} \frac{b}{2} \left( a + \frac{b}{3} \right)$$

oder

$$\mathfrak{L} = Pa(l^2 - a^2) : 6 \text{ und dementsprechend } \mathfrak{R} = Pb(l^2 - b^2) : 6.$$

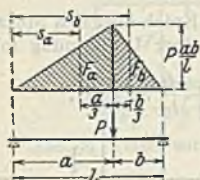


Abb. 104.



Abb. 105.

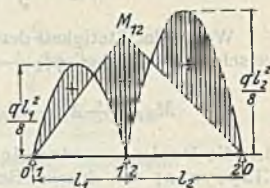


Abb. 106.

Mehrere Einzellasten  $P_1, P_2, \dots$  in den Abständen  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$

$$\mathfrak{L} = P_1 a_1 (l^2 - a_1^2) : 6 + P_2 a_2 (l^2 - a_2^2) : 6 + \dots$$

$$\mathfrak{R} = P_1 b_1 (l^2 - b_1^2) : 6 + P_2 b_2 (l^2 - b_2^2) : 6 + \dots$$

Gleichstreckenlast  $q$  nach Abb. 105

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{R} = \text{Parabelfläche} \cdot \frac{l}{2} = \frac{q l^3}{8} \frac{2}{3} \frac{l}{2} = \frac{q l^4}{24}.$$

Beispiele.

1. Träger auf drei Stützen mit Gleichstreckenlast, Abb. 106

$$\mathfrak{L}_1 = \frac{q l_1^4}{24}, \quad \mathfrak{R}_1 = \frac{q l_2^4}{24}, \quad M_{01} = 0, \quad M_{20} = 0.$$

$$2 M_{12} (l_1 + l_2) + \frac{6}{l_1} \mathfrak{L}_1 + \frac{6}{l_2} \mathfrak{R}_1 = 0 \quad \text{oder} \quad 2 M_{12} (l_1 + l_2) + \frac{q}{4} (l_1^3 + l_2^3) = 0,$$

hieraus

$$M_{12} = -\frac{q}{8} \frac{l_1^3 + l_2^3}{l_1 + l_2}.$$

$l_1 = 4$  m und  $l_2 = 5$  m liefert zunächst einfache  $M$ -Parabeln mit Pfeilhöhen

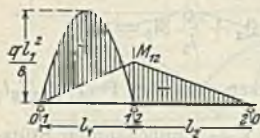


Abb. 107.

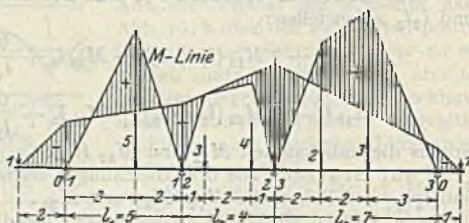


Abb. 108.

$$\frac{q l_1^2}{8} = q \frac{4^2}{8} = q \cdot 2,0 \quad \text{und} \quad \frac{q l_2^2}{8} = q \frac{5^2}{8} = q \cdot 3,125,$$

ferner

$$M_{12} = -\frac{q}{8} \frac{4^3 + 5^3}{4 + 5} = -q \cdot 2,625;$$

hieraus endgültige  $M$ -Linie.

2. Belastung nur auf Feld  $l_1$  liefert mit  $\mathfrak{R}_2 = 0$

$$2 M_{12} (l_1 + l_2) + \frac{6}{l_1} \frac{q l_1^4}{24} = 0, \quad \text{woraus} \quad M_{12} = -\frac{q}{8} \frac{l_1^3}{l_1 + l_2}.$$

Mit obigen Maßen ist  $M_{12} = -q \cdot 0,889$ , hierzu Abb. 107.

## 3. Träger auf vier Stützen mit Einzellasten, Abb. 108.

$$\mathfrak{R}_1 = 5 \cdot 3 \cdot (5-3) : 6 = 40,0$$

$$\mathfrak{R}_2 = 3 \cdot 3 \cdot (4-3) : 6 + 4 \cdot 1 \cdot (4-1) : 6 = 20,5$$

$$\mathfrak{R}_3 = 3 \cdot 1 \cdot (4-1) : 6 + 4 \cdot 3 \cdot (4-3) : 6 = 21,5$$

$$\mathfrak{R}_4 = 2 \cdot 5 \cdot (7-5) : 6 + 3 \cdot 3 \cdot (7-3) : 6 = 100,0,$$

$$M_{01} = -1 \cdot 2 = -2,0, \quad M_{30} = -1 \cdot 1 = -1,0,$$

$$-2,0 \cdot 5 + 2 M_{12} (5+4) + M_{23} \cdot 4 + \frac{6}{5} \cdot 40,0 + \frac{6}{4} \cdot 20,5 = 0,$$

$$M_{12} \cdot 4 + 2 M_{23} (4+7) - 1,0 \cdot 7 + \frac{6}{4} \cdot 21,5 + \frac{6}{7} \cdot 100,0 = 0.$$

Hieraus  $M_{12} = -2,81$  und  $M_{23} = -4,53$ .

Nach Auftragung dieser Werte folgt endgültige  $M$ -Linie.

Über Berechnung der Auflagerkräfte, über rein zeichnerische Verfahren (Festpunkte), über Berechnung bei wechselnden  $J$ , bei wechselnden Stützhöhen und bei unstarren Stützen vgl. Unold, Statik f. d. Eisen- u. Maschinenbau. Berlin: Julius Springer 1925.

## (232)

## Knickung.

Gedrückte schlanke Stäbe sind gegen Knicken widerstandsfähig zu gestalten.

Wird ein vollständig gerader Stab zentrisch durch  $P$  auf Druck beansprucht, dann besteht zunächst kein Grund zur Entstehung einer Ausbiegung. Hat aber der Stab eine ursprüngliche, wenn auch sehr kleine, aber praktisch nicht vermeidbare Krümmung oder greift  $P$  mit sehr geringer, unbeabsichtigter Exzentrizität an, dann biegt sich der Stab nach Abb. 109 aus; der Fall entspricht dann der sog. Spitzenlagerung nach Abb. 111.

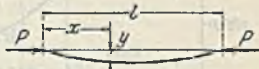


Abb. 109. Knick.

Die Differential-Gleichung der elastischen Linie lautet  $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\alpha}{J} P y$ ,

worin  $J$  das auf die Nulllinie normal zur Knickebene bezogene Trägheitsmoment bezeichnet. Ist der Stab so gelagert, daß er nach allen Seiten frei ausknicken kann, dann ist das kleinste aller  $J$  zu nehmen.

Die allgemeine Lösung lautet nach (77)

$$y = C_1 \sin nx + C_2 \cos nx, \quad \text{worin } n = \sqrt{\frac{\alpha}{J} \cdot P}.$$

Die Grenzbedingungen  $y=0$  für  $x=0$  und  $x=l$  liefern  $C_2=0$  und  $C_1=0 : \sin nl$ . Bei  $0 < nl < \pi$  ist  $C_1=0$ , also keine Ausbiegung. Bei  $nl = \pi$ , also bei  $P = \pi^2 J : \alpha l^2$  wird  $\sin nl = 0$  und  $C_1 = 0 : 0$ , d. i. unbestimmt. Die Gleichung der elastischen Linie lautet somit  $y = C_1 \sin nx$  mit unbestimmtem  $C_1$  bzw. unbestimmter Pfeilhöhe.

Der Wert  $P_k = \pi^2 J : \alpha l^2$  heißt kritische Druckkraft und diese Formel Eulersche Knickformel. Jede Kraft kleiner als diese bringt keine Ausbiegung hervor, jede Kraft darüber bringt den Stab zum Zerknicken.

In dieser Formel gilt  $P$  bzw.  $P_k$  in kg,  $J$  in  $\text{cm}^4$ ,  $\alpha$  in  $\text{cm}^2/\text{kg}$  und  $l$  in cm.

Für die Befestigung der Stabenden nach Abb. 110 bis 113 gilt

Fall 1 Abb. 110  $P_k = \frac{1}{4} \pi^2 J : \alpha l^2$ ,

„ 2 „ 111  $P_k = \pi^2 J : \alpha l^2$ ,

„ 3 „ 112  $P_k = 2,25 \pi^2 J : \alpha l^2$ ,

„ 4 „ 113  $P_k = 4 \pi^2 J : \alpha l^2$ .

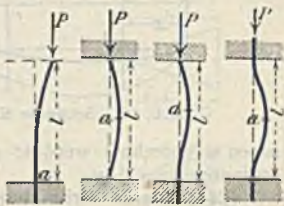


Abb. 110—113. Vier Knickfälle.

Die zulässige Belastung (Tragfähigkeit) beträgt nur  $P = P_k : \mathcal{S}$ , worin  $\mathcal{S}$  der Sicherheitsgrad gegen Knicken heißt; außerdem muß die Festigkeitsbedingung  $P \leq Fk$  bzw.  $F \geq P : k$  erfüllt sein.



Der auf Knicken berechnete Querschnitt braucht nur bei  $a$ , Abb. 110 bis 113, vorhanden zu sein; an den Enden genügt der der zulässigen Druckspannung  $k$  entsprechende Querschnitt. Das Gesetz der Abnahme des Querschnittes nach den Stäbenden hin hat nur geringen Einfluß auf die Tragfähigkeit des Stabes.

Über Knick bei veränderlichem Querschnitt s. Eisenbau 1915, Heft 10 u. 12.

Die Eulerschen Formeln sind nur bei sehr schlanken Stäben anwendbar, während gedrungene Stäbe schon bei einer kleineren Kraft, als die Eulerformel ergibt, zerknickt werden. Für Spitzenlagerung gilt folgendes:

Bezeichnet  $\sigma_k$  die der kritischen Druckkraft  $P_k$  entsprechende Spannung und  $i = \sqrt{\min J : F}$  (in cm) den Trägheitsradius des Querschnittes, dann ist  $\sigma_k = P_k : F = \pi^2 J : \alpha l^3 F = \frac{\pi^2}{\alpha} (i : l)^2 = \pi^2 : \alpha \lambda^2$ , worin  $\lambda = l : i$  die Schlankheitsziffer des Stabes heißt. Hiernach würde die Eulerformel die Kurve  $ab$  (Abb. 114) liefern.

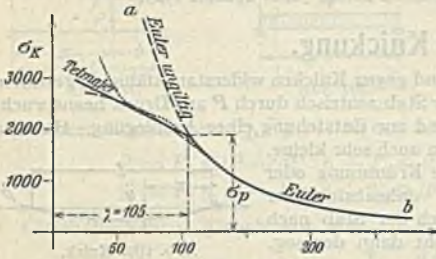


Abb. 114. Euler- und Tetmajerlinie.

Nach zahlreichen Versuchen von v. Tetmajer<sup>1)</sup> gilt die Eulerformel bei Flußstahl nur für  $\lambda > 105$ , während für  $\lambda < 105$  die empirische Geradenformel  $\sigma_k = 3100 - 11,4 \lambda$  zutrifft, in Abb. 114 durch die ausgezogene Gerade dargestellt.

Nach neueren Versuchen von v. Kármán<sup>2)</sup> stellt die punktierte Kurve den wahren Verlauf des  $\sigma_k$  dar.

Mithin gilt die Eulerformel bei Flußstahl nur für  $\sigma_k \leq 1900 \text{ kg/cm}^2$ , d. i. etwa die Proportionalitätsgrenze.

Über die Sonderformeln der Knickstäbe s. Abschn. Stahlbau.

## Biegung des einfach gekrümmten Stabes.

(233) Schwache Krümmung, Stabachse mit geringer Abweichung von der Geraden.

Momente, Querkräfte, Spannungen und Gleichung der elastischen Linie wie beim geraden Balken, wobei aber die  $y$  nicht von der geraden Linie aus, sondern nach Abb. 115 von der ursprünglichen Balkenschwerlinie aus mit den Ordina-

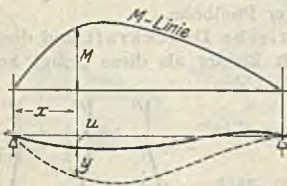


Abb. 115. Schwache Krümmung.

ten  $u$  gerechnet werden; demnach Gesamtordinaten  $= u + y$ .

(234) Starke Krümmung. Es bezeichnet nach Abb. 116  $M$  das Biegemoment in cmkg positiv, wenn es die Krümmung verstärkt;

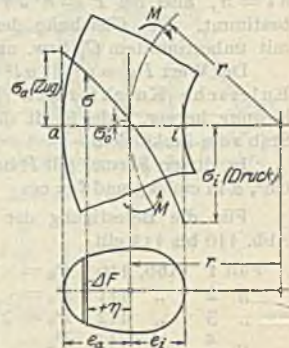


Abb. 116. Starke Krümmung.

1) s. v. Tetmajer, Die Gesetze der Knickfestigkeit. Wien 1913.

2) v. Kármán, Untersuchungen über Knickfestigkeit. F. A. Heft 81.



$F$  den Stabquerschnitt in  $\text{cm}^2$ ,

$r$  den Krümmungsradius der Stabachse in cm.

Die durch Versuche bestätigte Annahme, daß die Normalquerschnitte eben bleiben, liefert für eine Faser im Abstände  $\eta$  von der durch den Schwerpunkt gehenden Querschnittsachse,  $\eta$  nach außen positiv gesetzt, die Normalspannung

$$\sigma = \frac{M}{rF} + \frac{M}{rF} \frac{\eta}{r + \eta},$$

worin der Ausdruck

$$\varkappa = - \left( \sum \frac{\eta}{r + \eta} \Delta F \right) : F$$

nur von der Querschnittsform und von  $r$  abhängt und stets positiv ist.

Abb. 116 zeigt die Spannungsverteilung, die im Gegensatz zum geraden Stab nicht linear verläuft und eine in der Schwerpunktsachse vorhandene Spannung erkennen läßt.

Bei  $i$  entspr.  $\eta = -e_i$  folgt  $\sigma_i = \frac{M}{rF} - \frac{M}{rF} \frac{e_i}{r - e_i}$  (Druck),

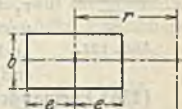
bei  $a$  entspr.  $\eta = +e_a$  folgt  $\sigma_a = \frac{M}{rF} + \frac{M}{rF} \frac{e_a}{r + e_a}$  (Zug),

in der Schwerlinie ist  $\eta = 0$  und  $\sigma_0 = \frac{M}{rF}$  (Zug).

Werte für  $\varkappa$  für einige Querschnitte Abb. 117 bis 121.

Rechteck, Quadrat

$$\frac{e}{r} = v, \quad \varkappa = \frac{r}{2e} \ln \frac{r+e}{r-e} - 1 = \frac{v^2}{3} + \frac{v^4}{5} + \frac{v^6}{7} + \dots$$



Ellipse, Kreis,

$$\frac{e}{r} = v, \quad \varkappa = \frac{1}{4} v^2 + \frac{1}{8} v^4 + \frac{5}{64} v^6 + \dots$$



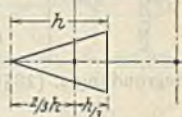
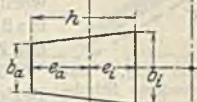
symmetrisches Trapez

$$\varkappa = -1 + \frac{2r}{(b_a + b_i)h}$$

$$\left\{ \left[ b_a + \frac{b_i - b_a}{h} (e_a + r) \right] \ln \frac{r + e_a}{r - e_i} - (b_i - b_a) \right\}.$$

gleichschenkliges Dreieck

$$\varkappa = -1 + \frac{2r}{h} \left\{ \left( \frac{2}{3} + \frac{r}{h} \right) \ln \frac{r + \frac{2}{3}h}{r - \frac{1}{3}h} - 1 \right\}.$$



Kreisring

$$\frac{e_1}{r} = v_1, \quad \frac{e_2}{r} = v_2,$$

$$\varkappa = \frac{1}{e_1^2 - e_2^2} \left\{ e_1^2 \left[ \frac{1}{4} v_1^2 + \frac{1}{8} v_1^4 + \frac{5}{64} v_1^6 + \dots \right] - e_2^2 \left[ \frac{1}{4} v_2^2 + \frac{1}{8} v_2^4 + \frac{5}{64} v_2^6 + \dots \right] \right\}.$$



Abb. 117—121.

Für beliebige Querschnitte ist  $\alpha$  durch Flächenzerlegung und Berechnung zu bestimmen, zweckmäßig tabellarisch.

Mit zunehmender Vergrößerung von  $r$  verkleinert sich  $\alpha$ , und die Spannungsverteilung nähert sich der linearen des geraden Stabes.

Über Anwendung auf Lasthaken s. Abschn. Hebezeuge.

Näheres s. Bach-Baumann, E. u. F., 9. Aufl. Berlin: Julius Springer 1924, ferner Bantlin, Über Berechnung von  $\alpha$ . Z. 1901, S. 164, desgl. Werner, Z. 1905, S. 257. Tolle,  $\alpha$  durch Zeichnung Z. 1903, S. 884. Baumann, Über Formänderung, Z. 1910, S. 1675 u. 2188; Über Anwendung auf Osen, Kettenglieder, Z. 1908, S. 339; für Potenzgesetz Z. 1911, S. 140. Außerdem Preuß, Versuche über Spannungsverteilung bei Ausrundung einspringender Ecken, F. A. Heft 126, im Auszug Z. 1912, S. 1349.

## Schubspannungen und Winkeländerungen.

### Allgemeines.

(235) **Schubspannungen.** Wirken Kräfte quer zur Stabachse, dann treten in den Querschnitten neben den gleichzeitig wirksamen Normalspannungen  $\sigma$  noch Schubspannungen  $\tau$  auf, die ebenfalls ungleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind.

Untersucht man ein herausgeschnittenes Körperstückchen, Abb. 122 (Rechteckelement), dann greifen wegen des Gleichgewichts in lotrechter Richtung an den Flächen 1 die  $\tau_1$  in entgegengesetzten Richtungen an. Wegen des Gleichgewichts gegen Drehen wirken gleichzeitig an den Flächen 2 die  $\tau_2$ . Nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen, Begründung s. (284), ist stets  $\tau_1 = \tau_2$ , daher im weiteren nur mit  $\tau$  bezeichnet. Somit sind nach Abb. 123 an der Ecke zweier  $90^\circ$ -Schnittebenen die  $\tau$  einander gleich und laufen zur Ecke oder von der Ecke weg, im endlichen Abstand davon sind die  $\tau$  im allgemeinen verschieden.

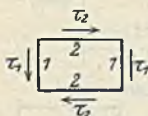


Abb. 122.

(236) **Formänderungen.** Schubspannungen erzeugen nicht Längenänderungen sondern nur Winkeländerungen. Das Rechteckelement behält seine Seitenlängen, aber seine Winkel ändern sich nach Abb. 124 um  $\gamma$ . Wie bei Normalspannungen zwischen  $\sigma$  und  $\epsilon$  besteht auch Proportion zwischen  $\tau$  und  $\gamma$ . Man setzt

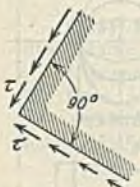


Abb. 123. Zugeordnete Schubspannungen.

$$\gamma = \tau \cdot \beta \quad \text{oder} \quad \gamma = \tau \cdot \frac{1}{G},$$

worin  $\beta$  die Schubzahl und  $G$  das Schubmaß heißt. Diese Proportion besteht wie bei Zug auch nur innerhalb einer gewissen Spannungsgrenze.

Zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  bzw. zwischen  $E$  und  $G$  besteht die Beziehung

$$\beta = 2 \frac{m+1}{m} \alpha \quad \text{bzw.} \quad G = \frac{1}{2} \frac{m}{m+1} E,$$

Begründung s. (285). Für Metalle ist  $m = 10/3$ , damit folgt

$$\beta = 2,6 \alpha \quad \text{und} \quad G = E / 2,6 = 0,385 E.$$

Die höchstens zulässige Schubspannung ist  $k_s$ . Über Beziehung zwischen  $k_s$  und  $k_z$  bzw.  $k$ , vgl. (290).

### Der Scherversuch.

(237) Bei Beanspruchung nach Abb. 125 a u. b liegt Scherbeanspruchung vor. Die in den bezeichneten Querschnitten auftretende Schubspannung ist ungleichmäßig und nicht exakt berechenbar über Querschnitt  $F$  verteilt; man

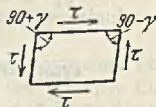


Abb. 124.



rechnet jedoch mit einer mittleren Schubspannung  $\tau = P:F$ . Dem Bruche entspricht die

$$\text{Scherfestigkeit} = \frac{P_{\text{bruch}}}{F},$$

die in hohem Maße von der Versuchsanordnung abhängig ist. Mit Einführung der zulässigen Scherspannung, stets kleiner als zulässige Schubspannung  $k_s$ , folgt die Festigkeitsbedingung

$$\frac{P}{F} = \text{zulässige Scherspannung.}$$

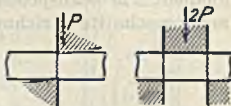


Abb. 125. Scherversuch.

### Querkraft bei Biegung.

(238) Die von der Querkraft  $Q$  verursachten Schubspannungen  $\tau$  sind stets ungleichmäßig über Querschnitt verteilt und nur für Querschnittsbereiche zwischen lotrechten Wänden einwandfrei bestimmbar. Die Biegemomente an den Stellen  $x$  und  $x + \Delta x$  des Stabes Abb. 126 seien  $M$  und  $M' = M + \Delta M$ , welche  $\max \sigma$  und  $\max \sigma'$  liefern. Die auf den schraffierten Querschnittsteil entfallende Resultierende der Normalspannungen ist an diesen Stellen

$$Y = \sum \sigma \Delta F = \frac{\max \sigma}{e} \sum y \Delta F = \frac{\max \sigma}{e} S \quad \text{und} \quad Y' = \frac{\max \sigma'}{e} S,$$

worin  $S$  = statisches Moment der schraffierten Fläche bezogen auf die Nulllinie. Der Unterschied beider liefert die über die horizontale Fläche  $b \Delta x$  angenähert gleichmäßig verteilte Schubspannung  $\tau$ ; somit folgt

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Y' - Y}{b \Delta x} = \frac{S (\max \sigma' - \max \sigma)}{e b \Delta x} = \frac{S (M' - M)}{e b \Delta x W} = \frac{S}{e b W} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta x} \\ &= \frac{S}{e b W} Q = \frac{S Q}{J b}. \end{aligned}$$

Nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen tritt in der lotrecht anschließenden Querschnittsfläche das gleiche  $\tau$  auf. Verteilung von  $\tau$  etwa nach Abb. 127, bei symmetrischen Querschnitten  $\max \tau$  in der Mitte.

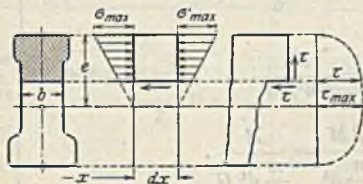


Abb. 126. Schubspannungen im Biegestab.



Abb. 127.

Abb. 128.

Es ergibt sich mit  $F$  = Querschnitt für Rechteck  $\max \tau = 3/2 Q:F$ , für Vollkreis  $\max \tau = 4/3 Q:F$ , für dünnwandiges Rohr  $\max \tau = 2 Q:F$ . Beim I-Profil sind die  $\tau$  nach Abb. 128 nahezu gleichmäßig über Stegfläche  $F_s$  verteilt,  $\max \tau \approx Q:F_s$ .

Über die Zusammenwirkung dieser Schubspannungen und der Normalspannungen und über die Beeinflussung der Spannungsbedingung bei der Biegung s. (252).



## Drehung.

(239) Das Hookesche Gesetz als zutreffend vorausgesetzt.

Dünnwandiges Kreisrohr, Radius  $x$ , Wandstärke  $\Delta x$ , durch Drehmoment  $\Delta M$  beansprucht, Abb. 129.  $\Delta M$  liefert die über alle ringförmigen Normalquerschnitte gleichmäßig verteilte Schubspannung

$$\tau = \frac{\Delta M}{x \cdot 2 \pi x \Delta x}.$$

Nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen, s. (235), tritt dasselbe  $\tau$  in radialen Längsschnitten auf, s. Abb. 130.

Das Element Abb. 131 verformt sich nach (236) zu einem Parallelogramm mit Winkel  $\gamma = \tau \beta$ ; jede ursprünglich achsenparallele Mantellinie verformt sich nach einer Schraubenlinie mit Steigungswinkel  $90 - \gamma$ . Zwei um  $\Delta l$  voneinander abstehenden Querschnitte verdrehen sich gegenseitig um Winkel  $\Delta \psi = \frac{\gamma \Delta l}{x} = \frac{\tau \beta}{x} \Delta l$ ; für Abstand  $l$  ist gegenseitiger Verdrehungswinkel  $\vartheta = \frac{\gamma \cdot l}{x}$  und für Rohrlänge  $l$  ist

$$\psi = \vartheta l = \frac{\gamma l}{x} = \frac{\tau \beta l}{x} = \frac{\Delta M \beta l}{2 x^3 \pi \Delta x}.$$

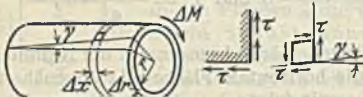


Abb. 129—131. Verformung bei Drehung.

Vollkreiszyylinder, Radius  $r$ , Länge  $l$ , durch Moment  $M$  beansprucht. Man denke sich diesen durch ringförmige Schnitte der Länge nach in konzentrische dünnwandige Röhren vom Radius  $x$  und Wandstärke  $\Delta x$  zerlegt. Versuch: radiale Bohrlöcher

bleiben auch nach Verdrehung radial, somit verdrehen sich alle Röhren schraubenförmig mit  $\gamma$  proportional  $x$ , daher ist auch  $\tau$  proportional  $x$ , also  $\tau = c x$ . Auf ein Rohr entfällt Anteil  $\Delta M = \tau 2 \pi x^2 \Delta x = c 2 \pi x^3 \Delta x$ ; somit

$$M = \sum c 2 \pi x^3 \Delta x = c 2 \pi \sum_0^r x^3 \Delta x = c 2 \pi \frac{r^4}{4} \text{ und } \tau = M \cdot \frac{4}{2 \pi r^4} x.$$

$$\left[ \text{oder } dM = \tau 2 \pi x^2 dx = c 2 \pi x^3 dx, M = \int_0^r c 2 \pi x^3 dx = c 2 \pi \frac{r^4}{4} \right].$$

Am Zylinderumfang ist

$$\max \tau = \frac{2 M}{\pi r^3} = \frac{M}{\pi d^3/16}.$$

Für Abstand  $l$  ist

$$\vartheta = \frac{\gamma}{r} = \frac{\beta \tau}{r} = \frac{\beta M}{\frac{\pi}{32} d^4} = \frac{M}{\frac{\pi}{32} d^4 G}.$$

Hohlzylinder. Radien  $R$  und  $r$  oder Durchmesser  $D$  und  $d$ . Summierung in diesen Grenzen liefert

$$\tau = \frac{M}{\pi \frac{D^4 - d^4}{4}} \text{ und } \vartheta = \beta \frac{M}{\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)}.$$

Prismatische Stäbe von beliebigem Querschnitt. Die  $\tau$ -Verteilung über den Querschnitt ist schwierig zu ermitteln. Außen  $\tau$  parallel zum Rande,

$\max \tau$  meist an den Schmalseiten, Null in ausspringenden Ecken und in Mitte. Abb. 132 zeigt die  $\tau$ -Richtungen im Rechtecksquerschnitt; Strichlängen drücken  $\tau$ -Größen aus. In Längsschnitten normal zu den Mantelflächen treten die entsprechenden  $\tau$  auf wie beim Kreiszyylinder erklärt.




Festigkeitsbedingung.  $\max \tau \leq k_d$ , worin  $k_d =$  zulässige Drehungsspannung. Bei Werkstoffen mit gleichem Festigkeitsverhalten in verschiedenen Richtungen (isotrope Stoffe, z. B. gut durchgeschmiedeter Stahl) stimmt  $k_d$  mit  $k_s$ , d. i. zulässige Schubspannung, überein. Bei Stoffen, die in Längsrichtung geringere Schubfestigkeit aufweisen, z. B. Schweißseisen und Holz, ist diese maßgebend, daher  $k_d$  geringer als  $k_s$ .

Formänderung. Verdrehen sich zwei um 1 cm voneinander abstehenden Querschnitte durch  $M$  um Winkel  $\vartheta$  (im Bogenmaß), dann ist für Stablänge  $l$  der Verdrehungswinkel  $\psi = l\vartheta$ .






Abb. 132. Schubspannungen am Rechteck.

240) Tafel der  $\tau$ ,  $M$  und  $\vartheta$  für technisch wichtige Querschnitte. Hierzu Abb. 133 bis 139.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| Vollkreis<br> | $\max \tau = \frac{M}{\frac{\pi}{16} d^3}$ am Umfang,<br>$\tau$ nach innen linear abnehmend  | $M = \frac{\pi}{16} d^3 k_d$ $\approx 0,2 d^3 k_d$   | $\vartheta = \beta \frac{M}{\frac{\pi}{32} d^4}$ $\approx \beta \frac{M}{0,1 d^4}$                 |
| Rohr<br>     | $\max \tau = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D}}$ am Umfang,<br>$\tau$ nach innen linear abnehmend                          | $M = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} k_d$ $\approx 0,2 \frac{D^4 - d^4}{D} k_d$   | $\vartheta = \beta \frac{M}{\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)}$ $\approx \beta \frac{M}{0,1 (D^4 - d^4)}$ |
| Dünnwandig. Rohr = Wandstärke = mittl. Durchmesser   | $\max \tau = \frac{M}{\frac{\pi}{2} D^2 s}$  | $M \approx \frac{\pi}{2} D^2 s k_d$  | $\vartheta \approx \beta \frac{M}{\frac{\pi}{4} s D^3}$  |
| Ellipse<br> | $\tau_h = \frac{M}{\frac{\pi}{16} b^2 h} = \max \tau$ $\tau_b = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} h^2 b}$ $\tau$ nach innen linear abnehmend | $M = \frac{\pi}{16} b^2 h k_d$ $\tau_h$ in den Endpunkten der kleinen Achse $b$<br>$\tau_b$ in den Endpunkten der großen Achse $h$ | $\vartheta = \beta \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2}}$                             |

Tafel der  $\tau$ ,  $M$  und  $\vartheta$  für technisch wichtige Querschnitte (Forts.).

|  |   |   |  |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
|--|---|---|--|------|------|------|------|------|----------|----|----------|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---------------------------------|---------------------------------------|
| <p>Hohle Ellipse</p>  <p><math>h &gt; b</math> und beide Ellipsen einander ähnlich</p> | $\tau_h = \frac{M}{\frac{\pi b^3 h - b_0^3 h_0}{16} b} = \max \tau$ $\tau_b = \frac{M}{\frac{\pi h^3 b - h_0^3 b_0}{16} h}$ <p><math>\tau</math> linear nach innen abnehmend</p>  | $M = \frac{\pi b^3 h - b_0^3 h_0}{16} k_d$ <p>Lagen von <math>\tau_h</math> und <math>\tau_b</math> wie oben</p>  | $\vartheta = \beta \frac{M}{\frac{\pi}{16} b h \frac{b^2 h^2 - b_0^2 h_0^2}{b^2 + h^2}}$ |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Gleichschenkliges Dreieck</p>   | $\tau_{\text{in}} = 13 \frac{M}{h^3} = 20 \frac{M}{b^3} = \max \tau$ <p>in der Mitte der Seiten</p>   | $M = \frac{h^3}{13} k_d = \frac{b^3}{20} k_d$   | $\vartheta = \beta \frac{46,188 M}{b^4}$   |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Sechseck<br/><math>F</math> = Fläche<br/><math>r</math> = Rad. des eingeschrieb. Kreises</p>  | $\max \tau = \frac{M}{1,51 r^3}$ <p>in der Mitte der Seiten</p>   | $M = 1,51 r^3 k_d$  | $\vartheta = \beta \frac{M}{1,85 r^4}$   |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Achteck<br/><math>F</math> = Fläche<br/><math>r</math> = Rad. des eingeschrieb. Kreises</p>   | $\max \tau = \frac{M}{1,48 r^3}$ <p><math>\tau</math>-Verlauf ähnlich wie beim Vollkreis</p>  | $M = 1,48 r^3 k_d$  | $\vartheta = \beta \frac{M}{1,72 r^4}$   |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Rechteck<br/>Näherungsformeln</p>  <p><math>h &gt; b</math></p>                    | $\tau_h = \frac{M}{\frac{2}{9} b^2 h} = \max \tau$ $\tau_b = \frac{M}{\frac{2}{9} h^2 b}$   | $M = \frac{2}{9} b^2 h k_d$ <p><math>\tau_h</math> in der Mitte der Seiten <math>h</math>,<br/><math>\tau_b</math> in der Mitte der Seiten <math>b</math>, in den Ecken <math>\tau =</math></p> | $\vartheta = 3,6 \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \cdot M$                                |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Quadrat<br/><math>h \times h</math><br/>Näherungsformeln</p>  | $\max \tau = \frac{M}{\frac{2}{9} h^3}$ <p>in Seitenmitten</p>  | $M = \frac{2}{9} h^3 k_d$   | $\vartheta = 7,2 \beta \frac{M}{h^4}$  |      |      |      |      |      |          |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| <p>Rechteck<br/>genaue Formeln*)</p> <p><math>h &gt; b</math><br/><math>\frac{h}{b} = n</math></p>   | $\tau_h = \frac{M}{b^2 h} \cdot \varphi = \max \tau$ $\tau_b = \frac{M}{b^2 h} \cdot \psi$ <p><math>\tau_h</math> in der Mitte der Seiten <math>h</math>, <math>\tau_b</math> in der Mitte der Seiten <math>b</math>, in den Ecken <math>\tau =</math></p> <table border="1" data-bbox="186 1444 455 1579"> <tr> <td><math>n = \frac{b}{h} =</math></td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\varphi =</math></td> <td>4,81</td> <td>4,33</td> <td>4,07</td> <td>3,74</td> <td>3,55</td> <td>3,35</td> <td>3,26</td> <td>3,20</td> <td>3,00</td> </tr> <tr> <td><math>\psi =</math></td> <td>4,81</td> <td>3,73</td> <td>3,24</td> <td>2,82</td> <td>2,65</td> <td>2,48</td> <td>2,42</td> <td>2,37</td> <td>2,25</td> </tr> <tr> <td><math>c =</math></td> <td>7,12</td> <td>5,10</td> <td>4,37</td> <td>3,80</td> <td>3,56</td> <td>3,35</td> <td>3,26</td> <td>3,20</td> <td>3,00</td> </tr> </table> | $n = \frac{b}{h} =$   | 1  | 1,5  | 2    | 3    | 4    | 6    | 8        | 10 | $\infty$ | $\varphi =$ | 4,81 | 4,33 | 4,07 | 3,74 | 3,55 | 3,35 | 3,26 | 3,20 | 3,00 | $\psi =$ | 4,81 | 3,73 | 3,24 | 2,82 | 2,65 | 2,48 | 2,42 | 2,37 | 2,25 | $c =$ | 7,12 | 5,10 | 4,37 | 3,80 | 3,56 | 3,35 | 3,26 | 3,20 | 3,00 | $M = \frac{b^2 h}{\varphi} k_d$ | $\vartheta = \beta \frac{M c}{b^3 h}$ |
| $n = \frac{b}{h} =$  | 1   | 1,5   | 2  | 3    | 4    | 6    | 8    | 10   | $\infty$ |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| $\varphi =$  | 4,81  | 4,33  | 4,07   | 3,74 | 3,55 | 3,35 | 3,26 | 3,20 | 3,00     |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| $\psi =$   | 4,81  | 3,73  | 3,24   | 2,82 | 2,65 | 2,48 | 2,42 | 2,37 | 2,25     |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |
| $c =$  | 7,12  | 5,10  | 4,37   | 3,80 | 3,56 | 3,35 | 3,26 | 3,20 | 3,00     |    |          |             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                                 |                                       |

\*) s. Weber, Die Drehungsfestigkeit. F.A. Heft 249.



Tafel der  $\tau$ ,  $M$  und  $\vartheta$  für technisch wichtige Querschnitte (Forts.).

|   |   |                              |  |
|---|---|------------------------------|--|
| Quadrat<br>Genaue Formeln*)   | $\max \tau = 4,81 \frac{M}{h^3}$<br>in Seitenmitten | $M = \frac{1}{4,81} h^3 k_d$ | $\vartheta = 7,12 \beta \frac{M}{h^4}$                             |
| Hohlrechteck, Hohlquadrat, dünnwandig, mit abgerundeten Ecken, Fläche $F$ , kleinste Wandstärke $s$ , Mittellinien-Umfang $u$ | $\max \tau = \frac{M}{2 s F}$                       | $M = 2 s F k_d$              | $\vartheta = \beta \frac{M u}{4 F^2 s}$<br>für $s = \text{konst.}$ |

## Näherungsformel von de St. Venant

Beliebige, aber nicht sehr dünnwandige Querschnitte (nicht Hohlquerschnitte)

$$\vartheta = \beta c \frac{J_p}{F^2} M, \text{ worin}$$

$J_p$  = polares Trägheitsmoment in  $\text{cm}^4$ , s. (214),

$F$  = Querschnitt in  $\text{cm}^2$

$c = 38 \div 43$ , je nach Querschnittsform, etwa 40 für Kreis, 43 für Quadrat, 38 für schmales Rechteck.

s. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 1879.

Dünnwandige Hohlzylinder, Wandstärke gleich oder verschieden.



$F$  = die von der Mittellinie der Wand eingeschlossene Fläche,  
 $u$  = Umfang der Mittellinie.

An einer Stelle mit der Wandstärke  $s$  ist

$$\tau = \frac{M}{2 s F}, \text{ annähernd gleichmäßig über}$$

$s$  verteilt,

$\max \tau$  an den Stellen mit  $\min s$ ,

$$M = 2 \min s F k_d.$$

$s = \text{konst.}$  gibt  $\tau = \text{konst.}$

$$\vartheta = \beta \frac{M}{4 F^2} \int \frac{du}{s},$$

$$s = \text{konst.} \text{ gibt } \vartheta = \beta \frac{M u}{4 F^2 s}.$$

Beliebiger Querschnitt mit kleiner halbkreisförmiger Rille in Stabrichtung oder Querschnitte mit einspringender Ecke (gilt auch für Hohlquerschnitte mit scharfer einspringender Ecke an der Innenseite).

$\vartheta$  wie beim rillenfreien Querschnitt.

An der Rillenstelle entsteht eine örtliche Erhöhung der Spannung auf etwa den doppelten Betrag der Spannung im rillenfreien Querschnitt. Bei Rille mit scharfer Einkerbung Spannungserhöhung um so größer, je schärfer die Kerbe.

## Näherungsformeln von A. Föppl.

Dünnwandige, nicht Hohlquerschnitte bildende Walzprofile, wie  $I \sqcup Z \perp$  mit guten Abrundungen an den Übergangsstellen.





Man denkt sich den Querschnitt aus einzelnen Rechtecken von den Längen  $l_1, l_2, \dots$  und den Stärken  $s_1, s_2, \dots$  zusammengesetzt. Mit  $\mathfrak{S} = \frac{1}{3} (l_1 s_1^3 + l_2 s_2^3 + \dots)$ , ist an den Längsseiten der Rechtecke von der Stärke  $s$

$$\tau = M s : \mathfrak{S}; \max \tau \text{ für Stellen mit } \max s.$$

$$\vartheta = \beta M : \mathfrak{S}. \text{ (Genauer als nach de St. Venant.)}$$

\*) s. Weber, Die Drehungsfestigkeit. F.A. Heft 249.

Aus Verdrehungsversuchen ergab sich die Brauchbarkeit der Formel für  $\theta$ , wenn das aus den Querschnittsabmessungen berechnete  $\mathfrak{J}$  mit einem Berichtigungsbeiwert  $\eta$  multipliziert wird, wobei dann  $\theta = \beta M : \eta \mathfrak{J}$ . Mittelwerte  $\eta$

|                |   |   |   |        |   |              |
|----------------|---|---|---|--------|---|--------------|
| für            |  |  |  | I N.P. |  | Breitflansch |
| $\eta \approx$ | 0,99  | 1,12  | 1,12  | 1,31   |   | 1,29.        |

s. A. Föppl, Z. 1917 S. 694 u. 1922 S. 827, ferner über Versuche: Sitzungsber. d. bayr. A. kad. d. Wiss. 1921 (Sonderabdruck, Verlag G. Franz [J. Roth] München). Auszug hierüber s. Eisenbau 1922 S. 269.

Vorstehende Formeln setzen voraus, daß die  $M$  an den Endquerschnitten des prismatischen Stabes angreifen. Wirken dagegen mehrere  $M$  etwa nach Abb. 140, wobei  $\sum M = 0$ , dann gelten die Formeln nur streng für den Kreis- und Kreisringquerschnitt, dagegen angenähert für andere, aber gedrungene, da an den Angriffstellen der Zwischenmomente Normalspannungen auftreten und außerdem die  $\tau$ -Verteilung sich ändert.



Abb. 140.

I-Walzprofile sind in solchen Fällen auf Drehung und gleichzeitig auf Flanschbiegung zu berechnen; genaue Berechnung umständlich (s. F. A. Heft 255, Abschn. VII).



(241) Für Stoffe, die das Hookesche Gesetz nicht befolgen, ist beim Kreis- und Kreisringquerschnitt  $\tau$  nicht proportional  $\alpha$ . Für Gußeisen mit  $\epsilon : \sigma^n = \alpha_0$  und  $n > 1$  bleiben ursprüngliche Radien auch geradlinig, aber da die Normalspannungen langsamer als die Dehnungen wachsen und daher auch die Schubspannungen langsamer als die Winkeländerungen wachsen, nehmen die  $\tau$  nach außen langsamer als linear zu (wie bei der Biegung), und zwar um so mehr, je höher die Beanspruchung ist.

(242) Drehversuche mit zähen Stoffen. Die Kurve der  $\tau - \gamma$  verläuft ähnlich den Zugkurven anfangs linear; die Fließgrenze ist meist nur schwach ausgeprägt, dann steigt  $\gamma$  stärker als  $\tau$ . Bruch tritt erst nach starker Verwindung ein, wobei die Außenfasern weit über die Streckgrenze beansprucht werden.

(243) Drehbruchversuche nur mit spröden Körpern durchführbar. Setzt man in den Spannungsformeln das Bruchdrehmoment ein, dann erhält man die rechnerische Drehungsfestigkeit  $K_d$ ; z. B. für den Vollkreis ist

$$K_d = M_{\text{bruch}} : \frac{\pi}{16} d^3 \text{ usw.}$$

Nach Versuchen von Bach ist für bearbeitete Gußeisenstäbe für Querschnitte

|                     | Kreis | Kreisring<br>Hohlellipse | Ellipse       | Quadrat | Recht-<br>eck  | Hohl-<br>rechteck | <br> |
|---------------------|-------|--------------------------|---------------|---------|----------------|-------------------|--|
| $\frac{K_d}{K_z} =$ | 1     | 0,8 bis 1                | 1 bis<br>1,25 | 1,4     | 1,4<br>bis 1,6 | 1 bis 1,25        | 1,4<br>bis 1,6   |

Einfluß der Gußhaut hier geringer als bei der Biegung.

Sofern bei Zug und Drehung dieselbe Sicherheit gegen Bruch gefordert wird, ist zu setzen  $k_d : k_z = K_d : K_z$ , woraus  $k_d = k_z \frac{K_d}{K_z}$ ; somit  $k_d$  abhängig von der Querschnittform.

(244) Drehungsbeanspruchung von Umdrehungskörpern. Die Formeln für Kreis- und Kreisringquerschnitte gelten streng nur für zylindrische Stäbe und angenähert für Umdrehungskörper mit allmählicher Querschnittsänderung.

Schroffe Übergänge, Kreisrillen, Hohlkehlen, verursachen an diesen Übergangsstellen starke Erhöhungen der  $\tau$  und sind besonders bei stoßenden und bei dauernden Wechselbeanspruchungen durch gute Ausrundung an den Übergängen zu vermeiden. Genaue Theorie sehr schwierig.

s. Föppl, Z. 1906 S. 1032 und A. Leon, M.B. 1922, S. 225.



## (245) Zusammengesetzte Belastungsfälle.

Treten zwei oder mehr der einfachen Belastungen gleichzeitig auf, dann erhält ein Querschnittselement gleichzeitig zwei Normalspannungen oder Normal- und Schubspannung usw.

Praktisch wichtig sind die nachstehend behandelten drei Gruppen.

## Erste Gruppe. Belastungsfälle mit Normalspannungen von derselben Richtung.

Die Normalspannungen addieren sich algebraisch zu einer Gesamtspannung  $+\max\sigma$  oder  $-\max\sigma$ .

Festigkeitsbedingung  $+\max\sigma \leq k_z$  bzw.  $-\max\sigma \leq k$ .

(246) Zug (oder Druck) und Biegung. Nachstehend gelten obere Vorzeichen für Zug, untere für Druck. Wird nach Abb. 141 der Querschnitt  $f_1 f_2$  eines Stabes, symmetrisch zur Bildebene, durch das Biegemoment  $M$  und durch eine in Schwerachse wirkende Zug(Druck)kraft  $P$  beansprucht, alles in Symmetrieebene, dann erfährt die Faser  $f_1$  die Normalspannung  $\sigma = \pm P:F + M:W_1 \leq k_z$ , und die Faser  $f_2$  diejenige  $\sigma = \pm P:F - M:W_2 \leq k$ , worin  $W_1 = J:e_1$ ,  $W_2 = J:e_2$  und  $F$  der Stabquerschnitt. Diese Beziehungen gelten für Werk-

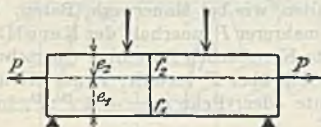


Abb. 141. Zug und Biegung.

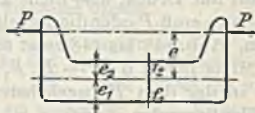


Abb. 142. Exzentrischer Zug.

stoffe mit vorhandener Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung, z. B. Stahl gewalzt und geschmiedet. Ist diese nicht vorhanden, z. B. bei Gußeisen, so gilt nach Bach

$$k_z \geq \frac{P}{F} + \frac{1}{\beta_0} \frac{M}{W_1} \quad \text{oder} \quad k_b \geq \beta_0 \frac{P}{F} + \frac{M}{W_1}$$

für die gezogene Faser mit  $\beta_0 = \frac{k_b}{k_z} = \frac{\text{zul. Biegeanstrengung}}{\text{zul. Zuganstrengung}}$ .

Entsprechend ist bezüglich der gedrückten Faser zu verfahren, wenn die Querschnittsabmessung groß ist im Verhältnis zur Stablänge.

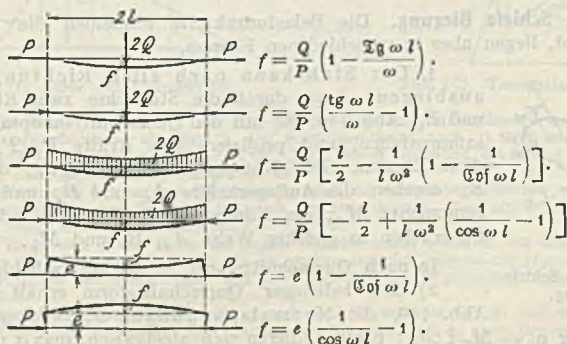


Abb. 143. Exzentrischer Zug und Druck (zu S. 262).



(247) **Exzentrischer Zug (Druck).** Wirkt die Kraft  $P$  nicht in der Schwerachse, sondern nach Abb. 142 in einer um  $e$  dazu Parallelen, aber in der Stabsymmetrieebene, dann ist mit  $W_1$ ,  $W_2$  und  $F$  wie oben für Faser  $f_1$  bzw.  $f_2$

$$\sigma_1 = \pm P : F \pm P e : W_1 \text{ bzw. } \sigma_2 = \pm P : F \mp P e : W_2.$$

Vorstehendes gilt, solange keine merkliche Ausbiegung eintritt. Für schlanke Stäbe gelten die Formeln der umseitigen Abb. 143, worin  $\omega = \sqrt{\alpha P : J}$ .

Näherungsformeln. Zug (Druck) eines Stabes nach Abb. 144 a u. b mit der ursprünglichen Pfeilhöhe  $f_0$



Abb. 144 a u. b.

$$f = f_0 : \left( 1 \pm \frac{4}{\pi^2} \frac{\alpha}{J} P l^2 \right)^2.$$

Formel auch für Fall nach Abb. 143 a bis d verwendbar, wenn  $f_0$  die durch die Lasten  $2Q$  allein hervorbrachte Durchbiegung des ursprünglich geraden Stabes bezeichnet.

Näherungsformel für Abb. 143 e und f:

$$f = \frac{e}{2} \frac{\alpha}{J} P l^2,$$

wenn  $P$  klein gegenüber

$$P_k = \frac{\pi^2 J}{4 \alpha l^2}.$$

(248) **Kernfläche.** Soll bei exzentrisch gedrückten prismatischen Körpern der Baustoff nur Druck, also nicht Zug, erhalten, wie bei Mauerwerk, Beton, Baustohle, dann muß  $P$  oder die Resultierende mehrerer  $P$  innerhalb der Kernfläche bleiben. Abb. 145 bis 148 zeigt schraffierte Kernflächen für einige Querschnitte.  $P$  in Mitte liefert  $\sigma = -P : F$ , gleichmäßig über  $F$  verteilt;  $P$  auf Kernrand liefert in der dem  $P$  zugekehrten  $F$ -Kante oder -Ecke  $\sigma = -2P : F$ , in der gegenüberliegenden  $\sigma = 0$ .

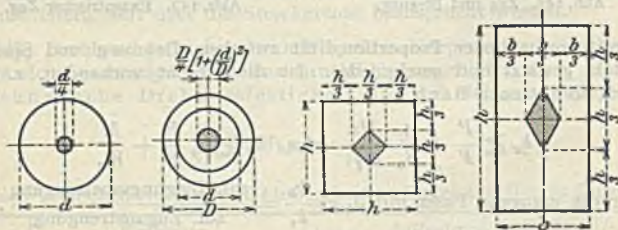


Abb. 145—148. Kernflächen.

(249) **Schiefe Biegung.** Die Belastungskräfte schneiden die Stabachse winkelrecht, liegen aber in verschiedenen Ebenen.



Abb. 149. Schiefe Biegung.

1. Der Stab kann nach allen Richtungen frei ausbiegen. Lege durch die Stabachse zwei Ebenen  $E_x$  und  $E_y$ , Abb. 149, die mit den Querschnittshauptachsen zusammenfallen, und projiziere alle Kräfte  $P_1, P_2 \dots$  auf diese Ebenen. Die Komponenten  $X_1, X_2 \dots$  der Ebene  $E_x$  ergeben die Auflagerkräfte  $A_x$  und  $B_x$  und die Biegemomente  $M_x$ ; die Komponenten  $Y_1, Y_2 \dots$  der Ebene  $E_y$  ergeben in gleicher Weise  $A_y, B_y$  und  $M_y$ .

Je nach Querschnittsform ist zu unterscheiden:

$\alpha$ ) Bei beliebiger Querschnittsform erhält Faser  $f$ , Abb. 149, die Normalspannungen  $\sigma_x = M_x \eta : J_x$  und gleichzeitig  $\sigma_y = M_y \xi : J_y$ ; beide addieren sich algebraisch.  $\max \sigma$  und deren Lage folgt durch Probieren.

β) Für Querschnitte, deren Umhüllung ein Rechteck ist z. B. I oder □, treten die  $\max \sigma_x = M_x : W_x$  und  $\max \sigma_y = M_y : W_y$ , sowie  $\max \sigma = \max \sigma_x + \max \sigma_y$  in den Querschnittsecken an.

2. Der Stab ist durch Querverbindungen u. dgl. so gelagert, daß er sich nur in bestimmter Richtung  $r$ , Abb. 150, durchbiegen kann. Die Projektionen  $P_1', P_2' \dots$  der Kräfte  $P_1, P_2 \dots$  auf die Biegungsebene  $E_r$  liefern die Momente  $M$ , welche die  $\sigma = M : W_n$  ergeben, worin  $W_n = J_n : \max e$ ;  $J_n$  bezieht sich auf die zu  $r$  winkelrechte Nulllinie  $N$  und kann nach (231) aus den Hauptträgheitsmomenten und dem Winkel zwischen  $r$  und den Hauptachsen bestimmt werden.



Abb. 150.

3. Für Kreis- und Kreisringquerschnitte sind bei frei ausbiegendem Stab die  $M_x$  und  $M_y$  zu den resultierenden Momenten  $M_r = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$  zusammensetzen, die an jeder Trägerstelle  $\sigma = M_r : W$  ergeben.

In allen Fällen ergeben die Komponenten  $X_1, X_2 \dots$  Durchbiegungen  $d_x$  in der Ebene  $E_x$  und die  $Y_1, Y_2 \dots d_y$  in der Ebene  $E_y$ ; die wirklichen Durchbiegungen sind dann  $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}$  und die wirkliche elastische Linie bildet eine Raumkurve.

(250) Beispiele. 1. Stab nach Abb. 151 mit den Lasten  $P_1, P_2$  und  $P_3$  in Ebenen winkelnrecht zur Stabachse liegend.

Zeichne den Aufriß und Grundriß des Stabes mit den  $P$ -Projektionen  $Y_1, Y_2, Y_3$  und  $X_1, X_2, X_3$  und denen der Auflagerkräfte  $A_y, B_y$  und  $A_x, B_x$ . Diese werden für jeden RiB ermittelt, am einfachsten durch Rechnung. Die  $A$  und  $B$  selbst sind dann die Resultierenden

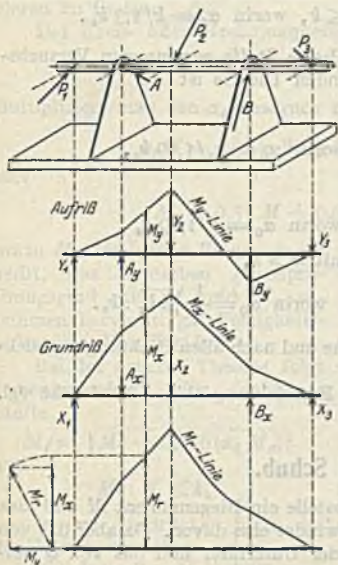


Abb. 151. Achse mit Raumkräften.

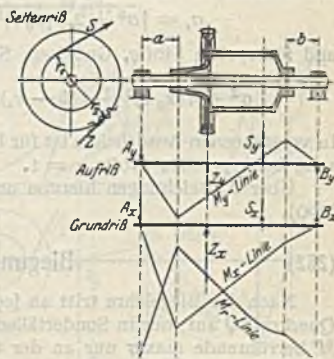


Abb. 152. Trommelachse.

ihrer Projektionen. Sodann ist die  $M_y$ - und die  $M_x$ -Linie zu bestimmen und zwar durch Rechnung oder durch je ein Seileck. Bei Kreisquerschnitt nach 3) folgt sodann die aus Geraden und Kurven zusammengesetzte  $M_r$ -Linie durch Zeichnung, die für die Querschnittsbemessung nach gegebenem  $k_b$  maßgebend ist.

2. Seiltrommel mit zusammengegossem oder angeschraubtem Zahnrad, nach Abb. 152 um eine raumfeste Achse drehbar, die somit nur auf Biegung, aber nicht auf Drehung beansprucht wird. Seilzug  $S$ , Zahndruck  $Z = S r_1 : r_2$ .

Man denkt sich  $S$  und  $Z$  an der Achse angreifend und bestimmt aus den Projektionen von  $S$  und  $Z$  die der Auflagedrücke wie im vorigen Beispiel. Hieraus die  $M_y$ - und  $M_x$ -Linie, die aber zwischen den Achsenlagern und den Trommelnaben je geradlinig verlaufen. Daraus die  $M_r$ -Linie.

Bei nicht abgesetzter Achse erübrigt sich nach Berechnung der  $A$ - und  $B$ -Projektionen das Aufzeichnen der  $M$ -Linien. Das maßgebende Moment tritt in einer der beiden Nabenstellen auf und beträgt mit  $A = \sqrt{A_y^2 + A_x^2}$  und  $B = \sqrt{B_y^2 + B_x^2}$   $M_{ra} = A a$  oder  $M_{rb} = B b$ .



## Zweite Gruppe.

### Belastungsfälle mit Normal- und Schubspannungen.

(251) Tritt an einer Stelle einer Schnittfläche gleichzeitig die Normalspannung  $\sigma$  und die Schubspannung  $\tau$  auf, dann wird dieser Fall verglichen mit einer reinen Zug- oder Druckspannung  $\sigma_1$  (ideelle Spannung), die denselben Beanspruchungsgrad hervorruft; somit die Festigkeitsbedingung

$$\sigma_z \leq k_z \text{ bzw. } \sigma_1 \leq k.$$

Nach der älteren, bisher allgemein benutzten Dehnungstheorie ist mit  $m = 10/3$  für Metalle:

für Zugspannung  $\sigma$

$$\sigma_1 = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \tau)^2} \leq k_z, \text{ worin } \alpha_0 = k_z/1,3 k_z,$$

für Druckspannung  $\sigma$  (Absolutwert)

$$\sigma_1 = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \tau)^2} \leq k, \text{ worin } \alpha_0 = k/1,3 k_z.$$

Nach einer neueren, mit den für dehnbare Stoffe gewonnenen Versuchsergebnissen erheblich besser übereinstimmenden Theorie ist

für Zugspannung  $\sigma$

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma^2 + 2,9(\alpha_0 \tau)^2} \leq k_z, \text{ worin } \alpha_0 = k_z/1,69 k_z,$$

für Druckspannung  $\sigma$  (Absolutwert)

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma^2 + 2,9(\alpha_0 \tau)^2} \leq k, \text{ worin } \alpha_0 = k/1,69 k_z$$

und für spröde Stoffe, Gußeisen, Steine, mit  $k > k_z$

$$\sigma^2 + 4(\alpha_0 \tau)^2 + \sigma(k - k_z) \leq k k_z, \text{ worin } \alpha_0 = \frac{1}{2} \sqrt{k k_z} : k_z.$$

In vorstehenden Ausdrücken ist für homogene und nach allen Richtungen gleichartig beanspruchte Stoffe  $\alpha = 1$ .

Über Abweichungen hiervon und über Entwicklung obiger Ausdrücke vgl. (290).

### (252) Biegung und Schub.

Nach der Biegelehre tritt an jeder Stabstelle ein Biegemoment  $M$  und eine Querkraft  $Q$  auf; nur in Sonderfällen verschwindet eins davon. Da aber das von  $M$  herrührende  $\max \sigma$  nur an der Ober- oder Unterfaser und das von  $Q$  herrührende  $\max \tau$  in der Mitte auftritt, und  $\max \sigma$  stets erheblich größer als  $\max \tau$  ist, bleibt in den weitaus meisten Fällen  $\max \sigma$  maßgebend und es gilt die in (206) genannte Festigkeitsbedingung.

Nur bei  $\Gamma$ -Profilen und ähnlichen kann je nach Fall ein großes  $M$  mit einem großen  $Q$  zusammenfallen und in dem dicht unterhalb des Flansches liegenden Stegteil tritt ein  $\sigma$  fast gleich  $\max \sigma$  und ein  $\tau$  fast gleich  $\max \tau$  auf, die zusammen ein  $\sigma_1 > \max \sigma$  liefern, das für Profilbemessung maßgebend ist.

Anmerkung. Alle bisher ermittelten Spannungsverteilungen bei der Biegung gelten streng nur in hinreichendem Abstände des Querschnitts von der Kraftangriffstelle, etwa das doppelte bis dreifache der Stabhöhe, bei kleinerem Abstände gelten sie angenähert, und um so weniger, je kleiner der Abstand. Daher tritt bei Belastung nach Abb. 125a oder b auch nicht die bei Biegung nach (238) ermittelte Schubspannungsverteilung ein. Aus gleichem Grunde lassen sich kurze durch Querkraft beanspruchte Bolzen von einer Länge gleich Durchmesser oder weniger weder auf Biegung noch auf Schub berechnen; in solchen Fällen bleibt vielmehr die Flächenpressung zwischen Stab und darauf lastendem Körper, z. B. Zugstange mit Auge oder zwischen Stab und Auflager maßgebend.



## (253) Zug (Druck) und Drehung.

Liefere die äußeren Kräfte an der Schnittstelle eine in Stabachse wirkende Zug(Druck)kraft  $P$  und ein Drehmoment  $M_d$ , dann tritt auf Normalspannung  $\sigma = \pm P:F$ , gleichmäßig über  $F$  verteilt, und Schubspannung  $\max \tau$  an den Umfangsstellen nach (239) zu bestimmen.

Diese setzen sich nach (290) zu  $\sigma_i$  zusammen, wobei in den Ausdrücken für  $\alpha_0$  der Wert  $k_d$  statt  $k_z$  zu setzen ist.

Festigkeitsbedingung  $\sigma_i \leq k_z$  bzw.  $\sigma_i \leq k$ .

## (254) Biegung und Drehung.

Die äußeren Kräfte liefern an der Schnittstelle ein Biegemoment  $M$  und ein Drehmoment  $M_d$ .

Bei beliebigen Querschnittsformen sind die an einer Querschnittsstelle auftretenden  $\sigma$  und  $\tau$  nach den entsprechenden Formeln zu bestimmen und zu  $\sigma_i$  zusammzusetzen. Die Querschnittsstelle für  $\max \sigma_i$  ist meist durch Probieren zu finden.

Bei Kreis- oder Kreisringquerschnitt ist an Umfangsstellen

$$\sigma = M:W \text{ und } \tau = M_d:2W, \text{ hieraus } \sigma_i.$$

Multipliziert man den  $\sigma_i$ -Ausdruck mit  $W$ , dann folgt bei Dehnungstheorie

$$\sigma_i W = 0,35 \sigma W + 0,65 \sqrt{(\sigma W)^2 + 4(\alpha_0 \tau M_d)^2}$$

oder

$$M_i = 0,35 M + 0,65 \sqrt{M^2 + (\alpha_0 M_d)^2},$$

worin  $M_i$  das ideelle Biegemoment heißt, das denselben Beanspruchungsgrad wie  $M$  und  $M_d$  zusammen hervorbringt; Festigkeitsbedingung  $M_i:W \leq k_b$ .

Bei der neueren Theorie folgt dementsprechend für dehnbare Stoffe

$$M_i = \sqrt{M^2 + 0,716(\alpha_0 M_d)^2}$$

und

$$M_i:W \leq k_b.$$

In den Ausdrücken für  $\alpha_0$  ist der Wert  $k_d$  statt  $k_z$  zu setzen.

Bei demselben  $k_b$  erhält man nach der neueren Theorie etwas größere Durchmesser, bei Vollwellen bis zu 10%.

**Beispiel.** Achse nach Abb. 153, zweimal gelagert, durch die an den Hebelarmen  $r_1$  und  $r_2$  wirkenden Kräften  $P_1$  und  $P_2$  (z. B. als Zahndrücke) auf Biegung und Drehung beansprucht. Zunächst ist nach dem Seitenriß  $P_1 r_1 = P_2 r_2$ . Man denkt sich nun die  $P_1$  und  $P_2$  parallel zu ihren Lagen an der Achse angreifend, bestimmt wie im Beispiel (236) die  $M_y$ - und  $M_x$ -Linie und hieraus die  $M_r$ -Linie.

Das Drehmoment  $M_d = P_1 r_1 = P_2 r_2$  verläuft gleichmäßig zwischen den  $P_1$ - und  $P_2$ -Punkten. Hieraus die  $M_i$ -Linie, die für die Querschnittsbemessung nach gegebenem  $k_b$  maßgebend ist.

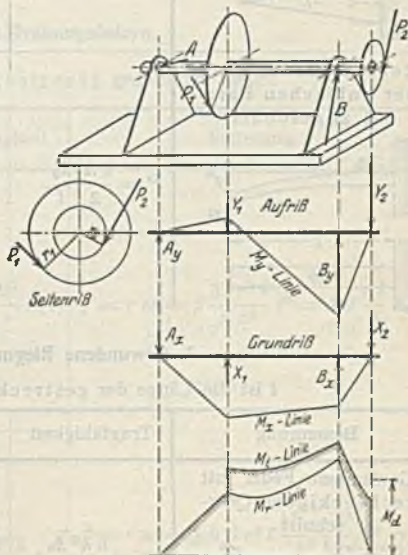


Abb. 153. Zahnradachse.

(255)

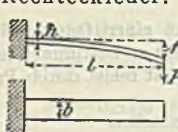
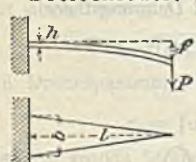
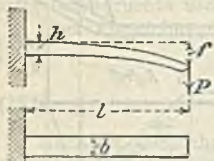
## Federn.

Es bezeichnet

$P$  die höchst zulässige Belastung (Tragfähigkeit) der Feder in kg,  
 $f$  die Federung — entsprechend der Belastung  $P$  oder der zulässigen  
 Biegungs- oder Drehungsspannung  $k_b$  bzw.  $k_d$  — in cm,  
 $l$  die Länge der Feder in cm.

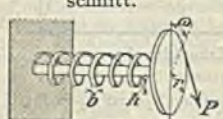
Hierzu Abb. 154 bis 165.

## 1. Gerade Biegungsfedern.

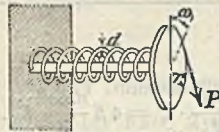

| Benennung   | Tragfähigkeit               | Federung   |
|---|-----------------------------|--|
| Rechteckfeder.<br>   | $P = \frac{b h^2 k_b}{6 l}$ | $f = \frac{\alpha}{J} P \frac{l^3}{3} = 4 \alpha \frac{l^3}{b h^3} P$ $= \frac{2}{3} \alpha \frac{l^2}{h} k_b$ |
| Dreieckfeder.<br>  | $P = \frac{b h^2 k_b}{6 l}$ | $f = \frac{\alpha}{J} P \frac{l^3}{2} = 6 \alpha \frac{l^3}{b h^3} P = \alpha \frac{l^2}{h} k_b$               |
| Rechteckfeder nach der kubischen Parabel zugeschräfft.<br> | $P = \frac{b h^2 k_b}{2 l}$ | $f = \frac{\alpha}{J} P \frac{l^3}{2} = 6 \alpha \frac{l^3}{b h^3} P = \alpha \frac{l^2}{h} k_b$               |

## 2. Gewundene Biegungsfedern.

 $l$  ist die Länge der gestreckt gedachten Feder.

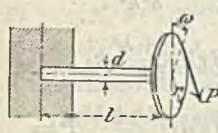
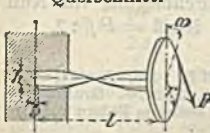
| Benennung  | Tragfähigkeit               | Federung   |
|--|-----------------------------|--|
| Gewundene Feder mit rechteckigem Querschnitt.<br> | $P = \frac{b h^2 k_b}{6 r}$ | $f = r \omega = \frac{\alpha}{J} P l r^2 = 12 \alpha P \frac{l r^2}{b h^3} =$ $= \alpha 2 \frac{r l}{h} k_b$ |

## 2. Gewundene Biegefedern (Fortsetzung).

| Benennung   | Tragfähigkeit                  | Federung  |
|---|--------------------------------|---|
| Gewundene Feder mit rundem Querschnitt.<br>   | $P = \frac{\pi d^3 k_b}{32 r}$ | $f = r \omega = \frac{\alpha}{J} P l r^2 = \alpha \frac{64}{\pi} P \frac{l r^2}{d^4} =$ $= \alpha 2 \frac{r l}{d} k_b.$ |
| Spiralfeder mit rechteckigem Querschnitt.<br> | $P = \frac{b h^3 k_b}{6 r}$    | $f = r \omega = \frac{\alpha}{J} P l r^2 = 12 \alpha P \frac{l r^2}{b h^3} =$ $= 2 \alpha \frac{r l}{h} k_b.$           |

## 3. Gerade Drehungsfedern.

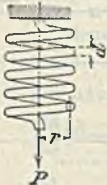
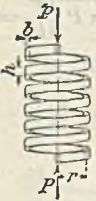


$l$  ist die Länge der gestreckt gedachten Feder.

| Benennung  | Tragfähigkeit                   | Federung  |
|--|---------------------------------|---|
| Einfache Drehungsfeder mit rundem Querschnitt.<br>       | $P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$ | $f = r \omega = \beta \frac{32 r^2 l}{\pi d^4} P = 2 \beta \frac{r l}{d} k_d.$                                |
| Einfache Drehungsfeder mit rechteckigem Querschnitt.<br> | $P = \frac{2 b^3 h}{9 r} k_d.$  | $f = r \omega = 3,6 \beta r^2 l \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} P =$ $= 0,8 \beta r l \frac{b^2 + h^2}{b h^2} k_d.$ |



## 4. Gewundene Drehungsfedern.

$n$  bedeutet die Anzahl der Windungen,  $r$  den mittleren Halbmesser der Feder.

| Benennung   | Tragfähigkeit                   | Federung   |
|---|---------------------------------|--|
|  <p>Zylindrische Schraubfeder mit rundem Querschnitt<sup>1)</sup></p> | $P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$ | $f = \beta \frac{64 n r^3}{d^4} \cdot P = 4 \beta \frac{\pi n r^2}{d} k_d.$  |
|  <p>Zylindrische Schraubfeder mit rechteckigem Querschnitt.</p>       | $P = \frac{2 b^2 h}{9 r} k_d.$  | $f = 7,2 \beta \pi n r^3 \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} P =$ $= 1,6 \beta \pi n r^2 \frac{b^2 + h^2}{b h^2} k_d.$   |
|  <p>Kegelfeder mit rundem Querschnitt.</p>                           | $P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$ | $f = \frac{16 \beta r^2 l}{\pi d^4} P = \beta \frac{r l}{d} k_d =$ $= 16 \beta n \frac{r^3}{d^2} P = \beta \pi n \frac{r^3}{d} k_d.$   |
|  <p>Kegelfeder mit rechteckigem Querschnitt.</p>                    | $P = \frac{2 b^2 h}{9 r} k_d.$  | $f = 1,8 \beta r^2 l \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} P =$ $= 0,4 \beta r l \frac{b^2 + h^2}{b h^2} k_d$ $f = 1,8 \beta \pi n r^3 \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} P =$ $= 0,4 \beta \pi n r^2 \frac{b^2 + h^2}{b h^2} k_d.$ |

Die Arbeit in cmkg, die von einer Feder bei ihrer Durchbiegung von Null bis  $f$  aufgenommen wird (die sogen. „Federungsarbeit“) ist  $A = P f : 2$ .

<sup>1)</sup> Literatur zu zylindrischen Schraubfedern: Rechen tafeln, M.B. 1926, S. 1085, 1928, S. 783, ferner Z. 1898, S. 429, 1906, S. 1076, 1909, S. 1073, 1911, S. 2179. Druckfedern gegen seitliches Ausknicken Z. 1910, S. 133. Radiale, unter Fliehkraft stehende Federn Z. 1907, S. 788, 1908, S. 303, 1909, S. 1272.

### Dritte Gruppe. Belastungsfälle mit zwei zueinander senkrecht gerichteten Normalspannungen.

(256) Liefern die äußeren Kräfte in einer Schnittrichtung ein  $\sigma_x$  und in einer senkrecht dazu stehenden Schnittrichtung ein  $\sigma_y$ , dann ist nach der Dehnungstheorie  $\sigma_t = \sigma_x - \sigma_y : m$  oder  $\sigma_t = \sigma_x - 0,36 \sigma_y$ , nach neuerer Theorie bei dehnbaren Stoffen  $\sigma_t = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} - 0,865 \sigma_x \sigma_y$ , worin in beiden Ausdrücken  $\sigma_t \leq k_z$  bzw.  $\sigma_t \leq k$ .

#### Gefäße.

##### (257) Dünnwandige Hohlzylinder für Innendruck.

Erster Fall: Zylinder hat keine Abschlußböden, Enddruck wird von besonderen nicht mit Mantel verbundenen Böden (z. B. Kolben) abgeschlossen. Radius  $r$ , Wandstärke  $s$ , Innendruck  $p$ .

Mantel erhält umfangsgerichtete über Wandstärke gleichmäßig verteilte Zugspannung  $\sigma_x = pr : s$ .

Festigkeitsbedingung  $\sigma_x \leq k_z$  oder  $p_{zul} \leq s k_z : r$ .

Zweiter Fall: Zylinderabschluß durch ebene oder gewölbte Böden. Mantel erhält in Umfangsrichtung Zugspannung  $\sigma_x = pr : s$  und in Längsrichtung  $\sigma_y = pr : 2s$ . Beide in obige Ausdrücke eingesetzt ergibt nach Dehnungstheorie

$$\sigma_t = \frac{pr}{s} \left( 1 - \frac{0,3}{2} \right) = \frac{pr}{s} \cdot 0,85 \leq k_z \quad \text{und} \quad p_{zul} = 1,17 \frac{s k_z}{r},$$

nach neuerer Theorie

$$\sigma_t = \sqrt{\left(\frac{pr}{s}\right)^2 + \left(\frac{pr}{2s}\right)^2} - \frac{pr}{s} \frac{pr}{2s} \cdot 0,85 = 0,91 \frac{pr}{s} \leq k_z \quad \text{und} \quad p_{zul} = 1,1 \frac{s k_z}{r}.$$

Bei genieteten Gefäßen ist die Festigkeit in der Nietnaht maßgebend. Näh. s. Dampfkessel-nietung

In der Nähe der Abschlußböden treten wegen Hinderung der elastischen radialen Ausdehnung des Mantels Zusatzlängsspannungen auf. Näh. s. Pöschl u. Terzaghi, Berechnung von Behältern. Berlin: Julius Springer 1913, ferner Krebitz, Eisenbau 1922, S. 119.

(258) Dünnwandige Zylinder für Außendruck. Maßgebend ist hierbei nicht die Festigkeit, sondern die Sicherheit gegen Einknicken der Wand. Bei ursprünglich genau kreisrundem Zylinder tritt dies ein bei einem kritischen Außendruck

$$p_k = \frac{1}{\alpha'} s^3 : 4 r^3, \quad \text{worin} \quad \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha} \frac{m^3}{m^2 - 1}. \quad \text{Sicherheitsbedingung} \quad p = p_k : \mathcal{C}, \quad \text{worin} \quad \mathcal{C} = \text{Sicherheitsgrad.}$$

Durch Versteifungsrippen oder Wellbleche wird die Knicksicherheit bedeutend erhöht. S. Dampfkessel-Flammrohre.

(259) Dünnwandige Kugeln für Innendruck. Für alle Durchmesserschnittebenen ist  $\sigma_x = \sigma_y = pr : s$ , hieraus für Dehnungstheorie

$$\sigma_t = 0,7 \frac{pr}{2s} \leq k_z \quad \text{oder} \quad p_{zul} \leq 2,86 \frac{s k_z}{r},$$

für neuere Theorie

$$\sigma_t = \frac{pr}{2s} \sqrt{1 + 1} - 0,85 = 0,532 \frac{pr}{s} \leq k_z \quad \text{oder} \quad p_{zul} = 1,88 \frac{s k_z}{r}.$$

Dickwandige Röhren und Kugeln mit Innendruck. Die Umfangsspannungen sind nicht gleichmäßig über die Wanddicke verteilt, sondern innen am größten und nach außen abnehmend, außerdem treten Radialspannungen auf, innen gleich dem Innendruck, nach außen bis auf Null abnehmend. Theorie schwierig, vgl. neuere Literatur: Bach-Baumann, Föppl usw.

## Platten.

## (260) Die ebene Kreisplatte mit kreissymmetrischer Belastung.

Ergebnisse der genauen Theorie von Grashof und Winkler unter folgenden Voraussetzungen und Bezeichnungen:

Plattenstärke  $s = \text{konst.}$ , Hookesches Gesetz, keine Überschreitung der  $P$ -Grenze, Mittendurchbiegung  $f$  ein kleiner Bruchteil von  $s$ .

Spannungsverteilung über  $s$  an beliebiger Plattenstelle nach Abb. 166. In der die Plattenstärke halbierenden Mittelebene keine Spannungen. In zylindrischen Schnittflächen Radialspannungen, in Radialebenen Tangentialspannungen, beide linear mit dem Abstände von der Mittelebene wachsend; demnach die Größtwerte an der Ober- bzw. Unterfläche, mit  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  bezeichnet; außerdem lotrechte Schubspannungen  $\tau$  in zylindrischen Schnittflächen. In den Formeln für die  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  gelten die oberen bzw. unteren Vorzeichen für die Ober- bzw. Unterfläche.  $m = 10/3$ . Überall ist  $x : r = \xi$  gesetzt.

1. Gleichmäßig verteilte Last  $p \text{ kg/cm}^2$ , Platte am Rande eingespannt Abb. 167.

$$\sigma_r = \mp \frac{pr^2}{s^2} \frac{3}{8} \left[ 1 + \frac{1}{m} - \xi^2 \left( 3 + \frac{1}{m} \right) \right] = \mp \frac{pr^2}{s^2} (0,488 - 1,235 \xi^2),$$

$$\sigma_t = \mp \frac{pr^2}{s^2} \frac{3}{8} \left[ 1 + \frac{1}{m} - \xi^2 \left( 1 + \frac{3}{m} \right) \right] = \mp \frac{pr^2}{s^2} (0,488 - 0,712 \xi^2).$$

In der Mitte ist  $\xi = 0$  und  $\sigma_r = \sigma_t = \mp 0,488 \frac{pr^2}{s^2}$ ; am Rande ist  $\xi = 1$ ,  $\sigma_r = \pm 0,75 \frac{pr^2}{s^2}$  und  $\sigma_t = \pm 0,224 \frac{pr^2}{s^2}$ , ferner  $f = \alpha \frac{3}{16} \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{pr^4}{s^3} = 0,17 \alpha \frac{pr^4}{s^3}$ .

2. Gleichmäßig verteilte Last  $p$ , Platte am Rande frei aufliegend, Abb. 168.

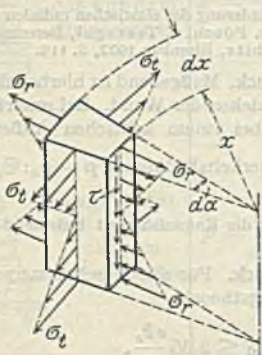


Abb. 166. Spannungen am Plattenelement.

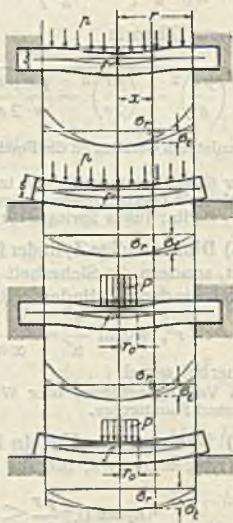


Abb. 167—170. Verschiedene Biegefälle.

$$\sigma_r = \mp \frac{pr^2}{s^2} \frac{3}{8} \frac{3m+1}{m} (1 - \xi^2) = \mp \frac{pr^2}{s^2} 1,2375 (1 - \xi^2),$$

$$\sigma_t = \mp \frac{pr^2}{s^2} \frac{3}{8} \left( \frac{3m+1}{m} - \frac{m+3}{m} \xi^2 \right) = \mp \frac{pr^2}{s^2} (1,2375 - 0,7125 \xi^2).$$



In der Mitte ist  $\sigma_r = \sigma_t = \mp 1,2375 p r^2 : s^2$ , am Rande ist  $\sigma_r = 0$ ,  $\sigma_t = \mp 0,525 p r^2 : s^2$ , ferner

$$f = \alpha \frac{3 m^2 - 1}{16} \frac{p r^4}{m^2 s^3} \frac{5m + 1}{m + 1} = 0,70 \alpha \frac{p r^4}{s^3}.$$

3. Last  $P$  ist über Kreisfläche  $r_0^2 \pi$  gleichmäßig verteilt,  $r_0$  sei klein gegen  $r$ ; Platte am Rande eingespannt, Abb. 169.

Am Rande ist unabhängig von  $r_0$

$$\sigma_r = \pm 0,477 P : s^2, \quad \sigma_t = \pm 0,143 P : s^2,$$

in der Mitte ist

$$\sigma_r = \sigma_t = \mp 0,155 \frac{P}{s^2} \left[ 4 \ln \frac{r}{r_0} + \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right]$$

ferner ist  $f = 0,22 \alpha P r^2 : s^3$ .

4. Fall wie 3., aber Platte frei aufliegend, Abb. 170. In der Mitte ist

$$\sigma_r = \sigma_t = \frac{P}{s^2} \left[ 0,625 \ln \frac{r}{r_0} + 0,48 - 0,084 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right],$$

ferner ist  $f = 0,55 \alpha P r^2 : s^3$ .

Die Festigkeitsbedingungen lauten für diese vier Fälle für dehnbare Stoffe

| allgemein  | bei Dehnungstheorie<br>$\sigma_t = \sigma_r - \sigma_t : m \leq k_z$   | bei neuerer Theorie<br>$\sigma_t = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2} - 0,865 \sigma_r \sigma_t \leq k_z$  |
|--|--|--|
| 1. $p = \text{konst.}$<br>Rand<br>eingespannt  | am Rande ist<br>$\sigma_t = \frac{p r^2}{s^2} (0,75 - 0,224 \cdot 0,3)$<br>$= 0,68 \frac{p r^2}{s^2} \text{ oder } p = \frac{s^2 k_z}{0,68 r^2}$                         | am Rande ist<br>$\sigma_t = \frac{p r^2}{s^2} \cdot \sqrt{0,75^2 + 0,224^2} - 0,865 \cdot 0,75 \cdot 0,224$<br>$= 0,87 \frac{p r^2}{s^2} \text{ oder } p = \frac{s^2 k_z}{0,87 r^2}$ |
| 2. $p = \text{konst.}$<br>Rand freiauf-<br>liegend                                       | in der Mitte ist<br>$\sigma_t = \frac{p r^2}{s^2} (1,2375 - 1,2375 \cdot 0,3)$<br>$= 0,87 \frac{p r^2}{s^2} \text{ oder } p = \frac{s^2 k_z}{0,87 r^2}$                  | in der Mitte ist<br>$\sigma_t = \frac{p r^2}{s^2} \cdot 1,2375 \sqrt{1 + 1} - 0,865$<br>$= 1,32 \frac{p r^2}{s^2} \text{ oder } p = \frac{s^2 k_z}{1,32 r^2}$                        |
| 3. $P$ über Kreis-<br>fläche $r_0^2 \pi$<br>gleichmäßig<br>verteilt, Rand<br>eingespannt | in der Mitte ist<br>für $r_0/r = 0,2$   0,1   0,05   0,01<br>$\sigma_t = \frac{P}{s^2} \cdot 0,70$   1,00   1,30   2,00<br>$P = k_z s^2 \cdot 1,43$   1,00   0,77   0,50 | in der Mitte ist<br>für $r_0/r = 0,2$   0,1   0,05   0,01<br>$\sigma_t = \frac{P}{s^2} \cdot 1,06$   1,52   1,98   3,04<br>$P = k_z s^2 \cdot 0,94$   0,66   0,51   0,33             |
| 4. wie oben<br>Rand frei<br>aufliegend   | in der Mitte ist<br>für $r_0/r = 0,2$   0,1   0,05   0,01<br>$\sigma_t = \frac{P}{s^2} \cdot 1,04$   1,34   1,65   2,35<br>$P = k_z s^2 \cdot 0,96$   0,75   0,60   0,42 | in der Mitte ist<br>für $r_0/r = 0,2$   0,1   0,05   0,01<br>$\sigma_t = \frac{P}{s^2} \cdot 1,43$   2,03   2,50   3,57<br>$P = k_z s^2 \cdot 0,63$   0,50   0,40   0,28             |

In Wirklichkeit liegt am Rande meist weder vollkommene Einspannung, noch freie Auflagerung vor und die Beiwerte in den Ausdrücken für  $f$ ,  $p$  und  $P$  liegen dann zwischen den angegebenen Werten.

Vorstehendes gilt für verhältnismäßig dicke Platte, bei denen Mittendurchbiegung klein gegen  $s$  ist. Bei dünneren Platten tritt merkliche Durchbiegung ein und infolge der Wölbwirkung wird die Tragfähigkeit der Platten erheblich größer als angegeben, und obige Formeln für  $f$  sind ungültig, namentlich besteht zwischen  $f$  und  $p$  oder  $P$  nicht mehr Proportion.

Über Platten mit ringförmiger Belastung, mit Bohrung und mit unbelastetem oder belastetem überstehenden Rande vgl. A. u. L. Föppl, Zwang u. Drang. 2. Aufl. München u. Berlin 1928: R. Oldenbourg.

**(261) Die elliptische und rechteckige Platte.** Voraussetzungen wie bei der Kreisplatte.

In den Anwendungen, Abdichtung von Räumen, die unter Flüssigkeits- oder Gasdruck stehen, kommt fast nur die am Rande eingespannte Platte mit gleichmäßig verteilter Belastung vor. Hierfür folgt aus den Näherungsformeln von Bach, s. Elast. u. Fest., Jul. Springer, ferner Z. 1906, S. 1940, nach einigen Umformungen für Rechteck und Quadrat  $p = 2,7 s^2 k_z : h^2$ , worin  $h$  nach Abb. 171. Gefährliche Stelle am oberen Plattenrande bei  $A$ .



Abb. 171.

Für Ellipse und Kreis ist  $p = 3,6 s^2 k_z : h^2$ ,  $h$  und  $A$  wie oben für das um die Ellipse beschriebene Rechteck.

Ist die Randbefestigung derart, daß auf volle Einspannung nicht zu rechnen ist, z. B. durch Nachgiebigkeit der Schrauben oder Nieten oder der Dichtung, dann dürfen die Beiwerte bis 20% höher gesetzt werden.

Genaue Berechnung schwierig. Vgl. Nadai, Elastische Platten. Berlin: Julius Springer 1925.

**(262) Für Gußeisenplatten,** die sich wegen Nichterfüllung des Hookeschen Gesetzes der genauen Berechnung entziehen, gilt nach den Bachschen Versuchen mit  $h$  aus Abb. 171

|  |                                 |
|--|---------------------------------|
| Kreisplatte mit gleichmäßig verteilter Last        | $p \approx 0,8 s^2 k_b : r^2$ , |
| Kreisplatte mit Einzellast in der Mitte            | $P \approx 0,7 s^2 k_b$ ,       |
| Elliptische Platte mit gleichmäßig verteilter Last | $p \approx 1,8 s^2 k_b : h^2$ , |
| Rechteckplatte mit gleichmäßig verteilter Last     | $p \approx 1,6 s^2 k_b : h^2$ . |

Hierin ist freie Auflagerung am Rande vorausgesetzt; gefährliche Stelle in Plattenmitte. Nähert sich die Auflagerung derjenigen für Einspannung, dann steigen die  $p$  bis auf das 1,5-fache dieser Werte.

Die sehr dünne ebene Platte verhält sich wie eine dünne Haut ohne Biegungs-, aber mit Zugwiderstand und erhält radiale und tangentielle Zugspannungen, die von  $x$  abhängig sind, aber im Gegensatz zum bisherigen gleichmäßig über die Plattenstärke verteilt sind; außerdem besteht keine Proportionalität zwischen Belastung und Spannung bzw. Durchbiegung.

Die mittelstarke Platte verhält sich bei kleinen  $p$  und  $f$  wie die starke Platte und bei großen  $p$  und  $f$  wie die dünne Haut; dazwischen lagern sich beide Beanspruchungsarten übereinander.

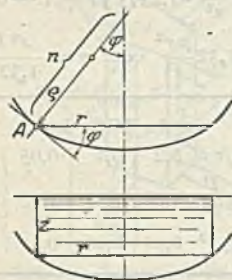


Abb. 172 u. 173. Behälterböden.

**(263) Die Platte mit ursprünglicher Wölbung.** Im allgemeinen bedeutend widerstandsfähiger als die gleichstarke ebene Platte. Auch hier ist zwischen geringer und größerer Wandstärke zu unterscheiden.

Geringe Wandstärke, für Behälterböden, Intzebehälter. Biegungsspannungen verschwindend, nur Normalspannungen u. zw. Meridianspannungen  $\sigma_r$  und Umfangsspannungen  $\sigma_\theta$  in Kreisrichtung, beide gleichmäßig über  $s$  verteilt. Nach Abb. 172 ist für eine Stelle  $A$  mit Radius  $r$  und Krümmungsradius  $\rho$  bei gleichmäßigem Innendruck  $p$ :



Gesamtdruck auf die Haube von der Grundfläche  $r^2 \pi$  ist  $P = p r^2 \pi$ ,  $\sigma_r = P : 2 r \pi s \sin \varphi$  und  $\sigma_u$  aus  $p = \sigma_r : \rho + \sigma_u : n$ ;  $\sigma_r$  und  $\sigma_u$  sind Zug.

Bei Wasserbehältern nach Abb. 173 ist  $P$  das Gewicht der schraffierten Wassermenge und  $p = z : 1000$  mit  $z$  in cm der Wasserdruck bei  $A$ . Vgl. auch unter Mechanik flüssiger Körper.

Bei genieteten Blechböden sind die Spannungen in der Nietnaht maßgebend, bei vollen Böden ist  $\sigma_t$  maßgebend.

Ist der Boden nach oben gewölbt, dann sind beide Spannungen Druck; gegen Einbeulungen erfordert der Boden Versteifungen. Für Kegelböden ist  $\rho = \infty$ .

Näh. s. Forchheimer, Berechnung ebener u. gekrümmter Behälterböden, 2. Aufl., Wilh. Ernst & Sohn; Barkhausen, Z. 1900 S. 1594 u. 1631.

Größere Wandstärke, Zylinderdeckel, Zwischenwände bei Dampfturbinen. Hierbei treten zu obigen Normalspannungen noch Biegungsspannungen. Theorie und Durchrechnung sehr schwierig.

Näh. über Theorie, Beispiele und Versuchsergebnisse s. Keller, F. A. Heft 124 u. 195, Fankhauser, desgl. Heft 162/63.

Für gewölbte Dampfkesselböden u. dgl. liegen reichliche Erfahrungsformeln vor; s. Abschn. Dampfkessel.

### Umlaufende Scheiben.

(264) Die Scheibe von veränderlicher Breite  $y$  wird durch Fliehkräfte beansprucht. Vorausgesetzt ist eine verhältnismäßig flache Scheibe; die  $y$  seien klein gegen den Scheibendurchmesser.

Bezeichnet

$\mu$  die Massendichte, d. i. die Masse der Raumeinheit,

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,

dann wirken am Scheibenelement nach Abb. 174 a bis c die Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$ ,

somit die Kräfte  $R = \sigma_r y x d\varphi$ ,  $R + dR = (\sigma_r + d\sigma_r) (y + dy) (x + dx) \varphi$ ,

$T = \sigma_t y dx$  und die Fliehkraft

$F = \mu y x d\varphi dx \omega^2 x$ . Unter Vernachlässigung der unendlich kleinen

Glieder höherer Ordnung ist

$$R + dR = (\sigma_r y x + \sigma_r dy x + \sigma_r y dx + d\sigma_r y x) d\varphi.$$

Gleichgewicht der radialen Komponenten dieser Kräfte liefert

$$R + dR - R - T d\varphi + F = 0$$

oder nach Streichung von  $d\varphi$

$$\sigma_r y x + \sigma_r dy x + \sigma_r y dx + d\sigma_r y x - \sigma_r y x - \sigma_t y dx + \mu y dx \omega^2 x^2 = 0$$

der

$$\sigma_r x \frac{dy}{dx} + \sigma_r y + y x \frac{d\sigma_r}{dx} - \sigma_t y + \mu y \omega^2 x^2 = 0.$$

Für die Scheibe gleicher Festigkeit ist mit  $\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{konst.}$

und wegen  $\frac{d\sigma}{dx} = 0$

$$\sigma x \frac{dy}{dx} + \sigma y + y x \frac{d\sigma}{dx} - \sigma y + \mu y \omega^2 x^2 = 0$$

oder

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\mu \omega^2}{\sigma} x y = 0$$

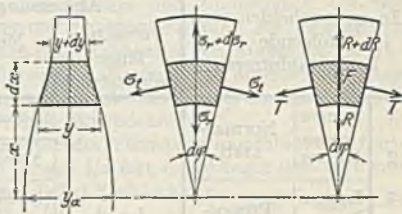


Abb. 174 a-c.



mit der allgemeinen Lösung nach (68)  $y = y_a e^{-\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} x^2}$ , worin  $y_a$  die Scheibendicke im Wellenmittel bezeichnet.

Anwendung auf Dampfturbinenscheiben s. Abschn. Dampfturbinen.

## Werkstoffprüfung.

(265) Man unterscheidet

Statische Prüfung: Bruch durch stetig und stoßfrei steigende Belastung bei einigen Minuten Versuchsdauer.

Dynamische Prüfung: Bruch durch einmalige schlagartige Belastung, vgl. DIN 1602—5.

Dauerprüfung: Bruch durch lange Zeit wirkende gleichbleibende oder in bestimmten Grenzen wechselnde Belastung.

### Statische Prüfung.

(266) Der Zugversuch nach DIN 1605. Abmessungen der Probestäbe:

Der Probestabquerschnitt kann kreisförmig, quadratisch, rechteckig (im allgemeinen mit einem Seitenverhältnis nicht größer als 4 : 1) oder in Ausnahmefällen auch anderweitig geformt sein; kleine Profilstäbe, kleine Rohre usw. können als Ganzes zerrissen werden. Auf dem zylindrischen oder prismatischen Stabteil sind zwei Meßmarken im Abstände  $l$  (Meßlänge) angebracht.

| Zu unterscheiden sind folgende Probestabformen: |          | Abmessungen in mm          |                               |                               | Querschnitt $F$ mm <sup>2</sup> | Zeichen für die Bruchdehnung |
|---|----------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
|   |          | Versuchslänge (mindestens) | Meßlänge $l$                  | Durchmesser <sup>1)</sup> $d$ |                                 |                              |
| 1   | Langer   | Normalstab                 | $10d = 200$                   | 20                            | 314                             | $\delta_{10}$                |
| 2   | Kurzer   |                            | $5d = 100$                    |                               |                                 | $\delta_5$                   |
| 3   | Langer   | Proportionalstab           | $10d = 11,3 \cdot \sqrt{F_0}$ | beliebig                      | beliebig                        | $\delta_{10}$                |
| 4   | Kurzer   |                            | $5d = 5,65 \cdot \sqrt{F_0}$  |                               |                                 | $\delta_5$                   |
| 5   | Langstab |                            | 200                           | beliebig                      | beliebig                        | $\delta_l$                   |
| 6   | Kurzstab |                            | 100                           |                               |                                 | $\delta_k$                   |

Der Übergang zum Stabkopf, dessen Form sich im einzelnen nach der Bauart der Zerreißmaschine richtet, darf nicht scharf abgesetzt sein.

Abb. 175 u. 176 zeigt den langen Normalstab als Rund- und Flachstab.

Über Proportions- und Streckgrenze und Zugfestigkeit s. (196).

In der Werkstoffprüfung werden Kräfte in kg, Längen und Querschnitte in mm und mm<sup>2</sup>, in der Festigkeitslehre dagegen Kräfte in kg, Längen usw. in cm, cm<sup>2</sup> eingesetzt. Somit haben Spannungen, Zugfestigkeit, Streckgrenze usw.

in der Werkstoffprüfung die Dim. kg/mm<sup>2</sup>,

in der Festigkeitslehre die Dim. kg/cm<sup>2</sup>.

<sup>1)</sup> Bei anderen als kreisförmigen Querschnitten gilt der Durchmesser des dem Stabquerschnitt flächengleichen Kreises.

Dementsprechend haben die Werte  $\alpha$  bzw.  $E$

in der Werkstoffprüfung die Dim.  $\text{mm}^2/\text{kg}$  bzw.  $\text{kg}/\text{mm}^2$ ,

in der Festigkeitslehre die Dim.  $\text{cm}^2/\text{kg}$  bzw.  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .

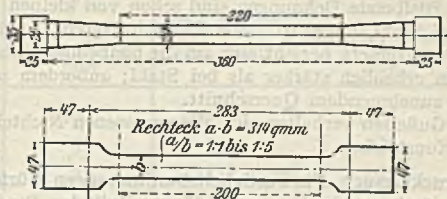


Abb. 175 u. 176. Probestabformen.

Bezeichnet  $l_b$  die Meßlänge nach erfolgtem Bruch,  $F_0$  den Anfangsquerschnitt und  $F_b$  den Querschnitt an der Bruchstelle, dann ist in Prozenten von  $l$  bzw.  $F_0$

$$\delta = 100 \cdot \frac{l_b - l}{l} \text{ die Bruchdehnung,}$$

$$\psi = 100 \cdot \frac{F_0 - F_b}{F_0} \text{ die Einschnürung.}$$

Während die Proportionsgrenze, Streckgrenze und Zugfestigkeit von der Prüfstabform fast unabhängig ist, bleibt die Bruchdehnung bei geometrisch ähnlichen Stabformen, also bei gleichen  $l/d$ , unabhängig von Stabgröße (Kicksches Gesetz), wächst aber mit abnehmendem  $l/d$ ; demnach unterscheidet man  $\delta_{10}$  für den langen und  $\delta_5$  für den kurzen Normal- oder Proportionalstab. Breite Flachstäbe von  $d/b < 1/4$  liefern geringere Bruchdehnung.

Die Einschnürung bildet ein Maß für die Formänderungsfähigkeit, Kaltverarbeitbarkeit, des Werkstoffs. Sie ist von  $l/d$  fast unabhängig und wird nur an zylindrischen Probestäben bestimmt, da bei Rechteck die Querschnittabnahme schwer feststellbar ist.

Die obere Streckgrenze ist von der Versuchsgeschwindigkeit stark abhängig, daher wird stets nur die untere Streckgrenze bestimmt, die auch in den Werkstofftafeln angegeben ist. Nur bei Belastungssteigerung bis zu  $1 \text{ kg}/\text{mm}^2$  i. d. Sek. ist dieser Einfluß unmerklich. Die Werte  $\delta$  und  $\psi$  sind wenig davon abhängig.

Wird der um  $\Delta l$  verlängerte Stab wieder entlastet, so verliert er die erlittene Dehnung um so weniger, je höher er belastet war. Die wieder verschwindende Dehnung  $\epsilon_1 = \Delta l_1 : l$  heißt elastische oder federnde Dehnung, der Rest  $\epsilon_2 = \Delta l_2 : l$  heißt bleibende Dehnung. Für hinreichend kleine Belastungen unterhalb der Streckgrenze sind die  $\epsilon_2$  Null oder verschwindend, der Stoff heißt dann vollkommen elastisch und der Dehnungsvorgang ist umkehrbar. Als Elastizitätsgrenze bezeichnet man diejenige Spannung, bei der die bleibende Dehnung  $\epsilon_2$  einen gewissen vereinbarten Wert nicht überschreitet. Nach dem deutschen Verband für Werkstoffprüfung i. d. Technik ist hierfür  $0,01\%$ , nach dem internationalen Verband  $0,001\%$  festgelegt. Bei Metallen fällt Elastizitätsgrenze ungefähr mit Proportionsgrenze zusammen; letztere hängt erheblich von der Meßgenauigkeit ab und wird selten festgestellt.



Abb. 177. Be- und Entlastungskurve bei Überschreitung der Streckgrenze.



Bei Belastung über die Streckgrenze verläuft die darauffolgende Entlastungskurve nach Abb. 177 etwa geradlinig und parallel zur Proportionsgeraden. Erneute Belastung liefert die eingezeichnete Fortsetzung der Zugkurve, deren Gesamtverlauf durch eine oder auch einige solcher Belastungsunterbrechungen wenig beeinflusst wird.

**Gußeisen.** Bleibende Dehnungen sind schon von kleinen Belastungen ab viel größer als bei Stahl, daher ist keine Elastizitätsgrenze vorhanden. Das in (196) genannte Potenzgesetz bezieht sich auf die bleibenden Dehnungen. Festigkeitswerte streuen erheblich stärker als bei Stahl; außerdem nimmt die Zugfestigkeit ab mit zunehmendem Querschnitt.

Ähnlich wie Gußeisen verhalten sich alle gegossenen Nichteisenmetalle und alle Natur- und Kunststeine.

**(267) Der Druckversuch.** Für Festigkeitsbestimmungen Würfel oder Zylinder mit  $l=d$ , für Formänderungsbestimmungen längere Zylinder. Die Festigkeitswerte sind stark von Prüfkörperform und Versuchsanordnung abhängig. Bei kurzen Körpern beeinflusst die Reibung zwischen Druckplatten und Körperstirnflächen die Ergebnisse, bei längeren Stäben stören knickartige Erscheinungen und Ausbiegungen. Daher sind nur die unter gleichen Bedingungen gewonnenen Ergebnisse miteinander vergleichbar. Druckversuche sind namentlich für gegossene Stoffe und Steine von Bedeutung.

**(268) Elastische Nachwirkung.** Die Längenänderung folgt nicht sofort der Belastungsänderung, sondern bedarf je nach Stoff einer gewissen Zeit. Unmerklich bei Metallen, sehr stark bei Leder, Hanf.

**(269) Der Biegeversuch.** Der Stab von vereinbarten Abmessungen wird nach Abb. 178 bis zum Bruch beansprucht. Nur bei spröden Stoffen durchführbar.

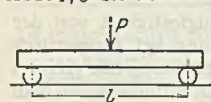


Abb. 178. Biegeversuch bei Gußstäben.

Üblich für Gußeisen, da die Biegeprobe einfacher ist als die Zug- und Druckprobe. Vereinbart sind vom Verein deutscher Eisengießereien zylindrische unbearbeitete Prüfstäbe 30 mm Durchm. und 650 mm Länge, bei  $l=600$  mm. Aus gemessener Bruchlast  $P$  folgt rechnerische Biegefestigkeit  $K_b = Pl : 4 W$ . Die gemessene Durchbiegung liefert das Zähigkeitsmaß.

**(270) Härteprüfung.** Die mineralische Härteskala (Talk bis Diamant) ist technisch nicht verwendbar. Die Härtezahlen der Technik sind technologische Vergleichsgrößen. Man unterscheidet statische und dynamische Verfahren.

**Statische Verfahren:**

**Brinellsche Kugeldruckprobe nach DIN 1605.** Eine harte Stahlkugel von  $D$  mm Durchm. wird mit stoßfrei wirkender Kraft  $P$  kg so lange in die blanke ebene Oberfläche des Werkstücks eingedrückt, bis das Vordringen der Kugel ein Höchstmaß erreicht. Aus dem Verhältnis zwischen Kraft und Größe der Eindruckfläche von  $d$  mm Durchm. folgt die Brinellhärte

$$H = \frac{2P}{\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})} \text{ kg/mm}^2.$$

Nach DIN 1605 ist Belastung 15 Sek. lang gleichmäßig und stoßfrei zu steigern und 30 Sek. auf ihrem Endwert zu belassen. Je nach Probendicke sind folgende Kugeln und Belastungen anzuwenden (s. Tabelle S. 277).

Zur Kennzeichnung der angewendeten Versuchsbedingungen dient die Schreibweise z. B. bei  $D=5$  mm,  $P=250$  kg und 30 Sekunden Belastungsdauer

$$H \ 5/250/30.$$

Für  $H \ 10/3000/30$  wird das Kurzzeichen  $H_n$  benutzt (Regelversuch).

Das Verhältnis Zugfest./Brinellhärte ist für Stähle 0,31 bis 0,41; und zwar mittelharte C-Stähle 0,36, Nickelstähle 0,35, bei  $P=30 D^2$ .



| Dicke<br>der Probe<br><i>a</i><br><br>mm | Kugel-<br>durchmesser<br><i>D</i><br><br>mm | Belastung <i>P</i><br>kg                              |  |  |
|--|---|---|--|--|
|  |   | 30 <i>D</i> <sup>2</sup><br>für Gußeisen<br>und Stahl | 10 <i>D</i> <sup>2</sup><br>f. hartes Kupfer<br>Messing, Bronze<br>u. a. | 2,5 <i>D</i> <sup>2</sup><br>für weichere<br>Metalle |
| über 6                                   | 10  | 3000  | 1000   | 250  |
| von 6 bis 3                              | 5   | 750   | 250  | 62,5   |
| unter 3                                  | 2,5   | 187,5   | 62,5   | 15,6   |

Martens-Heyn-Prüfung. Maßgebend die Kraft, die eine 5-mm-Kugel 0,05 mm tief eindrückt.

Rockwell-Prüfung. Nur für gehärtete Stähle. Maßgebend ist die Eindringtiefe einer kleinen Stahlkugel oder einer Diamantspitze unter gewisser Laststeigerung. Geringere Oberflächenverletzung als bei Brinell, daher namentlich für einseitig gehärtete Stücke. Die Beziehung zwischen Brinell- und Rockwell-Härte ist nicht linear, sondern stark vom Werkstoff und Härtegrad abhängig.

Dynamisches Verfahren: Shores Skleroskop. Nur für gehärtete Stähle. Ein kleiner Hammer mit Diamantspitze fällt aus bestimmter Höhe auf die wagrechte Oberfläche des Prüfkörpers. Je härter der Werkstoff, desto größer die Rückprallhöhe, die ein Vergleichsmaß für die Härte bildet. Für Werkzeughärte geeignet. Verfahren schnell durchführbar unter geringster Oberflächenverletzung.

Weniger genau, aber bequem und schnell zu gebrauchen ist der Schlaghärteprüfer nach Baumann-Steinrück und der Poldihammer.

Das Bestreben geht dahin, durch Härtebestimmung am Werkstück selbst raschen Rückschluß auf die Zugfestigkeit unter Umgehung der teuren Prüfstäbe zu gewinnen.

(271) **Faltversuch** nach DIN 1605. Dient zum Nachweis der Biegebarkeit (Zähigkeit). Flachstäbe, 30—50 breit, oder Rundstäbe werden unter der Presse langsam und stetig verbogen und zwar

a) um einen Dorn von bestimmtem Durchmesser bis zum vorgeschriebenen Winkel, wobei auf der Außenseite kein Anbruch erfolgen darf;

b) Verbiegung um einen beliebigen Dorn, dann Zusammendrücken der Schenkellenden völlig oder bis der Anbruch auf Außenseite erfolgt.

Rotbruchversuch ist ein Faltversuch mit rotwarmen Stäben und dient zum Nachweis der Warmbearbeitbarkeit.

## (272) Dynamische Prüfung.

Die Erfahrung zeigt, daß unter gewissen Verhältnissen Metalle gute statische Festigkeitseigenschaften haben können, aber gegen stoßende Beanspruchung (Schlagversuche) geringen Widerstand bieten. Kerbschlagbiegeprobe nach Charpy. Im Pendelschlagwerk nach Abb. 179 stößt ein pendelnd aufgehängtes Gewicht gegen einen eingekerbten Stab nach Abb. 180 von vereinbarten Abmessungen. Das Gewicht *G* fällt von Höhe *H* auf das Probestück, zerschlägt es und schwingt auf Höhe *h* zurück. Die zum Zerschlagen aufgewendete Arbeit ist  $A = G (H - h)$ ; die auf die Bruchflächeneinheit (Kerbquerschnitt =  $b d$ ) bezogene Arbeit heißt spezifische Schlagarbeit oder Kerbzähigkeit  $A_k = A : b d$  kgm/cm<sup>2</sup>.

Es treten zweierlei Brucharten auf: Der Trennungsbruch mit geringem  $A_k$ , geringer Formänderung, körnigem Bruch, und der Verformungsbruch mit großem  $A_k$ , starker Formänderung, sehnigem Bruch. Bei tiefer Temperatur

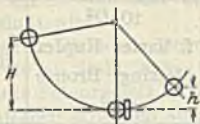


Abb. 179. Pendelschlaghammer

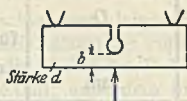


Abb. 180. Kerbschlagstab.

tritt Trennungsbruch, bei hoher Verformungsbruch ein, gewöhnliche Temperatur liefert ein Streugebiet zwischen beiden. Anzustreben ist der Verformungsbruch, der begünstigt wird durch richtige Wärmebehandlung, deren Feststellung Hauptzweck der Kerbschlagprobe ist.

Die Werte  $A_k$  sind von der Prüfstabform abhängig. Die z. Z. verschiedenen üblichen Formen erschweren den Vergleich der damit ermittelten  $A_k$ . Über Einfluß der Temperatur auf  $A_k$  s. (283).

(273)

### Dauerprüfung.

Dauerfestigkeit ist diejenige Grenzbeanspruchung, die ein Stab dauernd erträgt, ohne zu brechen. Je nachdem die Belastung ruhend ist oder dauernd sinusförmig schwingt, unterscheidet man Standfestigkeit und Schwingungsfestigkeit.

Standfestigkeit. Zugversuch mit dauernd unveränderlicher, stoßfreier Gewichtsbelastung bei Raum- oder höherer Temperatur. Gemessen wird die Dehnung in Abhängigkeit von der Zeit. Standfestigkeit ist diejenige größte Spannung, bei der die Dehnung zur Ruhe kommt oder deren Zunahme den Betrag  $0,001\%$  je Std. nicht überschreitet.

Bei Stahl liegt die Standfestigkeit bei Raumtemperatur über, bei höherer Temperatur unter der entsprechenden Streckgrenze, sofern anfängliche Dehnungen zulässig sind, andernfalls ist die Standfestigkeit gleich der Elastizitätsgrenze bei der entsprechenden Temperatur.

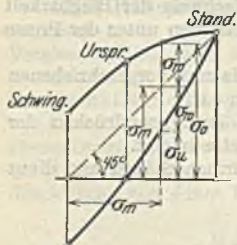


Abb. 181. Kurven bei Dauerprüfung.

Schwingungsfestigkeit. Die Zug- oder Biegespannung schwingt sinusförmig zwischen einem positiven und gleichen negativen Wert mit großer Frequenz. Bei irgendeiner Spannungsamplitude unterhalb der Zugfestigkeit reißt der Stab nach einer gewissen Anzahl von Schwingungen, d. i. die Bruchwechsellzahl. Je kleiner die Spannungsamplitude, desto größer die Bruchwechsellzahl. Man erachtet eine Bruchwechsellzahl von 5 bis 10 Millionen als Dauerzahl und die von hier an nicht merklich weiter fallende Spannungsamplitude heißt Schwingungsfestigkeit. Nach bisherigen Versuchen ist sie von der Frequenz kaum abhängig. Üblich sind Versuche mit Biegungsbeanspruchung eines sich rasch drehenden Rundstabes, und Zug-Druckwechselversuche mit elektromagnetischer Krafterzeugung bei 30000 Lastwechseln i. d. Min.

Für geschmiedeten Stahl ist bei Biegeversuchen in Raumtemperatur die Schwingungsfestigkeit =  $0,28$  (Zugfest. + Streckgrenze) mit  $\pm 20\%$  Streuung, und bei Zug-Druckversuchen etwa  $(0,6-1,0)$  mal soviel. Diese Angaben gelten für genau zylindrische, blank polierte Stäbe. Die geringste Oberflächenverletzung setzt die Schwingungsfestigkeit herab, und zwar stark bei vergütetem, weniger



bei gewalztem oder geglühtem Stahl. Gleichen Einfluß haben Kerben und schroffe Formübergänge.

Verläuft der Spannungswechsel zwischen ungleicher oberer Spannung  $\sigma_o$  und unterer Spannung  $\sigma_u$ , wobei  $\sigma_o > \sigma_u$  sei, dann gilt Abb. 181. Demnach die Sonderfälle

$\sigma_o = -\sigma_u$  ist Schwingungsfestigkeit,

$\sigma_u = 0$ ,  $\sigma_o$  ist Ursprungsfestigkeit, etwa (1,5—2)mal Schwing.-Fest.

$\sigma_o = \sigma_u$  ist Standfestigkeit.

Die Ergebnisse der Dauerprüfung bilden die Grundlage zur Wahl der zulässigen Spannungen im Maschinenbau, doch ist hierin vieles z. Z. noch nicht hinreichend geklärt. Vgl. Zeitschr. f. Metallkunde 1928 Heft 2, und laufende Berichte in Z.

## Festigkeitseigenschaften für die technisch wichtigsten Metalle.

(274) Die beim Zugversuch ermittelten Festigkeitswerte sind grundlegend für die Verwendung der Werkstoffe im Maschinenbau. Sie sind stark von Zusammensetzung, Gehalt an Fremdstoffen, Herstellungsweise und technologischer Weiterbehandlung abhängig. Nachstehende Angaben dienen nur zur Erklärung der in nachfolgenden Werkstofftafeln gebrauchten Begriffe.

### Stahl und Eisen.

(275) **Flußstahl** heißt alles in flüssigem Zustande gewonnene Eisen (daneben bleiben aber bis auf weiteres Handelsbezeichnungen wie Stab-, Profil-, Breitereisen usw. bestehen). Man unterscheidet

Kohlenstoffstähle unlegiert; bestimmend für Festigkeitswerte ist der Kohlenstoffgehalt.

Legierte Stähle, enthalten neben Kohlenstoff andere, absichtlich beigemengte Stoffe wie Silizium, Nickel, Chrom u. a., zwecks erheblicher Verbesserung der Festigkeitseigenschaften.

Form der Zugkurve Abb. 1 gilt allgemein für unlegierten und legierten Stahl im ausgeglühten Zustande.

Glühen. Zu unterscheiden:

Spannungsausglühen: in Stählen bei etwa 550°,

Weichglühen von Werkzeugstählen und höher gekohlten Baustählen bei etwa 700°,

Normalisieren: Glühen, um den Einfluß aller vorangegangenen Wärmebehandlung auszuschalten, bei 750 bis 900°, je nach C-Gehalt.

Einsetzen heißt Glühen in kohlenstoffabgebendem Mittel, ergibt harte 1 mm oder mehr tiefe Oberschicht bei weich bleibendem Kern. Nachstehende Tafelwerte gelten stets für den Kernwerkstoff.

Vergüten der legierten und unlegierten Stähle heißt Erhitzen auf 800 bis 850° mit darauffolgendem Abkühlen in Wasser oder Öl und Anlassen auf 150 bis 700° je nach den verlangten Festigkeitseigenschaften; bezweckt Steigerung der Festigkeit, Streckgrenze und Dehnung gegenüber dem ausgeglühten Zustand. Für hochbeanspruchte Maschinenbaustähle.

Härten und Anlassen von Werkzeugstählen. Härten erfolgt durch Glühen und nachfolgendes Abschrecken in Wasser oder Öl oder Abkühlen im Luftstrom, ergibt hohe Festigkeit bei sehr geringer Dehnung. Anlassen: darauffolgendes Erhitzen auf 150 bis 350° mit nachfolgender langsamer Abkühlung, ergibt mäßige Abnahme der Festigkeit und Erhöhung der Dehnung.



Warmformung heißt spanlose bildsame Formung bei 900 bis 750° je nach C-Gehalt, um das Werkstück im Zustand größter Formbarkeit unter geringem Arbeitsaufwand in neue Form zu bringen und gleichzeitig die Festigkeitswerte zu verbessern. Hierzu gehört Streckwalzen, Profilverwalzen, Ziehen, Freischmieden, Gesenkschmieden, Rohrziehen, Rohrwalzen, Gesenkpresen, Bördeln, Tiefziehen usw. Die Festigkeitswerte werden erhöht, aber wegen der Streckung des Werkstoffs in Streckrichtung mehr als quer dazu.

Kaltformung (Kaltrecken) heißt spanlose Formung in Raumtemperatur durch Walzen, Ziehen, Pressen, Bördeln, zur Erzielung geringerer, auf warmem Wege nicht erreichbarer Abmessungen, wie Drähte unter 5 mm, Bandisen unter 1 mm Stärke, oder zur Erzielung bestimmter Festigkeitswerte. Im allgemeinen steigen die Zugfestigkeit und Streckgrenze, die Bruchdehnung und Einschnürung nehmen ab (Verfestigung). Weitgehende stufenweise Kaltreckung erfordert eingeschaltete Glühungen. Bei längerem Lagern kaltgerekten, also über die Streckgrenze beanspruchten Stahles nimmt mit Monaten und Jahren die Streckgrenze zu, die Bruchdehnung, Einschnürung und namentlich Kerbzähigkeit nehmen weiter ab, der Werkstoff altert. Durch Erwärmen auf rd. 300° wird der Alterungsvorgang beschleunigt. Alterungserscheinungen treten auch ein während einer Formung in Blauwärme (280 bis 450°); daher solche streng vermeiden (Blaubrüchigkeit).

**Gußeisen** (Grauguß, graues Bruchgefüge) ist das durch Gießen zu Gußwaren verarbeitete Roheisen. Wird nicht unmittelbar aus dem Hochofen, sondern nach erneutem Umschmelzen im Kuppelofen, seltener im Elektro-, Flamm- und Tiegelofen, vergossen. Durch entsprechende Gattierung, d. i. Mischung verschiedener Roheisensorten und Zugabe von Zuschlägen wird dem Gußeisen die jeweils erforderliche Zusammensetzung erteilt. Reine Glühbehandlung erzielt Härteabnahme und bessere Bearbeitbarkeit.

**Temperguß** wird von Gußeisen mit weißem Bruchgefüge gegossen und danach durch bestimmte Glühverfahren entkohlt oder so in seinem C-Gehalt umgewandelt, daß er zäh, hämmerbar, leicht bearbeitbar und mäßig schmiedbar wird. Bruchfläche je nach Schmelz- und Glühverfahren weiß (weißer Temperguß) oder schwarz (Schwarzherzguß).

## (276) Nichteisenmetalle und deren Legierungen.

Festigkeitseigenschaften in hohem Maße von Zustand und Vorbehandlung abhängig, besonders von der Kaltreckverformung, die bei Metallen sehr weit getrieben werden kann. Daher sind Festigkeitswerte stets in Verbindung mit Vorbehandlung anzugeben. Zwecks Festigkeitsvergleich wird der normalisierte Zustand hergestellt, d. i. Ausglühen unter bestimmten Bedingungen nach der Warm- oder Kaltverformung.





## Werkstofftafel der unlegierten Baustähle.

Die *Kursiv* gesetzten Zahlen sind nicht genormt. Werte teils nach den Dinormen, teils nach dem Werkstoff-Handbuch Stahl und Eisen.

| Klasse  | Benennung Güte  | DIN Nr.     | Markenbezeichnung         | Festigkeitswerte gelten für Zustand  | Zugfestigkeit kg/mm <sup>2</sup> | Streckgrenze kg/mm <sup>2</sup> | Mindestbruchdehnung  |           |                      | Brinell-Härte kg/mm <sup>2</sup> | Gehalt in %          |        |        |                   |                   |      | Eigenschaften und allg. Bemerk. |   |  |                           |         |       |
|---|---|-------------|---------------------------|--|----------------------------------|---------------------------------|----------------------|-----------|----------------------|----------------------------------|----------------------|--------|--------|-------------------|-------------------|------|---------------------------------|---|--|---------------------------|---------|-------|
|   |   |             |                           |  |                                  |                                 | Kurzstab Probendicke |           | Langstab Probendicke |                                  | Einschränkung %      | C      | S      | P                 | S+P               | Mn   |                                 | Si  |  |                           |         |       |
| Gewalzt<br>Stahl<br>unleg.<br>Regel-<br>stahl                                   | Normalgüte  | 1612        | St 37. 12                 | Anlieferungs-<br>zustand   | 37-45                            | 24-28                           | 25                   | 22        | 18                   | 20                               |                      |        |        |                   |                   |      | 18                              |   | 15   | 70-60                     | 102-126 | > 0,1 |
|   | Sondergüte  | 1612        | St 34. 12                 |  | 34-42                            | 22-27                           | 30                   | 26        | 22                   | 25                               | 22                   | 18     | 80-70  | 94-116            | ~ 0,1             |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | Sondergüte  | 1612        | St 42. 12                 |  | 42-50                            | 25-30                           | 24                   | 22        | 18                   | 20                               | 18                   | 15     | 50-45  | 115-140           | 0,25              |      |                                 |   |  | schwerer schweißbar       |         |       |
|   | Sondergüte  | 1612        | St 44. 12                 |  | 44-52                            | 24-35                           | 24                   | 22        | 18                   | 20                               | 18                   | 15     | 60-50  | 120-145           | ~ 0,3             |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | Schrb.-Eisen  | 1613        | St 38. 13                 |  | 38-45                            |                                 | 25                   | 22        | 18                   | 20                               | 18                   | 15     |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | Niet-Eisen  | 1613        | St 34. 13                 | 34-42  | 22-27                            | 30                              | 26                   | 22        | 25                   | 22                               | 18                   | 80-70  | 94-116 | ~ 0,1             |                   |      |                                 |   | schweißbar auf alle Arten  |                           |         |       |
|   | Handelsblech  | 1621        | St 00. 21                 | Anlieferungs-<br>zustand   | 37-45                            | 24-28                           | Blechdicke           | 5-10 > 10 |                      | 70-60                            | 102-126              | < 0,1  |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | Baubleche I   | 1621        | St 37. 21                 |  |                                  |                                 |                      | 18        | 20                   |                                  |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   | 50-45  |                           | 115-140 | 0,25  |
|   | Baubleche II  | 1621        | St 42. 21                 |  |                                  |                                 |                      | 16        | 20                   |                                  |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   | 50-45  |                           | 115-140 | 0,25  |
|   | Ge-<br>schmied.<br>Stahl<br>unleg.<br>Regel-<br>stahl | Handelsgüte | 1611                      | St 00. 11  | Anlieferungs-<br>zustand         | 30-40                           | 20-25                | 30        |                      | 25                               | 80-70                | 84-110 | > 0,1  |                   |                   |      |                                 |   |  | schweißbar auf alle Arten |         |       |
| Normalgüte  |   | 1611        | St 37. 11                 | 37-45  |                                  | 24-28                           | 25                   |           | 20                   | 70-60                            | 102-126              | > 0,1  |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1611        | St 34. 11                 | Ausgeglüht.<br>(normalis.)<br>Zustand  | 34-42                            | 22-27                           | 30                   |           | 25                   | 80-70                            | 94-116               | ~ 0,1  |        |                   |                   |      |                                 |   | schwerer schweißbar  |                           |         |       |
|   |   | 1611        | St 42. 11                 |  | 42-50                            | 25-30                           | 24                   |           | 20                   | 50-45                            | 115-140              | ~ 0,25 |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1611        | St 50. 11                 |  | 50-60                            | 30-40                           | 22                   |           | 18                   | 50-40                            | 138-165              | ~ 0,35 | 0,06   | 0,06              | 0,10              |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1611        | St 60. 11                 |  | 60-70                            | 30-45                           | 17                   |           | 14                   | 55-45                            | 166-205              | ~ 0,45 |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1611        | St 70. 11                 |  | 70-85                            | 40-50                           | 12                   |           | 10                   | 40-30                            | 205-250              | ~ 0,60 |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
| Ge-<br>schmied.<br>Stahl<br>unleg.<br>Einsatz-<br>und Vergü-<br>tungs-<br>stahl | Einsatzstahl  | 1661        | St C 10. 61               | ausgeglüht   | i.M. 38                          | 21                              | 30                   |           | 25                   | 0,06-0,13                        |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   | n. Einsetzen<br>h. a. Kernst.<br>höh. Festigk.   |                           |         |       |
|   |   | 1661        | St C 16. 61               |  | i.M. 42                          | 23                              | 28                   |           | 23                   | 0,13-0,20                        | 0,04                 | 0,04   | 0,07   | 0,4               | 0,35              |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | Vergütungs-<br>stahl                                  |             | 1661                      | St C 25. 61  | ausgeglüht<br>vergütet Öl        | 42-50                           | 24                   | 27        |                      | 22                               | i. M. 0,25           |        |        |                   |                   |      |                                 |   | Gut schweißbar. Die<br>unter Vergütet ge-<br>nannten Werte zeigen<br>die Vergütungsfähig-<br>keit. Meist wird we-<br>niger hoch angelassen<br>und dann liegt Zug-<br>fest. u. Streckgrenze<br>höher. Bei zu dicken<br>Stücken ist Vergüt.<br>nicht durchgreifend |                           |         |       |
|   |   |             | 1661                      | St C 35. 61  | ausgeglüht<br>vergütet Öl        | 50-60                           | 28                   | 23        |                      | 19                               | i. M. 0,35           |        |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   |             | 1661                      | St C 45. 61  | ausgeglüht<br>vergütet Öl        | 60-70                           | 34                   | 19        |                      | 16                               | i. M. 0,45           | 0,04   | 0,04   | 0,07              | 0,8               | 0,35 |                                 |   |  |                           |         |       |
|   | 1661  | St C 60. 61 | ausgeglüht<br>vergütet Öl | 70-85  | 40                               | 15                              |                      | 13        | i. M. 0,60           |                                  |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
| Stahl-<br>guß   |   | 1681        | Stg 38. 81                | angegossene od.<br>besondere Prüf-<br>stäbe gleicher<br>Schmelzung od.<br>Sonderbehandl. | 38                               |                                 | 20                   |           |                      | ~ 0,1                            | möglichst<br>niedrig |        |        | 0,1<br>bis<br>1,0 | 0,2<br>bis<br>0,4 |      |                                 | Festig. werte stark ab-<br>hängig von Abküh-<br>lungsgeschw. Im Ein-<br>satz härtfähig wie<br>Flußstahl |  |                           |         |       |
|   |   | 1681        | Stg 45. 81                |  | 45                               |                                 | 16                   |           |                      | ~ 0,2                            |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1681        | Stg 52. 81                |  | 52                               |                                 | 12                   |           |                      | ~ 0,3                            |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |
|   |   | 1681        | Stg 60. 81                |  | 60                               |                                 | 8                    |           |                      | ~ 0,4                            |                      |        |        |                   |                   |      |                                 |   |  |                           |         |       |



## Werkstofftafel der wichtigsten legierten Baustähle

nach DIN 1662 und Werkstoff-Handbuch Stahl und Eisen.

| Klasse                      | Zweck                                | Marken-<br>bezeich-<br>nung | Festigkeitswerte<br>gelten für Zustand   | Zug-<br>festigkeit<br>kg/mm <sup>2</sup> | Mindest-<br>werte der<br>Streckgr.<br>in % der<br>Zugfest. | Bruch-<br>dehnung<br>am<br>Langstab<br>% | Ein-<br>schnü-<br>rung<br>% | Gehalt in %      |            |            |                |                |                  | Eigenschaften<br>Verwendung |   |
|-----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|--|--|--|--|-----------------------------|------------------|------------|------------|----------------|----------------|------------------|-----------------------------|---|
|                             |                                      |                             |  |  |  |  |                             | C                | S          | P          | Mn             | Si             | Cr               |                             | Ni  |
| Chrom-<br>nickel-<br>stähle | Einsatz                              | ECN 35                      | geglüht<br>gehärtet i. Öl                | 70<br>90—120                             | 70<br>75   | 18—12<br>12—6                            | 70—55<br>60—50              | 0,09<br>bis 0,18 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | ∞<br>50        | ∞<br>0,35      | 0,55<br>bis 0,95 | 3,25<br>bis 3,75            | glasharte Oberfläche<br>zäharter Kern   |
|                             |                                      | ECN 45                      | geglüht<br>gehärtet in Öl                | 80<br>120—140                            | 80<br>70   | 16—10<br>9—6                             | 75—60<br>60—45              | 0,09<br>bis 0,18 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | ∞<br>50        | ∞<br>0,35      | 0,80             | ~ 4,5                       |   |
|                             | Ver-<br>gütung                       | VCN 15                      | geglüht<br>zäh vergütet<br>hart vergütet | 70<br>65—80<br>75—90                     | 60<br>70<br>70   | 20—14<br>16—12<br>14—10                  | 60—50<br>65—55<br>60—50     | 0,25<br>bis 0,40 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,8 | ∞<br>0,35      | 0,3<br>bis 0,7   | 1,25<br>bis 1,75            | gute Durchhärtung   |
|                             |                                      | VCN 25                      | geglüht<br>zäh vergütet<br>hart vergütet | 70<br>70—85<br>85—100                    | 60<br>70<br>70   | 18—12<br>14—10<br>12—8                   | 60—50<br>60—50<br>50—40     | 0,25<br>bis 0,40 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,8 | ∞<br>0,35      | 0,55<br>bis 0,95 | 2,25<br>bis 2,75            | tiefer Durchhärtung   |
|                             |                                      | VCN 35                      | geglüht<br>zäh vergütet<br>hart vergütet | 80<br>75—90<br>90—105                    | 60<br>75<br>75   | 18—12<br>14—10<br>12—8                   | 60—50<br>65—55<br>55—45     | 0,25<br>bis 0,40 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,8 | ∞<br>0,35      | 0,55<br>bis 0,95 | 3,25<br>bis 3,75            | für Wechselbeanspr.   |
|                             |                                      | VCN 45                      | geglüht<br>verg. i. Öl                   | 90<br>95—105                             | 60<br>80   | 15—9<br>12—10                            | 60—50<br>60—50              | ~ 0,30           | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,8 | ∞<br>0,35      | ∞<br>0,80        | ~ 4,5                       | für Wechselbeanspr.   |
|                             |                                      |                             | geglüht<br>zäh<br>verg. i. Luft          | 100—110                                  | 80   | 12—10                                    | 60—50                       |                  |            |            |                |                |                  |                             |   |
| VCN 45                      | geglüht<br>zäh<br>verg. i. Luft hart | 110—130                     | 90                                       | 10—7                                     | 55—45  |  |                             |                  |            |            |                |                |                  |                             |   |
| Nickel-<br>stähle           | Einsatz                              | EN 15                       | geglüht<br>pehärtet i. Wasser            | 55<br>65—85                              | 60<br>70   | 25—20<br>15—8                            |                             | 0,09<br>bis 0,18 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,5       | ∞<br>0,35      | ∞<br>0,30        | 1,25<br>bis 1,75            | glasharte Oberfläche,<br>zäharter Kern  |
|                             |                                      | —                           | geglüht<br>gehärtet                      | 45—55<br>115—130                         | 60<br>70   | 25—20<br>9—6                             | 75—65<br>60—50              | 0,09<br>bis 0,18 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,5 | 0,2<br>bis 0,3 | —                | 3,0<br>bis 3,5              |   |
|                             |                                      | —                           | geglüht<br>gehärtet                      | 60—70<br>120—135                         | 60<br>60   | 25—19<br>10—7                            | 70—60<br>60—50              | 0,09<br>bis 0,18 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,5 | 0,2<br>bis 0,3 | —                | 4,9<br>bis 5,3              |   |
|                             | Ver-<br>gütung                       | —                           | geglüht<br>zäh vergütet<br>hart vergütet | 65—75<br>75—85<br>85—95                  | 60<br>70<br>80   | 20—15<br>16—10<br>12—9                   | 60—50<br>75—65<br>70—60     | 0,25<br>bis 0,35 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,4<br>bis 0,6 | 0,2<br>bis 0,3 | —                | 2,9<br>bis 3,3              | geeignet bei Schlag,<br>Stoß u. Wechselbe-<br>anspr., Verschleiß-<br>festigkeit |
|                             |                                      | —                           | geglüht<br>vergütet                      | 75—85<br>80—95                           | 60<br>70   | 17—13<br>17—12                           | 50—40<br>65—50              | 0,25<br>bis 0,35 | ∞<br>0,035 | ∞<br>0,035 | 0,6<br>bis 0,8 | 0,2<br>bis 0,3 | —                | 4,9<br>bis 5,3              |   |

Über weitere hier nicht genannte Stähle wie Vanadin-, Silizium-, Mangan-, Molybdän-, Chrom-Vanadinstähle u. a. vgl. Werkstoff-Handbuch Stahl und Eisen.

## Werkstofftafel für Gußeisen.

Nach dem Werkstoff-Handbuch Stahl u. Eisen und DIN 1691.

| Klasse  | Mindestwerte                        |                                       |                    |                                    | Gehalt in % |         |           |           |             | Verwendung   |
|---|-------------------------------------|---------------------------------------|--------------------|------------------------------------|-------------|---------|-----------|-----------|-------------|--|
|   | Zugfestigkeit<br>kg/mm <sup>2</sup> | Biegefestigkeit<br>kg/mm <sup>2</sup> | Durchbiegung<br>mm | Brinellhärte<br>kg/mm <sup>2</sup> | C<br>gesamt | Si      | Mn        | P         | S<br>höchst |  |
| Bau- und Handelsguß   | .                                   | .                                     | .                  | .                                  | 3,3—3,6     | 2,0—2,5 | 0,4—0,8   | 0,6—1,2   | 0,12        | Säulen, Fenster, Platten, Herde, Heizkörper, Kanaluß, Rohre usw.         |
| Feinguß und Kunstguß  | .                                   | .                                     | .                  | .                                  | über 3,6    | 2,0—3,0 | 0,6—0,8   | 0,8—1,2   | 0,12        | Säulen, Türen, Beleuchtungskörper, Statuen, Büsten, Reliefs, Vasen usw.  |
| Gewöhnl. Maschinenguß   | 12                                  | 24                                    | 6                  | 140—160                            | 3,1—3,6     | 2,0—2,5 | 0,6       | 0,8       | 0,12        | Land- u. Hausmaschinen, Gehäuse u. dünnwand. Teile f. d. Elektroindustr. |
| Maschinenguß (leichter mit besond. mittlerer Vorschriften schwerer) | 14                                  | 28                                    | 7                  | 140—160                            | 3,4—3,6     | 2,0—2,2 | über 0,8  | unter 0,6 | 0,12        | Werkzeugmaschinenguß, Zylinderguß, Kolben, Kolbenringe usw.              |
|   | 18                                  | 34                                    | 7                  | 160—180                            | 3,2—3,4     | 1,8—2,0 |           | 0,5       |             |  |
|   | 22                                  | 40                                    | 8                  | 180—200                            | 3,1—3,3     | 1,6—1,8 |           | 0,4       |             |  |
| Hochwertiger Guß  | 26                                  | 46                                    | 8                  | 200—220                            | 2,8—3,2     | 1,2—1,8 | 0,8—1,2   | unter 0,3 | 0,12        | Hitzebeständige Gußstücke und solche für besondere Hochwertigkeit        |
| Hartguß   | Vollbartguß                         | für Biegeprobe nach (269)             | .                  | .                                  | 2,8—3,3     | 0,6—1,2 | 0,4—1,2   | 0,50      | 0,12        | Ringe für Straßenwalzen, hydraulische Kolben usw.                        |
|   | Schalenguß                          |                                       |                    |                                    | 3,0—3,4     | 0,5—1,0 | 0,4—1,2   | 0,10      | 0,05        | Brechbacken, Eisenbahnräder, Stempel, Ziehringe usw.                     |
|   | Walzenguß                           |                                       |                    |                                    | 2,8—3,2     | 0,5—1,5 | 0,6—0,8   | 0,03      | 0,05        | Hartgußwalzen f. verschiedene Zwecke                                     |
| Feuerbeständiger Guß  | .                                   | .                                     | .                  | .                                  | 3,1—3,3     | 1,4—1,6 | unter 0,5 | unter 0,5 | 0,12        | Schmelzkessel, Retorte, Glühöpfe   |

## Werkstofftafel für Temperguß.

Nach dem Werkstoff-Handbuch Stahl u. Eisen.

| Gütegruppen                | Mindestwerte                        |                                    |                   | Bemerkungen  | Verwendung  |
|----------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------|--|---|
|                            | Zugfestigkeit<br>kg/mm <sup>2</sup> | Streckgrenze<br>kg/mm <sup>2</sup> | Bruchdehnung<br>% |  |   |
| Handelsüblicher Temperguß  | 32                                  | 18                                 | 2                 | Festigkeitswerte des weißen Tempergusses sehr von Wandstärke abhängig; je dünner, desto zäher und weniger fest. Festigkeitswerte gelten für Normalprüfstab 12 Ø 60 Meßlänge unbearbeitet, d. h. mit Gußhaut. | Teile für Land- u. Haushaltungsmaschinen, Fahrräder. Weißer Temperguß nur in kleinen Wandstärken schmiedbar und kalt formbar. Kleinere Abgüsse, wenn Stahlguß zu teuer; für Schlösser, Gewehre, Nähmaschinen, Beschlagteile, Fittings, Muttern, Schraubenschlüssel. |
| Hochwert. weißer Temperguß | 40                                  | 22                                 | 5                 |  |   |
| Schwarzherzguß             | 35                                  | 19                                 | 10                |  |   |



| Klasse                              | Unterklasse                                     | Benennung                       | Kurzzeichen             | Spez. Gew.           | Zustand             | Zugfest.<br>kg/mm <sup>2</sup> | Bruch-<br>dehnung<br>δ <sub>10</sub> | Brinell-<br>härte            | Elast.-<br>modul<br>kg/mm <sup>2</sup>                  | Gehalt in % ungefähr                                    |   |             |             |   | Behandlung und Verwendung  |
|-------------------------------------|---|---------------------------------|-------------------------|----------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|---|---|---|-------------|-------------|---|--|
|                                     |   |                                 |                         |                      |                     |                                |                                      |                              |   | Cu  | Sn  | Zn          | Pb          | Zu-<br>sätze  |  |
| Reinkupfer                          | Hüttenkupfer<br>A B C D und<br>Elektrolytkupfer | Cu                              | 8,9                     | gegossen             | 15—20<br>21—24      | 15—25<br>> 38                  | rd. 50<br>rd. 50                     | 12500                        | 99<br>bis<br>99,9                                       |   |   |             |             |   | Kupferguß blasenbildend, daher nur Ausgangsprod. (Walzbrammen). Diese warm vorgewalzt und warm oder kalt weitergewalzt. Dann Ziehen, Pressen, Treiben, Kumpeln. — Gute Wärmeleitung, hohe Geschmeidigkeit, rascher Ausgleich von Temp.-Spannungen. Für Maschinen- u. Apparatebau, Feuerbüchsen, Rohre, Kessel, Kugelschalen, |
|                                     |   |                                 |                         | normal.              | 0<br>22             | 46<br>50                       | 50<br>88                             |                              |   |   |   |             |             |   |  |
| Kupf.-<br>Zinn-<br>Leg.             | Zinn-<br>bronzen<br>(Phosph.-<br>brz.)          | Gußbronze 20                    | GBz 20                  | 8,86                 | gegossen            | 15                             | δ <sub>5</sub><br>mind.              | 180                          | 80  | 20  | —   | —           | —           | Teile mit starkem Reibungsdruck. Spurlager, Schieberspiegel.            |  |
|                                     |   | " 14                            | GBz 14                  | 8,83                 | "                   | 20                             | 3                                    | 90                           |   |   |   |             |             |   | 86   |
| Kupf.-<br>Zinn-<br>Zink-<br>Leg.    | Rotguß  | Walzbronze 6                    | WBz 6                   | 8,73                 | normal.             | 40—50                          | 50—70                                | 77                           | 9000  | 90  | 10  | —           | —           | Allg. Masch.bau. Armaturen. Apparate<br>Drähte, Bleche, Bänder (kalt).  |  |
|                                     |   | Rotg.10 (Masch.-<br>" 9 {Brz.}) | Rg 10                   | 8,80                 | gegossen            | 20                             | δ <sub>5</sub> 10<br>mind.12         | 65<br>60                     |   |   |   |             |             |   | 86<br>85   |
| Kupf.-<br>Zinn-<br>Zink-<br>Leg.    | Sonder-<br>bronzen                              | " 8 (Flansch-<br>" 4 [B.]       | Rg 8<br>Rg 4            | 8,90<br>8,82<br>8,56 | "                   | 15<br>15<br>20                 | 6<br>10<br>25                        | 70<br>60<br>50               | 8000  | 82<br>85<br>93  | 8<br>5<br>4   | 3<br>7<br>2 | 3<br>3<br>1 | Blank zu bearbeitende Armaturen.<br>Rohrflansche. Teile für Hartlötung. |  |
|                                     |   | Bleizinn-<br>bronze 8           | Bl-Bz 10<br>Bl-Bz 8     | 8,8<br>8             | gegossen            | 18<br>15                       | 15<br>8                              | 70<br>60                     |   |   |   |             |             |   | 86<br>80   |
| Kupf.-<br>Zink-<br>Leg.             | Guß-<br>messing                                 | Gußmessing 63                   | GMs 63                  | 8,4                  | gegossen            | 14                             | 18                                   | 8000                         | 63  | —   | Rest  | < 3         | —           | Bearbeiten  |  |
|                                     |   | " 67                            | GMs 67                  | 8,4                  | "                   | 20                             | 20                                   |                              |   |   |   |             |             |   | 67   |
| Kupf.-<br>Zink-<br>Leg.             | Hart-<br>messing                                | Sondergußmessg.                 | So-GMs                  |                      | "                   | 40—70                          | 10—20                                | 8000                         | 55—60   | —   | Rest  | —           | 7,5         | Spannheben  |  |
|                                     |   | Hartmessing                     | Ms 58<br>Ms 60          | 8,5<br>8,5           | normal.             | 38—48<br>35                    | > 22<br>25                           |                              |   |   |   |             |             | 95—115<br>75  | 58<br>60   |
| Kupf.-<br>Zink-<br>Leg.             | Walz-<br>und<br>Schmiede-<br>messing            | Schmiedemessing                 | Ms 63<br>Ms 67<br>Ms 72 | 8,5<br>8,6<br>8,6    | "                   | 25<br>30<br>25                 | 30<br>30<br>35                       | 8000                         | 63<br>67<br>72  | —<br>—<br>—   | Rest<br>Rest<br>Rest                                    | —<br>—<br>— | —<br>—<br>— | Kaltes Ziehen   |  |
|                                     |   | Druckmessing                    | Ms 63                   | 8,5                  | "                   | 25                             | 30                                   |                              |   |   |   |             |             | 60  | 63   |
| Kupf.-<br>Zink-<br>Leg.             | Gelbtombak                                      | Halbtombak                      | Ms 67                   | 8,6                  | "                   | 30                             | 30                                   | 8000                         | 67  | —   | Rest  | —           | —           | Prägen  |  |
|                                     |   | Sondermessing                   | So-Ms                   |                      | "                   | 40—65                          | 25—15                                |                              |   |   |   |             |             | 200   | 72   |
| Admos-Leg. und<br>Rübel-Bronzen     | je nach Zu-<br>sammensetzung                    |                                 |                         | 7,4<br>bis<br>8,3    | gegossen<br>gepreßt | 40—80<br>45—90                 | 35—5<br>35—5                         | 70—170<br>80—200             | Cu Sn Zn Ni Fe in<br>verschiedenen<br>Zusammensetzungen | —   | —   | —           | —           | Säure- u. heiß-   |  |
|                                     |   |                                 |                         | normal.<br>gezogen   | 55<br>60—73         | 35<br>25—10                    | σ <sub>s</sub> = 25<br>40—72         | 67 Ni 26 Cu 5 Fe Mn C        |   |   |   |             |             | dampfbeständig.   |  |
| Monelmetall (Kanad. Naturlegierung) |   |                                 |                         |                      | normal.<br>gezogen  | 55<br>60—73                    | 35<br>25—10                          | σ <sub>s</sub> = 25<br>40—72 | 67 Ni 26 Cu 5 Fe Mn C                                   | Säure- u. heißdampf-<br>beständig. Walzen<br>und Ziehen | Dampfturbinen-<br>schaufeln, Beiz-<br>körbe, Dichtungen |             |             |   |  |



| Klasse                | Bezeichnung   | Marke                 | Sp. Gew. | Zustand   | Zugfest.<br>kg/mm <sup>2</sup>   | Streckgrenze<br>kg/mm <sup>2</sup> | Bruchdehng.<br>δ <sub>10</sub><br>% | Einschnürung<br>ψ<br>%            | Brinellhärte<br>kg/mm <sup>2</sup>  | Elast. Modul<br>kg/mm <sup>2</sup> | Gehalt in % ungefähr |      |                   |               |                   |             | Eigenschaften, Behandlung, Verwendung  |  |
|-----------------------|---------------|-----------------------|----------|---|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|----------------------|------|-------------------|---------------|-------------------|-------------|--|--|
|                       |               |                       |          |   |                                  |                                    |                                     |                                   |                                     |                                    | Al                   | Mg   | Cu                | Mn            | Si                | Zn          |  |  |
|                       | Reinaluminium |                       | 2,7      | gegossen<br>walzhart<br>weichgeglüht                                      | 9—12<br>18—28<br>7—11            | 3—4<br>16—24<br>5—8                | 18—25<br>3—5<br>30—45               | 40—55<br>60—85<br>80—95           | 24—32<br>45—60<br>15—25             | 7200                               | 99<br>bis<br>99,6    |      |                   |               |                   |             | Seile für Freileitungen, Apparate-<br>teile  |  |
| Aluminium-Legierungen | Duraluminium  |                       | 2,8      | verodelt  | 38—42                            | 24—28                              | 15—21                               | 15—30                             | 115—118                             | 6500<br>bis<br>7400                | Rest                 | 0,5  | 3,5<br>bis<br>5,5 | 0,25<br>bis 1 |                   |             | Bleche, Streifen, Stangen, Profile,<br>Rohre, warm gewalzt, dann kalt<br>gezogen, Gesenkschmiedeteile.<br>Gutes Spanabheben. Tiefziehbar.<br>Schlecht schweißbar. Konstruk-<br>tionen mit Nietung. Flug- und<br>Fahrzeugteile. |  |
|                       |               |                       |          | kalt nachver- f ½<br>dichtet Härte 1                                      | 40—45                            | 30—33                              | 12—16                               | 11—28                             | 122—125                             |                                    |                      |      |                   |               |                   |             |  |  |
|                       |               |                       |          | kaltgereckt   | 55—59                            | 52—56                              | 3—5                                 | Scherfest.                        | 156—164                             |                                    |                      |      |                   |               |                   |             |  |  |
|                       |               |                       |          | verodelt<br>für Niete   | 32—34<br>38—40                   | 20<br>25—27                        | 14—18<br>18—20                      | 25<br>28                          | 100<br>117                          | 5500<br>7200                       |                      |      |                   |               |                   |             |  |  |
|                       | Lautal        | Knet-<br>bare<br>Leg. | 2,75     | weich<br>ungehärtet<br>normal vergütet<br>nachverdichtet                  | 23<br>30—35<br>38—42<br>45—60    | 10—13<br>16—18<br>22—28<br>40—59   | 18—28<br>18—25<br>18—25<br>15—3     | 30—35                             | 50—55<br>70—80<br>90—120<br>100—135 | 7500                               | Rest                 |      | 4                 |               | 2                 |             | f. Tiefziehen<br>Profile, Walzen u. Ziehen<br>Bleche, Stangen, Ge-<br>senkschmiedeteile  | Flug-<br>und<br>Fahr-<br>zeug-<br>teile<br>Förder-<br>gefäße             |
|                       |               |                       |          | Sand- (unvergüt.<br>guß vergütet<br>Kokill- (unvergüt.<br>lenguß vergütet | 12—20<br>16—25<br>17—25<br>20—30 |                                    | bis 4<br>bis 4<br>bis 10<br>bis 10  | 55—60<br>65—70<br>66—80<br>90—110 |                                     |                                    |                      |      |                   |               |                   |             |  |  |
|                       | Scleron       |                       | 2,9      | hart vergütet<br>weich geblüht  | 40—50<br>30                      | 30                                 | 10—15<br>15—20                      | 20—10                             | 120<br>70                           | 7200                               | Rest                 |      | 3                 | 0,6           | 0,5               | 12          | Warm- u. Preßteile für Flug- u.<br>Kaltformg. Fahrzeugmotoren  |  |
|                       | Deutsche Leg. |                       | 2,9      | Sandguß<br>Kokillenguß  | 12—18<br>12—20                   | 6—10                               | 1—3<br>2—5                          |                                   | 60<br>65                            |                                    | Rest                 |      | 2—5               |               |                   | 8 bis<br>12 | Autogußeile für Wechsel-<br>belastung  |  |
|                       | Silumin       |                       | 2,6      | Gegoss. Stäbe   | 18—23                            | 9—10                               | 5—10                                |                                   | 60                                  |                                    | Rest                 |      |                   |               | 13                |             | Gut gießbar. Autogußeile   |  |
| Magnesium-Legierungen | Elektronguß   |                       | 1,8      | Sand-Kokilleng.<br>Spritzguß  | 17—23<br>10—18                   | 10<br>12                           | 4—10<br>2—4                         | 10—14<br>5                        | 45—55<br>70                         | 4000                               | 3 bis<br>10          | Rest | 0—1               | 0 bis<br>0,5  | 0—3               | 0—3         | Modellguß<br>Massenteile   | Flug- u. Fahrzeug-<br>teile<br>Maschinenbau<br>rasch bewegliche<br>Teile |
|                       |               |                       |          | gepreßt<br>gepr. vergütet<br>gepr. gehärtet                               | 34—37<br>34—37<br>38—42          | 25—28<br>24—26<br>26—30            | 7—9<br>10—12<br>2—5                 | 9—12<br>13—18<br>3—6              | 70<br>60<br>90                      | 4500                               | 3 bis<br>10          | Rest |                   |               | 0,2<br>bis<br>0,5 |             | bis 4  |  |
|                       | Gesenkpreßt   | 25—18                 | 19—21    | 15—18   | 30—35                            | 50                                 | 4300                                |                                   |                                     |                                    |                      |      |                   |               |                   |             |  |  |
|                       | Bleche        | 23—32                 | 17—23    | 12—16   |                                  | 50                                 | 4300                                | bis 6                             | Rest                                |                                    |                      |      |                   |               |                   | bis 4       |  |  |

## (283) Temperaturverhalten einiger Werkstoffe.

Teils nach Werkstoffhandbuch Stahl u. Eisen und Nichteisenmetalle, teils nach Bach-Baumann, Festigkeitseigenschaften u. Gefügebilder, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1921.

| Werkstoff<br>Zusammensetzung<br>Vorbehandlung              | Festigkeits-<br>art   | Kälte-<br>grad | Wert | Werte für Warmgrade |      |     |     |     |     |     |     |      |  |
|--|---|----------------|------|---------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|--|
|  |   |                |      | 20                  | 100  | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800° |  |
| Flußstahl  | Zugfestigk.<br>ob. Streckgr.<br>unt. „<br>Dehnung<br>Einschnür. |                |      | 65                  | 66   | 75  | 79  | 60  | 40  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 50                  | 49   | 48  | 38  | 26  |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 39                  | 42   | 40  | 35  | 26  |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 19                  | 15   | 13  | 23  | 28  | 32  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 60                  | 54   | 47  | 49  | 62  | 76  |     |     |      |  |
| Flußstahl 0,05 C<br>gewalzt                                | Kerzbähigk.   | 70             | 1    | 18                  | 17   | 15  | 13  | 10  | 9   |     |     |      |  |
| Chrom-Nickel-Stahl<br>0,23 C, 0,78 Cr,<br>2,75 Ni, geglüht | Kerzbähigk.   | 200            | 0,3  | 14                  | 16   | 15  | 14  | 12  | 8   |     |     |      |  |
| Chromnickelstahl<br>0,3 C, 0,4 Cr,<br>3,5 Ni geglüht       | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Einschnür.                            |                |      | 75                  |      | 74  | 71  | 56  | 36  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 18                  |      | 20  | 28  | 26  | 32  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 53                  |      | 57  | 71  | 79  | 87  |     |     |      |  |
| harter Federstahl<br>0,65 C, 1,5 Si,<br>0,4 Mn             | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Einschnür.                            |                |      | 195                 | 200  | 210 | 182 | 127 | 66  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 0,4                 | 19   | 23  | 14  | 25  | 64  |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 0                   | 29   | 41  | 63  | 82  | 94  |     |     |      |  |
| SM-Stahlguß<br>0,25 C, 0,13 Si,<br>0,71 Mn, gegossen       | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Kerzbähigk.                           |                |      | 60                  | 56   | 57  | 58  | 51  | —   |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 10                  | 16   | 12  | 11  | 12  | —   |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 1                   | 2    | 6   | 7   | 6   | 5   |     |     |      |  |
| Gußeisen hochwertig  | Zugfestigk.   |                |      | 24                  | 24   | 24  | 23  | 22  | 18  | 11  |     |      |  |
| Tempereschwarzguß  | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Einschnür.                            |                |      | 42                  | 47   | 33  | 31  | 32  | 33  | 33  | 27  | 11   |  |
|  |   |                |      | 42                  | 17   | 12  | 10  | 10  | 10  | 11  | 15  | 30   |  |
|  |   |                |      | 42                  | 11   | 13  | 13  | 11  | 9   | 9   | 18  | 36   |  |
| Elektrolytkupfer,<br>geglüht                               | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Einschnür.                            |                |      | 22                  | 21   | 18  | 16  | 12  | 7   | 4   | 3   | 2    |  |
|  |   |                |      | 42                  | 42   | 39  | 33  | 24  | 19  | 19  | 34  | 45   |  |
|  |   |                |      | 70                  | 69   | 62  | 46  | 27  | 21  | 23  | 31  | 75   |  |
| Preßmessing  | Zugfestigk.<br>Dehnung  |                |      | 47                  | 40   | 29  | 15  | 51  |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 38                  | 39   | 45  | 57  | 75  |     |     |     |      |  |
| Armat.-Bronze<br>91,4 Cu, 5,5 Sn,<br>2,8 Zn                | Zugfestigk.<br>Dehnung  |                |      | 24                  | 24   | 22  | 14  | 6   | 4   |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 36                  | 35   | 35  | 12  | 0   | 0   |     |     |      |  |
| Manganbronze<br>98 Cu, 1,5 Sn,<br>0,2 Mn                   | Zugfestigk.<br>Dehnung<br>Einschnür.                            |                |      | 37                  | 35   | 33  | 21  | 8   |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 41                  | 36   | 44  | 74  | 80  |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 60                  | 60   | 52  | 49  | 44  |     |     |     |      |  |
| Reinalu- (gezogen<br>minium (geglüht                       | Zugfestigk.<br>Zugfestigk.                                      |                |      | 13,5                | 11,6 | 8,8 | 4,6 | 2,0 | 1,0 | 0,5 |     |      |  |
|  |   |                |      | 9,5                 | 8,3  | 5,4 | 3,1 | 1,5 | 0,8 | 0,5 |     |      |  |
| Duralumin  | Zugfestigk.<br>Streckgr.<br>Dehnung                             |                |      | 42                  | 31   | 9   |     |     |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 38                  | 31   | 8   |     |     |     |     |     |      |  |
|  |   |                |      | 12                  | 8    | 31  |     |     |     |     |     |      |  |

Diese Tafel gibt einige Werte aus den Warmversuchen, die stets erheblich von Vorbehandlung abhängig sind, namentlich bei Nichteisenmetallen. Zu beachten sind die niedrigen Kerzbähigkeiten  $A_k$  in der Kälte.



## Theorie der Elastizität und Festigkeit<sup>1)</sup>.

### Allgemeine Beziehungen zwischen Spannungen und Formänderungen.

(284) **Spannungen.** Wirken auf einen Körper äußere unter sich im Gleichgewicht stehende Kräfte, z. B.  $P_1$  bis  $P_8$ , Abb. 182, dann rufen sie zwischen den Teilchen des Körpers innere Kräfte, die Spannkkräfte, hervor. Hebt man den

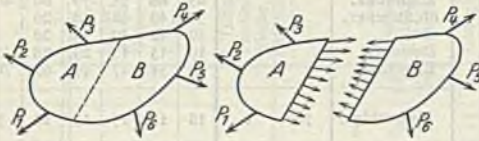


Abb. 182 u. 183.

Zusammenhang durch einen Schnitt, z. B. längs der punktierten Linie in Abb. 182 auf, dann wird das Gleichgewicht der Kräfte im Körper  $A$  und  $B$  gestört. Bringt man aber die vorher längs der Linie vorhandenen inneren Kräfte nach Abb. 183



Abb. 184 u. 185.

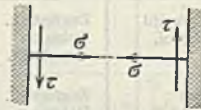


Abb. 186.

als äußere an, dann ist das Gleichgewicht in Körper  $A$  und  $B$  wiederhergestellt. Entsprechendes gilt beim Herausschneiden eines Körperteils nach Abb. 184 oder 185.

Die Spannkkräfte sind an gegenüberliegenden Stellen derselben Schnittfläche einander gleich und entgegengesetzt gerichtet. Im allgemeinen sind sie stetig

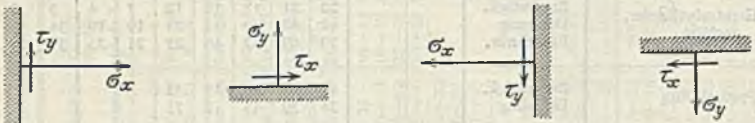


Abb. 187—190.

über den Körper verteilt, d. h. an unendlich nahe liegenden Stellen sind sie nach Größe und Richtung auch unendlich wenig verschieden.

Die Normalkomponenten der Spannkkräfte, bezogen auf die Flächeneinheit (1 cm<sup>2</sup>) heißen Normalspannungen  $\sigma$ , die in der Fläche liegenden heißen Schubspannungen  $\tau$ . An gegenüberliegenden Stellen derselben Schnittebenen sind die  $\sigma$  und  $\tau$  nach Abb. 186 einander gleich und entgegengesetzt gerichtet. Im allgemeinen räumlichen Spannungszustande treten die  $\sigma$  und  $\tau$  in jeder Schnittebene auf.

Der ebene Spannungszustand liegt vor, wenn für eine bestimmte Schnittebenenrichtung die  $\sigma$  und  $\tau$  verschwinden; dieser Zustand ist für die meisten einfacheren Spannungsaufgaben maßgebend. Man legt diese Ebene in die Bildebene und bezeichnet die Spannungen für die dazu senkrechten Ebenen  $x$  und  $y$  nach Abb. 187 bis 190 mit  $\sigma_x$ ,  $\tau_y$  und  $\sigma_y$ ,  $\tau_x$ .

<sup>1)</sup> Dieser Abschnitt ist nur für reifere Leser bestimmt.



Weitere Spannungsbeziehungen folgen aus der Gleichgewichtsbetrachtung an einem herausgeschnittenen Rechteck oder Dreieck von den Seitenlängen  $d_x$  und  $d_y$  und der Dicke  $d_z$ .

Für das Rechteck zeigt Abb. 191 die an den vier Seitenflächen wirkenden und als gleichmäßig darüber verteilt anzunehmenden Spannungen und Abb. 192 die entsprechenden Kräfte gleich Spannungen mal Fläche. Gleichgewicht gegen Drehen um Achse normal Bildebene liefert

$$\tau_y dy dz dx = \tau_x dx dz dy,$$

somit

$$\tau_y = \tau_x,$$

im weiteren mit  $\tau$  bezeichnet; d. i. Satz von der Gleichheit der einander zugeordneten Schubspannungen. Vgl. hierzu (235) und Abb. 123.

Abb. 193 zeigt ein Dreieck von Dicke  $dz$  mit den angreifenden Spannungen, Abb. 194 mit den entsprechenden Kräften. Gleichgewicht normal und parallel zur schiefen Fläche liefert

$$\sigma_s ds dz = \sigma_x dy dz \sin \varphi + \sigma_y dx dz \cos \varphi + \tau dy dz \cos \varphi + \tau dx dz \sin \varphi,$$

$$\tau_s ds dz = \sigma_x dy dz \cos \varphi - \sigma_y dx dz \sin \varphi - \tau dy dz \sin \varphi + \tau dx dz \cos \varphi,$$

oder mit  $dx = ds \cos \varphi$  und  $dy = ds \sin \varphi$  und nach Umformung

$$\sigma_s = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi + \tau \sin 2\varphi,$$

$$\tau_s = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi + \tau \cos 2\varphi.$$

Diese, für verschiedene  $\varphi$  jeweils normal zur Schnittrichtung aufgetragen, liefern ein Spannungsbild nach Abb. 195.

$\sigma_s$  nimmt für zwei normal zueinander stehenden Schnittrichtungen, den Hauptrichtungen, die Größt- und Kleinstwerte

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

an, die Hauptspannungen heißen; in diesen Hauptrichtungen verschwinden die  $\tau_s$ . Es gilt  $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ .

Die  $\tau_s$  haben für Richtungen, die die rechten Winkel zwischen den Hauptrichtungen halbieren, ihre Größtwerte

$$\tau_m = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2};$$

für diese Richtungen verschwinden aber die  $\tau_s$  im allgemeinen nicht.

Eine klare Übersicht über Abhängigkeit der  $\sigma_s$  und  $\tau_s$  von  $\varphi$  gibt der Mohr-Culmannsche Spannungskreis Abb. 196.

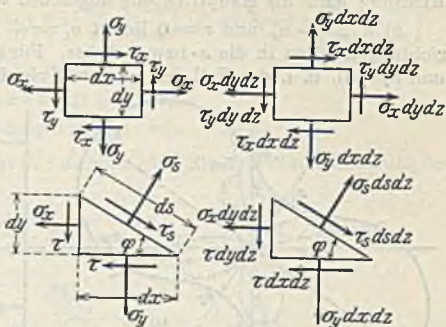


Abb. 191—194. Rechteck- und Dreieckelement.

Besondere Fälle nach Abb. 197—200.

a)  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$  und  $\tau = 0$  liefert  $\sigma_s = \sigma = \text{konst.}$  und  $\tau_s = 0$ ; jede Richtung kann als Hauptrichtung angesehen werden.

b)  $\sigma_y = -\sigma_x$  und  $\tau = 0$  liefert  $\sigma_1 = +\sigma_x$  und  $\sigma_2 = -\sigma_x$ ; die Hauptrichtungen fallen in die  $x$ - bzw.  $y$ -Achse. Für  $\varphi = 45^\circ$  ist  $\tau_m = \sigma_1$  bzw.  $= \sigma_2$  und  $\sigma_s = 0$ , d. i. der Fall der reinen Schubspannung.

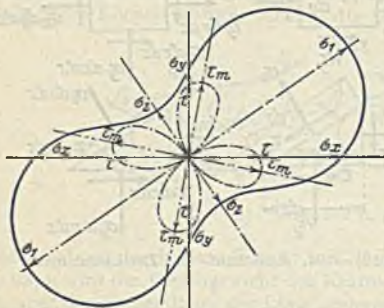


Abb. 195. Normal- und Schubspannungen in verschiedenen Schnittebenen.

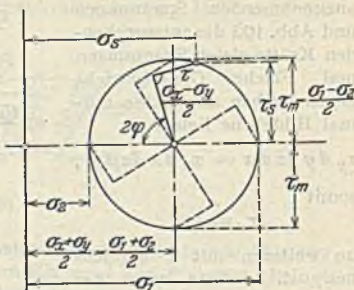


Abb. 196. Mohr-Culmannscher Spannungskreis

c) Ist  $\sigma_x = \sigma_y = 0$ , aber  $\tau \neq 0$ , dann liegt der um  $45^\circ$  gedrehte Fall b vor.

d)  $\sigma_y = 0$  und  $\tau = 0$  liefert den linearen Spannungszustand;  $\sigma_1 = \sigma_x$ ,  $\sigma_2 = 0$  und für  $\varphi = 45^\circ$   $\tau_m = \sigma_1 : 2$ .

Vorstehendes beruht auf dem Gleichgewicht der Spannkkräfte am Körperelement, gilt daher für alle Werkstoffe beliebigen Aggregatzustandes in der Ruhe und ist unabhängig davon, ob die Elastizitäts- und Festigkeitseigenschaften nach verschiedenen Richtungen gleichartig oder verschieden sind.

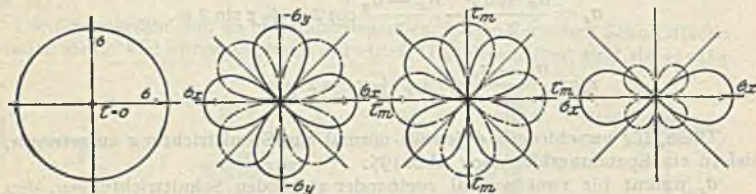


Abb. 197—200.

**(285) Formänderungen.** Vorausgesetzt ist deren Kleinheit gegenüber den Körperabmessungen.

Wirken auf ein Rechtelement  $dx dy dz$  die Spannungen  $\sigma_x$  oder  $\sigma_y$  oder  $\tau$ , dann tritt folgendes ein:

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Bei Spannung $\sigma_x$ allein | $\left\{ \begin{array}{l} \text{verlängert sich } dx \text{ um } \Delta dx = \epsilon dx = \alpha \sigma_x dx, \\ \text{verkürzt sich } dy \text{ um } \Delta dy = \epsilon_y dy = \epsilon dy : m = \alpha \sigma_x dy : m, \\ \text{verkürzt sich } dz \text{ um } \Delta dz = \epsilon_z dz = \epsilon dz : m = \alpha \sigma_x dz : m, \end{array} \right.$ |
| bei Spannung $\sigma_y$ allein |   |
|                                |   |
|                                | $\left\{ \begin{array}{l} \text{verlängert sich } dy \text{ um } \Delta dy = \alpha \sigma_y dy, \\ \text{verkürzt sich } dx \text{ um } \Delta dx = \alpha \sigma_y dx : m, \\ \text{verkürzt sich } dz \text{ um } \Delta dz = \alpha \sigma_y dz : m. \end{array} \right.$   |

Wirkt gleichzeitig  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ , dann addieren sich diese Formänderungen algebraisch (Gesetz der Überlagerung), somit

verlängert sich  $dx$  um  $\Delta dx = \alpha dx \left( \sigma_x - \frac{\sigma_y}{m} \right)$ , d. h.  $\epsilon_x = \alpha \left( \sigma_x - \frac{\sigma_y}{m} \right)$ ,



verlängert sich  $dy$  um  $\Delta dy = \alpha dy \left( \sigma_y - \frac{\sigma_x}{m} \right)$ , d. h.  $\epsilon_y = \alpha \left( \sigma_y - \frac{\sigma_x}{m} \right)$ ,

verkürzt sich  $dz$  um  $\Delta dz = \alpha dz \left( \frac{\sigma_x}{m} + \frac{\sigma_y}{m} \right)$ , d. h.  $\epsilon_z = \alpha \left( \frac{\sigma_x}{m} + \frac{\sigma_y}{m} \right)$ .

Wirkt  $\sigma_x = \sigma$  und  $\sigma_y = -\sigma$ , dann

verlängert sich  $dx$  um  $\Delta dx = \alpha dx \sigma (1 + 1 : m)$ ,

verkürzt sich  $dy$  um  $\Delta dy = \alpha dy \sigma (1 + 1 : m)$ .

Das liefert bei einem Quadrat  $dl \cdot dl$  nach Abb. 201 eine Winkeländerung der Diagonalen

$$\delta = \left( \frac{\Delta dl}{2} \cdot \sqrt{2} \right) : \left( \frac{dl}{2} \cdot \sqrt{2} \right) = \frac{\Delta dl}{dl} = \alpha \sigma \left( 1 + \frac{1}{m} \right).$$

Dieser Spannungszustand ist aber nach obigem Fall b gleichwertig dem reinen Schubspannungsfall mit  $\tau = \sigma$  für die um  $45^\circ$  gedrehten Schnittrichtungen, s. Abb. 202. Die ursprünglich rechten Kantenwinkel des Quadrates Abb. 201 werden demnach durch die  $\tau$  geändert

$$\text{um } \pm \gamma = 2\delta = 2\alpha \tau \left( 1 + \frac{1}{m} \right),$$

während dessen Kantenlängen unverändert bleiben.

Setzt man, da  $\gamma$  proportional  $\tau$  ist, entsprechend dem Dehnungsgesetz  $\gamma = \tau \cdot \beta$ , dann heißt  $\beta$  die Gleitzahl und aus  $\gamma = \tau \beta = \tau \cdot 2\alpha \left( 1 + \frac{1}{m} \right)$

$$\text{folgt } \beta = \alpha \cdot 2 \left( 1 + \frac{1}{m} \right).$$

Der umgekehrte Wert von  $\frac{1}{\beta} = G$  heißt Gleitmaß; es ist  $G = 1 : \beta$  und es

$$\text{folgt } G = E \cdot \frac{m}{2(m+1)}.$$

Für  $m = 10/3$  folgt  $\beta = 2,6\alpha$  und  $G = E : 2,6$ .

Wirken auf den Rechteck  $dx dy dz$  die ebenen Spannungen  $\sigma_x, \sigma_y$  und  $\tau$ , dann überlagern sich die Längen- und Winkeländerungen und es folgt

$$\epsilon_x = \alpha \left( \sigma_x - \frac{\sigma_y}{m} \right), \quad \epsilon_y = \alpha \left( \sigma_y - \frac{\sigma_x}{m} \right), \quad \gamma = \tau \beta.$$

Vorstehendes beruht auf der Proportion zwischen Spannungen und Dehnungen, gilt also streng nur für Stoffe, die das Hookesche Gesetz befolgen und setzt außerdem gleichmäßig elastisches Verhalten, also gleiches  $\alpha$  nach allen Richtungen voraus (Isotropie), was bei Stoffen mit ausgesprochener Faserrichtung, wie Schweißstahl und Holz nicht zutrifft.

## (286) Fließbedingung und Bruchbedingung.

Man unterscheidet dehnbare Stoffe mit ausgeprägter Streckgrenze (weicher Stahl, weiche Metalle) und spröde Stoffe ohne erkennbare Streckgrenze (Gußeisen, Steine, Glas). Für das Weitere ist langsame stetige stoßfreie Belastungssteigerung bis zum Fließbeginn oder bis zum Bruch vorausgesetzt.



(287) **Dehnbare Stoffe.** Beim linearen Spannungszustand (d. i. reiner Zug oder Druck) beginnt Fließen, wenn  $\sigma$  die obere Streck- oder Quetschgrenze erreicht.

Beim zusammengesetzten Spannungszustand tritt die Frage auf, welche Spannungsverteilung den Eintritt des Fließens hervorbringt. Diese Frage ist seit langem umstritten; am längsten hat sich die Dehnungstheorie erhalten, die aber durch neuere Versuche im allgemeinen nicht bestätigt wurde und einer neueren Theorie weichen wird, die sich den Versuchsergebnissen gut anpaßt.

Nachstehendes beschränkt sich auf den ebenen Spannungszustand  $\sigma_x \sigma_y \tau$  oder  $\sigma \tau$  oder  $\sigma_x \sigma_y$  oder auf die reine Schubspannung  $\tau$ .

Dehnungstheorie (Poncelet, Grashof, Bach). Der durch  $\sigma_x \sigma_y \tau$  bestimmte ebene Spannungszustand liefert nach (284) die Hauptspannungen  $\sigma_1 \sigma_2$ . Es sei  $\sigma_1 > \sigma_2$ , dann ist die in  $\sigma_1$ -Richtung auftretende Dehnung  $\varepsilon_1 = \alpha (\sigma_1 - \sigma_2 : m)$  und mit den Ausdrücken für  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  folgt nach Umrechnung

$$\varepsilon_1 = \alpha \left( \frac{m-1}{m} \cdot \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{m+1}{m} \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2} \right).$$

Nach der Theorie beginnt Fließen, wenn dieses  $\varepsilon_1$  die Streckdehnung  $\varepsilon_s = \alpha \cdot \sigma_s$  des linearen Zustandes erreicht. Hieraus folgt mit  $m = 10/3$  die Fließbedingung

$$0,35 (\sigma_x + \sigma_y) + 0,65 \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau^2} = \sigma_s.$$

Für den Zustand  $\sigma$  und  $\tau$  folgt

$$0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4 \tau^2} = \sigma_s.$$

Für den Zustand  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  folgt

$$\sigma_x - 0,3 \sigma_y = \sigma_s.$$

Beim reinen Schubspannungszustand ist für die Schubfließspannung  $\tau_s$

$$1,3 \tau_s = \sigma_s \quad \text{oder} \quad \tau_s = 0,77 \sigma_s.$$

Neuere Theorie (Sandel, Schleicher). Hier wird die größte Verlagerung des ebenen Zustandes  $\sigma_x \sigma_y \tau$  mit der des linearen Zustandes verglichen. Denkt man sich einen Würfel  $1 \cdot 1 \cdot 1$  nach den Hauptspannungen  $\sigma_1 \sigma_2$  gerichtet, Abb. 203, dann ist

$$\varepsilon_1 = \alpha (\sigma_1 - \sigma_2 : m) \parallel \sigma_1,$$

$$\varepsilon_2 = \alpha (\sigma_2 - \sigma_1 : m) \parallel \sigma_2,$$

$$\varepsilon_3 = \alpha (-\sigma_1 : m - \sigma_2 : m) \text{ normal zur Bildebene.}$$

Die Verlagerung der oberen Ecke  $e$  bei festgehaltener unterer Ecke  $a$  ist

$$\begin{aligned} \max \varepsilon &= \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2} = \alpha \sqrt{\left( \sigma_1 - \frac{\sigma_2}{m} \right)^2 + \left( \sigma_2 - \frac{\sigma_1}{m} \right)^2 + \left( -\frac{\sigma_1}{m} - \frac{\sigma_2}{m} \right)^2} \\ &= \alpha \sqrt{\frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \frac{m^2 + 2}{m^2} - \sigma_1 \sigma_2 \frac{4m-2}{m^2}}{m^2}}. \end{aligned}$$

Für den linearen Zustand mit  $\sigma_1 = \sigma_s$  und  $\sigma_2 = 0$  ist die Streckdehnung

$$\max \varepsilon_s = \alpha \sigma_s \sqrt{\frac{m^2 + 2}{m^2}}.$$



Gemäß der ersteren Forderung darf die größte auftretende Spannung einen Grenzwert, die zulässige Spannung, nicht überschreiten. Für die einfachen Belastungsfälle Zug, Druck, Biegung usw. sind zur Zeit nachstehende Zeichen für die zulässigen Spannungen in Gebrauch:

| Art der Kraftwirkung                                   | Zug            | Druck          | Knick                  | Biegung        | Schub        | Drehung      |
|--|----------------|----------------|------------------------|----------------|--------------|--------------|
| Zeichen im Maschinenbau                                | $k_z$          | $k$            | —                      | $k_b$          | $k_s$        | $k_d$        |
| Zeichen im Stahlbau und allgemein im Bauingenieurwesen | $\sigma_{zul}$ | $\sigma_{zul}$ | $\sigma_d \text{ zul}$ | $\sigma_{zul}$ | $\tau_{zul}$ | $\tau_{zul}$ |

Man bezieht die zulässige Spannung bei dehnbaren Stoffen auf die Streck- und Quetschgrenze usw. und bei spröden Stoffen auf die Zug-, Druck-, Biegefestigkeit usw. und nennt

$$\frac{\text{Streckgrenze}}{\text{zul. Zugsp.}}, \quad \frac{\text{Quetschgrenze}}{\text{zul. Drucksp.}}, \quad \text{usw. bzw.} \quad \frac{\text{Zugfestigkeit}}{\text{zul. Zugsp.}},$$

$$\frac{\text{Biegefestigkeit}}{\text{zul. Biegesp.}} \quad \text{usw. die Sicherheit.}$$

Die zulässige Spannung ist von den Werkstoffeigenschaften und von der Belastungsart abhängig.

Bei ruhender stoßfreier Belastung liegt die zulässige Spannung entsprechend dem Sicherheitsbetrag unter der Standfestigkeit.

Bei dauernd wechselnder Belastung liegt die zulässige Spannung entsprechend unter der Dauerfestigkeit (Ursprungs- oder Schwingungsfestigkeit usw.), die erheblich unter der Standfestigkeit liegt. Stöße und Erschütterungen setzen die zulässige Spannung weiter herab.

Für den Maschinenbau und den Stahlbau sind die Durchschnittswerte der zulässigen Spannungen in den betreffenden Abschnitten des Buches angegeben. Indessen können einerseits nur in wenigen Fällen die wirklich auftretenden Höchstspannungen genau bestimmt werden und andererseits liegt meist die Beanspruchungsart, ob Dauer oder Ursprungs- oder Schwingungsfestigkeit, nicht eindeutig fest und außerdem sind die Werkstoffeigenschaften, namentlich die Dauerfestigkeitswerte meist nicht hinreichend bekannt, so daß in fast allen Zweigen des Maschinenbaues an Stelle der exakten Spannungsberechnung Näherungsrechnungen aufgestellt und für die zulässigen Spannungen Erfahrungswerte eingesetzt werden, die bei Behandlung der Maschinenteile jeweils mit angegeben werden.

Oft besteht neben der Spannungsbedingung die Forderung nach Begrenzung der Formänderung, z. B. Durchbiegung eines Trägers, Verdrehungswinkel einer Welle usw. Der Maschinen- oder Bauteil ist dann nach beiden Forderungen zu bemessen. Oft ist die Formänderungsbedingung allein maßgebend, während die Spannungen dann unter den zulässigen bleiben.

(290) **Der zusammengesetzte Spannungszustand.** Hierfür wird unter Benutzung der Fließ- oder Bruchbedingung diejenige gedachte (ideelle) Spannung  $\sigma_t$  berechnet, welche die gleiche Sicherheit gegen Fließen oder gegen Bruch wie die vorliegende zusammengesetzte Spannung liefert.

Dehnungstheorie. Für dehnbare und spröde Stoffe ist

$$\sigma_t = 0,35 (\sigma_x + \sigma_y) + 0,65 \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \text{für den Zustand } \sigma_x \sigma_y \tau$$

$$\sigma_t = \sigma_x - 0,3\sigma_y \quad \text{für den Zustand } \sigma_x \sigma_y$$

$$\sigma_t = 0,35\sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad \text{für den Zustand } \sigma \tau.$$



Diese Zustände sind zulässig, wenn  $\sigma_t \leq K_z$  oder  $\sigma_t \leq K$ .

Für reine Schubspannung gilt  $\sigma_t = 1,3 \tau$  oder  $k_s = k_z : 1,3$ .

Vorstehendes setzt Gleichwertigkeit von  $k_z$  und  $k_s$ , d. h. gleiche Sicherheit bei Zug und Schub voraus. Ist aber z. B. die Beanspruchung auf Zug oder Druck ruhend und die Schubbeanspruchung schwingend oder umgekehrt, oder ist der Werkstoff auf Schub weniger fest, wie z. B. bei Schweißstahl oder Holz in Faserichtung, dann ist der wirkliche Wert  $k_s$  kleiner oder größer als der obige Wert  $k_z : 1,3$ ; dieser ungleichartige Fall wird nach Bach auf einen gleichartigen zurückgeführt, indem in obigen Ausdrücken  $(\alpha_0 \tau)^2$  statt  $\tau^2$  gesetzt wird, worin  $\alpha_0 = \frac{k_z : 1,3}{k_s}$  das Anstrengungsverhältnis heißt.

Neuere Theorie. Für dehnbare Stoffe ist dementsprechend

$k_s = k_z : 1,69$  für reine Schubspannung,

$\sigma_t = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 0,865 \sigma_x \sigma_y + 2,865 (\alpha_0 \tau)^2}$  für Zustand  $\sigma_x \sigma_y \tau$ ,

$\sigma_t = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 0,865 \sigma_x \sigma_y}$  für den Zustand  $\sigma_x \sigma_y$ ,

$\sigma_t = \sqrt{\sigma^2 + 2,865 (\alpha_0 \tau)^2}$  für den Zustand  $\sigma \tau$ ,

worin  $\sigma_0 = k_z : 1,69 k_s$ .

Für spröde Stoffe ist bei gleichartiger Beanspruchung gegen Zug, Druck

und Schub  $k_s = \frac{1}{2} \sqrt{k k_z}$

und für den Zustand  $\sigma \tau$  gilt bei gleich- oder ungleichartiger Beanspruchung die Festigkeitsbedingung

$$\sigma^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2 + \sigma (k - k_z) \geq k k_z, \quad \text{worin } \alpha_0 = \frac{1}{2} \sqrt{k k_z} : k_s.$$

In den Anwendungen dieser Formeln auf den praktischen Maschinenbau kennt man meist nicht die genaue Spannungsverteilung über den Querschnitt, außerdem liegen bei der zusammengesetzten Belastungsweise heute noch Unklarheiten vor. Daher verzichtet man auf die Ermittlung der wirklichen größten Spannung und rechnet mit einer durchschnittlichen Spannung, deren Größtwert dann zulässige Anstrengung heißt.

## Vierter Abschnitt.

# Maschinenteile.

Bearbeitet von Professor P. Gerlach.

## Allgemeines.

### Normung, Maßbezeichnung, Passung.

(291) Vgl. DIN-Buch 4 und DIN-Taschenbuch 1. Die Normung bezweckt im Verein mit anderen, zusammenfassend als Rationalisierung bezeichneten Maßnahmen die Verringerung der Herstellungskosten und dadurch gesteigerte Wettbewerbsfähigkeit durch Massenherstellung häufig wiederkehrender Teile unter weitgehender Arbeitsteilung und durch Einschränkung der früheren Vielgestaltigkeit dieser Teile in Richtung ihrer Abmessungen und Form. Sie sucht die Aufgabe zu lösen, insoweit es sich um technische Grundnormen, vgl. DIN-Taschenbuch 1, handelt, d. s. neben anderem die Normen für Durchmesser, Keile, Kegelwinkel, Niete, Gewinde und Schrauben, Passungen und Toleranzen, in der Weise, daß sie die Lagerhaltung der fertigen Stücke und damit ihre Austauschbarkeit ermöglicht, ihre Zahl aber und die der erforderlichen Werkzeuge tunlichst beschränkt. Die Möglichkeit der Austauschbarkeit setzt genaueste Herstellung und damit zusammenhängend einheitliche Meßverfahren und -werkzeuge voraus, deren Übereinstimmung die Festlegung einer einheitlichen Bezugstemperatur,  $+20^{\circ}\text{C}$ , fordert: DIN 102. Bei dieser sollen die Meßwerkzeuge und Werkstücke die vorgeschriebenen Maße, die Nennmaße  $N$  besitzen. Absolute Genauigkeit in Übereinstimmung der Meßwerkzeuge wie der Werkstücke ist, wenn auch nicht unmöglich, (Parallelendmaße), so doch sehr kostspielig. Man nimmt die mit kleinen Ausführungsfehlern verknüpften Abweichungen in Kauf und setzt für diese, je nach dem geforderten Grade des Zusammenpassens oder dem jeweiligen Verwendungszweck Grenzen fest, innerhalb deren die ausgeführten Maße, unbeschadet der Verwendbarkeit der betr. Teile liegen dürfen: Grenzmaße; Größtmaß  $G$ , z. B.  $G = 59,97$ ; Kleinstmaß  $K$ , z. B.  $K = 59,94$ . Der Unterschied  $G - K = T$  heißt Toleranz, z. B.  $59,97 - 59,94 = 0,03$ . Beide Grenzmaße werden auf das Nennmaß  $N$ , z. B.  $N = 60$  bezogen, das zur Maßbezeichnung und Angabe beider Grenzmaße selbst dient. Die Unterschiede zwischen diesen und dem Nennmaß heißen oberes Abmaß  $OA = G - N$ , z. B.  $OA = 59,97 - 60 = -0,03$ , und unteres Abmaß  $UA = K - N$ , z. B.  $UA = 59,94 - 60 = -0,06$ . Die Abmaße werden dem Nennmaß zugefügt, sie dienen zur Angabe beider Grenzmaße, z. B. Nennmaß  $60 \begin{matrix} -0,03 \\ -0,06 \end{matrix} \begin{matrix} OA \\ UA \end{matrix}$ . Das Istmaß ist das tatsächliche Maß des fertigen Stückes, z. B.  $59,96$ , und unter Abmaß des Fertigstückes wird der Unterschied zwischen Istmaß und Nennmaß verstanden, z. B.  $59,96 - 60 = -0,04$ . Vgl. auch DIN 774.

Zwei zusammengefügte Teile, etwa Außen- und Innenstück, haben nach vorstehend gleiches Nennmaß, die Istmaße dagegen sind im allgemeinen verschieden und müssen es sein, je nach der Art der Passung, gekennzeichnet durch das Spiel  $S$  oder das Übermaß  $U$ , d. i. beispielsweise der Durchmesserunterschied von Bohrung und Welle bzw. Zapfen, wenn erstere größer bzw. kleiner ist als letztere. Die größten bzw. kleinsten Unterschiede werden bezeichnet als Größtspiel  $GS$ , z. B.  $GS = 60,03 - 59,94 = 0,09$ , Kleinstspiel  $KS$ , z. B.  $KS = 60 - 59,97$



= 0,03, Größtübermaß  $G\bar{U}$ , z. B.  $G\bar{U} = 60,06 - 60 = 0,06$ , Kleinstübermaß  $K\bar{U}$ , z. B.  $K\bar{U} = 60,04 - 60,03 = 0,01$ .

Nach dem Unterschied im Spiel und Übermaß unterscheidet man verschiedene Passungen, kurz als Sitze bezeichnet, die sich gliedern in Bewegungssitze als Laufsitz und Gleitsitz und in Ruhesitze als Schiebesitz, Haftsitz, Treibsitz, Festsitz und Preßsitz, je nachdem das Spiel eine betriebsmäßige Relativbewegung der Teile gegen einander ermöglicht bzw. wenn das Spiel geringer oder gar Übermaß vorhanden ist. Die Größe des Spiels wird in Paßeinheiten, 1 PE mm =  $0,005 \sqrt{D}$  mm, mit  $D$  = Nenndurchmesser, gemessen und die Anzahl derselben ist verschieden, je nach dem gewünschten Gütegrad. Man faßt mehrere Normaldurchmesser für je eine Paßeinheit wie folgt zusammen<sup>1)</sup>:

|        |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
|--------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $D$    | über | 1     | 3     | 6     | 10    | 18    | 30    | 50    | 80    | 120   | 180   | 260   | 360 mm   |
|        | bis  | 3     | 6     | 10    | 18    | 30    | 50    | 80    | 120   | 180   | 260   | 360   | 500 mm   |
| 1 PE = |      | 0,006 | 0,008 | 0,010 | 0,012 | 0,015 | 0,018 | 0,020 | 0,022 | 0,025 | 0,030 | 0,035 | 0,040 mm |

Ein Paßsystem wird erhalten durch Aufstellung einer Reihe von Sitzen mit gewollten Abstufungen im Spiel (Übermaß). Die Dinormen enthalten deren zwei, das System der Einheitsbohrung, Übersicht auf DIN 777, und das der Einheitswelle, Übersicht auf DIN 778. Bei diesem wird das Spiel in die Bohrung gelegt, die Welle ist für alle Sitze eines Gütegrades einheitlich, das Nennmaß der Welle ist oberes Grenzmaß und das untere Grenzmaß nur um die Wellentoleranz  $T_W$  kleiner. Das Spiel erfordert im Falle genauer Passung für jede Bohrung die Verwendung einer besonderen (oder nachstellbaren) Reibable. Dieses System wird im Triebwerk-, Textilmaschinen-, landwirtschaftlichen Maschinenbau und im allgemeinen dort verwendet, wo es sich um wenige Sitzarten oder um glatte Wellen oder Bolzen handelt. Im System der Einheitsbohrung ist das Nennmaß der Bohrung für alle Sitze eines Gütegrades einheitlich und das untere Grenzmaß, das obere Grenzmaß ist um die Bohrungstoleranz  $T_B$  größer; das Spiel ist durch Abdrehen oder Abschleifen der Welle billiger herzustellen als im anderen System. Es wird benützt im Falle der Anwendung mehrerer Sitzarten, so im Werkzeugmaschinen-, Lokomotiv-, Kraftwagen- und besonders im Kugellagerbau.

Nach den Gütegraden, s. o., werden unterschieden die Edelpassung, angewendet bei besonders hohen Anforderungen an die gleichartige Sitzausführung (Präzisionsmaschinen, geschliffene Teile), auf die Ruhesitze: Edelfestsitz, Edeltreibsitz, Edelhaftsitz, Edelschiebesitz und auf den Edelgleitsitz; die Feinpassung, die an genau bearbeiteten Maschinen und genormten Teilen am häufigsten anzutreffende Passung für alle Ruhesitze und für den Gleitsitz, engen Laufsitz, Laufsitz, leichten Laufsitz und weiten Laufsitz; die Schlichtpassung mit geringeren Anforderungen an die Gleichartigkeit der Sitze, angewendet auf den Schlichtgleitsitz, Schlichtlaufsitz und weiten Schlichtlaufsitz und die Grobpassung, bei verhältnismäßig großen, zulässigen Spielschwankungen angewendet auf die Bewegungssitze als Grobsitze  $G$  1 bis  $G$  4, hauptsächlich im landwirtschaftlichen Maschinenbau.

Der Preßsitz, Herstellung unter Zuhilfenahme von Pressen, ist unter  $P$  nach DIN 54 u. 55 genormt und für den Schrumpfsitz, durch Warmaufziehen hergestellt, liegen keine einheitlichen Abmaße vor. Die Bezeichnung der Gütegrade und Sitze vgl. DIN 776, und die Toleranzgebiete läßt Abb. 1 erkennen; die Toleranzen sind bezogen auf die Nulllinie der Paßsysteme, der die Abmaße je = Null entsprechen, und zwar für die Einheitsbohrung das untere, für die Einheitswelle das obere.

<sup>1)</sup> Hinsichtlich der in diesem Abschnitt bzw. in diesem Buche abgedruckten Normblätter ist zu sagen, daß die jeweils neueste Ausgabe der Normblätter, die durch den Beuth-Verlag G. m. b. H., Berlin S 14, zu beziehen sind, verbindlich ist.



| Gütegrad   | Edelspannung |               |              |                 |               | Feinspannung <sup>1)</sup> |           |          |             |           | Schlecht-<br>passung |          |                   | Grobpassung     |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|----------------------------|-----------|----------|-------------|-----------|----------------------|----------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|-------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Bezeichnung der<br>Bohrung   | e B          |               |              |                 |               | B                          |           |          |             |           | s B                  |          |                   | g B             |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| DIN  | 18           |               |              |                 |               | 19                         |           |          |             |           | 148                  |          |                   | 159             |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Einheitsbohrung DIN 777<br>$\frac{3}{a}$<br>Paßeinheiten: $PE = 0,005 \sqrt{D}$<br>Nulllinie | 10           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             | 10          |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 8            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 8             |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 6            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 6             |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 4            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 4             |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 2            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 2             |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 0             |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -2           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -2            |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -4           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -4            |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -6           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -6            |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -8           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -8            |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -10          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -10           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -12          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -12           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -14          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -14           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -16          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -16           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -18          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -18           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -20          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -20           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -22          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -22           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -24          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -24           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -26          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -26           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -28          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -28           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -30          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | -30           |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Sitz<br>DIN 777 und 778  | Edelfestsitz | Edeltreibsitz | Edelhaftsitz | Edelschiebesitz | Edelgleitsitz | Festsitz                   | Treibsitz | Haftsitz | Schiebesitz | Gleitsitz | Enger Laufsitz       | Laufsitz | Leichter Laufsitz | Weiter Laufsitz | Schlichtgleitsitz | Schlichtlaufsitz | Weiter Schlicht-<br>laufsitz | Grobsitz g1 | Grobsitz g2 | Grobsitz g3 | Grobsitz g4 |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Bezeichnung der<br>Welle   | F            | T             | H            | S               | G             | F                          | T         | H        | S           | G         | EL                   | L        | LL                | WL              | sG                | sL               | sWL                          | g1          | g2          | g3          | g4          |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| DIN  | 26           | 58            | 25           | 24              | 23            | 26                         | 58        | 25       | 24          | 23        | 23                   | 21       | 20                | 52              | 154               | 150              | 145                          | 163         | 162         | 161         | 160         |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Gütegrad   | Edelspannung |               |              |                 |               | Feinpassung <sup>1)</sup>  |           |          |             |           | Schlecht-<br>passung |          |                   | Grobpassung     |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Bezeichnung der<br>Bohrung   | eF           | eT            | eH           | eS              | eG            | F                          | T         | H        | S           | G         | EL                   | L        | LL                | WL              | sG                | sL               | sWL                          | g1          | g2          | g3          | g4          |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| DIN  | 51           | 56            | 50           | 40              | 48            | 47                         | 57        | 46       | 45          | 44        | 4                    | 42       | 41                | 53              | 157               | 156              | 155                          | 169         | 167         | 166         | 165         |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Einheitswelle DIN 778<br>$\frac{3}{a}$<br>Paßeinheiten: $1 PE = 0,005 \sqrt{D}$<br>Nulllinie | 30           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | 30            |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 28           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 28  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 26           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 26  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 24           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 24  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 22           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 22  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 20           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 20  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 18           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 18  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 16           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 16  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 14           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 14  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 12           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 12  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 10           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 10  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 8            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 8   |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 6            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 6   |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 4            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 4   |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 2            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 2   |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0            |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | 0   |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -2           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | -2  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -4           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | -4  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -6           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | -6  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -8           |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | -8  |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | -10          |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               | -10 |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Bezeichnung der<br>Welle   |              |               |              |                 |               | W                          |           |          |             |           | sW                   |          |                   | sW              |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| DIN  |              |               |              |                 |               | 40                         |           |          |             |           | 154                  |          |                   | 164             |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Toleranzgebiet   |              |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             | { der Bohrung |     |  |  |  |  |  |  |  |  | { der Welle |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <sup>1)</sup> Der Preßsitz (DIN 54 und 55) ist in dieser Übersicht nicht enthalten.          |              |               |              |                 |               |                            |           |          |             |           |                      |          |                   |                 |                   |                  |                              |             |             |             |             |               |     |  |  |  |  |  |  |  |  |             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Die Einhaltung der Toleranzen wird geprüft mittels der Grenzrachenlehre für den Schaft, Abb. 2, und den Grenzlehrdorn für die Bohrung, Abb. 3.

Die Lehre soll infolge ihres Eigengewichtes über die Welle gehen.



Abb. 2. Grenzrachenlehren für den Schaft.

Die Lehre darf sich nicht über die Welle führen lassen, sondern darf höchstens anschnäbeln.

Die Lehre soll sich zwanglos einführen lassen.

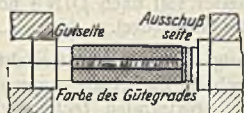


Abb. 3. Grenzlehrbolzen für das Loch.

Die Lehre darf sich nicht einführen lassen, sondern darf höchstens anschnäbeln.

(292) Zwecks Einschränkung des normalen Werkzeugbestandes sind nach DIN 3 Normdurchmesser festgelegt, mit Abstufungen, beispielsweise zwischen 100 und 200 mm um je 5 mm und von 210 bis 500 mm in Stufen von je 10 mm steigend.

Normaldurchmesser nach DIN 3. Maße in mm<sup>1)</sup>.

|    |     |    |     |    |     |    |     |     |    |    |    |    |     |
|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|-----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 1,5 | 2  | 2,5 | 3  | 3,5 | 4  | 4,5 | 5   | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | —   | 12 | —   | 13 | —   | 14 | —   | 15  | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | —   | 22 | —   | 23 | —   | 24 | —   | 25  | 26 | 27 | 28 | —  | 30  |
| —  | —   | 32 | —   | 33 | —   | 34 | —   | 35  | 36 | —  | 38 | —  | 40  |
| —  | —   | 42 | —   | —  | —   | 44 | —   | 45  | 46 | —  | 48 | —  | 50  |
| —  | —   | 52 | —   | —  | —   | —  | —   | 55  | —  | —  | 58 | —  | 60  |
| —  | —   | 62 | —   | —  | —   | —  | —   | 65  | —  | —  | 68 | —  | 70  |
| —  | —   | 72 | —   | —  | —   | —  | —   | 75  | —  | —  | 78 | —  | 80  |
| —  | —   | 82 | —   | —  | —   | —  | —   | 85  | —  | —  | 88 | —  | 90  |
| —  | —   | 92 | —   | —  | —   | —  | —   | 95  | —  | —  | 98 | —  | 100 |
| —  | —   | —  | —   | —  | —   | —  | —   | 105 | —  | —  | —  | —  | —   |

(293) Aus dem gleichen Grunde sind nach DIN 250 die Rundungshalbmesser genormt.

Rundungshalbmesser in mm nach DIN 250<sup>1)</sup>.

|     |      |       |      |     |       |      |     |      |       |     |      |       |      |       |     |       |   |
|-----|------|-------|------|-----|-------|------|-----|------|-------|-----|------|-------|------|-------|-----|-------|---|
| —   | —    | —     | —    | —   | —     | —    | —   | —    | —     | —   | 200  | (180) | 160  | (140) | 125 | (110) |   |
| 100 | (90) | 80    | (70) | 60  | 50    | (45) | 40  | (35) | 30    | 25  | (22) | 20    | (18) | 15    | —   | (12)  | — |
| 10  | —    | (8)   | —    | 6   | (5)   | —    | 4   | —    | (3)   | 2,5 | —    | 2     | —    | 1,5   | —   | 1,25  | — |
| 1   | —    | (0,8) | —    | 0,6 | (0,5) | —    | 0,4 | —    | (0,3) | —   | —    | 0,2   | —    | —     | —   | —     | — |

Die nicht eingeklammerten Werte sind den anderen nach Möglichkeit vorzuziehen.

(294) Die Formen der Kegel (Konizitäten) werden bezeichnet entweder durch den Kegelwinkel  $\alpha$ , Abb. 4, oder durch den Anzug, „Kegel  $\frac{1}{K}$ “, d. i. eine

Durchmesserabnahme von 1 mm auf  $K$  mm Länge. Normale Kegelwinkel (Verjüngung) nach DIN 254 sind<sup>1)</sup>

120°    110°    90°    75°    60°    45°    30°



Abb. 4. Bezeichnung der Kegel (Konizitäten).

<sup>1)</sup> Die Tabellen und die Zusammenstellung, S. 298, sind Abdrucke der Normblätter des Deutschen Normenausschusses, bzw. geben deren wesentlichen Inhalt wieder. Vgl. <sup>1)</sup> auf vor. Seite.



und normale Verjüngungen sind

|                             |            |         |            |              |        |         |
|-----------------------------|------------|---------|------------|--------------|--------|---------|
| $\frac{1}{K} =$             | 1:1,50     | 1:3     | 1:5        | 1:6          | 1:10   | 1:15    |
| $\alpha =$                  | 33° 41'    | 18° 26' | 11° 19'    | 9° 27'       | 5° 43' | 3° 49'; |
| für Morsekegel nach DIN 231 | 1:20       | 1:30    | 1:50       | entsprechend |        |         |
|                             | $\alpha =$ | 2° 52'  | 1° 54' 33" | 1° 8' 45"    |        |         |

Der große Kegeldurchmesser soll nach DIN 3 normal sein, ausgenommen die Kegelstifte, S. 309, und die Morsekegel.

**(295) Für die Gestaltung maßgebende Gesichtspunkte; zulässige Anstrengungen.** Für die Formgebung und Abmessungen der Maschinenteile können außer den hier nicht zu erörternden technologischen Forderungen verschiedene Überlegungen maßgebend sein; welcher Gesichtspunkt auch bestimmend ist, immer ist die Gestaltung abhängig vom Verwendungszweck des betr. Maschinenteils. So sind z. B. Form und Abmessungen von Zapfen und umschließendem Lager verschieden, je nachdem sie einem Triebwerk (Transmission) oder irgendeiner Kraft- oder Arbeitsmaschine angehören, wobei wieder deren Zweckbestimmung in Betracht kommt. Wenn hohe Ausführungsgenauigkeit gefordert wird oder die Wartung der Maschine eine sorgfältige ist, fallen Gestaltung und Abmessungen (Passungen) anders aus als im Falle weniger weitgehender Forderungen, wie beispielsweise bei den für landwirtschaftliche Maschinen bestimmten Maschinenteilen.

Ferner nehmen Einfluß die zu übertragenden Kräfte, denen gewisse Formänderungen bzw. Spannungen zugehören. Weil die Verfolgung ersterer, wenn überhaupt möglich, schwierig und zeitraubend ist, rechnet man zumeist auf Beanspruchung oder Anstrengung, nicht auf Spannung, die in den seltensten Fällen genau bestimmt werden kann. Man trägt der Beschränkung der Formänderung dadurch Rechnung, daß man die zulässige Anstrengung gering wählt. Es sei denn, daß die Formänderung Selbstzweck ist, wie beispielsweise bei den Federn. Auch bei Berechnung auf Anstrengung ist man meistens auf Näherungsrechnungen angewiesen und führt die an Hand letzterer aus bewährten Ausführungen abgeleiteten Anstrengungen ein, wenn nicht zu Versuchen gegriffen und die zulässige Anstrengung als Bruchteil der Spannung gewählt wird, die aus dem mit dem Körper angestellten Bruchversuch abgeleitet wird.

Bei der Wahl der zulässigen Anstrengung ist ferner der Unterschied zwischen statischer und dynamischer Beanspruchung zu beachten. Wenn die beanspruchenden Kräfte sofort in voller Größe auftreten, statt von Null auf den Größtwert zu wachsen oder wenn sie ihre Richtung rasch wechseln, verursachen sie Schwingungen, d. h. wechselnde Formänderungszustände, mit denen, wie im Falle auftretender Stoßwirkungen, wesentlich größere Spannungen verknüpft sind als im Falle statischer Kraftwirkung. Ferner sind von Einfluß auf die Größe der zulässigen Anstrengung die dem Werkstoff zuteil gewordene mechanische oder thermische Behandlung (kalt oder warm) und die Form des Maschinenteils (Eindrehungen, Kerbwirkung).

Die Ermittlung der zulässigen Anstrengungen für die verschiedenen Beanspruchungsweisen ist noch nicht abgeschlossen. Deshalb erscheint es angebracht, bis auf weiteres noch mit den von Bach angegebenen Werten zu rechnen; dies schließt nicht aus, daß sie gegebenenfalls durch andere, auf neuere Versuche sich stützende Werte ersetzt werden. Vgl. auch (289).

Außer Festigkeitsrücksichten können noch maßgebend sein die Forderung auf Beschränkung der Pressung in den Berührungsflächen ruhender oder gegeneinander sich bewegender Teile; in diesem Falle läuft die Pressungsforderung hinaus auf diejenige der Erhaltung der Schmierschicht zwischen den



Zulässige Anstrengungen in kg/cm<sup>2</sup>.

34.11 Werkstoff, vgl. auch (277) u. ff.

| Art der Anstrengung <sup>1)</sup> | Flußeisen <sup>2)</sup> ,<br>St. 00.11<br>bzw. 12 bis<br>St. 44.12 | Flußstahl <sup>2)</sup> ,<br>St. 50.11<br>bis<br>St. 70.11 | Stahlguß <sup>2)</sup> | Gußeisen | Kupfer<br>gewalzt |         |
|-----------------------------------|--|--|------------------------|----------|-------------------|---------|
| Zug $k_z$                         | ruhend   | 900—1500   | 1200—1800              | 600—1200 | 300               | 400—540 |
|                                   | schwell.   | 600—1000   | 800—1200               | 400—800  | 200               | 270—360 |
|                                   | wechs.   | 300—500  | 400—600                | 200—400  | 100               | 130—180 |
| Druck $k_d$                       | ruhend   | 900—1500   | 1200—1800              | 900—1500 | 900               | 400—540 |
|                                   | schwell.   | 600—1000   | 800—1200               | 600—1000 | 600               | 270—360 |
| Bieg. $k_b$                       | ruhend   | 900—1500   | 1200—1800              | 750—1200 | 3)                |         |
|                                   | schwell.   | 600—1000   | 800—1200               | 500—800  |                   |         |
|                                   | wechs.   | 300—500  | 400—600                | 250—400  |                   |         |
| Schub $k_s$                       | ruhend   | 720—1200   | 960—1440               | 480—960  |                   |         |
|                                   | schwell.   | 480—800  | 640—960                | 320—640  |                   |         |
|                                   | wechs.   | 240—400  | 320—480                | 160—320  |                   |         |
| Dreh. $k_d$                       | ruhend   | 600—1200   | 900—1440               | 480—960  | 3)                |         |
|                                   | schwell.   | 400—800  | 600—960                | 320—640  |                   |         |
|                                   | wechs.   | 200—400  | 300—480                | 160—320  |                   |         |

<sup>1)</sup> Ruhende Anstrengung liegt vor, wenn die Belastung weder ihre Größe noch ihre Richtung ändert. Bei

schwellender Anstrengung schwankt die Belastung beliebig oft zwischen Null und einem gleichbleibenden Größtwert und

wechselnde Anstrengung ist vorhanden, wenn die durch die Belastung hervorgerufenen Spannungen beliebig oft zwischen einem positiven und einem (absolut gleichen) negativen Größtwert wechseln.

<sup>2)</sup> Die höheren Werte nur bei den als durchaus zuverlässig erkannten Werkstoffen. Besonders bei Stahlguß zu beachten.

Für gehärteten Federstahl wird zugelassen  $k_b = 7500$  bzw.  $5000$  kg/cm<sup>2</sup> und  $k_d = 6000$  bzw.  $4000$  kg/cm<sup>2</sup> für ruhende bzw. schwelende Anstrengung.

Bez. anderer unlegierter oder legierter Stahlsorten vgl. (277): insoweit für die Bestimmung der zulässigen Anstrengung Dauerversuche fehlen, wird man mit ihr mehr oder weniger unterhalb der Streckgrenze bleiben, wenn sie nicht (für ähnliche Fälle) aus bewährten Konstruktionen abgeleitet werden kann. Angaben hierüber in den betr. Abschnitten. Dies gilt auch für die verschiedenen Kupferlegierungen.

<sup>3)</sup> Die zulässigen Anstrengungen gegenüber Biegung sind verschieden, je nachdem der betr. Körper die Gußhaut besitzt oder durch Bearbeitung von ihr befreit ist. Außerdem nimmt Einfluß die Querschnittsform. Nach Bach (vgl. Z. 1888, S. 193 ff.; 1889, S. 140 ff.) darf gesetzt werden:

|   | ohne Gußhaut |                 |                | mit Gußhaut <sup>1)</sup> |                 |                              |
|---|--------------|-----------------|----------------|---------------------------|-----------------|------------------------------|
|   | ruhend       | schwel-<br>lend | wech-<br>selnd | ruhend                    | schwel-<br>lend | wech-<br>selnd <sup>1)</sup> |
| Kreisquerschnitt $k_b = 2,05$ $k_d = 615$ |              | 410             | 205            | $k_b = 1,70$ $k_d = 510$  | 340             | 170 kg/cm <sup>2</sup>       |
| Rechteckquerschnitt $= 1,70$ $k_d = 510$  |              | 340             | 170            | $= 1,40$ $k_d = 420$      | 280             | 140 "                        |
| T-Querschnitt $= 1,45$ $k_d = 435$        |              | 290             | 145            | $= 1,20$ $k_d = 360$      | 240             | 120 "                        |

Für vorzügliches Gußeisen ist Erhöhung der Werte um 50% und darüber zulässig.

Im Falle Beanspruchung gegenüber Drehung ist der Einfluß der Gußhaut wesentlich geringer als bei Biegung; den Einfluß der Querschnittsform auf die zulässige Anstrengung hat Bach (vgl. Z. 1889, S. 137 ff.) ermittelt zu

|                           | für den Kreis | Kreisring | Hohl-<br>ellipse | Rechteck | Dreieck u.<br>Trapez | Hohl-<br>rechteck | I u. □<br>Querschnitt |
|---------------------------|---------------|-----------|------------------|----------|----------------------|-------------------|-----------------------|
| $k_d = k_s =$ reichlich 1 |               | 0,8—1     | 1—1,25           | 0,8—1    | 1,4—1,6              | 1—1,25            | 1,4—1,6               |

Bez. Gußeisens hoher Festigkeit vgl. Z. 1900, S. 409; 1908, S. 2061; 1909, S. 299.

gleitenden Flächen und begegnet sie damit der weiteren Forderung der Beschränkung der Erwärmung oder der Übertemperatur des in Betracht kommenden Maschinenteils: Warmlaufforderung. Je nach Werkstoff, Schmiermittel, Betriebsbedingungen bzw. Kühlung werden die betr. Erfahrungszahlen mehr oder weniger verschieden sein. Vgl. das unter „Zapfen“ Gesagte.

## Hilfsmittel zur Verbindung von Maschinenteilen.

(296) Diese werden unterschieden in lösbare und nichtlösbare Verbindungen, je nachdem sie eine Trennung ohne Zerstörung der verbindenden oder verbundenen Teile ermöglichen, wie bei Keil- und Schraubenverbindungen, oder je nachdem diese Möglichkeit nicht vorliegt, wie bei Nietverbindungen und Verbindungen durch Löten, Schweißen, Schrumpfen, (Leimen und Kitten).

### Keile.

(297) Unterscheidung in Querkeile und Längskeile. Diese werden hauptsächlich zur Verbindung von Naben mit Achsen oder Wellen zwecks Übertragung drehender Bewegung verwendet, während Querkeile vorzugsweise zur Verbindung von Stangen miteinander oder mit Naben bzw. Hülsen von Maschinenteilen im Falle hin- und hergehender Bewegung Verwendung finden. Sie werden neuerdings in dazu geeigneten Fällen durch Verschraubungen verdrängt.

### Querkeile.

(298) Verwendung als Befestigungskeile, Abb. 6, 7 und 8, oder als Stellkeile, wenn Einstell- bzw. Nachstellmöglichkeit gefordert wird, Abb. 12 und 13.

(299) Kraft- und Bewegungsverhältnisse. Zum Eindringen des durch die Zugkraft  $S$ , Abb. 5, belasteten Keiles ist eine statisch wirkende Kraft  $P$  erforderlich, die aus den Gleichgewichtsbedingungen in vertikaler und horizontaler Richtung, nämlich

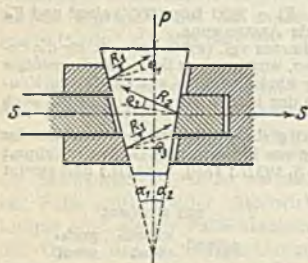


Abb. 5. Kräfte am Querkeil.

$$P = R_1 \sin(\alpha_1 + \rho_1) + R_2 \sin(\alpha_2 + \rho_2)$$

$$R_1 \cos(\alpha_1 + \rho_1) = R_2 \cos(\alpha_2 + \rho_2)$$

für den Keil und

$$R_2 \cos(\alpha_2 + \rho_2) = S + \mu R_2 \sin(\alpha_2 + \rho_2)$$

für die Stange in Richtung ihrer Achse, worin  $\mu$  die Reibungszahl für die Berührungsf lächen der zu verbindenden Körper ist, folgt zu

$$P = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \rho_2)}{1 - \mu \operatorname{tg}(\alpha_2 + \rho_2)} S.$$

Die den selbsttätigen Keilrückgang hindernde Kraft  $P'$  folgt entsprechend, Reibungskräfte entgegengesetzt wirkend, zu

$$P' = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 - \rho_2)}{1 + \mu \operatorname{tg}(\alpha_2 - \rho_2)} S.$$

Selbstsperrung liegt vor für  $P' \leq 0$ , d. h.  $\operatorname{tg}(\alpha_1 - \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 - \rho_2) \leq 0$ . Die trigonometrische Tangente des Keilwinkels  $\alpha$  heißt Anzug; sofern  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , folgt für den symmetrischen Keil ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) Selbstsperrung bei



$\alpha_1 \leq \varrho$  und im Falle einseitigen Anzuges ( $\alpha_2 = 0$ ) bei  $\alpha_1 \leq 2\varrho$ , d. h. der Spitzwinkel des Keiles muß kleiner als doppelter Reibungswinkel sein. Wegen der Unsicherheit von  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ , namentlich im Falle dynamisch wirkender Kraft  $S$ , ist erhebliche Unterschreitung dieser (statisch bestimmten) Grenzwerte oder aber Sicherung des Keiles geboten.

Der mit dem Keilweg  $s_k$  verbundene Lastweg  $s_l = s_k (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$  ist um so größer, je größer der Anzug ist. Dieser beträgt etwa

1:40 bis 1:20 für selbstsperrende Befestigungs-Querkeile;

1:20 bis 1:5 für Stellkeile an Schubstangen;

1:100 bis 1:50 für (selbstsperrende) Stellkeile an Lagern.

Zwecks Feststellung von  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$  mit symmetrischem Keil mit Beilagen aus gleichem Werkstoff, nach Abb. 12, ( $\mu = 0, \varrho_1 = \varrho_2 = \varrho$ ) entsprechend  $P = 2 \operatorname{tg} (\alpha + \varrho) S$ , in der Materialprüfanstalt der T. H. Stuttgart ausgeführte Versuche haben ergeben für die statisch wirkende Kraft  $P$ :

Auf  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$  sind einflußlos der Werkstoff der Keilbahnen innerhalb der Versuchsgrenzen (für Gußeisen  $P$  bis 6000 kg und  $S$  bis rund 17900 kg, Flächenpressung rund 1200 kg/cm<sup>2</sup>), die Schmierung (mit Gasmotorenöl) sowie die Keilsteigung. Beobachtet wurde  $\mu = 0,15-0,16$ , unabhängig von der Oberflächenbeschaffenheit, dagegen für Talgschmierung und sorgfältig bearbeitete Keilbahnen  $\operatorname{tg} \varrho = 0,04-0,07$ . Für entfettete Gleitflächen ergab sich in beiden Bearbeitungsfallen  $\operatorname{tg} \varrho = 0,2$  und mehr für Flußstahl und  $\operatorname{tg} \varrho$  bis 0,16 für Gußeisen, das sich für geschmierte Bahnen ähnlich verhält wie Flußstahl.

Ferner ergab sich  $\operatorname{tg} \varrho$  als stark veränderlich mit der Geschwindigkeit des Eintreibens:  $\operatorname{tg} \varrho = 0,06$  bei rascher und  $\operatorname{tg} \varrho = 0,21$  bei langsamer Kraftsteigerung im Falle Ölschmierung (von 60 s ab ist der Einfluß der Geschwindigkeit unbedeutend), und für Talgschmierung  $\operatorname{tg} \varrho = 0,02-0,04$  (innerhalb 45 s).

Die Versuche lassen als Vorteil der Talgschmierung erkennen: kein Fressen bei Ausführungen in Flußstahl, auch bei höheren Belastungen. Bei einem Stahl mit Kugeldruckhärte  $H = 150-190$ , einer Keilsteigung 1:100 und Schmierung mit Gasmotoröl wurde Fressen beobachtet bei der Flächenpressung von rund 1100 kg/cm<sup>2</sup>. Gußeiserne Gleitbahnen zeigten bei Ölschmierung kein Fressen. Nach Entfettung wurde in allen Fällen von  $P = 1500-2000$  kg ab Fressen beobachtet.

Dynamisch wirkende Kraft durch Schläge: Bei Talgschmierung war kein Einfluß der Bearbeitungsgenauigkeit bemerkbar, wohl aber des Werkstoffs. Die Reibungszahlen für Gußeisen sind kleiner als für Flußstahl, bei dem  $\operatorname{tg} \varrho$  gleichfalls von der Keilsteigung unabhängig ist. Kleinste Reibungszahlen und kein Fressen bei Talgschmierung, das bei Ölschmierung und bei Entfettung sich einstellte. Die Stabkräfte  $S$  sind bei Ölschmierung und einer Keilsteigung 1:100 viel kleiner als bei der Steigung 1:25; Wegquetschen des Öles und Überdeckung des Einflusses des Steigungswinkels durch denjenigen der Reibung. Vgl. M. B. 1925, S. 663.

Für Trockenreibung wurde seitens der A.E.G.  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ , unabhängig vom Werkstoff und der Flächenpressung, zu  $\mu = 0,14-0,16$  bzw.  $\varrho = 8-9^\circ$  ermittelt. Vgl. M. B. 1925, S. 572.

**(300) Berechnung der Befestigungskeile.** Die zugrunde zu legende Kraft ist gleich der Betriebskraft im Falle fehlender Verspannung bei ruhender Belastung und das 1,25- bis 1,33fache der Betriebskraft für Spannungsverbindungen bei (in entgegengesetztem Sinne) wechselnder Belastung; die Pressung in den Berührungsflächen darf nicht auf Null sinken.

Ruhende Belastung, Abb. 6. Mit  $S =$  Stangenkraft folgt bei Beanspruchung gegenüber Zug der Stangendurchmesser  $d$  aus  $0,25 \pi d^2 = S : k_2$ ; bei drückend wirkender Kraft  $S$  liegt u. U. der Knickfall vor, der  $d$  bestimmt, vgl. (232).

Für den Stangenkopfdurchmesser  $D$  gilt  $0,25 \pi d^2 \cdot k_2 = (0,25 \pi D^2 - D s_1) k'_2$ ; mit  $s_1 = 0,25 D$  und  $k'_2 = 0,25 \pi \cdot k_2$ , (wegen ungleicher Spannungsverteilung) folgt  $D \sim 1,35 d$ .

Damit berechnet sich die Pressung zwischen Keil und Stange aus  $0,25 d^2 \cdot k_2 = D \cdot s_1 \cdot k = 0,25 D^2 \cdot k$  zu  $k = 1,75 k_2$ . Die Zulassung dieses Wertes auch für die gußeiserne Hülse liefert deren Wandstärke  $s$  aus  $2 s \cdot s_1 \cdot k = D \cdot s_1 \cdot k$  zu  $s = 0,5 D$ . Im Falle Stabes für Keil und Hülse ist  $s$  nach Maßgabe der größeren zulässigen Pressung kleiner.

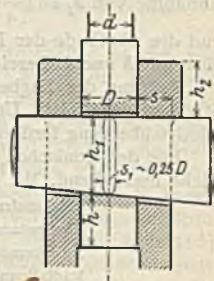


Abb. 6. Verbindung für ruhende Belastung.



Der Keil ist beansprucht auf Biegung, nicht auf Abscherung.  $h_1$  folgt aus der Biegungsgleichung

$$0,5 S (0,5 D + 0,5 s - 0,25 D) = k_b \frac{1}{6} s_1 h^2$$

zu

$$h_1 = \sqrt{6 S : k_b} = d \sqrt{1,5 \pi k_z : k_b};$$

z. B. für  $k_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$  (Flußeisen) und  $k_b = 1500 \text{ kg/cm}^2$  (Stahl) wird  $h_1 = 1,75 d$ .

$h$  ist empirisch bestimmt, etwa  $h = (0,60 - 0,70) h_1$  für Rechteckquerschnitt und  $h = (0,45 - 0,6) h_1$  für gerundete Schmalseiten des Keiles. Ebenso ist  $h_2 \sim h$ . Oben wurde angenommen, daß die Keilstärke  $s_1$  und die entsprechende Schlitzweite nicht wesentlich verschieden sind, im andern Falle muß der Unterschied berücksichtigt werden.

Für Wechselbelastung erfolgt Verspannung durch Absetzen der Stange, die im Bunde aufsitzt, Abb. 7 rechts oder durch Aufsitzenlassen der glatten Stange in deren Stirnfläche, Abb. 7 links. Beide Lösungen sind nur wirksam gegenüber Kräften in Richtung der Stangenachse. Oder durch konisch

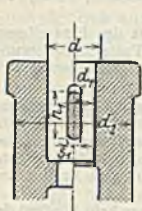


Abb. 7. Verbindung für Wechselbelastung.

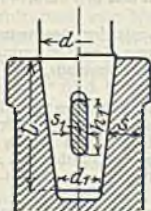


Abb. 8. Verbindung für Wechselbelastung.

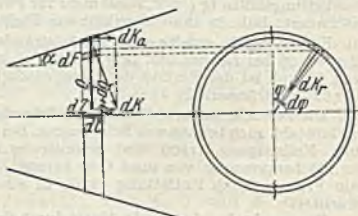


Abb. 9. Kraftwirkung an der Kegelhülse.

eingesetzte Stange, Abb. 8: Spannungsverbindung auch gegenüber Kräften senkrecht zur Stangenachse.

Zur Übertragung von  $(1,25 - 1,33) S$  erforderliche Ringfläche, Abb. 7, ist bestimmt durch die zulässige Pressung, die auch zwischen Keil und Stange bzw. Keil und Hülse maßgebend, die Keil- bzw. Hülsenstärke liefert unter

Annahme von  $s_1 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) d$ . Die Keilhöhe folgt aus der Biegungsgleichung

und die Abstände der Keiltragfläche von der Stangen- bzw. Hülsestirnfläche, oben mit  $h$  und  $h_2$  bezeichnet, sind empirisch bestimmt.

Prüfung der Zugbeanspruchung in dem durch das Keilloch geschwächten Stangenquerschnitt: Ungleiche Spannungsverteilung, Kerbwirkung im Querschnittsübergang fordern  $k'_z < k_z$  s. o.

Für den konischen Stangensitz, Abb. 9, ist die Pressung in der Kegelmantelfläche maßgebend. Mit den Bezeichnungen der Abb. 9 folgt:

- Flächenelement  $dF = \rho d\varphi dl : \cos \alpha$ ;
- Elementardruck  $dK = p \rho d\varphi dl : \cos \alpha$ , senkrecht zu  $dF$ ;
- Axialkomponente  $dK_\alpha = dK \sin \alpha = p \operatorname{tg} \alpha dl \rho d\varphi$ ;
- Radialkomponente  $dK_r = dK \cos \alpha = p dl \rho d\varphi$ ;
- Reibung in Richtung der Mantellinie  $= \mu p \rho d\varphi dl : \sin \alpha$ ;
- deren axiale Komponente  $= \mu p \rho d\varphi dl$ .

Damit folgt unter Beachtung, daß  $dl \operatorname{tg} \alpha = d\varrho$ , die in Richtung der Stangenachse wirkende Kraft

$$\times S = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} p d\varphi \rho d\varrho + \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \mu p d\varphi \rho d\varrho \operatorname{ctg} \alpha.$$

sofern  $p = \text{konst.}$  vorausgesetzt wird, folgt

$$\times S = p \cdot 2 \pi \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha)$$

und

$$p = \times S : [(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \pi (r_2^2 - r_1^2)]$$

für  $\mu = 0$  wird

$$p = k = \times S : \pi (r_2^2 - r_1^2).$$

Mit dem mittleren Durchmesser folgen die Keilstärke sowie die mittlere Keilhöhe wie oben und schließlich die Konuslänge  $l$ , die den Kegelwinkel bestimmt. Entscheidung für einen normalen Winkel nach (294).

Die auf Sprengung der Hülse wirkende Kraft folgt für den angedeuteten Sprengquerschnitt zu

$$Z = \int_0^{\pi} \int_{r_1}^{r_2} p \rho d\varphi d\rho \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \varphi = \times S \operatorname{ctg} \alpha : [\pi (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha)] = \times S : \pi (\operatorname{tg} \alpha + \mu)$$

und damit angenähert die Zuganstrengung

$$\sigma_z = Z : [2 s (l - h_1)] = \times S : [2 \pi s (l - h_1) (\operatorname{tg} \alpha + \mu)].$$

Vgl. auch Bonte: Beitrag zur Berechnung kegelförmiger Hülsen in Z. 1919, S. 923 u. ff.

Zur Verbindung zweiteiliger Gehäuse verwendet die A.E.G. an Stelle der kostspieligen Keilbolzen, Abb. 10a, ihre durch D.R.P. 439482 geschützte, mittels Schweißen hergestellte Konstruktion, Abb. 10b.

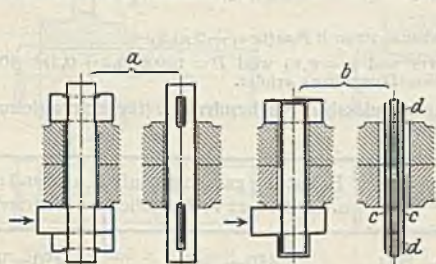


Abb. 10a und b. Keilbolzen.

c Seitenteile aus gewalztem Flußstahl, d Zwischenstücke, mit c verschweißt.



Abb. 11.  
Gestängeverbindung.

(301) **Stellkeile.** Anzug s. o. Je kleiner dieser, desto größer ist der zum Anziehen erforderliche Platzbedarf. Die Berechnung hat außer auf Beanspruchung auch auf Pressung in den gleitenden Flächen zu erfolgen, wobei zu beachten ist, ob das Anziehen unter der Last, z. B. unter Dampfdruck, oder während des Stillstandes der betr. Maschine erfolgt, weil hiervon die Höhe der zulässigen Pressung abhängt. Breite Keile im Interesse gleichmäßiger Pressungsverteilung in dem durch den Keil nachzustellenden Stück, z. B. Lagerschale, und Beschränkung der Abmessungen des Keiles (auf Biegebeanspruchung oder Formänderung gegenüber Biegung rechnen). Beilagen, Abb. 11<sup>1)</sup>, für Befestigungskeile sich verstehend, Abb. 12, ermöglichen reichliche Gleitflächen, verhindern die Gratbildung beim Eintreiben und machen das schräge Keilloch, entsprechend der Keilschräge, entbehrlich. Mit  $h_1 = \text{Keilhöhe}$ ,  $h$  und  $h_2 = \text{Beilagenhöhe}$  folgt das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{1}{6} b (h^2 + h_1^2 + h_2^2);$$

<sup>1)</sup> Über Gestängeverbindungen zum Betriebe von Schachtpumpen vgl. Z. 1887, S. 765 u. ff. Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.



für  $h = h_1 = h_2$  wird

$$h_1 = \sqrt{2W:b} \quad \text{und} \quad h + h_1 + h_2 = 4,25 \sqrt{W:b},$$

dagegen für  $h = h_2 = 0,5 h_1$  wird  $h = 2 \sqrt{W:b}$  und  $h + h_1 + h_2 = 4,00 \sqrt{W:b}$ , die Baulänge ist geringer<sup>1)</sup>. Keilsicherung mittels Druckschraube, Abb. 12, oder im Falle stoßenden Betriebes und geringen Anzuges gemäß Abb. 13 durch eine zweite Schraube.

Für  $\alpha_2 = 0$  und  $\text{tg } \varrho_2 = \mu_2 = \text{tg } \varrho_1 = \mu_1 = \mu$ , Abb. 13, folgt

$$\text{Schraubenkraft } P = \frac{\text{tg } (\alpha_1 + \varrho_1) + \text{tg } \varrho_2}{1 - \mu \text{tg } \varrho_2} S = \left[ \frac{\text{tg } \alpha_1}{1 - \mu \text{tg } \alpha_1} + \frac{2\mu}{(1 - \mu^2)(1 - \mu \text{tg } \alpha_1)} \right] S.$$

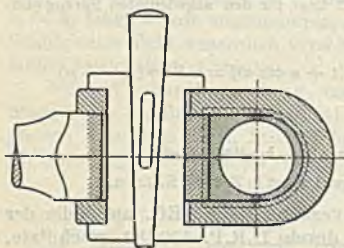


Abb. 12. Dreiteiliger Stellkeil.

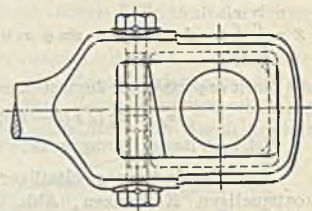


Abb. 13. Stellkeil mit Schraubensicherung.

Wegen der Kleinheit von  $\mu$  und  $\text{tg } \alpha_1$  ist auch  $P \approx (\text{tg } \alpha_1 + 2\mu) S$ .

Für  $S = 10000 \text{ kg}$ ,  $\text{tg } \alpha = 1:5$  und  $\mu = 0,10$  wird  $P = 10000 (0,2 + 0,2) = 4000 \text{ kg}$ , sofern die Nachstellung unter vollem Dampfdruck erfolgt.

(302) Rechnungsgrundlagen, zulässiger Flächendruck  $k$  (für nicht aufeinander gleitende Flächen) in  $\text{kg/cm}^2$ ) für

| Werkstoff             | ruhend    | Belastung zwischen Null u. Größtwert veränderlich | stoßend oder hämmernd |
|-----------------------|-----------|---|-----------------------|
| Gußeisen, bearb.      | 700—800   | 450—550   | 250—300               |
| Stahlguß              | 800—1000  | 550—650   | 300—400               |
| Flußeisen, St. 00.11  | 800—1000  | 550—700   | 300—350               |
| bzw. 12 bis St. 44.12 |           |   |                       |
| Flußstahl, St. 50.11  | 1000—1500 | 700—1000  | 350—500               |
| bis St. 70.11         |           |   |                       |
| Flußstahl, gehärtet   | 1500—1800 | 900—1200  | 450—600               |
| Tiegelstahl           | 1000—2000 | 650—1350  | 350—650               |

Für gleitende Flächen stark abhängig von Oberflächenbeschaffenheit und Art der Fettung.

## Längskeile.

Vgl. Dinbuch 11 und Dintaschenbücher 1 und 12 sowie DIN 141—143.

(303) Zur Befestigung von Naben auf Achsen oder Wellen, verspannen zufolge Anzuges, normal 1:100, beide Teile gegeneinander, nach Abb. 14 in radialer Richtung; kraftübertragend wirkt die Reibung zwischen Nabe und Welle und nächst dem, bei auftretender Relativbewegung zwischen beiden, die in der tragenden Keilfläche (Breitseite) auftretende zusätzliche Pressung.

Keile und Federn (s. d.) werden aus Flußstahl hergestellt, entweder unter Verwendung gezogenen Profilstahles (DIN 497—500), wie bei Federn und Keilen,

<sup>1)</sup> Laudien, „Maschinenelemente“, 2. Aufl., S. 57.

<sup>2)</sup> C. Bach, M.E. 13. Aufl., und F. Röttscher, M.E. I.



oder durch Schmieden, mit allseitig folgender Bearbeitung. Die Breite der Profilstäbe entsprechen den Keillängen, aus diesem Grunde sind diese innerhalb 50 mm Keilbreite genormt.

Nach der Querschnittsform des Keiles werden unterschieden Nuten-, Flach- und Hohlkeile, Abb. 14 bis 18, nach Art ihres Einbaues unterscheidet man Treibkeile, Abb. 17, und Einlegekeile, Abb. 18. Außerdem finden auch Nasenkeile, Abb. 17, Verwendung. Der flachstirnige und der rundstirnige Einlegekeil (DIN 490) sitzen in Nuten, letzterer passend; die zu verkeilende Nabe wird auf den Keil geschoben und verspannt, die bestimmte Lage der Nabe auf der (glatten) Welle ist im allgemeinen nicht gewährleistet. Der Treibkeil wird von der Seite in die nach Lage bestimmte Nabennut eingetrieben, die bei glatten Wellen um die reichliche Keillänge länger sein muß als die Nabennut. Die lange Nut und die damit verbundene Wellenverschwächung wird vermieden durch Anordnung der Nabe auf einem Wellenkopf: Stahl- oder Fräserauslauf, Fassonwelle für Haupt-

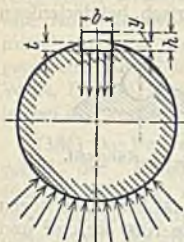


Abb. 14. Nutenkeil-Kraftwirkung an der Welle.

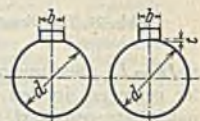


Abb. 15 und 16. Flach- und Hohlkeil.

antriebe. Vgl. unter Wellen. Verwendung des Nasenkeils (DIN 493), wenn dessen Lösung vom schwächeren Keilende aus (Keiltreiber) nicht möglich ist. Umhüllung der umlaufenden Nase!

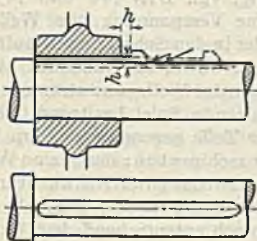


Abb. 17a und b. Treibkeil.

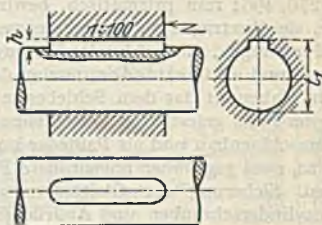


Abb. 18. Einlegekeil.

antriebe. Vgl. unter Wellen. Verwendung des Nasenkeils (DIN 493), wenn dessen Lösung vom schwächeren Keilende aus (Keiltreiber) nicht möglich ist. Umhüllung der umlaufenden Nase!

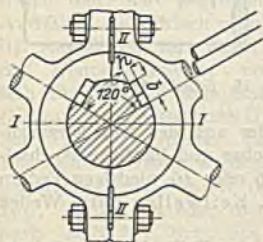


Abb. 19. Tangentkeil.

Flachkeile (DIN 491), Abb. 15, und Nasenflachkeile (DIN 494); Hohlkeile, Abb. 16 (DIN 492), und Nasenhohlkeile (DIN 495), die durch Reibung infolge radialer Verspannung wirken und deshalb nur zur Übertragung mäßiger Momente geeignet sind in Fällen der Verwendung komprimierter Wellen: Krummziehen durch Nuten oder Anarbeiten von Flächen. Für schwach beanspruchte Triebwerkteile, insbesondere für Hohlwellen, vgl. unter Wellen, werden Treib-, Ein-



Abb. 20.

lege- und Nasenkeile mit kleinerem Querschnitt, steigend von  $14 \times 9$  für  $d$  über 50 bis 92 bis auf  $24 \times 14$  für  $d$  über 170 bis 230 (und darüber) ausgeführt. Betr. dieser Zwergkeile vgl. DIN 383.

Tangentkeile, tangential verspannend, für sehr große zu übertragende Kräfte, nach DIN 271; Nutenbreite  $b = \frac{1}{2} t (D - t)$  mit  $t$  = Nutentiefe in mm, und für stoßartig erfolgende Wechselbeanspruchungen nach DIN 268 mit  $b = 0,3D$

und  $t = 0,1 D$  mm. Große Anlageflächen, in Nut und Welle parallel laufend, womit der Anzug in die Berührungsflächen des für jede Nut ausgeführten Keilpaares verlegt werden kann. Anzug 1:100 nach DIN 271 oder 1:100 bis 1:60, aus Gründen leichteren LöSENS der stramm eingetriebenen Keile. Bei 2 Keilnuten werden diese um  $120^\circ$  versetzt, Abb. 19. Bei Anordnung der Nabenteilfuge in Ebene I—I werden die Schrauben- und Keilverbindung der Nabe symmetrisch, bei derjenigen



Abb. 21. Spießkantkeil.

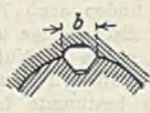


Abb. 22. Alfakeil.



Abb. 23. Rundkeil.

in II—II aber unsymmetrisch belastet. Diese Ungleichheit ist belanglos wegen der geringen, in den Tragflächen auftretenden Pressung, die  $1000 \text{ kg/cm}^2$  und mehr betragen darf. Ausrundung der Keilnuten im Grunde und Abschrägung der Keile wegen Kerbwirkung; Abb. 20. Radial und tangential verspannen der Spießkantkeil, Abb. 21, verwendet zur Befestigung schwingender Hebel; der Alfa-Keil nach v. Bechtolsheim, Abb. 22, und der vielfach als Sicherung benutzte Rundkeil, Abb. 23.

(304) Federn, rundstirnig oder geradstirnig, vgl. DIN 144 und 145, 269 und 270, 496; rein prismatisch, bewirken keine Verspannung von Welle und Nabe, sie übertragen als Mitnehmer vermöge der in den Schmalseiten auftretenden Pressungen, Abb. 24. Ausführung als Paßfeder, in Nabennut stramm passend und als Gleitfeder, nur an den Flanken der Wellennut stramm sitzend und in Nabennut das dem Schiebesitz entsprechende Spiel besitzend. Verwendung im Falle geforderter Verschiebbarkeit der Teile gegeneinander, im Werkzeugmaschinenbau und als Paßfeder im Turbomaschinenbau: nur kleine Wellenabsätze, zwei gegenüber angeordnete Paßfedern zwecks guter Auswuchtung der Wellen. Sicherung der Gleitfedern vom Querschnitt  $14 \times 9$  mm ab durch Haltezylinderschrauben und Abdrückschraubenloch entsprechend dem Gewinde der Halteschrauben innerhalb der Gleitfederlänge  $= 10 \times b$ , andernfalls mit

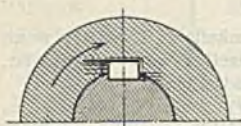


Abb. 24. Kräfte an der Feder.

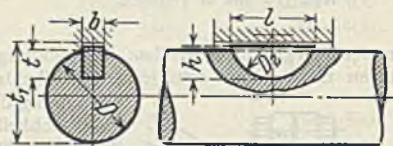


Abb. 25. Scheibenfeder.

2 Abdrückbohrungen. Das Moment sucht die Feder aus der Nut herauszukanten; deshalb werden bei Schaltgetrieben mit hoher und häufiger Wechselbeanspruchung (Kraftfahrbau) die Wellen mit 4, 6 oder 10 niedrigen Federn oder auch Keilen in einem Stück ausgeführt. Vgl. Keilwellen unter Wellen und DIN 2223 bis 2225.

Das bei fehlender Übereinstimmung des Anzuges von Keil und Nut mögliche Schiefkeilen wird vermieden durch die sich nach dem Keilanzug einstellenden Scheibenfedern, Abb. 25, nach DIN 122 und 304 genormt. Sie wirken als Feder und verspannen leicht in radialer Richtung; hauptsächlich im Werkzeugmaschinenbau verwendet.

(305) Die Berechnung der Abmessungen der Längskeile ist bestenfalls nur an Hand weitgehender Annahmen möglich. Vgl. hierüber: Ensrud, „Beitrag zur Berechnung der Torsionskeile“, Z. 1888, S. 109 und „Über den Einfluß der anfäng-



lichen Spannung auf die Beanspruchung der Torsionskeile", Z. 1889, S. 492 sowie Kammerer, „Bemessung von Wellenkeilen“, Mitteilungen des NDI., Heft 10, Jahrgang 2, S. 255.

Die Keilabmessungen sind vielmehr durch die Erfahrung bestimmt: Sicherung gegen Krummziehen beim Einpassen und Eintreiben. Einsetzen mit Fett und Rillen in den Druckflächen, ausgeführt von Roemmele, Freiburg i. B., mittels deren Petroleum eingeflößt werden kann, erleichtern das Lösen festgerosteter Keile. U.U. Erwärmung der Nabe unter gleichzeitiger Kühlung der Welle. Die bei Tangentkeilen vorgeschriebene Ausrundung und Kantenbrechung ist bei den anderen Keilen und Federn den Herstellern überlassen.

(306) Das Verwendungsgebiet der Keilarten im Falle Befestigung von Riemenscheiben, die nicht weniger als  $\frac{1}{3}$  des größtzulässigen Drehmomentes der Welle mittels Einfachriemens übertragen, ist aus Abb. 26 ersichtlich<sup>1)</sup>. Für die Befestigung von Zahnrädern scheiden Hohlkeile aus.

| Scheibendurchmesser | Gefeilte Riemenscheiben zum Klemmen gebohrt |                  |                  | Ungefeilte Riemenscheiben |                  |                  |
|---------------------|---|------------------|------------------|---------------------------|------------------|------------------|
|                     | Scheibenbreite mm                           |                  |                  | Scheibenbreite mm         |                  |                  |
| bis 500             | über 100 bis 200                            | über 200 bis 300 | über 300 bis 500 | bis 100                   | über 100 bis 200 | über 200 bis 300 |
| über 500 • 630      | Ohne Keil                                   |                  |                  | Hohlkeil                  |                  |                  |
| • 630 • 800         | Keil  |                  |                  | Flachkeil                 |                  |                  |
| • 800 • 1000        |   |                  |                  |                           |                  |                  |
| • 1000 • 1250       | Keil  |                  |                  | Flachkeil                 |                  |                  |
| • 1250 • 1600       |   |                  |                  |                           |                  |                  |
| • 1600 • 2000       | Keil  |                  |                  | Flachkeil                 |                  |                  |
| • 2000 mm           |   |                  |                  |                           |                  |                  |

Abb. 26. Verwendungsgebiet der Keilarten.

(307) **Stifte.** Zur Lagersicherung zusammengepaßter Teile (Lagerdeckel und Lagerkörper) als Paßstifte oder zur sicheren Übertragung größerer Kräfte als Scherstifte oder, wenn die Kräfte geringfügig sind, als Splinte (DIN 92 und 94) bezeichnet. Zylinderstifte nach DIN 7 zur Lagersicherung und Kraftübertragung, wenn die Lösung der Verbindung nicht in Frage kommt. Durchmesser 1 bis 50 mm. Werkstoff: Flußstahl,  $K_z = 7000$  bis  $8000 \text{ kg/cm}^2$  und  $K_z = 5000$  bis  $6000 \text{ kg/cm}^2$ , für Nenndurchmesser unter bzw. über 16 mm. Kegelstifte nach DIN 1 im Falle geforderter Lösungsmöglichkeit der Verbindung. Das Bohren der Stiftlöcher erfolgt im zusammengebauten Zustand der durch den Stift gegeneinander zu sichernden Teile und anschließend das Aufreiben, zylindrisch oder kegelig. Ausführung mit Kegel 1:50, der Nenndurchmesser versteht sich für das schwache Stiftende (Normdurchmesser nach DIN 3). Im Falle geforderter leichter Lösungsmöglichkeit werden Kegelstifte mit Gewindezapfen, Whitworth oder metrisch, nach DIN 257 bzw. 258 verwendet.



Abb. 27. Spannstift.



Abb. 28. Kerbstift.

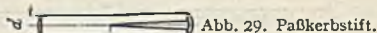


Abb. 29. Paßkerbstift.

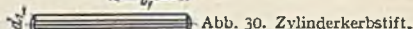


Abb. 30. Zylinderkerbstift.

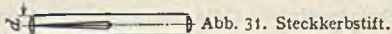


Abb. 31. Steckkerbstift.

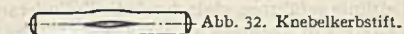


Abb. 32. Knebelkerbstift.

Ersatz des zylindrischen Paßstiftes durch den Spannstift, aus einer oder mehreren geschlitzten Hülsen bestehend, Abb. 27, deren Elastizität ausreicht zum Ausgleich von Durchmesserunterschieden bis zu mehreren Zehntelmillimetern.

Ersatz des Kegelstiftes durch den Kerbstift, Abb. 28—35; er macht das nachträgliche konische Aufreiben des zylindrischen Loches entbehrlich. Leichte

<sup>1)</sup> Vgl. <sup>1)</sup> auf S. 297.



Lösbarkeit und trotzdem hohe Rüttelfestigkeit der Verbindung. In Rundstahl nach DIN 668 oder mit höherer Festigkeit (7000 bis 7500 kg/cm<sup>2</sup>) oder in Messing werden Kerben eingewalzt. Der in Form von Wülsten herausgedrückte Werkstoff erfährt beim Einschlagen des Stiftes eine dem Loche entsprechende Verformung, er wandert in die Kerbfurchen zurück zufolge der zwischen Stift und Lochwand auftretenden Pressung. Bedingung für gute, durch Versuche erwiesene Wirkungsweise ist die Verwendung zentrisch



Abb. 33.

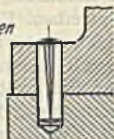


Abb. 34.

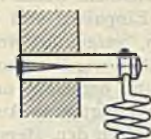


Abb. 35.

Anwendungsbeispiele für den Kerbstift.

geschliffener Spiralbohrer für die Löcher und eine Kerbstiftlänge tunlichst innerhalb  $10 \times$  Durchmesser, andernfalls Einschlagvorrichtungen zwecks Vermeidung des Krummziehens zu verwenden sind. Zur Befestigung von Schildern dient der Kerbnagel, ein Kerbstift mit angestauchtem Kopf: Ersatz von Nieten oder Schrauben.

## Schrauben.

(308) Allgemeines. Vgl. Dinbuch 2 und Dintaschenbuch 10 und 1. Durch Aufwickeln des Winkelschenkel  $a c$ , Abb. 36, auf einen Kreiszyylinder derart, daß der andere Schenkel  $a b$  mit dem Umfang des Normalschnittes des Zylinders zusammenfällt, entsteht eine Schraubenlinie, die je nach dem Windungssinne rechts- oder linksgängig ist. Winkel  $b a c = \gamma$  heißt Steigungswinkel, der auf einer Zylindermantellinie gemessene Abstand zweier Punkte der gleichen

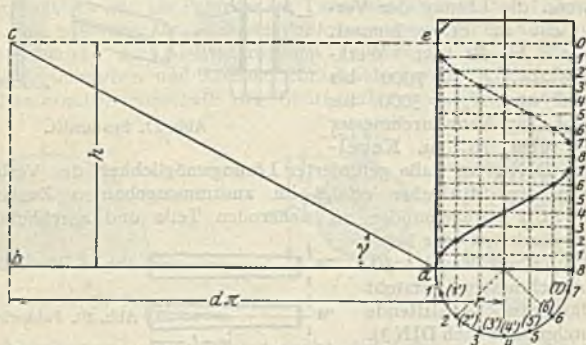


Abb. 36. Entstehung der Schraubenlinie.

Schraubenlinie ist die Ganghöhe  $h$ ; damit folgt  $\operatorname{tg} \gamma = h : \pi d =$  Steigung. Ein Schraubengewinde wird erzeugt von einer längs der Schraubenlinie als Leitlinie geführten, stets durch die Zylinderachse gehenden Fläche, dem Gewindeprofil. Ein Rechteck als erzeugende Fläche liefert das Flachgewinde, Abb. 37, ein Dreieck das scharfgängige Gewinde, Abb. 38, andere Profile führen zum Trapez-, Sägen- und Rundgewinde. Eingängig heißt die Schraube, wenn ihr Gewinde durch einen Querschnitt entsteht, andernfalls ist es mehrgängig, zwei-, dreigängig usf. Der Außendurchmesser  $d$  des Bolzens = Gewindedurchmesser bestimmt das Gewinde, der Kerndurchmesser  $d_1$ , d. i. der Durchmesser im Grunde des Bolzensgewindes, bestimmt den tragenden, den Kernquerschnitt;  $t_1 = \frac{1}{2}(d - d_1)$  heißt Gewindetiefe, der

Flankendurchmesser ist bestimmt durch  $d_2 = \frac{1}{2}(d - t_1) = \frac{1}{2}(d_1 + t)$   $= \frac{1}{2}(d + d_1)$ , mit ihm folgt die mittlere Steigung  $\operatorname{tg} \gamma = h : \pi d_2$ . Dem Bolzengewinde entspricht das Muttergewinde, Abb. 37 und 38, mit den Durchmessern  $D$ ,  $D_1$  und  $D_2$ ; beiden gemeinsam ist der Flankenwinkel  $\alpha$ . Eine absolut genaue Übereinstimmung, d. h. ein an Flanke, Außendurchmesser und Kerndurchmesser gleich satt anliegendes Gewinde von Bolzen und Mutter ist praktisch unmöglich, man muß Toleranzen zugestehen unter gleichzeitiger Forderung guter Flankenanlage. Diese Überlegung führt zum Spitzenspiel und zur Tragtiefe  $t_2$ .

Je nach Aufgabe der Schraube, ob als Befestigungsmittel oder als Mittel zur Umsetzung von drehender Bewegung in eine fortschreitende (Hebezeuge, Spindelpressen, Kanthobelmaschinen) dienend, werden Befestigungs- und Bewegungsschrauben unterschieden.

(309) Kraft und Bewegungsverhältnisse. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der in Richtung der Achse wirkenden Kraft  $Q$  auf sämtliche Gänge der Mutter mit Flachgewinde darf  $Q$  in der mittleren Schraubenlinie vom Durchmesser  $0,5(d_1 + d)$  angreifend angenommen werden und läuft die Überwindung von  $Q$  infolge Drehung der Mutter hinaus auf das Hinaufschieben der Last  $Q$  auf einer unter dem mittleren Steigungswinkel geneigten schiefen Ebene vermöge einer im mittleren Halbmesser angreifenden Kraft  $H$ , Abb. 39.

Im Falle Hebens von  $Q$  muß die Resultante aus  $Q$  und  $H$  um den Reibungswinkel  $\varrho$  im Sinne der Bewegung von der Normalen zur schiefen Ebene abweichen, mithin ist  $H = Q \operatorname{tg}(\gamma + \varrho)$ . Für reibungsfreies Flachgewinde ist  $H_0 = Q \operatorname{tg} \gamma$ . Damit folgt der Gewindevirkungsgrad  $\eta = \operatorname{tg} \gamma : \operatorname{tg}(\gamma + \varrho)$ , der für  $\gamma = 0$  und  $\gamma = 90^\circ - \varrho$  je Null ist, also für einen zwischenliegenden Winkel einen Größtwert aufweist. Dieser bestimmt sich aus

$$\frac{d}{d} \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varrho)} = 0 = -\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\sin^2(\gamma + \varrho)} + \frac{\operatorname{ctg}(\gamma + \varrho)}{\cos^2 \gamma} \quad \text{zu} \quad \gamma = 45^\circ - \frac{\varrho}{2}$$

und liefert  $\eta_{\max} = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right)$ ; für  $\mu = 0,15$ , entsprechend  $\varrho = 8^\circ 30'$ , wird  $\eta_{\max} = 0,74$ .

Die den selbsttätigen Lastrückgang hindernde Kraft ist  $H' = Q \operatorname{tg}(\gamma - \varrho)$ ; für  $\gamma = \varrho$  wird  $H' = 0$ , die Schraube ist selbsthemmend. In diesem Falle folgt  $\eta = \frac{\operatorname{tg} 8^\circ 30'}{\operatorname{tg} 17^\circ} = 0,49$ .

Für  $\gamma = \varrho$  wird allgemein  $\eta = \operatorname{tg} \varrho : \operatorname{tg} 2\varrho = 0,5 - 0,5 \operatorname{tg}^2 \varrho$ : der Wirkungsgrad selbsthemmender Schrauben ist kleiner als 0,5, die Eigenschaft der Selbsthemmung ist hiernach mit einem bedeutenden Arbeitsverlust beim Lastheben verknüpft. Bei der durch den Schmierzustand bedingten Veränderlichkeit von  $\mu$  kann trotz der für den Ruhezustand erfüllten Forderung  $\gamma = \varrho$  im Falle der Bewegung ein über 0,5 liegender Wirkungsgrad erzielt werden.

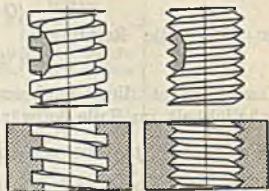


Abb. 37.      Abb. 38.  
Flaches und scharfes Gewinde.

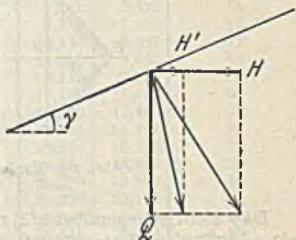


Abb. 39. Kräfte an der flachgängigen Schraube.



(310) Für die scharfgängige Schraube, Abb. 40, ergeben die Kräfte  $Q$  und  $H$  ebenfalls eine Resultante, die um  $\varrho$  von der Aufrißprojektion des Normaldruckes auf die Schraubenfläche abweicht; der Normaldruck folgt zu

$$(Q \cos \gamma + H \sin \gamma) : \cos \delta,$$

er liefert die Reibung

$$\mu (Q \cos \gamma + H \sin \gamma) : \cos \delta.$$

Damit lautet die Gleichgewichtsbedingung in Richtung der Verschiebungsmöglichkeit im Falle Aufwärtsbewegung von  $Q$ :

$$\mu (Q \cos \gamma + H \sin \gamma) : \cos \delta = H \cos \gamma - Q \sin \gamma,$$

worin  $\delta$  bestimmt ist durch  $\operatorname{tg} \delta = CS : SD = BS \cos \gamma : AS = \operatorname{tg} \alpha/2 \cdot \cos \gamma$ .

Mit  $1 : \cos \delta = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}$  folgt

$$H = Q \frac{\operatorname{tg} \gamma + \mu \cos \gamma \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha/2}}{1 - \mu \sin \gamma \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha/2}}.$$

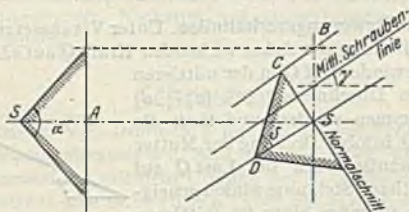


Abb. 40. Kräfte an der scharfgängigen Schraube.

Da  $\gamma$  klein ist gegenüber  $\alpha/2$ , z. B. ist für 1"-Gewinde nach Whitworth, vgl. (312),  $\alpha/2 = 27^\circ 30'$  und  $\gamma = 2^\circ 17'$ , ist hinreichend genau

$$\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha/2} \approx 1 : \cos \alpha/2,$$

so daß

$$H = Q \frac{\operatorname{tg} \gamma + \mu : \cos \alpha/2}{1 - \mu \operatorname{tg} \gamma : \cos \alpha/2} = Q \frac{\operatorname{tg} \gamma + \mu'}{1 - \mu' \operatorname{tg} \gamma} = Q \operatorname{tg} (\gamma + \varrho').$$

Zufolge der größeren Gewindereibung scharfgängiger Schrauben finden diese vorzugsweise als Befestigungsschrauben Verwendung.

Das zum Drehen der Mutter erforderliche Moment ist im Falle Flachgewindes

$$\begin{aligned} M &= H \cdot \frac{1}{4} (d_1 + d) = Q \frac{1}{4} (d_1 + d) \operatorname{tg} (\gamma + \varrho) \\ &= Q \cdot \frac{1}{4} (d_1 + d) (\operatorname{tg} \gamma + \mu) : (1 - \mu \operatorname{tg} \gamma); \end{aligned}$$

für scharfes Gewinde tritt  $\mu'$  an die Stelle von  $\mu$ . Dazu kommt u. U. das Stützreibmoment, vgl. unter Spurzapfen.

## Gewindesysteme.

(311) Das metrische Gewinde, DIN 13 und 14. Bezeichnung z. B. für 30 mm Gewindedurchmesser:  $M 30$ . Der Gewindequerschnitt ist, Abb. 41, ein gleichseitiges Dreieck (Flankenwinkel  $\alpha = 60^\circ$  und  $t = 0,866 h$ ) mit Abflachung der vorstehenden Gewindespitzen um  $\frac{t}{8}$ ; daher folgt  $t_2 = \left(0,8660 - \frac{2}{8}\right) h = 0,6495 h$ . Zur Sicherung der Flankenanlage wird es mit Spitzenspiel  $a \approx 0,045 h$  unter Aus-



| Metrisches Gewinde <sup>1)</sup><br>von 1 bis 149 mm Durchmesser, Abb. 41 |                           |                           |                             |                 |                    |                       | DIN<br>13 und 14          |                               |
|---|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------|--------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------------------|
| Maße in mm  |                           |                           |                             |                 |                    |                       |                           |                               |
| Bolzen  |                           |                           | Flankendurchmesser<br>$d_2$ | Ganghöhe<br>$h$ | Tragtiefe<br>$t_2$ | Mutter                |                           | Schlüsselweite $s$<br>DIN 475 |
| Gewindedurchm.<br>$d$   | Kern-durchmesser<br>$d_1$ | Kernquerschnitt<br>$cm^2$ |                             |                 |                    | Gewindedurchm.<br>$D$ | Kern-durchmesser<br>$D_1$ |                               |
| 1   | 0,652                     | 0,0033                    | 0,838                       | 0,25            | 0,162              | 1,024                 | 0,676                     | —                             |
| 1,2   | 0,852                     | 0,0057                    | 1,038                       | 0,25            | 0,162              | 1,224                 | 0,876                     | —                             |
| 1,4   | 0,984                     | 0,0076                    | 1,205                       | 0,3             | 0,195              | 1,426                 | 1,010                     | —                             |
| 1,7   | 1,214                     | 0,0116                    | 1,473                       | 0,35            | 0,227              | 1,732                 | 1,246                     | 4                             |
| 2   | 1,444                     | 0,0164                    | 1,740                       | 0,4             | 0,260              | 2,036                 | 1,480                     | 4,5                           |
| 2,3   | 1,744                     | 0,0239                    | 2,040                       | 0,4             | 0,260              | 2,336                 | 1,780                     | 5                             |
| 2,6   | 1,974                     | 0,0306                    | 2,308                       | 0,45            | 0,292              | 2,642                 | 2,016                     | 5,5                           |
| 3   | 2,306                     | 0,0418                    | 2,675                       | 0,5             | 0,325              | 3,042                 | 2,350                     | 6                             |
| 3,5   | 2,666                     | 0,0558                    | 3,110                       | 0,6             | 0,390              | 3,554                 | 2,720                     | 7                             |
| 4   | 3,028                     | 0,072                     | 3,545                       | 0,7             | 0,455              | 4,062                 | 3,090                     | 8                             |
| (4,5)   | 3,458                     | 0,094                     | 4,013                       | 0,75            | 0,487              | 4,568                 | 3,526                     | 9                             |
| 5   | 3,888                     | 0,119                     | 4,480                       | 0,8             | 0,520              | 5,072                 | 3,960                     | 9                             |
| (5,5)   | 4,250                     | 0,142                     | 4,915                       | 0,9             | 0,585              | 5,580                 | 4,330                     | 10                            |
| 6   | 4,610                     | 0,167                     | 5,350                       | 1               | 0,650              | 6,090                 | 4,700                     | 11                            |
| (7)   | 5,610                     | 0,247                     | 6,350                       | 1               | 0,650              | 7,090                 | 5,700                     | 11                            |
| 8   | 6,264                     | 0,308                     | 7,188                       | 1,25            | 0,812              | 8,112                 | 6,376                     | 14                            |
| (9)   | 7,264                     | 0,414                     | 8,188                       | 1,25            | 0,812              | 9,112                 | 7,376                     | 17                            |
| 10  | 7,916                     | 0,492                     | 9,026                       | 1,5             | 0,974              | 10,136                | 8,052                     | 17                            |
| (11)  | 8,916                     | 0,624                     | 10,026                      | 1,5             | 0,974              | 11,136                | 9,052                     | 19                            |
| 12  | 9,570                     | 0,718                     | 10,863                      | 1,75            | 1,137              | 12,156                | 9,726                     | 22                            |
| 14  | 11,222                    | 0,989                     | 12,701                      | 2               | 1,299              | 14,180                | 11,402                    | 22                            |
| 16  | 13,222                    | 1,373                     | 14,701                      | 2               | 1,299              | 16,180                | 13,402                    | 27                            |
| 18  | 14,528                    | 1,657                     | 16,376                      | 2,5             | 1,624              | 18,224                | 14,752                    | 32                            |
| 20  | 16,528                    | 2,145                     | 18,376                      | 2,5             | 1,624              | 20,224                | 16,752                    | 32                            |
| 22  | 18,528                    | 2,696                     | 20,376                      | 2,5             | 1,624              | 22,224                | 18,752                    | 36                            |
| 24  | 19,832                    | 3,089                     | 22,051                      | 3               | 1,949              | 24,270                | 20,102                    | 36                            |
| 27  | 22,832                    | 4,094                     | 25,051                      | 3               | 1,949              | 27,270                | 23,102                    | 41                            |
| 30  | 25,138                    | 4,963                     | 27,727                      | 3,5             | 2,273              | 30,316                | 25,454                    | 46                            |
| 33  | 28,138                    | 6,218                     | 30,727                      | 3,5             | 2,273              | 33,316                | 28,454                    | 50                            |
| 36  | 30,444                    | 7,279                     | 33,402                      | 4               | 2,598              | 36,360                | 30,804                    | 55                            |
| 39  | 33,444                    | 8,785                     | 36,402                      | 4               | 2,598              | 39,360                | 33,804                    | 60                            |
| 42  | 35,750                    | 10,04                     | 39,077                      | 4,5             | 2,923              | 42,404                | 36,151                    | 65                            |
| 45  | 38,750                    | 11,79                     | 42,077                      | 4,5             | 2,923              | 45,404                | 39,154                    | 70                            |
| 48  | 41,054                    | 13,23                     | 44,752                      | 5               | 3,248              | 48,450                | 41,504                    | 75                            |
| 52  | 45,054                    | 15,94                     | 48,752                      | 5               | 3,248              | 52,450                | 45,504                    | 80                            |
| 56  | 48,360                    | 18,37                     | 52,428                      | 5,5             | 3,572              | 56,496                | 48,856                    | 85                            |
| 60  | 52,360                    | 21,53                     | 56,428                      | 5,5             | 3,572              | 60,496                | 52,856                    | 90                            |
| 64  | 55,666                    | 24,34                     | 60,103                      | 6               | 3,897              | 64,54                 | 56,206                    | 95                            |
| 68  | 59,666                    | 27,96                     | 64,103                      | 6               | 3,897              | 68,54                 | 60,206                    | 100                           |
| 72  | 63,666                    | 31,83                     | 68,103                      | 6               | 3,897              | 72,54                 | 64,206                    | 105                           |
| 76  | 67,666                    | 35,96                     | 72,103                      | 6               | 3,897              | 76,54                 | 68,206                    | 110                           |
| 80  | 71,666                    | 40,34                     | 76,103                      | 6               | 3,897              | 80,54                 | 72,206                    | 115                           |
| 84  | 75,666                    | 44,96                     | 80,103                      | 6               | 3,897              | 84,54                 | 76,206                    | 120                           |
| 89  | 80,666                    | 51,10                     | 85,103                      | 6               | 3,897              | 89,54                 | 81,206                    | 130                           |
| 94  | 85,666                    | 57,64                     | 90,103                      | 6               | 3,897              | 94,54                 | 86,206                    | 135                           |
| 99  | 90,666                    | 64,56                     | 95,103                      | 6               | 3,897              | 99,54                 | 91,206                    | 145                           |
| 104   | 95,666                    | 71,88                     | 100,103                     | 6               | 3,897              | 104,54                | 96,206                    | 150                           |
| 109   | 100,666                   | 79,59                     | 105,103                     | 6               | 3,897              | 109,54                | 101,206                   | 155                           |
| 114   | 105,666                   | 87,69                     | 110,103                     | 6               | 3,897              | 114,54                | 106,206                   | 165                           |
| 119   | 110,666                   | 96,18                     | 115,103                     | 6               | 3,897              | 119,54                | 111,206                   | 175                           |
| 124   | 115,666                   | 105,07                    | 120,103                     | 6               | 3,897              | 124,54                | 116,206                   | 180                           |
| 129   | 120,666                   | 114,35                    | 125,103                     | 6               | 3,897              | 129,54                | 121,206                   | 185                           |
| 134   | 125,666                   | 124,04                    | 130,103                     | 6               | 3,897              | 134,54                | 126,206                   | 190                           |
| 139   | 130,666                   | 134,09                    | 135,103                     | 6               | 3,897              | 139,54                | 131,206                   | 200                           |
| 144   | 135,666                   | 144,10                    | 140,103                     | 6               | 3,897              | 144,54                | 136,206                   | 210                           |
| 149   | 140,666                   | 155,40                    | 145,103                     | 6               | 3,897              | 149,54                | 141,206                   | 210                           |

Die eingeklammerten Gewinde sind möglichst zu vermeiden.

Die Gewinde über 68 mm Durchmesser sind die deutsche Fortsetzung des im Jahre 1898 in Zürich festgelegten internationalen Systems (S. I.).

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Maße der Schneidwerkzeuge sind den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen. Juni 1923 4. Ausgabe (geändert).

<sup>1)</sup> Diese und die folgenden Tabellen sind Auszüge aus den entspr. Normblättern des Deutschen Normenausschusses. Vgl. auch <sup>1)</sup> auf S. 297.

rundung des Grundes ausgeführt. Damit folgt für den Bolzen  $d_2 = d + \frac{2}{8} t - t = d - t_2 = d - 0,6495 h$ ;  $t_1 = t_2 + a = 0,6945 h$ ;  $d_1 = d - 2 t_1 = d - 1,389 h$  und für die Mutter  $D_1 = d - 2 t_2 = d - 1,299 h$ ;  $D = D_1 + 2 t_1 = d + 0,09 h$ . Der Rundungshalbmesser beträgt  $r = 0,0633 h$ .

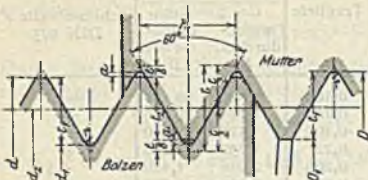


Abb. 41. Metrisches Gewinde.

(312) Das Whitworth-Gewinde, DIN 11 und 12. Bezeichnung z. B. für 2'' Nenn Durchmesser nach DIN 11: 2'' , nach DIN 12: 2'' m. Sp. Der Gewindegewichtsschnitt, Abb. 42, ist ein gleichschenkeliges Dreieck (Flankenwinkel  $\alpha = 55^\circ$ ; und  $t = 0,96049 h$ ) mit Abrundungen an den vorstehenden

Gewindespitzen und im Grunde um je  $\frac{1}{8} t$ . Damit folgt

$$t_1 = t (1 - \frac{1}{8}) = \frac{7}{8} t = 0,64033 h .$$

Der Rundungshalbmesser ist  $r = 0,13733 h$  und die Ganghöhe  $h = 25,40095 : z$ , mit  $z =$  Anzahl der Gänge auf 1''. Nach dem Original-Whitworth-Gewinde, DIN 11, soll die Mutter die Schraube passend umschließen: Whitworth-Gewinde ohne Spitzenspiel. Die in der genauen Herstellung der vorgeschriebenen Abrundungen liegenden Schwierigkeiten werden vermieden durch das Whitworth-Gewinde mit Spitzenspiel nach DIN 12, Abb. 43: die

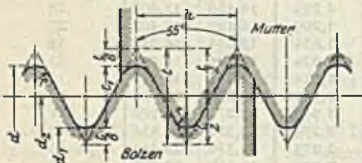


Abb. 42. Whitworth-Gewinde ohne Spitzenspiel.

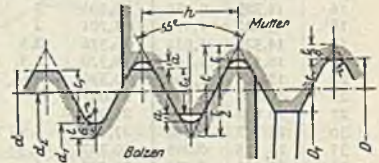


Abb. 43. Whitworth-Gewinde mit Spitzenspiel.

vorstehenden Gewindespitzen am Bolzen und an der Mutter werden um  $a = 0,074 h$  abgeflacht. Damit folgt  $t_1 = 0,56633 h$  und  $t_2 = 0,49233 h$ . Für den Bolzen wird  $d_1 = d - 2 t_1 = d - 1,13266 h$  und  $d_2 = d - t_2 = d - 0,49233 h$ : für die Mutter ist  $D_1 = d - 2 t_2 = d - 0,98466 h$  und  $D = D_1 + 2 t_1 = d + 0,148 h$ .

|  |   |           |
|--|---|-----------|
|  | Whitworth-Gewinde<br>ohne Spitzenspiel, Abb. 42 | DIN<br>11 |
|--|---|-----------|

Maße in mm

| Nenn-<br>durch-<br>messer | Bolzen und Mutter                   |                                    |                                       |                 |                                    |                                    |
|---------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|
|                           | Gewinde-<br>durch-<br>messer<br>$d$ | Kern-<br>durch-<br>messer<br>$d_1$ | Flanken-<br>durch-<br>messer<br>$d_2$ | Ganghöhe<br>$h$ | Gang-<br>zahl auf<br>1 Zoll<br>$z$ | Schlüssel-<br>weite $s$<br>DIN 475 |
| Zoll                      |                                     |                                    |                                       |                 |                                    |                                    |
| $\frac{1}{4}''$           | 6,350                               | 4,724                              | 5,537                                 | 1,270           | 20                                 | 11                                 |
| $\frac{5}{16}''$          | 7,938                               | 6,131                              | 7,034                                 | 1,411           | 18                                 | 14                                 |
| $\frac{3}{8}''$           | 9,525                               | 7,492                              | 8,509                                 | 1,588           | 16                                 | 17                                 |
| $(\frac{7}{16}'' )$       | 11,113                              | 8,789                              | 9,951                                 | 1,814           | 14                                 | 19                                 |
| $\frac{1}{2}''$           | 12,701                              | 9,990                              | 11,345                                | 2,117           | 12                                 | 22                                 |
| $\frac{5}{8}''$           | 15,876                              | 12,918                             | 14,397                                | 2,309           | 11                                 | 27                                 |
| $\frac{3}{4}''$           | 19,051                              | 15,798                             | 17,424                                | 2,540           | 10                                 | 32                                 |
| $\frac{7}{8}''$           | 22,226                              | 18,611                             | 20,419                                | 2,822           | 9                                  | 36                                 |



## Fortsetzung der Tabelle von S. 314.

|                                       |                                       | Whitworth-Gewinde<br>ohne Spitzenspiel, Abb. 42 |                                     |                 |                                    | DIN<br>11                          |  |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|-------------------------------------|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|--|
|                                       |                                       | Maße in mm                                      |                                     |                 |                                    |                                    |  |
| Nenn-<br>durch-<br>messer<br><br>Zoll | Bolzen und Mutter                     |   |                                     |                 |                                    |                                    |  |
|                                       | Gewinde-<br>durch-<br>messer<br>$d^2$ | Kern-<br>durch-<br>messer<br>$d_1$              | Flanken-<br>durch-<br>messer<br>$d$ | Ganghöhe<br>$h$ | Gang-<br>zahl auf<br>1 Zoll<br>$z$ | Schlüssel-<br>weite $s$<br>DIN 475 |  |
| 1"                                    | 25,401                                | 21,335  | 23,368                              | 3,175           | 8                                  | 41                                 |  |
| 1 $\frac{1}{8}$ "                     | 28,576                                | 23,929  | 26,253                              | 3,629           | 7                                  | 46                                 |  |
| 1 $\frac{1}{4}$ "                     | 31,751                                | 27,104  | 29,428                              | 3,629           | 7                                  | 50                                 |  |
| 1 $\frac{3}{8}$ "                     | 34,926                                | 29,505  | 32,215                              | 4,233           | 6                                  | 55                                 |  |
| 1 $\frac{1}{2}$ "                     | 38,101                                | 32,680  | 35,391                              | 4,233           | 6                                  | 60                                 |  |
| 1 $\frac{5}{8}$ "                     | 41,277                                | 34,771  | 38,024                              | 5,080           | 5                                  | 65                                 |  |
| 1 $\frac{3}{4}$ "                     | 44,452                                | 37,946  | 41,199                              | 5,080           | 5                                  | 70                                 |  |
| (1 $\frac{7}{8}$ "                    | 47,627                                | 40,398  | 44,012                              | 5,645           | 4 $\frac{1}{2}$                    | 75                                 |  |
| 2"                                    | 50,802                                | 43,573  | 47,187                              | 5,645           | 4 $\frac{1}{2}$                    | 80                                 |  |
| 2 $\frac{1}{4}$ "                     | 57,152                                | 49,020  | 53,086                              | 6,350           | 4                                  | 85                                 |  |
| 2 $\frac{1}{2}$ "                     | 63,502                                | 55,370  | 59,436                              | 6,350           | 4                                  | 95                                 |  |
| 2 $\frac{3}{4}$ "                     | 69,853                                | 60,558  | 65,205                              | 7,257           | 3 $\frac{1}{2}$                    | 105                                |  |
| 3"                                    | 76,203                                | 66,909  | 71,556                              | 7,257           | 3 $\frac{1}{2}$                    | 110                                |  |
| 3 $\frac{1}{4}$ "                     | 82,553                                | 72,544  | 77,548                              | 7,816           | 3 $\frac{1}{4}$                    | 120                                |  |
| 3 $\frac{1}{2}$ "                     | 88,903                                | 78,894  | 83,899                              | 7,816           | 3 $\frac{1}{4}$                    | 130                                |  |
| 3 $\frac{3}{4}$ "                     | 95,251                                | 84,410  | 89,832                              | 8,467           | 3                                  | 135                                |  |
| 4"                                    | 101,604                               | 90,760  | 96,182                              | 8,467           | 3                                  | 145                                |  |
| 4 $\frac{1}{4}$ "                     | 107,954                               | 96,639  | 102,297                             | 8,835           | 2 $\frac{7}{8}$                    | 155                                |  |
| 4 $\frac{1}{2}$ "                     | 114,304                               | 102,990   | 108,647                             | 8,835           | 2 $\frac{7}{8}$                    | 165                                |  |
| 4 $\frac{3}{4}$ "                     | 120,655                               | 108,825   | 114,740                             | 9,237           | 2 $\frac{3}{4}$                    | 175                                |  |
| 5"                                    | 127,005                               | 115,176   | 121,090                             | 9,237           | 2 $\frac{3}{4}$                    | 180                                |  |
| 5 $\frac{1}{4}$ "                     | 133,355                               | 120,963   | 127,159                             | 9,677           | 2 $\frac{5}{8}$                    | 190                                |  |
| 5 $\frac{1}{2}$ "                     | 139,705                               | 127,313   | 133,509                             | 9,677           | 2 $\frac{5}{8}$                    | 200                                |  |
| 5 $\frac{3}{4}$ "                     | 146,055                               | 133,043   | 139,549                             | 10,160          | 2 $\frac{1}{2}$                    | 210                                |  |
| 6"                                    | 152,406                               | 139,394   | 145,900                             | 10,160          | 2 $\frac{1}{2}$                    | 220                                |  |

Das eingeklammerte Gewinde ist möglichst zu vermeiden.

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

Die Zollwerte beziehen sich auf die englische Bezugstemperatur von 62° F = 16 $\frac{2}{3}$ ° C, die Millimeterwerte auf die Bezugstemperatur von 20° C (siehe DIN 102), unter Annahme einer Ausdehnungszahl von 0,0000115 (mittlere Ausdehnung von Stahl). Ein Zoll entspricht dann 25,40095 mm.

Bei gleicher Temperatur stimmen die deutschen und englischen Werkzeuge miteinander überein.

Juni 1923 5. (geänderte) Ausgabe.

Für Hohlspindeln und Rohre, aber auch für abgesetzte Wellen mit Gewindestellen sind vorgenannte Gewinde wegen ihrer Tiefe nicht verwendbar; diesen Bedürfnissen tragen Rechnung das metrische Feingewinde 1 bis 3, DIN 241, 242 und 243 mit Ganghöhen von  $h=6$  mm innerhalb der Durchmesser 154 bis 499 bzw.  $h=2, 3$  und 4 für  $d=24$  bis 189 mm und  $h=0,20$  bis 4 mm für  $d=1$  bis 300 mm<sup>1)</sup> und das Whitworth-Feingewinde 1 und 2, nach

<sup>1)</sup> Das metrische Feingewinde 4 bis 9 nach DIN 516 bis 521 trägt den Bedürfnissen der Feinmechanik und Optik Rechnung, es ist als Ersatz des z. Z. noch vielfach gebräuchlichen Löwenherz-Gewindes bestimmt: der Gewindequerschnitt ist ein dem Quadrat von der Seite  $h$  eingeschriebenes gleichschenkliges Dreieck mit dem Flankenwinkel  $\alpha = 53^\circ 8'$  und abgeflachten Gewindestippen.



|                           |                     | Whitworth-Gewinde<br>mit Spitzenspiel, Abb. 43 |                     |                           |  |                              |               |                                | DIN<br>12      |                                     |
|---------------------------|---------------------|--|---------------------|---------------------------|--|------------------------------|---------------|--------------------------------|----------------|-------------------------------------|
| Maße in mm                |                     |  |                     |                           |  |                              |               |                                |                |                                     |
| Nenn-<br>durch-<br>messer | Mutter              |  | Bolzen              |                           |  | Flanken-<br>durch-<br>messer | Gang-<br>höhe | Gang-<br>zahl<br>auf<br>1 Zoll | Trag-<br>tiefe | Schlüssel-<br>weite<br>s<br>DIN 475 |
|                           | Gewinde-<br>durchm. | Kern-<br>durchm.                               | Gewinde-<br>durchm. | Kern-<br>durch-<br>messer | Kern-<br>quer-<br>schnitt<br>cm <sup>2</sup> |                              |               |                                |                |                                     |
| Zoll                      | D                   | D <sub>1</sub>                                 | d                   | d <sub>1</sub>            | cm <sup>2</sup>                              | d <sub>2</sub>               | h             | s                              | t <sub>2</sub> |                                     |
| 1/4"                      | 6,350               | 4,912  | 6,162               | 4,724                     | 0,175  | 5,537                        | 1,270         | 20                             | 0,625          | 11                                  |
| 5/16"                     | 7,938               | 6,339  | 7,729               | 6,131                     | 0,295  | 7,034                        | 1,411         | 18                             | 0,695          | 14                                  |
| 3/8"                      | 9,525               | 7,727  | 9,290               | 7,492                     | 0,441  | 8,509                        | 1,588         | 16                             | 0,783          | 17                                  |
| (7/16")                   | 11,113              | 9,058  | 10,844              | 8,789                     | 0,607  | 9,951                        | 1,814         | 14                             | 0,892          | 19                                  |
| 1/2"                      | 12,701              | 10,303   | 12,387              | 9,990                     | 0,784  | 11,345                       | 2,117         | 12                             | 1,042          | 22                                  |
| 5/8"                      | 15,876              | 13,260   | 15,534              | 12,918                    | 1,311  | 14,397                       | 2,309         | 11                             | 1,137          | 27                                  |
| 3/4"                      | 19,051              | 16,174   | 18,675              | 15,798                    | 1,960  | 17,424                       | 2,540         | 10                             | 1,251          | 32                                  |
| 7/8"                      | 22,226              | 19,029   | 21,808              | 18,611                    | 2,720  | 20,419                       | 2,822         | 9                              | 1,390          | 36                                  |
| 1"                        | 25,401              | 21,805   | 24,931              | 21,335                    | 3,575  | 23,368                       | 3,175         | 8                              | 1,563          | 41                                  |
| 1 1/8"                    | 28,576              | 24,466   | 28,039              | 23,929                    | 4,497  | 26,253                       | 3,629         | 7                              | 1,787          | 46                                  |
| 1 1/4"                    | 31,751              | 27,641   | 31,214              | 27,104                    | 5,770  | 29,428                       | 3,629         | 7                              | 1,787          | 50                                  |
| 1 3/8"                    | 34,926              | 30,131   | 34,330              | 29,505                    | 6,837  | 32,215                       | 4,233         | 6                              | 2,084          | 55                                  |
| 1 1/2"                    | 38,101              | 33,306   | 37,475              | 32,680                    | 8,388  | 35,391                       | 4,233         | 6                              | 2,084          | 60                                  |
| 1 5/8"                    | 41,277              | 35,522   | 40,525              | 34,771                    | 9,495  | 38,024                       | 5,080         | 5                              | 2,501          | 65                                  |
| 1 3/4"                    | 44,452              | 38,698   | 43,700              | 37,945                    | 11,310                                       | 41,199                       | 5,080         | 5                              | 2,501          | 70                                  |
| (1 7/8")                  | 47,627              | 41,233   | 46,791              | 40,398                    | 12,818                                       | 44,012                       | 5,645         | 4 1/2                          | 2,779          | 75                                  |
| 2"                        | 50,802              | 44,408   | 49,967              | 43,573                    | 14,912                                       | 47,187                       | 5,645         | 4 1/2                          | 2,779          | 80                                  |
| 2 1/4"                    | 57,152              | 49,960   | 56,212              | 49,020                    | 18,873                                       | 53,086                       | 6,350         | 4                              | 3,126          | 85                                  |
| 2 1/2"                    | 63,502              | 56,310   | 62,563              | 55,370                    | 24,079                                       | 59,436                       | 6,350         | 4                              | 3,216          | 95                                  |
| 2 3/4"                    | 69,853              | 61,632   | 68,779              | 60,558                    | 28,804                                       | 65,205                       | 7,257         | 3 1/2                          | 3,573          | 105                                 |
| 3"                        | 76,203              | 67,983   | 75,129              | 66,909                    | 35,161                                       | 71,556                       | 7,257         | 3 1/2                          | 3,573          | 110                                 |
| 3 1/4"                    | 82,553              | 73,701   | 81,396              | 72,544                    | 41,333                                       | 77,548                       | 7,816         | 3 1/4                          | 3,848          | 120                                 |
| 3 1/2"                    | 88,903              | 80,051   | 87,747              | 78,894                    | 48,885                                       | 83,899                       | 7,816         | 3 1/4                          | 3,848          | 130                                 |
| 3 3/4"                    | 95,254              | 85,663   | 94,000              | 84,410                    | 55,959                                       | 89,832                       | 8,467         | 3                              | 4,169          | 135                                 |
| 4"                        | 101,604             | 92,014   | 100,351             | 90,760                    | 64,697                                       | 96,182                       | 8,467         | 3                              | 4,169          | 145                                 |
| 4 1/4"                    | 107,954             | 97,947   | 106,646             | 96,639                    | 73,349                                       | 102,297                      | 8,835         | 2 7/8                          | 4,350          | 155                                 |
| 4 1/2"                    | 114,304             | 104,297  | 112,997             | 102,990                   | 83,307                                       | 108,647                      | 8,835         | 2 7/8                          | 4,350          | 165                                 |
| 4 3/4"                    | 120,655             | 110,192  | 119,287             | 108,825                   | 93,014                                       | 114,740                      | 9,237         | 2 5/8                          | 4,548          | 175                                 |
| 5"                        | 127,005             | 116,543  | 125,638             | 115,176                   | 104,185                                      | 121,090                      | 9,237         | 2 5/8                          | 4,548          | 180                                 |
| 5 1/4"                    | 133,355             | 122,395  | 131,923             | 120,963                   | 114,922                                      | 127,159                      | 9,677         | 2 5/8                          | 4,764          | 190                                 |
| 5 1/2"                    | 139,705             | 128,745  | 138,273             | 127,313                   | 127,304                                      | 133,509                      | 9,677         | 2 5/8                          | 4,764          | 200                                 |
| 5 3/4"                    | 146,055             | 134,547  | 144,552             | 133,043                   | 139,022                                      | 139,549                      | 10,160        | 2 1/2                          | 5,002          | 210                                 |
| 6"                        | 152,406             | 140,897  | 150,902             | 139,394                   | 152,608                                      | 145,900                      | 10,160        | 2 1/2                          | 5,002          | 220                                 |

Für die Gewinde unter 1/8" sind die entsprechenden metrischen Gewinde nach DIN 13 oder 14 zu verwenden. Die eingeklammerten Gewinde sind möglichst zu vermeiden.

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind in der Form nach DIN 11 herzustellen und den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

Die Zollwerte beziehen sich auf die englische Bezugstemperatur von 62° F = 13 2/3° C, die Millimeterwerte auf die Bezugstemperatur von 20° C (siehe DIN 102) unter Annahme einer Ausdehnungszahl von 0,000115 (mittlere Ausdehnung von Stahl). Ein Zoll entspricht dann 25,40095 mm.

Juni 1923 5. (geänderte) Ausgabe.

DIN 239, Bezeichnung z. B. für 99 mm Nenndurchmesser und 1/4" Ganghöhe: W 99 × 1/4", und nach DIN 240 Bezeichnung z. B. W 60 × 1/8", sowie das Whitworth-Rohrgewinde nach DIN 259 ohne Spitzenspiel im Falle geforderter Dichtigkeit bei hohem Druck und hoher Temperatur und DIN 260 mit Spitzenspiel, Bezeichnung z. B. R 3/4" bzw. R 3/4" m. Sp. Bezeichnung des Rohrgewindes nach dem lichten Rohrdurchmesser in englischen Zollen.

## Whitworth-Rohrgewinde, auszugweise. Maße in mm.

| Gewindebenennung<br>1) | Ganghöhe | Gangzahl | Ohne Spitzenspiel,<br>DIN 259, Abb. 41 |  |  | Mit Spitzenspiel, DIN 60, Abb. 43        |  |  |  |  |   |
|------------------------|----------|----------|--|--|--|--|--|--|--|--|---|
|                        |          |          | Gewindedurchmesser<br><i>D</i>         | Kern-<br>durchmesser<br><i>d<sub>1</sub></i> | Flan-<br>ken-<br>durchmesser<br><i>d<sub>2</sub></i> | Mutter                                   |  | Bolzen                                   |  | Flan-<br>ken-<br>durchmesser<br><i>d<sub>2</sub></i> | Trag-<br>tiefen<br><i>t<sub>1</sub></i> |
|                        |          |          |  |  |  | Ge-<br>winde-<br>durchmesser<br><i>D</i> | Kern-<br>durchmesser<br><i>D<sub>1</sub></i> | Ge-<br>winde-<br>durchmesser<br><i>d</i> | Kern-<br>durchmesser<br><i>d<sub>1</sub></i> |  |   |
| $\frac{1}{8}''$        | 0,907    | 28       | 9,729                                  | 8,567  | 9,148  | 9,729                                    | 8,701  | 9,594                                    | 8,567  | 9,148  | 0,447                                   |
| $\frac{1}{16}''$       | 1,337    | 19       | 13,158                                 | 11,446                                       | 12,302   | 13,158                                   | 11,643                                       | 12,960                                   | 11,446                                       | 12,302   | 0,658                                   |
| $\frac{3}{16}''$       | 1,337    | 19       | 16,663                                 | 14,951                                       | 15,807   | 16,663                                   | 15,149                                       | 16,465                                   | 14,951                                       | 15,807   | 0,658                                   |
| $\frac{1}{4}''$        | 1,814    | 14       | 20,956                                 | 18,632                                       | 19,794   | 20,956                                   | 18,901                                       | 20,687                                   | 18,632                                       | 19,794   | 0,893                                   |
| $\frac{5}{16}''$       | 1,814    | 14       | 22,912                                 | 20,588                                       | 21,750   | 22,912                                   | 20,857                                       | 22,643                                   | 20,588                                       | 21,750   | 0,893                                   |
| $\frac{3}{8}''$        | 1,814    | 14       | 26,442                                 | 24,119                                       | 25,281   | 26,442                                   | 24,387                                       | 26,174                                   | 24,119                                       | 25,281   | 0,893                                   |
| $\frac{1}{2}''$        | 1,814    | 14       | 30,202                                 | 27,878                                       | 29,040   | 30,202                                   | 28,147                                       | 29,933                                   | 27,878                                       | 29,040   | 0,893                                   |
| 1''                    | 2,309    | 11       | 33,250                                 | 30,293                                       | 31,771   | 33,250                                   | 30,634                                       | 32,908                                   | 30,293                                       | 31,771   | 1,137                                   |
| ( $\frac{1}{16}''$ )   | 2,309    | 11       | 37,898                                 | 34,941                                       | 36,420   | 37,898                                   | 35,283                                       | 37,556                                   | 34,941                                       | 36,420   | 1,137                                   |
| $\frac{1}{8}''$        | 2,309    | 11       | 41,912                                 | 38,954                                       | 40,433   | 41,912                                   | 39,296                                       | 41,570                                   | 38,954                                       | 40,433   | 1,137                                   |
| ( $\frac{3}{16}''$ )   | 2,309    | 11       | 44,325                                 | 41,367                                       | 42,846   | 44,325                                   | 41,709                                       | 43,983                                   | 41,367                                       | 42,816   | 1,137                                   |
| $\frac{1}{4}''$        | 2,309    | 11       | 47,805                                 | 44,847                                       | 46,326   | 47,805                                   | 45,189                                       | 47,463                                   | 44,847                                       | 46,326   | 1,137                                   |
| $\frac{5}{16}''$       | 2,309    | 11       | 53,748                                 | 50,791                                       | 52,270   | 53,748                                   | 51,133                                       | 53,407                                   | 50,761                                       | 52,270   | 1,137                                   |
| 2''                    | 2,309    | 11       | 59,616                                 | 56,659                                       | 58,137   | 59,616                                   | 57,001                                       | 59,274                                   | 56,659                                       | 58,137   | 1,137                                   |
| $\frac{3}{8}''$        | 2,309    | 11       | 65,712                                 | 62,755                                       | 64,234   | 65,712                                   | 63,097                                       | 65,371                                   | 62,755                                       | 64,234   | 1,137                                   |
| $\frac{1}{2}''$        | 2,309    | 11       | 75,187                                 | 72,230                                       | 73,708   | 75,187                                   | 72,571                                       | 74,845                                   | 72,230                                       | 73,708   | 1,137                                   |
| $\frac{5}{8}''$        | 2,309    | 11       | 81,537                                 | 78,580                                       | 80,058   | 81,537                                   | 78,922                                       | 81,195                                   | 78,580                                       | 80,058   | 1,137                                   |
| 3''                    | 2,309    | 11       | 87,887                                 | 84,930                                       | 86,409   | 87,887                                   | 85,272                                       | 87,546                                   | 84,930                                       | 86,409   | 1,137                                   |
| $\frac{3}{4}''$        | 2,309    | 11       | 93,984                                 | 91,026                                       | 92,505   | 93,984                                   | 91,368                                       | 93,642                                   | 91,026                                       | 92,505   | 1,137                                   |
| 3''                    | 2,309    | 11       | 100,334                                | 97,376                                       | 98,855   | 100,334                                  | 97,718                                       | 99,992                                   | 97,376                                       | 98,855   | 1,137                                   |
| $3\frac{1}{2}''$       | 2,309    | 11       | 106,684                                | 103,727                                      | 105,205  | 106,684                                  | 104,068                                      | 106,342                                  | 103,727                                      | 105,205  | 1,137                                   |
| 4''                    | 2,309    | 11       | 113,034                                | 110,077                                      | 111,556  | 113,034                                  | 110,419                                      | 112,692                                  | 110,077                                      | 111,556  | 1,137                                   |
| $4\frac{1}{2}''$       | 2,309    | 11       | 125,735                                | 122,777                                      | 124,256  | 125,735                                  | 123,119                                      | 125,393                                  | 122,777                                      | 124,256  | 1,137                                   |
| 5''                    | 2,309    | 11       | 138,435                                | 135,478                                      | 136,957  | 138,435                                  | 135,820                                      | 138,093                                  | 135,478                                      | 136,357  | 1,137                                   |
| $5\frac{1}{2}''$       | 2,309    | 11       | 151,136                                | 148,178                                      | 149,657  | 151,136                                  | 148,520                                      | 150,794                                  | 148,178                                      | 149,657  | 1,137                                   |
| 6''                    | 2,309    | 11       | 163,836                                | 160,879                                      | 162,357  | 163,836                                  | 161,221                                      | 163,494                                  | 160,879                                      | 162,357  | 1,137                                   |
| $6\frac{1}{2}''$       | 2,309    | 11       | 176,536                                | 173,579                                      | 175,057  | 176,536                                  | 173,921                                      | 176,589                                  | 173,579                                      | 175,057  | 1,137                                   |
| 7''                    | 2,309    | 11       | 189,236                                | 186,279                                      | 187,757  | 189,236                                  | 186,621                                      | 189,289                                  | 186,279                                      | 187,757  | 1,137                                   |

1) In der Spalte Gewindebenennung ist die Zahlenangabe in Zoll = lichter Rohrdurchmesser.

1) Diese Werte sind im englischen Original nicht enthalten, daher möglichst zu vermeiden.  
Die eingeklammerten Werte werden nur bei Kupferrohren für hohen Druck und deren Armaturen verwendet und sind sonst möglichst zu vermeiden.

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind in der Form nach DIN 259 herzustellen und den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

Die Werte der Zahlentafel stimmen mit der englischen Tabelle „Report on British Standard Pipe Threads for Iron or Steel Pipes and Tubes, May 1918“ überein.

Die Zahlwerte beziehen sich auf die englische Bezugstemperatur von  $62^{\circ} F = 16\frac{1}{3}^{\circ} C$ , die Millimeterwerte auf die Bezugstemperatur von  $20^{\circ} C$  (siehe DIN 102) unter Annahme einer Ausdehnungszahl von 0,0000115 (mittlere Ausdehnung von Stahl). Ein Zoll entspricht dann 25,40095 mm.

Maßgebend für die Größe der Ganghöhe ist die Gangzahl auf 1''.

Übersicht über Gewinde mit dem Profil des Metrischen und Whitworth-Gewindes siehe DIN 203.

Oktober 1927 3. Ausgabe geändert.

(313) Anwendung der Gewidnormen seitens der Gruppe „Großmaschinenbau“ im Arbeitsausschuß zur Einführung der Normen in die Praxis:

Schraubengewinde von 1 bis 10 mm nach DIN 13; von  $\frac{1}{2}''$  bis 2'' nach DIN 11; über 2'' bis  $2\frac{1}{2}''$  kommt noch das Whitworth-Gewinde in Betracht. Ferner Whitworth-Feingewinde 1 nach DIN 239 für 68 bis 99 mm Durchmesser, jedoch ohne Spitzenspiel.

Konstruktionsgewinde von 20 bis 189 mm als Whitworth-Feingewinde 2 nach DIN 240. Für hoch und stoßweise beanspruchte Maschinenteile geht der Großmaschinenbau im allgemeinen bei 149 mm Durchmesser auf das Feingewinde nach DIN 239 über, benützt also von 154 mm ab 4 Gang auf 1''. Außerdem wird



das Whitworth-Feingewinde 2 mit 6 Gang auf 1" weitergeführt bis 369 mm für leichter beanspruchte Teile. Nebenher läuft das Rohrgewinde, es hat aber nur untergeordnete Bedeutung.

Sondergewinde, hauptsächlich für Bewegungsschrauben in Anwendung: kleinere Flankenwinkel rücksichtlich Reibung bzw. Wirkungsgrad.

Trapezgewinde für Spindeln an Pressen, Ventilen, Schiebern, für Leitspindeln an Drehbänken und für Befestigungszwecke im Falle häufig zu lösender Schrauben. Gewindequerschnitt, Abb. 44, ein Trapez mit  $30^\circ$  Flanken-

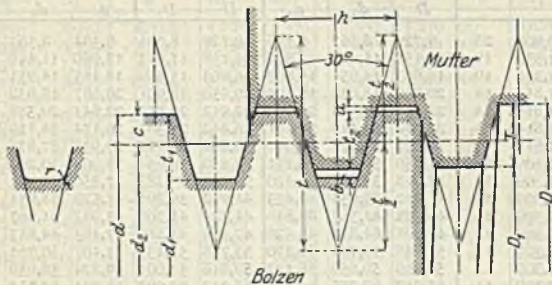


Abb. 44. Trapezgewinde.

winkel, mit Spitzenspiel und Rundung des Gewindegrundes bei Verwendung als Kraftgewinde oder scharfkantig rücksichtlich der Herstellung durch Fräsen. Nach DIN 103, 378 (fein) und 379 (grob) ist  $t = 1,866h$ ;  $c = 0,25h$ ;  $t_1 = 0,5h + a$ ;  $t_2 = 0,5h + a - b$ ;  $T = 0,5h + 2a - b$ . Bezeichnung durch Durchmesser und Ganghöhe, z. B. Trapg.  $58 \times 8$  (DIN 103).

Sägewinde für hochbelastete Spindeln an Pressen. Gewindequerschnitt ein Dreieck mit abgeflachter Spitze und  $3^\circ$  bzw.  $30^\circ$  Neigung für Brust bzw. Rücken. Mit Rückenspiel und Spitzenspiel am Bolzen sowie Abrundung an

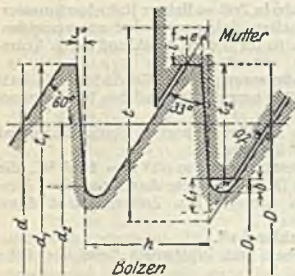


Abb. 45. Sägewinde.

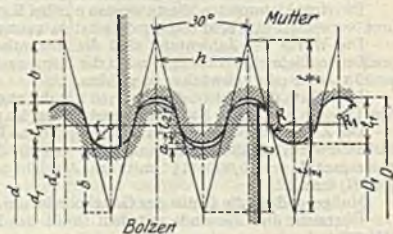


Abb. 46. Rundgewinde.

dessen Grunde, Abb. 45. Es ist nach DIN 513, 514 (fein) und 515 (grob)  $t = 1,73205h$ ;  $i = 0,52507h$ ;  $i_1 = 0,45698h$ ;  $b = 0,11777h$ ;  $t_2 = 0,75h$ ;  $t_1 = t_2 + b$ ;  $e = 0,26384h$  und  $r = 0,12427h$ . Bezeichnung Sägg.  $48 \times 3$  für 48 mm Durchmesser und 3 mm Ganghöhe.

Rundgewinde für Schlauchverschraubungen, Spindeln an Absperrvorrichtungen für unreine Flüssigkeiten, Eisenbahnkupplungen. Gewindequerschnitt aus Kreisbogen bestehend, deren Berührungstangenten einen Flankenwinkel von  $36^\circ$  einschließen, Abb. 46. Es ist nach DIN 405:  $h = 25,40095z$ ;  $t = 1,86603h$ ;  $t_1 = 0,5h$ ;  $t_2 = 0,0835h$ ;  $a = 0,05h$ ;  $b = 0,68301h$ ;  $r = 0,23851h$ .  $R = 0,25597h$ ;  $R_1 = 0,22105h$ . Bezeichnung z. B. Rundg.  $40 \times \frac{1}{8}$ ".



Das Flachgewinde mit Rechteck als Gewindequerschnitt, ohne oder mit Ausrundung im Grunde nach Ausführung von Gebr. Sulzer, Winterthur, für die Verbindung des Kolbens mit der Stange, ist nicht genormt aus Gründen der schwierigen genauen Herstellung der Flanken und wegen fehlenden Spitzenspiels innen oder außen und wegen der ungünstigen Beanspruchung im Vergleich zum Trapezgewinde.

Mehrgängiges Gewinde und Linksgewinde sind besonders zu bezeichnen.

Betr. der Fachnormen über Gewinde vgl. Dinbuch 2, dgl. über Gewindetoleranzen.

Holzschrauben nach DIN 95 mit Linsensenkopf, DIN 96 mit Halbrundkopf, DIN 570 mit Vierkantkopf, DIN 571 mit Sechskantkopf: scharfes Gewinde mit  $60^\circ$  Flankenwinkel, geschnitten, oder kalt oder warm gewalzt. Bez. der Haftkraft von Holzschrauben s. W. T. 1927, S. 345 u. Z. 1927, S. 999.

## Berechnung.

(314) **Befestigungsschrauben.** Die beanspruchende Kraft ist in Richtung der Schraubenachse wirksam. Die Berechnung ist verschieden, je nachdem der Schraubenkern nur auf Zug bzw. Druck oder außerdem noch auf Drehung beansprucht ist. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung über den Kernquerschnitt und Vernachlässigung des Einflusses der Gewindegänge auf die Festigkeit gilt für die nur durch Normalspannungen beanspruchte Schraube

$$Q = 0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z = 0,25 \pi \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 d^2 k_z.$$

Mit  $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$ , Belastungsweise  $b$  für Flußeisen, im Falle gut geschnittenen Gewindes und dem für  $1/2''$  gültigen Werte  $(d_1 : d)^2 = 0,63$  folgt

$$Q = 300 d^2;$$

für andere, vom Werkstoff und der Güte der Herstellung abhängige, zulässige Anstrengungen ändert sich der Beiwert entsprechend, der überdies zufolge Zunahme von  $(d_1 : d)^2$  mit dem Gewindedurchmesser wächst, z. B. um  $12\%$  für die 42-mm-Schraube. Das Gewinde ist auf Biegung beansprucht. Unter Annahme des gefährdeten Querschnitts im Abstände  $0,5 D_1$  von der Achse folgt die Biegungsanstrengung des Schraubengewindes aus

$$0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z \cdot 0,5 t_2 = \sigma_b \frac{1}{6} \pi D_1 \cdot z \cdot 0,875^2 \cdot h^2$$

zu

$$\sigma_b = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{0,875^2} \cdot \frac{d_1^2}{D_1} \cdot \frac{t_2}{h^2} \cdot \frac{k_z}{z}$$

und die Schubanstrengung zu

$$\tau_s = \frac{3}{2} \cdot \frac{0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z}{z \cdot \pi D_1 \cdot 0,875 h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 0,875} \cdot \frac{d_1^2}{D_1} \cdot \frac{k_z}{z} \cdot \frac{1}{h}$$

also

$$\frac{\sigma_b}{\tau_s} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{0,875^2} \cdot \frac{d_1^2}{D_1} \cdot \frac{t_2}{h^2} \cdot \frac{k_z}{z}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 0,875} \cdot \frac{d_1^2}{D_1} \cdot \frac{k_z}{z} \cdot \frac{1}{h}} \sim 1,5$$

Mithin ist die Biegungsanstrengung maßgebend. Es folgt

$$z \cdot h = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{0,875^2} \cdot \frac{d_1^2}{D_1} \cdot \frac{t_2}{h} \cdot \frac{k_z}{k_b}$$

und mit  $\frac{t_2}{h} = 0,6495$  sowie  $\frac{d_1^2}{D_1} = \frac{(d - 1,389 h)^2}{d - 1,299 h} \sim d - 1,479 h$  wird

$$z \cdot h = 0,636 \frac{k_z}{k_b} (d - 1,48 h).$$

Für Flußeisen ist  $\frac{k_z}{k_b} \sim 1$ , so daß hierfür unter Voraussetzung gleicher Pressung in den gleichmäßig an der Übertragung teilnehmenden Gewindegängen folgt

$$z \cdot h = 0,636 (d - 1,48 h) = 0,636 \left(1 - 1,48 \frac{h}{d}\right) d,$$

z. B. für  $d = 24$  mm folgt  $z h = 0,52 d$ .

Nach DIN 555 und 934 für rohe bzw. blanke Sechskantmutter und DIN 430 bzw. 935 für rohe bzw. blanke Kronenmutter ist die Höhe der Mutter bzw. des Sechskantes auf  $0,8 d$  festgesetzt.

Damit folgt, immer unter den gemachten Voraussetzungen,

$$\sigma_b = 0,636 \frac{d - 1,48 h}{0,8 d} k_z = 0,8 \left(1 - 1,48 \frac{h}{d}\right) k_z,$$

z. B. für  $d = 24$  mm mit  $h = 3$  mm

$$\sigma_b = 0,8 \left(1 - \frac{1,48}{8}\right) k_z = 0,65 k_z,$$

und die Flächenpressung

$$k = \frac{0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z}{0,25 \pi (d^2 - D_1^2) z} = \frac{(d - 2 t_1)^2}{[d^2 - (d - 2 t_2)^2]} \cdot \frac{k_z}{0,8 d} = 0,48 \left(1 - 2,13 \frac{h}{d}\right) \cdot k_z,$$

z. B. für  $d = 24$  mm

$$k = 0,48 (1 - 0,266) k_z = 0,35 k_z,$$

ein bei der reinen Zugschraube unbedenklich zulässiger Wert.

Im Falle verschiedener Werkstoffe für Schraube und Mutter (Bronze) folgt deren Mindesthöhe zu

$$\begin{aligned} z h &= 0,636 \left(1 - 1,48 \frac{h}{d}\right) d \cdot \frac{k_z}{k_{b_m}} \cdot \frac{D_1}{d} = 0,636 \left(1 - 1,48 \frac{h}{d}\right) \left(1 - 1,299 \frac{h}{d}\right) \frac{k_z}{k_{b_m}} d \\ &= 0,636 \left(1 - 1,78 \frac{h}{d}\right) \frac{k_z}{k_{b_m}} d \end{aligned}$$

z. B. für  $d = 24$  mm

$$z h = 0,636 (1 - 0,22) \frac{k_z}{k_{b_m}} d \sim 0,5 \frac{k_z}{k_{b_m}} d;$$

mit  $k_z = 600$ ,  $k_{b_m} = 300$  kg/cm<sup>2</sup> wird  $z h = d$  und mit dem in  $H = 0,8 d$  liegenden Sicherheitszuschlag würde folgen

$$H = \frac{0,8}{0,52} d = 1,55 d.$$

Für gußeisernes Muttergewinde ist die Bestimmung von  $z h$  von zweifelhaftem Werte; wenn möglich ist die Zahl  $z$  der tragenden Gänge reichlich zu wählen, entsprechend  $H = (1,75 - 2) d$ . Im Falle Platzmangels für die nicht normal hohe Mutter wird zur stärkeren, nicht ausgenutzten Schraube und normal hohen Mutter gegriffen.

Für  $d$  in englischen Zollen gilt

$$Q = 300 \cdot 2,54^2 \cdot d^2 \sim 2000 d^2,$$

immer unter den gemachten Voraussetzungen und insbesondere unter derjenigen, daß der Schraubenkern nur auf Zug beansprucht ist. Bei einseitigem Aufsetzen der Mutter kann der Schraubenkern eine zusätzliche Biegebungsbeanspruchung um 400% und mehr erfahren.

Ist die Gewindeform derart, daß eher eine Überschreitung der zulässigen Pressung in den Gewindetragflächen als eine solche der Biegungsanstrengung zu befürchten steht, so bestimmt erstere die Höhe der Mutter.

(315) Schraubenkern ist auf Zug oder Druck und auf Drehung beansprucht: Schrauben, die mit der Last angezogen werden. Zur Festigkeitsforderung tritt noch die Pressungsforderung. Erstere liefert, sofern die resultierende Anstrengung bestimmt wird durch die gesamte Zugkraft und das gesamte Moment, die Zugbeanspruchung

$$\sigma_z = \frac{Q}{0,25\pi d_1^2} = \frac{Q}{0,25\pi (d - 2 \cdot 0,6945 h)^2} = \frac{1}{1 - 2,778 \frac{h}{d} + 1,9293 \left(\frac{h}{d}\right)^2} \cdot \frac{Q}{0,25\pi d^2},$$

also für eine 24-mm-Schraube

$$\sigma_z = 1,464 \frac{Q}{0,25\pi d^2}$$

und in dem Falle, daß die Schraube gedreht wird, die Drehungsbeanspruchung

$$\tau = \frac{Q \operatorname{tg}(\gamma + \mu') \cdot \frac{1}{2} d}{\frac{1}{16} \pi d_1^3};$$

für die 24-mm-Schraube ist

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{3}{22,05 \pi} = 0,0433 \quad \text{und} \quad d_2 = d - 0,6495 h.$$

Mit

$$\mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha/2} = \frac{0,15}{0,866} = 0,1732$$

folgt

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Q}{\frac{1}{16} \pi (d - 1,389 h)^3} \frac{0,0433 + 0,1732}{1 - 0,1732 \cdot 0,0433} \frac{d - 0,6495 h}{2} \\ &= \frac{Q}{0,25 \pi d^2} \frac{2 \cdot 0,2165}{0,9925} \frac{1 - 0,6495 \frac{h}{d}}{\left(1 - 1,389 \frac{h}{d}\right)^3} \end{aligned}$$

und für die 24-mm-Schraube

$$\tau = 0,7102 \frac{Q}{0,25 \pi d^2}.$$

Damit wird

$$k_z = \frac{Q}{0,25 \pi d^2} [0,35 \cdot 1,464 + 0,65 \sqrt{1,464^2 + 4 (\alpha_0 \cdot 0,71)^2}];$$

für Flußeisen mit  $\alpha_0 = \frac{600}{1,3 \cdot 400} = 1,15$  (Belastungsweise b) folgt

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{0,35 \cdot 1,464 + 0,65 \sqrt{1,464^2 + 4 (1,15 \cdot 0,71)^2}} \cdot k_z \cdot 0,25 \pi d^2 = 0,50 k_z \cdot 0,25 \pi d^2 \\ &= 0,39 k_z d^2 \end{aligned}$$

und mit  $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$  wird  $Q = 235 d^2$ .

Wird hingegen die (Stift-) Schraube nur vorübergehend auf Drehung beansprucht (Einschrauben), so wird mit  $\alpha_0 = \frac{600}{1,3 \cdot 600} = 0,77$

$$Q = 0,6 k_z \cdot 0,25 \pi d^2 = 0,47 k_z d^2 = 280 d^2.$$



Für Flußstahl folgt mit  $k_z = 800$  und  $k_d = 900 \text{ kg/cm}^2$  ebenfalls

$$Q = 0,6 k_z \frac{\pi d^2}{4}$$

und mit  $k_z = 800 \text{ kg/cm}^2$  wird

$$Q = 375 d^2 \left[ \text{für die reine Zugschraube } Q = \left( 300 \cdot \frac{800}{600} \right) d^2 = 400 d^2 \right],$$

d. h. die Tragfähigkeit der mit der Last angezogenen Flußeisen- bzw. Flußstahlschraube ist das  $\frac{235}{300} \sim 0,75$ - oder  $0,93$ - bzw.  $0,95$  fache derjenigen der reinen Zugschraube.

Für andere Werkstoffe und im Falle anderer Beanspruchungsweisen ( $\alpha_0$ ) sind die Beiwerte jeweils zu ermitteln.

(316) Die Beschränkung der Pressung, Vermeidung des Fressens der aufeinander gleitenden Gewindegänge drückt sich aus durch

$$Q \leq k \cdot 0,25 \pi (d^2 - d_1^2) z;$$

hierin ist zulässig für Befestigungs- und Stellschrauben:

- für Flußeisen auf Flußeisen oder gewöhnlicher Bronze  $k = 150$  bis  $200 \text{ kg/cm}^2$ ,
- „ Flußstahl auf Flußstahl oder harter Bronze . . .  $k = 300$  bis  $400 \text{ kg/cm}^2$ ,
- „ Flußstahl auf Gußeisen, tunlichst vermeiden . . .  $k \leq 150 \text{ kg/cm}^2$
- „ die Pressung zwischen Mutter und Unterlage, Flußeisen auf Flußeisen . . . . .  $k \leq 300 \text{ kg/cm}^2$ .

Für die  $H = 0,8 d$  hohe Mutter folgt im Falle der Flußeisenschraube die Pressung in den Gewindegängen unter Voraussetzung gleich satten Tragens aller Gänge

$$k = \frac{3/4 \cdot 0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z}{0,25 \pi (d^2 - d_1^2)} \frac{h}{0,8 d} = \frac{3}{3,2} \frac{h}{d} \frac{1}{(d : d_1)^2 - 1} k_z$$

oder entwickelt

$$k \sim 0,675 \left( 0,5 - 1,0418 \frac{h}{d} \right) k_z.$$

Für die 24-mm-Schraube wird  $k \sim 0,26 k_z$  und mit  $k_z = 600$  folgt  $k = 155 \text{ kg/cm}^2$ .

Beschränkung von  $k$  im Falle häufigeren Lösens oder Anziehens der Mutter (Stopfbüchsschrauben, Supportschrauben u. a.) entweder durch Vergrößerung von  $H$  bei ausgenutztem Schraubenkern  $d_1$  oder durch Vergrößerung (Nichtausnutzung) von  $d$  unter Beibehaltung der normal hohen Mutter  $0,8 d$ .

Die der Mutterhöhe gleichwertige Einschraublänge bei Stiftschrauben ist genormt; sie beträgt für Weichmetall  $H = 2,5 d$ ; für Gußeisen  $H = 1,3 d$  und für Stahl, Stahlguß oder Bronze  $H = 1 d$ . Hiernach sind die Beanspruchungen  $k_{bm}$  und Pressungen  $k$  bestimmbar.

Befestigungsschrauben werden zumeist von vornherein, noch bevor die Betriebskraft wirkt, derart stark angezogen, daß die Größe der erzeugten Vorspannung sich der Beurteilung entzieht. Damit liegt bei schwachen Schrauben die Gefahr der Überanstrengung (Abwürgens) vor, der begegnet wird

durch tunlichste Vermeidung von Schrauben unter 16 mm für derartige Zwecke;

durch eine mit dem Schraubendurchmesser abnehmende zulässige Anstrengung oder durch Hinzufügung einer mit zunehmendem Durchmesser abnehmenden Konstanten zu dem mit normaler Anstrengung errechneten Durchmesser. Hierin sind die deutschen Bauvorschriften für Landdampfkessel begründet, vgl. diese und Z. d. B. R. V. 1925, Nr. 3.

**Bewegungsschrauben** mit Trapez-, Sägen-, Flachgewinde. Im Interesse guten Wirkungsgrades liegt ein großer Steigungswinkel, d. h. mehrgängiges Gewinde, dessen Kerndurchmesser zufolge des mit  $\gamma$  wachsenden Drehmomentes mit der Gängigkeit zunimmt. Er wird schätzungsweise ermittelt an Hand einer Zug- oder Druckanstrengung gleich dem (0,5 bis 0,75)fachen der zulässigen; mit ihm ist das betr. Gewinde bestimmt, mit Hilfe dessen das Gewindereibungsmoment und das Drehmoment an der Schraube folgen. Prüfung, ob die resultierende Anstrengung innerhalb der zulässigen Grenze bleibt. Die Höhe der Mutter ist durch die Pressung in den Gewindegängen bestimmt, für die zulässig ist bei

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Flußeisen auf Flußeisen oder gewöhnlicher Bronze | $k$ bis 100 kg/cm <sup>2</sup> |
| Flußstahl auf Flußstahl oder harter Bronze       | $k = 150$ „ (200) „            |
| Flußstahl auf Gußeisen, tunlichst vermeiden      | $k$ bis 50 „ (75) „            |

U. U. sprechen Rücksichten auf Erwärmung, Abnutzung und deren Folgen für eine Herabsetzung von  $k$ .

Beispiel. Nachrechnung der Schraubenverbindung für normale, gußeiserne Flanschenrohre 750 mm Lichtweite. Nach den deutschen Rohrnormalen für gußeiserne Muffen- und Flanschenrohre, vgl. unter Rohre, verstehen sich die Abmessungen für 10 at Betriebsdruck und 20 at Probedruck, nach DIN 2401 dagegen ist der Probedruck für jede Druckstufe, unabhängig vom Verwendungszweck, festgelegt.

Die gesicherte Abdichtung bedingt, daß im Betriebszustande, d. h. im Falle vorhandenen Überdruckes zwischen Flansch und Dichtungsleiste noch eine Pressung wirksam ist. Ihr entsprechender Dichtungsdruck  $D$  und Wasserdruck  $P = \gamma \cdot 0,25 \pi d^2 \cdot H$  werden durch die Schrauben übertragen; damit folgt die gesamte Schraubenkraft

$$S = D + P.$$

Sofern Dicke und Elastizität der Dichtung gering sind, nimmt der Dichtungsdruck im gleichen Maße ab als der Wasserdruck zunimmt: die Schraubenkraft  $S$  erfährt dadurch keine wesentliche Beeinflussung, die Schrauben sind von vornherein, noch ehe die Flüssigkeitspressung wirkt, stärker anzuziehen als dem Wasserdruck entspricht<sup>1)</sup>. Bei Spannungsverbindungen ist ein Zuschlag von 25 bis 33 1/3 % auf die Betriebskraft üblich; im Falle geforderter Abdichtung durch die Verbindung erfolgt die Berücksichtigung des Dichtungsdruckes dadurch, daß die gedrückte Fläche bis zur Mitte der Dichtungsringfläche gerechnet wird, vgl. unter Rohrleitungen.

Die Normalien schreiben vor: Dichtungsweite  $b = 40$  mm, Schraubenzahl  $z = 20$ ,  $d = 1''$  engl. Damit folgt die gesamte Schraubenkraft =  $(75 + 4)^3 \cdot 0,25 \pi \cdot 10 \sim 49100$  kg und die Kraft je Schraube unter Voraussetzung, daß alle Schrauben gleich stark belastet sind,  $49100 : 20 \sim 2450$  kg. Die 1''-Schraube mit Whitworth-Gewinde o. Sp. hat einen Kerndurchmesser  $d_1 = 21,335$  mm, daher folgt die Zugbeanspruchung des Kernquerschnittes zu  $\sigma_2 = 2450 : (0,25 \pi \cdot 2,1335^2) = 685$  kg/cm<sup>2</sup>. Außerdem ist der Kernquerschnitt noch, wenn auch nur vorübergehend (Anziehen) auf Drehung beansprucht. Mit  $\text{tg } \gamma = 3,175 : 23,368 \pi$ , entsprechend  $\gamma \sim 2^\circ 29'$  und  $\mu' = 0,15 : \cos 27^\circ 30' = \text{tg } \rho'$ , entsprechend  $\rho' \sim 9^\circ 36'$  folgt das Drehmoment zu  $M_d = 2450 \text{ tg } (2^\circ 29' + 9^\circ 36') \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,1335 = 560$  cmkg und damit die Drehungsanstrengung  $\tau = 560 : (0,2 \cdot 2,1335^2) = 288$  kg/cm<sup>2</sup>, folglich die resultierende Anstrengung mit  $\alpha_0 = 0,77$ , vgl. (315),

$$k_z = 0,35 \cdot 685 + 0,65 \sqrt{685^2 + 4 \cdot (0,77 \cdot 288)^2} = 770 \text{ kg/cm}^2.$$

Für den Probedruck = 15 at würde die Zuganstrengung zu  $685 \cdot 1,5 \sim 925$  kg/cm<sup>2</sup> folgen. Ob diese verhältnismäßig hohe, vorübergehende Anstrengung zulässig erscheint, ist zu entscheiden an Hand des Werkstoffs und der Ausführung der Schraube. Die oben abgeleitete Beziehung  $Q = \kappa d^3$  mit  $d$  in engl. Zollen würde ergeben  $\kappa = 2450 : 1 = 2450$  gegenüber dem mit  $\alpha_0 = 0,77$  und mit  $k_z = 600$  folgenden Werte  $\kappa = 1850$ .

Beispiel. Die Befestigungsschrauben für den hinteren Zylinderdeckel einer Dampfmaschine mit 300 mm Zylinderdurchmesser, 10 at Überdruck zu bestimmen. Bohrungsdurchmesser am Deckelsitz 315 mm, Dichtungsweite 20 mm.

Gesamte Schraubenkraft =  $0,25 (31,5 + 2)^2 \pi \cdot 10 = 8815$  kg.

Schraubenlochkreisdurchmesser geschätzt zu  $315 + 2 \cdot 20 + 35 = 390$  mm und mit 130 mm Schraubenteilung folgt die Schraubenzahl zu  $390 \pi : 130 = 9,4$ . Gewählt  $z = 10$ . Damit beträgt die Kraft je Schraube  $8815 : 10 = 880$  kg und folgt unter Annahme gleichmäßiger Übertragung durch alle Schrauben und unter Beachtung, daß sie durch mögliche Wasserschläge eine zusätzliche Beanspruchung erfahren können

$$880 = \frac{2}{4} \cdot 0,6 \cdot 600 \cdot 0,25 \pi d^2 \text{ zu } d = 19,5 \text{ mm; gewählt } d = \frac{3}{4}''$$

oder  $M$  20 m. Sp.

Einschraublänge im Gußeisen (Stiftschraube) =  $1,3 \cdot 20 = 26$  mm.

<sup>1)</sup> Vgl. (300) und außerdem Z. 1900, S. 1063; Z. 1929, S. 1101; Z. 1929, S. 1843 und C. Bach, M. E. 13. Aufl., S. 173; 12. Aufl., S. 450, sowie Rötcher, M. E., S. 234.



Entsprechende Gangzahl =  $26:2,54 = 10,2$ . Die Prüfung der Beanspruchung des Muttergewindes liefert unter Voraussetzung gleich satten Anliegens aller Gewindegänge die Biegungsanstrengung

$$k_b = 880 \frac{0,1251}{2} : \left( \frac{1}{6} 10,2 \cdot 1,8675 \pi \left[ 1 - 2 \left( \frac{0,9605}{6} + 0,074 \right) \right]^2 \cdot 0,254^2 \right) \sim 300 \text{ kg/cm}^2$$

und die Scherbeanspruchung  $k_s = 880 : (10,2 \cdot 1,8675 \pi \cdot 0,5318 \cdot 0,254) \sim 110 \text{ kg/cm}^2$ . Die zulässigen Grenzen sind etwa 500 bzw. 300  $\text{kg/cm}^2$  (Sicherheit gegenüber der nicht erfüllten Voraussetzung und gegenüber der Zähigkeitsverminderung infolge höherer Temperatur).

Beispiel. Für die aus Abb. 13 ersichtliche Stellschraube (Flußstahl) folgt für eine Zugkraft in Schraubenachse = 4000 kg der Gewindedurchmesser unter Beachtung, daß das Nachstellen selten erfolgt, aus  $4000 = 375d^2$  zu  $M 33$ . Es ist üblich, die Stellschrauben zu berechnen für die Größtkraft  $S$  in Richtung der Stange und die Keilsteigung  $\frac{1}{n} = \text{tg } \alpha$ , z. B.  $\frac{1}{n} = 0,2$  in Abb. 13, derart, daß von der Keilreibung abgesehen und die Schraube mit einer mäßigen Anstrengung bestimmt wird. Das würde heißen

$$P = \frac{1}{n} \cdot 10000 = 2000 \text{ kg.}$$

Für  $M 33$  folgt das Anstrengungsverhältnis aus  $2000 = \pi \cdot 375 \cdot 3,3^2$  zu  $\pi \sim 0,5$ .

Beispiel. Ein mechanischer Turbinenregler leistet innerhalb 15 Sek. eine Regulierarbeit von 1000 mkg an der Regulierwelle mit 540 Umdr./Min., von der sie mittels 3facher Räderübersetzung ins Langsame auf eine Schraubenspindel und durch Mutter und Hebel auf die Regulierwelle an der Turbine übertragen wird. Vgl. Wasserkraftmaschinen unter Regulierung.

Berechnung der Schraubenspindel: Bewegungsschraube.

Sekundliche Regulierarbeit =  $100 \cdot 1000 : 15 = 6667 \text{ cmkg}$ .

Moment an Schraubenspindel =  $6667 : \left( \frac{540 \pi}{30} - \frac{1}{3} \right) \sim 350 \text{ cmkg}$ .

Werkstoff: Flußstahl. Rücksichtlich Wechselbeanspruchung hinsichtlich des Drehmomentes wie der Kraft in Richtung der Spindelachse werde gewählt  $k_d = \frac{1}{2} \cdot 400 = 200 \text{ kg/cm}^2$ . Damit folgt unter Vernachlässigung des Stützreibmomentes der Spindeldurchmesser  $\sim$  Kerndurchmesser aus  $350 = 200 \cdot 0,2 d_1^2$  zu  $d_1 \sim 20 \text{ mm}$ .

Gewählt wird aus konstruktiven Gründen Trapp.  $40 \times 7$  mit  $d_1 = 32,5$  und  $d_2 = 36,5 \text{ mm}$ . Damit wird  $\text{tg } \gamma = 7 : 36,5 \pi = 0,0610$ , also  $\gamma = 3^\circ 30'$ ,  $u' = \mu : \cos 15^\circ = \text{tg } \varrho' = 0,155$  und  $\varrho' = 8^\circ 50'$ . Folglich die Kraft in Spindelachse

$$Q = 350 : \left[ \text{tg } (3^\circ 30' + 8^\circ 50') \cdot \frac{3,65}{2} \right] = 875 \text{ kg}$$

und

$$\sigma_z = 875 : (0,25 \pi \cdot 3,25^2) = 105 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\tau = 350 : (0,2 \pi \cdot 3,25^2) = 16 \text{ kg/cm}^2;$$

die resultierende Anstrengung liegt weit unterhalb der zul. Grenze, selbst unter Beachtung der Biegungsbeanspruchung der Spindel infolge des Hebelausschlagelages. Wird zwischen Mutter und Schraube eine Pressung von  $k = 75 \text{ kg/cm}^2$  zugelassen, so folgt die Gangzahl aus

$$875 = 75 \cdot z \cdot 0,25 \pi (4^2 - 3,4^2) \quad \text{zu} \quad z = 3 \frac{1}{2}.$$

Gewählt Mutterhöhe = 50 mm. Aufzeichnung und ev. Änderung der Abmessung aus konstruktiven Gründen. Weitere Beispiele in den folgenden Abschnitten.

## Konstruktive Gestaltung.

Vgl. auch DIN-Taschenbuch 10.

(317) **Schraubenarten.** Unterscheidung in Mutter-(Durchsteck-)schrauben, ganz oder halb roh bzw. blank, Abb. 47, in gegossenen bzw. gebohrten Löchern sitzend, DIN 69. Schraubenenden mit Rundkuppen, Kernansatz, Kegeltülle oder Splintansatz, DIN 78. Gewindelänge kleiner als Schaftlänge, Auslauf- und -form, schräg oder mit Rille nach DIN 76. Doppelmutterschraube, Abb. 48, zur Verbindung zweiteiliger Räder oder Scheiben. Kopfschrauben, Abb. 49, mit Kopfhöhe =  $0,7 d$  und Stiftschrauben, Abb. 50, mit Auslauf oder Rille, blank, nach DIN 938 bis 948, 410 u. ff. bis 425. Das Muttergewinde befindet sich in einem der zu verbindenden Teile. Länge des Einschraubendes von Stiftschrauben  $(1 - 1,3 - 2,5) d$ , je nach Werkstoff. Bei Verbindung durch Kopfschrauben besteht nach deren Lösen Abziehmöglichkeit der Teile, bei Stiftschrauben müssen diese an- oder abgehoben werden. Im Falle häufigeren Lösen



der Kopfschrauben in gußeisernem Muttergewinde reichliche Traglänge oder besser eingeschraubte und gesicherte Büchsen (Flußeisen, Kupfer, Bronze) vor sehen. Gesundes Ausschneiden der Gewinde fordert tiefere Bohrlöcher, von  $1,5d$  bis  $1,2d + 15$  mm in Flußeisen und Bronze,  $1,8d$  bis  $1,5d + 15$  mm in Gußeisen für schwache bzw. starke Schrauben, Hammer- (Einsteck-)schrauben nach DIN 188 und 261 zur Befestigung von Transmissionsstehlagern bzw. in Verbindung mit Ankerplatten. Flügelschrauben nach DIN 314 und 316, mit Flügel versehene Kopfschrauben (rasche Lösbarkeit). Ringschrauben mit Bund und Rille oder Auslauf, DIN 580 bzw. 581: Ersatz des Sechskantkopfes der Kopfschraube durch zylindrischen Bund mit Ring (Öse) zum Einhängen mittels Seilschlaufe in Kranhaken. Außerdem noch Senk- (Nr. 68 und 87), Halbrund- (Nr. 67 und 86), Zylinder- (Nr. 64, 65, 83 und 84), Linsen- (Nr. 85), Linsensenk- (Nr. 88), Kreuzlochschrauben (Nr. 404), Gewindestifte mit Zapfen (Nr. 416 und 417), oder Ringschneide (Nr. 437 und 438), oder mit Kegelsatz (Nr. 550 und 551), oder Spitze (Nr. 552 und 553). Schaftschrauben (Nr. 427).



Abb. 47.  
Mutterschraube.

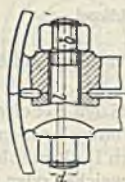


Abb. 48.  
Doppelmutterschraube.



Abb. 49.  
Kopfschraube.



Abb. 50.  
Stiftschraube.

Zum Lösen zusammenklebender Teile (Flanschen) Abdrückschrauben, den Kopfschrauben entsprechend.

Muttern, meist sechskantig prismatisch, Höhe =  $0,8d$  und  $1d$  in Flußeisen oder Flußstahl und Bronze zum Schutze gegen Festrosten: Einfetten, Gewinde mit Mutter abschneidend oder Hutmuttern nach DIN *KrK* 127—130. Schlüsselweite  $s$  nach DIN 475 genormt, bei Verwendung hochwertiger Werkstoffe (Platz- und Gewichtersparnis) auch kleinere als normgerechte Schlüsselweiten zulässig.

Vierkantmuttern normal hoch nach DIN 557, Flußeisen, roh und flach nach DIN 562, aus Flußeisen oder Messing gestanzte und als Ankermuttern in Gußeisen nach DIN 798. Rundmuttern als Schlitzmuttern, DIN 546, 549; Zweilochmuttern (Löcher parallel zur Achse), DIN 547; Kreuzlochmuttern (Löcher senkrecht zur Achse), DIN 548, 1816 und 1817; Nutmuttern (mit Umfangsrasten), DIN 1804, 1805. Rasche Lösungsmöglichkeit durch Verwendung von Flügelmutter, DIN 313 und 315, u. U. in Verbindung mit Klappschrauben: der Kopf ist zylindrisch, um Bolzen drehbar<sup>1)</sup>. Ringmuttern nach DIN 582, wenn auf leichte Transportmöglichkeit der Verbindung oder des einzelnen Stückes Wert gelegt wird: Werkstattmontage.

Den Mutterformen entsprechen diejenigen der Schraubenschlüssel, für Sechskantmuttern einfach nach DIN 129; als Doppelschlüssel, Abb. 51, mit ungleichen oder gleichen Maulweiten nach DIN 130 und 131, als Schlagschlüssel nach DIN 133. Werkstoff: Flußstahl, Maulöffnung bearbeitet und gehärtet, sonst katzengrau. Die Stärke des Schlüsselmaules von 5 mm für  $d = 4$  bis 6 mm auf 28 mm für  $d = 52$  mm zunehmend. Sie bestimmt die Pressung zwischen Maul und Mutter bzw. Kopf.

Z. B. für die 24-mm-Schraube mit  $p = 15$  mm Mauldicke und  $s = 36$  mm Maulweite wird die Sechseckseite =  $2,18 \operatorname{tg} 30^\circ \sim 21$  und unter Voraussetzung der Übertragung durch

<sup>1)</sup> Vgl. Koch, Dampf- und Druckfasserverschlüsse, Z. f. D. u. M. B. 1913, S. 76 u. ff.

nur 2 Berührungsflächen sowie linearer Pressungsänderung folgt die größte Kantenpressung  $k = M : \frac{1}{4} \cdot 1,5 \cdot 2,1^2$ , worin

$$M = Q \operatorname{tg}(\gamma + \varrho') \cdot 0,5 d_1 + \mu'' Q \cdot 0,5 \left(1,8 + \frac{d}{2}\right).$$

Für die 24-mm-Flußstahlschraube ( $Q = 375 d^2$ ) berechnet sich  $k = 375 \text{ kg/cm}^2$ . In Wirklichkeit ist die Pressung geringer, wenn beispielsweise alle Flächen satt anliegen; unter der hinsichtlich der Veränderlichkeit der Pressung gemachten Voraussetzung etwa  $k = 190 \text{ kg/cm}^2$ .

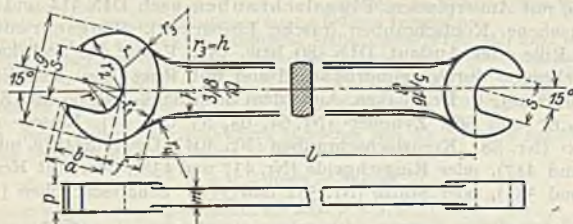


Abb. 51. Doppelschlüssel.

Bei einer nutzbaren Schlüsselänge  $l = 10d$  folgt die Kraft am Schlüssel zu  $K = M : 10 d = 742 : 10 \cdot 2,4 \sim 30 \text{ kg}$ .

Diese Kraft bzw. das Anzugsmoment ist bei den Steckschlüsseln, DIN 659, 665 und 666 sowie Abb. 52 zu beachten: Dorndurchmesser  $n$  und Länge  $d_3$  des Auges rücksichtlich Pressung. Für Rundmuttern Hakenschlüssel nach DIN 1810 bzw. Abb. 53. Unterlegscheiben, im Falle weicher oder rauher Unterlage oder größeren Schraubenlochs oder schräger Stützfläche. Rund und roh (Nr. 126), oder halbblank (Nr. 134 und 433) oder blank (Nr. 125), quadratisch (Nr. 436) für

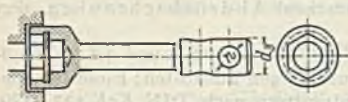


Abb. 52. Steckschlüssel.

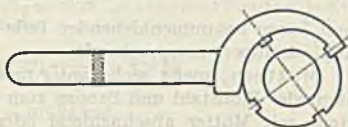


Abb. 53. Hakenschlüssel.

Holzverbindungen, oder vierkantig, der Flanschenschräge der Walzprofile entsprechend: für U-Träger nach Nr. 434 und für I-Träger nach Nr. 435. Über die starke zusätzliche Anstrengung infolge einseitigen Aufsetzens der Mutter vgl. S. 320. Für die Scheibengröße ist die Pressung (bei Holz  $k = 40 \text{ kg/cm}^2$ ), für die Stärke die Beschränkung der ev. Durchbiegung bestimmend, im übrigen sind dafür praktische Gesichtspunkte maßgebend.

(318) **Sicherung der Schrauben.** Selbst bei Erfüllung der Bedingung  $\operatorname{tg} \gamma \leq \operatorname{tg} \varrho$  ist das selbständige Lösen der Mutter nicht unter allen Umständen ausgeschlossen, namentlich dann nicht, wenn ein scharfes Anziehen der Mutter oder Schraube unzulässig ist oder die Verbindung Erschütterungen ausgesetzt ist oder die Kraft-richtung wechselt. Einfachste Sicherung durch Gegenmutter, besonders dann, wenn scharfes Anziehen der Schrauben nicht statthaft ist (Lagerdeckel); im Falle verschiedener Mutterhöhe die obere tragend und höher. Verwendet, aber in der Wirkung verschieden ist die Palmutter (Georg v. Cölln, Hannover), Abb. 54, eine federnde, verzahnte Scheibe, die sich beim Anziehen gegen die Mutter und mit den Zähnen gegen das Schraubengewinde preßt, wobei die Zähne sperrend wirken. Lösung durch zusätzliches Anziehen der Mutter.

Durch federnde Stützung der Mutter: die Pressung zwischen ihr und der Unterlage darf nicht auf Null sinken.

Dies wird erreicht durch elastische Unterlagen (Holzklotz, Gummischeibe), durch Feder-ringe, Abb. 55, die überdies noch (linksgängig) aufgebogene, scharfkantige Enden erhalten und durch



Einbeißen in Unterlage und Mutter deren Rücklauf sperren. Vgl. DIN 128. Voraussetzung ist die Möglichkeit scharfen Anziehens der Mutter (Flachdrücken der Ringe). Lösen der Verbindung durch Drehen des Bolzens: Minderung der Verspannung des Federringes. Zur Verhinderung des Aufrollens desselben bzw. zwecks Zusammenhaltens des ev. gesprungenen, gehärteten Ringes wird dieser in einen Messingschutzing eingelegt (Wilb. Hedtmann, G. m. b. H., Kabel i. W.). Ausführung in Federstahl, schwarz nach DIN 127 und 128 mit Rechteck- bzw. Quadratquerschnitt.

Ähnlich wirken die federnden Zahnscheiben (J. Meye & Co., Stuttgart):

die Unterlegscheiben sind innen oder außen verzahnt und die scharfkantigen Zähne um ihre Achse etwas verdreht. Die vorstehenden scharfen Kanten werden beim Anziehen der Mutter plattgedrückt, beißen sich in Unterlage und Mutter ein und sperren deren selbsttätigen Rücklauf.

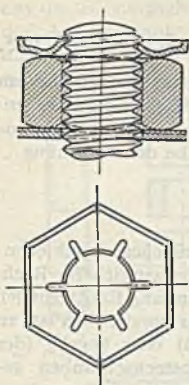


Abb. 54. Palmutter.



Abb. 55. Federring.

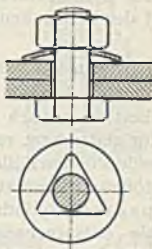


Abb. 56. Gewölbte Spannplatte.

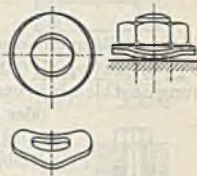


Abb. 57. Spannring.

Gewölbte Spannplatten mit dreieckiger Ausstanzung, DRP. Nr. 241355 und 255995 (H. Böker & Co., Bonn a. Rh.), Abb. 56.

Die beim Ebendrücken der gewölbten Form ausgeübte Kraft beträgt bei der  $\frac{1}{4}$ "-Schraube rund 3000 kg. Verdoppelung der Federung durch 2 nur am Umfange sich berührende, entgegengesetzt gewölbte Spannplatten, der Spannkraft dagegen durch 2 sich vollständig berührende Spannplatten.

Ähnlich wirkt der Spannring, Abb. 57, des Bochumer Vereins für Bergbau und Gußstahlfabrikation: eine dünne und gewellt gepreßte Stahlscheibe in Größe normaler Unterlegscheiben wird unter dem Druck der Mutter flach



Abb. 58. Limessicherung.

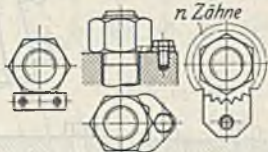


Abb. 59. Legeschlüssel.



Abb. 60. Pennsche Sicherung.

gedrückt. Federkraft der zulässigen Beanspruchung  $k_z = 500 \text{ kg/cm}^2$  entsprechend, für  $1$ "-Schrauben rund 1800 kg. Verdoppelung durch 2 übereinander gelegte Ringe. Durch die Limessicherung DRP. 410889 (Limes-Gesellschaft m. b. H., Kabel i. W.), Abb. 58.

Die Stützfläche der Mutter ist durch eine Ringnut mit Dreieckquerschnitt unterbrochen, in die sich ein entsprechend gestalteter Spannring mit etwas größerem Durchmesser beim Anziehen der Mutter legt. Wirkung durch axiale und radiale Federung des Ringes und durch Keilreibung. Über ausgeführte Versuche vgl. M. B. 1925, S. 1034.

Sicherung mittels Splintes (DIN 94), oder in Verbindung mit einer Kronenmutter (DIN 71, 430, 533, 534, 935), die eine Sechstdrehung zwecks Nachziehens gestattet. Durch Festlegung der Mutter gegen die Unterlage: durch Sicherungsbleche mit Lappen (DIN 93) oder mit Nase (DIN 432), durch Legeschlüssel, Abb. 59, bei gleichzeitiger Hinderung der Drehungsmöglichkeit



der Scheibe (durch Körnerschlag). In der aus Abb. 60 ersichtlichen Weise: Pennsche Sicherung. Durch Klemmwirkung mittels geschlitzter Gewindehülsen. Über Schrauben, Muttern mit Zubehör, Schraubenverbindungen vgl. das Übersichtsblatt des DNI.

### Schraubenverbindungen für Kräfte senkrecht zur Schraubenachse.

(319) Die Schrauben, oder richtiger die Gewinde vermögen unmittelbar nur Kräfte in Richtung der Achse, d. h. senkrecht zur Mutterstützfläche zu übertragen; in dieser wirkende Kräfte  $P$  werden mittelbar übertragen durch die in ihr wirksame Reibung, verknüpft mit der Schraubenkraft  $Q$  nach Maßgabe der Beziehung

$$P \leq \Sigma \mu Q, \text{ also } \Sigma Q \geq \frac{P}{\mu}.$$

$\mu$  ist im allgemeinen unbestimmt, nach Bearbeitung der Sitzflächen verschieden:  $\mu \leq 0,1$  bzw.  $\mu \leq 0,2$  für glatte bzw. raue Flächen. Im Interesse sicherer Rechnung liegt kleines  $\mu$ , besonders in den Fällen, in denen die Verbindung Ersitterungen oder Stößen ausgesetzt ist, wenn nicht, was vorzuziehen ist, zu eingepaßten, zylindrisch (mit Übermaß) oder kegelig (der Reibahle entsprechend) gedrehten Durchsteckschrauben gegriffen wird, die sich mit Pressung gegen die Lochwandung legen und auf Abscheren zu berechnen sind. Im ersten Falle genügen rohe (gepreßte) Mutterschrauben, die das Loch nicht ausfüllen, vgl. DIN 69. Gleichem Zwecke dienen die Zylinder- und Kegelstifte, vgl. (307) wenn Kräfte in deren Achsrichtung nicht wirksam sind. Entlastung der Schrauben



Abb. 61.  
Scherring.

bei gleichzeitiger Wirkung von Längs- und Querkraften in der aus Abb. 61 ersichtlichen Weise: durch zylindrisch oder doppelkegelig abgedrehte, stramm passende Ringe, von außen einsteckbar oder, weniger einfach und genau, im Innern angeordnet, Abb. 61. Wirkung unabhängig von der Querkrafttrichtung, die bestimmend ist für die Ausführungen nach Abb. 62 bis 64.

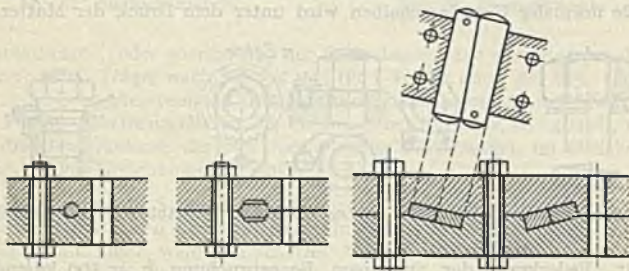


Abb. 62—64. Scherkeile.

(320) Zur Verbindung von Maschinenteilen mit dem gemauerten oder betonierten Fundament dienen Steinschrauben, nach DIN 529 als normale Schraube mit anschließendem Schaftende, dessen Ausbildung bis auf die Länge ( $e$ ) und die Größtdicke ( $D$ ) nicht genormt ist. Es kommen in Betracht der Vierkantkopf, der abgestumpfte Zylinder (Pyramide), das zu einer Schlaufe umgebogene Ende, die Wellen-Steinschraube, DRP. Nr. 452191 u. a. Ausführungen. Im Falle größerer auf das Fundament zu übertragender Kräfte Fundamentanker. Ankerschrauben nach DIN 797 mit Vierkantmutter nach DIN 798 und Hammerschrauben, DIN 261 mit den zugehörigen Ankerplatten

DIN 795 bzw. DIN 794 und 796, zum Durchstecken der Hammerschraube eingerichtet. Ankerschrauben mit Gewinde auf beiden Seiten ermöglichen gleichen Überstand über die Mutter: fehlerhafte Ankerlänge ist ausgleichbar, Schmiedearbeit ist entbehrlich. Die Größe der Ankerplatte ist durch die Pressung bestimmt:  $10 \text{ kg/cm}^2$  für Ziegelmauerwerk in Zementmörtel. Die Stärke folgt aus der Biegungsgleichung mit  $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$  für Gußeisen. Die Berechnung der Ankerschraube sollte rücksichtlich der hohen anfänglichen Inanspruchnahme und der bleibend werdenden Formänderungen von Anker und Fundament mit dem 0,75fachen der oben ermittelten Beiwerte erfolgen.

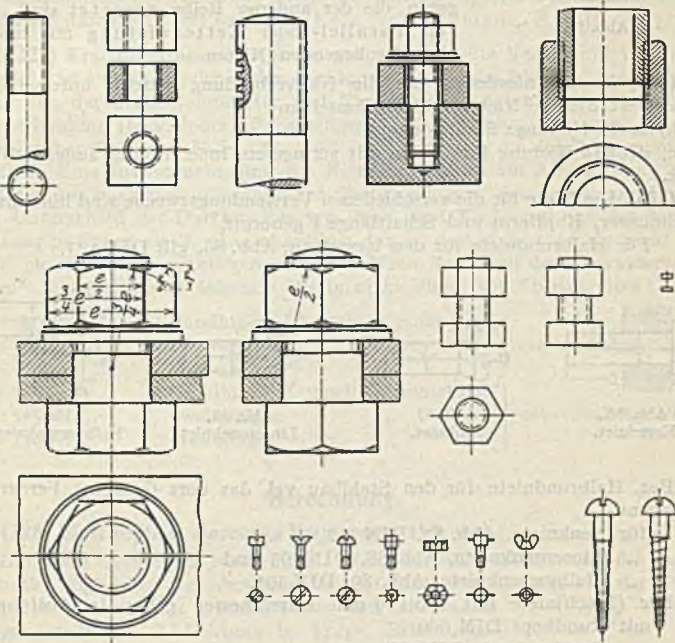


Abb. 65—84.

(321) Sicherung des Abstandes der durch Schrauben zu verbindenden Teile durch Zwischen- (Futter-)ringe oder Gasrohr- (distanz-)stücke mit durchgehender Schraube, beiderseits Muttern, oder besser und teurer, durch Fassonschrauben. Im Falle Verschraubung mit den zu sichernden Wänden werden die Schrauben als Stehbolzen bezeichnet.

(322) Die zeichnerische bzw. sinnbildliche Darstellung der Schrauben erfolgt nach DIN 27: Abb. 65 bis 84.

## Niete.

(323) Allgemeines. Das Niet besteht aus zähem Eisen, das den Anforderungen gemäß DIN 1613 und 1000 genügen muß. Der Nietschaft mit Setzkopf  $d_1$ , Abb. 85, ist vor dem Vernieten vorhanden, der Schließkopf  $d_2$  wird durch Hand- oder Maschinennietung erzeugt. Bei kleinen Durchmessern ist dies



auf kaltem Wege möglich, kalte Vernietung; oder die Bildung des Schließkopfes erfolgt in glühendem Zustande des Nietes, warme Vernietung. Man unterscheidet:

ein-, zwei- und mehrschnittige Vernietungen, je nachdem die Niete in einem, zwei oder in mehreren Querschnitten abgesichert würden, eine solche Trennung als möglich vorausgesetzt; und ein-, zwei- und mehrreihige Nietverbindungen, je nach der Anordnung in einer, zwei oder mehreren Reihen. Dabei spricht man von Zickzacknietung, wenn die Niete der einen gegen die der anderen Reihe versetzt sind, und von Parallel- oder Kettennietung mit hintereinander liegenden Nieten.

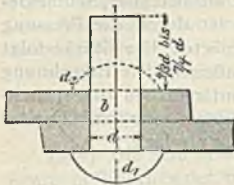
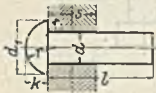
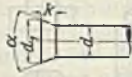
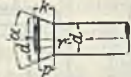


Abb. 85.

- (324) Nach Anforderung an die Nietverbindung werden unterschieden  
 a) fest-dichte Nietung: Dampfkesselbau;  
 b) feste Nietung: Stahlbau; und  
 c) dichte Nietung für Gefäße mit geringerem inneren oder äußeren Überdruck.

(325) Die Niete für die verschiedenen Verwendungszwecke sind hinsichtlich Durchmesser, Kopfform und Schaftlänge  $l$  genormt.

Für Halbrundniete für den Kesselbau, Abb. 86, gilt DIN 123.

Abb. 86.  
Kesselniet.Abb. 87  
Senkniet.Abb. 88.  
Linsensenkniet.Abb. 89.  
Halbversenkniet.

Bez. Halbrundniete für den Stahlbau vgl. das dort Gesagte. Ferner ist maßgebend

- für Senkniete, Abb. 87, DIN 302,
- „ Linsensenkniete, Abb. 88, DIN 303 und
- „ Halbversenkniete, Abb. 89, DIN 301.

Für (Blech)niete mit 1 bis 9 mm Durchmesser gelten in Ausführung mit Rundkopf DIN 660

- „ Senkkopf gilt DIN 661
- „ Linsenkopf gilt DIN 662.

Über die nach DIN 139 festgesetzten Sinnbilder s. u. „Stahlbau“. Vgl. hierzu das Übersichtsblatt DIN 265.

### Fest-dichte Nietung.

(326) Bezüglich des im Kesselbau unerläßlichen Anrichtens der Bleche auf das unter „Dampfkessel“ Gesagte verweisend, sei hier über die an eine gute Verbindung zu stellenden Anforderungen das Folgende bemerkt.

Die an den Kanten gehobelten Bleche sollen im gerollten (und gereinigten) Zustande satt aufeinander passen; zu diesem Zwecke werden die Enden vor dem Rollen angebogen. Die Löcher sind im Interesse guten Zusammenpassens der Schüsse nach dem Rollen und Zusammenheften auf das richtige Maß zu bohren. Im Falle Bohrens vor dem Rollen werden die Löcher kleiner gebohrt und nach dem Rollen gemeinsam aufgerieben. Stanzen der Löcher ist bei schwachen Blechen oder sehr zähem Werkstoff gestattet, wenn die Schüsse nachträglich ausgeglüht und die Löcher aufgerieben werden. Die Beseitigung der in ihrer



Zähigkeit beeinträchtigten Werkstoffschicht hat auch im Falle Schneidens mit der Schere oder dem Schneidbrenner zu erfolgen. Vgl. DIN 1000.

Die nachteilige Beeinflussung der Werkstoffeigenschaften kann ferner ihren Grund in den Temperaturverhältnissen und im Nietdruck bei Herstellung der Verbindung haben: Zähigkeitsverminderung durch örtliche Erwärmung und Überanstrengung des Bleches durch zu hohen Nietdruck, der deshalb 6500 bis 8000 kg/cm<sup>2</sup> nicht überschreiten sollte. Die Abdichtung erfolgt bei Blechen über 6 mm Stärke durch Verstemmen der Niete und der Blechfuge, womit ebenfalls eine Minderung der Zähigkeit der Werkstoffe verknüpft ist. Entbehrlichmachung des Verstemmens der Nietköpfe strebt die Stiftingnung von Schuch an: Ersatz des Nietes durch Stift mit kegeligem Ende. Vgl. Baumann, Z. 1919, S. 555 ff.

(327) Kraftübertragend wirkt die warm hergestellte Verbindung nur durch den Gleitwiderstand, der in den Berührungsflächen der Bleche auftritt und abhängt von der Stauchttemperatur und Nietlänge, der Art und Ausführung der Nietverbindung (hand- oder maschinengenietet, verstemmt oder unverstemmt). Vgl. hierüber C. Bach, M. E., 13. Aufl., S. 182 ff. und die daselbst genannten Quellen. Eine Inanspruchnahme des Nietquerschnittes auf Abscherung kann allenfalls nur nach vorausgegangenem Gleiten erfolgen, dessen Betrag abhängt vom Unterschied der Durchmesser von Niet- und Lochwand und das die Abdichtung in Frage stellt, ganz abgesehen davon, daß in diesem Falle nicht alle Niete gleich satt zum Anliegen kommen. Nach Bach soll der Gleitwiderstand je cm<sup>2</sup> Nietquerschnitt folgende Werte nicht ohne Not überschreiten:

|   |   |                         |
|---|---|-------------------------|
| $k_n = 700$ kg/cm <sup>2</sup> bei einreihiger Überlappungs-nietung | } | einschnittige Niete,    |
| = 650 „ „ zweireihiger „  |   |                         |
| = 600 „ „ dreireihiger „  | } | zweischchnittige Niete. |
| = 1200 „ „ einreihiger Doppellassen-nietung                         |   |                         |
| = 1150 „ „ zweireihiger „   |   |                         |
| = 1100 „ „ dreireihiger „   |   |                         |

### Berechnung.

#### (328) Einschnittige, einreihige Vernietung, Abb. 90<sup>1)</sup>.

Die obere Grenze der Nietteilung  $t$  ist rücksichtlich Abdichtung, die untere durch die Möglichkeit des Verstemmens bestimmt; dasselbe gilt von der Überlappung  $e$ ; zu großes  $e$  erschwert das Verstemmen, zu geringes stellt die Abdichtung in Frage. Erfahrungsgemäß  $e \approx 1,5 d$ . Der Nietdurchmesser ist abhängig von der Blechstärke, etwa  $d = \sqrt{5s} - 0,4$ , worin  $s$  bestimmt ist durch die Anstrengung  $k_z$  des Werkstoffes. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung gilt

$$(t - d) s \cdot k_z = b s k_z \geq 0,5 p D t,$$

mit  $p$  = innerer Überdruck in kg/cm<sup>2</sup>, so daß folgt

$$s = D \frac{p}{2 k_z t - d},$$

worin wegen der zusätzlichen Biegeanstrengung der Bleche  $k_z = \frac{1}{4,75} K_z$ .

Mit dem zulässigen Gleitwiderstand  $k_n$  je cm<sup>2</sup> Nietquerschnitt folgt aus

$$0,5 p D t = k_n \cdot 0,25 \pi d^2 = \sigma_v t \cdot s, \quad \sigma_v = k_n \cdot 0,25 \pi d^2 : s t \quad \text{und} \quad 2 s \sigma_v = p D;$$

Für diese Art der Vernietung darf gesetzt werden  $k_n \leq 700$  kg/cm<sup>2</sup>.

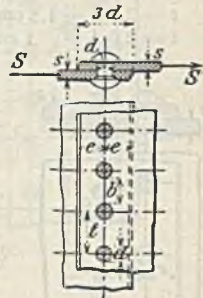


Abb. 90.

<sup>1)</sup> Das aus den Abbildungen ersichtliche Versenk der Nieten wird nicht mehr ausgeführt, der Schaft schließt durch Ausrundung an den Kopf an.

Bestimmung von  $s = \frac{1}{2} \frac{pD}{k_2} \frac{t}{t-d}$  unter Schätzung von  $z = \frac{t-d}{t}$ , des Nietdurchmessers und der Nietteilung  $t = 2d + 0,8$ . Ermittlung von  $z$  und ev. Wiederholung der Rechnung.

Beispiel. Ein Druckgefäß mit 2000 mm lichtem Durchmesser, aus Flußeisen mit  $K_2 = 3600 \text{ kg/cm}^2$ , die Blechstärke und die einreihige Überlappungs-Längsnaht zu bestimmen für 3 at inneren Überdruck.

Gewählt  $k_2 = \frac{3600}{4,75} = 800 \text{ kg/cm}^2$ ; Geschätzt  $(t-d) : t = 0,6$ . Damit folgt

$$s = \frac{200 \cdot 3}{2 \cdot 800} \cdot \frac{1}{0,6} = 0,63.$$

Mit einem Zuschlag von 1,7 mm für Abrosten wird gewählt  $s = 8 \text{ mm}$  und folgen weiter

$$d = \sqrt[3]{5,08} - 0,4 = 16 \text{ mm (normgerecht)} \text{ sowie } t = 2 \cdot 16 + 0,8 = 40 \text{ mm}$$

also  $(t-d) : t = (40 - 16) : 40 = 0,6$  wie geschätzt. Hätte sich hierfür ein wesentlich anderer Wert ergeben, so wäre mit diesem die Rechnung ( $s, d, t$ ) zu wiederholen.

Die beanspruchende Kraft je Nietteilung beträgt  $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 200 \cdot 4 = 1200 \text{ kg}$ ; ihr entspricht im voll gedachten Blech eine als gleichmäßig vorausgesetzte Beanspruchung  $\sigma_c = 1200 : (0,8 \cdot 4) = 375 \text{ kg/cm}^2$ , mit der folgt

$$2 \cdot 0,8 \cdot 375 = 600 = 3 \cdot 200.$$

Man kann auch nach dem Vorschlage Bachs so verfahren, daß man obigem Rechnungsgange entsprechend für verschiedene Blechstärken  $s$  der Reihe nach den (normgerechten) Nietdurchmesser, die ihm entsprechende Teilung, den Nietquerschnitt, den vollen Blechquerschnitt, des Verhältnis beider und mit  $k_n = 600$  bzw.  $700 \text{ kg/cm}^2$  die Beanspruchung  $\sigma_n$  bestimmt, für die  $2 \sigma_n = pD$  gilt. Der dem jeweiligen Fall entsprechende Zahlenwert  $pD = 3 \cdot 200 = 600$  läßt sofort in der betr. Vertikalspalte alle Abmessungen erkennen. Die auch in den Bauvorschriften für Landdampfkessel anzutreffende Auffassung, daß der warmgeschlagene Nut auf Abscherung beansprucht sei, würde eine Scherbeanspruchung  $= 1200 : (0,25 \pi \cdot 1,6^2) \sim 600 \text{ kg/cm}^2$ , also unterhalb der Grenze von  $700 \text{ kg/cm}^2$  für  $K_2 \geq 3800 \text{ kg/cm}^2$  für den Nietwerkstoff liefern. In dieser Übereinstimmung dürfte der Grund zu erblicken sein, daß im Gegensatz zu den oben genannten und anderen Gründen mit der Scherbeanspruchung statt mit dem Gleitwiderstand je  $\text{cm}^2$  Nietquerschnitt gerechnet wird.

Bei den gleichen Abmessungen und Verwendung eines Bleches mit  $K_2 = 5000 \text{ kg/cm}^2$  würde mit  $k_2 = 5000 : 4,75 = 1050 \text{ kg/cm}^2$  ein innerer Überdruck von  $3 \frac{1050}{800} \sim 4 \text{ ata}$  zulässig sein und ein Gleitwiderstand  $k_n = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 200 \cdot (4 \cdot 0,25 \pi \cdot 1,6^2) \sim 800 \text{ kg/cm}^2$  folgen. Ob dieser Wert noch zulässig ist hängt von der Güte der Ausführung ab, im andern Falle sind stärkere Niete zu verwenden oder ist zu zweireihiger Vernietung zu greifen.

(329) **Einschnittige, zweireihige Vernietung**, Abb. 91 und 92. Allgemein gilt  $2 \cdot 0,25 \pi d^2 k_n \geq 0,5 pDt$  und  $(t-d) s \cdot k_2 \geq 0,5 pDt$ . Wie vorher Bestimmung von  $s$  an Hand des Schätzungswertes  $z$ , von  $d$  und  $t$ . Kontrolle von  $z$ . Oder ausgehen von

$$t = 2,6d + 1,5 \text{ cm für die Zickzacknietung, Abb. 91, mit } e_1 = 0,6t,$$

$$t = 2,6d + 1 \text{ cm für die Kettennietung, Abb. 92, mit } e_1 = 0,8t$$

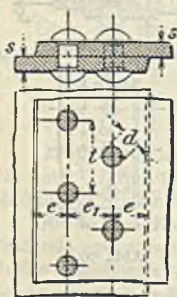


Abb. 91.

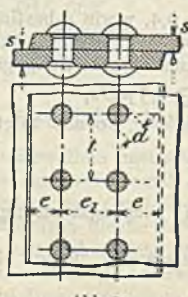


Abb. 92.

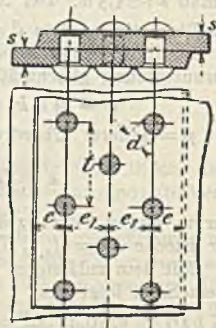


Abb. 93.

und Abgreifen der für gegebenes  $Dp$  folgenden Abmessungen aus der tabellarischen Zusammenstellung (s. vor. Beispiel).



(330) Einschnittige, dreireihige Vernietung, Abb. 93.

Es ist  $3 \cdot 0,25 \pi d^2 \cdot k_n \geq 0,5 p D t$  und  $(t-d) s k_z \geq 0,5 p D t$ . Bestimmung von  $t$  über  $z$ ,  $s$  und  $d$  oder Entnehmen aus Tabelle mit  $t = 3 d + 2,2$ ;  $e_1 = 0,5 t$ .

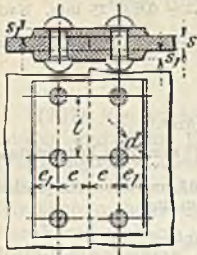


Abb. 94.

(331) Zweischnittige, einreihige Vernietung, Abb. 94.

Stärke der Lasche, aus gleichem Werkstoff, rücksichtlich Verformungsmöglichkeit und Abnutzung  $s_1 = (\frac{5}{8} - \frac{a}{3}) s$ , u. U. verschieden stark.

$$d = \sqrt{5 s} - 0,5 \text{ cm}, \quad t = 2,6 d + 1 \text{ cm}, \\ e = 1,5 d, \quad e_1 = 0,9 e.$$

Keine Biegebbeanspruchung des Bleches, daher  $k_z = (\frac{1}{4,25} - \frac{1}{4}) K_z$ . Wie oben folgt unter Annahme von  $z$  die Blechstärke  $s$ , damit  $d$  und mit  $k_n \leq 1200 \text{ kg/cm}^2$  die Nietteilung  $t$ .

Oder Bestimmung der Abmessungen aus Tabelle, die  $2 s \sigma_v = D p$  erkennen läßt. Prüfung von  $k_z$ .

(332) Zweischnittige, zweireihige Vernietung, Abb. 95.

$$d = \sqrt{5 s} - 0,6 \text{ cm}, \quad t = 3,5 d + 1,5, \quad e_1 = 0,5 t.$$

Je nach Laschenstärke gerade oder wellenförmige Begrenzung, rechts bzw. links. In diesem Falle die Ausführung derart, daß die Nietzahl der zweiten Reihe halb so groß ist als die der ersten; wegen des großen Nietabstandes, Verstemmens und der Abdichtung weniger günstig. Je Nietteilung kommen 2 Nietquerschnitte in Betracht. Bei Berechnung auf Abscherung statt auf Gleitwiderstand sind maßgebend die Forderung der Beschränkung der Anstrengung entspr.  $2 \cdot 0,25 \pi d^2 \cdot k_s \geq 0,5 p D t$  und des Lochleibungsdruckes  $k_l$ , Pressung zwischen Nietschaft und Lochwand, nach Maßgabe  $k_l \cdot s \cdot d \geq 0,5 p D t$ .

Vgl. unter „Stahlbau“.

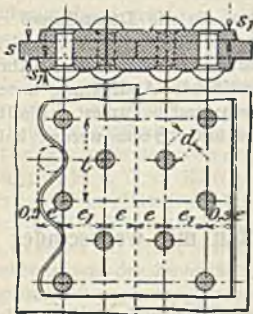


Abb. 95.

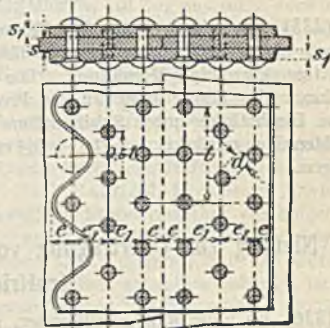


Abb. 96.

(333) Zweischnittige, dreireihige Vernietung, Abb. 96.

$$s_1 = 0,8 s; \quad d = \sqrt{5 s} - 0,7; \quad t = 6 d + 2.$$

Nach der links dargestellten Ausführung kommen für die Nietteilung 5 Niete, nach Ausführung rechts 6 Niete in Betracht. Beschränkung der Werkstoffanhäufung auf Kosten zusätzlicher Biegebbeanspruchung durch verschieden breite Laschen.



Beispiel. Bestimmung von Blechstärke, Längs- und Rundnaht für einen Dampfkessel 2500 Durchmesser, 12 Atm. Überdruck. Flußblech mit  $K_2 = 4400 \text{ kg/cm}^2$ . Gewählt zweischnittige zweireihige Vernietung:  $k_2 = 4400:4 = 1100 \text{ kg/cm}^2$ . Mit Schätzwert  $(t-d):t = 0,75$  folgt  $s = \frac{250 \cdot 12}{2 \cdot 1100} \cdot \frac{1}{0,75} + 0,17 = 20 \text{ mm}$  und damit  $d = \sqrt{5,2} - 0,6 = 25 \text{ mm}$ . Nach

DIN 123 Ausführung mit 26 mm Nietlochdurchmesser und 25 mm Robnietdurchmesser. Die Nietteilung beträgt  $t = 3,5 \cdot 2,6 + 1,5 = 106 \text{ mm}$  und damit  $(t-d):t = (106-26):106 = 0,75$ .

Der Gleitwiderstand je  $\text{cm}^2$  Nietquerschnitt berechnet sich zu

$$k_n = \frac{1}{2} 250 \cdot 12 \cdot 10,6 : (2 \cdot 0,25 \cdot 2,6^2 \pi) = 1500 \text{ kg/cm}^2.$$

Das ist zu groß. Entweder Verminderung der Nietteilung auf  $t = 78 \text{ mm}$  oder Entscheidung für dreireihige Laschnietung.

Rundnaht, zweireihig überlappt. Nietteilung  $t = 2,6 \cdot 2,6 + 1,5 = 83 \text{ mm}$ ; dieser entsprechen  $(2500 + 20) \pi : 83 \sim 96$  Niete. Damit wird  $t = 2520 \pi : 96 = 82,47 \text{ mm}$  und

$$k_n = \frac{1}{2} 250 \cdot 0,25 \pi \cdot 250^2 \cdot 12 : (2 \cdot 0,25 \pi \cdot 2,6^2) = 480 \text{ kg/cm}^2.$$

**Auf Zug beanspruchte Niete** für Anschlüsse von Stützen, Krümmer, Domen u. a. an Gefäßwände sollen mit höchstens 150 bis 200  $\text{kg/cm}^2$  beansprucht werden.

**(334) Wahl der Vernietung.** Die Blechbeanspruchung in Richtung der Kesselachse ist ungefähr halb so groß als senkrecht dazu; daher weisen im allgemeinen Längsnähte eine größere Reihenzahl auf als Rundnähte. Wegen der zusätzlichen Biegungsbeanspruchung im Falle Überlappungsnetzung wird diese für Längsnähte bei Blechstärken über 12 mm nach Möglichkeit, u. U. auch schon darunter vermieden. Deshalb kommen für hohe Dampfspannungen, sofern überhaupt Vernietung in Frage steht, bzw. für große Durchmesser nur 2 schnittige Vernietungen für die Längsnähte in Betracht, die auch für Rundnähte verwendet werden müssen, wenn die Beanspruchung in Richtung der Kesselachse dies fordert. Im übrigen ist zu beachten, daß die Nietnähte des durch Böden geschlossenen, im Betriebe befindlichen Kessels zusätzliche Belastungen erfahren können, denen vorsichtigerweise beim Entwurfe Rechnung zu tragen ist.

## Dichte Nietung.

**(335)** Abgesehen von großen Wasserbehältern, die wie Dampfkessel zu berechnen sind, erhalten derartige Gefäße, Gasometer, Schornsteine, meist einschneidige, einreihige Vernietung. Die Blechstärke ist mehr durch Abrosten als durch die innere oder äußere Pressung bestimmt. Abdichtung unterhalb 6 mm Blechstärke unter Zuhilfenahme von Leinwand, Papier, Bindfaden, mit Mennige getränkt.  $t = 3d + 0,5 \text{ cm}$ . Niete unter 8 mm werden kalt geschlagen.

## Nietung zur Übertragung von Kräften mit wechselnder Krafrichtung.

**(336)** Im Falle kalt geschlagener, stramm eingetriebener Niete liegen diese mit Pressung an: Berechnung auf Leibungsdruck mit  $k_1 = 400 \text{ kg/cm}^2$ . Sofern der Nietquerschnitt mit  $320 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht wird, gilt im Falle einreihiger Überlappungsnetzung  $P \leq 320 \cdot 0,25 \pi d^2 = 400 d \cdot s$ , woraus folgt

$$d = 1,6s \text{ und } s = 0,625d.$$

Diese Ausführung ist teuer, namentlich im Falle größerer Nietdurchmesser: nicht über 26 mm. Deshalb und wegen der Notwendigkeit, den Blechschluß durch einige warm eingezogene Niete herbeizuführen, wird neuerdings die kalte Nietung durch warme ersetzt, die mit  $k_n = 200 \text{ kg/cm}^2$  bzw.  $k_n = 350 \text{ kg/cm}^2$

für ein- bzw. zweischnittige Verbindung berechnet wird. Vgl. hierüber C. Bach, Die Wasserräder, Stuttgart 1886, die Berechnung einer Wasserradachse betr. Über „Feste Nietung“ s. Abschnitt „Stahlbau“.

## Schweißen und Löten.

(337) Von Vorteil, wenn die Materialanhäufung durch Laschen Wärmespannungen und damit Undichtheiten befürchten lassen, die gegenüber gepreßten, (verflüssigten), Gasen nicht immer ohne weiteres erkennbar sind oder für Gefäße zum Aufbewahren von Säuren, gegenüber denen die Stemmkanten und Nietköpfe nicht erfolgreich geschützt werden können; als Ersatz der Vernietung bzw. Verschraubung in der Blechbearbeitungsindustrie, im Stahlbau und in der Installationstechnik (Rohrleitungen) und als Wiederherstellungsverfahren (Beseitigung von Schäden, Fehlern u. dgl.). Über die technologische Seite der im Gebrauch befindlichen Verfahren und ihre Verwendungsmöglichkeit vgl. Diegel, „Das Schweißen und Hartlöten mit besonderer Berücksichtigung der Blechschweißung“, V. d. V. z. B. d. G. 1908, S. 323 u. ff. und Schimpke-Horn, „Praktisches Handbuch der gesamten Schweißtechnik“, I und II, Berlin 1924, Julius Springer.

### Schweißen.

(338) Vgl. DIN 1910 bis 1912. Die infolge Schweißens möglichen Veränderungen des Werkstoffs, örtliche Erhitzung des Randes und Spannungen infolge Zusammenziehens des flüssig gewesenen Zusatzmaterials im Falle autogener Schweißung, namentlich hinsichtlich der Zähigkeit und die damit verknüpfte Empfindlichkeit der Schweißstelle gegenüber Zug- und Biegungsbeanspruchungen sind der Grund für die Bestimmung in den Bauvorschriften für Landdampfkessel, daß mit Wassergas oder im Koksfeuer geschweißte, überlappte Nähte (Zug- und Biegungsbeanspruchung), nur zulässig sind, wenn das betr. Stück nachträglich sachgemäß ausgeglüht wird und daß unter den gleichen Bedingungen Gas- oder elektrische Schmelzschweißung nur zulässig sind bei auf Zug und nicht vorwiegend auf Biegung beanspruchten Teilen. Außerdem sind in diesem Falle die auf Zug beanspruchten Schweißnähte durch Laschen zu verstärken, welche die auftretenden (rechnerisch bestimmbaren) Kräfte zu übertragen vermögen. Diese Einschränkungen sind gegenstandslos z. B. für Hochdruckwasserleitungen und allgemein in den Fällen, in denen erhebliche Temperaturschwankungen fehlen. Über Prüfungsergebnisse der mit geschweißten Stäben ausgeführten Festigkeitsversuche vgl. außer der oben genannten Quelle noch F. A. Heft 83, 84 und Bach-Baumann, F. u. G. d. K. 1921, S. 74 ff. Nach Bach, M. E. 1921, S. 299 ist die Zugfestigkeit sorgfältig überlappt geschweißter Stäbe ungefähr derjenigen des ungeschweißten Werkstoffs, die Bruchdehnung d. h. Zähigkeit an der Schweißstelle dagegen oft recht erheblich geringer. Der Umstand, daß die Güte der Schweißung von der Zuverlässigkeit des Schweißers erheblich abhängt, ist Veranlassung, daß nach den Deutschen Bauvorschriften für Dampfkessel (1928) die Festigkeit überlappter Feuerschweißungen bis zu 0,7 der Werkstoff-Festigkeit gerechnet werden darf. Wenn die Güte der Schweißarbeit durch Versuche nachgewiesen wird, darf bei Koksfeuerschweißung bis zu 0,8, bei Wassergasschweißung bis zu 0,9 gegangen werden. Dagegen darf bei Schmelzschweißung die Festigkeit nur bis zu 0,5 der Werkstoff-Festigkeit in Rechnung gestellt werden und ist Erhöhung dieses Wertes unter den vorher genannten Bedingungen bei neuen Kesseln auf 0,55, bei Ausbesserungsarbeiten in Sonderfällen bis auf 1,0 statthaft. Die Festigkeit von Stumpf-, Keil- und dgl. Feuerschweißungen für Kesselnähte darf mit 0,3 der Werkstoff-Festigkeit, bei besonders guter Ausführung von Keilschweißungen bis zu 0,6 gerechnet werden. In allen Fällen dürfen die Schweißungen nicht auf Biegung beansprucht werden.



## Löten.

(339) **Hartlöten.** Vgl. DIN 1710, Silberlot für feinere Arbeiten im Falle Messings mit 58<sup>0</sup>/<sub>0</sub> und mehr Kupfer, sowie für Kupfer- und Bronzestücke und DIN 1711, Schlag- (Hart-)Lote für Messing mit mehr als 60<sup>0</sup>/<sub>0</sub> Kupfer, ferner Kupferlegierungen, Eisenbandagen. Als Ersatz für Vernietungen bei Eisenblechen bis zu 6 mm Dicke bei Betriebstemperaturen bis zu 200<sup>0</sup>. Die verhältnismäßig niedrigen Löttemperaturen beeinflussen die Festigkeit und Zähigkeit der Werkstoffe nicht wesentlich. Die Widerstandsfähigkeit der Verbindung gegen Abgleiten, nicht auf Zug oder Biegung, hängt ab von der Art des Lotes und der Größe der Überlappung. Diegel hat bei einem zähen Hartlot (Kupfer-Zinklegierung) eine Bruchfestigkeit von 1400 bis 1900 kg/cm<sup>2</sup> der Lötfläche festgestellt.

Mit dem unteren Grenzwert folgt die Größe der Überlappung  $e \geq \frac{s \cdot K_z}{1400} \approx 3s$ .

Aus Herstellungsgründen wird  $e > 3s$  etwa  $e = (5 - 6)s$  ausgeführt. Nach Diegel beträgt die Widerstandsfähigkeit hart gelöteter Behälter das  $\frac{2}{3}$ - bis 2fache derjenigen der autogen geschweißten.

Weichlote zur Übertragung nur geringer Kräfte oder zur Abdichtung.

## Schrumpfen.

(340) Vgl. auch DIN WAN 25. Die Schrumpfung beruht auf der Kraftwirkung, die verknüpft ist mit der gehinderten Zusammenziehung erkaltender Ringe oder Bänder oder Klammern, Abb. 97 bis 100. Verwendung zur Verbindung mehrteiliger Stücke unter sich, z. B. Kranz und Nabe von Rädern, Fundamentrahmen u. a., oder einteiliger Stücke mit anderen, z. B. Aufschumpfen von Bandagen, von Kurbel auf Welle, Zapfen in Kurbel u. a.

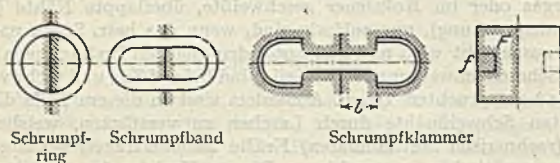


Abb. 97—100.

Mit dem Aufschumpfen ist eine elastische Zusammendrückung des betr. Maschinenteils  $M$ , etwa innerhalb der Länge  $l$ , Abb. 99, und eine elastische Verlängerung der Schrumpfkammer  $K$  verknüpft. Sind  $S_k$  und  $S_m$  die nach dem Erkalten der Verbindung im Ruhezustande,  $S'_k$  und  $S'_m$  die im Betriebszustande auftretenden Kräfte, so gilt  $S_k = S_m$  oder im Falle gleichmäßiger

Spannungsverteilung  $\frac{\lambda_k}{l} \frac{1}{\alpha_k} f = \frac{\lambda_m}{l} \frac{1}{\alpha_m} F$ . Die in der Teilfuge der Verbindung wirksame

Kraft ist  $S_m$ . Die zu übertragende (Umfangs-)Kraft  $S$  verursacht eine zusätzliche Klammerverlängerung  $\lambda$  derart, daß  $S_k' = S_k + \frac{\lambda}{l} \frac{1}{\alpha_k} f$  und eine Verminderung der Zusammen-

drückung um den gleichen Betrag, womit die Fugenschlußkraft folgt zu  $S'_m = S_m - \frac{\lambda}{l} \frac{1}{\alpha_m} F$ ;

das Gleichgewicht fordert  $S_k' - S_m' = S = \frac{\lambda}{l} \left( \frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m} \right)$ . Gesicherter Fugenschluß bedingt  $S'_m > 0$ , d. h.  $\lambda_m > \lambda = \psi \lambda_m$  mit  $\psi < 1$ . Damit wird

$$S = \psi \frac{\lambda_m}{l} \left( \frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m} \right) \quad \text{oder} \quad \psi \frac{\lambda_m}{l} = S : \left( \frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m} \right),$$

$$S_k = \frac{S}{\psi} : \left( 1 + \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k} \right) \quad \text{und} \quad S_k' = \frac{S}{\psi} \left( 1 + \psi \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k} \right) : \left( 1 + \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k} \right).$$



Wird gesetzt  $S_k' = \beta S$ , so folgt  $\beta = \frac{1}{\psi} \left( 1 + \psi \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k} \right) : \left( 1 + \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k} \right)$ ; für  $\frac{\alpha_m}{\alpha_k} = \frac{1}{850000} : \frac{1}{2000000} = 2,35$ ,  $\frac{f}{F} = \frac{1}{20}$ ,  $\psi = 0,75$  wird  $\beta = 1,33 \frac{1 + 0,75 \cdot 0,05 \cdot 2,35}{1 + 0,05 \cdot 2,35} = 1,29$  und damit  $S_k' = 1,29 S$ ,  $S_k = 1,19 S$  und  $S_m' = 0,29 S$ .

Wie ersichtlich, ist  $\beta = 1,29$  nur wenig vom Wert 1;  $\psi = 1,33$  verschieden, dessen Zugrundelegung im Sinne sicherer Rechnung liegt.

$S_k'$  bedingt die Abmessungen der Schruppklammer. Für  $S = 10000$  kg und  $k_2 = 1000$  kg/cm<sup>2</sup> folgt unter obigen Voraussetzungen, namentlich auch hinsichtlich  $\frac{f}{F}$ .  $l = 12900 : 1000 = 12,9$  cm<sup>2</sup>.

Das Schruppmaß  $l$  entspricht vor dem Schrupfen der Baulänge  $l$ , die Klammerlänge ist  $l(1 - \Delta)$ ; nach dem Erkalten sind die entsprechenden Längen

$$l(1 - \varepsilon_m) = l(1 - \alpha_m \sigma_m) \text{ und } l(1 - \Delta)(1 + \varepsilon_k) \approx l(1 - \Delta + \varepsilon_k) = l(1 - \Delta + \alpha_k \sigma_k).$$

Zufolge deren Gleichheit gilt  $\Delta = \varepsilon_m + \varepsilon_k = \alpha_m \sigma_m + \alpha_k \sigma_k = \frac{\lambda_m + \lambda_k}{l}$ ; für das gewählte Beispiel wird

$$\Delta = \alpha_m \frac{S_m}{F} + \alpha_k \frac{S_k}{f} = \frac{S_k}{f} \left( \alpha_k + \frac{f}{F} \alpha_m \right) = \frac{11900}{12,9} \left( \frac{1}{2000000} + \frac{1}{20} \frac{1}{850000} \right) \approx \frac{1}{1950}.$$

Die erforderliche Erwärmung um  $t^\circ$  würde mit  $\alpha_w = 1:80000$  (Wärmeausdehnungszahl) aus

$$\Delta = \alpha_w \cdot t \text{ zu } t = \Delta : \alpha_w = \frac{1}{1950} : \frac{1}{80000} \sim 40^\circ$$

folgen. In Wirklichkeit muß das Schruppmaß  $l$  größer sein, da die Berührungsflächen zwischen Schruppklammer und Maschinenteil nicht bearbeitet werden und zunächst eine gewisse, nicht verfolgbare Oberflächenzusammendrückung stattfindet. Infolgedessen muß auch die Erwärmung höher sein als  $40^\circ$ .

Abgesehen von den gemachten und für Klammern einigermaßen zutreffenden Voraussetzungen ist aus den am Schlusse des Beispiels genannten Gründen der Schrupf reichlich zu bemessen und deshalb für den aufzuschruppenden Teil ein zäher Werkstoff mit hoher Streckgrenze (bei der in Betracht kommenden Temperatur) zu wählen.

Über Versuche zur Bestimmung der Größe von Schruppkräften s. Bergmann-Mitteilungen 1926, Heft 2, S. 27 u. ff. Vgl. außerdem M. B. 1923, S. 358 und S. 526; 1925, S. 572 und Mitt. N. D. I. 1923, Heft 8 und 19.

## Zahnräder.

Die hierunter fallenden Begriffe, Bezeichnungen, Kurzzeichen, aufgestellt vom NDI sind im Normblatt DIN 868 und im DIN Taschenbuch 12, S. 169 u. ff. zusammengestellt. Sie werden nach Möglichkeit in der Folge benutzt.

(341) Die Zahnräder finden Verwendung als Mittel zur Bewegungs- und Kraftübertragung zwischen sich drehenden Wellen, die parallel sein können, sich schneiden oder kreuzen. Dementsprechend erhalten die Zahnräder als Grundformen

den Zylinder: zylindrische oder Stirnradgetriebe;

den Kegel: Kegel- oder konische Rädergetriebe,

des Hyperboloid oder der Zylinder: Schraubgetriebe entweder als hyperbolische Räder oder als zylindrische Schraubräder oder als Schnecke mit Schneckenrad (Schneckengetriebe).

(342) Verzahnungsgesetz. In Abb. 101 projizieren sich die treibende Welle in  $O_1$ , die getriebene in  $O_2$ , mit ihnen verbunden seien die Radflanken  $F_1$  und  $F_2$  mit dem augenblicklichen Berührungspunkt  $B$ . Sind  $\omega_1$  und  $\omega_2$  die Winkelgeschwindigkeiten der Räder, so besitzt  $B$  die Umfangsgeschwindigkeiten

$u_1 = \overline{O_1 B} \cdot \omega_1$  und  $u_2 = \overline{O_2 B} \cdot \omega_2$  jeweils senkrecht zu  $\overline{O_1 B}$  bzw.  $\overline{O_2 B}$ . Deren Komponenten senkrecht zu den Flanken und tangential dazu sind

$$c'_n = u_1 \cos \alpha_1, \quad c''_n = u_2 \cos \alpha_2 \quad \text{bzw.} \quad c'_t = u_1 \sin \alpha_1, \quad c''_t = u_2 \sin \alpha_2.$$

Der Antrieb des Rades 2 durch das Rad 1 bedingt, wenn von den elastischen Formänderungen abgesehen wird,

$$c''_n = c'_n \quad \text{d. h.} \quad u_2 \cos \alpha_2 = u_1 \cos \alpha_1 \quad \text{oder} \quad \overline{O_2 B} \cdot \omega_2 \cos \alpha_2 = \overline{O_1 B} \cdot \omega_1 \cos \alpha_1$$

oder auch

$$\omega_1 : \omega_2 = n_1 : n_2 = \rho_2 : \rho_1 = \overline{O_2 O} : \overline{O_1 O} = R_2 : R_1.$$

$\omega_1 : \omega_2 = n_1 : n_2 =$  Winkelgeschwindigkeit oder Umlaufzahl der treibenden Welle : Winkelgeschw. oder Umlaufz. d. getr. Welle  $= i$  heißt Übersetzungsverhältnis. Die jeweilige Berührungsnormale der Flanken teilt den Achsenabstand  $a = \overline{O_1 O_2}$  nach Maßgabe des Übersetzungsverhältnisses  $i = R_2 : R_1$ . Für  $i = \text{konst.}$  liegt der Teilpunkt  $O$  fest und damit folgt das allgemeine Verzahnungsgesetz: Die jeweilige Berührungsnormale der Flanken muß im Falle kon-

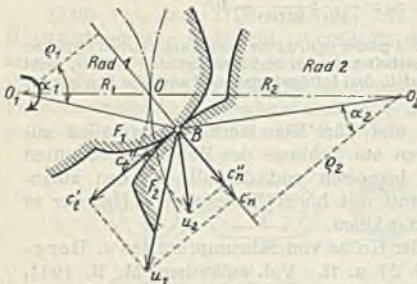


Abb. 101. Zur Ableitung des Verzahnungsgesetzes.

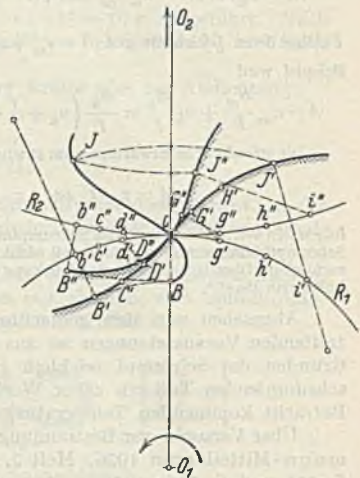


Abb. 102. Reuleaux'sche Verzahnungsaufgabe.

stanten Übersetzungsverhältnisses immer durch den nämlichen Punkt  $O$  der Mittellinie  $O_1 O_2$  gehen, der bestimmt ist durch  $\overline{O_2 O} : \overline{O_1 O} = i$ . Die durch  $O$  gehenden Kreise mit den Halbmessern  $R_1$  und  $R_2$  heißen Teilkreise, sie besitzen zufolge

$$i = \omega_1 : \omega_2 = R_2 : R_1 \quad \text{also} \quad R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$$

gleiche Umfangsgeschwindigkeit, sie rollen aufeinander ohne zu gleiten.

Damit folgt die Lösung der Reuleaux'schen Verzahnungsaufgabe.

Gegeben die Teilkreise  $R_1$  und  $R_2$  beider Räder und die Flanke  $F_1$  des Rades 1; die korrekt arbeitende Gegenflanke  $F_2$  (für konstantes Übersetzungsverhältnis  $i = R_2 : R_1$ ) zu ermitteln. Lege die gegebene Flanke, Abb. 102 durch  $O$ , errichte in verschiedenen Punkten  $B', C', \dots, H', J'$  derselben Profillote und bestimme deren Fußpunkte  $b', c', \dots, h', j'$  mit dem Teilkreis  $R_1$ . (Im Interesse der zeichnerischen Genauigkeit wurde die gegebene Flanke aus Kreisbögen bestehend angenommen, deren Mittelpunkte für die <sup>außerhalb</sup> innerhalb der betr. Teilkreise befindlichen Flanken-  
teile <sup>innerhalb</sup> außerhalb der Teilkreise liegen.) Damit z. B.  $B', J'$  zur Berührung gelange ist



Rechts  
Links drehung des Rades erforderlich, bis  $b'$  nach  $O$  fällt; Berührung erfolgt in  $B_J$ , bestimmt durch die konzentrischen Kreise durch  $J'$  und die Abstände  $b' B'$   $i' J'$  von  $O$ . Die Aufeinanderfolge  $B, C \dots H, J$  ist der geometrische Ort der Zahnberührung, die Eingriffslinie. In  $B_J$  berühren sich  $B'$  der gegebenen Flanke mit  $B''$ , der gesuchten, wenn die Räder zurückgedreht werden um  $\widehat{O\hat{b}'} = \widehat{O\hat{b}''}$  bzw. um  $\widehat{O\hat{i}'} = \widehat{O\hat{i}''}$ ; dabei gelangen die Profillote  $b' B' = b'' B''$  in  $OB$  zur Deckung. Es liegen somit  $B''$  auf konzentrischen Kreisen durch  $J$  um  $O_2$  in den Abständen  $OB = b' B'$  von  $O_1$ , bestimmt durch  $\widehat{O\hat{b}''} = \widehat{O\hat{b}'}$  bzw.  $\widehat{O\hat{i}''} = \widehat{O\hat{i}'}$ . Damit ist die korrekt arbeitende Gegenflanke über den Weg der Eingriffslinie punktweise bestimmt.

Als Einhüllende ergibt sie sich nach dem Verfahren von Poncelet wie folgt, Abb. 103. Den Profilloten in  $B' \dots J'$  entsprechen die Fußpunkte  $b' \dots i'$  und diesen die entsprechenden Punkte  $b'' \dots i''$ , die bestimmt sind durch  $\widehat{O\hat{b}''} = \widehat{O\hat{b}'}$   $\dots \widehat{O\hat{i}''} = \widehat{O\hat{i}'}$ . Die Kreisbögen um  $b'' \dots i''$  mit den Halbmessern  $\overline{b' B' \dots i' J'}$  hüllen die gesuchte Flanke ein.  $B'' \dots J''$  sind die Berührungspunkte dieser Kreisbögen mit der Flanke.

Abb. 102 läßt erkennen, daß der Berührungspunkt entlang der Flanken wandert, bei der treibenden von  $B'$  nach  $J'$  hin (vom Zahnfuß nach Zahnkopf), beim getriebenen von  $B''$  nach  $J''$  hin (vom Zahnkopf nach Zahnfuß), entsprechend der Bewegung auf der Eingriffslinie von  $B$  nach  $J$ . Zuzufolge stetigen Verlaufs der Flanken sind brauchbare, dem Verzahnungsgesetz entsprechende Elemente nur so lange zu erwarten, als sich die Eingriffslinie von den Teilkreisen stetig entfernt.

(343) Der gegebenen Flanke entspricht nur eine korrekt arbeitende Gegenflanke, beiden ist die Eingriffslinie gemeinsam. Daher sind auch durch diese die ihr entsprechenden Flanken eindeutig bestimmt und es drängt sich die Frage auf nach der Gestalt der Flanken für gesetzmäßig verlaufende, mathematisch bestimmte Eingriffslinien. Als geometrischer Ort der Zahnberührung ist die Eingriffslinie auch die absolute Bahn des Berührungspunktes, dessen absolute Geschwindigkeit  $c'$  Tangente an die Eingriffslinie ist; der Berührungspunkt als Radpunkt besitzt eine dem Halbmesser  $R'_1$  entsprechende Umfangs(Führungs-)geschwindigkeit  $u' = R'_1 \omega_1$  senkrecht zu  $R'_1$  und als Flankenpunkt eine (Relativ) Geschwindigkeit  $w'$  entlang den Flanken. Nach (160) ist stets  $c' = u' + w'$ .

(344) Die Eingriffslinie bestehe aus in  $O$  sich berührenden Kreisen  $r_1$  und  $r_2$  mit Mittelpunkten auf  $O_1, O_2$ . Abb. 104. Die Berührungspunkte  $B_v$  und  $B_h$ , bestimmt durch  $\varphi_v$  und  $\varphi_h$ , haben nach Vor-

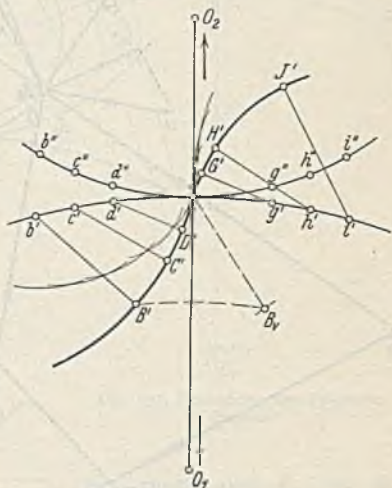


Abb. 103. Verfahren von Poncelet.



stehendem die aus Abb. 104 ersichtlichen Geschwindigkeiten, jeweils senkrecht zu den entsprechenden Dreieckseiten. Es folgt

vor der Mittenlinie für das treibende Rad

$$c' = u' B_v S'_h : B_v O_1 = \omega_1 \overline{O O_1} = \omega_1 R_1$$

hinter der Mittenlinie für das getriebene Rad

$$c'' = u'' B_h S''_h : B_h O_2 = \omega_2 \overline{O O_2} = \omega_2 R_2.$$

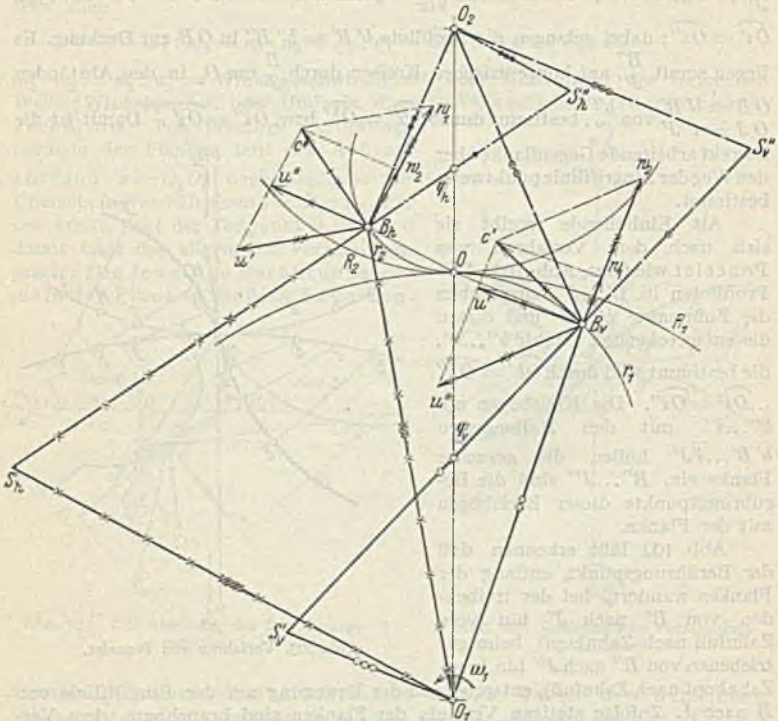


Abb. 104. Geschwindigkeitsverhältnisse der Zykloidenverzahnung.

Der Berührungspunkt wandert längs der Eingrifflinie mit konstanter Geschwindigkeit = Teilkreisgeschwindigkeit. Während also der Berührungspunkt von  $B_v$  nach  $O$  wandert, Abb. 105, dreht sich der Teilkreis um den Bogen  $\widehat{O'_t O} = \widehat{B_v O}$ , in  $B_v$  steht das Flankenelement senkrecht zu  $O B_v$ , in  $O$  verläuft es radial; demjenigen in  $B_v$  entspricht das in  $O'_t$  und bei Raddrehung um  $O_1$  derart, daß  $O'_t$  nach  $O$  gelangt, kommt  $B_v$  nach  $B'$  zu liegen, das im Schnitt des um  $O_1$  konzentrischen Kreises durch  $B_v$  und des in  $(O'_t)$  berührenden Kreises  $r_1$  liegt, bestimmt durch  $\widehat{B_v O} = \widehat{O(O'_v)}$ . Übereinstimmende Unterteilung von  $\widehat{B_v O}$  und  $\widehat{O(O'_v)}$  und Wiederholung des Verfahrens lassen erkennen, daß die innerhalb  $R_1$  verlaufende Flanke  $F_1$  entsteht durch (linkssinniges) Abrollen von  $r_1$  in  $R_1$ . Entsprechend folgt die außerhalb  $R_1$  verlaufende Flanke  $F_2$  durch (rechtsinniges) Abrollen von  $r_2$  auf  $R_1$ . Die Flanken mit Kreisbogeneingriffslinie und Wendetangente in  $O$  senkrecht zu  $O_1 O_2$  sind Zykloiden, vgl. (94).

(345) Entwicklung der Zykloiden. Annahme des Winkels  $\varphi_v$  zu 30 oder 45 oder 60° (einfach zu zeichnen), und Bestimmung von  $\varphi_h$  derart, daß  $r_1 \varphi_v = r_2 \varphi_h$  wird. Festlegung von  $B_h$  mittels Sehne  $OB_h = 2 r_2 \sin \frac{\varphi_h}{2}$ .

Bestimmung von  $(O_v')$  (links von  $O_1, O_2$ ) bzw.  $(O_h'')$  (rechts von  $O_1, O_2$ ) derart, daß  $B_v O = O(O_v')$  bzw.  $O B_h = O(O_h'')$  mittels der Sehnen. Dann kommen bei Links- bzw. Rechtsdrehung  $O_v'$  und  $(O_h'')$  in  $O$  zur Deckung. Gleiche Unterteilung liefert entsprechende in  $O$  zusammenfallende Punkte. Die Flankenpunkte  $B_v'$  liegen auf konzentrischen Kreisen durch die  $B_v$  um  $O_1$ , jeweils im Abstände  $(O_v')B' = OB_v$  von  $(O_v')$  für  $F_1$  bzw. von  $O_h''$  für  $F_2$  und  $(O_h)B = OB_h$  von  $(O_h'')$  für  $F_2$  und von  $O_v'$  für  $F_1$ .

(346) Die Eingrifflinie bestehe aus einer Geraden durch  $O_1$ , unter  $90 - \alpha$  gegen  $O_1 O_2$  geneigt, Abb. 106. Die

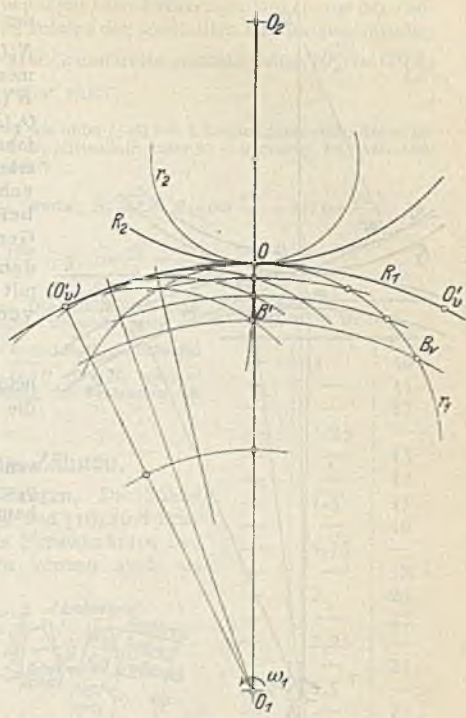


Abb. 105. Entstehung der Zykloidenflanken.

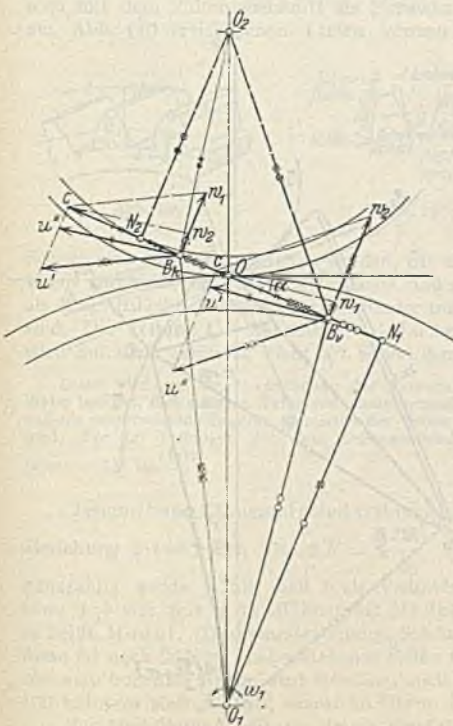


Abb. 106. Geschwindigkeitsverhältnisse der Evolventenverzahnung.

Berührungspunkte  $B_v$  und  $B_h$  sind bestimmt durch die Abstände  $x_v$  und  $x_h$  von  $O$ , sie besitzen die aus Abb. 106 ersichtlichen Geschwindigkeiten. Aus der Ähnlichkeit der angedeuteten Dreiecke folgt

$$c = u' N_1 O_1 : B_v O_1 = \omega_1 N_1 O_1 = \omega_1 R_1 \cos \alpha = \omega_1 q_1$$

und ebenso

$$c = \omega_2 R_2 \cos \alpha = \omega_2 q_2.$$

Die Absolutgeschwindigkeit  $c$  des Berührungspunktes ist konstant und gleich der Umfangsgeschwindigkeit eines Kreises vom Radius  $q = R \cos \alpha$ . Während der Berührungspunkt von  $B_v$  nach  $O$  wandert, Abb. 107, dreht sich

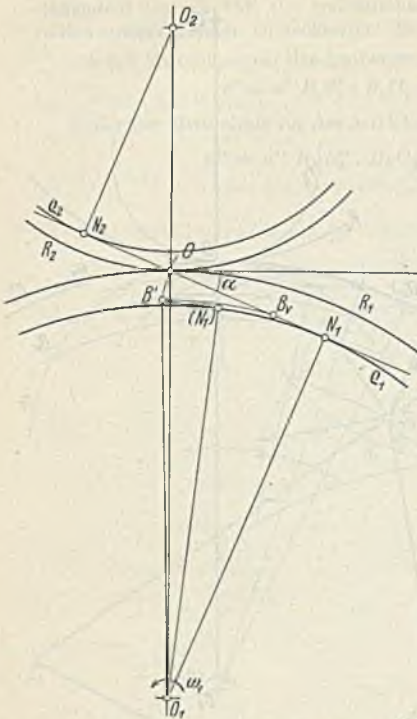


Abb. 107. Entstehung der Evolventen.

winklig am Grundkreis an in einem Punkte  $N'_0$ , bestimmt durch

$$\widehat{N_1 N'_0} = \widehat{N_1 O}$$

oder

$$\varrho_1 \widehat{\psi} = R_1 \sin \alpha,$$

folglich

$$\widehat{\psi} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Einteilung von  $\widehat{N_1 O}$  und  $\widehat{N_1 N'_0}$  je in die gleiche Anzahl gleicher Teile liefert der Reihe nach die Punkte  $(N_1)$ , d. h. die Mittelpunkte der Kreisbögen mit den Halbmessern  $\widehat{N_1 B_v}$ . Die Punkte  $B'$  liegen auf den Tangenten in  $(N_1)$  und auf den zu  $O_1$  konzentrischen Kreisbögen durch  $B_v$  (Kontrolle).

der Kreis  $\varrho_1 = \widehat{O_1 N_1}$  um den Bogen  $N_1(N_1) = \widehat{B_v O}$  und gelangt das Element in  $B_v$  nach  $B'$  bestimmt durch  $B'(N_1) = \widehat{B_v N_1}$  (senkrecht zu  $O_1(N_1)$ ). Die Wiederholung des Verfahrens für andere Punkte  $B_v$  läßt erkennen, daß die Flanke  $F_1$  beschrieben wird vom Punkte  $O$  beim Ab- bzw. Aufwickeln der Geraden  $N_1 O$  von dem bzw. auf den Kreis  $\varrho_1 = \widehat{O_1 N_1}$ . Die Flanken mit gerader Eingriffslinie sind Evolventen, vgl. (94). Der Kreis

$$\varrho_1 = R_1 \cos \alpha$$

heißt Grundkreis, durch ihn ist die Evolvente eindeutig bestimmt.

(347) Entwicklung der Evolventen. Mit  $R_1, R_2$  und  $\alpha$  sind auch  $\varrho_1 = R_1 \cos \alpha$  und  $\varrho_2 = R_2 \cos \alpha$  bekannt, die Evolvente setzt recht-

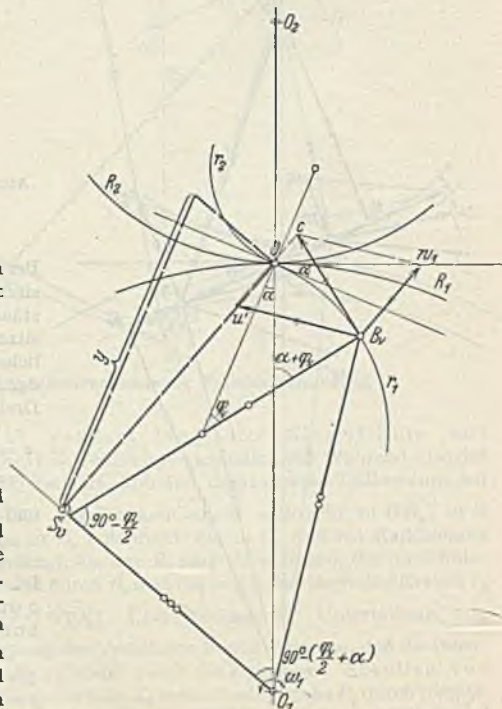


Abb. 108. Geschwindigkeitsverhältnisse einer allgemeinen Verzahnung.



(348) Die Entwicklung der Zykloiden- bzw. Evolventenflanken aus der Eingrifflinie gestaltet sich einfach, weil zufolge der konstanten Absolutgeschwindigkeit die Bogen, um welche die Teil- bzw. Grundkreise zu drehen sind,  $(\widehat{O'_v O} = O(O'_v))$  bzw.  $N_1(\widehat{N_1} = B_v O)$  leicht bestimmbar sind.

Beispiel. Die Eingrifflinie setze sich wie unter (344) aus 2 Kreisen zusammen, deren gemeinsame Tangente wie unter (346) gegen die Mittellinie unter  $90 - \alpha$  geneigt sei, Abb. 108. Der Vergleich der angedeuteten Dreiecke liefert

$$c = u' \overline{B_v S_v'} : O_1 B_v = \omega_1 \overline{B_v S_v'} \quad \text{womit} \quad \overline{B_v S_v'} = R_1 \left( \cos \frac{\varphi_v}{2} + \alpha \right) : \cos \frac{\varphi_v}{2};$$

daher 
$$c = \omega_1 R_1 \cos \left( \frac{\varphi_v}{2} + \alpha \right) : \cos \frac{\varphi_v}{2} = \omega_1 \cdot x$$

also nicht konstant, weil abhängig von  $\varphi_v$ . Die weitere Verfolgung des praktisch keine Bedeutung besitzenden Beispiels hätte die Zeit  $t$  zu ermitteln, innerhalb deren der Bogen  $\widehat{B_v O}$  durchlaufen wird, die mittels der Beziehung  $R_1 \omega_1 t = \widehat{O'_v O}$  den  $B_v$  entsprechenden Teilkreispunkt liefert. Wiederholung des Verfahrens für verschiedene Punkte  $B_v$ .

### Stirnräder mit geraden Zähnen.

(349) Zahnform und -abmessungen. Die Zähne geradzahziger Stirnräder, Abb. 109 und 110, sind Prismen mit dem Zahnquerschnitt als Normalschnitt. Die aus Abb. 110 ersichtlichen Linien können auch als



Abb. 109.



Abb. 110.

Spuren von Flächen angesehen werden, die als Teilriß-, Kopf- und Fußzylinder, als Zahnfläche und nach (342) als Eingrifffläche, Roll- und Grundzylinder anzusprechen sind. Die Teilung  $t =$  Zahndicke  $s +$  Lückenweite  $w$  wird auf dem Teilkreis, nicht als Sehne gemessen.

Diese wird zur ev. Verzeichnung der Verzahnung in der Weise benutzt, daß mehrere Teilungen zusammengefaßt werden und die entsprechende Bogenlänge mittels der Sehne abgetragen wird. Für  $(z)$  Teilungen mit dem Teilungswinkel  $\tau$  wird die Sehne  $= 2R \sin \frac{(z)\tau}{2}$ .

Teilung  $t$  und Zähnezahl  $z$  sind verbunden durch die Beziehung  $z \cdot t = 2R\pi$ , also  $2R = z \cdot \frac{t}{\pi}$ . Damit  $2R$

ganzzahlig werde wählt man  $t$  als Vielfaches von  $\pi$ , etwa  $t = m\pi$  mit  $m$  in Millimetern: Modulteilung,  $m$  heißt Modul, (Durchmesserteilung, Stichzahl). Für diese ist nach DIN 780 nebenstehende Reihe festgesetzt. Für große, nach Schablone zu hobelnde Räder wird bisweilen auch für  $2R$  ein rundes, durch 50 oder 100 teilbares Maß gewählt, womit im allgemeinen auch keine Modulteilung folgt.

Für Modulteilung gilt als Norm: Kopfhöhe  $= m$ , das Kopfspiel  $s_k$  beträgt nach DIN 867 (0,1 – 0,3)  $m$ , je nach Herstellungsverfahren und Sonderbedürf-

| Modul $m$ in mm |      |    |
|-----------------|------|----|
| —               | 1    | 10 |
| —               | —    | 11 |
| —               | —    | 12 |
| —               | 1,25 | —  |
| —               | —    | 13 |
| —               | —    | 14 |
| —               | 1,5  | 15 |
| —               | —    | 16 |
| —               | 1,75 | —  |
| —               | —    | 18 |
| —               | 2    | 20 |
| —               | —    | 22 |
| —               | 2,25 | —  |
| —               | —    | 24 |
| —               | 2,5  | —  |
| —               | —    | 27 |
| —               | 2,75 | 30 |
| 0,3             | 3    | —  |
| —               | 3,25 | —  |
| —               | —    | 33 |
| (0,35)          | 3,5  | —  |
| —               | —    | 36 |
| —               | 3,75 | —  |
| —               | —    | 39 |
| 0,4             | 4    | —  |
| —               | —    | 42 |
| (0,45)          | 4,5  | 45 |
| 0,5             | 5    | 50 |
| (0,55)          | 5,5  | 55 |
| ,6              | 6    | 60 |
| 0,65            | 6,5  | 65 |
| 0,7             | 7    | 70 |
| —               | —    | 75 |
| 0,8             | 8    | —  |
| 0,9             | 9    | —  |

nissen. Damit ist die Fußtiefe bestimmt, (vielfach  $1\frac{1}{8} m$ ). Für andere als Modulteilung ist meistens üblich: Kopfhöhe =  $0,3 t$ , Fußtiefe =  $0,4 t$ , entspr. dem Kopfspiel  $s_k = 0,1 t$ . Für bearbeitete Zähne ist die Zahndicke  $s$  gleich oder wenig kleiner als  $0,5 t$ , im Falle un bearbeiteter Zähne ist vielfach üblich  $s = \frac{19}{40} t$ ,  $w = \frac{21}{40} t$  entspr. einem Flankenspiel  $s_f = \frac{1}{20} t$ . Die Fußecken sind stets ausgerundet, die Kopfecken scharfkantig oder abgerundet, je nach dem Bearbeitungsverfahren.

## Zykloidenverzahnung.

(350) Entwicklung und Grundbegriffe. Gegeben, Abb. 111,  $t = 20\pi$ , also  $m = 20$ , Übersetzung  $i = z_2 : z_1 = 20 : 16$ . Gefunden:  $R_1 = 0,5 \cdot 16 \cdot 20 = 160$  mm,  $R_2 = 0,5 \cdot 20 \cdot 20 = 200$  mm. Gewählt  $r_1 = r_2 = 64$  mm =  $0,4 \cdot 160$ . Gleiche Rollkreise sind nicht unbedingt erforderlich. Häufig wird  $r_1 : R_1 = r_2 : R_2 = z$  gesetzt mit  $z \leq 0,4$ .

Durch Rechtsrollen von  $r_2$  auf  $R_1$  entstehen Kopfflanke  $F'_k$ , Fußflanke  $F''_k$ , durch Linksrollen von  $r_1$  auf  $R_2$  entstehen Fußflanke  $F'_k$ , Kopfflanke  $F''_k$ . Die Punkte  $a', a'' \dots e', e''$  entsprechen einander, d. h. kommen beim Abrollen zur Deckung, die durch — — — angedeuteten Profilote sind jeweils gleich groß und kommen zur Deckung, wenn die entsprechenden Fußpunkte nach  $O$  fallen. Diese sind bestimmt durch die konzentrischen Kreise um  $O_1$  bzw.  $O_2$  durch die auf den Rollkreisen gewählten Punkte  $\square$ . Abtragung von Teilung (durch Sehne für mehrere Teilungen), von Zahnstärke, Verzeichnung der Zahnmittellinien und der symmetrischen Flanken. Kopfkreis (Kopfhöhe =  $m$  oder gleich  $0,3 t$ ) und Fußkreis (Fußtiefe  $1\frac{1}{8} m$  oder gleich  $0,4 t$ ), bestimmen den Zahnquerschnitt. Das durch die Kopfkreise begrenzte Stück der Eingriffslinie  $\widehat{AOE}$  heißt Eingriffslänge; für das betrachtete Zahnepaar beginnt der Eingriff in  $A$ : Berührung von treibendem Fuß und getriebenem Kopf. Vor der Mittellinie  $O_1O_2$ , also während des Absolutweges  $\widehat{AO}$  des Berührungspunktes, dringt der getriebene Kopf in die treibende Lücke ein, er wirkt stemmend,

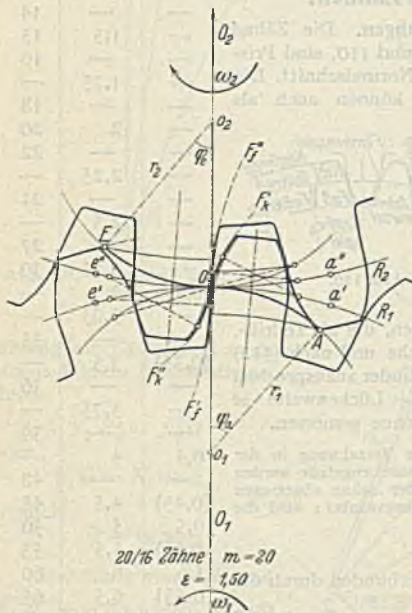


Abb. 111. Zykloidenverzahnung.

(Nachteilig, deshalb Abrundung der Kopfkante zweckmäßig.) Hinter der Mittellinie, also auf dem Wege  $\widehat{OE}$ , zieht sich der treibende Kopf aus der getriebenen Lücke heraus, er wirkt streichend, Ende des Eingriffes in  $E$ . Sind  $A, a'$  und  $a''$  bzw.  $E, e'$  und  $e''$  entsprechende Punkte, so ist  $\widehat{AOE} = \widehat{a'e'} = \widehat{a''e''}$ . Bogen  $\widehat{a'e'}$  heißt Eingriffsbogen, er muß notwendig größer sein als die Teilung. Damit folgt



Eingriffbogen = Eingrifflänge =  $\varepsilon$  = Überdeckungsgrad (nach DIN 868)  
 Teilung

oder Eingriffdauer (in Zeiteinheiten, in denen die Teilung durchlaufen wird),  
 oder Durchschnitzzahl  $> 1$ . Sie wird angenähert durch Abgreifen (Rekti-  
 fikation von  $\widehat{AOE}$ ) oder genau durch Rechnung folgendermaßen bestimmt. Im  
 Dreieck  $O_1 A O_2$  ist  $\cos \varphi_a = [(R_1 + r_1)^2 + r_1^2 - (R_2 + h)^2] : 2 r_1 (R_2 + r_1)$ ; damit  
 folgt  $\varphi_a$ , ebenso  $\varphi_e = \arccos \{[(R_1 + r_2)^2 + r_2^2 - (R_1 + h)^2] : 2 r_2 (R_1 + r_2)\}$   
 und schließlich  $\widehat{AOE} = r_1 \widehat{\varphi}_a + r_2 \widehat{\varphi}_e$ . Für das Beispiel wird  $\varepsilon = 1,50$ . Für  
 die doppelten Zähnezahlen und hal-  
 ber Teilung (gleichbleibende Halb-  
 messer) wird  $\varepsilon' = 62,8 : 10 \pi = 2,00$ .

Mit zunehmender Zähnezahl und  
 entsprechend abnehmender Teilung  
 nimmt  $\varepsilon$  zu. Durch Abwicklung von  
 $\widehat{AOE}$  und Auftragung der jeweils  
 im Eingriff befindlichen Zahnepaare  
 als Ordinaten folgt das Eingriff-  
 Schaubild, Abb. 112, in dem die  
 Höhe des über  $t$  stehenden flächen-  
 gleichen Rechtecks die Durchschnitzzahl  
 $e$  darstellt. Es folgt

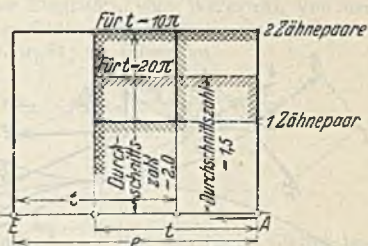


Abb. 112. Eingriff-Schaubild.

$$i = [(e - t) \cdot 2 + (2t - e) \cdot 1] : t = e : t.$$

Für  $t = 10 \pi$  sind dauernd 2 Zähne im Eingriff; ruhigerer Gang der Räder.

(351) Kraftverhältnisse, Abb. 113. Bestimmung unter alleiniger Berück-  
 sichtigung der Gleitreibung und Annahme der Übertragung durch nur 1 Zahnepaar.  
 Rechnerisch. Im Punkte  $B_v$  wirken auf das treibende Rad  $R_1$  die Kräfte  
 $N$  und  $\mu N$ , wie ausgezogen angedeutet; mittels der Momentengleichungen hin-  
 sichtlich  $O_1$  und  $O_2$

$$N \cdot R_1 \cos \frac{\varphi_v}{2} - \mu N \left( R_1 \sin \frac{\varphi_v}{2} - 2 r_1 \sin \frac{\varphi_v}{2} \right) = P_1 R_1$$

und  $N \cdot R_2 \cos \frac{\varphi_v}{2} - \mu N \left( R_2 \sin \frac{\varphi_v}{2} + 2 r_1 \sin \frac{\varphi_v}{2} \right) = P_2 R_2$  folgen

$$\frac{P_2}{P_1} = \eta = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \left( 1 + \frac{2 r_1}{R_2} \right)}{1 - \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \left( 1 - 2 \frac{r_1}{R_1} \right)} = \text{Wirkungsgrad der Verzahnung in } B_v;$$

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \eta = \mathfrak{B} = \frac{2 \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \cdot r_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{1 - \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \left( 1 - 2 \frac{r_1}{R_1} \right)} = \text{verhältnism. Arbeitsver-  
lust in } B_v.$$

$$P_1 - P_2 = P_2 \cdot \frac{2 \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \cdot r_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{1 - \mu \operatorname{tg} \frac{\varphi_v}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{2 r_1}{R_2} \right)} = \text{die auf den Teilkreis bezogene  
Zahnreibung in } B_v.$$

Zeichnerisch. In  $B_h$  wirkt der Zahndruck  $Z$  derart, daß er auf das  
 Rad  $R_2$  eine Reibungskomponente im Sinne des Herausziehens des treibenden  
 Kopfes aus der getriebenen Lücke liefert. Die Antragung der gegebenen  
 Umfangskraft  $P_2$  im Schnittpunkt der  $Z$ -Richtung mit dem Teilkreis  $R_2$  liefert



den Zahndruck  $Z$  und dessen radiale Komponente  $P''_r$ , die auf die Welle und deren Lager abgesetzt wird. Der gleiche Zahndruck  $Z$  wirkt auf das Rad  $R_1$  in entgegengesetzter Richtung (als Widerstand). Schneidet diese den Teilkreis  $R_1$ , so ist ähnlich wie vorher zu verfahren. Es folgen  $P_1$ ,  $P_1 - P_2$ ,  $\frac{P_2}{P_1}$  und  $1 - \frac{P_2}{P_1}$ .

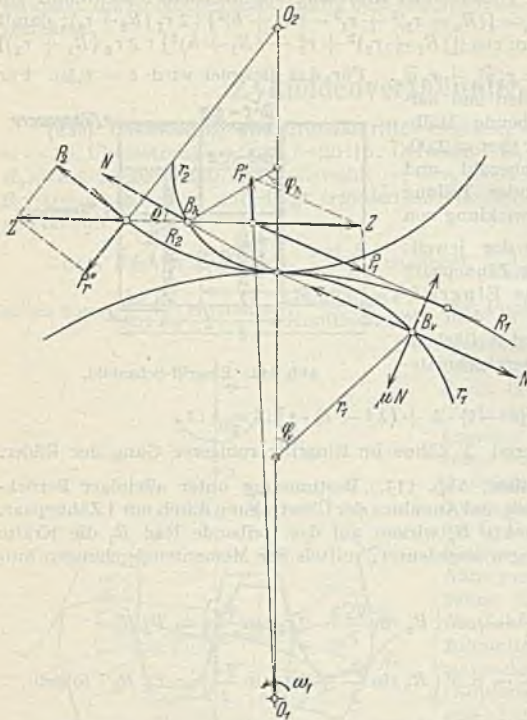


Abb. 113. Kraftverhältnisse für die Zykloidenverzahnung.

$\eta$  und  $\mathfrak{B}$  als Ordinaten in den einzelnen Punkten der abgewinkelten Eingriffslänge liefert die entsprechenden Kurven, mittels deren die Mittelwerte im Verlaufe des Eingriffes folgen.

(352) **Gleit- und Abnutzungsverhältnisse.** Aus Abb. 104 folgt für Berührungspunkt  $B_v$ :

$$w_1 = c \cdot \overline{O_1 S'_v} : \overline{B_v S'_v} = \omega_1 \cdot \overline{O_1 S'_v} = 2 \omega_1 (R_1 - r_1) \sin \frac{\varphi_v}{2}$$

und

$$w_2 = c \cdot \overline{B_v S''_v} : \overline{O_2 S''_v} = \omega_2 \cdot \overline{B_v S''_v} = \omega_2 \cdot 2 (r_1 + R_2) \sin \frac{\varphi_v}{2}$$

sowie

$$\begin{aligned} w_2 - w_1 &= 2 r_1 \sin \frac{\varphi_v}{2} (\omega_1 + \omega_2) = \text{Gleitgeschwindigkeit im Punkte } B_v \\ &= x_v (\omega_1 + \omega_2) = x_v u \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Vgl. Büchner, Beitrag zur Kenntnis der Abnutzungs- und Reibungsverhältnisse der Stirnzahnräder, Z. 1902, S. 159 u. ff.

Schneidet aber die  $Z$ -Richtung den Teilkreis  $R_1$  nicht, so kann man von irgend einem Punkte derselben die Tangente an den Teilkreis  $R_1$  ziehen, in deren Richtung  $P_1$  wirksam ist. Die Zerlegung von  $Z$  in Komponenten in Richtung dieser Tangente und in Richtung des Halbmessers (durch  $O_1$ ) liefert  $P_1$  und  $P'_r$ . Die Verfolgung des gleichzeitigen Eingriffes zweier Zahnepaare und Bestimmung der Einzelzahndrucke ist ein statisch unbestimmtes Problem, das mit dem eben erörterten das plötzliche Auftreten der Umfangskraft im Eingriffsbeginn und deren rasch sich vollziehende Änderung im Verlaufe des Eingriffes gemeinsam hat: dynamische Kraftwirkung, Schwingungen, u. U. Stöße<sup>1)</sup>. Die Auftragung der Werte  $P_1 - P_2$ ,

Ebenso für  $B_2$ :

$$w_1 - w_2 = 2 r_2 \sin \frac{\varphi_h}{2} (\omega_1 + \omega_2) = x_h (\omega_1 + \omega_2) = x_h u \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Die Gleitgeschwindigkeit ist proportional dem Halbmesser des Rollkreises, dem Abstand des Berührungspunktes von  $O$  und der Summe der Winkelgeschwindigkeiten. Ihr entspricht eine sekundliche Reibungsarbeit, die sich in Erwärmung und Abnutzung äußert. Unter Annahme, daß sie nur Abnutzung im Gefolge hat und sich gleicherweise auf beide Räder verteilt, sind die Abnutzungstiefen abhängig von der Betriebsdauer (Zahl der Eingriffe), vom Werkstoff, von der Reibungszahl und insbesondere von der Größe der Flächen, die in jedem Augenblick proportional sind  $w_1 dt$  bzw.  $w_2 dt$ ; sie folgen zu

$$\Delta_1 = \kappa_1 \mu N \frac{(w_2 - w_1) dt}{b w_1 dt} \cdot \tau \cdot n_1 = \kappa_1 \mu N \frac{w_2 - w_1}{w_1} n_1 \frac{\tau}{b}$$

und

$$\Delta_2 = \kappa_2 \mu N \frac{w_1 - w_2}{w_2} n_2 \frac{\tau}{b},$$

worin  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  Werkstoffkonstanten und  $\frac{w_2 - w_1}{w_1}$  das spezifische Gleiten be-

deuten. Die Reibungszahl  $\mu$  hängt ab von der Oberflächenbeschaffenheit der Flanken, dem Schmiermittel und der Art der Schmierung (Tropf-, Ölbad-, Ölstrahlschmierung), von der Pressung, die strenggenommen abhängig ist vom Normaldruck und der Flankenkrümmung und gewöhnlich beurteilt wird an Hand des Ausdrucks  $\frac{P}{b}$  bzw.  $\frac{P}{\varepsilon b}$ . Das spezifische Gleiten folgt zu

$$\frac{w_2 - w_1}{w_1} = \gamma'_e = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} \frac{r_1}{R_1 - r_1} = \left( 1 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \frac{1}{R_1 : r_1 - 1} = \text{konstant},$$

weil unabhängig von  $\varphi_v$ ,

$$\frac{w_2 - w_1}{w_2} = \gamma''_e = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_2} \frac{r_1}{R_2 + r_1}$$

und ebenso

$$\gamma'_h = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} \frac{r_2}{R_1 + r_2}, \quad \text{so wie} \quad \gamma''_h = \frac{\omega_1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{r_2}{R_2 - r_2}.$$

Es ist unter sonst gleichen Umständen um so größer, je kleiner  $\frac{R_1}{r_1} > 1$ , je größer also  $r_1$  im Verhältnis zu  $R_1$  ist, ein Ergebnis, das unmittelbar aus Abb. 111 abgelesen werden kann. Die der Abnutzung unterworfenen Teile der Fußflanken werden durch die Kreise durch  $A$  und  $E$  um  $O_1$  bzw.  $O_2$  begrenzt. Je größer  $r_1$  und  $r_2$ , um so näher rücken  $A$  und  $E$  an die Teilkreise, um so kleiner sind die benutzten Stücke der Fußflanken, um so größer das Gleiten und die Abnutzung. Je größer die Rollkreise  $r_1$  und  $r_2$ , um so größer die Eingriffslänge, um so größer die durchschnittliche Zahl der eingreifenden Zahnepaare, um so kleiner der durchschnittliche Normaldruck. Für Triebwerkkräder entscheidet man sich für große Rollkreise,  $2r$  bis  $0,8R$  und sucht die Abnutzung zu beschränken durch reichliche Bemessung der Zahnbreite. Die dem Beispiel Abb. 111 entsprechenden Abnutzungstiefen im Falle gleichen Werkstoffes für beide Räder und unter Annahme nur eines übertragenden Zahnepaares läßt Abb. 114 erkennen. Längs der Kopf- und Fußflanken ändert sich die Abnutzungstiefe nur nach Maßgabe der Veränderlichkeit des Normaldruckes, die bei einer zwischen 2 und 1 oder 3 und 2 wechselnden Eingriffzahl un stetig und kleiner ist als bei der vorausgesetzten Übertragung durch

nur 1 Zahnpaar. Vom Punkte  $a'$  der abgenutzten Flanke  $F'_1$  ab wird der Zahnfuß begrenzt durch die Relativbahn, welche die (abgenutzte) Kopfkante des Gegenrades beim Abwälzen von  $R_2$  auf  $R_1$  beschreibt. Sie wird eingehüllt durch die Kreisbogen mit Halbmessern  $a''k, b''k \dots$  um die Mittelpunkte  $a', b' \dots$ . Der gekreuzt schraffierte Querschnitt wird durch die in die treibende Lücke eindringende Kopfkante  $K''$  nach und nach weggestemmt: Stemmwirkung, unter Umständen Radkranzbrüche.

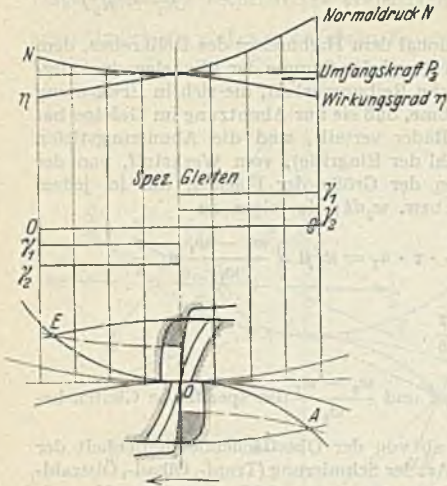


Abb. 114. Spez. Gleiten und Abnutzungstiefen bei Zykloidenverzahnung.

für den ungehinderten Durchgang des Zahnkopfes. Vor der Mittellinie kämmt Kopfflanke  $F''_k$  mit Punkt  $O$  des Rades  $R_1$ , hinter ihr die Kopfflanke  $F'_k$  mit  $O$  von  $R_2$ . Starke Abnutzung der Flankenelemente in Nähe der Teilkreise. Verwendung im Hebezeugbau.

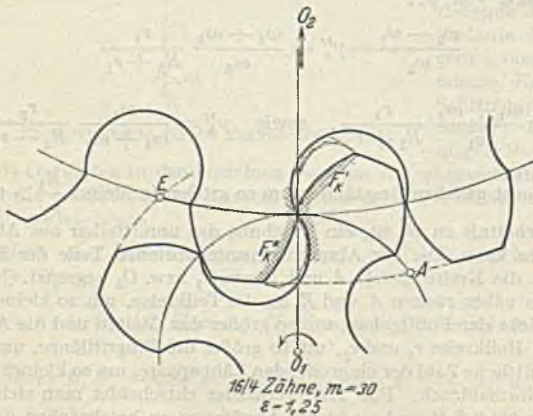


Abb. 115. Punktverzahnung.

(354) Sollen die paarweise korrekt zusammenarbeitenden Räder gleicher Teilung untereinander gepaart werden können, so müssen die Eingriffslinien kongruent und hinsichtlich  $O$  symmetrisch sein: Satz räder. Wird die kleinste Zahnzahl zu  $z = 11$  und weiter festgesetzt, daß für das 11 zählige Rad die Fußflanke radial



verlaufen soll, so folgt aus  $2r = R = 11t : 2\pi \quad r = 2,75z : \pi = 0,875t$ .  $z_{\min} = 11$  entspricht der Forderung, daß die Zähne nicht spitz werden. Nach dem unter (352) Gesagten wird für Triebwerkräder  $r$  erheblich größer gewählt, also auf den Satzradcharakter verzichtet.

## Evolventenverzahnung.

(355) Gegeben, Abb. 116,  $t = 20\pi$ , Übersetzung  $i = 16:28$ . Gefunden  $R_1 = 280$ ,  $R_2 = 160$  mm. Entsprechend der Norm sei  $\alpha = 20^\circ$ . Damit folgt  $q_1 = 280 \sin 70^\circ = 263,113$ ,  $q_2 = 160 \sin 70^\circ = 150,35$  mm. Durch Auf- und Abwickeln der Erzeugenden  $\overline{ON_1}$  bzw.  $\overline{ON_2}$  auf die bzw. von den Grundkreisen  $O_1N_1 = q_1$  und  $O_2N_2 = q_2$  entstehen die Evolventenflanken. Bestimmung von  $N'_0$  derart, daß  $\overline{N_1N'_0} = \overline{N_1O}$ , vgl. 347. Einteilung von  $\overline{N_1N'_0}$  und  $\overline{N_1O}$  je in die gleiche Anzahl gleicher Teile: Punkte  $B'_c$  und  $B'_c$ . Dann muß sein  $\overline{B'_cB'} = \overline{B'_cO}$  (tangential an Kreis  $q_1$ )  $= \overline{B'_cO}$ . In den Punkten  $N_1$  und  $N_2$  gelangen die Fußpunkte der Evolventenflanken zur Berührung. Ist  $R(1 - \cos \alpha) =$  Abstand von Teil- und Grundkreis kleiner als die Fußtiefe, so wird entweder die Flanke innerhalb des Grundkreises radial verlaufend oder nach Maßgabe der Relativbahn der Zahnkopfkante des Gegenrades mit etwas Spielzuge ausgebildet. Verzeichnung der Zahnmittellinien und der symmetrischen Flanken, des Kopf- und Fußkreises. Damit liegen die Zahnquerschnitte fest.

Eingrifflänge  $\overline{AOE}$  durch Kopfkreise bestimmt.

Überdeckungsgrad (Eingriffdauer, Durchschnit-

zahl)  $i = \overline{AOE} : \left(\frac{q}{R} \cdot t\right) = \overline{AOE} : (t \cos 20^\circ) > 1$ . Für das Beispiel folgt  $i = 1,57$ . Rechnerisch ergibt sie sich zu

$$\varepsilon = \overline{AOE} : (t \cos \alpha) = (N_1R + AN_2 - N_1N_2) : (t \cos \alpha)$$

$$= \left[ \sqrt{(R_1 + h)^2 - (R_1 \cos \alpha)^2} + \sqrt{(R_2 + h)^2 + (R_2 \cos \alpha)^2} + (R_1 + R_2) \sin \alpha \right] : (t \cos \alpha)$$

und für Modulteilung

$$\varepsilon = \left( \sqrt{\left(\frac{z_1 + 1}{2 \cos \alpha}\right)^2 - \left(\frac{z_1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{z_2 + 1}{2 \cos \alpha}\right)^2 - \left(\frac{z_2}{2}\right)^2} - \frac{z_1 + z_2}{2} \operatorname{tg} \alpha \right) : \pi.$$

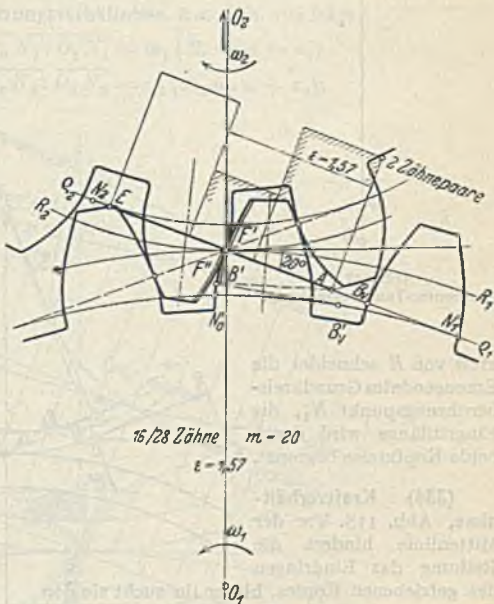


Abb. 116. Evolventenverzahnung.

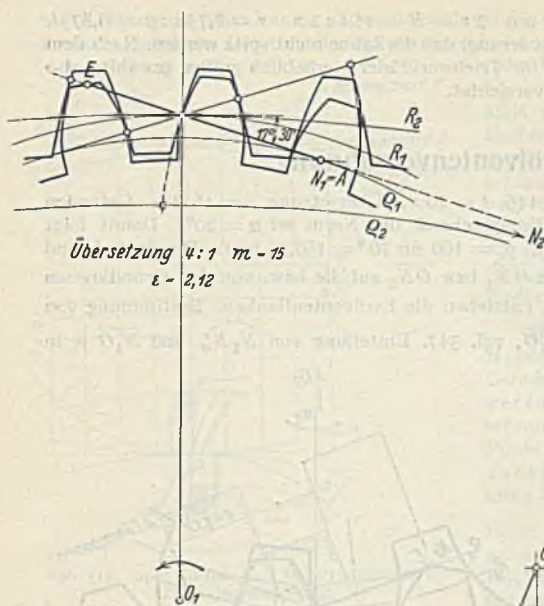


Abb. 117.

Evolventen-Innenverzahnung.

kreis von  $R$  schneidet die Erzeugende im Grundkreisberührungspunkt  $N_1$ , die Eingrifflänge wird durch beide Kopfkreise begrenzt.

(356) Kraftverhältnisse, Abb. 118. Vor der Mittenlinie hindert die Reibung das Eindringen des getriebenen Kopfes, hinter ihr sucht sie den getriebenen Fuß im Sinne des Herausziehens des treibenden Kopfes mitzunehmen. Damit folgen unter den (351) gemachten Voraussetzungen die Momentengleichungen

$$P_2 R_2 = N \cdot R_2 \cos \alpha - \mu N (R_2 \sin \alpha + x_v)$$

und

$$P_1 R_1 = N \cdot R_1 \cos \alpha - \mu N (R_1 \sin \alpha - x_v)$$

also

$$\frac{P_2}{P_1} = \eta = \frac{1 - \mu \left( \operatorname{tg} \alpha + \frac{x_v}{\rho_2} \right)}{1 - \mu \left( \operatorname{tg} \alpha - \frac{x_v}{\rho_1} \right)}$$

= Wirkungsgrad der Verzahnung in  $B_v$ ;

Das Eingriff-Schaubild kann unmittelbar über der Eingriffslinie entwickelt werden, Abb. 116. Bei fehlendem Flankenspiel müssen sich die symmetrischen Flanken auf der entsprechenden Eingriffslinie berühren, entweder unmittelbar oder in ihrer Verlängerung: Genauigkeitsprüfung.

Für die Zahnstange ist  $R = \infty$ ; damit wird auch  $\rho = \infty$ . Die Evolventen gehen über in Gerade, senkrecht zur Eingriffslinie. Abb. 117 zeigt ein Beispiel der Innenverzahnung für  $\alpha = 17^\circ 30'$ . Der Kopf-

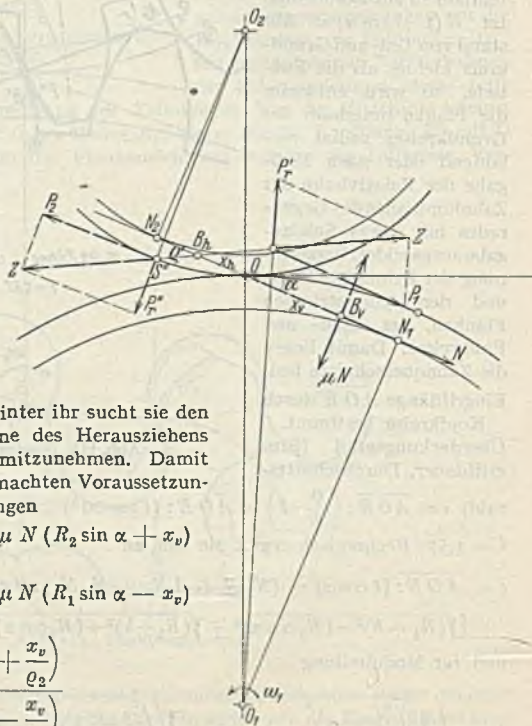


Abb. 118. Kraftverhältnisse für die Evolventenverzahnung.





Entsprechend folgt hinter der Mittellinie  $O_1 O_2$

$$w_1 - w_2 = x_h (\omega_1 + \omega_2); \quad \frac{w_1 - w_2}{w_1} = \gamma'_h = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} \frac{x_h}{R_1 \sin \alpha + x_h};$$

$$\frac{w_1 - w_2}{w_2} = \gamma''_h = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_2} \frac{x_h}{R_2 \sin \alpha - x_h}.$$

Die Gleitgeschwindigkeit ist proportional der Summe der Winkelgeschwindigkeiten und den Abständen des Berührungspunktes von  $O$ , deren Größtwerte den Schnittpunkten der Kopfkreise mit der Erzeugenden entsprechen. Für  $x_p = R_1 \sin \alpha$  bzw.  $x_h = R_2 \sin \alpha$  wird das spezifische Gleiten in den äußersten Flankenelementen des treibenden bzw. getriebenen Fußes unendlich groß. Daher empfiehlt es sich, den Eingriff ausreichend nach  $N_1$  beginnen und vor  $N_2$  endigen zu lassen. In Abb. 119 sind für obiges Beispiel das spezifische Gleiten und die Abnutzungszähne der Zähne dargestellt.

**(358) Eigenschaften der Evolventenverzahnung.** Zu einem Grundkreis gehört nur eine Evolvente, diese ist also durch  $q = R \cos \alpha$  eindeutig bestimmt. Zuzufolge

$R \cos \alpha = q = \text{konst.}$  gibt es unendlich viele, dem Verzahnungsgesetz gehorchende Teilkreise  $R'$ , denen ebenso viele Winkel  $\alpha'$  zugehören. Auf dem Teilkreise  $R$  ist im Falle fehlenden Flankenspiels Zahnstärke = Lückenweite, und damit Zahnstärkenwinkel = Lückenwinkel; von ihm aus werden die Kopfhöhe  $h = m$  und die Fußtiefe, vielfach  $\sqrt[3]{6} m$ , angetragen. Auf den Teilkreisen  $R'$  ist diese Gleichheit nicht vorhanden und sind auf sie bezogen Zahnhöhe und Fußtiefe nicht normal. Daher werden der Teilkreis  $R$  auch als Modulkreis, die anderen Teilkreise  $R'$  als Paßkreise angesprochen. Zuzufolge der alleinigen Abhängigkeit der Flanken von  $q = R \cos \alpha = R' \cos \alpha'$  dürfen die Achsenabstände  $O_1 O_2$  unbeschadet korrekten Eingriffes innerhalb gewisser Grenzen vergrößert, oder bei vorhandenem Flankenspiel verringert werden. Die Grenzen sind gezogen durch die Forderung ausreichender Eingriffsdauer rücksichtlich ruhigen Ganges bzw. durch diejenige genügenden Kopfspieles. Das im Falle Vergrößerung des Achsenabstandes auftretende Flankenspiel berechnet sich an Hand der Abb. 120

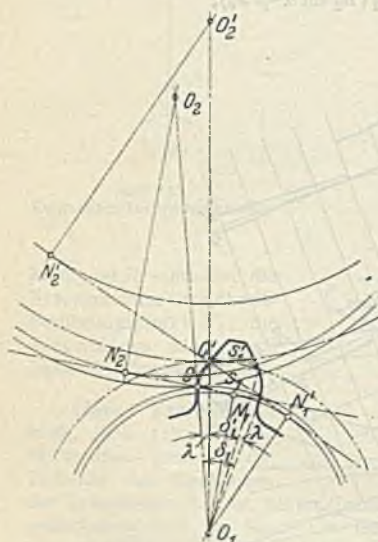


Abb. 120. Zur Berechnung des Flankenspiels.

wie folgt. Es ist  $\delta = (R \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha' - R \sin \alpha) : R \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha$  und aus  $\lambda + \alpha' = \alpha + \delta$  folgt  $\lambda = \alpha - \alpha' + \operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha$ . Mit  $R' = R \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$  ergibt sich die Zahnstärke auf dem Kreise  $R'$  zu

$$2 R' \left( \frac{\pi}{2z} - \lambda \right) = 2 R \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \cdot \left( \frac{\pi}{2z} - \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \alpha' - \operatorname{tg} \alpha' \right),$$

also die Verschwächung  $= 2 R \left[ \frac{\pi}{2z} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \cdot \left( \frac{\pi}{2z} - \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \alpha' - \operatorname{tg} \alpha' \right) \right]$ .

Der Vergrößerung von  $R$  auf  $R'$  entspricht eine solche des Achsenabstandes  $O_1O_2$  um  $\Delta$ . Für die zusammenarbeitenden Räder gilt daher  $R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2 + \Delta$  und  $R'_2 : R'_1 = R_2 : R_1 = i$ . Hieraus folgen

$$R'_1 = \frac{a}{1+i} + \frac{\Delta}{1+i} = R_1 + \frac{\Delta}{1+i}; \quad \text{ sowie } \quad R'_2 = R_2 + i \frac{\Delta}{1+i},$$

und weiter

$$\cos \alpha' = \frac{R_1}{R_1 + \frac{\Delta}{1+i}} \cos \alpha = \frac{R_2}{R_2 + i \frac{\Delta}{1+i}} \cos \alpha.$$

Damit kann die Verschwächung auf dem Teilkreis  $R'_1$  bestimmt werden. Entsprechend folgt diejenige auf dem Teilkreis  $R'_2$  und damit das Flankenspiel.

Für das Beispiel unter (355) wird z. B. für  $\Delta = 5$  mm,

$$\cos \alpha' = \cos 20^\circ \cdot \frac{280}{280 \frac{5}{1+i}} = 0,92913, \quad \alpha' = 21^\circ 42', \quad R'_1 = 280 + \frac{5}{i+i} = 283,182 \text{ mm},$$

$$i = \pi/180 (20 - 21^{42}/60) + 0,39795 - 0,36397 = 0,00431 \quad \text{ oder } \quad i = 14',82.$$

$$\text{Die Zahnbreite für Rad } R'_1 \text{ ist } 2 \cdot 283,182 \left( \pi : 56 - 14,82/60 \cdot \frac{\pi}{180} \right) = 29,264.$$

Entsprechend Zahnstärke für Rad  $R'_2 = 30,378$ , ferner Teilung auf Kreis  $R'_1 = 20 \pi \cdot 283,182/280 = 63,546$  und Flankenspiel  $\Delta = 63,546 - (29,264 + 30,378) = 3,904$  mm.

Abb. 116 und die Gleichung für  $\varepsilon$  lassen erkennen, daß dieses mit wachsendem Teilkreis, d. h. mit der Zähnezah, zunimmt und mit zunehmendem Winkel  $\alpha$  abnimmt. Der Größtwert von  $\varepsilon$  folgt für zwei zusammenarbeitende Zahnstangen mit Modulteilung zu

$$\varepsilon_{\max} = \frac{2 m / \sin \alpha}{m \pi \cos \alpha} = 4 : \pi \sin 2 \alpha, \quad \text{ also für } \alpha = 20^\circ, \quad \varepsilon_{\max} = 1,99.$$

Der innerhalb des Grundkreises liegende Teil der Fußflanke hat mit Evolventenverzahnung nichts gemein; er kommt für die Zahnberührung nicht in Frage, solange der Kopfkreis des (größeren) Gegenrades die Erzeugende innerhalb  $N_1N_2$  oder äußerstenfalls in  $N_1$  schneidet. Im andern Falle treten u. U. Eingriffstörungen auf, die der Art nach Abb. 121, mit  $\alpha = 15^\circ$ , erkennen läßt.

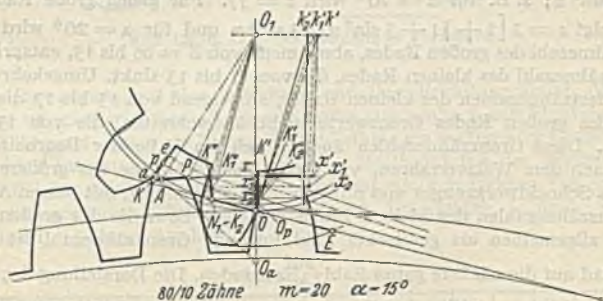


Abb. 121. Eingriffstörungen. Unterschnitt.

Das Beispiel, Abb. 121, gilt für 10/80 Zähne,  $\alpha = 15^\circ$ , normale Zahnabmessungen, radiale Fußflanke des treibenden Rades  $R_1$  innerhalb des Grundkreises  $o_1$ . Die relative Bahn  $\bar{a}e$  der Zahnkopfkante  $K$  liegt innerhalb des Fleisches des treibenden Zahnes, die störungsfreie Be-



wegungsübertragung von  $R_1$  auf  $R_2$  bedingt die Aussparung desselben nach der Kurve  $\widehat{ae}_2$ , in deren Punkten Berührung von  $K$  mit dem treibenden Rade stattfindet: Unterschritt des Rades  $R_1$ . Die Zahnberührung ist somit nicht nur auf die Eingriffslinie beschränkt, die Drehungsübertragung erfolgt gleichförmig unter den früher gemachten Voraussetzungen. Bei fehlendem Unterschritt setzt die Kopfkante an der treibenden Flanke in  $a$  auf die Berührungsnormale, Tangente an den Grundkreis, schneidet  $O_1O_2$  in  $O_a$ . Das Übersetzungsverhältnis ist von da ab nicht mehr  $O_2\bar{O} : \bar{O}_1\bar{O}$ , sondern  $O_2O_a : \bar{O}_1O_a$ , es ist kleiner, das Rad  $R_1$  läuft bei gleichbleibender Umlaufzahl  $n_1$  schneller, die im Eingriff voreilenden Flanken kommen zum Abheben, wenn ausreichender Flankenspielraum vorhanden ist bzw. zum Drängen, u. U. Bruch, wenn das Flankenspiel fehlt. Der Berührungspunkt  $K$  wandert auf dem Kopfkreis durch  $K$  um  $O_2$ . Innerhalb des Grundkreises berühren sich z. B.  $p$  und  $K$  in  $P$ ; Berührungsnormale ist  $\overline{PO}_p$ , senkrecht  $O_1P$ . Im weiteren Verlaufe des Eingriffs kommt das Flankenelement  $K$  statt der Kopfkante  $K$  mit der radialen Fußflanke zur Berührung. Die Berührungsnormale ist Tangente an den Grundkreis, die Berührungstangente geht durch  $O_1$ . Für den voreilenden Zahn ist  $K'k'$  Berührungstangente,  $k'$  liegt auf dem Kreise durch  $O_2$  um  $O_2$ . Drehung des Rades  $R_2$  um  $O_2$  derart, daß  $k'$  nach  $O_1$  fällt, d. h. um den Winkel  $k'O_2O_1$ , liefert in  $K''$  den gesuchten Punkt, von dem ab die Evolvente auf der radialen Fußflanke über  $K_1''$  nach  $K_2''$  wälzt, dessen Berührung in  $N_1 = K_2''$  erfolgt. Von da ab erfolgt der Eingriff des getriebenen Zahnes ( $K$ ) und des voreilenden störungsfrei. Die Zahnberührung erfolgt längs der gebrochenen Linie  $KAPK''K_1''N_1OE$ , die zwischen  $O$  und  $E$  unterbrochen ist. Die damit verknüpften Geschwindigkeitsschwankungen läßt Abb. 122 erkennen.

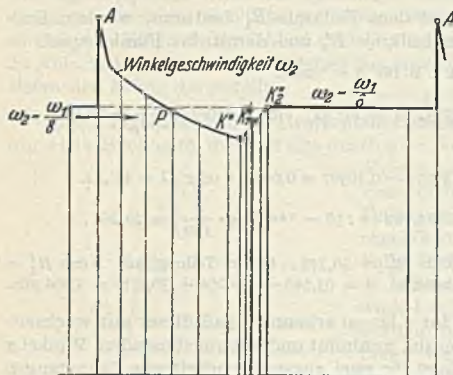


Abb. 122. Geschwindigkeitsschwankungen bei fehlendem Unterschritt.

ringpunkt des kleinen Rades  $r$  schneide, drückt sich aus durch  $(R+k)^2 = (R+r)^2 + r^2 \cos^2 \alpha - 2r \cos^2 \alpha (R+r)$  oder für Modulteilung,

$$Z = \left[ \left( \frac{z \sin \alpha}{2} \right)^2 - 1 \right] : \left[ 1 - \frac{z}{2} \sin^2 \alpha \right].$$

Für  $Z = \infty$ , d. h. für die Zahnstange wird  $1 - z/2 \cdot \sin^2 \alpha = 0$ , also  $z = 2 : \sin^2 \alpha$ ; z. B. für  $\alpha = 20^\circ$  wird  $z = 17$ . Für gleich große Räder, also  $Z = z$  folgt  $z = 2 \left[ 1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha} \right] : 3 \sin^2 \alpha$  und für  $\alpha = 20^\circ$  wird  $z = 13$ . Einer Zähnezahl des großen Rades, abnehmend von  $Z = \infty$  bis 13, entspricht eine Mindestzähnezahl des kleinen Rades, die von 17 bis 13 sinkt. Umgekehrt dürfen bei Mindestzähnezahlen des kleinen Rades, ansteigend von 13 bis 17 die Zähnezahlen des großen Rades Grenzwerte nicht überschreiten, die von 13 bis  $\infty$  wachsen. Diese Grenzzähnezahlen ändern sich im Falle der Bearbeitung der Zähne nach dem Wälzverfahren, vgl. (360), nach Maßgabe der größeren Kopfhöhe des Schneidwerkzeuges und mit dem Flankenwinkel  $\alpha$ , mit dessen Abnahme die Grenzzähnezahlen des kleinen Rades ansteigen bzw. die des großen sinken. Die im allgemeinen als gemischte Zahl folgende Grenzzähnezahl ist für das kleine Rad auf die nächste ganze Zahl aufzurunden. Die Darstellung der Kurven  $Z = f(z)$  oder  $z = \varphi(Z)$  oder  $Z : z = i = \psi(z)$  für verschiedene Winkel  $\alpha$  erspart die jedesmalige rechnerische Bestimmung der maßgeblichen Grenzzähnezahl.

(360) Bearbeitung der Evolventen-Zahnflanken. Die nach Holz- oder Metallmodell oder mittels Maschine geformten Zähne sind infolge Verjüngung der



Holzzähne, Ausschlagen des Modells, Schwinden des Gusses mit Fehlern behaftet, welche die Verwendung derartiger Räder nur im Falle geringer Umfangsgeschwindigkeiten bzw. -Umlaufzahlen rechtfertigen: handbetriebene Hebezeuge. Für Triebwerkräder werden die Flanken der vorgedrehten Radkörper erzeugt durch Ausarbeiten der Zahnücke; man verzichtet im Interesse der Schneidhaltigkeit des Werkzeuges auf vorgegossene Zähne (Gußhaut) und spart u. U. gleichzeitig an Modellkosten. Die Bearbeitung kann erfolgen durch Hobeln: Übertragung der Form einer der Zahnücke entsprechenden Schablone auf das Rad mit Teilbewegung (Weiterschaltung um die Teilung), entweder nach jeder fertig gestellten Zahnücke oder nach jedem Lückenschnitt.

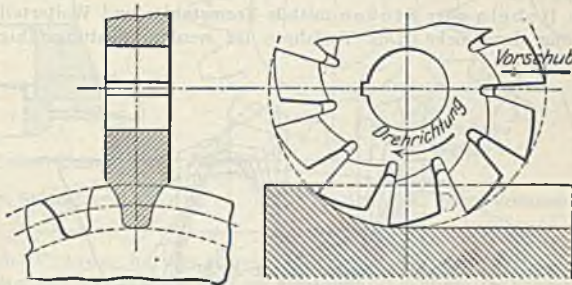


Abb. 123 a u. b. Form- oder Teilverfahren.

Durch Fräsen mittels scheibenförmigen Formfräasers, Abb. 123 a u. b bis 125, oder Zapfen- (Finger-) Fräfers: Formverfahren. Die im Axialschnitt liegenden Schneidbrüste müssen nach (symmetrisch liegenden) Evolventen gekrümmt sein.

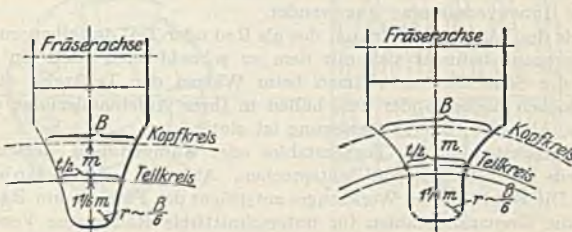


Abb. 124 u. 125. Scheibenförmige Formfräser.

Deren Übertragung auf das Werkzeug und ihre Erhaltung durch die Hinterdrehung ist schwierig; deshalb begnügt man sich vielfach mit Ersatzkreisbögen. Jeder Zähnezahl entspricht bei gegebener Teilung ein bestimmter Grundkreis und damit eine bestimmte Evolvente. Zwecks Beschränkung der Werkzeugkosten werden die für eine bestimmte Zähnezahl bestenfalls korrekten Fräser auch für die nächst größeren Zähnezahlen verwendet: Fräsersätze, je nach geforderter Genauigkeit 15- bzw. 8teilig.

#### 15teiliger Satz.

| Fräser Nr. . . .                 | 1  | 1 1/2 | 2  | 2 1/2 | 3  | 3 1/2 | 4  | 4 1/2 | 5  | 5 1/2 | 6  | 6 1/2 | 7  | 7 1/2 | 8   |
|----------------------------------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|-----|
| Konstruiert für z = . . . . .    | 12 | 13    | 14 | 15    | 17 | 19    | 21 | 23    | 26 | 30    | 35 | 42    | 55 | 80    | 135 |
| wird benutzt für z bis . . . . . |    |       |    | 16    | 18 | 20    | 22 | 25    | 29 | 34    | 41 | 54    | 79 | 134   | ∞   |

## Steiliger Satz.

| Fräser Nr. . . .                      | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7   | 8        |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|----|-----|----------|
| Konstruiert für<br>$z = \dots$        | 12 | 14 | 17 | 21 | 26 | 35 | 55  | 135      |
| wird benutzt für<br>$z$ bis . . . . . | 13 | 16 | 20 | 25 | 34 | 54 | 134 | $\infty$ |

Die Lücken werden nacheinander vor- oder fertiggefräst; nach Herstellung der Lücke wird das Werkzeug zurückgeführt, und dann erfolgt Weiterteilung: Teilverfahren.

Durch Hobeln oder Stoßen mittels Formstahles und Weiterteilung nach Fertigstellung der Lücke. Das Verfahren ist weniger leistungsfähig als das

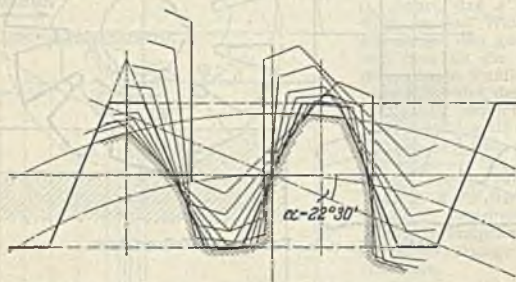


Abb. 126. Wälzverfahren.

Fräsen, es wird bei besonderen Zahnformen, bei fehlenden Formfräsern und häufig bei Innenverzahnung angewendet.

Mittels des Wälzverfahrens: das als Rad oder Teil desselben ausgebildete Schneidwerkzeug befindet sich mit dem zu schneidenden Rade im korrekten Eingriff, die Schneidbrüste räumen beim Wälzen der Teilkreise aufeinander die Zahnflanken nacheinander aus, hüllen in ihrer Aufeinanderfolge die Zahnflanke ein, Abb. 126; die Teilbewegung ist stetig.

Am genauesten mittels Trapezstabes oder Kammstahles, dessen Schneidbrüste dem Zahnstangenprofil entsprechen, Abb. 126, durch Hobeln oder Stoßen. Die Kopfhöhe des Werkzeuges entspricht der Fußtiefe am Rade. Damit erfahren die Grenzzähnezahlen für unterschneidfreie Räder eine Verschiebung.

Für die Werkzeugzahnstange mit Kopfhöhe  $= \frac{7}{6} m$  folgt die Grenzzähnezahl

des unterschneidfreien Rades aus  $\frac{z}{2} m \sin^2 \alpha = \frac{7}{6} m$  zu  $z_{\min} = 14/6 : \sin^2 \alpha$ .

Für  $\alpha = 20^\circ$  wird  $z_{\min} = 20$ . Oder mittels Schneidrades, Abb. 127, 128: Fellow-Verfahren. Die bestenfalls ursprünglich evolventenförmige Schneidbrüst erfährt durch die Neigung der Brustfläche eine Verzerrung, die in den meisten Fällen praktisch bedeutungslos ist. Die Mindestzähnezahl des unterschneidfreien Werkstückes folgt mit  $\zeta =$  Zähnezahl des Schneidrades zu

$$z = -\zeta + \sqrt{\zeta^2 + \frac{7}{9 \sin^2 \alpha} \cdot (6\zeta + 7)}; \text{ mit } \zeta = 16 \text{ wird } z_{\min} = 15.$$

Der innerhalb des Grundkreises liegende Teil der Schneidradflanke verläuft radial, er ist auf die Evolvente am Werkstück einflußlos, wenn der Kopfkreis desselben die Erzeugende innerhalb des Grundkreisberührungspunktes schneidet. Die Bedingung dafür lautet für den Grenzfall  $z = \frac{1}{2} (\zeta^2 \sin^2 \alpha - 4) : (2 - \zeta \sin^2 \alpha)$ .



Für die Werkzeugzahnstange mit  $z = \infty$  folgt wieder  $\zeta = 2 : \sin^2 \alpha$  und insbesondere  $\zeta = 17$  für  $\alpha = 20^\circ$  als Mindestzähnezahl des Schneidrades für geradlinige Zahnstangenflanken.

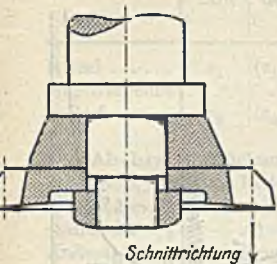


Abb. 127. Stoßrad.

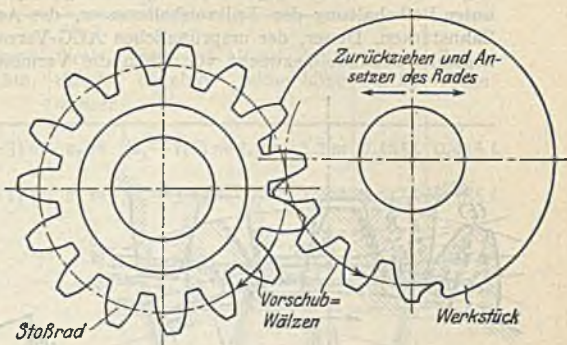


Abb. 128. Fellow-Verfahren.

Durch Fräsen mittels schneckenförmigen Wälzfräsers, Abb. 129, der die Modulteilung im Normalschnitt zur Teilrißschraubenlinie des Schneckenganges besitzt und unter deren Steigungswinkel gegen die Radstirnfläche so angestellt wird, daß die Normalebene zur Schneidbrustfläche in deren (Symmetrie-)Achse die Radachse enthält. Wie im vorigen Falle ist für alle Zähnezahlen einer

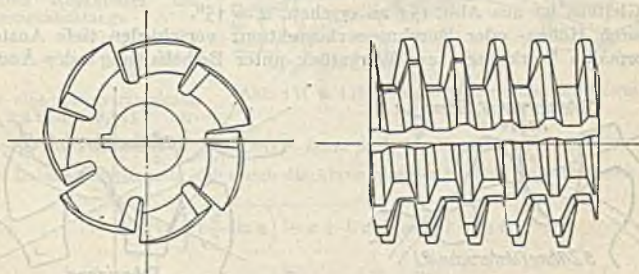


Abb. 129. Schneckenförmiger Wälzfräser.

Teilung nur ein Werkzeug forderlich. Weiterteilung und Vorschub erfolgen stetig, alle Lücken werden nacheinander an- und fertig geschnitten.

(361) Die Vermeidung des Unterschnittes bei Zähnezahlen, die unterhalb der Grenzzähnezahlen liegen, ist auf verschiedene Weise möglich.

Durch Vergrößerung des Winkels  $\alpha$  unter Beibehaltung von  $R$ , der Zahnabmessungen und des Achsenabstandes: Fr. Stolzenberg & Co., G. m. b. H., Berlin-Reinickendorf, schneiden Räder mit  $\alpha = 15^\circ, 17^\circ 30', 20^\circ, 22^\circ 30'$  und  $25^\circ$ .

Z. B. folgen die Grenzzähnezahlen für  $\alpha = 25^\circ$  zu  $\delta_{\min} = 22$  bei Paarung mit der Zahnstange bzw.  $\delta_{\min} = 9$  bei Paarung mit dem gleichen Rade und im Falle Bearbeitung mit der Werkzeugzahnstange bzw. 16zähniem Schneidrad sind die Grenzzahlen 14 bzw. 11.

Der Einfluß der Winkeländerung auf die Kraft- und Gleitverhältnisse ist nach (356) und (357) zu beurteilen.



Durch Änderung von Kopfhöhe und Fußtiefe zusammenarbeitender (Einzel-) Räder: Verminderung der Kopfhöhe des großen Rades und, rücksichtlich genügenden Überdeckungsgrades, Vergrößerung derjenigen des kleinen, ebenfalls unter Beibehaltung der Teilkreishalbmesser, des Achsenabstandes und ev. der Zahnstärken. Dieser, der ursprünglichen AEG-Verzahnung, Abb. 130, zugrunde liegende Gedanke bezweckt vor allem die Vermeidung der Flankenelemente,

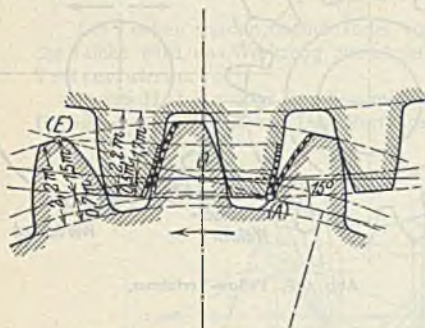


Abb. 130. AEG-Verzahnung (alt).

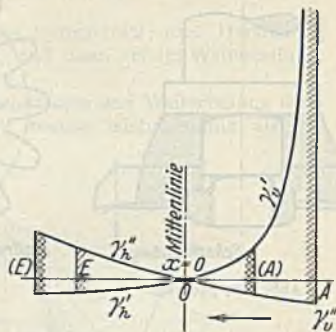


Abb. 131. Spez. Gleiten für die normale und die AEG-Verzahnung (alt).

die großem spez. Gleiten ausgesetzt sein würden, nächst dem sind die Zahnstärken (auf den Modulkreisen) bei fehlendem Flankenspiel  $0,6 t$  am Trieb und  $0,4 t$  am Rade. Die Wirkung der Änderung der Zahnhöhen auf die Größe des spez. Gleitens ist aus Abb. 131 zu erschen:  $\alpha = 15^\circ$ .

Durch Höhen- oder Durchmesserkorrektur: verschieden tiefe Anstellung des normalen Werkzeuges am Werkstück unter Beibehaltung oder Änderung



Abb. 132 u. 133. Unterschnittene und korrigierte Räder.

der Zähnezahls desselben. Damit sind Änderungen der Zahnabmessungen in Richtung der Höhe und Stärke und u. U. des Achsenabstandes und Flankenspiels verknüpft.

Unter Verwendung des Schneidrades durch Einschnneiden von nur  $z - 1$  Zähnen in den Radkörper, der normalerweise  $z$  Zähne entspricht, wobei der Achsenabstand  $\frac{1}{2} m (z + \zeta)$  beibehalten wird.

Beispiel. Mit einem 16zähligen Schneidrad, Modul 14, mit korrekten Evolventen, aber unbekanntem Eingriffswinkel wird das 9zählige Rad unterschritten; durch Einschnneiden von nur 8 Zähnen in den gleichen Radkörper verschwindet der Unterschnitt, Abb. 132 und 133. Die Verwendungsmöglichkeit des Schneidrades zum Schneiden der Zahnstange bestimmt den Grenz-Eingriffswinkel zu  $21^\circ$ . Damit liegt der Grundkreis des Werkstückes fest und folgt für gleichbleibenden Achsenabstand der Eingriffswinkel  $\alpha' = 26^\circ 20'$ .

Unter Verwendung des schneckenförmigen Wälzfräasers durch Ab- und Einrückung desselben von den Werkstücken, deren eines (das kleinere) normalerweise unterschritten würde. Bei gleich großer Ab- und Einrückung ändert sich

der Achsenabstand der Räder nicht, die Zahnstärken auf den Modulkreisen sind verschieden, ihre Summe ist gleich der Modulteilung: Neue AEG-Verzahnung mit  $\alpha = 15^\circ$  und folgenden Abmessungen:

|  | Zähnezahl | Kopfkreis-durchm. | Teilkreis-durchmesser | Fußkreis-durchm. | Kopfhöhe | Zahnhöhe | Zahnstärke | Zahn-lücke |
|--|-----------|-------------------|-----------------------|------------------|----------|----------|------------|------------|
| Ritzel . . . . . angetriebenes Rad . . . . . | $z_1$     | $(z_1 + 3)m$      | $z_1 m$               | $(z_1 - 1,4)m$   | 1,5 m    | 2,2 m    | 0,585 t    | 0,415 t    |
|  | $z_2$     | $(z_2 + 1)m$      | $z_2 m$               | $(z_2 - 3,4)m$   | 0,5 m    | 2,2 m    | 0,415 t    | 0,585 t    |

Die Ab- bzw. Einrückung beträgt 0,5 m, das Kopfspiel 0,2 m, der Achsenabstand ist  $\frac{1}{2}(z_1 + z_2)m$ . Anders, wenn Ab- und Einrückung verschieden sind.

Beispiel. Zähnezahlen 10/60, Eingriffswinkel  $15^\circ$ . Modul  $m = 20$ . Bearbeitung mittels schneckenförmigen Wälzfräasers, Abb. 134 und 135. Ritzel: Abrückung für den Grenzfall des durch den Grundkreisberührungspunkt gehenden Kopfkreises der Werkzeugzahnstange

$$a = 16,635 = \frac{7}{4}m - \frac{z_1 m}{2} \sin^2 \alpha,$$

womit eine Zahnverstärkung um  $2a \operatorname{tg} \alpha = 8,915$  verknüpft ist, eine Fußtiefe  $\frac{7}{6} \cdot 20 - 16,635 = 6,698$  und eine Kopfhöhe  $\frac{13}{6} \cdot 20 - 6,698 = 36,635$  folgen. Dabei ist festzustellen, ob durch die Abrückung des Fräasers die Zähne spitz werden. Es ist

$$\hat{r} = \sqrt{\left(\frac{z}{2} \sin \alpha\right)^2 + z + 1} : \left(\frac{z}{2} \cos \alpha\right) - \operatorname{tg} \alpha$$

und

$$\hat{\alpha} + \hat{\varepsilon} - \operatorname{arc} \cos \left[ \frac{z}{2} \cos \alpha : \left(\frac{z}{2} + 1\right) \right] \leq \pi : (2z).$$

Die Zähne sind überspitz. Es werde der Kopfkreisdurchmesser zu 265 mm angenommen und weiter festgesetzt, daß das Kopfspiel des Ritzels  $m/6$  betrage. Damit folgt die Einrückung des Werkzeuges zu  $e = 132,5 + 3,333 - 100 - \frac{7}{4} \cdot 20 = 12,5$  mm und die damit verknüpfte Zahnverschwächung zu  $2 \cdot 12,5 \operatorname{tg} 15^\circ = 6,699$  mm. Die Zahnstärkensumme ist

$$\frac{20}{2} \pi + 8,915 + \frac{20}{2} \pi - 6,699 = 20\pi + 2,216 \text{ mm.}$$

Das Mehr von 2,216 mm bedingt eine Vergrößerung des Achsenabstandes und damit eine Änderung von  $\alpha$  in  $\alpha'$ .

Der Flankenspielraum  $A$  auf den neuen Teilkreisen  $R'$  berechnet sich, Abb. 120, wie folgt: Es ist

$$\sigma' = \sigma - 2\lambda, \quad \text{warin } \lambda \text{ aus } \alpha + \delta = \lambda + \alpha' \text{ zu } \lambda = \delta + \alpha - \alpha'$$

folgt. Wegen

$$\rho \delta = \rho \operatorname{tg} \alpha' - \rho \operatorname{tg} \alpha \quad \text{ist auch} \quad \delta = \operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha$$

und damit wird

$$\sigma' = \sigma - 2(\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha - \alpha' + \alpha).$$

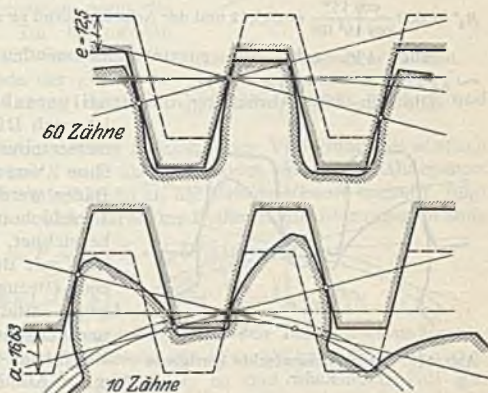


Abb. 134 u. 135. Unterschnittene und korrigierte Räder.



Die alte Zahnstärke ist  $s_R = R\sigma$ , die neue dagegen ist  $s_{R'} = R'\sigma'$ . Damit folgt allgemein der Flankenspielraum auf den neuen Teilkreisen zu

$$\begin{aligned} \Delta &= t' - (s_1' + s_2') = t \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - \left[ R_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \{ \sigma_1 - 2(\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha - \alpha' + \alpha) \} \right. \\ &\quad \left. + R_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \{ \sigma_2 - 2(\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha - \alpha' + \alpha) \} \right] \\ &= \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} [t - R_1 \sigma_1 - R_2 \sigma_2 + 2(R_1 + R_2)(\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha - \alpha' + \alpha)]. \end{aligned}$$

Für spielfreie Räder ist  $\Delta = 0$ ; mit  $t - R_1 \sigma_1 - R_2 \sigma_2 = -2,216$  folgt  $\alpha'$  aus

$$-2,216 + 2(100 + 600)(\operatorname{tg} \alpha' - \alpha' - 0,00615) = 0 \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \alpha' - \alpha' = 0,00773.$$

und  $\alpha' = 16^\circ 10'$ . Damit ergeben sich die neuen Teilkreise zu  $R_1' = 100 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 16^\circ 10'} = 100,57$ ,

$R_2' = 600 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 16^\circ 10'} = 603,42$  und der Achsenabstand zu  $R_1' + R_2' = 704$  mm.

Abb. 136 zeigt die zusammenkämmanden Räder. Überdeckungsgrad  $\sim 77 : (20\pi \cdot \cos 15^\circ) = 1,27$ .

Die Ein- bzw. Abrückung, die Profilverschiebung der Profilmittellinie



Abb. 136. Zusammengekämmande korrigierte Räder.

ist nach DIN 868 in Teilen der Durchmesserabweichung  $\pm x m$  anzugeben. Die ohne Verschiebung ( $x=0$ ) erzeugten Räder werden als Nullräder, die mit Verschiebung erzeugten als V(Vau-) Räder bezeichnet, deren Teilung und Eingriffslinie mit den entspr. Größen am Werkzeug (Bezugsprofil) übereinstimmen. Dagegen sind, wie bemerkt, Zahnstärke und Lückenweite verschieden und weichen Kopfhöhe und Fußtiefe von den normalen Abmessungen ab. Ist  $z_v$  die entspr. Grenzzähnezahl, so folgt mit

$$2\alpha = 40^\circ \quad \text{und} \quad z_0 = 17 \quad \text{die} \quad \alpha = 20^\circ \quad \text{zugehörige Grenzzähnezahl}$$

$$x m = \frac{17 - z_v}{17} m,$$

wobei die Zahnstärke  $s$ , auf dem Erzeugungsteilkreis gemessen, gleich ist der Lückenweite des Bezugsprofils im Abstände  $x m$  von der Mittenlinie, nämlich

$$s = \frac{t}{2} + 2 x m \operatorname{tg} \alpha.$$

Vgl. hierüber Röttscher, M. E. II, S. 1046 u. ff.

Die in Richtung der Vermeidung des Unterschnittes von Evolventenrädern gemachten Vorschläge sind zahlreich und reichen teilweise weit zurück. Es sei verwiesen auf das Hoppesche System in Z. 1903, S. 856; auf die Maag-Verzahnung, vgl. Schw. B. 1928, S. 160 u. ff., und die Untersuchungen von Fölmer, s. Betrieb 1919, von Schiebel, von Kutzbach, von Cranz, M. B. 1925, S. 352 und insbes. auf Krüger, „Die Satzräderysysteme der Evolventenverzahnung“, Berlin: Julius Springer 1926.

**(362) Berechnung.** Für diese können verschiedene Gesichtspunkte maßgebend sein. Daß die Festigkeitsforderung, d. h. die zulässige Anstrengung gegenüber Biegung nicht allein maßgebend ist, zeigt Abb. 137, welche die Verzahnung eines mit einem ins Unterwasser tauchenden Wasserradzahlkranz kämmanden Gegenrades darstellt<sup>1)</sup>. Hier ist es die Abnutzung oder die Lebens-

<sup>1)</sup> Zobel: „Das neue Städtische Wasserwerk in Stuttgart“, Z. 1884, S. 557 u. ff. In Abb. 137 sind die gesunden Evolventenzähne angedeutet, die Ausführung erfolgte mit Zykloidenzähnen, der Trieb ursprünglich in Gußeisen, Lebensdauer des (gewendeten) Triebes 3 Jahre, dann in Stahlguß, Lebensdauer bis zum Unbrauchbarwerden 30 Jahre.



dauer (bis zum Unbrauchbarwerden) des Rades, welche die Zahnabmessungen bestimmt. In anderen Fällen kann es die Rücksicht auf Beschränkung der Erwärmung oder der Pressung zwischen den sich berührenden Zähnen sein. Wenn nur die Festigkeitsforderung, d. h. nur die beanspruchenden Kräfte maßgebend sind, Umfangsgeschwindigkeit bzw. Umlaufzahl also zurücktreten, dann spricht man von Krafrädern, im anderen Falle von Arbeitsrädern. Vertreter der ersten Gruppe sind die Räder handbetriebener Hebezeuge, die andere Gruppe wird vertreten durch das Triebwerk (Transmissions-)Rad bzw. durch motorisch angetriebene Rädervorgelege mit höherer Umfangsgeschwindigkeit bzw. Umlaufzahl. Die für Arbeitsräder maßgebenden Forderungen hinsichtlich Pressung, Warmlauf und Abnutzung liefern im allgemeinen nicht die gleichen Zahnabmessungen. Im Ungewissen über den jeweils maßgebenden Gesichtspunkt hat die Berechnung für jede der genannten Forderungen und die Ausführung mit den Größtabmessungen (Teilung und Breite) zu erfolgen.

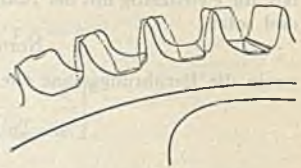


Abb. 137. Abgenutztes Zahnrad.

Krafräder. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung des statisch wirkend gedachten Zahndruckes  $Z \sim P$  über die Breite nur eines Zahnepaares und daß der Zahndruck  $P$  in voller Größe an der Zahnkopfkante angreift, folgt mit  $\alpha t =$  Zahnhöhe und  $\beta t =$  Zahnstärke im Fußkreis die Biegungsgleichung

$$M_b = P \cdot \alpha t = k_b \cdot \frac{1}{8} b (\beta t)^2$$

oder

$$P = \frac{1}{8} k_b \beta^2 / \alpha \cdot b t = k b t, \quad \text{woro } k = \frac{1}{8} k_b \beta^2 / \alpha$$

ein vom Werkstoff, der Beanspruchungsweise und den Zahnabmessungen abhängiger Beiwert beispielsweise für Gußeisen mit  $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$  und  $\alpha = 0,7$ ,  $\beta = 0,5 - 0,55$  folgt zu  $k = 18 - 21 \text{ kg/cm}^2$ , so daß für diesen Fall gilt  $P = (18 - 21) b t$ .

Erhöhung von  $k$  ist zulässig nach Maßgabe der Änderung von  $k_b$  (Werkstoffeigenschaft, Beanspruchungsweise), wenn die Zahnabmessungen von den vorausgesetzten abweichen (bei kleinen Rädern ist  $\beta > 0,5 - 0,55$ ), wenn die beanspruchende Kraft nicht dauernd in voller Größe wirkt, wenn mit Sicherheit auf den dauernden Eingriff zweier Zahnepaare zu rechnen ist. Als Ersatz für Gußeisen kommen in Betracht:

| Hochwert.<br>Gußeisen            | Stahl-<br>guß | Geschm.<br>Stahl | Vergüt.<br>Son-<br>der-<br>stahl | Deltametall<br>ge-<br>gossen | ge-<br>schmie-<br>det | Phos-<br>phor-<br>bronze | Rotguß                     |
|----------------------------------|---------------|------------------|----------------------------------|------------------------------|-----------------------|--------------------------|----------------------------|
| $k_b$ bis 450 kg/cm <sup>2</sup> | bis 800       | bis 1200         | bis 2400                         | 700                          | 800                   | bis 500                  | bis 400 kg/cm <sup>2</sup> |

Stoßwirkungen ist durch Ermäßigung von  $k_b$  bzw.  $k$  oder durch Vergrößerung von  $P$  auf das 1,35- bis 1,5fache Rechnung zu tragen. Aus dem gleichen Grunde (ruckweises Anziehen der Kurbel, plötzliches Bremsen bei handbetriebenen Hebezeugen) entscheidet man sich vielfach für  $t_{min} = 8\pi \sim 25 \text{ mm}$ . Sofern das Moment gegeben ist, gilt

$$M = P \cdot R = k b t \frac{z t}{2 \pi}, \quad \text{also } t = 1,85 \sqrt[3]{\frac{M}{k \psi z}} = \sqrt[3]{\frac{450000}{k \psi z} \frac{N}{n}}$$

Arbeitsräder. Der Forderung der Beschränkung der Pressung zwischen den Zähnen im Interesse tunlichster Beschränkung der Grübchenbildung

(pittings) und gesicherter Schmierung wird nach Kankelwitz Rechnung getragen durch die Beziehung

$$P = k' b t,$$

die eine der Teilung und Zahnbreite proportionale Berührungsfläche voraussetzt. Neuerdings versucht man die Pressung rechnerisch zu ermitteln unter Berücksichtigung der Flankenkrümmung an Hand der Hertz'schen Gleichungen; man läßt die gleichzeitig mit der Rollbewegung vorhandene Gleitbewegung unbeachtet und setzt

$$\text{Normaldruck } N = k_0 b \sigma,$$

worin die Berührungsschne nach Hertz folgt zu

$$\sigma = a \sqrt{\frac{1}{1/r_k' \pm 1/r_k''}} \sqrt{\frac{N}{b}}$$

mit  $r_k'$  und  $r_k''$  als jeweilige Krümmungshalbmesser. Das <sup>obere</sup> Vorzeichen versteht sich für <sup>konvex-konvexe</sup> Berührung. Je mehr Zahnepaare gleichzeitig im Eingriff sind, desto mehr nähert sich  $N$  dem Werte  $\frac{P}{\varepsilon}$ , und für  $N \sim \frac{P}{\varepsilon}$  folgt

$$\frac{P}{\varepsilon} = k_0 b \cdot a \sqrt{\frac{1}{1/r_k' \pm 1/r_k''}} \cdot \sqrt{\frac{P}{\varepsilon b}}$$

oder

$$\frac{P}{\varepsilon b} = \frac{k_0^2 a^2}{1/r_k' \pm 1/r_k''}.$$

In dem häufig als Pressung bezeichneten Ausdruck  $\frac{P}{\varepsilon b}$  bzw.  $\frac{P}{b}$  gelangt der Einfluß der Zahnform zur Geltung. Mit

$$a = 4 \sqrt{\frac{2}{\pi} \alpha \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)},$$

worin  $\alpha =$  Dehnungszahl und  $m =$  Poissonsche Zahl, wird

$$P = k_0^2 \cdot \frac{32}{\pi} \alpha \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{\varepsilon b}{1/r_k' \pm 1/r_k''} = k' b t$$

und folgt die Kankelwitzsche Belastungszahl zu

$$k' = \frac{32}{\pi} \alpha \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{\varepsilon}{1/r_k' \pm 1/r_k''} \frac{k_0^2}{t},$$

d. h. proportional  $\varepsilon$  und umgekehrt proportional  $t^1$ .)

Die Berechnung auf Lebensdauer oder Abnutzung gestaltet sich unter Voraussetzung, daß sich die gesamte Reibungsarbeit in Abnutzung umsetzt, wie folgt. Nach (352) ist die Abnutzungstiefe des in Frage kommenden Rades  $\Delta = \alpha \mu N \gamma \cdot n \frac{\tau}{b} = \alpha \mu \frac{P}{\varepsilon b} \gamma n \tau$ . Wird die zulässige Abnutzungstiefe bis zum Unbrauchbarwerden zu  $q t$  festgesetzt, so folgt

$$\frac{P n}{\varepsilon b} = \frac{q}{\alpha \mu \gamma \tau} \cdot t = \frac{\Delta}{\alpha \mu \gamma \tau}$$

oder

$$P = \frac{q}{\alpha \mu \gamma \tau} \frac{\varepsilon}{n} \cdot b t = k'' \cdot b t = \frac{\Delta}{\alpha \mu \gamma \tau} \cdot \frac{\varepsilon}{n t} b t = \frac{\Delta}{\alpha \mu \gamma \tau} \frac{\varepsilon z}{8000 u} b t,$$

<sup>1)</sup> Vgl. M. B. 1925, S. 367.

worin  $k''$  proportional der Eingriffdauer und der Widerstandsfähigkeit  $\frac{1}{\alpha}$  des Werkstoffes, aber umgekehrt proportional der Reibungszahl, der Betriebsdauer und der Umlaufzahl ist. Diese Rechnung läßt die Gestalt der Zahnflanken außer Betracht; anders wenn die Abnutzungstiefe proportional dem Produkt  $\mu k_0 \gamma$  gesetzt wird.

Dann gilt

$$\frac{\alpha \mu}{a} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon b}} \sqrt{1/r_k'' \pm 1/r_k''} \gamma \tau n = q t$$

oder

$$\frac{P}{\varepsilon b} = \left[ \frac{a q}{\alpha \mu \gamma \tau \sqrt{1/r_k'' \pm 1/r_k''}} \cdot \frac{t}{n} \right]^2$$

bzw.

$$P = k'' b t = \varepsilon \left[ \frac{a q}{\alpha \mu \gamma \tau n \sqrt{1/r_k'' \pm 1/r_k''}} \right]^2 t \cdot b t = \varepsilon \left( \frac{q}{\mu B} \right)^2 \frac{z}{2\pi} \left( \frac{t}{n} \right)^2 b t.$$

Milderung der Abnutzung durch Härten und nachfolgendes Schleifen.

Die Warmlaufforderung besagt, daß die Ableitung der (gesamten) in Wärme umgesetzten Reibungsarbeit ohne unzulässige Temperaturerhöhung nach außen, an die umgebende Luft (luftgekühlte Räder) oder an das rückgekühlte Öl (geschmierte und gekapselte Räder) möglich sein muß. Im ersten Falle müssen die wärmeabgebenden Oberflächen, im anderen die Ölmenge so groß sein, daß die Übertemperatur den als zulässig errechneten Wert nicht überschreitet. Maßgebend ist die mittlere Reibungsarbeit

$$\begin{aligned} (P_1 - P_2) \frac{R \omega}{100} &= (1/\eta_m - 1) \frac{P_2 R_2 \omega_2}{100} \\ &= \frac{\mathfrak{B}_m}{1 - \mathfrak{B}_m} \frac{P_2 R_2 \omega_2}{100} \sim \frac{\pi}{3000} \mathfrak{B}_m P_2 R_2 n_2. \end{aligned}$$

Mit der wärmeabgebenden Oberfläche  $F = \pi b (D_1 + D_2) = b t (z_1 + z_2)$ , der Übertemperatur  $\vartheta$  und der Wärmeübergangszahl  $k_w$  folgt für den Grenzfall

$$\frac{\pi A}{3000} \mathfrak{B}_m P_2 R_2 n_2 = k_w b t (z_1 + z_2) \cdot \vartheta$$

oder

$$\begin{aligned} P &= \frac{3000}{\pi} \frac{k_w \vartheta}{A \mathfrak{B}_m} \frac{z_1 + z_2}{R_2 n_2} \cdot b t = 6000 \frac{k_w \vartheta}{A \mathfrak{B}_m} \frac{z_1 + z_2}{z_2 t} b t \\ &= \frac{k_w \vartheta}{A \mathfrak{B}_m} \frac{z_1 + z_2}{u} n_2 b t = k''' b t \end{aligned}$$

bzw.

$$\frac{P n}{b} = 6000 \frac{k_w \vartheta}{A \mathfrak{B}_m} \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 6000 \frac{k_w \vartheta}{A \mathfrak{B}_m} \left( 1 + \frac{1}{i} \right) = w.$$

Die übertragbare Umfangskraft ist proportional der Übertemperatur, der Wärmeübergangszahl und Zahnbreite sowie dem Quotienten  $\frac{1 + i}{i}$  und umgekehrt proportional der Umlaufzahl und dem verh. Zahnreibungsverluste. In Wirklichkeit ist die Wärmeabgabe rotierender Flächen eine andere als die ruhender. Alle Forderungen führen zu dem Ergebnis

$$P = k_1 b t,$$

worin die Bedeutung von  $k_1$  und die darauf Einfluß nehmenden Faktoren: Eingriffdauer, Umlaufzahl, Betriebsdauer, Flankenkrümmung, Zähnezah, Über-



temperatur und Wärmeübergangszahl aus den Werten  $k', k'', k'''$  ersichtlich sind. Man rechnet mit

$$P = k_1 b t$$

und setzt nach Bach im Falle vorzüglicher Ausführung, guter Instandhaltung und Schmierung  $k_1 = 20 - \frac{1}{2} \sqrt{n}$  abhängig von der Umlaufzahl des schneller laufenden (gußeisernen) Rades oder nach dem Vorgange von Reuleaux

$k_1 = \frac{C_1}{C_2 + u}$ , abhängig außer vom Werkstoff noch von der Umfangsgeschwindigkeit. So rechnen Friedr. Stolzenberg G. m. b. H., Berlin-Reinickendorf, im Falle

Gußeisens mit  $k_1 = \frac{316}{u + 11}$ . Für  $u = 0$  wird hiernach  $k_1 = 29$ , während nach

Bach für  $n = 0$  folgt  $k_1 = 20$ . Der Vorschlag von Bach versteht sich für Triebwerkkräder innerhalb der für diese gültigen Grenze  $n_{\max} = 300$  bis 350. Er gestattet die unmittelbare Bestimmung von  $t$  an Hand der Umlaufzahl, während nach Reuleaux die Umfangsgeschwindigkeit vorerst geschätzt werden muß, um mit  $k_1$  die Teilung zu bestimmen. Kontrolle der Annahme bezüglich  $u$  und ev. Wiederholung der Rechnung, nach dem Bachschen Rechnungsgang eine Prüfung, ob  $u$  innerhalb der für Triebwerkkräder zulässigen Grenze  $u \leq 12$  m/sek

bleibt. In beiden Fällen ist zu untersuchen, ob die Warmlaufforderung  $\frac{P n}{b} \leq w$

erfüllt ist:  $w$  bis 15000 für Holzeisenräder (J. M. Voith, Heidenheim, Br.), für Ausführung beider Räder in Metall ist größeres  $w$  zulässig. Kutzbach bezeichnet, Z. 1916, S. 990 und 1030, den Ausdruck

$$\frac{P t, (n_1 + n_2)}{b D_1} = \frac{P n_1 + n_2}{b z_1}$$

(für Schraubenräder (364)) als Maß für die (vorzugsweise durch das kleine Rad) abführbare Wärmemenge und ermittelt diesen Wert an Hand von Ausführungen zwischen 4000 (Parsons) und 17300 (Westinghouse) liegend.

Beispiel. Eine Leistung von 50 PS durch geradzahnige Stirnräder von einer Welle mit  $n_1 = 75$  auf eine parallele mit  $n = 325$  zu übertragen. Bezüglich des Achsenabstandes besteht Freiheit. Unter der Annahme luftgekühlter gußeiserner Räder folgt für

$$n = 325 \quad k_1 \leq 20 - 0,5 \sqrt{325} = 11.$$

Gewählt mit Rücksicht auf den besonderen Fall  $k_1 = 9$ . Damit folgt

$$P = 9 \cdot b t = \frac{75 \cdot 50}{z \cdot t \cdot 325} = \frac{75 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 100}{325 z t} \cdot \frac{1}{60 \cdot 100}$$

Mit der für derartige Räder erforderlichen Mindestzähnezahl  $z = 36$  und mit  $b = 3,25 t$  folgt

$$t^3 = \frac{75 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 100}{325 \cdot 36 \cdot 9 \cdot 3,25} = 67,1 \quad \text{und} \quad t = 40,6 \text{ mm; gewählt } t = 13 \pi \quad (m = 13).$$

Hiermit folgen Zahnbreite

$$b = 3,25 \cdot 13 \pi \sim 125 \text{ mm.}$$

Raddurchmesser

$$D_1 = 36 \frac{325}{75} \cdot 13 = 2028, \quad D_2 = 36 \cdot 13 = 468 \text{ mm.}$$

Kontrolle auf Warmlauf.

$$\text{Umfangsgeschwindigkeit } u = \frac{36 \cdot 1,3 \pi \cdot 325}{100 \cdot 60} \sim 8,83 \text{ m/sek}$$

$$\text{Umfangskraft } P = \frac{75 \cdot 50}{8,83} \sim 425 \text{ kg.}$$

$$\text{Warmlaufzahl } w = \frac{425 \cdot 325}{12,5} = 11050.$$

Ob dieser unterhalb  $w = 15000$  liegende Wert zulässig erscheint, ist zu entscheiden an Hand der besonderen Betriebsbedingungen. Würde sich  $w > 15000$  ergeben haben, so müßte die Rechnung mit größerem  $\psi = b : t$  wiederholt werden. Dies erübrigt sich, wenn das Breitenverhältnis bestimmt wird, mit dem die Festigkeits- und die Warmlaufforderung gleichzeitig erfüllt werden.

Aus  $P = k_1 b t$  und  $w = \frac{P n}{b}$  folgt

$$w = k_1 n t = k_1 n \sqrt[3]{\frac{450000 N}{k_1 \psi z n}},$$

worin  $z$  und  $n$  zusammengehörige Werte bedeuten. Aus der letzten Gleichung folgt

$$\psi = \frac{450000 k_1^2 n^2}{z w^3} N$$

als Breitenverhältnis der hinsichtlich Festigkeit und Warmlauf ausgenutzten Räder. Deutlich ist der Einfluß von  $k_1, n, z$  und  $w$  auf  $\psi$  erkennbar.

Für obiges Beispiel würde folgen mit  $k_1 = 9$  und  $w = 12000$

$$\psi = \frac{450000 (9 \cdot 325)^2}{36 \cdot 12000} \cdot 50 = 3,1$$

Es sei der Achsenabstand vorgeschrieben, etwa 1000 statt der  $\frac{36 + 156}{2} \cdot 13 = 1248$  mm für obiges Beispiel. Dann gilt

$$R_1 : R_2 = 325 : 75 \quad \text{und} \quad R_1 + R_2 = 100.$$

Hieraus folgt

$$R_2 = \frac{75}{400} \cdot 100 = 18,75 \text{ mm}, \quad R_1 = \frac{325}{400} \cdot 100 = 81,25 \text{ mm}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit beträgt  $u = \frac{0,375 \pi \cdot 325}{60} \sim 6,38$  m/sek,

damit die Umfangskraft  $P = \frac{75 \cdot 50}{6,38} \sim 590$  kg.

Mit  $w = 12000$  folgt die Zahnbreite  $b = \frac{590 \cdot 325}{12000} = 160$  mm

und damit die Teilung aus  $590 = 9 \cdot 16 \cdot t$  zu  $t = 40,4$  mm,

dieser entspricht die Zahnzahl des Kleinrades  $z_2 = \frac{375 \pi}{40,4} = 29$  bis 30.

Die genaue Einhaltung des Übersetzungsverhältnisses bedingt, daß  $z_2 \cdot \frac{325}{75} = \frac{13}{3} z_1$

eine ganze Zahl ist. Dem wird entsprochen durch  $z_2 = 30$  und  $z_1 = 130$ , entspr.  $t = 12,5 \pi$ . Für diese Räder folgt

$$k_1 = \frac{590}{1,25 \pi \cdot 16} = 9,4 \text{ kg/cm}^2.$$

Für geschmierte und gekapselte Räder (Verminderung von  $\mu$ , Erhöhung von  $w$ , geringere Abnutzung bzw. Erwärmung) darf mit  $k_1$  bis  $k$  (vgl. unter Krafräder) gegangen werden und beträgt  $w$  ein Vielfaches der oben zugrunde gelegten Werte ( $w = 40000$  bis  $50000$ , je nach Art der Schmierung und Ölkühlung. Vgl. die Angaben Kutzbachs in Z. 1916, S. 1030.

Bei Verfolgung des ersten Beispiels nach Reuleaux wäre die Umfangsgeschwindigkeit zu schätzen, etwa  $u = 6$  m/sek; dieser entspricht nach obigem  $k_1 = \frac{316}{6 + 11} \sim 18$  und ein Durchmesser folgend aus  $d_2 \pi = \frac{6 \cdot 60}{325} = 1,108$  m, also  $d_2 \sim 353$ . Damit wird

$$P = \frac{75 \cdot 50}{6} = 625 \text{ kg} \quad \text{und} \quad b = \frac{625 \cdot 325}{12000} = 170 \text{ mm}.$$

Die Teilung folgt zu  $t = 625 : (13 \cdot 17) = 20,4$  mm. Mit dieser ergeben sich die Zahnzahlen

$$z_2 = \frac{353 \pi}{20,4} \sim 54, \quad z_1 = 54 \frac{325}{75} = 234.$$

Es folgt somit

$$d_2 = 6,5 \cdot 54 = 351, \quad d_1 = 6,5 \cdot 234 = 1521, \quad u = \frac{0,351 \pi \cdot 325}{60} = 5,97 \text{ m/sek}$$

gegenüber dem Schätzwert  $u = 6$  m/sek. Würde sich ein wesentlicher Unterschied herausgestellt haben, so wäre die Rechnung mit dem gefundenen Wert für  $u$  zu wiederholen.

Billiger sind die zuerst berechneten Räder, die Eingriffsverhältnisse sind bei den zuletzt bestimmten ( $\psi = \frac{170}{6,5 \pi} = 8,251$ ) günstiger.

Lasche (AEG) gibt für bearbeitete, mit Drucköl geschmierte Evolventenzähne Bronze auf Stahl,  $u_{\max} = 9$  m/sek, als bewährt an:

$$\text{Festigkeitsforderung} \quad k = \frac{P}{bt} = 8 \text{ bis } 10,$$

$$\text{Pressungsforderung} \quad k' = \frac{P}{b} = 50 \text{ bis } 60,$$

$$\text{Forderung bez. Lebensdauer} \quad k'' = \frac{Pn}{\varepsilon b} = 8000 \text{ bis } 10000.$$

Getriebe, Stahl auf Gußeisen, werden bis zu  $u = 7$  m/sek ausgeführt: gekapselt, ursprünglich großes Rad im Öl wattend, jetzt Schmierung mittels Preßstahles im Zahneingriff.

Ludwig Löwe & Co., A. G., Berlin, lassen zu: für Gußeisen-Stahl  $u_{\max} = 5$  m/sek, und für Phosphorbronze oder Deltametall-Gußeisen oder Stahl  $u_{\max} = 8$  bis 9 m/sek.

Ungenauigkeiten (Profil- und Teilungsfehler) machen sich im Falle metallischer Zähne um so stärker bemerkbar (Tönen), je größer die Geschwindigkeit bzw. Umlaufzahl ist. Durch Herstellung der Zähne des rascher laufenden (kleinen) Rades aus nachgiebigem, nicht metallischem Werkstoff ist Abhilfe möglich. In Betracht kommt:

1. Holz (Weißbuche  $k_b = 100$  bis  $120$  kg/cm<sup>2</sup>) auf Gußeisen;
2. Rohhaut auf Gußeisen, Stahl oder Bronze;
3. Silcurit (Friedrich Stolzenberg & Co., G. m. b. H., Berlin-Reinickendorf);
4. Novotext (AEG, Berlin);
5. Turbax (Jaroslaw, Berlin-Weißensee);
6. Unica-Papierstoff (Otto Gruson & Co., Magdeburg-Buckau).

Ferner Baumwolle, Baumwollfilz, Hartgummi, Vulkanfaser und ähnliche Stoffe.

Zu 1. Die Berechnung entspricht derjenigen luftgekühlter Metallräder mit  $k_1 \leq 12$  und  $w = 15000$ . Zähne entweder gleich stark oder rücksichtlich Abnutzung des Holzkammes verschieden stark [(0,6 bis 0,65)  $t$  für Holz, (0,4 bis 0,35)  $t$  für Gußeisen]. Kontrolle der Biegungsanstrengung des Kammschaftes.

Für das obige Beispiel (50 PS, 156/36 Zähne,  $t = 13 \pi$ ,  $b = 125$  mm,  $P = 425$  kg) folgt für den Kammschaft = 0,55  $t$  stark

$$\sigma_b = \frac{425 \cdot \frac{13}{6} \cdot 1,3}{\frac{1}{6} \cdot 12,5 (0,55 \cdot 1,3 \pi)^2} = 112 \text{ kg/cm}^2$$

und in Wirklichkeit geringer wegen  $\varepsilon > 1$ .

Breite des Metallzahnes 5 bis 10 mm größer als Kammbreite.



Zu 2. Aus Rohhaut, unter Verwendung eines Bindemittels und unter hohem Druck zusammengepreßt und bearbeitet wie Metallzähne oder Holzkämme.

Früher für Getriebe mit  $u = 9$  bis  $12$  m/sek und  $n = 500$  bis  $1000$  üblich, jetzt seitens der AEG wegen raschen Verschleißes und Empfindlichkeit gegenüber feuchter Luft auf Übertragung kleiner Leistungen, bis  $5$  PS, beschränkt.

Lasche (AEG) gibt als bewährt an für Rohhaut-Gußeisen:

$$k = \frac{P}{bt} = 4 \text{ bis } 6; \quad k' = \frac{P}{b} = 15 \text{ bis } 20; \quad k'' = \frac{Pn}{\varepsilon b} = 4000 \text{ bis } 6000.$$

Schmierung mit Gemisch von Talg, Graphit und Harz oder mit Leinöl.

Ludwig Löwe & Co., A. G., Berlin, geben an:  $u_{\max} = 10$  bis  $12$  m/sek.

Zu 3. Pflanzenfasergewebe, in Scheiben geschnitten, besonders präpariert und unter hohem Druck zusammengepreßt und bearbeitet wie Rohhautritzel. Hitze- und dampfbeständig, schalldämpfend. Wie Gußeisenräder berechnen.

Zu 4. Die AEG rechnet  $P = k'_1 b \cdot m$  ( $m =$  Modul in cm) und setzt  $b = (6 \text{ bis } 10) m$ , größere Breiten sind nur bei besonders sorgfältiger Lagerung statthaft. Ferner soll sein

$$k'_1 = 167 \frac{3}{3+u} \left(1 - \frac{5,7}{z}\right)$$

z. B. für  $z = 16$  und  $u = 5$  wird  $k'_1 = 40$  und  $P = 40 \cdot 6 m^2$ , also

$$m = \sqrt{\frac{P}{240}}.$$

Mit

$$P = k_1 b t = k'_1 b m \quad \text{folgt} \quad k_1 = \frac{m}{t} k'_1 = \frac{1}{\pi} \cdot k'_1 = \frac{40}{\pi} \sim 13.$$

Die AEG nennt als übertragbare Größtleistung in Abhängigkeit des Moduls für

|      |     |    |    |    |    |     |     |     |
|------|-----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| 2    | 4   | 6  | 8  | 10 | 12 | 14  | 16  | mm  |
| 0,17 | 4,2 | 12 | 27 | 54 | 88 | 120 | 144 | PS. |

Im Falle stoßweiser Beanspruchung mit  $\frac{2}{3}$  dieser Werte rechnen.

Metallische Armierung, wie im Falle Rohhaut, ist nicht erforderlich. Schmierung bei Inbetriebnahme mit Paste aus Graphit und Schellack-Spirituslösung und anschließend mit gutem Öl.

Zu 5. Mit synthetischem Harz und besonders vorbehandelten Geweben bestehend, unter hohem Druck zusammengepreßt. Keine Armierung erforderlich. Belastungsfestigkeit denen der Gußräder entsprechend.

Zu 6. Ein schwedisches Papier von hornartiger Beschaffenheit. Betr. Belastungsfähigkeit bei der liefernden Firma anfragen. Panzergetriebe sind Unica-Räder mit Stahlscheibenzwischenlagen. Größere Widerstandsfähigkeit, Lauf nicht so geräuschlos wie Unicaräder.

**(363) Zahnbreite, Zähnezahl, Übersetzungsverhältnis, Holz-Eisen.** Zahnbreite  $b = \psi t$ ;  $\psi = 2$  für Krafräder,  $\psi$  bis  $5$  für Arbeitsräder bei  $t \leq 80$  mm. Große Breite im Interesse kleiner Teilung und große Eingriffsdauer (reichliche Zähnezahl). Zähnezahl: Für Krafräder  $z_{\min} = 10$ , Punktverzahnung ausgenommen. Für Arbeitsräder  $z_{\min} = 24$ , besser  $36$  oder mehr. Bei geteilten und bei Kammrädern ist  $z$  als Vielfaches der Armzahl zweckmäßig, aber nicht unbedingt erforderlich. Teilkreisgeschwindigkeit  $u \leq 12$  m/sek.

Übersetzungsverhältnis: Im Interesse guten Einlaufens  $i = 1:1, 1:2, 1:3$  wenn die Umfangskraft wenig veränderlich ist, anderenfalls  $i = 2:3, 2:5 \dots 3:5, 3:7 \dots$  usf. bis zum Verhältnis zweier Primzahlen (für genau bearbeitete Räder und guter Lagerung).  $i_{\max} = 10$  fach für Krafräder, abnehmend mit wachsender Geschwindigkeit bis höchstens  $5$  fach für Arbeitsräder. Bez. Schrägverzahnung s. (364).

Holz-Eisen: Kämme für das große Rad, es sei denn, daß von ihm die (periodische) Veränderlichkeit von  $P$  ausgeht.

### Triebstockverzahnung.

(364) Die Flanken des einen Rades sind Kreise, die des Gegenrades werden nach Reuleaux, vgl. (342) bestimmt, Abb. 138. Die Geraden  $OM$  schneiden die zugehörigen Triebstockumfänge in Punkten der Eingrifflinie, die sich im Falle eines Triebstockrades vom Teilkreis löst und kein Kreis ist, daher diese Triebstockverzahnung auch nicht zu den Zykloidenverzahnungen gehört, während die Ausführung mit Triebstockzahnstange Evolventenflanken ergibt. Das Profil  $l$  in  $a$  kommt mit dem gleich großen der gesuchten Flanke zur Deckung nach Drehung des Triebstockrades derart, daß  $M$  nach  $M_0$  gelangt. Der Wälzbogen ist  $M_0M$ , mit ihm folgt der entspr. Fußpunkt des Profilotes auf dem Teilkreis des Gegenrades und der Flankenpunkt des Gegenprofils im Schnitt  $a_2$  der Kreise mit  $Oa$  als Halbmesser um diesen Fußpunkt und um das Radmittel durch  $a$ . Es folgen nur Zahnköpfe, die Zahnücke muß für den ungehinderten Triebstockdurchgang Luft

lassen. Liegen die Triebstockmittel auf dem Teilkreis, dann schließen die Flanken senkrecht zu  $OM_0$  an. Radialer Anschluß bedingt einen Triebstock-

kreis  $R_t = \sqrt{R^2 + \frac{\delta^2}{4}}$ . Die Eingrifflänge  $\widehat{OE}$ , bezogen auf den Teilkreis, bestimmt die Eingriffsdauer  $\varepsilon > t$  und damit die erforderliche Kopfhöhe. Der Eingriff erfolgt nur hinter der Mittellinie, das der Abnutzung unterworfenen Stück des Triebstockumfanges ist sehr klein, die Abnutzung daher sehr groß im Falle Gleitreibung. Deren Verminderung wird angestrebt durch Rollen-Triebstöcke, drehbar um Zapfen. Anwendung beim Grissongetriebe, Abb. 139, zur Erzielung großer Übersetzungen ins Langsame.

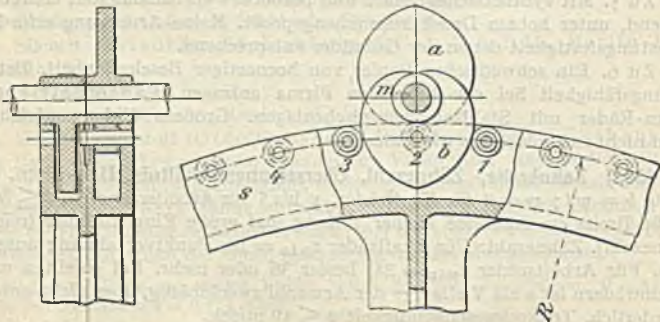


Abb. 139. Grissongetriebe.

Zwei um  $180^\circ$  und axial versetzte Daumenscheiben  $a$  und  $b$  kämten mit den Rollenkränzen. Die Formgebung der Daumenscheiben erfolgt wie oben an Hand des Reuleaux-Verfahrens. Von der Genauigkeit der Daumenflanke, der genauen Teilung der Rollenkränze und vom Parallelismus der Achsen hängt der ruhige Gang des Grissongetriebes ab, das im Falle Übersetzung ins Langsame Wirkungsgrade  $\eta = 82$  bis  $96\%$  ergeben hat. Vgl. E. Roser: Untersuchung des Grissongetriebes. Stuttgart 1901 und C. Bach: M. E. 10. Aufl. S. 379



(365) **Berechnung.** Krafträder: Bestimmung des Durchmessers der mit den Wangen vernieteten Triebstöcke an Hand der Biegunsgleichung mit

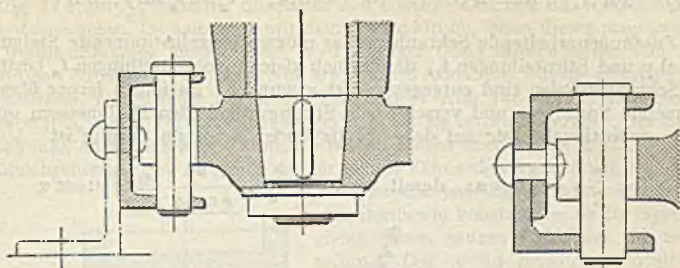


Abb. 140 u. 141. Triebstocktriebe.

$k_b = 800 - 1000 \text{ kg/cm}^2$ . Prüfung der Bieungsbeanspruchung des Zahnes und des Restquerschnittes der Zahnstangenwangen. Als Anhalt diene  $d \sim 0,425 t$ , Zahnstärke im Teilkreis  $s \sim 0,525 t$ , Kopfhöhe  $k \sim d$ , Fußtiefe  $f \sim 0,6 d$ .

Arbeitsräder. Nach Roser gilt rücksichtlich Formänderung der Daumen

$$P n \leq \text{konst.} = 274\,000$$

als Bedingung für die beginnende seitliche Gratbildung. Die der Umfangskraft  $P_2$  annähernd proportionale zulässige Daumenkraft ist  $P_1 < P$  und im gleichen Verhältnis ändert sich der Festwert.

Für die Rollenzapfen setzt Roser  $P = k l d$  mit  $k \leq 80 \text{ kg/cm}^2$ .

Warmlauf kommt nicht in Betracht.

(366) **Ausführung.** Verwendung für die handbetriebenen oder motorisch angetriebenen Winden der Absperrschützen und namentlich für die Schwenkwerke von Drehkränen, Abb. 140—142.

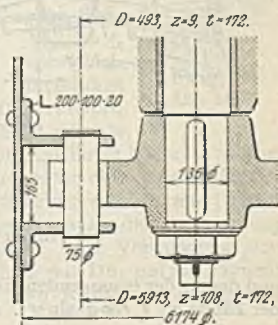


Abb. 142.

## Stirnräder mit schrägen Zähnen, Schraubenräder.

(367) Vgl. DIN-Taschenbuch 12. Aus Herstellungsgründen (in Deutschland) auf Evolventen beschränkt. Entstehung des Schraubenzahnes durch parallele Verschiebung des Zahnstirnquerschnittes längs einer dem Teilrißzylinder ( $R$ ) angehörigen Schraubenlinie ( $\gamma$ ) oder durch Auf- bzw. Abwicklung der erzeugenden Ebene ( $\alpha$ ) auf bzw. vom Grundzylinder ( $q$ ); dann beschreibt eine in ihr liegende Gerade, unter  $\gamma_0$  gegen die Radstirnfläche geneigt, die Evolventenschraubenfläche. Rechts- oder linkssteigende Zähne. Die um die Radbreite  $b$  voneinander abstehenden Stirnquerschnitte der Zähne sind nach Maßgabe des Steigungswinkels  $\gamma$  gegen einander verschoben, Abb. 143, die auf dem Teilrißzylinder gemessene Verschiebung  $s$  heißt Sprung, der zugehörige Winkel ist der Sprungwinkel  $\sigma$  (für gerade Zähne = 0 entspr.  $\gamma = 90^\circ$ ). Der auf dem Teilrißzylinder senkrecht zu den möglichen Teilrißschraubenlinien gemessene Abstand zweier aufeinander folgender Zähne (gleichliegender Punkte) ist die Normalteilung  $t_n$  (eine Schraubenlinie), die in der Radstirnfläche auf dem Teilkreis wie im Falle gerader Zähne gemessene Zahnentfernung ist die Stirn-



teilung  $t_s$  (ein Kreisbogen). Damit ergeben sich die Beziehungen:

$$z t_s = 2 R \pi; \quad \rho = R \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \gamma = b : s; \quad t_n = t_s \sin \gamma; \quad \sigma = \frac{s}{R}.$$

Zusammenarbeitende Schraubenräder müssen übereinstimmende Steigungswinkel  $\gamma$  und Stirnteilungen  $t_s$ , damit auch gleiche Normalteilungen  $t_n$  besitzen. Die Schraubenlinien sind entgegengesetzt gewunden. Es folgen ferner übereinstimmende Sprünge  $s$  und verschiedene Sprungwinkel (den Halbmessern umgekehrt proportional). Der auf den Grundzylinder bezogene Sprung ist

$$s_\rho = \frac{\rho}{R} s = s \cos \alpha; \quad \text{damit wird} \quad \operatorname{tg} \gamma_\rho = \frac{b}{s \cos \alpha} = \operatorname{tg} \gamma : \cos \alpha$$

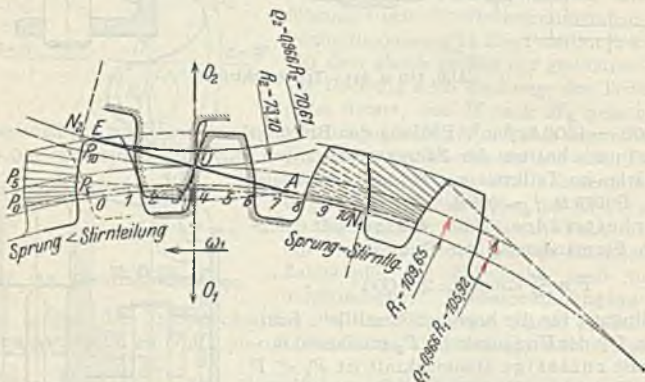


Abb. 143. Evolventen-Schraubenräder.

und der in der erzeugenden Ebene gemessene Abstand zweier aufeinanderfolgender Zähne  $= t_s \cos \alpha \cdot \sin \gamma_\rho$ . Aus Gründen der Bearbeitung mittels Fräsens wird von der Normalteilung  $t_n = m \pi$  ausgegangen;

die Stirnteilung  $t_s = \frac{m}{\sin \gamma} \pi$  ist daher im

allgemeinen keine Modulteilung, deshalb besitzen die Teilrißzylinder wegen der Beziehung

$2 R \pi = z \frac{m}{\sin \gamma} \pi$  im allgemeinen keine ganz-

zahligen Durchmesser und weichen die Abmessungen der Stirnverzahnung von der normalen ( $m$  bzw.  $\frac{7}{10} m$ ) ab. Anders im Falle der Bearbeitung mittels Hobelns oder Stoßens.

In Ebenen parallel den Radstirnflächen liegt Evolventenverzahnung ( $\alpha$ ) vor, die unter (355) abgeleiteten Ergebnisse verstehen sich hier für das unendlich schmale Rad ( $db$ ). Die einzelnen Teilräder befinden sich nur in verschiedenen Phasen des Eingriffs, der für die voreilende Stirnverzahnung in  $A$  mit einem Punkt beginnt, in dessen Verlauf die axiale Breite zunimmt und zwar für Sprünge  $s < e$  bis auf  $b$ ,

diese beibehält bis zur beginnenden Abnahme von  $b$  bis auf Null, was im Punkte  $E$  der nacheilenden Stirnflanke der Fall ist. Die erzeugende Ebene als geometrischer Ort der Zahnberührung schneidet die Zahnfläche in Geraden,

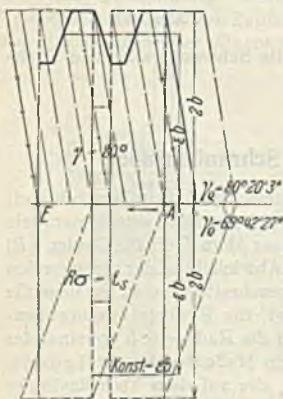


Abb. 144. Schaubild der axialen Berührungsbreiten.

unter  $\gamma_0$  gegen die Stirnfläche geneigt, im Aufriß erscheinen diese Berührungslinien als Tangenten an den Grundkreis, Abb. 143. Sie wachsen von Null bis auf den Größtwert  $b: \sin \gamma_0$ , behalten diesen für  $s < e$  einige Zeit bei, um wieder bis auf Null abzunehmen. Dasselbe gilt mit dem Normaldruck, wenn dieser proportional der Berührungslänge angenommen wird: ruhiger Gang infolge seiner von Null an stetigen Zunahme und bis auf Null erfolgenden Abnahme. Für die aus Abb. 143 ersichtlichen Verhältnisse gelten die Schaubilder Abb. 144 der axialen Berührungsbreiten, deren Veränderlichkeit geringer ist als im Falle gerader, der Stirnverzahnung entsprechender Zähne. In beiden Fällen aber ist die mittlere axiale Berührungsbreite  $b_m = \epsilon b$  gleich der für gerade Zähne sich ergebenden. Insbesondere ist die jeweilige gesamte axiale Berührungsbreite konstant  $= \epsilon b$  für Sprünge gleich einem ganzen Vielfachen der Stirnteilung. Der hierin liegende Vorteil beruht nach Bauer<sup>1)</sup> in der Abnutzung der Flanken derart, daß sie den ursprünglichen kongruent bleiben und um einen (Abnutzungs-) Winkel zurückgedreht erscheinen. Von dem entsprechenden Steigungswinkel  $\text{tg } \gamma = b: t_z$  wird häufig abgewichen.

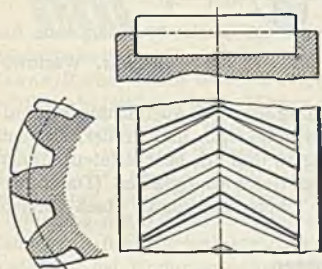


Abb. 145.

Mit der Zahnschräge sind Axialkräfte verknüpft, für die durch  $O$  gehende

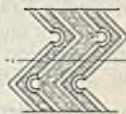


Abb. 146.

Zahnberührung bestimmt durch  $P_a = P_2 \cot \gamma$ . Die Axialkraft ist um so größer, je kleiner  $\gamma$ , sie wird vermieden durch Pfeilzähne, wenn diese hinsichtlich der Radmittelebene symmetrisch sind, Abb. 145. Ausführung mit Seiten- (Bord-) Scheiben, wenn die Drehrichtung wechselt, oder Verwendung von Rädern mit Doppelpfeilzähnen: Citroen-Räder. Ausführung

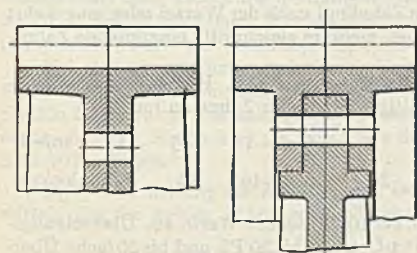


Abb. 147—149. Pfeilzahnräder.

der Zahnräderfabrik Augsburg vorm. Joh. Renk nach Abb. 146. Die Bohrungen in den Zahnstößen ermöglichen den Auslauf des Fingerfräasers und damit scharfe Pfeilspitzen. Im anderen Falle und ohne Seitenscheiben soll rücksichtlich der Festigkeit die Winkelspitze voreilen. Aus Gründen einfacher Zahnbearbeitung (scheibenförmiger Formfräser, schneckenförmiger Walzfräser) werden zwei an sich gleiche Räder mit entgegengesetzten Zähnen miteinander verschraubt, Abb. 147 und 148 oder der Fräsauslauf wird durch eine Ringnut in der Radmittelebene ermöglicht, Abb. 149. Die gleich satte Zahnanlage der eingreifenden Zahnpaare wird durch die axiale Einstellbarkeit des Triebes mittels längsbeweglichen Kupplungen (s. d.) erzielt. Durch Verminderung der Zahnzahl des Triebes auf 3 bis 5 erhält dieser das Aussehen einer 3- bzw. 5gängigen Schnecke, Abb. 150: Rabitz-Getriebe.

<sup>1)</sup> Österr. Zeitschr. f. Berg- u. Hüttenwesen 1890, S. 39.



Bei dem aus dem Ganzen bestehenden Wüst-Getriebe erfolgt die Bearbeitung beider Radhälften gleichzeitig mittels schneckenförmiger Wälzfräser, deren Anstellung um die halbe Stirnteilung versetzt erfolgt; der Zahn der einen Radhälfte läuft aus in der Lücke der anderen, Abb. 151. Ausschneiden der Lücke erfolgt bis  $a$ , das Gegenrad erhält eine Ringnut. Unterbrechung der Zähne, fehlende Symmetrie.



Abb. 150. Rabitztrieb.



Abb. 151. Wüsttrieb.

Verwendung der Schräg Zahn- bzw. Pfeilzahnräder bei Ausführung mit un bearbeiteten Zähnen im Falle geringer Geschwindigkeiten und großer, stoßend wirkender Kräfte (Pressen, Scheren, Kammwalzen) und mit bearbeiteten Zähnen zur Übertragung großer Leistungen bei hohen Geschwindigkeiten (Dampf turbinenvorgelege) bzw. zur Bewältigung größerer Übersetzungen als 5 fach (Grenze für gerade Zähne).

(368) Berechnung. Es gelten die Beziehungen

$$\frac{P}{\sin \gamma} = k \frac{b}{\sin \gamma} t_n \quad \text{oder} \quad P = k b t_n = k b t_s \sin \gamma$$

bzw.  $P = k_1 b t_n = k_1 b t_s \sin \gamma,$

worin  $k$  bzw.  $k_1$  in Ansehung der günstigeren Eingriffsverhältnisse größer als unter (362) gewählt werden darf: vom Zahnkopf nach der Wurzel oder umgekehrt verlaufende Berührung längs des Zahnes, mehrere gleichzeitig eingreifende Zahn-paare.

Die Zahnradfabrik Augsburg vorm. Joh. Renk gibt für Stahl-ritzel auf Gußeisenrad im Falle sorgfältig bearbeiteter Zähne an für

|                           |      |    |    |    |    |    |    |    |    |                    |
|---------------------------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|--------------------|
| $u =$                     | 0,25 | 1  | 3  | 5  | 7  | 9  | 11 | 13 | 15 | m/sek              |
| $k_1 = \frac{P}{b t_n} =$ | 32   | 28 | 24 | 22 | 20 | 18 | 16 | 14 | 12 | kg/cm <sup>2</sup> |

und läßt für Phosphorbronze um 70 bis 100% höhere Werte zu. Übersetzungs-verhältnis bis 15 fach. Sie führt Ra bit z-Getriebe bis 20 PS und bis 20fache Über-setzung, Wüst-Getriebe bis 1000 PS und bis 12fache Übersetzung aus.

Für Hochleistungsgetriebe, bis 20000 PS für ortsfeste Anlagen (AEG) und Geschwindigkeiten  $u = 70$  bis 100 m/sek (Brown Boveri & Co.), Si-Stahl (nicht fressend), Ritzel härter als Radkranz, gehärtet, geschmiert und gekapselt finden sich Werte  $k_1$  bis 60 kg/cm<sup>2</sup> und darüber.

Nach Lasche (AEG) ist bei Bemessung derartiger Getriebe (gegen-über Pressung) das Folgende zu beachten:

Kleiner Ritzeldurchmesser im Interesse kleiner Gehäuse (Beschränkung, deren Verwerfungen infolge der zu übertragenden Kräfte und verschiedenen Tem-peraturzustandes). Deshalb hohe Zahnbelastung  $p = \frac{P}{b}$  kg/cm, die bis 25 cm

Ritzeldurchmesser, als abhängig von der Flankenkrümmung, proportional dem Ritzeldurchmesser gesetzt wird, während die Breite zwecks Beschränkung der Durchbiegung den doppelten Ritzeldurchmesser nicht wesentlich überschreiten soll. Ev. Anordnung eines dritten Lagers. Lasche setzt bis zu

$$d = 250 \text{ mm} \quad p:d = 4,2 \text{ bis } 5,3$$



für  $d > 250$  mm  $p: \bar{d} = 20,1$  bis 24,6  
 und  $b: d = 1,5-2-(2,7 \text{ Höchstwert})$ .

In Ausführungen der AEG finden sich spez. Zahndrücke

$$p = P : b = 150-80-40$$

für  $u = 5$  bis 6 bzw. 30 bzw. 60 m/sek. Neuerdings ist  $p = P : b$  bis auf 200 gesteigert worden. Brown, Boveri & Co. A.-G., Mannheim-Käferthal, rechnen mit

$$p = P : b = 60-150-200; \quad p: \bar{d} = 16-24-30; \quad b = 2d$$

und  $u = 30$  bis 45 m/sek, die Größtwerte  $p: d$  und  $p: \bar{d}$  bei vorübergehender Höchstbelastung. Die bekannt gewordenen Erfahrungen von A. Krupp A.-G., Essen/Ruhr, lassen sich wie folgt zusammenfassen: Ausführungsgrenzen rücksichtlich Verziehens beim Härten etwa 1000 bis 1200 mm Durchmesser. Ebenso Schleifmöglichkeit durch Radgröße begrenzt. Übersetzung bis 15fach für einstufige Getriebe, wirtschaftliche Übersetzung etwa 13fach. Teilung  $t_n = (2,5-5)$  bzw.  $(8-12)\pi$  für Langsamlauf.  $z_{\min} = 25$ . Zahnschräge  $\gamma = 30^\circ$ . Schmierung durch Waten des großen Rades bis  $N = 50$  PS, darüber Preßölschmierung mit 0,5 bis 1 at Ölpressung. Einspritzung in den Eingriff über ganze Zahnbreite (ev. Rückwärtsgang beachten). Ölverbrauch 4 bis 12 l/sek je 10 cm Radbreite bei Umfangsgeschwindigkeiten  $u = 10$  bis 40 m/sek, Wirkungsgrade bis 98,8%, mit der Belastung zu- und mit der Umlaufzahl abnehmend. Einlaufenlassen mit Schmirgel im Leerlauf (sorgfältige Reinigung des Getriebes). Die Warmlaufforderung tritt zurück, weil die Übertemperatur durch die Öltemperatur und Ölmenge beherrscht wird. (Es finden sich  $w$  bis 350000.) Entsprechendes gilt von der Forderung gegenüber Abnutzung im Falle gehärteter Zahnkränze. Die Forderung gedrängter Konstruktion (Kraftwagen- und Flugzeugbau) zwingt zu hohen Werten von  $k_1$ . Für hochwertigen Werkstoff, gehärtet, geschliffen und gut geschmiert  $k_1$  bis 228 bei  $u$  bis 14,6 m/sek und darüber.

Vgl. hierüber: Turboantrieb von Holzschleiferanlagen, AEG-Mitteilungen 1927, H. 4, S. 163; Der mittelbare Turboantrieb, AEG-Mitteilungen 1928, H. 9, S. 420; Kutzbach: Fortschritte und Probleme der mechanischen Energieumformung, Z. 1921, S. 673 u. ff.; Klein: Aus der Praxis des Getriebebaues, Glasers Ann. 1929, S. 166.

(369) Bearbeitung der Zahnflächen. Durch Fräsen nach dem Wälzverfahren mittels des für gerade Zähne verwendeten Wälzfräasers: von  $t_n$  ausgehen. Oder

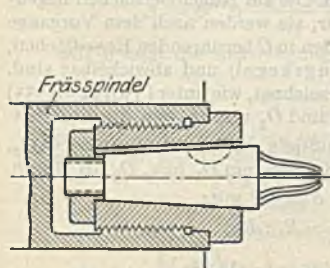


Abb. 152. Zapfen- oder Fingerfräser.

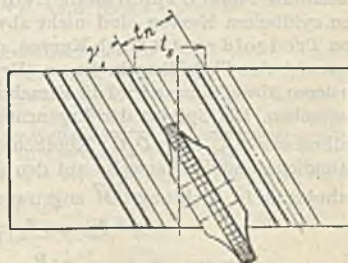


Abb. 153. Scheibenförmiger Formfräser.

nach dem Formverfahren mittels Formfingerfräasers, Abb. 152, oder mittels des scheibenförmigen Formfräasers, Abb. 153, entsprechend dem für gerade Zähne verwendeten. Für das  $z$ -zählige Rad mit der Normalteilung  $t_n$  ist die Zahnzahl  $z$ , zu ermitteln, die mit  $t_n$  multipliziert den Umfang des Krümmungskreises der

Schnittellipse senkrecht zur Teilrißschraubenlinie ergibt. Der Krümmungshalbmesser in  $O$  ist

$$r_k = \frac{R^2 \cdot \sin^2 \gamma}{R} = R \cdot \sin^2 \gamma,$$

folglich

$$z_f = \frac{2 \pi R}{t_n \sin^2 \gamma} = \frac{2 \pi R}{t_s \sin^3 \gamma} = \frac{z}{\sin^3 \gamma}.$$

Der Vorschub erfolgt beim Formverfahren in Richtung der Breite des Rades, das sich nach Maßgabe des Sinnes und der Steigung der Teilrißschraubenlinie um seine Achse dreht. Zurückziehen des Werkzeuges nach Fertigstellung der Lücke und Weiterteilung. Beim Wälzfräsverfahren werden alle Lücken nacheinander an- und fertig geschnitten. Vgl. auch das unter Zahnradbearbeitungsmaschinen im Abschnitt „Werkzeugmaschinen“ Gesagte.

Oder durch Hobeln oder Stoßen nach dem Wälzverfahren nach dem Verfahren von Sykes<sup>1)</sup> oder nach Maag<sup>2)</sup> oder nach Reinecker<sup>3)</sup>.

### Kegelräder mit geraden Zähnen.

(370) Der Schnittpunkt der Achsen ist die gemeinsame Spitze  $M$  der aufeinander wälzenden Kegel, die im Falle konstanten Übersetzungsverhältnisses Kreiskegel sind. Deren Berührung(mantel)linie  $MC$  teilt den Achsenwinkel  $\delta$  nach Maßgabe des Übersetzungsverhältnisses

$$\sin \delta_1 : \sin \delta_2 = R_1 : R_2 \quad \text{mit} \quad \delta_1 + \delta_2 = \delta$$

Schnitte senkrecht zur Berührungsmantellinie, je im Abstände  $b$ , ergeben unendlich viele Radgrundkörper (Kegel), die sich bei gleichen Zähnezahlen durch die Teilung unterscheiden. Es gilt allgemein

$$2 R \pi = z t :$$

die Teilung ist veränderlich, dem Halbmesser proportional. Man ermittelt die für den jeweiligen Zweck zulässigen kleinsten Räder.

Beim Rollen zweier Kegel  $r_1$  bzw.  $r_2$  mit Spitze in  $M$  und gemeinsamer Berührungslinie  $MC$  (Rollkegel) auf bzw. in den Teilriß- (Wälz-) Kegeln  $R_1$  bzw.  $R_2$  behält jeder Punkt von  $MC$ , also auch  $C$ , seinen Abstand von  $M$  bei; die Punktbahnen sind sphärische Zykloiden. Eine durch  $MC$  gehende, im Normalschnitt dazu gegen die Achsenebene unter  $90 - \alpha$  geneigte Ebene berührt zwei zu den Teilrißkegeln konaxiale Kegel  $q_1$  und  $q_2$  (Grundkegel). Beim Auf- bzw. Abwickeln dieser erzeugenden Ebene auf bzw. von den Grundkegeln beschreibt beispielsweise Punkt  $C$  sphärische Evoluten. Die auf Kugeloberflächen liegenden zyklischen Kurven sind nicht abwickelbar, sie werden nach dem Vorgange von Tredgold ersetzt durch Kurven, die auf den in  $C$  berührenden Kegelflächen, konaxial den Teilrißkegeln liegen (Ergänzungskegel) und abwickelbar sind. In deren Abwicklungen wird die Verzahnung verzeichnet, wie unter (350) bzw. (355) angegeben. Die Spitzen der Ergänzungskegel sind  $O_1$  und  $O_2$  und die Teilkreis-halbmesser  $\overline{O_1 C}$  bzw.  $\overline{O_2 C}$ . Kopfhöhe und Fußtiefe werden in Richtung  $O_1 O_2$ , Zahndicke und Lückenweite auf den (Teil-) Kreisen um  $O_1$  bzw.  $O_2$  als Bogen, Zahnbreite in Richtung  $\overline{CM}$  angetragen. Für  $\delta = 90^\circ$  gilt:

$$\sin \delta_1 : \cos \delta_1 = \operatorname{tg} \delta_1 = R_1 : R_2,$$

$$\overline{CO}_1 = R_1 \cdot \cos \delta_1 = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = R_1 \sqrt{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + 1}$$

und 
$$\overline{CO}_2 = R_2 \sqrt{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + 1}.$$

<sup>1)</sup> Z. 1917, S. 306; M. B. 1926, S. 705.

<sup>2)</sup> M. B. 1926, S. 402.

<sup>3)</sup> Coenen: Automatische Pfeilradhobelmaschine, M. B. 1928, S. 464.

(371) Berechnung. Diese entspricht der für gerade Zähne angegebenen für die mittlere Verzahnung; deren Teilung  $t_m$  wird durch die äußere  $t_a$  ausgedrückt, die für die Ausführung wichtig ist. Aus

$$P = k_1 b t_m = \frac{71620 \frac{N}{n_1}}{\frac{z_1 t_m}{2\pi}} = \frac{450000 N}{z_1 t_m n_1}$$

folgt mit

$$t_m = t_a \cdot \frac{\sqrt{D_1^2 + D_2^2} - b}{\sqrt{D_1^2 + D_2^2}}$$

$$k_1 z_1 b t_m^2 = k_1 z_1 b \frac{\left(\sqrt{z_1^2 + z_2^2} - \frac{2\pi b}{t_a}\right)^2}{z_1^2 + z_2^2} t_a^2 = 450000 \frac{N}{n_1}$$

und mit  $b = \psi t_a$  folgt

$$t_a^3 = \frac{450000}{k_1 \psi z_1} \frac{z_1^2 + z_2^2}{\left(\sqrt{z_1^2 + z_2^2} - \pi \psi\right)^2 n_1}$$

( $z_1$  und  $n_1$  sind zusammengehörige Werte), worin  $k_1$  die unter (362) erörterte Bedeutung hat. Kontrolle auf Warmlauf mit  $R_m = \frac{z_1 t_m}{2\pi}$ .

Im Falle Ausführung des großen Rades mit Kämmen ist die Biegebeanspruchung der sich verjüngenden Kämme zu prüfen. Für die Elementarräder, die von der Breite  $db$ , müssen die Zahndrucke  $dP = p db$  so beschaffen sein, daß die Berührungslinie der abgebogenen Zähne durch  $M$  geht. Entsprechendes gilt von den abgenutzten Zähnen. Nun gilt nach (219) für den am Ende belasteten Freiträger allgemein

$$f = \frac{\alpha P l^3}{J 3} = \frac{\alpha}{1/12 db (\beta t)^3} \cdot \frac{p db (\alpha t)^3}{3} = 4 \frac{\alpha \alpha^3}{\beta^3} p = C' \cdot p$$

und zufolge der Berührung über die Breite  $b$  des abgebogenen Zahnes muß sein

$$C' \cdot p = C'' \cdot t \quad \text{also} \quad p = Ct$$

und wegen  $dP = k_1 db \cdot t$  folgt noch  $Ct = k_1 t$ , mithin  $C = k_1$ .

Die Betrachtung der Abnutzungstiefe proportional dem spezifischen Gleiten  $\gamma$  und der Pressung  $p$  liefert unmittelbar

$$\Delta = C''' p \frac{w_1 - w_2}{w_1} = C''' \cdot t \quad \text{und damit} \quad p = Ct.$$

Mit  $p$  folgt die Anstrengung des Elementarrades zu

$$\sigma_b = \frac{p db \cdot \alpha t}{1/6 db (\beta t)^2} = 6 \frac{\alpha k_1}{\beta^2}$$

Beispiel. Eine Leistung von 50 PS von einer Welle mit  $n_1 = 75$  auf eine diese senkrecht schneidende mit  $n = 325$  durch Holzeisenräder zu übertragen. Vgl. S. 364.

Wird  $k_1 < 20 - \frac{1}{2} \sqrt{325}$  zu 9 und weiter  $z_2 = 36$ ,  $\psi = 3,25$  angenommen, so folgt

$$t_a^3 = \frac{450000}{9 \cdot 3,25 \cdot 36} \frac{36^2 + 156^2}{\left(\sqrt{36^2 + 156^2} - 3,25 \pi\right)^2 325} = 75 \quad \text{also} \quad t_a = 14 \pi$$

$$b = 3,25 \cdot 14 \pi = 140 \quad \text{und} \quad D_1/D_2 = 2184/504 \text{ mm.}$$

Kontrolle auf Warmlauf. Mittlerer Durchmesser  $D_{2m} = 504 - 140 \cos \delta_1$ , worin

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{156}{36} = 4,333$$

also  $D_{2m} = 473$  mm und  $P = \frac{75 \cdot 50}{0,473 \cdot 325} = 466$  kg, folglich  $w = \frac{466 \cdot 325}{140} = 10820$ .





Und für  $\gamma_1 = \gamma_2 = 45^\circ$  stimmt das Übersetzungsverhältnis mit dem Verhältnis der Halbmesser überein. Mit der Geschwindigkeit

$$u_1 \cos \gamma_1 + u_2 \cos \gamma_2 = R_1 \omega_1 \cos \gamma_1 + R_2 \omega_2 \sin \gamma_1$$

gleiten die Zähne aufeinander in Richtung der Zahnachse im Augenblick der in  $O$  erfolgenden Zahnberührung.

Wegen  $t_n' = t_n \sin \gamma_1$  und  $t_n'' = t_n \sin \gamma_2$  folgt

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = i = \frac{z_2 t_n''}{z_1 t_n'} \cot \gamma_1 = \frac{z_2}{z_1}$$

Das Übersetzungsverhältnis ist, unabhängig von den Steigungswinkeln, gleich dem Verhältnis der Zähnezahlen.

(374) **Eingriffsverhältnisse.** Die Entstehung der Zahnflächen durch Gerade, die in den erzeugenden Ebenen ( $\gamma_e'$  und  $\gamma_e''$ ) liegen, vgl. (364), läßt erkennen, daß deren Schnittlinie, eine Raumgerade, der geometrische Ort der Zahnberührung, die Eingriffslinie ist, längs deren der Berührungspunkt mit der konstanten Geschwindigkeit  $c$  wandert. Und deren Auffassung als Resultante aus der Führungsgeschwindigkeit  $u_1' = R_1' \omega_1$  bzw.  $u_2' = R_2' \omega_2'$  und einer in der augenblicklichen Berührungsebene der Zahnflächen liegenden Relativgeschwindigkeit  $w_1'$  bzw.  $w_2'$  liefert diese sowie die absolute Geschwindigkeit  $c$ . Die Normalebene zu den erzeugenden Ebenen durch die erzeugenden Geraden ( $\gamma_e'$  und  $\gamma_e''$ ) schneiden sich in einer Normalen zur Eingriffslinie, und die gemeinsame Berührungsebene steht senkrecht zu letzterer und enthält erstere. Diese Berührungsebene durch die Endpunkte der Geschwindigkeiten  $u_1'$  und  $u_2'$  gelegt, schneidet auf der Eingriffslinie  $c$  ab und enthält die Relativgeschwindigkeit  $w_1'$  und  $w_2''$ , mit denen die Gleitgeschwindigkeit folgt.

Die Eingriffslänge  $AOE$  ist bestimmt durch die Kopfzylinder, sie ist immer ein Vielfaches der in den erzeugenden Ebenen liegenden Normalteilung  $t_{ne}$ . Eingriffsbeginn in  $A$ : treibender Fuß und getriebene Kopfkante zusammenarbeitend, also Punktberührung. Im weiteren Verlaufe wandert der Berührungspunkt über  $O$  nach  $E$ , Abb. 155a—c: treibender Kopf mit getriebenem Fuße sich berührend. Während der Verschiebung des Berührungspunktes vom Fuße nach dem Kopfe hin (am Rade  $R_1$ ) erfolgt gleichzeitig eine solche entlang des Zahnes. Die Gleitgeschwindigkeit ist die Resultante aus der entlang der Flanken im Sinne des unter (352) und (357) Gesagten und derjenigen entlang des Zahnes. Ihre Größe fordert bearbeitete oder unter Schmirgel eingelaufene Zähne und deren Schmierung, wenn auf guten Wirkungsgrad Wert gelegt wird.

Für die in  $O$  erfolgende Berührung folgt bei Betrachtung des Rades  $R_2$  unmittelbar  $P_1 = P_2 \operatorname{tg}(\gamma_1 + \varrho)$ , worin  $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ , folglich  $\eta = \operatorname{tg} \gamma_1 : \operatorname{tg}(\gamma_1 + \varrho)$  und  $\eta = \max$  für  $\gamma_1 = 45^\circ - \frac{\varrho}{2}$ , vgl. (309). Hiernach ist es vorteilhaft, dem treibenden Rad den kleineren Steigungswinkel zuzuweisen.

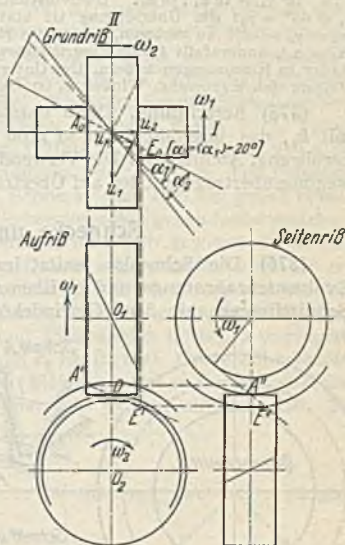


Abb. 155 a—c. Schraubzahnäder.



Die Radbreiten sind rücksichtlich des Eingriffes durch die Eingriffslänge  $\overline{AE}$  bestimmt, eine ev. Vergrößerung gewährt die Möglichkeit axialer Verschiebung der Räder. Die Änderung des kürzesten Abstandes  $O_1O_2$  ist dagegen ohne Störung des bestenfalls vorhandenen Eingriffes nicht statthaft.

Beispiel. Für eine Übersetzung  $i = z_1 : z_2 = 44 : 22 = 2$  folgt im Falle gleicher Teilriß-Durchmesser  $\gamma_1 = 26^\circ 34'$  und  $\gamma_2 = 63^\circ 26'$ ; mit  $t_n = 6 \cdot \pi$  wird  $t'_1 = 13,4165 \pi$  bzw.  $t'_2 = 6,7082 \pi$  und damit  $D_1 = D_2 = 295,163$ .

Den Eingriffswinkeln  $\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$  entsprechen die Winkel der erzeugenden Ebenen  $\text{tg } \alpha_1' = \text{tg } 20^\circ : \sin 26^\circ 34' = 0,36397 : 0,44724 = 0,8138$  und  $\text{tg } \alpha_2' = \text{tg } 20^\circ : \sin 63^\circ 26' = 0,36397 : 0,89441 = 0,4069$ . Die Winkel  $\alpha_1'$  und  $\alpha_2'$  sind voneinander abhängig nach Maßgabe der Beziehung  $\text{tg } \alpha_1' : \text{tg } \alpha_2' = \text{tg } \gamma_1 = \text{ctg } \gamma_2$ , während für die Erzeugungswinkel gilt  $\text{tg } \alpha_1 = \sin \gamma_1 \text{tg } \alpha_1'$  und  $\text{tg } \alpha_2 = \sin \gamma_2 \text{tg } \alpha_2'$ . Folglich  $\text{tg } \alpha_1' : \text{tg } \alpha_2' = \text{ctg } \gamma_1 : \text{tg } \alpha_2$  und  $\text{tg}^2 \gamma_1 = \text{tg } \alpha_1 : \text{tg } \alpha_2$ . Übereinstimmende Erzeugungswinkel ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) bedingen  $\gamma_1 = 45^\circ = \gamma_2$ : die Übersetzung ist statt in die Neigungswinkel in die Durchmesser ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 45^\circ$ ) zu verlegen, wenn die Normalverzahnung beider Räder übereinstimmt ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ), andernfalls treten Eingriffsstörungen auf, die sich im Falle spielfrei laufender Räder in Klemmungen äußern. Der Unterschied der Winkel [ $\alpha_2 = \alpha_1 = 20^\circ$ ] und des nach Obigem sich ergebenden Winkels  $\alpha_1$  ist aus der Umklappung in Abb. 155c ersichtlich.

(375) Berechnung. Diese entspricht der für Schraubenzähne erörterten, mit  $k_1$ , das ungefähr halb so groß ist, wie dort angegeben (Gleiten, Punktberührung, Abnutzung). Die Verwendung dieser Räder ist hauptsächlich auf Bewegungsübertragung oder auf Übertragung nur geringer Leistungen beschränkt.

### Schnecke und Schneckenrad.

(376) Die Schnecke besitzt im Axialschnitt das geradlinige Profil der Evolventenzahnstange und in Ebenen parallel zur Schneckenachse sind deren Schnittfiguren mit dem Gewindegörper krummlinig begrenzt, Abb. 156a—g.

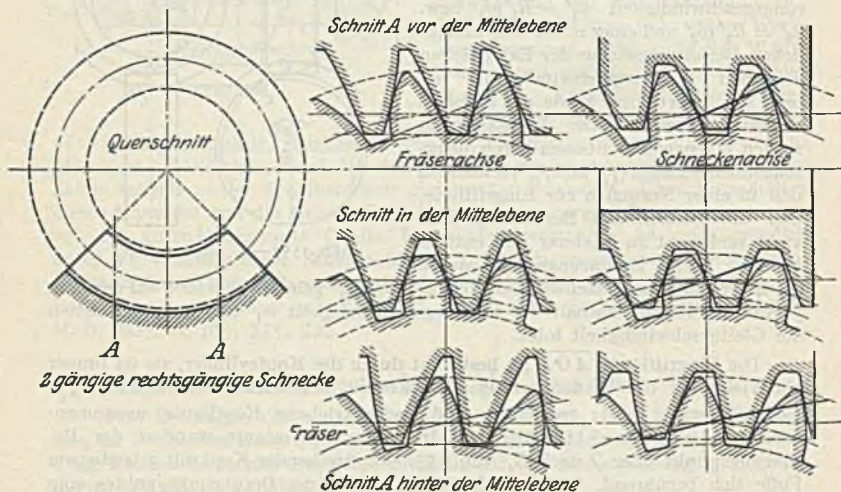


Abb. 156a—g. Schnittfiguren des Gewindegörpers mit Ebenen parallel zur Schneckenachse.

Auch sie sind auffaßbar als Zahnstangenflanken, die sich in Richtung der axial gesicherten Schnecke mit der Umfangsgeschwindigkeit

$$u_r = u_s \text{tg } \gamma = u_s \cdot g t : (2 \pi r_s)$$

mit

$g$  = Gängigkeit,

$t$  = Teilung,

$r_s$  = Schneckenteilriß-Halbmesser



verschieben. Die ihnen entsprechenden Radflanken können nach Reuleaux, vgl. (342), ermittelt werden an Hand der Überlegung, daß die Teilrißfläche des Rades einen Kreiszyylinder ( $R$ ) und die der Schnecke eine diesen im Abstände  $r_s$  berührende Ebene ist. Die Eingriffslinie im Mittelschnitt ist die der Evolvente entsprechende Gerade, diejenigen in den Parallelschnitten sind gekrümmt und die Gesamtheit der Eingriffslinien ergeben die gekrümmte Eingriffsfläche als geometrischen Ort der Zahnberührung, deren für den Eingriff benutzter Teil als Eingriffsfeld bezeichnet wird. Die Konstruktion der Eingriffslinien und der Radflanken hat diejenige der Berührungsnormalen zur Voraussetzung, die mechanisch mittels Spiegellineals oder exakt an Hand geometrischer Beziehungen möglich ist. Vgl. hierüber wie über die aus der Gestalt des Eingriffsfeldes zu ziehenden Folgerungen die Untersuchungen von Stribeck in Z. 1897, S. 936; von A. Ernst: „Eingriffsverhältnisse des Schneckengetriebes mit Evolventen und Zykloidenverzahnung und ihr Einfluß auf die Lebensdauer des Triebwerkes“, Berlin 1901; von Schiebel: „Die Eingriffsverhältnisse der Zahnräder mit besonderer Berücksichtigung der Schneckengetriebe“, Prag 1902, Sonderabdruck aus den Technischen Blättern und „Räder mit schrägen Zähnen“, Berlin 1913, Julius Springer sowie von Stübler in der Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1912, S. 250 u. ff.

Die Hauptergebnisse dieser Untersuchungen lassen sich in das Folgende zusammenfassen. Der Achsenabstand von Schnecke und Rad ist genau einzuhalten; die Radmittelebene muß durch die Schneckenachse gehen (axial gesichertes Rad); eine Axialverschiebung der Schnecke innerhalb gewisser durch das Eingriffsfeld gezogener Grenzen ist zulässig. Günstige Eingriffsfelder werden erzielt mit den praktisch allein in Frage kommenden Evolventenschnecken bis 0,25 t Kopfhöhe bei mindestens 30 Zähnen und einem Steigungswinkel auf dem Teilzylinder bis zu  $18^0$ ; größere Winkel und Zähnezahlen unter 29 verringern das Eingriffsfeld, wodurch Verminderung von  $k_1$  bedingt ist. Große Zähnezahlen sind vorteilhaft. Die Höhenkorrektion, vgl. (361), gestattet nach Schiebel die normalen Zahnabmessungen für  $z \geq 36$  und  $\gamma = 15^0$  zu unterschreiten bis  $z = 14$  und  $\gamma = 20^0$ .

### (377) Bewegungsverhältnisse. Mit

$g$  = Gangzahl der Schnecke (= 1, 2, ... für die ein-, zwei-, ... gängige Schnecke),

$z$  = Zähnezahl des Schneckenrades,

$t$  = Teilung,

$r_s$  = Teilrißhalbmesser der Schnecke,  $r_r = \frac{z t}{2\pi}$  den des Schneckenrades,

$n_s$  bzw.  $n_r$  = Umlaufzahlen der Schnecken- bzw. Schneckenradwelle i. d. Min.,

$\gamma$  = Steigungswinkel der Schnecke bestimmt durch  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{g t}{2 r_s \pi}$

folgt

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{u_r}{u_s} = \frac{R_r \omega_r}{r_s \omega_s} = \frac{g t}{2 r_s \pi},$$

also

$$i = \frac{\omega_s}{\omega_r} = \frac{z}{g}.$$

(378) Kraftverhältnisse. Die Auffassung der Schnecke als Schraube mit Flachgewinde liefert für die Übersetzung ins Langsame

$$N_r = \eta_{sr} N_s \quad \text{und} \quad M_r n_r = \eta_{sr} M_s n_s,$$

also

$$M_r = i \eta_{sr} M_s = \eta_{sr} \frac{z}{g} M_s,$$

worin

$$\eta_{s,r} = \operatorname{tg} \gamma : \operatorname{tg} (\gamma + \varrho).$$

Für die Übersetzung ins Schnelle (steilgängige Schnecke) gilt

$$M_s = \frac{g}{z} M_r \eta_{r,s} \quad \text{und} \quad N_s = \eta_{r,s} \cdot N_r,$$

worin

$$\eta_{r,s} = \operatorname{tg} (\gamma - \varrho) : \operatorname{tg} \gamma.$$

In beiden Fällen erfahren  $\eta_{s,r}$  bzw.  $\eta_{r,s}$  Abminderungen nach Maßgabe der Trag- und Spurzapfenreibung, etwa um

|             | Spurlager der Schneckenwelle | Traglager der Schneckenwelle | Traglager der Schneckenradwelle |                |
|-------------|------------------------------|------------------------------|---------------------------------|----------------|
| rd. 10% für | Gleitlager                   | Gleitlager                   | Gleitlager                      | } meist üblich |
| 7% „        | Kugellager                   | „                            | „                               |                |
| 4% „        | „                            | Kugellager                   | „                               |                |
| 1% „        | „                            | „                            | Kugellager                      |                |

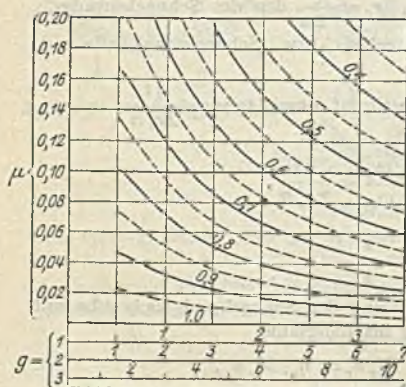
Für  $\gamma = \varrho$  ist zufolge  $M_s = 0$  das Schneckengetriebe selbstsperrend. Wegen der in  $\mu = \operatorname{tg} \varrho$  liegenden Unsicherheit ist  $\gamma < \varrho$  zu wählen.

Der Einfluß des Flankenwinkels auf die Reibungsverhältnisse kann Berücksichtigung finden durch  $\mu' = \mu : \cos \alpha$  mit  $\alpha =$  Flankenwinkel, beispielsweise  $\alpha = 30^\circ$ .

Bei guter Schmierung und glatter Oberfläche, Guß auf Guß, darf gesetzt werden  $\mu = 0,1$ ; im Falle Stahles auf harter Bronze ist etwa  $\mu = 0,03$ .

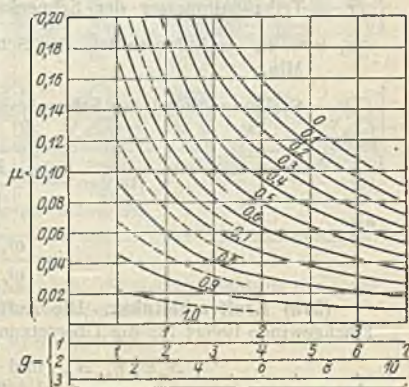
Stribeck gibt für ein eingelaufenes eingängiges, Schneckengetriebe (Guß auf Guß, Ganghöhe  $h = 25,13$  mm,  $\operatorname{tg} \gamma = 0,1$ ,  $z = 30$ ,  $b = 77$  mm,  $2R = 240$  mm) an

| $u_s$ m/sek | $P$ kg | $\mu$ (bei $60^\circ\text{C}$ ) |
|-------------|--------|---------------------------------|
| 0,5         | 500    | 0,060                           |
| 1,0         | 500    | 0,051                           |
| 1,5         | 500    | 0,047                           |
| 2           | 400    | 0,040                           |
| 3           | 250    | 0,030                           |
| 4           | 160    | 0,025                           |



Die Zahlen sind die Werte  $D_3 : t$

Abb. 157. Kurventafel der  $\eta_{s,r}$ .



Die Zahlen sind die Werte  $D_3 : t$

Abb. 158. Kurventafel der  $\eta_{r,s}$ .



Er hat ferner für ein- und zweigängige Stahlschnecken ( $h = 13\pi$  bzw.  $26\pi$ , äuß. Schneckendm. = 106 mm, Kerndm. = 50 mm) und Rädern aus Phosphorbronze (Evolventenverz.,  $2\beta = 105^\circ$ )  $\eta_{sr}$  bis über  $90\%$  bei  $60^\circ\text{C}$  Öltemperatur für das zweigängige Getriebe ermittelt. Für vorstehend erwähntes Gußeisengetriebe fand er  $\eta_{sr}$  bis  $74\%$  im eingelaufenen Zustand.

Westberg stellte an einem 5gängigen Getriebe fest  $\eta_{sr} = 76,2$  bis  $96,8\%$  und Bach-Roser ermittelten an einem 3gängigen Getriebe  $\eta_{sr}$  bis  $88\%$ .

Abb. 157 und 158 zeigen den Wirkungsgradverlauf für die verschiedenen Werte von  $\mu$  und der Schneckenabmessungen.

**(379) Bearbeitung.** Die genaue Entwicklung der Radflanken erfolgt nach dem Reinecker-Verfahren durch Fräsen mittels eines kegelig abgestumpften Fräasers, dessen Abmessungen bis auf die Kopfhöhe der Arbeitsschnecke entsprechen, der auf den richtigen Abstand angestellt wird und einen Vorschub (Differentialbewegung) in seiner Achse erfährt derart, daß die Umfangsgeschwindigkeit des zu fräsenden Rades zuzüglich der Vorschubgeschwindigkeit die Teilrißgeschwindigkeit des Rades ergibt. Die Fräserabmessungen (für den Fertigschnitt) läßt Abb. 159 erkennen.

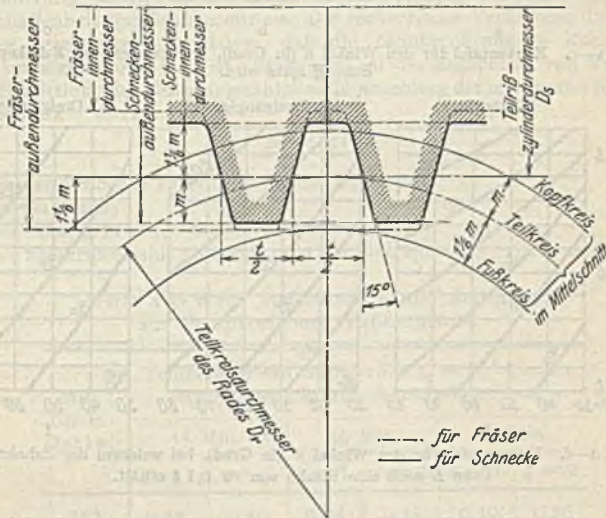


Abb. 159. Axialschnitt des Fräasers bzw. der Schnecke.

Teilung  $t = m\pi$  ( $m = \text{Modul}$ ), Zahnstärke im Teilkreis  $= \frac{1}{2}t$ ,

Flankenwinkel  $= 15^\circ$  (Eingriffswinkel),  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Schneckenkopfhöhe} = m, \\ \text{Schneckenfußtiefe} = 1\frac{1}{8}m; \end{array} \right.$

für das Rad ist im Mittelschnitt

Kopfhöhe  $= m$ , Fußhöhe  $= 1\frac{1}{8}m$ ,

Zahnstärke  $= \text{Lücke} = \frac{1}{2}t$ .

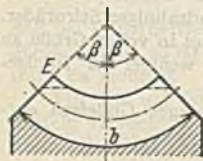


Abb. 160.

Die Bearbeitung durch Fräsen mittels zylindrischer Schnecke, die dem Rade bis zur vollen Schnitttiefe genähert wird, ist weniger vollkommen. Schließlich kommt noch die Verwendung des einfachen Schlagzahnes für Bronze und andere weniger harte Werkstoffe in Betracht. Der geradlinig begrenzte Zahn dreht sich um seine, der Schneckenachse entsprechenden Achse und erfährt einen Vorschub in deren Richtung. Im Axialschnitt des Radkranzes, Abb. 160, ist



der Winkel begrenzt durch die Forderung, daß die Zähne bei  $E$  nicht spitz werden. Die Grenzwerte von  $\beta$  für verschiedene Zähnezahlen und Werte  $D_s : t$  lassen die Abb. 161 a—c erkennen.

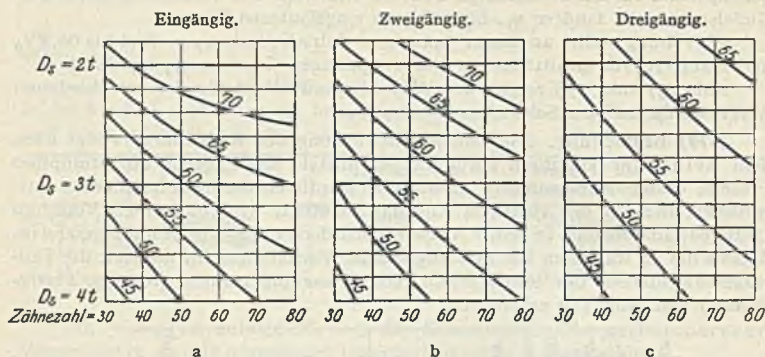


Abb. 161 a—c. Kurventafel für den Winkel  $\beta$  (in Grad), bei welchem der Zahnkopf an der Ecke  $E$  spitz wird.

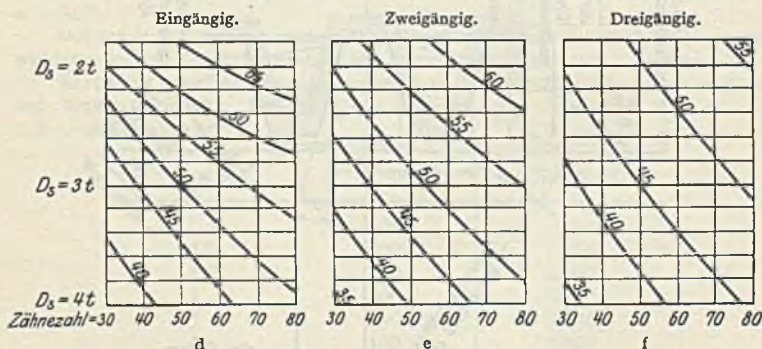


Abb. 161 d—f. Kurventafel für den Winkel  $\beta$  (in Grad), bei welchem der Zahnkopf an der Ecke  $E$  noch eine Stärke von  $\approx 0,1 t$  erhält.

$\beta$  bestimmt die in  $P = k_1 b t$  in Betracht kommende Zahnbreite  $b$  im Zahngrunde.

Häufig werden die Ecken  $E$ , Abb. 160, die zur Erhöhung des Eingriffsfeldes wenig beitragen, entfernt, die Räder zylindrisch abgedreht.

**(380) Berechnung.** Der Unterschied zwischen Kraft- und Arbeitsrädern besteht auch hier, er wirkt sich anders aus als im Falle geradzahniger Stirnräder. Der Zahn ist an der Wurzel kräftiger und die Annahme des in voller Größe an der Zahnkopfkante angreifenden Zahndruckes trifft noch weniger zu. Infolgedessen wird für Krafträder gesetzt<sup>1)</sup>

$k = 18-28$  im Falle guten Gußeisens; für hochwertiges Gußeisen entsprechend höher.

$k = 32-50$  für gute Phosphorbronze

$k = 28-40$  für Zinkbronze.  $b = \frac{P}{kt}$  versteht sich für den Bogen im Zahngrunde.

<sup>1)</sup> Nach C. Bach, M. E. 13. Aufl.

Stribeck setzt rücksichtlich Festigkeit  $k = 42$  bzw.  $32$  für Radzähne aus Phosphorbronze,  $k = 25$  bis  $20$  für Radzähne aus Gußeisen.

Die Nachrechnung von Handwinden, Flanken roh oder bearbeitet, mit Fettschmierung, (für aufgesetzte Schnecken) mit  $D_s = (3-4)t$  und  $b \sim 0,25\pi D_s = 2,75t$  ergibt

$$P \sim 60 t^2 \text{ für das Graugußrad,}$$

$$P \sim 100 t^2 \text{ für das Stahlgußrad.}$$

Unter dem Zwange, gedrängt und leicht zu konstruieren (Schneckenflaschenzüge, Handwinden), werden die oben angegebenen Werte bisweilen erheblich überschritten.

Für Krafräder tritt der Wirkungsgrad zurück; anders bei Arbeitsrädern, bei denen ein guter Wirkungsgrad mehrgängige Schnecken bedingt. Die Anforderungen sind die gleichen wie unter (362) und die Belastungszahl  $k_1$  rücksichtlich Erwärmung ist abhängig davon, ob das Getriebe die Beharrungstemperatur erreicht oder aus der Erwärmungsperiode nicht herauskommt. In diesem Falle sind höhere Werte  $k_1$  zulässig. Ferner sind von Einfluß die Zuverlässigkeit der Schmierung, damit zusammenhängend die Pressung und Ausführung sowie die Beschaffenheit des Schmiermittels. Die rechnerische Verfolgung dieser Einflüsse ist, ganz abgesehen davon, daß die Zahnberührung in Raumkurven erfolgt, unmöglich und man ist angewiesen auf die Ergebnisse von Versuchen zwecks Ermittlung der Belastungsfähigkeit in Ansehung der erwähnten Einflüsse.

Stribeck<sup>1)</sup> setzt

$$N = cgt^2$$

mit  $N$  = der Schnecke zugeführten Leistung in PS,

$g$  = Gangzahl,

$t$  = Teilung in cm,

$c$  = Erfahrungszahl, abhängig von der Betriebsdauer, von  $g$  und  $n$ .

Werte von  $c$  für Stahlschnecke und Radzähne aus Phosphorbronze, Zähne gefräst.

| Min.<br>Umdr.-<br>Zahl $n_s$ | Temperatur des Schmieröles $t_0 = 60^\circ \text{C}$ nach einer durchschnittl. Betriebsdauer von |         |         |         |         |         |
|------------------------------|--|---------|---------|---------|---------|---------|
|                              | 15 Min.  |         | 30 Min. |         | 45 Min. |         |
|                              | $g = 1$  | $g = 2$ | $g = 1$ | $g = 2$ | $g = 1$ | $g = 2$ |
| 352                          | 0,35   | 0,40    | 0,26    | 0,35    | 0,19    | 0,26    |
| 542                          | 0,45   | 0,50    | 0,35    | 0,41    | 0,26    | 0,31    |
| 745                          | 0,49   | 0,55    | 0,42    | 0,48    | 0,29    | 0,34    |
| 991                          | 0,51   | 0,60    | 0,45    | 0,54    | 0,33    | 0,36    |
| 1476                         | 0,52   | 0,63    | 0,46    | 0,57    | 0,34    | 0,37    |

Soll bei Dauerbetrieb die Öltemperatur  $t_0$  die Grenze von  $60^\circ \text{C}$  nicht erheblich überschreiten, so ist nur mit dem 0,8fachen der für 45 Minuten angesetzten Beträge zu rechnen.

Für Guß auf Guß, gut eingelaufen, hat Stribeck die Grenzwerte  $k_1$  zu ermitteln versucht, bei deren Überschreitung Fressen der Flanken zu befürchten steht. Er setzt für

$$\begin{array}{cccccc} u_s = 0,5 & 1 & 2 & 3 & 4 \text{ m/sek} \\ \max k_1 = & 52 & 44 & 31 & 25 & 23 \end{array}$$

<sup>1)</sup> Z. 1897, S. 936 u. ff.; 1898, S. 1156 u. ff.

Die im Zahngrunde gemessene Breite ( $b = 2,5t$  und mehr für große Schneckendurchmesser) bestimmt Stribeck zu  $b = 2r\beta$ , worin sein soll  $\operatorname{tg} \beta = a : \left( \frac{r_s}{t} + 0,6 \right)$ .  $a$  ist abhängig von der Zähnezahl, etwa

|              |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| für $z = 28$ | 36  | 45  | 56  | 62  | 68  | 76  | 84  |
| $a = 1,9$    | 2,1 | 2,3 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 |

Weitere Versuche haben angestellt Stodola (Schw. Bz. 1895, S. 16 u. ff.) und Westberg (Z. 1902 S. 915 u. ff. und F.-A. Heft 6).

Bach und Roser haben die Versuche ausgedehnt auf die Feststellung der Beharrungstemperatur eines Getriebes mit Stahlschnecke.

Dreigängig; Evolventenverzahnung mit  $\alpha = 15^\circ$ ;  $t = 25,4$  mm;  $D_s = 76,6$  mm; Schneckenrad Phosphorbronze; Zähne gefräst;  $z = 30$ ;  $b = 78$  entspr.,  $2\beta = 91^\circ$ . Es ist somit  $\operatorname{tg} \gamma = 3 \cdot 25,4 : (76,6\pi)$  oder  $\gamma = 17^\circ 34'$  und  $D_r = 30 \cdot 25,4 \cdot \pi = 242,6$  mm. Die Gleitgeschwindigkeit im Schneckenteilriß,  $u = \frac{2\pi \cdot 0,0766 n}{60}$  war veränderlich zwischen 0,26 und 3,76 m/sek entsprechend einem Spiel von  $n_s$  zwischen 63,7 und 2185. Die Belastung wurde geändert zwischen  $k_1 = 63,5$  und  $5,6$  kg/cm<sup>2</sup>. Schmierung mit zähflüssigem Dampfzylinderöl. Die Übertemperatur schwankte zwischen 27,9 und 94,9° C. Die Erwärmungsperiode schwankte zwischen 55 Min. und 5 Stunden 25 Min. Die Versuchsergebnisse werden ausgedrückt durch

$$k_1 = A(t_0 - t_1) + B \quad \text{mit} \quad A = \frac{1}{15 u_s} + 0,42 \quad \text{und} \quad B = \frac{109}{2,75 + u_s} - 25.$$

Für  $u_s \sim 1,6$  ist  $B = 0$  und damit wird  $k_1 = 0,46(t_0 - t_1)$ ; für  $u_s \leq 1,6$  m/sek ist  $k_1 \geq 0,46(t_0 - t_1)$ .

Bei Übertragung dieser Versuchsergebnisse auf andere Getriebe im Dauerbetrieb sind deren Betriebsbedingungen zu würdigen, ob ähnlich oder anders geartet als die Versuchsbedingungen. Im allgemeinen empfiehlt sich mit  $k_1$  unter den für das Versuchsgetriebe ermittelten Werten zu bleiben.

Für  $u_s = 1,6$  und  $t_0 - t_1 = 50^\circ$  folgt  $k_1 = 23$  und für die gleiche Übertemperatur und  $u_s = 4$  m/sek wird unter Verhältnissen ähnlich denen des Versuchsgetriebes,

$$A = 1/60 + 0,42 = 0,437, \quad B = 109 : 6,75 - 25 = -8,85,$$

folglich  $k_1 = 0,437 \cdot 50 - 8,85 = 13$  für Dauerbetrieb mit voller Belastung.

Bei absetzendem Betrieb und nicht dauernder Vollast ist Erhöhung von  $k_1$  bis auf das Doppelte und darüber zulässig.

Mit  $k_1 = 13$  folgt

$$P = 13 \cdot 7,8 \cdot 2,54 = 258 \text{ kg}$$

und

$$N = 1/75 \cdot 258 \cdot 4 \operatorname{tg} 17^\circ 34' = 4,36 \text{ PS}$$

an der Radwelle.

Nach Stribeck würde folgen für  $t_0 = 60^\circ$  C und einer Betriebsdauer von 45 Min. bei

$$n_s = 60 \cdot 4 : (0,0766 \pi) = 997$$

$N_s = 0,39 \cdot 2,54^2 \sim 7,5$  PS an der Schneckenwelle und unter Annahme von  $\eta_{sr} = 0,80$  eine Leistung von  $N_r = 6$  PS am Rade. Deutlich ist der Einfluß der Betriebsdauer zu erkennen, die bis zur Erreichung der Beharrungstemperatur wesentlich größer als 45 Min. sein wird. Rechnet man mit Stribeck für Dauerbetrieb mit  $0,8 \cdot 6 = 4,8$  PS, so ist die Übereinstimmung zwischen ihm und Bach-Roser eine recht gute.

Rötscher empfiehlt für

|                                |            |     |     |    |           |
|--------------------------------|------------|-----|-----|----|-----------|
| Umfangsgeschwindigkeit $u_s =$ | 0,5        | 1,0 | 2,5 | 5  | 7,5 m/sek |
| Gußeisen                       | $k_1 = 30$ | 24  | 17  | 12 | —         |
| Phosphorbronze                 | 60         | 48  | 34  | 25 | 13        |
| Aluminiumbronze                | —          | 50  | —   | —  | —         |

Kutzbach geht aus von  $u_s$ ; er setzt

$$k_1 = 40 : (1 + 0,5 u_s) \quad \text{für Guß auf Guß} (u_s \leq 5 \text{ m/sek}),$$

$$k_1 = 60 : (1 + 0,5 u_s) \quad \text{für Stahl auf Bronze} (u_s \leq 10 \text{ m/sek}).$$



Und Braun hat die Belastungszahl  $k_1$  in Abhängigkeit der Umfangsgeschwindigkeit  $u$ , ermittelt an Hand der Bach-Roserschen Versuche für eine Erwärmung des Öles von  $20^\circ$  auf  $60^\circ$ ; er empfiehlt

für  $u = 0,5$  1 2 3 4 5 m/sek  
 $k_1 = 31$  24 16 12 8,7 6,5 eben für die Beharrungstemperatur  
 $t_0 = 60^\circ$ .

(381) Zwecks Ersatzes der Gleitreibung durch Zapfenreibung werden die Radzähne durch Rollen ersetzt: Konstruktion von Hirth (D.R.P. Nr. 138768 vom 8. X. 1901 und Nr. 216832 vom 10. I. 1907). Mit diesem Getriebe angestellte Versuche haben Wirkungsgrade bis zu 92% ergeben, also nicht höher als die mehrgängigen gewöhnlichen Schneckengetriebe. Und die gleiche Absicht sowie Vergrößerung der Zahnberührungsfläche strebt das Pekargetriebe (D.R.P. Nr. 148733 vom 29. XII. 1901 und Nr. 155795 vom 11. XI. 1899) an. Es ist ein Globoid- (Hindley-) Schneckengetriebe, dessen Eingriffsverhältnisse von Lindner, Z. 1902, S. 644 u. ff. untersucht worden sind. Vgl. hierüber auch dessen Versuche mit dem Lorenz-Schneckengetriebe (D.R.P. Nr. 109119 und 114211):  $\eta = 84$  bis 89%. Ferner die Untersuchungen von Moog in W. M. 1911, S. 189 u. ff. Bei den Globoidschnecken ist genaueste axiale Einstellung und ihre Aufrechterhaltung unerlässlich.

### (382) Konstruktive Gestaltung.

Werkstoff: Gußeisen, Stahl, u. U. legiert, Bronze, Rohhaut oder textile Stoffe. Bekannt bzw. durch Rechnung gefunden sind  $z$ ,  $t$ ,  $R$  und  $b$ .

**Stirnräder** mit geraden Zähnen. Im Falle sehr kleiner Zähnezahlen (Punktverzahnung) bestehen Welle und Radkörper aus einem Stück: Schmiedestahl, die Zahnücken werden aus einer Verstärkung herausgearbeitet. Kleine Räder werden voll ausgebildet; Mindestzähnezahl rücksichtlich Aufkeilens und genügender Fleischdicke  $i$ , Abb. 162, etwa

$$i \geq (0,6 - 0,8 - 1) t$$

für Schmiedestahl bzw. Stahlguß bzw. Gußeisen.

Verstärkung ist durch Endscheiben möglich, Abb. 163 a und b; sie erschwert die Bearbeitung (Putzen) der Zähne und fordert deshalb

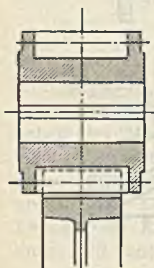


Abb. 163a.

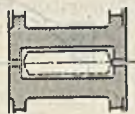


Abb. 163b.



Abb. 162.

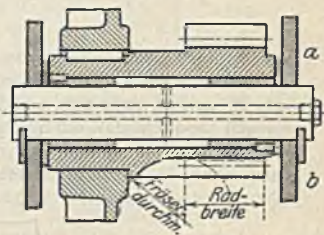


Abb. 164.

eine größere Zahnbreite als am Rade. Im Falle nebeneinander sitzender Räder wird das Rohrritzel nach Abb. 164 ausgeführt.

Mit zunehmendem Durchmesser lohnt sich zwecks Ersparnis an Werkstoff die Ausführung nach Modell: gegossene Räder mit Nabe, Armen oder Nabenscheibe und Radkranz oder die Aufsetzung eines besonderen Zahnkranzes aus hochwertigem und teurerem Werkstoff auf die gegossenen Radkörper, Abb. 165, und 166 a und b. Verbindung des Rades mit der Welle durch Keile oder

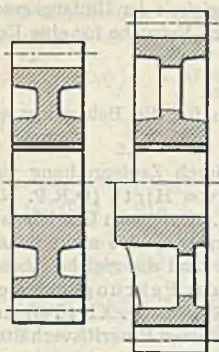


Abb. 165.

166a.

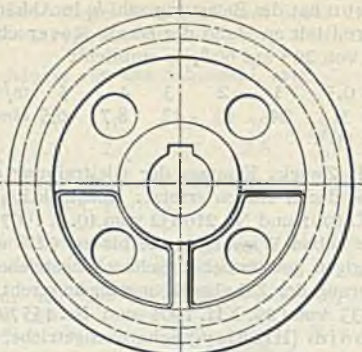


Abb. 166b.

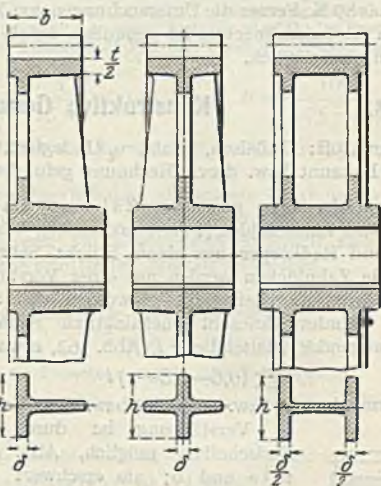
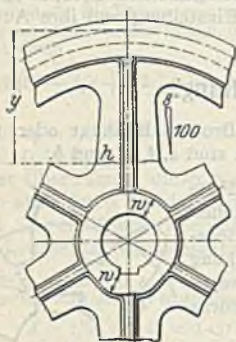


Abb. 167a—d.

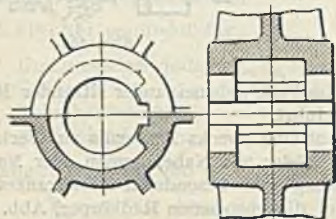


Abb. 168.

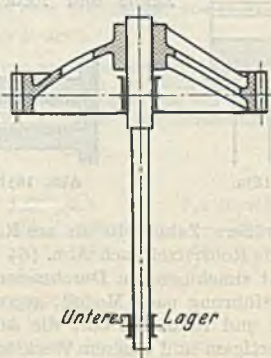


Abb. 169. Glockenrad.



Federn. Nabelnänge  $l = (1,2 - 1,5) d$  bzw.  $l \geq b + \frac{1}{20} R$ , abhängig von Durchmesser und Breite des Rades (Schiefeilen).

Nabenwandstärke  $w$  bei Gußeisen etwa  $w = 0,4 d + 1$  cm oder im Falle ungewöhnlicher Wellenabmessungen nach Bach

$$w = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) \left(d' + \frac{d}{2}\right) + 1 \text{ cm}$$

mit  $d =$  Nabelbohrung und  $d' = \sqrt[3]{\frac{5M}{k_d}}$  als der zur Übertragung von  $M$  erforderliche Wellendurchmesser.

Für Stahlguß  $w = 0,3 d + (0-1)$  cm. Lange Naben mit großen Durchmessern (rücksichtlich Aussehens) werden im mittleren Teil hohlgegossen, erhalten aber durchgehende Keilbahn, Abb. 168. Arme mit Querschnitten nach

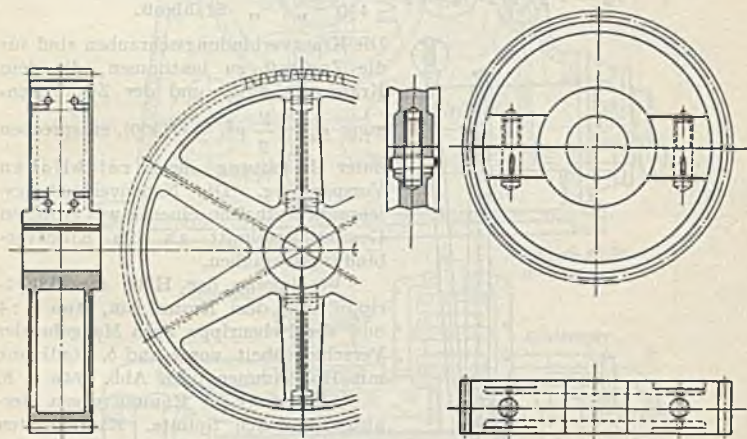


Abb. 170.

Geteilte Räder.

Abb. 171.

Abb. 167a—d, seltener rund oder oval. Kranzstärke  $= (0,5 - 0,6) t$ . Verjüngung der Kranz-, Naben- und Armflächen nach außen, etwa 1:20 (Ausheben des Modells). Die Arme verbinden die Nabe mit dem Kranz. Kraftübertragend wirken die Hauptrippen ( $h, \delta$ ), versteifend die Nebenrippen. Ebenes oder durchgerichtetes Armsystem, bei dem der Zahndruck durch das Lager unmittelbar abgefangen wird (gleichmäßige Pressungsverteilung) oder zum Zwecke der Entlastung schwer zugänglicher Lager: Glockenräder, Abb. 169 links. Vgl. unter Wasserturbinen.

Armzahl  $i \sim \frac{1}{7} \sqrt{D}$  mm bzw.  $i \sim \frac{1}{8} \sqrt{D}$  mm bei ungeteilten bzw. geteilten Rädern. Einteilige Räder mit ebenem Armsystem bis etwa 2000 mm Durchmesser, als Glockenräder bis 3500 mm. Teilung aus Rücksicht auf Herstellung, Versand oder Aufstellung, in den Armen (gesprengt und mit gepreßten Schrauben verbunden oder zusammengehobelt mit Paßschrauben) oder, bei verhältnismäßig steifem Kranze, zwischen den Armen (gesprengt). Teilfuge durch die Zahnücke; Verbindungsschrauben tunlichst nahe an Kranz und Nabe (Doppelmutterschrauben), Sprengleiten zu beiden Seiten der Verbindungsschrauben (Vermeidung von Biegebungsbeanspruchung des Kranzes und der Schrauben), Abb. 170 u. 171.



Die Arme sind auf Biegung beansprucht, und zwar je nach ihrer Nachgiebigkeit und der Steifigkeit des Kranzes, verschieden stark. Unter der ver-



Abb. 172a und b.

einfachenden Annahme, daß  $i/3$  Arme an der Übertragung teilnehmen, folgt, Abb. 167,

$$k_b = P y : (i/3 \cdot \lambda / \delta h^2) \begin{cases} \approx 300 \text{ kg/cm für Gußeisen,} \\ \approx 450 \text{ „ „ Stahlguß.} \end{cases}$$

Die Kranzverbindungsschrauben sind für die Zugkraft zu bestimmen, die dem Kranzquerschnitt und der Zugsanstrengung  $\sigma_z = \frac{\gamma}{g} u^2$ , vgl. (409), entsprechen unter Beachtung ihrer reichlichen Vorspannung. Die Nabenverbindungsschrauben erhalten einen etwas größeren Gesamtquerschnitt als die Kranzverbindungsschrauben.

Verjüngung der Höhe der Hauptrippe nach dem Kranze hin, etwa 5 : 4 und der Nebenrippe nach Maßgabe der Verschiedenheit von  $l$  und  $b$ . Radkranz mit Holzkämmen nach Abb. 174 a u. b.

Sicherung der Kämme gegen Herausfallen durch Splinte. Kammbreiten über 200 mm werden durch 2 oder mehr Kämme erzielt. Die Zahnzahl ist zweckmäßig ein Vielfaches der Armzahl.

Über Rohhautritzel und Getriebe für Übersetzungen vom Elektromotor auf die langsamere laufende Vorgelegewelle vgl. das unter Hebezeugen Gesagte.

Abb. 173 zeigt das Einheitsgetriebe für Kraftwagen, ausgeführt von der Zahnradfabrik Friedrichshafen A.-G.

Die Räder bestehen aus hochwertigem Chromnickelstahl, besitzen nach Maag korrigierte Verzahnungen, sind gehärtet und geschliffen. Die Wellen bestehen ebenfalls aus Chromnickelstahl, die Nutenwellen sind im Nutengrund und an der Keilbahn geschliffen. Sie laufen in Kugel- bzw. Rollenlagern, die in einem Gußgehäuse oder auf Wunsch in einem Leichtmetallgehäuse eingebaut sind. Der Schalthebel der Knüppelschaltung

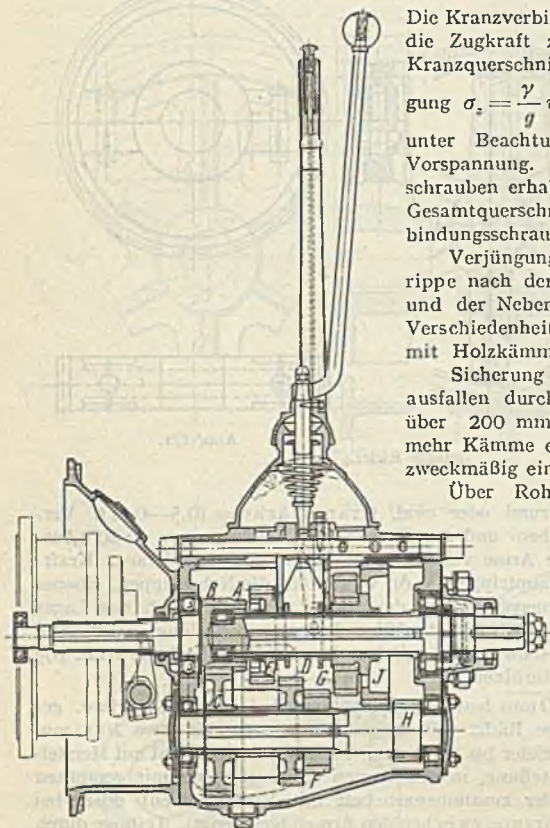


Abb. 173. Einheitsgetriebe (Zahnradfabrik Friedrichshafen A.-G.).

stehen ebenfalls aus Chromnickelstahl, die Nutenwellen sind im Nutengrund und an der Keilbahn geschliffen. Sie laufen in Kugel- bzw. Rollenlagern, die in einem Gußgehäuse oder auf Wunsch in einem Leichtmetallgehäuse eingebaut sind. Der Schalthebel der Knüppelschaltung

stzt in der Mitte des Getriebes. Die Abb. 173 zeigt die Blockanordnung des Getriebes, bez. dessen weiterer Einzelheiten auf die Veröffentlichung der ausführenden Firma verwiesen werden muß.

Mit der starren Kupplung des Zahnradgetriebes sind infolge ungleichförmigen Ganges oder stark veränderlicher Umfangskraft u. U. Überbeanspruchungen ( $k$  und  $k_1$ ) verknüpft, die durch nachgiebige Konstruktionen gemildert werden: federnde Zahnräder: die Kupplung des Zahnkranzes mit dem Radkörper

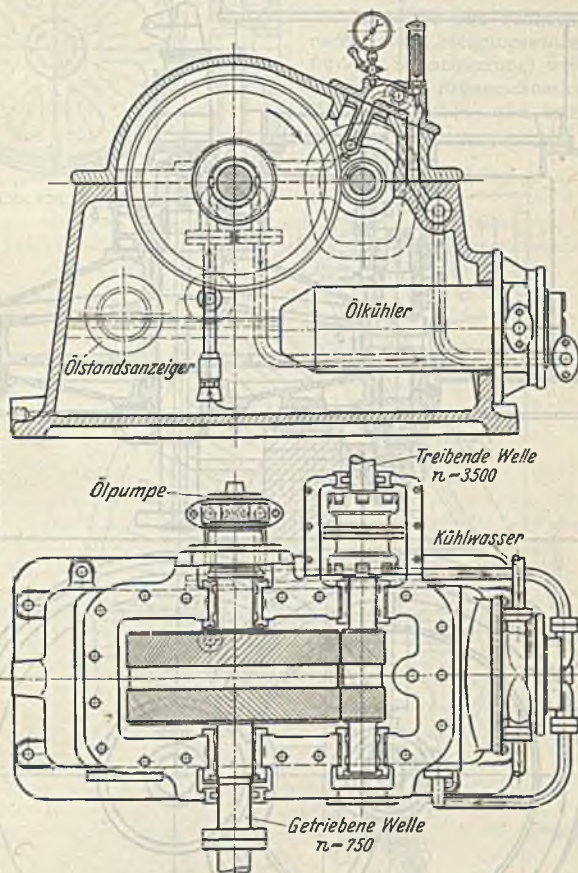


Abb. 174. Hochleistungsgetriebe (F. Schichau, G. m. b. H., Elbing).

erfolgt durch Federn. Vgl. Z. 1903, S. 1355; Z. 1916, S. 410 und 1108 und Schw. B. 1916 vom 30. IX.; Z. 1920, S. 763; Z. 1921, S. 676 und S. 910; Z. 1926, S. 1568.

Mit Schraubenzähnen. Abb. 174 zeigt ein Hochleistungsgetriebe mit liegenden Wellen, Ausführung der Firma F. Schichau, G. m. b. H., Elbing, für eine Übersetzung  $i = \frac{3500}{75}$  und Abb. 175 ein ähnliches Getriebe für vertikale Achsen, Ausführung von A. Krupp A.-G. Essen (Ruhr) für 75/500 Umdr. und 1000 PS.



Die verlängerte Turbinenwelle *a*, gestützt durch den Spurzapfen *b*, treibt mittels des Doppelschrauben-Rädergetriebes *c* die mit der Ritzelwelle beweglich gekuppelte Generatorwelle *e* an. Das Gewicht des Ritzels samt Welle und Kupplung wird im Interesse gleich satter Zahnanlage durch einen federnd gestützten Spurzapfen abgefangen. Mit der Ritzelwelle ist eine Zahnradpumpe *f* gekuppelt zur Erzeugung der Pressung des von den Rädern ablaufenden Oles.

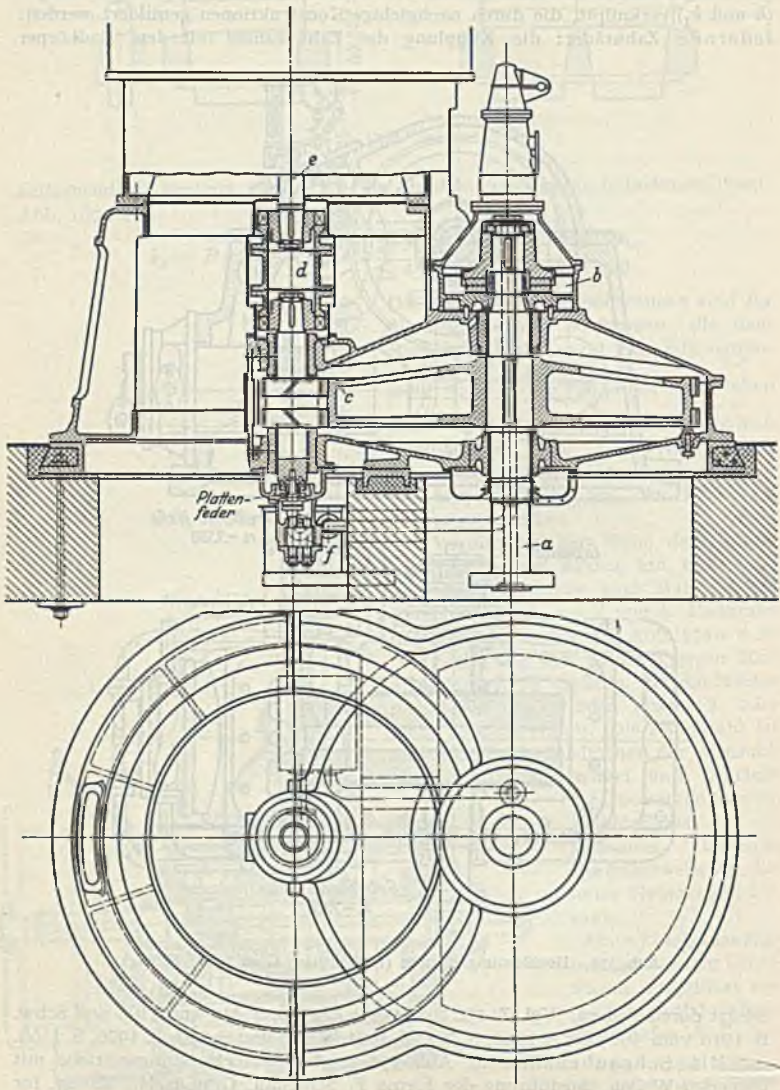


Abb. 175. Hochleistungsgetriebe (Fr. Krupp A.-G., Essen, Ruhr).

Bei Doppelschraubenrädern ist auf gleichsatter Zahnanlage der Zahnkränze zu achten: nachgiebige Kupplung einer der beiden Radwellen. Die Kränze aus hochwertigem Stahl werden auf den Radkörper aufgeschumpft, Abb. 176.



**Kegelräder.** Abb. 177. Gegossen, mit rohen Zähnen (nach Modell oder mit Formmaschine hergestellt) oder mit bearbeiteten Zähnen (Radkörper schablioniert), oder mit Holzkämmen (für das große Rad) und mit ebenem oder durchgerichtetem Armsystem ein- oder zweiteilig. Das unter Stirnrädern Gesagte gilt sinngemäß auch hier.

**Schnecke und Schneckenrad.** Je nach dem Steigungswinkel  $\gamma$  (geforderte Selbstsperrung) wird die gußeiserne oder Bronzeschnecke über die Welle geschoben und mit ihr ver-

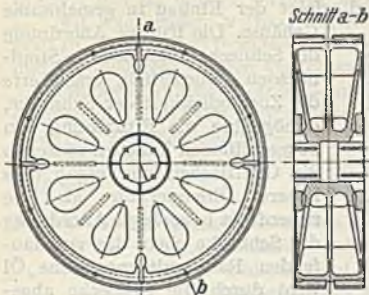


Abb. 176. Doppelschraubenrad.

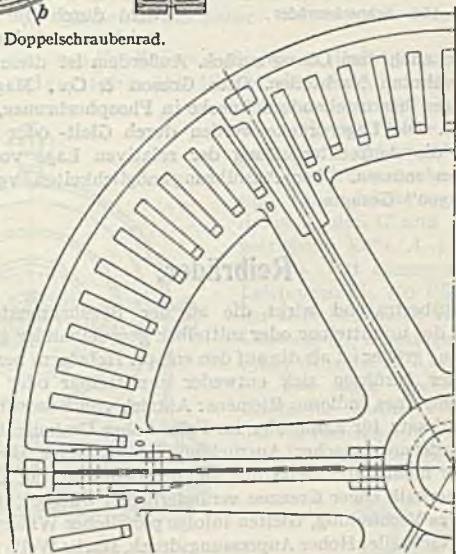
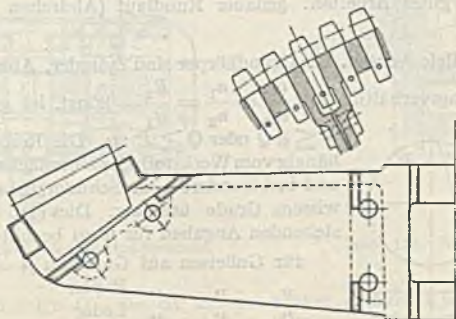


Abb. 177. Kegel-Kammrad.



splintet oder Stahlwelle und Schnecke bestehen aus einem Stück. Das Rad besteht aus Gußeisen oder Stahlguß oder Bronze oder nur aus einem Bronze-

kranz, mit der gußeisernen Radscheibe durch Schrauben oder Scherbolzen verbunden, Abb. 178—180. Zwecks Herstellung und Aufrechterhaltung der gegenseitigen Lage von Schnecke und Rad erfolgt der Einbau in gemeinsame

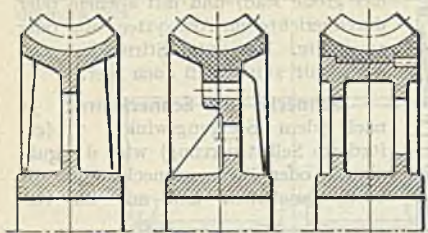


Abb. 178—180. Schneckenräder.

Gehäuse. Die frühere Anordnung der Schnecke unten machte Stopfbüchsen erforderlich, erschwerte die Zugänglichkeit der Schnecke, ermöglichte die Einziehung von abgeschliffenen Teilchen zwischen die Gleitflächen und ergab eine höhere Öltemperatur als die neuerdings bevorzugte Anordnung der Schnecke oben: das vom laufenden Rade mitgenommene Öl wird durch die Schnecke abgestrichen und läuft an den Gehäusewänden nach dem Öltrog zurück. Außerdem ist diese Anordnung frei von den vorerwähnten Nachteilen. Otto Gruson & Co., Magdeburg-Buckau, führen die billiger herzustellende Schnecke in Phosphorbronze, das teure Rad in Stahlguß aus. Die Lagerdrücke werden durch Gleit- oder Wälzlager abgefangen, welche die Aufrechterhaltung der relativen Lage von Schnecke und Rad ermöglichen müssen. Über Ausführungsmöglichkeiten vgl. das hierüber unter „Hebezeugen“ Gesagte.

## Reibräder.

(383) Kraftübertragend wirkt die an der Berührungsstelle auftretende Reibung infolge der unmittelbar oder mittelbar gegeneinander gepreßten Räder, sofern die Reibung größer ist als die auf den entspr. Hebelarm bezogene Umfangskraft. Die Räder berühren sich entweder unmittelbar oder mittelbar unter Zwischenschaltung eines endlosen Riemens: Antrieb von Stevens. Sie kommen in Betracht als Ersatz für Zahnräder im Falle hoher Umlaufzahl (geräuschloser Gang) und Forderung rascher Ausrückmöglichkeit oder Bewegungsumkehr, für Vorgelege der nicht unter Belastung anlaufenden Motoren, als Mittel zur Erzielung eines innerhalb enger Grenzen veränderlichen Übersetzungsverhältnisses. Vorteile: Unstarre Verbindung, Gleiten infolge plötzlicher Widerstandssteigerung (Stoßwirkung). Nachteile: Hoher Anpressungsdruck, starke Welle (Zapfenreibung). Bedingung für gutes Arbeiten: genauer Rundlauf (Abdrehen nach dem Aufkeilen).

(384) Parallele Achsen. Die Grundkörper sind Zylinder, Abb. 181, vgl. (341).

Das Übersetzungsverhältnis  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{R_1} = \text{konst.}$  ist gewährleistet für



$P \leq \mu Q$  oder  $Q \geq P : \mu$ . Die Reibungszahl ist abhängig vom Werkstoff, der Oberflächenbeschaffenheit und insbesondere vom Schmierzustand, also in gewissem Grade unsicher. Dies ist bez. der nachstehenden Angaben für  $\mu$  zu beachten, nämlich

|                  |          |                   |
|------------------|----------|-------------------|
| für Gußeisen auf | Gußeisen | $\mu = 0,10—0,15$ |
| „ „ „            | Papier   | 0,15—0,20         |
| „ „ „            | Leder    | 0,15—0,30         |
| „ „ „            | Holz     | 0,20—0,50,        |

Abb. 181. Zylindrische Reibräder.

je nach Holzart, Gleitgeschwindigkeit, Pressung und Faserrichtung. Vgl. Klein, Reibungsziffern für Holz und Eisen, F. A. Heft 10. Für Leder auf Holz hat Bach ermittelt  $\mu = 0,29$  bis  $0,38$  und im Falle Holz-



scheiben mit Korkeinlagen  $\mu = 0,38$  bis  $0,54$ . Der Zustand des verwendeten Lederriemens hat die Reibungszahl erheblich beeinflußt. Vgl. hierüber auch Z. 1897, S. 1362 u. ff. „Versuche mit Reibrädergetrieben.“

Mit wachsendem  $\mu$  (trockene Reibfläche) nimmt  $Q$  ab und der Wirkungsgrad zu, deshalb sind trockene Reibkörper vorteilhaft, die aber leicht verschleifen und bei längerem Gleiten verkohlen oder verbrennen können.

Für Xylolith (Steinholz = Gemisch aus Sägespänen und Magnesit) auf Gußeisen ist  $\mu$  von der Geschwindigkeit und der Pressung nahezu unabhängig, etwa  $\mu = 0,26$ , auf Eichenholz  $\mu = 0,3$ ; mit  $\mu$  folgt der Anpressungsdruck  $Q = 1/\mu \cdot P$  und der spezifische Anpressungsdruck  $Q : b = 1/\mu \cdot P : b$ . Erfahrungsgemäß darf sein

|                       |                                   |                         |
|-----------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| $P : b = 12-22$ kg/cm | für Gußeisen auf Gußeisen entspr. | $Q : b = 120-150$ kg/cm |
| 5                     | „ Gußeisen auf Hartholz           | = 25-10 „               |
| 2,5-3,5               | „ Gußeisen auf weichem Holz       |                         |
| 2-3                   | „ Gußeisen auf Leder              | = 20-7 „                |

Auders bei dem von Fr. Krupp A.-G., Essen (Ruhr), ausgeführten Krupp-Garrard-Reibradgetriebe, Abb. 182, bei dem der Anpressungsdruck  $Q$  durch

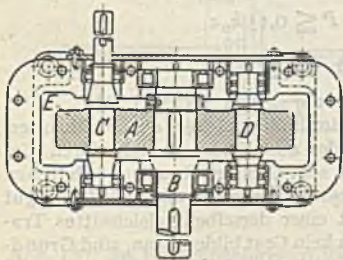
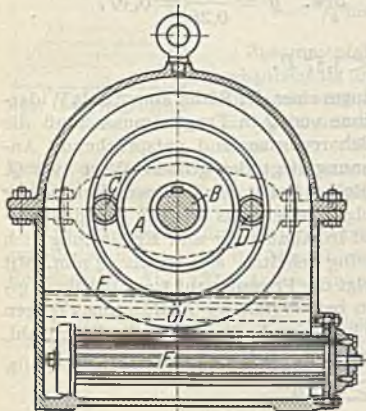


Abb. 182. Krupp-Garrard-Reibradgetriebe.

einen mit geringer Vorspannung über die treibende Rolle  $C$  und eine Umkehrrolle  $D$  gelegten kräftigen Ring  $E$  mit Rechteckquerschnitt erzeugt wird und Zapfendrucke vermieden werden dadurch, daß  $C$  und  $D$  sich gegen die getriebene Rolle  $A$  auf der Welle  $B$  stützen. Mit diesem Getriebe werden Leistungen bis 350 PS bei 3000 Umdr. der schnellaufenden Welle und 2facher Übersetzung übertragen. Vgl. auch das (386) Gesagte.

Die satte Berührung längs der Radbreite bedingt Aufrechterhaltung des Parallelismus der Achsen: Parallelverschiebung bzw. Beschränkung ihrer

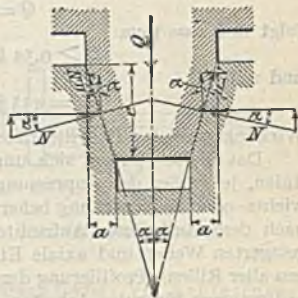


Abb. 183. Rillen-Reibräder.

Durchbiegung infolge  $Q$ . Sie ist um so stärker gefährdet je größer  $b$ . Deshalb sind Reibräder mit zylindrischer Reibfläche zu kleine Leistungen beschränkt. Verminderung von  $Q$  ist möglich durch Profilierung der Reibfläche, Abb. 183. Die Größe des Anpressungsdruckes  $Q$  fällt verschieden aus, je nachdem die Reibkörper als unelastisch oder nachgiebig angesehen werden und



die Einrückung während des Betriebes oder im Stillstand erfolgt. Unter Annahme starrer Reibkörper folgt

$$P \leq 2 \mu N \quad \text{und} \quad Q = 2 N \sin \alpha, \quad \text{folglich} \quad Q \geq \frac{\sin \alpha}{\mu} P = P : \mu'.$$

Für nachgiebige Reibkörper und Einrückung im Stillstand gilt

$$Q = 2 N \sin \alpha + 2 \mu N \cos \alpha, \quad \text{folglich} \quad N = \frac{Q}{2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \geq \frac{P}{2\mu},$$

und 
$$P \leq \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} Q = \mu'' Q \quad \text{und} \quad Q = P : \mu''.$$

In Wirklichkeit wird im Falle Einrückens während des Betriebes der Anpressungsdruck zwischen diesen beiden Grenzwerten liegen, so daß gilt

$$P : \frac{\mu}{\sin \alpha} < Q < P : \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}.$$

Mit  $2\alpha = 30^\circ$  und  $\mu = 0,1$  wird

$$\mu'' = \frac{0,1}{0,26 + 0,96 \cdot 0,1} = 0,28 \quad \text{bzw.} \quad \mu' = \frac{0,1}{0,26} = 0,39,$$

also

$$2,56 P < Q < 3,57 P.$$

Denn beim Einrücken während des Ganges eines der Räder kommt als Widerstand nur die Reibungskomponente im Sinne von  $Q$  in Frage, immer muß die Einrückkraft größer sein als der dem Beharrungszustand entsprechende Anpressungsdruck. Im Sinne sicherer Rechnung liegt der größere Wert von  $Q$ .

Nachteil der Keilrillenräder: Reines Rollen findet nur in einem Punkte der Berührungslinie statt, in den anderen erfolgt Gleiten, das mit der Geschwindigkeit und der Berührungslänge wächst und in Abnutzung und Erwärmung sich äußert. Deshalb wird die Eingrifftiefe gering gehalten,  $e = 10$  bis  $12$  mm. Mit der axialen Berührungsbreite  $a = e \operatorname{tg} \alpha$  folgt die Pressung auf  $1$  cm Berührungsbreite  $k_0 = Q : 2a$ , die für gutes Gußeisen bei sorgfältiger Ausführung (Tragen aller Rillen) betragen darf  $k_0 = 120$  bis  $150$  kg/cm und mit wachsender Rillenzahl, aus Herstellungsgründen bis  $z_{\max} = 5$ , abnimmt. Mit

$$Q = 2 a k_0 z \geq P : \mu''$$

folgt mit  $e = 1$  cm

$$Q \geq 0,54 k_0 z \quad \text{bzw.} \quad P \leq 0,15 k_0 z$$

und mit

$$k_0 = 135 \text{ kg/cm} \quad \text{wird} \quad P \leq 20 z.$$

Wirkungsgrad der Keilrillenräder nach Ernst  $\eta = 0,88$  bis  $0,90$ .

Das Gleiten äußert sich um so stärker im Balligschleifen der Berührungslinien, je größer der Anpressungsdruck ist, der aus diesem Grunde durch Gewichts- oder Federwirkung beherrscht werden soll. Genauer Rundlauf (Abdrehen nach dem Aufkeilen), Aufrechterhaltung des Parallelismus der kräftigen, gut gelagerten Wellen und axiale Einstellbarkeit einer derselben (gleichsattes Tragen aller Rillen), Profilierung derart, daß sich kein Grat bilden kann, sind Grundbedingungen für gutes Arbeiten der Keilrillenräder.

**(385) Sich schneidende Achsen.** Die Grundkörper sind Kegel mit gemeinsamer Spitze. Die Spitzenwinkel sind durch das Übersetzungsverhältnis bestimmt, sie folgen für  $90^\circ$  Achsenstränkungswinkel zu  $\operatorname{tg} \delta_1 = r : R = \operatorname{ctg} \delta_2$ .

Für starre Reibkörper folgt Abb. 184.

$$P \leq \mu N = \frac{\mu}{\sin \delta} Q \quad \text{und} \quad Q \geq \frac{\sin \delta}{\mu} P = P : \mu',$$

also um so geringer, je kleiner  $\delta$ , d. h. das kleine Rad soll in Richtung seiner Achse angepreßt werden.

Für nachgiebige Reibkörper und Einrückung im Stillstande wird

$$P \leq \mu N = \frac{\mu}{\sin \delta + \mu \cos \delta} Q$$

und in Übereinstimmung mit oben

$$P : \frac{\mu}{\sin \delta} < Q < P : \frac{\mu}{\sin \delta + \mu \cos \delta}$$

Für  $\delta = 14^\circ$  entsprechend  $\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{4}$  und  $\mu = 0,1$  folgt

$$P \leq 0,3 Q \quad \text{und} \quad Q \geq 3,3 P.$$

Wirkungsgrad nach Ernst

$$\eta = 0,85 \text{ bis } 0,92$$

für

$$i = \frac{1}{4} \text{ bis } \frac{1}{10}.$$

Zusammenfallende Kegelspitzen im angepreßten Zustande sind Bedingung für gleichsattes Anliegen längs der Berührungsbreite; axiale Verschiebung der Achse des kleinen Rades oder Schwenkung der Achse des großen Rades in der Achsenebene um die Kegelspitze.

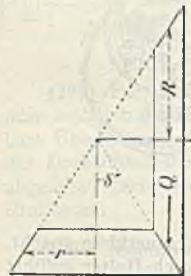


Abb. 184. Kegel-Reibräder.

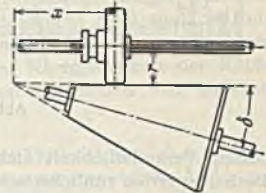


Abb. 185. Reibradgetriebe für veränderliche Übersetzungen.

(386) Veränderung des Übersetzungsverhältnisses während des Ganges wird erzielt durch eine längs der Mantellinie einer konischen Trommel verschiebbaren Reibscheibe, Abb. 185. Achsenwinkel  $\delta < 90^\circ$ . Es ist  $i = x \sin \delta : r$ .

(387) Geschwindigkeitsänderungen und Bewegungsumkehr während des Ganges sind möglich bei dem Teller- oder Diskusgetriebe, Abb. 186. Hier gilt  $i = x : r$ . Nur Bewegungsumkehr wird erreicht bei dem Wendegetriebe,

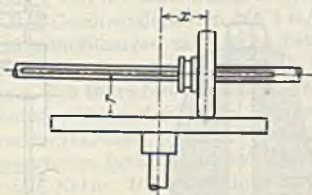


Abb. 186. Teller-(Diskus-)Getriebe.



Abb. 187. Wendegetriebe.

Abb. 187, das für Spindelpressen häufig Verwendung findet. Vgl. Schlesinger, „Beitrag zur Berechnung von Schwungradpressen“, Z. 1909, S. 287.

(388) Die mittelbare Berührung durch einen losen, verschiebbaren und gleich starken Riemenring gestattet Vergrößerung der Berührungsfläche und damit Verminderung der Pressung. Ferner ist  $\mu$  größer als im Falle unmittelbarer Berührung gußeiserner Scheiben. Die Abnutzung ist auf den leicht auswechselbaren Riemenring beschränkt, dessen Auswalzen (im Betriebe) nachstellbare Achsen fordert. Ausführung hauptsächlich in Verbindung mit koni-



schen Trommeln für parallele Wellen, Abb. 188, Konstruktion des Eisenwerkes Wülfel. Je nach Ringstellung ist das Übersetzungsverhältnis verschieden,

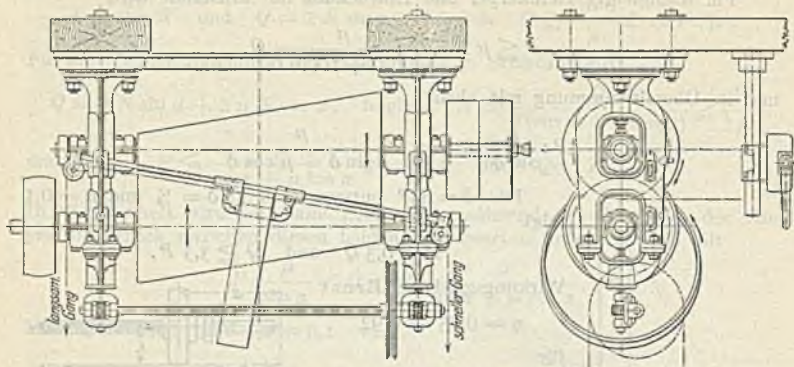


Abb. 188. Stevens-Getriebe.

dessen Veränderlichkeit sich innerhalb der Riemenbreite bemerkbar macht. Deshalb werden tunlichst schmale Riemen verwendet, die durch Halter geführt werden.

### (389) Berechnung und Ausführung,

soweit nicht schon in Vorstehendem auseinandergesetzt.

Beim Reibradgetriebe, Abb. 182, sind die Rollen gebärtet und genau auf Maß geschliffen, dem Übersetzungsverhältnis entsprechend. Die Vorspannung, mit welcher der Ring aufgelegt wird, reicht zur Übertragung der Umfangskraft nicht aus; der Anpressungsdruck regelt sich selbsttätig in der Weise, daß durch die zwischen der treibenden Rolle und dem Ring auftretende Reibung dieser um den Stützpunkt an der Umkehrrolle schwenkt: die Ringstützpunkte fallen in eine Sehne statt in den Durchmesser, der Anpressungsdruck wächst, bis er zur Übertragung der verlangten

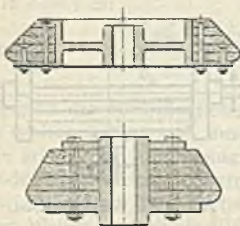


Abb. 189—191. Kegelseibräder.

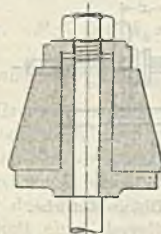


Abb. 192. Xyolith-Reibrad.

Leistung genügt, er ist nur beschränkt durch die Reibungszahl und die Ringstärke. Der Getriebekasten ist geschlossen, teilweise mit Öl gefüllt, das bei größeren Leistungen gekühlt wird. Die Verbindung mit den treibenden und getriebenen Maschinen erfolgt durch elastische Kupplungen, im Falle stoßenden Betriebes durch federnde Kupplungen. Bei Abtrieb durch Riemen oder Ketten ist Stützung der betr. Welle durch ein Außenlager (Kugel- oder Rollenlager) erforderlich. Einfache Getriebe bis zu 13facher Übersetzung, mit doppeltem Getriebe bis 100fache Übersetzung erreichbar. Die Getriebe werden berechnet für Höchstleistungen gleich dem  $k$ -fachen der Dauerleistung, worin  $k$  von den jeweiligen Betriebsverhältnissen abhängt, z. B.  $k = 1,35$  bei Kreiselpumpen, Textilmaschinen, Transmissionen. Vgl. die Listen der ausführenden Firma.



Ausführungen konischer Reibräder zeigen Abb. 189—192, diese mit Xyolith-Reibkörper der Deutschen Xyolith-Plattenfabrik Otto Sening & Co., G. m. b. H., Freital-Dresden. Die Reibkörper bedürfen keines Skeletts (Messing), der infolge Verschleißes erzeugte Staub ist unschädlich für den menschlichen Organismus.

E. Siegling, Hannover, fertigt aus einem besonders vorbereitetem Lederstreifen, der hochkant gestellt gewickelt und vernietet wird, einen endlosen Reifen an, der zylindrisch oder konisch, in Nuten gelegt, in dieser wandern kann: Escha-Frictionsbandage, Abb. 193a u. b, die den Ersatz der feststehenden Lederbandage unter Verwendung der zugehörigen Reibrolle erkennen läßt. Leichte Anbringung, Elastizität, hohe Reibungszahl, große Lebensdauer sind die Vorzüge der besonders für Pressen geeigneten Bandage.

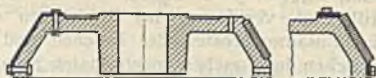


Abb. 193a u. b. Ersatz der Lederbandage durch die Escha-Konusbandage.

## Kettentriebe.

(390) Für Transmissionszwecke bei Achsenabständen, die für Riemen- oder Seiltrieb zu klein, für Zahnradübersetzung unbequem groß sind. Mittelbare Übertragung unter Aufrechterhaltung des geometrischen Zusammenhanges der Drehwinkel beider Wellen, von der elastischen Nachgiebigkeit der Kette abgesehen (kein Rutschen). Unabhängig von atmosphärischen und anderen Einflüssen.

(391) Anordnung des Kettentriebes. Senkrechter Trieb ist tunlichst zu vermeiden, andernfalls ist eine Möglichkeit des Nachspannens vorzusehen (Änderung des Achsenabstandes oder Spannrolle). Bei horizontalen Trieben mit kurzem Achsenabstand oder im Falle kleiner Räder das ziehende Trum oben anordnen (Längen der Kette). Bei großem Achsenabstand Zwischenstützung durch Tragrollen vorsehen, oder den Trieb unterteilen und die Kette mit Tragrollen ausstatten, die auf Schienen laufen und das Kettengewicht auf diese absetzen.

Größter Achsenabstand  $0,950-5,0$  m bei Teilungen  $t = 10$  bis über  $100$  mm; kleinster Achsenabstand  $a \geq D + \frac{d}{2}$ , andernfalls starker Verschleiß. Dabei sollen im Falle größerer Übersetzungen mindestens 7 Zähne des kleinen Rades eingreifen und dessen Umschlingungswinkel mindestens  $120^\circ$  sein.

Nachstellbarkeit, mindestens gleich  $1,5t$ , vorsehen. Übersetzungsverhältnis tunlichst höchstens 7fach. Auflegen mit fehlender oder nur geringer Vorspannung, abhängig von der Anordnung des Triebes und der Geschwindigkeit.

Bei Geschwindigkeiten bis  $4$  m/sek Schmierung durch Einlegen der Kette in ein dünnflüssiges, säurefreies Fettbad nach vorausgegangener Reinigung im Benzin- oder Petroleumbad, nach 1—2 Monaten bzw. 2- oder 3mal im Jahr, je nach den Betriebsbedingungen. Während des Betriebes Schmierung mit konsistentem Fett, auf 10 Teile Zugabe von 2 Teilen Graphit. Über  $c = 4$  m/sek Blechschuttkasten vorsehen (Schutz gegen Staub, Schmutz, Auffangen des abgeworfenen Fettes) und ev. dichte Ausführung desselben für die im Ölbad watende Kette. Unterscheidung in Gelenkketten und in Zahnketten.

(392) Gelenkketten mit geschweiften Laschen zwecks Gewichtbeschränkung. Die im Hebezeugbau übliche Gall'sche Kette wird für Treibzwecke behufs Beschränkung der Pressung nach Abb. 194 ausgeführt; die äußeren Laschen sind mit den Bolzen, die inneren mit Stahlbuchsen vernietet. Sicherung gegen Drehen durch Abflachung, Schmierung. Behufs Gewichtsverminderung werden die Bolzen auch hohl ausgeführt. Für Geschwindigkeiten bis  $4,0$  m/sek verwendbar Verminderung der Gleitreibung beim Einschwenken der Kettenglieder durch gehärtete, über die Buchsen gesteckte Rollen, Abb. 195, Rollen-kette. Die Höchstgeschwindigkeit ist abhängig von der Zähnezahzahl des kleinen Rades, mit dieser wachsend, von der Teilung, mit deren Zunahme abnehmend und

von der Schmierung, ob ohne Dauerschmierung arbeitend oder im Ölbad laufend,  $c_{\max} = 5-10$  m/sek. Die Scheibenkette der Autok A.-G., Berlin-Adlershof, verhindert das Eindringen von Staub zwischen die Gleitflächen, das Zusammenrosten der Laschen und erhält die Schmierung aufrecht; die zwischen den Laschen angeordneten Scheiben bestehen entweder aus fettgetränk-

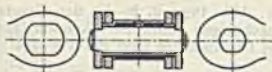


Abb. 194. Gall'sche Treibkette.

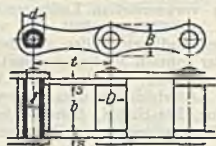


Abb. 195. Rollenkette.

ter Rohhaut oder aus fettgetränktem Filz, von einer Metallscheibe umschlossen. Für Geschwindigkeiten bis 2 m/sek und mäßigen Anforderungen hinsichtlich ruhigen Ganges zerlegbare gegossene Ketten (schmiedbarer oder Stahlguß) in verschiedenen Formen und insbesondere Gelenkkonstruktionen. Verwendung für Elevatoren und Transportanlagen, mit besonderen Gliedern zur Aufnahme von Bechern, Tragbrettern usw. Vgl. die Ausführungslisten von A. Stotz, Stuttgart-Kornwestheim, und der Autok A.-G., Berlin-Adlershof.

Kettenräder mit Kreisbogen als Flanke. Ist die Kettenteilung  $= t$ , so gilt  $t = 2R \sin(180^\circ : z)$ . Rücksichtlich Lebensdauer und geräuschlosen Laufes bei größerer Geschwindigkeit tunlichst große Zähnezahl. Für zerlegbare gegossene Ketten  $z_{\min} = 8$  sonst für  $c \leq 3$  m/sek  $z_{\min} = \frac{13}{17}$ . Für das große Kettenrad sind die Zähnezahlen rücksichtlich des Übersetzungsverhältnisses begrenzt auf  $z_{\max} = 50$  bzw. 120 für die gegossenen bzw. die anderen Gelenkketten.

Ausführung derart, daß die Auflage im Kettenzahn, nicht mit der Seitenlasche erfolgt. Kettenradzahn um  $\frac{1}{10} t$  schmäler als Lichtweite der Kette, und nach außen abgerundet.

(393) **Zahnketten**, mit Außenführung (Automobilbau), Innenführung (allg. Maschinenbau) Abb. 196 oder ohne Führung (Elektromotoren und Maschinen mit axialer Verschiebungsmöglichkeit der Welle) bei  $t = 50,8-8$  mm für Geschwindigkeiten  $c = 2-10$  m/sek ohne Dauerschmierung und  $c = 3,51-2,5$  m/sek im Ölbad laufend, in beiden Fällen auch abhängig von der Zähnezahl des kleinen Rades  $z > 15$  . Flankenwinkel  $= 60^\circ$  und  $75^\circ$  für schnellaufende Ketten mit kurzem Achsenabstand (Lebensdauer). In diesem Falle soll das Übersetzungsverhältnis höchstens 3fach sein und sollen Räder mit mehr als 63 Zähnen nicht angewendet werden. Größte Übersetzung tunlichst nicht über 6fach.

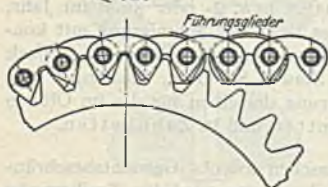


Abb. 196. Zahnkette.

Doppelseitige Zahnkette mit  $75^\circ$  Flankenwinkel der Autok A.-G., Berlin-Adlershof, D.R.P. Nr. 415741, zum Antrieb von mehr als 2-3 Rädern mit verschiedener Drehrichtung, mit Spannrade, wenn der Umschlingungswinkel am Rade geringer ist als  $120$  bzw.  $100^\circ$  bei kleineren bzw. größeren Rädern.

Zahnkettenräder. Gerade Zahnflanken, im Wälzverfahren erzeugt, das für jede Zähnezahl und Teilung einen besonderen Fräser bedingt.

Bei der Morsekette der Westinghouse Eisenbahn-Bremsen-Gesellschaft und von W. Wippermann jr., Hagen i. W., ist die Zapfengleitreibung durch rollende Reibung ersetzt: Schneidenlagerung.



Vgl. hierüber Schiefers Abhandlung in V. d. V. z. B. d. G. 1917, S. 257 u. ff. und Heller, Motorwagen und Fahrzeugmaschinen für flüssige Brennstoffe, Berlin: Julius Springer, 1912.

**(394) Berechnung.** Die Autok A.-G., Berlin-Adlershof, ermittelt die Zerreißkraft  $P_z$  der Kette und setzt  $P_z = k P$ , worin  $P = \frac{75 N}{c}$  und  $k$  ein von den Betriebsbedingungen in Ansehung der Lebensdauer abhängiger Sicherheitsfaktor ist. Für  $c > 6$  m/sek ist die zusätzliche Belastung durch die Fliehkraft  $P_c = \frac{G}{g} c^2$ , mit  $G =$  Kettengewicht je lfd. m, zu berücksichtigen. Bez. der Werte  $P_z, G$  und  $k$  für die verschiedenen Ketten muß auf die Ausführungslisten genannter Firma verwiesen werden.

### Fadentriebe.

**(395) Allgemeines.** Im Falle größeren, durch Ketten nicht zu bewältigenden Achsenabstandes und für im allgemeinen größere zu übertragende Leistungen, wirksam ist die Reibung zwischen der Scheibenoberfläche und des mit Pressung gegen diese sich legenden Fadens. Das Übersetzungsverhältnis ist nur insoweit gesichert, als die Reibung größer ist als die zu übertragende Umfangskraft, andernfalls tritt Gleiten (Fadenrutsch) auf.

Unter Voraussetzung eines vollkommen biegsamen und gewichtslosen Fadens gilt, Abb. 197 und 198, für dessen Element  $r d\varphi$

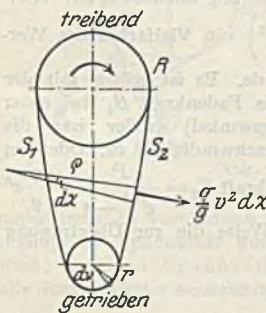


Abb. 197.

$$\text{Normaldruck } dN = 2 S \sin \frac{d\varphi}{2} = S d\varphi$$

und im Grenzfall des Gleitens  $dS = \mu S d\varphi$ , so daß unter der weiteren Voraussetzung konstanter, d. h. von Pressung und Geschwindigkeit unabhängiger Reibungszahl

folgt  $\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \delta}$ . Hiernach

entspricht bei gegebenem  $S_2$  jedem brauchbaren Wert von  $S_1$  ein Grenzwinkel,  $\delta$ , dessen Größtwert gleich dem Umschlingungswinkel, die Größtkraft  $S_1$  bestimmt. Die Gleichgewichtsbedingung gegen-



Abb. 198.

über Verschiebung fordert  $S_1 - S_2 = P =$  übertragbare Umfangskraft; damit

$$\text{folgt: } S_1 = \frac{e^{\mu \delta}}{e^{\mu \delta} - 1} P \quad \text{und} \quad S_2 = \frac{1}{e^{\mu \delta} - 1} P.$$

In Wirklichkeit sind die in krummen Bahnen sich bewegenden Massenelemente  $\frac{q}{g} g d\chi$  der Fliehkraft unterworfen, mit deren Größe  $\frac{q}{g} g d\chi \cdot \frac{v^2}{g} = \frac{q}{g} v^2 d\chi$  eine zusätzliche Zugkraft im Riemen verknüpft ist und die, wie oben, aus  $\frac{q}{g} v^2 d\chi = S_f \cdot d\chi$  zu  $S_f = \frac{q}{g} v^2$  sich ergibt.

Um die von der Gestalt des Fadens unabhängige, in gleicher Größe über die ganze Fadenlänge sich verteilende Zugkraft  $S_f$  sind die mit der Übertragung



verknüpften Zugkräfte kleiner, so daß obige Gleichung übergeht in :

$$\frac{S_1 - \frac{q}{g} v^2}{S_2 - \frac{q}{g} v^2} = e^{\mu \delta}, \quad \text{also} \quad S_1 = \frac{e^{\mu \delta}}{e^{\mu \delta} - 1} P + \frac{q}{g} v^2, \quad S_2 = \frac{1}{e^{\mu \delta} - 1} P + \frac{q}{g} v^2$$

und  $P = \left( S_1 - \frac{q}{g} v^2 \right) \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}}$ . Mit  $S_1 = \sigma_z f$ ,  $q = q_1 f$ ,  $f = b s$  folgt

$$P = \left( \sigma_z - \frac{q_1}{g} v^2 \right) \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}} f = k f.$$

Hiernach ist bei gegebener Zuganstrengung  $\sigma_z$  die zulässige Fadenbelastung  $k$  um so kleiner, je größer  $v$ : Theorie von Grashof. In Wirklichkeit nimmt die Übertragungsfähigkeit mit wachsender Geschwindigkeit (bis zu gewisser Grenze) zu. Der Grund dieses abweichenden Verhaltens liegt in der Nichterfüllung der Voraussetzungen, insbesondere bez. der Reibungszahl, die nicht konstant ist. Der Faden erfährt Längenänderungen, die dem Kraftwechsel folgen: Voreilung auf getriebener, Nacheilen auf treibender Scheibe. Die mit diesem Schlupf verknüpften Relativgeschwindigkeiten sind um so bedeutender, je größer die Riemengeschwindigkeit ist. Friederich<sup>1)</sup> beobachtete, daß der Unterschied  $S_1 - S_2$  abhängig ist von der Geschwindigkeit der unter dem Riemen weggleitenden Scheibe, mit dieser zunehmend, und ferner vom Zustande der Scheibenoberfläche (Grad der Fettung). Diese Feststellung legt nahe, daß nicht Trockenreibung, sondern Flüssigkeitsreibung als wirksam bei der Kraftübertragung anzusehen ist. Hiernach kann das Verhältnis  $\left( S_1 - \frac{q}{g} v^2 \right) : \left( S_2 - \frac{q}{g} v^2 \right)$  ein Vielfaches des Wertes  $e^{\mu \delta}$  sein, der mit konstantem  $\mu$  ermittelt wurde. Es ist größer mit der Wirkung, daß bei gleichbleibender Zugkraft  $S_2$  die Fadenkraft  $S_1$  (bei sonst gleichem in Betracht kommenden Umschlingungswinkel) größer ist: die übertragbare Umfangskraft nimmt mit der Fadengeschwindigkeit zu. Oder bei gleicher Umfangskraft  $P = S_1 - S_2$  nimmt die Fadenkraft  $S_2 = \frac{P}{e^{\mu \delta} - 1} + \frac{q}{g} v^2$  ab, deren Größenwert davon abhängt, in welcher Weise die zur Übertragung erforderliche Anpressung erzeugt wird.

## Erzeugung der Spankräfte.

(396) Durch das Eigengewicht des nach einer Kettenlinie (92) durchhängenden Fadens, deren Gestalt unter der Annahme konstanten Gewichtes  $q$  für den ruhenden und mit der Geschwindigkeit  $v$  laufenden Fadens sich nicht ändert. Vgl. S. 76.

Insofern bereits im Falle des ruhenden Fadens  $q$  nicht konstant ist und beim laufenden Faden mit der Zusatzkraft  $\frac{q}{g} v^2$  eine Längenänderung verknüpft ist, sind in Wirklichkeit beide Kettenlinien verschieden.

Mit  $\alpha =$  halbe Spannweite,  $\Delta_a = y_a - y_0 =$  Durchhang und  $y_0 = \frac{H}{q}$ ,

$$\text{Abb. 199, folgt } \Delta_a = \frac{y_0}{2} \left[ e^{\frac{\alpha}{y_0}} + e^{-\frac{\alpha}{y_0}} - 2 \right] = \frac{\alpha^2}{2} \frac{q}{H} + \frac{\alpha^4}{24} \left( \frac{q}{H} \right)^3 + \dots$$

<sup>1)</sup> F. A. Heft 196—198.

Da  $q:H$  im allgemeinen ein kleiner Bruch ist, folgt genügend genau  $\Delta_a \approx qa^2 : 2H$  und als Gleichung der Fadenlinie, bezogen auf die Scheiteltangente,  $\eta = qa^2 : 2H$  (Parabel, vgl. (89)). Mit der Vergrößerung des Durchhanges  $\Delta_a$  bei gleichbleibender Spannweite  $a$  ist eine Abnahme der Spannkraft  $H$  verknüpft; umgekehrt nimmt diese mit abnehmender Pfeilhöhe oder Fadenlänge zu. (Leder- oder Textilfaden in feuchten Räumen, Einfluß der Temperatur.) Diese Veränderlichkeit der Spannkraft ist um so geringer, je größer die Pfeilhöhe im Verhältnis zur Fadenlänge ist: **Drahtseiltrieb**, große Pfeilhöhe und damit großen Achsenabstand fordernd. Oder 2. durch Dehnung des aufgelegten Fadens derart, daß die wachgerufene Fadenkraft zur Übertragung von  $P$  genügt: **Trieb mit Dehnungsspannung**. Infolge bleibend werdender Dehnung läßt die Fadenkraft nach, daher Nachspannen (durch Kürzung des Fadens oder Achsenverschiebung) notwendig wird, dessen Eintritt durch Auflegen mit Überschußspannung und durch Verwendung ausreichend und dauernd elastischen Materials hinausgeschoben wird: **Riemen- und Seiltrieb**. Dieser Fall ist streng genommen nur bei vertikaler Anordnung vorhanden, die aus Gründen gesicherter Durchzugsfähigkeit tunlichst zu vermeiden ist, andernfalls aber geringe Fadenbelastung fordert. Er

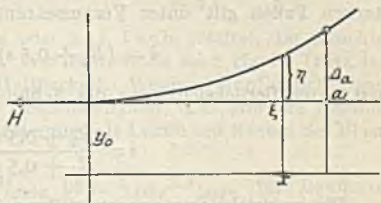


Abb. 199.

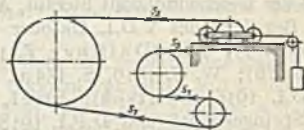
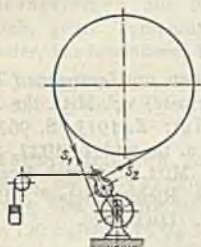


Abb. 200 u. 201. Spannrollentriebe.

kommt meist in Verbindung mit Gewichtswirkung zur Anwendung. Oder 3. Erzeugung der Spannkraft durch eine äußere Kraft, der Belastung entsprechend, auf eine Spannrolle wirkend: **Trieb mit Belastungsspannung** im Falle Riemen- oder Seiltriebes, Abb. 200 und 201.

(397)

## Gleiten

infolge der Fadenelastizität, Schlupf. Unter Voraussetzung der Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung des unendlich dünnen Fadens und der Einflußlosigkeit der Zeit auf die Formänderungen sowie unter Vernachlässigung der zusätzlichen Biegungsanstrengungen läuft bei  $a$ , Abb. 202, die Fadenlänge  $l$  auf und bei  $d$  die Länge  $l \frac{S_1 - S_2}{f} \cdot \alpha$



Abb. 202.

ab; die getriebene Scheibe ( $v_2$ ) bleibt gegenüber der treibenden ( $v_1$ ) zurück und der verhältnismäßige Geschwindigkeitsverlust folgt zu

$$\psi = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{S_1 - S_2}{f} \cdot \alpha = \frac{P}{f} \alpha = \alpha k.$$



Wegen der nicht erfüllten Voraussetzungen ist  $\psi = \kappa \cdot \alpha k$  mit  $\kappa > 1$ . Nach Bach ist für Lederriemen  $\kappa = 2$ , für Drahtseile  $\kappa = 1,5$ , für Hanfseile  $\kappa = 1,25$ .

## Übersetzungsverhältnis.

(398) Unter Vernachlässigung des Schlupfes und für unendlich dünnen Faden folgt, mit  $R_2$  als Halbmesser der getriebenen Scheibe,  $i = R_2 : R_1$ ; für den  $s$  cm starken Faden gilt unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung,

$$i = (R_2 + 0,5 s) : (R_1 + 0,5 s)$$

und unter Berücksichtigung des Schlupfes

$$i = \frac{R_2 + 0,5 s}{R_1 + 0,5 s} \cdot \frac{1}{1 - \psi}$$

Die ungleiche Spannungsverteilung berücksichtigt Bach dadurch, daß er die resultierenden Zugkräfte in den Abständen  $\frac{1}{3} s$  und  $\frac{2}{3} s$  angreifend schätzt, womit das tatsächliche Übersetzungsverhältnis zu

$$i = \left( \frac{R_2 + \frac{2}{3} s}{R_1 + \frac{1}{3} s} \right) \frac{1}{1 - \psi}$$

folgt.

Bez. der Riemenliteratur (Zugkräfte im ziehenden und gezogenen Trum, Einfluß der Geschwindigkeit hierauf, Achsdruck, Verluste) vgl. Mitt. des Hamburger Bez.-Ver. des V.D.I. Oktober 1910 (Hennig); Z. 1913, S. 967 und Z. 1919, S. 951 u. ff. (Duffing); Z. 1914, S. 1006 u. ff. und Z. 1922, S. 154 (Kutzbach); W. T. 1919, S. 154 u. ff. (Zwick); Mitt. d. Westf. Bez.-Ver. des V.D.I. 1916 (Skutsch); Stiel, „Theorie des Riementriebes“. Berlin: Julius Springer 1918 und D.P.I. 1918, S. 233 u. ff. (Duffing).

## Riementrieb.

(399) **Grundbedingung.** Erhaltung der Elastizität des Riemenmaterials durch entsprechende Riemenbelastung und -behandlung. Werkstoff: Leder, Gewebe, bestehend aus Hanf, Baumwolle, Haar, Zellstoff, Papiergarn; ferner Gummi und Balata, Holz, Stahl.

(400) **Lederriemen,** grubengar für normale atmosphärische Einflüsse bez. Temperatur und Feuchtigkeit; im anderen Falle Chromleder bzw. imprägniert und mittels Kaltleims, aus Flechen mit Zusatz von Hausenblase, verbunden. Mit Glyzerin getränkt und durch Bürsten geerdet in Räumen mit entzündlichem Staub. Auch bei Gewebe- und anderen textilen Riemen angebracht.

Ochsenleder am besten, einzelne Bahnen (Croupions) 4—6—8 mm stark, von der Rückenmitte nach den Seiten hin, bis 800 mm breit und 1100—1300 mm lang. Größere Dicken und Breiten bei Mehrfachriemen, durch Nähen oder Leimen hergestellt. Für die Verbindung 200—400 mm Länge und auf 1 cm<sup>2</sup> Riemenquerschnitt etwa 18 cm<sup>2</sup> Leimfläche erforderlich. Die Festigkeit beträgt etwa 70—80 % der des unverletzten Riemens mit  $K_2 = 250—450$  kg/cm<sup>2</sup>. Die Dehnungszahl  $\alpha$  ist abhängig davon, ob der Riemen neu oder gebraucht ist, sie liegt zwischen  $\alpha = \frac{1}{1250}$  und  $\frac{1}{2250}$  innerhalb der üblichen Beanspruchungen, ist stark von der Zeit (Versuchsdauer) abhängig und nimmt mit wachsender Spannung ab. Vorstehend genannte, von Bach ermittelten (Festigkeits-) Werte verstehen sich für Belastungswechsel innerhalb 1,5 Minuten; für solche zwischen 0,3 und



4 Sekunden hat Skutsch eine nennenswerte Veränderung von  $\alpha$  nicht beobachtet<sup>1)</sup>. Maßgebend für den Wert bzw. die Eignung des Riemens ist der Koeffizient der federnden Dehnung, die Bestimmung von  $K_z$  allein reicht nicht aus zur Beurteilung der Eignung der für Riementriebe verwendeten Stoffe. Der Reichsausschuß für Lieferbedingungen unterscheidet für Ledertreibriemen unter RAL.066A<sup>2)</sup> drei Riemenklassen, und zwar

Riemenklasse III für  $k_{\max} = 37 \text{ kg/cm}^2$  (bis  $v = 45 \text{ m/sek}$ )

„ II „  $k_{\max} = 29$  „ ( „ = 24 „ )

„ I „  $k_{\max} = 25$  „ ( „ = 12 „ )

(401) Geweberiemen<sup>3)</sup>. Gewebe oder aus Tuch gefaltet, die Schichten durch Nähen oder Kleben verbunden. Aus Baumwolle oder Hanf. Trotz teilweise größerer Festigkeit geringere Haltbarkeit. Weniger empfindlich gegenüber höheren Temperaturen. Größere Geschmeidigkeit, u. U. stärkere Dehnung als Leder. Für feuchte Räume Imprägnierung mit Leinöl auf Kosten der Elastizität. Versuche haben ergeben

$K_z = 350\text{—}500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{1080} \text{—} \frac{1}{2700}$  bzw.  $\frac{1}{1450} \text{—} \frac{1}{4550}$  für Baumwolltuch 4fach,

$K_z = 900 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{2950} \text{—} \frac{1}{9100}$  für Hanftuch 6fach, imprägniert,

$K_z = 500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{1500} \text{—} \frac{1}{5900}$  für Hanf, doppelt gewebt, nicht imprägniert.

Haarriemen aus Kamel- oder Ziegenhaar, gewebt oder gefaltet, sehr elastisch, gegen Temperatur- und Feuchtigkeitseinflüsse weniger empfindlich als Leder, bei besonderer Herstellung auch unempfindlich gegenüber Säuren.

$K_z = 300 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{2500} \text{—} \frac{1}{2100} \text{—} \frac{1}{1200}$  gewebt,

$K_z = 350 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{2100} \text{—} \frac{1}{1750} \text{—} \frac{1}{1100}$  Kamelhaartuch 4fach, imprägniert.

Zellstoffriemen, geflochten oder gewebt und genäht, ohne Zusatz anderer Stoffe:  $K_z = 70\text{—}150 \text{ kg/cm}^2$ ,  $k'_z$  bis zu  $6 \text{ kg/cm}$  vgl. (408); mit schwacher Beimengung von Baumwolle (Textilseriemen), Hanf und anderen Abfallfasern:  $K_z$  bis  $120 \text{ kg/cm}^2$ ,  $15\%$  Dehnung. Verstärkung durch Drahtnetze oder -gewebe: Schiefziehen des Riemens, Drahtbrüche, Zerstörung des Bandes. Als Ersatz in Zeiten der Knappheit von Leder- und Textilriemen.

Drahtgliederrriemen mit weicher Lauffläche von A. W. Kaniß, Wurzeln i. S.

Zwischen die Drähte flachgewickelter Spiralen, abwechselnd rechts und links gewunden und durch Querstifte miteinander verbunden, wird imprägniertes Papiergarn gewickelt, das die Zwischenräume zwischen den Drähten füllend eine weiche Oberfläche des Bandes und die erforderliche Adhäsion ermöglicht. Nur für geringe Umfangsgeschwindigkeit;  $K_z = 550\text{—}1000 \text{ kg/cm}^2$ , je nach Riemendicke. Geringe Elastizität.

Bez. Geweberiemen vgl. Z. 1919, S. 990, 1921, S. 1041; W. T. 1919, S. 21; Betrieb 1919, S. 293; F. A. Heft 132.

Epata-Riemen der A. G. für Scilindustrie vorm. Ferd. Wolff, Mannheim-Neckerau: Quadratisch geflochtene Baumwollseilchen, nebeneinanderliegend, werden durch Verflechtung miteinander verbunden.

(402) Balatariemen, Hanf- oder Baumwollgewebe in Balatamasse eingebettet (amerikanische Guttapercha, koagulierter Milchsafte des in Guayana heimischen Sternapfelbaumes) in feuchten und staubigen Betrieben bis  $35^\circ \text{C}$  verwendbar, darüber hinaus Sonderausführung erforderlich. Vor Öl und Fett schützen.  $K_z = 350\text{—}675 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha \approx \frac{1}{4500}$ .

<sup>1)</sup> C. Bach, M. E. 13. Aufl. S. 115 u. ff., die dort angegebenen Quellen und insbes. F. A. Heft 120.

<sup>2)</sup> A. W. F. Mitt. vom 1. Sept. 1927.

<sup>3)</sup> Röttscher, M. E. II, S. 1159.

**Gummieriemen** für feuchte und säuredampfhaltige Betriebe, mit beiderseitiger Deckplatte, ohne solche für trockene, staubige oder heiße Räume. Fett- und ölempfindlich.  $K_2 = 300-350 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha \approx 1/4000$ .

(403) **Holzturnierriemen**, 2 mm dick, Furniere verleimt. Nach Bach  $K_2 \approx 400 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 1/82500$  für  $\sigma_2 = 24,8-74,3 \text{ kg/cm}^2$  und  $\alpha = 1/64500$  für  $\sigma_2 = 24,8$  bis  $173,2 \text{ kg/cm}^2$ .

(404) **Gliederriemen** nach Art der Gelenkketten mit Plättchen aus Faserstoff (Pappe), Leder, Holz, flachgepreßten Drahtspiralen<sup>1)</sup>, durch Bolzen mit einander verbunden: für feuchte Räume, kurzen Achsenabstand, starke Übersetzung im Falle nahezu horizontalen Laufes. Starke Abnutzung der Gelenke, Bruchgefahr, großes Gewicht. Für kleine Geschwindigkeiten und kleine Durchmesser.

(405) Außer im Werkstoff bestehen auch Verschiedenheiten im Querschnitt des Riemens. Den üblichen, mit der Fleischbreite aufliegenden (lohgaren) Flachriemen ersetzt E. Siegling, Hannover, durch den chromgaren Escha-Hochkantriemen.

Aus hochkantgestellten Streifen bestehend, die durch Nietung zu Strängen verbunden werden. Diese Stränge werden, zwischen ihnen Luftschlitze lassend, durch schachbrettartige Nietung zum Riemen von der geforderten Breite zusammengesetzt. Gesamtbreite der Luftschlitze ( $1/2-1/4-1/12$ ) der Riemenbreite für normale bzw. halbschwere bzw. schwere Bauart. Regelstärken sind 12—15—18—20—22—24 mm und mehr. Riemenlauf auf der Schnittfläche. Als Vorzüge werden genannt: gute Adhäsion und große Reibungszahl; Schmiegsamkeit und Biegsamkeit, Ventilation (staubige Räume), und damit zusammenhängend kurzer Achsenabstand, kleinere zulässige Scheibendurchmesser, Beherrschung größerer Übersetzungsverhältnisse ohne Zuhilfenahme von Spannrollen, geringere Vorspannung, ruhiger Lauf. Die Nietverbindung (Löcher durch den ganzen Strang vorgestochen) soll zu Beanstandungen keinen Anlaß geben.

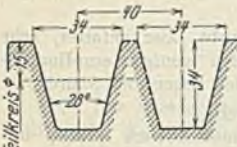


Abb. 203. Rille für Keilnutriemen.

Vergrößerung der Reibung und Steigerung der vorstehend genannten Vorteile wird angestrebt durch die Keilwirkung: Keilnutriemen aus chromgarem Leder von E. Siegling, Hannover, auf der Lederschnittfläche laufend. Rillenprofil nach Abb. 203.

Oder durch den Gliederkeilriemen der Roderwald A.-G., Berlin-Steglitz. Abb. 204—206, aus einem Stück gummierten Gewebe von Trapez-



Abb. 204. Vollkeilriemen.



Abb. 205. Verbindung des Gliederkeilriemens.



Abb. 206. Rille für Gliederkeilriemens.

querschnitt bestehend, aus dem zwecks Ausbildung des Zugstranges und der Reibklötze das überflüssige Material herausgenommen wird. Rillenprofil mit 28 bzw. 45 und 65° Keilwinkel für normale bzw. kleine Querschnitte. Als Vorteile werden die vorerwähnten geltend gemacht. Vor Öl und Fett schützen.

## Riemenverbindung.

(406) Durch Leimen (Leder, Holz, Haar, Balata), Nähen (Leder, Gewebe), Zusammenvulkanisieren bei Gummi. Der Überlappungsstoß (Zuschärfung auf 20—25 mal Dicke) darf im Lauf nicht gegen die Scheibe stoßen. An Textil-

<sup>1)</sup> Z. 1919, S. 1057; Z. 1920, S. 587.



riemen stumpfer Stoß oder Überblattung. Oder durch besondere Schösser, welche die Biegsamkeit des Riemens tunlichst wenig beeinflussen sollen (kurz und gelenkig), Riemenverdickungen (Doppelung) vermeiden und tunlichst leicht sind (Fliehkraftwirkung und zusätzliche Riemenbeanspruchung). Die fehlende Gelenkigkeit in der Anschmiegung an die Scheibe hat Gelenkausbildung und damit Riemenbrüche in der Nähe des Schloßendes zur Folge. Verbindung durch Riemen- (Harris-) Krallen, innerhalb 10 m/sek brauchbar (leichte Verbindungsmöglichkeit); durch Riemenklammern oder Drahtspiralen, die flach geschlagen mittels Rohhautdornes gekuppelt werden; durch umgebogene und verschraubte Enden; durch Laschen. Die Verbindung von Textilriemen ist besonders wichtig. Abb. 205 zeigt das hierfür am besten geeignete

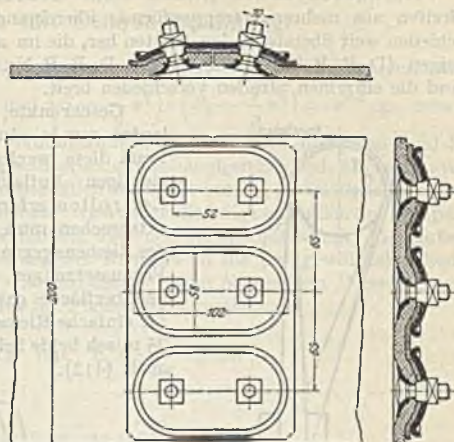


Abb. 207. Jackson-Schloß.

Jackson-Schloß. Über andere Vorschläge vgl. F. A. 132, S. 52 u. ff.

## Anordnung des Triebes.

(407) Nach der Lage der Achsen unterscheidet man offene und gekreuzte Triebe mit parallelen Achsen und gleichem bzw. entgegengesetztem Drehsinn derselben und geschränkte Triebe für (unter beliebigem Winkel) sich kreuzende Achsen.

Achsenabstand nach oben begrenzt durch die Zuverlässigkeit des Triebes, um so größer, je geringer die Schwankungen der zu übertragenden Kraft sind, andernfalls Schlagen des Riemens (Schwingungen, zusätzliche Beanspruchungen) auftreten. Obere Grenze 18—20 m. Die untere Grenze ist abhängig von Art des Triebes und der Elastizität des Riemens. Bei halb geschränktem Trieb soll nach Völckers die kleinste Entfernung sein  $e \geq 10 \sqrt{bd}$ , mit  $b$  = Riemenbreite,  $d$  = Treibscheibendurchmesser in m, und nach Gehrckens  $e > 4D$  bzw.  $e > 20b$ , worin  $D$  sich für die größere Scheibe versteht. Guter Riemenlauf fordert zusammenfallende Mittelebenen der rundlaufenden Scheiben bei offenem oder gekreuztem Trieb: durch exzentrisches oder schiefes Aufkeilen, infolge Wellendurchbiegung ist die Erfüllung dieser Forderung in Frage gestellt. Im Falle geschränkter Achsen fordert der selbstleitende Trieb, daß der Riemen richtig aufläuft. Ohne Rücksicht auf das elastische Verhalten des Riemens müssen die Ablaufstellen in den Aufaufebenen liegen oder die Schnittlinie der Mittelebenen beider Scheiben muß deren Umfänge in den Ablaufstellen berühren. In Wirklichkeit kommt es auf die Lage des resultierenden Riemenzuges an, der außerhalb der Riemenmittellinie, nach der weniger stark verwundenen Riemenkante hin liegt. Daher eine Verschiebung der Scheibenmittel nach außen erforderlich ist, nach Bach etwa um  $e_1 = (0,1-0,2) b$  für die treibende und um  $e_2 = (0,5-0,6) b$  für die getriebene Scheibe, Abb. 208. Ver-



schiebbarkeit der Scheiben vorsehen und genaue Stellung entsprechend der Riemenwanderung im Betriebe feststellen.

Halbgeschränkte Riemen stellt Gehrckens aus zwei, bei größeren Breiten aus mehreren treppenförmig übereinander gelegten Streifen mit verschieden weit überstehenden Kanten her, die im abgerollten Zustande Sichelform zeigen (D. R. P. Nr. 24382). Nach D. R. P. Nr. 120893 vom 29. August 1900 sind die einzelnen Streifen verschieden breit.

Geschränkte, selbstleitende Riementriebe laufen nur in einer bestimmten Drehrichtung; wenn diese wechselt oder wenn die Bedingung richtigen Auflaufes nicht erfüllt ist, werden Leitrollen erforderlich, deren Anordnung ihr entsprechen muß, Abb. 209. Zwecks Sicherung des Riemens gegen Abfallen (Nichterfüllung obiger Voraussetzungen, Riemenrutsch) wird die Scheibenoberfläche gewölbt. Nach Gehrckens sind für einfache Riemen und Geschwindigkeiten über 25 m/sek beide Scheiben zu wölben; vgl. hierüber auch (412).

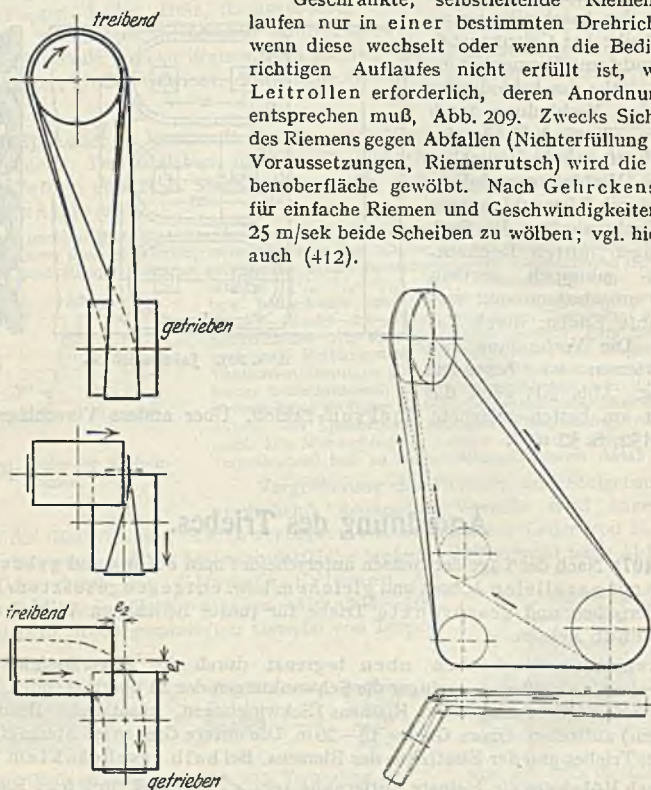


Abb. 208 u. 209. Geschränkte Triebe.

Im Falle Verteilung der (Kraftmaschinen)leistung auf mehrere Arbeitsmaschinen sind auch Triebe mit neben- oder übereinanderlaufenden Riemen ausgeführt worden<sup>1)</sup>. Drehrichtung (Stellung der Arbeitsmaschinen) derart, daß das ziehende Riementrum unten liegt: Geringerer Durchhang, größerer Umschlingungswinkel. Über einen Kreisriementrieb, (in verschiedener Höhe liegende, parallele und gekreuzte Achsen, werden durch einen Riemen, unter Zuhilfenahme von Leit- und Spannrollen, vgl. (414), angetrieben), vgl. Z. 1921, S. 677.

<sup>1)</sup> Z. 1889, S. 572; 1921, S. 677: 4 übereinanderlaufende Riemen, 1000, 700, 650 und 600 mm breit; Z. f. D. u. M. 1921, S. 285: 3 nebeneinanderlaufende Riemen, 650, 800 und 1250 mm breit.

## Berechnung.

### Für Trieb mit Dehnungsspannung.

(408) Wie in (395) ausgeführt wurde, ist  $S_1 - S_2 = \text{konst.}$  für die unveränderliche Umfangskraft  $P = \frac{75N}{v}$  und  $(S_1 - \frac{q}{g}v^2) : (S_2 - \frac{q}{g}v^2) = e^{\mu\delta}$  in erheblichem Maße abhängig von der Reibungszahl  $\mu$ , die bedingt ist durch den Grad der Fettung und den von der Riemenbeanspruchung abhängigen Schlupf. Abgesehen von der hierin liegenden Unsicherheit bezüglich der Größe von  $S_1$ , die im Falle Betriebes mit Dehnungsspannung noch vermehrt wird durch diejenige bezüglich der Vorspannung, verteilt sich  $S_1$  nicht gleichmäßig über den Riemenquerschnitt, der außerdem noch durch die Anschmiegung des Riemens an die (ev. gewölbte) Scheibe auf Biegung beansprucht wird. Es wird deshalb nicht  $S_1$ , sondern  $P$  der Riemenberechnung zugrunde gelegt und für Flachriemen gesetzt

$$P = k_n \cdot b s \quad \text{mit} \quad k_n = \frac{P}{b s} \text{ kg/cm}^2,$$

oder

$$P = k'_n b \quad \text{mit} \quad k'_n = \frac{P}{b} \text{ kg/cm.}$$

Skutsch empfiehlt mit  $k_n$  je  $\text{cm}^2$  Querschnitt statt mit  $k'_n$  je cm Breite zu rechnen. Die Nutzsanspannung  $k_n$  hängt ab von der Beschaffenheit, insbesondere von der Güte des Fadens; von der Fliehkraft und damit von der Geschwindigkeit, vom Umschlingungswinkel auf der kleineren Scheibe und nicht zuletzt von der Reibungszahl zwischen Riemen und Scheibe, die abhängig ist von der Geschwindigkeit und der Pressung, d. h. vom Scheibendurchmesser und den Kräften in den freien Riementeilern.  $k_n$  ist außerdem abhängig von den besonderen Betriebsbedingungen, es bestimmt die Lebensdauer des Riemens. Die Berücksichtigung aller einflussnehmenden Umstände ist vielleicht nicht unmöglich, vgl. in den A. W. F. Mitteilungen vom 1. Sept. 1927 den Entwurf: „Die Berechnung von Leder-scheibenriemen betr.“. Im Hinblick auf die noch ausstehenden Betriebserfahrungen mit den nach diesen Vorschlägen berechneten Trieben dürfte die unmittelbare Ableitung von  $k_n$  bzw.  $k'_n$  für Lederriemen aus bewährten Betrieben vorerst noch gerechtfertigt erscheinen.

Für geringe Geschwindigkeit mit normalem Achsenabstand, wagerechtem oder nur wenig geneigtem Trieb, ziehendem Trum unten, Übersetzung ins Schnelle empfiehlt Bach für flache Lederriemen bei etwa 500 mm Scheibendurchmesser:

$$k_n = 10 \text{ kg/cm}^2 \text{ bzw. (für 5 mm Riemenstärke) } k'_n = 5 \text{ kg/cm.}$$

Für große Scheiben, 2000 mm Durchm. und mehr, ist Erhöhung um etwa 30% zulässig, für kleine dagegen, 120 mm Durchm., ist Verminderung um 60% erforderlich, andernfalls die Lebensdauer gering ist. Stillstandspausen und selten auftretende Größtkraft wirken in diesem Falle ausgleichend. Für senkrechten oder stark steilen Trieb und kleinen Achsenabstand, im übrigen aber unter den gleichen Bedingungen wie oben, sind die Belastungszahlen um 20% zu vermindern.

Gekreuzte Riemen sind wegen der Drehungsbeanspruchung und Reibung an der Kreuzungsstelle 10—20% schwächer zu belasten, ebenso ist eine Verminderung bei halbgeschränkten Riemen zweckmäßig, wenn der Achsenabstand nicht reichlich ausfällt. Ferner sind geringere Werte angezeigt bei Übersetzung ins Langsame (Abbiegung des ziehenden Trums über die kleine Scheibe) bei



stark ungleichförmigem Betrieb (Fallhämmer, Sägegatter u. a.), bis zu 50%, bei gesteuerten Riemen, bei ungünstigen atmosphärischen Einflüssen.

Für größere Geschwindigkeit, im übrigen unter denselben Bedingungen wie oben, ist Erhöhung von  $k_n$  bzw.  $k'_n$  auf das Doppelte zulässig. Hiernach darf gesetzt werden

| bei              | für einfache Flachriemen. |     |     |    |          |
|------------------|---------------------------|-----|-----|----|----------|
|                  | $v = 3$                   | 10  | 20  | 30 | 40 m/sek |
| für $D = 200$ mm | $k'_n = 3$                | 4,5 | 5,5 | 6  | 6        |
| 500              | 5                         | 7   | 9   | 10 | 10       |
| 1000             | 6                         | 8,5 | 11  | 12 | 12       |
| 2000             | 6,5                       | 9,5 | 12  | 13 | 13 kg/cm |

Für vorzügliche Lederriemen ist eine Erhöhung dieser Belastungszahlen zulässig. Fr. Hannecke jr. macht für seine Lederriemen „Luckhaus Original“ folgende Angaben:

| Durchm.<br>der kleinen<br>Scheibe | PS je 100 mm Breite für Einfachriemen bis 500 mm Breite |      |      |      |      |      |      |      |    |    |    |
|-----------------------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|----|----|----|
|                                   | Riemengeschwindigkeit in m/sek                          |      |      |      |      |      |      |      |    |    |    |
|                                   | 5   | 7,5  | 10   | 12,5 | 15   | 17,5 | 20   | 25   | 30 | 35 | 40 |
| 100                               | 1,8   | 2,6  | 4,2  | 5,3  | 6,3  | 7,7  | 9,8  | 12,2 | 14 | 16 | 15 |
| 200                               | 2,8   | 4,7  | 7    | 9,2  | 11,5 | 14   | 16,8 | 22,8 | 26 | 28 | 28 |
| 300                               | 3,7   | 6,1  | 8,8  | 11,7 | 15,0 | 18,4 | 22   | 30,5 | 36 | 39 | 41 |
| 400                               | 4,5   | 7,0  | 10,3 | 13,6 | 17,5 | 21,5 | 26   | 35,5 | 42 | 46 | 49 |
| 500                               | 4,9   | 7,9  | 11,2 | 14,8 | 18,9 | 23   | 28   | 38,5 | 45 | 50 | 55 |
| 750                               | 5,6   | 9    | 13   | 17   | 21,5 | 26   | 31   | 42   | 49 | 56 | 64 |
| 1000                              | 5,9   | 9,8  | 14   | 18,3 | 23   | 28   | 33,5 | 45,4 | 53 | 60 | 70 |
| 1250                              | 6,3   | 10,4 | 14,9 | 19,2 | 24,3 | 29,5 | 35,4 | 48   | 55 | 64 | 72 |
| 1500                              | 6,6   | 10,8 | 15,6 | 20,3 | 25,5 | 31   | 36,9 | 50   | 57 | 66 | 73 |
| 1750                              | 6,8   | 11,3 | 16,3 | 21,3 | 26,7 | 32   | 38,1 | 51,5 | 59 | 67 | 74 |
| 2000                              | 7   | 11,5 | 16,8 | 22   | 27,2 | 33   | 39   | 53   | 60 | 68 | 76 |

für Doppelriemen bis 800 mm Breite

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |    |     |     |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|-----|-----|
| 400  | 5,8  | 8,2  | 12   | 15   | 20   | 24   | 28   | 38   | 49 | 60  | 68  |
| 500  | 6,3  | 10   | 13,9 | 18,2 | 23,1 | 28,3 | 34   | 45,5 | 58 | 70  | 78  |
| 750  | 7,5  | 12   | 17   | 23   | 29   | 35   | 41,5 | 55   | 68 | 78  | 88  |
| 1000 | 8,4  | 13,5 | 19,6 | 26,5 | 33,5 | 40   | 47,5 | 63,5 | 75 | 86  | 98  |
| 1250 | 9    | 15   | 22   | 29,5 | 38   | 45   | 53   | 70   | 80 | 92  | 102 |
| 1500 | 9,5  | 16   | 24,2 | 32,5 | 41   | 49,5 | 58   | 76   | 84 | 96  | 106 |
| 1750 | 10   | 17,2 | 26,2 | 35,1 | 45   | 53,3 | 62,7 | 83,5 | 87 | 99  | 110 |
| 2000 | 10,5 | 18,4 | 28   | 37,5 | 48   | 57   | 68   | 88   | 90 | 102 | 112 |

Für Übersetzungsverhältnisse größer als 5fache das 0,8—0,7fache dieser Werte; im Falle des ziehenden Trums oben Verminderung derselben um 10—15%, Berücksichtigung auftretender Stöße durch das 0,7—0,5fache obiger Werte und für feuchte Räume Verminderung auf das 0,8—0,7fache.

Für andere Stoffe als Leder ist die Geschwindigkeit und damit die Nutzbelastung durch die Schloßkonstruktion bestimmt. Nach Kammerer, F. A.



Heft 132, gilt für Baumwoll- und Balatariemen  $v_{\max} = 25$  m/sek, für Kamelhaarriemen  $v_{\max} = 30$  m/sek, für Gliederriemen  $v_{\max} = 30$  m/sek.

Für Haarriemen (Kamelhaar) wird zugelassen  $k'_n = 10-16-22$  kg/cm in Stärken 5—8—16 mm und Breiten bis 400 bzw. 800 bzw. 1000 mm.

Für Gummi- und Baumwollriemen wird als zulässig angegeben  $k'_1 = 9-21-33$  kg/cm bei Ausführung mit 3 bzw. 6 bzw. 9 Lagen.

Bez. der zulässigen Belastung der Escha- und der Roderwaldriemen empfiehlt sich Rückfrage bei der liefernden Firma über Keilriemenversuche s. M. B. 1925, S. 376.

Zwecks Schonung des Riemens und namentlich bei Übersetzung ins Langsame sollte für die Treibscheibe sein

$$D \geq 100 \text{ s}$$

und die Übersetzung nicht größer als 5fach sein. Der Geschwindigkeitsverlust infolge Schlupfes beträgt mit  $\alpha = 2$  und  $k_n = 10$  kg/cm<sup>2</sup> für mittlere Geschwindigkeiten für neue, vorher gestreckte Lederriemen mit  $\alpha = 1/1250$

$$\psi = 1,6\%$$

für gebrauchte Riemen mit  $\alpha = 1/2250$

$$\psi = 0,9\%$$

Mit  $\psi = 1-2\%$  rechnen. Den Wirkungsgrad des Riementriebes ohne Lagerreibung und Luftwiderstand der Scheibe hat Kammerer, F. A. Heft 56 und 57, innerhalb  $k'_n = 2-6$  kg/cm zu  $\eta = 0,94-0,98$  ermittelt. Vgl. hierüber auch Z. d. ö. J. u. A.-V. 1908, Nr. 16; Z. 1914, S. 1006 und M. B. 1925, S. 927. Die auf die Welle abgesetzte Querkraft (Achsdruk) ist abhängig von der Geschwindigkeit, sie wird für Lederflachriemen sicherheitshalber angenommen zu  $3P$ , sofern es sich um die Bemessung der Zapfen handelt, und zu  $5P$ , insoweit die Berechnung der Welle auf Formänderung gegenüber Biegung in Frage kommt.

## Trieb mit Belastungsspannung, Spannrollentrieb.

(409) Für Lederrriemen, gut geleimt und für gewebte, gut verbundene Riemen. Die Spannrolle soll auf das gezogene Trum wirken und tunlichst um die Achse der kleinen Scheibe schwingen: Vergrößerung des Umschlingungswinkels, Verminderung der freien Trumkräfte. Vorteilhaft bei geringem Achsenabstand, stark steilem Betrieb, großer Übersetzung (über 5fach) und im Falle der Beeinflussung der Riemenlänge durch die Atmosphäre. Nachspannen des Riemens nicht oder weniger oft erforderlich.

Nachteil: Größere Anlagekosten, zusätzliche Reibungsverluste und Verbrauch an Schmiermitteln, gemildert durch Kugellagerung der Spannrolle oder Ausstattung des Gleitlagers mit Ölumlaufschmierung; Abbiegung des Riemens nach entgegengesetzten Seiten. Dieser Nachteil findet bei nicht zu knappen Spannrollendurchmessern seinen Ausgleich durch die geringere Vorspannung.

## Berechnung.

(410) Das Eisenwerk Wülfel rechnet wie im Falle Dehnungsspannungsbetrieb, es crachtet die Beibehaltung der Werte  $k_n$  bzw.  $k'_n$  als im Interesse der Lebensdauer des Riemens liegend.

Fr. Hannecke jr. empfiehlt für „Luckhaus-Original“-Riemen nachfolgender Tabelle zu rechnen:

| Durchm.<br>der kleinen<br>Scheibe | PS pro 100 mm Breite. Einfache Riemen bis 500 mm Breite<br>Riemengeschwindigkeit m/sek |      |      |      |      |      |      |     |     |     |
|-----------------------------------|--|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|
|                                   | 5  | 7,5  | 10   | 12,5 | 15   | 20   | 25   | 30  | 35  | 40  |
| 100                               | 2  | 3,9  | 6,7  | 8,5  | 11   | 16   | 21,7 | 28  | 31  | 32  |
| 200                               | 3  | 5,5  | 8,8  | 12   | 15,5 | 22,8 | 30   | 40  | 42  | 42  |
| 300                               | 4,5  | 7,3  | 11,3 | 14,5 | 19   | 28   | 38   | 42  | 45  | 47  |
| 400                               | 5,2  | 8,4  | 12,9 | 16,5 | 22   | 31,5 | 43   | 48  | 53  | 57  |
| 500                               | 6  | 9,8  | 14,7 | 19,2 | 24   | 34,7 | 46,7 | 56  | 57  | 62  |
| 750                               | 6,5  | 10,5 | 15,9 | 20,5 | 26,3 | 37,1 | 50,5 | 60  | 64  | 73  |
| 1000                              | 7  | 11,8 | 17,3 | 22,2 | 28   | 40   | 53,3 | 64  | 71  | 80  |
| 1250                              | 7,1  | 11,9 | 17,5 | 22,6 | 28,5 | 40,5 | 54,1 | 66  | 74  | 82  |
| 1500                              | 7,1  | 12   | 17,7 | 23   | 29   | 41,2 | 55   | 67  | 75  | 84  |
| 1750                              | 7,2  | 12   | 18   | 23,3 | 29,4 | 41,9 | 55,9 | 68  | 76  | 85  |
| 2000                              | 7,3  | 12,1 | 18,2 | 23,7 | 30   | 42,7 | 56,7 | 70  | 78  | 86  |
| Doppelriemen bis 800 mm Breite    |  |      |      |      |      |      |      |     |     |     |
| 400                               | 6,7  | 10,6 | 14,7 | 19   | 24   | 34   | 45   | 56  | 61  | 70  |
| 500                               | 7,5  | 12   | 17,3 | 24   | 30   | 42   | 56,7 | 73  | 80  | 88  |
| 750                               | 8  | 14,8 | 20   | 27   | 34   | 48   | 63,3 | 80  | 88  | 99  |
| 1000                              | 9,3  | 16,8 | 25,3 | 34   | 42   | 58,7 | 76,7 | 86  | 100 | 112 |
| 1250                              | 9,6  | 17,4 | 26,6 | 35,8 | 44   | 61,3 | 81,7 | 92  | 105 | 117 |
| 1500                              | 10   | 18   | 28   | 37,6 | 46   | 65,3 | 86,6 | 96  | 110 | 122 |
| 1750                              | 10,3   | 18,7 | 29,8 | 38,8 | 48   | 68,6 | 91,6 | 100 | 114 | 126 |
| 2000                              | 10,7   | 19,5 | 30,7 | 40   | 50   | 72   | 96,7 | 104 | 122 | 131 |

Die auf den Zapfen abgesetzte Querkraft ist als Resultante aus den Zügen im losen Trum zu ermitteln, für die das Eisenwerk Wülfel rechnet mit

$$S_2 = 0,3 P \text{ für ruhigen, stoßlosen Betrieb,}$$

$$S_2 = 0,5 P \text{ für Kompressoren,}$$

$$S_2 = 1,0 P \text{ für Walzwerke.}$$

Beispiel. Eine Leistung von 75 PS von der Hauptvorgelegewelle mit  $n_1 = 175$  Umdr./min auf die Generatorwelle mit  $n_2 = 625$  Umdr./min und  $D_2 = 600$  mm durch Riemen zu übertragen. Nahezu horizontaler Trieb, Betriebsunterbrechung bzw. häufigere Unterlast. Es folgt:

Riemengeschwindigkeit  $v = 0,6 \pi \cdot 325 : 60 = 19,6$  m/sek;

nutzbare Umfangskraft  $P = 75 \cdot 75 : 19,6 = 287$  kg;

mit  $k_n' = 10$  folgt Riemenbreite  $b = 287 : 10 = 300$  mm.

Übersetzungsverhältnis  $i = 175 : 625 = 0,28$ .

Mit einem Schlupf  $\psi = 0,015$  und einer Riemenstärke  $s = 6$  mm folgt aus

$$0,28 = \frac{30 + 0,4}{R + 0,2} \cdot \frac{1}{0,985}$$

der Scheibenhalbmesser  $0,5 D_1 = 1108$  mm gegenüber dem Überschlagnwert

$$D_1' = 600 \frac{625}{175} = 2143 \text{ mm.}$$

Der Unterschied beträgt  $\frac{73}{2200} \cdot 100 = 3,3\%$  (zu klein).

## Stahlbandtrieb<sup>1)</sup>.

(411) Für offene, nicht ausrückbare Triebe zur Übertragung größerer Kräfte bei verhältnismäßig geringen Geschwindigkeiten. Zufolge der geringeren Elastizität ist der Trieb starrer als der Lederriemenantrieb und deshalb um so emp-

<sup>1)</sup> Z. 1911. S. 1736 u. ff.; D. p. J. 1911, S. 550.



findlicher gegenüber Änderungen des Achsenabstandes (Formänderung, Temperaturschwankung), je geringer dieser ist. Deshalb soll der Achsenabstand mindestens so groß sein, daß die Bandlänge  $\geq 0,75 v$ . Empfindlich gegen Ausführungs- und Montagefehler: Parallelismus der Wellen, gemeinsame Mittelebene der rund laufenden, nicht schlagenden Scheiben.

Werkstoff: Gehärteter Stahl, 0,2—1 mm dick, 30—250 mm breit, mit  $K_2 = 15000 \text{ kg/cm}^2$  und  $\alpha = 1/2200000$  (geringer Schlupf).  $k_n = 400$  bis 600 bzw. 500—700  $\text{kg/cm}^2$  bei kleinen bzw. größeren Bändern. Biegungsanstrengung  $\sigma_b = 1/\alpha \cdot s : D$  folgt mit  $s/D = 1/1700$  zu  $\sigma_b \sim 1350 \text{ kg/cm}^2$ . Im Falle großer Nutzskraft  $P$  werden mehrere Bänder nebeneinander angewendet (Paralleltrieb), die sicherheitshalber für  $1,2 P$  berechnet werden. Die Bänder laufen auf nicht gewölbten Scheiben mit Korkbelag: größere Reibung,  $\mu = 0,25 - 0,75$  bei hoher Spannung, unabhängig von  $v$ . Verbindung ursprünglich durch Schlösser nach Abb. 210 (Konstruktion Eloesser), neuerdings durch Überlappung (geringeres Gewicht, Fliehkraftwirkung). Die Bandlänge wird nach einem besonderen Verfahren (Z. 1911, S. 1771) derart bestimmt, daß die Vorspannung die gewollte Größe besitzt.

Größere Querkraft, deshalb kräftigeres Armsystem der Scheiben.

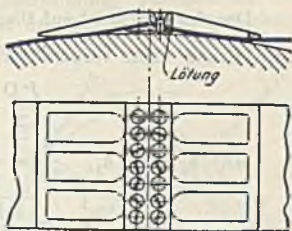


Abb. 210. Eloesser-Schloß.

### Konstruktive Gestaltung.

(412) Riemenscheiben. Nach Durchmesser  $D$ , Breite  $B$  und Pfeilhöhe  $h$  gewölbter Scheiben, Abb. 211 genormt: DIN 111. Normale Lastdrehzahlen nach DIN 112. Der Zusammenhang zwischen diesen,  $D$  und  $v$  ist in DIN 109 dargestellt.

Der Durchmesser versteht sich für die Ebene durch das Kranzmittel. Der Werkstoff ist von der Geschwindigkeit abhängig. Gußeisen für  $v \leq 25 \text{ m/sek}$  am häufigsten verwendet, nicht zu vermeiden im Falle besonderer Ausbildung des Armsternes. Flußeisen oder -stahl für hohe Geschwindigkeiten. Holz für untergeordnete Zwecke, leichter als Gußeisen, Lauffläche weniger glatt, den Riemen stärker angreifend.

Gußeisen. Nach Modell geformt oder schabloniert. Gleicher Kranzquerschnitt: Masswirkung, zusätzliche Beanspruchung; deshalb bei großer Geschwindigkeit auch Abdrehen des Innenkranzes. Kranzbreite, Abb. 211, für gerade und ruhig laufende Riemen  $B \approx 1,1 b + 1 \text{ cm}$ , für unruhig laufende, gekreuzte und halbgeschränkte Triebe breiter, etwa  $B \approx 1,4 b + 1 \text{ cm}$  bis  $B = 2 b$ . Gehrckens empfiehlt (Z. 1889, S. 113), alle treibenden Scheiben im Falle Geschwindig-

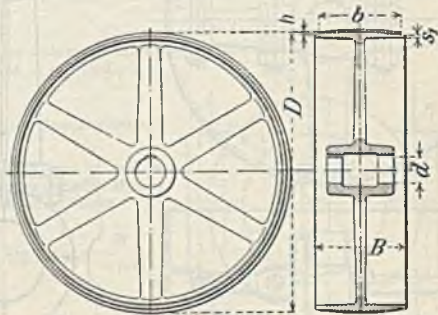


Abb. 211.

keiten unter  $25 \text{ m/sek}$ , beide Scheiben bei geschränktem Trieb, Scheiben für gesteuerte Riemen (Fest- und Losscheibe) nicht gewölbt (ballig), sondern zylindrisch auszuführen. Randstärke  $s \approx 1/200 D + 0,3 \text{ cm}$ . Kranz, wie die Nabe, zylindrisch oder schwach kegelig ( $1/50 - 1/30$ ) je nach der Herstellung. Nabenwandstärke wie bei den Zahnrädern, für Nabendurchmesser rundes Maß; Nabenlänge  $L = (1,5 - 2,5) d$ . Armstern geradachsigt, einfach oder



doppelt, von  $B = 400$  mm ab. Als einfacher Stern, eben oder durchgerichtet, wie bei den Zahnrädern. Armquerschnitt elliptisch, mit dem Achsenverhältnis 1:2,5, für Schwungradscheiben 2:3. Verjüngung von der Nabe nach dem Kranze etwa 5:4. Armzahl  $i_0 = 1/7 \sqrt{D}$  mm, zwischen 3 und 8 liegend.

Der ebene Arm ist auf Biegung beansprucht; unter Annahme, daß  $\frac{i_0}{3}$ , mit dem Kranz nicht verbundene Arme übertragen, folgt die Biegungsgleichung

$$\frac{PD}{2} = k_b \frac{\pi b_1}{4} \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 \cdot \frac{i_0}{3}$$

Mit  $b_1 = 0,4 h_1$ ,  $\frac{\pi}{32} \approx \frac{1}{10}$  folgt

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{75 \frac{PD}{2}}{i_0 k_b}} = \sqrt[3]{\frac{75 k_n}{i_0 k_b} f R} = \sqrt[3]{\frac{75 k'_n}{i_0 k_b} b R}$$

Im Interesse eines weiten Verwendungsbereiches des Armsternmodelles mit voraussichtlich größtem  $k'_n$  rechnen. (Aus Herstellungsgründen  $f \geq 3 \text{ cm}^2$ .) Mit

$k_n = 10$  und  $k_b = 150 \text{ kg/cm}^2$  wird  $h_1 = \sqrt[3]{\frac{5}{i_0} b R} = \sqrt[3]{\frac{10}{i_0} f R}$ . Vereinigung der Arme zu einer Scheibe, deren Durchmesser der Bohrung  $d \approx 1/10 D + 2 \text{ cm}$  (s. o.) entspricht. Für Stahlbandtriebe sind die Arme auf Druck und Biegung beansprucht: höhere Belastungszahlen und starke Vorspannung beachten.

Zwei ebene Armsterne im Abstände  $(0,5 - 0,6) B$  für breite Scheiben:  $B \geq 400$  mm. Ersatz der (doppelt) breiten Scheibe durch nebeneinander gesetzte, einfach breite, ev. am Kranze verschraubte Scheiben.

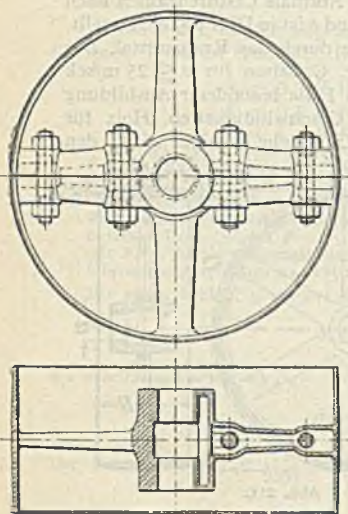


Abb. 212.

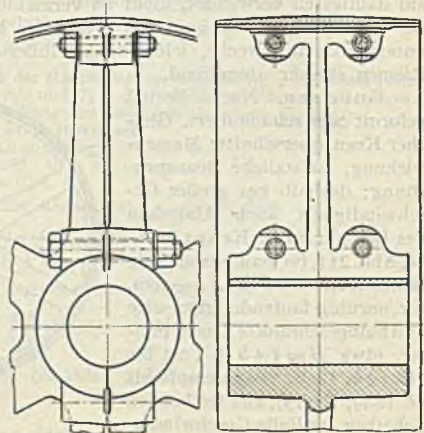


Abb. 213 a u. b.

Gußeiserne zweiteilige Scheiben.

Geteilte Scheiben rücksichtlich Herstellung, Bearbeitung, Transport und Aufstellung: nachträgliches Aufbringen auf den bestehenden Wellenstrang. In den Armen geteilt: gesprengt und durch rohe Schrauben verbunden

oder zusammengehobelt und Verwendung von Paßschrauben im Falle der Notwendigkeit häufigen Ausbaues, Abb. 212—213a u. b. Bei steifem Kranze (Schwungradriemenscheiben) auch Teilung zwischen den Armen. Anordnung der Verbindungsschrauben tunlichst nahe dem Kranze bzw. der Nabe: Doppelmutterschraube. Spannungsverbindung. Bestimmung der Kranzschraubenverbindung für den Widerstand des frei rotierend gedachten Kranzes gegenüber Zug bei  $v \sim 25$  m/sek bestimmen.

Für den frei rotierenden (durch Arme nicht unterstützten) Ring, dessen Stärke  $s$  gering ist gegenüber  $R$  (gleichmäßige Verteilung von  $S$  über Querschnitt  $b_s$ ) folgt an Hand Abb. 214, sofern die Abmessungen in cm,  $v$  in m/sek,  $g = 9,81$  m/sek<sup>2</sup> und  $\gamma$  in kg/cm<sup>3</sup> eingeführt wird

$$dC = \frac{\gamma}{g} R d\varphi \cdot b_s \cdot \frac{v^2}{R} = 2 S \sin \frac{d\varphi}{2} = S d\varphi$$

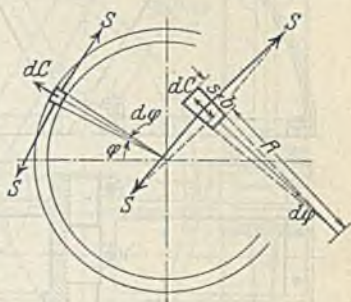
mithin

$$S = 100 \frac{\gamma}{g} v^2 \cdot b_s \text{ und } \frac{S}{b_s} = \sigma_z = 100 \frac{\gamma}{g} v^2 \cdot \text{kg/cm}^2.$$

Mit  $\gamma = 0,00725$  kg/cm<sup>3</sup> und  $v = 30$  m/sek folgt

$$\sigma_z = 100 \frac{0,00725}{9,81} \cdot 30^2 = 66,5 \text{ kg/cm}^2$$

Abb. 214.



Zufolge nicht erfüllter Voraussetzung (Unterstützung und Biegungsbeanspruchung des Kranzes) ist die tatsächliche Anstrengung, die im Falle nicht vernachlässigbarer Kranzstärke aus Normal- und Schubspannungen sich zusammensetzt, erheblich größer.

Bez. der genaueren Verfolgung der Anstrengungen des Kranzes und seiner Verbindung sowie der Arme, die Gleichartigkeit und konstante Dehnungszahl des Gußeisens voraussetzt, vgl. V. d. V. z. B. d. G. 1883, S. 216 (Großmann); Z. 1897, S. 860 und 1906, S. 535 (Grübler); Z. 1910, S. 1397 u. S. 2063 (Lorenz und v. Sanden).

Nabenschrauben für aufgekeilte Scheiben derart, daß ihr Gesamtquerschnitt etwas größer ist als derjenige der Kranzverbindungsschrauben. Oder im Falle Aufklemmens der Scheibe für die Schraubenkraft zu bestimmen, welcher ein Reibungsmoment im Nabensitz gleich dem zu übertragenden Moment entspricht.

An Hand der Abb. 215 folgt:

Elementardruck  $= p r d\varphi \cdot l$

Komponente in Richtung der Schraubenkraft  $= r l p \sin \varphi d\varphi$

Elementarreibungsmoment  $dM = \mu r^2 l p d\varphi$ .

Damit wird  $M = \mu r^2 l \int_0^{2\pi} p d\varphi$ ; die Integration ist

nur ausführbar, wenn der Zusammenhang von  $p$  und  $\varphi$  bekannt ist. Annahme  $p = \text{konst.}$  (Weisbach'sche Hypothese.). Dann wird  $M = 2\pi \mu p r^2 l$ . Hieraus folgen

$$p = \frac{M}{2\pi \mu r^2 l} \text{ und } 2K = \frac{M}{2\pi \mu r} \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = \frac{M}{\pi \mu r}.$$

Damit wird

$$S = 1,25 K = \frac{0,625 M}{\pi \mu r}.$$

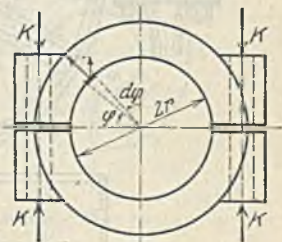


Abb. 215.

Eine andere Näherungsrechnung legt für den Zug in den Nabenverbindungsschrauben die Fliehkraft des halben Ringes zugrunde.

Bei Teilung zwischen den Armen die Sprengflächen zu beiden Seiten der Schrauben vorsehen, andernfalls starke zusätzliche Biegungsanstrengung derselben auftreten kann. Sprengflächen durchlaufend, Abb. 212 (Bamag) oder unterbrochen, Abb. 213a u. b; durch Anordnung der Schrauben seitlich des Arm-



sternes ist Heranrückung an Kranz und Nabenbohrung möglich, Abb. 216 (J. M. Voith), mit 2 Armsystemen, in den Armen zusammengehobelt. Keilnut in Teilfuge anordnen.

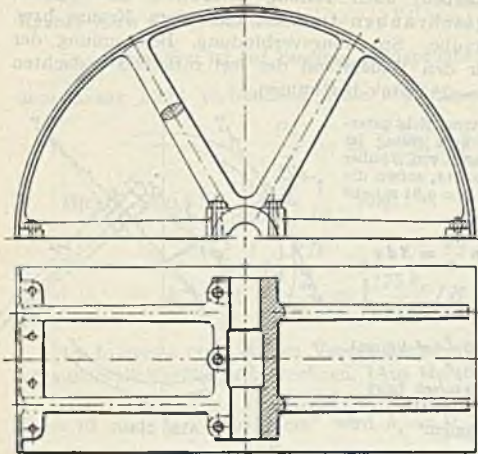


Abb. 216.

Kranz, Arme und Nabe, aus Blech gepreßt, sind durch Nietung entsprechend obiger Bedingung miteinander verbunden, abgesehen von den Befestigungs-nieten der verzahnten Läschen für die axiale Sicherung der Scheibenhälften. Befestigung durch Aufklemmen; Einlegebüchsen gleichen den Unterschied zwischen Bohrung und Wellenstärke aus.

Bei der Riemenscheibe der Aktiebolaget Svenska Kugellagerfabriken Göteborg (S. K. F.) bestehen Nabe und Armstern aus Gußeisen; die Arme sind miteinander durch einen hochkantigen Kranzsteg verbunden, über dessen zylindrisch abgedrehte Außenfläche ein

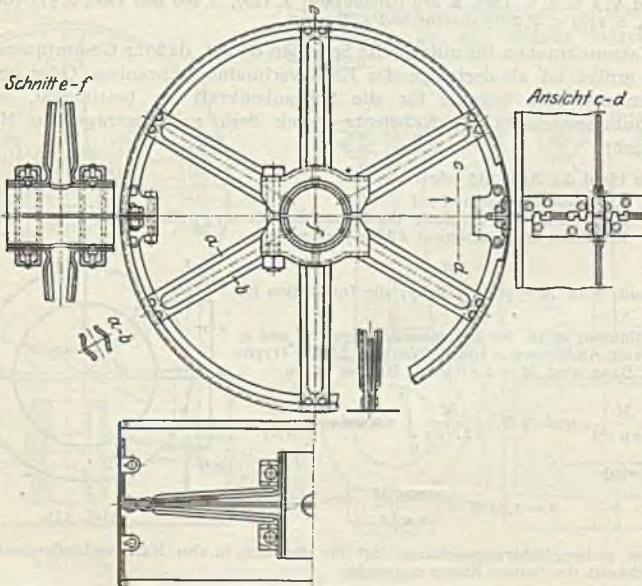


Abb. 217. Ariel-Riemenscheibe.

Stahlband gespannt wird. Verschraubung dessen umgebogener Enden und Sicherung in axialer Richtung durch eine in den Kranzsteg eingedrehte Rille, in die an einzelnen Stellen das Stahl-



band eingedrückt wird. Befestigung auf der Welle durch Klemmen unter ev. Zwischenschaltung zweiteiliger Ausgleichbüchsen.

Bei der Union-Stahlriemenscheibe (Deutsch-Luxemburgische Bergwerks- und Hütten A. G., Dortmunder Union, Abb. 218, sind Kranz, Nabe und Arme aus Stahlblech gepreßt und durch elektrische Punktschweißung miteinander verbunden. Die Arme, je nach Größe 2—8 Stück, erhalten ovalen Querschnitt. Ausführung zweiteilig, mit Einlegebüchsen und ballig oder gerade geschliffenem Kranz. Kleine und mittlere Scheiben zum Aufklemmen, größere zum Aufkeilen eingerichtet. Ausführung entsprechend den DIN-Normen.

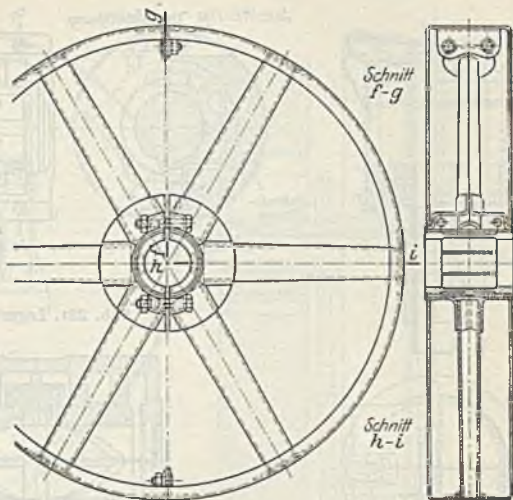


Abb. 218. Union-Stahlriemenscheibe.

(413) Unterbrechung der Kraftübertragung kann erfolgen durch Anordnung von Fest- und Losscheibe und doppelt breiter Gegenscheibe auf der getriebenen bzw. treibenden Welle. Der ausgerückte Riemen läuft ständig mit (Arbeitsverlust, Schmierung, Verschleiß). Anders im Falle Anordnung der Fest- und Losscheibe auf der treibenden Welle. Der im ausgerückten

Zustande stillstehende Riemen bedarf der Ingangssetzung zwecks Einrückens, die durch die Mitnahme infolge Kranzreibung der an die dauernd laufende Festscheibe gepreßten Losscheibe erfolgt. Außer der Ausrückvorrichtung ist noch eine Anpreßvorrichtung erforderlich, beide können vereinigt

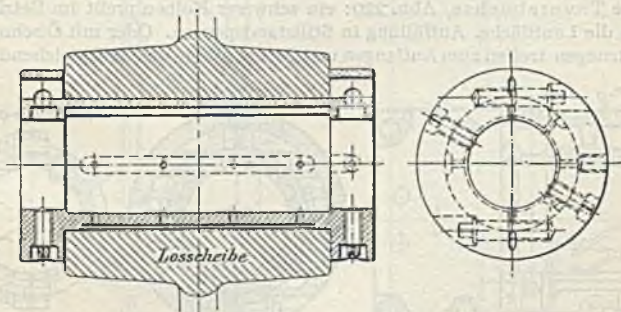


Abb. 219. Lünemannsche Leerlaufbüchse.

werden. Diese Anordnung ist nur verwendbar, solange der Anlaufwiderstand durch die mit dem Anpressungsdruck verknüpfte Kranzreibung überwunden werden kann.

Die Nabenlänge der Los- oder Leerscheiben ist abhängig von der zulässigen Pressung  $k = Q:ld$ , die abhängt von dem aufeinander gleitenden Werkstoff und der Art der Schmierung, vgl. das unter Zapfen Gesagte. Unmittelbar auf der Welle laufende Scheiben, mit Büchse versehen oder unausgebücht, greifen diese an.

Zwecks Schutzes der Welle wird die Scheibe auf einer Leerlaufbüchse angeordnet. Mit Fettschmierung: Lünnemannsche Leerlaufbüchse, Abb. 219.

Bei sich drehender Welle tritt das Fett aus der gefüllten Kammer infolge Fliehkraftwirkung an die Lauffläche, bei sich drehender Scheibe Schmierung von

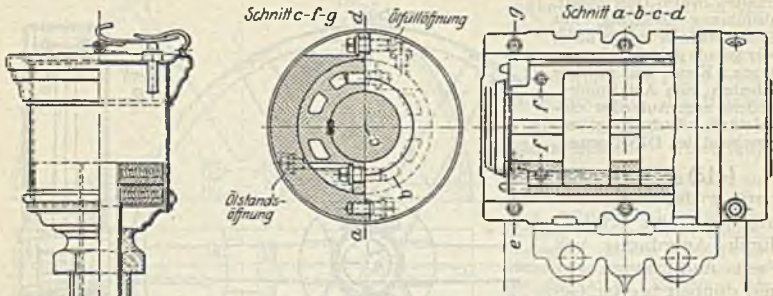


Abb. 221. Legusbüchse.

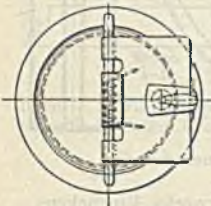


Abb. 220.  
Tovote-Fettbüchse.

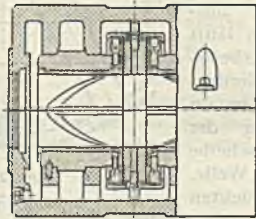


Abb. 222. Hillbüchse.

Hand mittels Staufferbüchse oder selbsttätig durch die auf die Scheibennabe gesetzte Tovotebüchse, Abb. 220: ein schwerer Kolben preßt im Betriebe das Fett in die Lauffläche. Auffüllung in Stillstandspausen. Oder mit Ölschmierung. Vorkehrungen treffen zum Auffangen und Zurückführen des verschleichenen Öles.

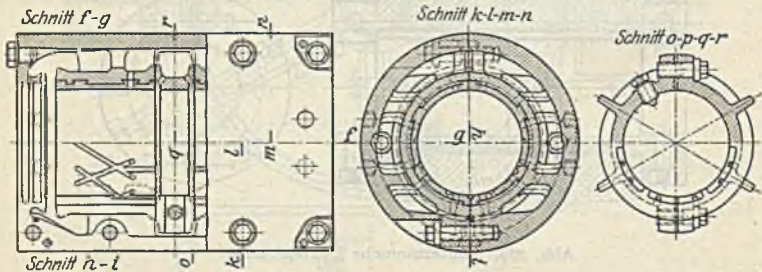


Abb. 223. Bamag-Leerlaufbüchse

Abb. 221 zeigt die Legus-Büchse (D. R. G. M.) des Eisenwerkes Wülfel in Hannover Wülfel. Zweiteilige, gegen Drehung gesicherte innere Büchse nimmt im Falle der Drehung gegen die äußere, die Scheibe tragende Büchse das Öl mit: Fliehkraftwirkung, die auch bei Bewegungsverkehr die Schmierung gewährleisten. Bei der Hill-Büchse, Abb. 222, für höhere Umlaufzahlen empfohlen, wird das durch Fliehkraftwirkung gepreßte Öl mittels Schöpfer den Gleitflächen zugekehrt. Abb. 221 zeigt beide Möglichkeiten der sich drehenden Welle bzw. Scheibe. Schöpfer der Drehrichtung entsprechend einstellen.



Die Leerlaufbüchse der Bamag, Abb. 223, beruht auf der Schwerkraftwirkung bei mittlerer und Fliehkraftwirkung bei höherer Geschwindigkeit. Hebung des Öles und Abfluß durch Schmierlöcher oder Erzeugung zentrifugaler Pressung, Hinderung der Rotation durch den stillstehenden Teil und Schmierung unter Druck.

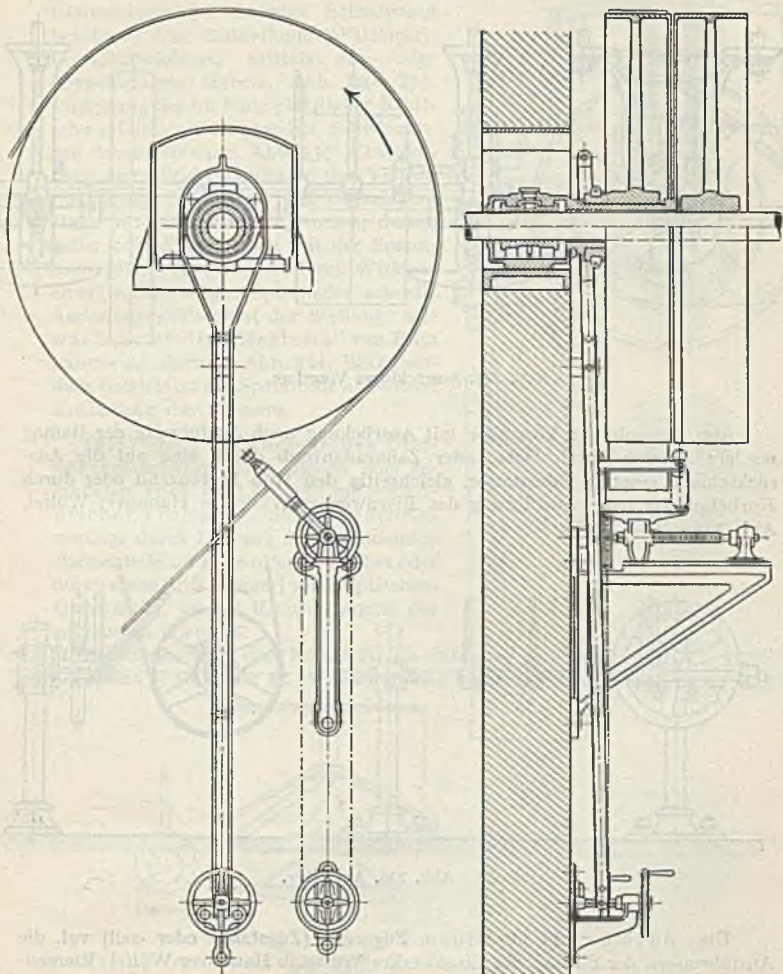


Abb. 224. Anpreß- und Ausrückvorrichtung.

Vgl. außerdem Z. 1907, S. 767, die Konstruktion der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G., Penig betr. Ersatz der Gleitreibung durch Rollreibung: Kugelstützung. Vgl. unter Wälzlager.

Der Arbeitsverlust und Schmiermittelverbrauch bei ausgerücktem Riemen wird vermieden durch Anordnung der Leerscheibe auf einem Leerscheibenträger: eine die Welle mit Luft umschließende Büchse, am Lager, Abb. 224, oder dessen Unterstützung angeschlossen.



Anpressung durch Hebel- oder Gewichtswirkung; Abb. 224 zeigt eine getrennte Anpreß- und Ausrückvorrichtung mit Betätigung durch Hebel bzw. Zugkette und Schraube. Auflaufendes und nach Möglichkeit schwach gespanntes Trum steuern: Ausrücker zweckmäßig an der Arbeitsmaschine oder deren nächstem Vorgelege vorsehen.

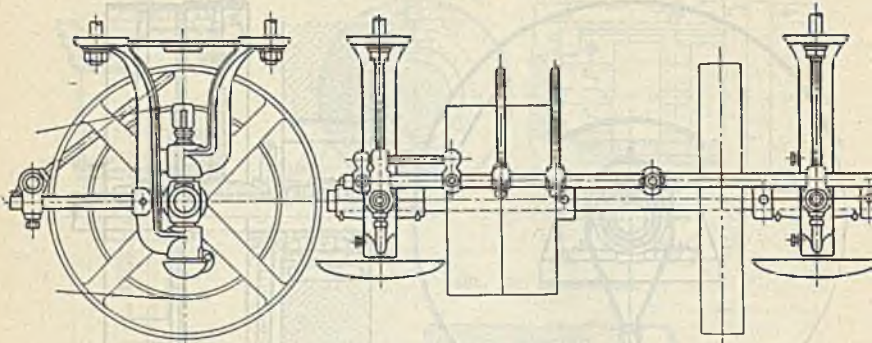


Abb. 225. Ausrückbares Vorgelege.

Abb. 225 gibt ein Vorgelege mit Ausrückung nach Ausführung der Bamag wieder: Antrieb durch Hebel oder Zahnradantrieb durch eine auf die Ausrückschiene gesetzte Zahnstange, gleichzeitig den Hub begrenzend oder durch Kurbelschleife nach Ausführung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel, Abb. 226.

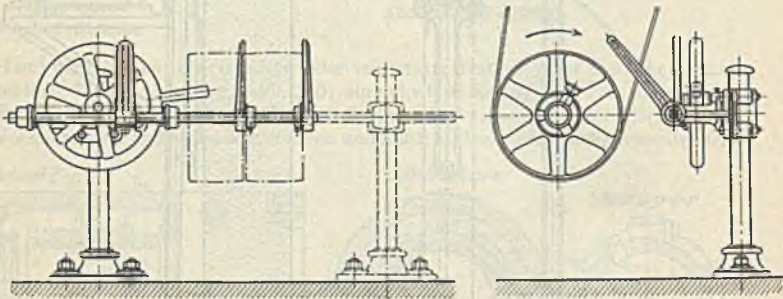


Abb. 226. Ausrücker.

Über Ausrücker mit nur einem Zugorgan (Zugstange oder -seil) vgl. die Ausführungen der Bamag, des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel (Riemen-ausrücker „Ideal“), der Eisengießerei und Maschinenfabrik G. Polysius, Dessau: Federn führen nach jedesmaligem Ziehen das Zugorgan in die Arbeitsstellung zurück, die Betätigung der Ausrückschiene erfolgt durch eine Sperrklinke.

Riemenleiter, für nicht selbstleitende Triebe, müssen einstellbar sein derart, daß die Rollenebene in der Berührungsebene beider Scheiben liegt: Achsen verstellbar, Sicherstellung der Schmierung durch besonders angeordnete Ölzu-führungskanäle und Schmiernuten (Drehrichtung beachten), oder durch Nutz-barmachung der Fliehkraftwirkung. In dieser Weise wirken die Ausführungen, Abb. 227 u. 228, der Bamag.

Im Falle ausrückbaren Triebes verschiebbare Leitrollen: Wanderrolle, Abb. 229, (Ausführung der Bamag).

Schmierung und Auffangvorrichtungen beachten.

(414) Spannrolle, fliegend angeordnet oder im Falle größerer Riemenbreite beiderseits gestützt. Leicht beweglich; Gleitreibung (zuverlässige Schmierung beachten) oder Rollreibung (Wälzlager). Gewichtsbelastung mittels ein- oder doppelarmigen Hebels, Abb. 230—233. Dämpfung der im Falle plötzlicher Kraftschwankungen auftretenden Schwingungen durch Ölbremse, Abb. 230: Einschaltung eines Widerstandes in den Verbindungskanal für Boden- und Deckelraum eines mit Öl gefüllten Zylinders, dessen voller oder Ventilkolben mit der Spannrolle gekuppelt ist oder durch Wirkung einer (weniger trägen) Spiralfeder: schnelle Änderungsmöglichkeit der Stellung; Sawa-Spannrolle „Reglofix“ von Fritz Sauerwald, Barmen, Abb. 234. Bei ruhendem Betrieb ist die Spannrolle abhebbar: Entlastung des Riemens.

(415) Stetig veränderliches Übersetzungsverhältnis des offenen oder gekreuzten Trieb wird erreicht mittels konischer Trommeln. Sicherung der Riemenlage durch Führung der auflaufenden Riementeile im Falle offenen Triebes oder durch einen Stift (Finger) mit elliptischem Querschnitt, an der Kreuzungsstelle des gekreuzten Riemens.

Beschränkung der Konizität im Interesse der Schoung des Riemens: höchstens 1 : 10, besser 1 : 15. Verwendung besonders gestalteter Riemen: Mittel-

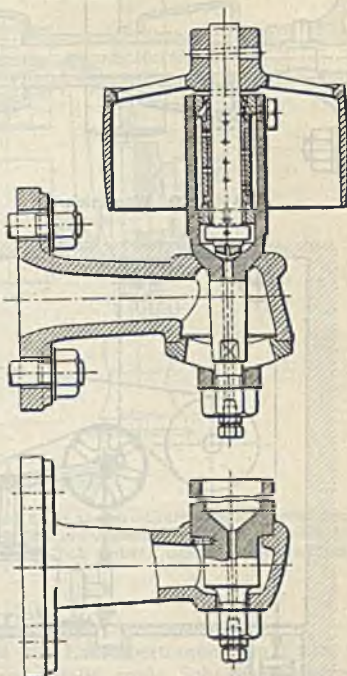


Abb. 227. Leitrolle.

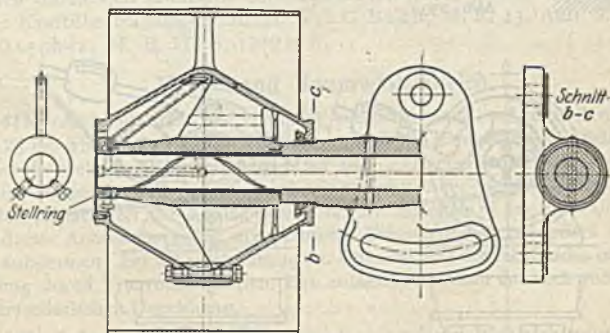


Abb. 228. Leitrolle.

leistenriemen (breite Unterbahn aus Chromleder mit schmaler Leiste, Achsen beider zusammenfallend; für offenen Trieb und für gekreuzten Trieb stufenförmiger Riemenquerschnitt (Streifen seitlich aufgesetzt).



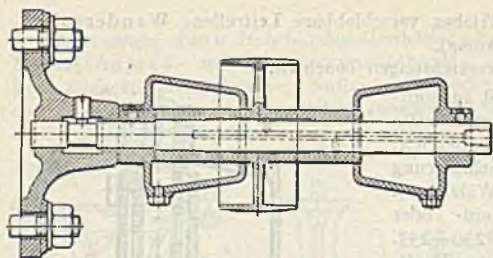


Abb. 229. Wanderleitrolle.

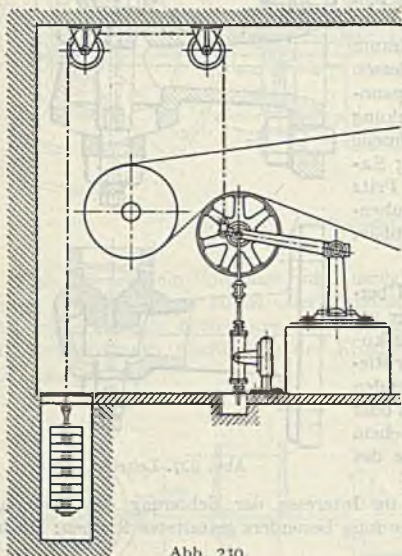


Abb. 230.

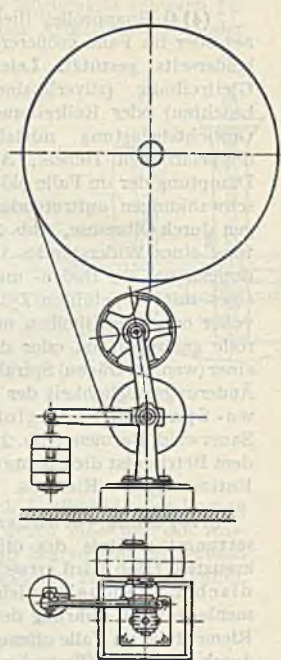


Abb. 233.

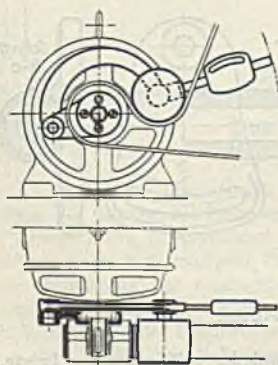


Abb. 231.

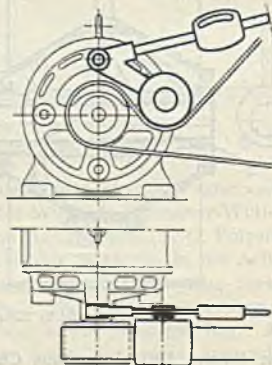


Abb. 232.

Spannrollen.



(416) Ersatz der Kegeltrommeln durch den Umdrehungsregler von G. Polysius, Dessau oder den Flender Variator von Flender & Co., Düsseldorf:

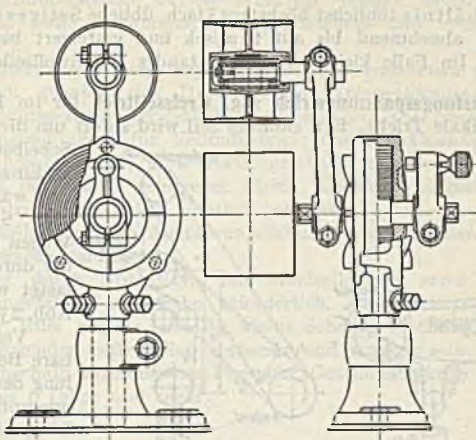


Abb. 234. Sawa-Spannrolle.

Ein Treibgurt ist mit Rotbuchenklötzen besetzt, die an den Stirnflächen mit Leder armiert sind. Er läuft zwischen konischen Scheiben, deren Abstand voneinander verändert werden kann, wodurch der Abstand des Treibgurtes von der Achse sich ändert. Übersetzungsverhältnis bis 10fach (bis  $n = 320$  und  $N = 110$  PS).

## Seiltrieb.

(417) Drahtseiltrieb, früher beliebt für Kraftübertragung im Freien bei Achsenabständen nicht unter 20 m, andernfalls große Scheibendurchmesser rücksichtlich der mit der Biegung verknüpften Spannungswchsel und nicht über 125 m zwecks Beschränkung des Durchhanges (Höhe der Lagerung von den örtlichen Verhältnissen abhängig). Für kleine Entfernungen wird der Drahtseiltrieb durch den Hanfseil- oder Riementrieb, für größere durch die elektrische Kraftübertragung verdrängt. Vgl. C. Bach, M. E. 13. Aufl. S. 505 u. ff. u. Röttscher, M. E. II, S. 1249 u. ff.

## Hanf- und Baumwollseiltrieb.

(418) Achsenabstand tunlichst nicht unter 6—8 m und nicht über 20—25 m; abhängig von der Belastung der Seile, Bemessung der Scheiben und Art des Betriebes. Allgemein wird etwa das 200fache des Seildurchmessers als günstig angesehen und der Abstand mit zunehmender Geschwindigkeit größer gewählt (Häufigkeit der Abbiegungen über die Scheiben). Im Falle Unterschreitung dieses Achsenabstandes auf geringere Belastung der besonders dehnbaren Seile zukommen, bei Überschreitung zu Unterteilung des Abstandes oder Unterstützung durch Tragrollen greifen. Der zulässige Abstand ist auch abhängig von dem erforderlichen Durchhang.

(419) Dehnungsspannungstrieb. Stark steiler Betrieb ist nicht unmöglich, erfordert geringe Belastung und elastische Seile. Im Falle mehrerer nebeneinander liegender Seile, Paralleltrieb, ist auf gleiche Seilbeanspruchung nicht zu rechnen (Verschiedenheit in Spannung und Geschwindigkeit zufolge verschieden starker Eindrückung in die Rillen). Verschieden starker Durchhang. Für das gezogene Trum bis zu  $7\frac{1}{2}\%$  der Achsenentfernung. Herabsetzung durch Be-

lastungsverminderung, Vermehrung der Seilzahl. Ziehendes Trum, wenn möglich unten, vgl. (405). Die Mittelebenen zusammengehöriger Scheiben (Rillen) sollen möglichst zusammenfallen; etwa notwendige Schränkung nicht über  $6^\circ$ . Übersetzungsverhältnis tunlichst höchstens 5fach, übliche Seilgeschwindigkeit 15—20 m/sek, abnehmend bis auf 10 m/sek und gesteigert bis auf 30 m/sek und darüber. Im Falle kleinen Achsenabstandes Baumwollseile.

(420) **Belastungsspannungstrieb** sog. **Kreisseitrieb** für im Freien laufende Seile und vertikale Triebe. Ein endloses Seil wird so oft um die verschiedenen

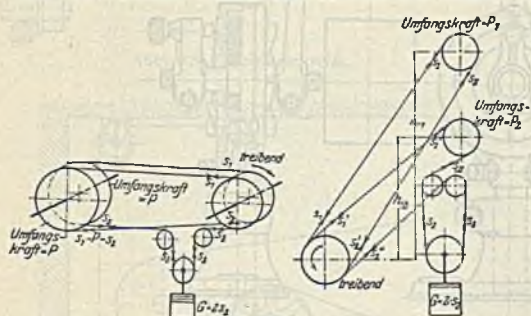


Abb. 235 a u. 235 b. Belastungsspannungstriebe.

Nachteil: Die Notwendigkeit der Spannvorrichtung, u. U. auch Leitrollen mit Zubehör, der Raumbedarf, namentlich für erstere: Weg des Spannagens  $2,5\%$  der gesamten Seillänge für Triebe in geschlossenen Räumen,  $3,5\%$  für Triebe im Freien. Stillstand der Anlage im Falle Reißens des Seiles.

Die Spannrolle an gezogenes Trum anschließen, Seilabiegung nach verschiedenen Richtungen möglichst vermeiden. Im übrigen gilt das oben bei Dehnungsspannungstrieb Gesagte.

(421) **Seile**. Italienischer Hanf, russischer Reinhanf, badischer Schleißhanf, Manilahanf, auch Baumwolle und seltener Jute. Baumwolle ist teurer und elastischer als Hanf, sie wird bevorzugt bei kleinen Scheiben, kurzem Achsenabstand und steilem Trieb. Auch badischer Schleißhanf liefert geschmeidigere Seile als Manilahanf. Für Triebe im Freien imprägnierte Seile oder solche aus

Manilahanf. Hanf:  $K_z = 700-1400 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = \frac{1}{6000} - \frac{1}{15000}$ , bezogen auf

den tragenden Querschnitt und  $\alpha = \frac{1}{3000} - \frac{1}{7500}$  bezogen auf  $\frac{\pi d^2}{4}$ ; mit wach-

sender Belastung abnehmend, von der Hanfart und der Seilausführung abhängig. Rundseil: Drei Litzen, ungefähr unter  $45^\circ$  Neigung zum Seile, lose oder fest gewunden (geschlagen), sich abflachend, so daß der Seildurchmesser (umschriebener

Kreis)  $d \approx 2,2 d_1$  und die tragende Fläche  $= (0,60-0,65) \frac{\pi d^2}{4}$  Abmessungen nach den Ausführungslisten der in Betracht kommenden Firmen<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Nach H. Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 5. Aufl. Berlin: Julius Springer 1929.

<sup>2)</sup> Die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. F. Wolff in Mannheim-Neckarau gibt für Rundseile an:

| Seildurchmesser in mm       | 30       | 35   | 40   | 45   | 50   | 55   | 60   |
|-----------------------------|----------|------|------|------|------|------|------|
| Gewicht eines Meters in kg  |          |      |      |      |      |      |      |
| ohne Imprägnierung, Drehung | fest 0,8 | 1,1  | 1,3  | 1,5  | 1,9  | 2,2  | 2,4  |
|                             | lose 0,6 | 0,9  | 1,1  | 1,3  | 1,7  | 1,9  | 2,1  |
| mit Imprägnierung, Drehung  | fest 0,9 | 1,32 | 1,56 | 1,8  | 2,28 | 2,64 | 2,88 |
|                             | lose 0,7 | 1,08 | 1,32 | 1,56 | 2,04 | 2,28 | 2,52 |



Quadratseil: Die Litzen werden zum Seile mit annähernd quadratischem Querschnitt geflochten. Die Seile sind geschmeidiger und lassen deshalb kleinere Scheibendurchmesser zu; sie brauchen weniger häufig nachgespannt zu werden (im Falle Dehnungsspannungsbetriebes) und neigen nicht zur Drehbewegung<sup>1)</sup>.

Gegen Witterungseinflüsse imprägnierte Seile sind etwa 10% schwerer. Außerdem seien genannt das Dreikantseil (trapezförmiger Querschnitt, Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke); das Sexagonalseil (sechsseitiger Querschnitt, Aktiengesellschaft für Seilindustrie); das Achtkantseil (Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke, und Aktiengesellschaft für Seilindustrie) und das Virax-Seil der zuletzt genannten Firma, besonders biegsam, namentlich für Spannrollentriebe empfohlen, sämtlich geflochten.

**Baumwollseile** nach den Ausführungslisten der betr. Firmen in vorstehend genannten Querschnittsformen.

Verbindung durch Spleißen, für Rundseile sind etwa 3—3,5 m, für Quadratseile ungefähr 5 m Zugabe erforderlich. Seilschlösser greifen die Scheibe in der Rille an, sie sind für kleine Scheibendurchmesser ungeeignet.

Die aufzulegenden Seile sollen gestreckt und trocken sein; Schmierung im Betriebe innerhalb angemessener Perioden (Geschmeidigkeit) durch Seilfett; Lebensdauer bis 6 Jahre und mehr.

### Berechnung.

(422) Dehnungsspannungstrieb. Zur Zugbeanspruchung durch  $S_1$  tritt noch die Biegungsanstrengung, die um so bedeutender ist, je kleiner der Scheibendurchmesser im Verhältnis zur Seildicke ist. Deshalb sind Mindestgrößen für die Scheibendurchmesser einzuhalten, und zwar für

runde Hanfseile  $D \geq 30 d$ , wenn möglich  $D \geq 50 d$ ,

Quadrat-Hanfseile  $D \geq (15-25) s$ , mit wachsendem  $s$  zunehmend, so daß (nach Angabe der ausführenden Firma) einander entsprechen:

$$D_{\min} = 375 \text{ und } s = 25 \text{ sowie } D_{\min} = 1400 \text{ und } s = 55 \text{ mm.}$$

Baumwollseile  $D \geq 20 d$ , besser  $D \geq 30 d$ .

Wegen der Unsicherheit der Reibungszahl  $\mu = \frac{\mu}{\sin \beta + \mu \cos \beta}$  mit  $2\beta =$  Keilwinkel der Rille  $= 45^\circ$ , vgl. (381) und das unter (405) für Riemen Gesagte, wird auch hier  $P$  statt  $S_1$  der Rechnung zugrunde gelegt unter Benutzung von Belastungszahlen, die sich bewährt haben.

Hiernach gilt für runde Hanf- und Baumwollseile unter günstigen Verhältnissen: wenig geneigter Trieb, genügender Achsenabstand, nahezu konstante Umfangskraft, keilförmige Rille, mit  $2\beta = 45^\circ$ ,  $v = 15-20$  m/sek, vorzügliches Material, gut gespleißt,

$$P = (3-4) d^2 \quad \text{wenn } D \leq 30 d \quad \text{und } \delta \leq 2,5$$

$$P = (5-6) d^2 \quad \text{wenn } D \leq 50 d \quad \text{und } \delta \leq 3 \quad \text{mit } d \text{ in cm.}$$

Steigerungsmöglichkeit bis  $P = 10 d^2$  im Falle  $v \geq 30$  m/sek und großer Scheiben.

Für Quadratseile soll für  $v = 10-25$  m/sek sein

$$P = (6-8) s^2$$

mit  $s$  in cm, unter Beachtung, daß die oben angegebenen Mindestdurchmesser nicht unterschritten werden. Als günstigste Geschwindigkeit wird  $v = 20$  m/sek empfohlen.

<sup>1)</sup> Quadratseile nach Ausführungen obengenannter Firma:

|                            |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Seilstärke $s$ in mm       | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   | 55   |
| Gewicht eines Meters in kg | 0,55 | 0,90 | 1,10 | 1,45 | 1,75 | 2,15 | 2,70 |



Die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff, Mannheim-Neckarau, rechnet im Falle stark stoßenden Betriebes (Walzwerk) bei  $v = 50$  m/sek und mehr für Quadratseile besonderer Konstruktion mit  $P = (7-8) s^2$ .<sup>1)</sup>

Nach Maßgabe der Entfernung von den obengenannten günstigen Verhältnissen sind die Belastungszahlen zu vermindern oder ihre Beibehaltung erfolgt auf Kosten der Lebensdauer des Seiles.

Kammerer<sup>2)</sup> rechnet auf Grund von Versuchen ( $d = 50$  mm, Manilahanf-Rundseil und Dreikant- (Trapez-) Seil,  $D = 1000$  mm) mit  $\mu_1 = 0,5$  und setzt

$$S_1 = 7,5 v + 100 \text{ kg, gültig bis } v = 40 \text{ m/sek.}$$

Dem entspricht für  $v = 20$  m/sek  $S_1 = 250$  kg und mit

$$q = 0,075 d^2, \quad \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}} \sim \frac{2}{3},$$

folgt 
$$P = \left(10 - \frac{0,075 \cdot 400}{9,81}\right) \frac{2}{3} d^2 = 4,6 d^2.$$

Belastungsspannungstrieb. Unter sonst gleichen Umständen (abgesehen von der Neigung) wird mit den gleichen oder bis 25% erhöhten Belastungszahlen gerechnet. Das Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel rechnet mit  $P = 5 d^2$ ,  $D = (30-40) d$  für Treibscheiben und  $D = 30 d$  für Leit- und Spannrollen.

(423) Spannrollentrieb im Falle Paralleltriebes: Ausgleich geringer Längenunterschiede der annähernd gleich stark belasteten Seile. Begegnung des Nachteils entgegengesetzter Biegungen durch besondere Seilkonstruktion und reichliche Scheibendurchmesser. Möglichkeit größerer Übersetzung als 5fach. Ausführungen ergeben für 40-mm-Quadratseile bei  $D_1 = 1600$  mm, d. h.  $d = 40 s$  und  $D_2 = 4000$  mm, Achsenabstand 6100 mm,  $v \sim 25$  m/sek,

$$P = 6,3 s^2$$

vorausgesetzt, daß alle Seile gleichmäßig übertragen.

(424) Hanfrundseile über 50 mm Durchmesser tunlichst vermeiden, wenn reichlich große Scheiben unmöglich sind: Biegungsanstrengung, innere Reibung, Vermahlen.

Schlupf: Mit  $\alpha = 1,25$  (geschätzt),  $\alpha = \frac{1}{5000}$  und  $P = 5 d^2$  folgt  $\psi = 0,16\%$ .

Wirkungsgrad, ohne Lagerreibung und Luftwiderstand der Scheiben, nach Kammerer

$$\begin{aligned} \eta &\leq 0,97 \text{ beim einseitigen Trieb,} \\ &\leq 0,95 \text{ bei Rundseilen in Parallelschaltung,} \\ &\leq 0,90 \text{ bei 4 Rundseilen in Kreisseilschaltung.} \end{aligned}$$

Im Falle Spannrollentriebes wurde eine erhebliche Verminderung des Nutzeffektes beobachtet.

Auf die Welle abgesetzte Querkraft beim Dehnungsspannungstrieb einführen mit  $5P$  für die Berechnung der Zapfen und mit  $8P$  für die Berechnung der Wellen auf Durchbiegung. Im Falle Belastungsspannung mit ungefähr  $3P$  bzw.  $5P$  rechnen.

<sup>1)</sup> C. Bach, M. E. 13. Aufl. 1922, S. 512.

<sup>2)</sup> F. A. Heft 56/57.

## Konstruktive Gestaltung.

(425) Seilscheiben. Gußeisen; ungeteilt oder geteilt. Betr. Teilung vgl. das unter (409) für Riemenscheiben Gesagte. Glatte Rille mit gleichbleibendem Durchmesser und Querschnitt. Für Treibscheiben im Falle Rundseiles

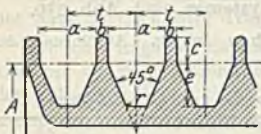


Abb. 236. Kranz der Treibscheibe für Rundseile.

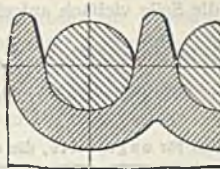


Abb. 237. Kranz für Tragrollen.



Abb. 238. Rille für Quadratseile.

nach Abb. 236 mit Klemmwirkung ( $\mu_1$  statt  $\mu$ ):  $2\beta = 45^\circ$ . Mit dieser ist eine Unbestimmtheit des Durchmessers verknüpft; Unterschied etwa

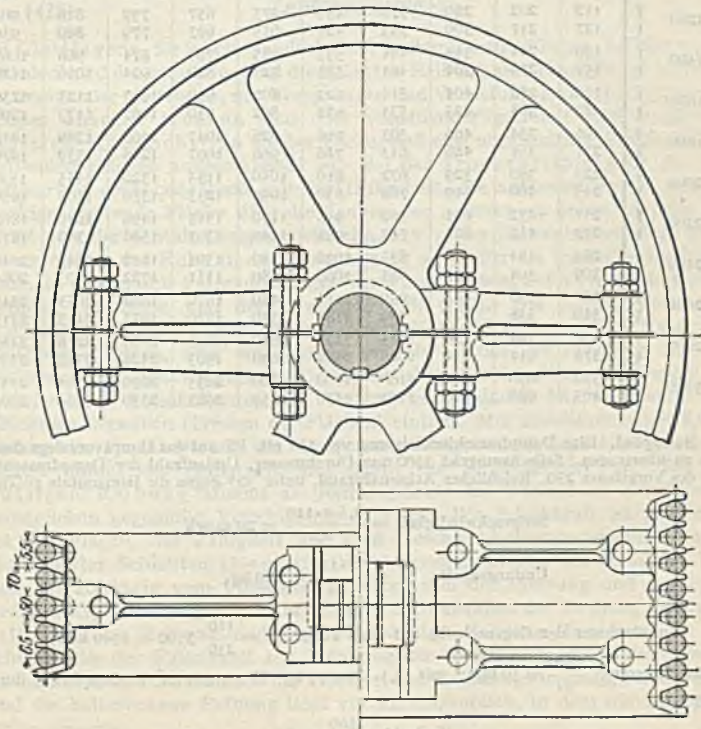


Abb. 239. Zweiteilige Seilscheibe.

$\frac{1}{3}\%$ . Bei Leitrollen liegt das Seil im Grunde auf nach Abb. 237. Treibrille für Quadratseile im Falle Dehnungsspannungstriebes wie für Rund-



seile, und zwar entspricht dem Durchmesser  $d$  die Quadratseite  $s = d - 5$  mm. Für Kreisteiltriebe empfiehlt die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff das Profil Abb. 238.

Kranz- und Nabenverbindungsschrauben wie bei den Riemenscheiben bestimmen, ebenso Formgebung der Arme und ihre Berechnung, ( $k=6$  in  $P = kd^2$  für je 1 Seil und  $k_b = 80-100$  kg/cm<sup>2</sup> rücksichtlich der starken Vorspannung, mit der die Seile vielfach aufgelegt werden), dem dort Gesagten entsprechend.

In Armen geteilte Scheibe mit 1 bzw. 2 Armsystemen nach Abb. 239.

(426) Gewichte gußeiserner Hanfseilscheiben in kg. Ausführung der Bamag, Dessau.

Die oberen Zahlen gelten für ungeteilte, die unteren für geteilte Scheiben.

| Scheibendurchmesser<br>mm | Anzahl der Rillen für 45 mm Seildurchmesser |     |     |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------------|---|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
|                           | 1   | 2   | 3   | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| 1000                      | 85  | 160 | 233 | 305  | 375  | 465  | 535  | 604  | 672  | 740  |
|                           | 95  | 175 | 253 | 325  | 405  | 505  | 575  | 644  | 722  | 790  |
| 1200                      | 112   | 202 | 289 | 373  | 455  | 575  | 657  | 739  | 819  | 900  |
|                           | 127   | 217 | 309 | 393  | 485  | 615  | 697  | 779  | 869  | 950  |
| 1400                      | 139   | 244 | 344 | 441  | 535  | 685  | 780  | 874  | 966  | 1060 |
|                           | 154   | 259 | 364 | 461  | 585  | 725  | 820  | 924  | 1016 | 1120 |
| 1600                      | 167   | 288 | 403 | 514  | 622  | 802  | 910  | 1017 | 1123 | 1230 |
|                           | 182   | 308 | 423 | 534  | 652  | 842  | 950  | 1067 | 1173 | 1290 |
| 1800                      | 196   | 334 | 466 | 593  | 716  | 926  | 1047 | 1168 | 1289 | 1410 |
|                           | 211   | 354 | 486 | 613  | 746  | 966  | 1097 | 1218 | 1339 | 1470 |
| 2000                      | 225   | 380 | 529 | 672  | 810  | 1050 | 1185 | 1320 | 1455 | 1590 |
|                           | 245   | 400 | 549 | 702  | 850  | 1090 | 1235 | 1370 | 1505 | 1650 |
| 2200                      | 257   | 432 | 601 | 762  | 918  | 1190 | 1343 | 1496 | 1649 | 1802 |
|                           | 277   | 452 | 621 | 792  | 958  | 1240 | 1393 | 1546 | 1709 | 1872 |
| 2400                      | 289   | 484 | 672 | 853  | 1026 | 1330 | 1501 | 1672 | 1843 | 2014 |
|                           | 309   | 504 | 697 | 883  | 1066 | 1380 | 1551 | 1722 | 1903 | 2084 |
| 2600                      | 320   | 538 | 748 | 950  | 1114 | 1480 | 1670 | 1862 | 2053 | 2243 |
|                           | 340   | 558 | 773 | 980  | 1184 | 1530 | 1720 | 1922 | 2113 | 2313 |
| 2800                      | 350   | 594 | 829 | 1055 | 1272 | 1640 | 1853 | 2066 | 2278 | 2489 |
|                           | 370   | 614 | 854 | 1085 | 1322 | 1690 | 1903 | 2126 | 2338 | 2559 |
| 3000                      | 380   | 650 | 910 | 1160 | 1400 | 1800 | 2035 | 2270 | 2504 | 2735 |
|                           | 405   | 680 | 940 | 1195 | 1450 | 1850 | 2085 | 2330 | 2564 | 2805 |

Beispiel. Eine Dampfmaschinenleistung von 150 eff. PS auf das Hauptvorgelege durch Seile zu übertragen. Seilswungrad 3500 mm Durchmesser, Umlaufzahl der Dampfmaschine 110, des Vorgeleges 250. Reichlicher Achsenabstand, unter 30° gegen die Horizontale geneigt.

$$\text{Seilgeschwindigkeit} = \frac{3,5 \pi \cdot 110}{60} = 20 \text{ m/sek.}$$

$$\text{Umfangskraft} = \frac{75 \cdot 150}{20} = 560 \text{ kg,}$$

$$\text{Durchmesser der Gegenscheibe auf dem Vorgelege} \approx \frac{110}{250} \cdot 3500 = 1540 \text{ mm,}$$

Seildurchmesser =  $\frac{1540}{30} \approx 50$  mm; mit  $3,5 \cdot 5^2 \approx 90$  kg übertragbarer Umfangskraft durch 1 Seil folgt

$$\text{Seilzahl} = \frac{560}{90} = 6.$$

Schungrad ausgeführt mit 8 Rillen. Der genaue Gegenscheibendurchmesser folgt aus

$$\frac{250}{100} = \frac{3500}{d} (1 - 0,0016) \text{ zu } d = 1535 \text{ mm.}$$

## Zapfen.

(427)

### Allgemeines.

Nach Richtung des Zapfendruckes werden unterschieden:

Tragzapfen, wenn dieser senkrecht zur Zapfenachse wirkt, und

Spurzapfen mit axial gerichtetem Zapfendruck. Für geneigten Druck ist der Zapfen gleichzeitig Trag- und Spurzapfen.

Je nach Lage des Zapfens spricht man von Stirn- oder Endzapfen, wenn am Ende der Welle sitzend, und von Mittel- oder Halszapfen, wenn dies nicht der Fall ist.

Je nachdem das Lager den Zapfen mit nur wenig Spiel umschließt (Ölschicht), so daß im Falle der Relativbewegung es sich um Gleitreibung (fester oder flüssiger Körper) handelt oder die Stützung durch Vermittlung von Wälzkörpern erfolgt und Rollreibung in Betracht kommt, spricht man von Gleitlagern oder von Wälzlagern (-Zapfen).

(428)

### Zapfenreibung<sup>1)</sup>

bei Gleitlagern. Sie ist ein Sonderfall der Reibung fester Körper, bei der unterschieden wird die trockene und die flüssige Reibung als Grenzfälle, je nachdem die aneinander gleitenden, mit Vorsprüngen und Vertiefungen versehen gedachten Körper absolut trocken sind oder voneinander getrennt sind durch eine Flüssigkeitsschicht von solcher Dicke, daß eine unmittelbare Berührung der gleitenden Flächen ausgeschlossen ist. Bei der Trockenreibung ist die Reibungsarbeit gleichbedeutend mit der Hubarbeit, die aufzuwenden ist, um die (zackige) gleitende Fläche über die Zacken der anderen zu heben und die abhängt von der Gestalt (Neigungswinkel  $\varrho_0$  bzw.  $\varrho$ ) der Zackenbegrenzung. Beim Übergang aus der Ruhe in die Bewegung ist  $\varrho_0$  größer als im Falle der Bewegung, in dem durch Formänderungen der Vorsprünge  $\varrho_0$  auf  $\varrho$  vermindert wird: Reibung der Ruhe und der Bewegung vgl. (142). Die Reibungskraft der trockenen Reibung ist nur abhängig vom Normaldruck und der Natur der gleitenden Flächen, aber unabhängig von der Größe der Pressung und der (geringen) Gleitgeschwindigkeit: Coulombsches Gesetz, dessen Gültigkeit an die elastische Formänderung der Vorsprünge gebunden ist, andernfalls ein Abscheren derselben (Fressen der Flächen) eintritt. Mit unvollkommener Rückbildung der Formänderung der Vorsprünge infolge wachsender Gleitgeschwindigkeit nimmt die Hubarbeit und damit die Reibungskraft ab. Bei der flüssigen Reibung kommt als Reibungskraft der Widerstand der Flüssigkeitsteilchen gegenüber Verschiebung in Frage. Die Schubkraft ist proportional der Fläche, der Zähigkeit und dem Geschwindigkeitsunterschied zweier benachbarter Schichten (Newton); die Aufrechterhaltung der flüssigen Reibung ist abhängig vom Flüssigkeitszustand, von der Pressung und der (relativen) Gleitgeschwindigkeit. Zwischen diesen Grenzfällen der Reibung liegen die halbtrockene Reibung und die halbflüssige Reibung. Bei dieser ist die Schichtdicke der Flüssigkeit zur Trennung der Gleitflächen nicht ausreichend, für die Reibungskraft kommen die Trocken- und die flüssige Reibung zur Geltung. Und die halbtrockene Reibung liegt vor im Augenblick, in dem die Bewegung

<sup>1)</sup> Gumbel-Everling: „Reibung und Schmierung im Maschinenbau“. Berlin: M. Krayn 1925 und S. 232 daselbst enthaltene ausführliche Quellenverzeichnis; ferner Gumbel: „Das Problem der Lagerreibung“. Monatsbl. Berlin. Bez.-V.D.I. 1914 Nr. 5 und F. A. Heft 224 „Der heutige Stand der Schmierungsfrage“. Kiebkalt: „Bedeutung der hydrodynamischen Lagerreibungstheorie für die Praxis“. Z. 1927, S. 218 u. ff. und F. A. Heft 29 „Untersuchungen über den Einfluß des Druckes auf die Zähigkeit von Ölen und seine Bedeutung für die Schmier-technik“.



zum Stillstand kommt; die Vorsprünge sinken in die teilweise mit Flüssigkeit angefüllten Vertiefungen.

Das Spiel zwischen Zapfen und Schale ist abhängig von der Ausführungsgenauigkeit, den Betriebsbedingungen und dem Schmiermittel, es ist so gering, daß die an der Drehung teilnehmenden Teilchen des Schmiermittels in geordneten, konvergenten Bahnen sich bewegen, da im Betriebe eine Verlagerung der Mittel von Zapfen und Lager stattfindet: Ausbildung eines gekrümmten Flüssigkeitskeiles mit einer im Sinne der Drehung abnehmenden Dicke. Mit dieser Abnahme der Dicke der Schmierschicht wachsen die in ihr auftretenden Pressungen, zufolge deren die Elementardrücke eine dem Zapfendruck parallele entgegengesetzt gerichtete Resultante ergeben. Über die Verlagerung des Wellmittels im Betriebe und die damit verknüpfte veränderliche Dicke des Ölfilms liegen außer den experimentellen Nachweisen von Vieweg und Heidebroek Untersuchungen von V. Vieweg vor. Vgl. Drucksache 1919, Nr. 16, Bericht M 242 des Ver. deutsch. Masch.bauanst. S. 183 u. ff.; Arch. Elektrot. 1919, S. 364 u. ff.; Z. 1922, S. 699; Petroleum 1922, S. 1405 u. ff.

Die ältere Theorie der Zapfenreibung setzt nach Coulomb eine unveränderliche, dem Schmiermittel bei bestimmter Temperatur eigentümliche Reibzahl  $\mu$ , also Trockenreibung voraus. In Anwendung auf

**Tragzapfen** ergibt sich nach dieser das Folgende. Sofern die Pressung in den Punkten der nämlichen Mantellinie gleich groß ist, gilt, Abb. 240,

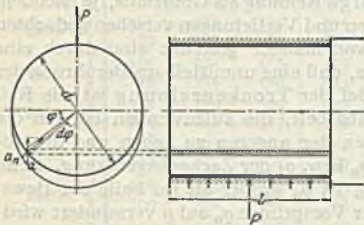


Abb. 240.

$$P = \int_0^{\pi} p r d\varphi l \sin \varphi$$

und, wenn weiter (nach Weisbach)  $p$  als konstant vorausgesetzt wird,

$$P = 2 r l p \text{ oder } p = k = \frac{P}{2 r l} = \text{Kraft je cm}^2 \text{ Zapfenprojektion.}$$

Damit wird

$$M = \int_0^{\pi} \mu p r d\varphi l r = \frac{\pi}{2} \mu P r.$$

Dieses Ergebnis ist bestenfalls für neue Zapfen zutreffend, nicht aber für eingelaufene, bei denen die Pressungsverteilung abhängt vom Gesetze, nach dem die Abnutzung verläuft (Hypothese von Reye). Die Reibungsarbeit äußert sich in Erwärmung und Abnutzung von Zapfen und Lager; wird angenommen, daß das Verhältnis beider konstant ist, so folgt die normale Abnutzung proportional  $p$  etwa  $\alpha_n = \alpha \cdot p$ . Zuzufolge der dauernden Berührung von Zapfen und Schale muß die Abnutzung in Richtung von  $P$  für alle Berührungspunkte konstant sein, d. h.

$$\frac{\alpha p}{\sin \varphi} = \beta \text{ oder } p = a \sin \varphi$$

Damit folgt

$$P = a r l \int_0^{\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = a r l \cdot \frac{\pi}{2} \text{ oder } a = \frac{2}{\pi} \frac{P}{r l}$$

und

$$p = \frac{2}{\pi} \frac{P}{r l} \sin \varphi; \text{ sodaß folgt}$$

$$M = \int_0^{\pi} \mu \frac{2}{\pi} \frac{P}{r l} \cdot r^2 l \sin \varphi d\varphi = \frac{4}{\pi} \mu P r;$$

für Umschlingungswinkel  $\varphi_0 < \pi$  sind die Grenzen entsprechend einzuführen.

**Spurzapfen.** Zufolge Abb. 241 ist  $P = \int_{r_1}^{r_2} p \cdot 2\pi r dr$  und sofern nach Weisbach  $p = \text{konst.}$  gesetzt wird

$$P = p (r_2^2 - r_1^2) \pi \quad \text{oder} \quad p = k = \frac{P}{(r_2^2 - r_1^2) \pi},$$

folglich

$$M = \int_{r_1}^{r_2} \mu p 2\pi r^2 dr = \frac{2}{3} \mu \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \cdot P, \quad \text{gültig für den neuen Zapfen.}$$

Für den eingelaufenen Zapfen muß sein  $pr = a$ ,

d. h.  $p = \frac{a}{r}$ , womit folgt

$$P = 2a\pi \int_{r_1}^{r_2} dr = 2a\pi (r_2 - r_1)$$

und

$$a = \frac{P}{2\pi (r_2 - r_1)}.$$

Damit wird

$$p = \frac{P}{2\pi (r_2 - r_1)} \cdot \frac{1}{r}$$

und

$$M = \int_{r_1}^{r_2} \mu \frac{P}{2\pi (r_2 - r_1)} \cdot 2\pi r dr = \mu P \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

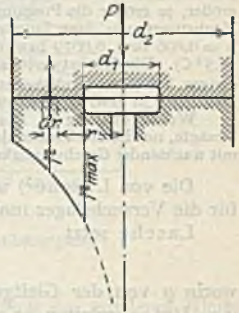


Abb. 241.

Der Pressungsverlauf entspricht einer gleichseitigen Hyperbel; für  $r = 0$  wird  $p = \infty$ : Beseitigung der in der Nähe der Achse liegenden Flächenelemente.

In Wirklichkeit liegt, abgesehen vom An- und Auslauf, flüssige Reibung vor: die Reibzahl  $\mu$  ist vom Schmiermittel, von der Pressung und Gleitgeschwindigkeit, von der Temperatur und der Schmierschichtdicke abhängig. Praktische Versuche zwecks Klarstellung dieser Einflüsse auf  $\mu$  oder auf  $\mu_m$ , bestimmt durch  $M_r = \mu_m \cdot P r$  liegen vor<sup>1)</sup>; teils stimmen ihre Ergebnisse mit denen wissenschaftlicher Untersuchungen befriedigend überein<sup>2)</sup>, teils läßt die Übereinstimmung zu wünschen übrig<sup>3)</sup>. Abgesehen von den in ihnen gemachten Voraussetzungen (unendliche Lagerlänge) gehen die Meinungen noch auseinander bez. der Bedeutung der Zähigkeit (innere Reibung, Schubzahl) und Schmierfähigkeit mit der Wirkung, daß die Theorie der flüssigen Reibung von Gumbel, auf die sich Falz<sup>4)</sup> stützt, sich noch nicht restlos durchgesetzt hat. Ferner bedarf noch die halbflüssige und halbbrockene Reibung in Ansehung des Verhaltens des Zapfens beim An- und Auslauf der Klärung und schließlich läßt die auf der hydrodynamischen Theorie aufgebaute Zapfenberechnung die Einfachheit der seither üblichen Zapfenberechnung vermissen, die brauchbare Abmessungen ergibt, wenn sie sich auf zuverlässige Rechnungs- (Erfahrungs-) Grundlagen stützt. Das schließt nicht aus, daß in besonderen (Grenz-) Fällen eine Nachprüfung der Ergebnisse an Hand der hydrodynamischen Theorie erfolgt, auf deren Wiedergabe hier verzichtet werden muß. Zu den Versuchen Stribecks<sup>1)</sup> an Traglagern sind neuerdings solche an Spur- und Kammlagern getreten, ausgeführt von der

<sup>1)</sup> Stribeck: „Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager“. Z. 1912, S. 1391 und F. A., Heft 7 und die Auswertung der Ergebnisse durch Gumbel.

<sup>2)</sup> Gumbel-Everling s. o. und Monatsbl. Berlin. Bez.-V. d. I. 1914, Nr. 5.

<sup>3)</sup> Sommerfeld: „Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung“. Z. Math. u. Phys. 1904, S. 97 u. ff. Vgl. außerdem Arch. Elektrot. 1914, S. 1 u. ff. und Z. techn. Phys. 1924, S. 58 u. ff.

<sup>4)</sup> Falz: „Grundzüge der Schmiertechnik“. Berlin: Julius Springer 1926



Firma J. M. Voith, Heidenheim/Brenz, zwecks Klarstellung der Belastungsfähigkeit und der Erwärmung bzw. Beharrungstemperatur.

Die Stribeck'schen Versuche mit einem normalen Bamag- (Sellers-) Stehlager mit gußeisernen Schalen ( $d:l = 70:230$ ) bzw. mit einem Weißmetall- (Magnolia-) Lager ( $d:l = 70:137$ ) Ringschmierung und Schmierrieten haben ergeben für das

Sellerslager: Die Reibzahl  $\mu_0$  der Ruhe ist unabhängig von der Pressung  $k = P:(l \cdot d)$  und nahezu unabhängig von der Lagertemperatur:  $\mu_0 = 0,14$ . Die Reibzahl  $\mu$  der Bewegung nimmt bei gleichbleibender Pressung und konstanter Geschwindigkeit mit der Lagertemperatur ab; bei gleichbleibender Lagertemperatur ( $25^\circ\text{C}$ ) und gleichbleibender Geschwindigkeit nimmt  $\mu$  mit zunehmender Pressung vorerst ab und dann wieder zu. Der Kleinstwert von  $\mu = 0,0035$ , unabhängig von der jeweiligen Geschwindigkeit, versteht sich für um so geringere Werte derselben, je geringer die Pressung ist ( $k = 1 \text{ kg/cm}^2$  für  $n = 8$ ,  $k = 11,5 \text{ kg/cm}^2$  für  $n = 95$ ): halbflüssige Reibung infolge ungenügender Ölförderung durch die Schmierriete. Die Reibzahl in Abhängigkeit der Beharrungstemperatur bei  $20^\circ$  Außentemperatur ist um so größer, je größer die Pressung, sie steigt zunächst mit zunehmender Umlaufzahl bis auf einen Höchstwert, um dann langsam auf einen nahezu konstanten Wert zu fallen (bei  $n = 1100$ ,  $\mu = 0,006$  bzw.  $0,0079$  bzw.  $0,016$  bei  $k = 5$  bzw.  $3$  bzw.  $1 \text{ kg/cm}^2$  und  $t_f = 67$  bzw.  $63$  bzw.  $58,5^\circ\text{C}$ ). Die Höchstwerte sind  $\mu_{\text{max}} = 0,006$  bzw.  $0,010$  bzw.  $0,021$  für die gleichen Pressungen bei Geschwindigkeiten von rund  $1$  bzw.  $1,40$  bzw.  $0,7 \text{ m/sek}$  und Lagertemperaturen von rund  $30$  bzw.  $35$  bzw.  $29^\circ\text{C}$ .

Weißmetallager. Die Reibzahl der Ruhe ist  $\mu_0 = 0,225$ . Im übrigen gilt das oben Gesagte, nur ist der Verlauf der entsprechenden Kurven ein etwas anderer. Die Abnahme von  $\mu$  mit wachsender Geschwindigkeit erfolgt rascher und die kleinsten Reibzahlen sind niedriger.

Die von Lasche<sup>1)</sup> und von Dettmar<sup>2)</sup> ermittelten Gesetze gelten jeweils für die Versuchslager innerhalb enger begrenzter Versuchsgebiete.

Lasche setzt

$$\mu k t = \varrho$$

worin  $\varrho$  von der Gleitgeschwindigkeit abhängig ist und aus Versuchskurven  $\mu = f(v)$ , abzuleiten ist. Nach Lasche soll sein für

|                   |     |     |          |
|-------------------|-----|-----|----------|
| $v =$             | 5   | 10  | 20 m/sek |
| $\varrho \approx$ | 2,3 | 2,9 | 3,5 „    |

Weiter stellte Lasche den Einfluß des Werkstoffes auf die Reibzahl fest und fand, daß dieser nicht bedeutend ist (Flüssigkeitsreibung). Dagegen hat Lasche durch neue Versuche mit hoch belasteten und rasch laufenden Turbinenlagern ( $k$  bis  $20 \text{ kg/cm}^2$ ,  $v$  bis über  $60 \text{ m/sek}$ ) den schon vorher von Heilmann behaupteten Einfluß des Spieles zwischen Zapfen und Schale bestätigt gefunden. Für  $v = 30 \text{ m/sek}$  und  $35^\circ$  Erwärmung des Öles setzt Lasche bei  $k = 3\text{--}20 \text{ kg/cm}^2$

$$\mu k^{0,8} = 0,405.$$

Alle Versuche lassen erkennen, daß  $\mu$  innerhalb weiter Grenzen veränderlich ist, und daß die im Beharrungszustande beobachteten Werte im An- und Auslauf nicht vorhanden sind. Im Interesse sicherer Rechnung liegt reichliche Bemessung von  $\mu$ .

Versuche mit Spurzapfen<sup>3)</sup>, ausgeführt von: Woodbury (Engineering 1884, S. 532 und Z. 1885, S. 450), von Lasche (Z. 1906, S. 1289), von Neumann (Z. 1918, S. 571) und v. Freudenreich (B. B. C. Mitteilungen 1918, Heft 1 bis 4 und Z. f. g. T. 1917, S. 293) lassen die Abhängigkeit der Reibzahl von der Pressung, der Temperatur und der Geschwindigkeit erkennen.

Neumann setzt  $\mu k = C = f(v, t)$  und  $\mu t = C' = \varphi(v, k)$ ; er fand bei  $k = 10 \text{ kg/cm}^2$ ,  $v = 5 \text{ m/sek}$ ,  $t = 50^\circ\text{C}$ ,

für Gußeisen auf Gußeisen  $\mu = 0,01$ ,

Stahl auf Bronze  $\mu = 0,005$ .

v. Freudenreich setzt  $\mu = 0,00762 \sqrt{\frac{v}{k}}$ .

<sup>1)</sup> Z. 1902, S. 181 und F. A., Heft 9.

<sup>2)</sup> Z. 1905, S. 1161.

<sup>3)</sup> C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lief., S. 25.

Allgemein ist zu beachten, daß Spurzapfen betriebssicher sind, von Preßschmierung abgesehen, nur im Falle der selbsttätigen Schmierung von innen nach außen: Ringspurzapfen; es sei denn, daß der Durchfluß des Schmiermittels in entgegengesetzter Richtung sicher gestellt wird. Vgl. unter Wasser- turbinen: Spurzapfen.

Die von J. M. Voith, Heidenheim (Brenz), an Drehkammlagern, ausgegossen mit Uno-Weißmetall oder W70 der Glyco-Werke, Schierstein a. Rh.,

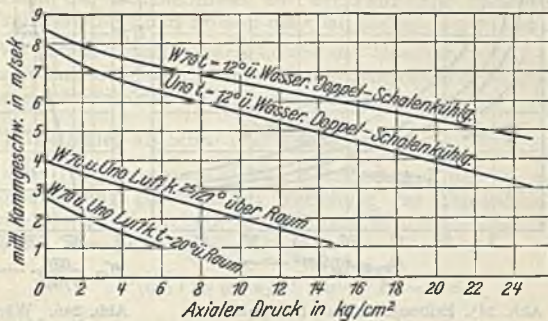


Abb. 242. Mittlere Gleitgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Pressung.

ermittelte Belastungsfähigkeit in  $\text{kg}/\text{cm}^2$  in Abhängigkeit der mittleren Gleitgeschwindigkeit für luft- und wassergekühlte Schalen bei verschiedenen Übertemperaturen läßt Abb. 242 erkennen. Wenn der axiale Druck oder die Gleitgeschwindigkeit die durch die Kurven festgelegten Werte überschreiten,

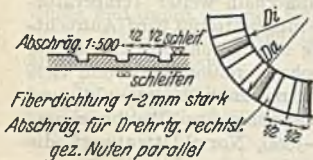


Abb. 243. Einbund-Druckring.

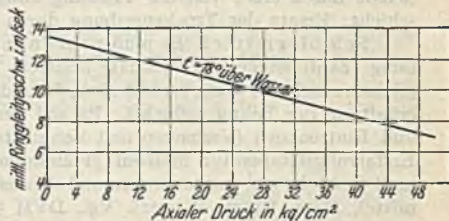


Abb. 244. Mittlere Gleitgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Pressung.

sind Einbund-Horizontaldrucklager zu verwenden. Bei diesen drückt, Abb. 243, ein gußeiserner Ring gegen feste, 2teilige Platten, deren geschliffene Lauffläche durch radiale Nuten und Abschrägungen unterbrochen ist.

Durch die Abschrägung der Druckplatten wird die veränderliche Dicke des Ölfilms erreicht, die sich beim Traglager zufolge des Spieles zwischen Zapfen und Schale sowie der Verlagerung des Zapfenmittels im Betriebe selbst einstellt. Abb. 244 zeigt die Belastungsfähigkeit in  $\text{kg}/\text{cm}^2$  dieser Einbundlager mit Gehäuse- oder Schalenkühlung in Abhängigkeit von der mittleren Gleitgeschwindigkeit. Und für Spurlager mit beweglichen, selbsttätig sich einstellenden Schuhen läßt Abb. 245 die Reibzahl  $\mu$  in Abhängigkeit von der (Brutto-) Flächenpressung  $k$  und von den Öltemperaturen  $T_a$  erkennen, während Abb. 246 die Wärmeübergangszahl  $k_m$  in Abhängigkeit von  $v_m$  zeigt. Man ist hiernach imstande, Entscheidung zu treffen über das für den vorliegenden Fall (Zapfen-



belastung, Gleitgeschwindigkeit, Weißmetall, Übertemperatur) geeignete Stütz-  
lager, dessen Abmessungen, wie unter (433) gezeigt, bestimmt werden, ohne von

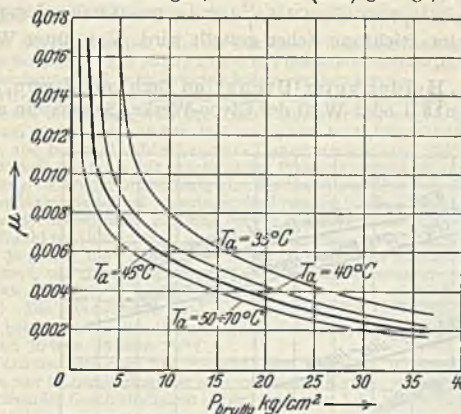


Abb. 245. Reibungszahl in Abhängigkeit von der Pressung.

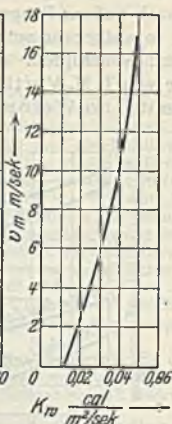


Abb. 246. Wärmeübergangszahl in Abhängigkeit von  $v_m$ .

der von mancherlei Umständen abhängigen kleinsten Ölfilmdicke ausgehen zu müssen.

### Schmierung.

(429) Aufgabe: Hinderung der unmittelbaren Berührung von Zapfen und Schale durch eine, von der Pressung abhängige, verschieden dicke Schmier-  
schicht: Ersatz der Trockenreibung durch Flüssigkeitsreibung.

Schmiermittel. Es muß netzende Eigenschaften und eine innere Reibung (Zähflüssigkeit, Viskosität) besitzen, die, innerhalb weiter Temperaturgrenzen möglichst wenig veränderlich, durch die Pressung bestimmt wird (Aufrechterhaltung der Schmier-  
schicht). Es soll beständig sein gegenüber Eindickung und Eintrocknen (Verharzen und Verdunsten), hohe Verdampfungs- und tiefe Erstarrungstemperatur besitzen (Flammpunkt, Brennpunkt, Kältepunkt) und muß frei sein von mechanischen und chemischen Beimengungen (Beschwerungsmittel, Harz, Säure, Wasser). Vgl. DVM 3651—3660, Normblattentwurf, die Prüfung von Schmiermitteln betr.

Arten: Pflanzen-, tierische und mineralische Fette und Öle, die Schmier-  
vorrichtung bestimmend. S. unter Lager.

Für Triebwerk kommen Fette noch zur Anwendung bei Leerlaufbuchsen, Losscheiben und bei untergeordneten Schmierstellen. Für die verwendeten Öle wird (nach Bamag) gefordert:

Spez. Gewicht bei 50° C und Viskosität 2,5—6° Engler 0,950  
" " " " " 6—12° " 0,965

Flammpunkt nicht unter 160° C

Stockpunkt + 5° C, bei Außenleitungen im Winter — 5° C  
Viskosität 2,5—8 bei 50° C

Säurezahl für Raffinade: nicht über 1,0 %  
" " Destillate: " " 2,8 %

Asphaltgehalt für Raffinade: 0

Destillate: nicht über 0,25 %  
Wassergehalt: " " 0,05 %  
Aschegehalt: " " 0,05 %

## Berechnung.

(430) Maßgebend sind

1. Festigkeitsforderung: Beschränkung der Beanspruchung und Formänderung (gleichmäßiges Tragen auf der ganzen Schalenlänge);
2. Pressungsforderung: Beschränkung der Pressung auf den Wert, oberhalb dessen das Schmiermittel aus der Lauffläche herausgedrückt wird, Trockenreibung und Fressen der Gleitflächen zu befürchten ist;
3. Warmlaufforderung: Beschränkung der Übertemperatur, bei welcher die in Wärme umgesetzte Zapfenreibungsarbeit eben noch abgeleitet werden kann, oberhalb deren Heißlauf und schließlich Fressen statthat.

(431) Tragzapfen als Stirn- oder Endzapfen.

Die erste Forderung rücksichtlich Beanspruchung und die zweite ergeben unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung des Zapfendruckes über die Zapfenlänge  $l$  in der Kräfteebene und ihr parallelen Ebenen für den Vollzapfen, Abb. 240, mit  $P =$  größter Zapfendruck

$$P \cdot 0,5 l = 0,1 k_b d^3 \quad \text{und} \quad P = k l d;$$

für den Hohlzapfen

$$P \cdot 0,5 l = 0,1 k_b \frac{d_2^3 - d_1^3}{d_2} \quad \text{und} \quad P = k l d_2.$$

Damit folgt für den Vollzapfen (Stirnkurbelzapfen)

$$\text{Zapfenverhältnis } \frac{l}{d} = \sqrt{0,2 \frac{k_b}{k}}.$$

Die unter 1. genannte Formänderung ist nach (219), 2 zu beurteilen; sie wirkt sich aus in der Krümmung der Zapfenachse sowie Durchbiegung des freien Endes und damit in einer Schiefstellung der Schalenachse: verschieden starker Ölfilm. Sie ist zu berücksichtigen bei Bemessung des Spieles längs der Achse und an den Schalenenden.

Für den beiderseits gestützten Zapfen (Kreuzkopfzapfen) folgt entsprechend Abb. 247

$$\frac{P}{2} \left( \frac{l_1 + l}{2} - \frac{l}{4} \right) = 0,1 k_b d^3, \quad P = k l d;$$

mit  $l_1 = \kappa d$  wird  $\frac{l}{d} = -\kappa + \sqrt{0,8 \frac{k_b}{k} + \kappa^2}$ , worin

$\kappa = 0,45 - 0,55$  für große bzw. kleine Zapfen.

Bez.  $k_b$  s. S. 301 unter Beachtung, ob die Beanspruchung eine schwellende, eine wechselnde oder eine stoßende ist. In diesem Falle (Wasserpumpen, Stauzen) sind die dort angegebenen Werte auf das  $\frac{2}{3}$  bis  $\frac{1}{2}$ fache zu ermäßigen.

Die Pressung  $k$  hängt ab vom Werkstoff, von der Ausführung und Schmierung, von den Betriebsverhältnissen und der Zweckbestimmung der Konstruktion, ihrer Lebensdauer (Abnutzung und ihre Folgen). Daher ist die Angabe allgemein gültiger Werte für die mittlere Pressung  $k = P : l d$  streng genommen nicht möglich; als höchstens zulässige Werte für beständig sich drehende Zapfen in nachstellbaren Lagern normaler Maschinen werden (C. Bach, M. E., 12. Aufl.) angesehen

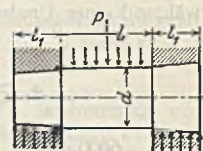


Abb. 247.



|   |                             |                                |  |
|---|-----------------------------|--------------------------------|--|
| Gußstahl gehärtet und geschliffen bei bester Arbeit, Wartung und Schmierung |                             |                                |  |
| desgl. auf Gußstahl   | } im übrigen wie vorstehend | $k$ bis 150 kg/cm <sup>2</sup> |  |
| „ auf Bronze  |                             | „ 120 „                        |  |
| „ auf Weißmetall  |                             | „ 90 „                         |  |
| Gußstahl, ungehärtet auf Bronze oder Weißmetall                             |                             | 80 bzw. 60 kg/cm <sup>2</sup>  |  |
| Flußeisen   | „ „ „ „                     | 50 „ 40 „                      |  |
| „ auf Gußeisen  |                             | 25—30 „                        |  |

Überschreitung der Werte unterhalb 60 kg/cm<sup>2</sup> um 100—200% ist im Falle unterbrochener Drehung oder belangloser Abnutzung zulässig. Dasselbe gilt bez. der größeren Werte unter dem Zwange gedrängter Konstruktion (Raum- und Gewichtsbeschränkung).

Betriebserfahrungen an gut durchgebildeten und gewarteten Anlagen lassen folgende Pressungen als bewährt erscheinen<sup>1)</sup>:

|                            | Hauptlager | Kurbelzapfen | Kreuzkopfzapfen            |
|----------------------------|------------|--------------|----------------------------|
| Verbrennungsmotoren        | $k$ bis 30 | bis 90       | bis 150 kg/cm <sup>2</sup> |
| Dampf-Fördermaschinen      | „ 30       | „ 120        | „ 150 „                    |
| Einzylinderdampfmaschinen  | „ 20       | „ 70         | „ 90 „                     |
| Mehrzylinderdampfmaschinen | „ 16       | „ 60         | „ 80 „                     |
| Pumpen (Stoßwirkung)       | „ 10       | „ 45         | „ 60 „                     |
| Kompressoren und Gebläse   | „ 14       | „ 50         | „ 60 „                     |

Hierbei ist der höchste Kolbendruck zugrunde gelegt und der Beschleunigungsdruck vernachlässigt. Für das Außen- (Schwungrad-) Lager von Einzylinderdampfmaschinen ist wegen fehlenden Atmens  $k$  kleiner als für das Kurbelager.

Bei Lokomotiven  $k$  bis 150 bzw. 350 kg/cm<sup>2</sup> für den geschliffenen Kurbel- bzw. Kreuzkopfzapfen (größere Abnutzung).

Im Falle vorübergehend wirkender Größtkräfte (Pressen, Scheren usw.) wird  $k \geq 200$  kg/cm<sup>2</sup> zugelassen.

Die dritte Forderung läuft unter der Voraussetzung, daß die gesamte Reibungsarbeit in Wärme umgesetzt wird und die ableitbare Wärmemenge proportional  $ld$  gesetzt werden darf, hinaus auf diejenige, daß die spezifische Reibungsarbeit  $A_z = A : ld$  einen gewissen, von vielen Umständen abhängigen Wert nicht überschreitet. Damit folgt mit  $P_m =$  mittlerer Zapfendruck während einer Umdrehung

$$A_z \geq \frac{A}{ld} = \frac{\mu P_m \frac{d}{200} \frac{\pi n}{30}}{ld} = \frac{\pi \mu P_m n}{6000 l} = \mu kv.$$

Mit  $\frac{6000 A_z}{\pi \mu} = w$  wird  $l \geq \frac{P_m n}{w}$  oder  $l \geq \frac{\pi}{6000} \frac{P_m n}{kv}$  entsprechend

$$kv = \frac{\pi}{6000} w.$$

Lasche setzt (428)  $A_z = \varrho \frac{v}{t} = \mu kv.$

Das Ergebnis, daß nur  $l$ , nicht aber  $d$  die Beharrungstemperatur bestimmt, ist eine Folge der nicht erfüllten Voraussetzungen; namentlich ist  $\mu$  nicht konstant und hängt  $A_z$  bei gleichem  $ld$  von Größe und Beschaffenheit der wärmeabgeben-

<sup>1)</sup> C. Bach, M. E., 12. Aufl., 2. Band, S. 35.

den Oberfläche ab, ganz abgesehen von der durch die Welle abgeleiteten Wärme. Daher erscheinen  $w$  bzw.  $kv$  nur als aus bewährten Betrieben abzuleitende Erfahrungszahlen, deren Größe zunimmt mit abnehmender Reibzahl (Ausführung und Schmierung) und den die Wärmeableitung begünstigenden Umständen (bewegte Luft, künstliche Kühlung); sie hängt auch ab vom Werkstoff (Weißmetall günstiger als Bronze).

Sonderwerte für  $w$  bzw.  $kv$ .

|   |                         |  |
|---|-------------------------|--|
| Stirnkurbelzapfen (Gußstahl auf Bronze oder Weißmetall) | früher $w = 37\,500$    | entspr. $kv \approx 20$ kgm  |
|   | jetzt $\approx 70\,000$ | 37,5   |
| Kurbelzapfen gekröpfter Wellen                          | bis 90000               | 47   |
| Kurbel-(Schwungrad-) Wellen, Zapfen auf Kurbelseite     | 40000                   | 21   |
| Kurbel-(Schwungrad-) Wellen, Zapfen auf Schwungradseite | früher 15000            | 8  |
|   | jetzt 28000             | 15   |
| Güldner <sup>1)</sup> empfiehlt für Rotgußschalen       | $w = 48\,000$           | $kv \begin{matrix} \vee \\ \vee \\ \vee \\ \vee \\ \vee \end{matrix} 25$ |
| Bronzeschalen   | $= 53\,000$             | 28   |
| Weißmetallschalen                                       | $= 57\,000$             | 30,  |

unter Zugrundelegung von  $k = \frac{P_m}{ld}$ , berechnet aus dem mittleren Kolbendruck eines vollen Arbeitsganges.

Für Schwungradwellenzapfen setzt er  $w = 29\,000$   $kv \leq 15$

Erhöhung von  $w$  bzw.  $kv$  ist möglich durch künstliche Kühlung (Spülschmierung); bei Dampfturbinen, Turbogeneratoren mittlerer Größe wird gegangen bis  $w = 285\,000$   $kv$  bis 150  
bei  $k = 5-6$  kg/cm<sup>2</sup> und  $v = 30-25$  m/sek.

Im Falle kleiner Maschinen Unterschreitung dieser Werte, für große Steigerung bis auf  $kv = 280$  kgm bei  $v$  bis 40 m/sek.

Für Achszapfen von Personenwagen:

$w = 190\,000$ ,  $kv = 100$ ,  $k$  bis 40 kg/cm<sup>2</sup>

„ dreiachsiger Lokomotiven bei Schnellzuggeschwindigkeit  
 $w$  bis 150000,  $kv = 70$ ,  $k$  bis 15 kg/cm<sup>2</sup>

und für die äußeren Kurbelzapfen  $w$  bis 250000.

(432) Gang der Rechnung für Tragzapfen: Bestimmung von  $l:d$  und Entscheidung hierüber. Sofern das errechnete Zapfenverhältnis  $l:d$  beibehalten wird, erscheint der Zapfen hinsichtlich Beanspruchung und Pressung ausgenutzt. Im Falle Vergrößerung von  $l:d$  ist Anstrengung maßgebend. Im Falle Verkleinerung von  $l:d$  ist Pressung maßgebend. Prüfung, ob der Warmlaufforderung genügt wird; im Falle hoher Umlaufzahl bzw. Geschwindigkeit ist von dieser auszugehen.

Ausführung, Aufstellung und Wartung sprechen für tunlichste Beschränkung von  $l$  (Pressungsverteilung, Abnützung, Schiefstellung), weshalb  $l:d$  möglichst klein gewählt wird. Je größer  $l$ , desto besser ist die Ölhaltung in der Schale. Wirtschaftliche Verhältnisse (Modelle) sprechen für Einhaltung bestimmter Werte  $l:d$ . Vgl. auch das unter Lager Gesagte. Praktisch bewährte Zapfenverhältnisse sind:

<sup>1)</sup> Entwerfen und Berechnen der Verbrennungskraftmaschinen und Kraftgasanlagen, Berlin: Julius Springer 1914.



|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| für Stirnkurbelzapfen             | $l:d = 1-1,25,$                                       |
| für Kreuzkopfbzapfen              | $= 1,20-1,50,$  |
| für Halslager und Schwungradlager | $= 2,$  |
| für Triebwerkklager               | $= 2-2,5$ (Weißmetall),<br>$= 2,5-3,25-4$ (Gußeisen). |

Bei Halszapfen ist der Durchmesser vielfach durch das Drehmoment bestimmt und die Rechnung auf Kontrolle der Zulässigkeit der üblichen Lauf-länge beschränkt.

Beispiel. Größter Kolbendruck einer Einzylinderdampfmaschine 6000 kg, Mittelwert 4600 kg,  $n = 100$ . Dann folgt für den

$$\text{Kurbelzapfen: } l:d = \sqrt[3]{0,2 \frac{600}{75}} \approx 1,3. \quad \text{Gewählt } l:d = 1,25; \text{ hierfür gilt}$$

$$6000 = 75 \cdot 1,25 d^2, \quad d = 80 \text{ mm}, \quad l = 100 \text{ mm}.$$

Damit folgt

$$w = \frac{4600 \cdot 100}{10} = 46000 \quad \text{oder} \quad kv = \frac{\pi}{6000} \cdot 46000 = 24.$$

Diese Abmessungen sind zulässig. Für  $n = 150$  würde folgen

$$l \geq \frac{4600 \cdot 150}{50000} = 140 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d = \sqrt[3]{\frac{6000 \cdot 7}{1/10 \cdot 600}} = 85 \text{ mm};$$

damit wäre  $l:d = 140:85 = 1,65$ ; gewählt  $l:d = 1,25$  und damit  $d = 110 \text{ mm}$ .

$$\text{Kreuzkopfbzapfen: } l:d = -0,5 + \sqrt{0,8 \frac{600}{100} + 0,25} \approx 1,75.$$

Mit  $l:d = 1,5$  folgt  $d$  aus  $6000 = 100 \cdot 1,5 d^2$  zu  $d = 65 \text{ mm}$ ,  $l = 100 \text{ mm}$ .

Warmlaufforderung kommt nicht in Frage.

Ausführung s. u. Einzelteile der Dampfmaschinen.

(433) Spurzapfen, Abb. 241. Der Festigkeitsforderung wird genügt durch die Pressungsforderung

$$P = k \cdot 0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2).$$

Die Warmlaufforderung führt unter Annahme, daß die ableitbare Wärme proportional  $0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2)$  ist, zu

$$A_2 \geq \frac{A}{0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2)} = \frac{\mu P \frac{d_2 + d_1}{400} \frac{\pi n}{30}}{0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2)} \quad \text{oder} \quad d_2 - d_1 \geq \frac{\mu P n}{3000 A_2};$$

$$\text{mit } \frac{3000 A_2}{\mu} = w \text{ folgt } d_2 - d_1 \geq \frac{P n}{w}.$$

$$\text{Wegen } \frac{P}{0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2)} = k \quad \text{und} \quad \frac{d_2 + d_1}{400} \cdot \frac{\pi n}{30} = v \text{ ist auch } A_2 \geq \mu kv$$

und  $kv = \frac{w}{3000}$ . Hierin sind  $k$  und  $w$  stark abhängig von der Art der Schmie-

rung. Im Falle Zuführung des Schmiermittels unter Druck und künstlicher Wärmeableitung (Kühlung) sind wesentlich höhere Werte zulässig als bei selbst-tätiger Schmierung und Luftkühlung. In diesem Falle ist für dauernd um-laufende Zapfen, gehärteter Gußstahl auf Bronze,  $k \leq 70 \text{ kg/cm}^2$ , für nur schwingende oder langsam umlaufende Zapfen oder im Falle häufiger Betriebs-unterbrechungen (mit Vollast) erheblich höher, und erfolgt die Berücksichtigung der Erwärmung durch  $w \leq 50000$  oder  $kv \leq 17$  bei fehlender Mantelreibung, andernfalls geringer (Mantelreibung tunlichst vermeiden).

Hauptanwendungsgebiet im Turbinenbau. Pfarr<sup>1)</sup> empfiehlt für Wasserturbinen

$$w = 40000 - 75000 \text{ entspr. } kv = 15 - 25$$

$$k = 50 - 70 \text{ kg/cm}^2$$

$$p_{\max} = 100 - 170 \text{ kg/cm}^2, \text{ vgl. (425).}$$

Die Firma J. M. Voith in Heidenheim a. d. Brenz rechnet mit

$$kv = 28 \text{ für kleine Ringspurlager (} k = 15 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } v = 1,9 \text{ m/sek)}$$

$$\text{bis 34 „ große „ (} k \text{ bis } 30 \text{ kg/cm}^2 \text{ „ } v = 1,1 \text{ m/sek).}$$

Gelpke rechnet bei fehlender künstlicher Kühlung mit  $kv \leq 60$ , sofern  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit des äußeren Linsendurchmessers bedeutet.

Die Warmlaufforderung bedingt eine Mindestbreite  $b = \frac{d_2 - d_1}{2}$ , die nach

der Entwicklung unabhängig ist vom Abstände von der Achse; je größer  $b$  und dieser Abstand, desto empfindlicher ist der Zapfen. Deshalb Zerlegung der Gesamtbreite in Einzelbreiten: Kamzapfen, Abb. 248.

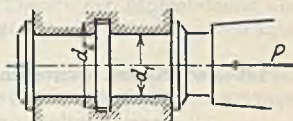


Abb. 248.

(434)  $d_1$  ist durch Festigkeits- oder andere Rücksichten bestimmt,  $d_2$  ist wählbar; je

kleiner  $b = \frac{d_2 - d_1}{2}$ , desto mehr Kämme, um so empfindlicher ist der Zapfen (gleichmäßige Übertragung und Abnutzung).

$$\text{Etwa } b = (0,1 - 0,3) d_1.$$

Die Pressungsforderung lautet

$$P = k 0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2) \delta = k 0,5 \pi \cdot b (d_2 + d_1) \delta = k \pi d_m \cdot b \cdot \delta;$$

die Warmlaufforderung bedingt

$$b \delta \geq \frac{\mu P n}{6000 A_z} = \frac{P n}{2 w}.$$

Hierin beträgt wegen der erwähnten Schwierigkeiten  $k \leq 40 - 45 \text{ kg/cm}^2$  (Stahl auf Bronze oder Weißmetall)

$$w \leq 20000 \text{ oder } kv = 6 - 7,$$

<sup>1)</sup> Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb. Berlin: Julius Springer 1912, macht über gut laufende Spurzapfen, Gußeisen auf Gußeisen, in Dampfzylinderqualität, folgende Angaben:

| $d_2$<br>cm | $d_1$<br>cm | $d_2 - d_1$<br>cm | $P$<br>kg | Minutliche Um-<br>drehungs-<br>zahl $n$ | $n$ berechnet<br>mit<br>$w = 40000$ | $w = \frac{P n}{d_2 - d_1}$ | $k = \frac{P}{\frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)}$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $p_{\max} = \frac{P}{\pi d_1 \frac{d_2 - d_1}{2}}$<br>kg/cm <sup>2</sup> |
|-------------|-------------|-------------------|-----------|---|-------------------------------------|-----------------------------|---|--|
| 12,0        | 4,0         | 8,0               | 6200      | 32                                      | 51,6                                | 24800                       | 61,7  | 123,3  |
| 39,5        | 28,5        | 11,0              | 9400      | 40                                      | 46,8                                | 34200                       | 16,0  | 19,1   |
| 17,8        | 6,0         | 11,8              | 12600     | 47                                      | 37,5                                | 50200                       | 57,1  | 113,3  |
| 17,5        | 5,0         | 12,5              | 17300     | 46,5                                    | 28,9                                | 64300                       | 78,3  | 176,2  |
| 42,0        | 29,0        | 13,0              | 6000      | 150                                     | 86,7                                | 69200                       | 8,3   | 10,1   |
| 6,0         | —           | 6,0               | 5150      | 100                                     | 46,6                                | 85800                       | 182,2   | —  |
| 15,0        | 3,0         | 12,0              | 9600      | 122                                     | 50,0                                | 97600                       | 56,6  | 169,8  |
| 16,0        | 10,5        | 5,5               | 4100      | 160                                     | 53,7                                | 119300                      | 35,8  | 45,3   |
| 10,0        | 2,0         | 8,0               | 10000     | 96                                      | 32,0                                | 120000                      | 132,6   | 397,9  |
| 14,0        | 5,0         | 9,0               | 7536      | 150                                     | 47,8                                | 125600                      | 56,1  | 106,6  |
| 24,0        | 6,0         | 18,0              | 55000     | 41,5                                    | 13,1                                | 126800                      | 129,7   | 324,2  |
| 46,0        | 41,0        | 15,0              | 6500      | 300                                     | 92,3                                | 130000                      | 7,2   | 8,9  |



um so kleiner, je größer  $\beta$ . Überschreitung um ein Vielfaches im Falle künstlicher Kühlung. Kammstärke durch Festigkeitsrücksichten (Formänderung) bedingt.

Ausführungseinzelheiten siehe unter Lager.

Beispiel. Eine Axialkraft von 1000 kg bei  $n = 200$  durch Stützapfen zu übertragen. Als End-Ringspurzapfen: dann gilt mit  $k = 40 \text{ kg/cm}^2$  und  $w = 40000$

$$0,25 \pi (d_2^2 - d_1^2) = \frac{1000}{40} = 25 \quad \text{und} \quad d_2 - d_1 = \frac{1000 \cdot 200}{40000} = 5.$$

Dem würde  $d_2 = 60 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 10 \text{ mm}$  und

$$p_{\max} = \frac{1000}{\pi \cdot 5} \cdot \frac{2}{0,5} = 127 \text{ kg/cm}^2 \text{ entsprechen.}$$

Als Mittelkammzapfen für einen Wellendurchmesser von 100 mm.

In diesem Falle werde gewählt  $b = 17,5 \text{ mm}$  entsprechend  $d_2 = 100 + 35 = 135 \text{ mm}$ . Mit  $w = 20000$  folgt

$$\beta \cdot 3,5 = \frac{1000 \cdot 200}{20000} = 10;$$

$$\beta = 3 \text{ tragende Kämme, entsprechend } k = \frac{1000}{3 \cdot \frac{\pi}{4} (13,5^2 - 10^2)} \approx 5 \text{ kg/cm}^2$$

Für den Preßölzapfen ( $d_1$  und  $d_2$ ,  $\omega$ ,  $P$ ) leiten Gumbel-Everling<sup>1)</sup> die Beziehungen ab:

$$\text{Pressung am Innenrand } p_1 = 0,6 \frac{\eta}{\pi} \frac{q}{h^2} \ln \frac{d_2}{d_1} \text{ kg/cm}^2,$$

worin  $\eta$  = absolute Zähigkeit in  $\text{kgsek/m}^2$ ,  $h$  = Schmierschichtdicke und  $q$  = Ölmenge in  $1/\text{sek}$ ;

$$\text{Zapfendruck } P = \frac{0,075 \eta q}{h^3} \left[ d_2^2 - d_1^2 - 2 d'^2 \ln \frac{d_2}{d_1} \right] \text{ kg,}$$

worin  $d'$  = Wellendurchmesser. Die Elimination von  $q$  liefert

$$p_1 = 8 P \ln \frac{d_2}{d_1} : \left[ \pi \left( d_2^2 - d_1^2 - 2 d'^2 \ln \frac{d_2}{d_1} \right) \right] \text{ kg/cm}^2.$$

Schubkraft  $S$ , verknüpft mit der Drehung des Ringzapfens,

$$S = 1/120\,000 \pi \eta \omega (d_2^3 - d_1^3) : h;$$

$$\text{Dreh- (Zapfenreibungs-) Moment } M_r = 1/320\,000 \pi \eta \omega (d_2^4 - d_1^4) : h;$$

$$\text{Reibungszahl } \mu = \frac{S}{P},$$

$$\text{Reibungsarbeit } A_r = 0,01875 \mu \omega (d_2 + d_1) \cdot \frac{\eta q}{h^3} \left[ d_2^2 - d_1^2 - 2 d_1^2 \ln \frac{d_2}{d_1} \right],$$

$$\text{Spezifische Reibungsarbeit } A_z = 0,075 \cdot \frac{\mu \omega}{\pi (d_2 - d_1)} \frac{\eta q}{h^3} \left[ d_2^2 - d_1^2 - 2 d_1^2 \ln \frac{d_2}{d_1} \right].$$

Ölmenge  $q$  folgt aus der Gleichung für  $p_1$ .

$$\text{Temperatur des abfl. Öles } t_2 = t_1 + \frac{A_r}{427} \cdot \frac{\gamma}{c q}$$

mit  $\gamma$  = spez. Gewicht und  $c$  = spez. Wärme des Öles.

(435) Die Berechnung der Zapfen auf hydrodynamischer Grundlage ist vorerst nur unter der Voraussetzung möglich, daß flüssige Reibung vorliegt,

<sup>1)</sup> a. a. O. S. 40 und Röttscher: M. E. II S. 678.

daß also die Pressung und die Umfangsgeschwindigkeit so aufeinander abgestimmt sind, daß bei der vorhandenen Zähigkeit (Temperatur) des Schmiermittels das zur Bildung der keiligen Schmierschicht erforderliche Spiel vorhanden ist, das außerdem abhängt von der Genauigkeit der Ausführung des Zapfens und der Passung. Änderungen der Zapfenbelastung haben bei Tragzapfen infolge deren Verlagerung solche der Schmierschichtdicke zur Folge, von deren Kleinstwert es abhängt, ob der Zapfen unter flüssiger Reibung oder im Ausklinkzustand, an der Grenze zwischen flüssiger und halbflüssiger Reibung läuft. An Hand der Reibungsarbeit folgt aus der Übertemperatur des Lagers unmittelbar der Zapfendurchmesser für ein bestimmtes Zapfenverhältnis oder bei gegebenem Zapfen die Lagertemperatur.

Bei Spurzapfen bedingt die Ausbildung keiliger Schmierschichten schräge, zur Zapfendruckrichtung geneigte Flächen, mit denen die Festlinse versehen wird, Abb. 243 oder die sich selbsttätig einstellen bei dem in einzelne kippbare Klötze aufgelösten Stützlager (Segmentlager).

Bez. der Ableitung der hydrodynamischen Theorie der Zapfenreibung und ihrer Anwendung auf die Berechnung von Zapfen muß auf die einschlägige Literatur verwiesen werden. Es sei genannt:

Gümbel-Everling: Reibung und Schmierung im Maschinenbau. Berlin: M. Krayn 1925. — Falz: Grundzüge der Schmiertechnik. Berlin: Julius Springer 1926. — Rötcher: M. E. II., S. 618 u. ff. Berlin: Julius Springer.

### Konstruktive Gestaltung<sup>1)</sup>.

(436) Vgl. auch das unter „Lager“ Gesagte.

Werkstoff: Für Tragzapfen geschmiedeter, Einsatz- oder Vergütungsstahl, im Einsatz gehärtet (harte Lauffläche, weicher Kern) und geschliffen, auf Gußeisen, Stahl, Weißmetall oder Bronze laufend; für Spurzapfen Gußeisen, hart, fast weiß (Dampfzylinder Güte) auf Gußeisen laufend (Wasserturbinen) oder Stahl auf Stahl, gehärtet bzw. Bronze. Endstützapfen häufig kegelig eingesetzt im Interesse leichten Auswechsels. Herstellung der Bunde durch Drehen aus dem Vollen, besser durch Ausschmieden oder Aufschweißen oder Aufschrupfen.

Die Passung von Zapfen und Schale ist je nach dem Verwendungszweck verschieden: Laufsitz der Feinpassung im Falle Wechsels der Kraftrichtung (Kurbel- und namentlich Kreuzkopfzapfen); enger Laufsitz bei hoher Genauigkeitsforderung (Präzisionswerkzeugmaschine); leichter Laufsitz bei nahezu gleichbleibender Richtung des Zapfendruckes (hinteres Schwungradlager); Schlichtlaufsitz für mehrfach gelagerte (Kurbel)wellen; weiter Schlichtlaufsitz für Achsbüchsen an Fuhrwerken.

Aufgeschweißte oder aus dem Vollen gearbeitete Bunde (Kämme) oder Anläufe mit Ausrundung, wenn auch klein, wegen der Bruchgefahr infolge Kerbwirkung. Bei axialer Zuführung des Schmiermittels Verteilungsnuten in der zur Kraftebene senkrechten Ebene. Keine Schmiernuten oder -Spinnen, welche die Tragfähigkeit des Ölfilms stören.

## Achsen und Wellen.

(437) Achsen sind vorzugsweise auf Biegung, Wellen dagegen auf Biegung und Drehung beansprucht. Für die Abmessung sind je nach dem Verwendungszweck maßgebend die Beanspruchung oder die Formänderung: gleiche Pressung oder gleichdicker Ölfilm längs der betr. Mantellinie des Zapfens; zusammenfallende Mittelebenen von Riemenscheiben oder Stirnrädern; gemeinsame Kegelspitze zusammenarbeitender konischer Räder.

<sup>1)</sup> Gümbel-Everling, S. 198 u. ff.



## Berechnung.

(438) Für Achsen gilt die Biegunsgleichung

$$M_b \approx 0,1 k_b d^3 \quad \text{bzw.} \quad M_b \approx 0,1 k_b (d_2^3 - d_1^3) : d_2$$

für vollen Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt.

Ist  $s = 1/2(d_2 - d_1)$  gering, so gilt mit  $d_m = 1/2(d_2 + d_1)$  auch

$$M_b \approx 0,8 k_b d_m^3 s.$$

Zulässige Anstrengungen nach (295), Formänderungen nach (210) u. ff. bestimmen.

Für eichene Wasserradachsen  $k_b = 60 \text{ kg/cm}^2$ .

(439) Wellen. Beanspruchung ist maßgebend.

Für reine Drehung gilt

$$M_d \approx 1/5 k_d d^3 \quad \text{bzw.} \quad M_d \approx 1/5 k_d (d_2^3 - d_1^3) : d_2$$

für vollen Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt.

Mit

$$M_d = \frac{450\,000 N}{2\pi n} \quad \text{folgt} \quad d = \sqrt[3]{\frac{3\,600\,000}{\pi^2} \frac{1}{k_d} \frac{N}{n}}$$

Zulässige Anstrengung nach (295). Für eichene Wasserradachsen  $k_d = 40$  bis  $50 \text{ kg/cm}^2$ .

Die Berücksichtigung der gleichzeitigen Biegungsbeanspruchung durch Eigengewicht und (geringe) Querkkräfte infolge Zahndruckes oder Riemenzuges durch Beschränkung von  $k_d$  auf  $120 \text{ kg/cm}^2$  liefert für normale Triebwellen rücksichtlich Anstrengung

$$d = \sqrt[3]{3000 \frac{N}{n}} = 14,5 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

Im Falle erheblicher Beanspruchung auf Biegung (Hauptvorgelege, schwerbelastete Wellen) ist auf zusammengesetzte Festigkeit zu rechnen. Es ist

$$k_b \cdot 0,1 d^3 = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_d)^2}$$

mit  $\alpha_0 = k_b : 1,3 k_d$ . Ev. Verschwächung durch Keilnuten beachten, deshalb Wellenkopf (Stahl- oder Fräserauslauf).

(440) Formänderung gegenüber Verdrehung ist maßgebend.

Mit dem verhältnismäßigen Verdrehungswinkel  $\vartheta = \frac{32}{\pi} \beta \frac{M_d}{d^4}$  folgt derjenige einer  $l$  cm langen Welle zu

$$\vartheta_l = l \vartheta = \frac{32}{\pi} \beta l \frac{M_d}{d^4} = \frac{32 \cdot 450\,000}{2\pi^3} \beta \frac{l N}{d^4 n}$$

und für  $\beta = \frac{1}{830\,000}$  wird  $\vartheta_l = 0,88 \frac{N l}{n d^4}$ .

Mit  $M_d = k_d \frac{\pi}{16} d^3$  folgt auch  $\vartheta_l = 2 \beta k_d \frac{l}{d}$  und  $k_d = \frac{1}{2\beta} \vartheta_l \frac{d}{l}$ . Hiernach

<sup>1)</sup> In Z. 1927, S. 1340 wird betr. der „Bemessung leichter Vorgelegewellen“  $d = 9,6 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$  entspr.  $k_d = 315 \text{ kg/cm}^2$  empfohlen und auf den holländischen Vorschlag hingewiesen, die Forderungen bez. der Anstrengung und der Formänderung gegenüber Drehung zu vereinigen gemäß der Beziehung  $d = 11,4 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ . Nach der gleichen Quelle rechnet Amerika nur auf Drehung mit  $k_d = 170$  bzw.  $270$  bzw.  $420 \text{ kg/cm}^2$  für schwere, normale bzw. leichte Vorgelegewellen.

ist  $k_d$  proportional  $\vartheta$ , und  $d$ , umgekehrt proportional  $l$  bzw. proportional  $\vartheta = \frac{\vartheta_1}{l}$ : Abhängigkeit der Anstrengung von der zugelassenen Formänderung.

Für die übliche Vorschrift  $\vartheta = 1/4^0$  auf  $l = 100$  cm folgt mit  $\beta = \frac{1}{830000}$

$$\text{aus } \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{180} = 0,88 \frac{N}{n} \cdot \frac{100}{d^4}$$

$$d \approx 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

$\vartheta$ , ist von vielen Umständen abhängig, so daß streng genommen allgemein gültige Angaben nicht gemacht werden können.

(441) Formänderung gegenüber Biegung ist maßgebend.

Mit geringem radialen Spiel einander umschließende, sich drehende Zylinder bedingen entsprechend kleine Wellendurchbiegungen und bei reichlicher Breite außerdem Beschränkung des Neigungswinkels der elastischen Linie, der auch von Bedeutung ist für die Pressungsverteilung in nicht selbsttätig sich einstellenden Lagerschalen, vgl. unter Zapfen und Lager.

Sofern Kegelrädervorgelege nicht in Frage kommen, erscheint ein Neigungswinkel  $\beta_1 \leq \frac{1}{1000} - \frac{1}{1200}$  (nach Pfarr) ausreichend; dem ersten Wert entspricht

für unveränderlichen Durchmesser  $d$  im Falle gleichmäßiger über die Welle verteilter Last eine höchstens zulässige Durchbiegung von 0,3 mm auf das Meter Wellenlänge und im Falle einer in Wellenmitte angreifenden Einzellast eine solche von  $1/3$  mm auf 100 cm Wellenlänge. Bei Belastung durch mehrere Kräfte (Zahndruck, Riemen- oder Seilzug, vgl. (408) und (423)), u. U. in verschiedenen Ebenen, sind die aus Einzelbelastungen resultierenden Neigungswinkel in horizontaler und vertikaler Ebene zu bestimmen und damit der Neigungswinkel der elastischen Linie zu ermitteln. Vgl. (210) u. ff. Für nicht konstanten Wellenquerschnitt wird  $\beta_1$  zweckmäßig zeichnerisch mittels des Mohrschen Verfahrens ermittelt. Vgl. (213)<sup>2)</sup>.

Im Falle nicht erheblicher Absätze, größere sind durch konische Übergänge zu vermitteln, genügt u. U. schätzungsweise Ersatz durch eine Welle mit konstantem Durchmesser.

(442) Auf die Beanspruchung ist die Lagerentfernung von bedeutendem Einfluß. Sofern der biegende Einfluß durch eine gleichförmig verteilte gedachte Last dadurch berücksichtigt wird, daß statt des spez. Gewichtes  $\gamma$  das Vielfache  $\gamma_1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$  gesetzt wird, gilt für die  $l$  cm lange, an den Enden gestützte Welle

$$M_b = \frac{\pi}{4} d^2 l \gamma_1 \frac{l}{8} = \sigma_b \frac{\pi}{32} d^3 \quad \text{und folgt} \quad \sigma_b = \gamma_1 \frac{l^2}{d};$$

für den noch über beide Lager hinaus geführten Wellenstrang dagegen

$$\sigma_b = \frac{2}{3} \gamma_1 \frac{l^2}{d}.$$

Für die mit  $\tau = 120$  kg/cm<sup>2</sup> berechnete Welle, vgl. (439), und

$$\alpha_0 = \frac{400}{1,3 \cdot 400} \sim 0,8$$

<sup>1)</sup> Dieser Durchmesser wird in den Ausführungslisten der Transmissionsfirmen als „theoretischer Wellendurchmesser“ bezeichnet.

<sup>2)</sup> S. auch Z. f. M. u. Ph. 1874, S. 392 ff.: rein rechnerisches Verfahren von Weyrauch. Z. d. B. 1886, S. 249: zeichnerisches, auf Mohr sich stützendes Verfahren, von Land. — Kloß, Analytisch-graphisches Verfahren zur Bestimmung der Durchbiegung zwei- und dreifach gestützter Träger, Berlin 1902. — Vgl. auch die Beispiele in C. Bach, M. E. 1922, 3. Lieferung, S. 72 ff.



folgt aus  $400 = 0,35 \cdot \gamma_1 \frac{l^2}{d} + 0,65 \sqrt{\left(\gamma_1 \frac{l_2}{d}\right)^2 + 4(0,8 \cdot 120)^2}$

$$\frac{l^2}{d} = \frac{370}{\gamma_1}$$

und mit  $\gamma_1 = 4,5 \cdot 0,0079 = 0,0356$

$$l = 100 \sqrt{d}$$

im Falle der an Enden gestützten Welle und

$$l = 125 \sqrt{d}$$

für die über beide Lager hinaus sich erstreckende Welle. Die Lagerentfernung ist außer von  $\gamma_1$  und der zulässigen Biegungsanstrengung  $k_b$  auch von örtlichen Verhältnissen (Maschinen- und Säulenstellung, Balkenlage) abhängig.

Für Hauptantriebe von Lagerentfernung ausgehen und Durchmesser nach (439) oder (441) bestimmen.

(443) Über die Berechnung gekröpfter Kurbelwellen vgl. das unter Dampfmaschinen Gesagte und das Verfahren von Pfeleiderer in C. Bach, M. E. 1922, 3. Lieferung, S. 84 ff.<sup>1)</sup>

(444) Mangels vollkommener Homogenität der Werkstoffe und mathematisch genauer Umdrehungskörper werden, wenn auch geringe, Exzentrizitäten ( $e$ ) der Schwerpunkte der Welle mit (aufgekeilten) Scheiben vorhanden sein, mit denen Fliehkräfte und Biegungen der umlaufenden Welle verknüpft sind, ganz abgesehen von dem Lagerspiel, zuzulassen das Wellmittel wandert. Bei jeder Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  besteht im Beharrungszustand Gleichgewicht zwischen den äußeren Kräften (Fliehkraft, proportional  $\omega^2$  und Stützdrücken) und den inneren Kräften (Spannungen); die zugehörigen Durchbiegungen sind  $y = f(\omega)$  und für die kritische Winkelgeschwindigkeit  $\omega_k$  bzw. Umlaufzahl  $n_k$  wird  $y = \infty$ . Das mathematische Ergebnis des Ansatzes  $P = m(e + y)\omega^2 = cy$  mit  $c =$  (Federkonstante) = Kraft je cm Durchbiegung, nämlich

$$y = \frac{e}{c : m \omega^2 - 1} \quad \text{und} \quad \omega_k = \sqrt{c : m},$$

erfährt in Wirklichkeit eine Korrektur infolge dämpfender Einflüsse durch die Lager.

Mit  $m = G : 981$  folgt die Formel von Föppl

$$n_k = 300 \sqrt{c : G},$$

worin  $c$  eine vom jeweiligen Belastungsfall abhängige Konstante bezeichnet; z. B. folgt für die beiderseits gestützte, in der Mitte belastete Welle

$$y = 1 = \frac{\alpha}{48} \frac{c l^3}{J}, \quad \text{also} \quad c = \frac{48}{\alpha} \frac{J}{l^3}.$$

Die Beziehung für  $n_k$  entspricht derjenigen der Eigenschwingungszahl des betrachteten Systems. Wirken nun auf die (schwingende) Welle von außen periodisch veränderliche Kräfte, deren Frequenz mit ihrer Eigenschwingungszahl übereinstimmt, so tritt Resonanz auf mit der Wirkung, daß die Wellenaus-

<sup>1)</sup> Siehe M. B. 1925, S. 839 und Ensslin, Mehrfach gelagerte Kurbelwellen mit einfacher und doppelter Kröpfung, Stuttgart 1902.

schläge wachsen bis zu dem durch die unvermeidliche Dämpfung bestimmten Größtwert. Entsprechendes gilt bez. der Drehschwingungen infolge periodisch veränderlicher Drehmomente.

Vgl. hierüber außer dem unter „Dampfturbinen, Wellen“ Gesagten:

Stodola, Die Dampfturbinen, Berlin: Julius Springer 1910, S. 284 u. ff. und Schw. B. 1916, S. 197; 1917, S. 93; 1918, S. 229. D. P. I. 1918, S. 1; 1917, S. 235; 1918, S. 71 und 117 u. Z. 1919, S. 866. Ferner Z. 1919, S. 240 u. ff. (Lorenz); Z. 1920, S. 911 u. ff. (Grammel); Z. 1918, S. 241 u. ff. (Kull). D.P.J. 1918, S. 179 (Prandtl); Z. f. d. g. T. 1918, S. 253 und 1920, S. 1 (Stodola). Z. 1902, S. 297 u. F. A. Heft 6 (Frahm); Z. 1912, S. 1025 (Gümbel); Dissertation Geiger, Verlag Walch, Augsburg 1914. Z. 1918, S. 588 (Dreves) und Z. 1921, S. 67 (Saß), S. 124 (Geiger) i. M. B. 1922, S. 20 (Föppl).

## Konstruktive Gestaltung.

**(445) Konstruktion und Ausführung.** Werkstoff: Flußeisen und Flußstahl von ausreichender Zähigkeit: widerstandsfähigere Oberfläche als im Falle Flußeisens, die namentlich für Zapfen in staubigen Betrieben in Betracht kommt. Rücksichtlich Durchbiegung verhalten sich Flußeisen und Flußstahl nahezu gleich. Für Sonderzwecke (Dampfturbinen) legierte Stähle. Gußeisen, dicht und zäh, für Hohlwellen; Holz u. U. für Wasserradachsen.

Voller Kreis- oder Kreisringquerschnitt.

Glatte Wellen mit normalen Durchmessern gemäß DIN 114.

Abgesetzte und Formwellen: plötzliche Übergänge, scharfe Eindrehungen streng vermeiden.

Größtlängen rücksichtlich Transportes und der Aufstellung (Verbiegen), abgesehen von der Bearbeitung, vom Durchmesser abhängig, von etwa 5 m an bei 45 mm Durchmesser, steigend auf 6,950 m für stärkere Wellen. Die genauen Längen sind abhängig von der baulichen Anlage und den Lagerstellen, vgl. (442).

Die Beziehung  $l = (100-120) \sqrt{d}$  für kleinere bzw. größere Wellendurchmesser liefert bewährte Lagerentfernungen für den Fall, daß die Antriebscheiben in unmittelbarer Nähe der Lager sitzen, andernfalls gilt  $l = (85-100) \sqrt{d}$  für die an beliebigen Stellen zwischen den Lagern sitzenden Scheiben, abgesehen von Hauptantrieben.

Rücksichtlich Gewichtsbeschränkung hohe Umlaufzahlen, in Abhängigkeit von denen der Arbeitsmaschinen wegen der Übersetzung durch Riemen- oder Seiltriebe.

$n = 100-150$  bzw.  $n = 250-400$  für Vorgelege von langsam- bzw. schnelllaufenden Arbeitsmaschinen.

Durchmesserverminderung nach Maßgabe des abnehmenden Drehmomentes vom Antrieb nach dem Wellenende hin: Abgesetzte Welle (höchstens etwa  $\frac{1}{5}$  des Durchmessers) oder Kupplungshälften verschieden gebohrt. Wellenstoß in unmittelbarer Nähe des Lagers, vom Antrieb ausgehend, hinter diesem: Abkupplungsmöglichkeit einzelner Wellen oder Teilstränge.

Genügender Überstand über Lager: Kupplungsmöglichkeit.

**(446) Formwellen** im Falle starker Inanspruchnahme auf Biegung für Hauptantriebe, geschmiedet oder (weniger gut) aus dem Vollen gedreht. Verstärkung im Rad- oder Scheibensitz derart, daß der Fräser oder Hobelstahl für die Keilnut auslaufen kann. Starke Absätze durch konische Übergänge vermitteln.

**(447) Hohlwellen** in Gußeisen, Stahlguß oder Flußeisen bzw. -stahl, für ausrückbare Antriebe. Radialer Spielraum zwischen Voll- und Hohlwelle 7,5 mm



und mehr im Falle innen roh bleibender Gußeisenwellen, 5 mm und darunter für ausgebohrte Stahlwellen. Zentrierung durch zweiteilige Zentrierringe (Wellenden unter allen Umständen ausgebohrt). Auf Biegung und Drehung beansprucht, zufolge großer Zapfendurchmesser von üblichen Werten abweichende Zapfenverhältnisse  $l : d$ .

(448) Gezogene oder mit starkem Vorschub gedrehte, rundgeglättete Wellen besitzen starke Oberflächenspannung, die durch Anarbeiten von Flächen oder Nuten teilweise aufgehoben wird: Krummziehen<sup>1)</sup>.

(449) Keilwellen, DIN 2223—2226, mit mehreren symmetrischen Keilen aus einem Stück bestehend, ermöglichen bei genauer Herstellung (Symmetrie) eine zentrische Verbindung mit dem Rade und eine Beschränkung der Pressung: wichtig im Falle beweglicher Verbindung. Von Vorteil bei hoher Beanspruchung (im Einsatz gehärteter Chromnickelstahl). Bearbeitung mittels Teil- oder Wälzfräsverfahrens und Schleifen nach dem Härten. Vgl. M. B. 1929, S. 11.

(450) Wellen mit Kerbzahnung im Kraftfahrzeugbau für geringe Nabenwandstärken, bei geforderter Feineinstellung oder Nachstellung von Hebeln u. dgl. Vgl. M. B. 1929, S. 484; 1925, S. 183 und 882.

(451) Sicherung gegen axiale Verschiebung (Axialkräfte von größerer oder geringerer Bedeutung, Zufälligkeiten, Wärmedehnungen) an einem Lager in Nähe des Hauptantriebes, oder der lösbaren Kupplung, oder des konischen Rädertriebes. Je nach Größe der Kräfte durch Bunde, warm aufgezogen oder angeschmiedet oder aus dem Vollen gedreht<sup>2)</sup> oder durch Stellringe, ein- oder zweiteilig in Stahl oder Gußeisen, oder Anschlagringe für nicht rotierende Wellen.

Sicherung durch Druckschrauben im Falle einteiliger, auch durch Klemmen bei zweiteiligen Ringen, Abb. 249 und 250. Vgl. DIN 701—705, 707 und 708, ungeteilte Stellringe aus Flußstahl oder Gußeisen, mit Befestigung durch Stellerschrauben, Splinte, Kegelstifte, Gewindestifte; DIN 707, 710 zweiteilige Stellringe aus Gußeisen und DIN 584, 585, 587, betr. die Gewindestifte mit Innenvierkant und Spitze oder Ringschraube, mit Vierkantansatz und Spitze.

Ausdehnungsmöglichkeit langer Stränge durch Teilung und Einbau besonderer Kupplungen. Vgl. (455).

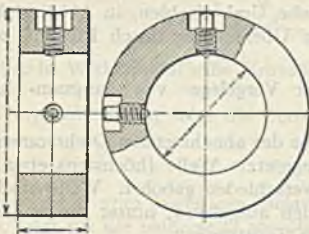


Abb. 249.

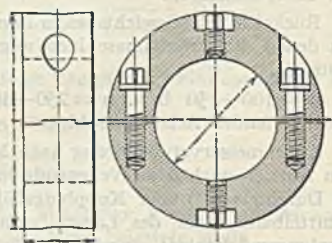


Abb. 250.

Stellringe.

(452) Biegsame Wellen für Werkzeugantriebe (im Metall- oder Gummischlauch angeordnete, gekuppelte Gelenkstücke oder ineinandergesteckte rechts- und linksgängige Flachdrahtspiralen). Siehe Ausführungsliste der Deutschen Fabrik biegsamer Wellen A. Otto & Co., Berlin N 31.

<sup>1)</sup> Z. 1898, S. 1279.

<sup>2)</sup> Das Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel benutzt die Bunde gleichzeitig als (zwangsläufige) Orlinge (rauhe Oberfläche). Vgl. unter Lager.

## Kupplungen.

(453) Zur Verbindung einzelner Wellen, deren Achsen entweder zusammenfallen (konaxiale Wellen), oder um einen geringen Betrag parallel verschoben sind, oder unter einem Winkel sich schneiden oder kreuzen. Hiernach werden unterschieden starre und bewegliche Kupplungen. Die Unterbrechung der Wellenverbindung erfolgt durch Ausrückkupplungen und insbesondere im Falle der Reibung als Kupplungskraft durch Reibungskupplungen.

### Starre Kupplungen.

(454) Muffenkupplung (Kupplungsmuffe): Einteiliger, über Wellenenden geschobener Zylinder. Kupplungsschluß durch Nasenkeile. Muffenlänge  $l \approx 3 d$ , Durchmesser  $D \approx 1,8 d + 2$  cm. Sie bedingen übereinstimmende Wellendurchmesser. Notwendigkeit der Verschiebung um  $0,5 l$  im Falle LöSENS. Nur für untergeordnete Zwecke (Spindelverlängerungen usw.).

Hülsekupplung, Abb. 251. Zwei außen schwach kegelförmige Schalen (1:25—1:20), mit Zwischenlage auf Wellendurchmesser ausgebohrt, werden durch über-

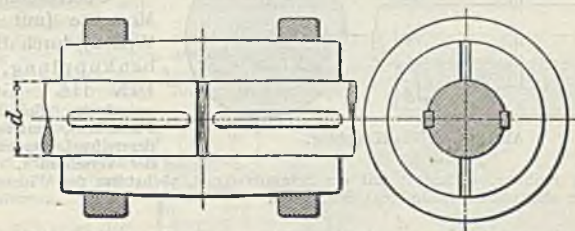


Abb. 251. Hülsekupplung.

geschobene Ringe ( $f = (1/6 - 1/4) d^2$ ) gegen die Welle gepreßt. Kupplungsschluß durch die wachgerufene Reibung, nächst dem durch Federn, in Schmalseite tragend. Kupplungslänge

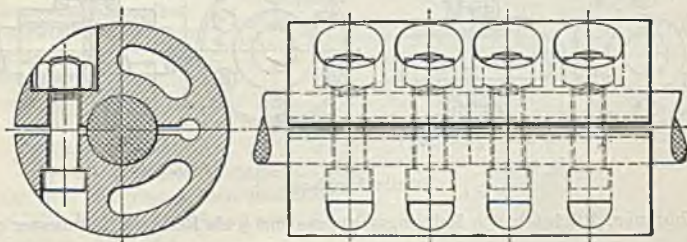


Abb. 252.

$l \approx 3 d + (2-4)$  cm, mittlerer Durchmesser  $D \approx 1,6 d + 2$  cm. Statt der zweiseitigen Hülse auch nur eine einseitig aufgeschnittene; im Falle Verwendung von Schrauben leichter lösbar, Abb. 252.

Schalenkupplung, DIN 115, Abb. 253. Die zusammengehobelten Hälften werden mit dünner Zwischenlage verschraubt und ausgebohrt auf einen Durchmesser, wenig kleiner als der Wellendurchmesser. Kupplungsschluß durch Reibung, welche die Schraubenabmessungen bestimmt. Entsprechend dem Vorgange unter (412) folgt mit  $\mu = 0,25$ , einer Belastung der Schraube mit  $300 \delta^2$  und  $M = 36 d^2$  aus  $\frac{36 d^2}{d} = 300 \delta^2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 0,25 \frac{\pi}{2}$

die Schraubenzahl zu  $\delta \approx 0,6 \left( \frac{d^2}{\delta} \right)^{1/2} \approx 4$ .



Sicherung durch einfache oder Hakenfeder. Beschränkung der Länge durch Hammerkopfschrauben, von entgegengesetzten Seiten eingeführt. Schutzmantel aus Blech oder mit Kupplung zusammengegossen. Gewinde- oder andere Löcher zum Abheben der Hälften.

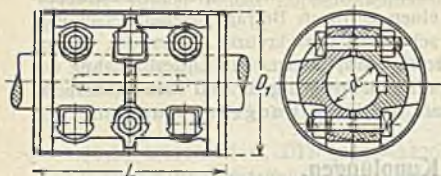


Abb. 253. Schalenkupplung.

bung und nächst dem durch Feder bzw. Vierkantschraube. Konizität etwa 1:8; 3 Schrauben. Sehauöcher in Kupplungsmitte zur Prüfung, daß die Kegel nicht zusammenstoßen. Unempfindlich gegen geringe Durchmesserunterschiede, leicht aufzubringen und lösbar.

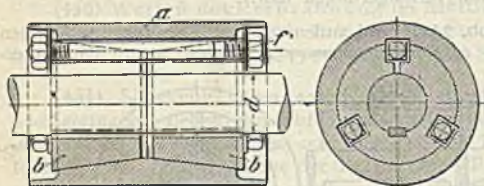


Abb. 254. Sellers-Kupplung.

tragend die Reibung, verknüpft mit der Schraubenkraft, nächst dem der Widerstand gegen Biegung der eingepaßten (gedrehten) Schrauben.

Schraubenstärke  $\delta \approx \frac{d}{8} + (1-1,5)$  cm. Großes  $\mu$  ( $=0,25$ ) für rauhe Scheibenstirnflächen; großer Reibungshalbmesser im Falle schmaler Ringfläche

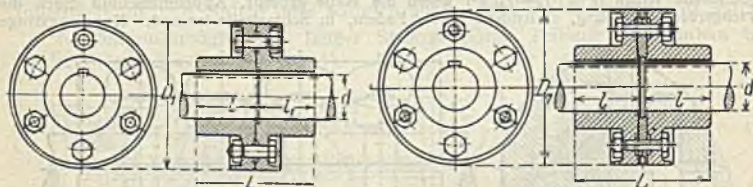


Abb. 255.

Scheibenkupplung.

Abb. 256.

am Umfange. Rücksichtlich Reibungsschlusses mit  $y$  als Reibungshalbmesser gilt

$$\frac{\frac{1}{2} k_d d^3}{y} = \mu \cdot 300 \delta^2 \cdot \delta \quad \text{und} \quad \delta = \frac{k_d}{1500 \mu} \frac{d^3}{y \delta^2} \quad (\text{gerade Anzahl});$$

auf Biegungsanstrengung gerechnet folgt mit der Flanschdicke  $x \approx \frac{5}{4} \delta$

$$\frac{M_d}{y \cdot \delta} \frac{x}{2} = 0,1 k_b \delta^3 \quad \text{und} \quad \delta = \frac{5}{k_b} \frac{x}{y \delta^3} M_d.$$

Im Interesse Rundlaufes nochmaliges Abdrehen nach dem Aufkeilen.

Nachteil: Geteilte Räder und Scheiben, offene Lager, Verschiebung um die Höhe der Zentrierleiste zwecks Ausbaues erforderlich. Gemildert durch beiderseitige Aufdrehungen und zweiteilige Zentrierscheibe, DIN 116, Abb. 256.

Nachteil der beiden Konstruktionen: Übereinstimmung von Wellendurchmesser und Bohrung fordernd, andernfalls Verlagerung der Wellen. Vermieden durch die Sellers-(Doppelkegelklemm-) Kupplung, Abb. 254.

Geschlitzte Kegel  $b$ , außen gegen Hülse  $a$  sich stützend, werden durch Vierkantschrauben gegen diese und die Welle gepreßt. Kupplungsschluß durch Reibung. Kupplungsschluß durch Reibung. Konizität etwa 1:8; 3 Schrauben. Sehauöcher in Kupplungsmitte zur Prüfung, daß die Kegel nicht zusammenstoßen. Unempfindlich gegen geringe Durchmesserunterschiede, leicht aufzubringen und lösbar.

Übertragung größerer Momente (mit stärkeren Wellen) durch die Scheibenkupplung, Abb. 255, DIN 116. Gußeiserne, aufgekeilte Scheiben (oder Flanschen), zentrisch ineinandergreifend, werden miteinander verschraubt. Kraftüber-

Bei großem Wellendurchmesser Flansch u. U. mit der Welle aus einem Stück geschmiedet oder mit Hohlwelle zusammengegossen und im ersten Falle Schraubentlastung durch einen Keil, in Schmalseite tragend.

### Bewegliche Kupplungen.

(455) Ausdehnungs- (längsbewegliche) Kupplung, Abb. 257. Um die Wirkungen der Ausdehnung eines langen Wellenstranges (1 mm bei 1 m Länge und  $100^{\circ}$  Temperaturunterschied), auf Zahnräder- oder Fadentriebe und insbesondere auf Lager möglichst zu beschränken. Festlegung der Welle dort, wo diese Wirkungen am unzutraglichsten sind.

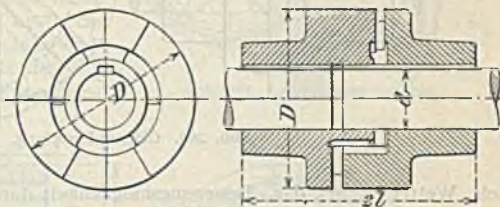


Abb. 257. Ausdehnungskupplung.

Kupplungshälften mit passend ineinander greifenden Klauen (zwei oder drei); Zentrierung durch Eingreifen Kupplungshälfte. Oder nach Ausführung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel durch innen liegenden Zentrierring. Entlastung der Bundlager durch Einfetten der Klauen oder Lauf der Kupplung im Ölbad. Beim Zusammenbau die Temperatur beachten und danach den Abstand der inneren Stirnflächen bemessen.

des einen Wellenendes in die verlängerte Nabe der anderen

Abb. 258 zeigt die längsbewegliche Doppelverzahnungs-Kupplung der A.E.G. zur Verbindung von Dampfturbinenwellen mit ihren Verlängerungen (Ritzelwellen): axiale Einstellbarkeit der Ritzel mit Doppelschrauben-(Pfeil) zähnen.

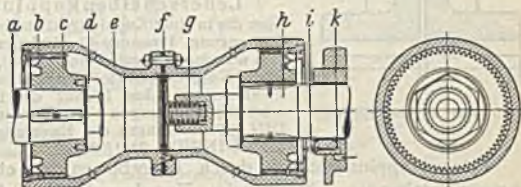


Abb. 258. AEG Doppelverzahnungskupplung.

a Turbinenläufer, b Spurscheibe, c Kupplungsflansch, d Wellenmutter, e Kupplungshälfte, f Einstellscheibe, g Schraubenfeder mit Buchse, h Ritzel, i Öldüse, k Ölzuführung.

Den gleichen Zwecken dient die in Abb. 259 dargestellte Bolzenkupplung von Brown, Boveri & Co., A.G., Mannheim-Käferthal.

Im Falle paralleler Verlagerung (Kupplung von Vorgelegewellen und Kalenderzapfen): Kreuzscheibenkupplung von Oldham, Abb. 260.

Zwischen den Kupplungshälften liegt eine Scheibe mit zwei um  $90^{\circ}$  gegeneinander versetzten prismatischen Federn, in entsprechende Nuten der ersteren eingreifend und bei zentrischer Lage der Wellen ohne Gleitung als Mitnehmer wirkend. Im Falle paralleler Verschiebung der Wellen führt die Zwischenscheibe unter dem Einflusse der Drehbewegung beider Wellen eine resultierende Bewegung um eine parallele Achse in der Mitte zwischen den beiden ursprünglichen Wellenachsen aus. Der Mittelpunkt der Zwischenscheibe vollführt sonach bei einer Umdrehung der Wellen zwei Umdrehungen auf einem Kreise vom Durchmesser gleich dem Achsenabstande. Die Bewegungsübertragung geschieht gleichförmig.

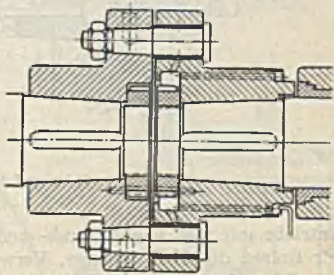


Abb. 259. BBC Bolzenkupplung

Die Bewegungsübertragung geschieht gleichförmig.



Eine gegenüber kleinen Achsenschnittwinkeln nachgiebige Kupplung stellt Abb. 261, Ausführung der Deutschen Maschinenfabrik A.-G., Werk Stucken-

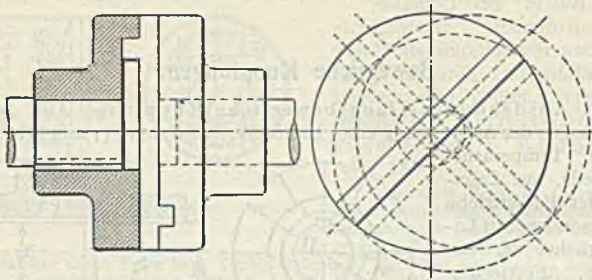


Abb. 260. Oldham-Kupplung.

holz, Wetter (Ruhr), dar. Bewegungsmöglichkeit durch ballig gedrehte Zapfen. Maßgebend die Pressung zwischen diesem und der Büchse.

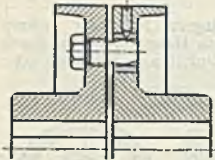


Abb. 261. Bolzenkupplung.

Indem beide Hälften durch elastische Teile gekuppelt werden, die u. U. den elektrischen Strom nicht leiten, werden die nachgiebigen Kupplungen auch als elastische und isolierende bezeichnet.

Lederscheibenkupplung, Abb. 262a und b. Über die in einer Kupplungshälfte befestigten Bolzen (Biegungsanstrengung, Pressung 40—60 kg/cm<sup>2</sup>) sind Lederringe (aus einzelnen Scheiben bestehend), die in Bohrungen der anderen Kupplungshälfte leicht passen. Ausbaumöglichkeit des Elektromotors ohne Lösung der Bolzenschrauben. Abb. 262 b zeigt die Kupplung in Verbindung mit einer Bremsscheibe, vgl. DIN 535. Bohrungen der Kupplungshälften auf der Motorwelle nach DIN/VDE 2701/02.

Oder Kupplungsschluß durch Lederbolzen, in etwas weiter gebohrten, gegenüberstehenden Löchern der Kupplungshälften sitzend: Lederbolzenkupplung der Bamag, Dessau, Abb. 263, für schwerste und auch stoßweise

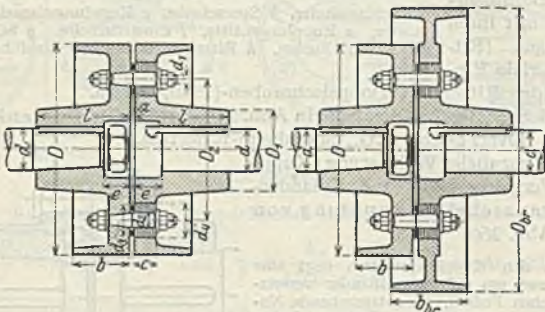


Abb. 262 a und b. Lederscheibenkupplung.

Antriebe mit wechselnder Dreh- und Kraftrichtung geeignet. Axiale Sicherung der Bolzen durch Federringe, Verwendung im Walzwerkbetriebe<sup>1)</sup>.

Oder Kupplungsschluß durch prismatische Lederkissen, mit wenig Luft in Nuten der ineinander gesteckten Kupplungskörper passend: Ausführung von

<sup>1)</sup> Über Walzwerkkupplungen vgl. F. Peter, „Die Kupplungen der Walzwerke“. Halle a. S. 1914.

J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 264. Sicherung der Kissen gegen Herausfallen durch Federn. Für wechselnde Drehrichtung geeignet; oder Übertragung dadurch, daß zwischen die ineinander greifenden Klauen oder Zähne elastische Zwischenlagen aus Holz und Filz eingeschoben werden: Elastische Zahnkupplung von G. Polysius, Dessau.

Bandkupplungen: Leder- oder Baumwollriemen, genäht oder durch Schloß verbunden, stellt statt der früher üblichen Gummibänder (Raffardkupplung), die mit der Zeit brüchig werden, den Kupplungsschluß her.

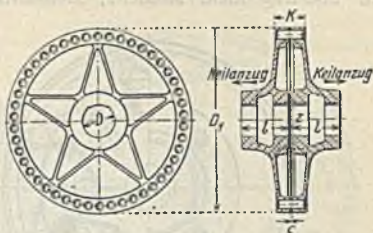


Abb. 263. Lederbolzenkupplung.

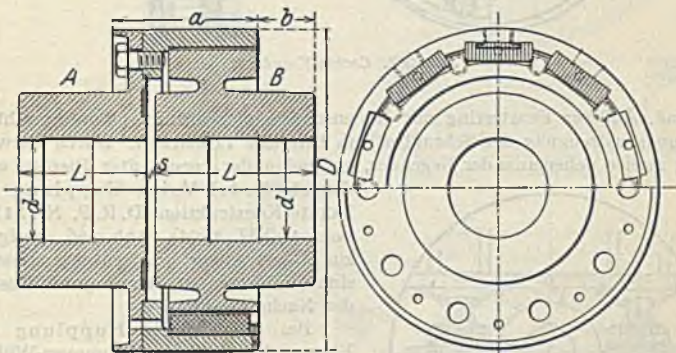


Abb. 264. Lederkissenkupplung.

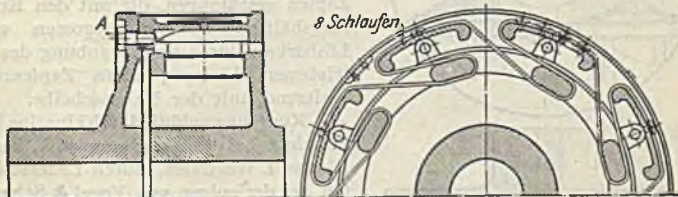


Abb. 265. Zedel-Voith-Kupplung.

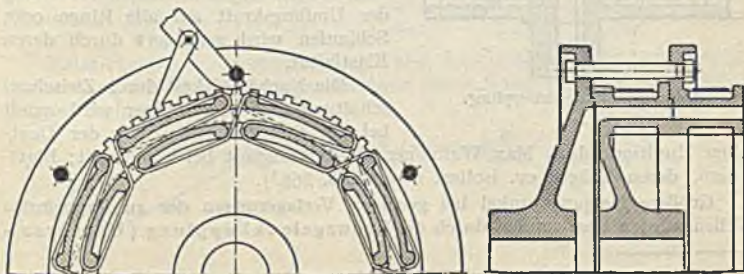


Abb. 266. Zedel-Voith-Kupplung für wechselnde Drehrichtung.



Bandkupplung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 265. Einseitig wirkend. Beanspruchung des Lederriemens bis  $40 \text{ kg/cm}^2$ . Kraft  $S$  aus zu übertragendem Moment, Hebelarm von  $S$  und Anzahl der Schlingen

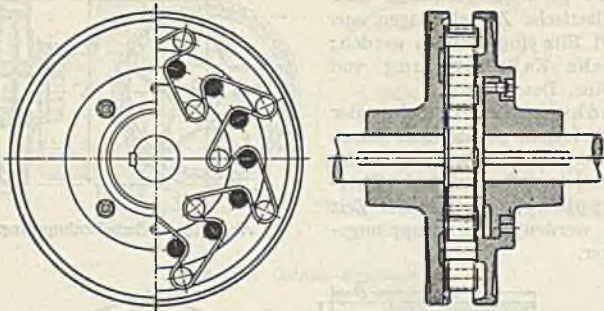


Abb. 267. Cachin-Kupplung.

folgend. Äußerer Fensterring mit Nabenscheibe verschraubt, (Reibungsschluß, Biegungsanstrengung der Schrauben) im Interesse Lösbarkeit. Durch Verwendung zweier nebeneinander liegender, gegeneinander verspannter Riemen wird die als Zodel-Voith-Kupplung bekannte Konstruktion (D. R. P. Nr. 81852 vom 1. XII. 1894), Abb. 266, geeignet zur Übertragung von entgegengesetzten Momenten, allerdings auf Kosten der Nachgiebigkeit.

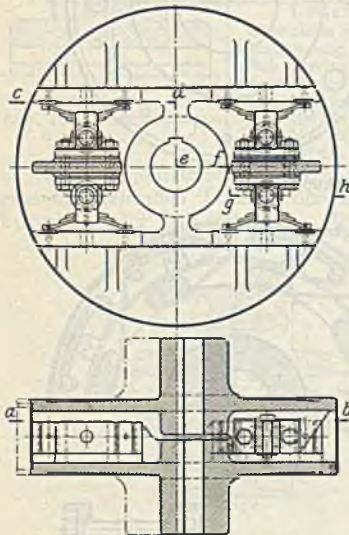


Abb. 268. Blattfederkupplung.

Bei der Cachin-Kupplung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel, Abb. 267, ist ein endloses Lederband um Zapfen geschlungen, die mit den Kupplungshälften zusammengelassen sind. Lösbarkeit durch Verschraubung des getriebenen Kranzes, eine Zapfenreihe besitzend, mit der Nabenscheibe.

Kupplungsschluß durch einzelne Riemenringe bei der Kupplung von F. Tacke, Rheine i. Westfalen, durch Lederschlaufen bei derjenigen von Vogel & Schlegel, Maschinenfabrik, Dresden-Plauen. Der Nachteil der ungleichmäßigen Verteilung der Umfangskraft auf alle Ringe oder Schlaufen wird gemildert durch deren Elastizität.

Die Nachgiebigkeit durch Zwischenschaltung federnder Körper wird erzielt bei der Beilke-Kupplung der Deut-

schen Munitionsfabrik Max Walbinger, Ober-Ramstadt bei Darmstadt; Blattfedern, deren Träger ev. isoliert sind, Abb. 268<sup>1)</sup>.

Größere Neigungswinkel bei geringen Verlagerungen der zu kuppelnden Wellen werden überwunden durch die Kreuzgelenkkupplung (Universal-

<sup>1)</sup> Ähnlich wirkt die Konstruktion der Maschinenfabrik Eßlingen, die El-Is-Kupplung der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G., Penig i. S. u. a.

oder Cardangelnk, Hookescher Schlüssel, Abb. 269, Ausführung der Bamag, Dessau. Fest aufgekeilte Kupplungsstücke, mit je 2 Zapfen versehen,

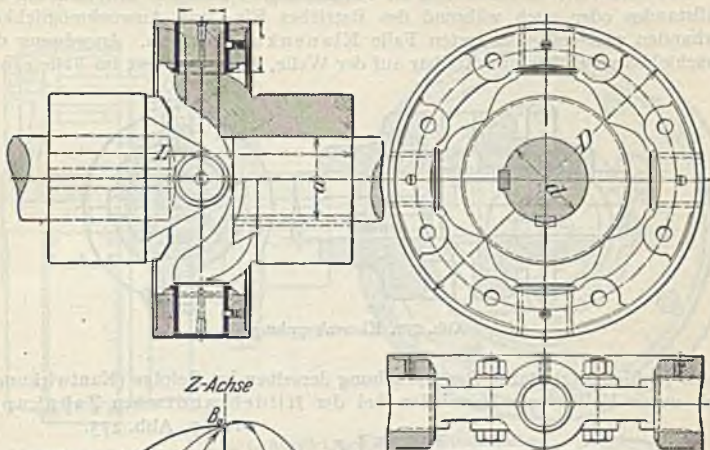


Abb. 269. Kreuzgelenkkupplung.

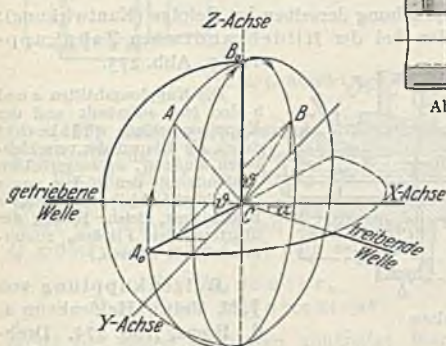


Abb. 270. Cosinus der Richtungswinkel.

| mit der | X-                  | Y-                           | Z-Achse           |
|---------|---------------------|------------------------------|-------------------|
| von CA: | $-\cos \sin \alpha$ | $\cos \vartheta \cos \alpha$ | $\sin \vartheta$  |
| von BC: | 0                   | $-\sin \vartheta'$           | $\cos \vartheta'$ |

werden durch axial geteilten Ring verbunden. Ungleichförmige Drehbewegung, die wie folgt feststellbar ist.

Mit dem Schrägungswinkel  $\alpha$  der sich schneidenden Achsen und dem Drehwinkel  $\vartheta$  der treibenden Welle folgen die Cosinus der Richtungswinkel der Winkelschenkel  $CA$  und  $CB$  (Abb. 270) gemäß Tabelle, damit

$$\cos A B C = 0 = -\cos \vartheta \cos \alpha \sin \vartheta' + \sin \vartheta \cos \vartheta'$$

$$\text{oder } \cos \alpha = \tan \vartheta \cot \vartheta'$$

als Gesetz der Verschiedenheit von  $\vartheta$  und  $\vartheta'$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .

Der größte Unterschied von  $\vartheta' - \vartheta$  oder auch  $\tan(\vartheta' - \vartheta)$  folgt

für  $\tan \vartheta = \pm \sqrt{\cos \alpha}$  und berechnet sich aus  $\tan(\vartheta' - \vartheta)_{\max} = \pm (1 - \cos \alpha) : 2 \sqrt{\cos \alpha}$ .

Das Übersetzungsverhältnis  $i = \omega_1 : \omega_2$  ist veränderlich und beträgt für

|                       |               |                   |               |                   |
|-----------------------|---------------|-------------------|---------------|-------------------|
| $\vartheta = 0$       | $90^\circ$    | $180^\circ$       | $270^\circ$   | $360^\circ$       |
| $i = 1 : \cos \alpha$ | $\cos \alpha$ | $1 : \cos \alpha$ | $\cos \alpha$ | $1 : \cos \alpha$ |

Relativbewegung zwischen Zapfen und Ring (ausgebücht, Schmierung). Vermeidung der ungleichförmigen Drehung durch Einschaltung einer Zwischenwelle  $c$ , Abb. 271.

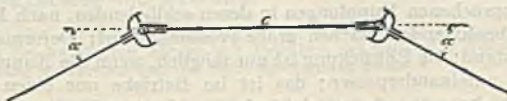


Abb. 271.

Eine sehr gedrungene Form der Kreuzgelenkkupplung fertigt die Firma Fritz Werner A.-G., Berlin-Marienfelde.



(456) **Ausrückkupplungen,**

Die konstruktive Gestaltung ist verschieden, je nachdem nur während des Stillstandes oder auch während des Betriebes Ein- und Ausrückmöglichkeit vorhanden sein soll. Im ersten Falle Klauenkupplungen. Anordnung der verschiebbaren Hälfte unmittelbar auf der Welle, Abb. 272, hat im Falle einer

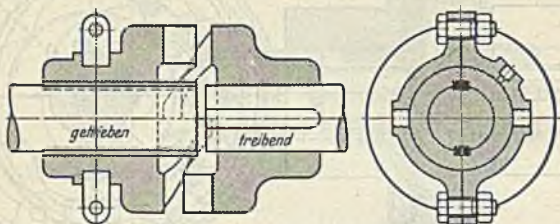


Abb. 272. Klauenkupplung.

Feder (Schiebesitz) starke Beanspruchung derselben im Gefolge (Kantwirkung); Vgl. unter Keilwellen. Vermieden bei der Hildebrandtschen Zahnkupplung, Abb. 273.

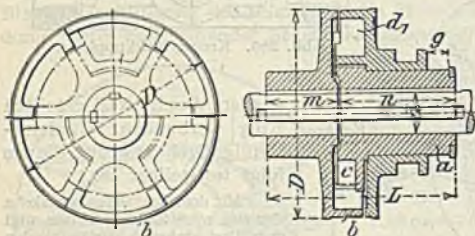


Abb. 273. Zahnkupplung.

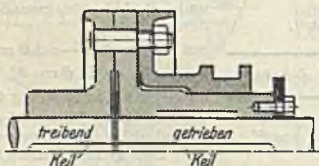


Abb. 274. Ausrückbare Bolzenkupplung.

ziehung zur Übertragung nicht zu rechnen sein wird. Nach einer Ausführung genannter Firma beträgt die Pressung unter Voraussetzung gleich satten Anliegens aller Bolzen  $p = 20 \text{ kg/cm}^2$ .

Der Kupplungsschluß bedingt genau zusammenfallende Achsen; nachgiebig ist die ausrückbare Zedel-Voith-Kupplung, Abb. 275.

Sofern die Ausrückung im Betriebe bei voller Belastung erfolgt, treten bei den bisher besprochenen Kupplungen in deren schließenden, nach Maßgabe der Ausrückung abnehmenden Flächen große Pressungen auf: Deformation, großer Ausrückwiderstand; die Einrückung ist nur möglich, wenn die Kupplungshälften zum Schlusse aufeinanderpassen; das ist im Betriebe nur einen Augenblick der Fall, ganz abgesehen davon, daß mit der plötzlichen Mitnahme der stillstehenden Welle (Trägheitswiderstände) Stoßwirkungen verknüpft sein würden: Überanstrengung, Bruchgefahr. Deshalb ist allmähliche Mitnahme der getriebenen Welle durch Reibungsschluß innerhalb einer endlichen Zeit besser,

Die Kupplungshälften *a* und *b* sind fest aufgekeilt und der Kupplungsschluß wird bewirkt durch die Klauen der verschiebbaren Muffe *d*, im ausgerückten Zustande mit den Lücken von *a* im Eingriff bleibend. (Genaue Bearbeitung, gleiche Teilung der übertragenden Flächen, zusammenfallende Achsen.)

**Bolzenkupplung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 274.** Dreh- und Bohrarbeit, Bolzen bleiben in ausgerücktem Zustande im Eingriff mit der die Muffe tragenden Kupplungshälfte. Gleiche Durchmesser und Teilung. Biegungsanstrengung und Pressung für Bolzen maßgebend, auf deren gleiche Heranziehung zur Übertragung nicht zu rechnen sein wird.

während deren Gleiten innerhalb der Kupplung statthat: Wärmeezeugung und -ableitung. Vgl. hierüber A. Ernst: „Ausrückbare Kupplungen und Räderwerke“, Berlin: Julius Springer 1890.

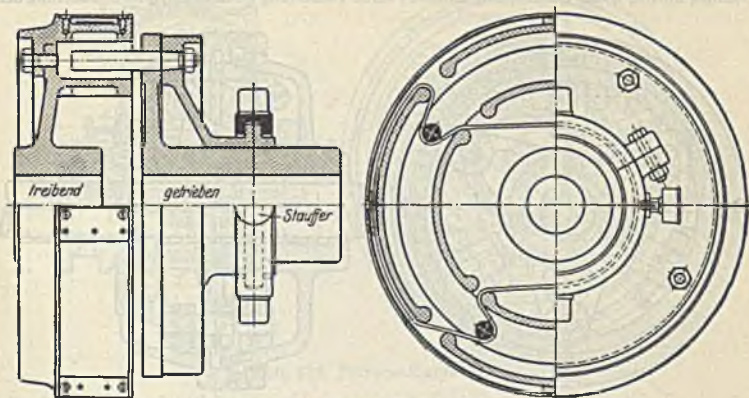


Abb. 275. Ausrückbare Zedel-Voith-Kupplung.

**(457) Reibungskupplungen.** Reibflächen kegelförmig, zylindrisch und scheibenförmig in Metall, Holz, Leder.

Für die älteste Ausführung der Kegelreibungskupplung, Abb. 276, gilt im Betriebszustande  $\mu N \geq M_d : r$  und Anpressungsdruck  $Q \geq N \sin \alpha$ , während des Einrückens ist  $Q$  größer; wie unter (384) muß sein:

$$Q > M_d \sin \alpha : \mu r,$$

$$Q < M_d (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) : \mu r.$$

$\mu$  ist von vielen Einflüssen abhängig; Bach empfiehlt unter Zugrundelegung der rechten Seite der zweiten Gleichung für metallische Reibflächen, trocken mit  $\mu = 0,1 - 0,125$  zu rechnen.

$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{1}{3}$  im Interesse leichten Lösen und allmählicherer Mitnahme. Ausrückweg etwa 5 mm. Nachteil: Verschiebung auf der Welle: Schiebesitz, Kantwirkung. Großer Anpressungsdruck, dauernd auf Halsring wirkend, (Schmierung, Abnutzung, Erwärmung) und vom Lager abzufangen (Bundlager, axiale Verschiebung durch Abnutzung). Heller empfiehlt für Metall auf Leder (mit Öl getränkt) Flächendruck  $\leq 0,7 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\mu = 0,15 - 0,25$ ;  $\alpha = 9 - 10^\circ$ , Hub 10 bis 15 mm und Fußhebeldruck (für Kraftwagen) 10—20 kg.

Die Nachteile werden vermieden durch die Vereinigung von Kegelreibungs- und gewöhnlicher Klauenkupplung oder Hildebrandtscher Zahnkupplung: Kupplung von Missong.

Durch Schluß der Reibungskupplung erfolgt die Mitnahme der getriebenen Welle, und sobald deren Geschwindigkeit nahezu mit derjenigen der treibenden übereinstimmt, wird die Klauenkupplung geschlossen und die Reibungskupplung gelöst.

Die oben erwähnten Schwierigkeiten bleiben beim Ausrücken bestehen, sie werden behoben durch die Doppelkegelreibungskupplung Freund der Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz, Abb. 277.

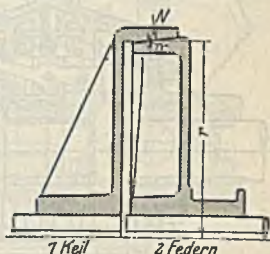


Abb. 276. Kegelreibungskupplung.



Auf der treibenden Welle ist aufgekeilt ein doppelt konischer, durch Verschraubung (Sicherung) einstellbarer Hohlkörper *a*, auf getriebener der Armstern *d*, der Führungsbolzen *i* für die geschlossenen Reibringe *k* mit Gelenkzapfen für die U-förmigen Blattfedern *h* bzw. Winkelhebel *g* trägt. Im eingerückten Zustande schlägt dessen langer Schenkel über die radiale Stellung hinaus, sodaß der Halsring entlastet wird. Vollständig geschlossen, gute Schmierung der

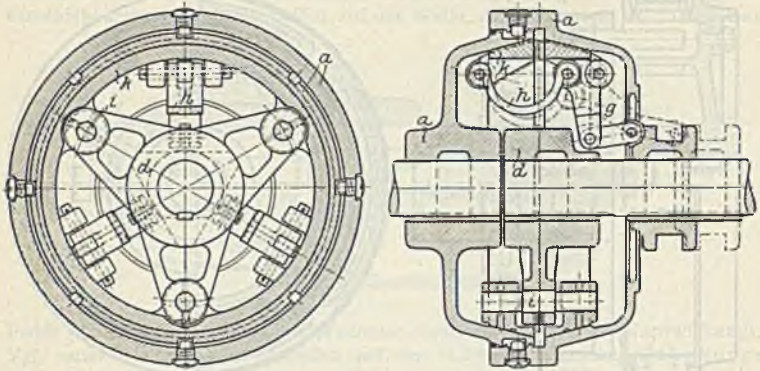


Abb. 277. Freund-Kupplung.

Reibfläche und Zentrierung der Wellen, wenig Gelenke, kleine Einrückkraft durch große Hebelübersetzung. Bei hohen Umlaufzahlen Ausbalancierung der Fliehkraftwirkung der Federn durch Gegengewichte am Hebel *g*.

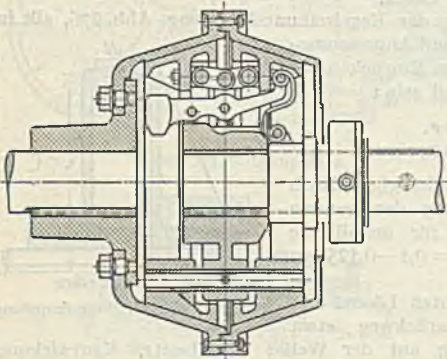


Abb. 278. Beilke-Kupplung.

sen *f*, drehbar in *e* gelagert und auf Seitenwände von Nischen in der getriebenen Kupplungshälfte durch Vermittlung elastischer Beilagen wirkend.

Mit glatten oder rillenförmigen, zylindrischen Reibflächen ausgestattet ist die Dohmen-Leblanc-Kupplung, Ausführung der Bamag, Dessau, Abb. 280. Kupplung der treibenden Hälfte *c* mit der getriebenen *d* durch die in dieser geführten Backen *n*, angepreßt mittels der S-förmigen Federn *o*, über radiale Stellung etwas hinausschlagend. Sicherstellung der Entkupplung bei hohen Umlaufzahlen oder im Falle Wechsels des Antriebes durch Ausbalancierung der Backenfliehkraft nach Abb. 281.

Mit zylindrischer Reibfläche bis 70 mm Wellendurchmesser.

Nach Ausführung der Bamag, Dessau, halber Keilwinkel der Rille, entsprechend  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{14}$ ;  $\mu \approx 0,1$ . Für Feder  $k_b \approx 4500 \text{ kg/cm}^2$ . Pressung in der Reibfläche  $p \approx 10 \text{ kg/cm}^2$ . Zufolge fehlender Zentrierung der Wellen (Durchbiegung, Abnützung der Lager), Anordnung der Kupplung nahe dem Lager. Gleichmäßige Heranziehung aller Backen zur Übertragung zufolge Verschieden-

Im wesentlichen nur durch die Spannvorrichtung verschieden (durch S-Feder betätigter und ausbalancierter Hebel auf Kniehebel wirkend) ist die Doppelkegelkupplung der Deutschen Munitionsfabrik Max Walbinger in Ober-Ramstadt, Abb. 278.

Konstruktion von G. Polysius, Maschinenfabrik und Eisengießerei Dessau, Abb. 279. Die Reibringe *e* werden mittels Hebel *k* und *l* durch Vermittlung einstellbarer und federnd abgestützter Druckstangen *m* an den hohlen Doppelkonus angepreßt. Die Übertragung erfolgt durch Traversen

heit der Federn, Abnützung, Durchbiegung ist kaum zu erwarten. Dem sucht die Firma G. Polysius, Maschinenfabrik und Eisengießerei Dessau, durch die

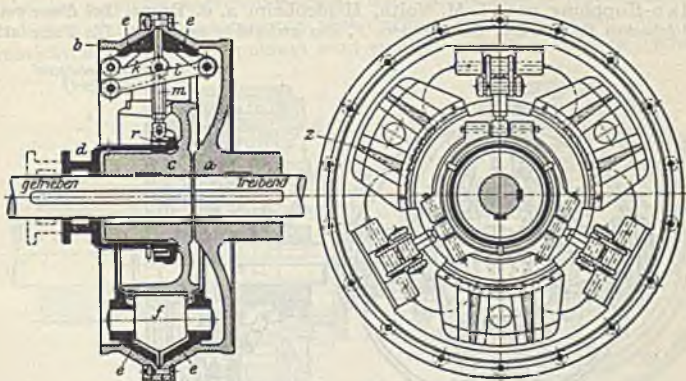


Abb. 279. Polysius-Kupplung.

aus Abb. 279 ersichtliche federnde Stützung der Druckstangen zu begegnen.

Bei den Zylinderreibungskupplungen von Lohmann & Stolterfoht, Witten a. d. Ruhr, und der Deutschen Munitionsfabrik Max Walbinger, Ober-Ramstadt (Gnomkuppung) wird ein äußerer Reibkörper bzw. äußere und innere Reibbacken an der getriebenen Hälfte durch Schrauben mit Rechts- und Linksgewinde gegen den Reibkranz der treibenden Hälfte gepreßt.

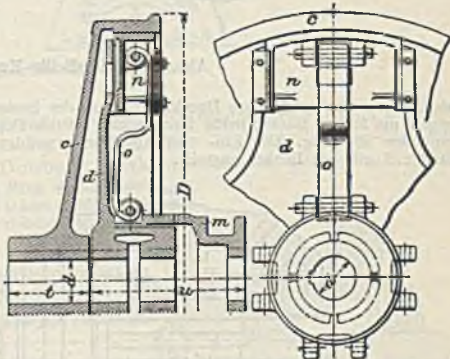


Abb. 280.

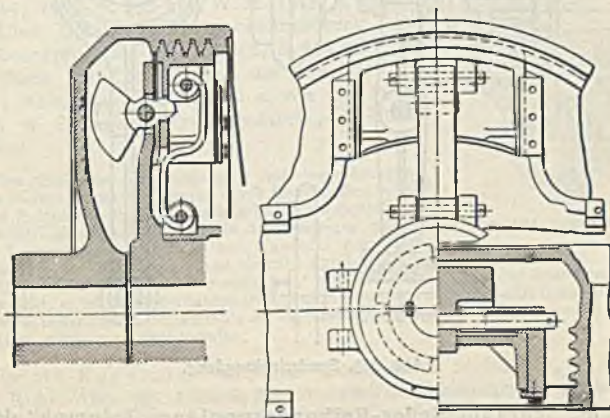


Abb. 281. Dohmen-Leblanc-Kupplungen.



Grundsätzlich gleich und nur durch das Spannwerk verschieden ist die Hillkupplung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover Wülfel und die Voith-Beilke-Kupplung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz. Bei dieser werden die Holzbacken *B*, Abb. 282, durch Federn *F*, also nachgiebig angepreßt. Die Feder stützt

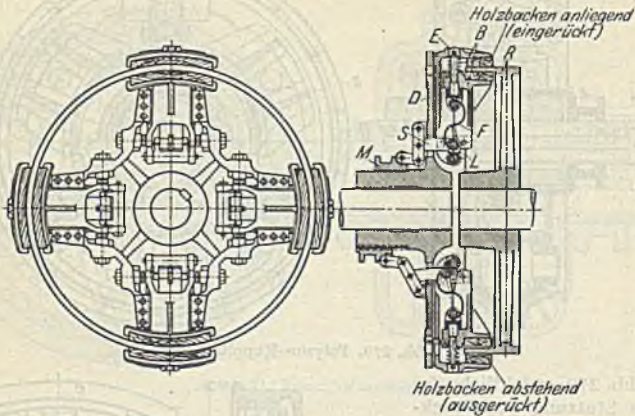


Abb. 282. Voith-Beilke-Kupplung.

sich gegen das verstellbare Drucklager *D* an der inneren Backe und mittels des Lenkers *L* gegen die äußere Backe; beide Backen sind mittels Doppelhebels in ihren Bewegungen voneinander abhängig. Die Ein- und Ausrückung erfolgt mittels der Muffe und der Schubstange *S*, die am Lenker angreift.

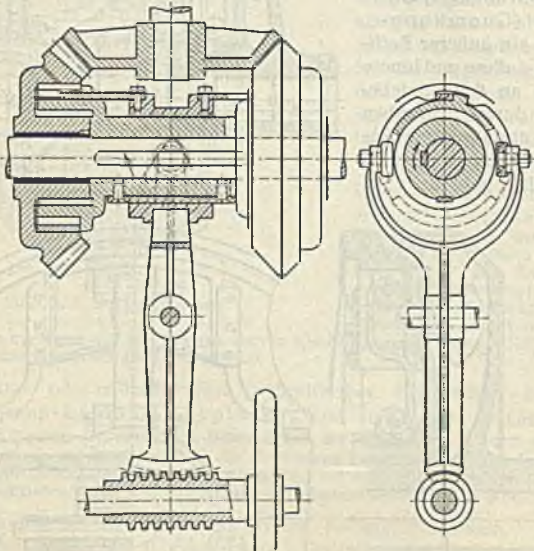


Abb. 283. Spreizringkupplung.

Bei der Schraubenfeder-Reibungskupplung „Triumph“ der A.-G. Louis Schwarz & Co., Dortmund wird der Reibungsschluß selbsttätig durch eine

sich spannende Schraubenfeder besorgt, welche die getriebene Hälfte (Muffe) mit wenig Luft umschließt. Vorteil: Große übertragbare Umfangskräfte (Walzwerke) bei geringem Anpressungsdruck. Nachteil: Reichliche Muffenlänge, Notwendigkeit der Wellenzentrierung (Schmierung, Verschleiß). Für wechselnde Drehrichtung (Reversierkupplung) zwei entgegengesetzt gewundene Federn.

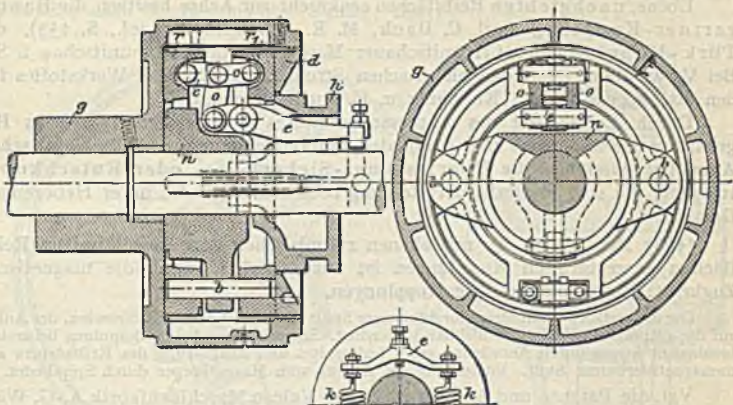


Abb. 284. Bann-Kupplung.

Für Wendegetriebe (Werkzeugmaschinen- und Hebezeugbau) finden Spreiz- oder Schubkeilkupplungen Verwendung, Abb. 283. Ausführung der Deutschen Maschinenfabrik A.-G. Duisburg, Werk Stuckenholz, Wetter a. d. Ruhr.

Der Schubkeil *b* spreizt den Ring *a* auseinander, so daß die Mitnahme des zugehörigen Rades erfolgt. Entkuppung nach Zurückziehung des Schubkeiles an die Elastizität des sich zusammenziehenden Ringes gebunden.

Zwangläufige Durchmesserverminderung des Spreizringes nach D. R. P. Nr. 94 540 vom 30. XI. 1897 und D. R. P. Nr. 274 308 vom 26. IV. 1913.

Ausführungen vgl. Z. 1898, S. 4 und 61; 1903, S. 1744; 1904, S. 268 und W. M. 1911, S. 174.

Über Spreizkraft, Anpressungsdruck und Ringbeanspruchung vgl. Z. 1898, S. 534 und 795.

Ebene Reibfläche besitzt die Bann-Kupplung, Abb. 284, ausgeführt u. a. von der Firma Vogel & Schlegel, Maschinenfabrik, Dresden-Freithal.

Der treibende Kupplungsteil *g* mit eingeschraubtem (einstellbarem) Deckel *d* nimmt durch Reibscheiben *r* und *r*<sub>1</sub> auf Bolzen *b* oder durch Keile geführt, den getriebenen Teil *n* mit. Anpressung durch den doppelarmigen, mittels Feder *k* gespannten Hebels *e*, auf Kniehebel *c* wirkend. Schmierung der Reibflächen und Gelenke durch das von den Rippen des Gehäuses beim Anlaufen *g* hoch gehobene Öl, das auf Spannwerk und Reibkörper fällt; es ist im eingerückten (Beharrungs-)Zustande der Fliehkraft unterworfen und legt sich (bei entsprechender Umlaufzahl) an die Innenwand von *g* an. Schmierung des zentrisch geführten, getriebenen Wellenendes.

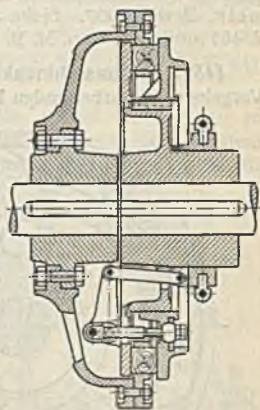


Abb. 285. Isfort-Kupplung.

Isfort-Kupplung der Firma Lohmann & Stolterfoht, A.-G. Witten a. d. Ruhr, Abb. 285. Hölzerne Reibklötze sitzen in Aussparungen des mit dem treibenden Kupplungsteil verschraubten Mitnehmers. Beim Einrücken wird der auf dem getriebenen Kupplungsteil axial verschiebbare Zwischenring gegen die Reibklötze gepreßt, die ihre Stüt-



zung am getriebenen Kupplungsstück erfahren. Die Anpressung erfolgt mittels eines Differentialkniehebels. Vgl. W. M. 1930, S. 16.

Ein der Hill-Kupplung ähnliches Spannwerk besitzt die X-Kupplung, vom Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel, für staubige Betriebe und im Falle ausrückbarer Riementriebe empfohlen.

Ebene, nachgiebige Reibflächen senkrecht zur Achse besitzen die Baumgartner-Kupplung (vgl. C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lief., S. 153), die Türk-Kupplung der Crimmitschauer Maschinenfabrik, Crimmitschau i. Sa. Bei Verwendung eines den elektrischen Strom nicht leitenden Werkstoffes für den Reibkörper ist die Kupplung u. U. auch isolierend.

Durch Einstellung des Anpressungsdruckes mittels Federn zwecks Begrenzung des Momentes und damit der Motorenbelastung im Falle elektrischen Antriebes entstehen die Überlastungs-Sicherheits- oder Rutschkupplungen, die sich ebenfalls der Reibung bedienen. Vgl. das unter Hebezeugen Gesagte.

(458) Der Schluß der mit ebenen zylindrischen oder kegelförmigen Reibflächen ausgestatteten Kupplungen ist auch möglich durch die magnetische Zugkraft: **Elektromagnetische Kupplungen.**

Der Magnetkörper mit stromdurchflossener Spule wird meist auf der treibenden, der Anker auf der getriebenen Welle verschiebbar angeordnet. Sicherstellung der Entkupplung bei unterbrochenem Strom durch Anordnung eines Luftspaltes und Ausführung des Reibkörpers aus unmagnetisierbarem Stoff. Entfernung des Ankers vom Magnetkörper durch Spiralfeder.

Vgl. die Patente und Ausführungen der Vulcan Maschinenfabrik A.-G. Wien und Berlin, des Magnetwerkes G. m. b. H., Eisenach, der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H., Nürnberg und des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel.

Die Dauer der Beschleunigungsperiode (Einrücken ohne Stoßwirkung) hängt ab von der Kupplungskraft (magnetischer Zug). Verwendung im Werkzeugmaschinenbau: Rasches Anziehen für Zwecke der Umsteuerung. Über die Berechnung magnetisch betätigter Kupplungen vgl. die Diss. von Jos. Roemelt, Berlin 1907. Siehe außerdem die Veröffentlichungen in W. M. 1912, S. 461 und Z. f. D. u. M. B. 1919, S. 10ff.

(459) **Kraftmaschinenkupplungen.** Sie sollen bei mehreren, auf gemeinsame Vorgelegewelle arbeitenden Kraftmaschinen verhindern, daß im Falle sinkender

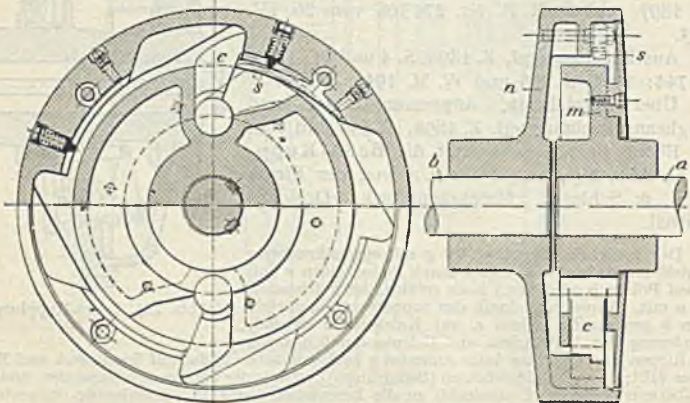


Abb. 286. Uhlhorn-Kupplung.

Umlaufzahl der einen (Zusatz-) Maschine diese von der anderen geschleppt wird. Selbsttätige Einschaltung der Leistungsübertragung auf die Vorgelegewelle nach Maßgabe der Geschwindigkeit der Maschine.

Uhlhorn-Kupplung, Abb. 286, mit Klänken ausgestattet. Sobald die Zusatzmaschine die Umlaufzahlen der Hauptmaschine erreicht, legen sich Klänken *c* in Lücken der äußeren Kupplungshälfte *n*, diese mitnehmend. Ausrückung im Falle Voreilens von *n* dadurch, daß die Klinke *c* in Aussparungen zu liegen kommen, und Federn *S*, die vorher aufrichteten, jetzt über die Klänken hinweggleiten.

Benutzung der Bandreibung durch die „Ohnesorge-Kupplung“, Abb. 287, nach Ausführung der Bamag, Dessau.

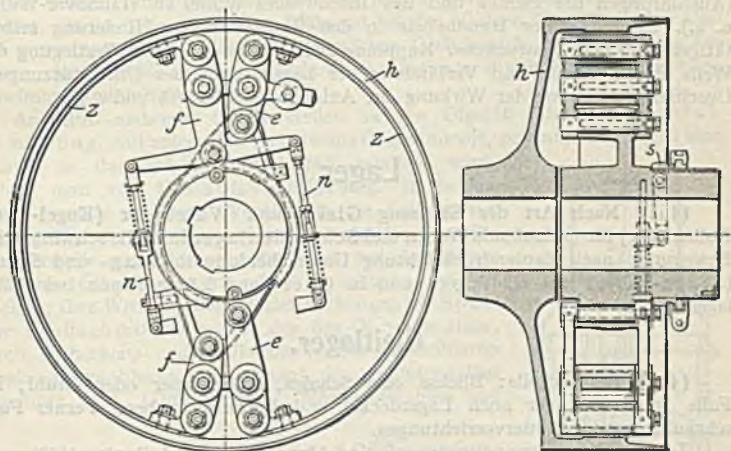


Abb. 287. Ohnesorge-Kupplung.

Auf der Welle der ständig laufenden Hauptmaschine sitzt das Bremsgehäuse *h*; der Sperrzaum *z* mit Differentialhebeln *e*, *f* und der Schaltvorrichtung ist mit der Welle der Zusatzmaschine verbunden. Die Anpressung des Zaumes *z* erfolgt durch Muffe *s*, sie ist regulierbar.

Vgl. Z. 1908, S. 1030; 1910, S. 1276 u. ff.; 1913, S. 1023; 1916, S. 447; 1918, S. 212.

(460) Die Betätigung des verschiebbaren Teiles erfolgt durch einen geschlossenen Ring, zweiteilig und geschmiert. Übergreifend besser als eingreifend rücksichtlich Schmierung. In letzterem Falle übergreifende Auffangkappen für

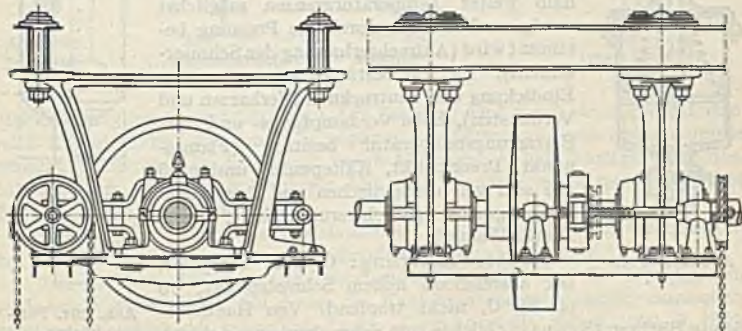


Abb. 288.

Ausrückbares Vorgelege.

Abb. 289.

abspritzendes Schmiermaterial. Verbindung mit dem Ausrückhebel durch Schrauben. Durchmesser von Ring und Hals übereinstimmend: Zapfen in Langlöcher greifend. Oder Zapfen in Löcher passend und Luft zwischen Hals und Ring.



Ringwarzen zwischen Hebel passend: Hinderung der Drehung des Ringes infolge Reibung. Hebelantrieb von Hand, bei Reibungskupplungen auch durch Zahnradübersetzung oder Schraubenwirkung: Beschleunigungsperiode, andernfalls Stoßwirkung. Toter Gang für Spindelausrücker zwecks Entlastung des Halsringes bei Reibungskupplungen, für die auch Momentfederausrücker mit elektrischer oder mechanischer Auslösung (Unfallverhütung) gebaut werden (Ausführungen der Bamag und des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel u. a.). Sicherung des Handhebels in den Endstellungen: Hinderung selbsttätigen Ein- oder Ausrückens. Kupplung zwischen zwei Lagern, Festlegung der Welle durch Bunde und Verbindung der Lager oder ihrer Unterstützungen: Unschädlichmachung der Wirkung der Axialkraft, Abb. 288 und 289.

## Lager.

(461) Nach Art der Stützung Gleit- und Wälzlager (Kugel- und Rollenlager) für umlaufende Wellen und Schneidenlager im Falle schwingender Bewegung; nach Zapfendruckrichtung Unterscheidung in Trag- und Spur-(Stütz-)lager bei Gleitlagern und in Quer- und Längslager bei Wälzlagern.

## Gleitlager.

(462) Bestandteile: Büchse oder Schalen, Lagerkörper oder -stuhl; im Falle geteilter Lager noch Lagerdeckel und Deckelschrauben. Ferner Fußschrauben und Schmiervorrichtungen.

Je nach dem Verwendungszweck sind Abmessungen, vgl. Zapfen (430), und Formgebung verschieden, die überdies noch abhängt von der Art der Schmierung.

## Schmierung.

(463) Aufgabe: Hinderung der unmittelbaren Berührung von Zapfen und Schale durch eine von der Pressung abhängige, verschieden dicke Schmier-schicht: Ersatz der Trockenreibung durch Flüssigkeitsreibung.

Schmiermittel. Es muß netzende Eigenschaften und eine innere Reibung (Zähflüssigkeit, Viskosität) besitzen, die, innerhalb weiter Temperaturgrenzen möglichst wenig veränderlich, durch die Pressung bestimmt wird (Aufrechterhaltung der Schmier-schicht). Es soll beständig sein gegenüber Eindickung und Eintrocknen (Verharzen und Verdunsten), hohe Verdampfungs- und tiefe Erstarrungstemperatur besitzen (Flamm-punkt, Brennpunkt, Kältepunkt) und muß frei sein von mechanischen und chemischen Beimengungen (Beschwerungsmittel, Harz, Säure, Wasser).

Fettschmierung: Größere Zähigkeit, bei ausreichend hohem Schmelzpunkt, 70 bis 85° C, nicht tropfend. Von Hand betätigte Büchsen (Staufferbüchse zum Schrauben eingerichtet), oder Büchse mit feder- oder gewichtsbelastetem Kolben, Abb. 290 u. 291: Schmierung in das Ermessen der Bedienung gestellt (unterbrochen) bzw. abhängig von der Temperatur (Zähflüssigkeit).

Ölschmierung. Mittels Dochtschmierbüchsen: Kapillarwirkung, Lieferung vom Ölstande, An- und Abstellung von der Bedienung abhängig, Abb. 292.

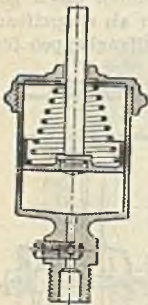


Abb. 290. Fettbüchse.

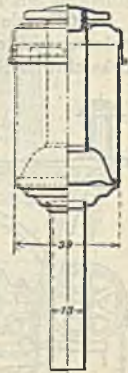


Abb. 291. Fettbüchse.

Nadelschmierbüchse: Schmierung nur während des Ganges infolge Pumpwirkung der an Erzitterungen teilnehmenden Nadel, die Welle u. U. angreifend, Abb. 293. Förderung, wie vorher, vom Ölstande abhängig, weder sichtbar noch regulierbar.

Tropföler, mit sichtbarem und einstellbarem Tropfenfall, Abb. 294; die Abhängigkeit der Lieferung vom Ölstande und von der Temperatur soll vermieden werden durch den Öler der Ipsag Akt.-Ges. für Armaturen und Apparatebau, Berlin SW, Abb. 295. Während bei den übrigen Tropfölfen der Ausfluß unter dem Drucke einer veränderlichen Ölsäule sich vollzieht, folgt bei diesem der Ventilsitz dem veränderlichen Ölstande durch Vermittlung eines Schwimmers und Nebenrohres.

Anschluß mehrerer Schmierstellen an ein Ölgefäß führt zur Zentralschmierung, und sofern das verbrauchte Öl gesammelt, gereinigt und durch eine Pumpe in das offene Zentralgefäß gehoben wird, spricht man von Umlaufschmierung. In beiden Fällen werden Apparate (Ventile) in die Leitung zur Regulierung der Ölmenge eingeschaltet, die, an die Schmierstelle angeschlossen, die ganze zwischen dieser und dem Ölbehälter vorhandene Druckhöhe nutzbar machen; ihre Wirkung nähert sich derjenigen der Spül- oder Preßschmierung, bei der das Öl unter einer, durch Sicherheits- oder Überlaufventile einstellbaren Pressung (geschlossene Leitungen) den Schmierstellen zugeführt wird. (Durchspülung, Wärmeaufnahme und



Abb. 292.  
Dochtöler.



Abb. 293.  
Nadelschmierbüchse.



Abb. 294.  
Tropföler.

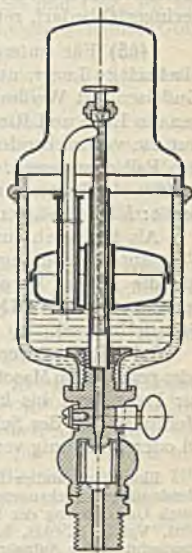


Abb. 295.  
Ipsag-Tropföler.

Rückkühlung des gereinigten Öles.) Die Pressung wird durch ventillose Zahnrad- oder Kapselpumpen oder im Falle zugemessener Ölmengen durch Kolbenpumpen erzeugt. (Bosch-Öler der Robert Bosch Aktiengesellschaft Stuttgart und Ausführung von Rohleder & Ehninger Akt.-Ges., Feuerbach-Stuttgart). Vgl. auch Z. 1910, S. 1247, 1487 und 1770.

Der hierbei vorhandene Kreislauf des Öles wird selbsttätig herbeigeführt bei der auf Adhäsionswirkung beruhenden Ringschmierung.

Auf Kapillarwirkungen beruhende, ähnlich der Dochtschmierung wirkende Vorrichtungen, bei denen die Kapillaren (harmonikaartig zusammengesetztes Messingblech beim Pat.-Lager „Compound“, vgl. Z. 1902, S. 1842; oder Bambusrohr oder Federn) in der Ölkammer liegen und an der Welle anlaufen, bewähren sich nicht unter allen Umständen. Vgl. das a. a. O. Gesagte und insbesondere den Umstand, daß die Ölzufuhr an der ungünstigsten Stelle (tiefster Punkt der Welle) erfolgt.

Ferner kommt in Betracht die Schöpfschmierung, auf Gewichtswirkung



beruhend im Falle geringer Geschwindigkeiten und nicht zu dickflüssigen Öles, oder auf der mit der Fliehkraft verknüpften Pressung bei höheren Geschwindigkeiten, vgl. (413).

#### (464) Konstruktive Gesichtspunkte und Ausführungen.

Wirtschaftlichkeit und Betriebssicherheit fordern tunlichste Beschränkung der Reibung und ihrer Folgen: Abnutzung und Verlustleistung. Möglichst gleichmäßige Verteilung des Zapfendruckes über die Lauflänge und damit Einstellbarkeit derart, daß Zapfen- und Schalenachse zusammenfallen. Ferner Möglichkeit der Ausgleichung der Abnutzung und der Schalenauswechslung. Sicherung der Schale gegen Verschiebung und Drehung und des Deckels gegenüber dem Lagerstuhl, damit relative Bewegungen in Richtung der Achse und (in der Horizontalebene) senkrecht dazu ausgeschlossen sind. Schließlich wird gefordert geringer Ölbedarf, reinlicher Betrieb, billige Bearbeitungsmöglichkeit.

(465) Für untergeordnete Zwecke, kleine Kräfte und Geschwindigkeiten, einteilige Lager, unausgebücht oder mit Büchse versehen; Lagerbüchsen aus Gußeisen mit Weißmetallausguß nach DIN 384 mit Rundungen oder Schrägungen am Ende und Ringnuten kurz vor dem Ende nach DIN 385. Die in der Ringnut ev. vorzusehenden Ölablauflöcher und Luftlöcher sind dem jeweils vorliegenden Fall anzupassen. Dünn- und dickwandige Lagerbüchsen aus anderen Werkstoffen als Gußeisen nach DIN 146 und 147. Büchsen aus Elektrometall gepreßt:  $k$  bis  $130 \text{ kg/cm}^2$  im Falle schwingender Bewegung. Vgl. M. B. 1925, S. 7.

Als Flansch- und Augenlager, für Hebe Maschinen nach DIN 502—504. Vgl. unter Hebezeuge. Leichtere Ein- und Ausbaumöglichkeit durch Teilung, für die gleiche Verwendung ohne und mit Schalen, sowie mit 2 bzw. 4 Fußschrauben nach DIN 505—506. Schmierung durch Fett (Fettkammer oder Staufferbüchse).

In Fällen schwer zugänglicher Lagerstellen von umlaufenden (bis  $n = 200$ ) oder pendelnden Maschinenteilen Öllos-Lager der Öllos G. m. b. H. Hagen i. W. für Pressungen bis  $k = 6-7 \text{ kg/cm}^2$ , anderenfalls zu starke Erweichung und Herauspressen des Schmiermittels erfolgt, das aus fein gemahlenem Graphit, mit Öl oder Fett innig vermenget, besteht. Zapfenverhältnis  $l : d = 3$ .

Eine dünnwandige Stahlhülse (bis  $2\frac{1}{2} \text{ mm}$ ) trägt innen eine aus Asbest bestehende, mit Messingfäden durchzogene und mit Dauerschmiermasse durchtränkte Fütterung, die in dem durch Umbördelung der Büchsenenden entstehenden Hohlraum unter hohem Druck eingepreßt wird. Vgl. M. B. 1925, S. 70. Oder die Stahlhülse erhält ein mit Aussparungen versehenes Bronzefutter zur Aufnahme des Schmiermittels.

Zur Abfangung seitlicher Drücke stellt genannte Firma ein- und doppel-seitige Schmierscheiben und an Stelle der Lagerbüchsen mit Schmierpackung versehene Öllos-Bolzen, im Falle kleiner Umlaufzahlen oder nur Pendelbewegungen her. Ihr Ad-Infin-Lager ist ein ölloses Hartholz- (nicht Pockholz-)lager, auf chemischem Wege imprägniert; die zulässigen Pressungen nehmen mit abnehmender Geschwindigkeit ab gemäß der Beziehung

$$k \sim \frac{0,41}{v} + 3,35 - 2,81 v \text{ zwischen } v = 0,05 \text{ und } v = 1,20 \text{ m/sek.}$$

#### Transmissionslager.

(466) Traglager. Schalen aus Gußeisen, Bronze, Stahlguß oder Bronze mit Ausguß aus Weißmetall. Gleichförmiges, nicht zu hartes Gußeisen, bei Legierungen wird die geeignete Zusammensetzung stark beeinflußt durch das Gieß- und Schmelzverfahren<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Czochralski und Welter, Lagermetalle und ihre technologische Bewertung. Berlin: Julius Springer 1920.

(467) Nach Heyn und Bauer soll das Lagermetall zwei verschiedene Kristallarten aufweisen: Härtekörper als eigentliche Träger der Welle und eine weiche plastische Grundmasse zur Aufnahme der Härtekörper. In Betracht kommen Bronze und Rotguß nach DIN 1705. Bezeichnung nach dem Zinngehalt. Zinnbronze, als Gußbronze, z. B. GBz 20 oder als Walzbronze, z. B. WBz 6, eine Legierung mit Kupfer (80—94%) und Zinn (20—6%) und im Falle Desoxydation mit Phosphor als Phosphorbronze bezeichnet. Für hoch beanspruchte Lager-schalen GBz 14.

Rotguß (Maschinenbronze), Bezeichnung z. B. Rg 10, mit 86—93% Kupfer-, 10—4% Zinn- und 4—2% Zinkgehalt. Außerdem noch Blei bei Rg 8 und Rg 5 mit 3% für blank zu bearbeitende Teile (Armaturen) und bei Rg 4 mit 1% für hart zu lötende Teile (Flanschen).

Bleizinnbronze z. B. Bl-Bz 10 mit 86% Cu, 10% Sn und 4% Pb für Lager von Warmwalzwerken und Bl-Bz 8 mit 80% Cu, 8% Sn und 12% Pb für Lager mit hohem Flächendruck (Kaltwalzwerke). Bez. Leistungen und Güte dieser Kupferlegierungen vgl. DIN 1905, Bl. 2.

Messing, eine Kupfer-Zinklegierung, als Guß-, Walz- und Schmiedemessing (Tombak) vgl. DIN 1709.

Bronze neigt bei höherer Temperatur zum Klemmen, deshalb starke Schalen, dem Verziehen entgegenwirkend. Ev. mittels Spritzverfahrens mit Gittermetall (Braunschweiger Hüttenwerk G. m. b. H., Braunschweig-Melverode) ausgekleidet. Weißmetall mit reichlichem Bleigehalt ist weich, paßt sich dem Zapfen durch Fließen an, mit hohem Antimongehalt dagegen hart; das Anpassen erfolgt durch Schleifen.

Bleilegierungen mit Härtung durch Zusatz von Kalzium oder Natrium neigen im Falle reichlicher Ölspülung zur Ölersetzung infolge des aufgenommenen Luftsauerstoffes. Neuerdings werden Bleilegierungen mit 2—4% Bariumzusatz außer den unten genannten Legierungen als Ersatz des Zinn-Weißmetalls empfohlen. Zinklegierungen sind hart und greifen geschliffene Zapfen an.

Weißmetall nach DIN 1703 mit 80—5% Zinn, 10—15% Antimon, 10—1,5% und 0—78,5% Blei. Bezeichnung im Falle 80% Zinngehaltes WM 80 DIN 1703 bzw. WM 80F DIN 1703, wenn Bleifreiheit unerlässlich ist, denn die angegebenen Zusammensetzungen verstehen sich im allgemeinen mit zulässigen Abweichungen von  $(\pm 0,5) - (\pm 1)\%$  und für Blei für  $\pm 1\%$ . Die Verunreinigungen durch Eisen, Zink, Aluminium dürfen 0,05% betragen.

Uno-Glyco-Metall der Glyco Metallwerke Daelen & Loos, Wiesbaden-Schierstein, eine auf Bleibasis aufgebaute Legierung mit 10—12% Zinn und besonderen vergütenden Zusätzen mit einer Brinellhärte 23 bei 60°C und 20 bei 100°C (die entspr. Werte von WM 80 sind 19 bzw. 9).

Careco-Weißmetall der Firma Montanwerk Montania A. G. Duisburg a. Rh.: 500° Schmelztemperatur. Brinellhärte 37 bei 20° und 21,4 bei 100°. Druckfestigkeit 1700—2000 kg/cm<sup>2</sup>. Vgl. M. B. 1925, S. 114.

Kalzium-Weißlagermetall: 370° Schmelztemperatur. Brinellhärte 45 bis 50. Fließgrenze bei 2000 kg/cm<sup>2</sup>. Nach Versuchen von Kammerer und Keßner  $k$  bis 150 kg/cm<sup>2</sup> bei 27 m/sek. aushaltend, entspr.  $kv = 408$ ; zur Öl- und Fettschmierung geeignet. Vgl. Z. 1918, S. 618 und „Der Motorwagen“, 10. Aug. 1918.

Lagermetall Thermit (Th. Goldschmidt A. G. Essen/Ruhr) für Lager, die hoher Temperatur ausgesetzt sind und für solche in staubigen Betrieben. 33 Brinell bei 20° und 18 bei 120°. Nach Kammerer  $k$  bis 150 kg/cm<sup>2</sup> bei 70° Höchsttemperatur. Vgl. Z. 1923, S. 455 und W. T. 1929, S. 543.

Nico-Metall, I mit hohem Nickel- und Antimongehalt, bis 23%, hart, 33—34 Brinell, für hohe, gleichmäßige und stoßfreie Beanspruchungen, bis zu  $kv = 350$  bei  $k = 125$  kg/cm<sup>2</sup> brauchbar; II und III weniger hart und zäher. Nach Rötischer dem DIN-Weißmetall mit 5—83% Zinn bis zu  $k = 12$  kg/cm<sup>2</sup> bei versagender Schmierung überlegen. Vgl. Z. 1927, S. 1691 und Z. 1929, S. 204.



(468) Zapfenverhältnis (für besondere Lager siehe unter (431)) für Gußeisen mit  $k = 25-30 \text{ kg/cm}^2$  und mehr bei kleinen Geschwindigkeiten (handbetriebene Hebezeuge) und  $k = 5-10$  bei Triebwerklagern

$$l : d = 3-4;$$

für Bronze und Weißmetall mit  $k = 40-60 \text{ kg/cm}^2$  bzw.  $k = 20-25 \text{ kg/cm}^2$

$$l : d = 2-3.$$

Schalenstärke für Bronze  $s = (0,05-0,07) d + 0,5 \text{ cm}$ ,

Gußeisen  $s = 0,1 d + (1-2) \text{ cm}$ ,

Stahlguß  $s = 0,9 d + 1 \text{ cm}$ .

Ausgußstärke  $s_1 = (0,02-0,03) d + (0,2-0,3) \text{ cm}$ . Verbindung mit der Schale durch Längs- und Quernuten, 2—5 mm tief, 10—15 mm breit, oder durch gleich tiefe Schwalbenschwänze in etwa 150 mm Abstand von Mitte bis Mitte oder durch zylindrische Warzen bzw. Zapfen, die ev. mit Gewinde versehenen An-

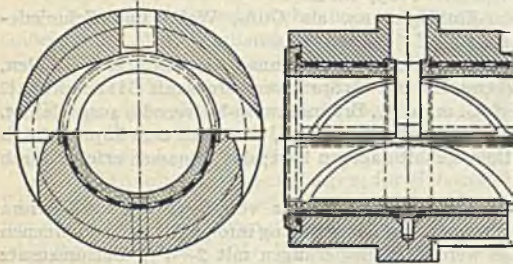


Abb. 296. Glyco-Skelett.

Loos, WiesbadenSchierstein, Abb. 296. Das Skelett ist ein der Bohrung angepaßtes, an den Rändern umgebogenes, gelochtes Blech aus Bronze oder Flußeisen, verzinkt, das mit der Schale verschraubt und um einen Dorn ausgegossen wird. Feste Schalen zylindrisch abgedreht, in axialer Richtung durch einen Bund in Schalenmitte oder durch Ränder an den Schalenenden gesichert: Stützfläche durch die Pressung bedingt. Oder bewegliche Schalen, mittels Kugelstützfläche einstellbar, bei größeren Axialkräften über den ganzen Umfang reichend, mit Kugelmittelpunkt in der Zapfenachse, dadurch in axialer Richtung gesichert. Sicherung gegen Drehung rücksichtlich Auswechselbarkeit an der Oberschale und wegen der Bearbeitung durch Stifte besser als durch Warzen. Oder durch die in Aussparungen der Schale mit Luft passenden Deckelschrauben oder durch die mit Auskrägung schließend auf Lagerschale und Lagerstuhl aufsitzende Oberschale. Sicherung des Deckels gegenüber dem Stuhl durch Zusammendrehen oder Zusammenhobeln, ein- oder übergreifend. In diesem Falle Sicherung in axialer Richtung durch Präzisionsringe oder -stifte oder Rand bzw. Bund der Oberschale, über den Lagerstuhl greifend; durch passend gedrehte Schrauben (Stiftschrauben tunlichst vermeiden). Teilung derart, daß der Zapfendruck nicht auf die Teilfuge wirkt. Deckelschrauben für nach oben gerichteten Zapfendruck,  $P = 2000 d^2$ , mit  $d$  in engl. Zollen, und  $k = 3-7 \text{ kg/cm}^2$  für Gußeisenschalen bzw.  $k \leq 15-20 \text{ kg/cm}^2$  für Weißmetallschalen berechnen. Gesamter Querschnitt der Fußschrauben etwas stärker als derjenige der Deckelschrauben. Deckelstärke in Mitte und Fußstärke auf Biegung berechnen mit  $k_b \leq 300 \text{ kg/cm}^2$ .

Abb. 297 läßt das Calypsol-Lager mit Gußschalen<sup>1)</sup> und Kugelbewegung erkennen. Das Calypsol, ein kanadisches Pflanzenfett, wird in Kammern unter-

1) Vgl. Drucksachen der Deutschen Calypsol-Transmissionswerke, G. m. b. H., Düsseldorf.

gebracht, die am Umfang mit Calypsolgarn ausgekleidet sind (Dichtung gegen Eindringen von Staub und Auslaufen des Schmiermittels). Schmierung durch unmittelbare Berührung.

Nicht tropfend und selbsttätig schmierend durch losen Schmiering bei sachgemäßer Bedienung ist das Ringschmierlager Ausführung Bamag<sup>1)</sup>, Abb. 298.

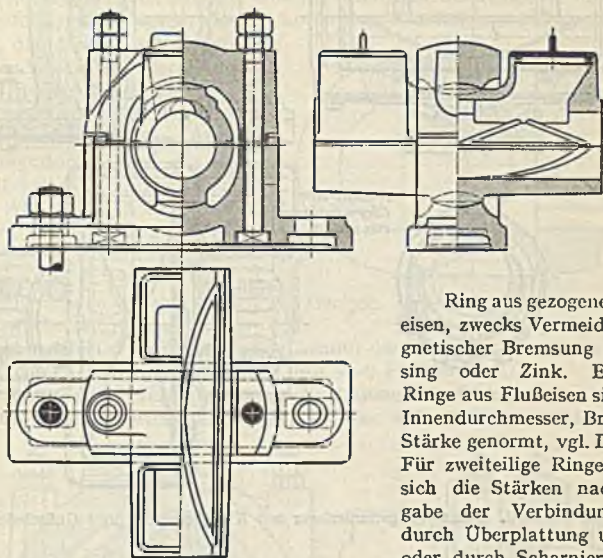


Abb. 297 a—c. Calypsol-Lager.

Ring aus gezogenem Flußeisen, zwecks Vermeidung magnetischer Bremsung aus Messing oder Zink. Einteilige Ringe aus Flußeisen sind nach Innendurchmesser, Breite und Stärke genormt, vgl. DIN 322. Für zweiteilige Ringe ändern sich die Stärken nach Maßgabe der Verbindung, die durch Überplattung und Stift durch Scharnier erfolgt.

Nach den bis 250 mm Bohrung aufgestellten Normen ist der Ringinnendurchmesser  $D \approx 1,5 d + 10$  mm, die Ringbreite  $b \approx 1/20 d + (3-6)$  mm, höchstens 21 mm und nimmt die Ringstärke (für einteilige Ringe) zu von 2 bis 7 mm.

In der Absicht, die Ölförderung zu steigern (Ausführung von Berg-händel & Lindner, Chemnitz und Richard Graßmann, Chemnitz-Altendorf), werden die Ringe mit Durchbrechungen (Löcher, Schlitze) versehen.

Den gleichen Zweck verfolgt die zwangläufige Mitnahme des losen Ringes durch dessen Armierung mit einem inneren, wellenförmigen Ring, der mit einem entsprechenden, auf die Welle geklemmten Ring kämmt: Konstruktion von Gebr. Wetzel, Leipzig-Plagwitz, welche die Ölförderung unter ungünstigen Umständen (geringe Umlaufzahl, dickflüssiges Öl) sichern soll. In diesem Falle greift die Bamag zum Schöpfschmiering, Abb. 299, und bei sehr kleinen Umlaufzahlen schmiert sie mit Preßöl: Lager ohne Schmiering mit glatter Bohrung erhalten einen Öleintritts- und einen Ölaustrittsstutzen.

<sup>1)</sup> Ringschmierlager (Bamag-Sparlager) der Bamag, Dessau, Abb. 298, Auszug.

| Wellen-<br>durchmesser<br>$d$<br>mm | Schalen-<br>länge<br>$l$<br>mm | Lagerhöhe<br>$h$<br>mm | Fußplatte |           | Schrauben |           | Gewicht<br>kg |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------|
|                                     |                                |                        | $b$<br>mm | $c$<br>mm | $e$<br>mm | $s$<br>mm |               |
| 50—55                               | 240                            | 100                    | 260       | 105       | 200       | 16        | 18            |
| 60—65                               | 280                            | 110                    | 310       | 125       | 230       | 20        | 27            |
| 70—80                               | 330                            | 130                    | 350       | 140       | 260       | 23        | 43            |
| 85—95                               | 390                            | 150                    | 400       | 165       | 300       | 26        | 67            |
| 100—110                             | 460                            | 180                    | 450       | 190       | 340       | 29        | 98            |



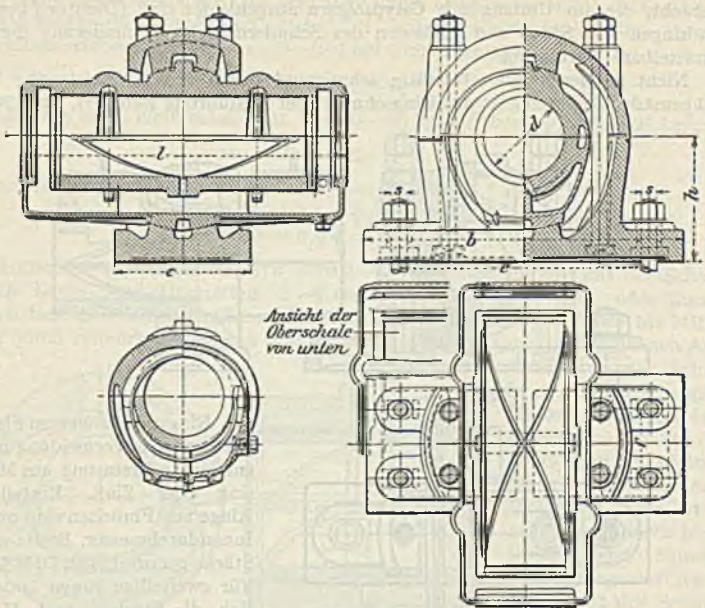


Abb. 298 a—d, Bamag-Ringschmierlager mit Kugelbewegung und Gußschalen.

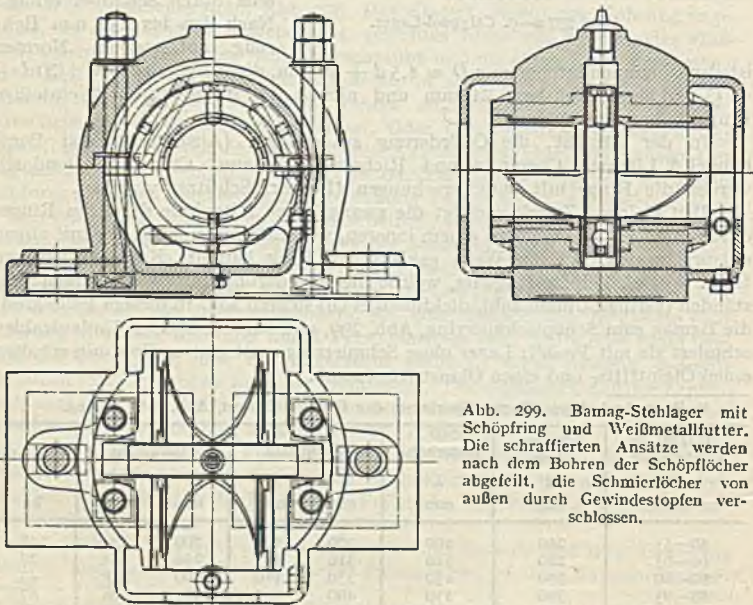


Abb. 299. Bamag-Stehlager mit Schöpfring und Weißmetallfutter. Die schraffierten Ansätze werden nach dem Bohren der Schöpflöcher abgefeilt, die Schmierlöcher von außen durch Gewindestopfen verschlossen.

Bei den Versuchen Stribecks mit einem Bamaglager nach Abb. 298, also mit losem Schmierring, lag  $n$  zwischen 5 und 2100.

Schmierketten werden wegen der Gefahr des Hängenbleibens und Reißens nicht mehr verwendet.

Geringer seitlicher Spielraum zwischen Ring und Schale, nach Cranz<sup>1)</sup> bis 1,2 mm, andernfalls Wandern und einseitige Öl-abgabe des Ringes erfolgen kann.

Oberschale mit Ölnuten, vor und hinter dem Scheitel, mit gut abgerundeten Kanten, die das Öl auf die ganze Länge der Unterschale verteilen.

Die Unterschale erhält im Falle kleiner und mittlerer Bohrungen keine Schmiernuten, die Ölzuführung erfolgt durch Facen, die etwas kürzer sind als die Lauflänge. Dies ist bez. der Abb. 297 u. ff. zu beachten. Vgl. hierüber das vom A. W. F. verfaßte Betriebsblatt Schmiernuten in Lagern, M. B. 1925, S. 971.

Die gußeisernen Schalen werden geschliffen, die mit Weißmetall ausgegossenen werden poliert. Die Bamag bemißt die Ölluft für die gebräuchlichen Öle, je nach den Betriebsbedingungen, mit 5—9 Paßeinheiten.

Schalenden mit Rundnut und Loch: Bildung eines Ölrings zur Abdichtung gegen Staub und Abspritzen entweichenden Öles. Oder Schlitz an tiefster Stelle:

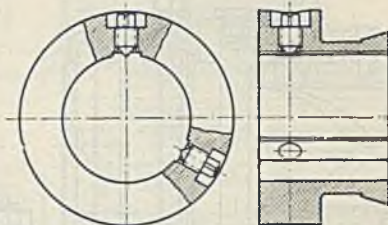


Abb. 300. Stelling für Ringschmierlager.

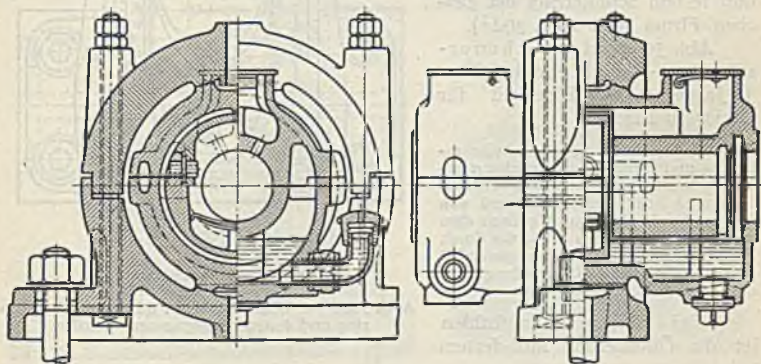


Abb. 301. Wüfel-Stahlager mit festem Schmierring, Kugelbewegung und Gußschalen.

Ölabstreifer. Genügender Abstand zwischen Schalen-Stirnfläche und Innenwand der Haube für das Zusammensetzen des Schmierringes und die Anbringung des Stellringes, Abb. 300, Ölhaube mit Nut für ev. Dichtungs(filz)ring (sich vollsaugend, nicht sicher wirkend, allenfalls Staubverschluß), mit Ölstand, die Öllfüllung begrenzend, sowie Ablaßschraube.

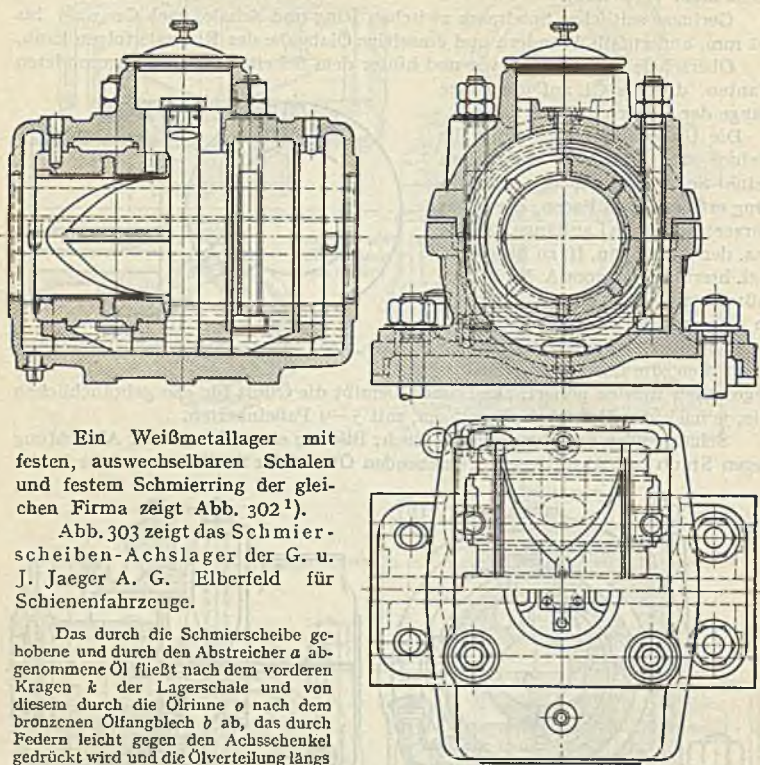
In Abb. 298 sind die Schalen mit Ölkammern versehen, die miteinander in Verbindung stehen: verschiedene Kugeldurchmesser mit Kugelmittelpunkt in der Achse; Schalen schließend, mit Ölfangrinnen versehen. Deckel und Stuhl zusammenpassend gedreht um eine Achse senkrecht zur Bohrung.

Abb. 301 zeigt das Lager mit gußeisernen, einstellbaren Schalen und mit festem Schmierring des Eisenwerkes Wüfel, Hannover-Wüfel. Die Mitnahme

<sup>1)</sup> H. Cranz, Versuche mit Schmierringen bei höheren Tourenzahlen; Doktordiss. Berlin.



des zweiteiligen Ringes erfolgt durch Reibungsschluß: Anpressung durch Blatt- oder Schraubenfedern. Die Baulänge ist bei gleicher Tragfläche infolge der Unterbrechung der Traglänge größer.



Ein Weißmetallager mit festen, auswechselbaren Schalen und festem Schmiering der gleichen Firma zeigt Abb. 302<sup>1)</sup>.

Abb. 303 zeigt das Schmier-scheiben-Achslager der G. u. J. Jaeger A. G. Elberfeld für Schienenfahrzeuge.

Das durch die Schmierringe gehobene und durch den Abstreicher *a* abgenommene Öl fließt nach dem vorderen Kragen *k* der Lagerschale und von diesem durch die Ölrinne *o* nach dem bronzenen Ölfangblech *b* ab, das durch Federn leicht gegen den Achsschenkel gedrückt wird und die Ölverteilung längs des Zapfens bewirkt.

Bei kleinen Umlaufzahlen ist die Ölförderung mit festem

Abb. 302 a—c. Wülfel-Stehlager mit festem Schmier-ring und festen ausgegossenen Schalen.

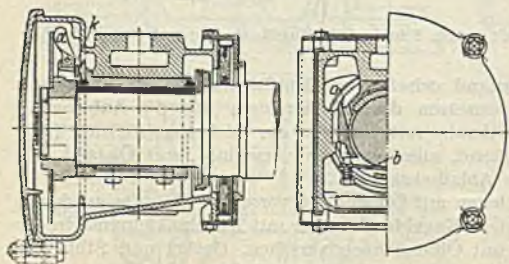


Abb. 303. Jaeger-Schmierring-Achslager.

Schmiering reichlicher als mit losem, und bei hohen Umlaufzahlen fördert der feste Ring wesentlich mehr als das Lager zu verarbeiten imstande ist. Bez. der Frage, ob mit der stärkeren Ölumlagerung eine vorzeitige Alterung des Öles infolge Einwirkung des Luftsauerstoffes verknüpft ist, vgl. M. B. 1927, S. 23.

<sup>1)</sup> Über die Bearbeitung der Wülfel-Lager vgl. Z. 1907, S. 1245 u. ff. und W. T. 1909, S. 214 u. ff. Von 130 mm ab werden die Weißmetallager mit 4 teiligen, bis dahin mit 2 teiligen Schalen ausgeführt.

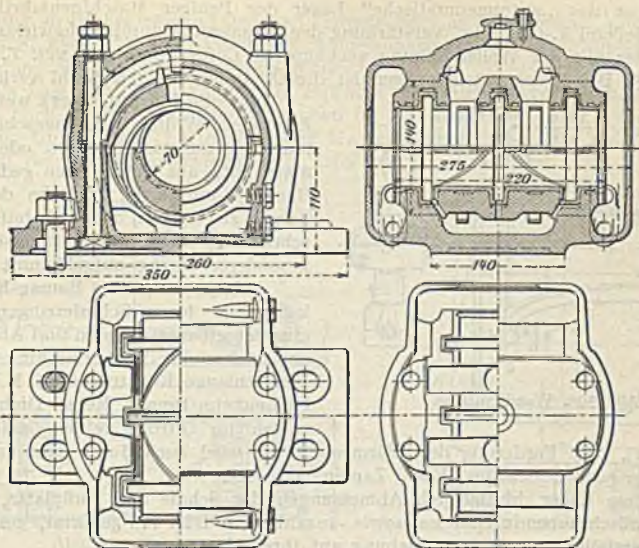


Abb. 304 a—d. Bamag-Kammlager mit losen Sehmierriegen.

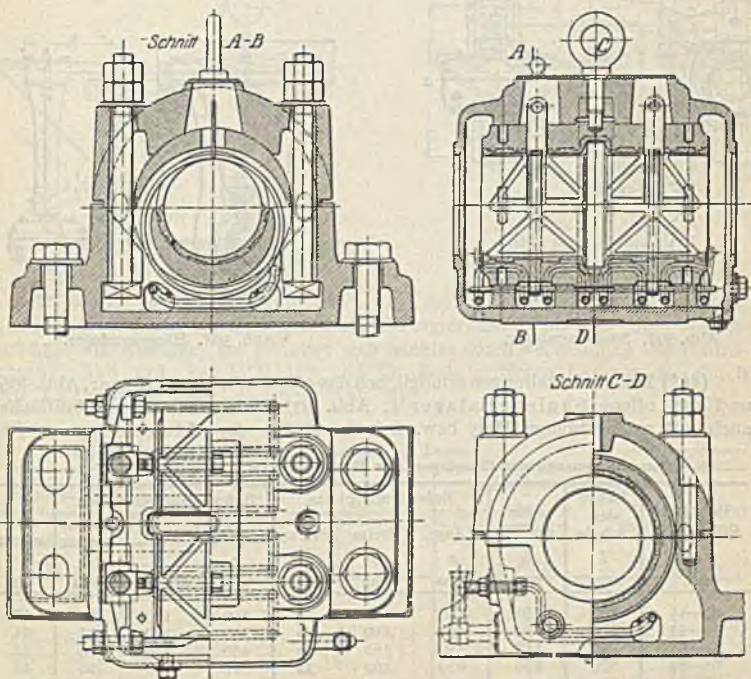


Abb. 305. Voith-Kammlager mit Wasserkühlung.



Über das „autopneumatische“ Lager der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G. Penig, Verstärkung der Schmierung durch Saugwirkung infolge der mit der Wellendrehung verknüpften Luftverdünnung, vgl. Z. 1907, S. 1765. Bei diesen Ausführungen ist die Ölkammer in den Stuhl verlegt.

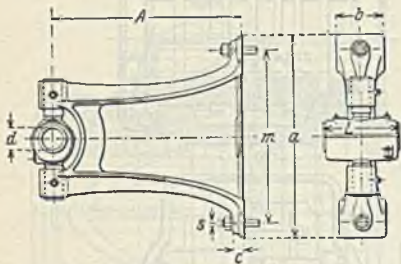


Abb. 306. Wandarmlager.

Im Falle Kammlagers weist das Eisenwerk Wülfel dem angeschmiedeten oder aufgeschraubten oder, weniger gut, aus dem Vollen gedrehten Bund (Kamm) die Aufgabe des Ölrings zu, wenn nicht behufs Beschränkung des Bunddurchmessers ein besonderer Öhring aufgeklemmt wird.

Abb. 304 zeigt das Bamag-Kammlager mit losen Schmierlingen und auswechselbaren Schalen und Abb. 305 ein solches mit Wasserkühlung durch Kühlschlange, Konstruktion J. M. Voith, Heidenheim/Brenz. Keine Dichtungsstellen im Öltrog, reines (steinfreies Wasser). Die Forderung der Wärmeableitung wird auch durch Kühlung der Schalen oder besser des (End-) Zapfens erreicht.

Diese Lager, hinsichtlich Abmessungen der Schale und Fußplatte, Höhe und Fußschraubendurchmesser sowie -anzahl nach DIN 118 genormt, gestatten nur Verstellung durch Verschiebung auf ihrer Unterlage.

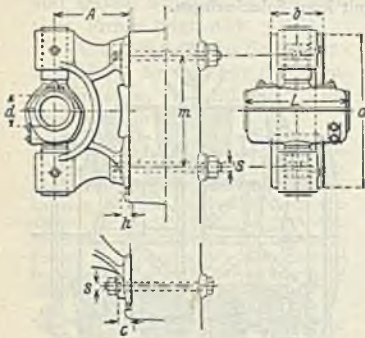


Abb. 307. Säulenarmlager.

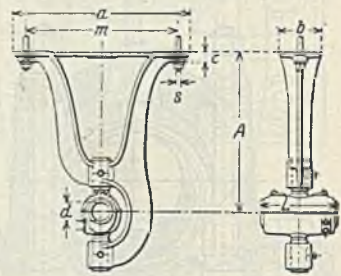


Abb. 308. Hängearmlager.

(469) Höhenverstellungen ermöglichen das offene Wandarmlager, Abb. 306, und das offene Säulenarmlager<sup>1)</sup>, Abb. 307, mit ebener Anschlußfläche, auch mit zylindrischem Hals bzw. Schelle. Ferner der Hängearm, zur Be-

<sup>1)</sup> Offene Säulenarmlager (Sparlager) der Bamag, Dessau, Abb. 307.

| Bohrung<br>des Lagers<br>$d$<br>mm | Länge<br>der Schale<br>$l$<br>mm | Aus-<br>ladung<br>$h$<br>mm | Befestigungsplatte |                     |                     | Befestigungsschrauben |           |                               | Gewicht<br>kg |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|--------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-----------|-------------------------------|---------------|
|                                    |                                  |                             | Länge<br>$a$<br>mm | Breite<br>$b$<br>mm | Stärke<br>$w$<br>mm | Entfernung            |           | Durch-<br>messer<br>$s$<br>mm |               |
|                                    |                                  |                             |                    |                     |                     | $e$<br>mm             | $f$<br>mm |                               |               |
| 40—45                              | 200                              | 150                         | 430                | 130                 | 23                  | 350                   | 160       | 20                            | 17            |
| 50—55                              | 240                              | 150                         | 490                | 140                 | 28                  | 390                   | 180       | 23                            | 24            |
| 60—65                              | 280                              | 150                         | 550                | 150                 | 30                  | 450                   | 210       | 26                            | 32            |
| 70—80                              | 330                              | 150                         | 630                | 160                 | 32                  | 510                   | 240       | 26                            | 46            |
| 85—95                              | 390                              | 180                         | 700                | 170                 | 37                  | 570                   | 270       | 29                            | 72            |
| 100—110                            | 460                              | 180                         | 790                | 180                 | 38                  | 640                   | 300       | 32                            | 98            |

festigung an Deckenträgern (Steg und Flansch) oder an Betonbalken, offen nach Abb. 308, nach DIN 119 hinsichtlich Abmessungen der Schale, Fußplatte, der Ausladung (Höhe) und Schrauben genormt.

Als Lagerunterlagen kommen in Betracht die Sohlplatte<sup>1)</sup> Abb. 309, genormt nach DIN 189: Einsteckschrauben für den Lagerfuß, Lager seitlich abziehbar. Untergießen, Luftlöcher. Der Mauerkasten, Abb. 310, die Zugänglichkeit des Lagers erschwerend, vgl. DIN 193.

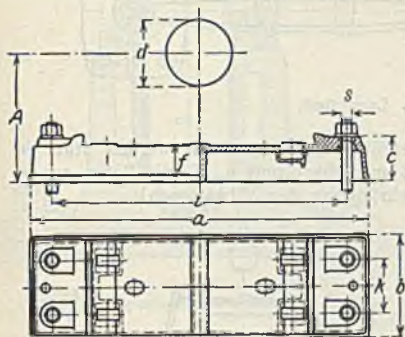


Abb. 309. Sohlplatte.

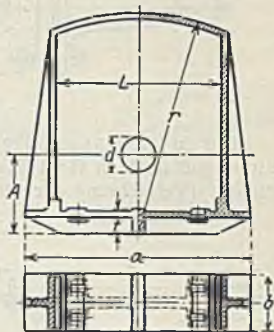


Abb. 310. Mauerkasten.

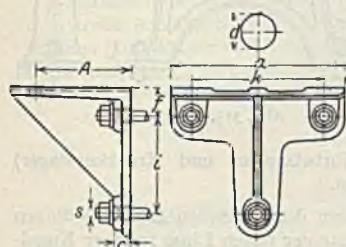


Abb. 311. Winkelarm.

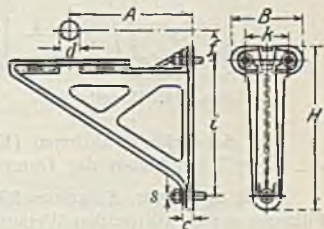


Abb. 312. Wandarm.

Besser ist der Winkelarm, Abb. 311, vgl. DIN 187. Die bei Lagerung nach Abb. 306 und 307 festliegende Ausladung erschwert im Falle eines Wellenstranges die Montage; sie gestaltet sich leichter durch Verwendung des Wandarmes, Abb. 312, vgl. DIN 117 und im Falle größerer Lagerdrücke durch den Lagerbügel oder -träger, Abb. 313.

<sup>1)</sup> Abmessungen nach Ausführung der Bamag, Dessau.

| Wellendurchmesser<br>$d$<br>mm | Sohlplatte         |                                  |     |                                  |     | Fundamentanker                       |     |      |                          | Gewicht<br>kg |
|--------------------------------|--------------------|----------------------------------|-----|----------------------------------|-----|--------------------------------------|-----|------|--------------------------|---------------|
|                                | Länge<br>$a$<br>mm | Breite<br>$b$<br>mm<br>$B$<br>mm |     | Stärke<br>$h$<br>mm<br>$w$<br>mm |     | Entfernung<br>$e$<br>mm<br>$f$<br>mm |     | Zahl | Durchmesser<br>$s$<br>mm |               |
| 100—110                        | 710                | 185                              | 275 | 75                               | 90  | 600                                  | —   | 2    | 32                       | 65            |
| 115—130                        | 840                | 205                              | 320 | 85                               | 110 | 710                                  | —   | 2    | 39                       | 100           |
| 135—160                        | 1000               | 265                              | 390 | 100                              | 135 | 850                                  | —   | 2    | 45                       | 160           |
| 165—190                        | 1230               | 310                              | 450 | 115                              | 150 | 1040                                 | —   | 2    | 58                       | 260           |
| 195—220                        | 1480               | 400                              | 550 | 150                              | 200 | 1300                                 | 170 | 4    | 45                       | 480           |
| 225—240                        | 1600               | 440                              | 600 | 170                              | 220 | 1400                                 | 210 | 4    | 51                       | 600           |



Die Befestigung der Transmission an der Decke erfolgt mittels Hängebockes, Abb. 314, vgl. DIN 194.

An Stelle der Sohlplatte, Abb. 309, findet bisweilen auch der Stehbock, Abb. 315, Verwendung, vgl. auch DIN 195.

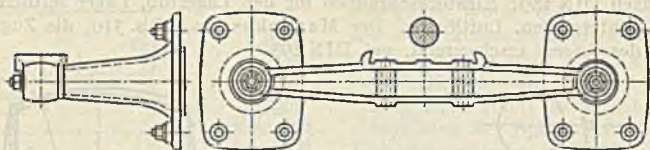


Abb. 313. Lagerbügel.

Die in Abb. 314 und 315 dargestellten Konstruktionen werden statt in Rippenguß auch in Hohl-(Kasten-)guß ausgeführt und u. U. mit Beton ausgestampft (Vermehrung der Masse, Beschränkung der Vibrationen).

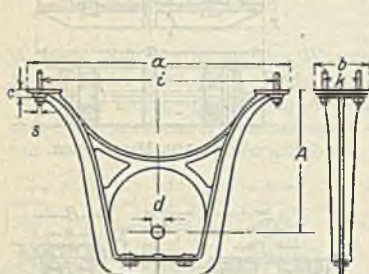


Abb. 314. Hängebock.

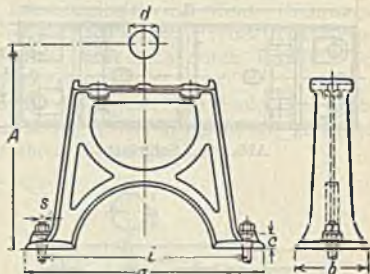


Abb. 315. Stehbock.

Bez. Sonderkonstruktionen (Kurbel-, Kurbelzapfen- und Kreuzkopflager) vgl. unter Einzelheiten der Dampfmaschinen.

(470) Spurlager. Zusammenfallende Achsen der tragenden Linsen bedingen Führung der zu stützenden Welle; die Stützung der festen Linse in einer Kugelfläche in der Absicht selbst-

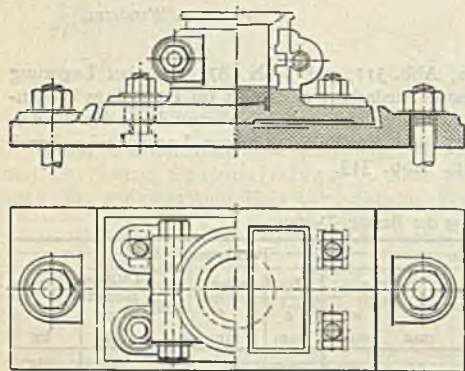


Abb. 316 a u. b. Spurlager für senkrechte Welle.

tätiger Einstellung (gleichmäßige Pressung in Zapfenstützfläche) ist von bedingtem Werte (Relativbewegung in Kugelfläche). Zu beachten: leichte Auswechslungsmöglichkeit der Linsen, Stahl auf Stahl, gehärtet oder dichtes Gußeisen auf Gußeisen (Stahl auf Bronze neigt zur Spanbildung), und der Führung (zweiteilige Schalen, zuverlässige Schmierung (Ölzuführung zweckmäßig von der Achse aus), Ausgleichung der Abnutzung durch Nachstellbarkeit.

Diesen Forderungen wird die Konstruktion gemäß Abb. 316 nicht in vollem Umfange gerecht, gegen die sich noch einwenden läßt, daß die mit der Welle aus einem Stück bestehende

Lauflinse Mantelreibung erfährt. Besser wäre die Einsetzung einer besonderen Lauflinse (konischer Zapfen), deren Durchmesser meistens viel kleiner sein darf als der Wellendurchmesser: Abb. 317. Bei hohen Belastungen mit Preßschmierung von unten und Überlauf bei A. Seitlicher Anschluß der Preßölleitung liegt im Interesse der Montage und der Zugänglichkeit. Abb. 318<sup>1)</sup> zeigt einen horizontalachsigen Stützzapfen mit Ringschmierung. Das gehobene Öl wird an die Nut *N* im Scheitel der Festlinse *L* abgegeben und fließt durch Bohrungen nach der Zapfenmitte ab. Stützung der Festlinse durch die Kappe *K*, die durch Blechzwischenlagen *B* einstellbar ist.

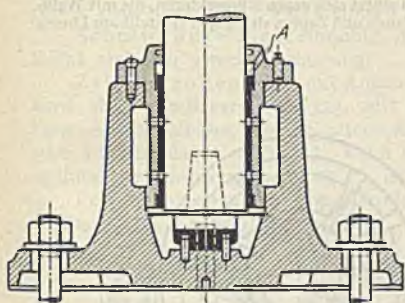


Abb. 317. Spurlager für senkrechte Welle.

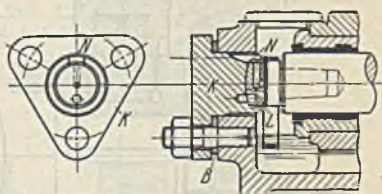


Abb. 318. Endspurlager für waagerechte Welle.

Hauptsächlichstes Anwendungsgebiet der Spurzapfen ist der Turbinenbau. Vgl. unter Wasserkraftmaschinen.

Bezüglich des Kammlagers siehe unter (468).

Große Axialkräfte in Verbindung mit hohen Umlaufzahlen bedingen viele Kämme (Drucklager von Schiffswellen). Die damit verknüpften Schwierigkeiten, alle Kämme gleich satt zum Anliegen zu bringen, werden behoben durch das Einring- oder Einscheibendrucklager, auch Michell-Lager genannt. Die

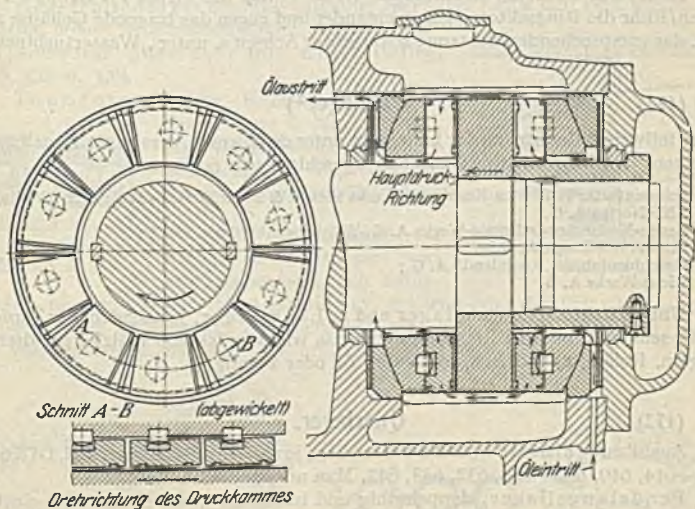


Abb. 319. Schichau-Axial-Drucklager.

ringförmige Stützfläche ist aufgelöst in eine Anzahl sektorenförmiger Tragflächen, die dem Festrings angehörig, durch radiale Nuten in ihm entstehen. Die Bildung

<sup>1)</sup> Aus Rötcher, M. E. II, S. 888.



des Ölkeiles wird durch Abschrägung der Sektorenrücken herbeigeführt, oder die einzelnen ringförmigen Sektoren sind kippbar, entweder um Zapfen mit kugelförmiger Stirnfläche, Abb. 319, oder um Kanten, oder um Kugeln (Brown, Boveri & Co., A. G. Mannheim-Käferthal), oder sie sind nachgiebig gestützt (F. M. Voith, Heidenheim/Brenz).

Abb. 319 zeigt ein beiderseitig wirkendes Axial-Drucklager, Konstruktion von F. Schicbau, G. m. b. H. Elbing. Der Druckkamm stützt sich gegen Ringsektoren, die mit Weißmetall armiert sind und durch Vermittlung von Pfanne und Zapfen sich gegen einstellbare Linsen stützen. Ölkreislauf.

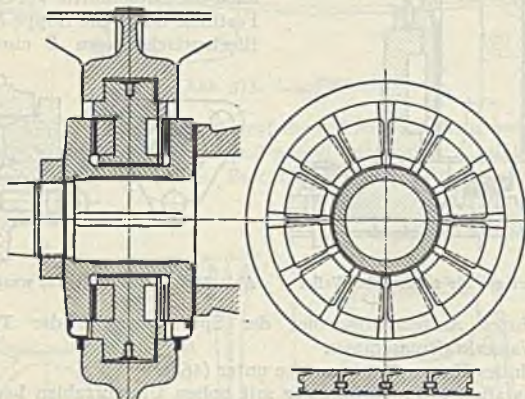


Abb. 320. Krupp-Axial-Drucklager.

In der aus Abb. 320 ersichtlichen Weise stützt die Firma Fr. Krupp A. G. Essen/Ruhr die Ringsektoren gegen einander und gegen das tragende Gehäuse ab. Bez. der entsprechenden Stützung senkrechter Achsen s. unter „Wasserturbinen“.

(471)

### Wälzlager<sup>1)</sup>

unter teilweiser Benützung der Listen der unter der Firma „Vereinigte Kugellagerfabriken“ Aktiengesellschaft zusammengeschlossenen 6 Firmen

Schweinfurter Präzisions-Kugellager-Werke Fichtel & Sachs A. G. — Wälzlager-Abteilung;  
SKF Norma A. G.;  
Berlin-Karlsruher-Industrie-Werke A. G.-Wälzlager-Abteilung, DWF;  
Fries & Höpflinger A. G.;  
Maschinenfabrik „Rheinland“ A. G.;  
Riebe-Werke A. G.

Unterscheidung in Querlager und in Längslager, je nachdem der Zapfendruck senkrecht oder in Richtung der Achse wirksam ist. Als Wälzkörper dienen Kugeln, Rollen, zylindrisch, tonnenförmig oder kegelig.

(472)

### Querlager.

Ausführung einreihig und zweireihig, je nach der Belastung. Vgl. DIN 611, 612—614, 619, 622—624, 632, 633, 642. Man unterscheidet

Pendelkugellager, doppelreihig und innerhalb gewisser Grenzen einstellbar, Abb. 321, mit gestanztem Blechkäfig versehen.

<sup>1)</sup> Vgl. Brühl, Die Geschichte des modernen Kugellagers. Z. 1909, S. 1844; Bauschlicher, Die Entwicklung des Kugellagers. Z. 1908, S. 1185; Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau, viertes Heft, „Die Wälzlager“ von Behr und Gohlke, Berlin: Julius Springer 1925, und bez. der Frage „Gleit- oder Wälzlager“ die Kontroverse Patzke-Gohlke daselbst, S. 73.

Radiaxlager, ein einreihiges, starres Kugellager mit tieferen Laufrillen zwecks innigerer Schmiegunz zwischen Kugel- und Laufrille und Übertragung von axialen Kräften. Mit gestanztem Blechkäfig und Einfüllöffnung versehen, die oberhalb des Gewindes der Kugellaufbahn ausläuft, gestattet es eine größere Kugelzahl: Sachs-lager, das auch zwei-reihig ausgeführt wird. Mit Wellkorb ausgestattet.

Schulterkugellager einreihig, Abb. 322, und leicht zerlegbar zwecks Reinigung.

Zylinderrollenlager mit Außen- oder Innen-bord als Einstelllager, Abb. 323, mit schwachbal-liger Außenlaufbahn, als Schulterlager, Abb. 324, oder Führungslager, Abb. 325, wenn eine Schräg-stellung des Innenringes unmöglich ist.

Pendelrollenlager doppelreihig und ein-stellbar, Abb. 326, mit Spannhülse.

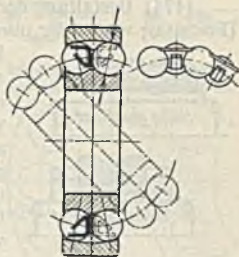


Abb. 321.

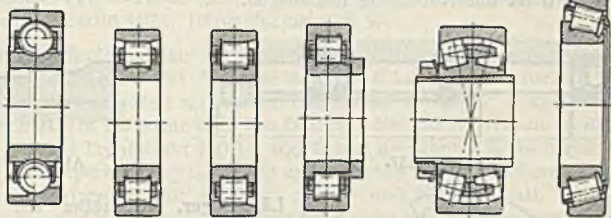


Abb. 322. Abb. 323. Abb. 324. Abb. 325. Abb. 326. Abb. 327.

Kegelrollenlager einreihig mit einer gegenüber radial und axial wirkenden Kräften hohen Belastungsfähigkeit, Abb. 327.

Außerdem Querlager mit Einstellring, Abb. 328 u. 329.

Tonnenlager der Kugelfabrik Fischer, Schweinfurt a. M., Abb. 330, mit tonnenförmig gedrehten Wälzkörpern, ähnlich denjenigen des Pendelrollenlagers.



Abb. 328 u. 329.

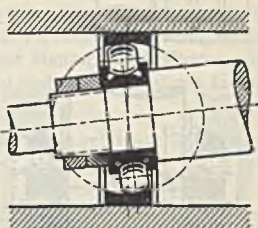


Abb. 330.

(473) Einbringung der Kugeln: Die Laufringe werden exzentrisch, sich berüh-

rend in einander gelegt, der Außenring ev. erwärmt oder (ähnlich einer Ellipse) verformt. Der entstehende Zwischenraum wird mit Kugeln ausgefüllt, oder die Füllung erfolgt durch eine Einfüllöffnung im Außenring, s. o.



Abb. 331.



Abb. 332.



Abb. 333.



Abb. 334.

Sicherung der gegenseitigen Lage der Kugeln durch Käfige oder Körbe, Abb. 331—334, aus weichem Metall oder Stahlblech. Rollen werden



am Umfang durch zweiteilige, nach dem Einfüllen zusammengenietete Massivkafige geführt.

**(474) Gestaltung der Lagerstellen.** Der Innenring sitzt stramm auf der Welle (Festsitz); wegen der geringen Wandstärke damit verbundenen federnden



Abb. 335 u. 336.

Dehnung erhalten die Querlager eine radiale Luft zwischen den Laufbahnen und Walzklorpern, die auch von den Betriebstemperaturen abhängt. Die Verwendung von Spannhulsen, Abb. 335 u. 336, auf glatten oder gezogenen Wellen lassen eine geringere Bearbeitungsgenauigkeit zu. Seitliche Befestigung der Innenringe durch gesicherte Schrauben oder Müttern mit solchem Gewinde, daß sich diese bei gleichbleibendem Drehsinn von selbst festziehen, Abb. 335 u. 336. Seitliche Befestigung des Außenringes nur am Festlager, das die axialen Kräfte aufzunehmen hat, die anderen sind

Loslager mit ausreichendem seitlichen Spiel. Bei Schulterlagern und bei Einstellrollenlagern ist der Außenring festzulegen.

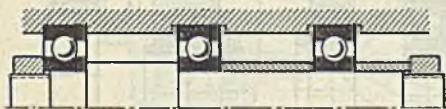


Abb. 337.



Abb. 338.

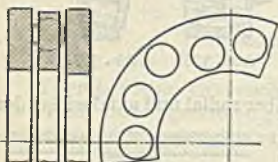


Abb. 339.

**(475) Längslager.** Je größer der Kugeldurchmesser im Verhaltnis zum Laufbahndurchmesser, desto größer ist die gleitende (bohrende) Reibung; verhaltnmaig große Kugeln bei kleinen Umlaufzahlen.

Mit flachen Scheiben, Abb. 339, 1 bis 4 mm verschieden weit gebohrt: enge Druckscheibe für

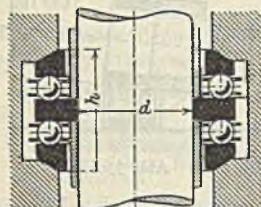


Abb. 340.

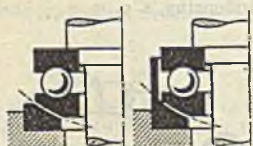


Abb. 341 u. 342.

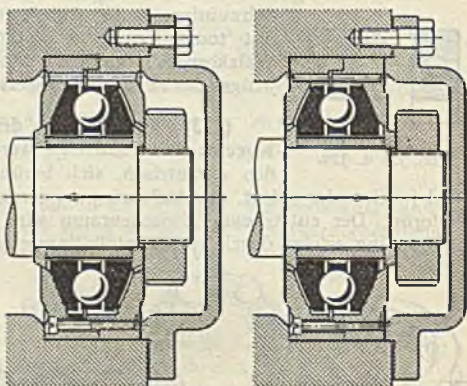


Abb. 343 u. 344.

den Festsitz auf der Welle. Im Falle Wechsellagers erhält die Mittelscheibe die Festsitzbohrung, Abb. 340, welche die Einstellungsmöglichkeit erkennen läßt für den Fall, daß die Druckscheiben nicht parallel sind: Achsenschran-

kung, Überlastung einzelner Kugeln. Die Gehäusebearbeitung wird vermieden durch die Einstellscheibe, Abb. 341 und 342.

Wechsellager ohne Mittelscheibe, d. h. mit nur einer Kugelreihe nach Abb. 343 und 344. Der Kugelkäfig, Abb. 345 bis 347, hat den Kugelabstand aufrechtzuerhalten und die Fliehkräfte der Kugeln abzufangen.

(476) Abdichtung im Interesse der Lebensdauer durch nichtfasernen Filz, eingelegt in eine Nut im Gehäuse. Oder durch einen Labyrinthring mit einem oder mehreren Gängen, mit Fett gefüllt. Zum Schutze gegen Bespritzen werden Schleuderringe oder Schutzkragen vorgesehen. Vgl. hierüber „Die Wälzlager“, Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau, Berlin 1925, Julius Springer, S. 57.

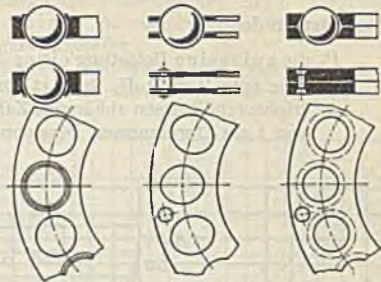


Abb. 345—347.

(477) Schmierung zur Fettung der Gleitflächen und als Schutz gegen Rost durch Mineralöl bzw. -fett: Vaseline bis zu 35° C Lagertemperatur, für 35 bis 50° C ein gutes Kalkseifenfett mit einem Tropfpunkt 90 bis 95° C und höchstens 2% Aschegehalt. Im Falle Zutrittes von Dampf- oder anderer Wärme Heißlager- (Natron-) fett mit Tropfpunkt 130 bis 160° C und höchstens 4% Aschegehalt, das bei normaler Temperatur nicht erweicht und für große Temperaturbereiche zu ersetzen ist durch Natronfett mit geringem Seifen- und Natrongehalt. Die Seifenfette dürfen wegen der Gefahr ihrer Zersetzung nicht geschmolzen werden. Gehalt an „gebundenem“ Wasser höchstens 4%.

Die an die Schmiermittel zu stellenden Anforderungen sind die gleichen wie die unter (463) genannten. Zu Ölschmierung wird gegriffen, wenn gute Abdichtung und zeitweiliges Nachfüllen ohne Gefahr der Verunreinigung möglich ist, andernfalls wird die einfachere Fettschmierung angewendet. Sorgfältiger Eintrag in die Lagerzwischenräume, insbesondere des Käfigs in einer Menge, daß höchstens die untere Lagerhälfte gefüllt ist, andernfalls die Reibzahl und Temperatur des Lagers wächst.

(478) Reibungsverhältnisse. Das Reibungsmoment beträgt beim Kugellager

$$M = P r \mu_i \text{ cmkg,}$$

worin

$P$  den Lagerdruck in kg,  
 $2r$  die Bohrung des Innenringes in cm,  
 $\mu_i$  die ideelle Reibungszahl bezeichnet.

Nach Versuchen von Striebeck (Z. 1901 S. 123) ist  $\mu_i$  nahezu unabhängig von der Umlaufzahl, gilt mithin auch für den Anlauf aus der Ruhe und beträgt i. M. 0,0013 für normal belastete Lager, steigend, bis etwa 0,0020 mit abnehmender Belastung. Beim Zylinderrollenlager ist die Reibzahl  $\mu_i$  etwas größer: Gleitreibung am Rollenumfang und an den Schultern.

(479) Berechnung. Über die auf die Hertz'sche Theorie sich stützende Berechnung vgl. „Die Belastbarkeit des Wälzlagers“ von Dr.-Ing. H. Stellrecht, Berlin 1928, Julius Springer; deren Ermittlung durch den Versuch und damit der Grundlage zur Prüfung der Zulässigkeit der Hertz'schen Theorie rührt von Striebeck her<sup>1)</sup>. Er zeigte, daß die vom Kugeldurchmesser und von der Form der Auflagerfläche (konvex, eben oder konkav) abhängige Belastung maßgebend ist,

<sup>1)</sup> Z. 1901, S. 121 und die folgenden Jahrgänge. Vgl. auch M. B. 1925, S. 49 und 1929, S. 189 (Föppl, Vergleichsversuche über die Haltbarkeit von Kugellagerkonstruktionen).



bei welcher der erste Sprung auftritt, und fand die schon von Bach abgeleitete Beziehung

$$P_0 = k d^2$$

bestätigt, in der

$P_0$  die zulässige Belastung einer Kugel,

$k$  eine vom Werkstoff, der Art der Stützung der Kugel und von den Betriebsverhältnissen abhängige Zahl, die zulässige der Belastung der Kugel von 1 cm Durchmesser, bezeichnet.

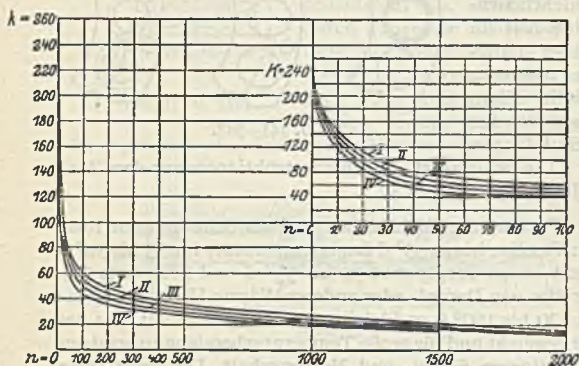


Abb. 348. Spez. zul. Belastung  $k$  in Abhängigkeit von  $n$  für Längslager.

Hierbei soll nach Stribeck sein: Laufrillenhalbmesser  $= \frac{2}{3} d$  für Längslager und  $r_i = 0,52 d$ ,  $r_a = 0,56 d$  für Querlager (die Anschmiegung ist bei gleichen Ausrundungen am Innenring ungünstiger als am Außenring).

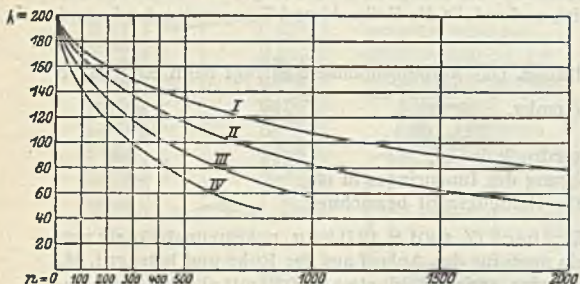


Abb. 349. Spez. zul. Belastung  $k$  in Abhängigkeit von  $n$  für Querlager.

Kugel-Längslager. Unter Annahme gleichmäßiger Verteilung der Gesamtlast auf alle Kugeln gilt

$$P = z k d^2,$$

worin die Abhängigkeit der spezifischen zulässigen Belastung  $k$  von  $n$  und vom Kugelmittendurchmesser  $D$  die Abb. 348 erkennen läßt.

Kugelquerlager. Die Gesamtlast verteilt sich ungleich auf die Hälfte der Kugeln; diesem Umstande trägt Stribeck Rechnung durch die von ihm an Hand

vereinfachender Annahmen abgeleitete Beziehung

$$P = 0,2 z k d^2,$$

worin die Abhängigkeit des  $k$  von  $n$  und der Lagergröße aus Abb. 349 hervorgeht.

Die zulässige Belastung des zweireihigen Querlagers wird mit dem etwa 1,6fachen derjenigen des einreihigen Lagers angesetzt.

Vorstehende Werte  $k$  sind Höchstwerte und gelten für stoßfreie Belastung; im anderen Falle ist entweder  $P$  zu vergrößern oder  $k$  zu vermindern. So wird beispielsweise bei Rädern mit unbearbeiteten Zähnen mit der 5fachen, mit bearbeiteten Zähnen dagegen mit der 3fachen Umfangskraft gerechnet.

Bei oft und ruckweise anlaufenden Zahnradgetrieben geht man noch über diese vielfachen Werte hinaus.

Rollenlager. Für diese gilt

$$P = 0,2 z k l d.$$

Abb. 350 läßt den Unterschied der Höchstbelastungen in Abhängigkeit der Bohrungen der Innenringe für  $n = 100$  und  $l < d$  erkennen.

Die von dem eingangs errechneten Verbands empfohlene, an Stelle recht sich anlehende Berechnung geht aus vom Begriff der Lebensdauer, d. i. die Anzahl der Umdrehungen, die 90% der Lager gleicher Art und Größe, unter gleichen Bedingungen arbeitend, mindestens erreichen, bevor Ermüdung sich zeigt, und die beträgt

$$U = c : P^{3,33},$$

worin bezeichnet

- $U$  die Zahl der Umdrehungen bis zum Eintritt der Ermüdung,  
 $c$  eine von Lagerart und -größe abhängige Konstante,  
 $P$  die Gesamtbelastung des Lagers.

Im Falle gleichzeitiger radialer und axialer Beanspruchung des Querlagers wird die der resultierenden Beanspruchung gleichwertige Gesamtbelastung  $P$  eingeführt, die alle statischen und dynamischen Kräfte berücksichtigt, die auf das Lager wirken, und es wird gesetzt

$$P = R + y A,$$

worin bezeichnen

- $R$  die tatsächliche Radialbelastung  
 $A$  „ „ Axialbelastung  
 $y$  eine für die verschiedenen Lager aus Tabellen zu entnehmende Umrechnungszahl.

Die Forderung einer bestimmten Lebensdauer bedingt, daß das Lager für eine Gesamtkraft  $Q > P$  bemessen wird, etwa

$$Q = P \cdot s,$$

worin  $s$  den Lebensdauerfaktor bezeichnet.

Über die Werte von  $s$  als Funktion der Lebensdauer in Stunden und von  $y$  in Abhängigkeit von der Art des Lagers muß auf die Liste Dd 1006 des genannten Verbandes verwiesen werden.

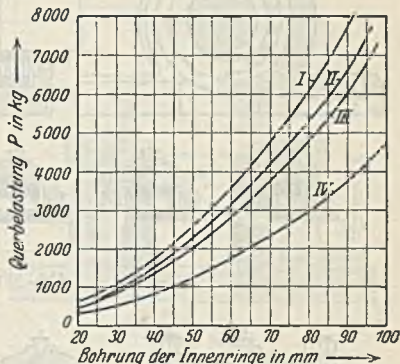


Abb. 350<sup>1)</sup>. Höchstzulässige Querbelastung mittelschwerer Rollenlager im Vergleich mit Kugellagern.

- I für Rollenlager mit tonnenförmigen Rollen  
 II „ „ zylindr. „  
 III „ zweireihige Kugellager DIN 623 „  
 IV „ einreihige Kugellager DIN 613.

<sup>1)</sup> Aus Behr-Gohlke, „Die Walzlager“, Berlin 1925, Julius Springer.



(480)

## Ausführungsbeispiele.

**Querlager.** Abb. 351 bis 359 zeigen normale geschlossene Transmissionsstehlager, ein- oder zweireihig, ohne und mit Spannhülse.

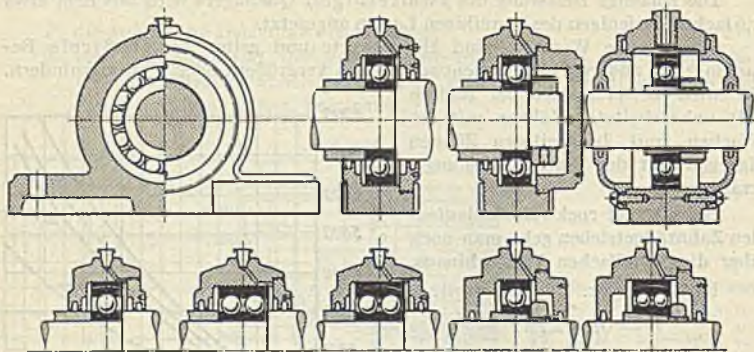


Abb. 351—359.

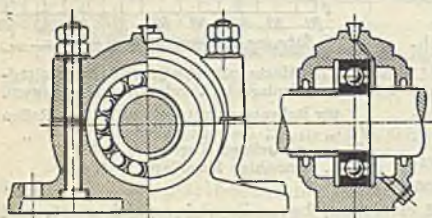


Abb. 360.

Abb. 360 zeigt ein geteiltes Lager.

Lagereinsätze nach Art der Sellers-Lager mit Kugelbewegung nach Abb. 361, geteilt nach Abb. 362.

In vorstehenden Lagern ist, wie oben dargelegt, für eine Wellenleitung ein Außen-

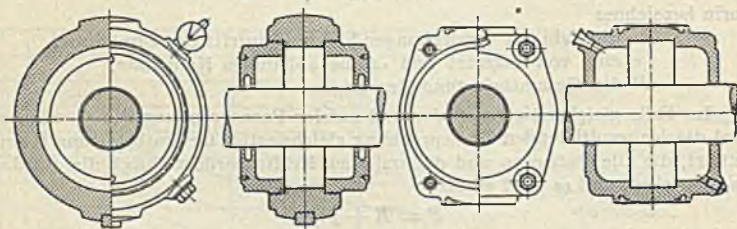


Abb. 361 und 362.

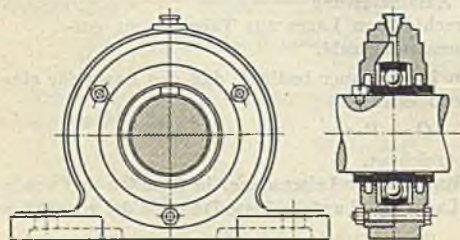


Abb. 363.

ring ohne und alle anderen Außenringe mit Seitenspiel (wie gezeichnet) einzubauen.

Ungeteiltes Stehkugellager für landwirtschaftliche Maschinen mit balligem Außenring nach Abb. 363: besonders einfache Befestigung des langen Innenringes auf der glatten Welle.

**Vereinigte Quer- und Längslager.** Obere Abstützung einer lotrechten Welle nach Abb. 364, untere nach Abb. 365. Oberes und unteres Lager einer Fräsmaschinenwelle nach Abb. 366. Wesentlich ist bei diesen Ausführungen die Ölabdichtung.

Doppelt vereinigt Kugellager ohne und mit balligen Ringen mit zylindrischem oder kugeligem Gehäuse nach Abb. 367 und 368.

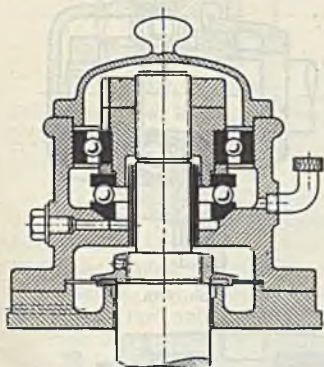


Abb. 364.

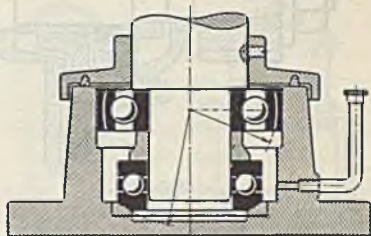


Abb. 365.

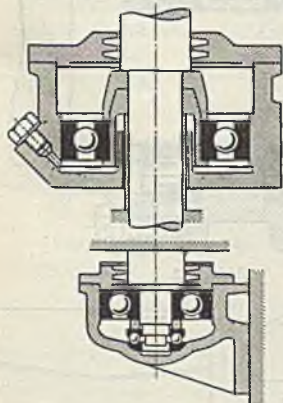


Abb. 366.

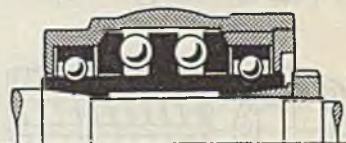
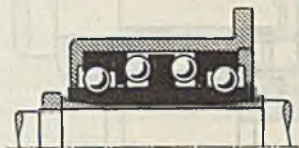


Abb. 367 u. 368.

## Rollenlager.

Abb. 369 u. 370 zeigen eine Motorwellenlagerung mit Rollenlagerung auf der stärker belasteten Ritzelseite und Kugellagerung auf der gegenüberliegenden Seite. Abb. 371 zeigt eine Fahrzeugachslagerung (tonnenförmige Wälzkörper).

Abb. 372 läßt eine Ausführung mit zylindrischen Rollen erkennen.

(481) **Federrollenlager**, Abb. 373—376, Ausführung der Schweinfurter Präzisions-Kugellagerwerke Fichtel & Sachs A. G. Schweinfurt a. M. Es besitzt rechts- und linksgängig gewundene, gehärtete und geschliffene Rollen aus Mangan-Silizium-Federstahl, die durch einen ein- oder zweiteiligen Käfig geführt werden und unmittelbar auf der Welle laufen. Zwischen Rollen und Gehäuse wird eine ein- oder zweiteilige Bandstahlbüchse eingeschoben.

Kleiner Durchmesser, Belastbarkeit abhängig vom Werkstoff der Welle, die in der bei Gleitlagern üblichen Genauigkeit bearbeitet wird: Ausgleich geringer



Unrundheiten durch die Federform der Rollen. Verwendung im Triebwerksbau und für Achslager leichter Wagen.

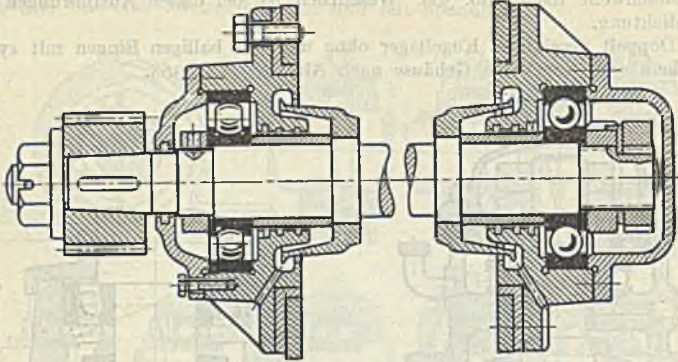


Abb. 369.

Abb. 370.

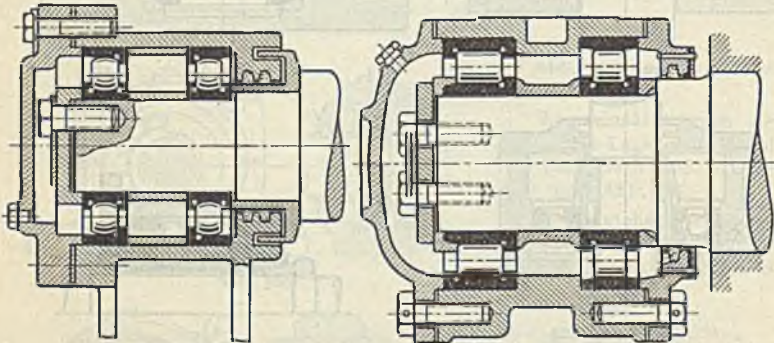


Abb. 371.

Abb. 372.

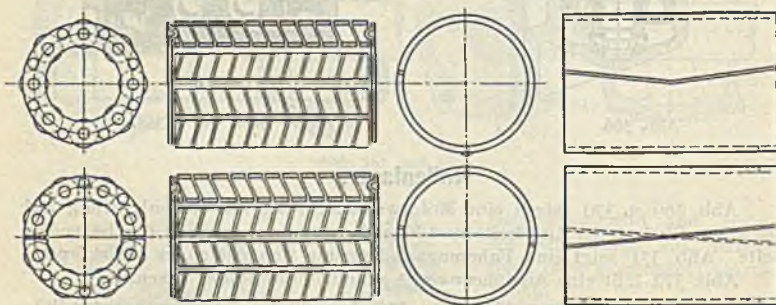


Abb. 373—376. Federrollenlager.

(482) Nadellager der Deutschen Kugellagerfabrik G. m. b. H., Leipzig.

Aus Sonderrollenstahl gefertigte, gehärtete, geschliffene und u. U. polierte Zylinder mit abgerundeten Köpfen, Abb. 377 u. 378, deren Länge im Verhältnis zum Durchmesser groß ist, sog. Lagernadeln, füllen den Raum zwischen den gehärteten und geschliffenen Laufflächen mit

wenig Spiel in radialer Richtung (von 0,02 mm an) und in axialer Richtung (von 0,2 mm an) aus. Nicht vollständig geschlossener Nadelkranz, zulässiger Spielraum bis zu einer Nadelstärke.

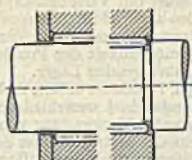


Abb. 377. Nadellager.

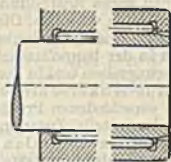


Abb. 378.

Übertragung von Kräften senkrecht zur Achse, nicht in deren Richtung. Schmierung durch Öl. Nadelabmessungen 2,5/13,8 mm bis 4/39,8 mm.

Die Gesamtheit der dünnen Nadeln mit den keilförmigen Zwischenräumen zwischen ihnen und dem Zapfen und dem Gehäuse bildet eine schwimmende Gleithülse; nur unter dem Einfluß von Drucksteigerungen (Stößen) findet Wälzen der Nadeln statt. Zulässige Belastung des

Nadellagers  $P = k l L_i$  mit  $L_i =$  Durchmesser der Innenlauffbahn, worin

| $k =$     | 300    | 250     | 200  | 150  | 100 kg/cm <sup>2</sup> |
|-----------|--------|---------|------|------|------------------------|
| bei $n =$ | gering | bis 200 | 1000 | 2000 | 5000 Umdr./min.        |

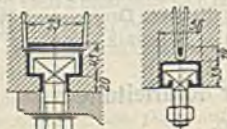
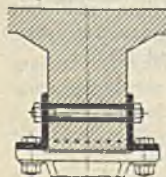
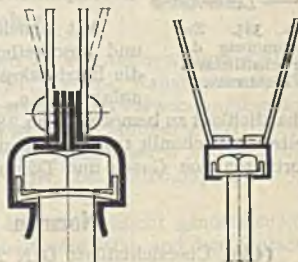
Ausführungsbeispiel eines doppelarmigen Hebels nach Abb. 379. Zufolge des radialen Spieles und der kapillaren Zwischenräume zwischen den Nadeln und den Laufflächen arbeitet das Nadellager als Gleit- und als Wälzlager.

Vgl. Z. 1929, S. 1655, Nadellager für Kolbenbolzen.

(483) Befestigung von Hänge- und Wandlagern (Rohrleitungen usw.) an Betonbalken.

Durch Gasrohre und verschraubte Winkeleisen nach Abb. 380.

Einbetonierte Gasrohrabschnitte, einige Millimeter von der Betonwand zurückstehend, so daß die Winkeleisen durch die Schrauben an die Betonwand geklemmt werden und durch Reibungsschluß tragen. Gasrohre in gleichmäßiger Teilung (rd. 400 mm) einlegen. Längen der Winkeleisenstücke nach Bedarf, können auch nachträglich angebracht oder verändert werden. Diese tragen die Lagerkörper unmittelbar durch Schrauben oder Klemmplatten, oder dienen zur Unterstützung besonderer Hilsträger, an denen die Lager hängen.

Abb. 380—382.  
DKG-Ankerschienen.Abb. 383 u. 384.  
Moenus-Ankerschiene.

Durch besondere Profileisen der Deutschen Kahneisen-Gesellschaft Jordahl & Co., Berlin W 35.



DKG-Ankerschienen, System Dr. Bauer oder Jordahl nach Abb. 381 bzw. 382, werden einbetoniert, alle 250 mm durch Flacheisenbügel  $22 \times 2$  bis  $22 \times 3\frac{1}{2}$  mm mit dem Betonbalken verbunden, innen gegen Rostbildung gestrichen und an den Enden mit Verschlusskappen gegen Eindringen von Beton versehen. Die Schrauben sind den Profilen angepaßt und tragen entweder unmittelbar die Lagerkörper oder, wie oben, besondere Hilfsträger. Der wesentliche Vorteil dieser Bauart besteht in der baupolizeilich zugelassenen Ausnutzungsmöglichkeit der Profile als vollwertiges Armierungsseisen und in der Freizügigkeit betr. der anzubringenden Lager.

Die Moenus-Ankerschiene (Glasdachfabrik Claus Meyn, Frankfurt a. M.), Abb. 383 und 384, wird in 5 verschiedenen Profilen für verschiedene Belastungen in 5 verschiedenen Längen (0,50—2,50 m) hergestellt. Zusammensetzung größerer Längen unter Verwendung von Kappen, die zur Einführung der normalen Befestigungsschrauben dienen. Übertragung der Schraubenkraft durch eine Stahlklemmplatte auf die Schienenstege. Verlegung der Bolzenauflagefläche in den Betonbecken. Keine Ansammlung von Schwitzwasser.

## Rohre und Rohrleitungen<sup>1)</sup>.

(484) Rohrleitungen dienen zum Fortleiten und Verteilen von Flüssigkeiten, Gasen, Dämpfen und von staubigen oder körnigen festen Körpern im Luft- oder Flüssigkeitsstrom: Entstaubung, pneumatische Förderung, Spülung.

Die Lichtweite folgt für die Fördermenge  $Q$  in  $\text{m}^3/\text{s}$  bei der mittleren Geschwindigkeit  $c_m$  in  $\text{m}/\text{s}$  aus  $f = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{Q}{c_m}$ .

### (485) Übliche Mittelwerte für $c_m$ .

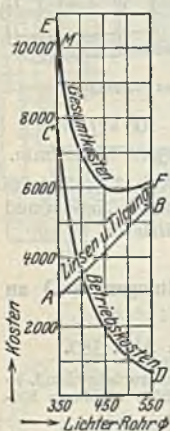


Abb. 385. Zur Bestimmung der wirtschaftlichsten Lichtweite.

|  |             |
|--|-------------|
| Saugleitungen bei Kolbenpumpen je nach Länge   | 1,2—0,5 m/s |
| Druckleitungen bei Kolbenpumpen . . . . .  | 1,0—2,0 „   |
| Saugleitungen bei Kreiselpumpen . . . . .  | 2,0—2,5 „   |
| Druckleitungen bei Niederdruckkreiselpumpen  | 2,5—3,5 „   |
| Druckleitungen bei Hochdruckkreiselpumpen .  | 3,0—4,0 „   |
| Für Luft bei niedriger Spannung . . . . .  | 12—15 „     |
| „ Luft bei hoher Spannung . . . . .  | 20—25 „     |
| „ gesättigten Dampf . . . . .  | 20—30 „     |
| „ überhitzten Dampf . . . . .  | 30—45 „     |
| „ überhitzten Dampf in großen Turbinenanlagen . . . . .                              | 50—70 „     |
| „ Auspuffdampf, je nach Länge der Leitung  | 25—50 „     |
| In Dampfleitungen zum Kondensator, bezogen auf die Niederdruckkolbenfläche . . . . . | 20—30 „     |
| „ Saugleitungen an kleinen Gasmotoren, je nach Länge . . . . .                       | 10—20 „     |
| „ Auspuffleitungen an Zweitaktmaschinen . .  | 10—15 „     |
| „ Auspuffleitungen an Viertaktmaschinen . .  | 15—20 „     |

Mit zunehmendem Durchmesser wachsen die Anlage- und Abschreibungskosten, mit zunehmender Geschwindigkeit die Betriebskosten (Energieverluste). Bei größeren Leitungsanlagen ist  $c_m$  bzw.  $d$  stets mit Rücksicht auf größte Wirtschaftlichkeit zu bemessen, Abb. 385<sup>2)</sup>. Druckverluste beim Fortleiten von Flüssigkeiten s. Mechanik tropfbar flüssiger Körper, Druck- und Wärmeverluste beim Fortleiten von Gasen und Dämpfen s. Mechanik der Gase und Dämpfe.

## Normen für Rohrleitungen.

(486) Übersichtsblatt DIN 2400.

Druckstufen s. DIN 2401.

Es ist zu unterscheiden zwischen Nenndruck (ND), Betriebsdruck und Probedruck. Jedem Nenndruck sind Betriebsdrücke zugeordnet für

<sup>1)</sup> Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. Reppe.

<sup>2)</sup> Aus Rötischer M. E. II, S. 390

Wasser (*W*), gültig für Wasser unterhalb 100° und für andere ungefährliche Flüssigkeiten unterhalb ihrer Siedetemperatur bei Atmosphärendruck.

Gas und Dampf (*G*), gültig für Gase unter 300° sowie für anderen expansionsfähigen Leitungsinhalt, im besonderen für gesättigten oder mäßig überhitzten Dampf unter 300°, ferner für Flüssigkeiten, die mit Rücksicht auf ihre physikalischen oder chemischen Eigenschaften oder aus anderen Gründen erhöhte Sicherheit erfordern.

Heißdampf (*H*), gültig für überhitzten Wasserdampf bei 300° bis 400°, ferner für Gase und Flüssigkeiten bei diesen Temperaturen.

Im Temperaturbereich von 400—450° und von 450—500° C kommt eine je um 25% höhere Druckstufe in Frage, falls nicht ein Qualitätsstahl gewählt wird, der bei diesen Temperaturen mindestens die gleiche Sicherheit gewährt, wie der übliche Stahl bei 400°.

Die Betriebsdrücke betragen im allgemeinen

|  |      |                 |
|--|------|-----------------|
| für „Wasser“ ( <i>W</i> ) . . . . .      | 100% | des Nenndruckes |
| „ „Gas und Dampf“ ( <i>G</i> ) . . . . . | 80%  | „ „             |
| „ „Heißdampf“ ( <i>H</i> ) . . . . .     | 64%  | „ „             |

Die Kennzeichnung der Rohrleitungsteile hat stets nach dem Betriebsdruck, nicht nach dem Nenndruck zu erfolgen, z. B. *W* 25; *G* 20; *H* 16 usw.

Der Probedruck ist, unabhängig vom Verwendungszweck, für jede Druckstufe festgelegt. Er beträgt das 1,25—2fache des Betriebsdruckes, für Betriebsdrücke unter 1 kg/cm<sup>2</sup> ist er 1 kg/cm<sup>2</sup> höher als der Betriebsdruck, für Teile zu Vakuumleitungen 1,5 kg/cm<sup>2</sup>.

Übersicht über genormte Rohre aus Gußeisen und Flußstahl siehe DIN 2410.

(487) Normale Nennweiten (*NW*) in mm nach DIN 2410.

|     |    |    |                    |       |       |      |      |        |
|-----|----|----|--------------------|-------|-------|------|------|--------|
| 1   | 5  | 25 | 90                 | 150   | 300   | 550  | 1200 | 2600   |
| 1,2 | 6  | 32 | 100                | (160) | (325) | 600  | 1400 | 2800   |
| 1,5 | 8  | 40 | 110                | 175   | 350   | 700  | 1600 | 3000   |
| 2   | 10 | 50 | (120) <sup>1</sup> | 200   | (375) | 800  | 1800 | 3200   |
| 2,5 | 13 | 60 | 125                | 225   | 400   | 900  | 2000 | (3400) |
| 3   | 16 | 70 | (130) <sup>1</sup> | 250   | 450   | 1000 | 2200 | 3600   |
| 4   | 20 | 80 | (140)              | 275   | 500   | 1100 | 2400 | (3800) |
|     |    |    |                    |       |       |      |      | 4000   |

(488) Werkstoffe. Gußeisen, Stahlguß, Flußstahl, Kupfer, Messing, Zinn, Blei, Steinzeug, Holz.

### Gegossene Rohre.

(489) Gußeisen. Gußeiserne Rohre werden als Flanschen- und Muffenrohre, Abb. 386 u. 387, hergestellt und zu Wasser-, Kanalisations-, Gas- und Dampfleitungen verwendet. Die genaue Festlegung des Verwendungsbereiches fehlt noch. Genormt sind Flanschenrohre (DIN 2422) und Muffenrohre (DIN 2432) für 10 kg/cm<sup>2</sup> Nenndruck, (16 kg/cm<sup>2</sup> Probedruck); bei höheren Drücken sollen gußeiserne Rohre nur in Sonderfällen verwendet, bei Heißdampf über 300° ganz vermieden werden.

Bei Aufstellung der neuen Normen ist darauf Rücksicht genommen, daß sie mit den Rohrnormalien von 1882, aufgestellt vom VDI. und dem deutschen Verein von Gas- und Wasserfachmännern, zusammen verwendet werden können. Die Anschlußmaße stimmen mit geringen Abweichungen überein; die Anzahl

<sup>1)</sup> Nur für die Heizungsindustrie und den Lokomotivbau. Die eingeklammerten Nennweiten sind möglichst zu vermeiden. Die lichten Durchmesser entsprechen im allgemeinen den Nennweiten. Eine völlige Übereinstimmung ist nicht in allen Fällen möglich.



## Gußeiserne Flanschenrohre

für Nenndruck 10, Betriebsdruck W 10

Maße in mm

DIN

2422

Auszug



Abb. 386.

Bezeichnung: Gußeisernes Flanschenrohr 250 × 3000 DIN 2422

| Nennweite | Rohr            |                 |             | Flansch     |       |                      | Schrauben |         |                 | Arbeitsleiste |      | Gewicht <sup>2)</sup>     |   |      |
|-----------|-----------------|-----------------|-------------|-------------|-------|----------------------|-----------|---------|-----------------|---------------|------|---------------------------|---|------|
|           | Durchmesser     | Wanddicke       | Lagerlängen | Durchmesser | Dicke | Lochkreisdurchmesser | Anzahl    | Gewinde | Lochdurchmesser | Durchmesser   | Höhe | von 1 m Rohr ohne Flansch | eines Flanschenrohres von Lagerlänge L = 3000 |      |
| NW        | a <sup>1)</sup> | s <sup>1)</sup> | L           | D           | b     | k                    |           |         | l               | g             | f    | kg/m                      | kg  |      |
| 40        | 55              | 7,5             | 2000        | 150         | 18    | 110                  | 4         | 3/8"    | 18              | 88            | 3    | 8,11                      | 27,9  |      |
| 50        | 65              | 7,5             |             | 165         | 20    | 125                  | 4         | 3/8"    | 18              | 102           | 3    | 9,82                      | 34,4  |      |
| (60)      | 76              | 8               |             | 175         | 20    | 135                  | 4         | 3/8"    | 18              | 112           | 3    | 12,4                      | 42,4  |      |
| 70        | 86              | 8               |             | 185         | 20    | 145                  | 4         | 3/8"    | 18              | 122           | 3    | 14,2                      | 48,4  |      |
| 80        | 97              | 8,5             |             | 200         | 22    | 160                  | 4         | 3/8"    | 18              | 138           | 3    | 17,1                      | 55,9  |      |
| (90)      | 107             | 8,5             |             | 210         | 22    | 170                  | 8         | 3/8"    | 18              | 148           | 3    | 19,1                      | 65,0  |      |
| 100       | 118             | 9               |             | und         | 220   | 22                   | 180       | 8       | 3/8"            | 18            | 158  | 3                         | 22,3  | 75,2 |
| (110)     | 128             | 9               |             | 3000        | 230   | 22                   | 190       | 8       | 3/8"            | 18            | 168  | 3                         | 24,4  | 81,9 |
| 125       | 144             | 9,5             |             |             | 250   | 24                   | 210       | 8       | 3/8"            | 18            | 188  | 3                         | 29,1  | 98,5 |
| (140)     | 159             | 9,5             |             |             | 265   | 24                   | 225       | 8       | 3/8"            | 18            | 202  | 3                         | 32,4  | 109  |
| 150       | 170             | 10              | 285         |             | 24    | 240                  | 8         | 3/8"    | 22              | 212           | 3    | 36,4                      | 122   |      |
| (160)     | 180             | 10              | 295         |             | 24    | 250                  | 8         | 3/8"    | 22              | 222           | 3    | 38,7                      | 130   |      |
| (175)     | 197             | 11              | 315         |             | 26    | 270                  | 8         | 3/8"    | 22              | 242           | 3    | 46,6                      | 157   |      |
| 200       | 222             | 11              | 340         |             | 26    | 295                  | 12        | 3/8"    | 22              | 268           | 3    | 52,9                      | 177   |      |
| (225)     | 249             | 12              | 370         |             | 26    | 325                  | 12        | 3/8"    | 22              | 295           | 3    | 64,8                      | 215   |      |
| 250       | 274             | 12              | 395         |             | 28    | 350                  | 12        | 3/8"    | 22              | 320           | 3    | 71,6                      | 240   |      |
| (275)     | 299             | 12              | 420         |             | 28    | 375                  | 12        | 3/8"    | 22              | 345           | 4    | 78,4                      | 262   |      |
| 300       | 326             | 13              | 445         | 28          | 400   | 12                   | 3/8"      | 22      | 370             | 4             | 92,7 | 305                       |   |      |
| (325)     | 351             | 13              | 475         | 30          | 430   | 16                   | 3/8"      | 22      | 400             | 4             | 100  | 334                       |   |      |
| 350       | 378             | 14              | 505         | 30          | 460   | 16                   | 3/8"      | 22      | 430             | 4             | 116  | 385                       |   |      |
| (375)     | 403             | 14              | 540         | 32          | 490   | 16                   | 7/8"      | 25      | 456             | 4             | 124  | 417                       |   |      |
| 400       | 428             | 14              | 565         | 32          | 515   | 16                   | 7/8"      | 25      | 482             | 4             | 132  | 443                       |   |      |
| 450       | 480             | 15              | und         | 615         | 32    | 565                  | 20        | 7/8"    | 25              | 532           | 4    | 159                       | 527   |      |
| 500       | 532             | 16              | 670         | 34          | 620   | 20                   | 7/8"      | 25      | 585             | 4             | 188  | 625                       |   |      |
| (550)     | 582             | 16              | 4000        | 730         | 36    | 675                  | 20        | 1"      | 30              | 635           | 4    | 206                       | 694   |      |
| 600       | 634             | 17              | 780         | 36          | 725   | 20                   | 1"        | 30      | 685             | 5             | 239  | 795                       |   |      |
| 700       | 738             | 19              | 895         | 40          | 840   | 24                   | 1"        | 30      | 800             | 5             | 311  | 1043                      |   |      |
| 800       | 842             | 21              | 1015        | 44          | 950   | 24                   | 1 1/8"    | 33      | 905             | 5             | 393  | 1330                      |   |      |
| 900       | 946             | 23              | 1115        | 46          | 1050  | 28                   | 1 1/8"    | 33      | 1005            | 5             | 484  | 1622                      |   |      |
| 1000      | 1048            | 24              | 1230        | 50          | 1160  | 28                   | 1 1/4"    | 36      | 1110            | 5             | 560  | 1906                      |   |      |
| 1100      | 1152            | 26              | 1340        | 52          | 1270  | 32                   | 1 1/4"    | 36      | 1220            | 5             | 667  | 2262                      |   |      |
| 1200      | 1256            | 28              | 1455        | 56          | 1380  | 32                   | 1 3/8"    | 40      | 1330            | 5             | 783  | 2674                      |   |      |

Eingeklammerte Größen tunlichst vermeiden.

<sup>1)</sup> Wanddicke a und Außendurchmesser sind Richtmaße.<sup>2)</sup> Mit  $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$ .

Flanschenrohre größerer Nennweiten sind bis 5000 mm Länge lieferbar.

April 1928. 3. Ausgabe.

**Gußeiserne Muffenrohre**

für Nenndruck 10 Betriebsdruck: W 10

Maße in mm

Bezeichnung: Gußeisernes Muffendruckrohr 250 × 4000 DIN 2432

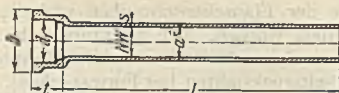


Abb. 387.

DIN  
2432  
Auszug

| Nennweite<br>NW | Rohr                           |                              |                                 | Muffe                         |            |                  | Gewicht mit $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$ |  |   |  |
|-----------------|--------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------|------------------|---|--|---|--|
|                 | Durchmesser<br>a <sup>1)</sup> | Wanddicke<br>s <sup>1)</sup> | Lagerlängen<br>(Baulängen)<br>L | Durchmesser<br>d <sub>1</sub> | Tiefe<br>t | Durchmesser<br>D | von 1 m Rohr<br>ohne Muffe<br>kg            | eines Rohres von<br>Lagerlänge (Bau-<br>länge) L mit Muffe<br>kg | von 1 m Rohr<br>mit<br>Muffenteil<br>kg |  |
| 40              | 55                             | 7,5                          | 2000                            | 69                            | 74         | 115              | 8,11  | 18,9   | 9,45                                    |  |
|                 |                                |                              | 2500                            |                               |            |                  |   | 23,0   | 9,20                                    |  |
|                 |                                |                              | 3000                            |                               |            |                  |   | 27,0   | 9,00                                    |  |
| 50              | 65                             | 7,5                          | 2500                            | 80                            | 77         | 126              | 9,82  | 27,7   | 11,1                                    |  |
|                 |                                |                              | 3000                            |                               |            |                  |   | 32,6   | 10,9                                    |  |
|                 |                                |                              | 3500                            |                               |            |                  |   | 42,0   | 14,0                                    |  |
| (60)            | 76                             | 8                            | 3000                            | 91                            | 80         | 139              | 12,4  | 47,3   | 13,5                                    |  |
|                 |                                |                              | 3500                            |                               |            |                  |   | 47,0   | 15,7                                    |  |
|                 |                                |                              | 4000                            |                               |            |                  |   | 54,1   | 15,5                                    |  |
| 70              | 86                             | 8                            | 3500                            | 112                           | 84         | 162              | 17,1  | 64,9   | 18,5                                    |  |
|                 |                                |                              | 4000                            |                               |            |                  |   | 73,5   | 18,4                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 82,6   | 20,7                                    |  |
| (90)            | 107                            | 8,5                          | 4000                            | 122                           | 86         | 172              | 19,1  | 82,1   | 20,5                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 95,4   | 23,9                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 104,3  | 24,1                                    |  |
| 100             | 118                            | 9                            | 4000                            | 133                           | 88         | 183              | 22,3  | 124  | 31,0                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 156  | 39,0                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 192  | 38,4                                    |  |
| 125             | 144                            | 9,5                          | 4000                            | 212                           | 97         | 268              | 46,6  | 198  | 49,5                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 245  | 49,0                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 226  | 56,5                                    |  |
| 150             | 170                            | 10                           | 4000                            | 238                           | 100        | 296              | 52,9  | 279  | 55,8                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 276  | 69,0                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 341  | 68,2                                    |  |
| (175)           | 197                            | 11                           | 4000                            | 265                           | 100        | 325              | 64,8  | 306  | 76,5                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 378  | 75,6                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 415  | 83,0                                    |  |
| 200             | 222                            | 11                           | 4000                            | 343                           | 105        | 409              | 92,7  | 397  | 99,3                                    |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 489  | 97,8                                    |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 429  | 107                                     |  |
| (225)           | 249                            | 12                           | 4000                            | 368                           | 105        | 436              | 100   | 529  | 106                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 496  | 124                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 612  | 122                                     |  |
| 250             | 274                            | 12                           | 4000                            | 421                           | 107        | 491              | 124   | 530  | 133                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 654  | 131                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 567  | 142                                     |  |
| (275)           | 299                            | 12                           | 4000                            | 447                           | 110        | 519              | 132   | 699  | 140                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 681  | 170                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 840  | 168                                     |  |
| 300             | 326                            | 13                           | 4000                            | 499                           | 112        | 573              | 159   | 807  | 202                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 807  | 202                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 995  | 199                                     |  |
| (325)           | 351                            | 13                           | 4000                            | 552                           | 115        | 630              | 188   | 886  | 222                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 1090   | 218                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 1030   | 257                                     |  |
| 350             | 378                            | 14                           | 4000                            | 602                           | 117        | 682              | 206   | 1270   | 253                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 1270   | 253                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 1340   | 336                                     |  |
| (375)           | 403                            | 14                           | 4000                            | 655                           | 120        | 737              | 239   | 1650   | 331                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 1700   | 425                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 2090   | 419                                     |  |
| 400             | 428                            | 14                           | 4000                            | 760                           | 125        | 850              | 311   | 2100   | 524                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2580   | 516                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 2440   | 609                                     |  |
| 450             | 480                            | 15                           | 4000                            | 866                           | 130        | 964              | 393   | 3000   | 599                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2910   | 728                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 3580   | 716                                     |  |
| 500             | 532                            | 16                           | 4000                            | 971                           | 135        | 1075             | 484   | 3430   | 857                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2580   | 516                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 2440   | 609                                     |  |
| (550)           | 582                            | 16                           | 4000                            | 1074                          | 140        | 1184             | 560   | 3000   | 599                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2910   | 728                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 3580   | 716                                     |  |
| 600             | 634                            | 17                           | 4000                            | 1178                          | 145        | 1296             | 667   | 3430   | 857                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2580   | 516                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 2440   | 609                                     |  |
| 700             | 738                            | 19                           | 4000                            | 1282                          | 150        | 1408             | 783   | 4210   | 842                                     |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   | 2580   | 516                                     |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   | 2440   | 609                                     |  |
| 800             | 842                            | 21                           | 4000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
| 900             | 946                            | 23                           | 4000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
| 1000            | 1048                           | 24                           | 4000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
| 1100            | 1152                           | 26                           | 4000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
| 1200            | 1256                           | 28                           | 4000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 4500                            |                               |            |                  |   |  |   |  |
|                 |                                |                              | 5000                            |                               |            |                  |   |  |   |  |

Eingeklammerte Größen tunlichst vermeiden. <sup>1)</sup> Wanddicke s und Außendurchmesser a sind Richtmaße.  
 Juli 1929. Ausführung: Innen und außen heiß asphaltiert.



und Stärke der Flanschschrauben und die Lochkreisdurchmesser sind teilweise geändert worden. Die Schraubenzahl ist jetzt bei allen Größen durch 4 teilbar, um Schraubenlöcher in den Hauptebenen zu vermeiden (aus Platz- und Festigkeitsrücksichten bei Formstücken). Anordnung der Schraubenlöcher in Flanschen siehe DIN 2508.

Abweichungen von den durch Rechnung ermittelten Gewichten sollen bei geraden Normalrohren höchstens  $\pm 3\%$  betragen. Die angegebenen Lagerlängen  $L$  der Flanschenrohre und Baulängen  $L$  der Muffenrohre werden von verschiedenen Fabriken für manche Rohre um 0,5—1,0 m größer ausgeführt. Bei Bestellung ist vorhergehende Vereinbarung darüber zweckmäßig.

(490) Normale Formstücke für gußeiserne Rohrleitungen. Die Normblätter DIN 2430 Blatt 1—4 enthalten eine Übersicht über 72 genormte Formstücke mit ihren Sinnbildern und Kurzzeichen; Normblätter für die einzelnen Stücke selbst fehlen noch. Von den deutschen Gußwerken werden davon 21 Stücke als normal angesehen, sie entsprechen den Normen von 1882 und sind auf den Normblättern mit \* bezeichnet.

Normale Formstücke und Baulänge der Absperrschieber für gußeiserne Rohrleitungen (1882).

A- und B-Stücke, Abb. 388 u. 389.

$$\begin{aligned} a &= 0,2D + 0,5d + 100 \text{ mm,} \\ l &= 0,1d + 120 \text{ mm,} \\ r &= 0,05d + 40 \text{ mm,} \\ t &= \text{Muffentiefe des Abzweiges für} \\ &\quad d \text{ als lichten Durchmesser.} \end{aligned}$$

| $D$<br>Durchmesser des<br>Hauptrohres<br>mm | $d$<br>Durchmesser des<br>Abzweiges<br>mm | $L$<br>Nutz-<br>länge<br>m |
|---|---|----------------------------|
| 40 bis 100                                  | 40 bis 100                                | 0,80                       |
| 125 „ 325                                   | 40 „ 325                                  | 1,00                       |
| 350 „ 500                                   | 40 „ 300                                  | 1,00                       |
|   | 325 „ 500                                 | 1,25                       |
| 550 „ 750                                   | 40 „ 250                                  | 1,00                       |
|   | 275 „ 500                                 | 1,25                       |
|   | 550 „ 750                                 | 1,50                       |

E-Stücke, Abb. 392.

$$L = 300 \text{ mm; zulässig für } D \geq 40 \text{ mm.}$$

F-Stücke, Abb. 397.

$$\begin{aligned} L &= 600 \text{ mm für } D = 40 \text{ bis } 475 \text{ mm,} \\ L &= 800 \text{ mm für } D = 500 \text{ bis } 750 \text{ mm.} \end{aligned}$$

J-Stücke, Abb. 395.

$$\begin{aligned} R &= 250 \text{ mm für } D = 40 \text{ bis } 90 \text{ mm,} \\ R &= D + 150 \text{ mm für } D \geq 100 \text{ mm,} \\ m &= D + 200 \text{ mm für } D = 40 \text{ bis } 375 \text{ mm,} \\ m &= 600 \text{ mm für } D \geq 400 \text{ mm.} \end{aligned}$$

C-Stücke Abb. 390.

$$\begin{aligned} a &= 0,1D + 0,7d + 80 \text{ mm,} \\ c &= 0,1D + 80 \text{ mm,} \\ l &= 0,75a \text{ und } r = d. \end{aligned}$$

| $D$<br>Durchmesser des<br>Hauptrohres<br>mm | $d$<br>Durchmesser des<br>Abzweiges<br>mm | $L$<br>Nutz-<br>länge<br>m |
|---|---|----------------------------|
| 40 bis 100                                  | 40 bis 100                                | 0,80                       |
| 125 „ 275                                   | 40 „ 275                                  | 1,00                       |
| 300 „ 425                                   | 40 „ 250                                  | 1,00                       |
|   | 275 „ 425                                 | 1,25                       |
| 450 „ 600                                   | 40 „ 250                                  | 1,00                       |
|   | 275 „ 425                                 | 1,25                       |
|   | 450 „ 600                                 | 1,50                       |
| 650 „ 750                                   | 40 „ 250                                  | 1,00                       |
|   | 275 „ 425                                 | 1,25                       |
|   | 450 „ 600                                 | 1,50                       |
|   | 650 „ 750                                 | 1,75                       |

K-Stücke, Abb. 396.

$$R = 10D; \text{ zulässig für } D \geq 40 \text{ mm.}$$

L-Stücke, Abb. 394.

$$R = 5D; \text{ zulässig für } D \geq 300 \text{ mm.}$$

R-Stücke, Abb. 393.

$$\text{Übergangsrohre. } L = 1,0 \text{ m.}$$

Ü-Stücke, Abb. 391.

$$\text{Überschieber. } L = 4t, \text{ wenn } t \text{ die } D \text{ entsprechende Muffentiefe.}$$

Außer A-, B- und C-Stücken sind AA-, BB- und CC-Stücke mit zwei gegenüberliegenden Abzweigen erhältlich; die Abmessungen sind dieselben wie bei einfachen Stücken.

Abb. 388.

$$A \frac{300}{150}$$

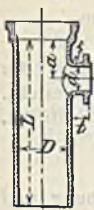


Abb. 389.

$$B \frac{300}{150}$$



Abb. 390.

$$C \frac{300}{150}$$



Abb. 391.

$$D \ 300$$



Abb. 392.

$$E \ 300$$

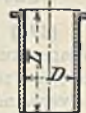
Abb. 397.  
F 300

Abb. 393.

$$R \frac{300}{200}$$



Abb. 394.

$$L \frac{300}{3}$$



Abb. 395.

$$J \ 300$$



Abb. 396.

$$K \frac{300}{6}$$

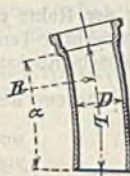


Abb. 398.

Flanshendeckel.



## Muffen-Formstücke.

Die Bezeichnung der einzelnen Formstücke erfolgt in der über den Abb. 388 bis 396 (als Beispiel) ange deuteten Weise, wobei Art (Name) des Formstückes und lichter Durchmesser  $D$  des Rohres in mm angegeben werden, ferner unter einem Bruchstrich bei Abzweigrohren lichter Durchmesser des Abzweiges und bei Krümmern Anzahl der Stücke für den Quadranten (also 90 :  $\alpha$ );  $\alpha = 45, 30, 22\frac{1}{2},$  und  $15^\circ$ .

## Flanschen-Formstücke.

Für Abb. 399 bis 402 ist  $L = D + 100$  mm,

für Abb. 401 außerdem  $l = \frac{1}{2}(D + d) + 100$  mm.

Abb. 399.



Abb. 400.

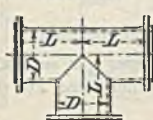


Abb. 401.

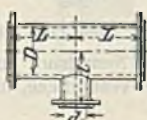
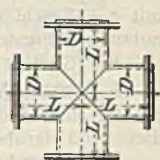


Abb. 402.



## Flanschen-Formstücke.

Bei Berechnung der Gewichte von Formstücken ist dem Gewichte für normale Abmessungen ein Zuschlag von 15%, bei Krümmern ein solcher von 20% zu geben. Abzweigstücke, deren Abzweig einen lichten Durchmesser von 400 mm und mehr besitzt, sind von 2 at Betriebsdruck an sowohl in ihren Wandungen, als auch, wenn nötig, durch Rippen zu verstärken.

Sämtliche Formstücke über 750 mm Durchmesser werden nicht als normale Formstücke betrachtet.



Baulänge  $L$  der Absperrschieber beträgt für

Flanschenschieber . . . . .  $L = D + 200$  mm,

Muffenschieber mit unmittelbar einge-  
triebenen Ringen . . . . .  $L = 0,7 D + 100$  mm,

Muffenschieber mit eingebleiten Sitzringen  $L = D - 2t + 250$  mm.

Normalien für gußeiserne Abflußrohre wurden durch Erlaß des preußischen Ministers für öffentliche Arbeiten vom 19. Juli 1908 aufgestellt. Vgl. auch DIN 364 (Rohre), DIN 540—545 (Krümmer, Übergangrohr, S-Stücke, Abzweigrohre usw.).

Gußeiserne Rippenheizrohre, Normen nach DIN 2480.

(491) **Stahlguß**, wenn Gußeisenrohre infolge hoher Beanspruchung und Temperatur nicht mehr zulässig erscheinen. Normen für Rohre fehlen noch; genormt sind Flanschen für Stahlgußformstücke, (sinngemäß auch für Rohre zu verwenden), für die Nennweiten 10—600 mm, Nenndrücke 16—100 kg/cm<sup>2</sup> nach DIN 2543—2547; ferner Gewindeflanschen, Walzflanschen und Nietflanschen aus Stahlguß für Flußstahlrohre, (Übersicht DIN 2500).

(492) **Berechnung der Rohre und Formstücke**. Für gußeiserne Wasserleitungsrohre, bei denen erhebliche Temperaturunterschiede nicht auftreten, ist die Wandstärke durch praktische Rücksichten, (Herstellung, Transport, Montage), bestimmt; es ist  $s = \frac{d}{60} + 0,7$  cm, wenn stehend gegossen und  $s = \frac{d}{50} + 0,9$  cm,

wenn liegend gegossen; für Dampfleitungen, von etwa  $d = 10$  cm ist  $s$  um 12,5 bis 25% zu vergrößern, für geringe Überdrücke, (Gas-, Wind- und Kanalisationsleitungen), ist Verminderung von  $s$  statthaft. Bei großen Lichtweiten und hohen Spannungen (Temperatur) ist Gußeisen zu vermeiden und Stahlguß zu wählen.

Stehend gegossene Rohre verdienen den Vorzug, bei liegendem Guß ist Verlagerung und Durchbiegung des Kernes infolge Auftriebes zu befürchten.

Die Wandstärke kann, wenn sie gegenüber dem Rohrdurchmesser klein ist, unter Annahme gleicher Spannungsverteilung über den Querschnitt  $s \cdot 1$  berechnet werden, Abb. 403, nach der Formel:

$$s = \frac{p_i d}{2 k_z} + c = s_0 + c,$$

mit  $c =$  Zuschlag mit Rücksicht auf Herstellungsungenauigkeiten und Abnutzung (Abrosten).

Für Gußeisen wird nach DIN 2411<sup>1)</sup> angenommen:

$k_z = 250$  kg/cm<sup>2</sup> bei Nenndruck und „Wasser“,  $k_z = 200$  kg/cm bei „Gas“;  $c = 0,6$  cm bei kleinster Wanddicke, linear abnehmend auf 0 bei 5,5 cm Wanddicke und darüber.

Damit wird mit  $k_z = 250$  kg/cm<sup>2</sup> bei Wanddicken  $s \leq 5,5$  cm:

$$c = 0,6 \left( 1 - \frac{p_i d}{5,5 \cdot 2 \cdot 250} \right) = 0,6 \left( 1 - \frac{p_i d}{2750} \right);$$

$$s = \frac{p_i d}{2 \cdot 250} + 0,6 \left( 1 - \frac{p_i d}{2750} \right) = 0,00178 p_i d + 0,6 \text{ cm};$$

<sup>1)</sup> Bei Benutzung der Normblätter DIN 2411—2413 ist zu beachten, daß dort die Längen in mm, die Spannungen in kg/mm<sup>2</sup> eingeführt sind, anstatt, wie sonst in Festigkeitsberechnungen üblich, in cm und kg/cm<sup>2</sup>.



Abb. 403.

bei Wanddicken über 5,5 cm:

$$s = \frac{p_1 d}{500} \text{ cm.}$$

Für Stahlguß wird nach DIN 2412<sup>1)</sup> vorgeschrieben:

Zerreißfestigkeit:  $K_z = 4500 \text{ kg/cm}^2$ ; Mindestbruchdehnung  $\delta = 22\%$ ;  
 $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$  bei Nenndruck und „Wasser“,  $k_z = 500 \text{ kg/cm}^2$  bei „Gas“,  
 $k_z = 400 \text{ kg/cm}^2$  bei „Heißdampf“.

Mit  $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$  wird bei Wanddicken  $s \leq 5,5 \text{ cm}$ :

$$c = 0,6 \left( 1 - \frac{p_1 d}{6600} \right); \quad s = 0,00078 p_1 d + 0,6 \text{ cm};$$

bei Wanddicken über 5,5 cm:

$$s = \frac{p_1 d}{1200} \text{ cm.}$$

Für Flußstahl ist nach DIN 2413<sup>1)</sup> zu rechnen mit  $K_z = 3600 \text{ kg/cm}^2$  bei  
 Werkstoff von  $K_z = 3400\text{--}4500 \text{ kg/cm}^2$  Zerreißfestigkeit;  $K_z = 4500 \text{ kg/cm}^2$   
 bei Werkstoff von  $K_z = 4500\text{--}5500 \text{ kg/cm}^2$  Zerreißfestigkeit und mit einer  
 Bruchsicherheit  $\gamma = \frac{K_z}{k_z} = 4,5$  beim Nenndruck Wasserrohre;  $\gamma = 5,6$  Gas- und  
 Dampfrohre;  $\gamma = 7,1$  Heidampfrohre.

Es wird

$$s = \frac{p_1 d}{2 k_z \cdot v} + c,$$

mit  $v =$  Verhältnis der Festigkeit der Rohrnaht zur Festigkeit der vollen Rohr-  
 wand, und zwar

$v = 1,0$  für nahtlose Rohre;

$v = 0,8$  für geschweißte Rohre (unabhängig von der Art der Schweißung);

$v = 0,57\text{--}0,63$  für genietete Rohre mit einreihiger Längsnaht nach DIN 2455.

Zuschlag einheitlich:  $c = 0,1 \text{ cm}$ .

Bei dickwandigen Rohren (im Falle hoher Innenpressung) ist die An-  
 nahme gleichmäßiger Spannungsverteilung im Längsschnitt nicht mehr zulässig.  
 Es gilt nach Bach

$$r_a = r_1 \sqrt{\frac{k_z + 0,4 p_1}{k_z - 1,3 p_1}} + c;$$

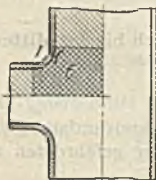


Abb. 404.



Abb. 405.

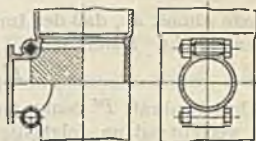


Abb. 406. Beanspruchung und Verstärkung  
 der Kehlen von Formstücken.

Zuschlag für Kernverlagerung, Abrosten usw.  $c = 0,3\text{--}0,6 \text{ cm}$ . Wird  
 $k_z - 1,3 p_1 \leq 0$ , so ist das Rohr aus dem gewählten Werkstoff nicht herstellbar.

Bei Rohren und Formstücken mit Abzweigstutzen tritt erhebliche Er-  
 hhung der Beanspruchung an den Durchdringungsstellen der Abzweigungen

<sup>1)</sup> Bei Benutzung der Normblätter DIN 2411—2413 ist zu beachten, daß dort die Längen  
 in mm, die Spannungen in  $\text{kg/mm}^2$  eingeführt sind, anstatt, wie sonst in Festigkeitsbere-  
 chnungen üblich, in cm und  $\text{kg/cm}^2$ .



auf, vgl. Z. 1894, S. 868 u. ff. Zwecks angenäherter Berechnung nimmt man an, daß der gesamte auf Fläche  $F$ , Abb. 405 u. 406, wirkende Innendruck vom Wandquerschnitt  $f$  der Ausrundung aufzunehmen ist, so daß in der Wand der Hohlkehle  $\sigma_z = \frac{F \cdot p_i}{f}$  beträgt. In Wirklichkeit erfolgt nicht sprungweiser, sondern allmählicher Spannungsübergang zwischen geradem Rohr und Hohlkehle; genaue Berechnung der Beanspruchung ist unmöglich. Wichtig ist möglichst große Ausrundung  $r$  der Hohlkehle; bei höherem Innendruck ist Eckverstärkung durch Rippen oder Entlastung durch stark vorgespannte, warm eingezogene, Schrauben erforderlich.

### Flanschverbindungen.

(493) Vorteile: Übertragung großer Kräfte in der Längsrichtung bei guter Dichtung; leichte Ausbaumöglichkeit eines Rohres aus einem Stränge. Nachteile: Teure Herstellung; erhöhter Platzbedarf durch vorstehende Flansche; bei feuchter Lage (Erdboden)

leiden die Verbindungsschrauben durch Rost; Flansche und Rohrwandungen erleiden an den Ansatzstellen hohe Biegebungsbeanspruchungen.

Normen für Flanschen. Übersicht siehe DIN 2500.

Gußeisenflansche:

DIN 2530—2535 für Nennweiten 10—2000 mm, Nenndrücke 2,5—40 kg/cm<sup>2</sup>, Abb. 407.

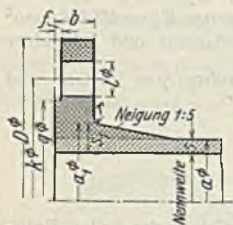


Abb. 407. Gußeisenflansche für Nenndruck 10. DIN 2530—2535.

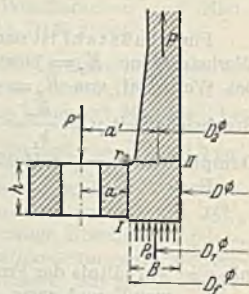


Abb. 408. Fester Flansch, Berechnung.

(494) Berechnung der festen Flansche nach Bach<sup>1)</sup>, Abb. 408. Axialkraft infolge Innendruckes

$$P = 0,25 \pi D^2 p_i.$$

Gesicherte Abdichtung nach Eintritt des Innendruckes verlangt Anziehen der Schrauben mit Vorspannung, deren Höhe abhängig ist von der elastischen Nachgiebigkeit der Dichtung. Man setzt als gesamte Schraubenkraft

$$P' = (1,25—1,33) P$$

oder man nimmt an, daß der Innendruck in voller Höhe noch bis zur Mitte der Dichtung wirkt. Dann ist

$$P' = 0,25 \pi D_1^2 p_i;$$

Die Schraubenkraft  $P'$  denkt man sich auf dem Schraubenkreisumfang gleichmäßig verteilt; dann folgt die Biegleichung für den gefährdeten aufgewinkelten gedachten Querschnitt I:

$$M_{bI} = P' a = \sigma_{bI} \cdot \frac{1}{8} \pi D_f \cdot h^2 \quad \text{und mit } \sigma_{bI} = k_b \text{ folgt } h = \sqrt{\frac{6 P' a}{\pi D_f k_b}}.$$

Vermindert wird diese Beanspruchung durch die Ringsteifigkeit der Flansche. Am häufigsten tritt der Bruch im Querschnitt II auf. Dieser wird beansprucht:

1. durch die Zugkraft  $P$  in der Rohrwandung mit  $\sigma_z = P : (\pi D_2 \cdot s_1)$ ,
2. durch das Biegemoment mit  $\sigma_{bII} = \kappa \cdot 6 P' a' : (\pi D_2 s_1^2)$ .

<sup>1)</sup> C. Bach, M. E. 12. Aufl., IV. Lief., S. 408 u. ff.

Somit folgt die Gesamtbeanspruchung:

$$\sigma = \sigma_z + \sigma_{bII} = \frac{P}{\pi D_2 \cdot s_1} + \kappa \frac{6 P' a'}{\pi D_2 s_1^2}$$

$\kappa$  berücksichtigt die Ringsteifigkeit der Flansche. Nach Versuchen von Bach ist bei unbearbeitetem Gußeisen  $\kappa = 0,36-1,0$ ; im Mittel  $\kappa = 0,65$ .

Die tatsächliche Beanspruchung fester Flanschen ist sehr verwickelt, genaue rechnerische Erfassung ist unmöglich.

Abb. 409 und 410 zeigen die Formänderungen einer vorgespannten Flanschverbindung mit und ohne Innendruck.

Wichtige Konstruktionsregeln für feste Flanschen: Schraubenabstand  $a$  möglichst klein halten; allmählicher Übergang der Wandstärke vom Rohr zur Flansche; gute Ausrundung der Ecke zwecks Vermeidung von Lunkerbildung beim Gießen.

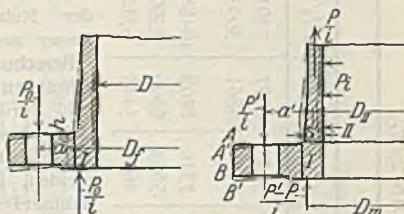


Abb. 409 u. 410. Formänderungen der Flanschverbindung bei vorhandenem und fehlendem Innendruck.

(495) **Berechnung der losen Flansche<sup>1)</sup>**, Abb. 411 u. 412, nach Bach. Annahme: Die gesamte Schraubenkraft  $P'$  verteilt sich gleichmäßig über den Schraubenkreis, die Gegenkraft gleichmäßig über den mittleren Kreis der Auflagefläche des Bordrings. Die Resultierenden von der halben Flansche gehen durch die Schwerpunkte der Halbkreise  $D_2$  und  $D_m$  und bilden ein Kräftepaar, das die Flansche im Mittelschnitt auf Biegung beansprucht. Der gefähr-

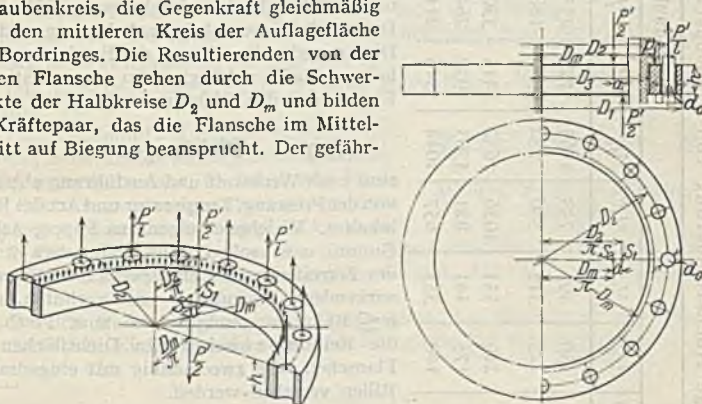


Abb. 411 u. 412. Zur Berechnung des losen Flansches.

dete Querschnitt geht durch 2 gegenüberliegende Schraubenlöcher. Hierfür ist

$$\frac{P'}{2} \left( \frac{D_2}{\pi} - \frac{D_m}{\pi} \right) = \sigma_b \frac{1}{6} (D_1 - D_3 - 2 d_0) h^2$$

Die Berechnung ist nur eine Annäherung, da die Formänderung der Flansche als ringförmige Platte nicht berücksichtigt wird. S. Westphal, Berechnung loser und fester Flanschen, Z. 1897, S. 1036 u. ff.

<sup>1)</sup> Über die Berechnung fester und loser Flanschen und Verbindungsschrauben sind 3 Normblätter erschienen, DIN 2505—2507. Bei Benutzung der Blätter ist zu beachten, daß dort, abweichend von der bei Festigkeitsrechnungen üblichen Gepflogenheit, die Längen in mm, statt in cm eingesetzt sind, die Spannungen entsprechend in kg/mm<sup>2</sup>. Auch die benutzten Formelzeichen weichen zum Teil von den sonst gebräuchlichen und auf anderen Normblättern benutzten ab.



Zulässige Höchstbelastung von Flanschschrauben nach DIN 2507.

| Werkstoff    | Betriebsdruck      | Schraubendurchmesser |      |      |      |      |      |        |        |        |        |          |        |        |       |
|--------------|--------------------|----------------------|------|------|------|------|------|--------|--------|--------|--------|----------|--------|--------|-------|
|              |                    | M 10                 | 1/2" | 5/8" | 3/4" | 7/8" | 1"   | 1 1/8" | 1 1/4" | 1 3/8" | 1 1/2" | (1 5/8") | 1 3/4" | 1 7/8" | 2"    |
| St. 38, 13   | Wasser . . . . .   | 53                   | 156  | 394  | 733  | 1165 | 1725 | 2357   | 3269   | 4033   | 5225   | 6077     | 7491   | 8685   | 10362 |
|              | Gas und Dampf      | 43                   | 125  | 315  | 586  | 932  | 1380 | 1886   | 2615   | 3242   | 4180   | 4861     | 5993   | 6948   | 8290  |
| St. C 35, 61 | Wasser . . . . .   | 75                   | 219  | 551  | 1026 | 1632 | 2415 | 3300   | 4577   | 5675   | 7316   | 8508     | 10488  | 12160  | 14507 |
|              | Gas und Dampf      | 60                   | 175  | 441  | 821  | 1305 | 1932 | 2640   | 3662   | 4540   | 5853   | 6806     | 8390   | 9728   | 11605 |
|              | Heißdampf. . . . . | 48                   | 140  | 353  | 657  | 1044 | 1546 | 2112   | 2929   | 3632   | 4682   | 5445     | 6712   | 7782   | 9284  |

Günstige Beanspruchung der losen Flanche erhält man nach Westphal durch konisches Abschrägen der tragenden Fläche, Abb. 413. Die Kraft  $R$  soll möglichst durch den Schwerpunkt des Ringquerschnittes gehen,  $Q$  erzeugt dann nur Zugspannungen im Ring. Gleichzeitig ist die Lage der Rohre zueinander besser gesichert.

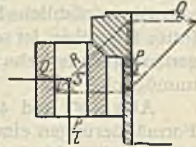


Abb. 413. Loser Flansch nach Westphal.

**Berechnung der Flanschschrauben<sup>1)</sup>.** Schraubenzahl durch 4 teilbar, um Schraubenlöcher in den Hauptebenen zu vermeiden, DIN 2508. Annahme: Die gesamte Axialkraft der Verbindung verteilt sich gleichmäßig auf die Schrauben. Die zusätzliche Beanspruchung durch Dichtungsdruck und Montagebelastung, besonders bei kleinen Schrauben ist erheblich, sie wird berücksichtigt durch Herabsetzung der zulässigen Beanspruchung oder durch Zuschlag zum errechneten Schraubenkerndurchmesser, DIN 2507. Die tatsächliche Schraubenbelastung und der Dichtungsdruck während des Betriebes sind in hohem Maße abhängig von der elastischen Eigenschaft der Dichtung.

(496) Dichtungen

sind nach Werkstoff und Ausführung abhängig von der Pressung, Temperatur und Art des Rohrinhaltes. Weichpackungen aus Pappe, Asbest, Gummi usw. sollen dünn sein, etwa 2 mm, um Zerreißen und Herauspressen durch radial wirkenden Innendruck zu verhüten. Bis  $p \leq 10$  kg/cm genügt dann zum Festhalten die Reibung zwischen den Dichtflächen der Flanschen, die zweckmäßig mit eingedrehten Rillen versehen werden.

(497) Normen für Flachdichtungen: DIN 2690. Bei höheren Pressungen müssen Weichpackungen durch Vor- und Rücksprung der Flanche, Abb. 414, oder durch Nut und Feder, Abb. 415, wodurch gleichzeitig Eindringen der Packung in das Rohrinne vermindert wird, festgehalten werden.

Normen: Flanche mit Nut und Feder: DIN 2512 für Nennweiten 20 bis 500 mm, Nenndruck 10—40 kg/cm<sup>2</sup>; Dichtungen dazu: DIN 2691.

Flanche mit Vor- und Rücksprung: DIN 2513 für Nennweiten 10—500 mm, Nenndruck 10—40 kg/cm<sup>2</sup>; Dichtungen dazu: DIN 2692.

<sup>1)</sup> s. Fußnote S. 493.

Nachteil beider Konstruktionen: Erschwelter Rohrausbau aus geradem Strang. Dies wird vermieden durch verschiebbaren Ring nach Schmitz, Abb. 416. Selbsttätig wirkende Rundgummidichtungen, Abb. 417 u. 418, sind geeignet bei hohen Pressungen, besonders für Wasser und andere Flüssigkeiten, die den Gummi nicht angreifen. Der Querschnitt der Dichtungsschnur soll den Rillenquerschnitt nur wenig unterschreiten. Die Enden werden auf 26—30 mm

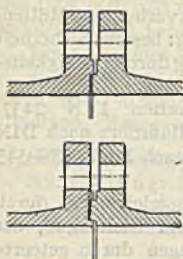


Abb. 414 u. 415.

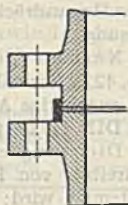


Abb. 416.

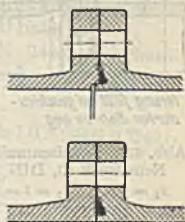


Abb. 417 u. 418.

abgeschrägt und mit Gummilösung zusammeng kittet. Schwächung der Flansche durch die Rille ist zu beachten.

Normen: Flanscheindrehung nach DIN 2514 für Nennweiten 20—50 mm, Nenndrücke 10—100 kg/cm<sup>2</sup>; Rundgummidichtungen dazu nach DIN 2693.

Als Dichtungsmaterial wählt man:

Für Sattldampf und Preßluft bis etwa 200°: Pappe in Öl oder Mennige getränkt.

Für Heißdampf: Klingerit, Polyperit und ähnliche asbesthaltige Stoffe, platten- oder ringförmig gepreßt. Asbest, in Form von Pappe oder Schnüren, unverbrennbar, widerstandsfähig gegen Säuren, jedoch empfindlich gegen andere Flüssigkeiten, z. B. Kondenswasser. Die Festigkeit ist sehr gering, bei hohen Drücken Verwendung von massiven Ringen, Abb. 419 (Kupfer, Weich-



Abb. 419. Profilierte Metalldichtungsringe.

Gewellte Dichtungsscheiben aus Kupferblech, bei Heißdampf Stahlblech, mit elastischen Einlagen, sind besonders nachgiebig bei Wärmedehnungen der Rohre, Abb. 420.



Abb. 420.  
Gewellte Dichtungsringe.

Abb. 421.  
Götze-Dichtungsringe.

Profilierte Kupferringe, Abb. 421, sind geeignet bei hohen Pressungen, aber wenig nachgiebig und empfindlich gegen Lösen der Verbindung. Scheiben aus weichen Metallen (Blei, Kupfer usw.) dichten gut, sind empfindlich gegen hohe Temperaturen. Gummidichtungen in Form von Scheiben oder Schnüren sind geeignet für Wasser.

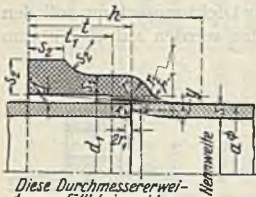
Manganesit-Kitt der Fa. Manganesit-Werke, Hamburg und ähnliche plastische Dichtungsmittel sind besonders geeignet bei unebenen und beschädigten Dichtflächen, Gewinderohren usw. Unebenheiten der Dichtfläche werden ausgeglichen. Anwendbar für Wasser, Heißdampf, heiße Laugen, Gas, Öl usw.



(498)

## Muffenverbindungen

sind nur geeignet für mäßige Drücke, da Längskräfte nur durch Reibung aufgenommen werden. Geringe Schränkungen der Rohrachse beim Verlegen und Ausgleich geringer Wärmedehnungen sind möglich. Ausbau einzelner Rohre nur durch Zerschneiden. Ersatzrohr ebenfalls geteilt, stumpf gestoßen und durch Überschiebmuffe, Abb. 391, verbunden. Muffenrohr zylindrisch oder kegelförmig: bessere Sicherheit gegen Herausdrücken der Packung durch Flüssigkeitspressung.



Diese Durchmessererweiterung fällt bei geschluderten Röhren weg

Abb. 422. Gußeisenmuffen für

Nenndruck 10, DIN 2437

 $s_1 = 1,43$ ;  $t_1 = t - 1,55$ ; $h = 2t - 35$ ;  $r = t + s_1$ ; $r_1 = \frac{1}{2}f$ ;  $s_2 = 2s + 7$ ; $y = 0,5s$ 

Normen für Gußeisenmuffen DIN 2437. Abb. 422. Normale (Muffen) Abflußrohre nach DIN 364, zugehörige Abzweigstücke nach DIN 538—545 und DIN 1172—1178.

Dichtung erfolgt bei Wasserleitungen durch Eintreiben von Hanfstricken und Bleieinguß, der verstemmt wird; bei Gasleitungen durch geteerte Stricke, eine Lage Hanf und Blei. Statt dessen ist auch Eisenkitt verwendbar, ebenfalls verstemmt.

Abb. 423 (System Somzee), Dichtung erfolgt

selbsttätig durch den Flüssigkeitsdruck. Ausführung nach Abb. 424 ist für Stahlrohre (Turbinendruckleitungen) geeignet. Einpressen und Festhalten der Dichtung durch Überwurfringe mit Schrauben. Kugelige Muffen von

R. Böcking & Co., Abb. 425 u. 426, ermöglichen starke Ablenkung und dauernde Beweglichkeit der Rohre.

Für Dampfleitungen werden Muffenrohre wegen Unbeständigkeit der Dichtung wenig verwendet.

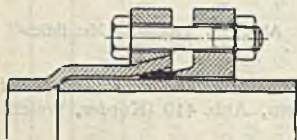


Abb. 423 u. Abb. 424.  
Dichtung System Somzee.

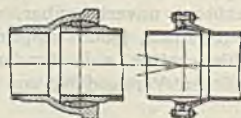


Abb. 425. Abb. 426.  
Kugelige Muffen.

(499)

## Flußstahlrohre

werden nahtlos, geschweißt, hart gelötet oder genietet hergestellt. Vorteile gegenüber Gußeisenrohren: höhere Festigkeit, größere Zähigkeit, geringeres Gewicht; günstig bei Lagerung in nachgiebigem Erdboden; größere Baulängen, weniger Dichtungsstellen.

(500) Nahtlose Flußstahlrohre. Bei kleineren Weiten kalt oder warm gezogen, bei größeren Werten warm gewalzt. (Loch- und Ausziehverfahren von Ehrhardt, Walzverfahren von Mannesmann<sup>1)</sup>.)

a) Gewinderohre für Gas-, Heiz- und Wasserleitungen. Verbindung erfolgt durch Gewindemuffen und sog. „Fittings“ aus schmiedbarem Guß. Dichtung durch Bestreichen des leicht kegelförmigen Gewindeendes mit Bleimennige oder Spezialkitt und Umwickeln mit Hanffasern.

<sup>1)</sup> Z. 1890, S. 621 und Patentschriften D.R.P. Nr. 67430 vom 10. X. 1891; Nr. 67921 vom 28. I. 1891; Nr. 73005 vom 21. IV. 1892.

Die Außendurchmesser müssen bei Gewinderohren stets eingehalten werden. Änderungen der Wandstärken erfolgen auf Kosten des Innendurchmessers.

1. Gasrohre s. DIN 2440 (Vornorm). Nennweiten 6—150 mm ( $\frac{1}{8}$ —6"); Kaltwasserprobedruck 15 kg/cm<sup>2</sup>.

2. Dampfrohre (dickwandige Gasrohre) s. DIN 2441 (Vornorm). Nennweiten 6—150 mm ( $\frac{1}{8}$ —6"); Kaltwasserprobedruck 25 kg/cm<sup>2</sup>. Die Rohre nach DIN 2440 und 2441 werden je nach Bestellung geliefert: schwarz, asphaltiert, asphaltiert und bejuted und verzinkt (für Wasserleitungen).

Bis zu 50 mm (2") Nennweite auch stumpf geschweißt lieferbar.

3. Nahtlose Flußstahl-Gewinderohre nach DIN 2442 in Nennweiten 10—150 mm ( $\frac{3}{8}$ —6") für Nenndrücke 1—100 kg/cm<sup>2</sup>. Gewindeende zylindrisch, Rohrgewinde nach DIN 259.

**(501) Abmessungen genormter Flußstahlgewinderohre nach DIN 2440 u. 2441.**

Ausführung: Nahtlos, Nennweiten  $\frac{1}{8}$ —6",

Stumpf geschweißt, Nennweiten  $\frac{1}{8}$ —2".

| Nennweite          |       | Außendurchmesser | Gasrohre<br>DIN 2440 |                 | Dampfrohre<br>DIN 2441 |                 |
|--------------------|-------|------------------|----------------------|-----------------|------------------------|-----------------|
| Zoll               | mm    |                  | Wanddicke<br>mm      | Gewicht<br>kg/m | Wanddicke<br>mm        | Gewicht<br>kg/m |
| $\frac{1}{8}$ "    | 6     | 10               | 2                    | 0,395           | 2,5                    | 0,462           |
| $\frac{1}{4}$ "    | 8     | 13,25            | 2,25                 | 0,610           | 2,75                   | 0,712           |
| $\frac{3}{8}$ "    | 10    | 16,75            | 2,25                 | 0,805           | 2,75                   | 0,950           |
| $\frac{1}{2}$ "    | 13    | 21,25            | 2,75                 | 1,25            | 3,25                   | 1,44            |
| $\frac{3}{4}$ "    | 20    | 26,75            | 2,75                 | 1,63            | 3,5                    | 2,01            |
| 1"                 | 25    | 33,5             | 3,25                 | 2,42            | 4,0                    | 2,91            |
| $1\frac{1}{4}$ "   | 32    | 42,25            | 3,25                 | 3,13            | 4,0                    | 3,77            |
| $1\frac{1}{2}$ "   | 40    | 48,25            | 3,5                  | 3,86            | 4,25                   | 4,61            |
| 2"                 | 50    | 60               | 3,75                 | 5,20            | 4,5                    | 6,16            |
| ( $2\frac{1}{4}$ " | (60)  | 66               | 3,75                 | 5,76            | 4,5                    | 6,83            |
| $2\frac{1}{2}$ "   | 70    | 75,5             | 3,75                 | 6,64            | 4,5                    | 7,88            |
| 3"                 | 80    | 88,25            | 4,0                  | 8,31            | 4,75                   | 9,78            |
| ( $3\frac{1}{2}$ " | (90)  | 101              | 4,25                 | 10,1            | 5,0                    | 11,8            |
| 4"                 | 100   | 113,5            | 4,25                 | 11,5            | 5,0                    | 13,4            |
| ( $4\frac{1}{2}$ " | (110) | 126,5            | 4,25                 | 12,8            | 5,5                    | 16,4            |
| 5"                 | 125   | 139              | 4,5                  | 14,9            | 5,5                    | 18,1            |
| $5\frac{1}{2}$ "   | (140) | 152              | 4,5                  | 16,4            | 5,5                    | 19,9            |
| 6"                 | 150   | 164,5            | 4,5                  | 17,8            | 5,5                    | 21,6            |

Die eingeklammerten Größen sind möglichst zu vermeiden.

**(502) b) Glatte Rohre.** Die Verbindung erfolgt entweder durch aufgeschraubte, — gelötete, — gewalzte, — genietete oder — geschweißte feste Flanschen oder durch Bunde mit losen Flanschen. Bei geringen Drücken sind umgebördelte Rohrenden mit übergelegten losen Flanschen gebräuchlich.

Normen für Nennweiten von 4—400 mm und Nenndrücke bis 25 kg/cm<sup>2</sup> (handelsüblich) nach DIN 2449; für Nennweiten 4—400 mm, Nenndrücke bis 100 kg/cm<sup>2</sup> nach DIN 2450; 2451; 2456.

**(503) Normen zu Rohrleitungen für Dampf von hoher Spannung, aufgestellt vom Verein deutscher Ingenieure 1912.**

1. Geltungsbereich der Normen hinsichtlich des Rohrdurchmessers und Dampfdruckes; Prüfungsdruck.

Die Normen gelten für Rohre von 25 bis 400 mm Durchmesser, für einen Betriebsdruck bis 20 at Überdruck und für eine Dampftemperatur bis 400° C.



Die Einzelstücke sind bei gewöhnlicher Temperatur mit dem Zweifachen des höchsten Betriebsdruckes zu prüfen. Dabei sind dieselben, während sie unter Druck stehen, mit dem Hammer abzuklopfen.

## 2. Druckfläche der Flanschverbindungen.

Die den Festigkeitsberechnungen zugrunde gelegte Druckfläche der Flanschverbindungen ist gleich der Kreisfläche, die sich bis zur Außenkante der Dichtungsringfläche erstreckt.

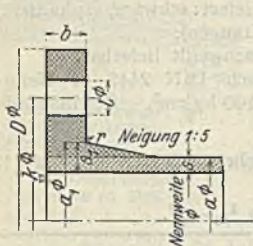


Abb. 427. Stahlgußflansche für Nenndrücke 16—100 at DIN 2543—2547.

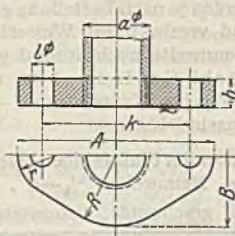


Abb. 428. Glatte ovale Gewindeflansche DIN 2550.

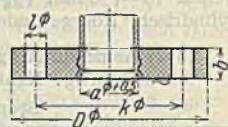


Abb. 429. Glatte runde Gewindeflansche DIN 2555.

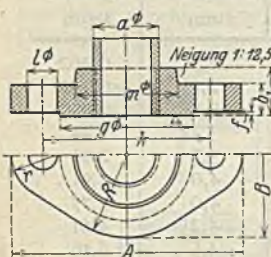


Abb. 430. Ovale Gewindeflansche mit Ansatz DIN 2561.

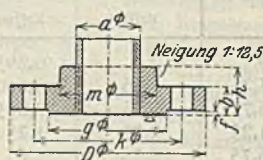


Abb. 431. Runde Gewindeflansche mit Ansatz DIN 2565—2569.

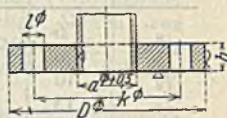


Abb. 432. Glatte Flansche gelötet oder geschweißt DIN 2570.

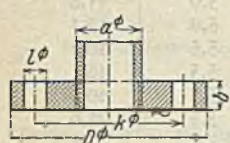


Abb. 433. Glatte Walzflansche DIN 2575.

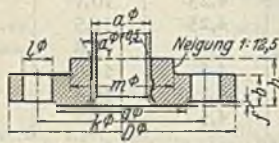


Abb. 434. Walzflansche mit Ansatz DIN 2580—2584.

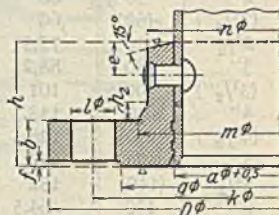


Abb. 435. Flanschbohrung zylindrisch mit Abfasung oder kegelig ohne Abfasung. Walzflansche mit Sicherheitsnietung DIN 2590—2595.

## 3. Baustoffe.

### a) Gußeisen.

Gußeisen darf

bis 8 at zu Rohren, Formstücken und Ventilkörpern für alle Durchmesser, von 8 bis 13 Atm. zu Ventilkörpern und Formstücken für alle Durchmesser, zu Rohren nur bis 150 mm Durchmesser,

über 13 at überhaupt nicht verwendet werden, mit Ausnahme von Ventilen bis 50 mm Durchmesser.

Das Gußeisen muß für 30 mm starke Rundstäbe mit Gußhaut bei 600 mm Entfernung der Auflager eine Biegezugfestigkeit von mindestens 3400 kg/cm<sup>2</sup> und eine Durchbiegung von wenigstens 10 mm ergeben.

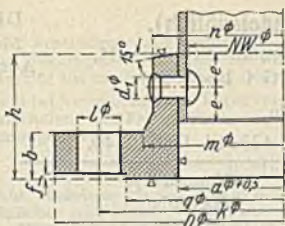


Abb. 436. Nietnaht einreihig bei NW 100—350.  
 „ „ zweireihig bei NW 375—500.  
 [Nietflansche DIN 2600—2604.

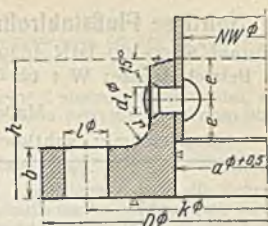


Abb. 437. Nietflansche  
 DIN 2610—2613.

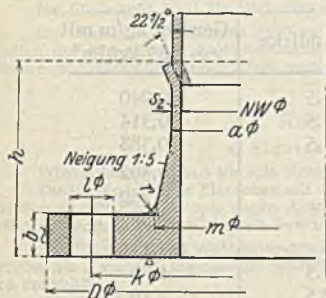


Abb. 438. Vorschweißflansche für über-  
 lappte Schweißung DIN 2620—2622.

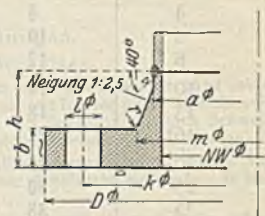


Abb. 439. Vorschweißflansche für autogene  
 Schweißung DIN 2630—2632.

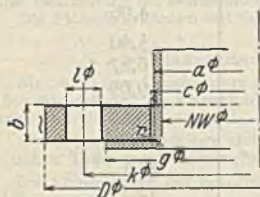


Abb. 440. Lose Flansche für Bördelrohre  
 DIN 2639—2642.

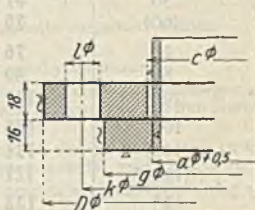


Abb. 441. Lose Flansche mit Bund  
 DIN 2650—2656.

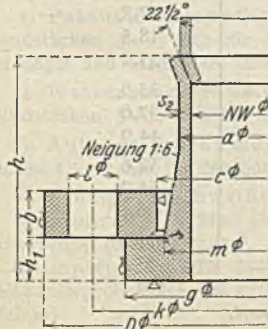


Abb. 442. Lose Flansche mit Vorschweiß-  
 bund (überlappte Schweißung)  
 DIN 2660—2666.

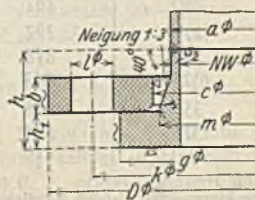


Abb. 443. Lose Flansche mit Vorschweiß-  
 bund (autogene Schweißung)  
 DIN 2670—2673.



**Nahtlose Flußstahlrohre (handelsüblich).**

Flußstahl St 00.29 DIN 1629 für Nenndruck 1 bis 25.

Betriebsdrücke: W 1 bis W 25; G 1 bis G 20.

DIN  
2449  
Auszug

Maße in mm.

Bezeichnung: Nahtloses Rohr 133 × 4 DIN 2449.

| Nennweite | Außen-<br>durchmesser | Nenndruck<br>ND 1 bis 25                                     |   |
|-----------|-----------------------|--|---|
|           |                       | Betriebsdrücke <sup>1)</sup><br>W 1 bis W 25<br>G 1 bis G 20 |   |
| NW        |                       | Wanddicke  | Gewicht kg/m mit<br>$\gamma = 7,85 \text{ kg/dm}^3$ |
| 4         | 8                     | 1,5  | 0,240   |
| 6         | 10                    | 1,5  | 0,314   |
| 8         | 12                    | 1,5  | 0,388   |
| 10        | 14                    | 2  | 0,592   |
| 13        | 18                    | 2  | 0,789   |
| (16)      | 22                    | 2  | 0,987   |
| 20        | 25                    | 2  | 1,13  |
| 25        | 30                    | 2,5  | 1,70  |
| 32        | 38                    | 2,5  | 2,19  |
| 40        | 44,5                  | 2,5  | 2,59  |
| 50        | 57                    | 2,75   | 3,68  |
| (60)      | 70                    | 3  | 4,96  |
| 70        | 76                    | 3  | 5,40  |
| 80        | 89                    | 3,25   | 6,87  |
| (90)      | 102                   | 3,75   | 9,09  |
| 100       | 108                   | 3,75   | 9,64  |
| (110)     | 121                   | 4  | 11,5  |
| (120)*    | 127                   | 4  | 12,1  |
| 125       | 133                   | 4  | 12,7  |
| (130)*    | 140                   | 4,5  | 15,0  |
| (140)     | 152                   | 4,5  | 16,4  |
| 150       | 159                   | 4,5  | 17,2  |
| (160)     | 171                   | 4,5  | 18,5  |
| (175)     | 191                   | 5,5  | 25,2  |
| 200       | 216                   | 6,5  | 33,6  |
| (225)     | 241                   | 6,5  | 37,6  |
| 250       | 267                   | 7  | 44,9  |
| (275)     | 292                   | 7,5  | 52,6  |
| 300       | 318                   | 8  | 61,2  |
| (325)     | 343                   | 8  | 66,1  |
| 350       | 368                   | 8  | 71,0  |
| (375)     | 394                   | 9  | 85,5  |
| 400       | 419                   | 10   | 101   |

\* Nur für Heizungsindustrie. <sup>1)</sup> Nicht für Heißdampf.

Die eingeklammerten Größen möglichst vermeiden.

Bestellung nach Außendurchmesser und Wanddicke, nicht nach Nennweite.

Lieferart: In wechselnden Herstellungslängen, genaue Längen sind besonders vorzuschreiben.

Oktober 1928.

b) Bronze.

Für Ventilkörper und Formstücke ist bei Temperaturen bis 220° C gewöhnliche Bronze zulässig, vorausgesetzt, daß sie bei Zimmertemperatur eine Zugfestigkeit von mindestens 2000 kg/cm<sup>2</sup> bei mindestens 15% Dehnung besitzt.

Soll bei Verwendung von Legierungen über 220° C hinausgegangen werden, so ist vorher die Ermittlung der Festigkeitseigenschaften für die in Betracht kommenden höheren Temperaturen geboten.

c) Flußeisen, Stahlguß.

Aus Flußeisen können angefertigt werden: die Schrauben und die Rohrwandungen; aus Flußeisen oder Stahlguß: die Flansche. Die Ventile werden aus Stahlguß, die Formstücke aus Stahlguß oder Flußeisen hergestellt, sofern nicht Gußeisen oder Bronze im Rahmen der für diese Baustoffe geltenden Beschränkungen gewählt wird.

Die Zahlen der Festigkeit und der Dehnung (auf die Meßlänge  $l = 11,3 \sqrt{f}$ , wenn  $f$  der Stabquerschnitt) sollen betragen:

für Flußeisen: 3600 bis höchstens 4500 kg/cm<sup>2</sup> bei mindestens 20% Dehnung;

für Stahlguß: mindestens 3800 kg/cm<sup>2</sup> bei mindestens 20% Dehnung. Bei Stahlguß gelten die angegebenen Festigkeitszahlen für angegossene Probestäbe. Stumpf geschweißte Rohre (sog. Gasrohre) sollen nicht verwendet werden.

4. Rohrverbindungen.

a) Flanschen und Bordringe.

Winkelflanschen sind für alle Rohrdurchmesser und für Drücke bis 20 at zulässig.

Die Verbindung der Flanschen mit den Rohren mittels Lötung allein ist nicht zulässig, die Sicherung der Flanschköpfe gegen Abschieben von den Rohren muß durch Schweißen oder Nieten, durch Einwalzen, mittels Gewindes oder durch Umbördeln erzielt werden.

Das Einwalzen mit Walzapparaten ist zweckmäßig, erfordert aber da, wo die Wandstärke größer als 8 mm ist, maschinelle Vorrichtungen. Sind diese nicht vorhanden, so ist Nietung zu empfehlen.

Das Aufschweißen von Bordringen ist bis 250 mm zulässig, wobei der Schweißdruck durch mechanische Vorrichtungen zu erzeugen ist. Das Vorschweißen von Bordringen oder Flanschen kann nur für die größeren Rohrweiten empfohlen werden, bei denen eine beiderseitige Bearbeitung der Schweißnaht möglich ist.

Die Flanschen können mit Schrägsitz oder mit Flachsitz ausgeführt werden.

b) Flanschdurchmesser, Lochkreisdurchmesser.

Bis zu 80 mm Durchmesser stimmen die Flansch- und Lochkreisdurchmesser mit den Maßen der gußeisernen Flanschrohre für geringen Druck überein; über 80 mm Durchmesser hinaus sind sie größer.

c) Die glatten Bordringe und Flanschen setzen voraus, daß ein dem hohen Drucke und der hohen Temperatur entsprechend gewähltes Dichtungsmaterial verwendet wird.

Die Abmessungen der Bordringe und Flanschen gestatten auch die Herstellung von Nut und Feder.

(504) Geschweißte Flußstahlrohre.

1. Patent (überlappt) geschweißt, DIN 2452. Nennweiten 60—400 mm, Wandstärken 3—17 mm für Nenndrücke von 1—50 kg/cm<sup>2</sup>. Verwendung als Heizungs- und Siederohre usw.

2. Wassergasgeschweißt, DIN 2453. Nennweiten 250—2000 mm; Wandstärken 5—17 mm für Nenndrücke von 1—50 kg/cm<sup>2</sup>.

3. Autogen geschweißt, DIN 2454. Nennweiten 50—2000 mm; Wandstärken 1,5—7 mm für Nenndrücke von 1—6 kg/cm<sup>2</sup>.

4. Stumpf geschweißt;

Gasrohre, DIN 2440 (Vornorm); Nennweiten 6—50 mm ( $\frac{1}{8}$ —2"), Kaltwasserprobedruck 15 kg/cm<sup>2</sup>.

Dampfrohre, DIN 2441 (Vornorm); Nennweiten 6—50 mm ( $\frac{1}{8}$ —2"), Kaltwasserprobedruck 25 kg/cm<sup>2</sup>. Verbindung erfolgt mit Gewinde durch Fittings.

5. Spiral geschweißt, mit 157—622 mm äußerem Durchmesser und 2,5—6 mm Wandstärke; bez. der Verbindungen vgl. die Listen der ausführenden Firma Rheinmetall in Düsseldorf.



(505) Hart gelötet für Dampfheizungen. Lötten vgl. (339).

(506) Flanschverbindungen für Flußstahlrohre, Ausführungsbeispiele Abb. 427 bis 443.

Normen: DIN 2500 (Übersichtsblatt).

(507) Genietete Flußstahlrohre. Angewendet im Falle großer Weiten und geringer Pressungen (Windleitungen), als Hochdruckleitungen für Wasserkraftanlagen häufig mit Armierungsringen aus Flacheisen oder Profileisen versehen. Berechnung erfolgt nach (492) (Beanspruchung durch Innendruck und Abnutzung); Nietstärke und Vernietung nach (328) u. ff. Rechnerische Berücksichtigung äußerer Kräfte infolge Auflagerung usw. ist schwierig und meist nur annäherungsweise möglich. Verbindung durch Flanschen, aufgenieteter Winkeleisenring; Schenkelstärke  $\frac{5}{4} \times$  Wandstärke, sofern Nietteilung, abhängig von Schraubenteilung, 160 mm nicht überschreitet. Kleiner Lochkreis- und Flanschendurchmesser durch außen versetzte Niete, Abb. 444.



Abb. 444.

Normen für genietete Rohre nach DIN 2455. Nennweiten von 600—2000 mm; Nenndrucke 1—6 kg/cm<sup>2</sup>.

Normen für Flansche nach DIN 2610 u. 2611.

### (508) Rohre aus anderen Werkstoffen.

Kupfer, Messing- und Bronzerohre. Die Herstellung erfolgt

1. Nahtlos gezogen oder gewalzt in 3—380 mm Lichtweite, 1—10 mm Wanddicke. Normen handelsüblicher Größen für Kupferrohre, DIN 1754, für 5—100 mm Außendurchmesser, 0,5—3 mm Wanddicke.

Messingrohre, DIN 1755, für 5—80 mm Außendurchmesser, 0,4—3 mm Wanddicke.

2. Mit Naht hart gelötet in 4—250 mm Lichtweite, 0,75—6 mm Wanddicke.

3. Kupferrohre elektrolytisch nach dem Elmore-Verfahren von Elmore's Metall A. G.-Schladern a. d. Sieg bis zu 4000 mm Lichtweiten. Das Verfahren dient auch zum Verkupfern von Eisenrohren, Preßzylindern, Pumpenkolben, Walzen usw. Kupfer- und Messingrohre lassen sich nach Füllung mit geschmolzenem Pech kalt biegen; Krümmungshalbmesser mindestens gleich dem 2—3fachen, bei großen Lichtweiten gleich dem 4—5fachen Rohrdurchmesser.

Anwendung: Kupferrohre in chemischen Fabriken und Brauereien, wegen guter Wärmeleitfähigkeit als Kühl- und Heizrohre, wegen großer Elastizität als federnde Ausgleichs- und Dehnungsrohre. Für HD-Leitungen dürfen sie nach den Vorschriften des Germ. Lloyd ohne Drahtumwicklung nur gebraucht werden bis 90 mm LW bei 12 kg/cm<sup>2</sup>, bis 70 mm LW bei 16 kg/cm<sup>2</sup> Innendruck. Bei größeren Lichtweiten und Drücken sind sie mit verzinktem Stahldrahttau so zu umwickeln, daß die Tauspiralen sich berühren und daß beim Bruch des Taues in einer Spirale die andern Spiralen nicht lose werden. Die Umwicklung ist mit einem Anstrich von Leinölfirnis zu versehen. Erhöhung der Festigkeit durch die Umwicklung wird nicht in Rechnung gestellt. Vgl. Z. 1895, S. 780 u. ff. Für HD-Leitungen dürfen Kupferrohre nur bis 250° C verwendet werden.

Messingrohre werden zu ähnlichen Zwecken verwendet, besonders zu Rohrbündeln bei Oberflächenkondensatoren.

Bronzerohre. Über Anwendung der Bronze zu Dampfleitungen siehe (503) Normen zu Dampfleitungen für hohe Spannung.

Rohrverbindungen durch Verschraubungen, DIN 2350—2379 und Abb. 445—448.

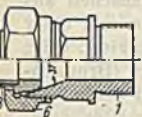



Blei- und Zinnrohre; leicht biegsam, werden in großen Längen hergestellt, indem das Metall durch eine Düse über einen zentrisch darin stehenden Dorn

## Rohrverschraubungen, schwer

Übersicht (DIN 2360)

Einschraubverschraubungen, Lötverschraubungen

für Druckstufen D 5 W 6 bis D 32 W 40

| Art   | Zu einer vollständigen Verschraubung gehören Teile |            |             |            |                      |                         |        |                  |
|---|--|------------|-------------|------------|----------------------|-------------------------|--------|------------------|
|   | 1  | 2          | 3           | 4          | 6                    | 7                       | 8      |                  |
|   | Einschraubstutzen                                  | Lötstutzen | Kugelbuchse | Bundbuchse | Oberwurfmutter       | Dichtungsringe          | Rohre  |                  |
|   |  |            |             |            |                      |                         | Kupfer | Flußstahlnahtlos |
| nach DIN  |  |            |             |            |                      |                         |        |                  |
|    | 2361   | —          | 2363        | —          | 2355<br>oder<br>2356 | —                       | 1754   | 2043             |
| Abb. 445. Einschraubverschraubung 37° mit Kugel-Kugeldichtung                     |  |            |             |            |                      |                         |        |                  |
|    | 2364   | —          | —           | 2366       | 2355<br>oder<br>2356 | in<br>Vorbe-<br>reitung | 1754   | 2043             |
| Abb. 446. Einschraubverschraubung mit Bunddichtung                                |  |            |             |            |                      |                         |        |                  |
|  | —  | 2362       | 2363        | —          | 2355<br>oder<br>2356 | —                       | 1754   | 2043             |
| Abb. 447. Lötverschraubung 37° mit Kugel-Kugeldichtung                            |  |            |             |            |                      |                         |        |                  |
|  | —  | 2365       | —           | 2366       | 2355<br>oder<br>2356 | in<br>Vorbe-<br>reitung | 1754   | 2043             |
| Abb. 448. Lötverschraubung mit Bunddichtung                                       |  |            |             |            |                      |                         |        |                  |

gepreßt wird. Durch Zusatz von 1—3<sup>0</sup>/<sub>0</sub> Antimon werden Festigkeit und Elastizität bedeutend erhöht: Hartblei. Verwendung zu Abflußleitungen, für Heiz- und Verdampfzwecke, zu Leitungen und Armaturen für Akkumulatorensäure usw.



Weich- und Hartbleirohre, 3—300 mm Lichtweite, 1—17,5 mm Wandstärke, auch innen und außen verzinkt lieferbar.

Zinnrohre, 3—50 mm Lichtweite, 1,5—3 mm Wandstärke, für Wasserleitungszwecke: Zinnrohre mit Bleimantel. Vgl. die Listen der Staatl. Sächsischen Hüttenwerke-Freiberg i. Sa. Unverzinnete Bleirohre sind bei kohlenäurhaltigem Wasser infolge Auflösen des Bleies gesundheitsschädlich.

Blei-Abflußrohre in Lichtweiten 25—50 mm und 3—4 mm Wandstärke, vgl. Z. Bauverw. 1905, S. 613.

Steinzeugrohre nach Normen des Verbandes der Architekten- und Ingenieurvereine, 100—200 mm Lichtweite und 15—19 mm Wandstärke. Vgl. Z. Bauw. 1905, S. 613 und DIN 1203—1206.

Weco-Holzrohre der Gewerkschaft Kleinholz-Weber, Oberhausen (Rhld.) sind fugenlose (aus dem Vollen gefräste), nicht armierte Holzrohre in Baulängen von 3 m für alle Lichtweiten 50—350 mm, bestimmt für drucklose Leitungen zum Fördern von Flüssigkeiten, die auf Metalle chemisch wirken oder durch sie beeinflußt werden. Die Verbindung erfolgt durch Winkelklemmflanschen aus Temper- oder Stahlguß, behufs Außenschutzes werden die Rohre mit einer widerstandsfähigen Masse gespachtelt und durch Nesselbinden bandagiert. Oder die Verbindung erfolgt im Interesse gleichbleibenden Durchmessers (Brunnenrohre) muffenartig durch passend aus- bzw. abgedrehte Enden und deren Verkeilung durch Holzsplinte.

Für Probedrucke bis 24 atü gelangen die G. K. W.-Rohre genannter Firma, das sind Stahlrohre mit fugenlosem Holzfutter in Baulängen von 4 m für alle Lichtweiten 50—350 mm zur Verwendung. Schließlich liefert die Firma noch sämtliche Arten von Formstücken für drucklose und für Druckleitungen.

Bez. der für Wasserkraftanlagen zur Anwendung gelangenden Holzdaubenrohre sei auf Victor Mann, „Rohre“. R. Oldenbourg, München und Berlin 1928 S. 51 ff., sowie auf die weiteren unter (917) genannten Quellen verwiesen.

(509)

### Metallschläuche

werden hergestellt aus Stahl, Bronze, Tombak usw. Nahtlos gezogene Rohre werden durch Einwalzen von Rillen biegsam gemacht und bei höheren Beanspruchungen außen mit Eisendraht umflochten oder Metallbänder von geeigneter Querschnittform werden schraubenförmig so ineinander gefalzt, daß die Ränder beweglich ineinander oder übereinander greifen. Dichtung der entstehenden Rinnen erfolgt durch Gummi, Asbest usw.<sup>1)</sup> Sie eignen sich für hohe Drücke und Temperaturen für verschiedene Flüssigkeiten, Dampf, Gase, Preßluft, Vakuum usw. Ausführungsbeispiele nach Abb. 449 u. 450.

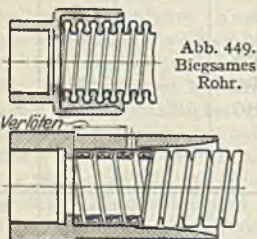


Abb. 450. Metallschlauch.

Abmessungen siehe Ausführungslisten der Zwickauer Metallschlauchfabrik Gebr. Jakob, Zwickau i. Sa.; Metallschlauchsyndikat Pforzheim; Industrieschlauchfabrik Chr. Berghöfer & Co., Kassel; Tubo-

flex G. m. b. H., Hamburg; Deutsche Waffen- und Munitionsfabriken, Karlsruhe.

(510)

### Anlage von Rohrleitungen.

Für Ausführung und Wartung von Rohrleitungsanlagen sind gut durchgearbeitete, klare Rohrleitungspläne von größter Wichtigkeit. Sinnbilder für Rohrleitungen s. DIN 2429 Blatt 1—4, für Formstücke s. DIN 2430 Blatt 1—4.

<sup>1)</sup> S. Z. 1911, S. 82 u. ff.; 1914, S. 154 u. 854.

Anzustreben sind: mögliche Einfachheit und Übersichtlichkeit der Gesamtanlage; Verwendung normaler Teile (billiger und leichter ersetzbar als unnormale); Vermeidung unnötiger Krümmungen (erhöhte Widerstände) und Verbindungsstellen (Gefahr des Undichtwerdens); Wahrung leichten Zusammenbaues und Wiederauseinandernehmens. Wichtig ist besonders bei Hochdruckleitungen gute Zugänglichkeit zu allen Verbindungs- und Abzweigstellen auch während des Betriebes, sämtliche Flanschschrauben müssen sich gleichmäßig anziehen lassen. Vakuumleitungen sind besonders sorgfältig abzudichten.

Die Aufhängung oder Auflagerung der Rohre muß so ausgebildet werden, daß die Biegungs- und Druckbeanspruchungen infolge Eigengewichtes und Rohrinhaltes in zulässigen Grenzen bleiben. Besonders sorgfältig sind die bei Temperaturschwankungen unvermeidlichen Längenänderungen zu berücksichtigen. Die Auflagerung muß, wenn nötig, Längenänderungen ermöglichen, Abb. 451—453.

Leitungen, die Erschütterungen und Stößen ausgesetzt sind (auf Schiffen, Fahrzeugen usw.) sind sicher zu befestigen, besonders müssen Resonanzschwingungen, die bei pendelnd aufgehängten oder federnden Leitungen durch pulsierenden Innendruck oder

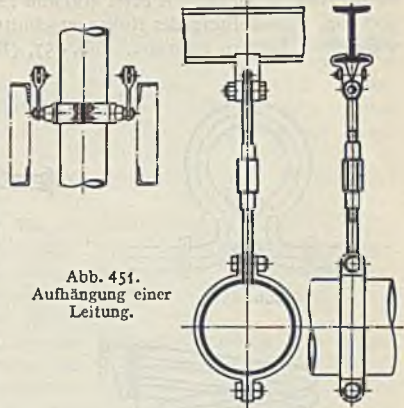


Abb. 451.  
Aufhängung einer  
Leitung.

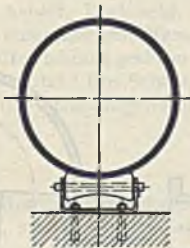


Abb. 452. Lagerung auf Rollen.

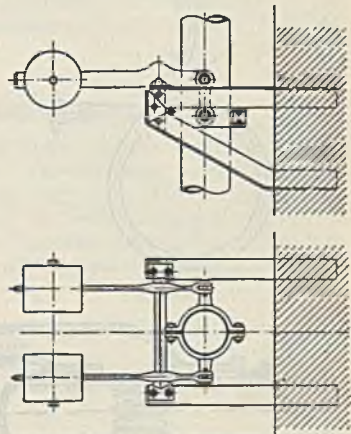


Abb. 453. Unterstützung einer  
Schachtleitung.

andere Ursachen auftreten und zu Undichtheiten und Brüchen führen können, durch geeignete Befestigung verhindert werden.

### (511) Dehnungsrohre und Ausgleichsvorrichtungen.

Im geringen Maße können durch elastische Nachgiebigkeit der Rohre und Dichtungen Wärmedehnungen ausgeglichen werden; nachgiebiger als ebene Dichtungen sind gewellte Dichtungsscheiben aus Kupfer-, Nickel- oder Stahlblech, mit Mennige oder Graphit bestrichen.

Bei zu erwartenden größeren Dehnungen sind besondere Ausgleichsvorrichtungen nötig. Die einfachsten und billigsten sind Bogenrohre bei Ablenkung



der Rohrachse und Dehnungsrohre bei fehlender Ablenkung. Abb. 454—459. Der Krümmungsradius soll möglichst groß sein, mindestens gleich der 5fachen Lichtweite, Anwendbarkeit bis etwa 400 mm Lichtweite, Ausgleichmöglichkeit 50 bis 100 mm, Unterteilung des Rohrquerschnittes in mehrere Einzelquerschnitte gewährleistet bessere Führung, Abb. 457, (Konstruktion Sulzer, Winterthur).

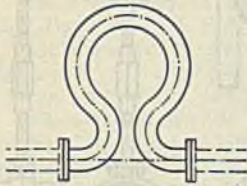


Abb. 454.

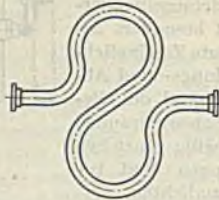


Abb. 455.

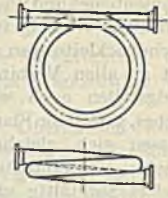


Abb. 456.

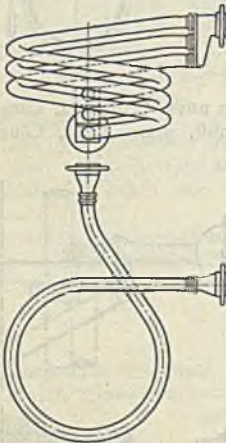


Abb. 457.

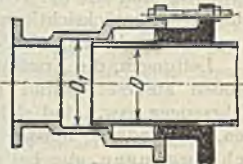


Abb. 458.

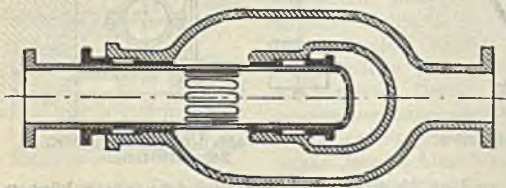


Abb. 459.

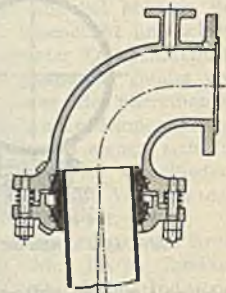


Abb. 460.

Dehnungs- und Stopfbuchsrohre, Kugelgelenkausgleicher.

Ausführung in weichem Flußstahl und, besser federnd, in Kupfer (F. G. Rühmkorf & Co., Hannover), wenn sonst Kupfer erlaubt ist, (Temperaturgrenze  $250^{\circ}\text{C}$ ). Bei elliptischem Rohrquerschnitt bleiben die Biegungsspannungen geringer als bei runden (DRGM. der Gesellschaft für Hochdruckleitungen). Die Montage erfolgt im kalten Zustande mit Vorspannung, die bei Erwärmung zunächst verschwindet.

Untersuchungen über elastische Dehnungsrohre s. F. A. 96.

Stopfbuchsausgleicher, Abb. 458, beanspruchen weniger Platz, sind aber teurer als Bogenrohre und erfordern Wartung; ferner Gefahr von Undichtheiten, bei unsachgemäßem Nachziehen Beeinträchtigung der Wirkung, Verschleiß, leichtes Festbacken.

Die Längskraft ist durch Anker aufzunehmen, ohne daß Längenänderungen beeinträchtigt werden. Anker sind entbehrlich bei entlastetem Stopfbuchsausgleicher nach Abb. 459. Nachteile: 2 Stopfbüchsen und 2mal Ablenkung der Strömungsrichtung; vermieden durch DRP. Nr. 94 543 vom 22. XI. 1896 (Konstruktion Frahm, Ausführung von A. L. G. Dehne, Halle a. d. Saale). Vgl. auch Z. 1903, S. 917 und DRP. 106249. Um Einrosten zu vermeiden, werden die inneren Rohre oder die Stopfbüchsen aus Bronze oder Messing hergestellt.

Kugelgelenkausgleicher, Abb. 460, der Firma Franz Seiffert & Co., A. G., Berlin, DRP. Nr. 152668 vom 18. XII. 1902 wirken wie Bogenrohre; die metallischen, geschliffenen Dichtflächen geben leicht Anlaß zu Undichtheiten.

Im Erdboden verlegte Gas- und Wasserleitungen müssen in frostfreier Tiefe liegen; bei Bodenverwerfungen besteht Bruchgefahr.

Luftansammlungen in Wasserleitungen und Wasseransammlungen in Dampfleitungen führen leicht zu Wasserschlägen, die Undichtheiten oder Brüche verursachen können. Durch Entlüftungsvorrichtungen an den höchsten Stellen und Entwässerungsvorrichtungen an den tiefsten Stellen ist die Bildung von Wasser- bzw. Luftsäcken zu verhindern; bei Wasserleitungen, die Frostgefahr ausgesetzt sind, ist eine Entleerungseinrichtung vorzusehen.

Dampfleitungen stets mit etwas Gefälle in Richtung des Dampfstromes verlegen. Abführung von Kondenswasser erfolgt durch Kondenstöpfe an den tiefsten Punkten der Leitung, vor angeschlossenen Maschinen sind Kondenswasserabscheider einzuschalten.

### (512) Schutz gegen Wärmeabgabe.

Dampf- und Heißwasserleitungen sind durch Umhüllung mit schlechten Wärmeleitern gegen Wärmeverluste zu schützen. Gebräuchliche Isoliermittel sind Kieselgur, Asbest, Korkmehl, Torf usw., die mit Lehm oder anderen Bindemitteln zu einer teigigen Masse verrührt, auf die heißen Leitungen aufgetragen und durch Umwicklung gesichert werden. Die Flanschen werden durch abnehmbare Kappen geschützt. Ein Schutzanstrich von Aluminiumbronze auf der Isolierung verringert die Strahlungsverluste.

### (513) Kennfarben

für Rohrleitungen verschiedenen Inhaltes nach DIN 2403, vom April 1927, 2. Ausgabe, s. umstehende Tafel.

## Absperrvorrichtungen.

(514) Diese dienen zur Unterbrechung der Strömung durch Absperrn der Leitung oder auch zum Einstellen einer gewissen Durchflußmenge oder eines Druckabfalles durch Drosseln der Strömung. Die Betätigung erfolgt entweder von Hand oder mechanisch durch Kraftantrieb, Luft- oder Flüssigkeitsdruck oder elektrisch.

Nach Art der gegenseitigen Bewegung der abdichtenden Flächen sind zu unterscheiden

I. Hähne und Schieber: die Dichtflächen verschieben sich gleitend aufeinander.

II. Klappen und Ventile: die Dichtflächen heben sich voneinander ab.



## Kennfarben für Rohrleitungen nach DIN 2403.

|                 |  |   |
|-----------------|--|---|
| rot<br>Dampf    | rot Sattdampf  | rot grün rot Abdampf                        |
|                 | rot weiß rot Heißdampf                                       |   |
| grün<br>Wasser  | grün Trinkwasser   | grün orange grün Salzwasser                 |
|                 | grün weiß grün Warmwasser                                    | grün Spülversatz                            |
|                 | grün rot grün Preißwasser<br>Speisewasser                    | grün schwarz grün Schmutzwasser<br>Abwasser |
| blau<br>Luft    | blau Gebläseluft   | blau rot blau Preßluft                      |
|                 | blau weiß blau Heißluft                                      |   |
| gelb<br>Gas     | gelb Gichtgas (Hochofeng,<br>Schmelzofeng-)gereinigt         | gelb weiß gelb Azetylen gas                 |
|                 | gelb schwarz gelb Gichtgas (Hochofeng,<br>Schmelzofeng-) roh | gelb grün gelb Wassergas                    |
|                 | gelb blau gelb Generatorgas                                  | gelb braun gelb Ölgas                       |
|                 | gelb rot gelb Stadtgas (Leuchtgas)<br>Koksöfengas            |   |
| orange<br>Säure | orange Säure   | orange rot orange Säure<br>konzentriert     |
| lila<br>Lauge   | lila Lauge   | lila rot lila Lauge<br>konzentriert         |
| braun<br>Öl     | braun Öl   | braun schwarz braun Teeröl                  |
|                 | braun gelb braun Gasöl                                       |   |
| schwarz<br>Teer | schwarz Teer   |   |
| grau<br>Vakuum  | grau Vakuum  |   |

## (515) Anforderungen an Absperrvorrichtungen.

1. Sicherer Abschluß und dauernd gutes Dichthalten.
2. Leichte und schnelle Betätigungsmöglichkeit.
3. Geringer Durchflußwiderstand; besonders wichtig bei geringen Drücken, hohen Strömungsgeschwindigkeiten und schweren Flüssigkeiten.
4. Hohe Widerstandsfähigkeit der Dichtflächen gegen chemische, mechanische und thermische Einwirkungen des Leitungsinhaltes.
5. Gute Zugänglichkeit zum Reinigen und Nacharbeiten der Dichtflächen, Verpacken der Stopfbüchsen, ev. auch während des Betriebes. Beschädigte Teile sollen leicht auswechselbar sein.
6. Die Anschlußmaße müssen den Rohrnormalien entsprechen; der Platzbedarf soll gering sein.

## Hähne.

(516) Sie besitzen, Abb. 461, kegelförmige Dichtungsfläche und bestehen aus Hahngehäuse und Hahnküken oder -kegel und werden betätigt durch Drehen des Kükens im Gehäuse. Anwendung für Gase, Flüssigkeiten und Dämpfe, hauptsächlich bei kleinen Leitungsquerschnitten.

**Vorteile:** Einfache Bauart, billige Herstellung, schnelles Absperrn und Öffnen möglich, bei voller Öffnung keine Querschnitts- und Richtungsänderung der Strömung, einfaches Nachschleifen bei Undichtwerden, geringer Platzbedarf.

**Nachteile:** Leichtes Festsetzen des Kükens, besonders bei unreinem Leitungsinhalt oder Abscheidungen, bei heißem Betriebsmittel auch Festbrennen oder Festklemmen, wenn Kegel und Gehäuse verschiedene Wärmeausdehnung haben, dadurch hohe Bewegungswiderstände, was die Anwendung bei größeren Leitungsquerschnitten erschwert; schneller Verschleiß und Undichtwerden bei unreinem Betriebsmittel.

**Werkstoffe:** Gußeisen, Bronze, verschiedene Messingarten, nicht rostender Stahl; bei Säureleitungen auch Hartblei, Ton oder Glas.

Die Verwendung verschiedener harter Werkstoffe für Gehäuse oder Küken erleichtert das Einschleifen, begünstigt aber bei verschiedener Wärmedehnung das Festklemmen.

(517) **Konstruktion:** Küken mit Kegel 1 : 4 bis 1 : 8, nach DIN 254 mit 1 : 6, entsprechend einer Neigung von 1 : 12 gegen die Achse, Durchflußquerschnitt im Küken länglich, mindestens gleich dem Rohranschlußquerschnitt mit Zugabe für tieferes Einsinken beim Nachschleifen.

Lichte Höhe  $\approx (1,8 \text{ bis } 2,5) \times$  lichte Breite. Der mittlere Kegeldurchmesser ist so zu wählen, daß beim Abschluß genügend Überdeckung vorhanden ist (10 bis 40 mm je nach Größe); die gleiche Überdeckung ist in axialer Richtung für sicheres Abdichten nötig.

Die Rücksicht auf leichtes Ein- und Nachschleifen bedingt sich deckende Dichtungsflächen; dies wird erreicht durch einen zylindrischen Ansatz am Kegel und zylindrische Erweiterung der Gehäusebohrung außerhalb der Dichtungsflächen, Abb. 461.

Zu vermeiden sind Formänderungen des Gehäuses durch Verspannen beim Bearbeiten oder bei der Montage; bei größeren Ausführungen ist der Kegel in der Mitte der Durchflußöffnung durch Querrippe zu versteifen, Abb. 462.

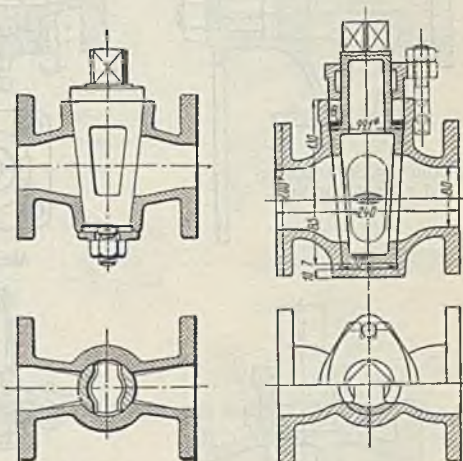


Abb. 461.

Durchgangshähne. Abb. 462.

(518)

## Bauarten.

Durchgangs- oder Absperrhähne, Abb. 461—465; Dreiweghahn, Abb. 467; bei T-förmiger Bohrung des Kükens sind 3 bzw. 4 verschiedene Schaltungen, aber keine vollständige Absperrung möglich, Abb. 468.

Abb. 466 zeigt die Verwendung einfacher Hähne bei einem Wasserstandskopf (Bauart Klein, Schanzlin und Becker). Der Hahn im wagerechten



Schenkel dient zum Absperrn beim Reinigen oder Ersetzen des Glasrohres, der untere zum Durchblasen zwecks Reinigung, rücksichtlich deren auch die vorderen Kappen abschraubbar sind; Räume *R* und Nuten *N* dienen zur Aufnahme eines Schmiermittels. Die Dichtungskraft wird erzeugt durch Schraubenwirkung bei Bauart nach Abb. 461, durch Flüssigkeitsdruck nach Abb. 463, oder durch Federdruck; Mitnahme der Unterlegscheibe durch Vierkant.

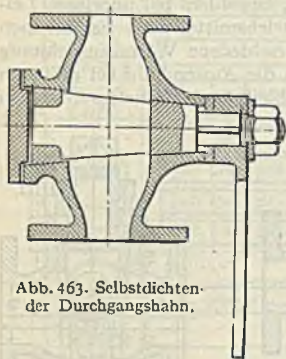


Abb. 463. Selbstdichten-  
der Durchgangshahn.

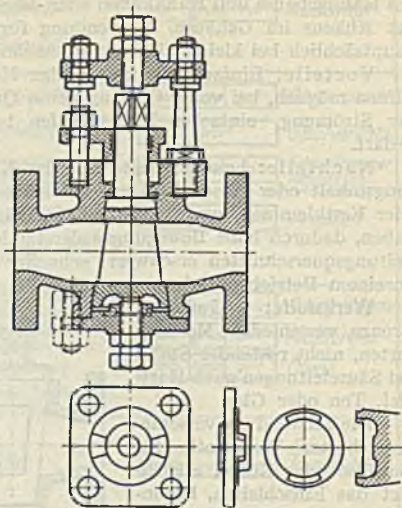


Abb. 464. Stopfbuchshahn.

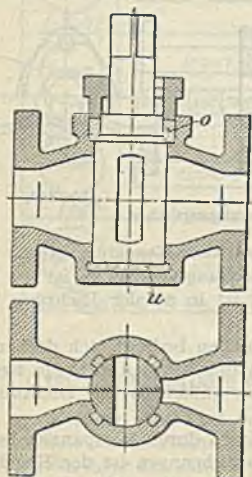


Abb. 465. Stopfbuchshahn.

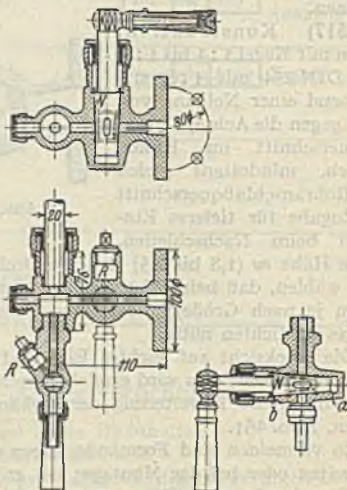


Abb. 466 a—c. Wasserstands-Absperrhahn.

Abb. 462 zeigt einen Packungshahn, bei dem der Dichtungsdruck vom Packungsdruck abhängig ist, bei Ausführung nach Abb. 464 ist dieser Nachteil vermieden, der Dichtungsdruck ist, unabhängig vom Packungsdruck, einstellbar.

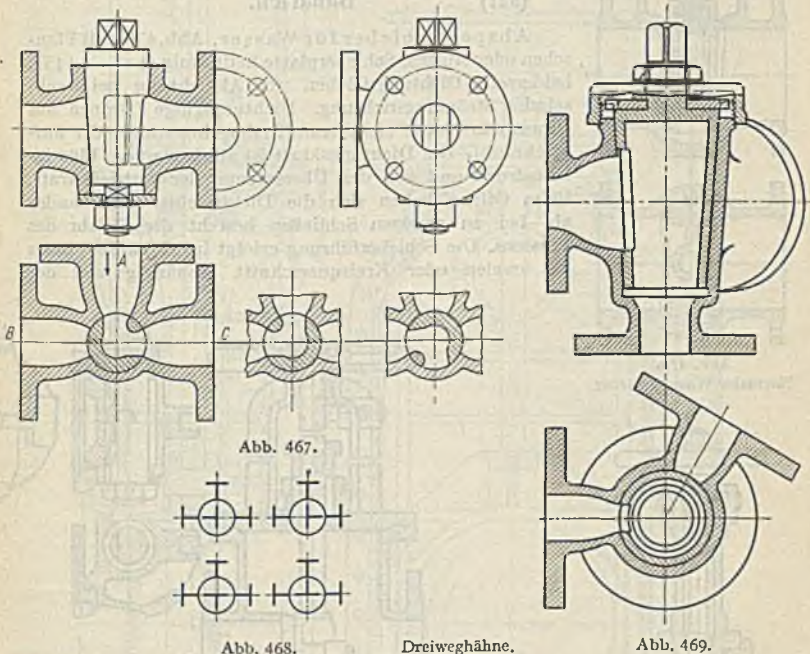
Der Gefahr des Festklemmens infolge verschiedener Wärmedehnungen vom Gehäuse und Kükten wird oft durch geheizte oder gekühlte Kükten begegnet.

Statt metallischer Dichtung solche mittels Asbest, mit Graphit vermischt: Hähne (insbesondere Wasserstandshähne) mit Asbestfutter und zylindrischem Kücken Abb. 465 (Konstruktion Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover). Dichtung wird bewirkt durch Asbestringe *o* und *n*, die durch axiale Asbeststreifen miteinander verbunden sind. Das Kücken bewegt sich auf diesen.

Beim Dreiweghahn nach Abb. 469 erfolgt die Strömungsablenkung in Richtung der Kückenachse.

## Schieber

(519) Sie bestehen aus Schieberplatte und Gehäuse mit Sitz (Schieberpiegel), Führung und Antriebsmechanismus, der je nach Bauart, Verwendungs-



zweck, Größe, Druck und Betriebsmittel verschieden ist. Anwendung bei Flüssigkeiten, Gasen und Dämpfen bis zu den größten Durchmessern und für hohe Drücke. Bauarten als Flach- und Drehschieber.

Vorteile Kleinere Baulänge als Ventile; bei voller Öffnung geringere Strömungswiderstände, da die Strömung ohne Richtungsänderung erfolgt.

Nachteil: Bei Flachschiebern große Bauhöhe und Hub; bei Betätigung durch Schraubenspindel sind viele Umdrehungen bis zur vollen Öffnung notwendig. Bei geschlossenem Schieber große Bewegungswiderstände infolge starker Reibung der Dichtflächen, starker Verschleiß und Fressen besonders bei unreinem Betriebsmittel. Teure Herstellung, schwieriges Nacharbeiten der Dichtflächen; bei Drosselstellung meist erhebliche Strömungsverluste infolge Wirbelbildung.

Werkstoffe: Für Gehäuse: Gußeisen; für Dichtflächen: bei Wasser und Satttdampf Messing, Bronze, hartes Weißmetall; für Dampf und Gase bei geringen Temperaturen auch dichtes Gußeisen; für Heißdampf Nickel, Nickellegierungen,



V-Stähle für Spindel: Bronze und Stahl; bei Korrosionsgefahr ist die Wahl korrosionssicherer Werkstoffe äußerst wichtig.

(520) Konstruktion: Anschlußmaße entsprechend den Rohrnormalien; die Dichtungsflächen werden als eingepreßte, eingewalzte oder eingestemte Ringe ausgebildet und sollen möglichst gut zugänglich sein, dem Verschleiß unterworfenen Teile sollen auswechselbar sein. Der Dichtungsdruck gleitender Flächen soll etwa  $\frac{1}{3}$  der bei Ventilsitzen zulässigen Werte nicht überschreiten, siehe (524).

(521)

### Bauarten.

Absperrschieber für Wasser, Abb. 470, mit Flanschen oder Muffen. Schieberplatte keilförmig (1 : 8—1 : 15); beiderseits Dichtungsflächen für Abdichtung bei wechselnder Strömungsrichtung. Dichtungsringe (Bronze auf Bronze) in Nuten eingestemmt oder eingeschraubt. Die Dichtungskraft ist abhängig vom Flüssigkeitsdruck und von der Übersetzung der Antriebskraft. Beim Öffnen heben sich die Dichtflächen voneinander ab, bei zu starkem Schließen besteht die Gefahr des Fressens. Die Schieberführung erfolgt im Gehäuse, dieses hat ovalen oder Kreisquerschnitt (abhängig von der

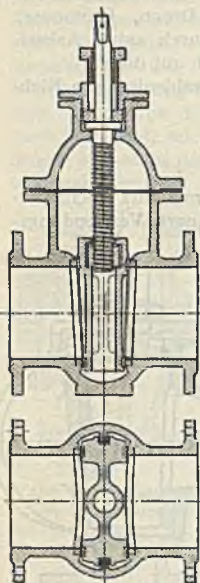


Abb. 470.

Normaler Wasserschieber.

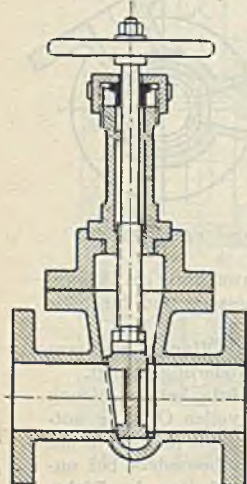


Abb. 471. Schieber mit einseitiger Dichtfläche.

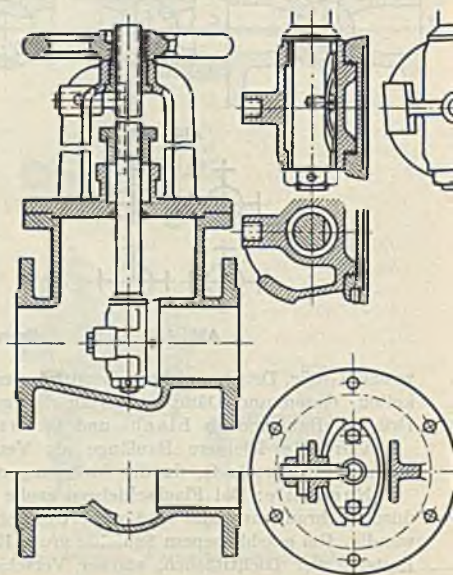
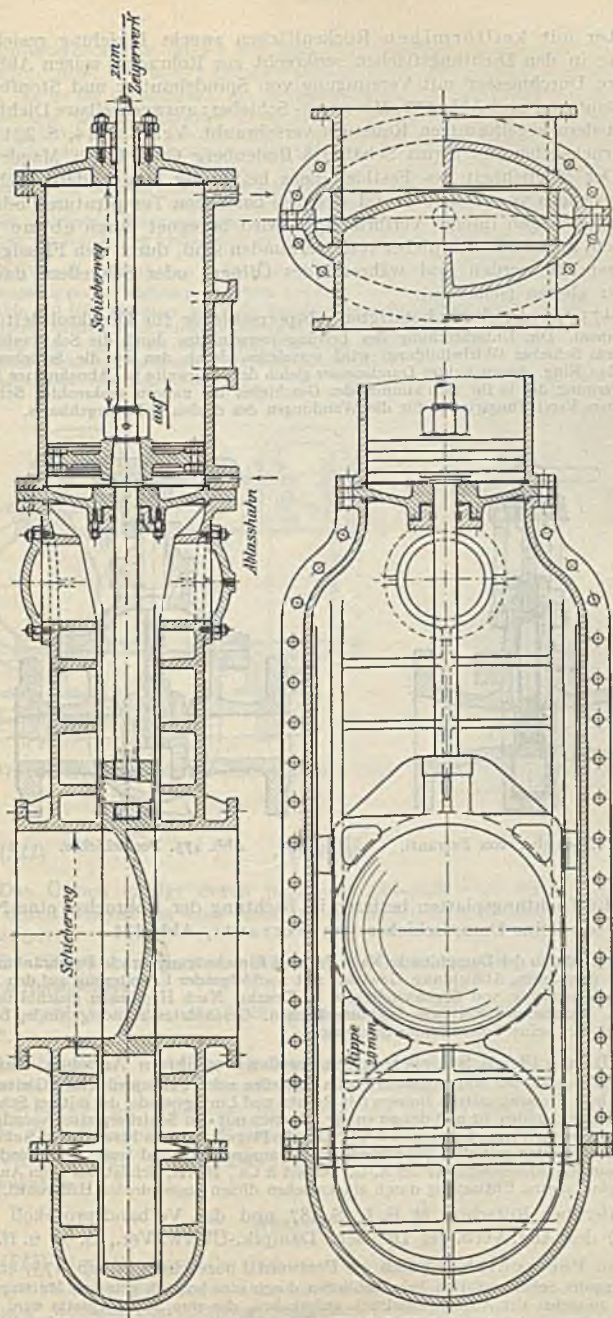


Abb. 472. Missong-Schieber.

Pressung, unter Umständen Verstärkung der flach gewölbten Wände durch innere Rippen). Axial gesicherte Rotguß- oder Stahlspindel mit Linksgewinde (Rechtsdrehung für Schieberschluß), Mutter am Schieberkopf.

Abb. 473<sup>1)</sup>. Wasserschieber mit hydraulischem Antrieb.

<sup>1)</sup> Aus Pfarr: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb. Berlin: Julius Springer 1912. Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.



Schieber mit keilförmigen Rückenflächen zwecks Erzielung gesicherter Abdichtung in den Dichtungsflächen senkrecht zur Rohrachse zeigen Abb. 471 für kleinere Durchmesser mit Vereinigung von Spindelmutter und Stopfbüchse im Rotgußaufsatz, und Abb. 472, Missong-Schieber: auswechselbare Dichtungsplatte, mit dem kegelförmigen Keilstück verschraubt. Vgl. Z. 1914, S. 221 u. ff. und die Drucksachen der Firma Schäffer & Budenberg G. m. b. H., Magdeburg-Buckau. Der Möglichkeit des Festklemmens keilförmig ausgebildeter Schieber bei großen Verziehen von Schieber und Gehäuse bei hohen Temperaturen oder bei großen Abmessungen infolge Verformungen wird begegnet durch ebene Dichtungsflächen, die mit dem Schieber starr verbunden sind, durch den Flüssigkeitsdruck angepreßt werden und während des Öffnens oder Schließens dauernd aufeinander gleiten (schleifen).

Abb. 473: Hydraulisch betätigter Absperrschieber für Druckrohrleitungen (Wasserturbinen). Die Unterbrechung des Leitungsquerschnittes durch die Schieberführung bei geöffnetem Schieber (Wirbelbildung) wird vermieden durch den an die Schieberplatte anschließenden Ring, dessen lichter Durchmesser gleich der Rohrweite ist. Abnehmbare Kappe zwecks Entfernung des in ihr sich sammelnden Geschiebes bei nahezu senkrechter Schieberstellung. Innere Versteifungsrippen für die Wandungen des ovalen Schiebergehäuses.

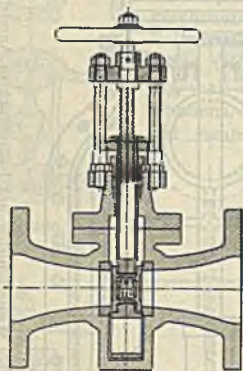


Abb. 474. Schieber von Ferranti.

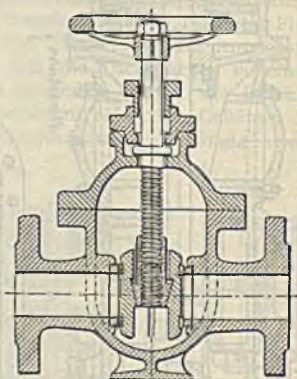


Abb. 475. Peetschieber.

Oder die Dichtungsplatten besitzen in Richtung der Rohrachse eine Nachgiebigkeit, wie beim Dampfschieber von Ferranti, Abb. 474.

Anpressung durch den Dampfdruck: Nach Ferranti Einschnürung zwecks Beschränkung des Durchmessers (Verziehen, Abdichtung, Gewicht) mit nachfolgender Erweiterung auf den Rohrdurchmesser (Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck). Nach Hopkinson gleichbleibender Durchmesser. Aufeinander gleitende Dichtungsflächen. Geschütztes Spindelgewinde, bei geöffnetem Schieber, keine Leitungsunterbrechung.

Oder die parallelen Schieberplatten werden vor ihrem Anheben von den Dichtungsringen abgehoben und umgekehrt beim Schließen zuletzt angepreßt (kein Gleiten und insbesondere kein Fressen), mittels Bolzens mit Rechts- und Linksgewinde, der mit der Schieberspindel gelenkig verbunden ist und dessen entspr. Muttern mit den Schieberplatten verschraubt sind (Konstruktion der Firma Schumann & Co., Leipzig-Plagwitz). Beim Fischbach-Schieber sind die Schieberplatten mit dem Schraubengewinde ausgestattet und treibt die Spindel die Mutter an. Beim Heißdampfschieber der A.-G. Seiffert & Co., Berlin, erfolgt vor dem Anheben der Schieberplatten eine Entlastung durch ein zwischen diesen angeordnetes Hilfsventil.

Vgl. hierüber Röscher, M. E. I., S. 487 und das Verbandsprotokoll 1925 (Karlsruhe) des Allg. Verb. der Deutsch. Dampfkr.-Überw.-Ver., S. 91 u. ff.

Bei dem Peetschieber (auch als Peetventil bezeichnet), Abb. 475, erfolgt die Anpressung der Schieberplatten beim Schließen durch eine konisch geformte Mutter; beim Öffnen wird zunächst der Anpressungsdruck aufgehoben, die eine Schieberplatte wird abgehoben, die andere gleitet unter vermindertem Flüssigkeitsdruck. Verwendung für Wasserleitungen.

Ununterbrochene, glatte Führung der Flüssigkeit ermöglicht der Kugelschieber Abb. 476 u. 477 (Konstruktion Escher Wyss & Cie., Zürich-Ravensburg). Er ist ein Drehschieber. Der Schieberkörper ist mit 2 geschmierten Drehzapfen im kugelförmigen Gehäuse (günstige Form für die Beanspruchung) gelagert. Die bewegliche Dichtungsplatte wird bei geschlossenem Schieber, wenn der Entlastungshahn *B* ebenfalls geschlossen ist, durch den Rohrleitungsdruck fest gegen den Dichtungsring des Gehäuses gepreßt. Durch Öffnen des Hahnes *B* wird die Schieberplatte entlastet, da das Druckmittel in den Hohlraum *A* nur langsam durch kleine Löcher nachströmen kann. Der ganze auf dem Drehkörper ruhende Druck wird von den Drehzapfen aufgenommen. Geringer Verschleiß der leicht aufeinander gleitenden Dichtungsringe und leichtes Öffnen. Antrieb mechanisch durch eine Schnecke von Hand, oder hydraulisch durch einen (Servomotor-)Kolben mittels Steuerventils.

Bei der Konstruktion J. M. Voith, Heidenheim a. Brenz ist der verschiebbare Dichtungsring in das Gehäuse gelegt; Abb. 478 zeigt die Ausführung für die Betätigung von Hand und Abb. 479 läßt diejenige im Falle Fernsteuerung durch Drucköl erkennen.

Unmittelbaren hydraulischen Antrieb zeigt die Konstruktion Abb. 473, die ebenfalls glatte Strömung im Falle geöffneten Schiebers anstrebt. Geteiltes Schiebergehäuse (Zugänglichkeit des Schiebers).

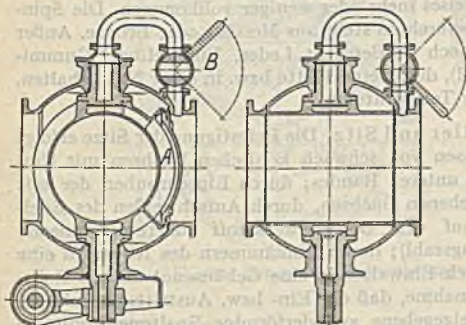


Abb. 476 und 477. Kugelschieber (Escher Wyss & Cie.).

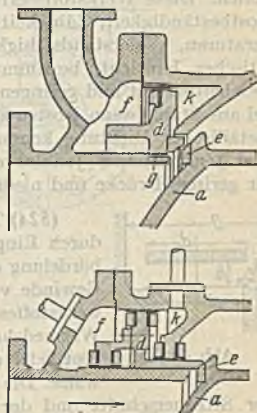


Abb. 478 und 479. Kugelschieberdichtung (J. M. Voith).

(522)

## Ventile.

Das Öffnen erfolgt durch paralleles Abheben vom Sitz: Hubventile, oder durch Drehen um eine Achse in der Sitzebene oder parallel dazu: Klappenventile.

Die Bauarten sind je nach dem Verwendungszweck sehr mannigfaltig. Man unterscheidet:

Absperrventile; die Betätigung erfolgt (bei Rohrleitungen) meist von Hand.

Gesteuerte Ventile; die Bewegung erfolgt durch die Maschine mittels Steuermechanismus (bei Dampf- und Gasmaschinen).

Selbsttätige Ventile; die Bewegung erfolgt durch die Flüssigkeitsdrücke (bei Pumpen und Kompressoren).

Ventile für Sonderzwecke; Sicherheits-, Rohrbruch-, Druckminderungsventile.

### Absperrventile.

(523) Hauptbestandteile sind das Ventilgehäuse, der Ventilteller mit Sitz, die Spindel mit Führung, die Stopfbüchse und der Antrieb. Nach der Strömungsrichtung werden Durchgang- und Eckventile unterschieden: Einbau in die gerade Rohrleitung bzw. Ablenkung um  $90^\circ$ . Der Werkstoff ist abhängig



von der Art, Temperatur und Pressung des Betriebsmittels (Flüssigkeit) und von der Ventilgröße. Vgl. (503). Bei kleinen Abmessungen und Temperaturen bis 220° C kommen Rotguß oder Bronze in Betracht mit Gehäuse und Sitz aus einem Stück. Bei größeren Durchmessern besteht das Gehäuse aus Gußeisen oder Stahlguß, bei sehr hohen Drücken (und kleineren Durchmessern) aus geschmiedetem Stahl. Der Sitz wird als Ring oder Büchse hergestellt, für geringe Drücke und Temperaturen früher aus Rotguß, für höhere Drücke und Temperaturen aus Nickellegierungen, für sehr hohe Temperaturen aus Reinnickel, das neuerdings durch den V 2 A-Stahl (20% Cr, 8% Ni) verdrängt wird. In Amerika, England und Skandinavien ist Monel-Metall (28% Cu, 67% Ni, 4% Fe), in Frankreich ist A TV-Stahl (35% Ni, 10% Cr, 1–2% Mn, 1% W), in Belgien, Holland ist COC-Metall (zinkfreie Cu-Legierung mit 45% Ni und Zusätzen von Fe und Si) üblich. Diese Werkstoffe erfüllen die Forderungen der Härte, Korrosions- und Rostbeständigkeit, Zähigkeit und hoher Streckgrenze, auch bei höchsten Temperaturen, Widerstandsfähigkeit in chemischer, geringen Potentials in elektrolytischer Hinsicht, bestimmter Wärmedehnungszahl [(10–12) 10<sup>-6</sup>], leichter Bearbeitbarkeit und geringen Preises mehr oder weniger vollkommen. Die Spindel aus Stahl, wenn Rosten zu befürchten steht aus Messing oder Bronze. Außer metallischer Dichtung kommt noch in Betracht Leder, Vulkanfiber, Gummi- oder Jenkinsmasse (Jenkinsventil), durch eine Platte bzw. in einer Nut gehalten, für geringe Drücke und niedrige Temperaturen.

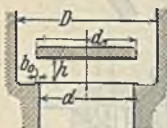


Abb. 480.

(524) Teller und Sitz. Die Befestigung der Sitze erfolgt durch Einpressen von schwach konischen Büchsen mit Umbördelung des unteren Randes; durch Einschrauben der mit Gewinde versehenen Büchsen, durch Aufschweißen des Edelmetallwerkstoffes auf den Gehäusewerkstoff (übereinstimmende Wärmedehnungszahl); durch Einhämmern des Ringes in eine Nut oder durch Einwalzen in eine Gehäusenut mittels Rohrwalze. Die Annahme, daß der Ein- bzw. Austrittsquerschnitt,

der Sitzquerschnitt und der freigegebene zylinderförmige Spaltquerschnitt je mit gleicher Geschwindigkeit rechtwinklig durchströmt werden Abb. 480 ergibt die unverengte Sitzweite = Rohrdurchmesser und die Hubhöhe  $h = \frac{d}{4}$ ; diese

Annahme ist aber nach den neueren Forschungen von Prandtl bei den üblichen Bauarten auch nicht annähernd erfüllt. Außerdem verursachen Rippen und Führungen am Sitz oder Teller Querschnittsverengungen und Wirbel.

Die Sitzbreite  $b_0$  ist aus Gründen kleinen Anpreßdruckes und leichten Einschleifens möglichst klein zu halten; maßgebend ist der Flächendruck  $p_0$ , für den bei nicht gleitenden Flächen nach Rötischer als zulässig gilt für

|                |            |                       |
|----------------|------------|-----------------------|
| weichen Gummi  | $p_0 \leq$ | 15 kg/cm <sup>2</sup> |
| Leder          | $p_0 \leq$ | 80 „                  |
| Rotguß         | $p_0 \leq$ | 150 „                 |
| Bronze         | $p_0 \leq$ | 200 „                 |
| Phosphorbronze | $p_0 \leq$ | 250 „                 |
| Nickel         | $p_0 \leq$ | 300 „                 |

Die Beanspruchung des Tellers durch die Spindelkraft und den Flüssigkeitsdruck entspricht derjenigen bei Platten.

Unter der oben erwähnten Annahme folgt aus  $\pi/4 (D^2 - d_1^2) = \pi/4 d^2$  mit  $d \sim d_1$ ,  $D \approx 1,4 d_1$ ; rücksichtlich Kontraktion muß  $h > 0,25 d$  und  $D > 1,4 d_1$  sein. Nach DIN 3313 (Entwurf) reicht der Teller mit Grobsitzpassung wenig in die Sitzbohrung hinein, Abb. 481. Andere Tellerführungen sind angegossene Flügel, 3 oder 4 Stück, die sich im Sitz oder im Gehäuse oder in beiden führen, oder ein Stift, mit dem Teller aus einem Stück, unten geführt, oder geschlossene obere Zylinderführung im Gehäuse. Klemmen der Flügel infolge

Verziehens bei höheren Temperaturen und Durchbiegung des Tellers; außerdem Abnutzung infolge der einseitigen Stromablenkung. Deshalb wird auf Füh-

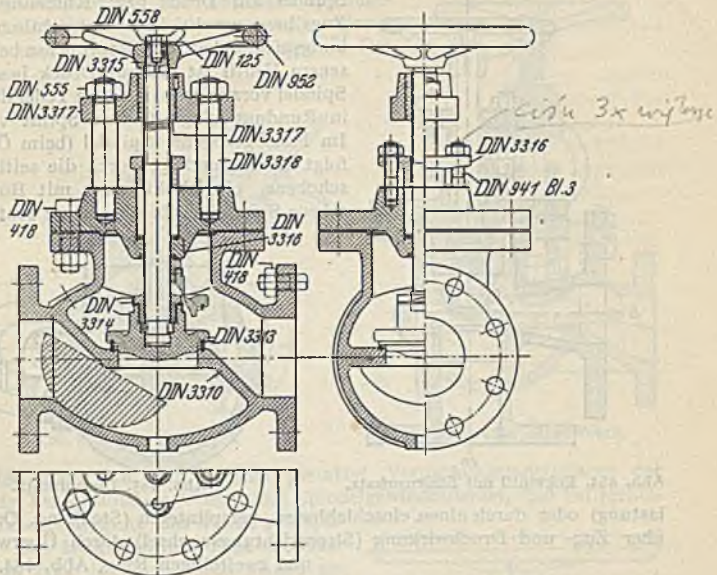


Abb. 481. Normgerechtes Durchgangventil mit Säulenaufsatz.

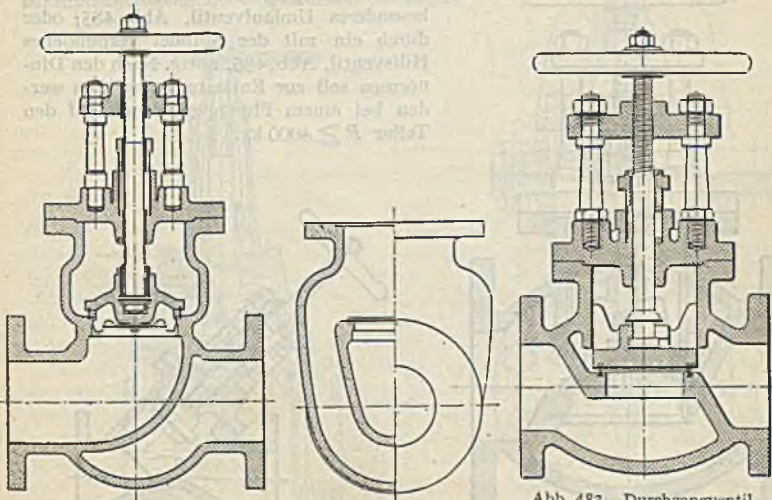


Abb. 482. Wiss-Durchgangventil.

Abb. 483. Durchgangventil mit Säulenaufsatz.

rungsflügel im Flüssigkeitsstrom entweder verzichtet oder sie werden kurz ausgeführt. Die einseitige Wirkung des Flüssigkeitsstromes auf den Ventilteller sucht das Wissventil, Abb. 482, zu vermeiden. Vgl. Z., 1905, S. 1036 und D. p. J. 1909, S. 662.



Spindel mit Stopfbüchse. Beweglichkeit zwischen Teller und Spindel zwecks Anpassens. Die Verbindung beider ist verschieden, je nachdem die Spindel auf Druck bzw. Knickung oder auf Zug beansprucht ist. Rücksichtlich Verpackungsmöglichkeit der Stopfbüchse bei geschlossenem Ventil ist die auf Druck beanspruchte Spindel vorzuziehen, mit dem Teller durch einen in Rundnut eingreifenden Splint verbunden. Im Falle gezogener Spindel (beim Öffnen) erfolgt die Verbindung durch die seitlich eingeschobene, eingedrehte oder mit Bunden versehene Spindel, Abb. 483 (keine zentrische Be-

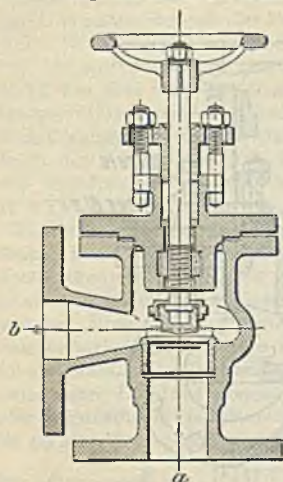


Abb. 484. Eckventil mit Säulenaufsatz.

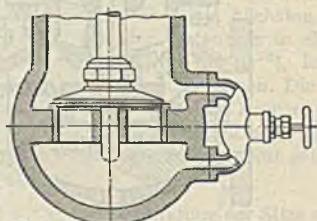


Abb. 485. Umlaufventil.

lastung) oder durch einen einschiebbaren, versplinteten (Stell)ring. Oder gegenüber Zug- und Druckwirkung (Stromrichtungswechsel) durch Überwurfmutter und zweiteiligen Ring, Abb. 484. Bei großen Abmessungen und hohen Pressungen ist Entlastung des Tellers durch ein besonderes Umlaufventil, Abb. 485, oder durch ein mit der Spindel verbundenes Hilfsventil, Abb. 486, nötig. Nach den Dinormen soll zur Entlastung gegriffen werden bei einem Flüssigkeitsdruck auf den Teller  $P \geq 4000$  kg.

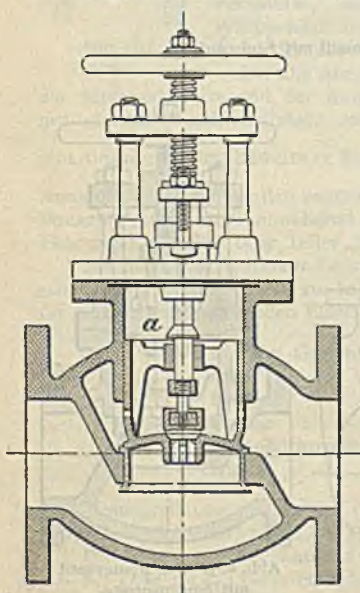


Abb. 486. Durchgangventil mit Entlastungshilfsventil.

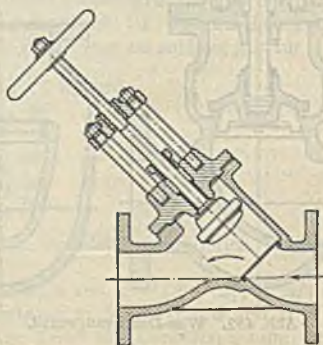


Abb. 487. Koswa-Ventil.

Rücksichtlich der in das Ermessen der Bedienung gestellten Größe des Dichtungsdruckes (meist viel größer als erforderlich) empfiehlt sich die An-

nahme der Kraft am Handrade bis zu 75 kg, mit der an Hand des vorerst geschätzten Trapezgewindes die Spindelkraft und damit der Kerndurchmesser folgt mit einer Anstrengung  $\approx \frac{1}{2}$  der zulässigen, die angenommen werden darf für Stahl zu 400—500 kg/cm<sup>2</sup>, für Bronze und Messing zu 200—300 kg/cm<sup>2</sup>. Der

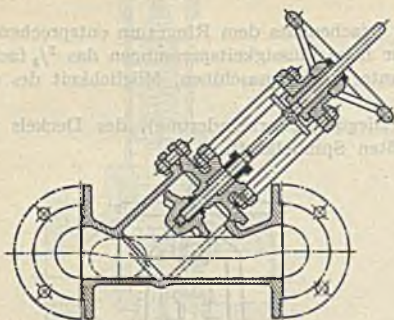


Abb. 488. Freiflußventil.

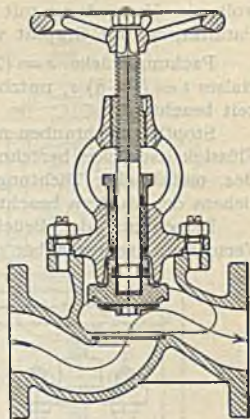


Abb. 489. Rhei-Ventil.

kegelförmige Bund an der Spindel gestattet Verpackungsmöglichkeit der Stopfbüchse bei geöffnetem Ventil. Das Spindelgewinde derart, daß bei rechts-sinniger Handraddrehung das Ventil geschlossen wird. Das Muttergewinde liegt entweder im Gehäuse, oder in einer durch Säulen gestützten Brücke bzw. in einem mit dem Deckel zusammenhängenden Bügelaufsatz (billigere

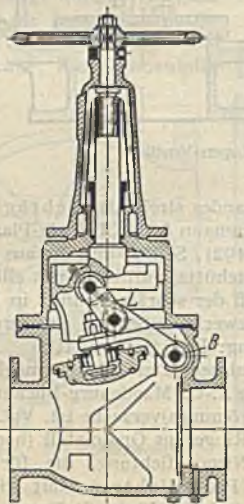


Abb. 490. Ideal-Ventil.

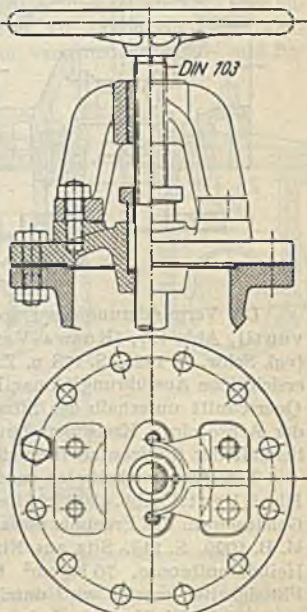


Abb. 490a. Normgerechter Deckel mit Bügelaufsatz.

und genaue zentrische Ausführung). Anordnung der Stopfbüchse mit Weich- oder Metallpackung derart, daß bei innenliegender Mutter das Spindelgewinde



nicht eindringt. Weichpackung: Gummi, Asbest, Weichmetalldraht in Ringen mit quadratischem Querschnitt, stumpf gestoßen und Stoßfugen versetzt. Baumwolle in Verbindung mit Leder, getränkt mit Talg oder anderen Fetten, Paraffin, ev. mit Graphit versetzt (Dichtung, Schmierung). Asbest bis  $350^{\circ}$  C.

Packungsstärke  $s = (2-2,5) \sqrt{d}$  mm und  $s_{\max} = 25-30$  mm, Tiefe des Halses  $t = (5-8) s$ , nutzbare Länge der Brille  $t_1 = 3 s$ . Verpackungsmöglichkeit beachten.

Stopfbüchsschrauben mit dem 3fachen des dem Ringraum entsprechenden Flüssigkeitsdruckes berechnen. (Für hohe Flüssigkeitspressungen das  $\frac{5}{4}$  fache.) Bez. metallischer Dichtung vgl. unter Dampfmaschinen. Möglichkeit des Anziehens der Muttern beachten.

Berechnung der Brücke auf Biegung (Formänderung), des Deckels mit Verschraubung gegenüber der größten Spindelkraft.

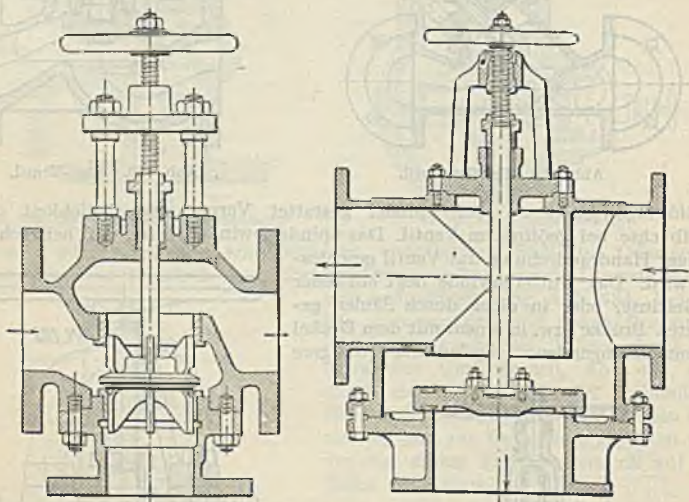


Abb. 491 u. 492. Doppelabsperrentile.

Die Verminderung des Durchflußwiderstandes strebt das Schrägspindelventil, Abb. 487, (Koswa-Ventil von Schumann & Co., Leipzig-Plagwitz) an (vgl. Schw. B. 1928, S. 178 u. Z. f. D. u. M. 1921, S. 377) und die aus Abb. 488 ersichtliche Ausführung (Amag-Hilpert-Pegnitzhütte Nürnberg) mit elliptischem Querschnitt unterhalb des Sitzes derart, daß der schräge Schnitt in Richtung der Achse einen Kreisquerschnitt ergibt, bezweckt außerdem Entleerungsmöglichkeit der (horizontal) liegenden Rohrleitung: Freiflußventil.

Tunlichst wirbelfreien und widerstandslosen Durchfluß ermöglicht das Rhei-Ventil, Abb. 489 (Schäffer & Budenberg A.-G., Magdeburg-Buckau), dessen Gehäuseform das Ergebnis umfangreicher (Strömungs)versuche ist. Vgl. hierüber M. B. 1929, S. 143. Sitz aus Nirostahl und Ringe aus Opalmetall (hochwertige Heißdampfbronze,  $70 \text{ kg/cm}^2$  Festigkeit): Niropaldichtung, die für unreine Flüssigkeiten ersetzt wird durch die weiche Polladichtung, mit Nickelblech ummantelt. Die Versuche haben gezeigt, daß bei wirbelfreier Strömung mit dem Ventilhub  $h = \frac{1}{4} d$  nicht auszukommen ist, und daß ein radialer Durchfluß durch den Ventilsplatt nicht vorliegt. Verminderung des Widerstandes durch Beibehaltung der Stromrichtung bezweckt des Ideal-Ventil, Abb. 490 (A. Borsig, Berlin-Tegel). Vgl. hierüber Z. 1921, S. 974.

(525) Für das genormte Durchgangventil mit Säulenaufsatz, Abb. 481, und den normgerechten Deckel mit Bügelaufsatz, Abb. 490a<sup>1)</sup> (und für das Eck-

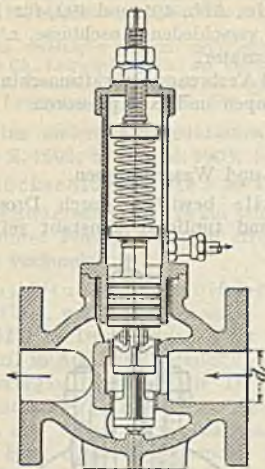


Abb. 493.  
Druckminderungsventil.

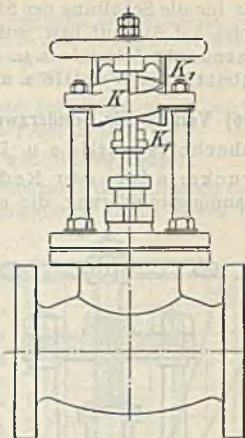


Abb. 494. Schnellschlußventil.

ventil) waren maßgebend die für Rohre aufgestellten Normen, einfache Herstellung der Gehäuse, übereinstimmende Einzelteile für Durchgang- und Eckventile. Die Hauptabmessungen der Gehäuse für verschiedene Nenn- und Betriebsdrücke sowie Nennweiten sind festgelegt durch DIN 3302 bis 3311 für Durchgangventile und DIN 3322—3331 für Eckventile; für die Einbauteile

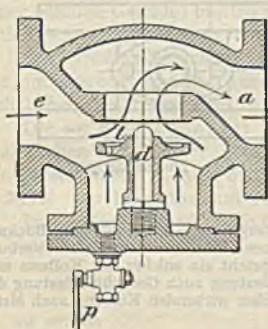


Abb. 495. Selbstschlußventil.

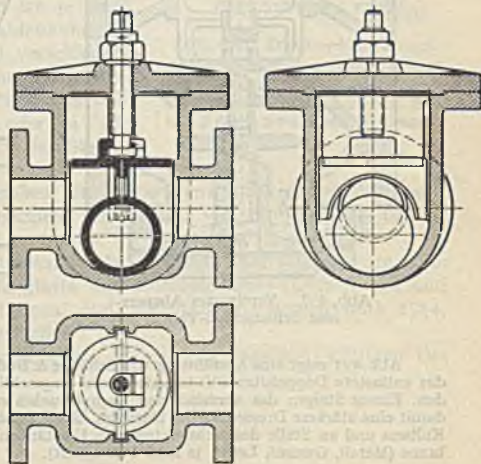


Abb. 496. Selbstschluß-Kugelventil.

(Deckel, Kegel und Sitzring, Kegelbefestigung, Spindelvierkant, Handradbefestigung, Stopfbüchse, Säulen- und Bügelaufsatz, Säulen, Handräder) sind maßgebend DIN 3312—3319, und DIN 3400 enthält die Kennzeichen hinsichtlich Nennweite, Nenndruck, Werkstoff, Durchflußrichtung und Herstellerzeichen. Schließlich

<sup>1)</sup> Nach Rötcher, Maschinenelemente, S. 416, stark ausgezogen für die durch die Norm festgelegten Linien, schwach ausgezogen für die freiem Ermessen überlassenen Linien.



versteht sich noch DIN 3271 für Durchgangventile bis Nenndruck 10, Betriebsdruck W 10 für Klein-Gas-Wasserarmaturen.

Doppelabsperr- oder Wechselventile, Abb. 491 und 492, für Dampf bzw. Gas für die Schaltung der Strömung auf verschiedene Anschlüsse, z. B. des Abdampfes auf Auspuff bzw. auf den Kondensator.

Gesteuerte Ventile s. u. Dampf- und Verbrennungskraftmaschinen.

Selbsttätige Ventile s. u. Wasserpumpen und Kompressoren.

### (526) Ventile für Sonderzwecke.

Sicherheitsventile s. u. Dampfkessel und Wasserpumpen.

Druckminder- oder Reduzierventile bewirken durch Drosselung eine Spannungsminderung, die einstellbar und tunlichst konstant sein soll.

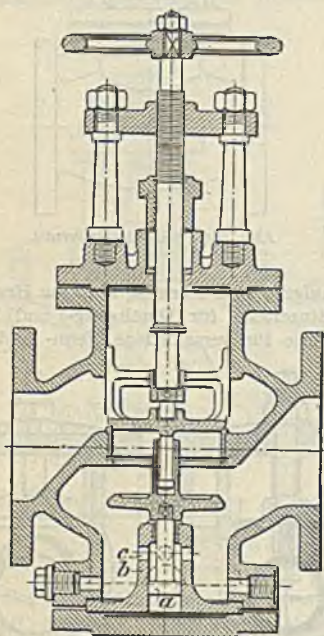


Abb. 497. Vereinigtes Absperr- und Selbstschluß-Ventil.

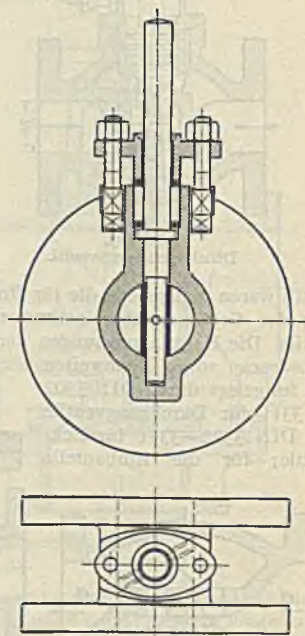


Abb. 498. Drosselklappe.

Abb. 493 zeigt eine Ausführung von Schäffer & Budenberg G. m. b. H., Magdeburg-Buckau: das entlastete Doppelsitzventil ist mit einem eingeschliffenen, federbelasteten Kolben verbunden. Einem Steigen des verminderten Dampfdruckes entspricht ein solches des Kolbens und damit eine stärkere Drosselung des Dampfes. Statt Federbelastung auch Gewichtsbelastung des Kolbens und an Stelle des nicht unter allen Umständen sicher wirkenden Kolbens auch Membrane (Metall, Gummi, Leder, je nach Flüssigkeit).

Schnellschlußventil, Abb. 494, Konstruktion Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover:

Das Außengewinde in der Brücke ist durch ein Kreiskeilpaar  $K$  ersetzt. Begrenzung der Endstellung durch die Knaggen  $K_1$ , Selbstsperrung in den Zwischenstellungen durch die Keilreibung.

Selbstschluß-(Rohrbruch-)Ventile, die sich selbsttätig und rasch schließen im Falle erheblicher Überschreitung der normalen Strömungsgeschwindigkeit, Abb. 495.

Ausführung Dreyer, Rosenkranz & Dropp, Hannover: die mit der Vergrößerung des Überdruckes zwischen  $c$  und  $a$  verknüpfte größere Dampfgeschwindigkeit drückt den auf  $d$  geführten Teller auf seinen Sitz. Mittels Kugelventils nach Abb. 496, Konstruktion Schäffer & Budenberg G. m. b. H., Magdeburg-Buckau. Die Empfindlichkeit ist durch Verstellen des Durchlaßbogens regelbar.

Ein vereinigtges Absperr- und Selbstschlußventil zeigt Abb. 497, Konstruktion L. Schumann & Co., Leipzig-Plagwitz: der Ventilteller trägt den im Zylinder  $b$  eingeschlifenen Rotgußkolben  $a$ , oberhalb dessen durch die Löcher  $c$  die Spannung des strömenden Dampfes, unterhalb dessen Saugspannung herrscht. Der Druckunterschied bewirkt stoßfreien Ventilschluß.

Über andere Konstruktionen und Versuche mit ihnen vgl. F. A. Heft 34, ferner Z. 1898, S. 644; Z. 1903, S. 392 und Z. 1904, S. 1047.

Rückschlagventile s. u. Dampfkessel und Wasserpumpen.

Schwimmerventile zur selbsttätigen Absperrung des Zuflusses, sobald ein bestimmter Flüssigkeitsstand erreicht ist: Schwimmer, durch Hebel mit dem Ventil verbunden.

Entlüftungs-, Schnüffel-(Schnarch-) Ventile s. u. Wasserpumpen.

(527) In Druckleitungen für Wasserkraftanlagen, in Abdampf(Heiz)leitungen findet als Absperrorgan bisweilen die Drosselklappe Verwendung. Vgl. bez. des erstgenannten Gebietes das unter Wasserkraftmaschinen Gesagte bzw. die entsprechenden Drucksachen der Firmen J. M. Voith, Heidenheim a. Brenz, und Escher Wyss & Co. A.-G., Zürich-Ravensburg. Für Dampfleitungen läßt Abb. 498, Ausführung Schäffer & Budenberg G. m. b. H., Magdeburg-Buckau, das Wesentliche erkennen.

(528) Der mit den Absperrvorrichtungen verknüpfte Durchflußwiderstand ist je nach der mehr oder weniger großen Ablenkung der Strömung (Kontraktion, Wirbel) verschieden, am kleinsten bei Schiebern ohne Leitungsunterbrechung und bei den Ventilen, die entweder keine Ablenkung erfordern oder im Falle einer solchen Gehäuse besitzen, die den Stromlinienformen entsprechen.

Den größten Druckabfall ergeben die Absperrventile der üblichen Bauart, die normgerechten nicht ausgenommen. Für Wasser vgl. die aus Abb. 499 ersichtlichen Druckhöhenverluste.

Die im Falle Dampfes auftretenden Druckverluste hat Guilleaume (im praktischen Betriebe) ermittelt für glatte und Kompensations-(Lyra-)bogen und für verschiedene Absperrvorrichtungen. Vgl. hierüber Feuerungstechnik 1914, S. 233 ff. Guilleaume hat festgestellt:

In der für glatte Leitungen ohne Richtungswechsel gültigen Beziehung

$$p_0 = p_1 - p_2 = \beta_1 \gamma \frac{l}{d} c^2 \quad 1)$$

ist zu setzen

$$\beta_1 = 9,15 \cdot 10^{-8} \text{ für Leitungen (mit } d = 300 \text{ mm),}$$

so daß der von Fritzsche vorgeschlagene Beiwert lautet

$$\beta_1 = \frac{14 \cdot 10^{-8}}{(\gamma c)^{0,148} d^{0,209}}$$

1) Vgl. Gutermuth in Z. 1887, S. 670 u. ff.; Eberle in F. A. Heft 78 und Fritzsche in F. A., Heft 60.

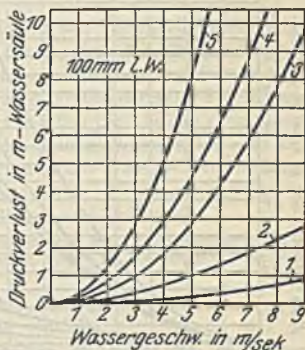


Abb. 499. Druckverlust-Kurven.

1 glattes Rohr, 2 Freiflußventil, 3 Schrägsitzventil, Spezial-Bauart, 4 Schrägsitzventil, allgemeine Bauart, 5 Absperrventil mit Horizontal-Sitz.



und, wie eine Vergleichsrechnung zeigt, der von Eberle zu  $\beta_1 = 10,5 \cdot 10^{-8}$  angegebene, einfachere Wert für alle Verhältnisse als praktisch zulässig erscheint. Für einen Kompensator (glattes Rohr 300 mm Durchm.) ermittelte Guilleaume

$$\beta_1 = 11,33 \cdot 10^{-8} \text{ (Mittelwert);}$$

dem geraden Rohr gleicher Länge entspricht nach Fritzsche  $\beta_1 = 6,8 \cdot 10^{-8}$ , d. i. ein um 83% kleinerer Wert.

Unter Berücksichtigung des an einem 55 mm weiten glatten Ausgleichbogen<sup>1)</sup> gewonnenen und für  $\beta_1 = 16,35 \cdot 10^{-8}$  lautenden Ergebnisses und des nach Fritzsche zu  $\beta_1 = 9,13 \cdot 10^{-8}$  berechneten Beiwertes wird für glatte Ausgleichbogen empfohlen:  $\beta_1 = \frac{17 \cdot 10^{-8}}{(\gamma c)^{0,148} \cdot d^{0,269}}$ . Für Wellrohrkompensatoren ist

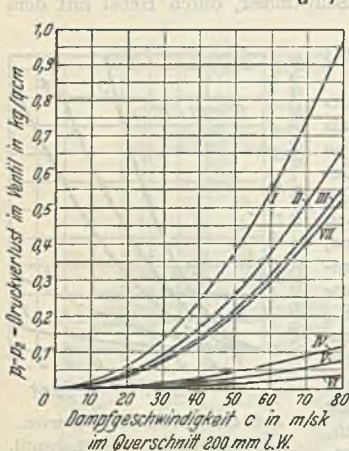


Abb. 500. Druckverlustkurven für Dampf.

- I Normales Absperrventil,
- II König-Ventil,
- III Ferranti-Schieber,  $\frac{1}{4}$  offen,
- IV Hopkinson-Schieber,  $\frac{1}{4}$  offen,
- V Ideal-Ventil (Borsig),
- VI Hopkinson-Schieber offen,
- VII König-Ventil mit großem Hub.

und die ermittelten Pressungsunterschiede werden gedeckt durch die Beziehung

$$\beta_v = 12,2 \cdot 10^{-6} (1,2 + \sqrt{10 d}).$$

Weiter ermittelte Guilleaume für Absperrschieber 200 mm Durchgang, in Ausführung als

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| Ferranti-Schieber ( $\frac{1}{4}$ offen)  | $\beta_s = 18,30 \cdot 10^{-6}$      |
| Hopkinson-Schieber (offen)                | $= 1,29 \cdot 10^{-6}$ ,             |
| Hopkinson-Schieber ( $\frac{3}{4}$ offen) | $= 3,82 \cdot 10^{-6}$ , und für das |
| Ideal-Ventil                              | $\beta_v = 2,52 \cdot 10^{-6}$ ,     |
| König-Ventil (50 mm Hub)                  | $= 21,92 \cdot 10^{-6}$ ,            |
| König-Ventil (60 mm Hub)                  | $= 17,37 \cdot 10^{-6}$ .            |

Vgl. Abb. 500.

der Beiwert größer (abhängig von Form und Anzahl der Wellen).

Guilleaume ermittelte für einen solchen mit kleineren Krümmungshalbmessern als beim glatten Rohr einen 10mal so großen Widerstand, für übereinstimmende Radien stellten Bach und Stückle einen 2mal so großen Widerstand als im Falle glatten Krümmers fest.

Für Ventile beträgt in  $p_1 - p_2 = \beta_v \gamma c^2$

$\beta_v = 35,85 \cdot 10^{-6}$  für ein 300er normales Durchgangventil (Dampfströmung durch den Sitz von unten nach oben),

$\beta_v = 43,5 \cdot 10^{-6}$  bei umgekehrter (nicht normaler) Stromrichtung.

Für 200 und 100 mm Lichtweite wurde im Falle normalen Einbaues beobachtet

$\beta_v = 31,22 \cdot 10^{-6}$  bzw.  $\beta_v = 27,25 \cdot 10^{-6}$ .

Die widerstandsgleiche Leitungslänge nimmt mit wachsendem Ventildurchgang zu, gemäß der Beziehung

$$l = 116 (1,2 + \sqrt{10 d}) d$$

<sup>1)</sup> Bach und Stückle in Z. 1913, S. 1136 u. ff.

## Fünfter Abschnitt.

# Wärmemechanik.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann.

## Begriffsbestimmungen und Grundlagen.

(529) **Temperatur.** Zum quantitativen Vergleich des Wärmezustandes muß eine Temperaturskala zugrunde gelegt werden. Diese geben die Thermometer durch die Ausdehnung der Körper bei Zunahme der Temperatur. Für wissenschaftliche und technische Temperaturmessung wird die hundertteilige Temperaturskala nach Celsius benutzt, deren Nullpunkt die Temperatur des schmelzenden Eises ist, während die Siedetemperatur des reinen Wassers bei 760 mm Barometerstand zu 100 angenommen ist; der hundertste Teil der Ausdehnung des Quecksilberfadens im Thermometer zwischen diesen Temperaturen ist als Einheit der Temperatur angenommen und heißt 1 Grad Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Außer der Celsiusskala werden zuweilen noch die Skalen nach Réaumur (Gefrierpunkt  $0^{\circ}\text{R}$  Siedepunkt  $80^{\circ}\text{R}$ ) und nach Fahrenheit (Gefrierpunkt  $+32^{\circ}\text{F}$ , Siedepunkt  $+212^{\circ}\text{F}$ ) benutzt. Zum Vergleich muß umgerechnet werden:

$$t^{\circ}\text{C} = \frac{4}{5} t^{\circ}\text{R} = 32 + \frac{9}{5} t^{\circ}\text{F}; \quad t^{\circ}\text{R} = \frac{5}{4} t^{\circ}\text{C} = 32 + \frac{9}{4} t^{\circ}\text{F}; \\ t^{\circ}\text{F} = \frac{5}{9} (t - 32)^{\circ}\text{C} = \frac{4}{9} (t - 32)^{\circ}\text{R}.$$

Zur genauen Messung mit dem Quecksilberthermometer muß außer dem Quecksilbergefäß auch der ganze Quecksilberfaden der zu messenden Temperatur ausgesetzt sein. Falls letzteres nicht möglich, so ist die mittlere Temperatur des herausragenden Fadens zu berücksichtigen; als solche kann die Temperatur der Umgebung des Thermometers angenommen werden. Ist  $t_1^{\circ}$  die abgelesene Temperatur,  $n^{\circ}$  die Anzahl Grade des herausragenden Fadens und  $t_2$  die mittlere Temperatur desselben, so ist die wahre Temperatur:

$$t = t_1 + 0,000158 (t_1 - t_2) \cdot n.$$

Das Quecksilberthermometer ist aber nur in den Grenzen von Gefrierpunkt des Hg ( $-39^{\circ}\text{C}$ ) bis zum Siedepunkt desselben ( $+357^{\circ}\text{C}$ ) brauchbar. Für tiefere und höhere Temperaturen werden deshalb Gasthermometer mit Wasserstofffüllung verwendet; da das Volumen vom Druck abhängig ist, muß letzterer konstant gehalten und die Ausdehnung des Gases gemessen werden. Bequemer ist die Messung der Temperatur durch die Änderung des Druckes bei konstantem Volumen, da alsdann Druck und abs. Temperatur proportional sind (s. u.).

Zu Temperaturmessungen werden ferner elektrische Eigenschaften von Metallen benutzt. Derartige Instrumente — Pyrometer — sind:

Elektrische Widerstandspyrometer, die auf der Zunahme des Widerstandes eines von einem schwachen Strom durchflossenen Platindrabtes bei Temperaturerhöhung beruhen und bis zu sehr hohen Temperaturen brauchbar sind. Die Skala zeigt direkt  $^{\circ}\text{C}$  an.

Thermoelektrische Pyrometer beruhen auf der Entstehung eines in der Stärke von der Temperatur abhängigen Stromes in einem Kreise aus 2 Metallen oder Legierungen, wenn die Verbindungsstellen verschiedenen Temperaturen ausgesetzt werden. Benutzt werden Thermoelemente mit Kupfer und Konstantan (58 Cu, 41 Ni, 1 Mn), Eisen-Neusilber (bis  $600^{\circ}$ ), Platin-Platinrhodium (bis 1614) u. a.

Zur Bestimmung der Temperaturen in Öfen werden auch optische Pyrometer benutzt, mit denen Temperaturen zwischen 900 und  $4000^{\circ}$  genau gemessen werden können.

Die absolute Temperatur. Bezeichnet  $t$  die Temperatur in  $^{\circ}\text{C}$  der Celsiusskala, so ist die absolute Temperatur  $T = 273 + t$ . Der Nullpunkt der absoluten Temperaturskala liegt demnach bei  $-273^{\circ}\text{C}$ . In allen Gleichungen der Wärmelehre kommt nur die abs. Temperatur in Betracht; sie ist in der Natur begründet, da alle Gase für je  $1^{\circ}\text{C}$  ihr Volumen um  $\frac{1}{273} = 0,003663$  ändern (s. Gesetz von Gay-Lussac (536)).



(530) Spezifischer Druck oder Spannung ist der Teil des Gesamtdruckes bezogen auf die Flächeneinheit. Als Einheit dient der Druck von 1 kg auf 1 cm<sup>2</sup> — die technische Atmosphäre, oder von 10 000 kg auf 1 m<sup>2</sup>. Bezeichnung:  $p$  in kg/cm<sup>2</sup> (at) und  $P$  in kg/m<sup>2</sup>.

Die Druckmessung erfolgt durch Flüssigkeitssäulen. Nach dem Gesetz der Hydrostatik ist der Gewichtsdruck einer Flüssigkeit gleich Tiefe  $h \times$  Fläche  $\times$  spezifisches Gewicht  $\gamma$ , also auf die Flächeneinheit  $= \gamma \cdot h$ . Dieses ist aber nur der Überdruck bzw. Unterdruck, da auf die Flüssigkeit außen noch der Oberflächendruck der Luft  $p_i$  wirkt, Abb. 1 und 2, so daß der ganze Druck im Gefäß, der absolute Druck

$$p = p_i + \gamma \cdot h \text{ bzw. } p = p_i - \gamma \cdot h \text{ ist.}$$

Da  $p_i$  schwankt, so ist bei gleichbleibendem Druck im Gefäß die Anzeige des Meßinstrumentes verschieden; deshalb ist stets der absolute Druck einzusetzen.

Es ist  $p - p_i = \gamma \cdot h$  der Über- bzw. Unterdruck; für Wasser mit  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  ist für  $p - p_i = 1 \text{ at} = 10\,000 \text{ kg/m}^2$  die Säule

$$h = \frac{10000 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} = 10 \text{ m Wassersäule (W.-S.)}$$

oder  $1 \text{ m W.-S.} = \frac{1}{10} \text{ at} = \frac{1}{10} \text{ kg/cm}^2$

und  $1 \text{ mm „} = \frac{1}{10000} \text{ kg/cm}^2 = 1 \text{ kg/m}^2$ .

Für Quecksilber mit  $\gamma = 13,595 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3$  (bei 0° C) entspricht einer Atmosphäre:

$$h = \frac{10\,000}{13\,595} = 0,7355 \text{ m} = 735,5 \text{ mm Quecksilbersäule (Q.-S.)}$$

Eine alte oder physikalische Atmosphäre ist der Druck von 760 mm Q.-S. bei 0° C; es ist somit

$$1 \text{ alte Atm.} = 760 : 735,5 = 1,0333 \text{ kg/cm}^2$$

Bei anderer Temperatur als 0° C muß eine Reduktion des Barometerstandes auf 0° erfolgen. Auf je 1000 mm Q.-S. ist vom abgelesenen Wert abzuziehen (nach Landolt und Börnstein):

| bei | 0°   | 5°   | 10°  | 15°  | 20°  | 25°  | 30°           |
|-----|------|------|------|------|------|------|---------------|
|     | 0,00 | 0,87 | 1,73 | 2,59 | 3,45 | 4,31 | 5,17 mm Q.-S. |

Bei Kältegraden ist ebensoviel zu addieren: z. B. bei 25° sei der abgelesene Barometerstand 765 mm Q.-S.; dann ist der auf 0° C reduzierte:

$$765 - 0,765 \cdot 4,31 = 765 - 3,3 = 761,7 \text{ mm Q.-S.}$$

**Beispiele.** 1. In einem Gefäß herrsche ein Unterdruck von  $h = 600 \text{ mm}$  (Abb. 2) bei 740 mm Q.-S. Barometerstand. Dann ist der absolute Druck im Gefäß:  $740 - 600 = 140 \text{ mm Q.-S.}$  oder, da  $735,5 \text{ mm Q.-S.} = 1 \text{ at}$ ,  $p = 140 : 735,5 = 0,19 \text{ at abs.}$

2. Der Überdruck im Gefäß (Abb. 1) sei  $h = 250 \text{ mm W.-S.}$  bei 750 mm Q.-S. Barometerstand. Letzterer ebenfalls in W.-S. ausgedrückt ist  $750 \cdot 10000 : 735,5 = 10\,197 \text{ mm W.-S.}$  und damit der abs. Druck im Gefäß

$$p = 10197 + 250 = 10447 \text{ mm W.-S.} = 1,0447 \text{ at. abs.}$$

3. Bei einem Barometerstand von 725 mm Q.-S. zeigt das Vakuummeter eines Kondensators 0,75 at Unterdruck. Der Barometerstand in at ist  $725 : 735,5 = 0,984 \text{ at}$  und der Kondensatordruck  $p = 0,984 - 0,75 = 0,234 \text{ at abs.}$

(531) Spezifisches Volumen  $v$  in m<sup>3</sup>/kg ist das Volumen der Gewichtseinheit (1 kg) vom bestimmten Zustand, unabhängig vom Gesamtvolumen  $V \text{ m}^3$  einer beliebigen Menge. Ist  $G$  das Gewicht der betrachteten Menge vom Volumen  $V$ , so ist  $v = V : G$ .

Der reziproke Wert des spez. Volumens ist das spezifische Gewicht  $\gamma$  in  $\text{kg/m}^3$ , also das Gewicht der Raumeinheit:  $\gamma = 1 : v$ .

Mit einer Volumensänderung ist stets äußere Arbeit verbunden, die aus der Volumensänderung (als Weg) und dem Druck (als Kraft) bestimmt werden kann. Ist  $F_{\text{qm}}$  die Kolbenfläche,  $P_{\text{kg/qm}}$  der jeweilige Druck in einem Zylinder, so ist  $F \cdot P = K_{\text{kg}}$  die Kraft (Abb. 3) und bei einer Verschiebung des Kolbens um einen kleinen Weg  $ds$  ist die Arbeit

$$dL = K \cdot ds = P \cdot F \cdot ds;$$

da aber  $F \cdot ds = dV$  die Volumensänderung, so ist  $dL = P \cdot dV$  und für den ganzen Weg  $s$ :  $L = \int P \cdot dV$ .

Bei Ausdehnung nach allen Seiten kann man sich dieselbe in unendlich viele kleine Zylinder von der Grundfläche  $dF$  zerlegt denken und erhält durch zweimaliges Integrieren den obigen Ausdruck für die Arbeit.

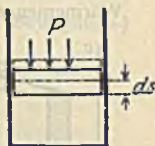


Abb. 3.

(532) Wärmemenge Q. Gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper von gleicher Temperatur ergeben beim Eintauchen in Wasser, bei gleicher Menge desselben, ganz verschiedene Erwärmung des Wassers, enthalten also verschiedene Wärmemengen. Man unterscheidet deshalb die Temperatur von der Wärmemenge, nimmt aber als Maß für die Wärmemenge, die ein Körper aufgenommen oder abgegeben hat, diejenige Temperaturänderung, welche ein mit dem Körper in Berührung gebrachter „Normalkörper“ erfährt (bei Ausschluß anderer Ursachen). Als Normalkörper dient Wasser.

Eine Wärme-Einheit ist diejenige Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg Wasser (rein) von 15° auf 16° C zu erwärmen; sie wird auch große Kalorie oder kg-Kalorie genannt und kcal bezeichnet.

Einen Nullpunkt für die Messung der Wärmemenge braucht man nicht, da nur die zu- oder abgeführte Wärme in Betracht kommt, nicht die „enthaltene“.

Diejenige Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg eines Stoffes in einen anderen Aggregatzustand bei derselben Temperatur überzuführen, heißt latente Wärme, im besonderen die Schmelzwärme oder Verdampfungswärme.

Der Betrag der latenten Wärme ist von den äußeren Umständen, besonders vom Druck abhängig (s. auch Anhang).

Schmelzwärme für 1 kg

|                       |               |                        |             |
|-----------------------|---------------|------------------------|-------------|
| Eis . . . . .         | 79,24 kcal/kg | Blei . . . . .         | 5,5 kcal/kg |
| Quecksilber . . . . . | 2,82 „        | Zinn . . . . .         | 14,24 „     |
| Paraffin . . . . .    | 35,0 „        | Eisen (rein) . . . . . | 69,0 „      |
| Zink . . . . .        | 22,6 „        | Silber . . . . .       | 21,1 „      |

Verdampfungswärme bei 760 mm Q.-S.

|                       |             |                          |             |
|-----------------------|-------------|--------------------------|-------------|
| Wasser . . . . .      | 539 kcal/kg | Ammoniak . . . . .       | 327 kcal/kg |
| Quecksilber . . . . . | 68 „        | Schwefl. Säure . . . . . | 92,3 „      |
| Alkohol . . . . .     | 210 „       | Ather . . . . .          | 90 „        |

(533) Spezifische Wärme c eines Stoffes ist die Anzahl kcal, die nötig ist, um 1 kg des Stoffes von 15° um 1° zu erwärmen. Die Aufnahmefähigkeit für Wärme — Wärmekapazität — ist von der Natur der Stoffe abhängig, somit auch die spez. Wärme. Die Wärmemenge Q zur Erwärmung von G kg von  $t_1^0$  auf  $t_2^0$  ist

$$Q = G \cdot c (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 1$$

Da c von der Temperatur abhängig ist, so ist zu setzen

$$dQ = Gc dt; \quad Q = G \int_{t_1}^{t_2} c dt \dots \dots \dots 1a$$

woraus für 1 kg  $c = \frac{dQ}{dt}$  die wahre spez. Wärme oder für endliche Temperaturdifferenz  $c_m = Q : (t_2 - t_1)$  die mittlere spez. Wärme, die von der wahren um so mehr abweicht, je größer  $(t_2 - t_1)$ .



Ist in Abb. 4 der Verlauf der wahren spez. Wärme durch die Kurve  $c$  in Abhängigkeit von der Temperatur gegeben, so ist die Fläche unterhalb  $c$  die ganze Wärmemenge  $Q$  und die mittlere spez. Wärme die mittlere Höhe dieser Fläche.

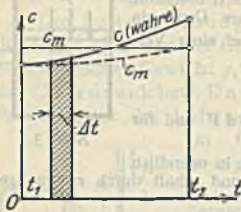


Abb. 4.

Bestimmt man diese für von  $t_1$  bis  $t_2$  zunehmende Temperaturintervalle, so ergibt sich die Kurve  $c_m$  der mittleren spez. Wärmen.

Allgemein gilt für die Abhängigkeit der spez. Wärme von der Temperatur die Beziehung:  $c = a + b t$ , worin  $a$  und  $b$  von dem Stoff abhängige Werte sind.

Bei Gasen ist die Wärmemenge für eine Temperaturänderung bei gleichem Druck und bei gleichem Volumen verschieden; man hat deshalb zu unterscheiden:

- spez. Wärme bei konstantem Druck  $c_p$
- und spez. Wärme bei konstantem Volumen  $c_v$ ,

wobei  $c_p > c_v$ ; das Verhältnis  $c_p : c_v = \kappa$  ist von der Atomzahl der Gase abhängig (s. (540)).

Spezifische Wärme  $c$  ( $0^\circ \div 100^\circ$ )

flüssiger und fester Körper

|                        |        |                     |        |                          |       |
|------------------------|--------|---------------------|--------|--------------------------|-------|
| Wasser . . . . .       | 1,000  | Aluminium . . . . . | 0,2150 | Petroleum . . . . .      | 0,500 |
| Eis . . . . .          | 0,50   | Gold . . . . .      | 0,0316 | Alkohol . . . . .        | 0,58  |
| Quecksilber . . . . .  | 0,033  | Kupfer . . . . .    | 0,0936 | Ammoniak . . . . .       | 1,00  |
| Eisen (rein) . . . . . | 0,1162 | Zink . . . . .      | 0,0935 | Äther . . . . .          | 0,54  |
| Gußeisen . . . . .     | 0,1190 | Zinn . . . . .      | 0,0559 | Schwefl. Säure . . . . . | 0,32  |
| Blei . . . . .         | 0,0307 | Glas . . . . .      | 0,186  | Maschinenöl . . . . .    | 0,40  |

**(534) Erster Hauptsatz:** Wärme und Arbeit sind äquivalent (gleichwertig) (Robert Mayer, 1842). Für jede kcal, die in Arbeit umgesetzt wird, erhält man eine ganz bestimmte Arbeit und umgekehrt. Ist  $L$  die Arbeit in mkg,  $Q$  die Wärmemenge, so ist  $Q = A L$ , worin  $A$  das mechanische Wärme-äquivalent, das nach Ergänzung der ersten von Joule ausgeführten Versuche jetzt zu  $A = \frac{1}{427}$  (kcal/mkg) festgesetzt ist. Damit ist 1 kcal = 427 mkg; da 1 PS = 75 mkg/sek = 75 · 3600 mkg/St, so ist 1 PS-Stunde = 270000 : 427 = 632,3 kcal oder 1 kcal in der Sek. = 5,7 PS.

Wärme ist somit eine Energieform. Arbeit kann in mkg ( $L$ ) oder in kcal ( $A L$ ) ausgedrückt werden.

Führt man also einem Körper Wärme zu, so wird seine Energie erhöht, die sich in Temperatur-, Druck-, Volumen- oder Geschwindigkeitserhöhung äußern kann. Die in Form von Wärme im Körper befindliche Energie ist seine

**(535) innere Energie,** die in kcal ausgedrückt und für 1 kg mit  $u$ , für eine beliebige Menge mit  $U$  bezeichnet wird. Einen Nullpunkt für die Messung der Energie braucht man nicht, da nur die Änderung der Energie wichtig ist.



Abb. 5.

Innere Energie kann ein Körper auf zweifache Weise erhalten: 1. durch direkte Wärmeabgabe und 2. durch Arbeitszufuhr (z. B. durch Verdichtung, Schlag oder Reibung).

Es werde die zugeführte (aufgewendete) Arbeit mit  $-L$ , die entnommene (vom Körper geleistete) mit  $+L$  bezeichnet, Abb. 5; andererseits sei die zugeführte Wärme  $+Q$ , die abgeführte  $-Q$ .

Allgemein können beide Arten zugleich vorliegen: durch die zugeführte Wärme  $+Q$  und die aufgewendete Arbeit  $-L$  werde die innere Energie von  $U_1$  auf  $U_2$  erhöht; es ist dann:  $\Delta U = U_2 - U_1 = Q + (-A L)$  oder

$$Q = U_2 - U_1 + A L = U_2 - U_1 + A \int P dV \dots \dots 2$$

$$dQ = dU + A P dV.$$

Dieses ist die allgemeine Wärmegleichung. Für 1 kg ist  $u_2 - u_1$  und  $v$  einzusetzen.

Wird außer der inneren Energie auch noch die kinetische (Bewegungs-) Energie  $E_1$  in  $E_2$  geändert, so ist

$$Q = (U_2 - U_1) + (E_2 - E_1) + AL.$$

## Die Mechanik der Gase.

### Die Gasgesetze.

(536) Gesetz von Gay-Lussac. Der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  ist für alle Gase bei demselben Druck gleich, und zwar für  $1^\circ\text{C}$   $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003663$ . Ist  $V_0$  das Volumen bei  $0^\circ$ , so ist es bei  $t_1^\circ$   $V_1 = V_0 + V_0 \frac{t_1}{273} = V_0 (1 + \frac{t_1}{273}) = V_0 (273 + t_1) : 273$  oder, da  $t_1 + 273 = T_1$  die abs. Temperatur,  $V_1 = V_0 \cdot T_1 : 273$ . Für  $t_2^\circ$  ist dann  $V_2 = V_0 \cdot T_2 : 273$  und

$$V_1 : V_2 = T_1 : T_2 \dots \dots \dots 3$$

d. h. bei konstantem Druck verhalten sich die Volumina wie die absoluten Temperaturen.

Trägt man für einen bestimmten Druck die Volumina über den Temperaturen auf, Abb. 6, so ändert sich  $V$  nach einer Geraden, die durch  $t = -273$  oder  $T = 0$ , den abs. Nullpunkt, geht. Da das Volumen aber nicht Null werden kann, so folgt, daß das Gesetz nicht bis zum abs. Nullpunkt gelten kann (s. Dämpfe). Für andere Drücke ergeben sich andere Gerade, die aber alle durch  $T = 0$  gehen, Abb. 6, und zwar entsprechen höheren Drücken tiefer liegende Gerade.

Zieht man eine wagerechte Gerade,  $V = \text{konst.}$ , so folgt daraus

die 2. Form des Gay-Lussacschen Gesetzes: Bei gleichbleibendem Volumen verhalten sich die Drücke wie die absoluten Temperaturen

$$p_1 : p_2 = T_1 : T_2 \dots \dots \dots 4$$

(537) Gesetz von Boyle-Mariotte: bei gleichbleibender Temperatur verhalten sich die Volumina umgekehrt wie die absoluten Drücke:

$$V_1 : V_2 = v_1 : v_2 = p_2 : p_1 \dots \dots \dots 5$$

oder:  $p_1 v_1 = p_2 v_2 = p v = \text{konst.}, \dots \dots \dots 5a$

d. h. bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volumen konstant.

Für eine andere Temperatur hat das Produkt einen anderen, nur von der Temperatur des Gases abhängigen Wert, ist somit eine Funktion der Temperatur,  $p v = f(t)$ .

(538) Vereinigtes Gesetz Gay-Lussac-Boyle. Hat eine Gasmenge von  $G$  kg bei  $t_1^\circ\text{C}$  und dem Druck  $P_1$  kg/m<sup>2</sup> den Rauminhalt  $V_1$ , so ist bei derselben Temperatur  $t_2$  und dem Druck  $P_2$  das Volumen  $V_2' = V_1 \cdot P_1 : P_2$ .

Wird nun bei gleichem Druck  $P_2$  die Temperatur auf  $T_2$  gebracht, so ändert sich  $V_2'$  in  $V_2 = V_2' \cdot T_2 : T_1$  und nach Einstellung ist  $V_2 = V_1 \frac{P_1 \cdot T_2}{P_2 \cdot T_1}$  oder

für 1 kg  $v_2 = v_1 \frac{P_1 \cdot T_2}{P_2 \cdot T_1}$ , daraus folgt  $\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} = \text{konst.}$

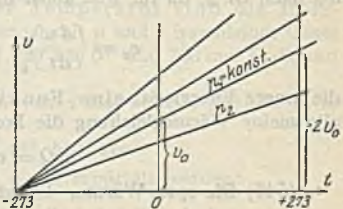


Abb. 6.



Der Ausdruck  $P \cdot v : T$  ist somit für jedes Gas konstant, unabhängig vom Zustand; man nennt

$$\frac{P \cdot v}{T} = R \quad \text{die Gaskonstante}$$

und

$$P \cdot v = RT \quad \text{oder} \quad PV = GRT \quad \dots \dots \dots 6$$

die allgemeine Zustandsgleichung.

In derselben sind die Gasgesetze enthalten, da

$$\begin{array}{l} \text{für } P_1 = P_2 = \text{konst. folgt } v_1 : T_1 = v_2 : T_2 \quad \text{oder } v_1 : v_2 = T_1 : T_2 \\ \text{für } t_1 = t_2 = \text{konst.} \quad P_1 v_1 = P_2 v_2 \quad \text{und für} \\ v_1 = v_2 = \text{konst.} \quad P_1 : T_1 = P_2 : T_2 \quad \text{oder } P_1 : P_2 = T_1 : T_2. \end{array}$$

Die Gaskonstante jeden Gases kann leicht bestimmt werden, wenn das spez. Gewicht z. B. bei 0° und 760 mm Q.-S. bekannt ist:

$$R = P \cdot v : T = P : \gamma_0 \cdot T = 10333 : 273 \cdot \gamma_0 = 37,85 \gamma_0$$

oder mit  $\gamma_{15}$  bei 15°, 1 at

$$R = 10000 : 288 \cdot \gamma_{15} = 34,72 \cdot \gamma_{15}.$$

(539) Die Energie der Gase. Aus Gl. 1 a folgt für 1 kg  $c_v = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_v$  und mit  $dQ$  nach Gl. 2, da für  $v = \text{konst}$  die Arbeit Null ist

$$c_v = \left(\frac{du}{dt}\right)_v \quad \text{oder} \quad u = \int c_v dt$$

die innere Energie ist eine Funktion der Temperatur. Damit erhält die allgemeine Wärme Gleichung die Form

$$dQ = c_v dt + A P dv \quad \dots \dots \dots 7$$

(540) Die spez. Wärme. Es ist,

$$c_p = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_p = \left(\frac{du}{dt}\right)_p + A P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p,$$

$$c_v = \frac{dQ}{dt} = \left(\frac{du}{dt}\right)_v, \quad \text{und da } u \text{ nur eine Funktion von } t,$$

so ist  $\frac{du}{dt}$  in beiden Fällen gleich. Durch Subtraktion  $c_p - c_v = A P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p$  und da für  $p = \text{konst.}$   $P dv = R dt$  (aus der allg. Zustandsgleichung) oder

$$P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p = R, \quad \text{so ist}$$

$$c_p - c_v = A R = \frac{1}{427} \cdot \frac{848^1)}{\mu} = 1,985 : \mu \quad \dots \dots \dots 8$$

Ferner ist für zweiatomige Gase

$$\kappa = c_p : c_v = 1,40 \quad \dots \dots \dots 8a$$

Für Gase anderer Atomzahl ist  $\kappa$  ein anderer Wert, z. B.  $\kappa = 1,66$  für einatomige,  $\kappa = 1,3$  für dreiatomige Gase.

## Gasverbindungen und -gemische.

(541) Molekulargewicht. Die kleinsten Teile eines Stoffes, die mit anderen Stoffen chemische Verbindungen eingehen können, heißen Atome, die kleinsten Teile dieser Verbindungen heißen Moleküle (Molekel). Die Verbindung der Grundstoffe erfolgen stets nach bestimmten Gewichtsverhältnissen der-

1) S. 531, Gl. 10.

selben — den Atomgewichten und ergeben als Gewichtsverhältnis der Verbindung das jeder Verbindung eigene Molekulargewicht  $\mu$ .

So verbinden sich stets 12 Gewichtsteile C mit 16 Gewichtsteilen O zu 28 Gew.-T. CO; 12 bzw. 16 sind die Atomgewichte von C bzw. O, 28 das Molekulargewicht von CO, wobei für Wasserstoff das Atomgewicht = 1 gesetzt ist.

Die kleinsten im freien Zustande möglichen Teile von H, N und O sind Moleküle von 2 Atomen, man schreibt deshalb für diese zweiatomigen Gase  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ , z. B.  $2C + O_2 = 2CO$ , d. h. 2 Atome C verbinden sich mit 1 Molekül O (aus 2 Atomen) zu 2 Molekülen CO.

Bei gasförmigen Stoffen geben die Gleichungen auch die Raumverhältnisse an, es bedeutet z. B.  $2CO + O_2 = 2CO_2$ , daß 2 Raumteile CO sich mit 1 Raumteil  $O_2$  zu 2 R.-T.  $CO_2$  verbinden.

Ist  $\mu$  das Molekulargewicht eines Gases, so heißt eine Menge von  $\mu$  kg ein Kilogramm-Molekül oder ein Mol. Das Volumen  $\mu \cdot v$  m<sup>3</sup> eines Mol ist das Molekularvolumen  $\mathfrak{B} = \mu v$ .

Nach dem Gesetz von Avogadro enthalten alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur in gleichen Räumen dieselbe Anzahl Moleküle; es verhalten sich also die spez. Gewichte wie die Molekulargewichte:

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \mu_1 : \mu_2 = v_2 : v_1,$$

woraus

$$\mu_1 v_1 = \mu_2 v_2 \quad \text{oder} \quad \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}, \dots \dots \dots 9$$

d. h. bei gleichem Druck und gleicher Temperatur sind die Molekularvolumina für alle Gase gleich; so ist mit  $\mu$  und  $\gamma$  irgendeines Gases z. B. Sauerstoff, dessen  $\mu = 32$  und  $\gamma_0 = 1,429$  bei 0° und 760 mm Q.-S. und  $\gamma_{15} = 1,311$  bei 15° und 1 at

$\mathfrak{B}_0 = 32 : 1,429 = 22,4$  m<sup>3</sup> das Volumen von 1 Mol bei 0°, 760 mm Q.-S. und

$$\mathfrak{B}_{15} = 32 : 1,311 = 24,4 \text{ m}^3, \text{ desgl. bei } 15^\circ \text{ 1 at abs.}$$

Daraus kann das spez. Gewicht jeden Gases ermittelt werden:

$$\gamma_0 = \mu : 22,4 \text{ bei } 0^\circ, 760; \gamma_{15} = \mu : 24,4 \text{ bei } 15^\circ, 1 \text{ at.}$$

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung (6) folgt für 1 Mol  $P \cdot \mathfrak{B} = \mu \cdot R T$ , woraus  $\mu \cdot R = P \cdot \mathfrak{B} : T$  für alle Gase wegen gleichem  $\mathfrak{B}$  gleich sein muß. Nach Einstellung zugehöriger Werte von  $P$ ,  $T$  und  $\mathfrak{B}$ , z. B. für 0°, 760 mm Q.-S. ist

$$\mu \cdot R = 10333 \cdot 22,4 : 273 = 848, \dots \dots \dots 10$$

d. i. die Gaskonstante für 1 Mol.

Daraus kann die Gaskonstante jeden Gases für 1 kg berechnet werden

$$R = 848 : \mu \dots \dots \dots 10a$$

Werte von  $\gamma_0$ ,  $\gamma_{15}$ ,  $R$  und  $\mu$  für einige Gase.

| Stoff       | Chem. Zeichen | $\gamma$   |            | Gaskonstante $R$ | Molekulargewicht $\mu$ |
|-------------|---------------|------------|------------|------------------|------------------------|
|             |               | 0°, 760 mm | 15°, 1 at. |                  |                        |
| Sauerstoff  | $O_2$         | 1,429      | 1,311      | 26,52            | 32                     |
| Wasserstoff | $H_2$         | 0,0899     | 0,0827     | 420,9            | 2,016                  |
| Stickstoff  | $N_2$         | 1,254      | 1,152      | 30,13            | 28,08                  |
| Kohlenoxyd  | CO            | 1,251      | 1,148      | 30,30            | 28                     |
| Kohlensäure | $CO_2$        | 1,965      | 1,804      | 19,28            | 44                     |
| Methan      | $CH_4$        | 0,716      | 0,657      | 52,81            | 16,032                 |
| Äthylen     | $C_2H_4$      | 1,250      | 1,149      | 30,2             | 28,032                 |
| Luft        | —             | 1,293      | 1,188      | 29,26            | 28,95                  |
| Wasserdampf | $H_2O$        | —          | —          | 47,10            | 18,016                 |

(542) Gasgemische. Die Gasgesetze und die Zustandsgleichung gelten auch für Gemische, nur wird die Gaskonstante  $R_m$  des Gemisches je nach der Zusammensetzung desselben zu ermitteln sein. Nach dem Gesetz von Dalton verhält sich in einem Raum mit einer Mischung von Gasen jedes Gas so, als ob



die anderen nicht vorhanden wären und übt einen Partial- oder Teildruck aus; die Summe der Teildrücke ergibt den Gesamtdruck:  $P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P$ .

Sind  $G_1, G_2, G_3 \dots$  die Gewichte,  $R_1, R_2, R_3 \dots$  die Gaskonstanten, so ist für jedes Gas  $P_1 = G_1 R_1 T : V$  usw. und die Summe der Drücke

$$P = P_1 + P_2 + \dots = (T : V) (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) \quad \text{oder}$$

$$P \cdot V = T (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) = T \cdot R_m \cdot G$$

die Zustandsgleichung für das Gemisch, woraus

$$R_m = (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) : G \quad \text{oder}$$

$$R_m = R_1 (G_1 : G) + R_2 (G_2 : G) + \dots$$

Mit  $G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$  folgt  $G_1 : G + G_2 : G + \dots = m_1 + m_2 + m_3 + \dots = 1$ , wenn  $m_1, m_2 \dots$  die verhältnismäßigen Anteile am Gewicht (oder das Einzelgewicht in 1 kg Gemisch), und es ist

$$R_m = m_1 R_1 + m_2 R_2 + \dots = 848 (m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots) \dots 11$$

die Gaskonstante des Gemisches (Gemischkonstante).

Da Gasmengen meist dem Volumen nach angegeben werden, kann auch die Gaskonstante nach Raumeilen bestimmt werden.

Als Volumen der Einzelgase im Gemisch bezeichnet man dasjenige Volumen, das die Gase beim Druck und der Temperatur des Gemisches einnehmen würden, wenn sie nebeneinander geschichtet wären; dann wäre  $V_1 + V_2 + \dots = V$  und  $V_1 : V + V_2 : V + \dots = r_1 + r_2 + \dots = 1$ , worin  $r_1, r_2, \dots$  die Raumanteile (oder das Einzelvolumen in 1 m<sup>3</sup> Gemisch).

Zur Umrechnung von Gewichtsanteilen in Raumanteile dienen die Beziehungen:

$$m_1 = \frac{r_1 \mu_1}{r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots}; \quad m_2 = \frac{r_2 \mu_2}{r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots} \dots 12$$

$$r_1 = \frac{m_1 : \mu_1}{m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots}; \quad r_2 = \frac{m_2 : \mu_2}{m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots} \dots 12a$$

Damit wird die Gaskonstante, auf das Volumen bezogen (aus Gl. 11)

$$R_m = m_1 R_1 + m_2 R_2 + \dots = \frac{r_1 \mu_1}{\sum (r_i \mu_i)} \cdot \frac{848}{\mu_1} + \dots$$

$$R_m = 848 : (r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots) = 848 : \mu \dots 13$$

Verglichen mit Gl. 10a vertritt die Summe  $(r_i \mu_i)$  das Molekulargewicht und wird deswegen das scheinbare Molekulargewicht genannt

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots = \sum (r_i \mu_i) \dots 14$$

Die **Teildrücke** lassen sich aus dem Gesamtdruck bestimmen:

a) nach Gewichtsteilen: aus  $P_1 \cdot V = G_1 R_1 T$  und  $P \cdot V = G \cdot R_m \cdot T$  folgt durch Division

$$P_1 = P \cdot \frac{G_1}{G} \cdot \frac{R_m}{R_1} = P \cdot m_1 \frac{R_m}{R_1} \dots 15$$

b) nach Raumteilen: mit dem Druck der Mischung ist für ein Einzelgas  $P \cdot V_1 = G_1 R_1 T$  und innerhalb der Mischung für dasselbe Gas:  $P_1 V = G_1 R_1 T$ , woraus durch Division

$$P_1 = P \cdot V_1 : V = r_1 \cdot P \dots 15a$$

(543) Spezifische Wärme der Gasgemische. Sind  $m_1, m_2, \dots, m_i$  die Gewichtsanteile,  $c_1, c_2, \dots, c_i$  die spez. Wärmen der Einzelgase, so muß jedem Teil die für ihn nötige Wärme zugeführt werden, so daß für 1 kg Gemisch zur Erwärmung um  $1^\circ\text{C}$   $c = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots + c_i m_i$  kcal erforderlich sind, d. i. die spez. Wärme des Gemisches; für Gase ist

$$c_p = \sum (m_i c_{pi}); \quad c_v = \sum (m_i c_{vi}) \dots \dots \dots 16$$

Für 1 Mol Gemisch, das aus  $r_1 \mu_1$  kg,  $r_2 \mu_2$  kg ... der Einzelgase besteht (s. Gl. 14), ist dann

$$\mu c = r_1 \mu_1 c_1 + r_2 \mu_2 c_2 + \dots r_i \mu_i c_i$$

$\mu c, \mu_1 c_1 \dots$  sind die Molekularwärmen, d. h. die Anzahlkcal zur Erwärmung von 1 Mol um  $1^\circ\text{C}$ .

Für 2-atomige Gase gilt der Satz: Unter gleichen Umständen sind die Molekularwärmen aller 2-atomigen Gase gleich, oder: Gleiche Volumina 2-atomiger Gase erfordern bei gleichem Druck und gleicher Temperatur zu gleicher Temperaturerhöhung dieselbe Wärmemenge; es ist somit:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 c_1 = \mu_2 c_2 = \dots = \mathcal{C} \\ \text{und } \mu c = (r_1 + r_2 + \dots r_i) \mathcal{C} = \mathcal{C} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17$$

wenn  $\mathcal{C}$  die Molekularwärme.

Nach Langen ist:

$$\mathcal{C}_p = \mu c_p = 6,855 + 0,00105 t_m \dots \dots \dots 17a$$

$$\mathcal{C}_v = \mu c_v = 4,870 + 0,00105 t_m \dots \dots \dots 17b$$

Für 1 m<sup>3</sup> sind die spez. Wärmen  $C_p$  und  $C_v$

$$C_p = \gamma_0 c_p = c_p \cdot \mu : 22,4; \quad C_v = \gamma_0 c_v = c_v \cdot \mu : 22,4 \text{ bei } 0^\circ, 760 \text{ mm Q.-S.}$$

$$C_p = \gamma_{15} \cdot c_p = c_p \cdot \mu : 24,4; \quad C_v = \gamma_{15} \cdot c_v = c_v \cdot \mu : 24,4 \text{ bei } 15^\circ, 1 \text{ at.}$$

Ferner ist

$$C_p - C_v = \gamma_0 (c_p - c_v) = \mu / 22,4 \cdot 1,985 / \mu = 0,089 \text{ bei } 0^\circ, 760 \text{ mm;}$$

$$C_p - C_v = \gamma_{15} (c_p - c_v) = \mu / 24,4 \cdot 1,985 / \mu = 0,081 \text{ bei } 15^\circ, 1 \text{ at,}$$

und da  $C_p : C_v = c_p : c_v = \kappa = 1,4$  für 2-atomige Gase, so sind die spez. Wärmen für 1 m<sup>3</sup> für alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich:

$$C_p = 0,311; C_v = 0,222 \text{ bei } 0^\circ, 760 \text{ mm Q.-S.} \dots \dots \dots 18a$$

$$C_p = 0,284; C_v = 0,203 \text{ bei } 15^\circ, 1 \text{ at.} \dots \dots \dots 18b$$

(544) Mischungstemperatur und -druck. Werden mehrere Gase, deren Gewichtsmengen  $G_1, G_2, \dots$ , deren Drücke  $P_1, P_2, \dots$  und Temperaturen  $T_1, T_2, \dots$  sind, in Gefäßen von  $V_1, V_2, \dots$  durch Verbinden der Räume gemischt, so daß  $V = V_1 + V_2 + \dots$  das Volumen nach der Mischung, dann ist die gesamte Wärme gleich der Summe der Wärmen der Einzelgase (auf  $0^\circ$  bezogen)

$$G_1 c_{v1} t_1 + G_2 c_{v2} t_2 + \dots = G \cdot c_v t.$$

Daraus kann die Mischungstemperatur ermittelt werden; nach Einsetzen von  $G \cdot c_v = G_1 c_{v1} + G_2 c_{v2} + \dots, G_1, G_2 \dots$ , aus der Zustandsgleichung und da  $c_{v1} : R_1 = c_{v2} : R_2 = \dots^1$ , wird die absolute Mischungstemperatur:

$$T = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + \dots}{P_1 V_1 / T_1 + P_2 V_2 / T_2 + \dots} \dots \dots \dots 19$$

1) Folgt durch Division von  $\mu_1 c_{v1} = \mu_2 \cdot c_{v2} = \dots$  durch  $\mu_1 R_1 = \mu_2 R_2 = \dots$



daraus mit  $P_1 V_1 : T_1 = G_1 R_1$  usw. und  $G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots = G R_m$  der Mischungsdruck:

$$P = (P_1 V_1 + P_2 V_2 + \dots) : V \quad \dots \quad 20$$

**(545) Feuchte Luft.**

Absolute Feuchtigkeit heißt das Gewicht des in 1 m<sup>3</sup> feuchte Luft enthaltenen Wasserdampfes. Meist ist der Wasserdampf der atmosphärischen Luft überhitzt und wird wegen seines geringen Druckes (Teildruck) als gasförmige Beimengung betrachtet. Ist soviel Wasserdampf in der Luft enthalten, daß der Teildruck des Dampfes der Temperatur nach den Dampftabellen (s. S. 560) entspricht, so ist die Luft gesättigt und kann nicht mehr Wasserdampf aufnehmen, ohne ihn in Form von Nebel auszuscheiden (übersättigte Luft). Dasselbe tritt auch ein, wenn die Luft sich soweit abkühlt, bis die Temperatur dem Dampfdruck nach den Tabellen entspricht; diese Temperatur ist der Taupunkt. Einen höheren Druck kann der Dampf bei dieser Temperatur nicht annehmen; die absolute Feuchtigkeit ist bei gesättigter Luft nur von der Temperatur abhängig und gleich dem den Dampftabellen entsprechenden Dampfgewicht  $\gamma''$  kg/m<sup>3</sup>. Ungesättigte Luft hat ein geringeres Dampfgewicht  $\gamma$ , als  $\gamma''$ , übersättigte ein höheres.

Relative Feuchtigkeit oder Dunstsättigung  $\alpha$  (Sättigungsgrad) ist das Verhältnis des in 1 m<sup>3</sup> Luft enthaltenen Dampfgewichtes  $\gamma$  zu dem Dampfgewicht  $\gamma''$  von 1 m<sup>3</sup> gesättigter Luft von gleicher Temperatur:  $\alpha = \gamma : \gamma''$  (das Verhältnis der absoluten Feuchtigkeiten).

Ist  $p$  und  $v = 1 : \gamma$  Druck und Volumen im ungesättigten,  $p_s$  und  $v'' = 1 : \gamma''$  im gesättigten Zustand, so ist bei gleicher Temperatur  $p v = p_s v''$ ;  $p : \gamma = p_s : \gamma''$  und  $\alpha = \gamma : \gamma'' = p : p_s$ .

$p_s$  ist aus den Dampftabellen S. 560 für die Lufttemperatur  $t$  zu entnehmen;  $p$  kann durch Psychrometer bestimmt werden.

Meist wird das Augustsche Psychrometer benutzt. Näheres hierüber s. Weiß, Die Kondensation.

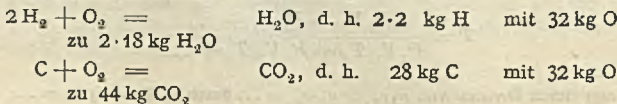
**Verbrennung.  
Gewichtsverhältnisse.**

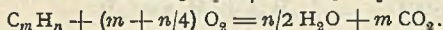
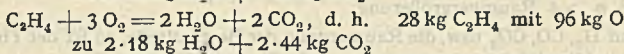
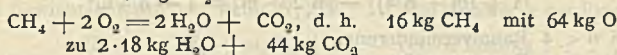
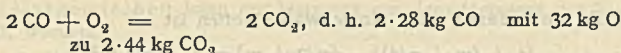
**(546) Sauerstoff- und Luftbedarf.** Verbrennung — chemischer Vorgang der Verbindung der Stoffe mit Sauerstoff unter starker Licht- und Wärmeentwicklung. Die Zusammensetzung der festen, flüssigen oder gasförmigen Brennstoffe ist verschieden; brennbare Bestandteile: C, H, CO und Kohlenwasserstoffe (CH-Verbindungen, wie Methan CH<sub>4</sub>, Äthylen C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, Azetylen C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> u. a. m.). Zur vollkommenen Verbrennung ist eine bestimmte theoretische Sauerstoffmenge  $S_{th}$  erforderlich, aus der sich der theoretische Luftbedarf  $L_{th}$  ergibt, da 1 kg Luft 0,232 kg Sauerstoff und 0,768 kg N<sub>2</sub> enthält; wegen unvollständiger Mischung des Brennstoffes mit Luft wird praktisch ein Luftüberschuß von 25 bis 100% zugeführt, so daß der wirkliche Luftbedarf  $L = n \cdot L_{th}$  ist, worin  $n = 1,25$  bis 2,0, oder

$$L = n \cdot S_{th} : 0,232 \text{ kg/kg.}$$

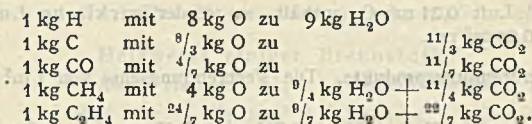
Da zur vollkommenen Verbrennung von 1 kg Brennstoff  $S_{th}$  kg O<sub>2</sub> verbraucht werden, bleiben in den Verbrennungsgasen noch  $n \cdot S_{th} - S_{th} = (n - 1) S_{th}$  kg O<sub>2</sub> übrig.

Es verbinden sich bei der Verbrennung:





Folglich verbrennen:



Sind  $\text{H}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$  usw. die Gewichtsanteile einer Gasmischung, so ist zur Verbrennung von 1 kg Brennstoff der theoret. Sauerstoffbedarf

$$S_{th} = 8 \text{H}_2 + \frac{4}{7} \text{CO} + 4 \text{CH}_4 + \frac{24}{7} \text{C}_2\text{H}_4 - \text{O}_2 \text{ kg/kg} \dots 21$$

(547) **Verbrennungsprodukte.** 1 kg Brennstoff ergibt  $(1 + n L_{th})$  kg Feuer-gase; in denselben sind enthalten:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Wasserdampf: } \text{H}_2\text{O} + 9 \text{H}_2 + \frac{9}{4} \text{CH}_4 + \frac{9}{7} \text{C}_2\text{H}_4 = G_{\text{H}_2\text{O}} \text{ kg} \\ \text{CO}_2: \text{CO}_2 + \frac{11}{7} \text{CO} + \frac{11}{4} \text{CH}_4 + \frac{22}{7} \text{C}_2\text{H}_4 = G_{\text{CO}_2} \text{ kg} \\ \text{O}_2: (n - 1) S_{th} = G_{\text{O}_2} \text{ kg} \\ \text{Stickstoff: } \text{N}_2 + 0,768 \cdot L = G_{\text{N}_2} \text{ kg} \end{array} \right\} \dots 22$$

worin  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2$  die im Gasmisch enthalten gewesenen Mengen sind.

Die Gewichtsanteile der Verbrennungsprodukte sind  $m_{\text{H}_2\text{O}} = G_{\text{H}_2\text{O}} : G$ ;

$m_{\text{CO}_2} = G_{\text{CO}_2} : G$ ;  $m_{\text{O}_2} = G_{\text{O}_2} : G$ ;  $m_{\text{N}_2} = G_{\text{N}_2} : G$ , wenn

$$G = G_{\text{H}_2\text{O}} + G_{\text{CO}_2} + G_{\text{N}_2} + G_{\text{O}_2} = 1 + n L_{th}.$$

Vor der Verbrennung ist der Gewichtsanteil der Gase am Gas-Luftgemisch  $m_{\text{Gas}} = 1 : (1 + n L_{th})$  und der Gewichtsanteil der Luft

$$m_{\text{Luft}} = n L_{th} : (1 + n L_{th}).$$

Die Gaskonstante vor der Verbrennung ist

$$R = m_{\text{Gas}} \cdot R_m + m_{\text{Luft}} \cdot R_{\text{Luft}},$$

wenn  $R_m$  die Mischungskonstante der Gase.

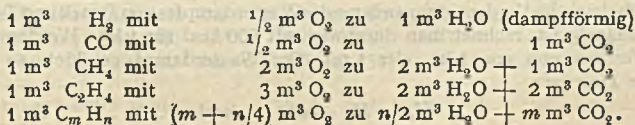
Nach der Verbrennung ist für die Feuergase

$$R_f = m_{\text{CO}_2} \cdot R_{\text{CO}_2} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot R_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{N}_2} \cdot R_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2} \cdot R_{\text{O}_2}.$$

### Raumverhältnisse.

(548) **Sauerstoff- und Luftbedarf.** Bei der Verbrennung tritt eine Raum-änderung ein.

Es verbrennen:





Die Raumänderung bei Kohlenwasserstoffen ist

$$[1 + (m + n/4)] - [n/2 + m] = 1 - n/4 m^3$$

also bei  $n < 4$  Raumverminderung,  
bei  $n > 4$  Raumvergrößerung.

Sind  $H_2$ ,  $CO$ ,  $CO_2$  usw. die Raumanteile der Bestandteile, so ist der theoret. Sauerstoffbedarf:

$$S_{th} = 1/2 H_2 + 1/8 CO + 2 CH_4 + 3 C_2H_4 - O_2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \dots 23$$

Da 1 m<sup>3</sup> Luft 0,21 m<sup>3</sup> O<sub>2</sub> enthält, so ist der wirkliche Luftbedarf:  
 $L = n \cdot S_{th} : 0,21 \text{ m}^3/\text{m}^3$ .

(549) **Verbrennungsprodukte.** Die Verbrennungsgase von 1 m<sup>3</sup> Brennstoff enthalten:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Wasserdampf: } H_2O + H_2 + 2 CH_4 + 2 C_2H_4 = V_{H_2O} \text{ m}^3 \\ CO_2 : CO + CO + CH_4 + 2 C_2H_4 = V_{CO_2} \text{ ,,} \\ O_2 : (n - 1) S_{th} = V_{O_2} \text{ ,,} \\ N_2 : N_2 + 0,79 \cdot L = V_{N_2} \text{ ,,} \end{array} \right\} \dots 24$$

worin  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $N_2$  die im Gasgemisch enthalten gewesenen Mengen (Raumanteile).

Die Raumänderung ist:  $(1 + L) - (V_{H_2O} + V_{CO_2} + V_{O_2} + V_{N_2}) \text{ m}^3$ .  
Die Raumanteile der Verbrennungsprodukte

$r_{H_2O} = V_{H_2O} : V$ ;  $r_{CO_2} = V_{CO_2} : V$  usw., wenn  $V$  das Volumen nach der Verbrennung.

Die Gaskonstante von der Verbrennung ist

$R = 848 : \mu$ , wenn  $\mu$  das scheinbare Molekulargewicht des Gas-Luft-Gemisches

$\mu = r_{Gas} \cdot \mu_{Gas} + r_{Luft} \cdot \mu_{Luft}$ , wenn  $\mu_{Gas}$  das scheinbare Molekulargewicht des Gases.

Nach der Verbrennung ist das scheinbare Molekulargewicht der Feuergase

$$\mu_f = r_{H_2O} \cdot \mu_{H_2O} + r_{CO_2} \cdot \mu_{CO_2} + r_{N_2} \cdot \mu_{N_2} + r_{O_2} \cdot \mu_{O_2}$$

und die Gaskonstante:  $R_f = 848 : \mu_f$ .

## Heizwert.

(550) **Der Heizwert** eines Brennstoffes ist diejenige Anzahl Wärmeeinheiten, die bei der Verbrennung von 1 kg flüssiger oder fester, oder von 1 m<sup>3</sup> gasförmiger Brennstoffe abgegeben werden, wenn die Verbrennungserzeugnisse wieder auf die Temperatur vor der Verbrennung gebracht werden.

Zur Verdampfung des Wassers in den Feuergasen ist eine bestimmte Wärmemenge erforderlich, die bei Verflüssigung frei wird und zusammen mit der übrigen Wärme den oberen Heizwert  $H_o$  bildet. Bleibt das Wasser gasförmig, so wird die Verdampfungswärme in den Verbrennungsgasen fortgeführt, es ist nur der übrige Teil der erzeugten Wärme nutzbar, den man den unteren Heizwert  $H_u$  nennt.

Obleich die Verdampfungswärme des Wasserdampfes von Druck und Temperatur abhängig ist, rechnet man durchweg mit 600 kcal für 1 kg. Werden also bei der Verbrennung von 1 kg oder 1 m<sup>3</sup> w kg Wasserdampf gebildet, so ist der untere Heizwert

$$H_u = H_o - 600 \cdot w \text{ kcal} \dots \dots \dots 25$$

Bei Gasgemischen kann der Heizwert aus dem Heizwert der Einzelgase ermittelt werden.

Bei Gewichtsanteilen ist, wenn  $H_1, H_2, \dots$  die Heizwerte der Einzelgase:

$$H_u = m_1 \cdot H_1 + m_2 H_2 + \dots - 600 \cdot w \text{ kcal/kg} \dots 25a$$

bei Raumanteilen:

$$H_u = r_1 H_1 + r_2 H_2 + \dots - 600 \cdot w \text{ kcal/m}^3; \dots 25b$$

der Heizwert auf 1 kg oder 1 m<sup>3</sup> Gas-Luft-Gemisch bezogen ist:

$$H = H_u : (1 + n L_{th}) \text{ kcal.}$$

Heizwerte einiger Brennstoffe.

|                               | oberer Heizwert $H_o$ |                         | unterer Heizwert $H_u$ |                         |
|-------------------------------|-----------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
|                               | für 1 kg              | für 1 m <sup>3</sup> *) | für 1 kg               | für 1 m <sup>3</sup> *) |
| C                             | 8100                  | —                       | —                      | —                       |
| S                             | 2500                  | —                       | —                      | —                       |
| CO                            | 2440                  | 2800                    | —                      | —                       |
| H <sub>2</sub>                | 34200                 | 2800                    | 28800                  | 2360                    |
| CH <sub>4</sub>               | 13250                 | 8700                    | 11900                  | 7820                    |
| C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> | 12000                 | 13800                   | 11250                  | 12920                   |
| C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> | 12000                 | 12800                   | 11600                  | 12360                   |

Die Bestimmung des Heizwertes erfolgt für flüssige und gasförmige Brennstoffe mit Hilfe des Junkersschen Kalorimeters — ein Röhrenapparat, in dem die Verbrennung mit beliebigem Luftüberschuß erfolgt und die Verbrennungswärme aus der Menge und der Erwärmung des Kühlwassers, bei Abkühlung der Gase auf die Anfangstemperatur, bestimmt wird.

Für feste Brennstoffe wird die kalorimetrische Bombe benutzt — ein starkwandiges geschlossenes Gefäß, in welchem die Brennstoffe in reinem, meist verdichtetem Sauerstoff elektrisch entzündet und verbrannt werden; die Wärme wird aus dem im Mantel der Bombe befindlichen Wasser bestimmt.

Der Heizwert von Gasgemischen kann auch aus der chemischen Zusammensetzung nach Gl. 25a/b ermittelt werden.

Bei festen und flüssigen Brennstoffen wird der Heizwert auch aus der Elementaranalyse bestimmt. Sind C, H, O und S die Gewichtsanteile der betr. Stoffe, so wird angenommen, daß O mit H chemisch gebunden ist; da 1 kg H sich mit 8 kg O zu 9 kg H<sub>2</sub>O verbindet, so sind für 0 kg Sauerstoff 0,8 kg H erforderlich, so daß noch (H — O/8) kg zur Verbrennung frei sind.

Wegen Ungenauigkeit einiger Werte rechnet man nach der Verbandsformel:

$$H_u = 8100 C + 29000 (H - O/8) + 2500 S - 600 w \text{ kcal, kg.} \dots 26$$

Zustandsänderungen.

(551) Graphische Darstellung der Gasarbeit. Der Zustand ist gegeben durch  $P, V, T$  und  $U$  oder  $p, t, v, u$ ; diese Größen sind die Zustandsfunktionen.

Ändert sich eine der Größen, so ist damit allgemein eine Änderung aller anderen verbunden, wie aus der allgemeinen Zustandsgleichung ((538), Gl. 6) hervorgeht. Besonders wichtig sind die Beziehungen bei solchen Zustandsänderungen, bei denen eine der Größen unverändert bleibt. Wird der Druck als Ordinate über dem Volumen als Abszisse aufgetragen, so erhält man das Druck-Volumen- oder  $p-v$ -Diagramm, Abb. 7. Ein Flächenstreifen unterhalb der Kurve der Zustandsänderung hat die Größe  $P \cdot dV$  mkg, stellt also die Arbeit  $dL = PdV$  (s. 531)

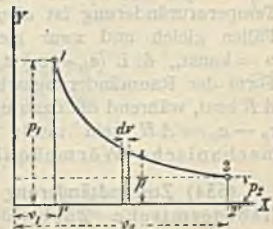


Abb. 7.

\*) bei 15° und 1 at abs.



für die Volumenänderung  $dV$  dar, so daß für den ganzen Verlauf von 1 bis 2 die absolute Gasarbeit  $L = \int P dV$  durch die Fläche unterhalb der  $p-v$ -Kurve dargestellt wird. Nach Abb. 3 ist in einem Arbeitszylinder  $dV = F \cdot ds$ , so daß die Volumenänderung dem Kolbenweg proportional ist und die Abszisse im entsprechenden Maßstab auch als Kolbenweg angesehen werden kann. Wird beim Kolbenrückgang eine andere Zustandsänderung durchlaufen, so ist die Fläche zwischen den Kurven für Hin- und Rückgang die geleistete Nutzarbeit oder die aufgewendete Betriebsarbeit.

Das  $p-v$ -Diagramm heißt deshalb auch Arbeitsdiagramm.

**(552) Zustandsänderung bei unveränderlichem Volumen.**  $v = \text{konst.}$  Nach dem Gesetz von Gay-Lussac (536) ist hierbei

$$P_1 : P_2 = T_1 : T_2.$$

Arbeit wird nicht geleistet, da  $dV = 0$ , Abb. 8. Damit folgt aus der allgemeinen Wärmeleichung 2 (535)

$$Q = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1) = c_v (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 27$$

Bei größeren Temperaturdifferenzen muß die mittlere spez. Wärme eingesetzt werden, d. h. die bei der Temperatur  $t_m = (t_2 + t_1) : 2$  ermittelte.

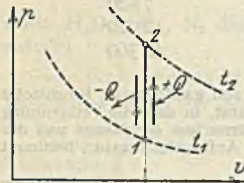


Abb. 8.

**(553) Zustandsänderung bei unveränderlichem Druck.**  $p = \text{konst.}$  Nach dem Gesetz von Gay-Lussac (536) ist hierbei

$$V_2 : V_1 = T_2 : T_1;$$

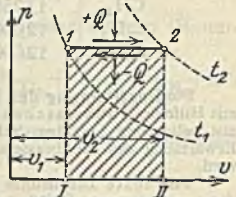


Abb. 9.

die Arbeit ist, Abb. 9:  $L = \int P dV = P (V_2 - V_1)$  für beliebige Mengen,  $L = P (v_2 - v_1)$  für 1 kg. Aus der allgemeinen Zustandsgleichung 6 (538) folgt

$$L = P (v_2 - v_1) = R (T_2 - T_1) = R (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 28$$

oder in kcal:  $AL = AR (t_2 - t_1)$  und mit  $AR = c_p - c_v$  (540)

$$AL = (c_p - c_v) (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 28a$$

Die zu- oder abzuführende Wärmemenge ist

$$Q = c_p (t_2 - t_1), \dots \dots \dots 29$$

was mit  $AL$  nach Gl. 28a auch aus der allgemeinen Wärmeleichung hergeleitet werden kann.

Da  $c_p > c_v$ , so ist  $Q$  bei  $p = \text{konst.}$  größer, als bei  $v = \text{konst.}$ ; bei gleicher Temperaturänderung ist aber die vom Gas aufgenommene Wärme in beiden Fällen gleich und zwar gleich  $u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1)$ . Der Mehrbetrag bei  $p = \text{konst.}$ , d. i.  $(c_p - c_v) (t_2 - t_1)$  verschwindet als Wärme und erscheint in Form der Raumänderungsarbeit, die für 1° nach Gl. 28 gleich  $R$  mkg ist oder  $AR$  kcal, während die dazu umgesetzte Wärme gleich  $(c_p - c_v)$  kcal ist, so daß  $c_p - c_v = AR$  sein muß; hieraus errechnet Robert Mayer (534) das mechanische Wärmeäquivalent  $A = (c_p - c_v) : R$ .

**(554) Zustandsänderung bei unveränderlicher Temperatur.**  $t = \text{konst.}$  (Isothermische Zustandsänderung.) Nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte ist hierbei  $p_1 v_1 = p_2 v_2$ ;  $p v = \text{konst.}$  Die Druck-Volumen-Kurve — die Isotherme — mit diesem Gesetz läßt sich als gleichseitige Hyperbel (S. 120) leicht konstruieren, wie sich aus Abb. 10 ergibt.

Ist der Anfangszustand in Punkt 1 gegeben, so zieht man eine Wagerechte und eine Senkrechte und durch die Schnittpunkte *b* bzw. *c* derselben mit einem beliebigen Strahl aus *O* eine Senkrechte bzw. Wagerechte, deren Schnittpunkt ein Punkt der gleichseitigen Hyperbel ist.

Beweis: Die Dreiecke *Oab* und *O'c* sind ähnlich; daher  $O'c : Oa = c' : ab$ , d. h. allgemein  $p v = \text{konst.}$

Eine andere einfache Konstruktion von Proell ist die nach Abb. 11. Durch den gegebenen Zustandspunkt 1 werden Gerade  $A_1 B_1, A_2 B_2$  usw. gezogen und die Strecken  $B_1 2 = A_1 1, A_2 3 = B_2 1$  usf. abgetragen; dann sind 2, 3 usw. Punkte der Isotherme.

Beweis: Die Dreiecke  $B_1 1 C$  und  $B_1 2 D$  sind ähnlich, und  $\triangle A_1 1 E = \triangle B_1 2 D, \triangle B_1 C 1 = \triangle A_1 2 F$ , daher  $B_1 D : B_1 C = 2 D : 1 C = E 1 : F 2$  und da  $E 1 = v_1, F 2 = v_2, C 1 = p_1, D 2 = p_2$ , so ist auch  $v_1 : v_2 = p_2 : p_1$ .

Einer bestimmten Hyperbel entspricht eine bestimmte Temperatur nach der Beziehung  $T = P \cdot v : R$ . Höher liegenden Hyperbeln (höherer Druck bei gleichem Volumen) entsprechen höhere, tiefer liegenden niedrigere Temperaturen.

Da  $t_2 = t_1$ , so folgt aus der allgemeinen Wärme Gleichung

$$Q = \pm A L \dots \dots \dots 30$$

Bei Ausdehnung (+*L*, geleistete Arbeit, s. Abb. 5) muß also die äquivalente Wärmemenge zugeführt, bei Verdichtung (-*L*, aufgewendete Arbeit) abgeführt werden.

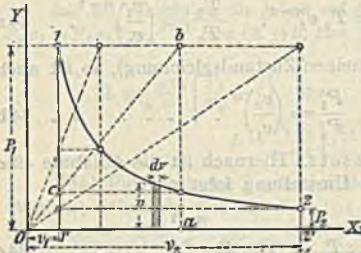


Abb. 10.

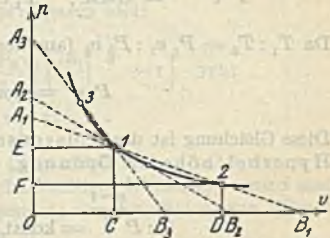


Abb. 11.

Die Arbeit ist, Abb. 10, für 1 kg

$$L = \int_{v_1}^{v_2} P dv \text{ und da } P v = P_1 v_1 \text{ oder } P = P_1 v_1 : v,$$

so ist

$$L = \int_{v_1}^{v_2} P_1 v_1 \frac{dv}{v} = P_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

oder

$$L = P_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \dots \dots \dots 31$$

Die zu- oder abgeführte Wärme ist

$$Q = A L = A P_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = A R T \ln \frac{p_1}{p_2} \dots \dots \dots 32$$

oder

$$Q = 2,303 A R T \lg \frac{p_1}{p_2}.$$

(555) Zustandsänderung ohne Zu- oder Abfuhr von Wärme. (Adiabatische Zustandsänderung.) Hierbei ist  $Q = 0$  und  $dQ = 0$ , die allgemeine Wärme Gleichung erhält die Form

$$\pm A L = -c_v (t_2 - t_1); \quad \pm A L = c_v (t_1 - t_2) \dots \dots \dots 33$$



Bei  $+AL$  (Ausdehnung) muß  $t_2 < t_1$  sein, die Temperatur sinkt, die Kurve der Zustandsänderung, die Adiabate, verläuft dann unterhalb der Isotherme; bei  $-AL$  (Verdichtung) muß  $t_2 > t_1$  sein, die Temperatur steigt, die Adiabate verläuft also steiler, als die Isotherme. Die ganze Arbeit geht auf Kosten der Eigenwärme (innere Energie).

Die Gleichung der Adiabate ergibt sich durch Division der Gleichungen

$$\begin{aligned} 0 &= c_v dT + AP dv \\ RT &= P \cdot v \\ \hline 0 &= c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} \end{aligned}$$

nach Integration und Division durch  $c_v$

$$\ln T + \frac{AR}{c_v} \ln v = \text{konst. oder, da } \frac{AR}{c_v} = \kappa - 1.$$

$$\ln T + (\kappa - 1) \ln v = \text{konst.}; \quad \ln T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.},$$

somit auch

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.}; \quad T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1}; \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa-1} \dots 34a$$

Da  $T_1 : T_2 = P_1 v_1 : P_2 v_2$  (aus der allgemeinen Zustandsgleichung), so ist auch

$$P \cdot v^\kappa = \text{konst.}; \quad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\kappa \dots \dots \dots 34b$$

Diese Gleichung ist das Poissonsche Gesetz. Hiernach ist die Adiabate eine Hyperbel höherer Ordnung. Durch Umstellung folgt nach

$$T : P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \text{konst.}; \quad T_1 : T_2 = (P_1 : P_2)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \dots \dots \dots 34c$$

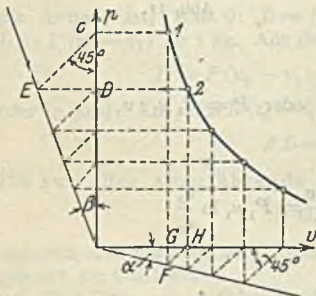


Abb. 12.

Konstruktion der Adiabate. Die Punkte können rechnerisch aus der Gleichung der Adiabate ermittelt werden oder graphisch nach dem Verfahren von Brauer, Abb. 12. Man zieht unter beliebigem Winkel  $\alpha$  mit der  $v$ -Achse einen Strahl und ferner einen Strahl unter dem Winkel  $\beta$  mit der  $p$ -Achse, wobei

$$\text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^\kappa - 1 \dots \dots \dots 35$$

Zieht man nun durch 1 eine Wagerechte 1C und eine Senkrechte 1F, sowie durch die erhaltenen Punkte C und F Gerade unter  $45^\circ$  und durch die hierdurch sich ergebenden Punkte H und E wieder eine Wagerechte E2 und eine Senkrechte H2, so ist deren Schnittpunkt 2 ein Punkt der Adiabate. Nun konstruiert man in gleicher Weise vom neuen Punkt 2 weiter. Umgekehrt kann man von unten anfangen. Genau zeichnen, da Fehler sich vergrößern! Je kleiner  $\alpha$  gewählt wird, desto enger liegen die erhaltenen Punkte. Tabelle der  $\text{tg } \beta$  s. S. 541.

Beweis: Es ist  $DF = GH = v_2 - v_1$  und  $DE = DC = p_1 - p_2$ , somit  $\text{tg } \alpha = (v_2 - v_1) : p_1$  und  $\text{tg } \beta = (p_1 - p_2) : p_2$ , oder  $v_2 = v_1 (1 + \text{tg } \alpha)$  und  $p_1 = p_2 (1 + \text{tg } \beta)$ . Nun muß sein:  $p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa$ , oder nach Einstellung obiger Werte für  $v_2$  und  $p_1$

$$p_2 (1 + \text{tg } \beta) v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa (1 + \text{tg } \alpha)^\kappa \quad \text{oder} \quad 1 + \text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^\kappa.$$

Die Arbeit  $L = c_v (T_1 - T_2) : A$  kann noch in folgende Formen gebracht werden:

$L = c_v T_1 (1 - T_2/T_1) : A$  und mit  $T_1 = P_1 v_1 : R$  und  $AR = c_p - c_v$  folgt

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \dots \dots \dots 36a$$

oder durch Einstellen nach Gl. 34c

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \dots \dots \dots 36b$$

und nach Gl. 34a

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right] \dots \dots \dots 36c$$

Wird in Gl. 36a  $T_2 : T_1 = P_2 v_2 : P_1 v_1$  eingesetzt, so ergibt sich noch

$$L = \frac{1}{\kappa - 1} [P_1 v_1 - P_2 v_2] \dots \dots \dots 36d$$

Für Ausdehnung ist  $p_1, t_1, v_1$  der Anfangszustand,  $p_2, t_2, v_2$  der Endzustand; für Verdichtung umgekehrt.

Tabelle S. 542 gibt Werte für  $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$  und  $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$  für  $n=1,1$  bis  $n=\kappa$ .

Soll bei Verdichtung die Arbeit auf den Anfangszustand bezogen werden, so ist, wenn  $P_1 v_1 = P_2 v_2^\kappa : v_1^{\kappa-1}$  (aus Gl. 34 b, bzw. 34 a u. 34 c) gesetzt wird:

$$L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[ \frac{T_1}{T_2} - 1 \right] \quad 37a; \quad L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \quad 37b;$$

$$L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \quad 37c.$$

(556) **Polytropische Zustandsänderung.** (Zustandsänderung mit konst. spez. Wärme.) Wird ein Gas verdichtet unter gleichzeitiger Kühlung, so wird stets die ganze absolute Gasarbeit in Wärme umgesetzt; aus der allgemeinen Wärme-gleichung folgt, da  $Q$  und  $AL$  negativ Abb. 5,

$$-Q = c_v (t_2 - t_1) - AL; \quad AL = c_v (t_2 - t_1) + Q.$$

Bei Ausdehnung unter Wärmezufuhr wird, solange  $t_2 < t_1$ , stets die ganze zugeführte Wärme  $Q$  und noch ein Teil der Eigenwärme des Gases  $c_v (t_1 - t_2)$  in mechan. Arbeit umgesetzt; denn es ist

$$Q = c_v (t_2 - t_1) + AL; \quad AL = c_v (t_1 - t_2) + Q.$$

Der Verlauf der Druckkurven hängt davon ab, welcher Teil der Arbeit in Form von ab- oder zugeführter Wärme und welcher als Änderung der Eigenwärme erscheint. Als Grenzfälle erscheinen für  $c_v (t_2 - t_1) = 0$  die Isotherme, für  $Q = 0$  die Adiabate; d. h. der Exponent  $n$  der Hyperbel liegt zwischen 1 (Isotherme) und  $\kappa$  (Adiabate), s. Tabelle S. 542.

Die Gleichung der Polytrope hat deshalb die allgemeine Form

$$P v^n = \text{konst.} \dots \dots \dots 38$$

Es gelten alle Gleichungen der adiabatischen Zustandsänderung, wenn statt  $\kappa$  der Exponent  $n$  gesetzt wird; dieses gilt auch für die Arbeit und die Konstruktion der Polytrope, wobei  $1 < n < \kappa$ ; folgende Tabelle gibt Werte des tg  $\beta$  für verschiedene tg  $\alpha$  und  $n$  nach Gl. 35.

Tabelle der tg  $\beta$  für verschiedene tg  $\alpha$  und  $n$ .

| $n =$              | 1,05  | 1,10  | 1,15  | 1,20  | 1,25  | 1,30   | 1,35  | 1,40  |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| tg $\alpha = 0,2$  | 0,211 | 0,222 | 0,234 | 0,245 | 0,256 | 0,267  | 0,279 | 0,291 |
| tg $\alpha = 0,25$ | 0,264 | 0,278 | 0,293 | 0,307 | 0,322 | 0,3365 | 0,352 | 0,367 |
| tg $\alpha = 0,30$ | 0,317 | 0,334 | 0,352 | 0,370 | 0,388 | 0,406  | 0,425 | 0,444 |
| tg $\alpha = 0,4$  | 0,424 | 0,454 | 0,472 | 0,497 | 0,522 | 0,549  | 0,575 | 0,608 |



## Adiabatische und polytropische Expansion von Gasen.

|                   | Für $n =$  |       |       |       |       | Für $n =$  |       |       |       |       |
|-------------------|--|-------|-------|-------|-------|--|-------|-------|-------|-------|
|                   | 1,4<br>(Adia-<br>bate)   | 1,35  | 1,3   | 1,2   | 1,1   | 1,4<br>(Adia-<br>bate)   | 1,35  | 1,3   | 1,2   | 1,1   |
| $\frac{p_1}{p_2}$ | ist $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V_2}{V_1} =$ |       |       |       |       | ist $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{T_1}{T_2} =$ |       |       |       |       |
| 1,1               | 1,070  | 1,073 | 1,076 | 1,083 | 1,090 | 1,028  | 1,025 | 1,022 | 1,016 | 1,009 |
| 1,2               | 1,139  | 1,144 | 1,151 | 1,164 | 1,180 | 1,053  | 1,048 | 1,043 | 1,031 | 1,017 |
| 1,3               | 1,206  | 1,214 | 1,224 | 1,244 | 1,269 | 1,078  | 1,070 | 1,062 | 1,045 | 1,024 |
| 1,4               | 1,271  | 1,283 | 1,295 | 1,323 | 1,358 | 1,101  | 1,091 | 1,081 | 1,058 | 1,031 |
| 1,5               | 1,336  | 1,350 | 1,366 | 1,401 | 1,445 | 1,123  | 1,111 | 1,098 | 1,070 | 1,038 |
| 1,6               | 1,399  | 1,416 | 1,436 | 1,479 | 1,533 | 1,144  | 1,130 | 1,115 | 1,081 | 1,044 |
| 1,7               | 1,461  | 1,481 | 1,504 | 1,557 | 1,620 | 1,164  | 1,148 | 1,130 | 1,092 | 1,050 |
| 1,8               | 1,522  | 1,545 | 1,571 | 1,633 | 1,706 | 1,183  | 1,165 | 1,145 | 1,103 | 1,055 |
| 1,9               | 1,581  | 1,609 | 1,638 | 1,706 | 1,791 | 1,201  | 1,181 | 1,160 | 1,113 | 1,060 |
| 2,0               | 1,641  | 1,671 | 1,705 | 1,782 | 1,879 | 1,219  | 1,197 | 1,174 | 1,123 | 1,065 |
| 2,5               | 1,924  | 1,971 | 2,023 | 2,145 | 2,300 | 1,299  | 1,268 | 1,235 | 1,165 | 1,087 |
| 3,0               | 2,193  | 2,256 | 2,330 | 2,498 | 2,715 | 1,369  | 1,329 | 1,289 | 1,201 | 1,105 |
| 3,5               | 2,449  | 2,529 | 2,624 | 2,842 | 3,126 | 1,431  | 1,384 | 1,336 | 1,232 | 1,121 |
| 4,0               | 2,692  | 2,793 | 2,907 | 3,177 | 3,505 | 1,487  | 1,433 | 1,378 | 1,260 | 1,134 |
| 4,5               | 2,926  | 3,047 | 3,178 | 3,500 | 3,925 | 1,526  | 1,478 | 1,415 | 1,285 | 1,147 |
| 5,0               | 3,156  | 3,294 | 3,449 | 3,824 | 4,320 | 1,583  | 1,518 | 1,449 | 1,307 | 1,157 |
| 5,5               | 3,378  | 3,535 | 3,712 | 4,142 | 4,710 | 1,627  | 1,556 | 1,482 | 1,328 | 1,167 |
| 6,0               | 3,598  | 3,770 | 3,970 | 4,447 | 5,100 | 1,668  | 1,591 | 1,512 | 1,348 | 1,177 |
| 6,5               | 3,809  | 4,000 | 4,218 | 4,760 | 5,483 | 1,707  | 1,624 | 1,540 | 1,366 | 1,186 |
| 7,0               | 4,012  | 4,226 | 4,467 | 5,058 | 5,861 | 1,742  | 1,656 | 1,566 | 1,383 | 1,194 |
| 7,5               | 4,217  | 4,448 | 4,710 | 5,360 | 6,250 | 1,778  | 1,686 | 1,591 | 1,399 | 1,201 |
| 8,0               | 4,415  | 4,666 | 4,950 | 5,650 | 6,620 | 1,811  | 1,714 | 1,616 | 1,414 | 1,208 |
| 8,5               | 4,612  | 4,880 | 5,187 | 5,950 | 6,997 | 1,843  | 1,742 | 1,639 | 1,429 | 1,215 |
| 9,0               | 4,800  | 5,091 | 5,420 | 6,240 | 7,370 | 1,873  | 1,768 | 1,660 | 1,442 | 1,221 |
| 9,5               | 4,993  | 5,299 | 5,651 | 6,528 | 7,742 | 1,903  | 1,793 | 1,681 | 1,455 | 1,227 |
| 10,0              | 5,188  | 5,505 | 5,885 | 6,820 | 8,120 | 1,931  | 1,816 | 1,701 | 1,468 | 1,233 |
| 11                | 5,544  | 5,907 | 6,325 | 7,376 | 8,845 | 1,984  | 1,862 | 1,739 | 1,491 | 1,244 |
| 12                | 5,900  | 6,300 | 6,763 | 7,931 | 9,574 | 2,034  | 1,904 | 1,447 | 1,513 | 1,253 |
| 13                | 6,247  | 6,685 | 7,193 | 8,478 | 10,30 | 2,081  | 1,944 | 1,807 | 1,533 | 1,263 |
| 14                | 6,587  | 7,063 | 7,614 | 9,018 | 11,01 | 2,126  | 1,982 | 1,839 | 1,549 | 1,271 |
| 15                | 6,919  | 7,433 | 8,030 | 9,551 | 11,73 | 2,168  | 2,018 | 1,868 | 1,570 | 1,279 |
| 16                | 7,246  | 7,797 | 8,438 | 10,08 | 12,44 | 2,208  | 2,052 | 1,896 | 1,587 | 1,287 |
| 17                | 7,566  | 8,155 | 8,841 | 10,60 | 13,14 | 2,247  | 2,084 | 1,923 | 1,604 | 1,294 |
| 18                | 7,882  | 8,508 | 9,238 | 11,12 | 13,84 | 2,284  | 2,115 | 1,948 | 1,619 | 1,301 |
| 19                | 8,192  | 8,855 | 9,631 | 11,63 | 14,54 | 2,319  | 2,145 | 1,973 | 1,633 | 1,307 |
| 20                | 8,498  | 9,199 | 10,02 | 12,14 | 15,23 | 2,354  | 2,174 | 1,996 | 1,648 | 1,313 |

Die zu- oder abgeführte Wärme läßt sich aus der allgemeinen Wärme-  
gleichung ermitteln. Wird in  $dQ = c_v dt + A P dv$  der durch Differenzieren  
der Gl.  $T v^{n-1} = \text{konst.}$  ermittelte Wert  $dv = -\frac{v dt}{(n-1)T}$  eingesetzt, so  
ist mit  $Pv : T = R$  und  $AR = c_p - c_v$

$$dQ = \left[ c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} \right] dt = c_n \cdot dt \dots \dots \dots 39$$

und  $Q = c_n (t_2 - t_1)$  für 1 kg,  $\dots \dots \dots 39a$

wenn  $c_n = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} = c_v \frac{n - \kappa}{n-1} \dots \dots \dots 40$

Hieraus ist  $n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} \dots \dots \dots 40a$

Allgemein ist die Polytrope eine Hyperbel, deren Exponent  $n$  jeden beliebigen Wert von  $+\infty$  bis  $-\infty$  annehmen kann. Darin sind alle bisher betrachteten Zustandsänderungen enthalten, Abb. 13

- $n = 1$ ;  $p v = \text{konst.}$ ; Isotherme;  $c_n = \infty$
- $n = \kappa$ ;  $p v^\kappa = \text{konst.}$ ; Adiabate;  $c_n = 0$
- $n = 0$ ;  $p = \text{konst.}$ ; Isobare;  $c_n = c_p$
- $n = \pm \infty$ ;  $v = \text{konst.}$ ; Isochore;  $c_n = c_v$ .

Das Verhältnis der Wärme zur Arbeit ist

$$\frac{Q}{AL} = \frac{\kappa - n}{\kappa - 1} \dots \dots \dots 41$$

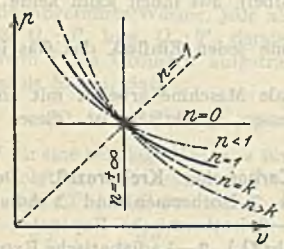


Abb. 13.

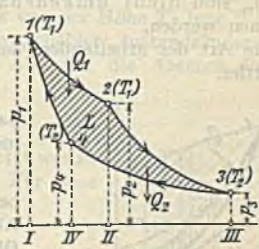


Abb. 14.

(557) Kreisprozesse, d. s. Prozesse, die aus einer Reihe von Zustandsänderungen bestehen, Abb. 14, welche derart verlaufen, daß sie in den Anfangszustand zurückführen. Die algebraische Summe der Arbeiten aller einzelnen Zustandsänderungen ist die durch den geschlossenen Linienzug derselben eingeschlossene Fläche. Um in den Anfangszustand zurückkommen zu können und den Kreisprozeß überhaupt möglich zu machen, ist erforderlich, daß mindestens bei einer der Zustandsänderung Wärme zugeführt und mindestens bei einer Wärme abgeführt wird. Die Differenz der zu- und der abgeführten Wärmen ist in Arbeit umgesetzt, so daß allgemein

$$AL = A (L_1 - L_2) = Q_1 - Q_2 = Q \text{ )} \dots \dots \dots 42$$

Je nach der Richtung, in der der Prozeß verläuft, ist Arbeit aufzuwenden ( $-L$ ) oder es wird Arbeit vom Gas geleistet ( $+L$ ). Von der ganzen zugeführten

1) Nicht zu verwechseln mit der isotherm. Zustandsänderung!



Wärme  $Q_1$  wird also nur  $Q = Q_1 - Q_2$  in Arbeit verwandelt, der Rest  $Q_2$  geht unausgenutzt fort. Die Umwandlung einer Wärmemenge  $Q$  in die äquival. mechan. Nutzarbeit  $AL = Q$  ist nicht möglich, wenn nicht gleichzeitig eine Wärmemenge  $Q_2$  aufgewendet wird, die nicht ausgenutzt werden kann. Es ist somit eine Wärmequelle mit höherer Temperatur erforderlich, von der  $Q_1$  dem Kreisprozeß zugeführt wird, und ferner ein anderer Körper von tieferer Temperatur, an den  $Q_2$  abgeführt werden kann. Diese Bedingung für die Arbeitsleistung bei den Kreisprozessen der Kraftmaschinen ist bereits von Carnot aufgestellt worden, ohne die Abhängigkeit zu kennen. Die Wichtigkeit ist erst von Clausius (1868) erkannt und als

(558) **zweiter Hauptsatz** der Wärmelehre bezeichnet worden, in dem Satz: Wärme kann nicht ohne Aufwand von Arbeit von einem kälteren Körper zu einem wärmeren übergehen. Dasselbe besagt der Satz nach Thomson (1869): Aus einem System kann Arbeit nur gewonnen werden, wenn Temperaturdifferenzen vorhanden sind.

Das Verhältnis der in Nutzarbeit umgesetzten Wärme  $Q$  zur gesamten zugeführten  $Q_1$  ist der thermische Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = Q : Q_1 = (Q_1 - Q_2) : Q_1 = 1 - (Q_2 : Q_1) \dots \dots \dots 43$$

Um den therm. Wirkungsgrad möglichst groß, also das Maximum der Arbeit zu erhalten, muß demnach  $Q_2$  möglichst klein werden, d. h. es muß die tiefste mögliche Temperatur (Umgebung oder Kühlwasser) erreicht werden, der Zustand völligen Wärmegleichgewichtes. Ferner müssen die durchlaufenen Zustandsänderungen umkehrbar (reversibel) sein, d. h. sie müssen auch in umgekehrter Richtung verlaufen können und dann in den Ausgangspunkt zurückführen (dann sind zwischendurch keine Verluste eingetreten). Die natürlich verlaufenden Prozesse, wie Wärmeübergang, Reibung, Drosselung u. a. m., sind nicht umkehrbar (irreversibel), aus ihnen kann keine Arbeit gewonnen werden.

Die Art des arbeitenden Gases ist ohne jeden Einfluß, das Gas ist nur Vermittler.

Die ideale Maschine arbeitet mit umkehrbaren Prozessen, praktisch ist dieses nicht möglich.

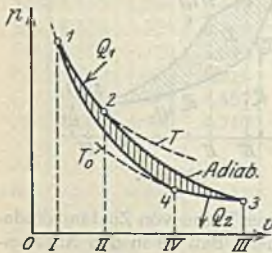


Abb. 15.

(559) **Carnotscher Kreisprozeß.** Derselbe besteht aus 2 Isothermen und 2 Adiabaten, Abb. 15. 1—2 isothermische Expansion bei  $T$  (Wärmezufuhr  $Q_1$ ), 2—3 adiabatische Expansion bis auf die Temperatur  $T_0$  des Kühlkörpers, 3—4 isoth. Kompression bei  $T_0$  (Wärmeabfuhr  $Q_2$ ), 4—1 adiab. Kompression bis in den Anfangszustand.

Dann ist nach Gl. 32, da  $p_1 : p_2 = v_1 : v_2 :$

$$Q_1 = ART \ln \frac{v_2}{v_1}; \quad Q_2 = ART_0 \ln \frac{v_3}{v_4},$$

und da  $(v_3 : v_2)^{\kappa-1} = T : T_0 = (v_1 : v_4)^{\kappa-1}$  und daraus  $v_3 : v_2 = v_4 : v_1$  oder  $v_2 : v_1 = v_3 : v_4$ , so ist

$$Q = AL = Q_1 - Q_2 = AR (T - T_0) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots 44$$

$$L = R (T - T_0) \ln \frac{v_2}{v_1} = (P_1 v_1 - P_3 v_3) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots 44a$$

$$\text{und} \quad \eta_{th} = \frac{Q}{Q_1} = \frac{AR(T - T_0) \ln v_2/v_1}{ART \ln v_2/v_1} = \frac{T - T_0}{T} = 1 - \frac{T_0}{T} \dots 45$$

Aus dem Verhältnis der Volumina folgt  $v_1 v_3 = v_2 v_4$  und da

$$T : T_0 = (p_1 : p_4)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (p_2 : p_3)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$

so ist  $p_1 : p_4 = p_2 : p_3$  und  $p_1 p_3 = p_2 p_4$ , d. h. die Produkte der diagonal gegenüberliegenden Volumina, Drücke und der Temperaturen sind auf beiden Diagonalen gleich.

**(560) Wärmediagramm.** Wie im Arbeitsdiagramm die Arbeit  $L$  als Fläche unterhalb der Kurve der Zustandsänderung erscheint, so wird im Wärmediagramm (Entropie- oder  $TS$ -Diagramm) die zu- oder abgeführte Wärme  $Q$  ebenfalls als Fläche unterhalb der Kurve dargestellt; es ist demnach  $dQ = y dx$ ,  $Q = \int y dx$ . Die Koordinaten  $x$  und  $y$  müssen dementsprechend gewählt werden. Für den Carnot-Prozeß war

$$\eta_{th} = (Q_1 - Q_2) : Q_1 = Q : Q_1 = (T_1 - T_2) : T_1,$$

woraus  $Q = \frac{Q_1}{T_1} (T_1 - T_2)$ , also in der Form ähnlich der Arbeitsgleichung  $P(v_1 - v_2)$  oder der Arbeit eines von der Höhe  $h_1$  auf  $h_2$  sinkenden Gewichtes:  $G \cdot (h_1 - h_2)$ . Diese Wärmemenge kann durch ein Rechteck dargestellt werden mit den Seiten  $Q_1 : T_1$  und  $(T_1 - T_2)$ . Schreibt man die Gleichung in der Form  $Q = \frac{Q_1}{T_1} \cdot T_1 - \frac{Q_1}{T_1} \cdot T_2$  oder, da  $1 - (Q_2 : Q_1) = 1 - (T_2 : T_1)$  und daraus  $Q_2 : T_2 = Q_1 : T_1$ ,  $Q = \frac{Q_1}{T_1} \cdot T_1 - \frac{Q_2}{T_2} \cdot T_2$ , so ist das erste Glied die zu-, das zweite die abgeführte Wärme, jede als Rechteck von der Höhe  $T_1$  bzw.  $T_2$  und der Basis  $Q_1 : T_1$  bzw.  $Q_2 : T_2$  darstellbar. Für beliebige Zustandsänderungen muß, wenn  $T$  als Ordinate aufgetragen wird, Abb. 16, die Abszisse die Beschaffenheit haben, daß

$$dQ = T \cdot dS \quad \text{oder} \quad Q = \int T dS \quad \dots 46$$

wobei  $S$  für eine beliebige Menge,  $s$  für 1 kg gesetzt werde. Hieraus folgt für die Abszisse  $dS = dQ : T$ . Für Gase ist  $dQ = c_v dT + AP dv$  und

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dT}{T} + AP \frac{dv}{T} \quad \text{oder mit } P : T = R : v$$

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} = d[c_v \ln T + AR \ln v] = ds.$$

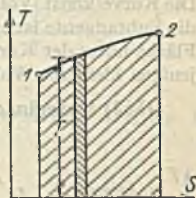


Abb. 16.

Man nennt die Größe  $S$  bzw.  $s$  nach Clausius

**(561) die Entropie** (Verwandlungsinhalt). Dieselbe ist nur vom Zustand abhängig, nicht aber davon, wie derselbe erreicht worden ist (im Gegensatz zu  $Q$  und  $L$ ).

Der Begriff der Entropie ist schwer definierbar, da mit den Sinnen nicht wahrnehmbar. Wie der Druck als treibende Kraft nur dann Arbeit leisten kann, wenn eine Volumensänderung eintritt, so kann die Temperatur nur dann eine Wärmezufuhr- oder -abfuhr ergeben, wenn eine Entropieänderung stattfindet. Die Entropie steht im engen Zusammenhang mit der Umkehrbarkeit und liefert das Kriterium dafür. Bei umkehrbaren Kreisprozessen ist die Änderung der Entropie gleich Null, bei nicht umkehrbaren nimmt sie zu; sie kann aber nie abnehmen.

Die absolute Größe der Entropie ist belanglos, es kommt für die Wärmemengen nur die Entropieänderung in Betracht. Für veränderliche spez.



Wärmen gelten nur die Differentialgleichungen, für unveränderliche  $c_v$  und  $c_p$  können endliche Änderungen bestimmt werden.

Es ist für 1 kg die Entropie-Gleichung:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} = c_v d(\ln T) + AR d(\ln v) \quad \dots \quad 47a$$

und  $s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + AR \ln(v_2/v_1) \quad \dots \quad 48a$

oder durch Einstellen von  $T_2 : T_1 = P_2 v_2 : P_1 v_1$  und  $AR = c_p - c_v$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(P_2/P_1) + c_p \ln(v_2/v_1) \quad \dots \quad 48b$$

und  $ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v} \quad \dots \quad 47b$

Oder endlich durch Einsetzen von  $v_2 : v_1 = T_2 P_1 : T_1 P_2$  in Gl. 48 a:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln(T_2 : T_1) - AR \ln(p_2 : p_1) \quad \dots \quad 48c$$

und  $ds = c_p \frac{dT}{T} - AR \frac{dp}{p} \quad \dots \quad 47c$

Die Übertragung aus dem  $pv$ - in das  $TS$ -Diagramm kann leicht erfolgen, indem punktweise für die aus der Zustandsgleichung ermittelte Temperatur  $T$  als Ordinate die Entropieänderung aus einer der obigen Gleichungen errechnet wird. Verläuft die Kurve nach rechts, so ist wegen positivem  $s_2 - s_1$  Wärme zuzuführen, nach links abzuführen. Im  $TS$ -Diagramm kann auch die Arbeit im Wärmemaß sehr anschaulich dargestellt werden.

### Die Zustandsänderungen im Wärmediagramm.

(562) Unveränderliches Volumen.  $v = \text{konst.}$  Aus Gl. 48a folgt mit  $v_2 = v_1$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Die Kurve konst. Volumens ist demnach eine logarithmische Linie Abb. 17, die Subtangente ist  $c_p$ . Die zu- oder abgeführte Wärme  $Q = c_v (t_2 - t_1)$  ist die Fläche unter der Kurve. Die Kurven größeren Volumens liegen nach rechts, diejenigen kleineren Volumens nach links.

(563) Unveränderlicher Druck.  $p = \text{konst.}$  Aus Gl. 48c folgt mit  $p_2 = p_1$

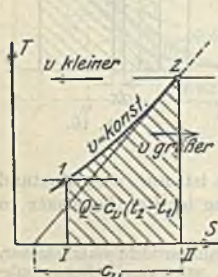


Abb. 17.

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

—eine logarithmische Linie, Abb. 18, deren Subtangente  $= c_p$  ist; sie verläuft somit flacher als die Kurve konst. Volumens. Die Fläche I 1 2 II unterhalb der Kurve ist die Wärmemenge  $Q = c_p (t_2 - t_1)$ . Die Kurven höheren Druckes liegen weiter

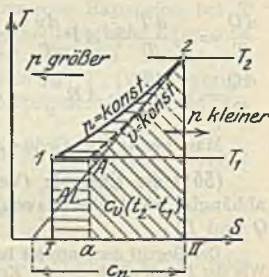


Abb. 18.

links, diejenigen tieferen Druckes rechts.

Die der Arbeit äquivalente Wärme ist (553):

$$AL = (c_p - c_v) (t_2 - t_1) = c_p (t_2 - t_1) - c_v (t_2 - t_1),$$

also in Abb. 18 die Fläche  $I 1 2 A \alpha$ ; die Fläche  $\alpha A 2 II$  ist Änderung der Eigenwärme (innere Energie) des Gases  $= c_v (t_2 - t_1)$ .

(564) Unveränderliche Temperatur.  $t = \text{konst.}$  Aus Gl. 48 c folgt mit  $T_2 = T_1$

$$s_2 - s_1 = AR \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Die Kurve ist eine wagerechte Gerade, Abb. 19, die bei Ausdehnung nach rechts, bei Verdichtung nach links verläuft. Die Fläche  $I 1 2 II$  ist die Wärmemenge, die zugleich der Arbeit äquivalent ist,

$$AL = Q = T (s_2 - s_1) = ART \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

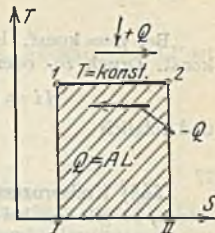


Abb. 19.

(565) Adiabatische Zustandsänderung.  $Q = 0$ . Aus  $dQ = T \cdot ds = 0$  folgt  $ds = 0$ ,  $s_2 - s_1 = 0$ ,  $s = \text{konst.}$ , daher auch isoentropische Zustandsänderung genannt

Die Kurve ist eine senkrechte Gerade, die bei Verdichtung nach oben (wegen Zunahme der Temperatur), bei Ausdehnung nach unten verläuft, Abb. 20.

Die Arbeit ist (555)  $L = c_v (t_2 - t_1) : A$  oder die ihr äquivalente Wärme  $AL = c_v (t_2 - t_1)$ , der Form nach also eine bei gleichbleibendem Volumen zu- oder abgeführte Wärme, die sich als Fläche  $1 A \alpha b$  (bei Ausdehnung) darstellen läßt.

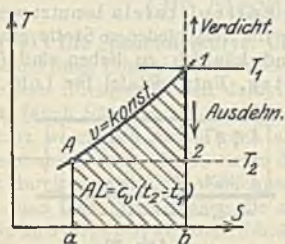


Abb. 20.

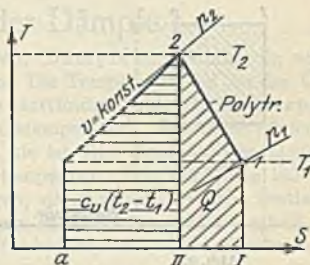


Abb. 21.

(566) Polytropische Zustandsänderungen. Aus  $dQ = c dT = T ds$  ist  $ds = c \frac{dT}{T}$  oder

$$s = c \ln T + \text{konst.};$$

die Kurve ist somit eine logarithmische Linie, die zwischen Isotherme und Adiabate verläuft.  $c$  ist die Subtangente. Je kleiner  $c$ , desto steiler die Kurve, die wenig von einer Geraden abweicht. Bei Ausdehnung verläuft sie nach unten, bei Verdichtung nach oben. Die Entropieänderung ist nach Gl. 58 a, b, c zu ermitteln. Die zu- oder abgeführte Wärme  $Q = c_n (t_2 - t_1)$  ist die Fläche  $1 2 II I$  unterhalb der Polytrope, Abb. 21.

Die Arbeit ist (556)  $AL = c_v (t_2 - t_1) + Q$ , d. h. die Summe der Fläche für  $Q$  und der Änderung der Eigenwärme  $c_v (t_2 - t_1)$ , d. h. der Fläche  $\alpha A 2 II$ , somit die Fläche  $\alpha A 2 I I$ .

(567) Wärmehalt. Setzt man in  $T ds = du + A P dv$  für  $P dv$  den Wert ein aus  $d(Pv) = P dv + v dP$ ;  $P dv = d(Pv) - v dP$ , so ist

$$T ds = du + A d(Pv) - A v dP$$

$$T ds = d(u + A Pv) - A v dP.$$



Die Summe  $u + APv$  ist der Wärmehalt  $i$

$$i = u + APv \dots \dots \dots 49$$

und damit

$$dQ = Tds = di - AvdP \dots \dots \dots 50$$

Bei  $p = \text{konst.}$  ist  $dQ = di$ , es ist somit der Wärmehalt  $i$  die bei konst. Druck zu- oder abzuführende Wärme, so daß

$$di = (dQ)_p = c_p dt, \quad i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 51$$

und folglich

$$dQ = Tds = c_p dt - AvdP \dots \dots \dots 50a$$

(568) **Kreisprozesse.** Da sich dieselben aus Zustandsänderungen zusammensetzen, so gilt das bei diesen Gesagte. Besonders einfach ist der

Carnot-Prozeß, Abb. 22 (2 Isothermen und 2 Adiabaten), der im  $Ts$ -Diagramm als Rechteck erscheint. Es ist die zugeführte Wärme  $Q_1$  die Fläche 1 2 III, die abgeführte  $Q_2$  die Fläche 3 4 I II und die in Arbeit umgesetzte  $Q = AL$  die Fläche 1 2 3 4, wobei  $Q_1 = (s_2 - s_1) T$ ,  $Q_2 = (s_2 - s_1) T_0$  und  $Q = (s_2 - s_1) (T - T_0)$  und  $s_2 - s_1 = AR \ln \frac{p_1}{p_2}$  (564).

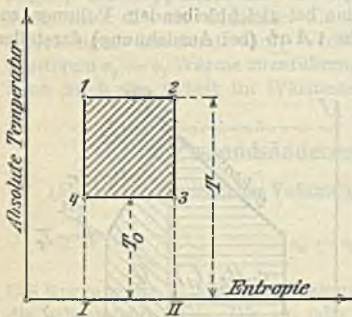


Abb. 22.

Der thermische Wirkungsgrad ist durch das Verhältnis der Fläche 1 2 3 4 zur Fläche 1 2 III gegeben.

Für die Kreisprozesse können zweckmäßig Entropietafeln benutzt werden, die für die verschiedenen Stoffe gezeichnet und käuflich zu haben sind (z. B. Ostertag, Entropietafel für Luft).

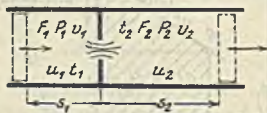


Abb. 23.

(569) **Drosselung.** Dieses ist ein nicht umkehrbarer Prozeß, bei dem durch Querschnittsverengung ein Spannungsabfall erzielt wird ohne Arbeitsabgabe nach außen. Es seien in einem gut isolierten Rohr ( $Q = 0$ ), Abb. 23, die Zustände vor dem Drosseln mit Index 1, nach demselben mit Index 2 bezeichnet,  $F_1$  und  $F_2$  die Querschnitte des Rohres. Dann wird durch Volumensänderung (die als Bewegung zweier Kolben gedacht werden kann) eine innere Arbeit geleistet, die für 1 kg

$$L = L_2 - L_1 = P_2 \cdot F_2 \cdot s_2 - P_1 F_1 s_1 = P_2 v_2 - P_1 v_1$$

ist. Für  $Q = 0$  ist alsdann (535), Gl. 2:

$$0 = u_2 - u_1 + AP_2 v_2 - AP_1 v_1$$

oder

$$u_2 + AP_2 v_2 = u_1 + AP_1 v_1$$

und mit Gl. 49

$$i_2 = i_1$$

d. h. beim Drosseln wird der Wärmehalt nicht geändert.

Hat das Gas noch eine nicht zu vernachlässigende Strömungsenergie mit der Geschwindigkeit  $w_1$  bzw.  $w_2$ , so erhält die Wärmeleichung die Form

$$u_1 + AP_1 v_1 + Aw_1^2 : 2g = u_2 + AP_2 v_2 + Aw_2^2 : 2g.$$

Da nach Gl. 51  $i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1)$ , so folgt für  $i_2 = i_1$  auch  $t_2 = t_1$ , d. h. beim Drosseln vollkommener Gase bleibt die Temperatur unverändert.

Aus Gl. 50 kann die Entropievermehrung beim Drosseln berechnet werden, da  $di = 0$ , so ist

$$T ds = -Av dP.$$

Da  $p$  fällt, so ist  $dP$  negativ und für endlichen Wert des Druckabfalles  $\Delta P$  ist

$$\Delta s = \frac{Av}{T} \cdot \Delta P$$

oder für vollkommene Gase mit  $v: T = R: P$

$$\Delta s = AR \cdot \Delta P : P = AR \Delta p : p \dots \dots \dots 52$$

**(570) *i*s-(Mollier-)Diagramm.** Um das Planimetrieren der *T*s-Diagramme bei Zustandsänderungen oder Kreisprozessen zwecks Bestimmung der Wärmemengen zu vermeiden, kann nach Mollier<sup>1)</sup> die Entropie *s* wieder als Abszisse, als Ordinaten aber der Wärmehalt  $i = u + \Delta P v$  aufgetragen werden; dann lassen sich die Wärmemengen einfach als Strecken abgreifen.

Die Adiabaten sind wieder senkrechte Gerade, während die Drossellinien  $i = \text{konst.}$  wagerechte Gerade sind. In den Diagrammen sind noch die *p*-, *v*- und *T*-Kurven eingetragen.

Besonders wichtig ist das *i*s-Diagramm für Wasserdampf (s. (584)).

## Die Mechanik der Dämpfe.

**(571) Die Spannungskurve. Grenzkurven.** Dämpfe sind Stoffe, die sich in der Nähe ihres flüssigen Zustandes befinden. Die Temperatur, bei der der Übergang vom flüssigen in den dampfförmigen stattfindet, heißt die Siedetemperatur  $t_s$  (auch Sättigungs- oder Verdampfungstemperatur). Die Siedetemperatur ist ganz wesentlich vom Druck abhängig, sie ist eine Funktion des Druckes; je tiefer der Druck, um so tiefer die Siedetemperatur. Die Beziehung läßt sich nicht durch eine einfache Gleichung festlegen, sie ist durch Versuche bestimmt; trägt man über den Drücken die zugehörigen Temperaturen auf, so erhält man die Spannungskurve, die Abb. 26 für Wasserdampf zeigt; die Kurven haben für alle Stoffe ähnlichen Charakter.

Wird einer Flüssigkeitsmenge, z. B. 1 kg von 0° C, Wärme zugeführt, so ändert sich zunächst das Volumen der Flüssigkeit unmerklich, bis die dem Druck entsprechende Temperatur erreicht wird, das Volumen der Flüssigkeit sei dann  $v'$ ; bei weiterer Wärmezufuhr beginnt die Verdampfung, das Volumen nimmt zu, die Temperatur bleibt während des ganzen Verdampfungsvorganges unverändert. Ist alle Flüssigkeit verdampft, so ist der Dampf trocken gesättigt, sein Volumen ist  $v''$ ; wird weiter Wärme zugeführt, so steigt bei  $p = \text{konst.}$  Temperatur und Volumen — der Dampf ist überhitzt. Trägt man die Volumina  $v'$  und  $v''$  zu den Temperaturen oder Drücken graphisch für verschiedene Drücke auf, so gibt sich durch Verbinden der Punkte  $v'$  die linke oder untere Grenzkurve (Flüssigkeitskurve) (Abb. 24), und durch Verbinden der  $v''$  die rechte oder obere Grenzkurve (Sättigungskurve). Links der  $v'$ -Kurve ist das Flüssigkeitsgebiet, zwischen beiden Grenzkurven das Sättigungs-(Verdampfungs-)gebiet und rechts der  $v''$ -Kurve das Überhitzungs-(Heißdampf-)gebiet.

Für die Grenzkurve gilt nach Mollier

$$p^{\frac{1}{8}} \cdot v'' = 1,7235 \dots \dots \dots 53$$

wenn  $p$  in  $\text{kg/cm}^2$  und  $v''$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$ .

<sup>1)</sup> Z. 1904, S. 272.



(572) Kritische Temperatur. Die wagerechte Strecke zwischen den Grenzkurven wird nach oben immer kleiner, die Grenzkurven gehen bei einer für jeden Stoff bestimmte Temperatur — der kritischen Temperatur — der kritischen Temperatur — in einander über; der zugehörige Druck ist der kritische Druck. Oberhalb

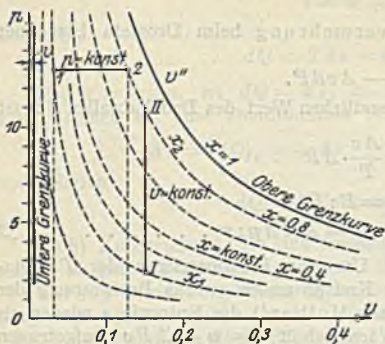


Abb. 24.

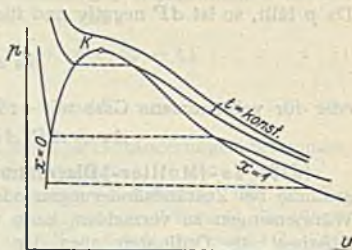


Abb. 25.

des durch den kritischen Punkt  $K$ , Abb. 25 bestimmten Zustandes ist eine Verflüssigung nicht möglich.

|                            | Siedetemp.<br>bei 760 mm Q.-S.<br>°C | Kritische Temp.<br>°C | Kritischer Druck<br>at |
|----------------------------|--------------------------------------|-----------------------|------------------------|
| Wasser . . . . .           | + 100                                | + 374,0               | 224,2                  |
| Kohlensäure . . . . .      | — 78                                 | + 31,35               | 75,3                   |
| Ammoniak . . . . .         | — 33,7                               | + 132,9               | 116,2                  |
| Schweflige Säure . . . . . | — 8                                  | + 156                 | 81,5                   |
| Sauerstoff . . . . .       | — 182                                | — 118                 | 52,2                   |
| Wasserstoff . . . . .      | — 252,8                              | — 242                 | 20,7                   |
| Stickstoff . . . . .       | — 195,6                              | — 146                 | 36,2                   |
| Luft . . . . .             | — 191                                | — 140                 | 40,4                   |

(573) Wärmemengen. Soll 1 kg einer Flüssigkeit von  $0^{\circ}\text{C}$  verdampft werden, so ist zunächst die Flüssigkeitswärme  $i'$  ( $q$ )<sup>1)</sup> zur Erwärmung von  $0^{\circ}$  bis auf die Siedetemperatur zuzuführen; für die nun folgende Verdampfung ist noch die Verdampfungswärme  $r$  zuzuführen, die keine Temperaturänderung bewirkt, sondern nur eine Volumensänderung. Die für diese Raumänderungsarbeit aufgewendete Wärme, die äußere Verdampfungswärme  $\psi = AP(v'' - v')$  ist aber nur ein kleiner Teil der ganzen Verdampfungswärme; der übrige weit größere Teil dient zur Lösung des molekularen Zusammenhanges, zur Änderung des Aggregatzustandes und heißt die innere Verdampfungswärme  $q$ ; so daß

$$r = q + \psi = q + AP(v'' - v') \text{ kcal/kg} \quad . . . . . \quad 54$$

Zur Erzeugung trockenen Dampfes ist somit der Wärmeinhalt oder die Gesamtwärme, Dampfwärme  $\lambda$ .

$$i'' = i' + r = i' + q + \psi \text{ kcal/kg} \quad . . . . . \quad 55$$

erforderlich.

Genau genommen ist der Wärmeinhalt  $i''$  größer als die Dampfwärme, da  $i'' = i' + q + APv''$ ; es kann aber fast immer  $APv'' \approx AP(v'' - v')$  gesetzt werden, so daß  $i'' = \lambda$  ist.

Abb. 26 zeigt die Wärmemengen über den Temperaturen.

<sup>1)</sup> Der Wärmeinhalt  $i'$  ist etwas größer als die Flüssigkeitswärme  $q$ , um den Betrag des Wärmewertes der Arbeit für die Änderung des Volumens der Flüssigkeit, jedoch ist diese Raumänderung nur bei hohen Drücken von Belang.

Die Werte  $p, t, v', v'', i', i'', r, \rho$  und  $\psi$  sind auch aus den Dampftabellen für Wasserdampf S. 558, zu entnehmen. Zwischen  $100^\circ$  und  $200^\circ$  kann für Wasserdampf angenähert angenommen werden:

$$r = 610,2 - 0,712 t \dots \dots \dots 56a$$

und

$$i'' = 608 + 0,311 t \dots \dots \dots 56b$$

Ist die Temperatur der gespeisten Flüssigkeit nicht  $0^\circ$ , sondern  $t_w^0$ , mit dem Wärmeinhalt  $i_w$ , so ist nicht die ganze Wärme  $i''$ , sondern nur die Erzeugungswärme  $\lambda_e$  zuzuführen

$$\lambda_e = i'' - i_w = i'' - c \cdot t_w = \sim i'' - t_w.$$

Die innere Energie des Dampfes. Da bei der Verdampfung nach außen die äußere Verdampfungswärme  $\psi$  als Arbeit abgegeben wird, während  $i'$  und  $\rho$ , als Spannungsenergie, im Dampf bleiben, so ist die Energie des Dampfes

$$u = i' + \rho \dots \dots 57$$

**(574) Feuchter Dampf.** Solange nicht alle Flüssigkeit verdampft ist, ist der Dampf feucht, naß; er hat einen geringeren Wärmeinhalt als trockener Dampf, da nur für den dampfförmigen Teil die Verdampfungswärme aufgewendet ist; ist in 1 kg  $x$  der bereits verdampfte Teil,  $y$  der noch flüssige, also  $x + y = 1$ , so ist der Wärmeinhalt  $i$  (mit  $y = 1 - x$ )

$$i = (i' + r)x + (1 - x)i' = i' + xr \text{ kcal/kg.} \dots \dots 58$$

Die Größe  $x$  bezeichnet man als Dampfgehalt oder spezif. Dampfmenge,  $y$  als Flüssigkeits- oder Feuchtigkeitsgehalt.

Das Volumen des feuchten Dampfes ist

$$v = xv'' + yv' = xv'' + (1 - x)v' = v' + x(v'' - v') \dots \dots 59$$

Bestimmt man für verschiedene Drücke die Volumina bei gleichem  $x$ , z. B. für  $x = 0,1, 0,2$  usw. und verbindet die Punkte, so ergeben sich Kurven gleichen Dampfgehaltes, oder  $x$ -Kurven, Abb. 24.

Die Energie des feuchten Dampfes ist

$$u = i' + x\rho \dots \dots \dots 60$$

**(575) Überhitzter Dampf, Heißdampf.** Steigt bei gleichbleibendem Druck die Temperatur über die Siedetemperatur, so ist der Dampf überhitzt. Sein Volumen ist größer als  $v''$ . Um überhitzten Dampf zu erhalten, muß dem trockenen Dampf bei  $p = \text{konst.}$  noch die Überhitzungswärme zugeführt werden, und zwar  $c_p$  für  $1^\circ$  und 1 kg und für die Überhitzung von  $t_s$  auf  $t$  die Wärmemenge  $c_p(t - t_s)$  kcal/kg, so daß die Gesamtwärme des überhitzten Dampfes,  $\approx$  Wärmeinhalt,

$$i = i'' + c_p(t - t_s) \text{ kcal/kg.} \dots \dots \dots 61$$

Die spezif. Wärme  $c_p$  des überhitzten Dampfes ist sowohl vom Druck, als auch von der Temperatur abhängig. Es muß also mit einem mittleren Wert  $c_{p,m}$

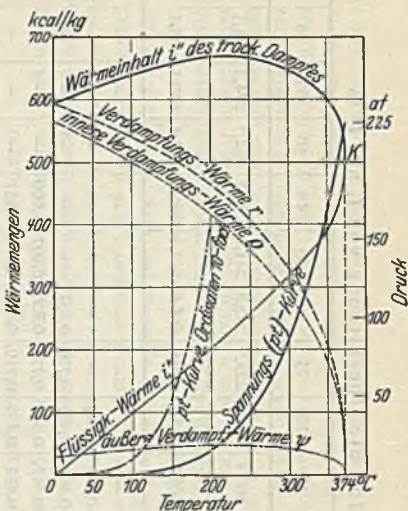


Abb. 26.



Mittlere spezifische Wärme  $c_{p,m}$  für die Überhitzung von  $t_s$  auf  $t^{\circ}C$ .

| Druck<br>atm           | 1     | 2     | 4     | 6     | 8     | 10    | 12    | 14    | 16    | 18    | 20    | 25    | 30    | 35    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Siedetemp.<br>$t_s$ °C | 99,1  | 119,6 | 142,9 | 158,1 | 169,6 | 179,0 | 187,1 | 194,1 | 200,4 | 206,2 | 211,4 | 222,9 | 232,8 | 241,4 | 249,2 | 262,7 | 274,3 | 284,5 | 293,6 | 301,9 | 309,5 |
| $i''$<br>kcal/kg       | 639,0 | 646,9 | 654,9 | 659,3 | 662,3 | 664,4 | 665,9 | 667,0 | 667,8 | 668,3 | 668,7 | 669,0 | 668,6 | 667,8 | 666,6 | 663,4 | 659,5 | 655,3 | 650,6 | 645,6 | 640,5 |
| $\tau = 200^{\circ}$   | 0,485 | 0,495 | 0,517 | 0,542 | 0,563 | 0,591 | 0,620 | 0,644 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 220                    | 0,483 | 0,493 | 0,512 | 0,534 | 0,553 | 0,576 | 0,602 | 0,623 | 0,654 | 0,696 | 0,717 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 240                    | 0,482 | 0,491 | 0,508 | 0,528 | 0,546 | 0,564 | 0,587 | 0,607 | 0,631 | 0,661 | 0,687 | 0,760 | 0,851 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 250                    | 0,482 | 0,491 | 0,507 | 0,525 | 0,542 | 0,559 | 0,580 | 0,599 | 0,621 | 0,648 | 0,671 | 0,738 | 0,820 | 0,907 | 1,000 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 260                    | 0,481 | 0,490 | 0,506 | 0,523 | 0,539 | 0,555 | 0,574 | 0,593 | 0,612 | 0,632 | 0,658 | 0,719 | 0,792 | 0,870 | 0,957 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 280                    | 0,480 | 0,488 | 0,503 | 0,519 | 0,533 | 0,547 | 0,569 | 0,581 | 0,597 | 0,618 | 0,631 | 0,687 | 0,747 | 0,810 | 0,883 | 1,046 | 1,245 | —     | —     | —     | —     |
| 300                    | 0,480 | 0,487 | 0,501 | 0,515 | 0,527 | 0,541 | 0,557 | 0,570 | 0,585 | 0,602 | 0,618 | 0,663 | 0,713 | 0,765 | 0,823 | 0,957 | 1,112 | 1,484 | 1,507 | —     | —     |
| 320                    | 0,479 | 0,486 | 0,499 | 0,512 | 0,523 | 0,536 | 0,549 | 0,562 | 0,575 | 0,590 | 0,604 | 0,642 | 0,686 | 0,730 | 0,779 | 0,890 | 1,017 | 1,130 | 1,302 | 1,514 | 1,707 |
| 340                    | 0,479 | 0,485 | 0,497 | 0,509 | 0,520 | 0,531 | 0,543 | 0,555 | 0,567 | 0,580 | 0,593 | 0,627 | 0,664 | 0,702 | 0,744 | 0,837 | 0,941 | 1,056 | 1,176 | 1,322 | 1,478 |
| 350                    | 0,479 | 0,485 | 0,497 | 0,508 | 0,518 | 0,529 | 0,541 | 0,552 | 0,563 | 0,576 | 0,588 | 0,620 | 0,655 | 0,690 | 0,730 | 0,816 | 0,912 | 1,015 | 1,133 | 1,260 | 1,397 |
| 360                    | 0,478 | 0,484 | 0,496 | 0,507 | 0,517 | 0,527 | 0,538 | 0,549 | 0,560 | 0,572 | 0,583 | 0,614 | 0,647 | 0,680 | 0,716 | 0,797 | 0,885 | 0,967 | 1,085 | 1,202 | 1,326 |
| 380                    | 0,478 | 0,483 | 0,494 | 0,505 | 0,514 | 0,524 | 0,534 | 0,544 | 0,554 | 0,565 | 0,575 | 0,603 | 0,633 | 0,662 | 0,694 | 0,764 | 0,840 | 0,921 | 1,011 | 1,106 | 1,220 |
| 400                    | 0,477 | 0,483 | 0,493 | 0,503 | 0,512 | 0,521 | 0,531 | 0,539 | 0,549 | 0,559 | 0,569 | 0,594 | 0,621 | 0,647 | 0,676 | 0,738 | 0,805 | 0,903 | 0,954 | 1,035 | 1,123 |
| 420                    | 0,477 | 0,482 | 0,492 | 0,501 | 0,509 | 0,518 | 0,527 | 0,535 | 0,544 | 0,553 | 0,562 | 0,585 | 0,610 | 0,634 | 0,661 | 0,716 | 0,775 | 0,836 | 0,903 | 0,976 | 1,050 |
| 440                    | 0,477 | 0,482 | 0,491 | 0,499 | 0,507 | 0,516 | 0,524 | 0,532 | 0,540 | 0,549 | 0,557 | 0,578 | 0,601 | 0,623 | 0,647 | 0,697 | 0,750 | 0,806 | 0,865 | 0,929 | 0,995 |
| 450                    | 0,477 | 0,481 | 0,490 | 0,499 | 0,506 | 0,515 | 0,522 | 0,530 | 0,538 | 0,547 | 0,554 | 0,575 | 0,596 | 0,618 | 0,641 | 0,689 | 0,739 | 0,792 | 0,845 | 0,908 | 0,970 |
| 460                    | 0,476 | 0,481 | 0,489 | 0,498 | 0,505 | 0,514 | 0,521 | 0,529 | 0,536 | 0,544 | 0,552 | 0,572 | 0,592 | 0,614 | 0,636 | 0,681 | 0,729 | 0,780 | 0,832 | 0,888 | 0,947 |
| 480                    | 0,476 | 0,481 | 0,488 | 0,497 | 0,504 | 0,511 | 0,518 | 0,526 | 0,532 | 0,540 | 0,547 | 0,566 | 0,585 | 0,605 | 0,625 | 0,667 | 0,712 | 0,756 | 0,804 | 0,855 | 0,908 |
| 500                    | 0,476 | 0,481 | 0,488 | 0,496 | 0,502 | 0,509 | 0,516 | 0,523 | 0,529 | 0,537 | 0,543 | 0,561 | 0,579 | 0,597 | 0,616 | 0,655 | 0,696 | 0,737 | 0,782 | 0,827 | 0,875 |

\*) Errechnet nach den Tabellen von Mollier

Spezifisches Volumen  $m^3/kg$  von überhitztem Wasserdampf (nach den Gleichungen von Mollier errechnet).

| * C    | p = 1 | 2            | 4            | 6                   | 8            | 10           | 12                   | 14            | 16     | 18            | 20     | 25     | 30     | 35     | 40     | 50     | 60     | 70     | 80     | 90     | 100 at  |
|--------|-------|--------------|--------------|---------------------|--------------|--------------|----------------------|---------------|--------|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| trock. | 1,727 | 0,903        | 0,472        | 0,322               | 0,245        | 0,1985       | 0,167                | 0,144         | 0,126  | 0,113         | 0,1017 | 0,082  | 0,068  | 0,0582 | 0,0507 | 0,040  | 0,0329 | 0,0277 | 0,0237 | 0,0206 | 0,01815 |
| ges.   |       |              |              |                     |              |              |                      |               |        |               |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |         |
| 140*   | 1,930 | 0,956        | —            | —                   | —            | —            | —                    | —             | —      | —             | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 150    | 1,976 | 0,980        | 0,481        | —                   | —            | —            | —                    | —             | —      | —             | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 160    | 2,025 | 1,003        | 0,493, 0,324 | —                   | —            | —            | —                    | —             | —      | —             | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 180    | 2,121 | 1,053        | 0,520        | 0,342               | 0,253        | 0,199        | —                    | —             | —      | —             | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 200    | 2,217 | 1,103        | 0,546        | 0,360               | 0,267        | 0,2108       | 0,1734               | 0,1465        | —      | —             | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 220    | 2,312 | 1,151        | 0,571        | 0,377               | 0,280        | 0,222        | 0,183                | 0,1550        | 0,1352 | 0,118, 0,1047 | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 240    | 2,408 | 1,199, 0,595 | 0,394        | 0,293               | 0,233        | 0,1925       | 0,163, 0,1422        | 0,1253        | 0,1118 | 0,0865        | 0,0702 | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 250    | 2,455 | 1,224        | 0,608        | 0,402, 0,300        | 0,238        | 0,197        | 0,1676               | 0,1455        | 0,1283 | 0,1145        | 0,0894 | 0,0726 | 0,0603 | 0,0509 | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 260    | 2,502 | 1,248        | 0,620        | 0,410               | 0,306        | 0,243        | 0,201, 0,171, 0,1489 | 0,1316        | 0,1175 | 0,0919        | 0,0749 | 0,0625 | 0,0532 | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —      | —       |
| 280    | 2,598 | 1,296        | 0,644        | 0,427               | 0,319        | 0,254        | 0,210                | 0,1790        | 0,1559 | 0,1379        | 0,1234 | 0,0970 | 0,0794 | 0,0665 | 0,0572 | 0,0435 | 0,0340 | —      | —      | —      | —       |
| 300    | 2,693 | 1,343        | 0,669        | 0,444               | 0,341        | 0,264        | 0,219                | 0,1867        | 0,1626 | 0,1439        | 0,1288 | 0,1017 | 0,0836 | 0,0706 | 0,0608 | 0,0469 | 0,0374 | 0,0304 | 0,0249 | —      | —       |
| 320    | 2,788 | 1,392        | 0,693        | 0,460               | 0,344        | 0,274        | 0,227, 0,236         | 0,2016        | 0,1754 | 0,1557        | 0,1395 | 0,1106 | 0,0913 | 0,0775 | 0,0672 | 0,0526 | 0,0427 | 0,0356 | 0,0302 | 0,0259 | 0,0223  |
| 340    | 2,884 | 1,439        | 0,717        | 0,477               | 0,356        | 0,284        | 0,240                | 0,205         | 0,1788 | 0,1585        | 0,1422 | 0,1128 | 0,0932 | 0,0792 | 0,0686 | 0,0538 | 0,0439 | 0,0367 | 0,0313 | 0,0269 | 0,0234  |
| 350    | 2,930 | 1,463        | 0,729        | 0,485               | 0,362        | 0,289        | 0,244                | 0,209         | 0,182  | 0,1614        | 0,1447 | 0,1149 | 0,0950 | 0,0808 | 0,0702 | 0,0551 | 0,0450 | 0,0377 | 0,0322 | 0,0280 | 0,0245  |
| 360    | 2,980 | 1,487        | 0,741        | 0,492, 0,368, 0,294 | 0,368, 0,294 | 0,294        | 0,244                | 0,216         | 0,1883 | 0,1672        | 0,1500 | 0,1191 | 0,0986 | 0,0840 | 0,0729 | 0,0575 | 0,0471 | 0,0397 | 0,0341 | 0,0298 | 0,0262  |
| 380    | 3,072 | 1,535        | 0,765        | 0,509               | 0,381        | 0,304        | 0,252, 0,261         | 0,223         | 0,1946 | 0,1726        | 0,1550 | 0,1233 | 0,1021 | 0,0870 | 0,0757 | 0,0598 | 0,0492 | 0,0416 | 0,0358 | 0,0314 | 0,0277  |
| 400    | 3,166 | 1,581        | 0,789        | 0,525               | 0,393        | 0,313, 0,269 | 0,269                | 0,230         | 0,2007 | 0,1783        | 0,1600 | 0,1274 | 0,1050 | 0,0900 | 0,0783 | 0,0620 | 0,0511 | 0,0433 | 0,0374 | 0,0329 | 0,0291  |
| 420    | 3,262 | 1,630        | 0,813        | 0,540, 0,405        | 0,323        | 0,277        | 0,230                | 0,2007        | 0,2069 | 0,1837        | 0,1650 | 0,1315 | 0,1090 | 0,0930 | 0,0809 | 0,0642 | 0,0530 | 0,0450 | 0,0390 | 0,0343 | 0,0305  |
| 440    | 3,354 | 1,677        | 0,837        | 0,557               | 0,417        | 0,333        | 0,281                | 0,240, 0,2101 | 0,2101 | 0,1864        | 0,1675 | 0,1335 | 0,1108 | 0,0945 | 0,0824 | 0,0653 | 0,0539 | 0,0458 | 0,0397 | 0,0350 | 0,0311  |
| 450    | 3,403 | 1,700        | 0,849        | 0,565               | 0,423        | 0,338        | 0,285                | 0,244         | 0,213  | 0,1890        | 0,1700 | 0,1354 | 0,1124 | 0,0959 | 0,0836 | 0,0664 | 0,0548 | 0,0466 | 0,0405 | 0,0356 | 0,0318  |
| 460    | 3,450 | 1,724        | 0,860        | 0,573               | 0,429        | 0,342, 0,293 | 0,293                | 0,251         | 0,219  | 0,1947        | 0,1749 | 0,1394 | 0,1157 | 0,0988 | 0,0862 | 0,0685 | 0,0566 | 0,0482 | 0,0419 | 0,0369 | 0,0322  |
| 480    | 3,544 | 1,770        | 0,884        | 0,589               | 0,441        | 0,352        | 0,301                | 0,258         | 0,225  | 0,200         | 0,1799 | 0,1434 | 0,1192 | 0,1018 | 0,0888 | 0,0706 | 0,0585 | 0,0498 | 0,0434 | 0,0382 | 0,0342  |
| 500    | 3,639 | 1,818        | 0,908        | 0,605               | 0,453        | 0,362        | 0,301                | 0,258         | 0,225  | 0,200         | 0,1799 | 0,1434 | 0,1192 | 0,1018 | 0,0888 | 0,0706 | 0,0585 | 0,0498 | 0,0434 | 0,0382 | 0,0342  |



gerechnet werden, der für Wasserdampf für verschiedene Drücke und Temperaturen aus folgender Zahlentafel, die nach den Tabellen von Mollier errechnet ist, entnommen werden kann.

Überhitzter Dampf verhält sich ähnlich den Gasen. Nach Versuchen von Linde lassen sich die Werte  $p, t, v$  durch eine Zustandsgleichung verbinden

$$P(v + 0,016) = 47,1 \cdot T \quad (R = 47,1). \dots\dots\dots 62$$

Daraus ist das Volumen überhitzten Dampfes

$$v = \frac{47,1 T}{P} - 0,016 \text{ m}^3/\text{kg}. \dots\dots\dots 63$$

Bei höheren Drücken wird die Beziehung zu ungenau. Nach Mollier<sup>1)</sup> ist

$$Pv = 47,1 T - P \mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 p^3 \dots\dots\dots 62a$$

oder

$$v = \frac{47,1 T}{P} - \mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 \left(\frac{p}{100}\right)^2, \dots\dots\dots 63a$$

wobei

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{2}{(T/100)^{10/3}}, \quad \mathfrak{B}_2 = \frac{1,9 \cdot 10^8}{(T/100)^{14}}.$$

(576) Wärmiediagramm ( $Ts$ -Diagramm). Aus der allgemeinen Wärme-gleichung in der Form (567), Gl. 50

$$dQ = T ds = di - Av dP$$

folgt für Flüssigkeit, da  $p = \text{konst.}$ ,

$$T ds' = di' - Av' dP = di',$$

oder  $di' = c dT = T ds'$ , woraus die Entropie der Flüssigkeit:

$$s' = \int_0^t c \frac{dT}{T} = \int_0^t \frac{dT}{T} = \ln \frac{T_t}{T_0} = \ln \frac{T_t}{273} \dots\dots\dots 64$$

auf Wasser von  $0^\circ$  bezogen.

Werden die Werte von  $s'$  für verschiedene Drücke im Wärmiediagramm eingetragen und verbunden, so ergibt sich die untere Grenzkurve  $OA$ , Abb. 27; die Fläche unterhalb derselben von  $0^\circ$  bis zur Siedetemperatur ist die Flüssigkeitswärme ( $//////$ )  $\sim = \mathcal{V}$ . Während der Verdampfung wird bei gleicher Temperatur

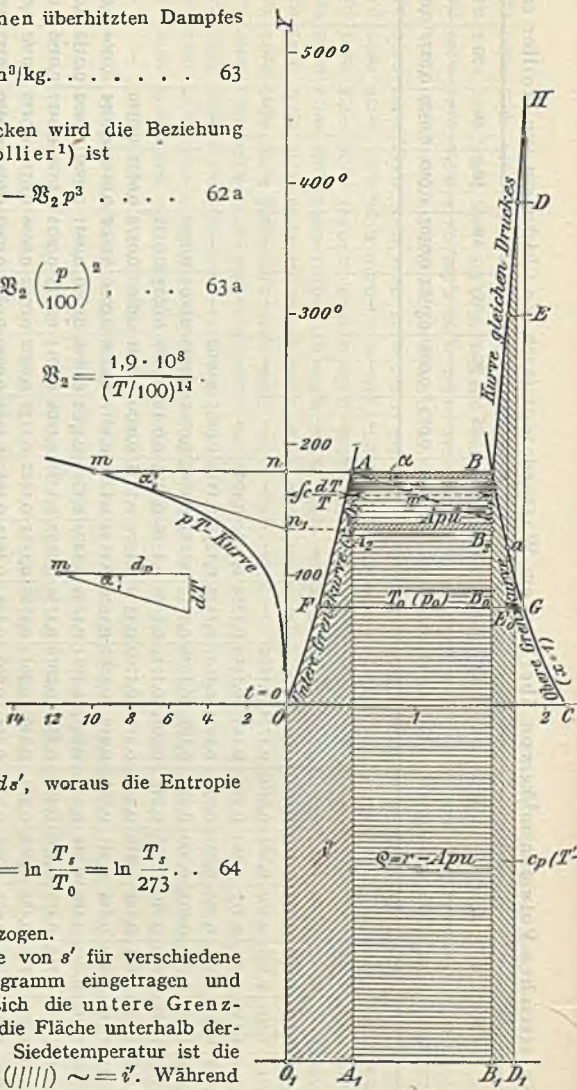


Abb. 27.

<sup>1)</sup> Mollier, Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf. Berlin: Julius Springer 1927.

die Verdampfungswärme  $r$  zugeführt, die durch ein Rechteck  $A_1 A B B_1$  dargestellt wird ( $\equiv$ ), so daß  $r = T_s (s'' - s')$ , wenn  $s''$  die Entropie des trockenen Dampfes; daraus ist

$$\left. \begin{aligned} s'' - s' &= r : T_s; \\ s'' &= s' + r : T_s = \ln (T_s : 273) + r : T_s. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 65$$

Werden die Werte  $s''$  im  $Ts$ -Diagramm aufgetragen, so ergibt sich die obere Grenzkurve  $BC$  Abb. 27.

Feuchter Dampf hat nur die Verdampfungswärme  $\alpha r$ , also ebenfalls ein Rechteck von der Basis

$$s - s' = \alpha r : T_s \text{ oder } s = s' + \alpha r : T_s. \dots \dots \dots 66$$

Der Zustand ist leicht zu finden durch Teilung der Strecke zwischen den Grenzkurven entsprechend  $\alpha$ . Werden diese Strecken für die verschiedenen Drücke in Teile, entsprechend verschiedenen  $\alpha$ -Werten geteilt, z. B.  $\alpha = 0,1, 0,2$  usf., so ergeben sich durch Verbinden der Punkte gleichen  $\alpha$  wieder die Kurven gleichen Dampfgehalts  $\alpha$ -Kurven, Abb. 29.

Die Entropie des überhitzten Dampfes (bei  $p = \text{konst.}$  (563) ist

$$s = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s} = s' + r : T_s + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s}. \dots \dots \dots 67$$

worin  $c_{pm}$  nach Zahlentafel S. 552 einzusetzen ist.

Die Überhitzungswärme ist die Fläche  $B_1 B D D_1$ , Abb. 27, unterhalb der Kurve gleichen Druckes ( $\parallel \parallel \parallel$ ).

Trägt man in den linken oberen Quadranten der Abb. 27 die Spannungskurve (571) ein und zieht in dem der jeweiligen Temperatur entsprechenden Punkte derselben, z. B.  $m$  eine Tangente bis zur Ordinatenachse und aus dem Schnittpunkt  $n_1$  eine Wagerechte bis zum Punkt  $B_2$ , so ist  $nn_1 = mn \operatorname{tg} \alpha$  oder mit  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dT}{dp}$  und  $mn = p$ ,  $nn_1 = p \frac{dT}{dp} =$

$$= P \frac{dT}{dP}. \text{ Nun ist nach Gl. 68 } \frac{dT}{dP} = AT \frac{u}{r}, \text{ der Kürze wegen } v'' - v' = u \text{ gesetzt, und damit}$$

$nn_1 = P A T u : r$  und Rechteck  $A B B_2 A_2 = nn_1 A B = P \cdot A T \frac{u}{r} \cdot T = A P u = A P (v'' - v')$ , also gleich der äußeren Verdampfungswärme  $\psi$ . Dann ist die Fläche

$$A_1 A_2 B_2 B_1 = r - A P (v'' - v') = q$$

die innere Verdampfungswärme.

(577) Die Dampftabellen enthalten alle vorerwähnten Werte für trockenen Dampf; die Werte  $p, t_s, v'$  und  $v''$  sind bis 30 at experimentell bestimmt, und über 30 at die übrigen Werte berechnet.

Die Beziehungen zwischen der Verdampfungswärme und der Volumensänderung im Sättigungsgebiet ergeben sich wie folgt. Vergleicht man einen elementaren Prozeß im  $p v$ - und im  $T s$ -Diagramm, Abb. 28, zwischen den Drücken  $p$  und  $p + dp$  bzw.  $T$  und  $T + dT$ , so ist die Fläche der Arbeit  $L$  im  $p v$ -Diagramm äquivalent der Wärme fläche  $Q = A L$  im  $T s$ -Diagramm

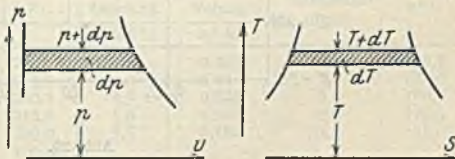


Abb. 28.

$$A (v'' - v') dP = (s'' - s') dT \text{ oder mit } s'' - s' = r : T,$$

$$A (v'' - v') \frac{dP}{dT} = \frac{r}{T} \dots \dots \dots 68$$

Das ist die Clapeyronsche Gleichung, aus der  $v''$  ermittelt werden kann, da  $dP : dT = 1 : \operatorname{tg} \alpha$  (s. (576)) bekannt ist.



### Zustandsänderungen.

(578) Die zu- oder abzuführende Wärmemenge für eine Zustandsänderung gesätt. Dampfes läßt sich aus der Wärme Gleichung (567)  $dQ = di - Av dP$  ableiten, da nach Gl. 58  $i = i' + xr$  und damit  $dQ = di' + d(xr) - Av dP$

oder 
$$Q = i_2' - i_1' + x_2 r_2 - x_1 r_1 - A \int_1^2 v dP \dots \dots 69$$

(579) Gleichbleibender Druck. Im Sättigungsgebiet sind die Kurven  $p = \text{konst.}$  sowohl im  $p-v$ - wie im  $Ts$ -Diagramm mit der Temperatur identische wagerechte Gerade, Abb. 24 und 29.

Die Arbeit für eine Zustandsänderung 1—2, Abb. 24, ist  $L = P(v_2 - v_1)$  und mit  $v_1 = v' + x_1(v'' - v')$ ,  $v_2 = v' + x_2(v'' - v')$

$$AL = (x_2 - x_1) AP(v'' - v') = (x_2 - x_1) \psi.$$

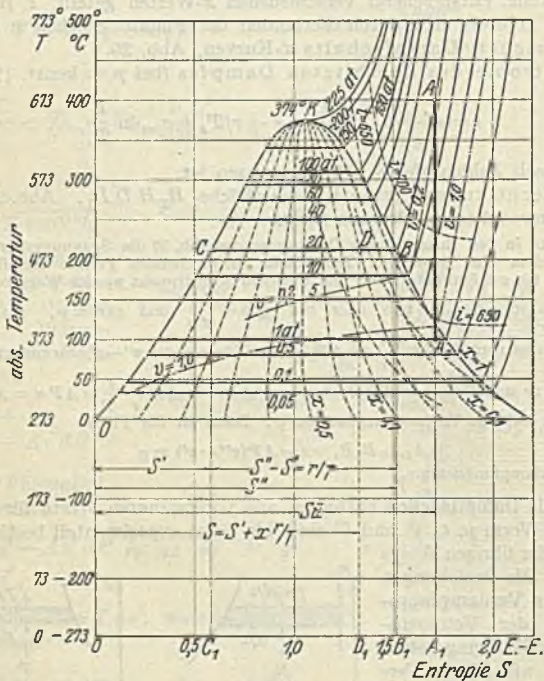


Abb. 29.

Die Punkte 1 und 2 liegen im  $Ts$ -Diagramm auf den Kurven  $x_1$  und  $x_2$ ; die zugeführte Wärme ist  $Q = (x_2 - x_1) r$ , was auch aus Gl. 69 folgt, da  $dP = 0$  und  $i_2 = i_1$ ;  $r_1 = r_2 = r$  ist.

Im Überhitzungsgebiet fallen die  $p$ -Kurven nicht mehr mit den Temperaturen zusammen; im  $p-v$ -Diagramm bleiben es natürlich wagerechte Gerade, im  $Ts$ -Diagramm, Abb. 29, sind es stark ansteigende Linien, für die

$$dQ = c_p dT = T ds; \quad ds = c_p \frac{dT}{T} \quad \text{oder}$$

$$s - s' = c_{pm} \ln \frac{T}{T'} \dots \dots \dots 70$$

Da  $c_p$  veränderlich (575), so muß die Kurve mit einem mittleren Wert von  $c_{p,m}$  für kleine Temperaturintervalle punktwiese eingetragen werden.

Die Arbeit ist wieder  $L = P(v_2 - v_1)$ , nur sind für  $v_2$  ev. auch für  $v_1$  die Werte für überhitzten Dampf (575) einzusetzen. Für die zugeführte Wärme ist noch die Überhitzungswärme (575) zu beachten.

**(580) Gleichbleibendes Volumen.** Im Sättigungsgebiet sind die  $v$ -Kurven im  $p$ - $v$ -Diagramm senkrechte Gerade, z. B. I—II, Abb. 24. Bei Druckerhöhung ist  $x_2$ , wenn Zustand I gegeben ist, zu ermitteln, da  $v_1 = v_2 = v$ , woraus mit Gl. 59

$$x_2 = x_1 \frac{v_1'' - v'}{v_2'' - v'}, \dots \dots \dots 71$$

wenn  $v_2' \approx v_1' \approx v'$  gesetzt wird.

Im  $T$ - $s$ -Diagramm, Abb. 29, sind die  $v$ -Kurven gekrümmte Linien, die mit dem Wert von  $x$  aus Gl. 71 leicht eingezeichnet werden können durch Teilen der Strecken zwischen den Grenzkurven im Verhältnis der  $x$ -Werte oder durch Bestimmung der Abszisse  $s = s' + xr : T_s$  (S. 555).

Die zuzuführende Wärme ist die Fläche unterhalb der  $v$ -Kurve im  $T$ - $s$ -Diagramm oder auch  $Q = u_2 - u_1$

$$Q = i_2' - i_1' + x_2 \varrho_2 - x_1 \varrho_1.$$

Im Überhitzungsgebiet verlaufen die  $v$ -Kurven im  $T$ - $s$ -Diagramm, Abb. 29, ähnlich wie bei Gasen; die Koordinaten sind aus Gl. 62 und 67 zu bestimmen.

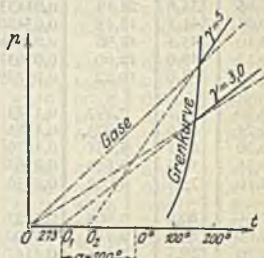


Abb. 30.

Für Gase gilt (536)  $p_1 : p_2 = T_1 : T_2 = (273 + t_1) : (273 + t_2)$ .

Ein ähnliches Gesetz besteht nach den Münchner Versuchen für Wasserdampf:

$$p_1 : p_2 = (a + t_1) : (a + t_2),$$

wobei  $a^0$  nur vom Volumen, bzw. von  $\gamma$ , abhängig ist. In einem  $p$ - $t$ -Diagramm, Abb. 30, ist demnach die  $v$ -Kurve eine Gerade, die durch die Punkte  $O_1$  bzw.  $O_2$  usw. geht, während für vollkommene Gase mit  $a = 273$  die  $v$ -Kurven durch  $O$  gehen, Abb. 30.

Je kleiner  $v$ , um so kleiner ist  $a$ . Folgende Zahlentafel gibt einige Werte von  $a$  nach den Münchner Versuchen:

| Spez. Gewicht<br>kg/m <sup>3</sup> | Spez. Volum.<br>m <sup>3</sup> /kg | Sättigungsdruck | a ° C | Spez. Gewicht<br>kg/m <sup>3</sup> | Spez. Volum.<br>m <sup>3</sup> , kg | Sättigungsdruck | a ° C |
|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|-------|------------------------------------|-------------------------------------|-----------------|-------|
| 0,5                                | 2,0                                | 0,83            | 258   | 3,5                                | 0,285                               | 6,8             | 192,2 |
| 1,0                                | 1,0                                | 1,80            | 243,5 | 4,0                                | 0,25                                | 7,8             | 186,0 |
| 1,5                                | 0,666                              | 2,80            | 230,5 | 4,5                                | 0,222                               | 8,9             | 180,4 |
| 2,0                                | 0,5                                | 3,8             | 218,6 | 5,0                                | 0,20                                | 10,0            | 175,5 |
| 2,5                                | 0,4                                | 4,7             | 209,0 | 5,5                                | 0,182                               | 11,1            | 171,0 |
| 3,0                                | 0,333                              | 5,9             | 200,0 |                                    |                                     |                 |       |

Beispiel. Welchen Druck erhält Dampf von  $p_1 = 14$  at abs. 350°C, wenn er bei  $v = \text{konst.}$  auf 200° abgekühlt wird?

Es ist nach Gl. 62:

$$p = \frac{47,1 (273 + 350)}{140000} - 0,016 = 0,193.$$

Hierfür ist nach obiger Tabelle  $a = 173,3$  (durch Interpolieren) somit

$$p_2 : p_1 = (173,3 + 200) : (173,3 + 350) = 0,714,$$

$$p_2 = 14 \cdot 0,714 \approx 10 \text{ at.}$$



## Dampftabellen für Wasserdampf nach Mollier.

| Druck kg/cm <sup>2</sup><br><i>p</i> | Siede-<br>Temperatur °C<br><i>t</i> | Spez. Volumen<br>m <sup>3</sup> /kg<br><i>v''</i> | Spez. Gewicht<br>kg/m <sup>3</sup><br><i>γ''</i> | Wärmeinhalt<br>der Flüssigkeit<br><i>i'</i> | Verdampfungswärme   |                    |                          | Wärmeinhalt<br>des Dampfes<br><i>i'' + r</i> | Entropie<br>der Flüssigkeit<br><i>s'</i> | Entropie<br>des Dampfes<br><i>s''</i> |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|---|---|--------------------|--------------------------|--|--|---------------------------------------|
|                                      |                                     |   |  |   | gesamte<br>$r = i'' - i' =$<br>$\frac{p'' - p'}{\rho + \psi}$ | innere<br><i>ρ</i> | äußere<br>$AP(v'' - v')$ |  |  |                                       |
| 0,01                                 | 6,6                                 | 131,6   | 0,00760  | 6,6   | 591,4   | 560,6              | 30,83                    | 598,0  | 0,0239                                   | 2,1395                                |
| 0,015                                | 12,7                                | 89,64   | 0,01116  | 12,7  | 588,2   | 556,7              | 31,49                    | 600,9  | 0,0453                                   | 2,1048                                |
| 0,02                                 | 17,1                                | 68,27   | 0,01465  | 17,1  | 585,8   | 553,8              | 31,98                    | 602,9  | 0,0609                                   | 2,0803                                |
| 0,025                                | 20,7                                | 55,28   | 0,01809  | 20,7  | 583,9   | 551,5              | 32,37                    | 604,6  | 0,0732                                   | 2,0614                                |
| 0,03                                 | 23,7                                | 46,53   | 0,02149  | 23,7  | 582,3   | 549,6              | 32,69                    | 606,0  | 0,0833                                   | 2,0460                                |
| 0,04                                 | 28,6                                | 35,46   | 0,02820  | 28,6  | 579,6   | 546,4              | 33,22                    | 608,2  | 0,0996                                   | 2,0219                                |
| 0,05                                 | 32,5                                | 28,73   | 0,03481  | 32,5  | 577,5   | 543,9              | 33,64                    | 610,0  | 0,1125                                   | 2,0032                                |
| 0,06                                 | 35,8                                | 24,19   | 0,04133  | 35,8  | 575,8   | 541,8              | 33,99                    | 611,5  | 0,1232                                   | 1,9880                                |
| 0,08                                 | 41,1                                | 18,45   | 0,05420  | 41,1  | 572,8   | 538,3              | 34,56                    | 614,0  | 0,1403                                   | 1,9642                                |
| 0,10                                 | 45,4                                | 14,96   | 0,06686  | 45,4  | 570,5   | 535,5              | 35,02                    | 615,9  | 0,1539                                   | 1,9458                                |
| 0,12                                 | 49,0                                | 12,60   | 0,07937  | 49,0  | 568,5   | 533,1              | 35,40                    | 617,6  | 0,1652                                   | 1,9308                                |
| 0,15                                 | 53,6                                | 10,22   | 0,09789  | 53,6  | 566,0   | 530,1              | 35,88                    | 619,6  | 0,1792                                   | 1,9126                                |
| 0,20                                 | 59,7                                | 7,797   | 0,1283   | 59,7  | 562,7   | 526,1              | 36,52                    | 622,3  | 0,1976                                   | 1,8892                                |
| 0,25                                 | 64,6                                | 6,325   | 0,1581   | 64,6  | 559,9   | 522,9              | 37,02                    | 624,5  | 0,2122                                   | 1,8712                                |
| 0,30                                 | 68,7                                | 5,331   | 0,1876   | 68,7  | 557,6   | 520,2              | 37,45                    | 626,3  | 0,2244                                   | 1,8567                                |
| 0,35                                 | 72,3                                | 4,614   | 0,2167   | 72,3  | 555,6   | 517,8              | 37,81                    | 627,8  | 0,2348                                   | 1,8441                                |
| 0,40                                 | 75,4                                | 4,072   | 0,2456   | 75,4  | 553,8   | 515,6              | 38,13                    | 629,2  | 0,2439                                   | 1,8334                                |
| 0,50                                 | 80,9                                | 3,304   | 0,3027   | 80,9  | 550,6   | 512,0              | 38,67                    | 631,5  | 0,2595                                   | 1,8156                                |
| 0,60                                 | 85,5                                | 2,785   | 0,3590   | 85,5  | 548,0   | 508,9              | 39,12                    | 633,4  | 0,2723                                   | 1,8011                                |
| 0,70                                 | 89,5                                | 2,411   | 0,4147   | 89,5  | 545,6   | 506,1              | 39,51                    | 635,1  | 0,2834                                   | 1,7889                                |
| 0,80                                 | 93,0                                | 2,128   | 0,4699   | 93,0  | 543,6   | 503,7              | 39,84                    | 636,5  | 0,2931                                   | 1,7783                                |
| 0,90                                 | 96,2                                | 1,906   | 0,5246   | 96,2  | 541,7   | 501,5              | 40,15                    | 637,8  | 0,3018                                   | 1,7690                                |
| 1,0                                  | 99,1                                | 1,727   | 0,5790   | 99,1  | 539,9   | 499,5              | 40,42                    | 639,0  | 0,3096                                   | 1,7607                                |
| 1,1                                  | 101,8                               | 1,580   | 0,6329   | 101,8                                       | 538,3   | 497,6              | 40,68                    | 640,1  | 0,3168                                   | 1,7532                                |
| 1,2                                  | 104,2                               | 1,457   | 0,6865   | 104,3                                       | 536,7   | 495,8              | 40,91                    | 641,1  | 0,3235                                   | 1,7464                                |
| 1,3                                  | 106,6                               | 1,352   | 0,7399   | 106,7                                       | 535,3   | 494,2              | 41,12                    | 642,0  | 0,3297                                   | 1,7401                                |
| 1,4                                  | 108,7                               | 1,261   | 0,7931   | 108,9                                       | 533,9   | 492,6              | 41,31                    | 642,8  | 0,3354                                   | 1,7343                                |
| 1,5                                  | 110,8                               | 1,182   | 0,846  | 110,9                                       | 532,7   | 491,3              | 41,49                    | 643,6  | 0,3408                                   | 1,7289                                |
| 1,6                                  | 112,7                               | 1,113   | 0,898  | 112,9                                       | 531,4   | 489,7              | 41,67                    | 644,3  | 0,3460                                   | 1,7238                                |
| 1,8                                  | 116,3                               | 0,997   | 1,003  | 116,6                                       | 529,1   | 487,1              | 41,98                    | 645,7  | 0,3554                                   | 1,7146                                |
| 2,0                                  | 119,6                               | 0,903   | 1,107  | 119,9                                       | 527,0   | 484,7              | 42,26                    | 646,9  | 0,3639                                   | 1,7063                                |
| 2,2                                  | 122,6                               | 0,826   | 1,210  | 123,0                                       | 525,0   | 482,5              | 42,51                    | 648,0  | 0,3717                                   | 1,6988                                |
| 2,4                                  | 125,5                               | 0,7616  | 1,313  | 125,8                                       | 523,1   | 480,4              | 42,75                    | 649,0  | 0,3789                                   | 1,6920                                |
| 2,6                                  | 128,1                               | 0,7066  | 1,415  | 128,5                                       | 521,4   | 478,4              | 42,96                    | 649,9  | 0,3856                                   | 1,6857                                |
| 2,8                                  | 130,5                               | 0,6592  | 1,517  | 131,0                                       | 519,7   | 476,6              | 43,16                    | 650,8  | 0,3919                                   | 1,6799                                |
| 3,0                                  | 132,9                               | 0,6180  | 1,618  | 133,4                                       | 518,1   | 474,8              | 43,34                    | 651,6  | 0,3977                                   | 1,6745                                |
| 3,2                                  | 135,1                               | 0,5817  | 1,719  | 135,7                                       | 516,6   | 473,1              | 43,51                    | 652,3  | 0,4033                                   | 1,6694                                |
| 3,4                                  | 137,2                               | 0,5495  | 1,820  | 137,8                                       | 515,2   | 471,5              | 43,67                    | 653,0  | 0,4085                                   | 1,6646                                |
| 3,6                                  | 139,2                               | 0,5208  | 1,920  | 139,9                                       | 513,8   | 470,0              | 43,82                    | 653,7  | 0,4135                                   | 1,6601                                |
| 3,8                                  | 141,1                               | 0,4951  | 2,020  | 141,8                                       | 512,4   | 468,5              | 43,96                    | 654,3  | 0,4182                                   | 1,6558                                |
| 4,0                                  | 142,9                               | 0,4718  | 2,120  | 143,7                                       | 511,1   | 467,0              | 44,09                    | 654,9  | 0,4227                                   | 1,6518                                |
| 4,5                                  | 147,2                               | 0,4224  | 2,368  | 148,1                                       | 508,0   | 463,6              | 44,40                    | 656,2  | 0,4333                                   | 1,6425                                |
| 5,0                                  | 151,1                               | 0,3825  | 2,614  | 152,2                                       | 505,2   | 460,5              | 44,66                    | 657,3  | 0,4428                                   | 1,6341                                |
| 5,5                                  | 154,7                               | 0,3497  | 2,860  | 155,9                                       | 502,5   | 457,6              | 44,90                    | 658,4  | 0,4515                                   | 1,6265                                |
| 6,0                                  | 158,1                               | 0,3222  | 3,104  | 159,4                                       | 499,9   | 454,8              | 45,12                    | 659,3  | 0,4596                                   | 1,6195                                |
| 6,5                                  | 161,2                               | 0,2987  | 3,348  | 162,7                                       | 497,5   | 452,2              | 45,30                    | 660,2  | 0,4671                                   | 1,6131                                |
| 7,0                                  | 164,2                               | 0,2785  | 3,591  | 165,7                                       | 495,2   | 449,7              | 45,48                    | 660,9  | 0,4742                                   | 1,6071                                |
| 7,5                                  | 167,0                               | 0,2609  | 3,833  | 168,7                                       | 493,0   | 447,4              | 45,63                    | 661,7  | 0,4808                                   | 1,6015                                |
| 8,0                                  | 169,6                               | 0,2454  | 4,075  | 171,4                                       | 490,9   | 445,1              | 45,77                    | 662,3  | 0,4870                                   | 1,5962                                |
| 8,5                                  | 172,1                               | 0,2317  | 4,316  | 174,0                                       | 488,8   | 442,9              | 45,90                    | 662,9  | 0,4929                                   | 1,5913                                |
| 9,0                                  | 174,5                               | 0,2195  | 4,556  | 176,6                                       | 486,8   | 440,8              | 46,02                    | 663,4  | 0,4985                                   | 1,5866                                |
| 9,5                                  | 176,8                               | 0,2085  | 4,797  | 179,0                                       | 484,9   | 438,9              | 46,13                    | 663,9  | 0,5038                                   | 1,5822                                |

## Dampftabellen für Wasserdampf nach Mollier (Fortsetzung).

| Druck kg/cm <sup>2</sup> | Siede-<br>Temperatur °C | Spez. Volumen<br>m <sup>3</sup> /kg | Spez. Gewicht<br>kg/m <sup>3</sup> | Wärmeinhalt<br>der Flüssigkeit | Verdampfungswärme                                 |               |                           | Wärmeinhalt<br>des Dampfes | Entropie<br>der Flüssigkeit | Entropie<br>des Dampfes |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|---|---------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------|
|                          |                         |                                     |                                    |                                | gesamte<br>$r = v'' - v' = \frac{q}{\rho} + \psi$ | innere<br>$q$ | äußere<br>$A_P(v'' - v')$ |                            |                             |                         |
| $p$                      | $t$                     | $v''$                               | $\gamma''$                         | $i'$                           | $r$   | $q$           | $\psi$                    | $i'' = i' + r$             | $s'$                        | $s''$                   |
| 10                       | 179,0                   | 0,1985                              | 5,037                              | 181,3                          | 483,1   | 436,8         | 46,23                     | 664,4                      | 0,5090                      | 1,5778                  |
| 11                       | 183,2                   | 0,1813                              | 5,516                              | 185,7                          | 479,5   | 433,1         | 46,41                     | 665,2                      | 0,5186                      | 1,5699                  |
| 12                       | 187,1                   | 0,1668                              | 5,996                              | 189,8                          | 476,1   | 429,6         | 46,55                     | 665,9                      | 0,5275                      | 1,5625                  |
| 13                       | 190,7                   | 0,1545                              | 6,474                              | 193,6                          | 472,8   | 426,2         | 46,68                     | 666,6                      | 0,5358                      | 1,5556                  |
| 14                       | 194,1                   | 0,1438                              | 6,952                              | 197,3                          | 469,7   | 422,9         | 46,78                     | 667,0                      | 0,5435                      | 1,5493                  |
| 15                       | 197,4                   | 0,1346                              | 7,431                              | 200,7                          | 466,7   | 419,8         | 46,87                     | 667,4                      | 0,5508                      | 1,5432                  |
| 16                       | 200,4                   | 0,1264                              | 7,909                              | 204,0                          | 463,8   | 416,8         | 46,94                     | 667,8                      | 0,5577                      | 1,5375                  |
| 17                       | 203,4                   | 0,1192                              | 8,389                              | 207,1                          | 460,9   | 413,9         | 47,00                     | 668,1                      | 0,5643                      | 1,5321                  |
| 18                       | 206,2                   | 0,1128                              | 8,868                              | 210,1                          | 458,2   | 411,2         | 47,04                     | 668,3                      | 0,5705                      | 1,5270                  |
| 19                       | 208,8                   | 0,1070                              | 9,349                              | 213,0                          | 455,5   | 408,5         | 47,07                     | 668,5                      | 0,5764                      | 1,5220                  |
| 20                       | 211,4                   | 0,1017                              | 9,83                               | 215,8                          | 452,9   | 405,8         | 47,10                     | 668,7                      | 0,5821                      | 1,5173                  |
| 22                       | 216,2                   | 0,0927                              | 10,79                              | 221,0                          | 447,9   | 400,8         | 47,12                     | 668,9                      | 0,5928                      | 1,5084                  |
| 24                       | 220,8                   | 0,0850                              | 11,76                              | 226,0                          | 443,0   | 395,9         | 47,10                     | 669,0                      | 0,6026                      | 1,5001                  |
| 26                       | 225,0                   | 0,0785                              | 12,74                              | 230,6                          | 438,4   | 391,3         | 47,07                     | 669,0                      | 0,6119                      | 1,4923                  |
| 28                       | 229,0                   | 0,0729                              | 13,72                              | 235,0                          | 433,9   | 386,9         | 47,01                     | 668,8                      | 0,6205                      | 1,4850                  |
| 30                       | 232,8                   | 0,06802                             | 14,70                              | 239,1                          | 429,5   | 382,6         | 46,92                     | 668,6                      | 0,6287                      | 1,4780                  |
| 32                       | 236,4                   | 0,06372                             | 15,69                              | 243,1                          | 425,2   | 378,4         | 46,83                     | 668,3                      | 0,6364                      | 1,4713                  |
| 34                       | 239,8                   | 0,05991                             | 16,69                              | 246,9                          | 421,1   | 374,4         | 46,71                     | 668,0                      | 0,6437                      | 1,4650                  |
| 36                       | 243,1                   | 0,05651                             | 17,70                              | 250,5                          | 417,0   | 370,4         | 46,59                     | 667,6                      | 0,6507                      | 1,4589                  |
| 38                       | 246,2                   | 0,05345                             | 18,71                              | 254,1                          | 413,0   | 366,6         | 46,45                     | 667,1                      | 0,6573                      | 1,4530                  |
| 40                       | 249,2                   | 0,05069                             | 19,73                              | 257,4                          | 409,2   | 362,9         | 46,30                     | 666,6                      | 0,6637                      | 1,4474                  |
| 42                       | 252,1                   | 0,04817                             | 20,76                              | 260,7                          | 405,3   | 359,1         | 46,14                     | 666,0                      | 0,6698                      | 1,4418                  |
| 44                       | 254,9                   | 0,04588                             | 21,80                              | 263,9                          | 401,6   | 355,7         | 45,97                     | 665,5                      | 0,6757                      | 1,4365                  |
| 46                       | 257,6                   | 0,04378                             | 22,84                              | 266,9                          | 397,9   | 352,1         | 45,79                     | 664,8                      | 0,6813                      | 1,4314                  |
| 48                       | 260,2                   | 0,04185                             | 23,89                              | 269,8                          | 394,3   | 348,7         | 45,61                     | 664,1                      | 0,6868                      | 1,4264                  |
| 50                       | 262,7                   | 0,04007                             | 24,96                              | 272,7                          | 390,7   | 345,2         | 45,41                     | 663,4                      | 0,6921                      | 1,4215                  |
| 55                       | 268,7                   | 0,03616                             | 27,65                              | 279,6                          | 381,9   | 337,0         | 44,91                     | 661,5                      | 0,7046                      | 1,4098                  |
| 60                       | 274,3                   | 0,03289                             | 30,41                              | 286,1                          | 373,5   | 329,1         | 44,35                     | 659,5                      | 0,7162                      | 1,3987                  |
| 65                       | 279,6                   | 0,03009                             | 33,23                              | 292,2                          | 365,3   | 321,5         | 43,77                     | 657,5                      | 0,7270                      | 1,3882                  |
| 70                       | 284,5                   | 0,02769                             | 36,12                              | 298,0                          | 357,3   | 314,1         | 43,16                     | 655,3                      | 0,7371                      | 1,3781                  |
| 75                       | 289,2                   | 0,02559                             | 39,08                              | 303,5                          | 349,5   | 306,9         | 42,52                     | 653,0                      | 0,7467                      | 1,3684                  |
| 80                       | 293,6                   | 0,02374                             | 42,13                              | 308,8                          | 341,8   | 299,9         | 41,87                     | 650,6                      | 0,7557                      | 1,3591                  |
| 85                       | 297,9                   | 0,02210                             | 45,24                              | 313,9                          | 334,2   | 293,0         | 41,19                     | 648,1                      | 0,7645                      | 1,3501                  |
| 90                       | 301,9                   | 0,02064                             | 48,45                              | 319,0                          | 326,7   | 286,2         | 40,49                     | 645,6                      | 0,7731                      | 1,3413                  |
| 95                       | 305,8                   | 0,01933                             | 51,73                              | 323,9                          | 319,2   | 279,4         | 39,80                     | 643,0                      | 0,7813                      | 1,3328                  |
| 100                      | 309,5                   | 0,01815                             | 55,11                              | 328,7                          | 311,8   | 272,7         | 39,07                     | 640,5                      | 0,7893                      | 1,3245                  |
| 110                      | 316,5                   | 0,01609                             | 62,15                              | 338,1                          | 297,0   | 259,4         | 37,59                     | 635,1                      | 0,8049                      | 1,3087                  |
| 120                      | 323,1                   | 0,01437                             | 69,60                              | 347,3                          | 282,4   | 246,4         | 36,07                     | 629,7                      | 0,8198                      | 1,2935                  |
| 130                      | 329,3                   | 0,01290                             | 77,50                              | 356,4                          | 267,8   | 233,3         | 34,50                     | 624,2                      | 0,8342                      | 1,2789                  |
| 140                      | 335,0                   | 0,01164                             | 85,91                              | 365,3                          | 253,3   | 220,4         | 32,87                     | 618,6                      | 0,8483                      | 1,2649                  |
| 150                      | 340,5                   | 0,01054                             | 94,87                              | 374,1                          | 238,8   | 207,6         | 31,19                     | 612,9                      | 0,8622                      | 1,2514                  |
| 160                      | 345,7                   | 0,00956                             | 104,6                              | 383,4                          | 222,8   | 193,4         | 29,41                     | 606,3                      | 0,8754                      | 1,2372                  |
| 180                      | 355,4                   | 0,00782                             | 128,0                              | 401,9                          | 190,7   | 165,5         | 25,23                     | 592,6                      | 0,9044                      | 1,2079                  |
| 200                      | 364,2                   | 0,00614                             | 162,9                              | 425,6                          | 147,3   | 127,9         | 19,34                     | 572,8                      | 0,9404                      | 1,1715                  |
| 225                      | 374,0                   | 0,00310                             | 322,6                              | 501,1                          | 0   | 0             | 0                         | 501,1                      | 1,0558                      | 1,0558                  |

(581) Isotherme. Im Sättigungsgebiet ist die Isotherme identisch mit der Kurve konstanten Druckes.

Im Überhitzungsgebiet verlaufen die Isothermen im  $pv$ -Diagramm von der Grenzkurve abfallend, Abb. 25.

Im  $Ts$ -Diagramm sind es wagerechte Gerade.



## Gesättigter Wasserdampf von 0° bis 310° nach Mollier.

| Temperatur<br>$t$<br>°C | Druck<br>$p$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>abs. | Spez. Vol.                             |  | Spez. Gew. des Dampfes<br>$\gamma''$<br>kg/m <sup>3</sup> | Wärmeinhalt                        |  | Verdampfungswärme<br>$r$<br>kcal/kg | Äußere Verd.-Wärme<br>$\Delta P$<br>( $v'' - v'$ )<br>kcal/kg | Innere Verd.-Wärme<br>$e$<br>kcal/kg |
|-------------------------|--|--|--|---|------------------------------------|--|-------------------------------------|---|--------------------------------------|
|                         |  | der Flüssigkeit<br>1000 $v'$<br>ltr/kg | des Dampfes<br>$v''$<br>m <sup>3</sup> /kg |   | der Flüssigkeit<br>$i'$<br>kcal/kg | des Dampfes<br>$i' + r - i''$<br>kcal/kg |                                     |   |                                      |
| 0                       | 0,0062                                     | 1,0001                                 | 206,5                                      | 0,00484   | 0,0                                | 595,0                                    | 595,0                               | 30,11   | 564,9                                |
| 5                       | 0,0089                                     | 1,0000                                 | 147,1                                      | 0,0068  | 5,0                                | 597,3                                    | 592,3                               | 30,65   | 561,6                                |
| 10                      | 0,0125                                     | 1,0003                                 | 106,4                                      | 0,0094  | 10,0                               | 599,6                                    | 589,6                               | 31,20   | 558,4                                |
| 15                      | 0,0174                                     | 1,0009                                 | 77,95                                      | 0,01283   | 15,0                               | 602,0                                    | 587,0                               | 31,34   | 555,3                                |
| 20                      | 0,0238                                     | 1,0018                                 | 57,81                                      | 0,01729   | 20,0                               | 604,3                                    | 584,3                               | 32,29   | 552,0                                |
| 25                      | 0,0323                                     | 1,0029                                 | 43,40                                      | 0,02304   | 25,0                               | 606,7                                    | 581,6                               | 32,83   | 548,5                                |
| 30                      | 0,0433                                     | 1,0043                                 | 32,93                                      | 0,03036   | 30,0                               | 608,9                                    | 578,9                               | 33,37   | 545,5                                |
| 35                      | 0,0573                                     | 1,0060                                 | 25,25                                      | 0,03960   | 35,0                               | 611,3                                    | 576,2                               | 33,91   | 542,3                                |
| 40                      | 0,0752                                     | 1,0078                                 | 19,55                                      | 0,05114   | 40,0                               | 613,5                                    | 573,5                               | 34,44   | 539,1                                |
| 45                      | 0,0977                                     | 1,0098                                 | 15,28                                      | 0,06543   | 45,0                               | 615,7                                    | 570,7                               | 34,98   | 535,7                                |
| 50                      | 0,1258                                     | 1,0121                                 | 12,054                                     | 0,0830  | 50,0                               | 618,0                                    | 568,0                               | 35,50   | 532,5                                |
| 55                      | 0,1605                                     | 1,0145                                 | 9,589                                      | 0,1043  | 55,0                               | 620,2                                    | 565,2                               | 36,03   | 529,2                                |
| 60                      | 0,2031                                     | 1,0167                                 | 7,687                                      | 0,1301  | 60,0                               | 622,5                                    | 562,5                               | 36,55   | 525,9                                |
| 65                      | 0,2550                                     | 1,0198                                 | 6,209                                      | 0,1611  | 65,0                               | 624,7                                    | 559,7                               | 37,07   | 522,6                                |
| 70                      | 0,3177                                     | 1,0227                                 | 5,052                                      | 0,1979  | 70,0                               | 626,8                                    | 556,8                               | 37,58   | 519,2                                |
| 75                      | 0,393                                      | 1,0258                                 | 4,139                                      | 0,2416  | 75,0                               | 629,0                                    | 554,0                               | 38,09   | 515,9                                |
| 80                      | 0,483                                      | 1,0290                                 | 3,414                                      | 0,2929  | 80,0                               | 631,1                                    | 551,2                               | 38,59   | 512,6                                |
| 85                      | 0,590                                      | 1,0324                                 | 2,832                                      | 0,3531  | 85,0                               | 633,2                                    | 548,2                               | 39,08   | 509,1                                |
| 90                      | 0,715                                      | 1,0359                                 | 2,365                                      | 0,4229  | 90,0                               | 635,3                                    | 545,3                               | 39,57   | 505,7                                |
| 95                      | 0,862                                      | 1,0396                                 | 1,985                                      | 0,5039  | 95,0                               | 637,4                                    | 542,4                               | 40,04   | 502,4                                |
| 100                     | 1,0333                                     | 1,0433                                 | 1,675                                      | 0,5976  | 100,0                              | 639,3                                    | 539,4                               | 40,51   | 498,9                                |
| 105                     | 1,232                                      | 1,0473                                 | 1,421                                      | 0,7036  | 105,1                              | 641,3                                    | 536,3                               | 41,97   | 495,2                                |
| 110                     | 1,461                                      | 1,0513                                 | 1,212                                      | 0,8254  | 110,1                              | 643,3                                    | 533,1                               | 41,42   | 491,7                                |
| 115                     | 1,724                                      | 1,0556                                 | 1,038                                      | 0,9635  | 115,2                              | 645,2                                    | 530,0                               | 41,87   | 488,1                                |
| 120                     | 2,025                                      | 1,0592                                 | 0,893                                      | 1,1199  | 120,3                              | 647,0                                    | 526,7                               | 42,29   | 484,4                                |
| 125                     | 2,367                                      | 1,0635                                 | 0,7715                                     | 1,296   | 125,4                              | 648,8                                    | 523,5                               | 42,71   | 480,8                                |
| 130                     | 2,755                                      | 1,0678                                 | 0,6613                                     | 1,494   | 130,5                              | 650,6                                    | 520,1                               | 43,11   | 477,0                                |
| 135                     | 3,192                                      | 1,0725                                 | 0,5831                                     | 1,715   | 135,6                              | 652,3                                    | 516,7                               | 43,51   | 473,2                                |
| 140                     | 3,685                                      | 1,0772                                 | 0,5096                                     | 1,962   | 140,7                              | 653,9                                    | 513,2                               | 43,88   | 469,3                                |
| 145                     | 4,238                                      | 1,0825                                 | 0,4469                                     | 2,238   | 145,0                              | 655,5                                    | 509,6                               | 44,24   | 465,4                                |
| 150                     | 4,855                                      | 1,0878                                 | 0,3933                                     | 2,543   | 151,0                              | 657,0                                    | 506,0                               | 44,59   | 461,4                                |
| 155                     | 5,542                                      | 1,0936                                 | 0,3472                                     | 2,880   | 156,2                              | 658,5                                    | 502,3                               | 44,92   | 457,4                                |
| 160                     | 6,303                                      | 1,0995                                 | 0,3075                                     | 3,252   | 161,4                              | 659,9                                    | 498,5                               | 45,23   | 453,2                                |
| 165                     | 7,147                                      | 1,1060                                 | 0,2731                                     | 3,662   | 166,6                              | 661,2                                    | 494,6                               | 45,53   | 449,1                                |
| 170                     | 8,08                                       | 1,1124                                 | 0,2431                                     | 4,113   | 171,8                              | 662,4                                    | 490,6                               | 45,5  | 444,0                                |
| 175                     | 9,10                                       | 1,1192                                 | 0,2171                                     | 4,605   | 177,1                              | 663,5                                    | 486,5                               | 46,05   | 440,4                                |
| 180                     | 10,23                                      | 1,1260                                 | 0,1944                                     | 5,145   | 182,3                              | 664,6                                    | 482,3                               | 46,27   | 436,0                                |
| 185                     | 11,45                                      | 1,1334                                 | 0,1744                                     | 5,734   | 187,6                              | 665,5                                    | 477,9                               | 46,40   | 431,5                                |
| 190                     | 12,80                                      | 1,1407                                 | 0,1566                                     | 6,378   | 192,9                              | 666,4                                    | 473,5                               | 46,66   | 426,8                                |
| 195                     | 14,26                                      | 1,1487                                 | 0,1413                                     | 7,078   | 198,2                              | 667,1                                    | 468,9                               | 46,81   | 422,1                                |
| 200                     | 15,85                                      | 1,1566                                 | 0,1276                                     | 7,840   | 203,5                              | 667,7                                    | 464,3                               | 46,93   | 417,3                                |
| 205                     | 17,53                                      | 1,165                                  | 0,1154                                     | 8,667   | 208,9                              | 668,2                                    | 459,3                               | 47,02   | 412,3                                |
| 210                     | 19,55                                      | 1,173                                  | 0,1045                                     | 9,567   | 214,3                              | 668,6                                    | 454,4                               | 47,08   | 407,3                                |
| 215                     | 21,48                                      | 1,182                                  | 0,0949                                     | 10,540  | 219,3                              | 668,9                                    | 449,2                               | 47,11   | 402,1                                |
| 220                     | 23,66                                      | 1,191                                  | 0,0862                                     | 11,600  | 225,1                              | 669,0                                    | 443,9                               | 47,11   | 396,8                                |
| 225                     | 26,00                                      | 1,21                                   | 0,0785                                     | 12,74   | 230,6                              | 669,0                                    | 438,4                               | 47,07   | 391,3                                |
| 230                     | 28,53                                      | 1,22                                   | 0,07155                                    | 13,98   | 236,1                              | 668,8                                    | 432,7                               | 46,99   | 385,9                                |
| 235                     | 31,23                                      | 1,23                                   | 0,06530                                    | 15,31   | 241,6                              | 668,4                                    | 426,8                               | 46,86   | 380,0                                |
| 240                     | 34,13                                      | 1,24                                   | 0,05967                                    | 16,76   | 247,1                              | 668,0                                    | 420,8                               | 46,71   | 374,1                                |
| 245                     | 37,24                                      | 1,25                                   | 0,05458                                    | 18,32   | 252,7                              | 667,3                                    | 414,5                               | 46,51   | 368,0                                |
| 250                     | 40,55                                      | 1,26                                   | 0,04998                                    | 20,01   | 258,3                              | 666,4                                    | 408,1                               | 46,26   | 361,8                                |
| 255                     | 44,68                                      | 1,27                                   | 0,04579                                    | 21,84   | 264,0                              | 665,4                                    | 401,4                               | 45,96   | 355,5                                |
| 260                     | 47,85                                      | 1,28                                   | 0,04199                                    | 23,82   | 269,6                              | 664,2                                    | 394,5                               | 45,62   | 348,9                                |
| 265                     | 51,86                                      | 1,30                                   | 0,03854                                    | 25,95   | 275,3                              | 662,7                                    | 387,4                               | 45,24   | 342,2                                |
| 270                     | 56,11                                      | 1,31                                   | 0,03538                                    | 28,27   | 281,1                              | 661,2                                    | 380,1                               | 44,77   | 335,3                                |
| 275                     | 60,63                                      | 1,33                                   | 0,03251                                    | 30,76   | 286,9                              | 659,4                                    | 372,5                               | 44,27   | 328,2                                |
| 280                     | 65,42                                      | 1,34                                   | 0,02988                                    | 33,47   | 292,7                              | 657,3                                    | 364,6                               | 43,73   | 320,9                                |
| 285                     | 70,49                                      | 1,36                                   | 0,02746                                    | 36,42   | 298,5                              | 655,1                                    | 356,5                               | 43,09   | 313,5                                |
| 290                     | 75,88                                      | 1,38                                   | 0,02525                                    | 39,60   | 304,4                              | 652,6                                    | 348,1                               | 42,42   | 305,7                                |
| 295                     | 82,58                                      | 1,40                                   | 0,02321                                    | 43,09   | 310,4                              | 649,8                                    | 339,5                               | 41,67   | 297,8                                |
| 300                     | 87,6                                       | 1,42                                   | 0,02131                                    | 46,93   | 316,6                              | 646,8                                    | 330,2                               | 40,83   | 281,4                                |
| 305                     | 94,0                                       | 1,44                                   | 0,01958                                    | 51,03   | 322,9                              | 643,6                                    | 320,7                               | 39,94   | 280,7                                |
| 310                     | 100,7                                      | 1,46                                   | 0,01799                                    | 55,59   | 329,3                              | 640,1                                    | 310,8                               | 38,98   | 271,8                                |

Gesättigter Wasserdampf von  $+10^{\circ}$  bis  $+50^{\circ}$ ).

| Temperatur<br>C | Druck             |                    | Spezifisches<br>Volumen<br>$v''$ | Spezifisches<br>Gewicht<br>1000 $\gamma''$ | Verdampfungs-<br>Wärme<br>$r$ | Wärmeinhalt<br>des Dampfes<br>$t''$ |
|-----------------|-------------------|--------------------|----------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------------|
|                 | mm Hg             | kg/cm <sup>2</sup> | m <sup>3</sup> /kg               | g/m <sup>3</sup>                           | kcal/kg                       | kcal/kg                             |
| 10              | 9,21              | 0,0125             | 106,4                            | 9,40                                       | 589,6                         | 599,6                               |
| 11              | 9,84              | 0,0134             | 99,7                             | 10,03                                      | 589,0                         | 600,0                               |
| 12              | 10,52             | 0,0143             | 93,7                             | 10,67                                      | 588,5                         | 600,5                               |
| 13              | 11,23             | 0,0153             | 87,9                             | 11,38                                      | 588,0                         | 601,0                               |
| 14              | 11,99             | 0,0163             | 83,0                             | 12,05                                      | 587,5                         | 601,5                               |
| 15              | 12,79             | 0,0174             | 77,9 <sub>6</sub>                | 12,83                                      | 587,0                         | 602,0                               |
| 16              | 13,64             | 0,0186             | 73,2                             | 13,66                                      | 586,4                         | 602,4                               |
| 17              | 14,5              | 0,0197             | 69,0                             | 14,49                                      | 585,9                         | 602,9                               |
| 18              | 15,5              | 0,0211             | 65,1                             | 15,36                                      | 585,4                         | 603,4                               |
| 19              | 16,5              | 0,0224             | 61,4                             | 16,29                                      | 584,9                         | 603,9                               |
| 20              | 17,5              | 0,0238             | 57,8                             | 17,3                                       | 584,3                         | 604,3                               |
| 21              | 18,6 <sub>5</sub> | 0,0254             | 54,4                             | 18,3                                       | 583,8                         | 604,8                               |
| 22              | 19,8              | 0,0270             | 51,4                             | 19,4                                       | 583,3                         | 605,3                               |
| 23              | 21,1              | 0,0287             | 48,6                             | 20,6                                       | 582,8                         | 605,8                               |
| 24              | 22,4              | 0,0305             | 45,9                             | 21,8                                       | 582,3                         | 606,3                               |
| 25              | 23,8              | 0,0324             | 43,4                             | 23,0                                       | 581,7                         | 606,7                               |
| 26              | 25,2              | 0,0343             | 41,0                             | 24,4                                       | 581,2                         | 607,2                               |
| 27              | 26,7              | 0,0363             | 38,8                             | 25,8                                       | 580,7                         | 607,7                               |
| 28              | 28,3 <sub>5</sub> | 0,0386             | 36,8                             | 27,2                                       | 580,2                         | 608,2                               |
| 29              | 30,0 <sub>6</sub> | 0,0408             | 34,8                             | 28,7                                       | 579,7                         | 608,7                               |
| 30              | 31,8              | 0,0432             | 32,9                             | 30,4                                       | 579,2                         | 609,2                               |
| 31              | 33,7              | 0,0458             | 31,2                             | 32,0                                       | 578,7                         | 609,7                               |
| 32              | 35,7              | 0,0486             | 29,6                             | 33,8                                       | 578,2                         | 610,2                               |
| 33              | 37,7              | 0,0513             | 28,0                             | 35,7                                       | 577,7                         | 610,7                               |
| 34              | 39,9              | 0,0543             | 26,6                             | 37,6                                       | 577,2                         | 611,2                               |
| 35              | 42,2              | 0,0573             | 25,2                             | 39,6                                       | 576,6                         | 611,6                               |
| 36              | 44,6              | 0,0606             | 23,9                             | 41,8                                       | 576,1                         | 612,1                               |
| 37              | 47,1              | 0,0641             | 22,7                             | 44,0                                       | 575,6                         | 612,6                               |
| 38              | 49,7              | 0,0676             | 21,6                             | 46,3                                       | 575,1                         | 613,1                               |
| 39              | 52,5              | 0,0715             | 20,5                             | 48,8                                       | 574,6                         | 613,6                               |
| 40              | 55,3              | 0,0752             | 19,5                             | 51,2                                       | 574,0                         | 614,0                               |
| 41              | 58,4              | 0,0795             | 18,6                             | 53,8                                       | 573,5                         | 614,5                               |
| 42              | 61,5              | 0,0836             | 17,7                             | 56,5                                       | 572,9                         | 614,8                               |
| 43              | 64,8              | 0,0882             | 16,8                             | 59,5                                       | 572,4                         | 615,3                               |
| 44              | 68,3              | 0,0930             | 16,0                             | 62,5                                       | 571,8                         | 615,7                               |
| 45              | 71,9              | 0,0978             | 15,3                             | 65,5                                       | 571,3                         | 616,2                               |
| 46              | 75,7              | 0,103              | 14,6                             | 68,5                                       | 570,7                         | 616,6                               |
| 47              | 79,6              | 0,108              | 13,9                             | 71,9                                       | 570,2                         | 617,1                               |
| 48              | 83,7              | 0,114              | 13,2                             | 75,8                                       | 569,6                         | 617,5                               |
| 49              | 88,0 <sub>5</sub> | 0,120              | 12,6                             | 79,4                                       | 569,1                         | 618,0                               |
| 50              | 92,5              | 0,126              | 12,0                             | 83,2                                       | 568,5                         | 618,4                               |

(582) *Adiabate.* Im  $Ts$ -Diagramm ist die Adiabate eine senkrechte Gerade, da  $s = \text{konst.}$  Anfangs trockener Dampf wird bei Expansion feucht, z. B.  $BB_0$ , Abb. 27, während sehr feuchter Dampf dabei trockner wird. Im  $pv$ -Diagramm, Abb. 31, ist die Dampfadiabate eine Kurve, die für Satttdampf unterhalb der Grenzkurve verläuft, z. B.  $AB$  für feuchten Dampf,  $BD$  für anfangs trockenen Dampf. Um die Adiabate einzuzeichnen, müssen die Volumina für die verschiedenen Drücke ermittelt werden; dazu sind die  $x$ -Werte erforderlich, die aus  $s_2 = s_1 = \text{konst.}$  ermittelt werden können. Es ist

$$s_1' + x_1 r_1 : T_1 = s_2' + x_2 r_2 : T_2$$

und hieraus

$$x_2 = \frac{s_1' - s_2' + x_1 r_1 : T_1}{(r_2 : T_2)} \dots \dots \dots 72$$

und somit  $v_2 = v_2'' \cdot x_2$ , wenn  $v'$  vernachlässigt wird. Alle Werte sind den Dampftabellen S. 558 für  $p_1$  bzw.  $p_2$  zu entnehmen.

<sup>1)</sup> Aus: Schüle, Techn. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923. Hilfsbuch f. d. Maschinenbau, 8. Aufl.



Gesättigter Wasserdampf von 0,01 bis 0,20 kg/cm<sup>2</sup> abs.<sup>1)</sup>.

| Druck<br>$p_s$     |       | Temp.<br>0° C     | Spez. Vol.<br>$v''$<br>m <sup>3</sup> /kg | Spez. Gew.<br>1000 $\gamma''$<br>g/m <sup>3</sup> | Verdampf-<br>Wärme<br>$r$<br>kcal/kg | Gesamt-<br>Wärme<br>$\lambda$<br>kcal/kg |
|--------------------|-------|-------------------|---|---|--------------------------------------|--|
| kg/cm <sup>2</sup> | mm Hg |                   |   |   |                                      |  |
| 0,010              | 7,35  | 6,7               | 131,7                                     | 7,60  | 591,1                                | 597,8                                    |
| 0,015              | 11,03 | 12,7              | 89,5                                      | 11,2  | 588,2                                | 600,9                                    |
| 0,020              | 14,7  | 17,2              | 68,3                                      | 14,7  | 586,0                                | 603,2                                    |
| 0,025              | 18,4  | 20,8              | 55,3                                      | 18,1  | 583,9                                | 604,7                                    |
| 0,030              | 22,1  | 23,8              | 46,6                                      | 21,4  | 582,4                                | 606,2                                    |
| 0,035              | 25,8  | 26,4              | 40,2                                      | 24,9  | 581,1                                | 607,5                                    |
| 0,040              | 29,4  | 28,6              | 35,5                                      | 28,2  | 580,0                                | 608,6                                    |
| 0,045              | 33,1  | 30,7              | 31,7                                      | 31,5  | 578,8                                | 609,5                                    |
| 0,050              | 36,8  | 32,5              | 28,7                                      | 34,8  | 578,0                                | 610,5                                    |
| 0,055              | 40,5  | 34,2              | 26,2                                      | 38,2  | 577,0                                | 611,2                                    |
| 0,060              | 44,1  | 35,8              | 24,2                                      | 41,3  | 576,2                                | 612,0                                    |
| 0,065              | 47,8  | 37,3              | 22,4                                      | 44,6  | 575,4                                | 612,7                                    |
| 0,070              | 51,5  | 38,7              | 20,9                                      | 47,8  | 574,7                                | 613,4                                    |
| 0,075              | 55,2  | 39,9              | 19,6                                      | 51,0  | 574,0                                | 613,9                                    |
| 0,080              | 58,8  | 41,1              | 18,5                                      | 54,2  | 573,4                                | 614,5                                    |
| 0,085              | 62,5  | 42,3              | 17,4                                      | 57,5  | 572,7                                | 615,0                                    |
| 0,090              | 66,2  | 43,4              | 16,5                                      | 60,6  | 572,2                                | 615,6                                    |
| 0,095              | 69,9  | 44,4              | 15,7                                      | 63,7  | 571,6                                | 616,0                                    |
| 0,10               | 73,5  | 45,4              | 15,0                                      | 66,3  | 571,1                                | 616,5                                    |
| 0,11               | 80,9  | 47,3              | 13,8                                      | 72,5  | 570,0                                | 617,2                                    |
| 0,12               | 88,3  | 49,0 <sub>s</sub> | 12,6                                      | 79,4  | 569,1                                | 618,0                                    |
| 0,13               | 95,6  | 50,7              | 11,7                                      | 85,5  | 568,2                                | 618,8                                    |
| 0,14               | 103,0 | 52,2              | 10,9                                      | 91,7  | 567,4                                | 619,5                                    |
| 0,15               | 110,3 | 53,6              | 10,2                                      | 97,9  | 566,5                                | 620,0                                    |
| 0,16               | 117,6 | 55,0              | 9,62                                      | 103,9   | 565,7                                | 620,6                                    |
| 0,17               | 125,0 | 56,2              | 9,09                                      | 110,0   | 565,1                                | 621,1                                    |
| 0,18               | 132,3 | 57,4              | 8,62                                      | 116,0   | 564,4                                | 621,6                                    |
| 0,19               | 139,7 | 58,5              | 8,20                                      | 121,9   | 563,7                                | 622,2                                    |
| 0,20               | 147,1 | 59,7              | 7,80                                      | 128,2   | 563,1                                | 622,7                                    |

Die Arbeit ist, da  $Q = 0$ ,

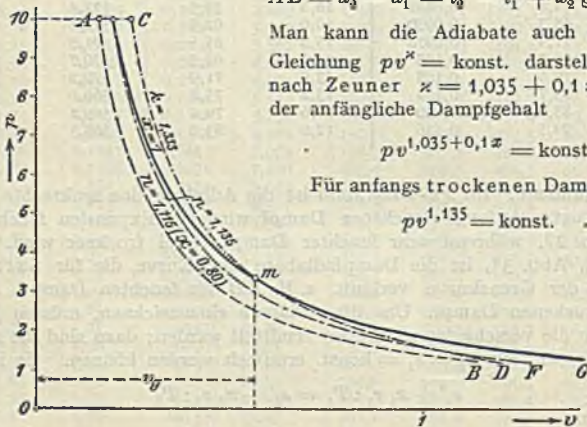
$$AL = u_2 - u_1 = i_2' - i_1' + x_2 e_2 - x_1 e_1.$$

Man kann die Adiabate auch durch die Gleichung  $pv^\kappa = \text{konst.}$  darstellen, wobei nach Zeuner  $\kappa = 1,035 + 0,1x$ , wenn  $x$  der anfängliche Dampfgehalt

$$pv^{1,035+0,1x} = \text{konst.} \dots 73$$

Für anfangs trockenem Dampf ist dann

$$pv^{1,135} = \text{konst.} \dots 73a$$



- Anfänglich überhitzter Dampf.
- trocken gesättigter Dampf.
- " nasser Dampf ( $x = 0,80$ ).
- - - Sättigungskurve.

Abb. 31.

<sup>1)</sup> Aus: Schüle, Techn. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl., Berlin: Julius Springer 1923.

Diese Beziehung ist nur eine Näherung und bis  $x \cong 0,7$  herunter und  $p_1 : p_2 \cong 20$  anwendbar.

Für Heißdampf ist  $\kappa = 1,3$  und

$$pv^\kappa = pv^{1,3} = \text{konst.} \dots\dots\dots 74$$

solange der Dampf noch überhitzt ist. Die Heißdampfadiabate überschneidet meist die Grenzkurve, z. B.  $CD$ , Punkt  $m$ , Abb. 31;  $EE_1$ , Punkt  $a$ , Abb. 27, und befolgt dann als Satteldampfadiabate die Gl. 73a.

Der Druck an der Grenzkurve kann auch rechnerisch ermittelt werden, da der Punkt der Gl. 53 und der Gl. 74 genügen muß.

Die Arbeit der Adiabate kann auch aus der Gleichung 36 b (555)

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

errechnet werden.

(583) Kurven gleichen Wärmehalts.  $i = \text{konst.}$  Zugleich sind es die Drosselkurven,  $i_1 = i_2$  oder mit Gl. 58  $i_1' + x_1 r_1 = i_2' + x_2 r_2$ , woraus

$$x_2 = (i_1' - i_2' + x_1 r_1) : r_2 \dots\dots\dots 75$$

Da  $i_2' < i_1'$  und  $r_2$  weniger zunimmt als  $i_2'$  abnimmt, so wird  $x_2 > x_1$ , d. h. durch Drosseln wird der Dampf trockener.

Man kann daraus errechnen, wie weit man herunterdrosseln muß, um trocknen Dampf zu erhalten.

In Abb. 29 sind die Kurven gleichen Wärmehalts im Sättigungs- und im Überhitzungsgebiet eingetragen.

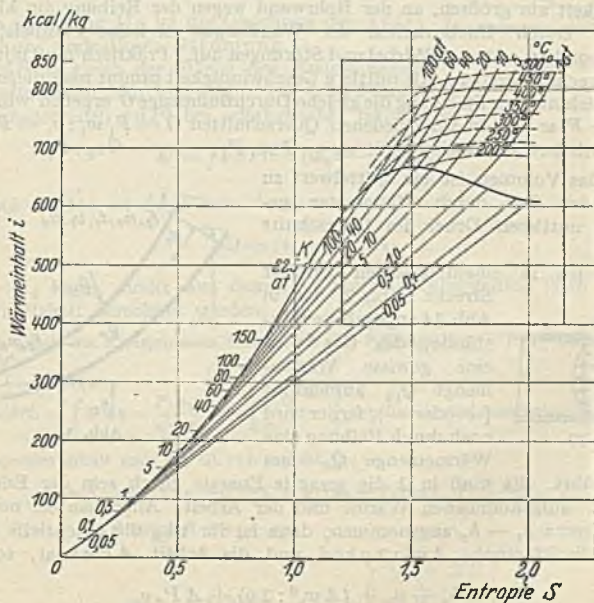


Abb. 32.

(584)  $i$ - $s$ -Diagramm nach Mollier. Um auch für Wasserdampf die Wärmemengen als Strecken abgreifen zu können, werden im  $i$ - $s$ - oder Mollier-Diagramm als Abszissen die Entropiewerte, als Ordinaten die Wärmehalte  $i$  aufgetragen.



Mit den Entropien der Flüssigkeit  $s'$  und den Flüssigkeitswärmern  $i'$  ergibt sich die untere Grenzkurve, Abb. 32, sowie mit  $s''$  und  $i''$  die obere Grenzkurve. Die Kurven gleichen Druckes sind im Sättigungsgebiet Gerade, die die entsprechenden Punkte beider Grenzkurven verbinden; es sind zugleich die Isothermen. Durch Teilung der Strecken zwischen den Grenzkurven im gleichen Verhältnis erhält man die Kurven gleichen Dampfgehalts.

Im Überhitzungsgebiet können die  $p$ -Kurven eingetragen werden für verschiedene Temperaturen durch Zugrundelegen der Gl. 61 und 67; sie verlaufen leicht nach oben gekrümmt. Die Isothermen werden in gleicher Weise eingetragen, sie verlaufen fast wagrecht, nach oben etwas konvex.

Die Drossellinien sind wagerechte Gerade. Aus dem  $is$ -Diagramm kann das Wärmegefälle (590) durch den senkrechten Abstand zwischen Anfangszustand und dem Enddruck abgegriffen werden.

Die Abb. 38 u. 39 auf S. 568 u. 569 sind der gebräuchlichste Teil des  $is$ -Diagramms in halber Größe der sonst üblichen: 1 kcal = 0,5 mm.

## Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe.

(585) **Strömung in Leitungen.** Zur Erzeugung der Strömungsgeschwindigkeit muß ein Druckabfall eintreten, eine Umsetzung der Energien stattfinden. Würde die Strömung im ganzen Leitungsquerschnitt mit gleicher Geschwindigkeit vor sich gehen, stationäre Strömung, und mit parallelen Stromlinien, so lägen die Verhältnisse einfach. Tatsächlich sind die Zustände und Geschwindigkeiten in einem Querschnitt verschieden; in der Mitte ist die Geschwindigkeit am größten, an der Rohrwand wegen der Reibung am kleinsten, Abb. 33. Durch Unebenheiten der Wandungen ist keine Parallelströmung möglich, sondern es treten Wirbel und Störungen auf. Praktisch muß mit Mittelwerten gerechnet werden. Als mittlere Geschwindigkeit nimmt man diejenige an, die bei gleichmäßiger Strömung die gleiche Durchflußmenge  $G$  ergeben würde. Es ist  $G \cdot v = F \cdot w$  und in verschiedenen Querschnitten  $G = F_1 w_1 : v_1 = F_2 w_2 : v_2$  und die mittlere Geschwindigkeit  $w_1 = G v_1 : F_1$ ;  $w_2 = G v_2 : F_2$ .

Für das Volumen ist ein Mittelwert zu nehmen, der dem durch Manometer gemessenen mittleren Druck im Querschnitt entspricht.

Es seien in einem Rohrteil auf der Strecke 1 bis 2 die in Abb. 34 angegebenen Zustände; das Gas wird eine gewisse Wärmemenge  $Q_{12}$  aufnehmen (+ oder -), ferner wird noch durch Reibung eine Wärmemenge  $Q_r$  dem

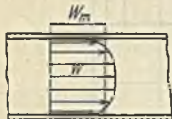


Abb. 33.

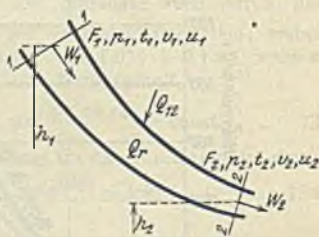


Abb. 34.

Gas zugeführt. Es muß in 2 die gesamte Energie gleich sein der Energie in 1 plus der aufgenommenen Wärme und der Arbeit. Allgemein sei noch eine Höhendifferenz  $h_1 - h_2$  angenommen, dann ist für 1 kg die potentielle Energie  $A h$  kcal, die kinetische  $A w^2 : 2 g$  kcal und die Arbeit  $A P v$  kcal, so daß

$$A h_2 + u_2 + (A w_2^2 : 2 g) + A P_2 v_2 \\ = A h_1 + u_1 + (A w_1^2 : 2 g) + A P_1 v_1 + Q_{12}$$

oder mit  $u + A P v = i$  (Gl. 49)

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2 g + A (h_2 - h_1) + (i_2 - i_1) = Q_{12} \dots I$$

Auf den inneren Zustand bezogen ist die zugeführte Wärme =  $Q_{12} + Q_r$  und nach Gl. 50, S. 548

$$Q_{12} + Q_r = i_2 - i_1 - A \int_1^2 v dP \dots \dots \dots \text{II}$$

Durch Vereinigung von I und II und Division durch  $A$  ist, wenn  $Q_r = A L_r$  gesetzt wird,

$$[(w_2^2 - w_1^2) : 2g] + h_2 - h_1 + L_r = \int_2^1 v dP \dots \dots \dots \text{III}$$

Diese ganz allgemeinen Beziehungen lassen sich vielfach vereinfachen. Meist ist die Höhendifferenz vernachlässigbar:  $h_2 - h_1 = 0$  (nur in Schächten mit langer senkrechter Leitung zu berücksichtigen); ferner ist wegen guter Isolierung meist  $Q_{12} = 0$ . Endlich kann  $Q_r = 0$  gesetzt werden, da die Reibung durch Koeffizienten berücksichtigt wird. Unter diesen Annahmen wird

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2g = i_1 - i_2 \dots \text{(Ia)} \quad 76a$$

$$i_1 - i_2 = A \int_2^1 v dP \dots \dots \dots \text{(IIa)} \quad 76b$$

$$(w_2^2 - w_1^2) : 2g = \int_2^1 v dP \dots \dots \dots \text{(IIIa)} \quad 76c$$

Die Gleichung IIa ist die Gleichung der adiabatischen, verlustlosen Strömung.

$\int v dP$  ist gleich der Fläche des Kreisprozesses einer verlustlosen Maschine, Abb. 35, (als Summe der Flächenstreifen  $v dP$ ) bei adiabatischer Expansion

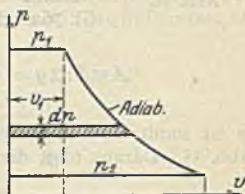


Abb. 35.

$$L = \int v dP = (w_2^2 - w_1^2) : 2g.$$

Nach Gl. IIa ist die Fläche dann auch

$$L = (i_1 - i_2) : A.$$

$i_1 - i_2$  kann direkt aus dem  $i s$ -Diagramm abgegriffen (590), und die Geschwindigkeit berechnet werden.

Die Arbeit des Kreisprozesses besteht aus der Füllungsarbeit =  $P_1 v_1$  plus der Expansionsarbeit  $L = \int P dv = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$ , abzüglich der Ausschubarbeit  $P_2 v_2$ .

Bequemer erhält man aus Gl. 76b mit Gl. 51:

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2g = i_1 - i_2 = c_p (T_1 - T_2) = c_p T_1 (1 - T_2 : T_1)$$

und mit  $T_1 = P_1 v_1 : R$  und  $A R = c_p - c_v$ :

$$(w_2^2 - w_1^2) : 2g = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = L \dots \dots \dots 77$$

Für kleine Druckunterschiede wird Gl. III a  $v (P_1 - P_2) = (w_2^2 - w_1^2) : 2g$  oder

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{P_1}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g}.$$



d. h. die Summe von Druck- und Geschwindigkeitsenergie ist konstant

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{konst. oder } P + \gamma \cdot w^2 : 2g = \text{konst.}$$

$P$  ist der statische Druck in  $\text{kg/m}^2$ , man kann ihn in  $\text{mm W.-S.}$  einsetzen  $= h_s$ ; folglich ist auch das zweite Glied ein Druck in  $\text{mm W.-S.}$  Man bezeichnet  $\gamma \cdot w^2 : 2g = h_d$  als dynamischen Druck; die Summe  $h_s + h_d = H$  ist der Gesamtdruck.

Wird  $h_d$  durch ein Hindernis vernichtet, so daß  $h_d = 0$ , dann steigt  $h_s$  bis auf  $H$ , dadurch ist Messung von  $h_s$  und  $H$  möglich mittels Staurohren (Pitotsche Röhre). Esist dann:  $\gamma \cdot w^2 : 2g = H - h_s$  und daraus

$$w = \sqrt{2g(H - h_s) : \gamma}$$

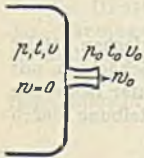


Abb. 36.

(586) Ausströmen aus Mündungen. Hierbei wird die Druckenergie in Geschwindigkeit umgesetzt. Es sei nach Abb. 36 der Zustand im Gefäß, also vor der Mündung, ohne Index, am Mündungsende mit dem Index 0 bezeichnet; die Geschwindigkeit  $w$  vor der Mündung kann vernachlässigt werden. Wird die Reibung nicht berücksichtigt, so gilt Gl. 76a oder 76c

$$A w_0^2 : 2g = i - i_0; \quad w_0^2 : 2g = - \int_1^2 v dP = L,$$

es ist somit die Strömungsenergie gleich der Arbeit einer verlustlosen Maschine, Abb. 35. Daraus folgt die Ausfluggeschwindigkeit mit Gl. 77

$$w_0 = \sqrt{2g L} = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa - 1} P \cdot v \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}, \dots 78$$

wobei

- $\kappa = 1,4$  für Gase bei gewöhnlichen Temperaturen,
- $\kappa = 1,3$  für überhitzten Wasserdampf,
- $\kappa = 1,135$  für trockenen Wasserdampf,
- $\kappa = 1,035 + 0,1 \kappa$  für feuchten Wasserdampf.

Mit  $L = (i - i_0) : A$  ist

$$w_0 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 427 (i - i_0)} = 91,5 \sqrt{i - i_0} \dots 78a$$

Die sekundliche Ausflußmenge  $G_{\text{sek}}$  folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$G_{\text{sek}} = w_0 F_0 : v_0$ , wenn  $F_0$  der Austrittsquerschnitt; mit  $v_0 = v (p : p_0)^{\frac{1}{\kappa}}$  und  $w_0$  aus Gl. 78 wird dann

$$G_{\text{sek}} = F_0 \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{P}{v} \left[ \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right]} \dots 79$$

Zwischen Druck, Volumen, Geschwindigkeit und Querschnitt muß eine gewisse Beziehung bestehen. Trägt man  $p$ ,  $v$  und  $w$  in einem  $p v$ -Diagramm für die Mündungslänge auf, Abb. 37, so muß für einen beliebigen Querschnitt  $F_x = G \cdot v_x : w_x$  sein. Am Düsenanfang ist für  $p_x = p$ ,  $w_x = 0$  und  $F = \infty$ , was durch gute Abrundung erzielt wird; für den Druck  $p_x = 0$  wäre  $v_x = \infty$

(tatsächlich hat der Druck am Mündungsende einen endlichen Wert) und wieder  $F_x = \infty$ . Zwischendurch muß  $F_x$  bei einem bestimmten Druck einen kleinsten Wert haben.

Hat eine Mündung (Düse) einen kleinsten Querschnitt  $F_{min}$ , so stellt sich in demselben ein nur vom Anfangsdruck abhängiger Druck  $p_k$ , der kritische Druck ein; ist der engste Querschnitt am Mündungsende und  $p_0 < p_k$ , so findet ein plötzlicher Übergang von  $p_k$  in  $d_0$  statt unter explosiven Wirbelungen. Entsprechend dem Druck  $p_k$  kann im engsten Querschnitt auch nur die kritische Geschwindigkeit erreicht werden.

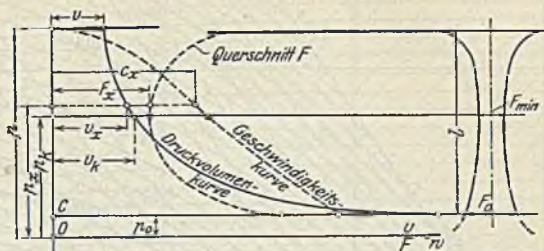


Abb. 37.

Diese ist nach Gl. 78

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot P \cdot v \left[ 1 - \left( \frac{p_k}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} \dots \dots \dots a$$

Der Querschnitt  $F_{min} = G \cdot v_k : w_k$  wird ein Minimum, wenn

$$\frac{d}{dp} \left( \frac{v_k}{w_k} \right) = \frac{w_k dv_k - v_k dw_k}{w_k^2 dp} = 0$$

ist, woraus

$$w_k dv_k = v_k dw_k \dots \dots \dots b$$

Aus  $w_k^2 : 2g = - \int_1^2 v_k dP_k$  ist durch Differenzieren  $w_k dw_k : g = -v_k dP_k$  und mit  $d w_k$  aus Gl. b  $w_k^2 dv_k : v_k g = -v_k dP_k$ , woraus

$$w_k^2 = -v_k^2 g \cdot \frac{dP_k}{dv_k} \dots \dots \dots c$$

Da  $v_k = 1 : \gamma_k$ , so ist  $w_k^2 = g \left( \frac{dP_k}{d\gamma_k} \right)_s$ , bei adiab. Strömung  $s = \text{konst.}$ , und  $w_k = \sqrt{g \left( \frac{dP_k}{d\gamma_k} \right)_s}$  = Schallgeschwindigkeit. Im engsten Querschnitt stellt sich also als kritische Geschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit ein.

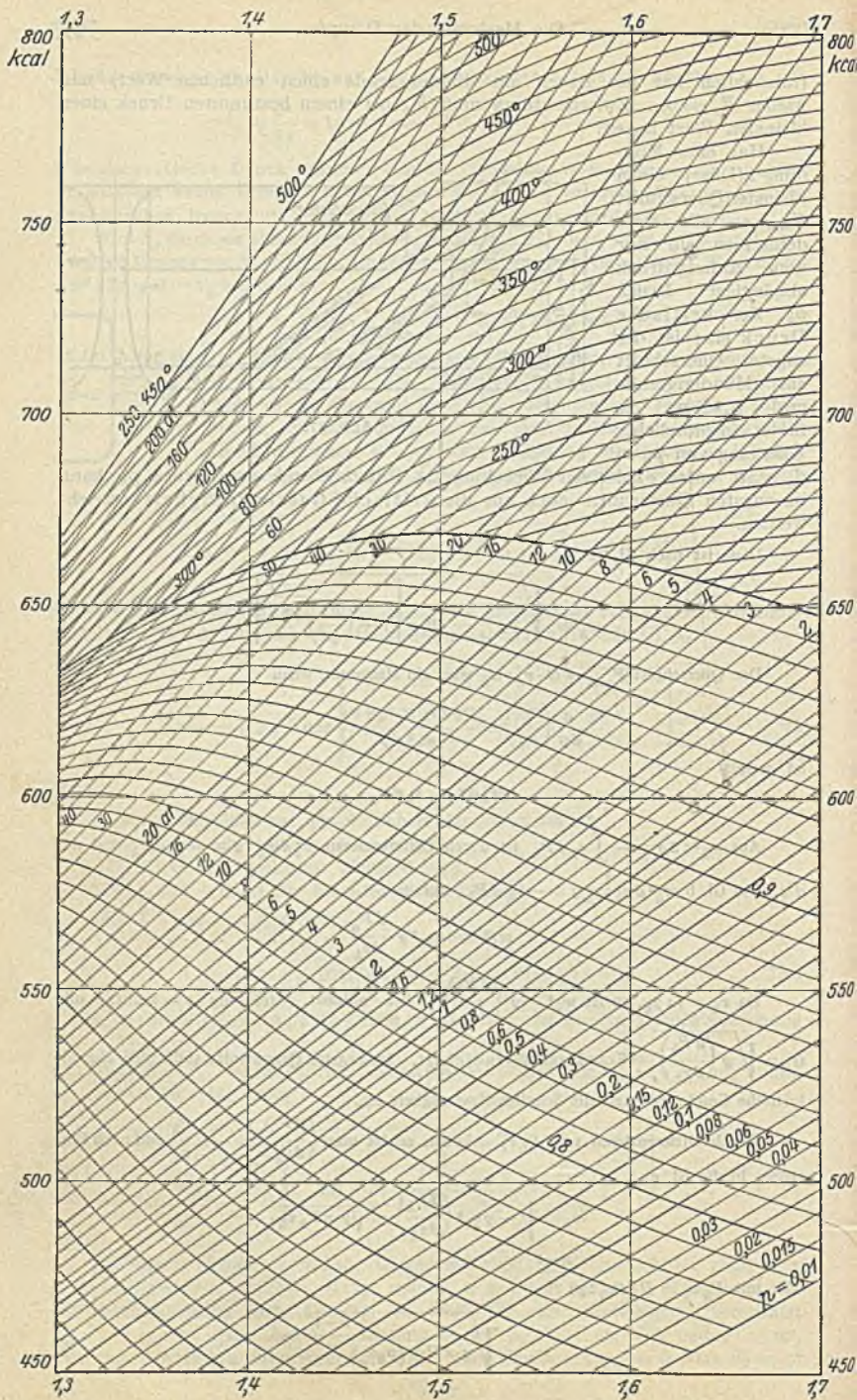
Durch Differenzieren von  $P_k v_k^\kappa = \text{konst.}$  erhält man  $\left( \frac{dP_k}{dv_k} \right)_s = -\kappa \frac{P_k}{v_k}$  und nach Einsetzen in die Gl. c

$$w_k = \sqrt{-g v_k^2 \left( \frac{dP_k}{dv_k} \right)} = \sqrt{g \cdot \kappa P_k v_k}$$

oder mit  $P_k v_k = P v (p_k : p)^\kappa$

$$w_k = \sqrt{g \cdot \kappa P \cdot v \left( \frac{p_k}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \dots \dots \dots 80$$







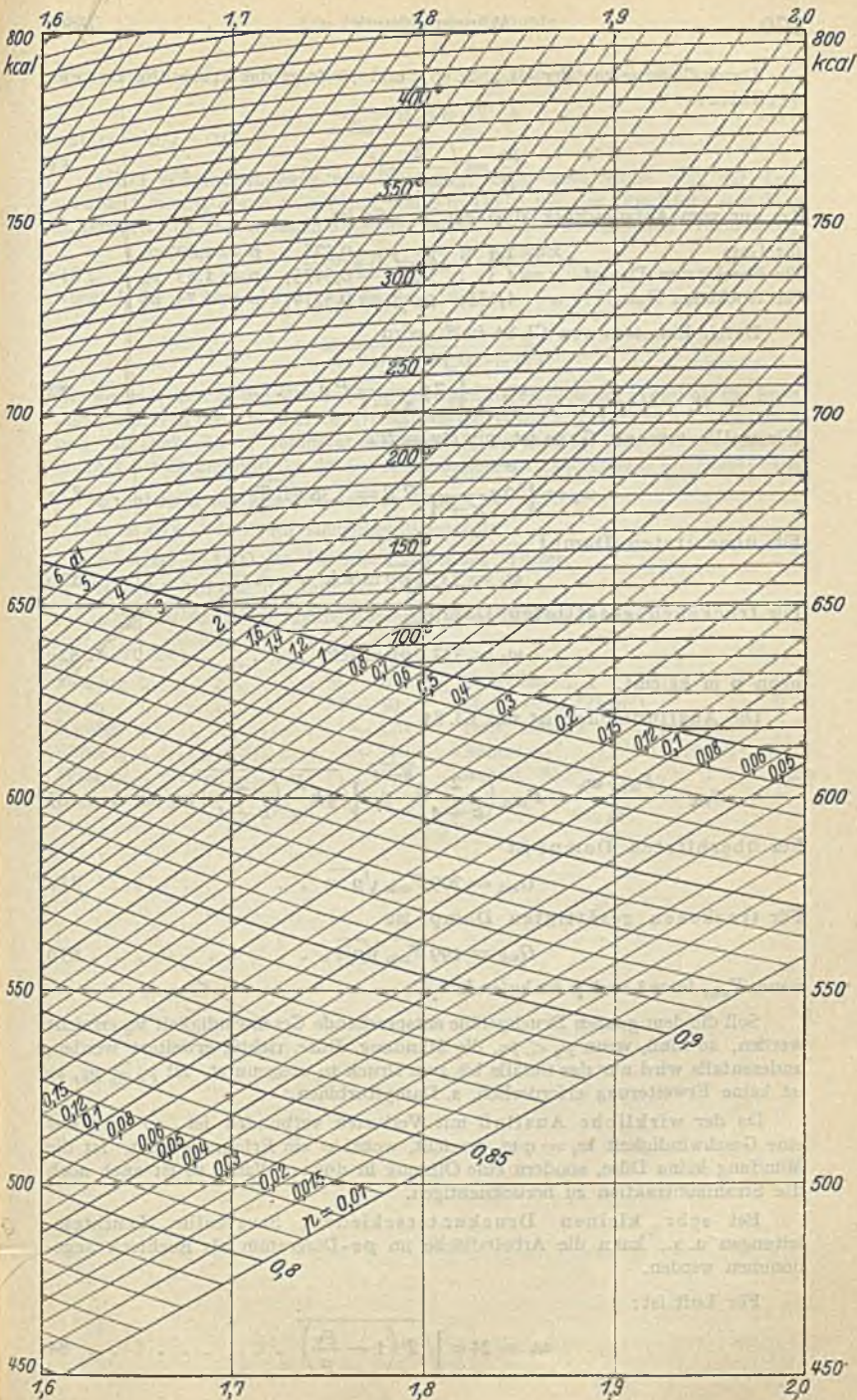


Abb. 39.



Durch Gleichsetzen der Gl. a, S. 567 und 79 folgt das kritische Druckverhältnis

$$\frac{p_k}{p} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \dots \dots \dots 81$$

das nur vom Anfangsdruck abhängig ist. So ist

$$\left. \begin{array}{l} \text{für Gase} \quad \kappa = 1,4 \quad ; \quad p_k : p = 0,528 \quad ; \quad p = 1,892 p_k \\ \text{für überhitzten Dampf} \quad \kappa = 1,3 \quad ; \quad p_k : p = 0,5475 \quad ; \quad p = 1,83 p_k \\ \text{für trockenen Dampf} \quad \kappa = 1,135 \quad ; \quad p_k : p = 0,5774 \quad ; \quad p = 1,73 p_k \end{array} \right\} \dots 81a$$

Durch Einsetzen von Gl. 81 in 80 wird

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa + 1} P v} \dots \dots \dots 82$$

Für vollkommene Gase ist mit  $Pv = RT$

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa + 1} RT} = 3,38 \sqrt{RT} \dots \dots \dots 82a$$

Für überhitzten Dampf

$$w_k = 333 \sqrt{pv} \text{ m/sek} \dots \dots \dots 82b$$

Für trockenen gesättigten Dampf

$$w_k = 323 \sqrt{pv} \text{ m/sek} \dots \dots \dots 82c$$

wenn  $p$  in  $\text{kg/cm}^2$ .

Die Ausflußmenge ist mit Gl. 81

$$G_{\text{sek}} = \frac{F_{\text{min}} \cdot w_k}{v_k} = F_{\text{min}} \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{gk \frac{P}{v} \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)} \text{ kg/sek} \dots 83$$

Für überhitzten Dampf ist

$$G_{\text{sek}} = 209 F_{\text{min}} \sqrt{p \cdot v} \dots \dots \dots 83a$$

Für trockenen gesättigten Dampf ist

$$G_{\text{sek}} = 199 F_{\text{min}} \sqrt{pv} \dots \dots \dots 83b$$

wenn  $F_{\text{min}}$  in  $\text{m}^2$  und  $p$  in  $\text{kg/cm}^2$ .

Soll die dem ganzen Druckgefälle entsprechende Geschwindigkeit  $w_0$  erreicht werden, so muß, wenn  $p_0 < p_k$ , die Mündung, Düse, richtig erweitert werden, anderenfalls wird nur das Gefälle bis zum Druck  $p_k$  ausgenutzt. Ist  $p_0 \geq p_k$ , so ist keine Erweiterung erforderlich, s. Dampfturbinen.

Da der wirkliche Ausfluß mit Verlusten verbunden ist, so wird nur eine Geschwindigkeit  $w_1 = \varphi w_0$  erreicht, wobei  $\varphi$  ein Erfahrungswert. Ist die Mündung keine Düse, sondern eine Öffnung in dünner Wand, so ist auch noch die Strahlkontraktion zu berücksichtigen.

Bei sehr kleinen Druckunterschieden, Saugventile, Leuchtgasleitungen u. a., kann die Arbeitsfläche im  $pv$ -Diagramm als Rechteck angenommen werden.

Für Luft ist:

$$w_1 = 24 \varphi \sqrt{T \left( 1 - \frac{p_0}{p} \right)} \dots \dots \dots 84$$

oder wenn die Druckdifferenz in  $h$  mm Wassersäule ausgedrückt ist

$$w_1 = 0,24 \varphi \sqrt{T \cdot h} \dots \dots \dots 84a$$

mit  $\varphi = 0,9 \div 0,95$ .

(587) Wärmedurchgang und -übergang. Sind zwei Stoffe von der Temperatur  $t_1$  und  $t_2$  durch eine Wand von  $\delta$  m Dicke mit der Oberfläche von  $F$  m<sup>2</sup> getrennt, so ist die stündlich zwischen beiden Stoffen übergehende Wärmemenge

$$Q = k (t_1 - t_2) \cdot F \text{ kcal/St.},$$

worin  $k$  die Wärmedurchgangszahl, die

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2 + \delta/\lambda}$$

ist, wenn  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Wärmeübergangszahlen von der Wand an die Stoffe und  $\lambda$  die Wärmeleitzahl des Werkstoffs der Wand in kcal für 1 m<sup>2</sup> Querschnitt und 1 m Dicke für 1<sup>o</sup> Temperaturdifferenz in der Stunde. Die Werte  $\alpha$  sind von der Art des Stoffes und von der Geschwindigkeit der Bewegung  $w$  abhängig; es ist

- $\alpha = 10000$  für kondensierenden Dampf,
- $\alpha = 4000 \div 6000$  für siedendes Wasser,
- $\alpha = 300 + 1800 \sqrt{w}$  für nicht siedendes Wasser,
- $\alpha = 2 + 10 \sqrt{w}$  für Luft,
- $\alpha \approx 100$  für nicht kondensierenden (überhitzten) Dampf.

$\lambda$  ist für:

|                   |          |                                    |      |
|-------------------|----------|------------------------------------|------|
| Messing . . . . . | 50 ÷ 100 | Porzellan . . . . .                | 0,9  |
| Eisen . . . . .   | 40 ÷ 50  | Mauerwerk (Ziegel) . . . . .       | 0,35 |
| Kupfer . . . . .  | ~ 330    | Luft, ruhend . . . . .             | 0,02 |
| Silber . . . . .  | ~ 360    | Asbest, 0 <sup>o</sup> . . . . .   | 0,13 |
| Wasser . . . . .  | 0,5      | Asbest, 400 <sup>o</sup> . . . . . | 0,29 |
| Eis . . . . .     | 2        |                                    |      |



## Sechster Abschnitt.

# Dampfmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

## Verhalten des Dampfes in der Dampfmaschine.

### Kreisprozeß der Dampfmaschine.

(588) **Dampfdiagramm.** Die Arbeitsweise der idealen Dampfmaschine ist folgende. Es tritt eine gewisse Dampfmenge z. B. 1 kg trocken gesättigt, in den Zylinder — Füllung —  $ab$ , Abb. 1, mit dem Anfangsdruck  $p$  und leistet eine Volldruckarbeit gleich der Fläche  $ab21$ ; dann folgt adiabatische Expansion  $bc$  bis auf den Enddruck  $p_0$  mit der Expansionsarbeit  $bc32$ , und beim Rückgang des Kolbens das Ausschieben  $cd$ , wobei die Ausschubarbeit  $cd13$  aufgewendet wird. Die Arbeit bei einer Kurbelumkehrung ist somit gleich der Fläche  $abcd$ . Der Verlauf der Adiabate hängt vom Dampfzustand ab. Bei anfangs feuchtem Dampf verläuft die Adiabate ganz links der oberen Grenzkurve mit  $x = 1,035 + 0,1x$ ; bei anfangs trocken gesätt. Dampf

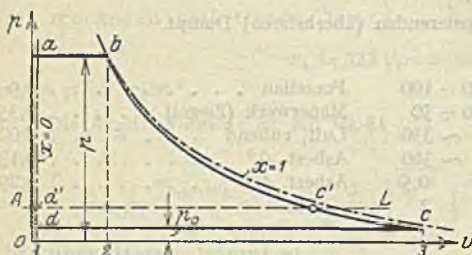


Abb. 1.

liegt Punkt  $b$  auf der Grenzkurve, dann wird der Dampf feucht, die Adiabate verläuft immer weiter ins Sättigungsgebiet mit  $x = 1,135$ ; bei überhitztem Dampf liegt  $b$  rechts der Grenzkurve, die Adiabate verläuft nur bei starker Überhitzung ganz rechts der Grenzkurve, meist wird letztere überschritten, der Dampf wird feucht. Der Gegendruck  $p_0$  liegt entweder über Atmosphärendruck — Arbeit mit Auspuff, oder unter 1 at abs. — Arbeit mit Kondensation.

Die Arbeit  $L$  des Kreisprozesses für 1 kg Dampf läßt sich aus der Fläche ermitteln oder rechnerisch bestimmen, da nach (585), Gl. 77

$$L = Pv + \frac{Pv}{x-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] - P_0 v_0 = \frac{x}{x-1} P \cdot v \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] . \quad 1$$

Die Arbeit des Dampfes erreicht den Höchstwert, wenn der Kreisprozeß aus umkehrbaren Zustandsänderungen besteht und in den Zustand völligen Gleichgewichts, d. h. auf den tiefsten gegebenen Zustand, also den Druck und die Temperatur der Umgebung bzw. des Kühlwassers führt.

(589) **Der theoretische Kreisprozeß** der Dampfmaschine kann wie folgt stattfinden. Es wird z. B. 1 kg Wasser mit der Temperatur der Umgebung

— Punkt *d* im *p**v*-Diagramm, Abb. 1, bzw. im *T**s*-Diagramm, Abb. 2, im Zylinder durch Zufuhr der Flüssigkeitswärme auf die dem Druck *p* entsprechende Siedetemperatur *t* gebracht — Punkt *a*, und durch Zufuhr der Verdampfungswärme *r* in trocken gesätt. Dampf (oder feuchten bzw. überhitzten, wenn nur *x* *r*, bzw. wenn noch die Überhitzungswärme zugeführt wird) verwandelt — Punkt *b*. Hierbei wird durch Volumenänderung die Volldruckarbeit geleistet. Nun folgt adiabatische Expansion, Linie *b**c*, die, um die Temperatur *t*<sub>0</sub> der Umgebung zu erreichen, unter den atmosphärischen, auf einen der Temperatur *t*<sub>0</sub> entsprechenden Druck *p*<sub>0</sub> führen muß — Punkt *c* in Abb. 1 und 2. Nun erfolgt Wärmeentziehung bei konst. Druck *p*<sub>0</sub> bis zur vollständigen Verflüssigung — Punkt *d* und dann Kompression bis auf 1 at abs.

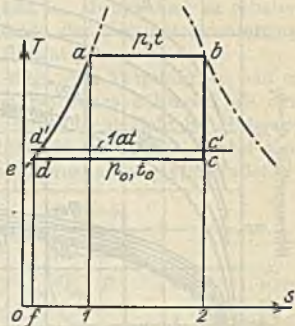


Abb. 2.

Tatsächlich geht der ganze Prozeß nicht im Zylinder vor sich, sondern es wird das Wasser vom Anfangszustand durch eine Speisepumpe auf den Druck *p* gebracht unter Erwärmung auf Siedetemperatur (Vorwärmer), die weitere Wärmezufuhr erfolgt im Kessel, dann wird der Dampf in den Zylinder geschoben — Volldruckarbeit, expandiert — Expansionsarbeit, und wird hinausgeschoben — Ausschubarbeit, in den Kondensator, wo die Wärmeentziehung und Verflüssigung erfolgt; endlich saugt die Kondensatpumpe die Flüssigkeit an und drückt sie auf atmosphärischen Druck. (Diese Arbeit ist die kleine schraffierte Fläche in Abb. 1 links unten).

(590) Das Arbeitsvermögen von 1 kg Dampf vom Druck *p* bei Expansion in der verlustlosen Maschine auf den Enddruck *p*<sub>0</sub> ist die Fläche *abcd* im *p**v*-Diagramm, Abb. 1, und die demselben äquivalente Wärme ist die Fläche *abcd* im *T**s*-Diagramm, Abb. 2. Die erstere ist

$$L = \int_{p_0}^p v dP$$

und da nach (567) Gl. 50  $dQ = di - A v dP$  und für adiabatische Zustandsänderung  $dQ = T ds = 0$  (wegen  $s = \text{konst.}$ ), so folgt:

$$i - i_0 = A \int_{p_0}^p v dP = AL \quad \dots \dots \dots 2$$

wenn *i* bzw. *i*<sub>0</sub> der Anfangs- bzw. der Wärmeinhalt am Ende der adiabatischen Expansion.

Somit ist das Arbeitsvermögen gleich der Differenz der Wärmeinhalte am Anfang und am Ende der adiabatischen Expansion.

Besonders einfach ist die Bestimmung des Arbeitsvermögens im *i**s*-Diagramm, Abb. 3, wo es als Wärmefälle *h*<sub>1</sub> = *i* - *i*<sub>0</sub> abgegriffen wird. Wie ersichtlich, ist die Arbeit des überhitzten Dampfes zwischen den gleichen Drücken größer als bei gesättigtem Dampf.

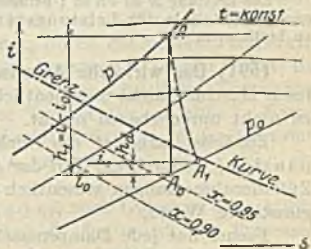


Abb. 3.

Das Arbeitsvermögen  $AL = h$ , nimmt mit zunehmenden Druck zu, Abb. 4, bei überhitztem Dampf jedoch nur bei genügend hoher Temperatur. Da der Wärmeaufwand mit höherem Anfangsdruck abnimmt, ist Anwendung höherer Drücke und Temperaturen vorteilhaft.



Die verfügbare Arbeit läßt sich auch ohne Diagramme durch Rechnung bestimmen, entweder aus der Beziehung nach Gl. 1 oder aus den Wärmemengen, Abb. 2, da  $AL = i - i_0$ , wobei  $i = i' + x r$  für feuchten,  $i = i''$  für trockenen und  $i = i'' + c_{pm} (t' - t)$  für auf  $t_0$  über-

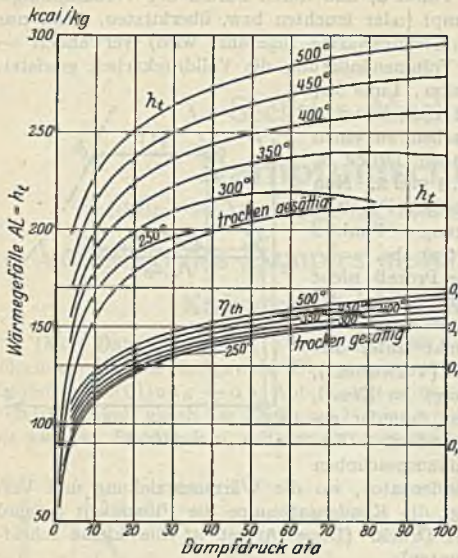


Abb. 4.

$$AL_{x=1} = 632 \frac{\log p - \log p_0}{6,87 - 0,9 \log p_0} \dots \dots \dots 3$$

Für feuchten Dampf ist  $(1 - x) (T_s - T_0) \cdot r / T$  abzuziehen, für überhitzten Dampf der Betrag von  $c_{pm} (t - t_s) - (s - s'') T_0 s = c_{pm} (t - t_s) - T_0 s c_{pm} \ln \frac{T}{T_s}$  zu dem Wert der Gl. 3 zu addieren.

Da 1 kcal = 427 mkg, so ist 1 kcal/s = 427/75 = 5,7 PS, oder 1 Pferdestärkenstunde = 75 · 3600 : 427 = 632,3 kcal/h (Stundenäquivalent einer PS). Dann ist die Leistung  $N = 5,7 AL \cdot G_s$  mit  $G_s$  kg/s Dampf.

Die Leistung  $N$  in PS in 1 Stunde, die 1 kg Dampf in der verlustlosen Maschine ergibt, ist nach den „Regeln für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen“ zu bestimmen.

(591) Das wirkliche Arbeitsdiagramm weicht vom Diagramm der verlustlosen Maschine nicht unwesentlich ab, da eine Reihe von Verlusten die Prozesse zu nicht umkehrbaren macht.

Zunächst arbeitet die wirkliche Maschine mit unvollständiger Expansion, wodurch ein Teil der Arbeit verloren geht, doch werden dadurch die Zylinderabmessungen wesentlich kleiner und die Füllungen erhalten praktisch günstigere Werte.

Ferner hat jede Dampfmaschine einen schädlichen Raum, der mit Abdampf gefüllt bleibt und beim Dampfeintritt mit Frischdampf gefüllt werden muß, der keine Volldruckarbeit leistet. Endlich kommen noch Wandungsverluste hinzu, die durch den Wärmeaustausch (s. (599)) bedingt sind.

Die Eintrittsspannung liegt tiefer als der Kesseldruck (s. (597)) wegen der Verluste in den Leitungen und im Absperrventil vor der Maschine.

Die Einström-(Füllungs-)linie  $ab$ , Abb. 5, verläuft abfallend wegen der Wandungswirkungen und geht infolge Drosselung im Einlaßorgan beim Abschließen mit einer Abrundung in die Expansionslinie  $bc$  über. Die

hitzen Dampf, wenn  $t$  die dem Druck  $p$  entsprechende Siedetemperatur, die ebenso wie  $i'$  und  $i''$  den Dampftabellen S. 553 zu entnehmen ist.

Analog läßt sich der Endwärmeinhalt  $i_0$  ermitteln, doch muß dazu der Zustand durch  $x_0$  oder durch  $t_0$  bei überhitztem Dampf bestimmt sein, wozu die Bedingung  $s = s_0$  dient, denn es ist nach (576) Gl. 67

$$s = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s}$$

und

$$s_0 = s_0' + x_0 (s_0'' - s_0')$$

für feuchten bzw.

$$s_0 = s_0'' + c_{pm} \ln \frac{T_0}{T_0 s}$$

für überhitzten Dampf, woraus  $x_0$  bzw.  $t_0$  ermittelt werden kann. (Die Bezeichnungen ohne Index 0 für  $p_0$ ;  $c_{pm}$  ist der Tabelle S. 552 zu entnehmen.)

Für trockenen Dampf ( $x = 1$ ) kann nach Mollier mit großer Genauigkeit gesetzt werden

Vorgänge während der Expansion sind sehr verwickelt, die Kurve ist keine Adiabate, sie ist für gesättigten Dampf zufällig fast genau eine gleichseitige Hyperbel (hier aber keine Isotherme!), für überhitzten Dampf eine Hyperbel höherer Ordnung,  $p v^n = \text{konst}$ , deren Exponent  $n$  von der Höhe der Überhitzung abhängt (s. S. 582).

Die Expansion wird nicht bis zum Hubende geführt, sondern das Auslaßorgan öffnet vor der Totlage — Vorausströmen  $cd$ , um den Ausschubdruck im Totpunkt zu erreichen, den Druckwechsel nicht im Hubwechsel zu erhalten und Stöße im Kurbeltrieb zu vermeiden. Die Größe des Vorausströmens hängt vom Expansionsenddruck  $p_e$  und von der Umlaufzahl ab.

Der eigentliche Austritt (Ausströmen)  $de$  folgt vom Totpunkt an und erfolgt wegen der Widerstände beim Ausschieben bei etwas höherem, als dem Außen- bzw. dem Kondensatordruck. Das Ausströmen geht nicht bis Hubende, sondern das Auslaßorgan wird viel vor dem Hubende geschlossen, wobei kurz vor dem Schließen infolge Drosselung ein kleiner Druckanstieg stattfindet.

Nun beginnt die Kompression  $ef$ ; dieselbe soll den Gang der Maschine sanfter machen durch Verzögern des Kolbens und ferner den Einfluß des schädlichen Raumes verringern, da bei vollständiger Kompression der schädliche Raum nicht mit Frischdampf gefüllt zu werden brauchte. Ferner vermindert die Kompression die Eintrittskondensation (s. (599)). Da andererseits die Kompression Arbeit erfordert und die Ungleichförmigkeit des Ganges der Maschine erhöht (661), wird sie nicht bis auf den Anfangsdruck getrieben

und nicht bis zum Hubende, sondern vor demselben öffnet das Einlaßorgan  $g$  für das Voreinströmen  $fa$ , das den vollen Druck in der Totlage ergibt und das Hineinstürzen von Frischdampf, das beim Öffnen in der Totlage stattfinden würde, sowie Druckwechsel im Hubwechsel vermeidet.

(592) Wirkungsgrade. Der thermische Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  ist das Verhältnis des Arbeitsvermögens  $AL$  zur gesamten zugeführten Wärme  $Q = i - i_0' \approx i - t_w$ , Fläche  $fdab2$ , Abb. 2, wenn  $t_w$  die Speisewassertemperatur:

$$\eta_{th} = AL : Q = (i - i_0) : (i - t_w).$$

Da  $i_0 =$  Fläche  $0edc2$  abgeführt wird, müßte zur Erhöhung des thermischen Wirkungsgrades diese Wärmemenge möglichst klein und andererseits  $i$  möglichst groß gemacht werden; eine Herabsetzung von  $i_0$  durch die untere Temperatur (Umgebungs- oder Kühlwassertemperatur) ist begrenzt. Jedoch kann das Arbeitsvermögen ohne Mehraufwand an Wärme und damit  $\eta_{th}$  vergrößert werden durch hohen Anfangsdruck bei genügend hoher Temperatur, s. Abb. 4. Ferner durch Speisewasservorwärmung durch Anzapfdampf, s. S. 927. Im  $i$ - $s$ -Diagramm läßt sich  $\eta_{th}$  durch Abgreifen von  $i - i_0 = h_t$  und Ablesen von  $i$  sehr einfach bestimmen.

Der indizierte (innere) Wirkungsgrad  $\eta_i$ , auch Gütegrad oder Völligkeitsgrad genannt, ist das Verhältnis der Arbeit  $L_i$  des wirklichen Prozesses, die gleich der Fläche des Indikatordiagramms ist — indizierte Arbeit — zur Arbeit  $L$  der verlustlosen Maschine

$$\eta_i = \frac{L_i}{L}.$$

Derselbe zeigt die Güte der Ausnutzung des Dampfes in der Maschine; durch Vergleich der Arbeitsflächen im  $p$ - $v$ - oder im  $T$ - $s$ -Diagramm („Völligkeit“) tritt  $\eta_i$  deutlich hervor.

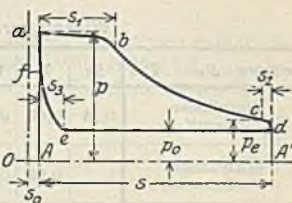


Abb. 5.



Das Verhältnis  $\eta_{thi} = AL_i : (i - t_n)$  wird häufig als indizierter thermischer Wirkungsgrad bezeichnet.

Der mechanische Wirkungsgrad  $\eta_m$ , der die mechanischen Verluste — Reibung, Stöße, Regler- und Schmierpressenantrieb — berücksichtigt, ist das Verhältnis der Nutz- oder effektiven Arbeit  $L_e$  zur indizierten

$$\eta_m = L_e : L_i = N_e : N_i = (N_i - N_v) : N_i,$$

wenn  $N_v$  die mechanische Verlustarbeit ist. Letztere nimmt mit der Belastung nur wenig zu, so daß bei Leerlauf  $\eta_m = 0$  ist und dann parabolisch mit der Belastung zunimmt. Größe der mech. Wirkungsgrade s. (598).

Der effektive (Nutz-) Wirkungsgrad  $\eta_e$  ist das Verhältnis der Nutzarbeit  $L_e$  zu der Arbeit der verlustlosen Maschine

$$\eta_e = L_e : L = (L_e : L_i) (L_i : L) = \eta_m \cdot \eta_i;$$

derselbe umfaßt alle Verluste in der Maschine.

#### Wirkungsgrade $\eta_e$ . Überschlagswerte.

| Leistung $N_n$ . . PS <sub>e</sub> | 50   | 75   | 100  | 200  | 300  | 400  | 600  | 800  | 1000 | 1200  | 1500 |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| Einzylinder-auspuff                | 0,58 | 0,62 | 0,68 | 0,73 | 0,76 |      |      |      |      |       |      |
| Einzylinder-kondensation           |      | 0,59 | 0,62 | 0,64 | 0,67 | 0,69 |      |      |      |       |      |
| Verbundmaschine mit Kondensation   |      |      | 0,53 | 0,59 | 0,63 | 0,66 | 0,69 | 0,70 | 0,71 | 0,715 | 0,72 |

Wird noch der Kesselwirkungsgrad  $\eta_k$  eingeführt, d. h. das Verhältnis der im Kessel nutzbar gemachten (an das Wasser abgegebenen) Wärme  $i - i_n$  zu der dazu in der Kohle zugeführten Wärme  $i_k$ , so kann

der wirtschaftliche (Gesamt-) Wirkungsgrad  $\eta_w$  gebildet werden, als Verhältnis der effektiven Arbeitswärme von 1 kg Dampf zur für 1 kg Dampf im Brennstoff zugeführten Wärme  $i_k$ .

$$\eta_w = \frac{AL_e}{i_k} = \frac{i - i_n}{i_k} \cdot \frac{AL}{i - i_n} \cdot \frac{AL_i}{AL} \cdot \frac{AL_e}{AL_i} = \eta_k \cdot \eta_{th} \cdot \eta_i \cdot \eta_m,$$

$\eta_k$ ,  $\eta_i$  und  $\eta_m$  liegen bei etwa 0,80, nur  $\eta_{th}$  liegt tief und zieht den Gesamtwirkungsgrad herab.

Der wirtschaftliche Wirkungsgrad dient zum Vergleich der Dampfmaschine mit den Verbrennungskraftmaschinen; für erstere ist  $\eta_w$  bei guten Maschinen bis 20 at 0,16—0,2, bei Hochdruckdampf 0,25—0,23 (Anzapfvorwärmung), während bei Gasmaschinen  $\eta_w = 0,28$  und bei Dieselmotoren  $\eta_w = 0,35$  erreicht wird.

Um  $\eta_{th}$  und  $\eta_i$  ermitteln zu können, muß der Verlauf des zum Vergleich herangezogenen verlustlosen Prozesses festgelegt werden, da ein einheitlicher Vergleichsprozeß nicht besteht, sondern folgende in Betracht kommen. Es ist deshalb bei den Wirkungsgraden stets anzugeben, welcher Vergleichsprozeß zugrunde gelegt wurde.

(593) Vergleichsprozesse. 1. Der Carnot-Prozeß mit 2 Adiabaten und 2 Isothermen könnte nur durchgeführt werden, wenn während der isothermischen Expansion Wärme zugeführt würde, was bei überhitztem Dampf praktisch nicht möglich ist. Dieser Prozeß wird deshalb nicht mehr herangezogen, obgleich er die günstigste Wärmeausnutzung hat. Annäherung wird durch Anzapfvorwärmung erreicht.

2. Vergleichsprozess nach Clausius-Rankine. Derselbe entspricht dem Prozeß einer idealen Maschine (588), in der keine nicht umkehrbaren Zustandsänderungen vorkommen; keine Wandungswirkungen, keine Verluste

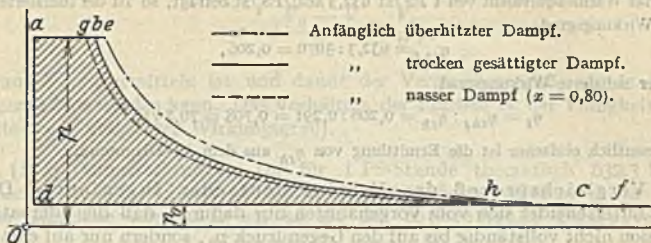


Abb. 6.

durch Strahlung oder Leitung, kein schädlicher Raum, kein Spannungsabfall beim Eintritt, kein erhöhter Gegendruck, kein Drosseln, vollständige adiabatische Expansion bis auf den Austrittsdruck, vollständiger Ausschub (keine Kompression). Das Speisewasser gelangt mit der Temperatur des ausströmenden Dampfes in den Kessel.

Abb. 6 zeigt diesen Prozeß im  $p v$ -Diagramm, Abb. 7 das zugehörige Wärmediagramm für feuchten Dampf ( $gh$  bzw.  $GH$ ), für trockenen Dampf ( $bc$  bzw.  $BC$ ) und für überhitzten Dampf ( $ef$  bzw.  $EF$ ). Die Arbeit kann nach den Gl. 1, 2 und 3 bestimmt werden.

Beispiel. Es sei für eine Dampfmaschine die indizierte Leistung  $N_i = 200 \text{ PS}_i$ , wenn  $p = 10,5 \text{ at abs.}$ ,  $t = 320^\circ \text{ C}$  ( $T = 593^\circ$ ),  $p_0 = 0,08$  der gemessene Dampfverbrauch  $D_i = 4,40 \text{ kg/PS}_i/\text{st}$ ; zu bestimmen der thermische und der indizierte Wirkungsgrad.

Nach den Tabellen S. 558 ist für  $p = 10,5 \text{ at}$  die Sättigungstemperatur  $t_s = 181,2^\circ \text{ C}$ ,  $T_s = 454,2^\circ$ , die Flüssigkeitswärme  $i' = 183,5 \text{ kcal/kg}$ ,  $r = 481,2 \text{ kcal/kg}$  und für  $p_0 t_0 = 41,1^\circ$ :  $i_0' = 41,1 \text{ kcal/kg}$ ,  $r_0 = 572,8 \text{ kcal/kg}$ .  $c_{pm}$  ist aus Tabelle S. 552 zu entnehmen. Damit ist

$$i = i' + r + c_{pm}(t - t_s) = 183,5 + 481,2 + 0,533(320 - 181,2) = 738,5 \text{ kcal/kg}$$

und da

$$s = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s} = 1,5745 + 0,533(\ln 593 - \ln 454,2) = 1,7166$$

kleiner ist als  $s_0'' = 1,9642$ , so liegt der Endzustand der adiabatischen Expansion im Sättigungsgebiet und aus  $s = s_0$  oder  $1,7166 = s_0' + x_0(s_0'' - s_0')$  folgt

$$x_0 = \frac{1,7166 - s_0'}{s_0'' - s_0'} = \frac{1,7166 - 0,1411}{1,9642 - 0,1411} = 0,863.$$

Damit ist

$$i_0 = i_0' + x_0 r_0 = 41,1 + 0,863 \cdot 573,4 = 535,6 \text{ kcal/kg}$$

und

$$AL = i - i_0 = 738,5 - 535,6 = 202,9 \text{ kcal/kg}$$

die Erzeugungswärme ist mit  $t_n = t_0 = 41,1$

$$i - t_0 = 738,5 - 41,1 = 697,4 \text{ kcal/kg.}$$

Der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{202,9}{697,4} = 0,291 = 29,1 \text{ vH.}$$

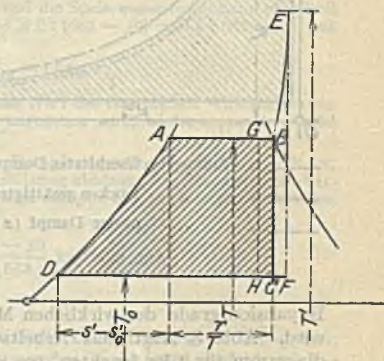


Abb. 7.



Der Wärmeverbrauch der Maschine ist

$$4,40 \cdot 697,4 = 3070 \text{ kcal/PS}_i/\text{st}$$

und da das Wärmeäquivalent von 1 PS/st 632,3 kcal/PS/st beträgt, so ist der indizierte thermische Wirkungsgrad

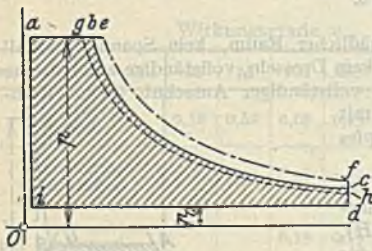
$$\eta_{thi} = 632,3 : 3070 = 0,206,$$

somit der indizierte Wirkungsgrad

$$\eta_i = \eta_{thi} : \eta_{th} = 0,206 : 0,291 = 0,708 = 70,8 \text{ vH.}$$

Wesentlich einfacher ist die Ermittlung von  $\eta_{th}$  aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm.

3. Vergleichsprozeß des Vereins deutscher Ingenieure. Dieser Prozeß unterscheidet sich vom vorgenannten nur dadurch, daß die adiabatische Expansion nicht vollständig bis auf den Gegendruck  $p_0$ , sondern nur auf eine dem



— — — — — Anfänglich überhitzter Dampf.  
 — — — — — „ trocken gesättigter Dampf.  
 - - - - - „ nasser Dampf ( $x = 0,80$ ).

Abb. 8.

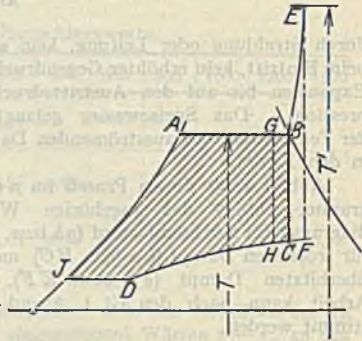


Abb. 9.

Expansionsgrade der wirklichen Maschine entsprechende Spannung  $p_e$  getrieben wird. Abb. 8 zeigt das Arbeitendiagramm, Abb. 9 das zugehörige Wärmediagramm für 1 kg feuchten, trocken gesättigten und überhitzten Dampf.

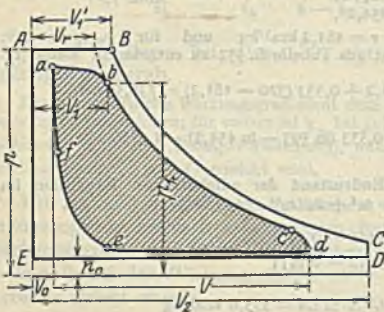


Abb. 10.

Um den Expansionsgrad zu ermitteln, wird der Vergleichsprozeß über das aufgenommene Indikatorgramm verzeichnet, Abb. 10. Dazu bestimmt man aus dem gemessenen Dampfverbrauch  $D_i$  kg/PS<sub>i</sub>/st den Verbrauch für ein Arbeitsspiel einer Kolbenseite

$$D = D_i N_i : 60 \cdot n \cdot 2 \text{ kg}$$

und mit dem spez. Volumen  $v$  beim Druck  $p$  nach (574) Gl. 59 oder (575) Gl. 63 ist das theoretische Füllungs-volumen  $V_1' = v \cdot D$  m<sup>3</sup> für ein Arbeitsspiel. Dieses Volumen wird im Maßstab, den man aus dem Hub-

volumen und der Diagrammlänge ermittelt, über dem Indikatorgramm, Abb. 10, eingetragen, so daß die Ordinatenachse in der Entfernung  $V_0$ , entsprechend dem schädlichen Raum, vom Diagrammanfang  $a$  liegt. Nun wird durch Rückwärtszeichnen der Expansionslinie bis zum vollen Anfangsdruck  $p$  (vor dem Absperrventil) das auf den Druck  $p$  reduzierte Füllungs-

volumen  $V_r$  gefunden oder durch Rechnung nach der gleichzeitigen Hyperbel aus  $V_r p = V_1 p_1$  ermittelt.

Dann ist das Expansionsverhältnis

$$\epsilon = \frac{V_0 + V}{V_r} = \frac{V_2}{V_1'}$$

woraus  $V_2$  zu ermitteln ist und damit der Vergleichsprozeß, wie in Abb. 10 eingezeichnet werden kann. Das Verhältnis der Flächen ist der Völligkeitsgrad  $\eta$  (Güte- oder indizierter Wirkungsgrad).

(594) **Dampfverbrauch.** Da für 1 PS-Stunde theoretisch 632,3 WE erforderlich sind, die Leistung von 1 kg Dampf (Arbeitsvermögen) in der verlustlosen Maschine aber  $AL$  ist, so ist der theoretische Dampfverbrauch

$$D_{th} = 632,3 : AL \text{ kg/PS/h} \dots\dots\dots 4$$

Der Dampfverbrauch gibt kein genaues Bild von der Güte der Maschine, da derselbe vom Dampfzustand abhängt. Zur schnellen Beurteilung kann man aber doch nach dem Dampfverbrauch gehen, da der Wärmeinhalt bei Sattdampf nicht sehr verschieden ist (z. B.  $i'' = 655$  WE/kg bei 4 at,  $i'' = 661$  bei 7 at und  $i'' = 667$  bei 15 at, 666,6 bei 40 at, 640 bei 100 at).

Wird ein mittlerer Wert  $i'' = 662$  angenommen und die Spisewassertemperatur im Mittel zu  $t_w = 30^\circ$  gesetzt, so ist  $\eta_{th} = AL : (i'' - t_w) = AL : (662 - 30) = AL : 632$  und mit  $AL$  aus Gl. 4 folgt

$$\eta_{th} = 1 : D_{th} \text{ oder } D_{th} = 1 : \eta_{th}$$

d. h. der theoretische Dampfverbrauch ist der reziproke Wert des thermischen Wirkungsgrades. Da meist der indizierte Dampfverbrauch  $D_i$  angegeben wird, so ist  $\eta_{thi} = 1 : D_i$  und  $D_i = 1 : \eta_{thi}$ .

Bei überhitztem Dampf kann nicht nach dem Dampfverbrauch, wie er festgestellt ist, geurteilt werden, da der Wärmeinhalt  $i$  von der Überhitzung abhängig ist. Um aber zum Vergleich den Dampfverbrauch heranziehen zu können, wird derselbe auf den Zustand gesättigten Dampfes reduziert:

$$D_{ri} = D_i \frac{i - t_w}{i'' - t_w} \simeq D_i \frac{i - 30}{632} \text{ kg/PS}_i/\text{h}$$

womit wieder  $\eta_{thi} \simeq 1 : D_{ri}$ .

Bei Dampfmaschinen wird meist der indizierte Dampfverbrauch angegeben, da die indizierte Leistung bequem gemessen werden kann (598), jedoch ist der effektive (oder Nutz-)Dampfverbrauch  $D_e$  für die praktische Beurteilung der Maschine wichtig.

$$D_e = 632,3 : AL_e = 632,3 : AL \eta_e \text{ kg/PS}_e/\text{h}$$

Dieser Dampfverbrauch kann mit dem Wärmegefälle (Arbeitsvermögen) aus dem  $is$ -Diagramm oder aus Abb. 4 nach Schätzung des  $\eta_e$  (s. (592)) festgestellt werden.

(595) **Die Bestimmung des Dampfverbrauches aus dem Indikatordiagramm** (abgenommenen oder entworfenen). Der indizierte Dampfverbrauch besteht aus dem nutzbaren Dampfverbrauch und den Dampfverlusten.

Der nutzbare Dampfverbrauch läßt sich aus dem Indikatordiagramm ermitteln. Die wirksame Füllung  $s_1$  wird durch Verlängern der Füllungsline und der Expansionsline bis zum Schnitt, Abb. 11, gefunden. Mit dem Füllungsgrad  $\epsilon_1 = s_1 : s$  und dem Koeffizienten des schädlichen Raumes  $\epsilon_0 = s_0 : s$ , worin  $s$  die Diagrammlänge, ist das Füllungsvolumen  $V_1 = \epsilon_1 V$  und das Volumen des schädlichen Raumes  $V_0 = \epsilon_0 V$ , wenn  $V$  das Hubvolumen. Ohne Berücksichtigung der Kompression ist das pro Hub gefüllte Volumen  $V_0 + V_1 = V (\epsilon_0 + \epsilon_1) = FS (\epsilon_0 + \epsilon_1)$  und das gefüllte Gewicht  $(V_0 + V_1) \gamma_1 = V (\epsilon_0 + \epsilon_1) \gamma_1$  kg. Hiervon ist das zu Beginn der Kompression im Zylinder verbleibende Dampfgewicht abzuziehen:  $(V_0 + V_2) \gamma_2 = V (\epsilon_0 + \epsilon_2) \gamma_2$  kg, wenn  $\epsilon_2 = s_2 : s$ , Abb. 11, der Kompressionsgrad und  $\gamma_2$  die Dichte bei Kompressionsbeginn, so daß pro Hub das Dampfgewicht  $G_H = V (\epsilon_0 + \epsilon_1) \gamma_1 - V (\epsilon_0 + \epsilon_2) \gamma_2$  in den Zylinder tritt und in der Stunde bei  $2 n$  60 Hübten

$$G_{st} = 2 n 60 V [(\epsilon_0 + \epsilon_1) \gamma_1 - (\epsilon_0 + \epsilon_2) \gamma_2] \text{ kg/h}$$



Ist  $F$  die nutzbare Kolbenfläche (598) und  $S$  der Kolbenhub, so ist  $V = FS$  und der nutzbare Dampfverbrauch für 1 PS<sub>1</sub>-Stunde

$$D_i = G_{st} : N_i = 2n60FS[(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - (\varepsilon_0 + \varepsilon_2)\gamma_2] : N_i$$

oder, da  $Sn : 30 = c_m$  die mittlere Kolbengeschwindigkeit und  $N_i = 10\,000 p_i F c_m : 75$  mit  $F$  in m<sup>2</sup>,

$$D'_i = \frac{27}{p_i} [(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - (\varepsilon_0 + \varepsilon_2)\gamma_2] \text{ kg/PS}_1/\text{h.}$$

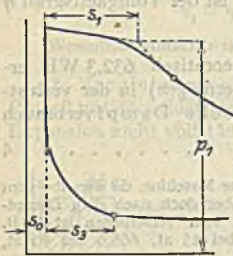


Abb. 11.

Die Dichte  $\gamma_1$  des eintretenden Dampfes ist entsprechend dem Zustand zu bestimmen; die Dichte  $\gamma_2$  des austretenden Dampfes ist bei Auspuffmaschinen  $\gamma_2 \approx 0,66$ , bei Kondensationsmaschinen  $\gamma_2 \approx 0,137$ .

Als Dampfverluste kommen noch hinzu:

a) der Abkühlungsverlust  $D_i''$ , der von dem Dampfzustand und den Wandungswirkungen abhängig ist; derselbe kann angenommen werden zu  $D_i'' = 0,2 D_i'$  bei Sattdampf und  $D_i'' = 0,02 D_i'$  bis  $0,01 D_i'$  bei hoher Überhitzung. Für Zweizylinderheißdampfmaschinen ist  $D_i'' = 0,04 - 0,02 D_i'$  und für Dreizylinderheißdampfmaschinen  $D_i'' = 0,06 - 0,03 D_i'$ , abnehmend mit höherer Temperatur.

b) Der Lässigkeits-(Undichtheits-)verlust  $D_i'''$  kann für Einzylindersattdampfmaschinen rund zu 1 kg, für Heißdampfmaschinen zu 0,7 kg angenommen werden; für Zweizylindermaschinen etwa das 0,8 fache, für Dreizylindermaschinen das 0,7 fache der obigen Werte.

Der gesamte Dampfverbrauch für 1 PS<sub>1</sub>/h ist somit

$$D_i = D_i' + D_i'' + D_i''' \text{ kg/PS}_1/\text{h.}$$

Die Speiswassermenge ist bei Sattdampf um 5 bis 10 vH. größer, wegen des Kondenswassers in den Rohrleitungen.

(596) Der Wärmeverbrauch für 1 PS<sub>1</sub>/h wird angegeben, um den Vergleich mit anderen Wärmekraftmaschinen ziehen zu können. Nachstehende Zahlentafel gibt einige Werte für Leistungen von 100 bis 500 PS<sub>1</sub> (die größeren Werte gelten für kleinere Leistungen).

Kohle- und Wärmeverbrauch für 1 PS<sub>1</sub>/h (abnehmend mit wachsender Leistung, Heizwert = 7500 kcal und Kesselwirkungsgrad = 75 vH. angenommen).

| Einzylindermaschine | Auspuffmaschinen |           | Kondensationsmaschinen |           |
|---------------------|------------------|-----------|------------------------|-----------|
|                     | Sattdampf        | Heißdampf | Sattdampf              | Heißdampf |
| Wärmeverbrauch WE   | 6000—9000        | 4700—5100 | 4700—5000              | 3800—4000 |
| Kohleverbrauch kg   | 1,125—1,8        | 0,95—1,00 | 0,95—1,00              | 0,76—0,88 |

| Kondensationsmaschinen | Zweizylinder Heißdampf | Dreizylinder Heißdampf |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| Wärmeverbrauch WE      | 3000—3200              | 2900—3200              |
| Kohleverbrauch kg      | 0,585—0,64             | 0,56—0,625             |

(597) Entwurf des Diagramms der Einzylindermaschinen. Die Basis (Kolbenhub)  $s$ , Abb. 12, wird im Diagramm meist zu 100 mm — auch 120 oder 150 mm — und der Druckmaßstab so gewählt, daß die Diagrammhöhe etwa 0,7 der Länge wird.

Die Größe des schädlichen Raumes, der in vH. des Hubvolumens bzw. des Kolbenhubes angegeben wird,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_0 : s$ , kann angenommen werden:

$\varepsilon_0 = 0,05$  bis  $0,10$ , im Mittel  $0,08$  für Flachschieber (für kurze Dampfkanäle  $\varepsilon_0 = 0,03$  bis  $0,06$ ).

$\varepsilon_0 = 0,07$  bis  $0,16$ , im Mittel  $0,12$  für Kolbenschieber,

$\varepsilon_0 = 0,05$  „  $0,10$  „ „  $0,07$  „ Ventile,

$\varepsilon_0 = 0,03$  „  $0,06$  „ „  $0,04$  „ Drehschieber (Corlißhähne).

Kleine Maschinen und großes Verhältnis Hub zu Durchmesser haben verhältnismäßig größeren schädlichen Raum, als große Maschinen und kurzer Hub.

Die Eintrittsspannung (Admissionsdruck)  $p$  ist kleiner als der Druck  $p_k$  im Kessel, wegen des Spannungsverlustes in der Rohrleitung.

Es ist etwa

$p = 0,87 p_k - z$  für Maschinen mit Drosselregelung,

$p = 0,92$  bis  $0,95 p_k - z$  für solche mit vom Regler beherrschter Steuerung

zu nehmen, wenn  $z$  den Druckverlust (in  $\text{kg/cm}^2$ ) in der Dampfleitung bezeichnet. Derselbe kann nach Eberle für gesättigten und überhitzten Dampf

$$z = \frac{10,5}{10^8} \gamma \frac{l}{d} w^2$$

gesetzt werden; hierin bedeutet

$\gamma$  das spez. Gewicht des Dampfes in  $\text{kg/m}^3$  bei der in der Leitung herrschenden mittleren absoluten Spannung in  $\text{kg/cm}^2$ ,

$l$  die Länge und  $d$  den lichten Durchmesser der Leitung in m,

$w$  die mittlere Dampfgeschwindigkeit in m/sek.

Bei kurzen Leitungen mit genügender Weite und Dampfesseln mit großem Wasserinhalt wird  $z$  gewöhnlich  $0,25$  at nicht überschreiten.

In der Leitungslänge  $l$  sind Krümmen und Ventile zu berücksichtigen, für je ein Ventil kann 17 bis 20 m Rohr angenommen werden.

Die Füllungslinie verläuft abfallend mit einer Neigung von 10 bis 15 vH. und geht wegen der Drosselung bei Schließen des Einlaßorgans mit größerer oder kleinerer Abrundung in die Expansionslinie über. Um hierbei die gleiche Expansionslinie zu erhalten, muß die wirkliche Füllung größer sein als ohne jedes Drosseln, d. h. als die sog. „wirksame“ Füllung, s. (595) und Abb. 11.

Die Größe der Füllung wird durch wirtschaftliche Rücksichten bestimmt, da kleine Füllung bei gleicher Leistung geringeren Dampfverbrauch, aber größere Zylinder, d. h. teurere Anlage ergibt, jedoch wird bei zu weit getriebener Expansion der Gewinn im Verhältnis zu den höheren Anschaffungskosten zu gering. Meist wird der Enddruck  $p_e$  der Expansion angenommen,  $p_e = 1,5$  bis  $1,9$  ata bei Auspuffmaschinen und  $p_e = 0,6$  bis  $1,0$  ata bei Kondensationsmaschinen, und dann erhält man durch Rückwärtskonstruktion der Expansionslinie die „normale“ Füllung, die für die normale Leistung angenommen wird. Bei überhitztem Dampf kann die Füllung kleiner gewählt werden, wegen geringerer Eintrittskondensation, obgleich infolge steileren Verlaufes der Expansionslinie die Rückwärtskonstruktion größere Füllungen ergibt.

Die größte Füllung muß die Maximalleistung ergeben, unter Umständen sind hiernach die Zylinderabmessungen zu bestimmen. Je größer die Füllung an sich, um so geringer die Zunahme der Diagrammfläche. Deswegen geht man meist nicht über 50 vH. Die wirksame Füllung ist hierbei je nach Bauart der Steuerung verschieden. Bei einigen Maschinengattungen kommt für die Wahl der größten Füllung noch das erforderliche Kraftmoment beim Anfahren in Frage (Lokomotiven, Walzenzugs- und Fördermaschinen).

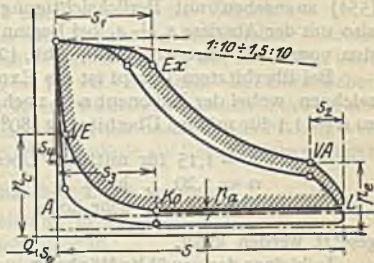


Abb. 12.



Die kleinste Füllung muß meist unabhängig von der verlangten kleinsten Leistung der Forderung genügen, daß bei Aufhören des Widerstandes der Regler das Durchgehen der Maschine verhüten kann; zuweilen genügt dazu Nullfüllung nicht, dann muß auch das Voreinströmen unterbleiben — bei Kondensationsmaschinen und bei großem schädlichen Raum — absolute Null (oder 00)-Füllung.

Die Expansionslinie ist bei gesättigtem (oder sehr wenig überhitztem) Dampf praktisch zufällig fast genau eine gleichseitige Hyperbel, die, wie unter (554) angegeben mit Berücksichtigung des Volumens des schädlichen Raumes, also mit der Abszisse  $s_0 + s_1$  bei Beginn, oder  $s_0 + s - s_2$  am Ende der Expansion vom Koordinatenanfang 0, Abb. 12, zu zeichnen ist.

Bei überhitztem Dampf ist die Expansionslinie als Polytrope nach (556) zu zeichnen, wobei der Exponent  $n$  je nach Größe der Füllung und der Überhitzung zu  $n = 1,1$  für mäßige Überhitzung ( $80^\circ$  bei großen,  $100^\circ$  bei kleinen Füllungen),

|            |                          |                                     |
|------------|--------------------------|-------------------------------------|
| $n = 1,15$ | für mittlere Überhitzung | ( $100^\circ$ bzw. $120^\circ$ ),   |
| $n = 1,20$ | „ hohe                   | „ ( $120^\circ$ bzw. $140^\circ$ ), |
| $n = 1,25$ | „ sehr hohe              | „ ( $140^\circ$ bzw. $160^\circ$ ), |

gesetzt werden kann.

Je kleiner der gewählte Winkel  $\alpha$ , um so enger liegen die ermittelten Punkte. Sehr genau zeichnen! Werte des  $\operatorname{tg} \beta$  für verschiedene  $\operatorname{tg} \alpha$  und  $n$  s. S. 541.

Die Vor-Ausströmung  $\varepsilon_2 = s_3 : s$  (bei VA beginnend) ist so groß zu wählen, daß der Dampfdruck bis zum Hubwechsel nahezu auf die Ausströmspannung  $p_a$  herabsinken kann; sie muß um so früher beginnen, je schneller die Maschine läuft, doch ist auf die von ihrer Größe ebenfalls abhängige Kompression Rücksicht zu nehmen. Man gibt bei Auspuffmaschinen etwa 5 bis 10 vH., bei Kondensationsmaschinen etwa 7 bis 20 vH., unter Umständen noch mehr Voraustritt (Hochdruck- bzw. Mitteldruckzylinder mehrfacher Expansionsmaschinen erhalten wegen der geringen in Betracht kommenden Druckunterschiede entsprechend kleineres Vorausströmen, 2 bis 5 vH.).

Bei sehr kleiner Füllung ist aber bei Auspuffmaschinen großes Vorausströmen vorteilhaft, damit die Expansion nicht unter die Austrittsspannung führt und Schleifenbildung vermieden wird (s. Abb. 1011). Die Vorausströmlinie ist nach Gefühl etwa nach Abb. 12 einzuzeichnen. Das Ausströmen soll möglichst ungehindert erfolgen, da jede Drosselung Drucksteigerung und Verlust an Diagrammfläche nach sich zieht; deshalb muß die Austrittsspannung schon zu Beginn der Ausströmung (also im Totpunkt) erreicht werden.

Der Gegendruck während der Ausströmung beträgt bei Auspuffmaschinen etwa 1,15 bis 1,2, bei Kondensationsmaschinen etwa 0,15 bis 0,2 at a. Bei ungehindertem Austritt (weite und kurze Auspuffrohre) verläuft die Ausströmlinie wagerecht und steigt nur gegen Schluß der Periode etwas an, und zwar um so mehr, je schleichender der Kanalschluß, und um so weniger, je plötzlicher derselbe erfolgt.

Die Kompressionslinie (bei K<sub>0</sub> beginnend) wird als gleichseitige Hyperbel aufgezeichnet. Der Kompressionsenddruck  $p_c$  muß, um Druckwechsel im Triebwerke noch vor dem Hubwechsel und damit einen ruhigen Gang der Maschine zu erzielen, den Verzögerungsenddruck der Triebwerkmassen überwiegen (vgl. (641)); er darf jedoch die Spannung des Einströmdampfes nicht erreichen, sondern muß unter dieser bleiben. Für normale Auspuffmaschinen kann die Endspannung der Kompression bis zu etwa  $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$  der Einströmspannung genommen werden; bei Kondensationsmaschinen beträgt die Endspannung der Kompression selten mehr als 2 ata. Kondensationsmaschinen, die auch mit Auspuff arbeiten müssen, erhalten in der Regel nur so viel Kompression, als für Auspuffbetrieb noch zulässig ist, oder Einrichtungen für rasches Ändern des Kompressionsgrades — stellbare Exzenter, Daumenscheiben, Lenker oder dergl. Je niedriger die Austrittsspannung  $p_a$ , desto

früher muß die Kompression beginnen, um den gewünschten Enddruck  $p_c$  zu erreichen. Die Wandungswirkungen verringern den Kompressionsenddruck, da der tatsächliche Verlauf von der gleichseitigen Hyperbel häufig stark abweicht. Als vorläufiger Anhalt kann angenommen werden:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = s_3 : s &= 0,06-0,14 \text{ bei Hochdruckzylindern,} \\ &= 0,08-0,20 \text{ ,, Auspuffmaschinen,} \\ &= 0,18-0,30 \text{ ,, Kondensationsmaschinen,} \end{aligned}$$

und zwar bei kleinem schädlichen Raum näher den unteren Werten.

Die Vor-Einströmung hängt von der Größe des schädlichen Raumes der Kompression und dem Eröffnungsgesetze der Steuerung ab; im Mittel kann dieselbe  $\varepsilon_4 = s_4 : s = 0,005$  bis  $0,015$  (0,5 bis 1,5 vH.) betragen. Bei Einschieber-Expansionssteuerungen kann das  $\sqrt{E}$  bei kleinen Füllungen wesentlich größer ausfallen, wodurch aber zu hoher Kompressionsenddruck und Schleifenbildung vermeiden wird. Im Diagramm wird die Vor-Einströmlinie als Gerade eingezeichnet.

(598) Berechnung der Einzylindermaschinen. Es bezeichne

$N_n$  die Nutz-,  $N_i$  die indizierte Leistung in PS,

$\eta_m = N_n / N_i$  den mechanischen Wirkungsgrad,

$F, F'$  die nutzbaren Kolbenflächen auf Deckel- bzw. Kurbelseite in qcm,

$D$  die Zylinderbohrung in cm,

$S$  den Kolbenhub in m,

$p_i, p_i'$  die mittlere indizierte Spannung in kg/cm<sup>2</sup>,

$c_m$  die mittlere Kolbengeschwindigkeit in m/sek.,

$n$  die Umlaufzahl der Maschine in der Minute.

Dann ist:

$$N_i = (p_i F + p_i' F') S n : 60 \cdot 75 \text{ PS}_i \dots \dots \dots 5$$

und mit  $c_m = S n : 30$  und  $N_n = \eta_m N_i$ .

$$N_n = \eta_m (p_i F + p_i' F') c_m : 2 \cdot 75 \dots \dots \dots 6$$

Ist  $F = F'$  und  $p_i = p_i'$ , so folgt:

$$N_n = \eta_m \frac{c_m}{75} F p_i = \eta_m \frac{S n F p_i}{30 \cdot 75} \text{ PS}_c \dots \dots \dots 6a$$

Für neu zu entwerfende Maschinen ist

$$F = 75 \frac{N_i}{p_i c_m} = 75 \frac{N_n}{\eta_m p_i c_m} \dots \dots \dots 7$$

Berücksichtigt man die Kolbenstange, deren Querschnitt im Mittel 1,5 bis 3 vH. der Kolbenfläche beträgt, so ist der erforderliche Zylinderquerschnitt

$$\varphi F = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 1,015 F \text{ bis } 1,03 F$$

und der Durchmesser

$$D = \sqrt{\frac{\varphi F 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{75 N_n 4 \varphi}{\eta_m p_i c_m \pi}} \text{ cm}$$

oder

$$D = \sqrt{\frac{75 N_n 4 \cdot 30 \varphi}{\eta_m p_i S n \pi}} = 53,5 \sqrt{\frac{N_n \varphi}{\eta_m p_i S n}} \text{ cm} \dots \dots \dots 8$$

Für ausgeführte Maschinen wird  $N_n$  durch Bremsung gemessen und  $N_i$  durch Indizieren nach Gl. 5 ermittelt, wonach für die Maschine  $\eta_m = N_n : N_i$  bei verschiedenen Belastungen bestimmt wird.



Für neu zu entwerfende Maschinen kann  $\eta_m$  nach Erfahrungswerten geschätzt werden, je nach Ausführung, Steuerungsarbeit und Größe der Maschine; folgende Werte entsprechen praktischen Ausführungen.

| Leistung $N_n$ PS <sub>e</sub>                               | 10                  | 50                  | 75                  | 100                 | 300                 | 500                 | 750                 | 1000                |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Auspuffmaschine<br>$\eta_m =$                                | 0,82<br>bis<br>0,87 | 0,83<br>bis<br>0,88 | 0,84<br>bis<br>0,89 | 0,85<br>bis<br>0,90 | 0,86<br>bis<br>0,91 | 0,87<br>bis<br>0,92 | 0,88<br>bis<br>0,93 | 0,89<br>bis<br>0,94 |
| Einzylinder<br>Kondens.-Maschine <sup>1)</sup><br>$\eta_m =$ | 0,79<br>bis<br>0,84 | 0,80<br>bis<br>0,85 | 0,81<br>bis<br>0,86 | 0,82<br>bis<br>0,87 | 0,84<br>bis<br>0,89 | 0,85<br>bis<br>0,90 | 0,86<br>bis<br>0,91 | 0,87<br>bis<br>0,92 |

Der mittlere indizierte Druck  $p_i$  kann aus dem Indikatordiagramm ermittelt werden durch Planimetrieren oder auf folgende Weise, Abb. 13: Man teilt die Länge des Diagramms in 10 gleiche Teile, die Ordinaten seien  $y_1$  bis  $y_9$ . Den ersten und letzten Teil teilt man noch in 4 Teile und mißt  $y_0$  und  $y_{10}$  im ersten bzw. letzten Viertel. Dann ist die mittlere Diagrammhöhe

$$y = \frac{1}{10} \left( \frac{y_0 + y_{10}}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 \right)$$

und daraus mit dem Kräftemaßstab  $1 \text{ mm} = a \text{ kg}$  folgt  $p_i = y \cdot a \text{ kg/cm}^2$ .

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m = \frac{S n}{30}$  wählt man je nach Maschinengröße 2 bis 3 m/sek, bei großem Hub (über 0,8 m) bis 4 m/sek.

Vorläufige Kolbengeschwindigkeiten für normale Umlaufzahlen:

| Leistung PS <sub>e</sub> | bis 25 | 50  | 75  | 100 | 150 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
|--------------------------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Einzylindermaschinen     | 1,4    | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 2   | 2,1 | 2,2 | 2,2 | 2,3 | 2,5 |     |
| Verbundmaschinen         |        | 1,6 | 1,7 | 1,9 | 2   | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,8 |

für Schnellläufer bis  $1,4 c_m$ .

Der Kolbenhub  $S$  beträgt bei liegenden gewöhnlichen Betriebsmaschinen mit  $n = 90$  bis  $160$

$$S = 1,5 D \text{ bis } 2 D$$

bei Schnellläufern mit  $n > 160$   $S = 0,9$  bis  $1,3 D$ . Bei Zwei- und Dreifach-Expansionsmaschinen gelten diese Verhältnisse in bezug auf die Bohrung des Hoch- bzw. Mitteldruckzylinders.

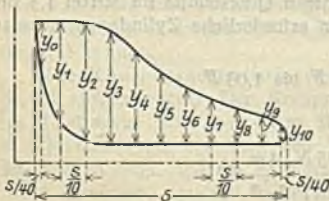


Abb. 13.



Abb. 14.

(599) Wandungswirkungen. Die Zylinderwand kommt mit Dampf sehr verschiedener Temperatur in Berührung, da die Eintrittstemperatur je nach dem Anfangszustand bei Sattdampf etwa  $160^0$  bis  $300^0 \text{ C}$  und die Austrittstemperatur

<sup>1)</sup> Bei Antrieb der Kondensation durch die Maschine.

bei Kondensation etwa  $50^{\circ}\text{C}$  beträgt. Da gesättigter Dampf durch Tropfenbildung sehr leicht Wärme abgibt, so findet ein reger Wärmeaustausch statt. Der eintretende Dampf findet auf  $\sim 50^{\circ}\text{C}$  abgekühlte Wandungen vor, es bildet sich Niederschlag — Eintrittskondensation; es muß mehr Dampf zugeführt werden, als der Füllung entspricht. Die Wärmeabgabe an die Wand dauert noch während eines Teiles der Expansion an, bis Temperaturausgleich eintritt, was bei Auspuffmaschinen etwa im Punkt  $a$ , Abb. 14, bei Kondensationsmaschinen aber erst kurz vor oder beim Voraustritt der Fall ist; nun tritt Nachdampfen ein, da die Dampftemperatur  $t_D$  unter die Wandungstemperatur  $t_W$  sinkt. Der Wiedererwerb kann aber nicht vollständig sein, selbst wenn alles wieder verdampft, da die Wärmerückgabe bei viel niedrigerem Druck stattfindet, als die Abgabe an die Wand.

Besseren Überblick gibt das  $T$ 's-Diagramm, Abb. 15. Es sei der Dampf vor dem Eintritt trocken gesättigt, Punkt 1; durch Eintrittskondensation beginnt aber die Expansion in Punkt  $1'$ , es wird die Wärme gleich Fläche  $1'1'1_0'2_0$  an die Wand abgegeben; während der Expansion bis  $a$  wird eine weitere Wärmemenge = Fläche  $1'a a_0 1_0'$  abgegeben und von  $a$  an findet Rückgabe der Wärmemenge = Fläche  $a2'2_0'a_0$  statt; während des Austritts wird dann noch eine Wärmemenge = Fläche  $2'b b_0 2_0'$  nutzlos an den Dampf zurückgegeben. Würde nichts nach außen ausstrahlen, so wäre Fläche  $1'a a_0 2_0 1 =$  Fläche  $a2'b b_0 a_0 a$  oder Fläche  $1'1'a2'2 =$  Fläche  $2b b_0 2_0$ .

Alle Verluste rühren hauptsächlich von der Eintrittskondensation her und vom Nachdampfen, da durch bloßes Berühren kein so starker Wärmeaustausch stattfinden würde.

Der austretende Dampf kühlt die Wandungen unnütz weiter ab. Bei Beginn der Kompression steigt der Druck, der Dampf nimmt aber vorerst noch weiter etwas Wärme auf, wodurch die Kompression steiler verläuft als die Adiabate, Abb. 14; bald aber steigt die Temperatur des Dampfes über die Wandungstemperatur, der Dampf gibt nun wieder Wärme ab. Daher schneidet die wirkliche Kompressionslinie die Adiabate 3—4 und geht nach Punkt  $4'$ . Um nach 4 zu gelangen, müßte die Kompression in  $3'$  anfangen, was einen Verlust an Diagrammfläche ergeben würde. Die während der Kompression abgegebene Wärmemenge ist so groß, da das Verhältnis der kühlenden Oberfläche zum geringen Inhalt ungünstig groß ist. Es ist nur teilweise Kompression vorteilhaft<sup>1)</sup>.

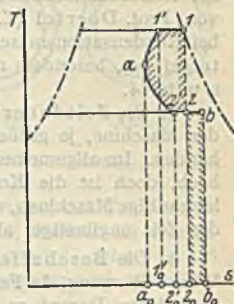


Abb. 15.

Der Wärmeaustausch und die damit verbundenen Verluste hängen ab:

1. Von der Größe der Abkühlflächen  $F$  qm
2. Vom Temperaturunterschied zwischen Dampf und Zylinderwand  $t_D - t_W$ ,
3. Von der Zeitdauer  $z$  der Wirkung des Temperaturunterschiedes in Stunden,
4. Von der Beschaffenheit des Dampfes, die einen Koeffizienten  $\alpha$  in kcal je qm Fläche, Stunde und  $1^{\circ}\text{C}$  Temperaturdifferenz beeinflusst.

Der Wärmeübergang läßt sich demnach durch die Beziehung ausdrücken:

$$Q = F (t_D - t_W) z \alpha .$$

1. Die Fläche  $F$  hängt außer von der Art der Steuerung besonders von der Füllung ab; sie besteht im wesentlichen aus der Kolben-, Deckel-, Zylinderwand- und der Kanalfläche, die bei Schiebern bedeutend ist und abwechselnd von Frischdampf und von Abdampf durchströmt wird. Es kommt nicht auf die absolute Größe der Fläche an, sondern auf das Verhältnis der Fläche zum Inhalt  $F:J$ , das vom Verhältnis Hub zu Durchmesser und dann von der Füllung abhängig ist. Bei der Füllung 0 ist die Fläche nicht Null, sondern wegen des schäd-

<sup>1)</sup> s. Klemperer, F. A. Heft 24. 1905.



lichen Raumes groß und steigt mit zunehmender Füllung nach einer Geraden. Der Inhalt ist bei Füllung 0 klein und steigt dann schneller, so daß  $F/J$  und der Wandungsverlust mit zunehmender Füllung abnimmt, also gerade umgekehrt, wie der Verlust durch unvollständige Expansion. Werden beide Verluste kombiniert, so ist die Summe für eine bestimmte Füllung am kleinsten, das ist dann die günstigste Füllung. Um dafür  $F/J$  klein zu erhalten, müßte der Füllungsweeg etwa gleich dem Durchmesser werden, was langhubige Maschinen ergibt.

2. Je höher das Temperaturgefälle des Dampfes, desto größer auch der Temperaturunterschied zwischen Frischdampf und der durch den austretenden Abdampf gekühlten Zylinderwand. Es müßte demnach der Wärmeaustausch bei Kondensationsmaschinen größer sein, als bei Auspuffmaschinen; Versuche von Prof. Doerfel (Z. V. d. I. 1899, S. 658) zeigen jedoch, daß die Verluste bei Kondensationsmaschinen nicht viel größer sind. Die Zunahme des Temperaturgefälles, besonders nach unten, hat nicht so großen Einfluß wie die Dichte, s. unter 4.

3. Die Zeitdauer steht im Zusammenhang mit der Betriebsgeschwindigkeit der Maschine, je größer diese, um so weniger Zeit ist für Wärmeabgabe vorhanden. Im allgemeinen wählt man die Geschwindigkeit an sich schon möglichst hoch, doch ist die Kolbengeschwindigkeit praktisch begrenzt; deswegen sind langhubige Maschinen, wie sie für kleines Verhältnis  $F/J$  vorteilhaft, rücksichtlich der Zeit ungünstiger als kurzhubige.

4. Die Beschaffenheit des Dampfes hat sehr großen Einfluß auf den Wärmeübergang, da Feuchtigkeit denselben fördert. Der Koeffizient  $\alpha$  kann für gesättigten Dampf zu  $\alpha = 10000 \text{ kcal/St/m}^2/1^\circ \text{C}$  angenommen werden, dagegen für stark überhitzten Dampf  $\alpha = 100$  (für Luft  $\alpha = 4!$ ).

Nach neueren Versuchen hängt  $\alpha$  in erster Linie von der Dichte des Dampfes ab: je größer diese, um so größer der Wärmeaustausch. Da bei gesättigtem Dampf die Dichte mit dem Druck zunimmt, so gibt die an sich nützliche Erhöhung des Druckes über 12—15 at keine bessere Wärmeausnutzung. Dagegen bietet die Überhitzung wegen der geringeren Dichte trotz höherer Temperaturdifferenz ein gutes Mittel zur Verringerung des Wärmeaustausches.

Die Wärmemenge  $Q$  läßt sich nicht errechnen, da die einzelnen Werte nicht bestimmbar sind.

(600) Mittel zur Verringerung der Wandungsverluste und des Dampfverbrauches. 1. Dampfmantel. Derselbe führt die Verdampfung des Niederschlagwassers während der arbeitsverrichtenden Expansion herbei, während ohne Mantel die Verdampfung während der arbeitsverzehrenden Ausströmung erfolgt. Durch die Wärmeabgabe vom Manteldampf an die Zylinderwand hat diese eine höhere mittlere Temperatur, wodurch die Eintrittskondensation wesentlich geringer wird. Allerdings wird auch der Abdampf etwas geheizt.

Natürlich muß der Dampfverbrauch des Mantels mit eingerechnet werden. Ein wirklicher Gewinn ist nur dann vorhanden, wenn die Mehrleistung (die im  $Ts$ -Diagramm besonders deutlich erscheint) keinen höheren Gesamtdampfverbrauch erfordert. Der Vorteil des Mantels läßt sich nicht errechnen; er ist dort am vorteilhaftesten, wo die Verluste groß sind: bei Kondensationsmaschinen mehr als bei Auspuffmaschinen, bei kleiner Füllung, bei niedriger Umlaufzahl.

Der Mantel kann geheizt werden: 1. durch ruhenden Dampf, Abb. 16, oder 2. durch strömenden Dampf vor Eintritt desselben in den Zylinder, Abb. 17, hierdurch wird jedoch der eintretende Dampf feuchter, auch kann Mantelkondensat in den Zylinder mitgerissen werden.

2. Überhitzung des Dampfes. Dieses ist das wichtigste Mittel zur Verminderung des Austausches, da, solange der Dampf überhitzt ist, keine Eintrittskondensation stattfindet. Wohl ist  $t_D - t_W$  größer, doch ist der Wärmeübergang wesentlich kleiner, als bei gesättigtem Dampf ( $\alpha \cong 100$  gegen 10000), wegen der geringeren Dichte. Die Überhitzung muß aber genügend hoch sein,

damit während der Füllung nicht der Sättigungszustand eintritt, was bei Kondensationsmaschinen leichter eintritt, als bei Auspuffmaschinen.

Mit höherer Temperatur nimmt aber nicht nur die Dichte ab, sondern auch das wirksame Temperaturgefälle zu, das größere Volumen gibt mehr Volldruckarbeit, doch ist die Expansionsarbeit wegen des steileren Verlaufes etwas geringer, als bei Sattdampf. Ferner werden die Lässigkeitsverluste geringer.

Bei hoher Überhitzung haben Einzylindermaschinen denselben Dampfverbrauch wie Zweizylinder-Sattdampfmaschinen. Auch der Vorteil hoher Spannung, Abb. 4, nimmt mit der Überhitzung zu, doch ist hoher Druck erst bei genügender Überhitzung günstig. Auch der Nutzen des Dampfmantels nimmt ab, über 260 bis 280° wird keine Mantelheizung angewendet.

Nach Berner (Z. 1905, S. 1184) ist der Wärmeverbrauch bei Auspuff um mindestens 8 vH., bei Kondensation um mindestens 7 vH. für je 50° Überhitzung geringer, als bei Sattdampf.

3. Die Verbund-Anordnung. Das Druck- und damit das Temperaturgefälle wird unterteilt durch Expansion in 2 oder 3 Zylindern, wodurch der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Zylinderwand herabgesetzt wird. Dieses ist der eigentliche Zweck der Verbundwirkung, doch ergeben sich weiter noch praktische Vorteile der Mehrzylindermaschinen.

#### 4. Anwendung von Hochdruckdampf.

(601) Mehrfachexpansionsmaschinen. Die Diagramme des theoretischen Prozesses von Ein- und Mehrzylindermaschinen sind ganz gleich, Abb. 18. Die

Summe der Flächen der Mehrzylindermaschine ist gleich der Fläche der Einzylindermaschine, also sind auch die Arbeiten gleich, wenn alle Zylinder die gleiche nutzbare Kolbenfläche  $F$  haben. Der Hochdruckzylinder muß dann den Hub  $s$ , der Niederdruckzylinder den Hub  $S$  gleich der Einzylindermaschine haben. Das Verhältnis der Hubvolumina — Zylinderverhältnis — ist bei Zweifachexpansion

$$v : V = s F : S F = s : S.$$

Die Leistung bleibt dieselbe, wenn man, wie praktisch ausgeführt, die Hübe gleich  $S$  macht und dafür die nutzbare Kolbenfläche des HD-Zylinders im Verhältnis  $v : V$  verkleinert.

Für den Prozeß der wirklichen Maschinen (mit schädlichem Raum) gilt obiges nur, wenn der schädliche Raum des Hochdruckzylinders derselbe ist, wie bei der Einzylindermaschine und die Kompressions- und Expansionslinie sich in beiden Zylindern ununterbrochen fortsetzt, Abb. 19. Beim Niederdruckzylinder ist dann der schädliche Raum  $S_0$  und der Hub  $S$ . Bei Dreizylindermaschinen sind die entsprechenden Größen des Hoch-, Mittel- und Niederdruckzylinders aus Abb. 20 ersichtlich.

In Wirklichkeit weichen die Diagramme von Ein- und Mehrzylindermaschine voneinander ab. Der schädliche Raum des Hochdruckzylinders ist im Zylinderverhältnis kleiner, als bei der Einzylindermaschine. Ist die reduzierte Füllung  $\varepsilon_1' = s_1 : S$  des Hochdruckzylinders gleich der Füllung der Einzylindermaschine, so ist die wirkliche Füllung  $\varepsilon_1 = s_1 : s'$  des Hochdruckzylinders größer, was in bezug auf Wandungswirkungen und Regelung günstig ist, da letztere bei kleinen Füllungen konstruktiv schwierig wird und

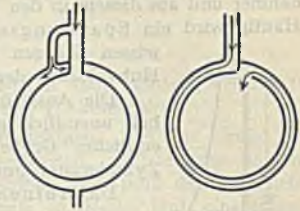


Abb. 16.

Abb. 17.

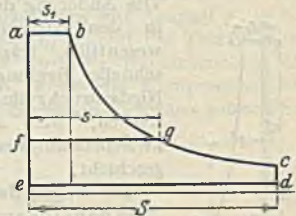


Abb. 18.



unruhige Regelung nach sich zieht (Überregulieren). Der Enddruck der Expansion kann deshalb bei Mehrzylindermaschinen niedriger sein, da der Übelstand sehr kleiner Füllung nicht zu befürchten ist.

Die aufeinanderfolgenden Zylinder werden durch einen Aufnehmer (Receiver) miteinander verbunden, der als Zwischenbehälter dient, da ein direkter Übertritt nicht immer stattfinden kann. Beim Eintritt des Dampfes in den Aufnehmer und aus diesem in den folgenden Zylinder entsteht ein Spannungsabfall. Häufig wird ein Spannungssprung absichtlich herbeigeführt, da er in gewissen Grenzen vorteilhaft sein kann. Dadurch wird auch das Hubvolumen des Hochdruckzylinders etwas kleiner.

Die Ausström- und Füllungslinie  $cd$  bzw.  $ef$  verläuft nur bei unendlich großem Aufnehmer als wagerechte Gerade; bei endlicher Größe hängt der Verlauf von dieser und von der Zylinderanordnung ab.

Die Aufnehmergröße, d. h. der Inhalt schwankt je nach den Anforderungen an die Regulierfähigkeit der Maschine zwischen den Hubvolumina der anschließenden Zylinder, also zwischen  $v$  und  $V$  bzw.  $v_1$  und  $v_2$  für den ersten und zwischen  $v_0$  und  $V$  für den zweiten Aufnehmer. Meist wird der kleinere Wert gewählt.

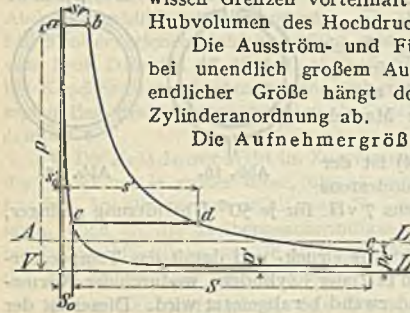


Abb. 19.

Der Einfluß des Aufnehmers auf die Regelung äußert sich darin, daß die Füllungsänderung nur die Leistung des Niederdruckzylinders ändert, wie Abb. 21 bei Vergrößerung der Füllung zeigt, da durch Steigen der Aufnehmerspannung die Fläche des Hochdruckdiagramms kaum geändert wird.

Die Änderung der Leistung tritt also erst ein, wenn der Dampf in den Niederdruckzylinder gelangt, wodurch die Regelung wesentlich träger ist, als bei Einzylindermaschinen. Um schnelle Regelung zu erhalten, müßte auch die Füllung des Niederdruckzylinders geregelt werden, was aber nur bei Zwischendampfentnahme (s. d.) geschieht.

Die Arten der Mehrfachexpansionsmaschinen.  
Zweifachexpansionsmaschinen



Abb. 20.

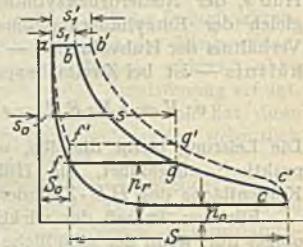


Abb. 21.

werden entweder als Reihen-Verbundmaschinen mit hintereinander liegenden Zylindern (Tandem-, Einkurbelmaschinen) mit durchgehender Kolbenstange und einer Kurbel oder als Zwillings-(Parallel-)Verbundmaschinen (Compound-) mit nebeneinanderliegenden Zylindern mit Kurbeln meist unter  $90^\circ$  und voreilender Niederdruckkurbel ausgeführt.

Liegende Dreifach-Expansionsmaschinen werden als Zweikurbelmaschinen ausgeführt, meist Hoch- und Mitteldruckzylinder in Reihenanordnung, Niederdruckzylinder allein, oder Hochdruckzylinder allein, Mittel- und Niederdruck in Reihenanordnung.

Bei großen Abmessungen des Niederdruckzylinders unterteilt man diesen in zwei Zylinder, deren einen man mit dem Hochdruck- und den anderen mit dem Mitteldruckzylinder je in Reihenordnung, letztere voreilend, ausführt.

Mantelheizung wird meist nicht angewendet oder bei gesättigtem und unter 260 bis 280° überhitztem Dampf nur am Hochdruckzylinder.

Der Einfluß der Überhitzung auf den Wärmeverbrauch ist geringer als bei Einzylindermaschinen. Nach Berner (Z. 1905, S. 1114 und 1387) ist die Wärmersparnis für je 50° höherer Überhitzung

bei Zweizylindermaschinen 6,5 vH.,

bei Dreizylindermaschinen 6,0 vH.

Zwischenüberhitzung (im Aufnehmer) ist nur dann lohnend; wenn dazu nicht Dampf, sondern die Abgase benutzt werden (Lokomobilen).

(602) Diagrammentwurf für Mehrzylindermaschinen. Um die Größe der Füllung und die vorläufigen Verhältnisse zu bestimmen, zeichnet man das Indikator diagramm wie für eine Einzylindermaschine, doch muß der schädliche Raum für den Hochdruckzylinder im Verhältnis zu dessen Hub eingetragen werden. Da das zu ermittelnde Zylinderverhältnis für Zweizylindermaschinen

$$v:V = 1:2,25 \text{ bis } 1:3 = 1:m$$

und für Dreizylindermaschinen

$$v_1:v_2:V = 1:(2,1 \text{ bis } 2,8):(5 \text{ bis } 7) = 1:m':m$$

beträgt, so ist, wenn  $\varepsilon_0$  der Koeffizient des schädlichen Raumes (s. (597)) und  $S$  die beliebig gewählte Basis des Diagramms, die Größe des schädlichen Raumes für den Hochdruckzylinder

$$s_0 = \varepsilon_0 s = \varepsilon_0 S \cdot v/V \quad \text{bzw.} \quad s_0 = \varepsilon_0 S \cdot v_1/V,$$

wobei im Mittel  $v/V = 1:2,5$  für Zweifach- und  $v_1:V = 1:6$  für Dreifach-Expansionsmaschinen gesetzt werden kann. Mit der ermittelten Strecke  $s_0$  und dem angenommenen Enddruck  $p_e$  der Expansion (meist etwa niedriger als für Einzylindermaschinen, und zwar für Zweizylindermaschinen mit Auspuff  $p_e = 1,2$  bis 1,8 at abs., mit der Kondensation  $p_e = 0,5-0,7$  at und für Dreizylinder-Kondensationsmaschinen  $p_e = 0,4-0,6$  at abs.) wird die Expansionslinie als gleichseitige Hyperbel oder als Polytrope (556), sowie die Kompressionslinie als gleichseitige Hyperbel vom Enddruck der Kompression rückwärts gezeichnet.

Exponenten der Expansionslinie für Heißdampf nach Berner (Z. 1905, S. 1523)

| Dampf Temperatur  | 200°       | 250° | 300° | 350° |
|-------------------|------------|------|------|------|
| kleine Leistung   | $n = 1,00$ | 1,05 | 1,10 | 1,14 |
| mittlere Leistung | $n = 1,05$ | 1,10 | 1,14 | 1,17 |
| große Leistung    | $n = 1,10$ | 1,15 | 1,19 | 1,22 |

Spannungsabfall,  $VE (= 1:m$  des Wertes der Einzylindermaschine),  $VA$  und Ausschubspannung wie für Einzylindermaschinen. Das so erhaltene Diagramm, in Abb. 22 gestrichelt, wird nun so geteilt, daß sich 2 gleich große Flächen  $abcde$  und  $dcikd$  ergeben. Damit ist dann der Aufnehmerdruck  $p_r$  gefunden. Die Länge  $S_n$  des Niederdruckdiagramms ergibt sich aus der Gleichung:

$$S_0 + S_n = s_0 + S,$$

wobei  $S_0 = \varepsilon_0 S_n$  sein soll, also

$$S_n = (s_0 + S) : (1 + \varepsilon_0) \dots 9$$

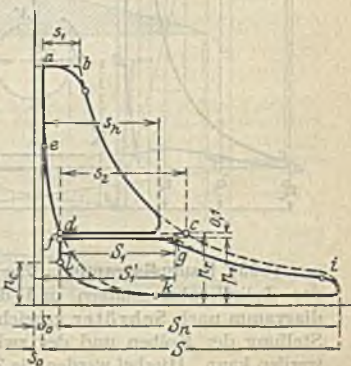


Abb. 22.

Nun kann das Niederdruckdiagramm gezeichnet werden. Den Enddruck  $p_r$  der Kompression wählt man etwa 1 at tiefer, als die Einströmspannung; diese wird etwa 0,1 at niedriger angenommen, als  $p_r$ . Die Füllung ergibt sich aus der



Mischung des aus dem Hochdruckzylinder tretenden Dampfvolmens  $s_2$  mit dem im Niederdruckzylinder noch befindlichen komprimierten Dampfvolmen  $S_0$  (Voreinströmen vernachlässigt), vom Druck  $p_c$ . Das Mischungsvolmen  $S_1''$  mit dem Druck  $p_1 = p_r - 0,1$  ergibt sich aus der Beziehung<sup>1)</sup>

$$S_1'' p_1 = s_2 p_r + S_0 p_c \dots \dots \dots 10$$

Wegen der Eintrittskondensation wird aber die Füllung kleiner, im Durchschnitt etwa um 10 vH., so daß bei Expansionsbeginn das ganze Volumen (einschl. schädlicher Raum)  $S_1' = S_1 + S_0 = 0,9 S_1''$ ; die Expansionslinie wird als gleichseitige Hyperbel gezeichnet. Im Hochdruckzylinder wird die Expansion nicht bis zum Aufnehmerdruck durchgeführt, sondern ein Spannungssprung angenommen, so daß das Volumen nur  $s_h$  wird; dadurch kann Schleifenbildung bei kleiner Füllung vermieden und die Arbeit in den Zylindern günstig verteilt werden. Ergeben sich unzulässige Unterschiede in den Diagrammflächen, so muß der Aufnehmerdruck entsprechend geändert werden. Aus den so gefundenen Diagrammen kann der mittlere indizierte Druck  $p_i$  ermittelt werden. Da der Aufnehmerinhalt unendlich groß angenommen war, werden die wirklichen Diagramme etwas anders verlaufen; für die Berechnung der Zylinderabmessungen wird deshalb mit  $0,95 p_i$  für Zweifach- und  $0,90 p_i$  für Dreifach-Expansionsmaschinen gerechnet.

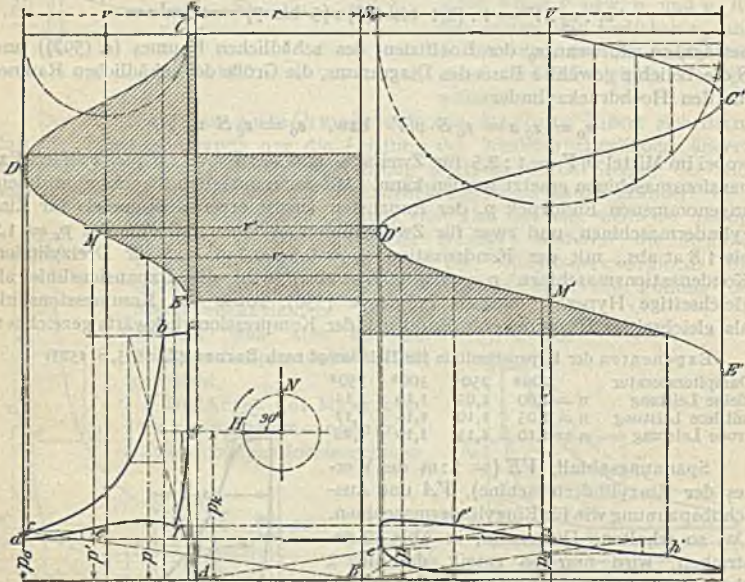


Abb. 23.

(603) **Raumdiagramme.** Zur genaueren Bestimmung der Druckverteilung, der Zylinderabmessungen und der Steuerungsverhältnisse kann das Raumdiagramm nach Schröter gezeichnet werden, aus dem für jeden Zeitpunkt die Stellung der Kolben und der zwischen denselben befindliche Raum bestimmt werden kann. Hierbei werden die Zylinderinhalte  $v, V$  bzw.  $v_1, v_2$  und  $V$  als Hublängen, die schädlichen Räume  $s_0, S_0$  bzw.  $s_0', s_0'', S_0'$  und die Aufnehmerinhalte  $r$  bzw.  $r_1$  und  $r_2$  in der aus Abb. 23 bis 25 ersichtlichen Weise aufgetragen.

<sup>1)</sup> Statt der Volumina können die Strecken im Diagramm genommen werden, da diese dem Volumen proportional sind:  $V_1'' = S_1'' F, v_2 = s_2 F \dots$

### Raumdiagramm für Verbundmaschinen mit Kurbeln unter $90^\circ$ , Abb. 23.

Es sind hier die Raumverhältnisse  $v:V = 1:2,1$  und  $v:r = 1$  zugrunde gelegt, ferner die schädlichen Räume  $s_0$  und  $S_0$  zu 0,05 der zugehörigen Zylinderinhalte angenommen. Die Kolbenweglinien  $CDE$  und  $C'D'E'$ , deren Abszissen den Kolbenwegen und deren Ordinaten den Zeiten proportional sind, in denen gleiche Strecken des Kurbelkreises von dem mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich drehenden Kurbelzapfenmittel durchlaufen werden, sind für unendliche Stangenlänge, und zwar im vorliegenden Falle (bei  $90^\circ$  Kurbelwinkel) so zu zeichnen, daß der der Totlage des Niederdruckkolbens entsprechende Punkt  $D'$  mit dem der Mittellage des Hochdruckkolbens entsprechenden Punkte  $M$  in gleicher Höhe liegt. Im Hochdruckdiagramm ist  $ab$  Einströmung,  $bc$  Expansion (gleichseitige Hyperbel von  $A$  aus oder Polytrope bei überhitztem Dampf),  $cd$  Vor-Ausströmung in den Aufnehmer und, wenn der Niederdruckeinlaß noch nicht abgesperrt war, sog. zweite Einströmung in diesen. Von  $d$  (oder dem einer späteren Absperrung des Niederdruckzylinders entsprechenden Punkte) Kompression im Hochdruckzylinder (nebst schädlichem Raume) und im Aufnehmer; daher  $de$  Kompressionslinie (gleichseitige Hyperbel von  $B$  aus). In  $e$  Eröffnung des Niederdruckzylinders. Von  $e$  bis  $f$  gemeinsamer Vorgang in beiden Zylindern und im Aufnehmer. Bestimmung der Kurve durch Berechnung des  $p$  für jedes  $V$  mittels der Gleichung  $pV = p'V'$ ; die  $V$  sind aus dem Raumdiagramm zu entnehmen. Die Überströmlinie findet sich mit einigen Druckverlusten wegen Dampfgeschwindigkeit und Länge des Dampfweges im Niederdruckdiagramm von  $e'$  bis  $f'$  mit Hilfe der Kolbenweglinien. Von  $f'$  ab Expansion im Aufnehmer und Niederdruckzylinder allein; daher  $f'd'$  Expansionslinie (gleichseitige Hyperbel von  $A$  aus). Der Abschluß des Niederdruckzylinders muß so erfolgen, daß im Aufnehmer die Spannung  $p_0$  zurückbleibt; daher Bestimmung des Punktes der Expansion  $d'$  durch wagerechtes Projizieren von  $d$  aus. (Wegen der Drosselung vor dem Schluß der Steuerung liegt  $d'$  jedenfalls unter dem gleichzeitigen Druck im Aufnehmer, der angenähert mit dem im Hochdruckzylinder bei  $d$  gemessenen übereinstimmt.) Von  $d'$  ab Expansion im Niederdruckzylinder; daher  $d'h'$  Expansionslinie (gleichseitige Hyperbel von  $B$  aus). Im Punkte  $h'$  beginnt die Vor-Ausströmung. Im Hochdruckdiagramm ist noch  $fg$  Kompression (gleichseitige Hyperbel von  $A$  aus) für den angenommenen Enddruck  $p_k$  der Kompression, womit sich durch Rückwärtskonstruktion  $f$  als Schnittpunkt mit  $ef$  bestimmt.

### Raumdiagramm für Reihenmaschinen mit Kurbeln unter $0^\circ$ , Abb. 24.

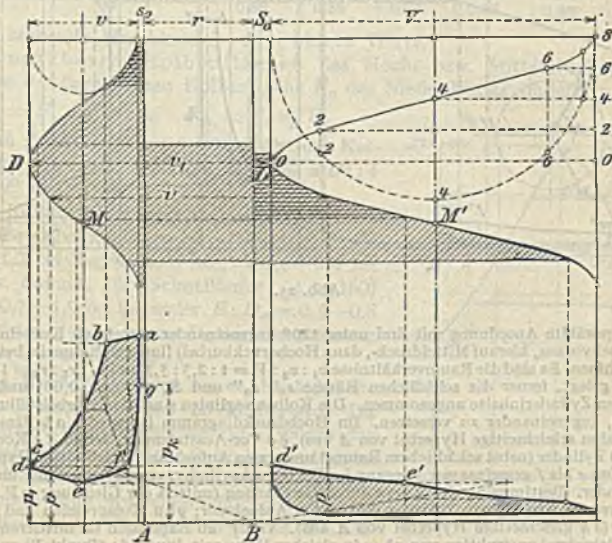


Abb. 24.

Raumverhältnisse der mit gleichläufigen Kolben arbeitenden Kondensationsmaschine:  $v:V = 0,33 \sim 1:3$  und  $r = v = 1$ , ferner  $s_0 = 0,05v$  und  $S_0 = 0,05V$ . Die der Totlage der Kurbel entsprechenden Punkte  $D$  liegen in gleicher Höhe.

Im Hochdruckdiagramm ist  $ab$  Einströmung,  $bc$  Expansion und  $cd$  Vor-Ausströmung in den Aufnehmer wie vordem, Abb. 24; dann folgt  $de$  Kurve der Überströmung mit Expansion



in beiden Zylindern. Nach erfolgter Absperrung bei  $e$  findet Expansion im Niederdruckzylinder allein statt, während der Hochdruckkolben den Aufnehmerdampf von  $e$  nach  $f$  komprimiert.  $fg$  Kompressionslinie im Hochdruckzylinder. Angestrebt wird, die Spannung  $p_1$  — bei  $f$  — ungefähr auf diejenige bei  $c$  oder  $d$  zu bringen, um damit einen möglichst kleinen Spannungsabfall zu erhalten. Steigt  $p_1$  höher, so tritt bei  $d$  Aufnehmerdampf in den Hochdruckzylinder zurück und es läuft das Diagramm hier in eine Spitze oder Schleife aus.

Bei größeren Füllungen des Hochdruckzylinders wächst der Spannungsabfall.

Die Oberströmlinien können nach  $p v = \text{konst.}$  durch Berechnen von  $p$  für gegebene  $v$  ermittelt werden, doch ist zu beachten, daß sowohl für die Oberström-Expansion, als auch für die Aufnehmer-Kompression veränderliche Exponenten  $> 1$  gelten.

Raumdiagramm für Mehrzylindermaschinen mit dreimaliger Expansion, Abb. 25.

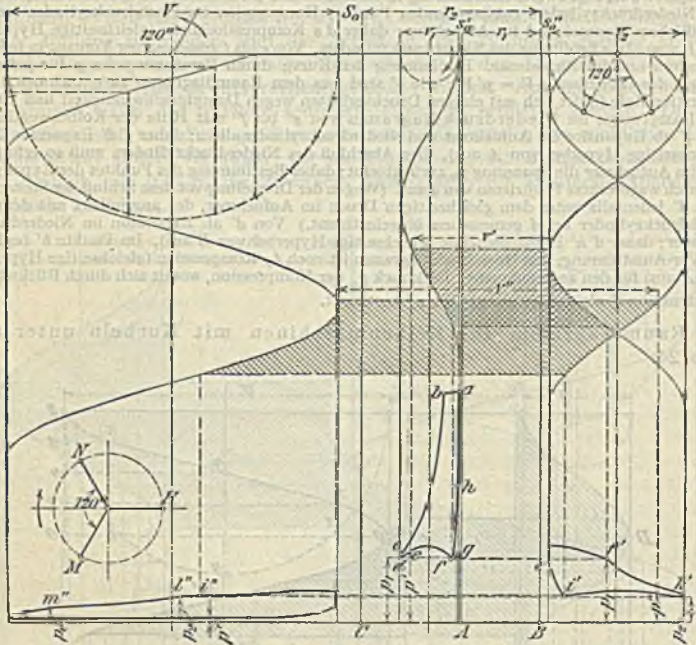


Abb. 25.

Die gewählte Anordnung mit drei unter  $120^\circ$  gegeneinander versetzten Kurbeln (Niederdruckkurbel voraus, hierauf Mitteldruck-, dann Hochdruckkurbel) findet sich zumeist bei stehenden Maschinen. Es sind die Raumverhältnisse  $v_1 : v_2 : V = 1 : 2,3 : 5,7$  und  $r_1 : r_2 = 1 : 1,4 : 3,1$  zugrunde gelegt, ferner die schädlichen Räume  $s_0', s_0''$  und  $S_0$  zu 0,05, 0,065 und 0,07 der zugehörigen Zylinderinhalte angenommen. Die Kolbenweglinien sind, den Kurbelstellungen entsprechend, gegeneinander zu versetzen. Im Hochdruckdiagramm ist wieder  $ab$  Einströmung,  $bc$  Expansion (gleichseitige Hyperbel von  $A$  aus),  $cd$  Vor-Ausströmung, ferner  $de$  Kompression im kleinen Zylinder (nebst schädlichem Räume) und ersten Aufnehmer (gleichseitige Hyperbel von  $B$  aus). Von  $e$  bis  $f$  gemeinsamer Vorgang im Hochdruckzylinder, ersten Aufnehmer und Mitteldruckzylinder. Bestimmung der Kurve durch Berechnung (mittels der Gleichung  $p v = p' V'$ ).  $fg$  Kompression im kleinen Zylinder und ersten Aufnehmer;  $gha$  Kompression und Vor-Einströmung ( $gh$  gleichseitige Hyperbel von  $A$  aus). Von  $f'$  ab Expansion im mittleren Zylinder allein. Rückwärtskonstruktion von  $gh$  ( $g$  in gleicher Höhe mit  $d$ ) und  $fg$  (Punkt  $B$ ) zur Bestimmung von  $f$  als Schnittpunkt mit  $ef$ . Dieser Vorgang wiederholt sich für den mittleren und großen Zylinder, nur erfolgt die Absperrung des mittleren Zylinders vom zweiten Aufnehmer (in  $e'$ ) früher als die des großen Zylinders (in  $l''$ ); daher Expansion  $e'l''$  im großen Zylinder und im zweiten Aufnehmer (gleichseitige Hyperbel von  $B$  aus).  $l''m''$  Expansion im großen Zylinder allein (gleichseitige Hyperbel von  $C$  aus).

(604) Berechnung der Mehrzylindermaschinen. Zunächst berechnet man die nutzbare Kolbenfläche  $F_n$  des Niederdruckzylinders wie bei einer Einzylinder-

maschine von gleicher Leistung und der reduzierten Füllung  $s_1 : S$ , so daß

$$F_n = \frac{75 N_e}{p_i c_m \eta_m} \text{ ist.}$$

Die mittlere indizierte Spannung  $p_i$  ist aus dem Gesamtdiagramm zu bestimmen, indem die ganze Fläche durch die Länge des Diagramms, also durch  $S$ , dividiert wird; ist  $p_i$  aus dem Raumdigramm bestimmt mit Berücksichtigung des Spannungsverlustes beim Überströmen, so kann dieser Wert von  $p_i$  der Berechnung zugrunde gelegt werden. Ist hingegen  $p_i$  aus dem Diagrammentwurf nach (602) ermittelt, so ist  $p_i$  mit dem Völligkeitsgrade 0,95 bzw. 0,90 zu multiplizieren, und wenn  $p_i$  aus Diagrammen nach Abb. 19 bzw. 20 ermittelt wurde, so ist der Völligkeitsgrad 0,75—0,85 für Zweifach- bzw. 0,70—0,80 für Dreifach-Expansionsmaschinen, die höheren Werte für stark überhitzten Dampf.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m$  ist wie für Einzylindermaschinen (s. (598)) anzunehmen.

Der mechanische Wirkungsgrad  $\eta_m$  ist etwas kleiner als bei Einzylindermaschinen und kann vorläufig nach folgender Tabelle angenommen werden; die höheren Werte gelten für beste Ausführung und gut eingelaufene Maschinen.

Wirkungsgrade  $\eta_m$  (einschließlich Kondensationsantrieb).

| Leistung PS <sub>e</sub>      | 50            | 100           | 300           | 500           | 700           | 1000          | 1500          |
|-------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Zweizyl.-Maschinen $\eta_m =$ | 0,79—<br>0,83 | 0,81—<br>0,85 | 0,83—<br>0,88 | 0,84—<br>0,89 | 0,85—<br>0,90 | 0,86—<br>0,91 | 0,87—<br>0,92 |
| Dreizyl.-Maschinen $\eta_m =$ |               | 0,79—<br>0,83 | 0,82—<br>0,86 | 0,83—<br>0,87 | 0,84—<br>0,88 | 0,85—<br>0,89 | 0,86—<br>0,90 |

Für stehende Maschinen 5—2<sup>0</sup>/<sub>0</sub> höhere Werte.

Die nutzbaren Kolbenflächen des Hoch- bzw. Mitteldruckzylinders folgen aus der berechneten Kolbenfläche  $F_n$  des Niederdruckzylinders zu

$$F_h = F_n v / V \text{ bzw. } F_m = F_n v_2 / V.$$

Mit einem Zuschlag von 1,5—3<sup>0</sup>/<sub>0</sub> für die Kolbenstangen folgen die Durchmesser aus  $\pi D^2 : 4 = 1,015 F$  bis  $1,03 F$ .

Der Kolbenhub  $S$  wird so gewählt, daß für normale Betriebsmaschinen ( $n = 90 - 160$ )  $S : D_n = 0,9 - 1,2$  bei liegender,  $S : D_n = 0,6 - 0,9$  bei stehender Bauart, für Schnellläufer ( $n > 160$ )  $S : D_n = 0,7 - 1,0$  bei liegender,  $S : D_n = 0,5 - 0,8$  bei stehender Bauart, wenn  $D_n$  der Durchmesser des Niederdruckzylinders.

(605) Hochdruckdampf bietet die Möglichkeit, den Dampfverbrauch zu verbessern. Da die Dichte mit dem Druck zunimmt, würde der Wärmeaustausch mit den Zylinderwandungen größer; deshalb ist Hochdruckdampf nur bei hoher Überhitzung vorteilhaft (s. auch Abb. 4, S. 574). Bei gleicher Temperatur würde die Expansion um so tiefer ins Sättigungsgebiet führen, Abb. 29, S. 556, je höher der Druck. Es wird deshalb Zwischenüberhitzung angewendet, der Dampf nach Austritt aus dem HS-Zylinder auf eine entsprechend hohe Temperatur gebracht, damit der Dampf fast trocken aus der Maschine tritt. Den theoretischen Prozeß im  $Ts$ -Diagramm zeigt Abb. 26;  $AA_0$  Expansion im Hochdruckzylinder,  $A_0B$  Zwischenüberhitzung,  $BB_0$  Expansion im Niederdruckzylinder.

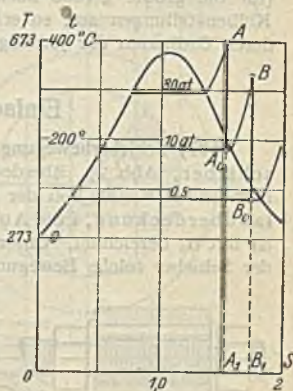


Abb. 26.



## Steuerungen. Schiebersteuerungen.

(606) Kanalabmessungen. Bezeichnet  $F$  die wirksame Kolbenfläche in  $\text{qm}$ ,  $c$  die Kolbengeschwindigkeit in  $\text{m/sek}$ ,  $f$  den Querschnitt des Einströmkanals in  $\text{qm}$ ,  $w$  die Dampfgeschwindigkeit im Kanal in  $\text{m/sek}$ , so muß allgemein  $f = F \cdot c : w$  sein; da  $c$  veränderlich ist, so ist auch  $w$  verschieden groß. Für die Bestimmung von  $f$  wird die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m$  und eine mittlere Dampfgeschwindigkeit  $w_m$  zugrunde gelegt, wobei die Geschwindigkeit des gesättigten Dampfes  $w_m = 30$  bis  $40 \text{ m/sek}$  zu wählen ist, für überhitzten Dampf das 1,5- bis 2fache dieser Werte.

$$f = F \cdot c_m : w_m = \alpha h \dots \dots \dots 11$$

Kleinere oder sehr langsam laufende Maschinen erhalten kleinere Werte für  $w_m$  — bis  $20 \text{ m/sek}$  herunter.

Flachschiebersteuerungen sollen grundsätzlich mit  $w_m = 40 \text{ m/sek}$  oder mehr bemessen werden, um an Schieberreibung und an den Außenmaßen der Steuerteile zu sparen. Die Kanalbreite  $h$  ist zwischen  $0,5$  und  $0,8 D$  ( $D = \text{Kolbendurchmesser}$ ), die Kanalweite  $\alpha$  meist nicht unter  $20 \text{ mm}$ , nur bei sehr kleinen Maschinen bis  $12 \text{ mm}$  zu wählen.

Der mittlere Ausströmkanal erhält bei gleicher Breite  $h$  eine solche Weite  $\alpha_0$ , daß bei äußerster Schieberstellung noch mindestens eine Auslaßweite  $= \alpha$  bis  $\frac{1}{3} \alpha$  verbleibt (vgl. (614), Gl. 14).

Schnellläufer mit Kolbenschiebersteuerung erhalten  $w_m = 20$  bis  $30 \text{ m/sek}$  für den Kanalquerschnitt in der Büchse, der jedoch meist nur für den Auslaß vollständig geöffnet wird.

Bei sehr großen Maschinen kann  $w_m$  bis zu  $60 \text{ m/sek}$  betragen.

Trägt man die mindestens erforderlichen Querschnitte  $f_{\text{min}} = F \cdot c : w_{\text{max}}$  (für die größte gerade noch zulässige Dampfgeschwindigkeit  $w_{\text{max}}$ ) über den Kolbenstellungen auf, so erhält man die halbellipsenförmige Drosselkurve, deren Ordinaten der jeweiligen Kolbengeschwindigkeit proportional sind (639).

### Einfache Schiebersteuerungen.

(607) Schieberbewegung. Der gewöhnliche Schieber, der sog. Muschelschieber, Abb. 27, überdeckt in der Mittellage die im Schieberspiegel ausmündenden Kanäle von der Weite  $\alpha$  um die Strecken  $e$  und  $i$ .  $e$  heißt die Einlaßüberdeckung,  $i$  die Auslaßüberdeckung. Die Weite des Auspuffkanals ist mit  $\alpha_0$  bezeichnet. Unter dem Einfluß eines Exzenters (Gegenkurbel) führt der Schieber solche Bewegungen aus, daß eine richtige Dampfverteilung stattfindet.

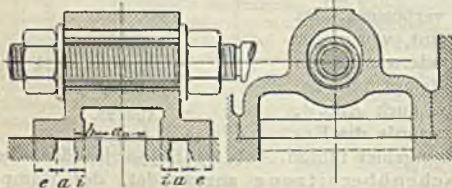


Abb. 27.

Es sei vorausgesetzt, daß bei den Betrachtungen der Zylinder links, das Kurbelgetriebe rechts liegt (s. Abb. 108), dann ist die linke Zylinderseite die Deckel-, die rechte die Kurbelseite. Es werde zunächst nur erstere betrachtet.

Die Kolbenwege  $x$  werden von der Totlage an gerechnet, die Schieberwege  $\xi$  von der Mittellage des Schiebers, und zwar werden die Schieberausweichungen nach rechts positiv, nach links negativ angenommen.

Wegen der Überdeckung  $e$  muß der Schieber schon den Weg  $\xi = +e$  zurückgelegt haben, wenn Dampf in den Zylinder treten soll, und da in der Kolbentotlage der Schieber schon eine gewisse Eröffnung  $v$  haben muß, so ist hierbei  $\xi = e + v$ ; dazu muß das Exzenter der Kurbel um einen Winkel  $90^\circ + \delta$  vorangehen.

Der Winkel  $\delta$  wird Voreilwinkel, die Größe  $v$  das Voreilen für den Eintritt (äußeres lineares Voreilen), diejenige  $v'$  das Voreilen für den Austritt (inneres lineares Voreilen) genannt.

Bezeichnet  $r$  die Exzentrizität des Exzenters („Exzenter-Kurbelradius“, also  $2r$  den ganzen Schieberhub), so ist in der linken Kurbelotlage

$$\xi = +r \sin \delta = e + v = i + v'.$$

Für eine beliebige Kurbelstellung  $OK_1$ , Abb. 28, mit dem Winkel  $\alpha$  aus der Totlage ist der Schieberweg allgemein

$$\xi = r \sin (\delta + \alpha) \dots \dots \dots 12$$

Nimmt man die Gleichung für den Kolbenweg (für unendliche Schubstangenlängen)

$$x = R (1 - \cos \alpha) \dots \dots \dots 13$$

hinzu, so läßt sich, wenn  $r$  und  $\delta$  bekannt sind, mittels der Gl. 12 und 13 die zu jedem Kurbelwinkel gehörige Kolben- und Schieberstellung berechnen und umgekehrt.

Zeichnet man den Kurbelkreis und konzentrisch den Schieberkreis, Abb. 29, so ist der Kolbenweg der Abstand der Projektion des Kurbelzapfenmittelpunktes auf die wagerechte Kolbenweglinie von der Kolbentotlage und der Schieberweg die Projektion des Exzenteradius  $r$  auf die ebenfalls wagerechte Schieberweglinie. Legt man ferner die steuernde Kante des Schiebers in dessen Mittellage über (bzw. unter) den Mittelpunkt der Kreise, so gibt die Projektion des Exzentermittelpunktes (auf dem Schieberkreis gelegen), die zu jeder Hauptkurbelstellung durch Abtragen von  $\delta + \alpha$  die Exzenterstellung und damit die Schieberstellung. Umgekehrt kann zu jeder Schieberstellung die zugehörige Kurbel- und Kolbenstellung gefunden werden und damit der Zusammenhang des Schieberdiagramms mit dem Indikatordiagramm.

Für die Dampfverteilung, z. B. auf der linken Zylinderseite, kommen als Schieberstellungen in der Reihenfolge ihres Auftretens in Betracht:

- $\xi = +e$ , Beginn der Vor-Einströmung (Rechtsgang des Schiebers),
- $\xi = +e$ , „ „ Expansion (Linksgang des Schiebers),
- $\xi = -i$ , „ „ Vor-Ausströmung (Linksgang des Schiebers),
- $\xi = -i$ , „ „ Kompression (Rechtsgang des Schiebers).

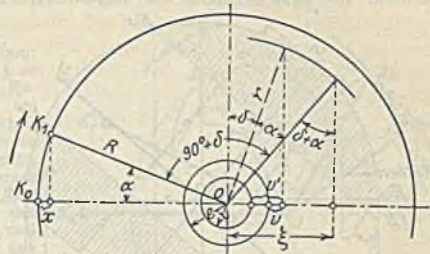


Abb. 28.

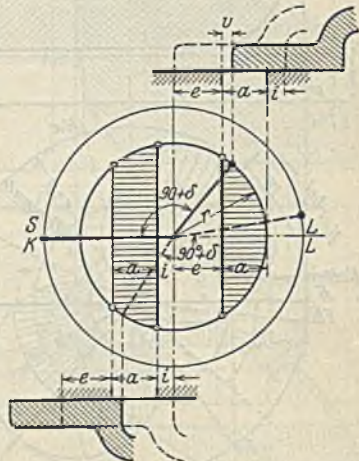


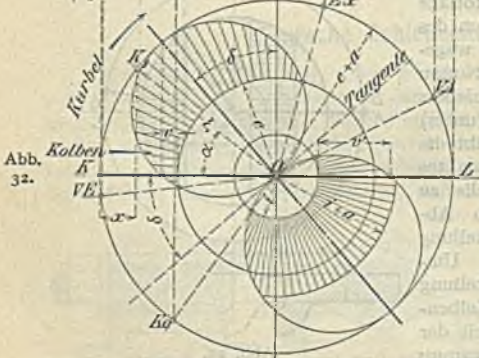
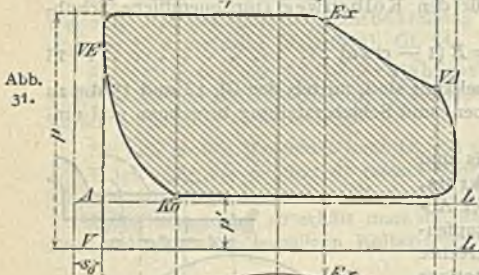
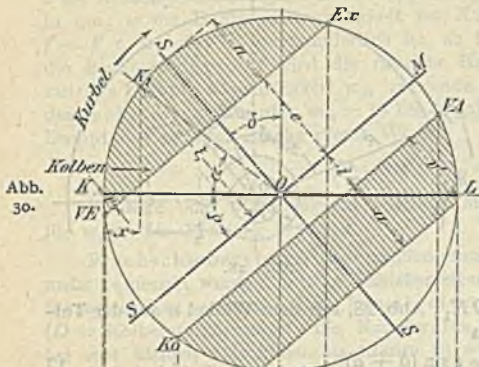
Abb. 29.



Da das Abtragen des Winkels  $\delta + \alpha$  unbequem ist, werden folgende geometrische Verfahren angewendet.

(608) Müller-Reuleaux-Diagramm (axiales Schieberdiagramm.) Bei denselben werden Kurbel- und Schieberkreis meist

Gleich groß angenommen, ferner fallen Kurbel- und Exzenteradius zusammen, d. h. letztere ist um  $90 + \delta$  zurückgedreht, folglich auch die Schieberweglinie, die nun den Winkel  $90 - \delta$  mit der Wagerechten bildet bzw. die Schieberwegmittellinie den Winkel  $\delta$ , Abb. 30. Für einen beliebigen Kurbelwinkel  $K_0OK_1 = \alpha$  findet man den Kolbenweg  $x$  durch Abloten des Punktes  $K_1$  auf die Kolbenweglinie  $K_0OL$  und den Schieberweg als Projektion von  $K_1O$  auf die Schieberweglinie oder als Länge des Lotes von  $K_1$  auf die Schieberwegmittellinie  $SO S$ . Durch Abtragen von  $e, i$  und  $a$  bei gegebenem  $\delta$  erhält man die Einlaß- und Auslaßflächen, die in Richtung der Schieberweglinie schraffiert werden; man kann dann bei jeder Kurbelstellung auch die Kanaleröffnung als innerhalb der Flächen liegenden Teil des Schieberweges ansehen. Sind Füllung und Voreinströmen gegeben, Abb. 31, so gibt die Verbindung von  $E\alpha$  und  $VE$  — die  $e$ -Linie — die relative Größe von  $e$  und zugleich  $\delta$ ; da die  $i$ -Linie der  $e$ -Linie (und der Schieberwegmittellinie) parallel ist, kann nur eine der Perioden  $VA$  oder  $K_0$  angenommen werden, die andere ist dann eindeutig bestimmt. Nach Abb. 30 ist der Kanal für den Einlaß nur einen Moment ganz offen, so muß der Schieber einen größeren Ausschlag als  $e + a$  machen, so daß  $r = e + a + c$  wird, wobei  $c$  das Überschleifen oder



der Überlauf. Da das Diagramm zunächst nur die relativen Größen von  $r, e, a$  und  $i$  enthält, so muß der Maßstab des Diagramms gefunden werden durch Vergleich der Strecke  $a$  im Diagramm mit der gegebenen oder ermittelten Kanalweite  $a$ .

(609) Zeuner-Diagramm (polares Schieberdiagramm, Abb. 32). Die Kolbenwege  $x$  werden auf der Linie  $K_0OL$  gemessen, die Schieberwege  $\xi$  auf den

Kurbelstellungen vom Mittelpunkt  $O$  aus als Längen abgetragen. Bei unendlich langer Exzenterstange liegen die Endpunkte von  $\xi$  auf zwei Kreisen, die sich in  $O$  berühren, die Exzentrizität  $r$  als Durchmesser haben und deren Zentrale in  $O$  mit der Senkrechten den Winkel  $\delta$  bildet. Diese Zeuner-Kreise schneiden für die einzelnen Kurbelstellungen die Schieberwege als Sehnen ab.

Die  $S$  läßt sich, wie folgt, nachweisen: Steht — unter Bezugnahme auf Abb. 33 — bei beliebiger Kurbelstellung  $OK_1$  das Exzenter in der Stellung  $OA_1$ , dann ist bei unendlich langer Exzenterstange der Schieberweg  $\xi = OF$ . Fällt man von  $K_0'$  aus ein Lot auf den Exzenterstrahl  $OA_1$ , so folgt, da  $\sphericalangle OA_1F = \sphericalangle OK_0'G = \delta + \alpha$ , ferner  $OA_1 = OK_0' = r$  und  $\sphericalangle OGK_0' = \sphericalangle OFA_1 = 90^\circ$  (als Winkel im Halbkreis), aus der Kongruenz der Dreiecke  $OGK_0'$  und  $OFA_1$ :  $OG = OF$ ; mithin stellt  $OG$  den Schieberweg  $\xi$  auf dem Strahle  $OA_1$  dar.

Zieht man einen Kreis über  $OK_0'$ , so schneidet dieser hiernach auf jedem Exzenterstrahl den zugehörigen Schieberweg ab.

Die zu  $OA_1$  gehörige Kurbelstellung  $OK_1$  liegt um  $90 + \delta$  in der Drehrichtung der Kurbel zurück; auf dieser Stellung wäre jetzt der Schieberweg abzutragen. Dreht man jedoch den ganzen Kreis über  $OK_0'$  als Durchmesser um  $90 + \delta$  zurück, so schneidet dieser Kreis über  $OH$  als Durchmesser den Schieberweg  $\xi = OJ = OG$  auch auf der Kurbelstellung  $OK_1$  ab, was — in ähnlicher Weise wie oben — aus der Kongruenz der Dreiecke  $OJH$  und  $OGK_0'$  nachgewiesen werden kann. Für größere Drehungswinkel  $\alpha$  der Kurbel bzw. für die Ausweichungen des Schiebers von der Mittellage aus nach links läßt sich die Richtigkeit der obigen Behauptung ebenfalls nachweisen.

In Abb. 32 gilt der obere Kreis (positiver Schieberkreis) für die Schieberausweichungen nach rechts, der untere Kreis (negativer Schieberkreis) für die Schieberausweichungen nach links. Betrachtet man den aus  $O$  beschriebenen Kreis  $K_0 K_1 L$  als Kurbelkreis und zieht ferner mit den Halbmessern  $e$  und  $i$  Kreise um  $O$ , so geben durch die Schnittpunkte der letzteren mit den Schieberkreisen gelegte Strahlen die den entscheidenden

Schieberstellungen entsprechenden Kolbenwege und Kurbelwinkel an. Dergleichen ergeben sich  $v$  und  $v'$ . Die schraffierten Flächen der Schieberkreise zeigen die Größe

der Einlaß- bzw. Auslaßöffnung bei der betreffenden Kurbelstellung; sie geben ein Bild von der Geschwindigkeit, mit der die Eröffnung und der Abschluß des Kanals von der Weite  $a$  erfolgt.

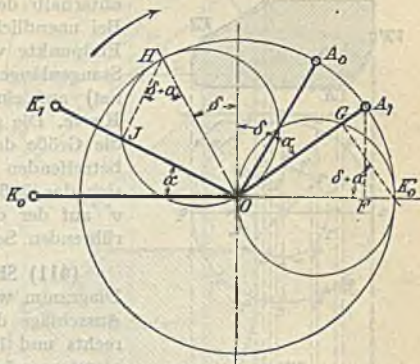


Abb. 33.

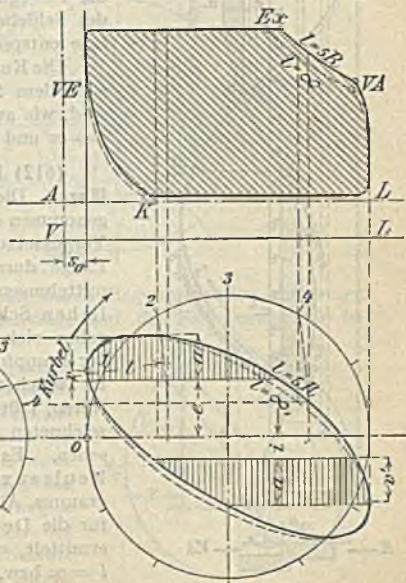


Abb. 34.



(610) **Schieberellipsen**, Abb. 34. Die Schieberellipse ist eine Darstellung der Steuerbewegung durch eine Kurve, die entsteht, wenn die Kolbenwege als Abszissen, die zugehörigen Schieberwege als Ordinaten, und zwar die Ausweichungen rechts von der Schiebermittellage oberhalb, diejenigen links von der Schiebermittellage unterhalb der Kolbenweglinie aufgetragen werden. Bei unendlichen Stangenlängen ( $l = \infty$ ) liegen die Endpunkte von  $\xi$  auf einer Ellipse, bei endlichen Stangenlängen (in Abb. 34 für  $l = 5R$  gezeichnet) auf einer unsymmetrischen ellipsenähnlichen Kurve. Die schraffierten Flächen der Ellipse gegen die Größe der Einlaß bzw. Auslaßöffnung bei der betreffenden Kurbelstellung an. Ebenso ergeben sich das äußere und innere lineare Voreilen  $v$  bzw.  $v'$  auf der den Kurbelkreis links bzw. rechts berührenden Senkrechten.

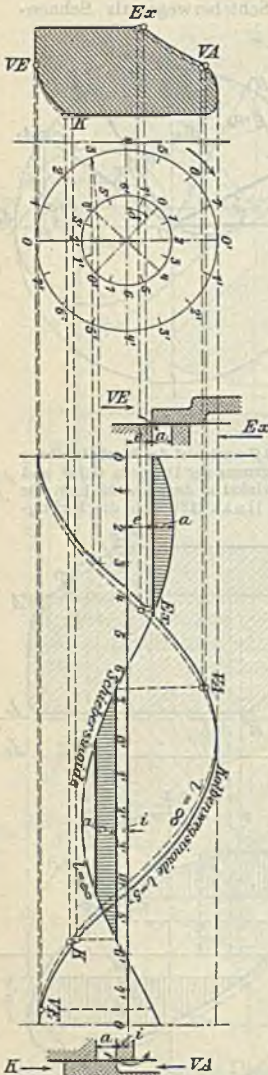


Abb. 35.

(611) **Sinoidendiagramm**, Abb. 35. Bei diesem Diagramm werden, wie bei der Schieberellipse, die Ausschläge des Schiebers aus der Mittellage nach rechts und links durch die nach oben und unten abzutragenden Ordinaten der Kurve dargestellt. Abszissen sind die Kurbelwege. Werden auch die Kolbenwege als Ordinaten in das Diagramm eingetragen, so erhält man zwei Kurven — die Schieber- und die Kolbenwegsinoide —, von denen erstere die Bewegung der Einlaß- bzw. der Auslaßkante des Schiebers, letztere die der zugehörigen Kurbel-lage entsprechende Kolbenstellung darstellt.

Die Kurven haben die Eigenschaft, daß die Ordinate dem Sinus der Abszisse proportional ist; sie sind, wie auch das zugehörige Dampfdiagramm, für  $l = \infty$  und  $l = 5R$  gezeichnet.

(612) **Berücksichtigung der endlichen Stangenlängen**. Die bisherigen Untersuchungen sind — ausgenommen diejenigen in Abb. 34 und 35 — unter der Voraussetzung einer Schubstange von unendlicher Länge durchgeführt worden. Bei genaueren Ermittlungen ist die Berücksichtigung der endlichen Schubstangenlänge erforderlich. Damit ergeben sich nicht unbedeutende Verschiedenheiten der Dampfdiagramme für die beiden Zylinderseiten. In welchem Maße diese Verschiedenheiten auftreten, läßt sich an Hand der (Abb. 36 bis 38) gezeichneten Schieber- und Dampfdiagramme übersehen. Es sind hier mit Hilfe des Müller-Reuleaux-, Abb. 36, und des Zeuner-Diagramms, Abb. 38, die Dampfdiagramme, Abb. 37, für die Deckel- und Kurbelseite einer Maschine ermittelt, und zwar unter der Voraussetzung, daß  $l = \infty$  bzw.  $l = 5R$  ist. Im letzteren Falle ist statt senkrechter Projektion der betreffenden Kurbelkreispunkte auf die Kolbenweglinie Bogenprojektion mit einem Halbmesser  $l$  gleich der Schubstangenlänge auszuführen (s. (638)). In dieser Weise ist in Abb. 36 und 38 und ebenso bei der in Abb. 34 dargestellten Schieberellipse verfahren.

Die durch die endliche Exzenterstangenlänge  $l'$  hervorgerufene Abweichung des Schieberweges von dem für  $l' = \infty$  läßt sich in ähnlicher Weise, wie dies

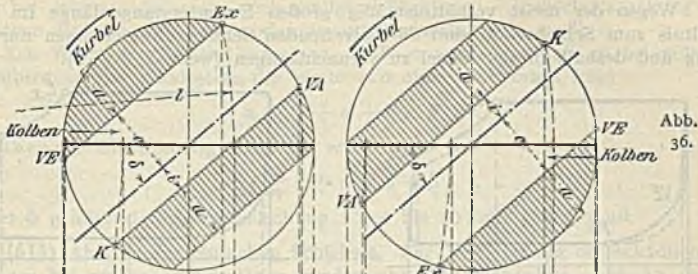


Abb. 36.

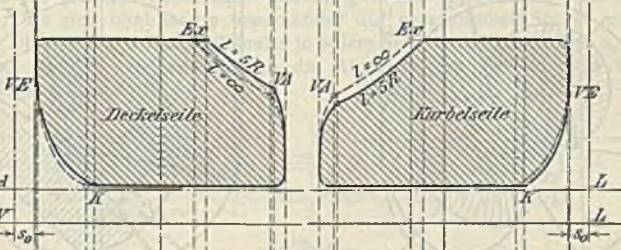


Abb. 37.

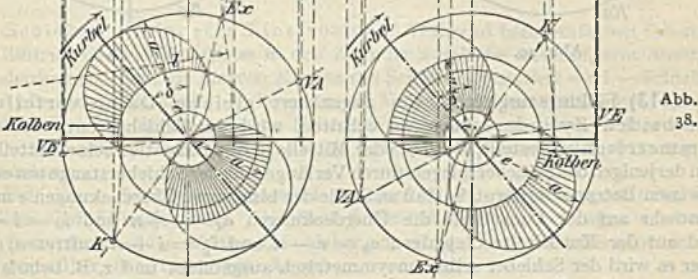


Abb. 38.

bezüglich der Schubstange besprochen ist, durch Bogenprojektion mit einem Halbmesser  $l'$  gleich der Exzenterstangenlänge auf die Schieberweglinie berücksichtigen.

Um die meist unbequeme Bogenprojektion zu vermeiden, kann das Brixsche Verfahren angewendet werden, bei welchem als Scheitel der Kurbelwinkel nicht der Mittelpunkt  $O$  des Kurbelkreises, sondern ein Pol  $O'$  gewählt wird, Abb. 39, im Abstand  $R^2 : 2l$  von  $O$  nach der Kurbel hin. Man erhält dann die Kolbenwege  $x$  sehr angenähert einfach durch Projektion des Punktes  $K'$  auf die Hubrichtung, der als Schnitt eines zur Kurbelstellung  $OK$  parallelen Strahles  $O'K'$  mit dem Kurbelkreis gefunden wird.

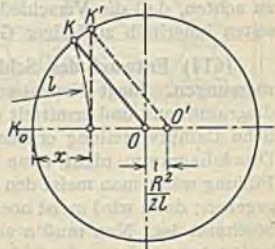


Abb. 39.

Umgekehrt kann zu jeder Kolbenstellung die Kurbelstellung gefunden werden durch Abloten der Kolbenstellung auf den Kurbelkreis —  $K'$  — und Ziehen einer zu  $K'O'$  Parallelen  $OK$ . Beim Müller-Reuleaux- und beim Zeuner-Diagramm liegt alsdann die Mitte des Schieberkreises bzw. der Berührungspunkt des Zeuner-Kreises in  $O'$ , Abb. 40 und 41. Beim



Müller-Reuleaux-Diagramm kann gleichzeitig auch die Endlichkeit der Exzenterstange berücksichtigt werden, Abb. 40, indem der Mittelpunkt noch in der Richtung der Schieberbewegung um  $r^2:2l'$  verschoben wird. (Annäherung, genügend genau.)

Wegen der meist verhältnismäßig großen Exzenterstangenlänge im Verhältnis zum Schieberhub sind die betreffenden Schieberabweichungen nur gering und deshalb in der Regel zu vernachlässigen (wenn  $l > 15r$ ).

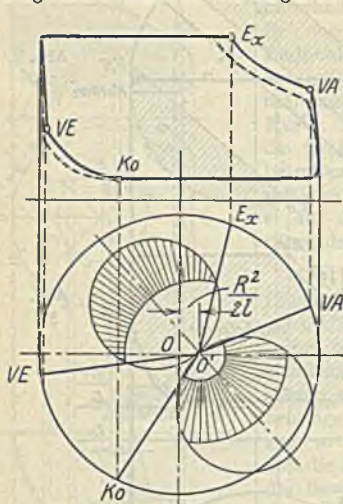


Abb. 40.

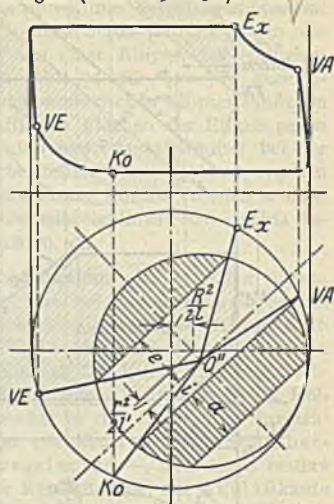


Abb. 41.

(613) **Füllungsausgleich.** Um angenähert gleiche Dampfverteilung auf beiden Zylinderseiten zu erhalten, wird der Schieber entweder unsymmetrisch eingestellt, d. h. bei der Mittellage des Exzenters seine Mittellinie von derjenigen des Schieberspiegels durch Verlängerung der Schieberstange um einen gewissen Betrag  $n$  entfernt, so daß an Stelle der bisherigen Überdeckungen  $e$  und  $i$  nunmehr auf der Deckseite die Überdeckungen  $e_d = e + n$  und  $i_d = i - n$ , und auf der Kurbelseite diejenigen  $e_k = e - n$  und  $i_k = i + n$  auftreten, oder aber es wird der Schieber selbst unsymmetrisch ausgebildet und z. B. behufs Erzielung gleicher Füllung auf beiden Zylinderseiten die äußere Überdeckung auf der Deckseite vergrößert, diejenige auf der Kurbelseite dagegen verkleinert usw.

Bei unsymmetrischer Einstellung der Schieber ist noch besonders darauf zu achten, daß die Verschiedenheit des linearen Voreilens auf beiden Zylinderseiten innerhalb zulässiger Grenzen bleibt.

(614) **Entwurf des Schieberdiagramms und Bestimmung der Schieberabmessungen.** Liegt Neuentwurf vor, so geht man vom entworfenen Indikator- und Druckdiagramm aus und ermittelt die Steuerabmessungen derart, daß sie die erforderliche Dampfverteilung ergeben. Im allgemeinen kann ein beliebig entworfenes Druckdiagramm nicht ohne jede Änderung verwirklicht werden. Neben der Füllung wählt man meist den Voreintritt, dadurch ist  $\delta$  und das Verhältnis  $e$  zu  $a$  gegeben; dann wird meist noch  $VA$  angenommen, wodurch  $i$  und die Kompression bestimmt ist. Nun muß  $a$  aus dem erforderlichen Kanalquerschnitt nach (606) ermittelt werden, wodurch der Diagramm-Maßstab und damit die wirkliche Größe von  $e$ ,  $i$  und  $r$  bestimmt ist. Im Schieberdiagramm sollte  $a$  möglichst groß angenommen werden, wenn die Ausführungsmaße klein werden sollen, da von  $a$  der Maßstab für die übrigen Größen abhängt. Daher meist kein Überschleifen. Nach Feststellung der Abmessung an der Berührungsfläche — Schieberspiegel

— wird der Schieber in der Mittellage gezeichnet, Abb. 27. Die Stegbreite  $b$  folgt aus der Wandstärke (nur bei sehr großem Überschleifen aus der Bedingung, daß bei größtem Ausschlag noch genügend Dichtung — Sicherheitsdeckung — zwischen Frischdampf- und Abdampfraum vorhanden sein muß).

Die Weite des Auslaßkanals  $a_0$  muß so groß sein, daß er bei vollem Schieberausschlag mindestens die Weite  $= a$  offen ist, woraus folgt

$$a_0 \geq r + a + i - b. \dots\dots\dots 14$$

Bei innerer Einströmung (s. unten) wird

$$a_0 \geq r + a + e - b, \dots\dots\dots 15$$

wobei  $b$  genügend Sicherheitsdeckung ( $> 5$  bis 10 mm) geben muß.

(615) Abarten des einfachen Schiebers. Zur Verringerung des schädlichen Raumes bei großer Zylinderlänge werden geteilte Schieber, Abb. 42, verwendet, die sich unabhängig voneinander auf gemeinsamer Stange verstellen lassen. Die Weite des Auspuffkanales in jedem Schieberspiegel ist hier  $a_0 \geq a$  zu nehmen. Im übrigen ergeben sich die Abmessungen des Schiebers und des Schieberspiegels aus Abb. 42.

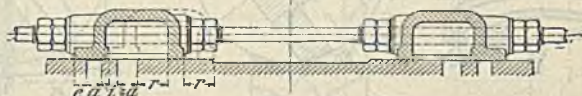


Abb. 42.

Schieber mit innerer Einströmung. Während beim einfachen Schieber der Eintritt des Frischdampfes in den Zylinder durch die äußeren, sein Austritt aus demselben durch die inneren Kanten des Schiebers gesteuert wird — Schieber mit äußerer Einströmung —, kommen bei Verwendung von Heißdampf, ferner bei den Niederdruckzylindern von Mehrfach-Expansionsmaschinen — hier meist aus konstruktiven Rücksichten — auch Schieber mit innerer Einströmung in Anwendung.

Bei diesen Schiebern steuern die inneren Kanten den Dampfeintritt, die äußeren den Dampfaustritt. Die Einlaß- und Auslaßüberdeckungen  $e$  bzw.  $i$  sind in entsprechender Weise am Schieber anzutragen und es ist derselbe durch ein gegenüber der bisherigen Anordnung diametral entgegen gesetztes Exzenter anzutreiben, das also der Kurbel um  $270^\circ + \delta$  voreilt.

Schieber mit innerer Einströmung werden zwecks Entlastung meist als Kolbenschieber ausgeführt, Abb. 43.

Der Querschnitt des den Kolbenschieber umgebenden ringförmigen Dampfkanals ermittelt sich nach Abzug aller Stegbreiten, die bis zu  $\frac{1}{3}$  seines Umfanges betragen können, zu

$$f \leq 0,66 d_a \pi a,$$

wenn  $d_a$  den äußeren Durchmesser des Schiebers bedeutet; hieraus folgt mit dem nach (606) ermittelten Kanalquerschnitt  $f$  die Kanalweite  $a$ .  $d_i$  ist so zu bemessen, daß

$$(\pi d_i^2 - \pi d_s^2) : 4 \geq f$$

und für  $d_a$  gilt

$$[\pi d_a^2 - \pi (d_i + 2\delta)^2] : 4 \geq f. \dots\dots\dots 16$$

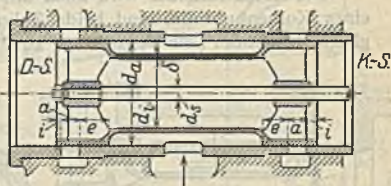


Abb. 43.



(616) **Trick-Kanalschieber.** Die beiden Enden dieses Schiebers, der sowohl ein Muschel- als auch ein Kolbenschieber sein kann, sind nach Abb. 44 durch einen Kanal (Trick-Kanal) verbunden. Der Schieber bewirkt eine doppelte Eröffnung für den Dampfeinlaß, indem er nach Abb. 44 den frischen Dampf sowohl von der einen als auch von der anderen Schieberseite her eintreten läßt. Weite des Trick-Kanals  $= 0,5 a$ . Die Stegstärke  $s$  kann, je nach der Größe des Schiebers, 1 bis 2 cm gewählt werden; dann folgt die Kanalweite im Schieber Spiegel  $= a + s$  und die Länge des letzteren außerhalb des Kanales  $= 2e - s$ . Die Verdopplung der Einströmung findet von Beginn des Voröffnens ( $\xi = e$ ) statt; sie hört auf, wenn die Schieberkante 1 mit der rechtsseitigen Kanal-kante 2 zusammentrifft ( $\xi = e + 0,5 a$ ). Es ist dann der Kanal bereits um die Größe  $a$  geöffnet. Das Schieberdiagramm, Abb. 45, ist dasselbe wie bei

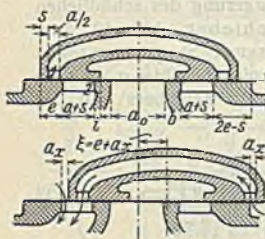


Abb. 44.

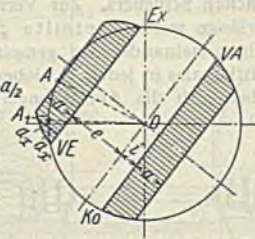


Abb. 45.

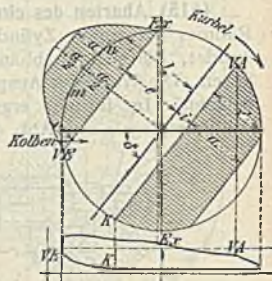


Abb. 45a.

dem gewöhnlichen Muschelschieber, vgl. Abb. 30 u. 32, nur hat man von der Vor-Einströmung (VE) bis zur Kanalöffnung  $0,5 a$  (Punkt  $A_1$  in Abb. 45), ebenso beim Schließen von  $0,5 a$  bis  $Ex$  die Eröffnungen über den mit der Exzentrizität  $r$  als Halbmesser geschlagenen Schieberkreis hinaus nochmals aufzutragen. Für die Auslaßseite gilt  $r \geq a - i$ . Die volle Eröffnung wird somit in Kurbelstellung  $A_1 O$  erreicht, beim gewöhnlichen Schieber erst in  $A O$ .

Man kann aber auch die Eröffnungsgeschwindigkeit lassen wie beim gewöhnlichen Schieber und, da innerhalb des Schieberkreises nur  $a/2$  nötig ist, die Schieberabmessungen auf die Hälfte reduzieren, da für den Maßstab der ganze Wert  $a$  in Frage kommt, Abb. 45a.

Der Trick-Schieber wird auch mit Überströmen ausgeführt, d. h. während eines Kolbenhubteiles sind beide Zylinderseiten verbunden, so daß Druckausgleich stattfindet (zur Vermeidung zu hoher oder zur Erhöhung zu geringer Kompression). Es tritt Überströmen ein, wenn  $s + 0,5 a > e$  ist

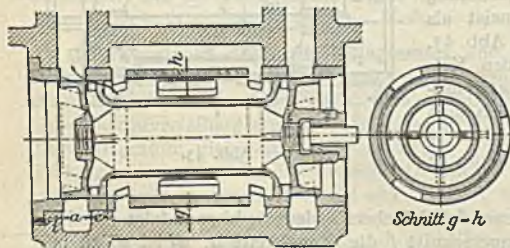


Abb. 46.

Einen Trick-Kolbenschieber für innere Einströmung zeigt Abb. 46. Mit doppelter Eröffnung für Einlaß und für Auslaß arbeitet der Penn-Schieber, mit je dreifacher der Hochwald-Schieber.

(617) **Einschieber-Expansionssteuerungen.** Eine Veränderlichkeit der Füllung

läßt sich bei Maschinen mit einfacher Schiebersteuerung durch Veränderung des Schieberhubes ( $2r$  oder des Voreilwinkels des Exzenters oder bei-

der Größen erreichen, sobald das Exzenter nicht mehr fest, sondern beweglich auf der zugehörigen Welle angeordnet und z. B. durch einen Achsenregler (s. (674)) in einer dem jeweiligen Beharrungszustande der Maschine entsprechenden Lage festgehalten wird.

Bei der Verstellung des Exzenters bewegt sich der Mittelpunkt desselben auf einer entsprechenden Kurve — der Scheitelkurve oder -linie. Hierbei wird in der Regel die Forderung gestellt, daß das lineare Voreilen ( $v$ ) sich bei den verschiedenen Füllungen nur wenig ändert. Da sich bei Änderung des Schieberhubes allein (Scheitellinie: Gerade durch Wellenmitte) und des Voreilwinkels allein (Scheitellinie: Kreisbogen mit  $r$  um Wellenmitte)  $v$  stark ändert, ja sogar leicht negativ wird und die Füllungsänderung nur in engen Grenzen möglich ist, werden diese Arten jede für sich nicht angewendet, sondern gleichzeitige Änderung von  $r$  und  $\delta$ . Die Scheitelkurve kann hierbei eine Gerade oder ein Kreisbogen sein.

Als Sonderfall kann konstantes lineares Voreilen  $v$  (s. (607) u. Abb. 30 bis 32) bei quer verschiebbarem Exzenter — Schema zeigt Abb. 47 — mit gerader Scheitelkurve erreicht werden, die senkrecht zur Kurbelotlage steht,

Abb. 48. Je größer  $\delta$ , um so kleiner die Füllung. Nullfüllung ist nicht möglich.

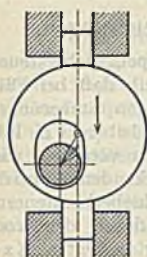


Abb. 47.

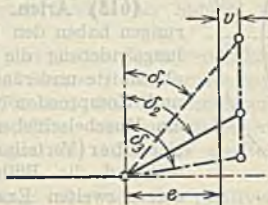


Abb. 48.

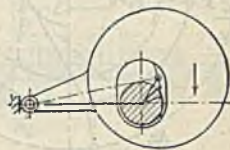


Abb. 49.

Eine Annäherung an die gerade Scheitelkurve ist die Drehung um einen von der Exzentermitte möglichst entfernt liegenden Punkt, Abb. 49.

Soll in einem anderen Sonderfall nicht  $v$  konstant, sondern die Kurbelstellung für Voreinströmen dieselbe bleiben, dann muß in dieser Kurbelstellung die Scheitelkurve lotrecht zur Kurbelotlage stehen, Abb. 50a, also in Kurbelotlage unter dem Winkel  $(90 - \gamma)$  geneigt, als Tangente an den  $e$ -Kreis, Abb. 50b. Das zugehörige Schieber- und Indikatoridiagramm zeigt Abb. 51 (gezeichnet für 0 bis 60% Füllung). Absolute Nullfüllung ist möglich für  $r = e$  und  $\delta = 90 + \gamma$ , s. Abb. 51.

Einen Kreisbogen als Scheitelkurve ergeben 2 ineinander drehbare Exzenter. Meist ist das innere Exzenter auf der Welle fest, das äußere ist durch den Regler verstellbar (Doerfel, Proell). Die Scheitelkurve ist ein Kreisbogen um den Mittelpunkt  $O'$  des inneren Exzenters (Exzentrizität  $r_1 = OO'$ ) mit dem Radius  $r_a =$  der Exzentrizität des äußeren, Abb. 52; Winkel  $\beta$  wird 60 bis 90° angenommen. Die Scheitelkurve ist so zu wählen, daß Nullfüllung und nötigenfalls absolute Nullfüllung gegeben werden kann (nur möglich bei veränderlichem linearen Voreilen  $v$ ). Nullfüllung ergibt diejenige Stellung des drehbaren Exzenters, bei der die  $e$ -Linie den Schieberkreis auf der Kurbelotlage schneidet. Absolute Nullfüllung ergibt die

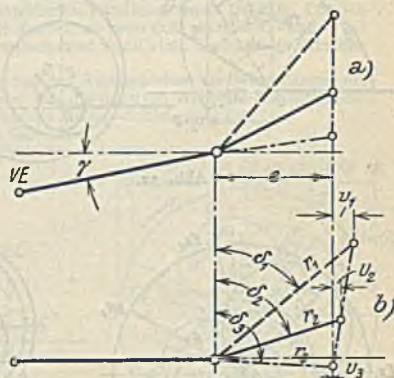


Abb. 50a und b.



durch den Schnittpunkt der  $e$ -Linie

mit der Scheitellinie gebende Exzenterstellung, also  $r_3 = e$ . Abb. 53 zeigt ein Zeuner-Schieberdiagramm einer Einschieber-Expansionssteuerung; gezeichnet ist die Stellung des Exzenters für 60% Füllung ( $r_1$ ), für 0-Füllung ( $r_2$ ) und für absolute Nullfüllung ( $r_3 = e$ ).

Es kann aber auch das innere Exzenter vom Regler verstellbar, das äußere durch Gelenk geführt werden, Abb. 54. Die resultierende wirksame Exzentrizität  $r = OE$  kann ermittelt werden, da  $b$  auf einem Kreisbogen um  $a$ ,  $O'$  um  $O$  ( $OO' = r_i =$  Exzentrizität des inneren Exzenters),  $E$  (Mittelpunkt des äußeren Exzenters) um  $O'$  ( $O'E = r_a$ ) bewegt wird und  $bE = bO' + r_a = \text{konst.}$  ist; Punkte  $b$ ,  $O'$  und  $E$  liegen auf einer Geraden.

### Doppelschiebersteuerungen.

(618) Arten. Doppelschiebersteuerungen haben den Vorteil, daß bei Füllungsänderung die übrigen Steuerungsabschnitte unverändert bleiben.  $VE$ ,  $VA$  und Kompression werden von dem wie ein Muschelschieber wirkenden Grundschieber (Verteilungsschieber) gesteuert, während die Füllung durch den von einem zweiten Exzenter bewegten Expansionsschieber beeinflusst wird. Der

Expansionsschieber kann entweder in demselben Raume wie der Grundschieber auf dem Rücken desselben gleiten — Einkammersteuerung — oder sich in einem anderen Raume befinden — Zweikammersteuerung; er sperrt den Dampfzutritt zum Kanal im Grundschieber bzw. zur Grundschieberkammer je nach der Größe der Füllung früher oder später ab.

Bei Doppelschiebersteuerungen kann Füllungsänderung bewirkt werden:

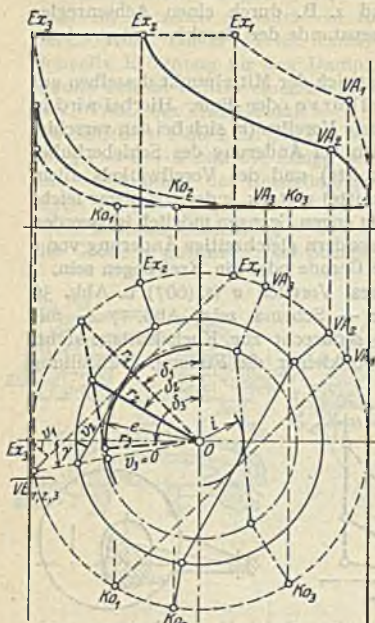


Abb. 51.

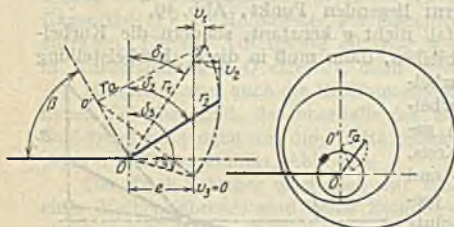


Abb. 52.

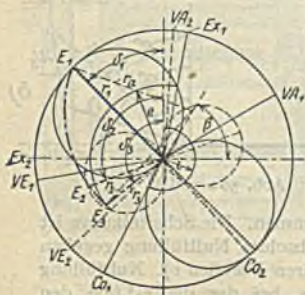


Abb. 53.

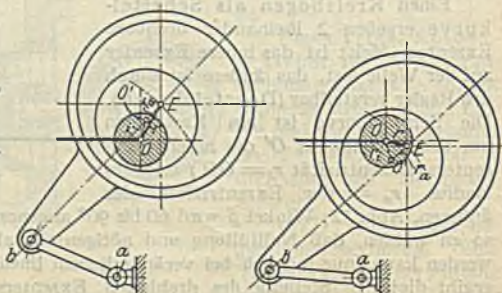


Abb. 54.

- durch Änderung des Abstandes der steuernden Kanten von Grund- und Expansionschieber von Hand oder vom Regler;
  - Meyer-Steuerung, b) Rider-Steuerung;
- durch Ändern von Hub und Voreilwinkel des Expansionsexzenter mittels Achsenregler.

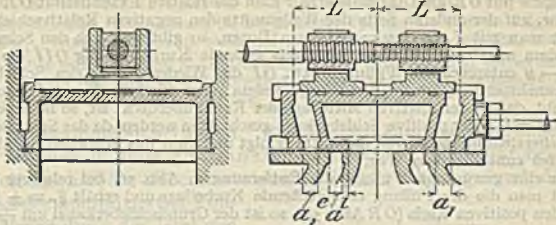


Abb. 55.

(619) Meyer-Steuerung, Abb. 55. Der Expansionschieber besteht aus zwei Platten, die durch Drehen der Spindel von- oder zueinander verstellt werden können.

Der Dampfeintritt hört in Abb. 56 für den linken Kanal auf, wenn die Kante 1 des Expansionschiebers über der Kante 2 des Grundschiebers steht, wenn also die Mitte des ersten Schiebers um die Strecke  $y$  gegen die Mitte des zweiten Schiebers verschoben ist.

Der Abschluß hängt also von der relativen Bewegung beider Schieber zueinander ab.

Ist in Abb. 57  $OG = r_g$  die Grundexzenterstellung,  $OE = r_e$  die Expansionsexzenterstellung bei Kurbelstotlage, so ist der relative Weg des Expansionsschiebers in bezug auf den Grundschieber  $\xi_r = \xi_e - \xi_g = OG - OE$ ; bei einem beliebigen Kurbelwinkel  $\alpha$  ist in gleicher Weise  $\xi_r$  stets der wagerechte Abstand der Exzentermittelpunkte  $G$  und  $E$ , also die Projektion der Strecke  $GE$  auf die Schieberweglinie oder der ihr gleichen und parallelen Seite  $OR$  des über  $OE$  als Diagonale und  $OG$  als andere Seite konstruierten Parallelogramms  $OGER$ . Da sich  $GE$  und  $OR$  um denselben Winkel drehen, wie die Kurbel, so kann  $OR$  als Relativexzenter aufgefaßt werden; die Wege des Relativexzentermittels sind dann stets die relativen Verschiebungen der beiden Schieber gegeneinander.

Im Zeuner-Diagramm schneidet die Kurbel auf den Relativkreisen als Schnenlängen die relativen Wege ab; im Müller-Releaux-Diagramm sind die relativen Wege die Projektion der Kurbellänge innerhalb des Relativschieberkreises auf die Relativ-Schieberweglinie.

Der positive Relativkreis bzw. die positive Seite der Schieberweglinie ist der aus den positiven Kreisen bzw.

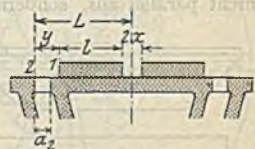


Abb. 56.

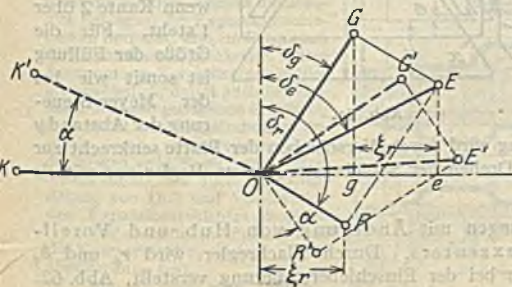


Abb. 57.

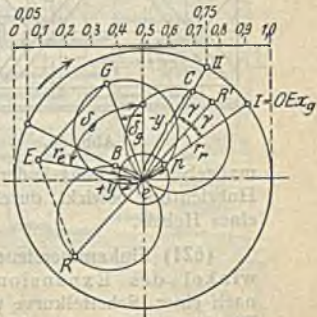


Abb. 58.

Richtungen gefundene. Unter den bisherigen Annahmen liegt der positive Relativexzenterkreis für die Deckseite links unten, der negative rechts oben, desgleichen die positive und negative Seite der Schieberweglinie.



Der Abschluß des linken Kanals, d. h. Füllungsende, erfolgt in Abb. 56, wenn der Expansionsschieber den relativen Weg  $\xi_r = -y$  nach links zurückgelegt hat bei zunehmendem Weg; in der gleichen Stellung bei abnehmendem Weg öffnet der Schieber den Kanal wieder. Die zugehörige Füllung wird ermittelt, indem man die dem relativen Weg  $\xi_r = -y$  entsprechende Kurbelstellung im Schieberdiagramm zeichnet.

In Abb. 58 ist  $OG = r_0$  der unter dem Winkel  $\delta_0$  aufgetragene Grundschieberkreis,  $OE = r_e$  die unter  $\delta_e$  angetragene Exzentrizität des Expansionsschiebers. Durch Konstruktion des Parallelogramms mit  $OE$  als Diagonale erhält man die relative Exzentrizität  $OR = r_r$  und den positiven bzw. auf der anderen Seite der Wellenmitte den negativen Relativschieberkreis.

Schlägt man mit  $\xi_r = -y = OC$  einen Bogen, so gibt sie durch den Schnittpunkt desselben mit dem negativen Relativschieberkreis gehende Kurbelstellung  $OII$  die der Kantenerntfernung  $-y$  entsprechende Füllung, bzw.  $OI$  die Wiederöffnung des Schieberkanals an, erstere bei zunehmendem, letztere bei abnehmendem Weg. Sind die Expansionsschieberplatten so verschraubt, daß in der relativen Mittellage der Kanal überdeckt ist, so ist  $y$  positiv, es muß mit  $\xi_r = +y = OB$  der positive Schieberkreis geschnitten werden, da das Schließen und Öffnen bei der Schieberstellung rechts von der Mitte erfolgt und zwar das Schließen bei abnehmendem, das Öffnen bei zunehmendem Weg.

Um für eine gewünschte Füllung die Entfernung  $y$ , Abb. 56, bei relativer Mittellage zu finden, zieht man die der Füllung entsprechende Kurbellage und erhält  $\xi_r = \pm y$ . Schneidet die Kurbel den positiven Kreis ( $OR$  Abb. 58), so ist der Grundschieberkanal um  $-y$  überdeckt.

**(620) Rider-Steuerung.** Die Rider-Steuerung stimmt in den Grundlagen mit der Meyer-Steuerung überein; sie beseitigt jedoch den Übelstand der letzteren, daß Gewinde im Dampf liegt und Füllungsänderung nur von Hand, nicht durch Regler möglich ist. Die Kanäle des Grundschiebers münden im Rücken nicht parallel aus, sondern geneigt, Abb. 59 bis 61; der Expansionsschieber

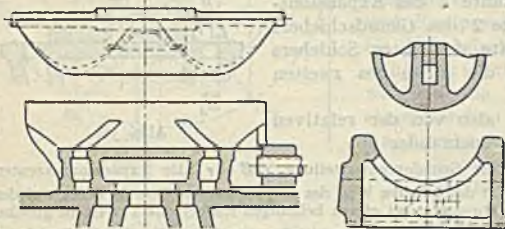


Abb. 59.

besteht aus nur einer Platte, deren steuernde Kanten den geeigneten Kanälen parallel sind, so daß die Platte trapez- oder keilförmige Form hat, Abb. 61. Die Platte ist meist nach einer Zylinderfläche gekrümmt, deren Achse mit der Achse der Expansionsschieberstange zusammenfällt,

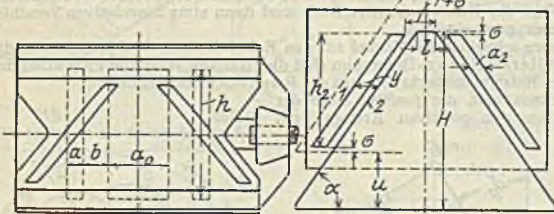


Abb. 60.

Abb. 61.

Abb. 59. Die Abwicklung zeigt Abb. 61; der Abschluß des linken Kanals erfolgt, wenn Kante 2 über 1 steht. Für die Größe der Füllung ist somit wie bei der Meyer-Steuerung der Abstand  $y$

maßgebend. Füllungsänderung wird durch Verschieben der Platte senkrecht zur Hubrichtung bewirkt, durch Drehen der Schieberstange vom Regler aus mittels eines Hebels.

**(621) Einkammersteuerungen mit Änderung von Hub und Voreilwinkel des Expansionsexzentrers.** Durch Flachregler wird  $r_e$  und  $\delta_e$  nach einer Scheitelkurve wie bei der Einschiebersteuerung verstellt, Abb. 62. Die Mittelpunkte des Relativexzentrers liegen dann auch auf einer Scheitelkurve  $R_1 R_2 R_3$ , die den gleichen Krümmungsradius hat, wie diejenige des Expansionsexzentrers und gegenüber dieser um  $r_1$  in der Richtung des Grundexzentrers verschoben ist. Die Deckung  $y$  bleibt unverändert; ist sie negativ, so

ist die Füllung nach einem Schieberwege  $\xi_r = -y$  ( $\xi_r$  zunehmend) beendet, bei positiver Deckung nach  $\xi_r = +y$  ( $\xi_r$  abnehmend).

Im Zeuner-Diagramm, Abb. 63, mit der angegebenen Scheitelkurve würde sich die Füllung durch die Schnittpunkte des  $y$ -Kreises mit den  $r_r$ -Kreisen ergeben. Bei der kleinsten Relativexzentrizität  $r_{r1} = 0 R_1$  (kleinstes  $\delta_e$  und größtes  $r_e$ ) hört die Füllung bei Kurbellage  $O E x_1$  auf, also größte Füllung; umgekehrt ist bei größtem  $r_{r3} = 0 R_3$  (größtes  $\delta_e$ , kleinstes  $r_e$ ) die Füllung am kleinsten. Nachfüllung ist bei kleinster Füllung am ehesten möglich, da Öffnen  $A_3$  nahe an  $E x_y$ . Nullfüllung kann auch bei negativem  $y$  erreicht werden, auch Schluß bei  $V E$ , was hier aber nicht absolute Nullfüllung ist, da der Schieberkanal vorher mit Dampf gefüllt wurde; absolute Nullfüllung, d. h. überhaupt keine Eröffnung des Kanals kann nur bei positivem  $y$  erreicht werden, wenn  $+y > r_{r\text{mlb}}$ .

(622) Zweikammersteuerungen. Bei den Einkammersteuerungen bewegen sich beide Schieber in einer gemeinsamen Kammer. Dies hat bei ineinander gelegten Kolbenschiebern neben ihrer umständlichen Fassung durch die Schieberstangen und der komplizierten Führung und Verbindung der letzteren mit den Exzenterstangen noch den

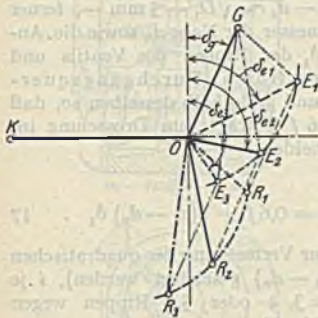


Abb. 62.

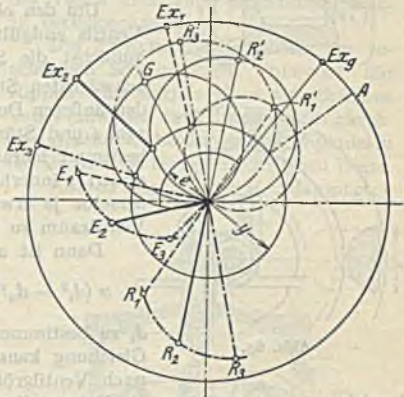


Abb. 63.

Nachteil großer Empfindlichkeit bei hohem Dampfdruck und insbesondere bei Überhitzung. Diese Nachteile lassen sich vermeiden, wenn man — nach Doerfel — die Schieber in zwei getrennten Kammern unterbringt.

Für die Füllung kommt nun nicht die relative, sondern die absolute Bewegung des Expansionsschiebers in Betracht, also im Diagramm die Expansionsschieberkreise. Innere Einstromung. Voreinstromen größer als gewöhnlich, damit auch bei kleinen Füllungen genügende Eröffnung stattfindet. Füllungsänderung sowohl durch veränderliche Überdeckungen (wie Meyer- und Rider-Steuerungen), als auch durch Änderung von Hub und Voreilwinkel des Expansionsschiebers möglich.

Für absolute Nullfüllung muß die Exzentrizität  $r_e$  kleiner als die Überdeckung sein.

Abb. 64 zeigt eine Zweikammersteuerung nach Doerfel der Dingerschen Maschinenfabrik Zweibrücken. Der Expansionsschieber hat doppelten Abschluß durch einen besonderen mittleren Ringschieber, der den Dampftritt in den Ringraum des Expansionsschiebers steuert, wodurch bessere Dichtung erzielt wird.

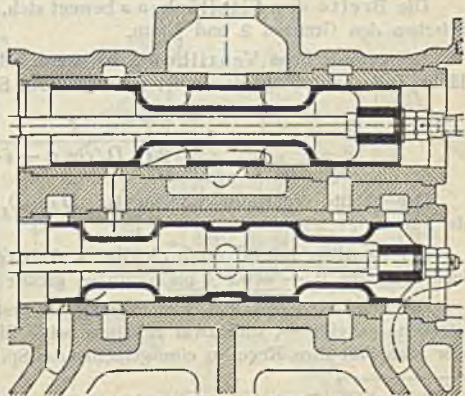


Abb. 64.

Abb. 64 zeigt eine Zweikammersteuerung nach Doerfel der Dingerschen Maschinenfabrik Zweibrücken. Der Expansionsschieber hat doppelten Abschluß durch einen besonderen mittleren Ringschieber, der den Dampftritt in den Ringraum des Expansionsschiebers steuert, wodurch bessere Dichtung erzielt wird.



## Ventilsteuerungen.

(623) **Abmessungen der Ventile.** Die Ventile der Dampfmaschinen sind fast durchweg Doppelsitz-Ventile (Rohrventile). Der erforderliche freie Durchgangsquerschnitt  $f$  ist wie für Schiebersteuerungen zu ermitteln (606). Zunächst wird überschläglich der Durchmesser  $D_1$ , Abb. 65, ermittelt, unter Berücksichtigung der Verengung durch die Wandstärke, Rippen, Nabe usw. des Ventilkörpers, die für kleine Ventile 0,4, bei großen 0,2 des Kreisquerschnittes angenommen werden kann:

$$\pi D_1^2 : 4 = f : 0,6 \text{ bis } f : 0,8.$$

Um den oberen Durchmesser  $D_1$ , Abb. 65, des Ventils endgültig festlegen zu können, wählt man zunächst die Stärke  $d_s$  der Ventilspindel an der schwächsten Stelle —  $d_s \sim \sqrt{D_1} + 5 \text{ mm}$  —, ferner den äußeren Durchmesser der Nabe  $d_n$  sowie die Anzahl  $i$  und Stärke  $\delta_1$  der Rippen des Ventils und bestimmt hierauf den freien Durchgangsquerschnitt innerhalb und außerhalb desselben so, daß derselbe je etwa 0,6  $f$  beträgt, um Drosselung im Ventilraum zu vermeiden.

Dann ist aus

$$\pi (d_i^2 - d_n^2) : 4 = 0,6 f + i (d_i - d_n) \delta_1 \quad 17$$

$d_i$  zu bestimmen (zur Vermeidung der quadratischen Gleichung kann  $(d_i - d_n)$  geschätzt werden),  $i$  je nach Ventilgröße = 3, 4 oder 5. Rippen wegen

Ausdehnung tangential an die Nabe stellen, Abb. 65.

Ferner ist  $d_a = d_i + 2\delta$  mit  $\delta = 5 \div 7 \text{ mm}$  und endlich kann aus  $\pi (D_1^2 - d_n^2) : 4 = 0,6 f$  der genaue Durchmesser  $D_1$  bestimmt werden, wobei etwa vorgesehene Führungsstege zu berücksichtigen sind.

Die Breite der Sitzflächen  $s$  bewegt sich, je nach der Größe des Ventils, zwischen den Grenzen 2 und 5 mm.

Der erforderliche Ventilhub  $h$  ist, wenn  $\alpha^0$  der Neigungswinkel der Sitzfläche,  $i$  die Zahl,  $b$  die Breite der versperrenden Säulen am Ventilkorb,

$$h = \frac{f}{2 (\pi D_1 \cos \alpha - i \cdot b)} \quad \dots \dots \dots 18$$

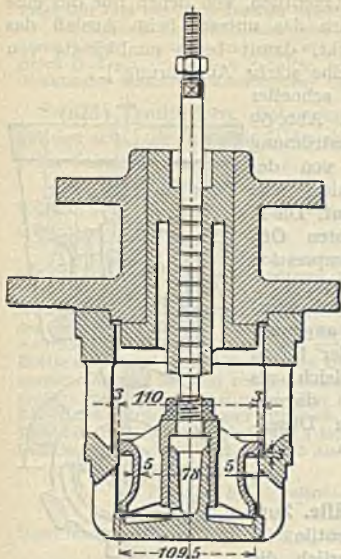
Der größte Ventildurchmesser ist  $D = D_1 + 2s$  und  $D_2 = D_1 - 0,5$  bis 1 mm.

Bei Ventilen mit Überdeckung, s. Abb. 66, ist  $h$  noch um die Überdeckungsgröße  $\mu$  — etwa 3 bis 6 mm — größer zu wählen<sup>1)</sup>.

Die Sitzflächen werden meist kegelförmig gestaltet — bis zu  $65^0$  gegen die Sitzebene geneigt —, und zwar erhalten beide Sitze entweder gleiche Neigung oder man läßt ihre Kegel in eine gemeinsame Spitze auslaufen.

<sup>1)</sup> Durch die Überdeckung wird erreicht, daß die Eröffnung des Ventils später als sonst, der Abschluß schon vor Beendigung der Ventilbewegung erfolgt — Vor-Einströmung und Expansion des Dampfes infolgedessen weniger schleichend als sonst vor sich gehen. Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß bei auslösenden Steuerungen ein zu kleiner Weg des über dem Ventil befindlichen Pufferkolbens — insbesondere bei kleinen Füllungen — vermieden wird.

Die Höhe  $y$ , Abb. 65, wird bestimmt mit Rücksicht darauf, daß beim größten Ventilhub (dieser kann größer sein als  $h$ , z. B. bei Wälzhebelsteuerung!) zwischen den Kanten  $\alpha$  und  $\beta$  ein Querschnitt von  $0,6f$ , d. h. ein Abstand von  $\sim 1,2h$  bleibt.



Auch die Abmessungen der Dampfwege über und unter dem angehobenen Ventil sind derart zu wählen, daß sie dem hindurchtretenden Dampf einen Querschnitt  $\geq f$  bieten. Dasselbe gilt für die Durchgangsquerschnitte des Ventilkorbes sowie für die Abmessungen des Gehäuses, in das derselbe eingesetzt wird. Hierbei ist die höchste Lage, die das Ventil überhaupt einnehmen kann, zu berücksichtigen.

Die Führung des Ventils am zugehörigen Sitz geschieht entweder mit Rippen oder mittels eines zylindrischen Teiles (zuweilen auch durch beides gleichzeitig), seine Verbindung mit der Spindel in der in Abb. 66 bis 69 ersichtlichen Weise.

Abb. 67 zeigt eine für Heißdampf gern



Abb. 66.

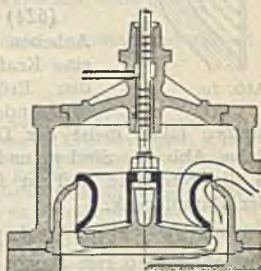


Abb. 67.

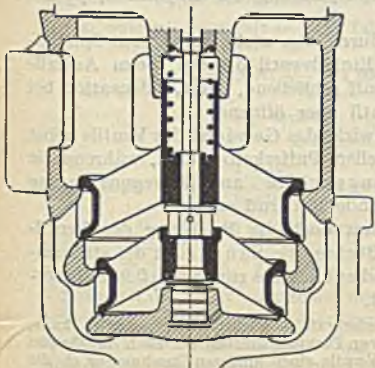


Abb. 68.

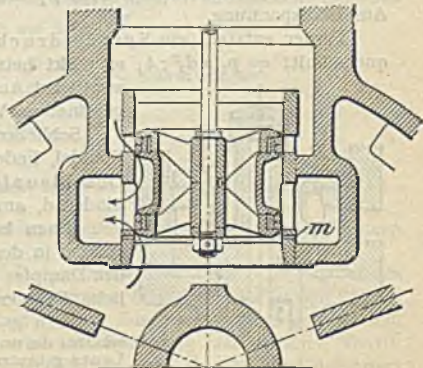


Abb. 69.

gewählte Ventilform, bei der Ventil und Sitz auf jeder Seite mit Dampf von gleicher Temperatur in Berührung kommen und deshalb gleiche Ausdehnung erfahren.



Viersitzige Ventile werden angeordnet, wenn der Durchmesser bzw. der Hub eines Doppelsitzventils ungewöhnlich groß ausfällt; sie bestehen aus zwei unmittelbar übereinander gelegten Doppelsitzventilen, von denen nur das eine auf der Spindel fest ist (bei Einlaßventilen das untere, beim Auslaß das obere), das andere durch Feder angedrückt, damit beide unabhängig von Wärmedehnung gut sitzen. Abb. 68 zeigt eine solche Ausführung<sup>1)</sup>.

Kolbenventile haben den Vorteil schneller Eröffnung, da sie Überdeckungen besitzen. Abb. 69 zeigt ein solches Ventil mit doppelter Einströmung für die Kerchove-Steuerung, ausgeführt von der Sächsischen Maschinenfabrik A.-G., Chemnitz. Die Ventile werden in den Zylinderdeckel eingebaut. Die in der Führungsbüchse desselben angebrachten Öffnungen  $m$  gestatten schon während der Kompression den Zutritt frischen Dampfes in den Zylinder.

Tellerventile werden meist bei Gleichstromdampfmaschinen angewendet, wo sie bei der hohen Kompression zugleich als Sicherheitsventil dienen. Abb. 70 zeigt ein Düsentellerventil von Prof. Stumpf.

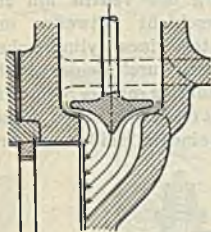


Abb. 70.

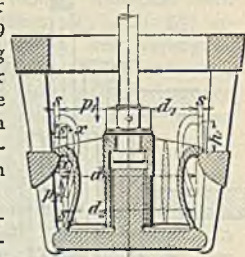


Abb. 71.

(624) Ventilkräfte. Zum Anheben der Ventile ist eine Kraft erforderlich, die den Eröffnungswiderstand überwindet. Den größten

Teil desselben bildet meist der Dampfdruck auf die nicht ausgeglichene Ventilfläche, Abb. 71. Sind  $p_1$  und  $p_2$  die Dampfdrücke über bzw. unter dem Ventil,  $s$  die Sitzbreite und ist ferner  $(d_1 - d_2) : 2 = x$ ,  $d = (d_1 + d_2) : 2$ , so ist der Dampfdruck:

$$\pi d (2s + x) p_1 - \pi dx p_2 = \pi d 2s p_1 + \pi dx (p_1 - p_2)$$

bei der Annahme, daß kein Dampf unter die Sitzflächen gelangt (vollkommene Berührung). Beim Einlaßventil ist  $p_1$  die Einström-,  $p_2$  die Endspannung der Kompression, beim Auslaßventil  $p_1$  die Endspannung der Expansion,  $p_2$  die Ausströmspannung.

Ferner entsteht ein Spindelndruck durch den nicht entlasteten Spindelquerschnitt  $= p_1 \pi d_s^2 : 4$ ; er wirkt beim Einlaßventil öffnend, beim Auslaßventil bei Auspuff schließend, bei Kondensation bei geöffnetem Ventil aber öffnend.

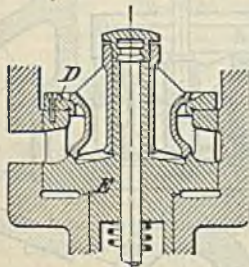


Abb. 72.

Schließend wirkt das Gewicht des Ventils nebst Spindel, Federteller, Pufferkolben usw., während die Beschleunigungskräfte am Bewegungsanfang hindernd, am Ende fördernd wirken.

Hinzu kommt noch die Reibung der Ventilschindel in der Büchse, die Saugkraft des strömenden Dampfes und endlich die zum Schließen erforderliche Federkraft.

Damit die Federkraft möglichst klein ausfallen kann, erhalten die unteren Dichtungsflächen der nach Angabe von Lentz gebauten Ventile einen größeren Durchmesser als die oberen. Ein derartiges Ventil wird, um es einbauen zu können, mit dem äußeren Sitz  $D$ , Abb. 72, zusammengewossen und gleichzeitig mit diesem bearbeitet; hierauf wird der nur durch Rippen oder dgl. mit dem Ventil verbundene Sitz ab-

<sup>1)</sup> Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Abt. Maschinenbau Görlitz (GMA).

gestochen, so daß er nun einen Ring bildet, der sich am Ventil hin und her schieben läßt. Dieser Ring mit daranhängendem Ventil wird dann auf dem Ventilkorb *E*, in dem er sich zentriert, aufgepaßt und mittels Schrauben befestigt.

Bei anderen Konstruktionen wird das Ventil mit dem zugehörigen Korb ebenfalls in einem Stück gegossen und an zwei Stellen abgestochen, so daß der innere Durchmesser gleich groß wie der äußere gehalten werden kann und das Ventil vollständig entlastet ist (Praktischer Maschinen-Konstrukteur 1910, Nr. 23).

**(625) Ventildedern.** Bei geschlossenem Ventil muß eine gewisse Kraft vorhanden sein, die den Spindelruck reichlich überwindet und das Hängenbleiben beim Schließen verhindert.

Bei Ausklinksteuerungen soll die Feder das freigegebene Ventil möglichst schnell schließen, bei zwangsläufigen Steuerungen soll die Berührung mit dem Gestänge erhalten bleiben.

Vernachlässigt man bei den Einlaßventilen der Ausklinksteuerungen (s. (626)) den auf der Spindel lastenden Dampfdruck und die Saugwirkung des strömenden Dampfes — beide Kräfte wirken hier einander entgegen — und ferner auch die Stopfbüchsenreibung, so kommen, sobald die Ausklinkung erfolgt ist, für die Beschleunigung des Steuerorgans nur noch das Gewicht des Ventils und der mit ihm verbundenen Teile, sowie der Federdruck in Betracht. Bei den Auslaßventilen wirken Dampfdruck auf die Spindel und Saugwirkung in gleichem Sinne; beide Kräfte sind aber hier verhältnismäßig klein, so daß sie bei Einzylindermaschinen vernachlässigt werden können. Bei den zum Hochdruckzylinder von Verbundmaschinen gehörigen Auslaßventilen ist die Wirkung dieser beiden Kräfte auf die Ventilmovement von größerem Einfluß. Bezeichnet *F* einen mittleren Federdruck, *G* das Gewicht des Ventils und der mit ihm verbundenen Teile, *t* die Schließdauer (in sek) und *h* den Hub des Ventils (in m), *b* die zum Schließen notwendige Beschleunigung (in m/sek), so muß die Schließkraft

$$F + G = b \frac{G}{g} \quad \text{oder} \quad F = \left( \frac{b}{g} - 1 \right) G \quad \text{sein, worin } b = \frac{2h}{t^2}.$$

Bezeichnet noch *s<sub>t</sub>* den Kolbenweg, *c<sub>t</sub>* die mittlere Kolbengeschwindigkeit während der Schließdauer *t*, so ist *s<sub>t</sub>* = *c<sub>t</sub>* *t* oder *t* =  $\frac{s_t}{c_t}$ .

Für die Schließdauer *t* kann bei Maschinen mit *n* = 100 Uml/min und *w* = 40 bis 45 m/sek Dampfgeschwindigkeit im Augenblicke der Ausklinkung der Einlaßventile 6, 9, 12% des Kolbenweges bei einer Ausklinkung nach 8 bzw. 25 bzw. 45% dieses Weges gewonnen werden. Für die Auslaßventile ist die Schließdauer 12 bis 15% des Kolbenweges zu wählen<sup>1)</sup>.

Bei zwangsläufigen Steuerungen ist die Federkraft für die höchste Umlaufzahl zu berechnen und der erhaltene Wert noch um 5 bis 10% zu vergrößern. Genauere Werte erhält man bei solchen Steuerungen durch Aufzeichnung der aus der Antriebbewegung unmittelbar abgeleiteten Beschleunigungs- und Kräftekurven (s. z. B. Z. d. V. d. I. 1908, S. 1112).

Beispiel. Bei einer Einzylindermaschine mit Ausklinksteuerung 400/700 (*n* = 100 Uml/min) betrage *G* = 4,5 kg, dann findet sich, wenn der Ventilhub für die Ausklinkung nach 45% des Kolbenweges *h* = 20 mm beträgt — aus dem betreffenden Steuerschema (s. nachstehend) zu entnehmen — für die Schließdauer von 12% dieses Weges (s. oben) die mittlere Kolbengeschwindigkeit während dieser Zeit — nach Tabelle auf S. 636  $\left( \frac{r}{l} = \frac{1}{16} \right)$  — zu

$$c_t = 1,004 \cdot \frac{\pi s n}{60} = 1,004 \cdot \frac{\pi \cdot 0,7 \cdot 100}{60} = \sim 3,68 \text{ m/sek und}$$

$$t = \frac{s_t}{c_t} = \frac{0,12 \cdot 0,7}{3,68} = 0,0228 \text{ sek.}$$

Damit folgt  $b = \frac{2 \cdot 0,02}{0,0228^2} = \sim 77 \text{ m/sek}^2$  und  $F = \left( \frac{77}{9,81} - 1 \right) 4,5 = \sim 30,8 \text{ kg.}$

Ist die Ventilschließdauer mittels einer Stopfbüchse abgedichtet, so hat die Feder noch die Stopfbüchsenreibung *P<sub>0</sub>* zu überwinden.

Da *F* (bzw. *F* — *P<sub>0</sub>*) die mittlere Federkraft während der Schließdauer des Ventils ist, die Feder aber schon mit einer gewissen Vorspannung *F<sub>min</sub>* auf das geschlossene Ventil wirkt — entsprechend einer Zusammendrückung aus dem spannungslosen Zustande von *f<sub>min</sub>* — wird ihre Spannung beim größten Ventilhub *h<sub>max</sub>* — entsprechend einer Zusammendrückung von *f<sub>max</sub>* — den Höchstwert *F<sub>max</sub>* erreichen. Es ist hiernach  $h_{\max} = f_{\max} - f_{\min}$ .

<sup>1)</sup> Vgl. W. Trinks, Berechnung der Federn für die Ventile von Dampfmaschinen und Kompressoren. Z. 1898, S. 1162.



$f_{\max}$  ist aus  $F_{\max}$  und  $F_{\min}$  so festzustellen, daß sich die  $f$  wie die  $F$  verhalten

$$f_{\max} : f_{\min} = F_{\max} : F_{\min}, \text{ also } f_{\max} : (f_{\max} - f_{\min}) = F_{\max} : (F_{\max} - F_{\min})$$

oder

$$f_{\max} = h_{\max} \cdot F_{\max} : (F_{\max} - F_{\min}).$$

Nachspannen ist zu berücksichtigen, also  $F_{\max}$  entsprechend größer einzusetzen.

Hiermit lassen sich die Abmessungen der zylindrischen Schraubenfeder berechnen (vgl. S. 268);  $k_d$  kann  $\sim 3200 \text{ kg/cm}^2$  angenommen werden, wenn möglich noch niedriger.

Für die vorstehend ermittelte Federkraft  $F = 30,8 \text{ kg}$  — Spindelreibung vernachlässigt — ergibt sich mit (schätzungsweise)  $k_d = 2700 \text{ kg/cm}^2$  und  $r = 3,0 \text{ cm}$  die Drahtdicke

$$d = \sqrt[3]{\frac{30,8 \cdot 3,0}{0,2 \cdot 2700}} = 0,55 \text{ cm} = 5,5 \text{ mm}$$

und als Zusammendrückung der Feder bei  $m = 12$  Windungen und  $G = 825000 \text{ kg/cm}^2$

$$f = \frac{64 \cdot 12 \cdot 3,0^3}{0,55^4 \cdot 825000} 30,8 = \sim 8,5 \text{ cm.}$$

Für den größten Ventilhub  $h_{\max} = 3,0 \text{ cm}$  folgt dann

$$f_{\max} = 8,5 + (3 - 2) = 9,5 \text{ und } f_{\min} = 9,5 - 3 = 6,5 \text{ cm,}$$

entsprechend  $F_{\max} = 30,8 \frac{9,5}{8,5} \sim 34,5$  und  $F_{\min} = 34,5 \frac{6,5}{9,5} \sim 23,2 \text{ kg,}$

sowie für die größte Drehungsbeanspruchung der Feder

$$k_d = \frac{34,5 \cdot 3,0}{0,2 \cdot 0,55^3} \sim 3110 \text{ kg/cm}^2;$$

sie liegt somit unter dem zulässigen Wert.

Anstatt rechnerisch wird die Federkraft häufig erfahrungsgemäß als ein Vielfaches vom Durchmesser  $D$  (in mm) des zur Feder gehörigen Zylinders genommen. Man wählt bei Hochdruckzylindern  $F_{\min} = \frac{1}{15} D$ , bei Niederdruckzylindern, je nachdem kleine oder große Maschinen in Frage kommen,  $F_{\min} = \frac{1}{17} D$  bis  $\frac{1}{22} D$ .

Diese Zahlen gelten etwa für  $n = 100 \text{ Uml./min.}$  Ist  $n > 100$ , so muß die Federkraft größer genommen werden, insbesondere auch dann, wenn noch — wie z. B. bei zwangsläufigen Steuerungen — Teile der äußeren Steuerung zu beschleunigen sind.

$F_{\max}$  kann  $1,2 F_{\min}$  bis  $2 F_{\min}$  betragen.

**(626) Arten der Ventilsteuerungen.** Die Bewegung der Ventile erfolgt von der Steuerwelle aus, die durch Kegelräder von der Kurbelwelle aus angetrieben wird, seltener direkt von dieser (Fördermaschinen, Lokomobilen, Gleichstrommaschinen). Die Steuerung darf keinen Rückdruck auf den Regler ausüben, keine unnötig großen Ventilhuberfordern und muß einfache Bauart mit wenig Gelenken haben. Je nach der Art der Übertragung können unterschieden werden:

A. Zwangsläufige Steuerungen. 1. Kettenschlüssige, bei denen sowohl die Öffnungs- als auch die Schließbewegung durch Gestängekraft erfolgt, jetzt wenig angewendet (Doerfel, Pfeiffer u. a.). Antrieb durch Exzenter.

2. Kraftschlüssige, bei denen nur die Öffnungsbewegung vom Gestänge, die Schließbewegung durch Federkraft erfolgt, jedoch so, daß das Ventil nur der Bewegung des Gestänges folgen kann. Diese Steuerung kann durch a) unrunde Scheiben (Nocken, für Dampfmaschinen wenig angewendet) oder durch b) Exzenter mittels Wälzhebel oder Schwingdaumen (Lentz, Proell) bewirkt werden.

Einlaßsteuerungen mit veränderlicher Füllung können ausgeführt werden a) mit festem Exzenter und durch Regler verstellte Triebwerksteile (alte Collmann, Widmann, Höffner u. a., jetzt kaum noch ausgeführt), b) mit verstellbarem Exzenter und Flachregler (Proell, Doerfel, Lentz, Pfeiffer).

B. Ausklink-Steuerungen (freifallende). Das Ventil wird durch das Gestänge gehoben und nach Ausklinkung einem freifallenden Schluß unter Einwirkung der Feder überlassen; dadurch werden rasche Schlußbewegung und scharfe Diagrammecken erzielt. Um das harte Aufsitzen bei der großen Geschwindigkeit und die damit zusammenhängenden Stöße und Geräusche zu vermeiden, werden zur Verzögerung Luft- oder Flüssigkeitspuffer (Abb. 88) angeordnet.

(627) Ventilerhebungsdiagramme. Um eine übersichtliche Darstellung der Eröffnungsverhältnisse eines Einlaß- oder Auslaßventils zu erhalten, trägt man — entsprechend der Schieberellipse (vgl. (610)) — als Abszissen die Kolbenwege, als Ordinaten die aus dem Steuerschema (s. nachstehend) zu entnehmenden zugehörigen Hübe des Ventils auf und zeichnet in das erhaltene Ventilerhebungsdiagramm noch die Linie der Kolbengeschwindigkeiten mit einem solchen Maßstabe ein, daß die größte Kolbengeschwindigkeit ( $c_{\max}$ ) gleich dem rechnermäßig erforderlichen Ventilhub  $h_{\min}$  ist, der sich aus Gl. 18 für ebenen Sitz ( $\alpha = 0$ ) ergibt (Drosselkurve s. (606)).

Es muß sein:

$$f_{\min} = Fc : w_{\max} \quad \text{und} \quad h_{\min} = f_{\min} : 2 (\pi D_1 - ib)$$

oder — mit Benutzung der Gl. 18 — der zur Vermeidung von Drosselungsverlusten erforderliche Ventilhub mindestens

$$h_{\min} = Fc : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib) = F \cdot v \left( \sin \alpha + \frac{r}{2l} \sin 2\alpha \right) : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib) \quad . 19$$

Da die Ventilhübe den jeweiligen Durchgangsquerschnitten, diese aber den gleichzeitig vorliegenden Kolbengeschwindigkeiten proportional sind, stellen die Ordinaten der Geschwindigkeitskurve (Drosselungskurve) auch die jeweils erforderlichen Ventilhübe dar.

Behufs rechnerischer Ermittlung derselben für beliebige Kolbenstellungen ist der unveränderliche Faktor

$$Fc : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib)$$

der vorstehenden Gleichung mit den in der Tabelle auf S. 636 angegebenen Werten  $\sin \alpha + \frac{r}{2l} \sin 2\alpha$  zu multiplizieren. Die Eröffnungskurven eines Ventils sollen in ihrem ganzen Verlauf außerhalb der Drosselkurve liegen; die Schnittpunkte der letzteren mit den Schlußkurven geben den Beginn der Drosselung des Ein- bzw. Ausströmdampfes an, die — je nach dem Verlauf der Schlußkurven — sich auf einen größeren oder kleineren Kolbenweg erstreckt.

An vorhandenen Maschinen können die Ventilerhebungsdiagramme unmittelbar aufgenommen werden durch Schreibstift an der Spindel, der die Bewegung auf eine von der Kolbenbewegung gedrehte Papiertrommel (s. Indikator (636)) aufzeichnet.

Anzustreben ist möglichst gleichbleibende Erhebung bei allen Füllungen. Darin sind Steuerungen mit Schwingdaumen (Lentz, Proell, Schwabe) günstiger, s. Abb. 83, als Wälzhebelsteuerung; das Ventilerhebungsdiagramm einer Wälzhebelsteuerung (Widmann) zeigt Abb. 73.

Für den Entwurf einer Ventilsteuerung, bei der nur die Dampfverteilung gegeben ist, empfiehlt sich, die noch unbekanntesten Triebwerkabmessungen zunächst probeweise anzunehmen und dann für gewisse Reglerstellungen die Bahnen der Gelenkpunkte — das sog. Steuerschema — auf-



zuzeichnen, aus dem die betreffende Füllung und die Bewegung des Ventils hervorgeht. Die Abmessungen zweckmäßig so wählen, daß auch bei kleinen

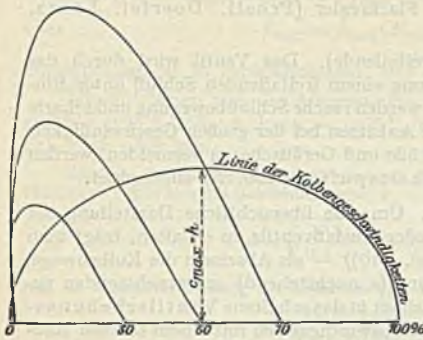


Abb. 73.

Füllungen das Ventil sich genügend erhebt, um dem Dampf den erforderlichen Durchtrittsquerschnitt freizugeben, und zu dem Zweck das vorgenannte Ventilerhebungsdiagramm mit der Ellipse der Mindesthübe aufzeichnen. Die Abmessungen sind ferner so zu wählen, daß die Vor-Einströmung bei den verschiedenen Füllungen möglichst unveränderlich bleibt und der größte Ventilwiderstand (im Augenblick der Eröffnung des Ventils) nur eine geringe Rückwirkung auf den Regler hervorbringt. Werden Ein- und Auslaß von einem gemeinsamen Exzenter aus ange-

trieben, so ist bei der Annahme der zur Totlage der Kurbel gehörigen Exzenterstellung zu beachten, daß sich damit auch die Auslaßsteuerung in geeigneter Weise bewirken läßt. Als Beispiele für die Untersuchung am Steuerschema können die nachstehend beschriebenen Ventilsteuerungen dienen.

(628) Steuerung durch Nocken. Zunächst sind die Steuerwinkel für Einlaß und für Auslaß aus dem Indikatordiagrammentwurf zu bestimmen, Abb. 74.

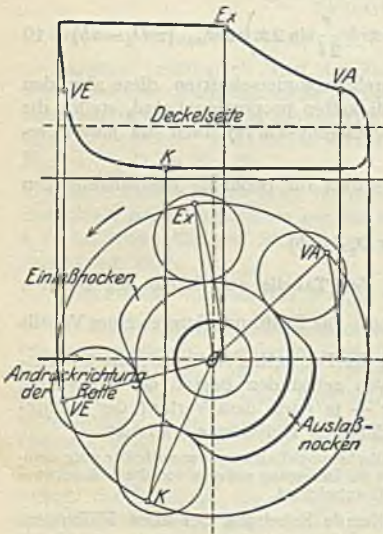


Abb. 74.

Man findet die dem Einlaß und Auslaß des Dampfes entsprechenden (für Kurbel-totlage gezeichneten) Anfangs- und Endpunkte der Nocken in den zu VE und EA bzw. VA und K gehörigen Kurbelstellungen. Die Ermittlungen sind für endliche Schubstangenlänge und beide Zylinderseiten anzustellen. Damit ist der Winkel, über den sich der Einlaß- bzw. Auslaßnocken erstreckt, gegeben. Die Höhe der Nocken in radialer Richtung muß dem berechneten Ventilhub unter Berücksichtigung der Übersetzung zwischen Rolle und Ventil entsprechen. Weicht die Andrückrichtung der Rolle von der Lage in Abb. 74 ab, so sind die Nocken um den gleichen Winkel zu ver-

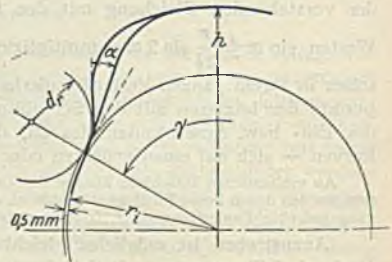


Abb. 75.

setzen. Beim Entwurf der Nockenform ist von der Bahn des Rollenmittelpunktes auszugehen. Über ein hierbei einzuschlagendes Verfahren siehe Z. 1919, S. 253.

Zweckmäßig wird die Nockenform mit Rücksicht auf Herstellung gewählt und die Brauchbarkeit in bezug auf genügenden Ventilhub und auf die auftretenden Beschleunigungskräfte nachgeprüft. Durchmesser  $2r_1$  des inneren Scheibenkreises (untere Rast), Abb. 75, nach Wellendurchmesser; zwischen

Rolle und unterer Rast muß bei geschlossenem Ventil etwa 0,5 mm Spiel sein, wegen sicherem Schließen der Ventile. Die Auf- und Ablaufkurve soll tangential in die untere Rast übergehen, so daß die Rolle bei Hubbeginn zum Anliegen kommt. Gerade Hubkurven sind für die Bearbeitung bequem, Abb. 75, bei zu geringer Eröffnung oder besonders bei zu langsamem Schließen macht sich eine Krümmung erforderlich, wobei der Winkel  $\alpha < 45^\circ$ , meist  $25\text{--}30^\circ$  ist.

Um die Ventilerhebungen (Rollenerhebungen) zu erhalten, muß die Bahn des Rollenmittelpunktes gezeichnet werden, Abb. 76 (Nocke feststehend, Rolle auf derselben bewegt angenommen), als Äquidistante zur Nockenbegrenzung. Wird der Steuerwinkel  $\gamma_e$  in gleiche Teile geteilt, so erscheinen die Erhebungen als Strecken  $a\text{--}b, 6\text{--}6'$ , auf der den Kreis mit der Mittenentfernung von Rollenführung und Scheibe tangierenden Geraden (bei zentrischer Rollenführung radial). Nach Eintragen der Kolbenweglinie  $K\text{--}L$  entsprechend dem Voreinstromwinkel  $\delta_v$  aus dem Indikatorgramm, können die zugehörigen Kolbenstellungen ermittelt und über diesen die jeweiligen Ventilerhebungen aufgetragen werden, Abb. 77; wird noch die

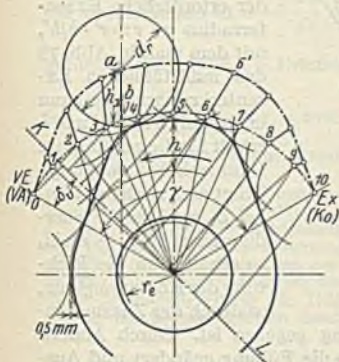


Abb. 76.



Abb. 77.

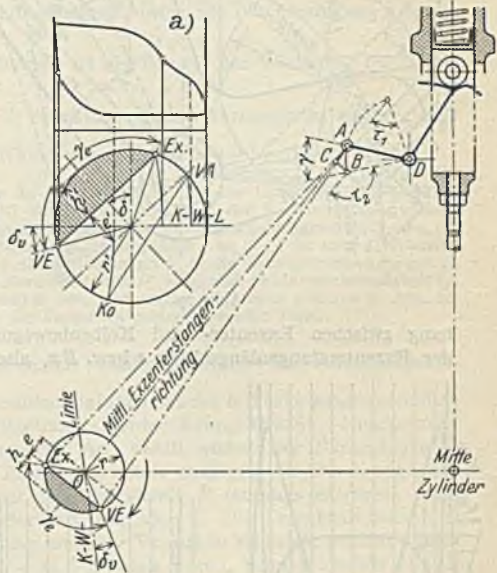


Abb. 78.

Kurve der mindest erforderlichen Erhebungen  $h_{min}$  (s. (627)) aufgetragen, so kann festgestellt werden, ob die wirklichen Ventilhube mindestens so groß sind, wie die erforderlichen. Die Erhebungen können ferner über den Kurbelwinkel aufgetragen werden; da bei  $\omega = \text{const}$  die Winkel der Zeit verhältnismäßig sind, so ist die Kurve eine Zeit-Weg-Kurve, aus der die Ventilschwindigkeiten und die Beschleunigungen ermittelt werden können (s. Schwingdaumen).

**(629) Wälzhebelsteuerungen.** Sie werden mit festem Exzenter und Änderung der Füllung durch Einwirkung des Reglers auf das übertragende Gestänge (alte Collmann, Widmann u. a.) oder mit verstellbarem Exzenter (Achsregler) ausgeführt, sind aber nur noch als letztere und auch dann wenig gebräuchlich.

**(630) Steuerung durch Schwingdaumen mit festem (Collmann) oder verstellbarem Exzenter (Lentz, Pröll, Dörfel u. a.).** Erst müssen die konstruktiven Verhältnisse gewählt werden, Abb. 78 (einer Lentzsteuerung), wobei die Schränkungswinkel  $\tau_1 \geq 45^\circ$ ,  $\tau_2 \leq 135^\circ$  in den Endstellungen des Exzenter, Drehwinkel  $\gamma$  etwa  $20$  bis  $30^\circ$  sein kann; mittlere Exzenterstangenrichtung  $AO$  für Hubbeginn. Auf- und Ablaufkurve wählen mit Rücksicht auf rasche Eröffnung und Beschleunigung, s. unten. Für den dem Ventilhub entsprechenden Hebelwinkel  $\gamma$  ist  $AC$



der Exzenterhub ( $1 = \infty$ ). Da Daumenhebel  $AD$  bei  $VE$  und  $Ex$  bzw.  $VA$  und  $KO$  gleiche Stellung (Anhubbeginn und Absetzen) einnimmt, liegen die Exzenterstellungen symmetrisch zu  $AO$  auf Kreisbogen mit Exzenterstangenlänge um  $A$ . Abstand der Geraden  $VE-Ex$  von  $O$  entspricht der „Überdeckung“  $e$  bei Schiebersteuerung, während  $h (= a) = r - e$  dem Ventilhub entspricht und

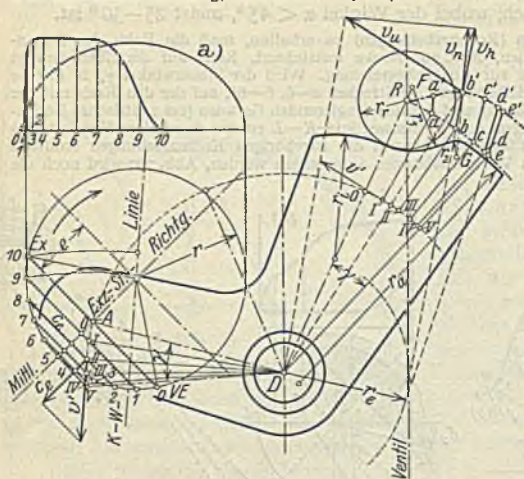


Abb. 79.

der Winkel zwischen  $VE$  und  $Ex$  gleich demselben Winkel im Indikatordiagramm, Abb. 78 a (links oben), sein muß. Mit den entsprechenden Größen  $r'$  und  $h'$  aus dem Indikatordiagramm ergibt sich der erforderliche Exzenterradius zu  $r = r' \cdot h/h'$ , mit dem man in Abb. 78 den maßstäblichen Exzenterkreis schlagen kann und damit  $Ex$ ,  $VE$  und  $h$  erhält für die gewünschte Daumenhebelbewegung, Trägt man noch den Winkel  $\delta_v$  aus dem Steuerdiagramm, Abb. 78 a, ein, so erhält man die Richtung der Kolbenweglinie, wodurch der Zusammenhang zwischen Exzenter- und Kolbenbewegung gegeben ist. Durch Ändern der Exzenterstangenlänge kann  $e$  bzw.  $Ex$ , also die Füllung geändert und Ausgleich des Einflusses der endlichen Schubstangenlängen erreicht werden.

Die Daumenform wählt man zweckmäßig aus 2 Kreisbögen und einer zwischenliegenden Geraden, Abb. 79; die untere Rast ist ein exzentrischer Kreisbogen wegen sicheren Schließens des Ventils, aber auch die äußere Rast kann ein exzentrischer Kreisbogen sein, damit das Ventil in der obersten Stellung nicht ganz zur Ruhe kommt und die Reibung der Ruhe vermieden wird.

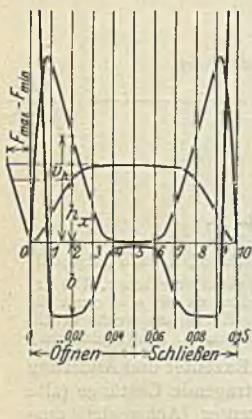


Abb. 80.

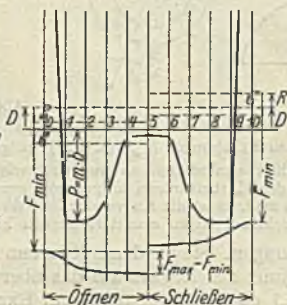


Abb. 81.

Die Bahn des Rollenmittelpunktes ist wieder die Äquidistante zur Daumenkurve mit  $r_1 - r_r$  und  $r_2 + r_r$ .

Um das Ventilerhebungsdiagramm zu erhalten verschiebt man den Exzenterkreis zweckmäßig so in Richtung der Exzenterstange, daß die Gerade  $VE-Ex$  in den Punkt  $A$  des Daumenhebels fällt, Abb. 79, teilt den Bogen  $VE-Ex$  in 10 gleiche Teile, die man durch Parallele zur Geraden  $VE-Ex$  verbindet und erhält auf dem Hebelkreisbogen die Punkte  $I, II \dots$  und die zugehörigen

Lagen bzw. Drehwinkel des Daumenhebels; diese vom Rollenhubbeginn  $DR$  angetragen, ergeben radial verlängert die Punkte  $a, b, c \dots$  auf dem Bogen durch  $R$ , d. h. die zugehörigen Lagen des Rollenmittelpunktes ohne Ventil-erhebung; die Erhebungen sind dann die Strecken  $aa', bb' \dots$  auf den durch  $a, b \dots$  an den Kreis  $r_e$  gezogenen Tangenten ( $r_e$  Abstand der Ventilschnecke vom Hebeldrehpunkt). Die zugehörigen Kolbenwege findet man durch Bogenprojektion der Exzenterpunkte  $0, 1, 2 \dots$  auf die Kolbenweglinie  $K-W-L$  und erhält Diagramm links oben in Abb. 79a (Erhebungen im doppelten Maßstab). Die Ventilerhebungen über den Winkelteilen von  $\gamma_e$  aufgetragen, ergeben die Zeitwegkurve, Abb. 80, wobei für je  $1/10$  des Winkels eine Zeit von  $0,01$  sek angenommen wurde; für andere Zeiten, d. h. andere Drehzahlen, müssen die Werte umgerechnet werden. Aus der Zeitwegkurve kann durch Tangenten die Geschwindigkeit  $v = \frac{dh}{dt}$  und aus dieser ebenso die Beschleunigung  $b = \frac{dv}{dt}$  gefunden werden. Bei  $n$  Umdrehungen ist die Zeit für den Winkel  $\gamma_e$   $t = \frac{60 \gamma_e}{360 n}$   $= \frac{\gamma_e}{60 n}$ . Maßstäbe für  $v$  und  $b$  beachten: Dieses Verfahren ist einfach, aber nicht sehr genau; genaue Ermittlung von  $v$  und  $b$  s. (156).

Es genügt aber, wenn man nur die Geschwindigkeit genauer findet; für eine beliebige Exzenterstellung, z. B. 2, Abb. 77, ist die Geschwindigkeit in der Exzenterstangenrichtung  $c_e = v \sin \alpha$  ( $v$  Exzentermittelpunktsgeschwindigkeit, s. Kolbengeschwindigkeit (639) oder für  $\omega = 1$   $c_e = r \sin \alpha$  und die Geschwindigkeit des Hebelpunktes  $A$  ist  $v'$  ( $A$  ist nach II gelangt), so daß in der zugehörigen Lage des Rollenmittelpunktes in  $b'$  die Umfangsgeschwindigkeit  $v_u$  ist. Die Komponente in Richtung der Normalen (durch  $G$ ) ist  $v_n$  und die Hubgeschwindigkeit  $v_h$ . Diese Geschwindigkeit für alle Teilpunkte bestimmt, ergibt die genaue  $v$ -Kurve in Abb. 80, aus der die Beschleunigungen durch die Tangenten gefunden werden kann.

Ist  $m = \frac{G}{g}$  die Masse der bewegten Ventiltteile, dann ist die Beschleunigungskraft  $P = mb$ , die im entsprechenden Maßstab mit der  $b$ -Kurve zusammenfallen oder in beliebigem Maßstab aufgetragen werden kann, Abb. 81. Nun können die Federkräfte nachgeprüft werden. Am Ventil wirken der Dampfdruck  $D$  auf die Spindel (öffnend), die Reibung  $R$  (stets entgegen der Bewegung), das Gewicht  $G$  (schließend), die Beschleunigungskraft  $P$  (anfangs entgegen, dann mit der Bewegung) und die Federkraft (schließend). Die Federkraft kann aus dem Federdiagramm, Abb. 80 links und dem Ventilhub ermittelt werden. Beim Heben wirken  $D$  nach oben,  $R + G + F$  nach unten, beim Schließen  $D + R$  nach oben,  $G + F$  nach unten, wodurch der Sprung in der Kurve entsteht. Da beim Öffnen die Verzögerungen, beim Schließen die Beschleunigungen von diesen Kräften aufgebracht werden müssen, muß die algebraische Summe stets größer sein als die Beschleunigungskraft, damit sich die Rolle nicht vom Daumen bzw. von der Nockenscheibe ablöst.

Als Beispiele von Daumensteuerungen sind die Lentz- und die Pröll-Schwabe-Steuerung angeführt.

Die Lentzsteuerung, Abb. 82, entspricht obigen Ausführungen; die Rolle  $h$  sitzt im Ausschnitt der Spindelführung  $b$ . Verstellung des Exzenters zwecks Füllungsänderung durch Verschieben desselben im Schlitz  $s$  auf dem Gleitstück  $g$  durch den Achsregler' der durch den Stein  $r$  im Schlitz  $s$ , angreift. Da die Schlitz senkrecht zueinander stehen, wird der Rückdruck der Steuerung vom Gleitstück  $g$  aufgenommen, ohne den Regler zu belasten. Steuerung der Auslaßventile in gleicher Weise durch feste Exzenter. Ventilerhebungsdiagramm s. Abb. 83<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Ober Untersuchungen am Steuerschema einer Lentz-Maschine s. „Die Steuerungen der Ventildampfmaschinen“ von Straube; D. p. J., 1905, S. 115 u. ff.



Eine stehende Verbundmaschine mit Lentzsteuerung zeigen Abb. 189 bis 191 S. 682/83.

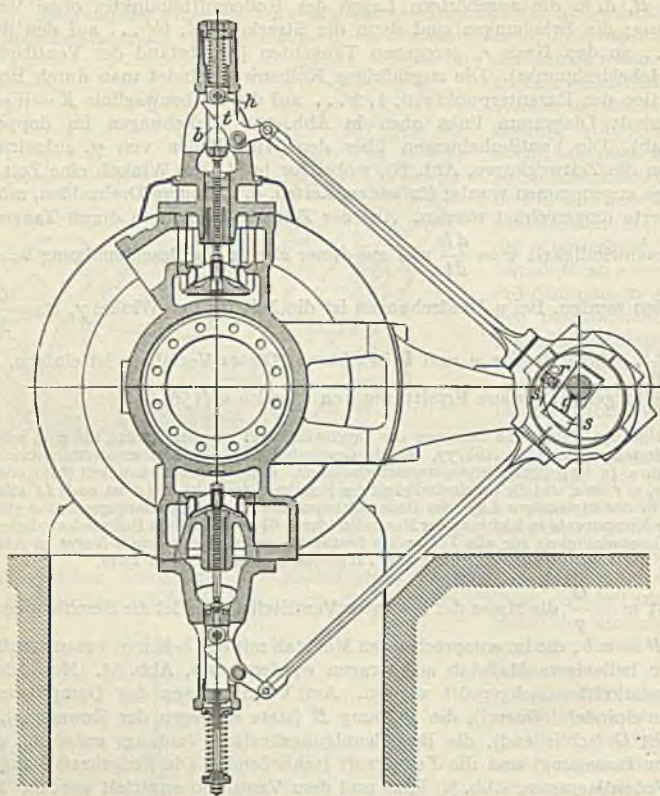


Abb. 82.

(631) Proell-Schwabe-Steuerung, Abb. 84. Die zu beiden Seiten eines unmittelbar auf der Steuerwelle sitzenden Achsenreglers (s. Abb. 32, S. 711) angeordneten Exzenter der Einlaßventile

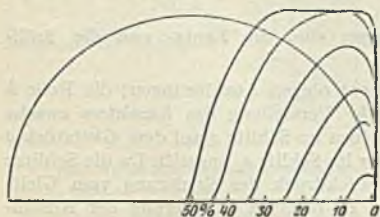


Abb. 83.

sind je auf einem festen Exzenter der genannten Welle drehbar; sie gestatten die Verstellung des Exzentermittelpunktes auf einem Kreisbogen (Scheitelkurve), wodurch Hub und Voreilwinkel bei nahezu konstant bleibender Vor-Einströmung verändert werden.

Der Einlaßmechanismus besteht aus einem zweiarmigen, um einen Bolzen drehbaren Ventilhebel, dessen eines Ende geschlitzt ist und die Ventilspindel anhebt, während das andere Ende nach einer bestimmten Kurve begrenzt ist, auf der eine mittels Lenkers auf einem Kreisbogen geführte Rolle läuft.

Abb. 85 a bis h (S. 620 und 621) zeigen das Schema der Proell-Schwabe-Steuerung für die Kurbelseite des Hochdruckzylinders einer Tandem-Verbundmaschine 460 bzw. 800/900.

*BFC*, Abb. 85 a, ist die zur Einlaßsteuerung gehörige Scheitelkurve. Die kleinste Exzentrizität *MB* fällt in die Richtung der Exzenterstange und der mit der Länge derselben für den Beginn des Ventilanhubes geschlagene Kreisbogen *DBE* — angenähert eine gerade Linie —

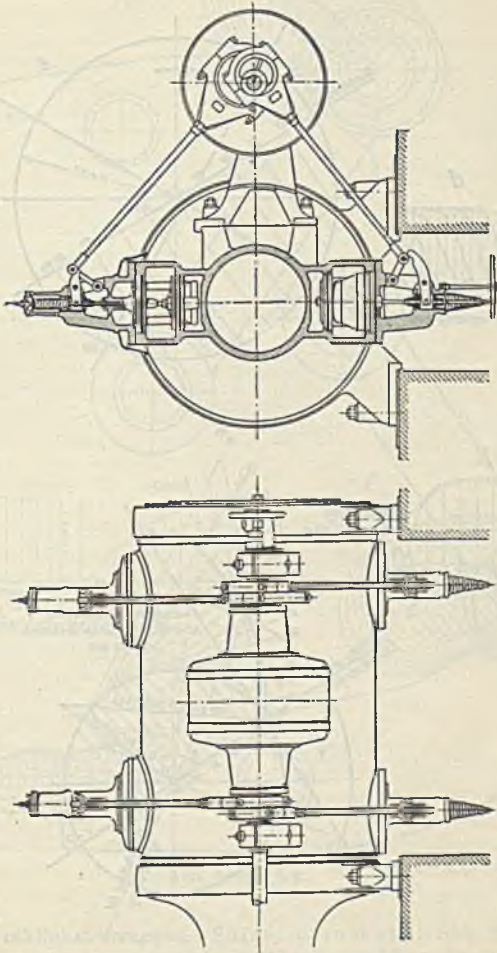


Abb. 84.

stellt den geometrischen Ort aller derjenigen Lagen des Drehexzenters dar, in denen Voreintritt und Expansion erfolgen. Steht der Kolben in seiner inneren Totlage, so findet z. B. für die Stellung *MF* des Exzenters Voreintritt und Expansion in *VE* und *Ex* statt. Um den Winkel *FMVE* bzw. *FME $\alpha$*  hat man die Kurbel aus ihrer Totlage rückwärts bzw. vorwärts zu drehen, um den Augenblick des Voreintritts bzw. der Expansion zu erhalten. Man kann aber auch — bei festgehaltener Steuerwelle — die Linie *DBE* um das Steuerwellenmittel im entgegengesetzten Sinne gedreht denken, so daß z. B.  $\sphericalangle LMB = \sphericalangle FME\alpha$  wird. Durch Kreisbogenprojektion *LN* von *L* auf die Kolbenweglinie *BP* ergibt sich die Füllung *BN:BP*, im vorliegenden Falle zu 40%.



In Abb. 85a sind auf diese Weise für alle von 5 zu 5% fortschreitenden Füllungen bis 70% und ferner durch Drehung in entgegengesetztem Sinne die relativen Lagen von  $DBE$  für die von 1 bis 3% zunehmenden Werte des Voreintritts bestimmt und eingezeichnet. Die so gewonnenen beiden Linienscharen ermöglichen, für jeden Punkt der Scheitelkurve Füllung und Voreintritt unmittelbar abzulesen.

Es läßt sich aus Abb. 85a auch der Exzenterstangenweg für den Augenblick abgreifen, wo der Kolben einen bestimmten Teil seines Hubes (z. B. 40%) von der inneren Totlage aus

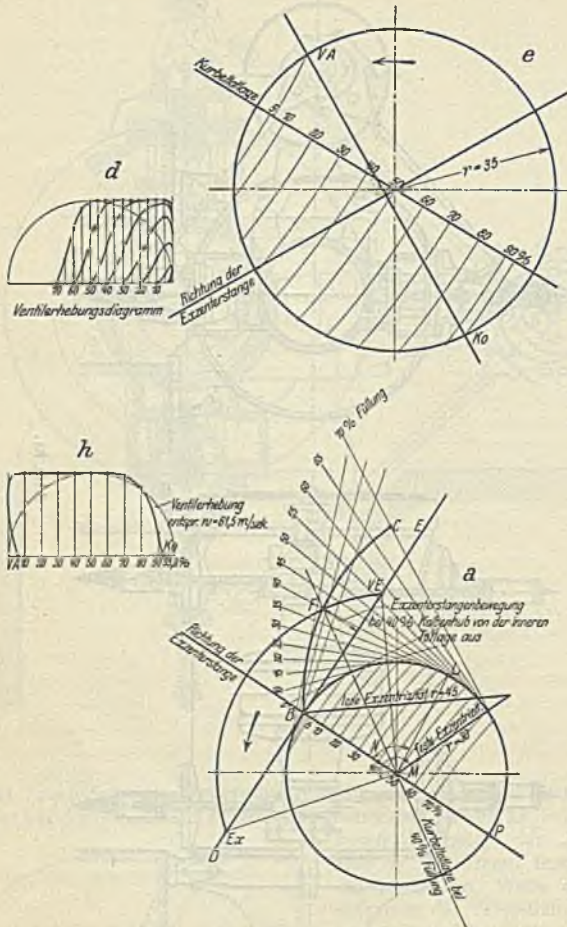


Abb. 85 a, d, e, h.

zurückgelegt hat. Damit kann die Gestalt der Begrenzungskurve des Ventilhebels bestimmt werden, sobald man ein gewisses Übersetzungsverhältnis zwischen Exzenter bzw. Rollenwegen und Ventilhub festlegt. Die Übersetzungskurve, Abb. 85b, soll rasch ansteigen und frühzeitig in eine Wagerechte übergehen, deren Abstand von der  $x$ -Achse den größten Ventilhub  $h_{\max}$  darstellt. In Abb. 85c ist der größte Rollenweg in 12 gleiche Teile geteilt und sind dementsprechend 12 Punkte der Relativbahn des Rollenmittelpunktes gegenüber dem Ventilhebel bestimmt. Man hat dann nur um die einzelnen Punkte der Relativbahn Kreise mit dem Rollenhalbmesser zu schlagen, die die gesuchte Kurvenbahn des Ventilhebels als Hüllkurve liefern. Abb. 85d

stellt das Ventilerhebungsdiagramm der Steuerung bei den angenommenen Übersetzungsverhältnissen und der angenommenen Rollkurve dar.

Für die Auslaßsteuerung gelten Abb. 85e bis h (vgl. Z. 1907, S. 132 u. ff.).

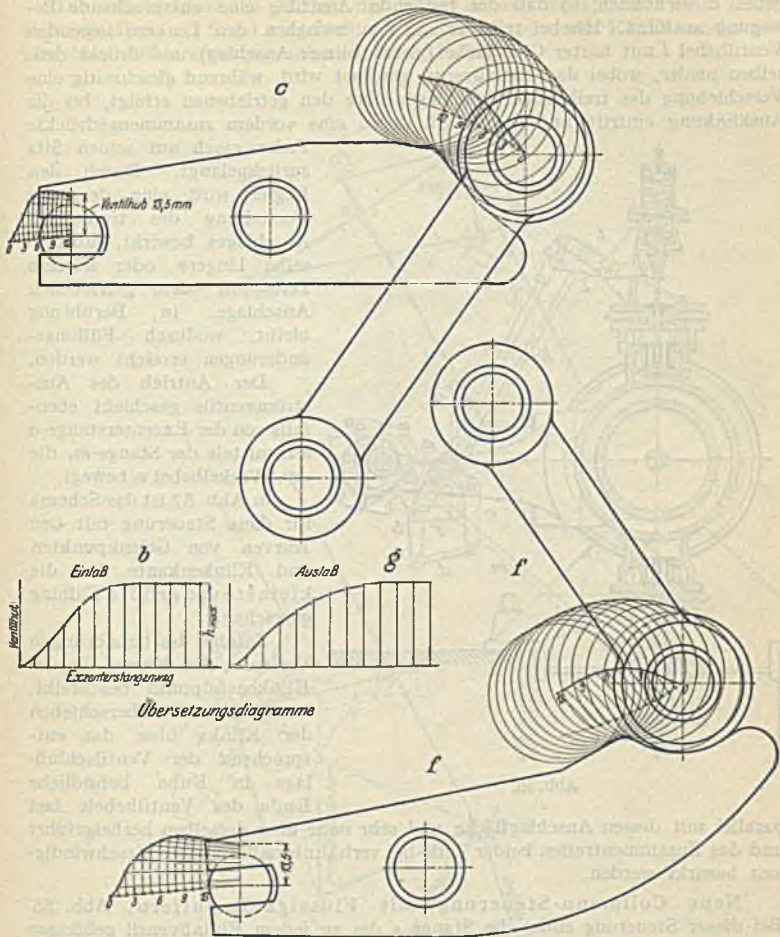


Abb. 85 b, c, f, g.

(632) Ausklinksteuerungen. Sulzer-Steuerung, Abb. 86. Die kurze (gegabelte) Exzenterstange *a* wird ungefähr in der Mitte durch zwei Schienen auf einem Kreisbogen um die Welle *b* geführt, während ihr äußeres Ende mit einem Winkelhebel *c* gelenkig verbunden ist, dessen unteres Ende durch eine Stange *d* mit einem auf der Welle *b* festgekeilten Hebel *e* zusammenhängt. Auf derselben Welle ist ferner ein zweiter Hebel *f* befestigt, der durch die nach dem Regler führende Stange *g* gehoben oder gesenkt werden kann. Inmitten der Exzenterstange greift noch eine nach oben geführte Stange *h* an, deren anderes Ende einen Winkelhebel trägt, dessen lotrechter Schenkel den treibenden Anschlag bildet und diesem sowie zwei um einen Fest-



punkt frei drehbaren Lenkern *i* eine auf und nieder gehende Bewegung erteilt. Der wagerechte Schenkel der vorgenannten Winkelhebels ist durch eine Stange *k* mit dem am äußeren Ende der Exzenterstange angreifenden Winkelhebel *c* verbunden, so daß der treibende Anschlag eine entsprechende Bewegung ausführt. Hierbei trifft er auf den zwischen den Lenkern liegenden Ventilhebel *l* mit harter Gleitfläche (getriebener Anschlag) und drückt denselben nieder, wobei das Einlaßventil geöffnet wird, während gleichzeitig eine Verschiebung des treibenden Anschlages über den getriebenen erfolgt, bis die Ausklüpfung eintritt und das Ventil durch eine vorm dem zusammengedrückte

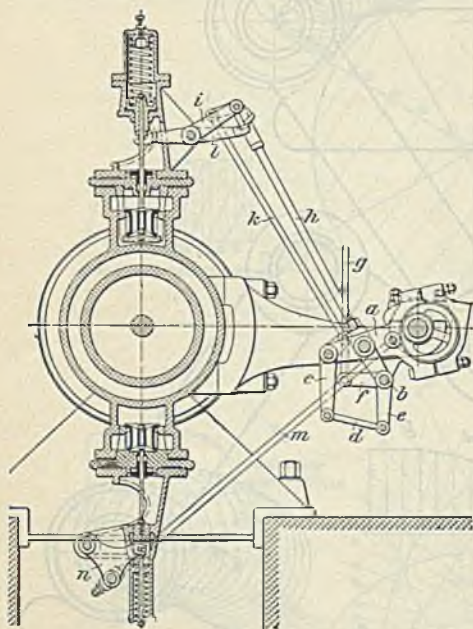


Abb. 86.

parallel mit dessen Anschlagfläche und sehr nahe über derselben herbeigeführt und das Zusammentreffen beider Teile bei verhältnismäßig kleiner Geschwindigkeit bewirkt werden.

Neue Collmann-Steuerung mit Flüssigkeitspuffern, Abb. 88. Bei dieser Steuerung endet die Stange *s* des zu jedem Einlaßventil gehörigen Exzenters in einer Gabel, die mit dem Führungshebel *v* durch einen Bolzen *b* gelenkig verbunden ist, um den sich auch die Klinke *k* dreht; diese hebt bei ihrer Abwärtsbewegung mittels des Doppelhebels *e* das Einlaßventil so lange, bis ihr unteres Ende mit dem auf einer vom Regler oder dgl. eingestellten Stange *p* sitzenden Daumen *d* in Berührung kommt, worauf das Auslösen der Klinke und damit die durch Federdruck veranlaßte Abwärtsbewegung der Ventilschnecke unter Mitwirkung eines Flüssigkeitspuffers erfolgt.

Derselbe besteht aus einem mit der Ventilschnecke verbundenen Kolben *t*, der sich in einem mit Öl gefüllten Zylinder bewegt, und dessen Umfang mit einer Reihe von Löchern versehen ist, die der Flüssigkeit einen je nach der Lage des Kolbens veränderlichen Durchströmquerschnitt bieten. Bei der Aufwärtsbewegung des Ventils mitsamt dem Kataraktkolben *t* gelangen die Löcher des letzteren über die betreffende Zylinderrand, und bei der durch Federdruck veranlaßten Abwärtsbewegung des Ventils strömt das in dem Raume unter dem Kolben eingeschlossene Öl ohne besonderen Widerstand durch diese Löcher. Das Ventil fällt infolgedessen

Feder rasch auf seinen Sitz zurückgelangt. Durch den Regler wird eine derartige Verstellung des treibenden Anschlages bewirkt, daß derselbe längere oder kürzere Zeit mit dem getriebenen Anschlag in Berührung bleibt, wodurch Füllungsänderungen erreicht werden.

Der Antrieb des Ausströmventils geschieht ebenfalls von der Exzenterstange *a* aus mittels der Stange *m*, die den Winkelhebel *n* bewegt.

In Abb. 87 ist das Schema für diese Steuerung mit den Kurven von Gelenkpunkten und Klinkenkante für die kleinste und größte Füllung gezeichnet.

Zufolge des herzförmigen Verlaufes der Kurve, die der Klinkenendpunkt beschreibt, kann das Hinüberschieben der Klinke über das entsprechend der Ventilschnecke in Ruhe befindliche Ende des Ventilhebels fast

rasch herunter, bis die Zylinderkante nur noch die Spitzen der Löcher frei läßt, womit ein sanftes Setzen des Ventils herbeigeführt wird<sup>1)</sup>.

Die sich berührenden Flächen der Klinke *k* und des Hebels *e* sind leicht auswechselbar aus Stahl hergestellt. Das Einschnappen der Klinke erfolgt geräuschlos mittels einer gegenüberliegenden Feder.

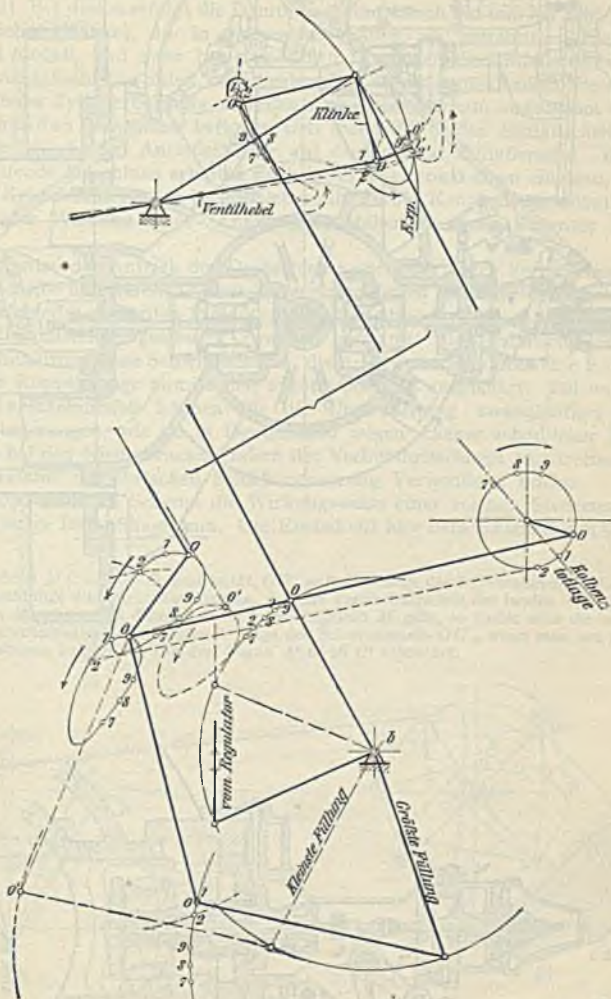


Abb. 87.

Die in derselben Weise wirkende Kerchov-Steuerung (Sächsische Maschinenfabrik vorm. R. Hartmann, Chemnitz) mit Kolbenventil (vgl. Abb. 69,

<sup>1)</sup> Über einen Flüssigkeitspuffer, Patent Wiegleb, mit beim Gange der Maschine regelbarer Flüssigkeitsmenge s. Z. 1902, S. 139, über einen aus einer Anzahl dünner Blechscheiben bestehenden, während des Ganges ebenfalls regelbaren Puffer von v. Bavier siehe Z. 1903, S. 618.



*Kataraktkolben  
abgewickelt*

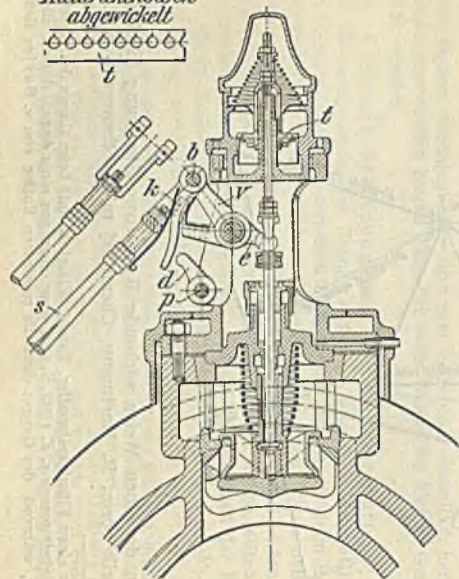


Abb. 88.

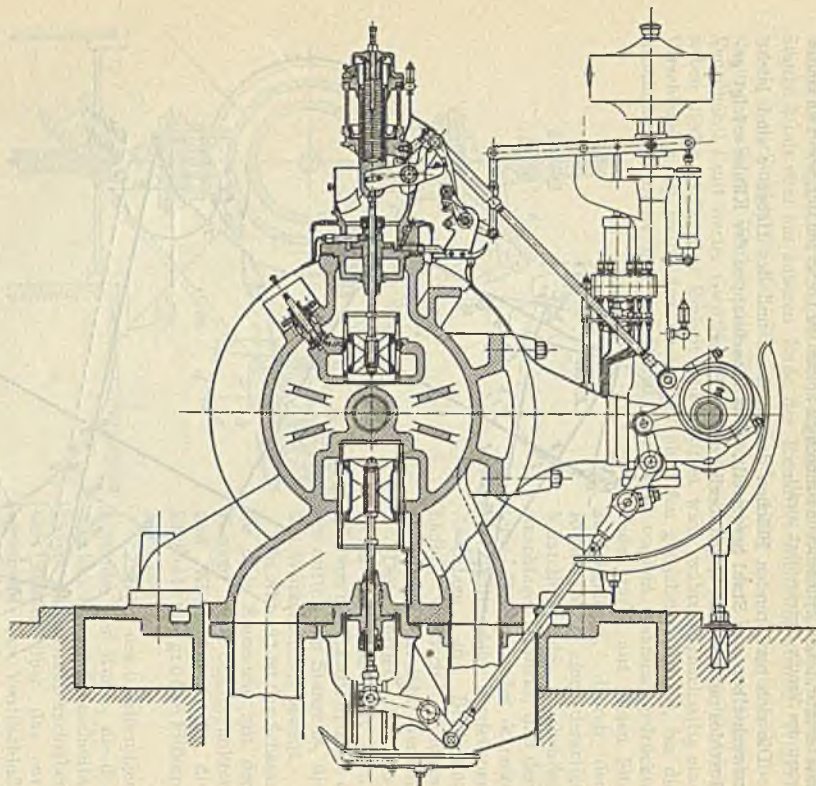


Abb. 89.

S. 609) zeigt Abb. 89. Die Hubbegrenzung erfolgt durch Anschlag am Ventilhebel, die Dämpfung durch Luftpufferkolben.

### Drehschiebersteuerungen.

(633) Bei diesen erfolgt die Dampfverteilung durch hin und her schwingende Drehschieber (Hähne), die in den meisten Fällen als getrennte Schieber für Ein- und Auslaß, und zwar bei liegenden Maschinen die Einlaßschieber oben und die Auslaßschieber unten, oder beide mit je einem gemeinsamen Steuerkanal unterhalb der Zylinderbohrung, zuweilen auch in den Deckeln angeordnet werden. Bei stehenden Maschinen befinden sich meist die beiden Einlaßschieber auf der einen, die beiden Auslaßschieber auf der anderen Zylinderseite. Kleinere schnellaufende Maschinen erhalten nach Doerfel-Proell einen einzigen, unterhalb des Zylinders liegenden Drehschieber mit Trick-Kanal, der gewöhnlich von einem unter Wirkung eines Achsenreglers stehenden losen Exzenter bewegt wird.

Sonst wird der Antrieb der Drehschieber entweder unter Vermittlung einer Schwingscheibe und durch Kniehebel von einem festen Exzenter der Kurbelwelle aus bewirkt, oder es werden Einlaß- und Auslaßschieber je durch ein besonderes Exzenter unmittelbar gesteuert, zuweilen auch nur die Einlaßschieber unter Zwischenschaltung einer Schwingscheibe, die Auslaßschieber durch eine Exzenter- bzw. eine Kuppelstange unmittelbar angetrieben und umgekehrt. Bei unmittelbarem Exzenterantrieb können für die Untersuchung zwangläufiger Drehschiebersteuerungen, wie sie in Deutschland wegen kleiner schädlicher Räume nur noch bei den Niederdruckzylindern der Verbundmaschinen anzutreffen sind, die Diagramme der einfachen Schiebersteuerung Verwendung finden.

Abb. 90 zeigt im Schema die Wirkungsweise einer solchen Steuerung und das zugehörige Dampfdiagramm. Die Kurbel eilt hier dem Exzenter um  $90^\circ + \delta$  nach.

Bezeichnet  $MC = r$  die Exzentrizität,  $OC' = R$  die Länge des Schwinghebels,  $l$  die Länge der Exzenterstange und wird angenommen, daß die Verbindungslinie der beiden Totpunkte  $A'$  und  $B'$  des Schwinghebels durch den Wellenmittelpunkt  $M$  geht, so findet man die einer beliebigen Exzenterstellung entsprechende Lage des Schwinghebels  $OC'$ , wenn man um  $C$  mit  $l$  einen Kreisbogen beschreibt, der den Bogen  $A'B'$  in  $C'$  schneidet.

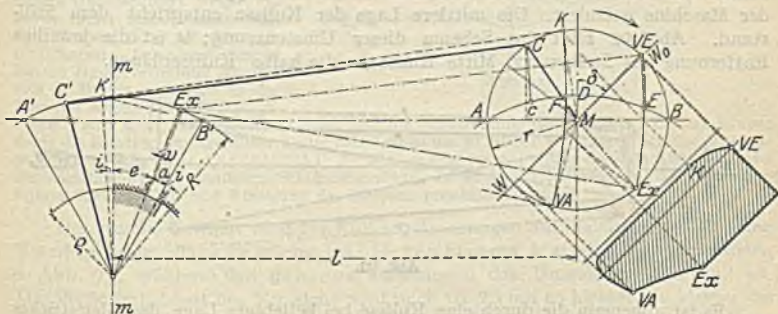


Abb. 90.

Schwingt der Schieber vom Halbmesser  $\rho$  aus seiner Mittellage  $m m$  um die äußere Deckung  $e$  nach rechts, dann beginnt die Einströmung; schwingt er um die innere Deckung  $i$  nach links, dann beginnt die Ausströmung. Hierbei steht der Endpunkt der Schwinge auf dem Bogen  $A'B'$  in  $Ex$  bzw. in  $K$ . Beschreibt man um diese Punkte mit  $l$  Kreisbögen, so ergeben die Schnittpunkte derselben mit dem Exzenterkreis die den genannten Schieberstellungen entsprechenden Punkte  $VE$  (Vor-Einströmung),  $Ex$  (Expansion),  $VA$  (Vor-Ausströmung) und  $K$  (Kompression). Nimmt man die Größe des linearen Voreilens  $v$  an, so ist damit der Voreilwinkel  $\delta$  festgelegt. Das zugehörige Dampfdiagramm kann dann aufgezeichnet werden.



Beim Entwurf einer solchen Steuerung geht man von diesem Diagramm aus und bestimmt zunächst — unter Annahme von  $r$  — den Voreilwinkel  $\delta$ ; werden dann  $\rho$ ,  $R$  und  $l$  gewählt, so lassen sich die Größen  $e$ ,  $a$  und  $i$  unmittelbar ablesen.

Wird die erforderliche Kanalweite  $a$  nach Gl. 11 (606) berechnet, so ergeben sich die Abmessungen  $\rho$ ,  $e$  und  $i$ , wenn man die im Diagramm abgelesenen Werte derselben mit der nach Vergleich der Strecke  $a$  in dem Diagramm mit der durch Rechnung gefundenen Kanalweite  $a$  bestimmten Verhältniszahl multipliziert. Zu beachten ist, daß die gefundene Übereinstimmung der Diagramme von Muschel- und Drehschieber nicht so weit geht, daß die Größen  $a$ ,  $e$  und  $i$  — gleichwie im Reuleaux-Müllerschen Diagramm — aus dem Exzenterkreis der Abb. 90 entnommen werden könnten.

Denkt man sich den Sektor  $A'O B'$  nach rechts geschoben und Bogen  $A'B'$  mit Bogen  $AB$  zur Deckung gebracht, so fallen die Punkte  $K$  und  $Ez$  des ersten mit denjenigen  $F$  und  $E$  des zweiten Bogens zusammen; dem Punkte  $C'$  entspricht der Punkt  $c$ . Damit ist der Zusammenhang zwischen der Kolben- und der Schieberbewegung wie beim Muschelschieber gegeben, nur mit dem Unterschiede, daß der Weg des letzteren auf der Geraden  $AMB$ , derjenige des Drehschiebers auf dem Bogen  $ADB$  zu verfolgen ist. Das Verhältnis der Bogenstrecken  $BE$ ,  $ED$  und  $DF$  untereinander ist dasselbe wie zwischen  $a$ ,  $e$  und  $i$ .

### Umsteuerungen.

(634) Stephenson'sche Kulissensteuerung. Diese wird vorzugsweise für Fördermaschinen, Winden, Aufzüge und für fahrbare Lokomobilen verwendet, Abb. 91. Sie besitzt 2 Exzenter  $B$  und  $B_1$ , von denen das eine in dem einen,

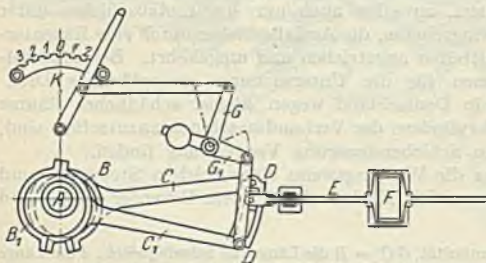


Abb. 91.

das andere im entgegengesetzten Drehungssinne den gleichen Voreilwinkel  $\delta$  hat. Die Exzenterstangen  $C$  und  $C_1$  sind mit den Enden einer verschiebbaren Kulisse  $DD$  gelenkig verbunden, deren Krümmungshalbmesser gleich der Länge  $l$  der Exzenterstangen ist. Der Kulissenstein ist mit der Schieberstange  $E$  verbunden. Durch Heben und Senken der Kulisse mittels des Hebels  $K$  wird die Füllung bzw. die Drehrichtung der Maschine geändert. Die mittlere Lage der Kulisse entspricht dem Stillstand. Abb. 92 zeigt das Schema dieser Umsteuerung;  $u$  ist die jeweilige Entfernung des Steines von Mitte Kulisse,  $c$  die halbe Kulissenlänge.

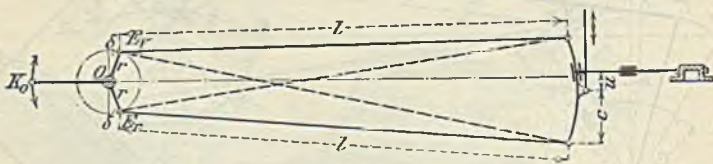


Abb. 92.

Es ist allgemein die durch eine Kulisse bei beliebiger Lage des Gleitstückes hervorgebrachte Schieberbewegung dieselbe, die durch ein einfaches (ideelles) Exzenter hervorgebracht würde, dessen Exzentrizität  $r_1$  und Voreilwinkel  $\delta_1$  sich bei der Stephenson'schen Kulissensteuerung für jede Lage des Gleitstückes aus den Gleichungen

$$r_1 \sin \delta_1 = r \left( \sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \quad \text{und} \quad r_1 \cos \delta_1 = \pm \frac{ur}{c} \cos \delta$$

bestimmen lassen, worin das obere Zeichen für offene, das untere für gekreuzte Exzenterstangen (in Abb. 92 gestrichelt angegeben).

Der einem beliebigen Kurbelwinkel  $\alpha$  entsprechende Schieberweg ist hiernach

$$\xi = r \left( \sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \cos \alpha \pm \frac{ur}{c} \cos \delta \sin \alpha.$$

Die Schieberwege lassen sich, wie bei der einfachen Schiebersteuerung, als Sehnen eines Kreises darstellen, dessen Mittelpunktkoordinaten

$$x = \frac{r}{2} \left( \sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \dots \dots \dots 20$$

und

$$y = \frac{ru}{2c} \cos \delta \dots \dots \dots 21$$

sind. Die vorstehenden Ausdrücke für  $x$  und  $y$  sind aber von  $u$  abhängig, und daher entspricht jeder Kulissenstellung ein besonderer Schieberkreis. Die Mitten aller dieser Kreise liegen auf einer Kurve — der sog. Zentralkurve —, die bei der Stephenson'schen Kulissensteuerung eine Parabel bildet; sie kehrt bei offenen Stangen ihre konkave, bei gekreuzten Stangen ihre konvexe Seite gegen die Welle  $O$  hin.

In Abb. 93 ist das Zeunersche Schieberdiagramm einer Stephenson'schen Kulissensteuerung mit offenen Stangen (für unendliche Schubstangenlänge) aufgezeichnet.

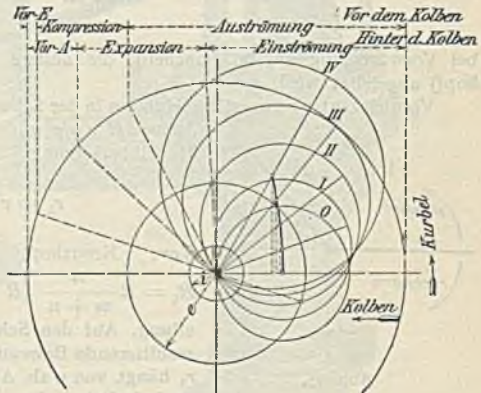


Abb. 93.

Die Mittelpunkte der Schieberkreise  $O$  bis  $IV$  erhält man aus den Gl. 20 und 21, wenn in dieselben nacheinander für  $u$  die Werte  $0, \frac{1}{4}c, \frac{1}{2}c, \frac{3}{4}c$  und  $c$  eingesetzt werden. Zieht man noch von dem Mittelpunkte des Kurbelkreises aus mit den Halbmessern  $i$  und  $e$  (innere und äußere Überdeckung) Kreise, so geben deren Schnittpunkte mit den Kreisen  $O$  bis  $IV$  die entscheidenden Schieberstellungen für die Dampfverteilung an, die sich z. B. für  $u = \frac{1}{2}c$  in der Abb. 92 angegebenen Weise gestaltet. Man sieht, daß die Kompression und die Ausströmung des Dampfes vor dem Kolben sowie die Einströmung desselben hinter den Kolben um so früher beginnt, je stärker man expandiert, d. h. je näher das Gleitstück in der Kulisse dem toten Punkte derselben liegt. (Unter Berücksichtigung der endlichen Schubstangenlänge fallen die Verhältnisse bei der Dampfverteilung für den Hin- und Rückgang des Kolbens verschieden aus.)

Besonderes Gewicht wird bei Kulissensteuerungen auf die Größe des linearen Voreilens gelegt; dasselbe wächst bei offenen Stangen, je stärker man expandiert, s. Abb. 93, während bei gekreuzten Stangen das Umgekehrte der Fall ist. Die Veränderlichkeit des Voreilens wird nach Gl. 20 um so kleiner, je kleiner die Kulisse und je länger die Exzenterstange ist. Durch unsymmetrische Stellung der Kurbel zu den Exzentern läßt sich das lineare Voreilen z. B. für den Vorwärtsgang einer Dampfmaschine näherungsweise unveränderlich machen, jedoch mit entsprechender Verschlechterung für den Rückwärtsgang derselben. Sofern an Vorwärts- und Rückwärtsgang gleiche Ansprüche gestellt werden, sind die Voreilwinkel beider Exzenter gleich groß zu machen.

Die Aufhängung der Kulisse geschieht gewöhnlich im Mittelpunkte derselben, da dieser den geringsten seitlichen Ausschlag macht; damit letzterer



von der geraden Linie nur wenig abweicht und ein Springen (Würgen) des Gleitstückes in der Kulisse zufolge ihrer auf und ab steigenden Bewegung möglichst vermieden wird, sind tunlichst lange Hängestangen anzuwenden.

**(635) Heusinger-Umssteuerung.** Diese findet bei Lokomotiven weitgehende Anwendung, Abb. 94.

Die Bewegung des Schiebers ergibt sich aus der Zusammensetzung zweier Bewegungen, von denen die eine von einem Exzenter, das der Hauptkurbel

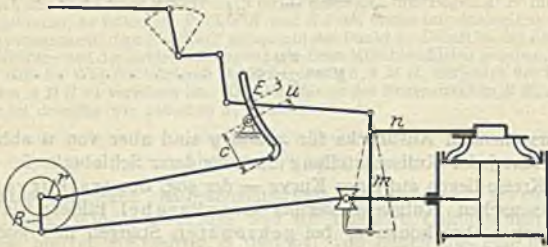


Abb. 94.

bei Vorwärtsgang um  $90^\circ$  nacheilt, die andere vom Kurbelgetriebe (Kreuzkopf) abgeleitet wird.

Vom Exzenter  $r$  aus ist der Hub des in der Schwinde (Kulisse) verschiebbaren Steines  $E\ r\ u/c$  und der Schieberhub infolge der Hebelübersetzung

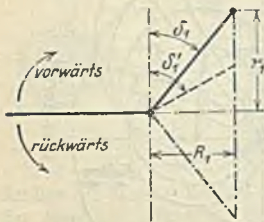


Abb. 95.

$$r_1 = r \frac{u}{c} \cdot \frac{m}{m+n}$$

Vom Kreuzkopf aus ist der Schieberhub

$$R_1 = R \frac{n}{m+n} \quad (R \text{ Kurbelradius}) \text{ mit } 90^\circ \text{ Verteilung.}$$

Auf den Schieber wirkt die aus  $r_1$  und  $R_1$  resultierende Bewegung, Abb. 95.  $R_1$  ist konstant,  $r_1$  hängt von  $u$  ab, Abb. 94, ist also von  $+$  auf  $-$  veränderlich. Der Endpunkt des resultierenden

Exzentrers  $r_r$  bewegt sich bei Verstellung auf einer Geraden als Scheitellinie.

## Untersuchung der Dampfmaschinen.

**(636) Der Indikator.** Die Untersuchung der Dampfmaschinen kann die Ermittlung der Leistung oder die thermische Beurteilung bezwecken. In jedem Falle müssen Indikatordiagramme aufgenommen werden, die über den Verlauf des Druckes im Zylinder, aber auch über den thermischen Verlauf (Wandungswirkungen usw.) Aufschluß geben. Der Indikator besteht im wesentlichen aus dem Zylinder mit federbelastetem Kolben, der mittels Kolbenstange und Lenker die Bewegung auf einen Schreibstift überträgt, und aus der Schreibtrommel, die einen Papierstreifen trägt und eine vom Arbeitskolben abgeleitete Drehbewegung ausführt; der am Ende des Lenkers (Geradföhrung) angebrachte Schreibstift verzeichnet den Druckverlauf in Abhängigkeit von der Kolbenstellung. Zwischen Kolben- (oder Kreuzkopf-) Bewegung und der Schreibtrommel muß eine Hubverminderung angebracht werden, wozu neuerdings neben Hebelübersetzung meist Rollenhubverminderer benutzt werden. Die

neueren Indikatoren haben alle außerhalb des Indikatorzylinders liegende Federn.

Die Schraubenfedern der älteren Indikatoren sind auf Druck, die der neueren Indikatoren von Willner, Staus u. a. behufs Verminderung der Kolbenreibung auf Zug beansprucht.

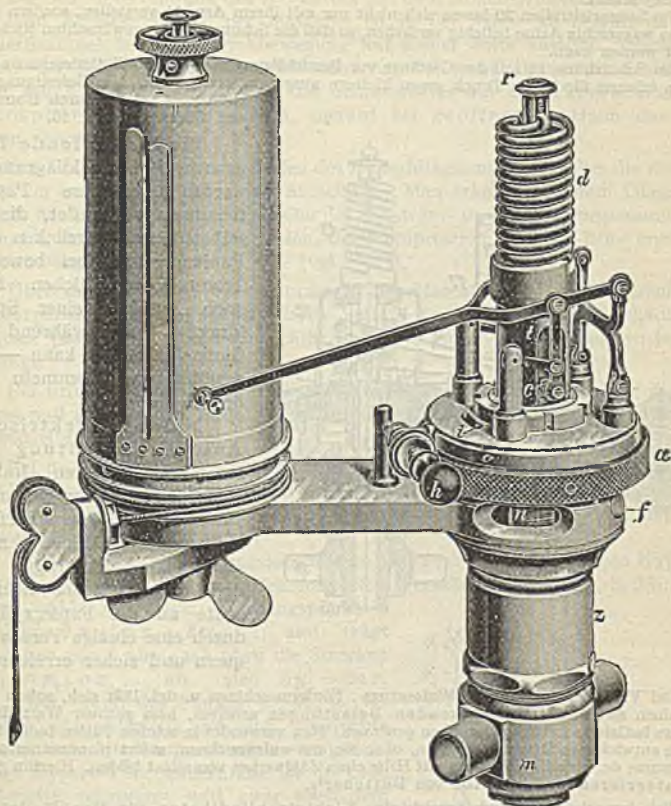


Abb. 96.

Abb. 96 zeigt den durch die Weiterentwicklung des Staus-Indikators entstandenen Maihak-Indikator mit außenliegender Zugfeder. Der hier zentrisch zur Kolbenstange angeordnete Federträger *t* besteht mit dem Indikator-Schlußdeckel aus einem Stück; er kann bei Lösung der Überwurfmutter *a* mittels des Griffes *h* im Kreise herumbewegt werden<sup>1)</sup>.

Einen modernen Lehmann-Indikator (Lehmann & Michels, Hamburg-Wandsbek) zeigt im Schnitt Abb. 97.

In dem vom Dampf oder Gas umspülten Zylindereinsatz *1* bewegt sich der dünnwandige Kolben *2* aus gehärtetem und geschliffenem Stahl; die Kolbenstange *3* besteht aus einem Stück; Federträger *4* und Zylinderdeckel *5* sind in einem Drehteil vereinigt, zwischen diesem und dem Trommelträger *6* ist zwecks geringen Verschleißes ein Kugeldrucklager *7* angeordnet. Das

<sup>1)</sup> Näheres über diesen Indikator s. A. Staus, „Der Indikator und seine Hilfseinrichtungen“, Berlin: Julius Springer 1911.



Schreibgestänge 8 ist gegabelt, die Obertragung der Kolbenbewegung auf dasselbe erfolgt durch eine Lenkstange 9, an der auch das um einen Festpunkt drehbare Glied 10 angreift. Die Geradföhrung ist eine abgeleitete Storchschnabelübertragung, bei der die Punkte *a*, *b* und *c* stets auf einer Geraden liegen, wodurch genaue Proportionalität zwischen Kolben- und Schreibstiftbewegung erreicht wird.

Der mit ein oder zwei Schnurrillen versehenen Papiertrommel 17 wird durch eine kurze mittels Mutter 18 nachstellbare Schraubenfeder 19 eine der Kolbenbewegung proportionale Drehbewegung erteilt.

Die Schnurleitrollen 20 lassen sich nicht nur mit ihrem Arm 21 verstellen, sondern auch um eine wagerechte Achse beliebig verdrehen, so daß die Schnur in jeder gewünschten Richtung geführt werden kann.

Die Schutzhülse 12 soll das Gestänge vor Beschädigungen schützen. Zylindereinsatz und Kolben können für hohen Druck gegen kleinere ausgewechselt werden. Die Befestigung des Indikators erfolgt durch Konus 15 und Oberwurfmutter 16.

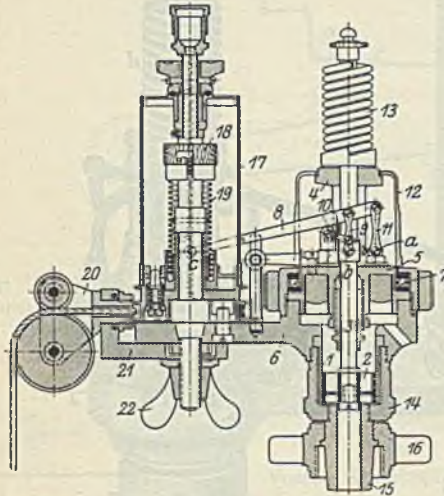


Abb. 97.

Für fortlaufende Diagramme (Bündeldiagramme) werden besondere Papiertrommeln verwendet, die ein selbsttätiges Vorrücken des Papierstreifens bei bewegter Trommel ermöglichen bzw. nach Auslösen einer Sperrklinke — was während des Ganges geschehen kann — wie gewöhnliche Trommeln arbeiten.

Mittels elektrischer Ausrückvorrichtung läßt sich bei mehreren Indikatoren, wie sie zur genaueren Untersuchung von Mehrfach-Expansionsmaschinen nötig sind, ein gleichzeitiges Andrücken sämtlicher Schreibstifte an die Papierzylinder durch eine einzige Person bequem und sicher erreichen.

Bei Verbrennungsmotoren, Walzenzugs-, Fördermaschinen u. dgl. läßt sich, sofern diese Maschinen mit stark schwankenden Belastungen arbeiten, kein genauer Wert für die mittlere indizierte Leistung derselben gewinnen. Man verwendet in solchen Fällen Indikatoren, die die entwickelten Diagrammflächen, ohne sie erst aufzuzeichnen, sofort planimetrieren und die Summe der einzelnen Flächen mit Hilfe eines Zählwerkes von selbst bilden. Hierhin gehört der integrierende Indikator von Böttcher<sup>1)</sup>.

Bei dem als Monograph bezeichneten Lichtstrahlindikator von Hospitalier und Carpenter werden die Bewegungen einer aus einem ebenen gehärteten Stahlblech bestehenden Membran, deren eine Seite den Drücken im Zylinder ausgesetzt ist, auf einen Spiegel übertragen, der die auf ihn fallenden Strahlen einer Lichtquelle auf eine Mattscheibe zurückwirft und so auf ihr ein Diagramm erscheinen läßt. Soll dieses festgehalten werden, so wird an Stelle der Mattscheibe eine Kassette mit photographischem Papier eingeschoben und belichtet. Der Indikator kann für Motoren bis zu 2000 Uml/min benutzt werden<sup>2)</sup>.

Der optische Indikator von Hopkinson unterscheidet sich von dem Lichtstrahlindikator von Hospitalier und Carpenter in der Hauptsache dadurch, daß die im Motorzylinder auftretenden Drücke nicht auf eine Membran, sondern mittels Kolbens auf eine Blattfeder wirken, deren Formänderungen durch ein biegsames Stahlblatt einer zwischen zwei Blattfedern leicht drehbaren Spindel mitgeteilt werden, auf der der Spiegel befestigt ist<sup>3)</sup>.

Stabfeder-Indikator von Maihak bis 2500 Uml/min.

(637) Untersuchung des Indikator diagrams. Um brauchbare Diagramme zu erhalten, ist an jedem Zylinderende je ein Indikator durch geeignete Verbindungsstücke (Knierohre, Hähne, Verschraubungen) mit dem Inneren des

<sup>1)</sup> Siehe Note S. 629. <sup>2)</sup> Z. 1902, S. 365. <sup>3)</sup> Z. 1907, S. 2040.

Dampfzylinders in Verbindung zu bringen. Nur in seltenen Fällen wird ein einziger Indikator auf einen durch Bogenrohre mit den Zylinderenden verbundenen Dreiweghahn gesetzt. Man erhält im letzteren Falle die Diagramme rechts und links vom Kolben auf demselben Papierstreifen.

Die Schnurverbindung des Indikators mit dem Rollen-Hubverminderer bzw. mit dem Kreuzkopf usw. der Maschine ist in der Weise zu regeln, daß die Papiertrommel bei ihrer Drehbewegung auf keiner Seite anstößt. Nach Einhaken der Schnur oder dgl. wird zunächst bei geschlossenem Indikatorhahn durch sanftes Aufdrücken des Schreibstiftes auf den Papierstreifen die atmosphärische Linie gezogen, hierauf bei geöffnetem Hahn das Diagramm genommen.

Der Verlauf der einzelnen Linien des Dampfdiagramms gibt über die Arbeitsweise der betreffenden Maschine Aufschluß. Man erkennt aus dem Diagramm mittels des Federmaßstabes die Höhe der Einstrom- und Ausstromspannung des Dampfes, den Beginn der Expansion, des Kompression, der Vor-Ein- und Vor-Ausströmung des Dampfes u. dgl. (vgl. (597)).

Über das Verhalten des Dampfes in der Maschine gibt die Untersuchung der Expansionslinie Aufschluß, deren Verlauf von der Größe des schädlichen Raumes (siehe (597)) von Undichtheiten und von den Wandungswirkungen abhängt.

Bei undichtem Kolben fällt die Expansionslinie anfangs unter die Hyperbel und steigt gegen Ende wegen des Kompressionsdruckes auf der anderen Kolbenseite wieder an.

Bei undichtem Einlaßorgan liegt wegen Nachströmen die Expansionslinie höher als die Hyperbel. Beide Undichtheiten können sich im Diagramm ausgleichen, deshalb Prüfung der Dichtheit im betriebswarmen Zustand der Maschinen empfehlenswert.

Um den Verlauf der Expansionslinie im Vergleich zur gleichseitigen Hyperbel zu prüfen, bedient man sich des folgenden Verfahrens (Z. 1897, S. 25). Man zieht, Abb. 98, vom Anfangspunkt  $b$  Strahlen  $bx_1, bx_2, bx_3 \dots$  und trägt auf ihnen von  $b$  aus nach oben die Strecken  $mx_1, nx_2, ox_3 \dots$  ab, also  $by_1 = mx_1$  usw. Die durch die Punkte  $y_1, y_2, y_3$  erhaltene Charakteristik ist eine senkrechte Gerade, wenn die Expansionslinie eine gleichseitige Hyperbel ist, andernfalls ist die Charakteristik gekrümmt und zwar nach dem Diagramm hin geneigt, wenn die Expansionslinie unter die Hyperbel sinkt ( $n > 1$ ) und vom Diagramm fortgeneigt, wenn sie über der Hyperbel (also flacher) verläuft ( $n < 1$ ). Der Exponent  $n$  der Expansion kann auch rechnerisch bestimmt werden aus der Beziehung

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n,$$

wonach

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1};$$

man greift nun aus dem Diagramm, Abb. 99, die Werte in mm ab, z. B.

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1 \text{ mm}, & p_1 &= h_1 \text{ mm} \\ v_2 &= a_2 \text{ mm}, & p_2 &= h_2 \text{ mm}, \end{aligned}$$

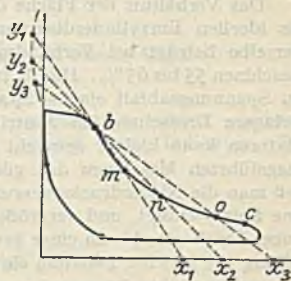


Abb. 98.

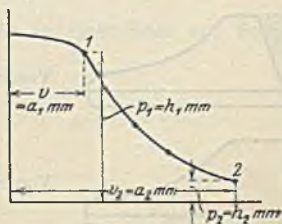


Abb. 99.



so daß

$$n = \frac{\log h_1 - \log h_2}{\log a_2 - \log a_1}$$

ist. Zweckmäßig bestimmt man noch für einige Zwischenpunkte den Exponenten  $n$ , da er veränderlich sein kann.

Um Indikatordiagramme von Mehrzylindermaschinen zu untersuchen, werden sie „rankinisiert“, d. h. so umgezeichnet, daß sie in das Diagramm einer ideellen Einzylindermaschine von gleichen Abmessungen wie der Niederdruck-

zylinder hineinpassen. Dieses geschieht dadurch, daß man die Länge des Hochdruckdiagramms unverändert läßt, die Länge des Niederdruckdiagramms aber im Zylinderverhältnis verstreckt, so daß die Zehntelteilung von der Länge  $a$  gleich  $a \frac{V}{v}$  wird,

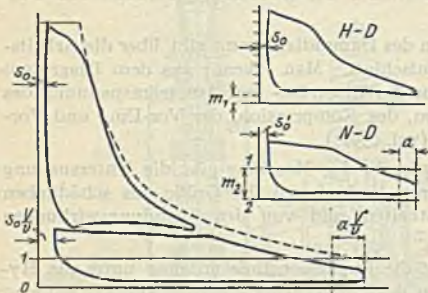


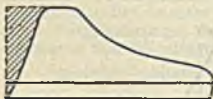
Abb. 100.

Abb. 100. Ferner nimmt man den Druckmaßstab des Niederdruckdiagramms als Einheit an, so daß die Ordinaten des Hochdruckdiagramms im Verhältnis  $\frac{m_2}{m_1}$  der Maßstäbe zu vergrößern

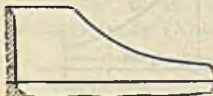
sind. Als Gegendrucklinie des Einzylinderdiagramms nimmt man 1 at bei Auspuff und die Nulllinie bei Kondensation. Als Expansionslinie zeichnet man die gleichseitige Hyperbel (s. (591)), die bei gesättigtem Dampf durch den Endpunkt der Expansion im Hochdruckzylinder, bei überhitztem Dampf durch den Anfangspunkt dieser Expansion gelegt wird (wie in Abb. 100).

Das Verhältnis der Fläche des rankinisierten Diagramms zum Flächeninhalt des ideellen Einzylinderdiagramms ist der Völligkeitsgrad oder Gütegrad. Derselbe beträgt bei Verbundmaschinen etwa 65 bis 75%, bei Dreizylindermaschinen 55 bis 65%. Häufig tritt zwischen Hochdruckzylinder und Aufnehmer ein Spannungsabfall ein — Spannungssprung —, der vorteilhaft sein kann: geringere Drosselung bei Austritt aus dem Hochdruckzylinder, Volumen des letzteren kann kleiner gemacht werden, sicheres Nachdampfen. Man kann an ausgeführten Maschinen den günstigsten Spannungssprung dadurch ermitteln, daß man die Niederdrucksteuerung so einstellt, daß das Hochdruckdiagramm in eine Spitze endigt, und vergrößert dann die Füllung des Niederdruckzylinders, wobei der Regler bis zu einer gewissen Stellung steigt, also kleinere Hochdruckfüllung bei gleicher Leistung einstellt, d. h. der Dampfverbrauch geringer wird.

Nachfolgende Diagramme zeigen die häufigsten Fehler in der Dampfverteilung (schraffierte Flächen sind Verluste), Abb. 101.

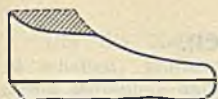


Voreinströmung erfolgt zu spät.

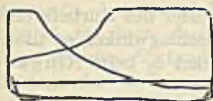


Voreinströmung erfolgt zu früh.

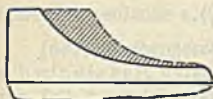
Abb. 101 a ÷ b.



Einströmender Dampf wird gedrosselt (Querschnitte zu gering).



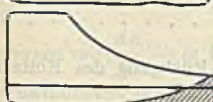
Füllungen beider Zylinderseiten sind verschieden.



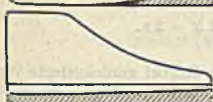
Einlaßorgan (Schieber oder Ventil) ist undicht.



Nachfüllung nach beendetem Dampfeintritt (Doppelschiebersteuerung).



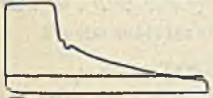
Vorausströmung erfolgt zu spät oder fehlt.



Gegendrucklinie zu hoch (zu enge Steuerkanäle).



Kompression zu hoch (Auslaßorgan schließt zu früh).



Indikator Kolben klemmt in oberer Lage.



Indikator Kolben geht sprungweise wegen Reibung oder Wasser in Leitung zum Indikator. Expansion zu weit.



Vorausströmung erfolgt zu früh.



Indikator trommel stößt an einer Seite an, Schnur zu lang.

Abb. 101 c ÷ n.





Um die Kolbenwege auf dem wagerechten Kurbelkreisdurchmesser zu erhalten, projiziert man den Kurbelzapfenmittelpunkt auf die wagerechte Mittellinie und zwar bei  $l = \infty$  durch Horizontalprojektion  $A_1 B_1$  bzw.  $A_2 B_2$ , Abb. 103, bei  $l = \text{endlich}$  durch Bogenprojektion  $A_1 B_1'$  bzw.  $A_2 B_2'$  mit dem Radius  $= l$ ; dann ist der Abstand der Projektion von der Totlage der Kolbenweg  $x$  bzw.  $x'$ .

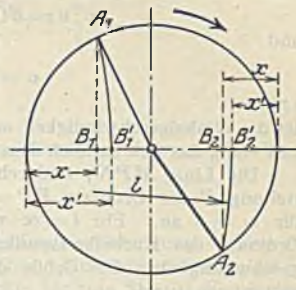


Abb. 103.

Ein anderes einfaches Verfahren für endliche Stangenlänge s. (601) (Brix).

**(639) Kolbengeschwindigkeit.** Die Geschwindigkeit  $c$  des Kolbens (Kreuzkopfes) zur Zeit  $t$ , welche dem Kurbelwinkel  $\alpha$  entspricht, ist unter Bezugnahme auf Gl. 22 für endliche Schubstangenlänge:

$$c = \frac{dx}{dt} = r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} \pm \frac{r^2}{2l} \sin 2\alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

woraus mit  $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$  (Winkelgeschwindigkeit) und  $r\omega = v$  (konstante Geschwindigkeit des Kurbelzapfens) folgt

$$c = v \left( \sin \alpha \pm \frac{r}{2l} \sin 2\alpha \right) = v \sin \alpha \left( 1 \pm \frac{r}{l} \cos \alpha \right) \dots 23$$

Für unendlich lange Schubstange ( $l = \infty$ ) wird

$$c = v \sin \alpha \dots 23a$$

somit = der wagerechten Komponente der Kurbelzapfengeschwindigkeit; für  $\alpha = 90^\circ$  wird  $c = v$ ; für  $\alpha = 0^\circ$  und  $180^\circ$  wird  $c = 0$ .

Da die mittlere Kolbengeschwindigkeit

$$c_m = 2r\pi n : 30, \text{ ferner } v = 2r\pi n : 60 \text{ (} n = \text{Uml/min),}$$

ist auch

$$v = \frac{\pi}{2} c_m = 1,571 c_m; \quad c_m = \frac{2}{\pi} v = 0,637 v.$$

Für den Höchstwert von  $c$  folgt aus Gl. 23 beim Hingange

$$\frac{dc}{d\alpha} = \cos \alpha + \frac{r}{l} \cos 2\alpha = 0; \quad \cos^2 \alpha + \frac{l}{2r} \cos \alpha = 0,5$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{4r} \left[ -1 + \sqrt{1 + 8 \left( \frac{r}{l} \right)^2} \right] \sim \frac{r}{l}$$

und für  $r:l = 1:5$

$$\alpha = 79^\circ 16'.$$

Beim Rückgange ergibt sich dieser Winkel zu  $100^\circ 44'$ .

Mit Einsetzung des Wertes  $\cos \alpha = r:l$  in Gl. 23 wird

$$c_{\max} = v \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{r}{l} \right)^2} + \left( \frac{r}{l} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{r}{l} \right)^2} \right] = \sim v \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r}{l} \right)^2 \right]$$

und für  $r:l = 1:5$

$$c_{\max} = 1,02 v = 1,6 c_m.$$

Behufs zeichnerischer Darstellung der Kolbengeschwindigkeit kann die Bewegung der Schubstange  $AE$ , Abb. 104, deren Endpunkte die Geschwindigkeiten  $v$  und  $c$  haben, für einen in Betracht kommenden Augenblick als Drehung









worin  $G$  das Gewicht der hin und her gehenden Maschinenteile (Kolben mit Stange, Kreuzkopf und  $\sim \frac{2}{3}$  Schubstangengewicht) in kg,  $g$  die Beschleunigung durch die Schwere = 9,81 m/sek<sup>2</sup> bedeutet.

Für  $l = \infty$  ist

$$B_{\infty} = M \cdot p_{\infty} = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha \text{ kg} \dots \dots \dots 25a$$

Bezeichnet  $F$  die Fläche des Kolbens in cm<sup>2</sup>, so ist der auf die Einheit derselben entfallende Beschleunigungsdruck

$$b = \frac{B}{F} = \frac{G}{F} \frac{p}{g} \text{ kg/cm}^2$$

oder, wenn  $\frac{G}{F} = q$  gesetzt wird, für endliche Stangenlänge

$$b_e = q \frac{p}{g} = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \left( \cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 26$$

und für unendlich lange Schubstange

$$b_{\infty} = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 26a$$

Die Beschleunigungsdruckkurve kann durch dasselbe Diagramm wie die Beschleunigungskurve, Abb. 104, dargestellt werden, wenn man den Maßstab für die Ordinaten derselben so wählt, daß

$$\frac{q}{g} \frac{v^2}{r} (\text{kg}) = r (\text{m}),$$

oder auch mit Hilfe der nachstehenden Tabelle berechnet werden, deren Werte, mit  $\frac{q}{g} \frac{v^2}{r}$  — gemäß Gl. 26 — multipliziert, die Abmessungen der 11 Ordinaten 0, 1, 2 . . . , Abb. 104 u. 105, für den in 10 gleiche Teile zerlegten Hub des Kolbens beim Hin- und Rückgang desselben geben.

Werte von  $\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha$ .

| Ordnate | $\frac{r}{l} = \frac{1}{4}$ | $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ | $\frac{r}{l} = \frac{1}{6}$ |
|---------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 0       | 1,250                       | 1,200                       | 1,167                       |
| 1       | 0,941                       | 0,920                       | 0,840                       |
| 2       | 0,664                       | 0,639                       | 0,633                       |
| 3       | 0,409                       | 0,379                       | 0,376                       |
| 4       | 0,129                       | 0,126                       | 0,134                       |
| 5       | 0,101                       | 0,091                       | 0,078                       |
| 6       | 0,318                       | 0,300                       | 0,284                       |
| 7       | 0,471                       | 0,465                       | 0,458                       |
| 8       | 0,610                       | 0,613                       | 0,608                       |
| 9       | 0,715                       | 0,717                       | 0,742                       |
| 10      | 0,750                       | 0,800                       | 0,833                       |

Da die Beschleunigungsdrücke im gleichen Maßstabe wie das Druckdiagramm in dieses eingezeichnet werden müssen, so muß die zeichnerisch im Maßstabe  $qv^2:gr = r$  sich ergebende Beschleunigungsdruckkurve im Diagrammmaßstabe umgezeichnet werden. Dazu werden an die Endordinaten der Kurve die Beschleunigungsdrücke im Diagrammmaßstabe wagerecht angetragen,  $Q_1A$  bzw.  $Q_2B$ , Abb. 107, und die Punkte  $A$  und  $B$  mit  $K_1$  bzw.  $K_2$  verbunden. Dann ergeben sich die gesuchten Ordinaten, z. B. für  $E$  durch Ziehen der Wagerechten durch  $D$  als Stück  $FG = EH = b_e$ .











Für normal belastete Kurbelzapfen kann unter Bezugnahme auf Abb. 111 gewählt werden

$$l_1 = 1,0 d \text{ bis } 1,5 d, \quad h_1 = 0,3 l_1 \text{ bis } 0,4 l_1, \quad s_1 = 0,2 d \text{ bis } 0,25 d,$$

$$\frac{d_1 - d_2}{2 l_1} = \frac{1}{25} \text{ bis } \frac{1}{15},$$

$$D_1 = 2 d \text{ für geschmiedete Kurbeln, } D_1 = 2,5 d \text{ für gußeiserne Kurbeln.}$$

Die Kurbelnabe wird für einen Schrumpf von etwa 0,001 bis 0,0005 bei gußeisernen und für einen solchen von etwa 0,005 bei geschmiedeten Kurbeln gebohrt, warm aufgezogen und mit einem oder zwei Keilen befestigt.

Durch Aufziehen mittels der Wasserdruckpresse auf das etwas kegelförmig abgedrehte Wellenende läßt sich ebenfalls eine betriebssichere Verbindung erzielen.

Man nimmt ferner  $D_2$  einige mm  $< D_3$ ,  $l_2$ , je nach der Genauigkeit der Ausführung,

$$l_2 \geq D_2,$$

wenn die Kurbel warm oder mittels der Presse aufgezogen, und

$$l_2 \geq 1,25 D_2,$$

wenn sie kalt in der gewöhnlichen Weise wie Räder aufgekeilt wird. Hierbei ist zu beachten, daß die Biegungsbeanspruchung der Kurbelwelle um so größer ausfällt, je länger die Nabe gewählt wird; der Hebelarm  $a$  von Kurbelzapfenmitte bis Lagermitte soll deshalb möglichst klein sein.

Die Nabenstärke einer geschmiedeten Kurbel kann im Mittel  $n = 0,4 D_2 + 1$  cm betragen; gußeiserne Kurbeln erhalten eine um 30% bis 50% größere Nabenstärke.

Für die Berechnung des Kurbelarmes sei  $z$  der Abstand der Kurbelzapfenachse von dem Armquerschnitt  $b h$ , wobei  $b$  die axiale,  $h$  die tangentielle Abmessung des Armes bedeutet.

Durch Zerlegung des zunächst beliebig gerichteten Zapfendruckes  $P$  in die Normalkraft  $D$  und die Schubkraft  $T$  ergeben sich

von der Normalkraft  $D$  herrührend:

$$\text{die Normalkraft } D = \sigma_z \cdot b \cdot h \text{ und das biegende Moment } M_1 = Dv \\ = W \sigma_b = \frac{b^2 h}{6} \cdot \sigma_b \text{ mit } xx \text{ als Biegungsachse;}$$

von der Schubkraft  $T$  herrührend:

$$\text{die Schubkraft } T = \tau_y \cdot b h, \text{ das biegende Moment } M_2 = Tz = \frac{b h^2}{6} \cdot \sigma_b, \\ \text{mit } yy \text{ als Biegungsachse und das drehende Moment } M_d = T v.$$

Vernachlässigt man die Normalkraft  $D$  und die Schubkraft  $T$ , so verbleiben die Biegungsspannungen  $\sigma_b$  und  $\sigma_b$ , ferner die Torsionsspannung  $\tau$ . Die ersteren sind mit dem letzteren zu den ideellen Spannungen, vgl. (251),

$$\sigma'_1 = 0,35 \sigma_b + 0,65 \sqrt{\sigma_b^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2} \text{ bzw. } \dots \dots \dots 27$$

$$\sigma''_1 = 0,35 \sigma_b + 0,65 \sqrt{\sigma_b^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2} \dots \dots \dots 27^a$$

zusammensetzen —  $\alpha_0 = k_b : 1,3 k_d$  — und es sind aus diesen Gleichungen die größten Beanspruchungen des Querschnittes  $b h$  der zunächst nach freiem Ermessen aufgezeichneten Kurbel zu ermitteln.

Dann muß sein

$$\sigma_1' + \sigma_1'' = \leq k_b,$$

wenn  $k_b$  die zulässige Bieungsbeanspruchung (für Flußstahl  $k_b \sim 600 \text{ kg/cm}^2$ ).

Bei den gebräuchlichen Verhältnissen ist meistens die Beanspruchung in der Totstellung der Kurbel maßgebend, um so mehr, als die plötzliche Richtungsänderung der Kräfte in dieser Stellung die Wahl einer niedrigen zulässigen Beanspruchung erfordert. Hier ist das Bieungsmoment  $M_b = P v$  und die Zug- bzw. Druckkraft =  $P$ , mithin

$$\frac{M_b}{\frac{1}{6} b^2 h} + \frac{P}{b h} \geq k_b \text{ oder } P \left( v + \frac{b}{6} \right) \leq \frac{b^2 h}{6} k_b,$$

woraus sich  $h$  nach Annahme von  $b$  berechnen läßt.

Der Durchmesser  $D_3$  des Wellenzapfens ist für das durch den größten Zapfendruck  $P$  hervorgerufene Bieungsmoment  $M_b = P a$  und das durch den größten Tangentialdruck  $T$  erzeugte Drehmoment  $M_d = T r$  aus der Gleichung

$$M_t = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 D_3^3 k_b$$

zu ermitteln.

An Stelle des einfachen Kurbelarmes finden zuweilen, z. B. bei kleineren schnelllaufenden Dampfmaschinen, aus Gußeisen oder Stahlguß hergestellte Kurbelscheiben Verwendung. Dieselben ermöglichen die Anbringung von Gegengewichten, durch welche die nachteiligen Wirkungen der hin und her gehenden Triebwerkmassen auf das Maschinenfundament beseitigt oder wenigstens verringert werden.

Abb. 113 zeigt eine solche aus Stahlguß gefertigte Kurbelscheibe mit eingepreßtem und vernietetem Zapfen sowie die zur Schmierung des

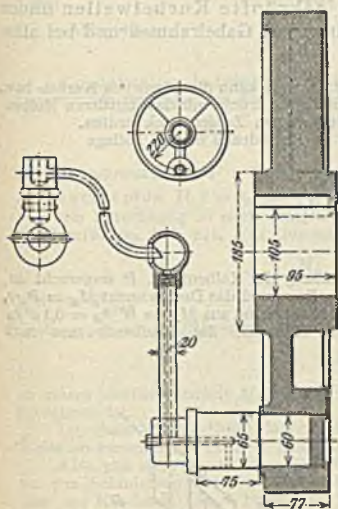


Abb. 113.



Abb. 114.

letzteren dienende Vorrichtung (Zentrifugalöler). Gegengewichte lassen sich auch an geschmiedeten Stirnkurbeln anbringen, Abb. 114. (Über die Größe der Gegengewichte s. (643).)

(645) Kurbelwelle. Einfache Wellen mit nur einer Stirnkurbel, Abb. 115, werden bei liegenden Einzylinder- oder bei Reihenverbundmaschinen angewendet.

Die Abmessungen des Kurbelzapfens und des Kurbelarmes sind nach (430) und (644) zu berechnen. Die Lagerentfernung und Lage des Schwungrades ergeben sich aus dem allgemeinen Entwurf; alsdann sind  $l_2$  und  $l_1$  zunächst schätzungsweise anzunehmen.

Für Flußstahl kann  $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$  angenommen werden.

Die Länge des Lagerzapfens muß nun rücksichtlich Erwärmung und Flächenpressung genauer ermittelt werden nach (430).



Einfache Wellen mit 2 Stirnkurbeln für liegende Zwillings- und Verbundmaschinen werden in gleicher Weise berechnet, jedoch müssen zur

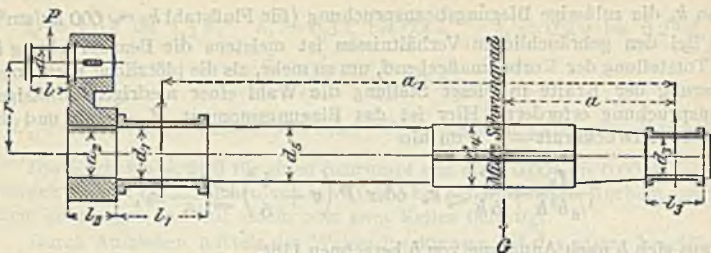


Abb. 115.

Ermittlung der Lagerzapfenbelastungen die Reaktionen für mehrere zusammengehörige Stellen beider Kurbeln ermittelt werden (die Kolbenkräfte aus dem Indikatordiagramm) und aus den Reaktionen die Resultierenden.

(646) Gekröpfte Pleuellwelle. Einfach gekröpfte Pleuellwellen finden sich bei liegenden Einzylinder-Dampfmaschinen mit Gabelrahmen und bei allen stehenden Einzylindermaschinen.

Für liegende Maschinen mit einfach gekröpfter Welle kann die Länge des Pleuell- bzw. der Lagerzapfen nach (430) bestimmt werden, wenn die Zapfendrucke mit dem mittleren Pleuellendruck  $P_m$  gerechnet werden; auf Flächendruck mit größtem Zapfendruck prüfen.

Mit den Bezeichnungen nach Abb. 116 u. 120 ist Lagerdruck in der Totlage

in I: vom Schwungradgewicht:  $G_1 = Gc : a$  und

vom Pleuellendruck:  $P_1 = Pa_2 : a$ ,

der resultierende Zapfendruck  $R_1 = \sqrt{G_1^2 + P_1^2}$ ,

in II:  $G_2 = G(c + a) : a$  und  $P_2 = Pa_1 : a$ ,

resultierender Druck  $R_2 = \sqrt{G_2^2 + P_2^2}$ .

Pleuellzapfen. In Pleuellmittellage, die Richtung der Pleuellkraft  $P$  wagerecht an, genommen, ist das Biegemoment, Abb. 117,  $M_b = R_2 \cdot a_1$  und das Drehmoment  $M_d = P_2 \cdot r$ , aus  $M_b$  und  $M_d$  ist das ideale Biegemoment  $M_{bl}$  zu bilden und aus  $M_{bl} = W \cdot k_b = 0,1 d^3 k_b$  der Pleuellzapfendurchmesser  $d$  zu berechnen. Zur Kontrolle des Flächendruckes muß  $l \geq P_{max} : k \cdot d$  sein ( $k$  bis 125 kg/cm<sup>2</sup>).

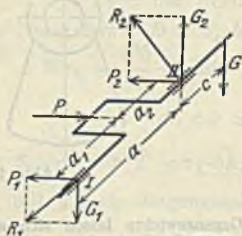


Abb. 116.

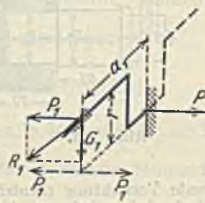


Abb. 117.

Linker Pleuellarm. In Pleuelltotlage, Abb. 118, ist

von  $P_1$ :  $M_{b1} = P_1 (a_1 - e) = W_x \cdot \sigma_{b1} = \frac{b^3 h}{6} \sigma_{b1}$ ;  $\sigma_x \cdot b \cdot h = P_1 / 2$ ,

von  $G_1$ :  $M_{d1} = G_1 \cdot x = W_y \cdot \sigma_{d1} = \frac{b h^3}{6} \cdot \sigma_{d1}$ ,

$M_d = G_1 (a_1 - e) = W_p \cdot \tau_1 = \frac{1}{2} h b^2 \cdot \tau_1$ .

Scherspannung  $\tau_1 = G_1 / b h$ .

Biegungs- und Torsionsspannung können unter Vernachlässigung von  $\sigma_x$  und  $\tau_x$  zu einer ideellen Spannung nach Gl. 27 u. 27 a, S. 642 vereinigt werden; es kann aber auch einfach die Summe der Normal- und der Tangentialspannungen gebildet werden.

Es soll sein  $\sigma_{b_1} + \sigma_{b_2} + \sigma_x \leq 500 \text{ kg/cm}^2$  (Stahl),

und  $\tau_1 + \tau_x \leq 500 \text{ kg/cm}^2$ .

Rechter Kurbelarm. In Totlage, Abb. 118 a, ist

von  $P_1$  u.  $P$   $M_{b_1} = P_1 (a_1 + e) - P \cdot e = \frac{b^2 h}{6} \sigma_{b_1}$ ;  $\sigma_x b h = P - P_1$

von  $G_1$   $M_{b_2} = G_1 \cdot x = \frac{b h^2}{6} \sigma_{b_2}$ ,

$$M_d = G_1 (a_2 + e) = \frac{2}{3} b h^2 \tau_1,$$

Scherspannung  $\tau_x = G_1 / b h$ .

Die Summe der Spannungen wie vor.

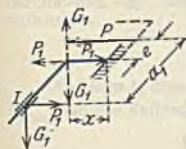


Abb. 118.

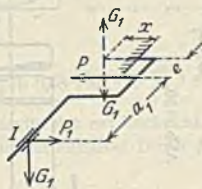


Abb. 118 a.

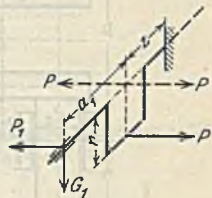


Abb. 119.

Kurbelwelle. In beliebigem Abstand  $z$  von Zylindermitte, Abb. 119, ist das Biegemoment als resultierendes der Momente von  $P_1$ ,  $P$  und  $G_1$

$$M_b = \sqrt{[P_1 (a_1 + z) - P \cdot z]^2 + [G_1 (a_1 + z)]^2},$$

das Drehmoment  $M_d = P \cdot r$ . Daraus  $M_{b1} = 0,1 d_2^3 k_b$ . Am Kurbelarm ist  $z = a_2 - e_1$  (Abb. 120), im Lagerzapfen II  $z = a_2$ , damit aus  $M_{b1} = 0,1 d_2^3 k_b$  den Zapfendurchmesser  $d_2$ .

Die Berechnung ist noch wenigstens für die Kurbelstellung für maximale Drehkraft  $T_{\max}$  durchzuführen, Abb. 121. Für Querschnitt am Kurbelarm ist von  $G$  bzw.  $G_2$  herrührend

$$M_{b_1} = G (c + e_1) - G_2 e_1,$$

und von  $T_{\max}$   $M_{b_2} = T_{\max} \cdot a_1 e_1 \cdot a$ .

Beide geben ein resultierendes Biegemoment  $M_{b_r}$ , Abb. 121 a, das mit dem Drehmoment

$$M_d = T_{\max} \cdot r$$

zu einem ideellen Moment  $M_{b1}$  zu vereinigen ist, woraus der Durchmesser am Kurbelarm zu berechnen ist.

Der linke Wellenteil mit Zapfen I hat kein Drehmoment und ist  $d_1$  im übrigen in gleicher Weise zu berechnen, wird aber meist dem Zapfen II gleich ausgeführt.

Abb. 122 zeigt die zu einer Gabelmaschine 160/200 gehörige gekröpfte Kurbelwelle mit der zur Schmierung des Kurbelzapfens usw. getroffenen Einrichtung. Letztere besteht aus einer am Maschinenrahmen befestigten Stütze  $b$  mit Aufsatz  $a$  für Tropföler; aus diesem fließt das Öl durch Röhrchen  $d$  in den Hohlraum einer mit der Kurbelwelle verschraubten Kappe  $c$  und durch Bohrungen der ersteren nach den Verwendungsstellen.

Bei stehenden Maschinen wirken beide Kräfte  $P$  und  $g$  in senkrechter Richtung gleich oder entgegengesetzt.

Die in Abb. 123 dargestellte einfach gekröpfte Welle einer stehenden Dampfmaschine ist bei  $b$  und  $d$  gelagert; sie trägt fliegend bei  $g$  das gleichzeitig als Riemenscheibe wirkende Schwungrad vom Gewichte  $G$ , während bei  $c$  die lotrechte Komponente  $P$  der vom Kolben kommenden Stangenkraft angreift. Die von den Riemenspannungen herrührende Seitenkraft soll ebenso wie die wagerechte Komponente der Stangenkraft vernachlässigt werden.

Für aufwärts gerichteten Kurbelzapfendruck, Abb. 124, wirkt bei  $b$  der Lagerdruck

$$G_1 = G \frac{a + a_1}{a_1}$$

lotrecht aufwärts und derjenige

$$P_1 = P \frac{a_2}{a_1}$$

lotrechts abwärts.



Hierzu folgt für den resultierenden lotrecht aufwärts gerichteten Lagerdruck

$$R_1' = G_1 - P_1 = G \frac{a + a_1}{a_1} - P \frac{a_2}{a_1} = \frac{G(a + a_1) - P a_2}{a_1}$$

Bei  $d$  beträgt der resultierende, lotrecht abwärts gerichtete Lagerdruck

$$R_2' = G_2 + P_2 = G \frac{a}{a_1} + P \frac{a_2}{a_1} = \frac{G a + P a_2}{a_1}$$

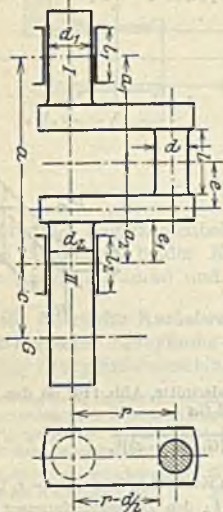


Abb. 120.

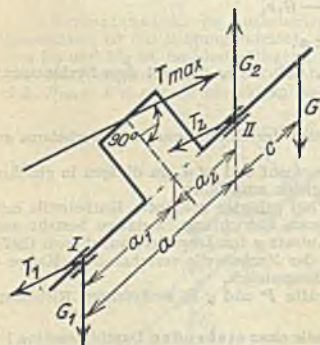


Abb. 121.

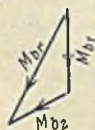


Abb. 121 a.

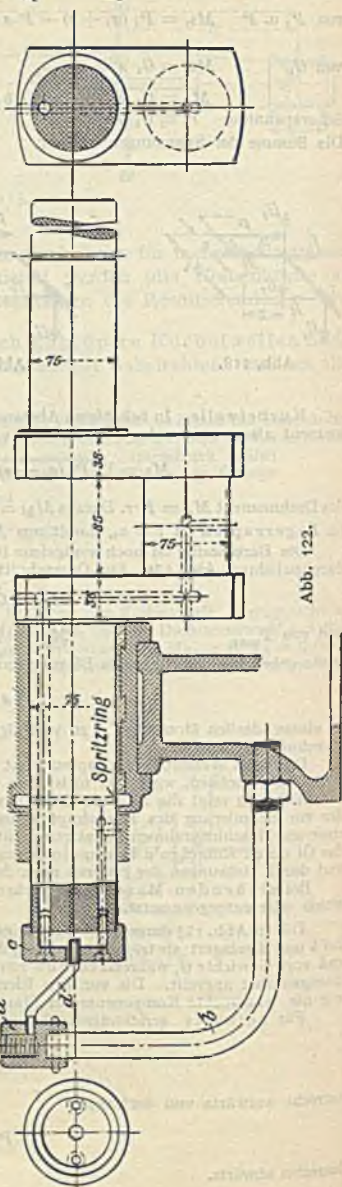


Abb. 122.

Für abwärts gerichteten Zapfendruck  $P$ , Abb. 125, ergibt sich in gleicher Weise

$$R_1'' = G_1 + P_3 = \frac{G(a + a_1) + P a_3}{a_1} \quad \text{und} \quad R_2'' = G_2 - P_2 = \frac{G a - P a_2}{a_1}.$$

Es sind nun die Berechnungen für die größten bzw. die kleinsten Lagerdrücke ( $R_1'$ ,  $R_2'$  und  $R_1''$ ,  $R_2''$ ) durchzuführen! Ergeben sich für andere Kurbelstellungen größere Beanspruchungen, so sind diese zu ermitteln.

Für den Querschnitt in  $b$  ist das biegende Moment  $M_b = G a$  und das drehende Moment  $M_d = P r$ ; hiermit folgt der Durchmesser  $d_b$  des Wellenzapfens aus

$$0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 d_b^3 k_b.$$

Die Länge  $l_b$  dieses Zapfens ergibt sich mit Rücksicht auf den zulässigen Flächen- $R_{\max}$  und die Reibungsarbeit für den mittleren Druck  $R_m$  (mit  $P_m$ ) nach (430).

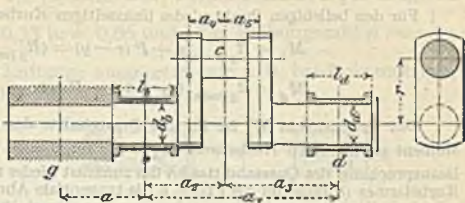


Abb. 123.

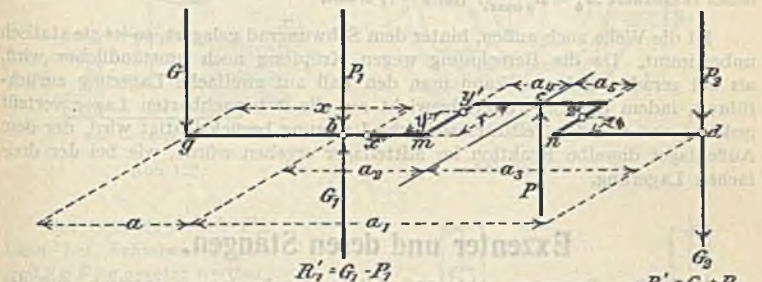


Abb. 124.

Der Stirnzapfen  $d$  erhält solche Abmessungen, daß der Flächen- $R$  (in  $\text{kg/cm}^2$ ) annähernd derselbe ist wie im vorderen Lager.

Durchmesser  $d_d$  und Länge  $l_d$  dieses Zapfens folgen aus

$$R_{2(\max)} = k l_d d_d.$$

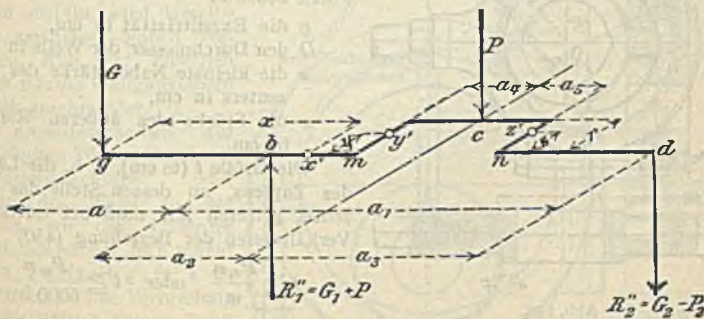


Abb. 125.

Für einen beliebigen, zwischen  $b$  und  $m$  gelegenen Querschnitt  $x'$  der Welle ergeben sich die Momente

$$M_b = G x - R_{1(\min)} (x - a) \quad \text{und} \quad M_d = P r.$$



Die zwischen  $n$  und  $d$  liegenden Querschnitte der Welle sind nur auf Biegung beansprucht für den Kurbelzapfen gilt

$$M_b = R_{2(\max)} a_3 \quad \text{und} \quad M_d = R_{2(\max)} r.$$

Für den beliebigen Punkt  $y'$  des linksseitigen Kurbelarmes ist

$$M_b = R_{2(\max)} y + P(r - y) = (R_{2(\max)} - P)y + Pr$$

$$M_d = R_{2(\max)} (a_3 + a_4) - Pa_4.$$

Das Drehmoment  $M_b$  ist für alle Querschnitte des Kurbelarmes konstant: das biegende Moment erhält seinen Höchstwert  $M_b = Pr$  für  $y = 0$ , d. h. für den Punkt  $m$ . Die größte Beanspruchung des Querschnittes  $bh$  des zunächst wieder nach freiem Ermessen aufgezeichneten Kurbelarmes ( $b$  bedeutet die axiale,  $h$  die tangentielle Abmessung desselben) folgt mit den ermittelten Höchstwerten für  $\sigma_b$  und  $\tau$ , der Zug-(Druck-)Spannung und der Scherspannung die ideale Spannung nach Gl. 27 oder die Summe wie bei den liegenden Maschinen.

Für den beliebigen Punkt  $z'$  des rechtsseitigen Kurbelarmes findet sich

$$M_b = R_{2(\max)} z \quad \text{und} \quad M_d = R_{2(\max)} (a_3 - a_2).$$

Da  $M_d$  unveränderlich, ist die Beanspruchung am größten, wenn das biegende Moment seinen Höchstwert  $M_b = R_{2(\max)} r$  (für  $z = r$ ) erhält.

Ist die Welle auch außen, hinter dem Schwungrad gelagert, so ist sie statisch unbestimmt. Da die Berechnung wegen Kröpfung noch umständlicher wird, als bei geraden Trägern, kann man den Fall auf zweifache Lagerung zurückführen, indem das Schwunradgewicht auf die 2 benachbarten Lager verteilt gedacht und nur der Teil für zweifache Lagerung berücksichtigt wird, der dem Außenlager dieselbe Reaktion im Mittellager ergeben würde, wie bei der dreifachen Lagerung.

## Exzenter und deren Stangen.

(647) Das Exzenter, Abb. 126, bildet durch eine exzentrisch auf der Welle sitzende Scheibe einen Zapfen — die Exzenterischeibe — mit darübergreifendem Bügel.

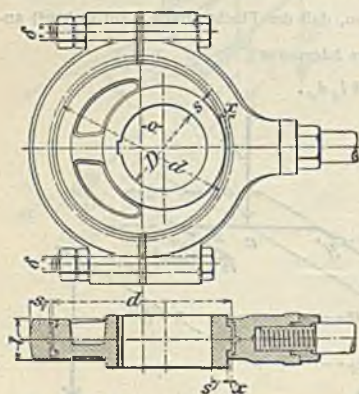


Abb. 126.

Der Durchmesser  $d$  der Exzenterischeibe ist bestimmt durch

$$d = 2(e + 0,5D + s + x) = 2e + D + 2s + 2x,$$

worin bedeutet

- $e$  die Exzentrizität in cm,
- $D$  den Durchmesser der Welle in cm,
- $s$  die kleinste Nabenstärke des Exzenters in cm,
- $x$  die Stärke des äußeren Randes in cm.

Die Größe  $l$  (in cm), d. h. die Länge des Zapfens, an dessen Stelle das Exzenter getreten ist, muß bei mittleren Verhältnissen der Beziehung (430)

$$l \geq \frac{P_m n}{w} \quad \text{oder} \quad l \geq \frac{P_m n}{6000 k v}$$

genügen. Darin bedeutet

$P_m$  den in der Mittelebene des Exzenters wirkenden mittleren Druck in kg,

$n$  die minutliche Umlaufzahl des Exzenters,

$w$  bzw.  $k v$  eine Erfahrungszahl, für welche gesetzt werden kann

$w = 10000$  bzw.  $kv = 5,5$  für Flußeisen oder Stahl (Bügelmaterial)  
auf Gußeisen (Exzentermaterial),

$w = 20000$  bzw.  $kv = 11$  für Weißmetall (Futter der Exzenterbügel)  
auf Gußeisen,

entsprechend zulässigen Werten der (spezifischen) Reibungsarbeit  $A_r$  in mkg/sek  
auf  $1 \text{ cm}^2$  Zapfenprojektion von 0,33 bzw. 0,66 und einer Reibungszahl  $\mu \sim \frac{1}{20}$ .

Sind die Exzenter starkem Luftzuge ausgesetzt, wie z. B. bei Lokomotiven,  
so kann  $w$  bzw.  $kv$  höher gewählt werden.

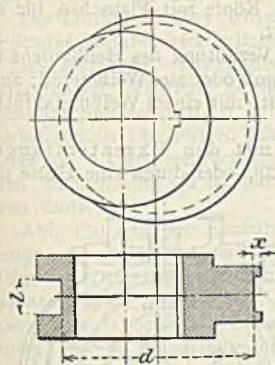


Abb. 127.

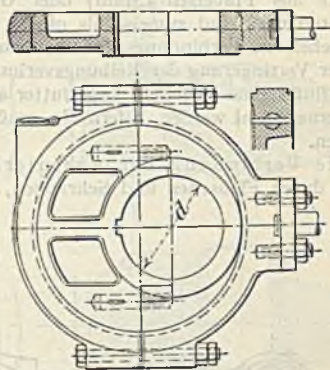


Abb. 128.

Der Gestängedruck  $P_m$   
kann bei Schiebern  $P_m =$   
 $= 0,2 p F$  kg gesetzt werden,  
wenn  $p$  der Dampfüber-  
druck und  $F$  die Schieber-  
fläche; bei Ventilen muß  $P_m$   
aus den Ventilkraften er-  
mittelt werden (s. (624)).

Damit der Durchmesser  
 $d$  des Exzenters möglichst  
klein ausfällt, wird dasselbe  
mit seitlichen Naben ver-  
sehen, Abb. 127, zuweilen  
auch mit der Welle aus einem  
Stück geschmiedet.

Exzenterscheiben auf  
geköpften Wellen (bei Zwei-  
zylindermaschinen, oder  
wenn die Welle an der  
Stelle, wo das Exzenter  
sitzt, schwächer ist) macht  
man zweiteilig (s. z. B.  
Abb. 128). Zur Verbindung  
beider Hälften dienen Kopf-  
schrauben mit Stiftsiche-  
rung, Abb. 130, oder Schrau-  
benbolzen mit Querkeilen,

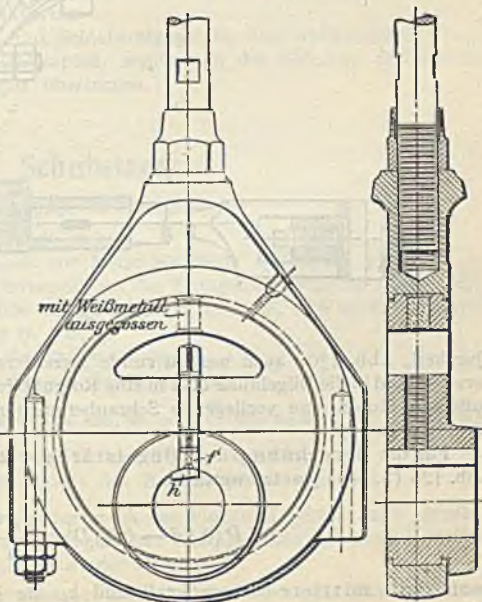


Abb. 129.



Abb. 128; an Stelle der letzteren finden zuweilen auch Schraubenmuttern Verwendung.

Nutenkeile für die Befestigung der Exzenter auf ihren Wellen erhalten eine

$$\text{Breite } b = 0,5l, \quad \text{Höhe } h = 0,25l.$$

Um Exzenter innerhalb gewisser Grenzen verstellen zu können, wird eine gezahnte Feder  $f$ , Abb. 129, verwendet, die mittels Stellschraube gegen ein in die Welle eingelassenes Zahnsegment  $h$  gepreßt und bei einer beabsichtigten Verdrehung durch die Schraube gehoben wird.

Die aus Flußeisen (Stahl) oder Gußeisen gefertigten Exzenterbügel (Exzenterringe) sind zumeist als offene geteilte Köpfe mit Flanschen für die durchgehenden Verbindungsschrauben ausgeführt.

Zur Verringerung der Reibungsverluste und Verhütung des Heißlaufens erhalten flußeiserne Bügel ein Lagerfutter aus Rotguß oder aus Weißmetall; auch gußeiserne Bügel werden, sofern  $Pn$  groß ausfällt, mit einem Weißmetallfutter versehen.

Die Verbindung der Exzenterbügel mit den Exzenterstangen erfolgt durch Flanschen und Schrauben, Abb. 128, oder durch eine Hülse mit

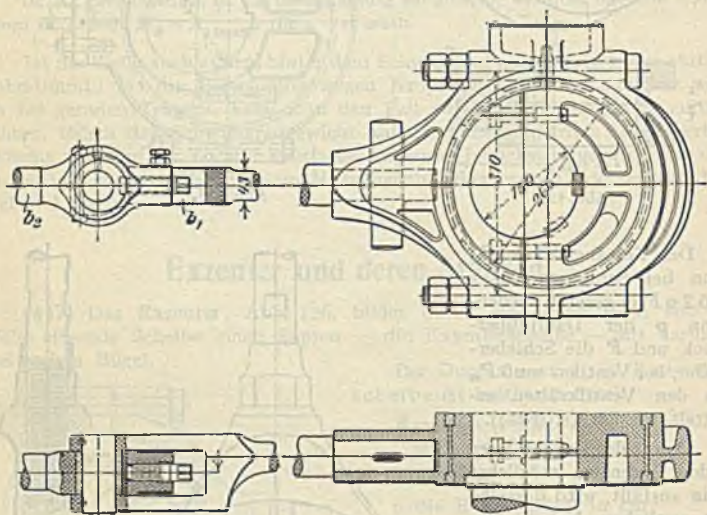


Abb. 130.

Querkeil, Abb. 130; auch werden runde Exzenterstangen mit einem Gewinde versehen und in die Bügelhülse oder in eine Rotgußbüchse derselben eingeschraubt, außerdem durch eine vorliegende Schraubenmutter gegen Drehung gesichert, Abb. 126 u. 129.

Für die Berechnung der Bügelstärke  $s_1$  kann unter Bezugnahme auf Abb. 126 (S. 648) gesetzt werden

$$0,5P(0,5d - 0,25D) = \frac{l s_1^2}{6} k_b,$$

wenn  $P$  die mittlere Stangenkraft und  $k_b$  die Biegungsbeanspruchung des Bügelmaterials (für Flußeisen  $k_b = 300$ , für Gußeisen  $k_b = 150 \text{ kg/cm}^2$ ) bedeutet.

Der äußere Durchmesser  $\delta$  der Bügelschrauben ergibt sich aus

$$0,5P = 600 \delta^3 \text{ bis } 800 \delta^2$$

Die Exzenterstangen haben entweder rechteckigen oder runden Querschnitt, dessen Abmessungen in der Mitte, wie bei den Schubstangen, mit  $\mathcal{S} = 40$  zu berechnen sind; es muß die größte durch Eigengewicht und Stangenkraft erzeugte Druckspannung bei Schweiß- oder Flußeisen  $< 300 \text{ kg/cm}^2$  sein.

Der Einfluß der Durchbiegung der Stange ist dabei erforderlichenfalls zu berücksichtigen. Die runden Exzenterstangen erhalten gewöhnlich einen Durchmesser  $= d_s$ , d. h. gleich demjenigen der zugehörigen Schieberstange (s. d.) am schwächeren und einen solchen von  $1,2 d_s$  am stärkeren Ende.

Abb. 130 zeigt ein Exzenter mit Stange, die mittels Querkeiles befestigt ist. Dies gegabelte Ende der Exzenterstange trägt mittels eingelassenem Schraubenbolzen befestigten Zapfen, der in nachstellbarem Lager der Schieberstangenführung  $b_s$  schwingt.

Häufig werden zur Vermeidung toten Ganges der Gelenkverbindungen zwischen Exzenter- und Schieberstange die hier auftretenden Druckkräfte nicht durch die Gelenkzapfen, sondern in der Abb. 131 ersichtlichen Weise durch die Gelenkköpfe übertragen.

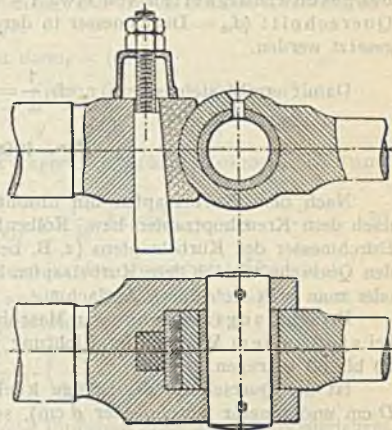


Abb. 131.

## Schubstangen.

(648) Schaft der Schubstangen. Es bezeichnet

$P$  die größte Stangenkraft in kg,

$l$  die Länge der Stange von Mitte bis Mitte Zapfen in cm,

$J$  das kleinste Trägheitsmoment des Stangenquerschnitts in der Mitte in  $\text{cm}^4$ ,  $f$  die Größe des letzteren in  $\text{cm}^2$ ,  $d_m$  den mittleren Durchmesser der Stange in cm,

$\alpha$  die Dehnungszahl des Stangenmaterials,

$\mathcal{S}$  den Sicherheitsgrad gegen Knicken,

$r$  den Kurbelhalbmesser in cm,  $n = \frac{30 \omega}{\pi}$  die minutliche Umlaufzahl,

$\gamma$  das Gewicht der Stange in  $\text{kg/cm}^3$  ( $\gamma = 0,008$ ),

$v = r\omega$  die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens in cm/sek.

Schubstangen werden entweder blank aus Flußstahl (kleine auch aus Flußeisen) oder roh in Stahlformguß hergestellt. Der Querschnitt ist rund, vielfach auch seitlich abgeflacht, rechteckig oder I-förmig.

Der Schaft wird vorzugsweise auf Zug bzw. auf Druck oder Knickung durch die Stangenkraft, ferner durch das Eigengewicht, durch die aus der Zapfenreibung sich ergebenden Momente und durch das Trägheitsvermögen der Stange auf Biegung beansprucht.



1. Stangen für kleine und mittlere Geschwindigkeiten.

Der Schaft kann lediglich auf Knickung bestimmt werden aus der Beziehung nach (232)

$$P = \frac{\pi^2 J}{\alpha \mathcal{E} l^2} \dots \dots \dots 28$$

Bei normalen Schubstangen der Dampfmaschinen mit mittleren Kolbengeschwindigkeiten von etwa 1,5 bis 2 m/sek kann für kreisförmigen Querschnitt ( $d_m$  = Durchmesser in der Mitte, demnach  $J = 0,05 d_m^4$ )  $\mathcal{E} = 25$  gesetzt werden.

Damit ergibt sich, sofern noch  $\frac{1}{\alpha} = 2000000 \text{ kg/cm}^2$ , aus Gl. 28

$$P \sim 40000 \frac{d_m^4}{l^2}$$

Nach dem Kurbelzapfen hin nimmt der Stangendurchmesser bis  $0,8 d_m$ , nach dem Kreuzkopfpapfen bzw. Kolbenbolzen hin bis  $0,7 d_m$  ab. Bei großem Durchmesser des Kurbelzapfens (z. B. bei gekröpften Wellen) läßt man jedoch den Querschnitt nach dem Kurbelzapfen hin wachsen (im Verhältnis bis 1 : 1,3), oder man hilft sich durch Abflachung.

Bei sehr langsam gehenden Maschinen empfiehlt sich,  $\mathcal{E}$  bis 33 zu wählen; bei stoßweisem Wechsel der Richtung von  $P$ , z. B. bei Pumpen, soll  $\mathcal{E}$  etwa 40 bis 60 betragen.

Ist der Querschnitt der Stange kreisringförmig (äußerer Durchmesser  $D$  cm und innerer Durchmesser  $d$  cm), so ist  $J = 0,05 (D^4 - d^4)$  in Gl. 28 einzusetzen.

Für Stangen mit rechteckigem Querschnitte (Breite  $b$  cm und Höhe  $h = 1,75b$  bis  $2b$  cm in der Mitte) ist

$$P = \frac{\pi^2}{\mathcal{E}} \frac{1}{\alpha} \frac{b^3 h}{12 l^2}$$

Die Höhe der Stangen an den Köpfen kann  $1,2h$  bzw.  $0,8h$  gewählt werden; die Breite  $b$  bleibt konstant.

2. Stangen für große Geschwindigkeiten.

Dieselben werden mit Rücksicht auf die abwechselnde Beschleunigung und Verzögerung der hin und her gehenden Massen möglichst leicht hergestellt. Der Umstand, daß bei raschem Wechsel von Zug und Druck sich Formänderungen nicht ausbilden können, unterstützt diese Bestrebungen um so mehr, je schneller der Gang ist.

Der mittlere Stangenquerschnitt wird mit Rücksicht auf die durch  $P$  sowie durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Normalspannungen gewählt.

Die durch  $P$  in dem Querschnitt  $f$  der Stange hervorgerufene Normalspannung ist

$$\sigma_1 = \frac{P}{f} \text{ kg/cm}^2, \dots 29$$

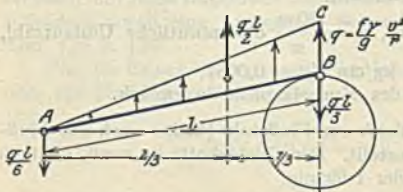


Abb. 132.

Trägers auf zwei Stützen von der Länge  $l$ , der eine Dreieckbelastung, Abb. 132 trägt. Die Last im Kreuzkopf ist  $= 0$ , diejenige im Kurbelzapfen

für 1 cm Stangenlänge

$$q = \frac{f \gamma v^2}{g r} \quad (g = 981 \text{ cm/sek}^2),$$

gleich der Fliehkraft im Kurbelkreis.

Die ganze Belastung ist daher gleich der halben Fliehkraft der im Kurbelzapfen vereinigt gedachten Stangenmasse<sup>1)</sup>, also  $\frac{1}{2} q l$ ; die resultierende Kraft greift im Abstände  $\frac{1}{3} l$  vom Kurbelzapfen an. Der Druck auf den Kurbelzapfen beträgt  $\frac{1}{3} q l$ , auf den Kreuzkopf  $\frac{1}{6} q l$ .

Das maximale Biegemoment ist dann, s. (219)

$$M_b = \frac{2}{9} \frac{1}{3} \frac{1}{2} q l \cdot l = q \frac{l^2}{15.6} = \frac{f \gamma v^2}{g r} \frac{l^2}{15.6} \sim \left( \frac{n}{300} \right)^2 r f \gamma \frac{l^2}{16}$$

und die durch die Trägheitskräfte hervorgerufene größte Normalspannung

$$\sigma_2 = \frac{M_b}{W} = \left( \frac{n}{1200} \right)^2 \gamma r \frac{f l^2}{W} \text{ kg/cm}^2, \dots \dots \dots 30$$

wenn  $W$  (in  $\text{cm}^3$ ) das Widerstandsmoment für den Querschnitt  $f$  bedeutet.

Die gesamte Beanspruchung auf Zug (Druck) und Biegung darf die zulässige Beanspruchung  $k_b$  nicht überschreiten, d. h. es muß

$$k_b \geq \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{f} + \left( \frac{n}{1200} \right)^2 \gamma r \frac{f l^2}{W}$$

sein, worin bei gewöhnlichem Schweiß- oder Flußeisen  $k_b = 300$ , bei vorzüglichem Schweiß- oder Flußeisen  $k_b = 400$ , bei gutem Flußstahl  $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt werden kann.

Für kreisförmigen Querschnitt der Stange gilt

$$k_b \geq \frac{P}{f} + \frac{1}{18} \left( \frac{n}{1000} \right)^2 r \frac{f l^2}{d_m^3} \text{ kg/cm}^2.$$

Dabei wird bei hohen Umlaufzahlen der Sicherheitsgrad  $\mathcal{S}$  unter Umständen höher ausfallen als bei Stangen für kleine und mittlere Geschwindigkeiten. Vielfach wird der runde Querschnitt seitlich abgeflacht, wobei die Breite  $b = 0,5 d$  bis  $0,57 d$  gemacht wird.

Bei rechteckigem Querschnitt ist  $h = 1,5$  bis  $1,75 b$ .

Bei veränderlichem Querschnitt  $f$  ist die Belastung in den Querschnitten verschieden (vgl. Frey, Schubstangen, Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau VI, Berlin: Julius Springer, 1929).

Beispiel: Für die Schubstange einer schnellaufenden Tandemmaschine 450 bzw. 780/800 ( $n = 150 \text{ Uml/min}$ ) sei  $P = 30000 \text{ kg}$ ; es folgt mit  $l = 200$  und  $d_m = 14,5 \text{ cm}$

$$k_b \sim 190 + 108 = 298 \text{ kg/cm}^2,$$

welcher Wert für gewöhnliches Schweiß- oder Flußeisen noch genügt.

Der Sicherheitsgrad ergibt sich zu

$$\mathcal{S} = \frac{\pi^2 \cdot 2000000 \cdot 14,5^4}{20 \cdot 30000 \cdot 200 \cdot 200} \sim 36,8.$$

Die unmittelbar wirkenden Zug- bzw. Druckkräfte sowie die infolge der hohen Umlaufzahl bzw. der großen Kolbengeschwindigkeit von 4 m sek auftretenden Biegekräfte sind für die Abmessungen dieser Stange maßgebend gewesen!

Unter Umständen können Stangen für große Geschwindigkeiten auch ausschließlich auf Knickung (Gl. 28) berechnet werden, jedoch wählt man  $\mathcal{S} = 90/3$

<sup>1)</sup> Vgl. Autenrieth: Z. 1895, S. 716; Land: Desgl. 1896, S. 904.



bis  $\frac{10}{3}$ , d. h. um so kleiner, je schneller die Maschine läuft. Beispiele solcher Stangen sind die Lokomotivschubstangen.

(649) **Köpfe der Schubstangen.** Man unterscheidet offene und geschlossene Schubstangenköpfe. Die von ihnen umschlossenen Lagerschalen sind mit Nachstellvorrichtungen zu versehen, derart, daß die Stangenlänge von Mitte zu Mitte Zapfen möglichst unverändert bleibt.

Für die Abmessungen der Köpfe sind Festigkeitsrücksichten maßgebend, — plötzliche Querschnitts- und Formänderungen sind zu vermeiden.

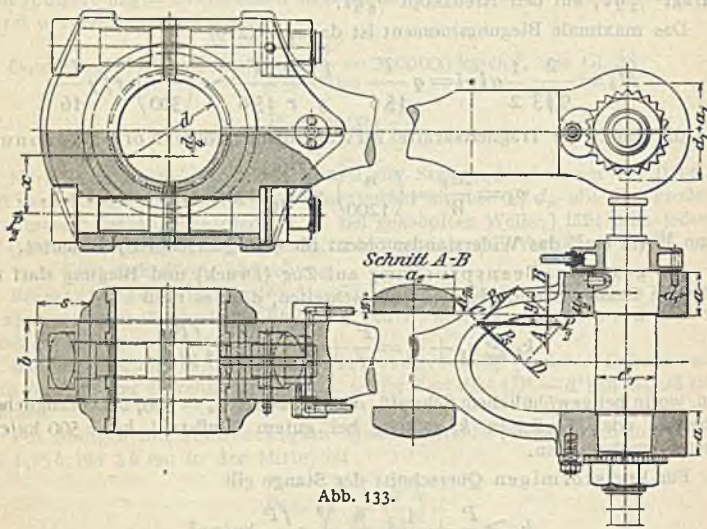


Abb. 133.

Für die Deckelstärke  $s$ , Abb. 133, gilt mit  $k_b = 600 \text{ kg/cm}^2$  (für Schweiß-eisen)

$$0,5 P x = \frac{b s^2}{6} k_b.$$

Der gegabelte Stangenkopf wird, nachdem die Schaftstärke  $d_m$  ermittelt worden ist, nach freiem Ermessen aufgezeichnet, d. h. es werden Breiten und Stärken angenommen und diese alsdann auf ihre Zulässigkeit geprüft.

Die Beanspruchung im Querschnitt  $AB$  erfolgt durch die abwechselnd als Zug und Druck auftretende Kraft  $0,5 P$  und durch das Biegemoment  $0,5 P (0,5 a - z)$ , worin  $z$  den Schwerpunktsabstand des Querschnittes bedeutet; zur Vereinfachung der Rechnung kann derselbe durch ein Rechteck ersetzt werden.

Es findet sich dann die von der Kraft  $0,5 P$  herrührende Normalspannung, wenn  $a_m$  die mittlere Höhe des rechteckigen Querschnittes bedeutet,

$$\sigma_1 = \frac{0,5 P}{a_2 a_m}$$

und die von dem Biegemomente herrührende größte Spannung

$$\sigma_2 = \frac{0,5 P (0,5 a - 0,5 a_m)}{\frac{a_2 a_m^2}{6}},$$

also die größte Gesamtspannung  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ ; dieselbe kann für Schweiß-eisen, mit Rücksicht auf den Wechsel der Spannungsrichtung,  $\sigma \leq 300 \text{ kg/cm}^2$  gewählt werden.

Der Querschnitt  $CD$  wird durch die zu vernachlässigende Schubkraft  $P_s$ , die Normalkraft  $P_n$  und das Biegemoment  $0,5 P y$  beansprucht.

Die in gleicher Weise wie vordem ermittelte größte Gesamtspannung  $\sigma$  soll auch hier  $300 \text{ kg/cm}^2$  nicht überschreiten.

Die geringste Wandstärke  $a_1$  folgt aus

$$0,5 P \frac{d_1 + a_1}{8} = \frac{a a_1^2}{6} k_b,$$

worin  $k_b = 600 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt werden kann.

Durchmesser und Länge der Zapfen sind unter Zugrundelegung der Stangenkraft  $P$  zu berechnen (s. (430)).

Die Schraubenbolzen sind aus bestem zähen Material (Mannesmann-Verbundstahl oder Flußstahl) hergestellt; sie sind bei doppeltwirkenden Ma-

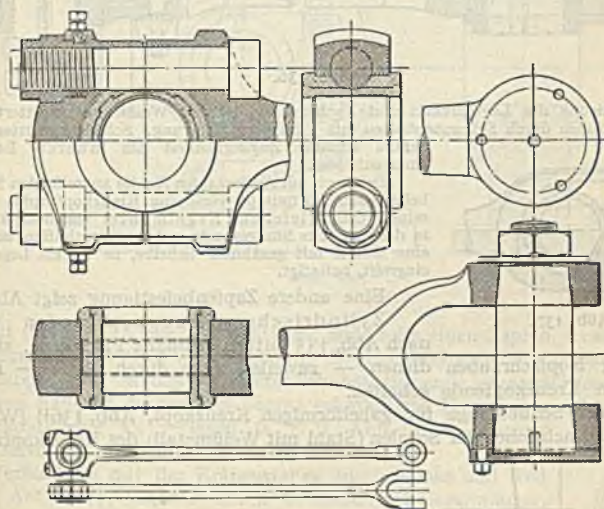


Abb. 134.

schinen mit je  $\frac{1}{2} P$  und durch die Vorspannung auf Zug beansprucht, bei ein-fachwirkenden durch die Trägheitskräfte (S. 637, Gl. 25).  $k_b$  bis  $400 \text{ kg/cm}^2$ . Schaft mit schlanker Hohlkehle auf Kerndurchmesser abgesetzt, Abb. 133, oder besser glatt ohne Absätze, Abb. 134, und innen vom Kopf bis an das Gewinde ausbohren, damit Querschnitt  $\leq$  Kernquerschnitt. Kopf mit guter Hohlkehle. Sicherung gegen Drehen durch Schraubchen im Kopf, um Schaft nicht zu schwächen. Sicherung der Mutter vielfach noch Pennische Sicherung; besser durch Splint, Legeschlüssel o. ä.

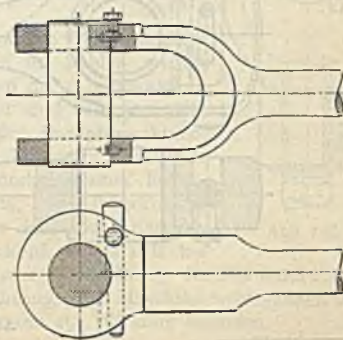


Abb. 135.



Abb. 133 zeigt die Schubstange einer stehenden Dampfmaschine mit offenem Kurbelzapfenkopf (sog. Marinekopf).

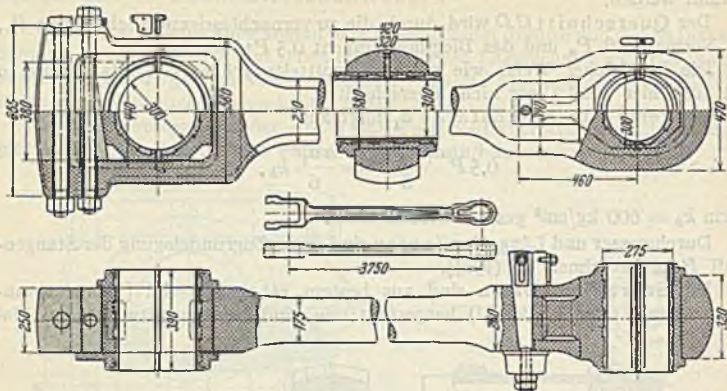


Abb. 136.

Befestigung des Lagerdeckels und Nachstellung der mit Weißmetall gefütterten gußeisernen Schalen durch Schraubenbolzen mit Pennschirung. Schraubenmutter sitzen behufs leichter Zugänglichkeit am inneren Ende des Stangenkopfes.

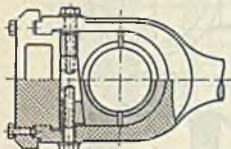


Abb. 137.

Der noch mit Außenzapfen für die angreifenden Schwinghebel einer Luftpumpe versehene Kreuzkopfszapfen ist mit seinen dem gleichen Kegelmantel angehörigen Enden in das gegabelte Stangenende sauber eingeschliffen und durch eine Mutter mit gezählter Scheibe, in die ein Lagschlüssel eingreift, befestigt.

Eine andere Zapfenbefestigung zeigt Abb. 134.

Zylindrische Kreuzkopfszapfen werden nach Abb. 135 mittels schmaler Flachkeile, zu deren Sicherung Kopfschrauben dienen — zuweilen auch durch Stifte — in dem gegabelten Kreuzkopfende gehalten.

Bei der Schubstange für gabelförmigen Kreuzkopf, Abb. 136<sup>1)</sup> (Wumag), erfolgt das Nachziehen der Schalen (Stahl mit Weißmetall) des Kreuzkopfszapfens

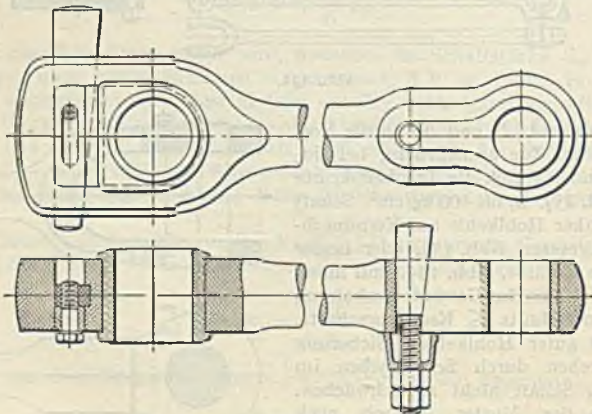


Abb. 138

<sup>1)</sup> Aus M. F. Gutermuth, Die Dampfmaschine. Berlin: Julius Springer 1928.

durch einen mittels Mutter stellbaren Querkeil. Der kurbelseitige Kopf ist gabelförmig durch genau passenden Riegel geschlossen, um die Schrauben zu vermeiden. Nachstellung durch Keil mit Sicherung, Schalenbund überdeckt Keil.

Eine andere Ausführung eines „Riegelkopfes“ zeigt Abb. 137<sup>1)</sup> (A. Borsig).

Die in Abb. 138 dargestellte Schubstange für liegende Dampfmaschinen hat beiderseits geschlossene Köpfe.

## Kreuzköpfe.

(650) Der bei einfachen Kurbeltrieben zur Geradföhrung der Kolbenstange dienende, aus Gußeisen, Stahlguß oder Flußeisen hergestellte Kreuzkopf ist entweder lagerartig — Lagerkreuzkopf (s. z. B. Abb. 139) oder gabelförmig — Zapfenkreuzkopf (s. z. B. Abb. 146) ausgebildet; er trägt einerseits

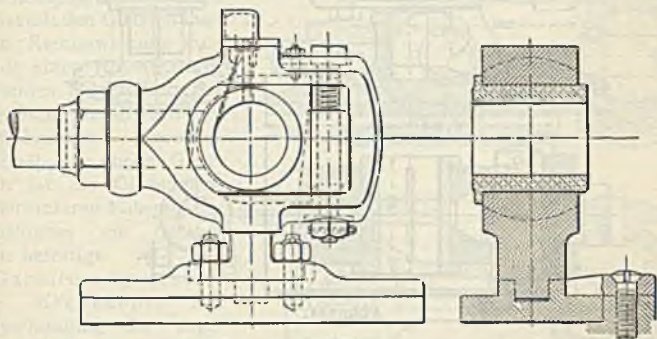


Abb. 139.

die mit ihm verbundene Kolbenstange, andererseits einen Zapfen, dessen zumeist kegelförmige und dann dem gleichen Kegelmantel angehörige Enden in dem Kreuzkopfe bzw. in das gegabelte Schubstangenende eingeschliffen sind. Im letzteren Falle ist die für den Zapfen erforderliche Nachstellvorrichtung in den Kreuzkopfkörper zu verlegen (s. z. B. Abb. 139). Führung beiderseitig oder einseitig (eingleisig).

Verbindung mit der Kolbenstange durch Konus und Keil (z. B. Abb. 141), seltener durch Gewinde mit Gegenmutter, Abb. 139, oder mit Klemmsicherung, Abb. 140.

Der Zapfen wird gegen Drehen meist durch Federkeil gesichert (z. B. Abb. 143 bis 145).

Schmierung des Zapfens vom oberen Gleitschuh aus (z. B. Abb. 141) oder durch Bohrungen im Zapfen mittels Tropföler und Abstreichelch. Die Flächen der Gleitbahnen zur Geradföhrung des Kreuzkopfes selbst sind zumeist zylindrisch, mitunter auch, z. B. bei stehenden Dampfmaschinen, eben. Zu beachten ist, daß der auf die Gleitbahnen wirkende Normaldruck  $N$  (vgl. (642)) bei Rechtsdrehung einer liegenden Dampfmaschine stets nach abwärts, bei Linksdrehung derselben stets nach aufwärts gerichtet ist; wirkt dagegen die Schubstange treibend auf den Kreuzkopf, wie es z. B. bei der Kompression der Fall ist, so ändert sich die Richtung des Normaldruckes. Für eine bestimmte Dreh- und Krafrichtung einer Maschine wird sonach der Normaldruck  $N$  stets nur auf einer Gleitbahn zur Wirkung kommen.

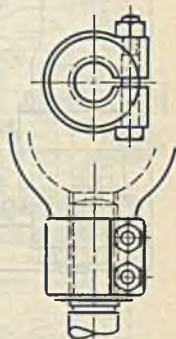


Abb. 140.

<sup>1)</sup> Z. 1929, S. 358,



Zur Vermeidung von Stößen in den Gleitflächen des Kreuzkopfes empfiehlt sich — wenn möglich — nur rechtsgehende Maschinen anzuordnen, da bei diesen der von  $N$  und dem Gewichte des Kreuzkopfes nebst Zubehör herrührende Bahndruck stets nach abwärts gerichtet ist. Die Erhaltung einer hinreichenden Ölschicht zwischen Kreuzkopf und Gleitbahn erscheint überdies nur bei der letzteren Anordnung gesichert.

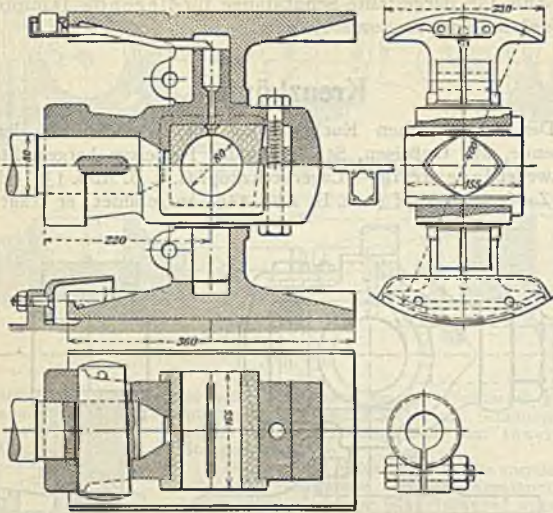


Abb. 141.

Die Abmessungen der Gleitschuhe sind unter Annahme einer Flächenpressung von 2 bis 3  $\text{kg}/\text{cm}^2$  für Gußeisen und höchstens 4  $\text{kg}/\text{cm}^2$  für Weißmetall zu berechnen, wobei die Breite  $B \approx 0,6 D_1$  mit  $D_1$  als Gleitbahndurchmesser, angenommen werden kann (s. Abb. 173).

Nachstellung der Gleitschuhe meist durch Zwischenlegen von Platten zwischen Schuh und Kreuzkopfkörper.

Schmierung der Gleitbahnen oben durch Tropföler, unten durch Eintauchen in den Ölfang der über die Bahn streifenden, am Schuhende befestigten Messingbleche, durch Überschwemmen der Bahn aus den seitlichen Ölfängen oder durch Überspritzen des durch den Schuh in den Ölfang verdrängten Öles über den Schuh, von wo aus es durch Bohrungen auf die Bahn gelangt, Abb. 141.

Einen einseitig geführten, zu einer stehenden Dampfmaschine gehörigen Kreuzkopf aus Flußeisen zeigt Abb. 139. Zur Nachstellung der zweiteiligen Lagerschalen dient ein mittels Stellschraube bewegter Stahlkeil (Anzug 1:10).

Bei schnelllaufenden Dampfmaschinen (Schiffsmaschinen) werden Kreuzkopf und Kolbenstange häufig aus einem Stück geschmiedet. Abb. 142

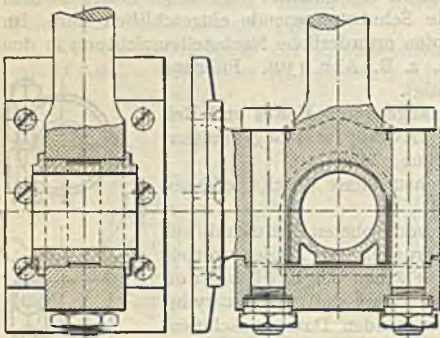


Abb. 142.

zeigt einen solchen Kreuzkopf mit einseitiger Gleitfläche. Das Nachstellen der Lagerschalen geschieht durch die mit Pennscher Sicherung versehenen Deckelschrauben. Letztere sind aus einem möglichst zähen Material (Nietesen) herzustellen und höchstens mit  $k_2 = 400 \text{ kg/cm}^2$  zu belasten.

Der ebenfalls aus Stahl hergestellte Kreuzkopf, Abb. 141, ist mit den Gleitschuhen durch Klemmwirkung mittels je einer Kopfschraube verbunden. Nachstellung der Rotgußschalen mittels durch Kopfschrauben bewegten Stahlkeil. Am oberen Gleitschuh ist ein Ölkästchen, auf der unteren Führung des Kreuzkopfes ein Ölfangschuh befestigt.

Gabelförmig gestaltete Kreuzköpfe mit Keilverbindung der zugehörigen Kolbenstange sind in Abb. 143 bis 146 dargestellt.

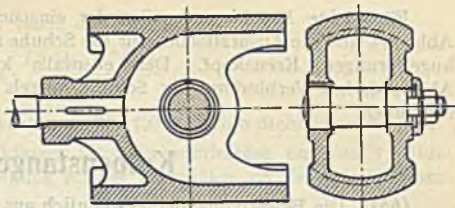


Abb. 143.

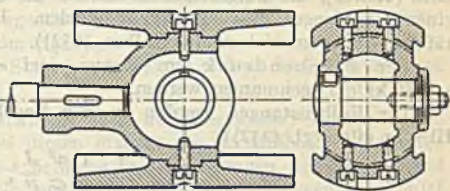


Abb. 144.

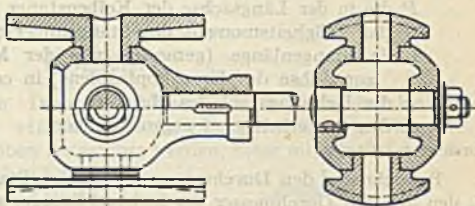


Abb. 145.

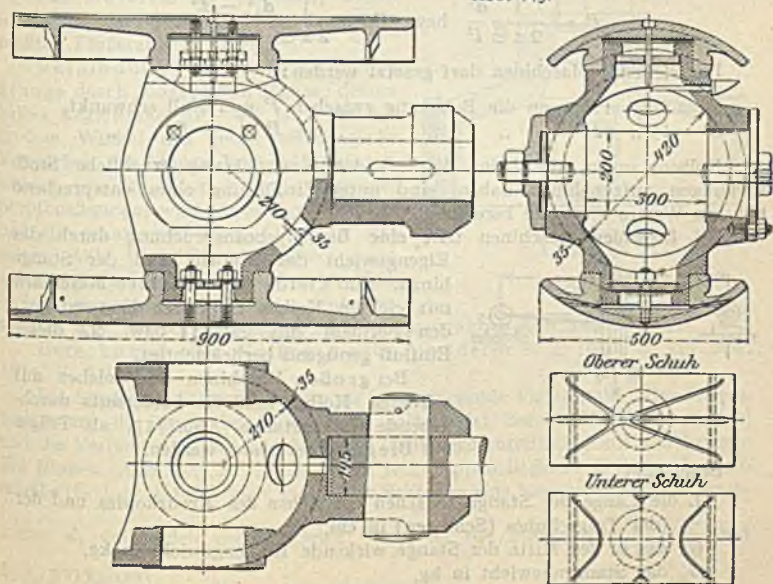


Abb. 146.





so ist die Durchbiegung in der Mitte der Stange (in cm)

$$f = \alpha \cdot \frac{L^3 G_k + \frac{5}{8} G_s}{48 J};$$

dieselbe darf die noch zulässig erachtete Größe 1,0 bis 2 mm nicht überschreiten.

Der Durchmesser des Kolbenkörpers ist dann mindestens um das 1,5- bis 2fache der zugelassenen Durchbiegung kleiner zu wählen als der Durchmesser der Zylinderbohrung.

Kolben aus Stahlguß und hohle Kolbenstangen tragen durch ihr geringes Eigengewicht und das reichliche  $J$  zur Verminderung von  $f$  bei.

Um die Durchbiegung der tragenden Kolbenstangen zu vermeiden, werden sie nach Collmann nach oben durchgebogen hergestellt, unter Belastung, die sie geradebiegt, mit umlaufendem Stahl bearbeitet, so daß sie im Betriebe durch den Kolben geradegerichtet sind.

Die Durchbiegung der Kolbenstange kann auch verhindert werden durch tragende Kolben, Abb. 152. Bei diesen erzeugt die an Kolben und Stange exzentrisch angreifende Reibung erhebliche Formänderungen der Stange und Klemmung des Kolbens, weshalb auch hier reichlicher Stangenquerschnitt zu empfehlen ist (s. Kolben (652)).

## Kolben.

(652) **Kolbenkörper.** Für Dampfmaschinen werden Scheibenkolben verwendet, die entweder als einwandige (offene, schwedische), Abb. 148, oder als doppelwandige Kolben ausgeführt werden, diese mit Deckel, um die Ringe einlegen zu können, Abb. 150, oder als geschlossene (Hohl-) Kolben, Abb. 152.

Das Material ist Gußeisen, Stahlguß oder geschmiedeter bzw. gepreßter Flußstahl.

Verbindung mit der Kolbenstange durch eingepaßten Konus, dessen halber Kegelwinkel  $30^\circ \div 45^\circ$  ist. Um bei großem Winkel das meist erforderliche Verstärken der Stange, Abb. 148, zu vermeiden (zwecks Überschieben einteiliger Stopfbuchsringe) wird die Stange abgesetzt und ein genau passender Stahlring eingelegt, Abb. 151. Stangenmutter gegen Lösen sichern durch Splint, Abb. 150, Keil, Sicherungsplatte, Abb. 151, Unterlegscheibe aus Kupfer oder durch Sicherungsschraube, Abb. 148 u. 152.

Berechnung der Kolben nach Pfeleiderer s. Z. 1910, S. 317 bzw. 1911, S. 830.

Die Stärke der Stirnwand kann als frei aufliegende Platte (falls keine Rippen vorhanden), die durch den Dampfdruck belastet ist, berechnet werden (S. 270) und die Verbindungsstelle mit der Nabe (Zylindermantelfläche) auf Abscherung. Bei Rippen (Abb. 151) ist der zwischen je 2 Rippen liegende Teil der Kolbenscheibe (Boden) zu berechnen, indem der Sektor in eine Kreisscheibe vom Durch-

messer  $d_x$  verwandelt gedacht wird; dann ist die Stärke  $s = \frac{d_x}{2} \sqrt{\frac{p}{k_b}}$  mit

$$k_b \leq 200 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Wandstärke ist meist  $s = (0,015 D + \sim 1 \text{ cm})$ .

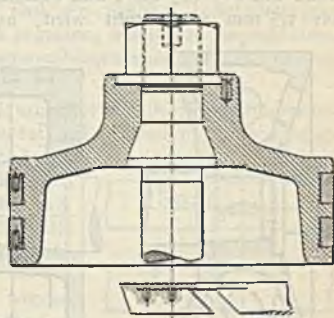


Abb. 148.



Eine Entlastung der Stopfbüchsen und Grundringe wird, falls nicht die Stange den Kolben trägt, durch unmittelbar von der Zylinderwandung getragene Kolben erzielt. Der Flächendruck zwischen Kolben und Zylinderwandung soll, wenn

$G_k$  das in der Mitte der Stange wirkende Kolbengewicht in kg,  
 $G_s$  das Stangengewicht in kg,

$$k = \frac{G_k + \frac{1}{8} G_s}{\text{Tragfläche im Zylinder}} < 3 \text{ kg/cm}^2,$$

also nicht größer als zwischen Kreuzkopf und Gleitbahn (s. S. 658), besser noch geringer (bis herunter auf  $0,5 \text{ kg/cm}^2$ ) sein.



Abb. 149.

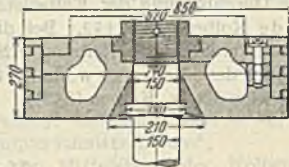


Abb. 150.

Tragende Kolben (Schleifkolben) werden meist exzentrisch ausgeführt, Abb. 149<sup>1)</sup> und Abb. 152, indem sie erst genau auf Zylinderbohrung gedreht, dann um  $e = 0,5$  bis  $1 \text{ mm}$  exzentrisch aufgespannt werden und oben  $s = 0,5$  bis  $1,5 \text{ mm}$  weggedreht wird, auf den Durchmesser  $(D - e_1)$  mm, so daß

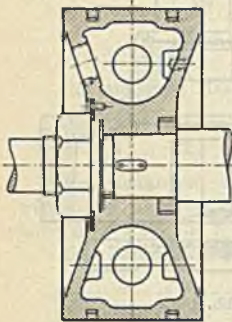


Abb. 151.

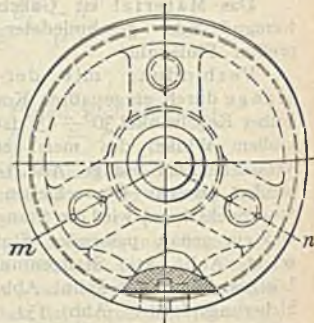
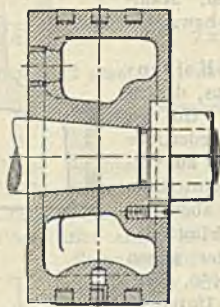


Abb. 152.

unten  $\frac{1}{3}$  des Umfanges vom Drehstahl unberührt bleibt, wobei  $e_1 = 0$  bis  $1 \text{ mm}$ ,  $s = e + e_1/2$ . Zweckmäßig wird nur der Teil zwischen den Ringen exzentrisch gedreht, die überstehenden Teile zentrisch mit geringem Spiel, zur Vermeidung einseitigen Dampfdruckes nach unten. Bei tragender Pleuellagerstange muß der Pleuellagerdurchmesser um das 3 bis 4fache der elastischen Durchbiegung kleiner sein als die Zylinderbohrung.

Ausgeführte Pleuellager. Einen einwandigen (sogen. schwedischen) Pleuellager zeigt Abb. 148 aus Stahlguß für eine stehende Maschine.

<sup>1)</sup> Aus C. Volk, Pleuellager. Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau. Berlin: Julius Springer 1912.

Doppelwandige Kolben werden meist bei liegenden Maschinen angewendet. Bei dem in Abb. 150<sup>1)</sup> dargestellten geteilten Hochdruckkolben (Gebr. Sulzer) werden die drei gußeisernen selbstspannenden Dichtungsringe mit Zwischenringen eingelegt und durch Deckel gehalten. Kernlochstopfen hinter den Zwischenringen. Kolbenstange mit Bund und eingelegtem Stahlkonus. Stahlmutter versenkt, durch Splint gesichert.

Einen geschlossenen Kolben zeigt Abb. 151<sup>2)</sup> und einen solchen als tragenden Kolben von 750 mm  $\phi$  Abb. 152 (Dresdner Maschinenfabrik u. Schiffswerft A.-G.), der von  $m$  bis  $n$  vollkommen im Zylinder aufliegt.

**(953) Kolbenringe.** Die meist aus Gußeisen gefertigten Ringe müssen behufs Abdichtung sich mit einer gewissen Pressung an die Zylinderwandung legen und ferner mit ihren Stirnflächen gut in die entsprechenden Kolbennuten passen. Zu dem Zwecke sind sie in radialer Richtung beweglich anzuordnen. Sie liegen entweder durch die eigene Elastizität an der Zylinderwandung an — Selbstspanner — oder (jetzt seltener) durch besondere Federung.

Selbstspanner werden aus besonderem biegsamem sog. Kolbenringgußeisen hergestellt; sie werden in passender Breite vom Ringzylinder (Ringtopf) vom äußeren Durchmesser  $D + l/\pi + y$  und von  $(s + y)$  Wandstärke, der außen und innen  $y/4$  mm abgedreht wird, abgestochen, worin  $l = aD \cong 0,08 D$  bis  $0,1 D$  der Ringausschnitt,  $s$  die Ringstärke und  $y$  die Bearbeitungszugabe; dann wird ein Stück  $l$  mm (am Umfang) herausgeschnitten, die Ringe zusammengespannt (durch Lötung oder Stift) und dann außen auf  $D$  mm, innen auf  $D - 2s$  mm  $\phi$  fertiggedreht. Hierbei liegen die Ringe an der Fuge kräftiger an, als an der gegenüberliegenden Seite. Deswegen läßt man zuweilen die Ringstärke nach der Fuge hin bis auf  $0,7 s$  abnehmen, was aber teurere Herstellung erfordert.

Besser ist deshalb ein anderes Herstellungsverfahren, bei dem das mit  $D + y$  hergestellte Modell aufgeschnitten und ein Stück  $l +$  Schnittstärke eingesetzt wird, wodurch die Ringe unrund gegossen, nach dem Ausschneiden des Stückes  $l +$  Schnittstärke und dem Zusammenbiegen aber fast genau kreisrund werden.

Die Form der Stoßfuge muß Dampfdurchtritt verhüten; die Fugen benachbarter Ringe werden gegeneinander versetzt, bei tragendem Kolben innerhalb des aufliegenden Umfangs. Der Stoß ist stumpf oder besser schräg; bessere Abdichtung wird vielfach durch besondere „Zunge“ bewirkt, Abb. 148. Noch besser ist der überlappte Stoß, der Ausschnitt wird meist gefräßt, seltener abgebohrt und nachgearbeitet, Abb. 153.

Zur Sicherung der Laxe der Fugen werden die Ringe durch Haltevorrichtungen am Drehen gehindert; solche Vorrichtungen, die oft an die Stoßstelle gelegt werden (keine Schwächung des Ringes), zeigen die Abb. 154 bis 157.

Bei der Sicherung der Ringe des Kolbens, Abb. 152, ist der senkrechte Schenkel des über den schrägen Schlitz eines jeden Ringes gelegten winkelförmigen Schlosses in dem letzteren etwas eingelassen und mit einem kleinen in den Kolbenkörper eingreifenden Zapfen versehen.

Es ist darauf zu achten, daß ein genügendes Ausdehnungsspiel im zusammengedrückten Zustande vorhanden ist:  $a' \geq (t_r - t_m) \pi D \cdot 0,000011$ , worin  $t_r$  die Ring-,  $t_m$  die mittlere Zylindertemperatur.

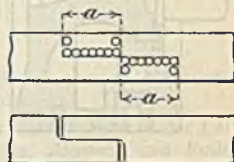


Abb. 153.

<sup>1)</sup> Aus M. F. Gutermuth, Die Dampfmaschine. Berlin: Julius Springer 1928.

<sup>2)</sup> S. Fußnote 1, S. 662.



Für die Berechnung der Selbstspanner mit dem gleichmäßigen Liderungsdruck  $p$ , kann im Querschnitt  $AB$ , Abb. 158), das Biegemoment

$$M_b = D h p \cdot D/2 = h s^2 k_b : 6 \dots \dots \dots 31$$

angenommen und daraus die Ringstärke  $s$  für einen Liderungsdruck  $p$  (meist  $p = 0,1$  bis  $1,2 \text{ kg/cm}^2$ ) berechnet werden:  $s = D \sqrt{3 p : k_b}$ , wobei  $k_b = 800$  bis  $1200 \text{ kg/cm}^2$  ist. Die Ringstärke beträgt im Mittel etwa  $s \cong D : 30$ . wird diese angenommen, so ergibt sich  $p$  aus Gl. 31. Zu beachten ist

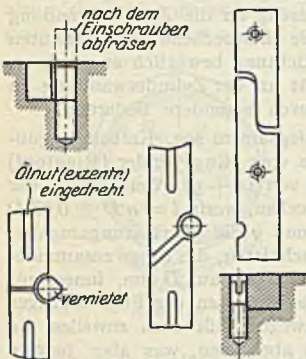


Abb. 154—156.

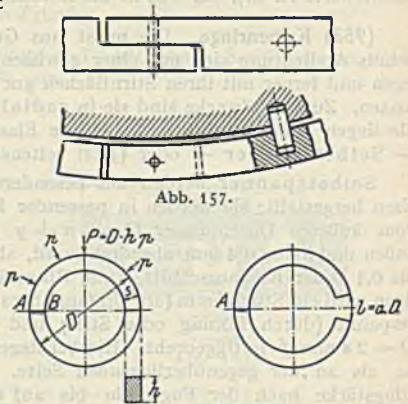


Abb. 157.  
Abb. 158.

auch die Spannung  $s'$  beim Überstreifen, die  $1800 \text{ kg/cm}^2$  nicht überschreiten darf; ist sie größer, so müssen die Ringe eingelegt und Kolben mit Deckel verwendet werden; das ist bei großem  $s$ , kleinem  $p$  und kleinem  $D$  der Fall.

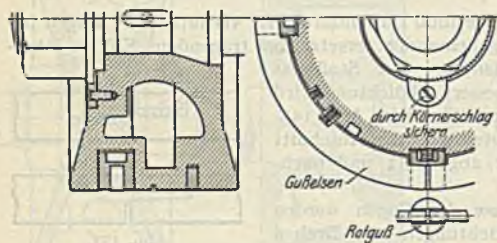


Abb. 159.

Besondere Federungs-  
vorrichtung wird bei einteiligen Ringen wenig angewendet, es sind dies meist hinter den Kolbenringen liegende Federringe aus Gußeisen oder Stahl. Mehrteilige Kolbenringe haben besondere Verschlußstücke und werden durch kleine Schraubenfedern (auch Blattfedern) nach außen

gedrückt. Abb. 159 zeigt eine Ausführung der Hannoverschen Maschinenbau A.-G. (Hanomag) nach Patent Schmeck.

(654) Zylinder.

Mit Rücksicht auf Herstellung, Fortschaffung, Aufstellung und Abnutzung der auszubohrenden gußeisernen Dampfzylinder kann bei  $D$  cm lichtigem Durchmesser derselben die Wandstärke  $s$  genommen werden.

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{50} D + 1,3 \text{ cm, wenn stehend gegossen} \\ s &= \frac{1}{40} D + 1,5 \text{ cm, wenn liegend gegossen} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 32$$

Die für den inneren Überdruck  $p$  des Dampfes (S. 269) berechnete Wandstärke würde kleiner ausfallen, als aus den vorstehenden Gleichungen hervorgeht. Bei Hochdruckdampf muß jedoch der Druck berücksichtigt werden.

Stehend angeordnete wie auch liegende Zylinder für verhältnismäßig kurzen Kolbenhub können um  $10\%$  bis  $20\%$  schwächer gehalten werden, als die Gl. 32 ergibt.

Die Stärke der Flanschen ist  $1,3s$  bis  $1,5s$  zu wählen.

Zuweilen wird eine besondere Laufbüchse aus hartem und dichtem Gußeisen eingesetzt, der dadurch entstehende ringförmige Hohlraum kann als Wärmeschutz oder Dampfmantel dienen.

Mit dem Heizmantel aus einem Stück gegossene Zylinder erhalten einen ringförmigen Zwischenraum — den eigentlichen Dampfmantel — von 40 bis 70 mm Breite — je nach der Größe des Zylinders.

Um Gratbildung an der Lauffläche des Zylinders zu vermeiden, läßt man die äußeren Kolbenringe beiderseits je etwa 1 mm überlaufen. Das Einbringen des Kolbens wird durch eine Abschrägung an einem Ende jeder Laufbüchse erleichtert.

Spielraum zwischen Deckel bzw. Boden und Kolben eines Dampfzylinders, je nach Größe desselben, 0,4 bis 1,0 cm; bei stehenden Maschinen oben meist größer als unten.

Anzahl der Deckelschrauben  $i = \frac{1}{8}D + 4$ ; zur Erzielung eines gleichmäßigen Dichtungsdruckes soll die Schraubenentfernung jedoch höchstens 15 cm betragen, ferner um so kleiner sein, je geringer die Flanschenstärke ist.

Zulässige Zugspannung des Kernquerschnittes der Deckelschrauben  $k_z \leq 300 \text{ kg/cm}^2$ .

Über Berechnung der Querschnitte der Einlaß- und Auslaßkanäle bei Schieberzylindern s. (606). An den Enden sind die Kanäle vorteilhaft durch Halbkreise zu begrenzen, im Schieberspiegel sollen sie (auf etwa 1 cm) senkrecht zu diesem ausmünden. Die lichte Weite  $d$  des Einlaß- und Auslaßstutzen ist für Dampfgeschwindigkeiten  $w \leq 25$  bzw.  $\sim 15$  m/sek aus

$$\frac{d^2 \pi}{4} = \frac{D^2 \pi c}{4 w} \quad (\text{Gl. 11, (606)})$$

zu berechnen.

Bei Ventilzylindern ist der freie Durchgangsquerschnitt eines Doppelsventils nach Angaben unter (623) zu wählen.

Bei Zylindern für überhitzten Dampf vermeidet man im Bereich der Lauffläche alle Eisenanhäufungen, Längs- und Ringkanäle, Rippen- und Fußanschlüsse und versieht die vier Ventilkammern, wie es Abb. 160 (S. 666) erkennen läßt, mit getrennten Stutzen zum Anschluß der Einström- und Ausströmrohre, um den Wärmedehnungen des Zylinders Rechnung zu tragen. Die Ventilkammern sind so angeordnet, daß eine gleichmäßige Ausdehnung der den mittleren Ring des Ventilkorbes tragenden Wand erreicht wird. Anordnung der Ventile in den Deckeln ist günstig. Die Zylinderfüße sitzen verschiebbar auf einem Rahmen.

Die Wandstärke  $s$  des Schieberkastens und Schieberkastendeckels ist nach den von Bach für plattenförmige Körper aufgestellten Formeln zu berechnen. Ist  $a$  die lange,  $b$  die kurze Seite der Wand bzw. des Deckels,  $h$  das Lot aus einer Ecke auf die Diagonale (vgl. Abb. 171, S. 272) so ist nach (261)

$$s \geq \sqrt{\frac{p \cdot h^2}{1,6 k_b}} \dots \dots \dots 33$$

mit  $k_b = 200$  bis  $250 \text{ kg/cm}^2$



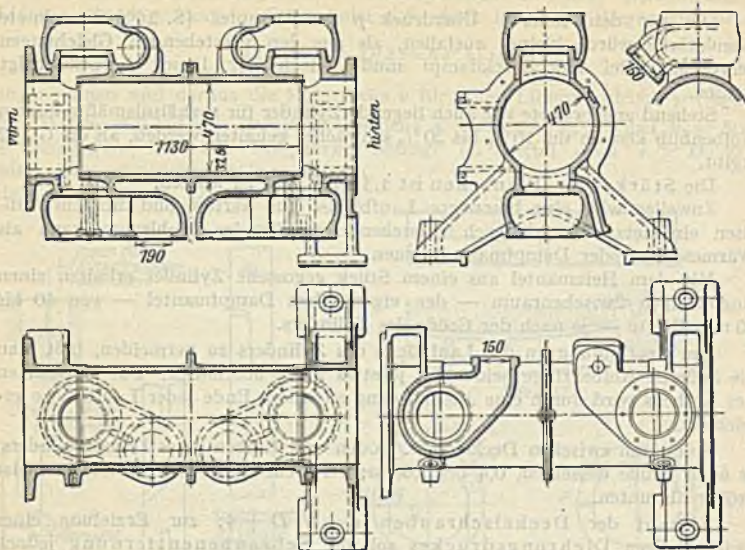


Abb. 160.

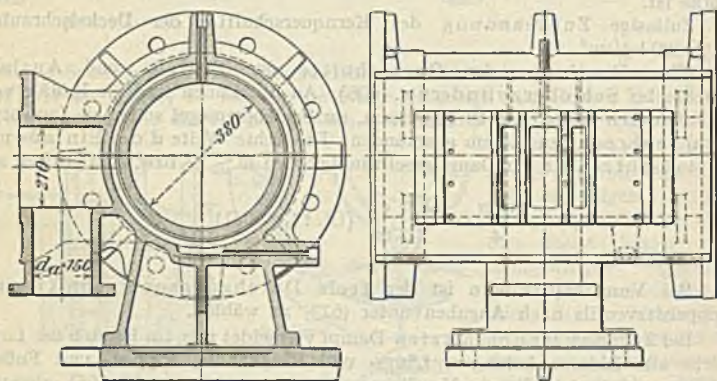
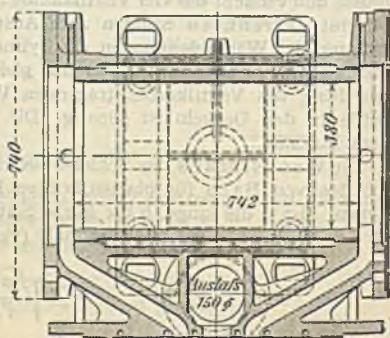


Abb. 161.



Rippen sind bei gußeisernen Deckeln nur dann wirksam, wenn sie innen angeordnet werden, so daß den gezogenen Fasern der kleinere und nicht der größere Schwerpunktsabstand zukommt. Im allgemeinen sind nach innen gewölbte Deckel vorteilhaft.

Für die zur Befestigung der Schieberkastendeckel dienenden Schrauben gilt das auf S. 665 für Zylinderdeckel Bemerkte.

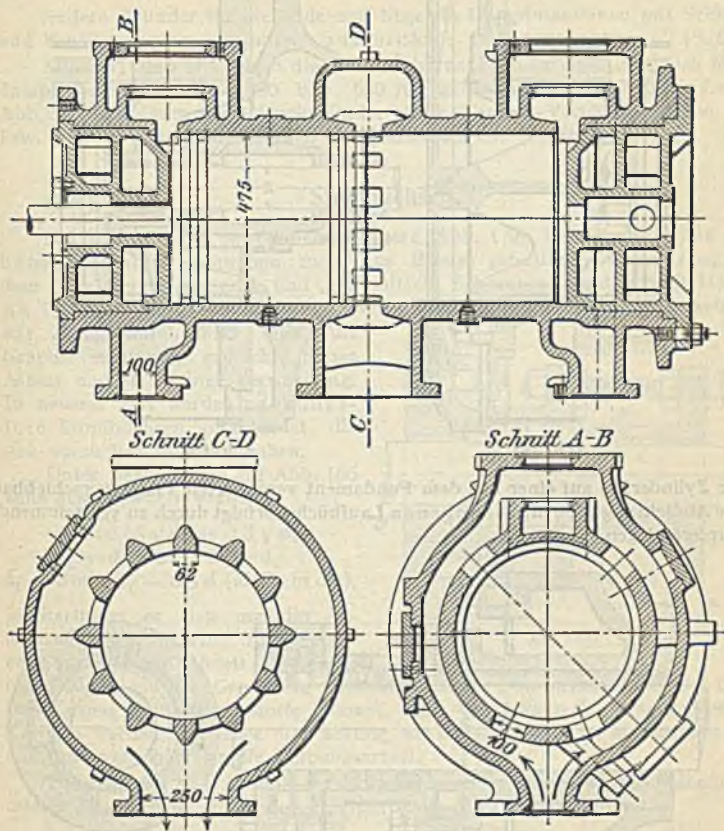


Abb. 162.

Tafel I, Abb. 1 bis 6, zeigt den Hochdruckzylinder einer stehenden Verbunddampfmaschine 350 bzw. 550/400 ( $n = 200$  Uml./min) mit Kolbenschiebersteuerung<sup>1)</sup>.

Die an den Zylindern angebrachten Warzen dienen für Sicherheitsventil (*a*), Indikator (*b*), Zylinderentwässerung (*c*), Heißdampfzuführung und Mantelentwässerung (*d*), Kolbenschieberschmierung (*e*), Receiverentwässerung (*f*). Indikatorbohrungen nicht unter 10 mm, Gewinde der Indikatorhähne 1" engl. Lichte Weite der Sicherheitsventile etwa  $\frac{1}{10}$  des Zylinderdurchmessers.

Die Böden der Zylinder sind mit einer der Bohrspindel entsprechenden Öffnung versehen, die durch den Stopfbüchseinsatz verschlossen wird; ihre oberen Enden werden durch eingreifende Deckel geschlossen, die, behufs Erzielung genügender Festigkeit, doppelwandigen Guß erhalten, sonst auch durch Rippen usw. versteift werden können.

<sup>1)</sup> Sächsische Maschinenfabrik vorm. Richard Hartmann A.-G., Chemnitz.



Abb. 161 (S. 666) zeigt den Hochdruckzylinder einer liegenden Tandem-Verbundmaschine 380 bzw. 600/600 mit Flachschiebersteuerung für anzuschraubenden Schieberkasten. Mit Rücksicht auf Wärmedehnung ist

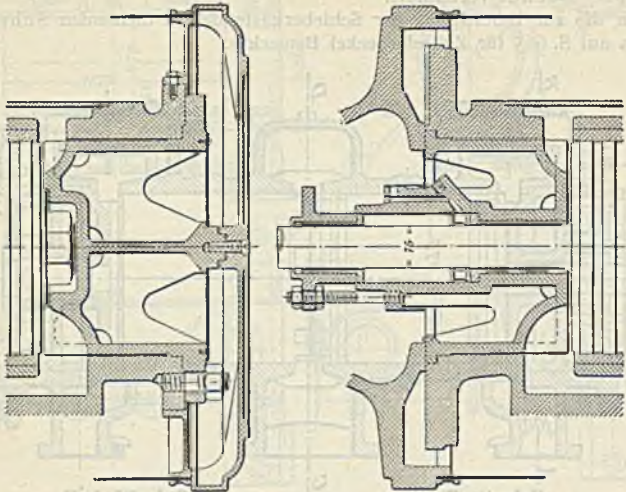


Abb. 163.

Abb. 164.

der Zylinderfuß auf einer mit dem Fundament verankerten Platte verschiebbar. Die Abdichtung der eingeschobenen Laufbüchse erfolgt durch zu verstemmende Kupfereinlagen.

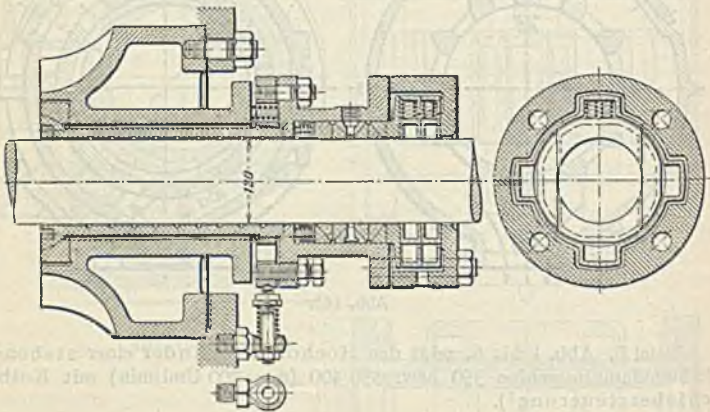


Abb. 165.

Den Mitteldruckzylinder einer liegenden Dreifachexpansionsmaschine 300, 480, 750/700  $n = 120$  der Wumag zeigt Abb. 7 bis 10, Tafel I.

Laufbüchse warm eingesetzt; Mantelheizung durch Frischdampf; Anschluß für Deckelheizung, Zylinder ohne Füße.

Abb. 162 zeigt den Arbeitszylinder einer Gleichstromdampfmaschine 475/550 ( $n = 140$  Uml/min) der Maschinenbau-A.-G. vorm. Starke & Hoffmann, Hirschberg.

Die Einlaßventile sitzen hier am oberen Teile des Zylinders in dessen Mittelebene, sie werden häufig in die Deckel eingebaut. Der Dampfauslaß erfolgt dagegen durch Schlitze in der Zylindermitte, die durch den Dampfkolben selbst gesteuert werden. Infolgedessen strömt der Dampf in stets gleichbleibender Richtung durch den Zylinder.

An den äußeren Stirnseiten der vom Frischdampf geheizten Zylinderdeckel sind zusätzliche schädliche Räume untergebracht, die, wenn die Maschine mit Auspuff arbeiten soll, behufs Vermeidung unzulässig hoher Kompressionen des Gegendampfes, durch Öffnen besonderer Ventile mit dem Zylinderinnern in Verbindung treten.

Andere Zylinder für stehende und liegende Dampfmaschinen mit Schieber und Ventilsteuern s. unter „ausgeführte Dampfmaschinen“ (S. 678).

Abb. 163 und 164 zeigen die zum Hochdruckzylinder einer liegenden Heißdampf-Verbundmaschine 380 bzw. 630/700 gehörigen beiden Zylinderdeckel-Abb. 165 den zum Hochdruckzylinder einer Tandem-Verbundmaschine 440 bzw. 760/800 gehörigen vorderen Zylinderdeckel mit Stopfbüchse<sup>1)</sup>.

(655)

### Stopfbüchsen.

Die Stopfbüchsen gewöhnlicher Bauart, Abb. 166, bestehen aus dem Gehäuse mit auswechselbarem, meist aus Bronze gefertigtem Grundringe *g*, dem Packungsmaterial und der mittels Schrauben stellbaren Brille *b*. Als Packungsmaterial finden vorzugsweise Hanf, außerdem Baumwollenschnur, mit Talg durchtränkt oder mit Graphit schlüpfrig gemacht, ferner Asbest und Metallringe Verwendung. In neuerer Zeit werden packungslose Stopfbüchsen angewendet, die sich vorzüglich bewährt haben.

Unter Bezugnahme auf Abb. 166 kann etwa gewählt werden

$$s = 0,65 \sqrt{d} \text{ bis } 0,8 \sqrt{d};$$

$$d_1 = d + 2s; \quad h \sim d_1;$$

$$h_1 \sim d \text{ bzw. } h_1 \sim 0,5d \text{ (Maße in cm),}$$

je nachdem es sich um die Abdichtung wagerechter oder senkrechter Stangen handelt. Im ersten Falle dient der Grundring zumeist auch als Führungsbüchse. Bei Dichtung gegen gasförmige Stoffe (Dampf, Luft usw.) kann *h* etwas größer genommen werden. Je höher die Packung, um so dauerhafter ist sie im Betriebe, und um so geringer ist die Reibungsarbeit.

Bezeichnet *i* die Anzahl der Stopfbüchenschrauben,  $\delta$  den Kerndurchmesser derselben in cm, *p* den Dampfüberdruck in  $\text{kg/cm}^2$ , so ist

$$\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d^2) k p = \frac{\pi}{4} \delta^2 i k_2, \quad \dots \dots \dots 34$$

worin *k* = 1, wenn die Packung nicht zusammengepreßt wird, wachsend bis *k* = 3 bei Weichpackung.

In der Regel werden drei, bei kleinem Stangendurchmesser (z. B. bei den Stopfbüchsen der Schieberstangen von Dampfmaschinen) auch nur zwei Schrauben angewendet; im ersten Falle wird der Brillenflansch — Stärke desselben bei Gußeisen etwa  $\frac{5}{4} \delta$  — kreisförmig, im letzteren elliptisch gestaltet.

Ein gleichmäßiges Anziehen der Stopfbüchsenbrille wird am besten mit einer einzigen Mutter, zuweilen auch mittels einer einzigen Schraube erreicht.

Abb. 167 zeigt eine mittels Überwurfmutter nachziehbare Stopfbüchse mit Hanfpackung, wie sie zur Abdichtung von Ventilspindeln, Schieber-

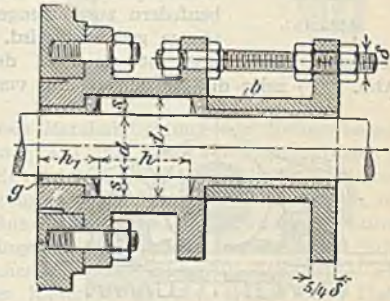


Abb. 166.

<sup>1)</sup> Ascherslebener Maschinenbau-A.-G., Aschersleben.



stangen usw. Verwendung finden; Ventilspindeln erhalten jetzt meist packungslose Lentzbüchsen, s. Abb. 66, S. 609.

Bei größerem Durchmesser der abzudichtenden Stangen kann man, um das gleichmäßige Anziehen zu sichern, die Muttern der Stopfbüchsen-schrauben durch ein Rädergetriebe miteinander verbinden. Zuweilen erhalten die Muttern Zahnkränze, Abb. 168, in die auf gemeinsamer Spindel sitzende Schnecken eingreifen.

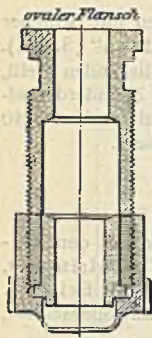


Abb. 167.

Bei hohem Druck oder überhitztem Dampf werden bewegliche Stopfbüchsen mit Metallpackung verwendet.

Die Stopfbüchse Abb. 165, S. 668 hat einteilige geschlitzte Weißmetallringe von Dreieckquerschnitt und außen noch 2 Packungen aus je 4 Metallsegmenten in Bronzehülsen, durch 8 Federn mit geringem Druck gehalten.

Die von Howaldt in Kiel angegebene Metallpackung, Abb. 169, besteht aus ähnlichen Metallringen mit kegelförmigen Stirnflächen. Zum Herausnehmen und Einsetzen der einzelnen Ringhälften sind Löcher mit Gewinde vorgesehen.

Bei der beweglichen Schwabe-Metallpackung (von Proell, Dresden) befindet sich in jeder Ringkammer ein dreiteiliger Dichtungsring, der durch umgelegte schlauchartige Schraubenfedern zusammengehalten und sanft gegen die Kolbenstange gedrückt wird. Je nach der Höhe des abzudichtenden Dampfdruckes ist die Zahl der erforderlichen Ringe verschieden. Abb. 170<sup>1)</sup> zeigt die Ausführung mit vorgelegter Asbestpackung.

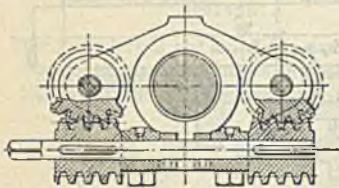


Abb. 168.

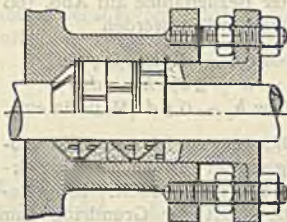


Abb. 169.

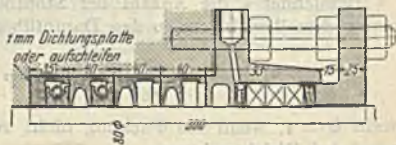
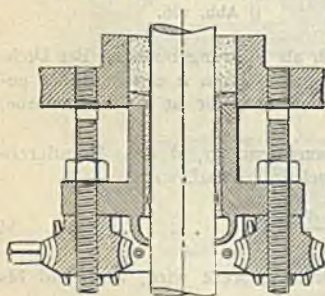


Abb. 170.

Die von A. Borsig, Berlin-Tegel, ausgeführte, zu einem Niederdruckzylinder gehörige bewegliche Stopfbüchse mit Metallpackung, Abb. 171, besteht aus den zwischen Feder- und Dichtungshalter  $a_1$  bzw.  $a_2$  liegenden zweiteiligen Rotgußringen  $b$  und  $c$ . Die in Löchern des Halters  $a_1$  untergebrachten Schraubenfedern wirken andererseits auf einen in das Stopfbüchsengehäuse eingelegten Zwischenring  $d_1$ , der sich gegen den aus Phosphorbronze bestehenden Grundring

<sup>1)</sup> Aus M. F. Gutermuth, Die Dampfmaschine. Berlin: Julius Springer 1928.

$d_2$  <sup>1)</sup> legt, während auf die äußere Stirnfläche des Halters  $a_2$  ein Kugelring  $e$  dampfdicht aufgeschliffen ist, über den — ebenfalls dampfdicht — der Stopfbüchsendeckel  $f$  greift. An diesem ist mittels Schrauben die Brille  $g$  befestigt, durch deren Anzug die zwischen Kupferscheiben liegende Packung zusammengedrückt wird.

Bei Verwendung der Stopfbüchse für Hochdruckzylinder greift über die Linsendichtung  $e$  ein Zwischenstück und über dieses erst der jetzt als Hohlzylinder ausgebildete Stopfbüchsendeckel, in den dann ein zweiter Satz Dichtungsringe mit zugehörigen Haltern und ein zweiter Kugelring eingebaut wird.

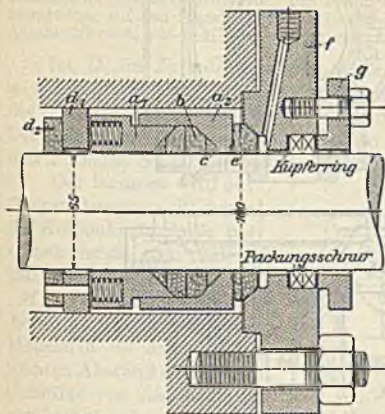


Abb. 171.

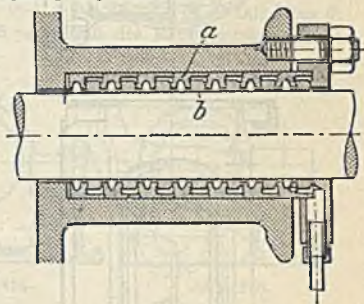


Abb. 172.

Die Vorrichtung zur packungslosen Metallabdichtung von Kolbenstangen von H. Lentz zeigt Abb. 172. Sie besteht aus einer Reihe von Kammerringen  $a$ , deren Bohrungen die Kolbenstange mit reichlichem Spiel umschließen. Zwischen ihnen verschiebbar liegen auf der Stange aufgeschliffene Dichtungsringe  $b$ , die durch den Dampfdruck, ähnlich wie Rückschlagventile, fest gegen die geschliffenen Dichtungsflächen der Kammerringe gepreßt werden. Der zwischen Dichtungsring und Kolbenstange schleichende Dampf sammelt sich, stark abgedrosselt, in den Innenräumen der Kammerringe und strömt beim Hubwechsel in den Zylinder zurück. Sämtliche Teile der Vorrichtung sind aus Gußeisen hergestellt.

### (656) Kreuzkopfführungen und Rahmen.

Die Geradföhrung des Kreuzkopfes bildet mit dem Rahmen meist ein einziges Gußstück. Kleinere Maschinen mit gekröpfter Welle erhalten Gabelrahmen, wie Abb. 173 für eine Maschine 180/300 zeigt, während

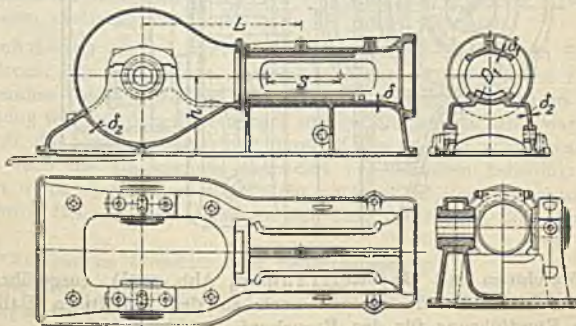


Abb. 173.

<sup>1)</sup> Der Grundring stützt sich auf den Zylinderdeckel, in der Abb. nicht angegeben.



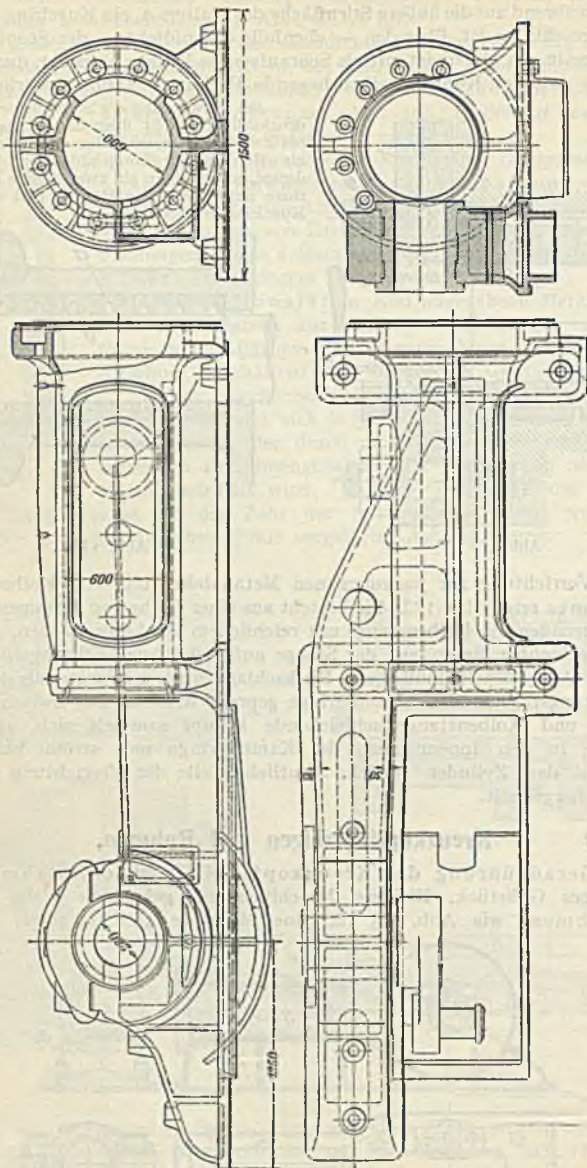


Abb. 174.

größere Maschinen mit Bajonettrahmen, Abb. 174<sup>1)</sup>, ausgeführt werden. Bei großen Maschinen findet man auch an den einseitigen Balken angeschraubte Rundführung für den Kreuzkopf.

<sup>1)</sup> Cottbusser Maschinenbau-Anstalt und Eisengießerei, A.-G., Cottbus.

Für stehende Dampfmaschinen ist ein Ständer gebräuchlich, wie er auf Tafel II abgebildet ist.

Der mit ebener Kreuzkopfführung versehene einseitige Hohlgußständer trägt zusammen mit meist schräg stehenden, geschmiedeten oder gegossenen Säulen — auf der Vorderseite der Maschine — den Zylinder. Ständer und Säulen stützen sich auf eine mit den Kurbellagern zusammengegossene Grundplatte. Der Zylinder ist mit einem hinteren kastenförmigen Ansatz unmittelbar auf den Ständer gestellt. Zuweilen erhält letzterer einen runden kragenförmigen Anschlußflansch, auf dem der Zylinder zentrisch befestigt wird.

Ist  $D$  die Zylinderbohrung,  $S$  der Kolbenhub,  $L$  die Schubstangenlänge, so macht man, Abb. 173, die Bohrung der Rundführung  $D_1 = D$  bis  $D + 30$  mm, die Wandstärken  $\delta = \frac{1}{20} D + 5$  mm,  $\delta_1 = \delta + 6$  bis 15 mm,  $\delta_2 = 0,8 \delta$  bis  $\delta$ . Die Länge der Führungsgleise muß so groß sein, daß die Kreuzkopfschuhe in den Totlagen 8 bis 15 mm übertreten.

Der Rahmen wird auf Biegung beansprucht durch die Kolbenkraft  $P$ , die bei Gabelrahmen in jedem Balken ein Moment

$$M_b = 0,5 P \cdot a = W \cdot k_b$$

hervorrufen, wenn  $a$  der Hebelarm = dem senkrechten Abstand der Zylindermitte von der Schwerpunktslinie des kleinsten Balkenquerschnittes, Abb. 175.

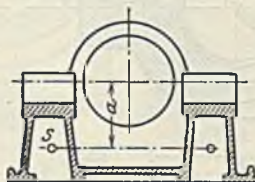


Abb. 175.

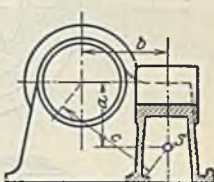


Abb. 176.

Bei einseitigem Balken (Bajonettrahmen) hingegen tritt auch noch in der wagerechten Ebene ein Biegemoment  $P$  auf, Abb. 176, das resultierende Moment ist  $M_b = P \cdot c = W \cdot k_b$ , wenn  $c$  der Abstand der Zylindermitte von der Schwerpunktslinie des Balkenquerschnittes,  $W$  dessen Widerstandsmoment.

Damit letzteres auf die Hauptachsen bezogen werden kann, ist es bequemer die Beanspruchungen durch die Momente  $M_{b1} = P \cdot a = W_1 \sigma_{b1}$  und  $M_{b2} = P b = W_2 \sigma_{b2}$  zu ermitteln und die resultierende Spannung zu bilden.

(657)

## Lager.

Kurbelwellenlager durchweg mit Schalen mit Weißmetallfutter; Stärke der Schalen  $\delta \cong D/6 + 2$  cm, des Weißmetalls  $\delta_1 \cong D/40 + 0,5$  cm, wenn  $D$  die Zylinderbohrung.

Schrauben- und Deckelstärke s. (462).

Lagerschalen bei stehenden Maschinen zweiteilig, bei liegenden Maschinen nur bei kleineren zweiteilig mit Fugen unter  $45^\circ$ , sonst vierteilig.

Das Nachziehen der Lagerschalen erfolgt bei zweiteiligen Schalen durch die lotrecht zur Schalenfuge, zumeist in Richtung des größten Zapfendruckes stehenden Deckelschrauben. Bei liegenden Maschinen mit in wagerechter Richtung wechselndem Zapfendruck müssen die Seitenschalen wagerecht verstellbar sein, die Nachstellung erfolgt durch Keile oder Druckschrauben. Häufig wird auch die Unterschale, besonders bei schweren Schwungrädern, stark belastet, doch macht man diese nicht nachstellbar, sondern gleicht die Abnutzung durch Beilagen und Anziehen der Deckelschrauben aus (Abb. 177 und 178).

Schmierung durch Tropföler oder Ringschmierung.

Ein mit der Grundplatte einer stehenden Dampfmaschine aus einem Stück gegossenes Lager zeigt Abb. 177.

Die Drehung der mit Weißmetall ausgegossenen gußeisernen Lagerschalen wird durch einen in die Oberschale eingeschlagenen, in den Deckel greifenden



Dübel, in den das Ölrohr geschraubt ist, verhindert. Die vierkantigen Köpfe der Deckelschrauben liegen in entsprechenden Aussparungen des Lagerkörpers.

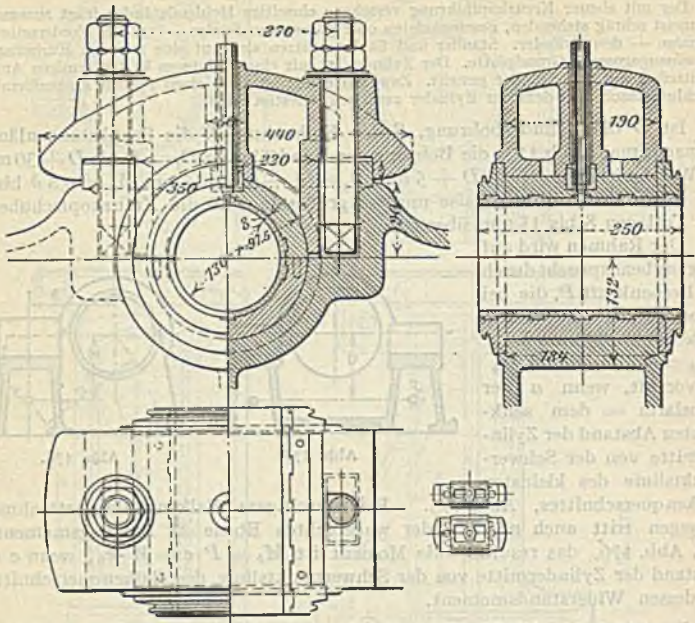


Abb. 177.

Bei stehenden Maschinen kann das Hauptlager mit Ringschmierung auch nach Abb. 178 ausgeführt werden, wie es auch für Dieselmotoren (Krupp) verwendet wird.

Bei dem vierteiligen Kurbelwellenlager Abb. 179 werden die beiden Seitenschalen je durch einen mittels Stellschraube bewegten Keil — unter Zwischen-

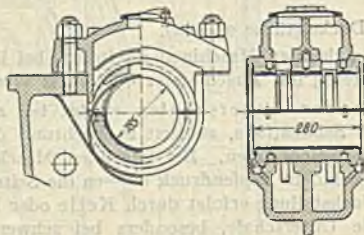


Abb. 178.

schaltung eines Druckstückes — nachgestellt. Das Muttergewinde der Stellschrauben ist in eine aus Metall hergestellte, in den betreffenden Keil eingesetzte Vierkantmutter geschnitten.

Abb. 180 zeigt ein vierteiliges Kurbelwellenlager, dessen Nachstellung nur auf einer Seite mittels Druckschrauben erfolgt; die zugehörigen Rotgüßmutter sind durch Schraubenstifte gegen Drehen gesichert.

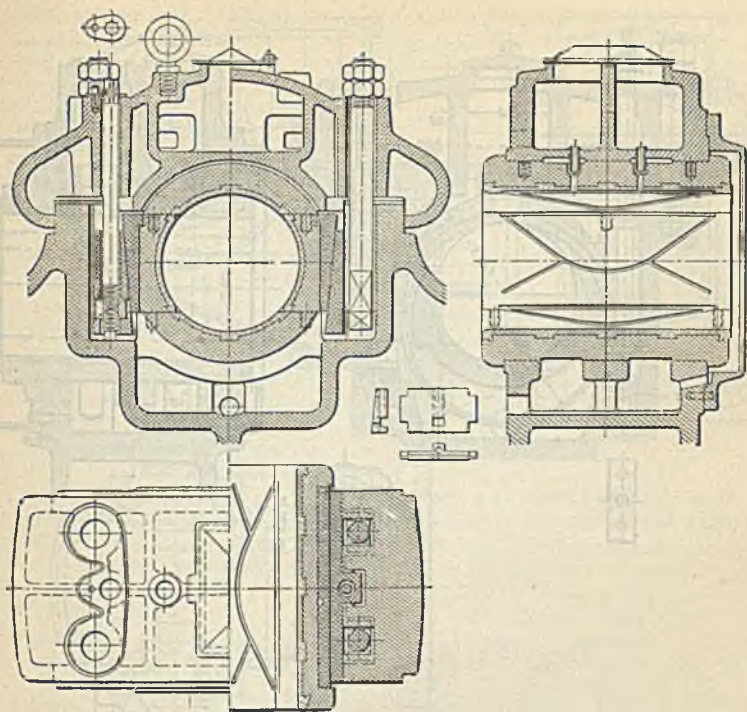


Abb. 179.

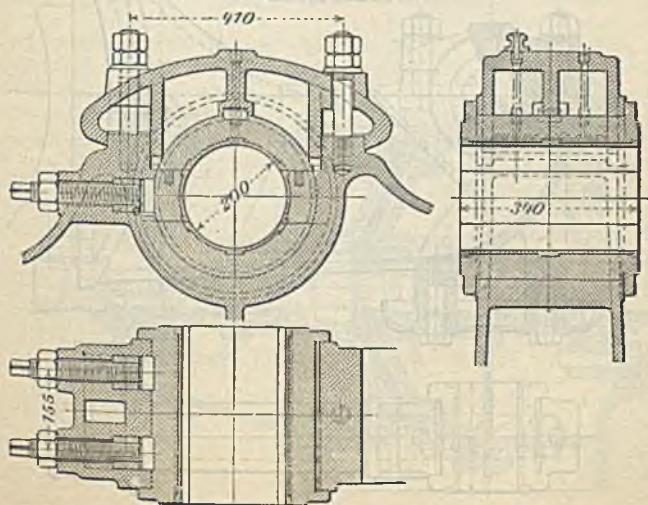


Abb. 180.



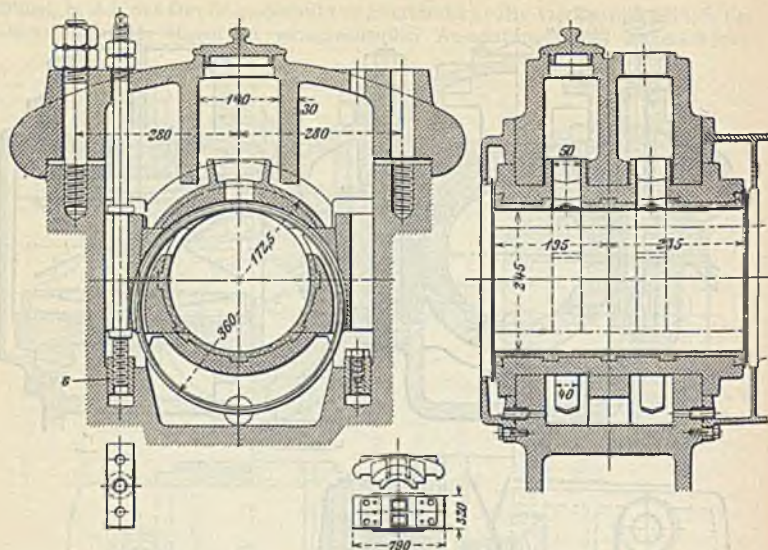


Abb. 181.

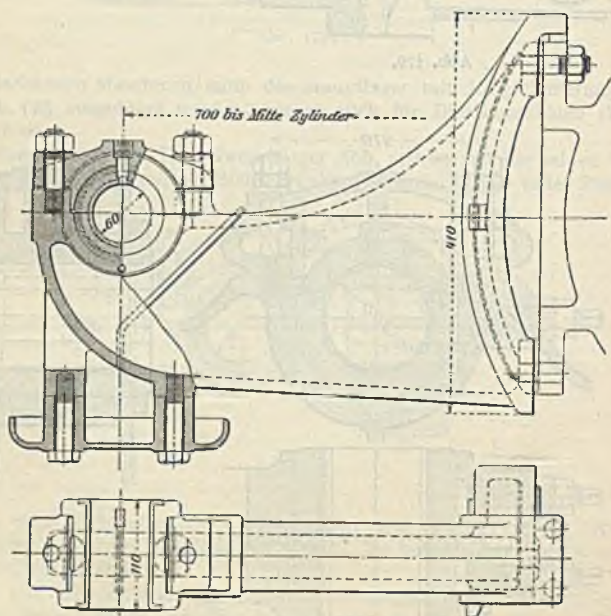


Abb. 182.

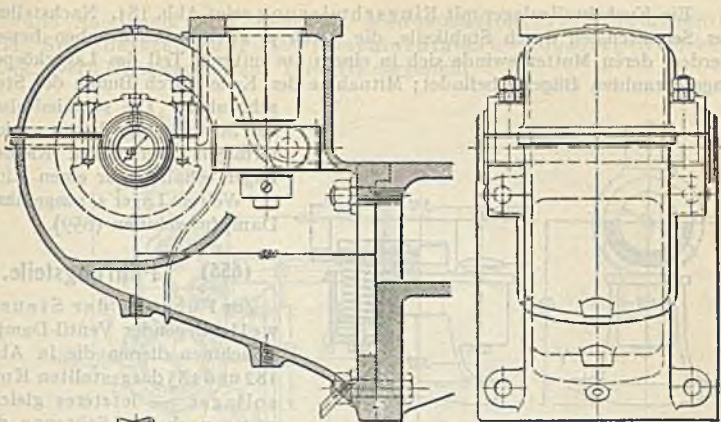


Abb. 182.

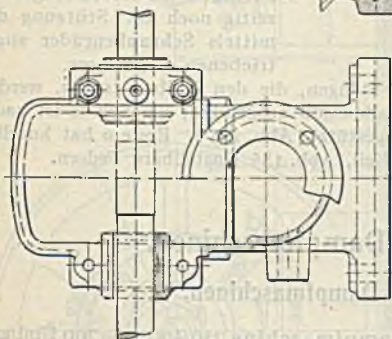


Abb. 183.

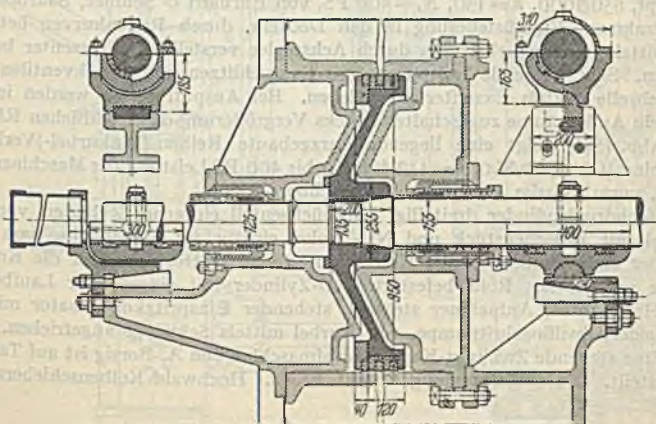


Abb. 184.



Ein Kurbelwellenlager mit Ringschmierung zeigt Abb. 181. Nachstellung der Seitenschalen durch Stahlkeile, die durch je zwei Stahlschrauben bewegt werden, deren Muttergewinde sich in einem am unteren Teil des Lagerkörpers angeschraubten Bügel *s* befindet; Mitnahme der Keile durch Bunde der Stellschrauben. Die schmiedeeisernen Schmierringe haben winkelförmigen Querschnitt. Kleinere Lager erhalten nur einen Ring.

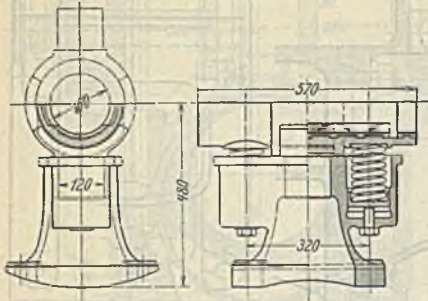


Abb. 185.

Die schmiedeeisernen Schmierringe haben winkelförmigen Querschnitt. Kleinere Lager erhalten nur einen Ring.

Weitere Lager s. ausgeführte Dampfmaschinen (659).

### (658) Führungsteile.

Zur Führung der Steuerwelle liegender Ventil-Dampfmaschinen dienen die in Abb. 182 und 183 dargestellten Konsollager — letzteres gleichzeitig noch zur Stützung des mittels Schraubenräder angetriebenen Regulators.

Kolbenstangenführung für Stangen, die den Kolben tragen, werden mit einer Lagerschale mit Weißmetallausguß ausgeführt; die Schale ist nachstellbar, Abb. 184<sup>1)</sup> oder federnd abgestützt, Abb. 185<sup>1)</sup>. Erstere hat kugelige Lagerung und Nachstellung durch Keil, Abb. 185 einstellbare Federn.

## Ausgeführte Dampfmaschinen.

### (659) a) Ortsfeste Dampfmaschinen.

Eine liegende Einzylinderdampfmaschine 250/400,  $n=200$  Uml/min für 50—70 PS Leistung der Dingerschen Maschinenfabrik, A.-G., Zweibrücken, mit Zweikammerschiebersteuerung (Doerfel) zeigt Abb. 186.<sup>1)</sup> Gabelrahmen, Kolbenschieber mit innerer Einströmung (vgl. Abb. 64, S. 607).

Abb. 187<sup>1)</sup> zeigt eine liegende Gleichstrom-Einzylindermaschine, Bauart Stumpf, 650/1000,  $n=130$ ,  $N_1=400$  PS, von Ehrhard & Sehmer, Saarbrücken. Gabelrahmen, Einlaßsteuerung in den Deckeln, durch Rollenkurven betätigt, die mittels Schwinghebel vom durch Achsregler verstellbaren Exzenter bewegt werden. Schrägliegende Luftpumpe mit Saugschlitz und Druckventilen, von Kurbelwelle mittels Exzenter angetrieben. Bei Auspuffbetrieb werden in den Deckeln Außenräume zugeschaltet zwecks Vergrößerung der schädlichen Räume.

Abb. 188<sup>1)</sup> zeigt eine liegende kurzgebaute Reihen-(Einkurbel-)Verbundmaschine 400 × 700/800,  $n=112$  für 250 bis 400 PS Leistung der Maschinenbau-A.-G., vorm. Starke & Hoffmann, Hirschberg i. Schl.

Hochdruckzylinder dreiteilig, Laufbüchsenteil einfacher Zylinder, vorderer Deckel mit Zwischenstück und ND-Deckel einstückig; Stopfbüchse von HD-Zylinder eingeschoben. Beide Kolben durch eine Mutter und über die Kolbenstange geschobenes Rohr befestigt. ND-Zylinder mit eingesetzter Laufbüchse und Heizmantel; Aufnehmer stehend, stehender Einspritzkondensator mit Ölabscheider, Zwillingsluftpumpe, von Kurbel mittels Schwinge angetrieben.

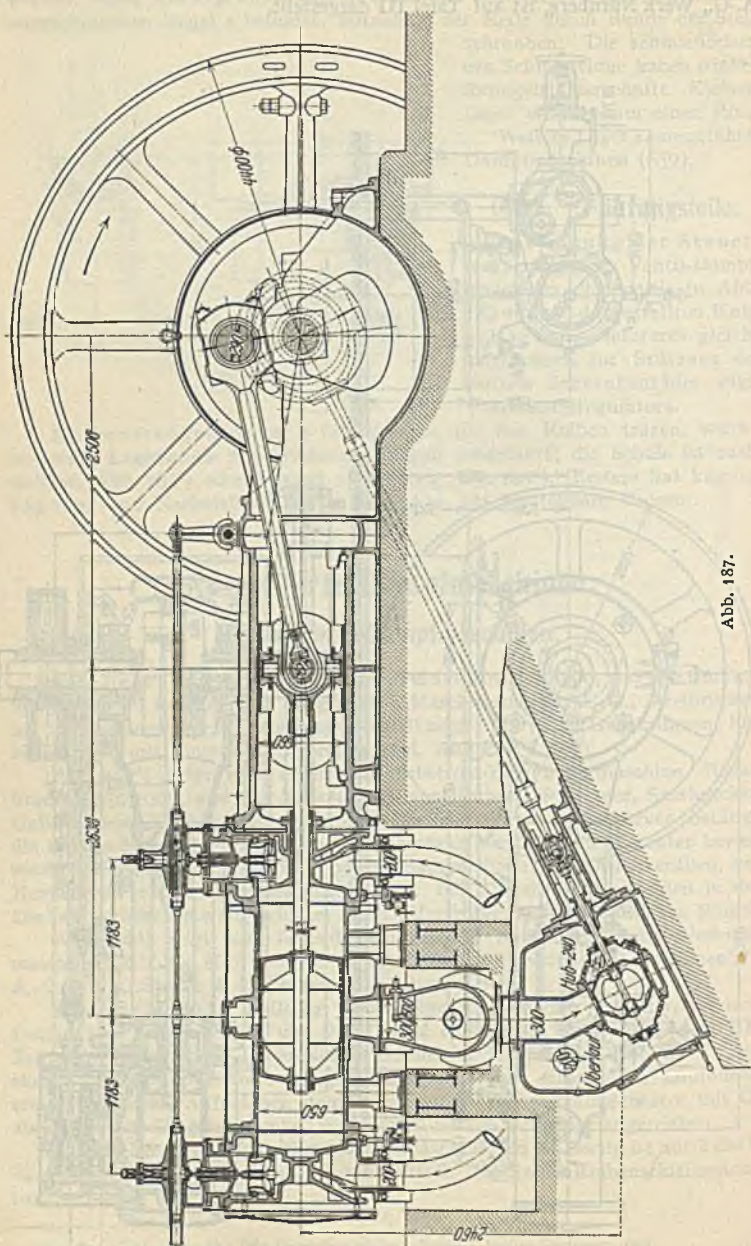
Eine stehende Zwillings-Kapseldampfmaschine von A. Borsig ist auf Tafel II dargestellt. Öldruckfeinreglung Patent Proell. Hochwald-Kolbenschiebersteuerung.

<sup>1)</sup> Aus Gutermuth: Die Dampfmaschine. Berlin: Julius Springer 1928.





Die Maschine hat Zylinder von 550 bzw. 860 mm Durchmesser und 550 mm Hub; sie leistet mit 150 Uml./min und 10 kg/cm<sup>2</sup> Spannung des Einström-



dampfes 300 bis 450 PS<sub>n</sub>. Die Ständer haben runde kragenförmige Anschlußflansche, auf die die Zylinder zentrisch aufgesetzt sind.

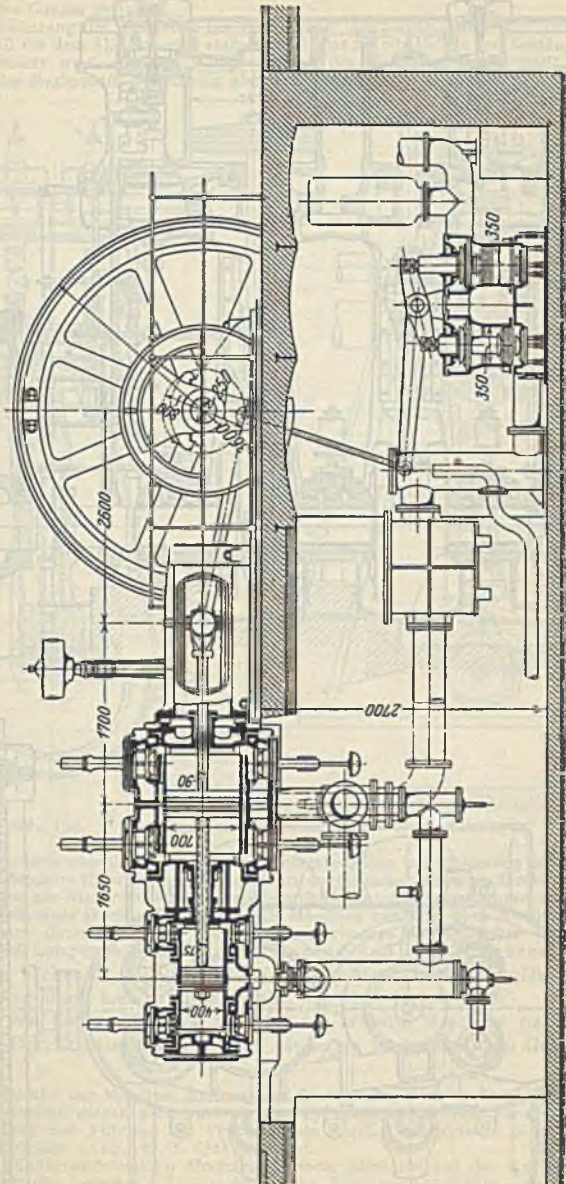


Abb. 188.

Die Zylinder sind mit ihren Mänteln in einem Stück gegossen. Der Mantel des Hochdruckzylinders kann mit Frischdampf geheizt werden, während der des Niederdruckzylinders vom Aufnehmerdampf durchströmt wird.



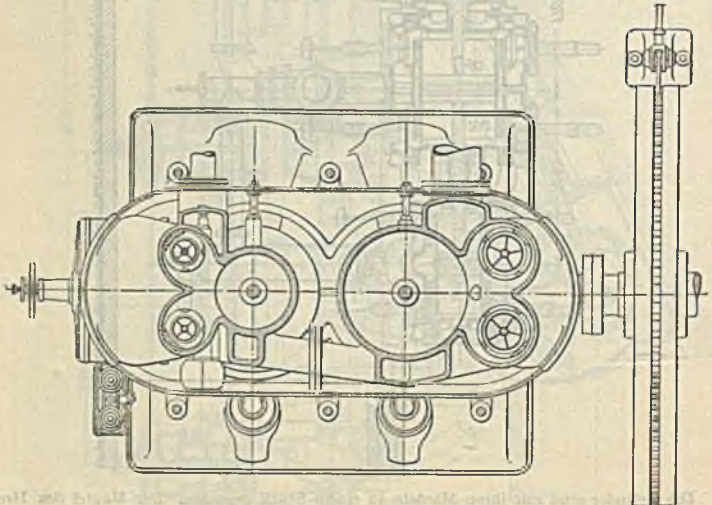
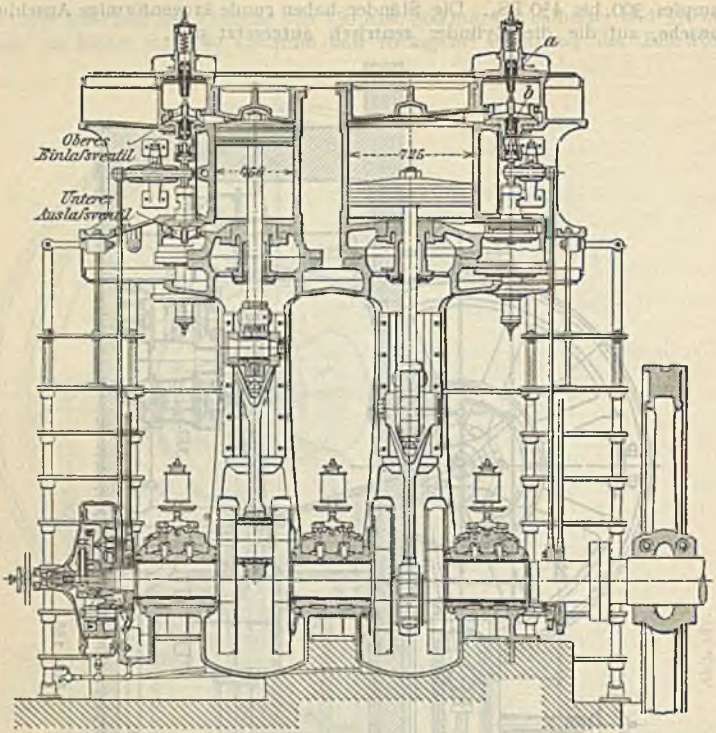


Abb. 189.

Der Hochdruckzylinder wird durch zwei ineinander geführte Kolbenschieber aus Tiegellaß gesteuert, von denen der innere Expansionschieber — ein Rider-Spaltschieber — von einem kräftigen Federregler verstellbar wird, der Veränderungen der Umlaufzahl der Maschine während des Ganges gestattet.

Zur Sicherung des Betriebes bei eintretender gänzlicher Entlastung ist ein Schnell-schlußventil vor dem Absperrventil eingeschaltet, das mittels Hebels und Gestänge vom Regler derart gesteuert wird, daß der Dampf bei 0,9 des Muffenbubes gedrosselt, bei höchster Stellung des Reglermuffs vollständig abgesperrt wird.

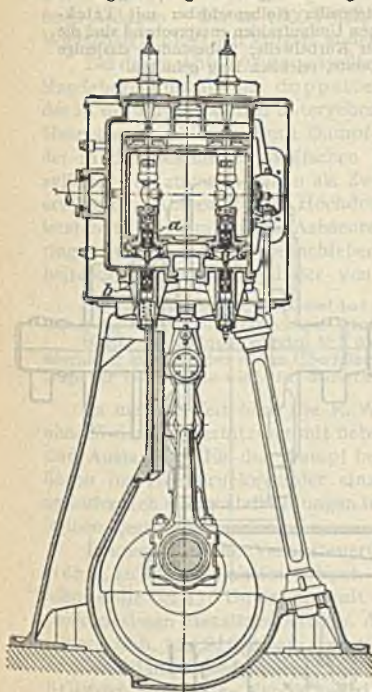


Abb. 190.

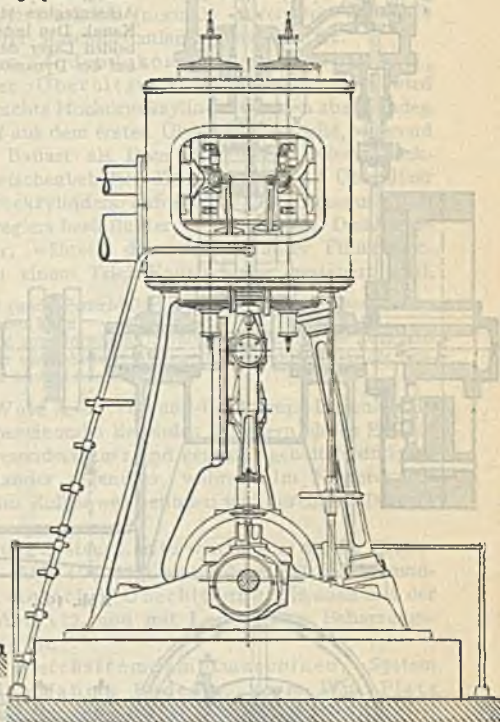


Abb. 191.

Der Niederdruckzylinder hat Kolbenschiebersteuerung mit gelidertem Schieber und Trickkanal für doppelte Einströmung. Die Gewichte des Grundschiebers am Hochdruckzylinder und des Schiebers am Niederdruckzylinder sind durch Entlastungsvorrichtungen aufgehoben. Durch Einschaltung eines Wechselventils kann die Maschine mit oder ohne Kondensation arbeiten.

Die vom Kreuzkopfpfaffen des Hochdruckzylinders durch Lenker und Schwinghebel angetriebene Luftpumpe wirkt doppelt saugend und einfach drückend.

Eine stehende Verbunddampfmaschine mit zwangsläufiger Ventilsteuerung nach Lentz lassen Abb. 189 bis 191 erkennen.

Die von Gebr. Meer in M.-Gladbach erbaute Maschine hat 450 bzw. 725 Zylinder-Durchmesser und 450 mm Hub; sie leistet mit 200 Uml/min normal 200 PS<sub>1</sub>.

Die Ständer der Maschine sind mit der Grundplatte in einem Stück gegossen; zur Verstärkung derselben dienen noch zwei vor den Zylindern angeordnete Säulen.

Dichtung und Führung der Ventilspindeln durch Lentzbüchsen; Kolbenstangen durch Lentzstopfbüchsen (Abb. 172, S. 671) gedichtet.

Zur Füllungsänderung im Hochdruckzylinder dient ein auf der Kurbelwelle sitzender, mit Trägheitsring versehener Flachregler — sog. Beharrungsregler — der Abb. 31 (S. 710) ersichtlichen Bauart Lentz.

Zum unmittelbaren Antrieb von Dynamomaschinen, Schleuderpumpen u. dgl. werden Dampfmaschinen mit hohen Umlaufzahlen — Schnellläufer — verwendet.





## (660) Lokomobilen.

Sie empfehlen sich als fahrbare Anlagen von verhältnismäßig kurzer Dauer, für Betriebe, die ihren Ort häufig wechseln, sowie in Fällen, wo zur Einmauerung eines Kessels, zur Fundamentierung und Aufstellung der zugehörigen Maschine nicht die nötige Zeit verbleibt. Aushilfe für Licht und Kraftbeschaffung bei Montagen. Lokomobilen werden aber auch häufig für ortsfeste Anlagen — bis zu 1000 Nutzpferdestärken (normal) — verwendet, da ihre Wirtschaftlichkeit derjenigen anderer Maschinenanlagen überlegen ist.

Bei der in Abb. 193 dargestellten Tandemlokomobile von R. Wolf, A.-G., Magdeburg-Buckau mit doppelter Überhitzung des Arbeitsdampfes wird der in der Rauchkammer untergebrachte Hochdruckzylinder von den abziehenden Heizgasen umspült und mit Dampf aus dem ersten Überhitzer gespeist, während der in der bekannten Wolfschen Bauart als Dom ausgebildete Niederdruckzylinder den zuvor in einem als Zwischenbehälter dienenden zweiten Überhitzer erwärmten Abdampf des Hochdruckzylinders aufnimmt. Zur Steuerung des letzteren dient ein mittels Achsenreglers beeinflusster, von federnden Dichtungsringen umgebener Kolbenschieber, während der mit konstanter Füllung arbeitende Niederdruckzylinder von einem Trick-Kanalschieber gesteuert wird.

Der liegende Feuerröhrenkessel hat runde Feuerbüchse, die mit dem Rohrsystem zwecks Reinigung nach vorn herangezogen werden kann.

Hinter den Röhren befinden sich die spiralförmigen Überhitzer, von denen der Zwischenüberhitzer in einem den ersten Überhitzer umschließenden Ringraum angeordnet ist; die Baulänge der Lokomobile wird also dadurch nicht beeinflusst.

In neuerer Zeit baut die R. Wolf A.-G. Verbund-Heißdampf-Lokomobilen ohne Zwischenüberhitzung mit nebeneinander liegenden Zylindern, deren Einlaß- und Auslaßwege für den Dampf besonders kurz und getrennt gehalten sind; sie liegen im Hochdruckzylinder einander gegenüber, während im Niederdruckzylinder sich die Auslaßöffnungen im Kolbenweg befinden und durch den Dampfkolben gesteuert werden.

Lokomobilen mit Ventilsteuerung System Lentz werden von der Fa. Heinrich Lanz in Mannheim gebaut. Abb. 194 zeigt eine solche 200-PS-Verbundlokomobile bei 176 Umdr/min mit einfacher Überhitzung, die auch mit der packungslosen Metallabdichtung, Abb. 172, und mit Lentzschem Beharrungsregler, Abb. 31, S. 710, ausgerüstet ist.

Heißdampflokomobilen mit Gleichstromdampfmaschinen, System Stumpf, sind von der Maschinenfabrik Badenia, vorm. Wm. Platz Söhne, A.-G., Weinheim (Baden), in den Handel gebracht worden.

Abb. 195 zeigt die Gesamtanordnung einer auf Tragfüßen ruhenden kleineren Verbundlokomobile mit ausziehbarem Röhrenkessel, Röhrenvorwärmer und Einspritzkondensator der R. Wolf A.-G. in Magdeburg-Buckau.

Der Hochdruckzylinder hat Ridersteuerung, die unter dem Einflusse eines Porter-Reglers steht. Die Füllung des Niederdruckzylinders, dessen Dampfverteilung ein Trickscher Kanalschieber regelt, läßt sich durch ein von Hand stellbares Exzenter verändern. Die aus Bessemerstahl gefertigte Kurbelwelle läuft in zwei äußeren und in einem mittleren Lager. Von etwa 100 PS<sub>n</sub> an sind die äußeren Lager als Kugellager ausgebildet. Der unmittelbar an das Auspuffrohr *a* des Niederdruckzylinders angeschlossene Röhrenvorwärmer *m* ist mit der stehend angeordneten, von einem Exzenter der Kurbelwelle aus betriebenen Luftpumpe *l* durch eine Leitung *b*, *c* in Verbindung, deren lotrechter Teil (*b*) gleichzeitig den Kondensator bildet und zu dem Zwecke mit einem regelbaren Zulaufhahn *n* für das Einspritzwasser versehen ist. In das wagerechte Verbindungsrohr *c* zwischen Kondensator und Luftpumpe ist ein bei den neueren Ausführungen über Flur angeordnetes Wechselventil *w* eingeschaltet, um erforderlichenfalls auch ohne Kondensation arbeiten zu können. Die Luftpumpe *l* fördert das Einspritzwasser usw. in einen Wasserkasten *s*, aus dem es abläuft bzw. durch die mit der Luftpumpe gekuppelte Speisepumpe *p* in den Vorwärmer *m*, von hier in den Kessel gedrückt wird. Als zweite Speisevorrichtung dient ein Injektor.

Die Heizgase werden durch den nach unten gerichteten Rauchkammerstutzen *f* in einen unter dem ausziehbaren Flammrohrkessel mit Heizrohren befindlichen gemauerten Kanalsodann in einen auf gemauertem Sockel stehenden Blechschorstein geführt; hierbei bestreichen sie den unteren Teil des Kessels, wodurch eine gleichmäßige Erwärmung und Ausdehnung desselben bewirkt wird.



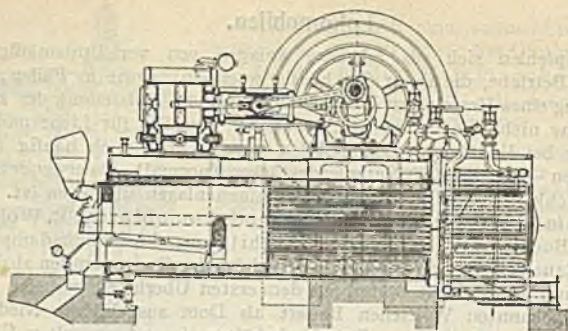


Abb. 194.

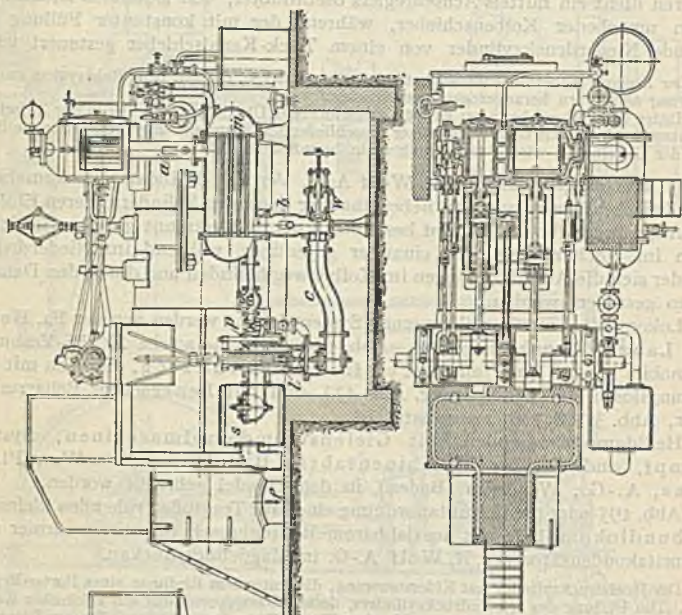
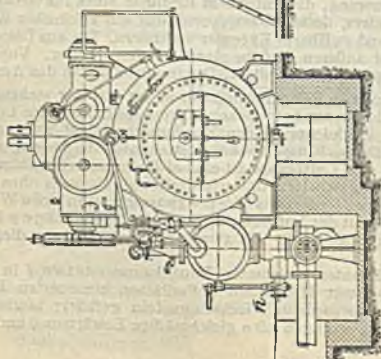


Abb. 195.



## Siebenter Abschnitt.

# Regelnde Maschinenteile.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

## Schwungräder für Kraftmaschinen.

(661) **Ungleichförmigkeitsgrad.** Die Wirkung eines Schwungrades besteht darin, während eines Arbeitsspieles die periodischen Arbeitsüberschüsse einer Maschine aufzunehmen und bei nicht ausreichender Arbeit wieder abzugeben, wobei eine Masse beschleunigt bzw. verzögert wird. Die hiermit verbundene Ungleichförmigkeit des Ganges der Maschine soll einen gewissen Betrag nicht überschreiten, der als Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_s$  bezeichnet und ausgedrückt wird durch

$$\delta_s = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V}, \dots \dots \dots 1$$

worin  $V_{\max}$  die größte,  $V_{\min}$  die kleinste und  $V = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$  die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes in m/sek bedeuten.

Mittlere Werte des Ungleichförmigkeitsgrades  $\delta_s$ .

Für Maschinen zum Antriebe von:

|                                      |                                |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| Pumpen und Schneidewerken            | $\delta_s = 1:20$ bis $1:30$ , |
| Werkstätten-Triebwerken              | $\delta_s = 1:35$ bis $1:40$ . |
| Webstühlen und Papiermaschinen       | $\delta_s = 1:40$ ,            |
| Mahlmühlen                           | $\delta_s = 1:50$ ,            |
| Spinnmaschinen (niedrige Garnnummer) | $\delta_s = 1:60$ ,            |
| „ (hohe „ „)                         | $\delta_s = 1:100$ ,           |
| Dynamomaschinen für Lichtbetrieb     |                                |
| (ohne Akkumulatoren)                 | $\delta_s = 1:150$ ,           |
| Drehstrommaschinen                   | $\delta_s = 1:300$ .           |

(662) **Tangentialdruck- (Drehkraft-) Diagramme.** Zur Ermittlung des bei einer Kurbelumdrehung vom Schwungrade aufzunehmenden Arbeitsüberschusses sind die Tangentialdruck-Diagramme für Kraft und Widerstand, auf den Kurbelzapfen bezogen, aufzuzeichnen.

### 1. Einzylindermaschinen.

Um das Tangentialdruck-Diagramm der Kraft zu erhalten, ist zunächst das Überdruckdiagramm aufzuzeichnen, dessen Ordinaten dem Unterschiede der beiderseits auf den Kolben wirkenden Drücke — dem jeweiligen Dampfüberdruck — entsprechen. Zu dem Zwecke sind zusammengehörige Indikatordiagramme von Deckel- und Kurbelseite der Maschine entsprechend zu vereinigen.

Abb. 2 zeigt das Überdruckdiagramm für den Hin- und Rückgang des Kolbens, das aus den Indikatordiagrammen, Abb. 1, entstanden ist; es besitzt



gleichen Flächeninhalt mit den beiden letzteren und stellt die Arbeit des Dampfes in mkg für  $1 \text{ cm}^2$  Kolbenfläche während einer Umdrehung der Maschine dar. In den Punkten  $c$  und  $c'$ , Abb. 2, ist der Dampfüberdruck Null; er wechselt an beiden Stellen seine Richtung und wirkt von da an der Kolbenbewegung entgegen. Die aus dem Überdruckdiagramm für jede Kolbenstellung zu entnehmenden Dampfdrücke werden aber durch die Wirkung der hin und her gehenden

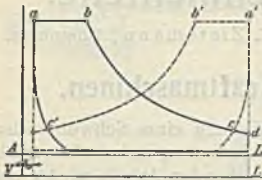


Abb. 1.



Abb. 2.

Massen beeinflusst. Es ist deshalb in Abb. 2 noch die Beschleunigungsdruckkurve  $Q_1, Q_2$  einzutragen, deren Ordinaten nach Gl. 26 (S. 638) zu ermitteln sind. Zeichnerische Ermittlung der Beschleunigungsdruckkurve s. (640).

Für überschlägliche Ermittlung kann im Mittel für liegende Einzylinder-Dampfmaschinen

$$\begin{aligned} \text{mit Auspuff} & \quad q = 0,28 \text{ kg/cm}^2, \\ \text{,, Kondensation} & \quad q = 0,33 \text{ ,,} \end{aligned}$$

genommen werden ohne Berücksichtigung der zur Luftpumpe gehörigen Antriebs- oder anderer Nebenteile.

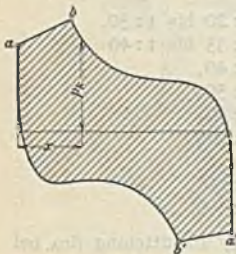


Abb. 3.

Die Ordinaten der Überdrucklinien  $abc'a'b'c'$  vermindert um diejenigen der Beschleunigungsdruckkurve  $Q_1, Q_2$  ergeben dann das resultierende Horizontaldruckdiagramm, Abb. 3, und dessen Ordinaten die bei jeder Kolbenstellung  $x$  auf den Kreuzkopf übertragene Druckkraft  $p_k = p_x - b_x$ . Durch Zerlegung derselben ergibt sich zunächst — nach Abb. 108 (S. 639) — der Normaldruck  $n = p_k \operatorname{tg} \gamma$  und die Schubstangenkraft  $s = p_k \cdot \cos \gamma$ , durch nochmalige Zerlegung der letzteren die dem Kolbenwege  $x$  entsprechende Tangential- und Radialkraft für  $1 \text{ cm}^2$  Kolbenfläche  $t$  bzw.  $d$ .

Auf zeichnerischem Wege erhält man die Tangentialkräfte (Drehkräfte)  $t$  nach Abb. 109 (S. 640).

Wickelt man den Kurbelkreis vom Halbmesser  $r$  in eine Gerade  $MN$ , Abb. 4, als Abszissenachse ab, deren Länge für Hin- und Rückgang des Kolbens  $2\pi r$ , und trägt in entsprechenden Punkten derselben die Drehkräfte  $t$  als Ordinaten auf, so erhält man durch Verbindung ihrer Endpunkte die Drehkraftkurve bzw. das Drehkraftdiagramm der Kraft, dessen Fläche — abgesehen von Reibungswiderständen usw. — die vom Dampfdruck auf den Kurbelzapfen übertragene Arbeit in mkg auf  $1 \text{ cm}^2$  wirksamer Kolbenfläche während einer Umdrehung (Doppelhub) der Maschine darstellt.

Abb. 4 zeigt, wie die Drehkräfte anfänglich (für die Volldruckperiode) schnell wachsen, dann fortgesetzt fallen und schließlich — gleichwie die entsprechenden Dampfüberdrücke — negativ werden. Wirkt der Widerstand

tangential an der Kurbelwelle (Riementrieb, Zahnräder, Dynamo u. dgl.) und wird derselbe gleichmäßig angenommen, so ist das Widerstandsdiagramm ein Rechteck  $MN_1M_1$ , mit der Basis  $2\pi r$ , dessen Höhe  $MM_1 = NN_1$ , da die Arbeit des Dampfdruckes und die des Widerstandes gleich groß sind, aus der Flächengleichheit beider Diagramme bestimmt werden kann. Es gibt die über der Widerstandslinie  $M_1N_1$  liegende wagerecht gestrichelte Fläche (für den Beharrungszustand gleich der Summe der lotrecht gestrichelten Flächen) den Ar-

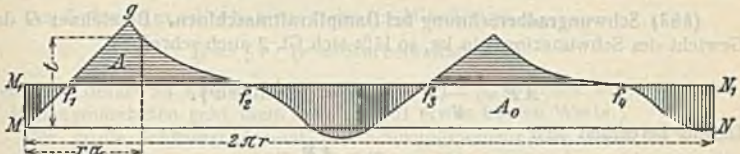


Abb. 4.

beitsüberschuß  $A$  in mkg für  $1 \text{ cm}^2$  wirksamer Kolbenfläche während einer Umdrehung der Maschine an.

Wirkt der Widerstand direkt an der Kolbenstange (Pumpe, Gebläse o. dgl.), so wird das Widerstandsdiagramm über das Indikatordiagramm gezeichnet unter Vergrößerung im Verhältnis  $N_i : N_n = 1 : \eta_m$ .

Erfolgt der Antrieb der Arbeitsmaschine aber durch Kurbel, so ist vom Arbeitsdiagramm ebenfalls ein Tangentialdruckdiagramm zu ermitteln und über dem Tangentialdruckdiagramm aufzutragen, wodurch sich die Ober- und Unterschubflächen ergeben.

In den Schnittpunkten  $f_1, f_2, f_3$  und  $f_4$  der Kraftkurve mit der Widerstandslinie sind Drehkraft und Widerstand einander gleich; von  $M_1$  bis  $f_1$  ist die Drehkraft kleiner, von  $f_1$  bis  $f_2$  größer als der Widerstand usw. Infolgedessen wächst die Geschwindigkeit der Kurbelzapfens von  $f_1$  bis  $f_2$ , während sie von  $f_2$  bis  $f_3$  und von  $f_4$  bis  $N_1$  abnimmt. Bezeichnen  $V_{\min}$  und  $V_{\max}$  die kleinste bzw. größte Umfangsgeschwindigkeit der im Kranze vereinigt gedachten Masse  $M$  des Schwungrades, so muß die von demselben aufgenommene oder abgegebene Arbeit gleich der Zu- oder Abnahme seines Arbeitsvermögens (lebendigen Kraft)

$$M \frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2}$$

sein, d. h. gleich der größten überschießenden Fläche  $A = f_1 g f_2$  multipliziert mit der Kolbenfläche  $F$ .

Da ferner

$$\frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} = V \quad \text{und} \quad \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V} = \delta_s \quad (\text{vgl. (661)}),$$

woraus 
$$\frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2V^2} = \delta_s \quad \text{bzw.} \quad \frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2} = V^2 \delta_s,$$

so ist

$$AF = MV^2 \delta_s, \dots \dots \dots 2$$

woraus die Masse bzw. das Gewicht des Schwungrades ermittelt werden kann.

Bei mehr als vier Schnittpunkten der Kraftkurve mit der Widerstandslinie hat man zu untersuchen, wo die algebraische Summe der aufeinander folgenden Über- und Unterschubflächen  $a, b, c \dots$  ihr Maximum und Minimum erreicht, Abb. 5. Die Summe dieser beiden Werte ist dann in Gl. 2 für  $A$  einzusetzen <sup>1)</sup>.

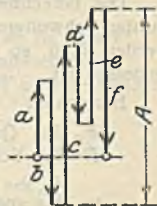


Abb. 5

<sup>1)</sup> Vgl. M. Tolle: Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.



## 2. Verbundmaschinen mit versetzten Kurbeln.

Bei diesen Maschinen sind für jede einzelne Kurbel die Drehkraftkurven aufzuzeichnen und entsprechend den zwischen den Kurbeln liegenden Winkeln gegeneinander zu versetzen. Durch Summierung der zu gleicher Zeit wirkenden Drehkräfte erhält man die resultierende Drehkraftkurve. Vorher ist eine Zurückführung der Ordinaten der verschiedenen Kurven auf einen der Zylinder — zumeist den Niederdruckzylinder — vorzunehmen.

(663) Schwungradberechnung bei Dampfkraftmaschinen. Bezeichnet  $G$  das Gewicht des Schwungringes in kg, so läßt sich Gl. 2 auch schreiben

$$AF = \frac{G}{g} V^2 \delta, \quad (g = 9,81 \text{ m/sek}^2).$$

Daraus berechnet sich

$$G = 9,81 \frac{AF}{V^2 \delta} \dots \dots \dots 3$$

Bezeichnet man die durch das Rechteck  $MNN_1M_1$ , Abb. 4, dargestellte Widerstandsarbeit mit  $A_0$ , so ist auch

$$G = 9,81 \frac{F}{V^2 \delta} \left( \frac{A}{A_0} \right) A_0 \dots \dots \dots 3a$$

Entwickelt die Maschine bei  $n$  Uml/min eine Nutzleistung  $N_n$  in PS, so ist ferner

$$N_n = \frac{A_0 F n}{60 \cdot 75}, \quad \text{woraus } A_0 F = 60 \cdot 75 \frac{N_n}{n}.$$

Mit Einsetzung dieses Ausdruckes in Gl. 3a erhält man brauchbare Näherungswerte für das Schwungradgewicht einer Dampfmaschine, ohne Aufzeichnung von Drehkraftkurven, aus

$$G = 9,81 \cdot 60 \cdot 75 \frac{N_n}{\delta, n V^2 A_0} = 44150 \frac{A}{A_0} \frac{N_n}{\delta, n V^2} = \frac{c}{\delta, n V^2} N_n,$$

worin  $c = 44150 \frac{A}{A_0}$  gesetzt werden kann:

bei Einzylindermaschinen und Tandemverbundmaschinen  $c = 7000$ ,  
bei Verbundmaschinen mit versetzten Kurbeln  $c = 2500$  bis  $4000$ ,  
bei Dreizylindermaschinen  $c = 1400^1$ ).

Bei Maschinen mit stark wechselnden äußeren Belastungen — für elektrische Straßenbahnen über  $100 \text{ PS}_D$  u. dgl. — kann man — nach Graßmann —

$$G \geq 6000 \frac{N_n + 100}{V^2}$$

wählen.

Bei vorhandener Pufferbatterie ist  $G$  kleiner, bei bergigem Gelände und fehlender Batterie bis  $50\%$  größer zu nehmen.

Für Holzbearbeitungsmaschinen, Warmeisensägen usw. genügt etwa

$$G \geq 3000 \frac{N_n + 20}{V^2}.$$

Das berechnete Gewicht  $G$  schließt den Anteil der Radarme an dem gesamten Schwungradmoment ein, der bei kleinen Schwungrädern mit  $0,1 G$  geschätzt werden kann, so daß der Schwungrad für das Eigengewicht  $G_r \sim 0,9 G$  zu bemessen ist.

Bezeichnet

$F_r$  den Querschnitt des Schwungringes in  $\text{cm}^2$ ,

$R$  den Schwerpunktsabstand des Ringquerschnittes von der Drehachse in m,

$\gamma$  das spezifische Gewicht (für Gußeisen  $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$ ),

<sup>1)</sup> Vgl. Karl Meyer: „Graphische Bestimmung des Schwungradgewichtes der Dampfmaschinen“. Z. 1889, S. 113.





Da nun  $A_i = W$  oder auch

$$p_i F 2r = p_w F b \dots\dots\dots 6$$

folgt für alle einzylindrigen

einfachwirkenden Viertaktmotoren  $p_w = \frac{p_i}{2\pi}$ ,

„ Zweitaktmotoren  $p_w = \frac{p_i}{\pi}$ .



Abb. 6.

In dem Drehkraftdiagramm des Verbrennungshubes eines Viertaktmotors, Abb. 6, wird  $A_a$  durch die Fläche  $abcde$  dargestellt. Der Streifen  $A_0$  ist um die beiden kleinen Dreiecke

$x$  und  $y = aa_1b + de_1e$  kleiner als das  $W/4$  darstellende Rechteck  $aa_1e_1e$ .

Unter Vernachlässigung dieser beiden kleinen Dreiecke ist

$$A = A_a - A_0 = A_a - W/4$$

die das Schwungradgewicht bestimmende Überschußfläche. Da sowohl  $A_a$  als  $W$  jedem Indikatordiagramm entnommen werden kann, lassen sich die Größe  $A$  und das Schwungradgewicht  $G$  rechnerisch ermitteln.

Bezeichnet noch  $p_c$  den mittleren Verdichtungsdruck eines Indikatordiagramms, so ist mit  $p_c: p_i = \varrho$

$$A_a = A_i \left(1 + \frac{p_c}{p_i}\right) = A_i (1 + \varrho) \text{ mkg,}$$

sonach auch (s. vorstehend)

$$A = (1 + \varrho) W - 0,25 W = (0,75 + \varrho) W$$

und für einfachwirkende Viertaktmotoren

$$A = (0,75 + \varrho) p_w F 4r\pi = \frac{G}{g} V^2 \delta_s \text{ mkg} \quad (V = \text{Schwerpunktgeschwindigkeit des Schwungringes}).$$

Mit  $p_w F r = 716,2 \frac{N}{n}$  folgt (abgerundet)

$$G = \frac{(0,75 + \varrho) \cdot 88\,300 \cdot N_i}{\delta_s \cdot V^2 \cdot n} \cong \frac{(0,75 + \varrho) \cdot 32,2 \cdot 10^6 \cdot N_i}{\delta_s \cdot D^2 \cdot n^3} \text{ kg} \dots\dots 7$$

( $D =$  Durchmesser des Schwerpunktkreises.)

Erfahrungswerte von  $\varrho = \frac{p_c}{p_i}$ .

|                        |                             |                          |                             |
|------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| Leuchtgasmotoren . . . | $\varrho = 0,25$ bis $0,35$ | Benzinmotoren . . . . .  | $\varrho = 0,10$ bis $0,20$ |
| Kraftgasmotoren . . .  | $\varrho = 0,35$ „ $0,45$   | Spiritomotoren . . . . . | $\varrho = 0,25$ „ $0,32$   |
| Petroleummotoren . .   | $\varrho = 0,30$ „ $0,40$   | Gleichdruckölmotoren     | $\varrho = 0,48$ „ $0,52$   |

Für liegende Viertakt- und Zweitaktmotoren allgemein kann

$$G = \frac{10^6 \cdot c \cdot N_i}{\delta_s \cdot D^2 \cdot n^3} = \frac{CN_i}{\delta_s \cdot D^2 \cdot n^3} \text{ kg} \dots\dots\dots 8$$

gesetzt werden, worin  $c = \frac{C}{10^6}$  für arme Gase ( $\rho = 0,45$ ) und für  $\beta =$  Zündungsabstände in Graden zu setzen ist:

|           |   |                                |                                |            |
|-----------|---|--------------------------------|--------------------------------|------------|
| Viertakt: | 1 | Zylinder einfachwirkend        | $\beta = 720^\circ$            | $c = 40$   |
|           | 1 | „ doppeltwirkend               | $\beta = 540$ u. $180^\circ$ , | $c = 25$   |
|           | 2 | „ einfachwirkend <sup>1)</sup> | $\beta = 360^\circ$            | $c = 17$   |
|           | 2 | „ doppeltwirkend <sup>2)</sup> | $\beta = 180^\circ$            | $c = 3,3$  |
| Zweitakt: | 4 | „ doppeltwirkend <sup>3)</sup> | $\beta = 90^\circ$             | $c = 1,4$  |
|           | 1 | „ einfachwirkend               | $\beta = 360^\circ$            | $c = 16$   |
|           | 1 | „ doppeltwirkend               | $\beta = 180^\circ$            | $c = 2,4$  |
|           | 2 | „ einfachwirkend <sup>4)</sup> | $\beta = 180^\circ$            | $c = 2,52$ |
|           | 2 | „ doppeltwirkend <sup>1)</sup> | $\beta = 90^\circ$             | $c = 1,25$ |

Schwungringewicht, Querschnitt und Schwungmoment wie für Dampfmaschinen.

(665) Festigkeitsberechnung. Die für das Zerreißen eines sich frei drehenden (nicht durch die Arme festgehaltenen) Schwungringes in Betracht kommende tangential gerichtete Zugspannung ist (412)

$$\sigma_z = \frac{\gamma}{g} V^2 \dots \dots \dots 9$$

Für Gußeisen mit  $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$  und  $V$  in m/sek wird z. B.  $\sigma_z = 0,074 V^2$ , für Flußstahl mit  $\gamma = 7,85 \text{ kg/dm}^3$   $\sigma_z = 0,08 V^2 \text{ kg/cm}^2$ .

Die Beanspruchung hängt also nur von  $V$  ab und beträgt z. B. für  $V = 30 \text{ m/sek}$  — dem bei Dampfmaschinen gebräuchlichen Höchstwerte für die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades (Gußeisen als Material vorausgesetzt) —  $\sigma_z = 66,6 \text{ kg/cm}^2$ .

In Wirklichkeit kann sich ein Schwungring nie frei ausdehnen, da die Arme an ihren Ansatzstellen einen Zug nach innen ausüben, wodurch Biegungsspannungen hinzukommen; hierdurch kann die Zugbeanspruchung auf das Doppelte bis Dreifache steigen<sup>5)</sup>.

Hat das zwischen zwei Armen liegende Stück des Schwungringes die Länge  $l$ , so läßt sich dasselbe als ein durch die Fliehkraft

$$C = \frac{G_r V^2}{i g R} \quad (i = \text{Anzahl der Arme})$$

gleichmäßig belasteter, fest eingeklemmter Balken betrachten, dessen Abmessungen sich ergeben aus (vgl. (219))

$$\frac{Cl}{12} = W k_b.$$

Ist das Schwungrad zwischen den Armen geteilt, so wirkt noch die Fliehkraft  $C_1$  des Verbindungsflansches mit Schrauben als Einzellast in der Mitte auf Biegung und die Beanspruchung folgt aus

$$Cl/12 + C_1 l/8 = W \cdot k_b.$$

Die Arme (Anzahl derselben gewöhnlich 6 bis 8) werden durch die Fliehkraft  $C$  des Kranzteiles und  $C' \approx 0,25 C$  vom Eigengewicht des Armes auf Zug, durch das größte dem Schwungrad mitgeteilte Moment

$$M_b = \frac{T_{\max} r}{i R} l_1$$

1) Kurbelversetzung  $\alpha = 0^\circ$ . 2) Tandemanordnung. 3)  $\alpha = 90^\circ$ . 4)  $\alpha = 180^\circ$ .  
 5) S. J Göbel: „Ober Schwungradexplosionen“. Z. 1898, S. 352.



auf Biegung beansprucht, wobei  $T_{\max}$  die größte Tangentialkraft am Halbmesser  $r$  der Kurbel, Abb. 108 auf S. 639, und  $l_1$  die Länge eines Armes und

für Gußeisen  $k_z + k_b = \text{bis } 150 \text{ kg/cm}^2$

„ Schweißeisen  $k_b = 400 \text{ kg/cm}^2$

zulässig ist.

Armquerschnitt oval oder  $\perp$ -förmig (vgl. (412)).

Bis zu 3 m Durchmesser werden Schwungräder, wenn das Aufbringen gut möglich, einteilig, darüber zweiteilig ausgeführt. Zur Verbindung der Kranzteile dienen Schrauben, Schrupfringe, Keilbolzen usw. Die Verbindungsteile

müssen die Fliehkraft der Hälften aufnehmen und sind mit etwa 20% größerer Kraft zu berechnen. Die Schwungräder der Verbrennungskraftmaschinen erhalten Keilverbindung, Abb. 7.

(666) **Ausgeführte Schwungräder.** Abb. 8 stellt ein mitten durch einen Arm geteiltes Riemscheiben-Schwungrad von 3,200 m äußerem Durchmesser und 350 mm Kranzbreite nach Ausführung des „Eisenwerk Wülffel“ dar, welches am Kranze außer den Verbindungsschrauben (Gewinde-

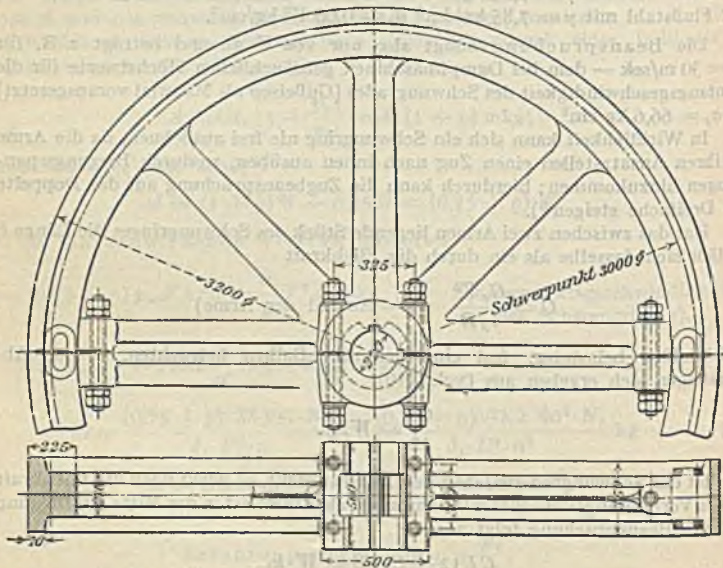


Abb. 8.

durchmesser = 2" engl.) noch mit Schrupfringen ( $\square$ -Eisen  $40 \times 40$  mm) armiert ist. Letztere sollen möglichst in dem Schwerpunktkreise des Radkranzes liegen.

Das Rad macht 150 Uml/min und wiegt etwa 6000 kg, der Schwungring allein etwa 4000 kg.

Das zwischen zwei Armen geteilte Riemscheiben-Schwungrad, Abb. 9, von 4,0 m äußerem Durchmesser und 400 mm Kranzbreite der Peniger

Maschinenfabrik u. Eisengießerei A.-G. wiegt etwa 7600 kg. Die Verbindung des Kranzes erfolgt durch eingelegte Laschen und Schraubenbolzen, diejenige der Nabe durch Schraubenbolzen und Schrumpfringe.

Dient das Schwungrad nicht als Riemenscheibe, so wird das Kranzprofil schmaler und höher gemacht, um größeres Widerstandsmoment zu erhalten.

Auch als Seilscheiben-Schwungräder ausgeführt (s. (425)).

Zum Anlassen der zugehörigen Maschinen (auch für Riemenauflagen, Reparaturen usw.) sind die Schwungräder mit einem inneren oder äußeren Zahnkranz versehen, in den die Hebel oder Getriebe sog. Schaltwerke bzw. von Andrehvorrichtungen eingreifen. Die Schaltwerke mit Hebel werden, je nach der Größe der Maschine, ein-

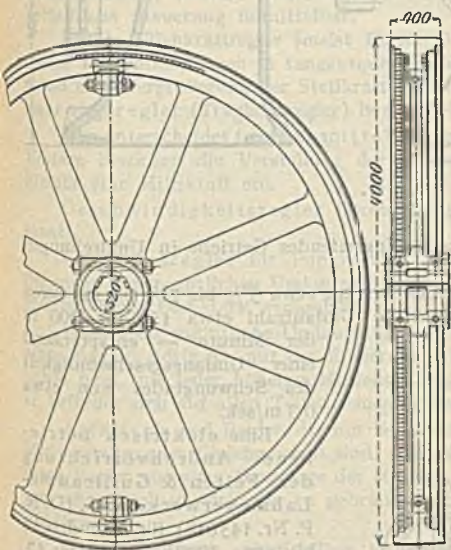


Abb. 9.

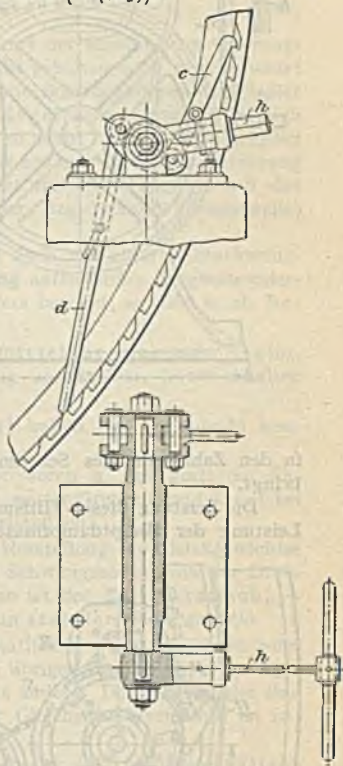


Abb. 10.

fach- und doppelwirkend ausgeführt. Abb. 10 zeigt ein doppelwirkendes Schaltwerk.

Die an ihren freien Enden entsprechend ausgebildeten Hebel *c* und *d* kommen bei der Auf- und Abwärtsbewegung des Handhebels *h* abwechselnd mit den Zähnen des innen verzahnten Schwungrades in Eingriff und bewirken damit die fortschreitende Drehung desselben.

Bei Andrehvorrichtungen mit Getriebe wird das letztere mittels eines Hebels von Hand ausgerückt, oder aber es erfolgt die Ausrückung selbsttätig, sobald die Maschine schneller läuft, als die Vorrichtung gedreht wird. Abb. 11 zeigt eine solche Andrehvorrichtung mit Schnecke und Schneckenrad. Das mittels Kurbel *h* bewegte Getriebe *d* greift in die Innenverzahnung des Schwungrades; es wird durch das steile Schraubengewinde der Welle *f* selbsttätig ausgerückt, sobald die Anlaufgeschwindigkeit der Maschine diejenige der Andrehvorrichtung überschreitet.

Andrehvorrichtungen für größere Maschinen bestehen aus einer



kleinen Hilfsmaschine — in der Regel einer Zwillingdampfmaschine mit geneigt liegenden Zylindern —, die mittels Schnecke und Schneckenrades ein

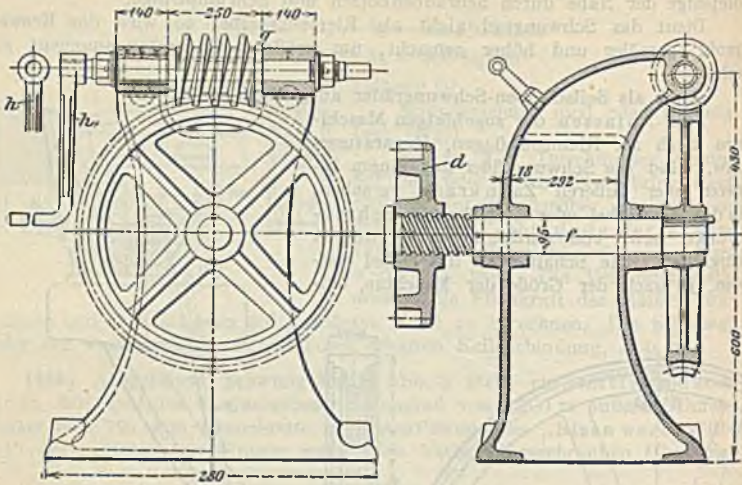


Abb. 11.

in den Zahnkranz des Schwungrades eingreifendes Getriebe in Umdrehungen bringt.

Die Leistung dieser Hilfsmaschine beträgt etwa 5% bis 7% der mittleren Leistung der Hauptdampfmaschine, ihre Umlaufzahl etwa 150 bis 200 in der Minute — entsprechend einer Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades von etwa 0,3 m/sek.

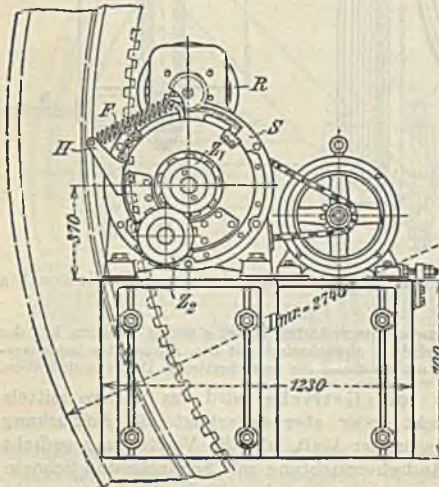


Abb. 12.

Eine elektrische betriebene Drehvorrichtung der Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke A.-G. (D. R. P. Nr. 145018) für Zahndrücke bis etwa 3000 kg zeigt Abb. 12.

Das von einem Elektromotor mittels Gelenkkette angetriebene Zahnrad  $Z_1$  steht mit dem auf einer drehbaren Scheibe  $S$  befestigten Zahnrad  $Z_2$  im Eingriff, und sobald die durch eine am Arm  $H$  angreifende Feder  $F$  mit einem Zahnsegment in Verbindung stehende Scheibe durch Handrad  $R$  und ein in das Segment eingreifendes kleines Getriebe gedreht wird, kommt  $Z_2$  mit dem Zahnkranz des Schwungrades in Eingriff, wobei gleichzeitig der Kontaktarm des Motoranlassers den ersten Kontakt berührt. Durch weitere Drehung des Handrades und des Segmentes wird die Spannung der Feder  $F$  vergrößert und der Anlasser allmählich kurzgeschlossen, bis das Segment in der Endstellung durch einen Sperrstift festgehalten wird. Überschreitet die Anlaufgeschwindigkeit der Maschine diejenige der Drehvorrichtung, so werden  $Z_1$  und damit auch  $S$  in der Drehrichtung des Zahnkranzes verschoben und der Sperrstift durch

geschlossenen, bis das Segment in der Endstellung durch einen Sperrstift festgehalten wird. Überschreitet die Anlaufgeschwindigkeit der Maschine diejenige der Drehvorrichtung, so werden  $Z_1$  und damit auch  $S$  in der Drehrichtung des Zahnkranzes verschoben und der Sperrstift durch

einen auf der Scheibe sitzenden Anschlag ausgelöst. Das Segment schnell jetzt infolge Federkraft zurück und schaltet dabei den Anlasser aus, so daß der Motor zum Stillstand kommt, während die Scheibe  $S$  durch das Schwungrad noch so weit gedreht wird, bis das auf ihr befestigte Zahnrad  $Z_2$  wieder außer Eingriff kommt. Für größere Zahndrücke tritt an Stelle der Kettenübertragung eine solche mittels Schneckengetriebes.

## Fliehkraftregler.

(667) Allgemeines. Je nachdem der Fliehkraft der umlaufenden Schwungmassen durch Gewichte oder Federn Gleichgewicht gehalten wird, unterscheidet man Gewichts- und Federregler. Schlagen die Schwungkörper der Regler in der Ebene der Reglerspindel aus, so sind es Kegelregler, bewegen sie sich in einer senkrecht zur Spindel stehenden Ebene, so nennt man sie Flachregler (Achsenregler). Erstere übertragen ihre Bewegung auf eine in der Längsrichtung der Reglerspindel verschiebbare Muffe, von dort mittels Gleitringes auf das Steuergestänge, letztere beeinflussen die auf der Reglerspindel (Steuerwelle) befindliche Steuerung unmittelbar.

Ist ein Fliehkraftregler (meist Flachregler) noch mit einer Hilfsschwungmasse verbunden, deren in tangentialer Richtung auftretender Trägheitswiderstand eine Vergrößerung der Stellkraft des Reglers bewirkt, so wird er als Beharrungsregler (Trägheitsregler) bezeichnet.

Man unterscheidet ferner unmittelbar und mittelbar wirkende Regler. Erstere bewirken die Verstellung der Steuerung unmittelbar, letzte schalten hierfür eine Hilfskraft ein.

Geschwindigkeitsregler (Drehzahlregler) halten die Umlaufzahl konstant.

Leistungsregler für Pumpwerke, Kompressoren u. dgl. gestatten Änderungen der minutlichen Umlaufzahl innerhalb weiter Grenzen und damit bei gleicher Hubarbeit stark wechselnde Maschinenleistungen.

Wächst die minutliche Umlaufzahl, die zur Herstellung des Gleichgewichtes eines Reglers nötig ist, mit der Entfernung der Schwungmassen von der Drehachse bzw. mit jeder höheren Muffenstellung, so ist der Regler statisch, — er befindet sich auf allen Teilen seines Hubes im stabilen Gleichgewicht.

Astatisch sind Regler, die nur bei einer bestimmten Umlaufzahl bei jeder Muffenstellung im Gleichgewicht sind. Bei allen übrigen Umlaufzahlen springen diese Regler von einer Grenzlage der Muffe in die andere. Derartige Regler sind nur als mittelbar wirkende zu gebrauchen; ihr Gleichgewichtszustand ist indifferent.

Ein brauchbarer, unmittelbar wirkender Regler soll pseudoastatisch sein, d. h. sich dem astatischen Zustande stark nähern, derart, daß die kleinste und die größte Umlaufzahl, die also der tiefsten und höchsten Muffenstellung entspricht, nur wenig voneinander abweichen.

Befindet sich ein Regler im stabilen Gleichgewicht, so muß nach obigem mit steigender Muffe die Umlaufzahl zunehmen.

Das Maß dieser Zunahme wird als Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  bezeichnet und ausgedrückt durch

$$\delta_r = \frac{n_1 - n_2}{n_m} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_m}; \dots \dots \dots 1$$

hierin bedeutet  $n_1$  ( $\omega_1$ ) die größte,  $n_2$  ( $\omega_2$ ) die kleinste und  $n_m$  ( $\omega_m$ ) die mittlere Umlaufzahl (Winkelgeschwindigkeit) eines nicht mit dem Stellzeug gekuppelten Reglers.

Von der richtigen Wahl des Ungleichförmigkeitsgrades  $\delta_r$  hängt in erster Linie die Regulierfähigkeit des Reglers ab. Wird  $\delta_r$  zu klein genommen, so führt der Regler bei Änderung der Belastung des Motors langdauernde Pendelungen



aus, während bei großem  $\delta_r$  der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad (vgl. S. 699 oben) zu groß wird.

Für Gewichtsregler kann nach Tolle<sup>1)</sup> angenähert betragen:

$$\delta_r = \sqrt[3]{\frac{s}{gt^2}}; \dots \dots \dots 1a$$

hierin bedeutet

$s$  den Muffenhub in cm,

$g$  die Beschleunigung durch die Schwere = 981 cm/sek<sup>2</sup>,

$t$  die Zeit in Sekunden, in der der Motor vom Ruhezustande aus bei größter Füllung und Leerlauf seine normale Umlaufzahl erlangt.

Bezeichnet

$N$  die größte Leistung der Maschine in PS,

$M$  die Masse des Schwungringes in kg/m/sek<sup>2</sup>,

$V$  die Schwungringgeschwindigkeit in m/sek,

so ist

$$t = \frac{M V^2}{75 N}.$$

Bei Federreglern ist statt des wirklichen Muffenhubes  $s$  nur ein Teilbetrag  $s_r$  desselben in Gl. 1a einzusetzen — bei Federreglern nach Tolle z. B.  $s_r = \frac{1}{13,5} s$  für kleinere und  $s_r = \frac{1}{15} s$  für größere Ausführungen (vgl. S. 707). Federregler gestatten somit bei gleicher Regelungsfähigkeit kleinere Ungleichförmigkeitsgrade als Gewichtsregler.

Der der Muffenbewegung entgegengerichtete Widerstand  $P$  setzt sich zusammen aus dem nützlichen Teile  $W$ , der durch das Stellzeug auf die Muffe übertragen wird, und dem von der Eigenreibung des Reglers herrührenden schädlichen Teile  $R$ . Ein Steigen oder Sinken der Muffe erfordert aber eine bestimmte Änderung der minutlichen Umlaufzahl  $n$  in positivem bzw. negativem Sinne ( $+\Delta n$  bzw.  $-\Delta n$ ), bei der der Regler unempfindlich bleibt. Das Verhältnis dieser Änderung der Umlaufzahl zwischen  $n' = n - \Delta n$  bis  $n' = n + \Delta n$  zur Umlaufzahl  $n$  heißt der Unempfindlichkeitsgrad  $\varepsilon$  des Reglers; er läßt sich schreiben:

$$\varepsilon = \frac{n' - n}{n} = \frac{(n + \Delta n) - (n - \Delta n)}{n} = \frac{2 \Delta n}{n} \dots \dots 2$$

Der Unempfindlichkeitsgrad  $\varepsilon$  soll bei Maschinen mit hin und her gehender Bewegung stets größer als der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  des zugehörigen Schwungrades (vgl. (661)) sein, um ein unnötiges Zucken des Reglers innerhalb eines jeden Maschinenhubes zu vermeiden; er darf ferner nicht kleiner sein als der kleinste zulässige Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  des Reglers (vgl. S. 697).

Als Energie  $E$  (eigentlich richtiger Muffendruck) bezeichnet man diejenige Kraft, welche der ruhend und vom Stellzeug nicht belastet gedachte Regler an der Muffe ausübt.

Die bekanntesten Regler mit Federbelastung zeigen starke Veränderlichkeit der Energie (Zunahme bei Hartung, Trenck usw., Abnahme bei Proell); nahezu konstante Energie hat z. B. der Federregler nach Tolle. Die Größe  $E$  ist durch Auswägen des Muffendruckes bei ruhender Spindel für jede Muffenstellung leicht zu ermitteln.

Mit Rücksicht auf gleichbleibende Unempfindlichkeit für alle Muffenstellungen ist konstante Energie  $E$  am günstigsten; sie ermöglicht, ohne Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades die Muffenbelastung zu vergrößern oder zu verkleinern, z. B. behufs Änderung der Umlaufzahl.

<sup>1)</sup> Max Tolle: „Die Regelung der Kraftmaschinen“. Berlin: Julius Springer.

Mit Hilfe der Energie läßt sich  $\varepsilon$  auch schreiben

$$\varepsilon = \frac{P}{E} = \frac{W + R}{E} = \frac{W}{E} + \frac{R}{E} = \varepsilon_r + \varepsilon_r;$$

hieraus folgt

$$P = E \varepsilon,$$

d. h. die vom Regler zur Überwindung der an der Muffe gemessenen Widerstände  $W + R$  auszuübende Verstellungskraft ist = Energie  $\times$  Unempfindlichkeitsgrad.

Bei den meisten Reglern ist  $\varepsilon_r$  für die einzelnen Muffenstellungen verschieden. Am zweckmäßigsten sind Regler mit möglichst konstantem  $\varepsilon_r$ .

Die Größe  $W$  läßt sich durch Auswiegen an der vorhandenen Regelungsvorrichtung (unter Dampf) zweckmäßig mittels Federwage ermitteln.

Der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad  $i$ , den der Regler für die Maschine zuläßt, beträgt angenähert  $i = \delta_r + \varepsilon$ ; er entspricht dem mit dem Stellzeuge gekuppelten Regler.

Das Produkt aus der mittleren Energie  $E_m$  und dem Muffenhube  $s$  ergibt das Arbeitsvermögen  $\mathcal{A}$  des Reglers, also

$$\mathcal{A} = E_m s = \int E ds.$$

### (668) Analytische Berechnung der Fliehkraftregler.

Außer den unter (667) angegebenen Bezeichnungen bedeutet

$G$  das Gesamtgewicht der an einem Pendel hängend gedachten Schwungmasse in kg,

$Q$  das Gewicht der die Muffe belastenden Hülse in kg,

$l$  die Länge des Pendels,  $l_1$  die des Kurbelarmes (Pendelstange) und

$l_2$  die der Schubstange (Hülsenzange) in m,

$\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  einen beliebigen, den größten und kleinsten Ausschlagwinkel des Pendels,

$n, n_1, n_2$  die diesen Winkeln entsprechenden Umlaufzahlen

$h$  die lotrechte,  $r$  die wagerechte Projektion von  $l$  in m,

$a$  den Abstand des Pendeldrehpunktes von der Spindelachse in m,

$\omega = \frac{\pi n}{30}$  die Winkelgeschwindigkeit der Reglerspindel.

Bei den nachstehenden Berechnungen der Gewichtregler sind die Gewichte der Pendel- und Hülsenzangen  $l_1$  und  $l_2$  unberücksichtigt geblieben; dieselben beeinflussen die Umlaufzahlen des Reglers oft nicht unerheblich. Zur angenäherten Berücksichtigung dieses Einflusses kann, wenn

$G_1$  das Gewicht von  $l_1$  in kg,

$G_2$  „ „ „ „  $l_2$  „ „

bedeutet, statt  $G$

$$G + 0,4 G_1 + 0,5 G_2 \frac{l_1}{l}$$

und statt  $Q$

$$Q + 0,5 G_2 \text{ gesetzt werden.}$$

#### 1. Gewichtregler.

Belastet man die Muffe des Watt-Reglers mit offener Aufhängung der Schwungmassen  $G$  noch mit einem Gewicht  $Q$ , so entsteht der Porter-Regler, Abb. 13.

Es ist

$$h = l \cos \alpha + a \operatorname{ctg} \alpha; \quad r = l \sin \alpha \quad \text{und für } l_1 = l_2$$

$$s = 2 l_1 (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$



Für die Fliehkraft  $C$  der Schwungkörper  $G$  gilt

$$C = \frac{G}{g} \omega^2 (r + a), \text{ oder } \omega = \sqrt{\frac{C}{r+a} \cdot \frac{1}{G}}$$

und hieraus

$$n = \frac{30 \omega}{\pi} \sim 30 \sqrt{\frac{C}{r+a} \cdot \frac{1}{G}} \dots \dots \dots 3$$

Für den Drehpunkt I der Pendel gilt die Gleichgewichtsbedingung

$$-Cc + Gr + \frac{Q}{\cos \beta} q = 0, \text{ woraus } C = G \frac{r}{c} + \frac{Q}{\cos \beta} \cdot \frac{q}{c}$$

und in Verbindung mit Gl. 3

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{r}{(r+a)c} \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{q}{r \cos \beta}\right) = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{m}{r}\right)$$

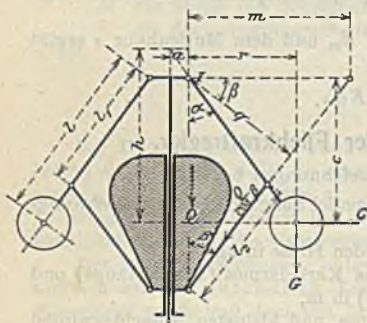


Abb. 13.

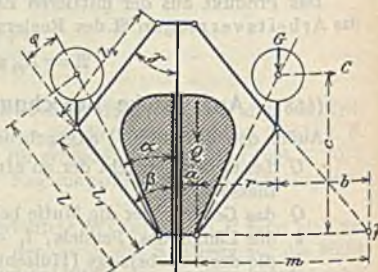


Abb. 14.

bzw. für rhombische Aufhängung ( $\alpha = \beta, l_1 = l_2$ )

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{2Q}{G} \frac{l_1}{l}\right).$$

Es ist ferner

$$E = Q + G \frac{r}{m} \text{ bzw. } = Q + G \frac{l}{2l_1} \text{ (für rhomb. Aufhängung);}$$

$$\epsilon = \frac{2An}{n} = \frac{P}{Q + G \frac{r}{m}}; \quad P = \epsilon \left(Q + G \frac{r}{m}\right).$$

Die Umlaufzahlen sind infolge der Muffenbelastung bei gleichem  $l$  wesentlich größer als beim Watt-Regler, ebenso auch die Energie und die Verstellkraft; dagegen wird der Unempfindlichkeitsgrad klein.

Zu empfehlen ist

$$a = 0,1 l; \quad l_1 = l_2 = 0,66 l \text{ neben } \alpha_2 = 40^\circ;$$

dann wird für

|                       |            |            |            |            |            |
|-----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $\alpha_1 = 42^\circ$ | $43^\circ$ | $44^\circ$ | $45^\circ$ | $46^\circ$ | $47^\circ$ |
| $\delta_r = 0,019$    | 0,027      | 0,036      | 0,045      | 0,055      | 0,067      |

Häufig findet man  $l = l_1$ , obwohl  $l > l_1$  günstiger ist.

Bei dem Proell-Regler, Abb. 14, mit umgekehrter Aufhängung und geknickten Pendelstangen sind die Schwungkörper  $G$  und  $Q$  sowie deren Fliehkkräfte im Gleichgewicht, wenn ihre jeweilige Resultierende durch den augenblicklichen Pol  $\mathfrak{B}$  geht.

Hierfür gilt

$$Cc - Gb - Qm = 0$$

oder

$$C = G \frac{b}{c} + Q \frac{m}{c}$$

und in Verbindung mit Gl. 3

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{c(a+r)} \left(b + \frac{Q}{G} m\right) = \frac{1}{h} \left[\left(1 + \frac{Q}{G}\right) \frac{m}{r} - 1\right].$$

Zumeist  $l_1 = l_2$ ;  $\beta = \gamma$ ; aber  $\alpha < \beta$ .

### 2. Federregler.

Die Wirkungsweise und Berechnung der Federregler läßt sich am besten auf zeichnerischem Wege ermitteln (s. (672)).

#### (669) Konstruktion und Bedeutung der C-Kurven.

Bezeichnet

$G$  das Gewicht und  $M$  die Masse aller Schwungkörper zusammen,  
 $C$  deren gesamte Fliehkraft,

$Q$  das Gewicht der die Muffe belastenden Hülle,

$x$  den Abstand des Schwerpunktes  $M$  von der Spindel,

so findet sich die minutliche Umlaufzahl  $n$  des Reglers aus

$$C = M \omega^2 x = \left(\frac{n}{30}\right)^2 \frac{\pi^2}{g} Gx \sim \left(\frac{n}{30}\right)^2 Gx \dots \dots \dots 4$$

Bestimmt man die Fliehkkräfte  $C$  in den verschiedenen Reglerstellungen und trägt dieselben als Ordinaten von einer Wagerechten aus senkrecht unter den Schwerpunkten der Massen  $M$  ab, so liegen die Endpunkte auf einer Kurve — der sog.  $C$ -Kurve —, die, da sie über den Charakter des Reglers in den einzelnen Wirkungsgebieten Aufschluß gibt, die Charakteristik des Reglers genannt wird.

Für den beliebigen Punkt  $P$ , Abb. 15, einer so ermittelten  $C$ -Kurve folgt

$$\frac{C}{x} = \text{tg } \varphi \dots \dots \dots 5$$

worin  $\varphi$  den Winkel bedeutet, den der Fahrstrahl  $OP_u$  mit der Wagerechten  $ON$  bildet.

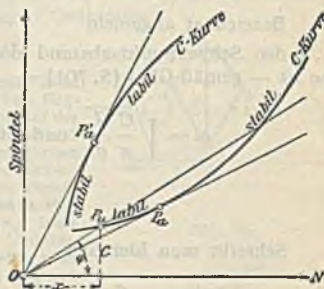


Abb. 15.

Entspricht einem zweiten Punkte der  $C$ -Kurve derselbe Winkel  $\varphi$ , so ist für beide Reglerstellungen die gleiche Umlaufzahl erforderlich.

Ist die  $C$ -Kurve eine durch  $O$  gehende Gerade, so ist der Regler astatisch. Eine größere oder geringere Annäherung an diesen Zustand wird bei unmittelbar wirkenden Reglern angestrebt (vgl. (667)); die  $C$ -Kurve muß sich somit einer durch  $O$  gehenden Geraden möglichst nähern, um die gewünschte Pseudoastasia zu liefern.

Wächst der Winkel  $\varphi$  mit wachsendem Pendelausschlag, so ist der Regler stabil; nimmt  $\varphi$  mit zunehmendem  $x$  ab, so ist der Regler labil (s. Abb. 16).

Kann man in Abb. 15 an die  $C$ -Kurve von  $O$  aus eine Tangente ziehen, so bedeutet der Berührungspunkt  $P_a$  (bzw.  $P_a'$ ) derselben einen sog. astatischen Punkt. Vor dem astatischen Punkte  $P_a$  ist der Regler stabil, dahinter labil, Abb. 15, obere Kurve, oder umgekehrt, Abb. 15, untere Kurve. Ist  $P_a$  bzw.  $P'$ , Abb. 17, ein Wendepunkt der  $C$ -Kurve, so ist der Regler ganz stabil oder ganz labil.

Bei genügender Annäherung der  $C$ -Kurve an eine durch  $O$  gehende Gerade, d. h. an die Astasia, nimmt der Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers

$$\delta_r = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_m} \quad (\text{vgl. S. 697})$$



einen so kleinen Wert an, daß  $\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ , demnach

$$\delta_r = \frac{(\omega_1 - \omega_2) \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}}{\omega_m^2} = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2 \omega_m^2} \dots \dots \dots 6$$

gesetzt werden kann.

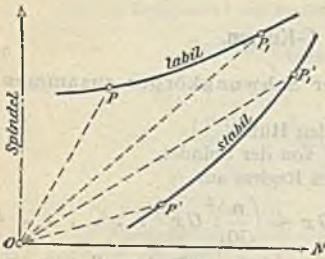


Abb. 16.



Abb. 17.

Bezeichnet allgemein

$x$  den Schwerpunktsabstand eines Schwungkörpers von Mitte Reglerspindel, so ist — gemäß Gl. 4 (S. 701) —

$$\omega = \sqrt{\frac{G}{x} \frac{G}{g}} \text{ und mit Einsetzung des Wertes aus Gl. 5}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{G}} \sqrt{\text{tg } \varphi}.$$

Schreibt man hiernach

$$\omega_1^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_1; \quad \omega_2^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_2; \quad \omega_m^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_m$$

und setzt diese Werte in Gl. 6 ein, so folgt

$$\delta_r = \frac{\text{tg } \varphi_1 - \text{tg } \varphi_2}{2 \text{tg } \varphi_m}.$$

Um diesen Wert aus der C-Kurve zu finden, zieht man in einem beliebigen Abstände  $d$  von  $O$ , Abb. 18, eine Senkrechte zu  $ON$ , überträgt durch Fahrstrahlen von  $O$  aus die Endpunkte  $P_1$  und  $P_2$  der C-Kurve auf diese Senkrechte und ermittelt hier die Abschnitte  $c_1, c_2$  und  $c_m$  wobei

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2} \text{ und } 2c = c_1 - c_2$$

ist, dann wird

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{c_1}{d}; \quad \text{tg } \varphi_2 = \frac{c_2}{d}; \quad \text{tg } \varphi_m = \frac{c_m}{d};$$

folglich

$$\delta_r = \frac{c_1 - c_2}{2 c_m} = \frac{c}{c_m}.$$

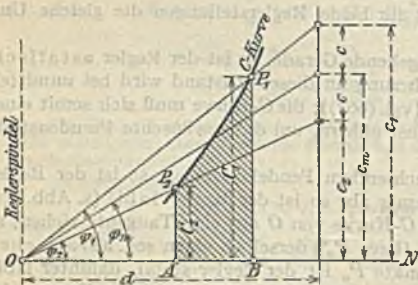


Abb. 18.

Ist umgekehrt  $\delta$ , gegeben und ein Endpunkt der  $C$ -Kurve, z. B.  $P_1$ , so findet man den anderen Endpunkt, indem man

$$c = \delta_r c_m$$

ausrechnet, die Größe  $2c$  von  $P_1$  nach unten abträgt und von dort den Fahrstrahl nach  $O$  zieht, dessen Schnittpunkt mit der  $C$ -Kurve dann den Punkt  $P_2$  liefert. Da die  $C$ -Kurve von der Lage der Reglerspindel unabhängig bleibt, kann der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta$ , des Reglers — beim Entwurf desselben — beliebig abgeändert werden.

In der Nähe eines astatischen Punktes ist der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  am leichtesten klein zu halten; man verwendet deshalb zweckmäßig solche Stücke der  $C$ -Kurve, die ungefähr mit  $P_a$  beginnen und stabil sind.

Die  $C$ -Kurve ermöglicht ferner eine unmittelbare Bestimmung des Arbeitsvermögens  $\mathcal{A}$  eines Reglers. Beachtet man nämlich, daß sich Energie  $E$  und Fliehkraft  $C$  eines Reglers in jeder Stellung desselben das Gleichgewicht halten, und daß für eine unendlich kleine Verschiebung  $ds$  der Muffe die Schwungkugeln in Richtung der Fliehkraft  $C$  um  $dx$  nach außen rücken, so folgt

$$C dx = E ds \quad \text{und} \quad \mathcal{A} = \int E ds = \int C dx.$$

Das Arbeitsvermögen ist in Abb. 18 durch die schraffierte Fläche  $\mathcal{A} = \int C dx = AP_2P_1B$  dargestellt.

Für die weiteren Untersuchungen zur Beurteilung der Fliehkraftregler empfiehlt es sich, die von  $G$  und  $Q$  bzw. von der Spannkraft  $F$  einer Belastungsfeder herrührenden Anteile der Fliehkraft ( $C_g$  und  $C_q$  bzw.  $C_f$ ) getrennt zu ermitteln und zu einer Kurve aufzutragen, deren Ordinaten

$$C = C_g + C_q \quad \text{bzw.} \quad C = C_g + C_q + C_f.$$

(670) Die Untersuchung ausgeführter Regler kann auf folgende Weise vorgenommen werden. Man bringt am Regler eine Zeigervorrichtung mit Skala (nach Abb. 19) an, auf der die Muffenstellungen vergrößert erscheinen. Als oberste und unterste Stellung wählt man nicht die äußersten möglichen Stellungen, um das Spiel des Zeigers beobachten zu können. Die Umlaufzahl wird allmählich gesteigert und beim Durchgang des Zeigers durch die markierten Stellungen mittels Tachometer möglichst genau gemessen —  $n_1, n_0, n_2$ . Nach Erreichung der höchsten Muffenstellung läßt man die Umlaufzahl wieder langsam abnehmen und bestimmt dieselbe beim Niedergang für die gleichen Zeigerstellungen —  $n_2', n_1', n_1'$ . Trägt man die so erhaltenen Umlaufzahlen über den Muffen-(Zeiger-)Stellungen als Abszissen auf, so erhält man ein Schaubild nach Abb. 20 und kann den gesamten Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta$ , den Stabilitätsgrad  $s$  und den Unempfindlichkeitsgrad  $\epsilon$  leicht bestimmen.

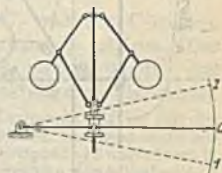


Abb. 19.

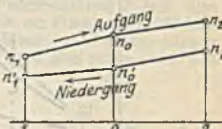


Abb. 20.

$$\text{Ungleichförmigkeitsgrad:} \quad \delta = \frac{n_2 - n_1'}{n_2 + n_1'} = 2 \frac{n_2 - n_1'}{n_2 + n_1'}$$

$$\text{Stabilitätsgrad: für Aufgang } s_a = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = 2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

$$\text{für Niedergang } s_n = 2 \frac{n_2' - n_1'}{n_2' + n_1'}$$

Unempfindlichkeitsgrad: bei 1, 0, 2:

$$\epsilon_1 = 2 \frac{n_1 - n_1'}{n_1 + n_1'}; \quad \epsilon_0 = 2 \frac{n_0 - n_0'}{n_0 + n_0'}; \quad \epsilon_2 = 2 \frac{n_2 - n_2'}{n_2 + n_2'}$$

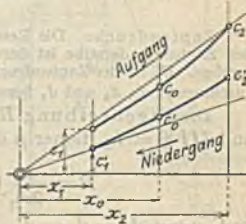


Abb. 21.

Sind  $x_1, x_0, x_2$  die den Stellungen 1, 0, 2 entsprechenden Abstände der Schwerpunkte des Schwungkörpers von der Drehachse, so können die Fliehkraften  $C_1, C_0, C_2, C_1', C_0', C_2'$  aus der Beziehung  $C = M \omega^2 x$  ermittelt werden, wenn  $M = \frac{G}{g}$  die auf den Schwerpunkt reduzierte Masse der Fliehkraft erzeugenden Teile ist. Man kann dann nach obigem die  $C$ -Werte über  $x$  für Auf- und Niedergang auftragen und den Verlauf der  $C$ -Kurven beurteilen, Abb. 21, die zwischen den Strahlen aus  $O$  durch den obersten und den untersten  $C$ -Punkt liegen.





Für die Auswahl der Größe eines Reglers ist zumeist die sog. nützliche Verstellkraft  $W$  maßgebend. Die dieser entsprechende Energie  $E$  folgt bei einem angenommenen gesamten Unempfindlichkeitsgrade  $\varepsilon_r$  aus

$$\varepsilon_n = \varepsilon - \varepsilon_r$$

mit

$$E = \frac{W}{\varepsilon_n} = \frac{W + R}{\varepsilon}$$

Für rhombische Aufhängung des Pendels ( $I$  und  $III$  haben gleichen Abstand von der Spindel,  $III = IIII$  und  $I III$  liegen auf einer Geraden), d. h. bei den Reglern von Watt, Porter und Kley sind die  $C_g$ -,  $C_q$ - und  $C$ -Kurve von gleicher stabiler Gestalt.  $Q$  und  $G$  können, ohne  $\delta_r$  zu beeinflussen, behufs Erzielung anderer Umlaufzahlen beliebig abgeändert werden. (Durch Kreuzung der Stangen läßt sich der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  nach Belieben verringern.) Es ist ferner die Energie  $E$  im allgemeinen konstant, während die Größe  $R$  der Eigenreibung und damit auch  $\varepsilon_r$  für die oberen Stellungen wesentlich niedriger ist als für die unteren.

(672) **Federregler.** Die außer den Gewichten noch mit Federn belasteten Regler gestatten, wie schon (S. 698) hervorgehoben, bei gleicher Regelungsfähigkeit kleinere Ungleichförmigkeitsgrade als Gewichtsregler. Es läßt sich durch passende Wahl der Federabmessungen beliebige Annäherung an die Astasie herbeiführen und da der Charakter des Reglers vollkommen von dem Verhalten der Feder abhängig ist, durch Spannen oder Entspannen derselben der Ungleichförmigkeitsgrad nach Bedarf abändern.

Die Ermittlung der Fliehkkräfte  $C = C_g + C_q + C_f$  und der  $C$ -Kurven usw. der Federregler kann durch Rechnung oder Zeichnung erfolgen. Der Abb. 23 dargestellte Winkelhebelregler von R. Trenck mit Gewichts- und Federbelastung diene als Beispiel.

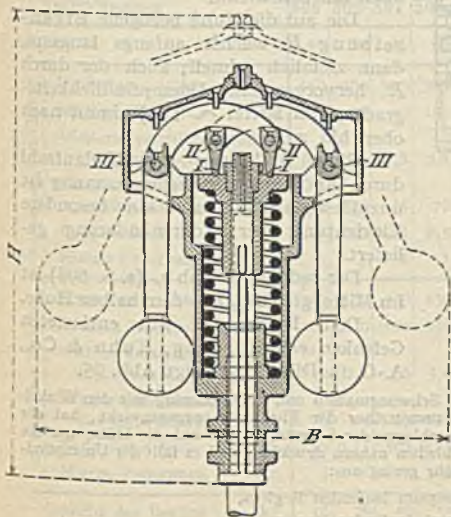


Abb. 23.

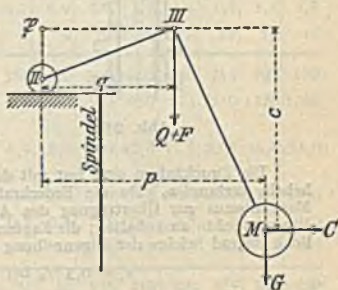


Abb. 24.

Der Drehpunkt  $III$  ist mit der Hülse verbunden und wird somit lotrecht, der Endpunkt  $II$  angenähert in einer Wagerechten durch Stelzen  $I III$  geführt, die um den festen Punkt  $I$  schwingen.

Die Federbelastung  $F$  soll dem größten Teile der Fliehkraft das Gleichgewicht halten; die entsprechende  $C_f$ -Kurve muß also schon einen fast

astatischen Charakter zeigen, damit nach Ausgleich derselben mit der  $C_g$ - und  $C_q$ -Kurve die gesamte  $C$ -Kurve die gewünschte Annäherung an die Astasie erhält.

Unter der Voraussetzung, daß Punkt  $II$  genau wagerecht geführt wird, ergibt sich  $C_q$  durch folgende Überlegung.

Zieht man in dem Abb. 24 ersichtlichen Schema eines Trenck-Reglers durch  $II$  eine Lotrechte, durch  $III$  eine Wagerechte, so liefert der Schnitt beider den augenblicklichen Drehpunkt



für den Winkelhebel, den Pol  $\mathcal{B}$ . In bezug auf ihn gilt

$$-Cc + (Q + F)q + Gp = 0,$$

woraus für die Fliehkraft  $C$ , mit der aus Gl. 4 (S. 701)  $n$  berechnet werden kann, folgt

$$C = (Q + F) \frac{q}{c} + G \frac{p}{c} \dots \dots \dots 7$$

Ferner läßt sich aus Gl. 4, wenn die mittlere Umlaufzahl  $n$  und der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$  gegeben sind,  $C$  ( $C_{\max}$  bzw.  $C_{\min}$ ) und nach Einsetzung des betreffenden Wertes in Gl. 7 die Federspannung  $F$  ( $F_{\max}$  bzw.  $F_{\min}$ ) berechnen.

Mit Berücksichtigung der wirklichen Bahn des Zapfens  $II$  lassen sich alle maßgebenden Größen am einfachsten zeichnerisch ermitteln, s. Tolle, Regelung der Kraftmaschinen.

Federberechnung s. S. 612.

Die Energie  $E$  setzt sich aus zwei Teilen zusammen: aus der Gewichts- und Federbelastung  $Q + F$  und einem von  $G$  herrührenden (im allgemeinen veränderlichen) Betrage  $E_g$ ; für den letzteren gilt

$$\frac{E_g}{C_g} = \frac{Q}{C_v}$$

Mittels dieses Ausdruckes ist  $E_g$  rechnerisch oder zeichnerisch (mit Hilfe zweier ähnlicher Dreiecke) zu bestimmen; schließlich erhält man dann

$$E = Q + F + E_g.$$

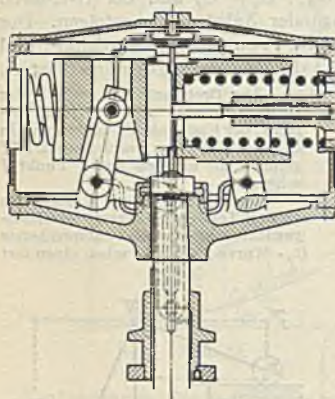


Abb. 25.

$E$  wächst (hauptsächlich infolge der zunehmenden Federspannung  $F$ ) nach oben hin bedeutend.

Die auf die Muffe bezogene Eigenreibung  $R$  wächst anfangs langsam, dann ziemlich schnell; auch der durch  $R$  hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad  $\varepsilon_r$  (im Mittel  $\sim 1\%$ ) nimmt nach oben hin zu.

Eine Änderung der Umlaufzahl durch Änderung der Federspannung ist unzulässig, deshalb wird eine besondere Einrichtung zur Tourenänderung geliefert.

Der reduzierte Hub  $s_r$  (s. S. 698) ist im Mittel gleich  $\frac{1}{2} s$  = dem halben Hube.

Den Federregler mit entlasteten Gelenken von Hartung, Kuhn & Co., A.-G. in Düsseldorf zeigt Abb. 25.

Die Druckfedern sind fest mit den Schwungmassen und diese gelenkig mit den Winkelhebeln verbunden. Da die Federkraft unmittelbar der Fliehkraft entgegenwirkt, hat der Mechanismus zur Übertragung des Ausschlages der Schwungmassen auf die Hülse nur die Eigengewichte auszuhalten; die Zapfen bleiben nahezu druckfrei, und es fällt der Unempfindlichkeitsgrad infolge der Eigenreibung sehr gering aus:

$$\varepsilon_r = 0,3\% \text{ bei langsam laufenden Reglern,}$$

$$\varepsilon_r = 0,2\% \text{ bei rasch laufenden Reglern,}$$

$$\varepsilon_r = 0,1\% \text{ bei Ausführung mit Kugellagern.}$$

Durch Anspannen der Hauptfedern wird die  $C$ -Kurve parallel verschoben und deshalb bald labil; durch Entspannung wird der Ungleichförmigkeitsgrad vergrößert. Immerhin kann auf diese Weise die Umlaufzahl im Stillstand um  $2\%$  erhöht und um etwa  $3\%$  vermindert werden. Zur Verstellung der Umlaufzahl während des Ganges um  $+$  und  $-5\%$  dienen Federwagen mit Belastungs- und Entlastungsfeder, wobei die hohe Empfindlichkeit und der Ungleichförmigkeitsgrad möglichst erhalten bleiben. Die gesamte  $C$ -Kurve ist gerade, so daß die Regler auch bei kleinsten Ungleichförmigkeitsgraden in allen Lagen stabil sind.

Die Energie wie die Fliehkraft nehmen nach oben hin zu, weil die Winkelhebel rechtwinklig sind. Dafür sind aber Klemmungen im Getriebe vermieden. Der reduzierte Hub beträgt je nach Größe und Umlaufzahl  $1/8$  bis  $1/15$  s.

Nach dem Schema Abb. 26 ist für rechtwinklige Hebel

$$C \cdot a \cos \alpha = Q \cdot b \cos \alpha \pm G a \sin \alpha + F a \cos \alpha$$

oder

$$C = C_q \pm C_g + F,$$

wobei

$$C_q = Q b / a = \text{const und } C_g = \pm G \tan \alpha.$$

Ermittelt man für  $Q$  und  $G$  die Werte  $C_q$ ,  $C_g$  und  $C$  und trägt sie über den Stellungen der Schwinggewichte auf, Abb. 27, so sind die  $C_q$ -,  $C_g$ - und  $C$ - Kurven Gerade. Die erforderliche Federspannung  $F$  ist nach obiger Gl.

$$F = C - C_q \mp C_g.$$

Die Eigenreibung kann einfach ermittelt werden. Der Zapfendruck in  $II$  ist  $Q$ , in  $I$   $G + Q$  und in  $M = G$ . Ist  $d$  der Zapfendurchmesser und  $E$  der mittlere Muffendruck, so ist (S. 699)

$$\epsilon_r = \frac{R}{E} = \frac{\mu}{2} \frac{Q \cdot b + (Q + G) d + G d}{E \cdot b} = \frac{\mu d (Q + G)}{E \cdot b}$$

Hartung-Kuhn-Federregler mit normalem<sup>1)</sup> Hub und schweren Gewichten (Abb. 25).

| Regler-Nummer . . . . .                          | 505  | 506  | 507  | 508  | 509 | 510 | 511  | 512  | 513  | 514  | 515  | 516  |
|--|------|------|------|------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| Hub mm   | 16   | 20   | 25   | 30   | 35  | 40  | 50   | 60   | 70   | 80   | 90   | 100  |
| Umdrehungen/Min. . . . .                         | 450  | 400  | 350  | 300  | 250 | 220 | 200  | 200  | 180  | 180  | 170  | 160  |
| Mittlere Energie kg                              | 25   | 55   | 90   | 120  | 140 | 180 | 230  | 375  | 500  | 800  | 1070 | 1500 |
| Mittlere Verstellkraft nach 1% Gesch.-Änderg. kg | 0,5  | 1,1  | 1,8  | 2,4  | 2,8 | 3,6 | 4,6  | 7,5  | 10   | 16   | 21   | 30   |
| Arbeitsvermögen nach 1% Gesch.-Änderg. mm kg     | 8    | 22   | 45   | 72   | 98  | 144 | 230  | 450  | 700  | 1280 | 1890 | 3000 |
| Reduzierter Hub cm                               | 0,28 | 0,3  | 0,35 | 0,5  | 0,7 | 0,9 | 1,0  | 1,1  | 1,3  | 1,4  | 1,5  | 1,8  |
| Hierzu Federwage Nr.                             | 5    | 5    | 6    | 7    | 8   | 9   | 10   | 11   | 12   | 14   | 15   | 16   |
| Umdrehungen/Min. . . . .                         | 700  | 600  | 500  | 430  | 380 | 330 | 300  | 260  | 240  | 215  | 190  | 170  |
| Mittlere Energie kg                              | 60   | 120  | 180  | 250  | 320 | 400 | 500  | 640  | 875  | 1140 | 1320 | 1700 |
| Mittlere Verstellkraft nach 1% Gesch.-Änderg. kg | 1,2  | 2,4  | 3,6  | 5,0  | 6,4 | 8,0 | 10,0 | 12,8 | 17,5 | 22,8 | 26,4 | 34,0 |
| Arbeitsvermögen nach 1% Gesch.-Änderg. mm kg     | 20   | 48   | 90   | 150  | 224 | 320 | 500  | 768  | 1225 | 1820 | 2380 | 3400 |
| Reduzierter Hub cm                               | 0,12 | 0,15 | 0,2  | 0,25 | 0,3 | 0,4 | 0,5  | 0,7  | 0,8  | 1,0  | 1,2  | 1,6  |
| Hierzu Federwage Nr.                             | 5    | 6    | 7    | 8    | 9   | 10  | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
| Gewicht des Reglers ca. kg                       | 16   | 28   | 40   | 55   | 75  | 98  | 138  | 210  | 300  | 385  | 540  | 760  |
| Gewicht m. Verpackung ca. kg                     | 21   | 36   | 50   | 73   | 100 | 125 | 170  | 250  | 350  | 450  | 630  | 870  |

Bei dem von der Hannoverschen Maschinenbau-A.-G., vorm. G. Egestorff, Hannover, gebauten Federregler von Tolle (Abb. 28, S. 708) ist durch Anwendung von zwei Belastungsfedern — einer Längsfeder  $m$  und

<sup>1)</sup> Die Regler mit großem Hub haben den anderthalbfachen Hub bei  $2/3$  Energie.



einer Quersfeder  $n$  — die Möglichkeit gegeben, ohne Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades die Umlaufzahl durch Spannen der Längsfeder und den Ungleichförmigkeitsgrad durch Spannen der Quersfeder zu ändern, wobei im letzteren Falle die gleichzeitig herbeigeführte Änderung der Umlaufzahl durch Entspannen der Längsfeder wieder ausgeglichen werden kann.

Die  $C_q$ - und ebenso die  $C_g$ -Kurve ist astatisch, die gesamte  $C$ -Kurve fast gerade. Der Unempfindlichkeitsgrad infolge Eigenreibung beträgt im Mittel  $\epsilon_r = 0,8\%$ . Die Energie  $E$  ist fast konstant. Der reduzierte Hub beträgt  $s = \frac{1}{12}s$  für die kleineren, bis  $\frac{1}{16}s$  für die größeren Nummern.

(673) **Drehzahländerung.** Bei Gewichtsreglern kann dieselbe durch Vergrößern des Muffengewichts mittels Laufgewichtes am Stellzeughebel (Änderung des Hebelarmes), bei Federreglern durch zusätzliche Belastung der Muffe mittels einer besonderen Feder (Federwage), direkt an der Muffe (kleine Reibung, großer Raumbedarf) oder an einem Hebel angreifen (größere Reibung, geringer Platzbedarf). Änderung der Federspannung mittels Handrad. Meist wird Verstellung der Drehzahl um  $\pm 5\%$  verlangt zwecks Parallelschalten von Maschinen.

### (674) Flachregler (Achsenregler).

**M-Kurven.** Die mit beliebig gestalteten Schwungkörpern arbeitenden, auf der Kurbel-, bei den Ventilsteuerungen auch häufig auf der Steuerwelle sitzenden Regler verstellen in der Regel ein frei bewegliches Exzenter derart, daß Exzentrizität und Voreilwinkel desselben sich ändern.

Ist  $S_0$ , Abb. 29, der Schwerpunkt eines beliebig gestalteten Schwungkörpers von der Masse  $M$  und dem Gewichte  $G$ , der sich im Abstände  $r$  von der Achse  $A$  um diese mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht und  $\mathfrak{M}$  dessen Fliehkraft-

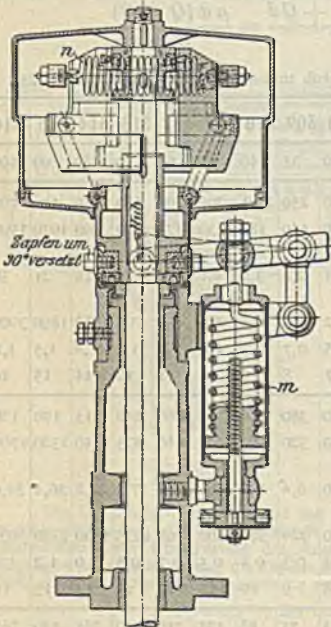


Abb. 23.

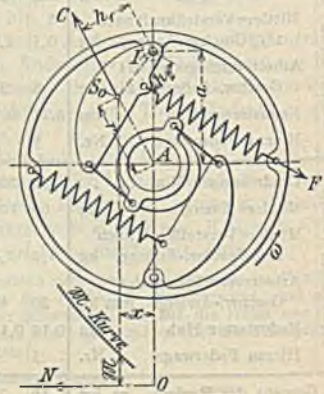


Abb. 29.

moment, so folgt mit den weiteren Bezeichnungen der Abb. 29 für die Fliehkraft

$$C = M \omega^2 r$$

und das von derselben ausgeübte, auf den Zapfen  $I$  bezogene Moment

$$\mathfrak{M} = C h_1 = M \omega^2 r h_1$$

oder, da  $r h_1 = a x$ , somit  $h_1 = \frac{ax}{r}$  auch

$$\mathfrak{M} = C \frac{ax}{r} = M \omega^2 ax = \left(\frac{n}{30}\right)^2 \frac{\pi^2}{g} a G x \dots \dots \dots 8$$

Die  $\mathfrak{M}$ -Kurve läßt sich hiernach genau so aufzeichnen und benutzen wie die  $C$ -Kurve der vorherbesprochenen Kegelregler. Da nach Abb. 29  $\mathfrak{M} = F h_3$  (Moment der Federspannung) von der Lage des Wellenmittels, d. h. von  $a$  ganz unabhängig, bleibt bei Änderung des letzteren der Charakter des Reglers, somit auch der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_r$ , erhalten; es ändert sich nur  $a$  und damit die Umlaufzahl  $n$ .

Auch bei den Flachreglern läßt sich eine  $C$ -Kurve aufzeichnen, deren Fläche

$$A = \int C dx$$

dem Arbeitsvermögen des Reglers entspricht.

Bei genauer Berechnung der Achsenregler sind nicht nur die Fliehkkräfte der eigentlichen Schwungkörper (Pendel), sondern auch diejenigen der Pendelarme, Übertragungsstangen usw. sowie der Federwindungen sinngemäß zu berücksichtigen.

(675) Ausgeführte Flachregler. In Abb. 30 ist ein Achsenregler der Maschinenfabrik J. E. Christoph & Unmack, A.-G., Niesky, dargestellt.

Den Fliehkkräften der um feste Bolzen  $I$  schwingenden Gewichtshebel  $e$  wird durch die Spannkraft einer einzigen zentralen Schraubfeder Gleichgewicht gehalten, deren Enden durch Bolzen  $e$  mit den hier gabelförmig gestalteten Hebeln  $c$  verbunden sind und je ein Schraubengewinde tragen, über das eine Stahlmutter  $g$  greift.

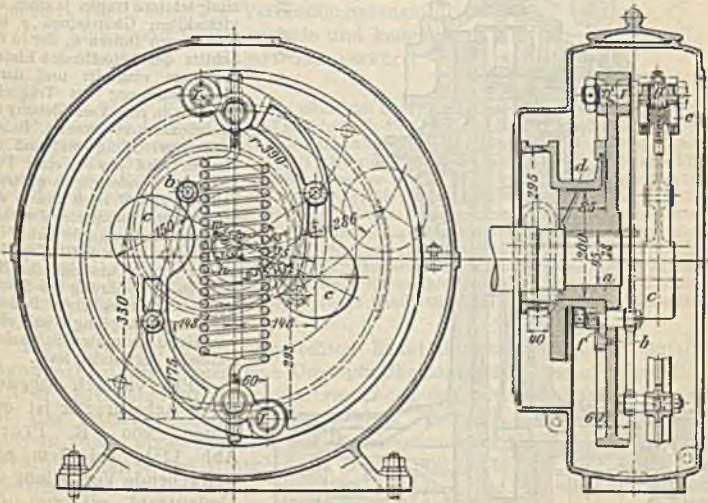


Abb. 30.

Die Gewichtshebel  $e$  sind durch Lenker  $b$  mit dem Steuerexzenter  $d$  verbunden, das sich auf der exzentrisch ausgeführten Nabe der auf der Kurbelwelle befestigten Scheibe  $a$  dreht und durch den zweiteiligen Ring  $f$  gegen axiale Verschiebungen gesichert ist.

Das Exzentermittel  $m$  bewegt sich auf einem Kreisbogen  $n$  in der in Abb. 30 ersichtlichen Weise. Der Regler ist von einem zweiteiligen gußeisernen Gehäuse umgeben.

Einen mit Trägheitsring versehenen, zu einer liegenden Dampfmaschine gehörigen Flachregler — sog. Beharrungsregler (Bauart Lentz) — zeigt Abb. 31.



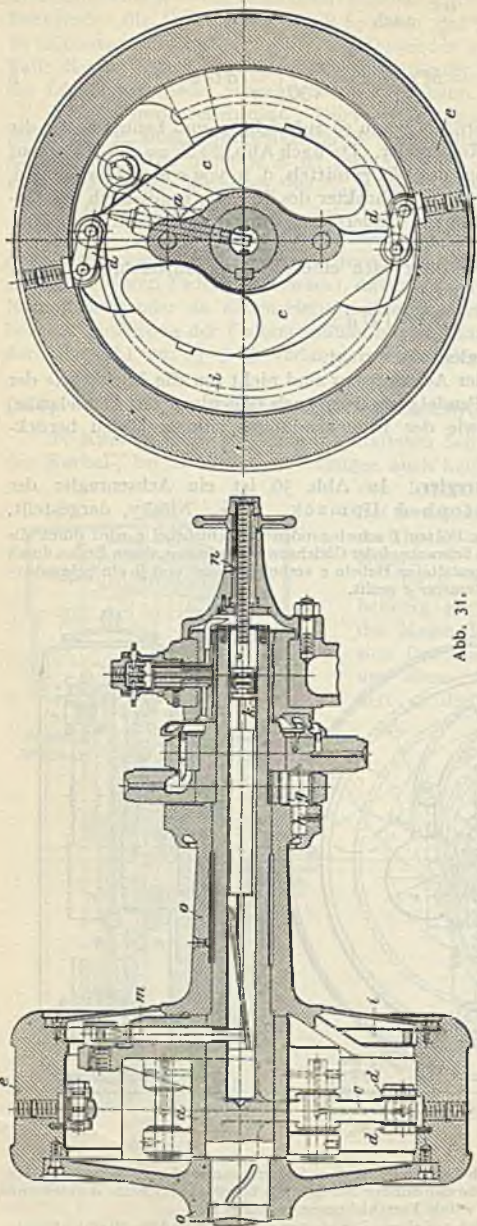


Abb. 31.

Er besteht aus dem auf der Steuerwelle befestigten Pendelträger *a*, an dem mittels Bolzen die Schwunggewichte *c* drehbar befestigt sind; letztere sind durch Schließen *d* mit dem auf die Welle lose aufgeschobenen Trägheitsring *e* gelenkig verbunden. Dem durch die Pendelfliehkkräfte entwickelten, eine Verdrehung des Ringes anstrebenden Drehmomente wirkt das durch die Spannung einer kreisförmigen Biegungsfeder *i* erzeugte statische Moment entgegen. Die Feder ist einerseits mit dem Schwungring *e*, andererseits mit dem Pendelträger *a* verbunden.

Beim Anlassen der Maschine wird der Trägheitsring durch die Feder so lange mitgenommen, bis bei zunehmender Drehgeschwindigkeit die Pendel ausfliegen. Die Feder wird dann gespannt, der Ring, der bereits die Geschwindigkeit der Maschine angenommen hat, zurückgezogen und das mit ihm verbundene Einlaßexzenter auf die entsprechende Füllung eingestellt. Zu dem Zwecke ist der Ring *e* beiderseits mit hülsenartigen Verlängerungen *o* versehen, die an den Enden zu Scheiben ausgebildet sind; letztere tragen je einen von viereckigen Gleitsteinen *g* umschlossenen Bolzen *h*, der in den Schlitz des betreffenden Einlaßexzenter eingreift und damit die Verdrehung des Trägheitsringes *e* in eine Verschiebung des Einlaßexzenter umsetzt. Behufs Tourenverstellung während des Ganges wird der in einer Führung des Pendelträgers gleitende Stift *m* radial nach außen verschoben und damit eine Zunahme der Federspannung bewirkt. Das innere Ende des Stiftes *m* liegt in der schräg ansteigenden Nut eines in der Bohrung der Steuerwelle längsbeweglichen Bolzens, der durch Kupplung *k* mit einer von Hand gedrehten Schraubenspindel *n* verbunden ist<sup>1)</sup>.

Ein vielfach angewandeter Achsenregler ist derjenige von R. Proell, Abb. 32<sup>2)</sup>, bei dem eine weitgehende Verstellung der Umlaufzahl während des Ganges möglich ist.

De beiden Pendel *p* sind im Gehäuse bei *b* gelagert; die Federn *f*<sub>1</sub> und *f*<sub>2</sub> greifen nicht unmittelbar am Pendel an, sondern durch Rollen *o*, die sich auf

<sup>1)</sup> Über Beharrungsregler s. A. Stodola, Das Siemenssche Regulierprinzip und die amerikanischen „Inertie-Regulatoren“; Z. 1899, S. 506.

<sup>2)</sup> Nach M. Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

einer Rollbahn der Pendel bewegen und durch  $l$  um den Punkt  $h$  im Kreisbogen geführt werden. Die Bewegung der Pendel bewirkt die Verstellung der Exzenter mittels Stellstangen.

Die anderen Enden der Federn greifen an den Punkten  $g$  des Winkelhebels  $d$  an. Die Verstellung der Umlaufzahl erfolgt durch Verschieben einer in der Welle befindlichen Spindel mittels Handräder, wodurch zwei in die Spindel eingreifende Winkelhebel, die im Gehäuse gelagert sind, gedreht werden und durch die Stellstangen  $s$  die in  $d$  gelagerten Winkelhebel verstellen, so daß die Federspannung sowohl durch die Bewegung des Punktes  $g$  verändert wird, als auch gleichzeitig durch Verändern des Hebelarmes am Pendel mittels der Lenkstangen  $l$ , welche die Rolle  $r$  und das andere Federende auf den Pendeln  $p$  verschieben. Durch verschieden steife Federn, die so gespannt werden, daß bei der kleinsten Umlaufzahl die steifere Feder noch spannungslos ist und bei der größten Umlaufzahl die gleiche Spannung erhält, wie die weichere, kann der Bereich der Verstellung auf 1:5 erweitert werden.

(676) Leistungsregler. Die Aufgabe dieser Regler besteht — im Gegensatz zu den vorhergesprochenen Reglern — darin, die minutliche Umlaufzahl einer Kraftmaschine, bei gleicher Hubarbeit derselben, innerhalb weiter Grenzen zu verändern; sie müssen sich von Hand oder selbsttätig auf kleinere oder größere Umlaufzahlen einstellen lassen, derart, daß die einem bestimmten Füllungsgrade der betreffenden Kraftmaschine entsprechende Stellung der Steuerung stets dieselbe bleibt. Dies läßt sich nach F. J. Weiß durch einen stark statischen Regler erreichen, dessen Muffe mit der Steuerung in eine abänderliche Verbindung gebracht wird.

Abb. 33 zeigt eine solche Verbindung zwischen dem Regler und einem Riderschieber. Die zweiteilige Verbindungsstange  $a b$  trägt Links- und Rechtsgewinde und kann durch das Handrad  $f$  verlängert oder verkürzt werden.

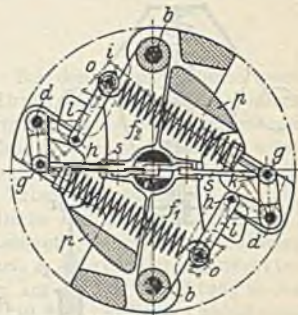


Abb. 32.

Nimmt z. B. der Wasserbedarf bei einer aus Dampfmaschine und zugehörigen Pumpe bestehenden Wasserwerksanlage ab, und soll deshalb die Umlaufzahl der Maschine bei vollständig offenem Dampfzulaßventil — also ohne Zubillfenahme von Dampfdruck — verringert werden, so ist die Stange  $a b$  zu verlängern. Damit wird zunächst die Steuerung auf eine kleinere Füllung gebracht, als dem Beharrungszustand der Maschine entspricht — letztere wird langsamer laufen. Infolgedessen sinkt die Reglermuffe  $d$  so lange, bis der alte Füllungsgrad wieder erreicht ist. Nunmehr hat der Regler eine neue, kleinere Umlaufzahl angenommen, die so lange andauert, bis durch abermalige Verlängerung der Verbindungsstange  $a b$  eine Wiederholung des geschilderten Vorganges erfolgt bzw. durch Verkürzung derselben eine entsprechend größere Umlaufzahl eingestellt wird. Der von Weiß in bezug auf Regulierfähigkeit als am zweckmäßigsten angegebene Leistungsregler hat einen Gewichtslast und ein Kreuzschleifengetriebe mit festem Pendeldrehpunkt; die zylindrischen Schwungkörper tragen unmittelbar auf ihrer oberen Seite die Muffenbelastung  $Q$ .

Nach den von Tolle angestellten Ermittlungen beträgt der durch die Eigenreibung hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad dieses Reglers in den unteren Lagen über  $40\%$ ; er wird zwar nach den mittleren Lagen hin kleiner, hat aber immer noch als kleinsten Wert  $\epsilon_r = 16\%$ . Der Muffendruck ist konstant, doch findet man für das Arbeitsvermögen und den Muffenhub nur verhältnismäßig kleine Werte<sup>1)</sup>. Die Umlaufzahl ist bei der kleinsten Nummer des Weißschen Reglers nur 5,6mal so groß wie für die niedrigste Muffenstellung. Demgegenüber lassen sich bei dem zur Gewinnung einer stark statischen  $C_q$ -Kurve mit umgekehrter Aufhängung der nach außen geknickten Pendelarme und mit entsprechender Federbelastung ausgeführten Leistungsregler von Tolle erheblich günstigere Verhältnisse schaffen.

Bei diesem Regler beträgt der durch die Eigenreibung hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad  $\epsilon_r$  für alle Reglerstellungen nur etwa  $1,2\%$ , und es ist z. B. bei den von der Hannoverschen Maschinenbau-A.-G. hergestellten

<sup>1)</sup> S. Fußnote 2, S. 710.



Leistungsreglern, Bauart Tolle, die beinahe genau proportional mit dem Muffenhub wachsende Umlaufzahl für die höchste Stellung der Muffe 10mal so groß wie für die niedrigste Muffenstellung — die Zunahme an Umlaufzahl also ganz bedeutend.

Um bei plötzlichen Entlastungen der Kraftmaschine eines Pumpwerkes — bei eintretenden Rohrbrüchen oder dgl. — ein Durchgehen der Maschine zu verhüten, hat Weiß seine Leistungsregler mit einer Auslösevorrichtung versehen, die in Abb. 22 dargestellt ist. Die Verbindungsstange *ab* zwischen Reglerstellhebel und Steuerung ist mittels eines schrägen Einschnittes mit einer auf dem Stellhebel drehbar befestigten Muffe *d* verbunden, deren angeschraubter Arm *e* mit seinem anderen Ende auf einer Stange *fg* gleitet. Überschreitet der Regler die einer noch zulässigen Umlaufzahl entsprechende Stellung, so kommt die Verbindungsstange *ab* und damit die Muffe *d* und der Arm *e* in eine solche Lage, daß letzterer an den Stelling *h* anstößt; dadurch wird der Arm *e* etwas gedreht und die nunmehr aus-

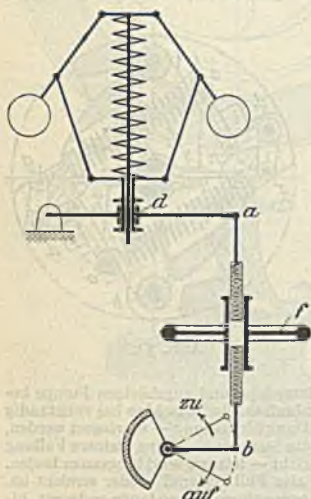


Abb. 33.

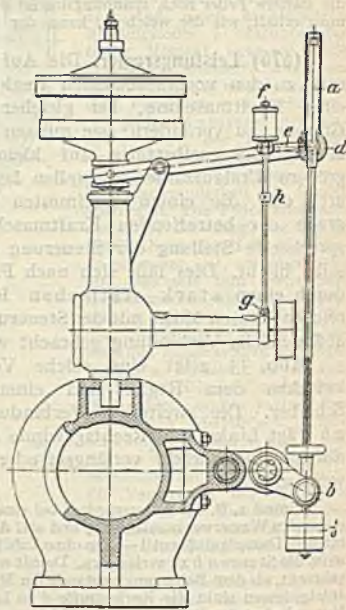


Abb. 34.

geklinte Verbindungsstange *ab* durch das Belastungsgewicht *i* in die untere, der Nullfüllung der Steuerung entsprechende Lage gebracht, d. h. die Maschine augenblicklich abgestellt.

Solche Auslösevorrichtungen sind jedoch sehr empfindlich und unzuverlässig. Der Leistungsregler, System Stumpf (D. R. P. 126774), vermeidet durch seine eigenartige Anordnung eine bei Rohr- oder Gestängebruch etwa auftretende Gefahr in anderer Weise<sup>1)</sup>.

Der verhältnismäßig große Hub dieses Reglers zerfällt in zwei Teile, von denen nur der untere Teil stark statisch und zur Leistungsregelung verwendet wird, während der obere, wie der Hub eines gewöhnlichen Muffenreglers pseudoastatische Teil als Sicherheitshub dient und die Aufgabe hat, sobald durch plötzliche Entlastungen die Höchstgeschwindigkeit der Maschine überschritten wird, diese auf Leerlauf einzustellen. Auch der Hartung-Kuhn-Federregler wird als stark statischer Leistungsregler mit Sicherheitshub ausgeführt.

Über hydraulische Regler siehe unter Wasser- und Dampfturbinen.

<sup>1)</sup> Z. 1902, S. 888.

## Achter Abschnitt.

# Dampfturbinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann.

### Allgemeines.

(677) **Wirkungsweise und Arbeitsvorgang.** Bei den Dampfturbinen wird nicht, wie bei den Kolbenmaschinen, der statische Druck direkt ausgenutzt, sondern es findet zunächst eine Umwandlung der Wärmeenergie in Strömungsenergie statt, dann wird der Dampfstrahl in ein Schaufelrad geleitet und überträgt seine Bewegungsenergie an dasselbe. Der ganze Arbeitsvorgang setzt sich somit aus zwei Teilen zusammen: 1. Verwandlung des Arbeitsvermögens des Dampfes in Strömungsenergie (Bewegungs- oder kinetische Energie, lebendige Kraft) in einer Leitvorrichtung (Düse, Leitkanal, Leitschaukel, s. (686/87)); der Dampf tritt mit der erlangten wirklichen Geschwindigkeit  $c_1$  — absolute Eintrittsgeschwindigkeit  $c_1$  — unter dem Leitwinkel  $\alpha_1$  aus der Leitvorrichtung in das Laufrad, das die Umfangsgeschwindigkeit  $u$  hat. Auf die Laufschaufel bezogen hat der Dampf eine relative Eintrittsgeschwindigkeit  $w_1$ , Abb. 1, unter dem Schaufeleintrittswinkel  $\beta_1$ ; es erfolgt nun 2. die Arbeitsabgabe an das Laufrad durch den Ablenkungsdruck (Bahndruck). Beim Austritt aus der Laufschaufel hat der Dampf eine relative Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  mit dem Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$ , welche mit  $u$  die absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  und den Winkel  $\alpha_2$  derselben ergibt.

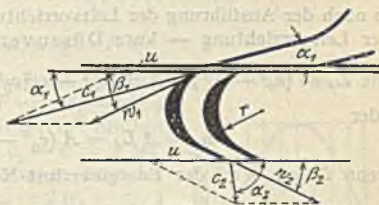


Abb. 1.

Es kann entweder das ganze Druckgefälle in der Leitvorrichtung in Geschwindigkeit umgesetzt werden, so daß im Laufrad und in der Turbinenkammer überall gleicher Druck herrscht — Gleichdruckturbinen —, oder aber es wird nur ein Teil des Druckgefälles im Leitrad, der andere Teil in der Laufschaufel in Geschwindigkeit umgesetzt, so daß im Spalt zwischen Leit- und Laufrad ein Überdruck gegenüber der Schaufelaustrittsseite herrscht — Überdruckturbinen.

(678) **Ausströmgeschwindigkeit.** Das theoretische Arbeitsvermögen  $L$  von 1 kg Dampf ist dasselbe wie bei der Kolbenmaschine, und nach (585) Gl. 76 abc ist, wenn  $c$  die Anfangsgeschwindigkeit (vor der Leitvorrichtung),  $c_0$  die Austrittsgeschwindigkeit,  $i$  der Anfangs-,  $i_0$  der Endwärmeinhalt der adiabatischen (verlustlosen) Strömung entsprechend dem Anfangsdruck  $p$  bzw. dem Enddruck  $p_0$ ,

$$AL = A \int_{p_0}^p v dP = A (c_0^2 - c^2) : 2g = i - i_0 \dots \dots 1$$



woraus die theoretische Ausströmgeschwindigkeit  $c_0$  ermittelt werden kann:

$$c_0 = \sqrt{2g L + c^2} = \sqrt{2g \cdot 427 (i - i_0) + c^2} \dots \dots \dots 2$$

Das Arbeitsvermögen  $L$  kann nach (585) Gl. 77 errechnet werden, oder am bequemsten aus dem Wärmegefälle, das aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm abgegriffen werden kann,  $h_t = i - i_0$ , bestimmt werden. Wird  $c$  vernachlässigt, so ist nach (586) Gl. 78a

$$c_0 = 91,5 \sqrt{i - i_0} = 91,5 \sqrt{h_t} \dots \dots \dots 2a$$

Die wirkliche Strömung verläuft nicht adiabatisch, sondern mit Entropievermehrung wegen der Reibung; die Ausströmgeschwindigkeit wird  $c_1 < c_0$ , der Verlust an kinetischer Energie erscheint als Wärme, Temperatur und Volumen nehmen gegenüber adiabatischer Expansion zu, der Endpunkt liegt dadurch etwa in Punkt  $A_1$ , Abb. 2, auf derselben Druckkurve  $p_0$ . Die Vorgänge im Strahl sind sehr verwickelt, die zahlreichen Versuche<sup>1)</sup> ergeben keine genaue Übereinstimmung. Der tatsächliche Verlauf dürfte etwa nach der Linie  $AA_1$ , Abb. 2, stattfinden. Da der Verlauf nicht bekannt, kann  $i_1$  und  $c_1$  nicht ohne weiteres

ermittelt werden; praktisch führt man einen Erfahrungs-Geschwindigkeitskoeffizienten  $\varphi$  ein, so daß

$$c_1 = \varphi c_0 \text{ mit } \varphi = 0,94 \text{ bis } 0,97,$$

je nach der Ausführung der Leitvorrichtung. Dann ist der Energieverlust in der Leitvorrichtung — kurz Düsenverlust genannt —

$$L_d = (c_0^2 - c_1^2) : 2g = (c_0^2 - \varphi^2 c_0^2) : 2g = \zeta c_0^2 : 2g = \zeta L_d \text{ mkg/kg}$$

oder

$$h_d = A L_d = A (c_0^2 - c_1^2) : 2g = i_1 - i_0, \dots \dots \dots 3$$

wenn  $\zeta = 1 - \varphi^2$  der Energieverlust-Koeffizient.

(679) Geschwindigkeitsplan (-Dreiecke). Mit der ermittelten Geschwindigkeit  $c_1$ , dem Winkel  $\alpha_1$  (s. (677)) und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  kann der Geschwindigkeitsplan für den Eintritt, Abb. 1, und nach Wahl von  $\beta_2$  auch für den Austritt gezeichnet werden. Zur Vereinfachung zeichnet man nur die Dreiecke, die nach Abb. 3 oder Abb. 4 zusammengezeichnet werden. Die

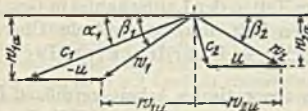


Abb. 3.

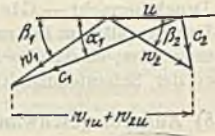


Abb. 4.

Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  ist bei Gleichdruckturbinen wegen der Verluste kleiner als  $w_1$  (s. (681)), bei Überdruckturbinen größer (s. (680)).

<sup>1)</sup> A. Stodola: Dampf- und Gasturbinen. Berlin: Julius Springer 1922; Christleib: Z. 1911, S. 2081; Gutermuth: Z. 1904, S. 75; Loschge: Z. 1916, S. 770 und F.A., Heft 144 u. a. m.

(680) Leistung am Radumfang. Ein Massenpunkt  $m$ , auf den eine konstante Kraft  $P$  wirkt, erhält die Beschleunigung  $P:m$  und nach der Zeit  $t$  sek die Geschwindigkeit  $w = w_a + (P:m)t$ , wenn  $w_a$  die Anfangsgeschwindigkeit, woraus

$$m(w - w_a) = Pt,$$

d. h. die Zunahme der Bewegungsgröße in der Krafrichtung ist gleich dem Produkt aus der Kraft und der Dauer der Einwirkung derselben oder ihrem „Antrieb“ (169).

In der Sekunde tritt in die Schaufel die Masse  $m$  mit der relativen Umfangskomponente  $w_{1u}$  (nach links gerichtet, Abb. 3) und tritt aus mit der Komponente  $w_{2u}$ ; die Bewegungsgröße wächst also von  $-w_{1u}$  über Null auf  $+w_{2u}$ , während die Umfangskraft 1 Sekunde lang wirkt

$$P \cdot 1 = m(w_{1u} + w_{2u}),$$

und da die Geschwindigkeit am Umfang, an dem  $P$  wirkt,  $u$  ist, so ist die sekundliche Leistung am Umfang von 1 kg, dessen Masse  $m = 1:g$ ,

$$L_u = Pu = (w_{1u} + w_{2u})u : g \text{ mkg/kg/sek} \dots \dots \dots 4$$

oder

$$L_u = (w_1 \cos \beta_1 + w_2 \cos \beta_2)u : g \dots \dots \dots 4a$$

Die Geschwindigkeitskomponenten  $w_{1u}$  und  $w_{2u}$  bzw. die Summe  $(w_{1u} + w_{2u})$  kann aus dem Geschwindigkeitsplan, Abb. 3 oder 4, entnommen werden.

Gleichdruckturbinen.

Theoretisch wäre für ein bestimmtes  $u$  die Leistung  $L_u$  ein Maximum, wenn die Winkel unendlich klein würden, dann hätten alle Geschwindigkeiten die Umfangsrichtung und es ist  $w_1 = c_1 - u = w_2 = w_{1u} = w_{2u}$ .

Damit würde

$$L_u = 2(c_1 - u)u : g = Pu.$$

Wichtig ist die Abhängigkeit der Leistung von  $u$ , da davon die Wahl von  $u$  abhängt. Von  $u = 0$  an nimmt zwar  $P = 2(c_1 - u) : g$  ab, jedoch  $L_u$  zunächst zu, wegen größerem Einfluß von  $u$ ; wird jedoch  $u$  so groß, daß  $c_1 - u = 0$  ist, so wird  $P$  und  $L_u$  wieder  $= 0$ , zwischendrin liegt das Maximum bei  $u = \frac{1}{2}c_1$  mit  $L_{u \max} = 2(c_1 - c_1/2)c_1 : 2g = c_1^2 : 2g$  oder, wenn auch die Düsenverluste  $= 0$  sind,  $L_{\max} = c_0^2 : 2g$ , also gleich der verfügbaren Arbeit. Somit ist für die ideale Turbine der Wirkungsgrad  $\eta_u = 1$ ; derselbe ändert sich, ebenso wie die Umfangsleistung mit  $u$  nach einer Parabel, Abb. 5. Wirkungsgrad der wirklichen Turbine s. (682).

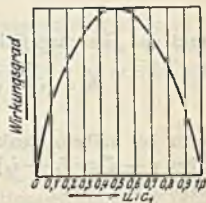


Abb. 5.

Überdruckturbinen.

Werden, wie bei den Gleichdruckturbinen, auch hier die Winkel unendlich klein angenommen, so ist  $w_1 = c_1 - u = w_{1u}$  und bei halbem Reaktionsgrad (S. 716)  $w_2 = c_1$  (da Leit- und Laufschaufel gleiche Geschwindigkeiten haben, Abb. 7), somit nach Gl. 4)

$$L_u = (c_1 - u + c_1)u : g = (2c_1 - u)u : g.$$

Für  $u = 0$  ist  $L_u = 0$  und steigt dann bis zum maximalen Wert bei  $u = c_1$  mit  $L_{\max} = c_1^2 : g$ , und da bei halbem Reaktionsgrad  $c_0^2 = \sqrt{2g}L/2$ , so ist ohne Leit- und Laufschaufelverlust  $L_{\max} = L$ . Der Wirkungsgrad am Umfang hat den in Abb. 6 gezeigten Verlauf.



Bei Berücksichtigung der Verluste in den Leit- und Laufschaufeln, Abb. 7, kann die Leistung am Umfang bei Überdruckturbinen außer nach Gl. 4 auch wie folgt ermittelt werden. Expandiert der Dampf in der Leitschaufel von  $p$  bis auf den Druck  $p_s$  mit dem Wärmehalt  $i'$ , Abb. 8, so ist:

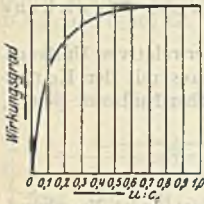


Abb. 6.

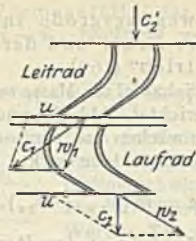


Abb. 7.

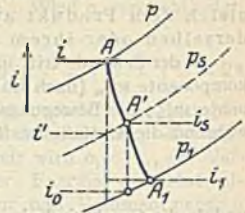


Abb. 8.

$$c_1 = \varphi \sqrt{c_0^2 + c_2'^2} = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A} (i - i') + c_2'^2}$$

oder

$$i - i' = \frac{A}{2g} \left( \frac{c_1^2}{\varphi^2} - c_2'^2 \right),$$

wenn  $c_2'$  die ausgenutzte Austrittsgeschwindigkeit von der vorhergehenden Stufe.

In der Laufschaufel würde die Geschwindigkeit  $w_1$  auf  $\psi w_1$  abnehmen, doch wird durch die weitere Expansion von  $p_s$  auf  $p_1$  (von  $i_s$  auf  $i_0$ ) die Geschwindigkeit, Abb. 7

$$w_2 = \psi \sqrt{\frac{2g}{A} (i_s - i_0) + w_1^2}$$

oder

$$i_s - i_0 = \frac{A}{2g} \left( \frac{w_2^2}{\psi^2} - w_1^2 \right)$$

und das Gesamtgefälle

$$h_r = i - i' + i_s - i_0 = \frac{A}{2g} \left( \frac{c_1^2}{\varphi^2} - c_2'^2 + \frac{w_2^2}{\psi^2} - w_1^2 \right),$$

oder bei halbem Reaktionsgrad (je die Hälfte von  $h_r$  im Leit- und im Laufblad, also  $i - i' = i_s - i_0$ ) mit  $c_1 = w_2$ ;  $c_2' = c_2 = w_1$ ,  $\varphi = \psi$  (gleiche Geschwindigkeitsdreiecke)

$$h_r = \frac{A}{g} \left( \frac{c_1^2}{\varphi^2} - w_1^2 \right) \dots \dots \dots 5$$

Das wirklich ausgenutzte Gefälle ist

$$h_u = i - i_1 = \frac{A}{g} (c_1^2 - w_1^2) \dots \dots \dots 6$$

(681) Verluste. Der Düsen- (Leitrad-) Verlust  $h_d$  ist bereits unter (678) erwähnt; er ist abhängig von der Beschaffenheit der Wandungen, wird durch den Geschwindigkeitskoeffizienten  $\varphi = 0,94$  bis  $0,97$  berücksichtigt und ist nach Gl. 3 zu ermitteln.

Wird der Düsenverlust in das  $i_s$ -Diagramm, Abb. 9, eingetragen, so ist in Punkt  $A_1$  der Zustand am Austritt aus der Leitvorrichtung mit dem Wärmehalt  $i_1 = i_s + h_d$  gegeben.

Der Schaufelverlust  $h_s$  entsteht durch Stoß auf die Schaufel, da der Schaufeleintrittswinkel nicht genau mit der Richtung  $\beta_1$  des Dampfstrahles übereinstimmt (s. (688)), durch Reibung an der Schaufel und insbesondere durch die Strahlumlenkung (ähnlich der Seilreibung); in geringem Maße treten auch Wirbelverluste auf. Diese Verluste sind einzeln nicht bestimmbar, sie werden in einen Geschwindigkeitskoeffizienten  $\psi$  zusammengefaßt, der in Abhängigkeit von der Strahlumlenkung  $\gamma$  bzw. von dem Mittelwert der Schaufelwinkel  $(\beta_1 + \beta_2) : 2$  nach Erfahrungswerten angegeben wird und wie folgt angenommen werden kann:

| $\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} =$ | 10°  | 20°  | 25°   | 30°  | 40°  | 50°   | 60°  | 70°  |
|---------------------------------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|
| $\psi =$                        | 0,71 | 0,82 | 0,845 | 0,87 | 0,90 | 0,925 | 0,94 | 0,95 |

Dann ist  $w_2 = \psi w_1$  und der Schaufelverlust wird

$$h_s = A L_s = A (w_1^2 - w_2^2) : 2g = A (1 - \psi^2) w_1^2 : 2g \text{ kcal/kg} \dots 7$$

Trägt man den Schaufelverlust in das  $is$ -Diagramm, Abb. 9, ein, so ergibt sich durch  $A_2$  der Zustand am Schaufelaustritt.

Der Austrittsverlust  $h_a$  entsteht dadurch, daß die Geschwindigkeit  $c_2$  im Laufrade nicht mehr ausgenutzt wird und meist verwirbelt und in Wärme zurückverwandelt wird; der Verlust ist somit

$$h_a = A L_a = A c_2^2 : 2g \text{ kcal/kg} \dots 8$$

Dadurch wird der Wärmeinhalt um  $h_a$  erhöht, man erhält im  $is$ -Diagramm, Abb. 9, den Zustand  $A_3$ .

Wird die Geschwindigkeit  $c_2$  in der folgenden Stufe ausgenutzt, so kann in dieser die Geschwindigkeit nach Gl. 2 ermittelt werden. Werden die Verluste  $h_d, h_s$  und  $h_a$  von  $h_t$  abgezogen, so ergibt sich die auch nach Gl. 4 zu ermittelnde Leistung am Radumfang

$$h_u = A L_u = h_t - h_d - h_s - h_a.$$

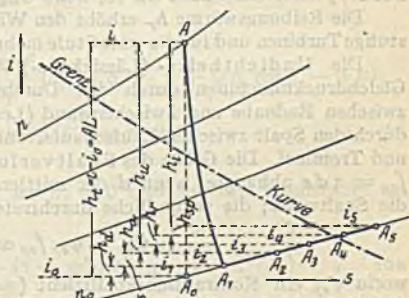


Abb. 9.

Der Radreibungs- und Ventilationsverlust  $h_r$  entsteht durch die Reibung der Radscheiben im Dampf und durch Ventilationswirkung der nicht beaufschlagten Schaufeln.

Die Radreibungs- und Ventilationsarbeit ist nach Versuchen von Stodola in PS

$$N_{r,v} = \alpha (1,46 D^3 + (1 - \epsilon) \cdot 0,83 D l^{1,5}) \frac{u^3}{10^6} \cdot \gamma \text{ PS}, \dots 9$$

worin

$D$  = Teilkreisdurchmesser in m,

$l$  = mittlere Schaufellänge in cm,

$u$  = Umfangsgeschwindigkeit auf  $D$  in m/sek,

$\gamma$  = Dampfdichte in  $\text{kg/m}^3$ ,

$\epsilon$  = der Beaufschlagungsgrad,

$\alpha = 1,0$  bis  $1,2$  für überhitzten,

$\alpha = 1,3$  bis  $1,5$  für gesättigten Dampf, je nach Dichte.



Nach Lasche ist diese Arbeit in kW für unbeaufschlagte unverhüllte Räder

$$N_{rv} = \beta 10^{-9} D^4 l_m n^3 \gamma \text{ kW}, \dots \dots \dots 10$$

worin  $D$  wie oben,  $l_m$  die mittlere Schaufellänge aller Kränze in m,  $n$  die minutliche Umlaufzahl und

$$\begin{aligned} \beta &= 17,5 \text{ für einkränzige Räder,} \\ &= 20,5 \text{ „ zwei „ „} \\ &= 28 \text{ „ drei „ „} \\ &= 42,5 \text{ „ vier „ „} \end{aligned}$$

Gl. 10 soll für  $D = 0,9 \div 1,2$  m und  $l = 0,01 \div 0,05$  m mit  $\pm 5\%$  Genauigkeit gelten.

Die Arbeit  $N_{rv}$  wird ebenfalls in Wärme rückverwandelt, letztere beträgt für 1 kg Dampf

$$h_r = \frac{75 \cdot N_{rv}}{427 \cdot G_{\text{sek}}} \quad \text{bzw.} \quad h_r = \frac{102 \cdot N_{rv}}{427 \cdot G_{\text{sek}}} \text{ kcal/kg} \dots \dots \dots 11$$

mit  $N_{rv}$  nach Gl. 9 bzw. Gl. 10, wenn  $G_{\text{sek}}$  die sekundliche Dampfmenge in kg.

Die Reibungswärme  $h_r$  erhöht den Wärmeinhalt auf  $i_4$ , so daß  $A_4$  für einstufige Turbinen und für die erste Stufe mehrstufiger Turbinen der Endzustand ist.

Die Undichtheits- (Lässigkeits-) Verluste entstehen bei mehrstufigen Gleichdruckmaschinen durch den Durchtritt von Dampf durch den Spalt zwischen Radnabe und Zwischenwand (Leitradscheibe), bei Überdruckturbinen durch den Spalt zwischen Laufschaufel und Gehäuse und zwischen Leitschaufel und Trommel. Die Größe des Spaltverlustes ist somit vom Spaltquerschnitt  $f_{sp} = \pi ds$  abhängig, wenn  $d$  der mittlere Durchmesser des Ringspaltes und  $s$  die Spaltweite; die sekundliche durchtretende Dampfmenge ist

$$G_{sp} = \varphi_{sp} f_{sp} c : v \text{ kg/sek} \dots \dots \dots 12$$

worin  $\varphi_{sp}$  ein Kontraktionskoeffizient ( $= 0,6$  bis  $0,8$ ),  $c$  die Dampfgeschwindigkeit im Spalt und  $v$  das zugehörige Volumen.

Der Spaltverlust ist dann

$$h_{sp} = (h_u - h_r) G_{sp} : G_{\text{sek}} \dots \dots \dots 13$$

er erhöht den Wärmeinhalt in der Stufe auf  $i_5$  in Punkt  $A_5$ , Abb. 9, der der Anfangszustand der folgenden Stufe ist.

Werden die Verluste  $h_r$  und  $h_{sp}$  von der Umfangsleistung  $h_u$  abgezogen, so erhält man die vom Laufrad an die Welle abgegebene innere (indizierte) Leistung

$$h_i = h_u - h_r - h_{sp} \dots \dots \dots 14$$

Die Verluste  $h_{st}$  durch Wärmeleitung, Strahlung und bei mehrstufigen Turbinen durch die Stopfbüchsen sind nicht genau zu ermitteln und sind nach Erfahrung zu schätzen; bei kleinen Turbinen können sie bis zu  $5\%$  betragen, bei großen Leistungen sind sie gering.

Die Leerlaufsverluste (mechanische Verluste)  $h_l$  durch Lagerreibung, Regler- und Ölpumpenantrieb, Rädervorgelege, nehmen mit zunehmender Leistung stark ab; sie werden meist durch den mechanischen Wirkungsgrad  $\eta_m$  (s. (682)) berücksichtigt.

Nach Abzug der äußeren Verluste  $h_{st}$  und  $h_l$  von der an die Welle übertragenen Leistung  $h_i$  ergibt sich die an dem Wellenstumpf (Kupplung) verfügbare effektive (Nutz-) Leistung

$$h_e = h_i - h_{st} - h_l, \dots \dots \dots 15$$

d. h. der wirklich ausgenutzte Teil des Gefälles  $h_t$ .

Bei mehrstufigen Turbinen werden die Verluste in den folgenden Stufen zum Teil ausgenutzt, das adiabatische Gefälle derselben wird dadurch etwas größer, so daß die Summe der Einzelgefälle  $h_i$  größer wird als das ursprüngliche Gesamtgefälle  $H_t$

$$\Sigma (h_i) = \mu H_t \dots \dots \dots 15a$$

$\mu$  ist der Wärmerückgewinnungsfaktor, der je nach Gefälle und Verlusten  $\mu = 1,03-1,08$  betragen kann.

(682) Wirkungsgrade. Der Wirkungsgrad am Radumfang  $\eta_u = h_u : h_t$  hatte nach (680) theoretisch ein Maximum bei  $u/c_1 = 0,5$  für Gleichdruck- und bei  $u/c_1 = 1$  bei Überdruckturbinen. Bei Berücksichtigung der endlichen Winkel und der Verluste hat  $\eta_u$  den Höchstwert bei kleinerem  $u/c_1$ .

Gleichdruckturbinen. In der Annahme  $\beta_1 = \beta_2$  ist nach Abb. 10 (Austrittsdreieck herumgeklappt)

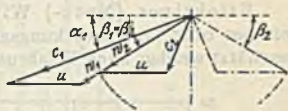


Abb. 10.

$$w_{1u} = w_1 \cos \beta_1 = c_1 \cos \alpha_1 - u$$

$$w_{2u} = w_2 \cos \beta_2 = \psi w_1 \cos \beta_1 = \psi (c_1 \cos \alpha_1 - u)$$

und mit  $c_0 = c_1 : \varphi$  und Gl. 4

$$\eta_u = \frac{L_u}{L} = \frac{2u(w_{1u} + w_{2u})}{c_0^2} = \frac{2u\varphi^2}{c_1^2} (c_1 \cos \alpha_1 - u + \psi c_1 \cos \alpha_1 - \psi u)$$

oder 
$$\eta_u = \frac{2u\varphi^2}{c_1} (1 + \psi) (\cos \alpha_1 - u/c_1) \dots \dots \dots 16$$

Bei  $u/c_1 = 0$  und  $\psi/c_1 = \cos \alpha_1$  ist  $\eta_u = 0$  und hat den Höchstwert bei  $u/c_1 = 0,5 \cos \alpha_1$  mit

$$\eta_{u \max} = \frac{\varphi^2}{2} (1 + \psi) \cos^2 \alpha_1 \dots \dots \dots 16a$$

Abb. 11 zeigt den Verlauf für verschiedene Leitschaufelwinkel  $\alpha_1$  für ein, zwei und drei Geschwindigkeitsstufen (s. (684)).

Überdruckturbinen. Mit Gl. 5 und 6 ist

$$\eta_u = \frac{h_u}{h_t} = \frac{c_1^2 - w_1^2}{c_1^2/\varphi^2 - w_1^2} \text{ und mit } \zeta = 1/\varphi^2 - 1$$

und  $w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2c_1u \cos \alpha_1$  (aus dem Geschwindigkeitsplan) folgt

$$\eta_u = \frac{2(u/c_1) \cos \alpha_1 - (u/c_1)^2}{2(u/c_1) \cos \alpha_1 - (u/c_1)^2 + \zeta} \dots \dots \dots 17$$

$\eta_u$  ist somit von  $u/c_1$  abhängig und erhält den Höchstwert bei  $u/c_1 = \cos \alpha$  mit

$$\eta_{u \max} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + \zeta} \dots \dots \dots 17a$$

Innerer (indizierter) Wirkungsgrad.  $\eta_i = h_i : h_t$ ; er berücksichtigt die Radreibungs- und die Spaltverluste und ist praktisch für die Wahl der Umfangsgeschwindigkeit bzw. des Durchmessers der Stufen maßgebend.

Mechanischer (Betriebs-) Wirkungsgrad.  $\eta_m = h_e : h_i$ ; er berücksichtigt die mechanischen Verluste (s. (681)), sowie meist auch die Stofp-



büchsen- und die Strahlungsverluste. Für Neuentwürfe kann  $\eta_m$  wie folgt angenommen werden.

| $n = 3000$ Umdr/min      |              | $n = 1500$ Umdr/min      |              |
|--------------------------|--------------|--------------------------|--------------|
| Leistung PS <sub>e</sub> | $\eta_m$     | Leistung PS <sub>e</sub> | $\eta_m$     |
| bis 100 PS <sub>e</sub>  | 0,91 — 0,93  | 1000 — 4000              | 0,96 — 0,97  |
| 100 — 400                | 0,94 — 0,96  | 4000 — 6000              | 0,97 — 0,98  |
| 400 — 1000               | 0,96 — 0,97  | 6000 — 10000             | 0,98 — 0,985 |
| 1000 — 3000              | 0,97 — 0,985 | 10000 — 25000            | 0,985 — 0,99 |
| 3000 — 10000             | 0,985 — 0,99 | 25000 — 50000            | 0,99 — 0,994 |
| 10000 — 40000            | 0,99 — 0,995 |                          |              |

Effektiver (Nutz-) Wirkungsgrad.  $\eta_e = h_c : h_t$  (auch thermodynamischer oder Gesamtwirkungsgrad genannt). Derselbe muß bei Neuentwürfen geschätzt werden nach Erfahrungswerten, wie sie die Zahlentafel auf S. 721 gibt.

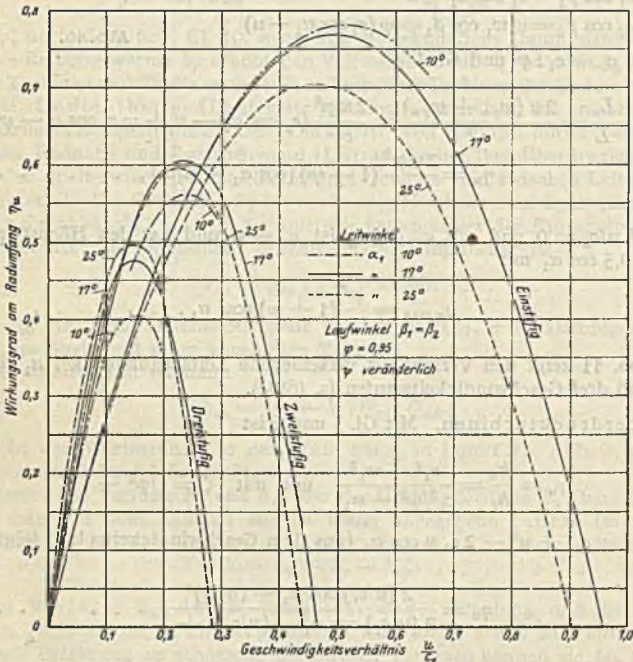


Abb. 11 (nach Stodola).

Die Kennzahl (Parsons) wird häufig als Gütegrad vielstufiger Turbinen angegeben

$$X = \frac{\sum(u^2)}{H}, \dots \dots \dots 18$$

worin  $\sum(u^2)$  die Summe der Quadrate der Umfangsgeschwindigkeit aller Stufen und  $H$  das adiabatische Gesamtgefälle. Bei guten Ausführungen liegt  $X$  zwischen 2200 und 3200.

(683) **Dampfverbrauch.** Der theoretische Dampfverbrauch (der verlustlosen Turbine) für 1 PS in der Stunde ist

$$D_{th} = \frac{75 \cdot 3600}{L} = \frac{75 \cdot 3600}{427 h_t} = \frac{632,3}{h_t} \text{ kg/PS/st.}$$

Effektive (Gesamt-) Wirkungsgrade  $\eta_e$  in % für Kondensationsturbinen.  
Bezogen auf ungedrosseltes Gefälle.

$n = 3000$  Umdrehungen in der Minute.

|                   |     |     |      |      |     |     |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Leistung PS       | 100 | 200 | 300  | 400  | 500 | 750 | 1000 | 1500 | 2000 | 3000 | 5000 | 7500 | 10000 | 15000 | 20000 | 25000 | 30000 | 40000 |
| $\eta_e$ in % von | 45  | 50  | 54,5 | 58,5 | 61  | 65  | 68   | 70   | 71,5 | 73,5 | 76   | 78   | 79    | 80    | 80,6  | 81    | 81,3  | 81,5  |
| bis               | 48  | 55  | 59   | 63   | 66  | 71  | 73   | 75   | 76   | 78,5 | 81   | 82,8 | 83,5  | 84,2  | 84,8  | 85,3  | 85,7  | 86    |

Effektive Wirkungsgrade  $\eta_e$  in % für Gegendruckturbinen<sup>1)</sup>. Bezogen auf ungedrosseltes Gefälle, 1 — 3 at Überdruck Gegendruck und  $n = 3000$  Umdr/min (Für kleinere Umlaufzahlen bis 1500 Umdr/min bei Leistungen über 1000 PS noch annähernd erreichbar.)

|               |    |    |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |       |       |       |
|---------------|----|----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Leistung PS   | 20 | 50 | 100 | 200 | 500 | 750 | 1000 | 1500 | 2000 | 3000 | 5000 | 7500 | 10000 | 15000 | 25000 |
| $\eta_e$ in % | 25 | 34 | 44  | 50  | 59  | 63  | 67   | 70   | 72   | 74,5 | 77,2 | 79,4 | 80,7  | 81,8  | 82,3  |

<sup>1)</sup> Werte der Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Abteilung: Maschinenbau Görlitz (GMA.).

Der effektive Dampfverbrauch, auf die Leistung an der Kupplung bezogen, ist

$$D_e = 632,3 : h_e = 632,3 : h_t \eta_e \text{ kg/PS}_e\text{/st.} \quad \dots \quad 19$$

oder auf die elektrische Leistung bezogen, unter Berücksichtigung des Dynamowirkungsgrades  $\eta_{dyn}$

$$D_e = \frac{632,3}{0,736 h_e \eta_{dyn}} = \frac{859,5}{h_t \eta_e \eta_{dyn}} \text{ kg/kW}_e\text{/st.} \quad \dots \quad 19a$$



Die sekundlich durch die Turbine strömende Dampfmenge ist

$$G_{\text{sek}} = N_e D_e : 3600 \text{ kg/sek, . . . . . } 20$$

wenn  $N_e$  die Nutzleistung ist.

Der Dampfverbrauch einschließlich der für die Kondensation aufzuwendenden Arbeit  $N_k$  ist, wenn  $D_e$  der Verbrauch für eine Nutz-PS und Stunde

$$D_e' = (N_e + N_k) D_e : N_e \text{ kg/PS}_e/\text{st. . . . . } 21$$

Der Arbeitsaufwand für die Kondensation beträgt etwa 2 bis 5% der Nutzleistung je nach Kühlwassermenge und Förderhöhe.

#### Änderungen des Dampfverbrauches.

Für je 1% besseres Vakuum Ermäßigung um 1,5%,

„ „ 1% schlechteres „ Zunahme „ 1,6%,

„ „  $\pm 7^\circ$  Temperaturänderung um  $\mp 1\%$  von 225 bis 350°.

Zunahme des Dampfverbrauches bei Teilbelastung (Drosselregelung) und Überlastung (durch Zuschaltventil)

|                   |               |                    |                            |
|-------------------|---------------|--------------------|----------------------------|
| bei $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ Last |                            |
| um 3%             | 9%            | 21%                | bei Kondensationsturbinen, |
| „ 7%              | 21%           |                    | bei Gegendruckturbinen,    |
| bei 10%           | 15%           | 20%                | 25% Überlast,              |
| um 0%             | 1%            | 2%                 | 3%.                        |

(684) Mittel zur Verminderung der Umfangsgeschwindigkeit. Da die günstigste Umfangsgeschwindigkeit  $u$  bei Gleichdruckturbinen fast gleich der halben, bei Überdruckturbinen fast gleich der Dampfgeschwindigkeit  $c_1$  ist (s. Abb. 5 und 6), so würde bei Ausnutzung des ganzen Gefälles in einer Stufe die Umfangsgeschwindigkeit sehr groß, was sowohl konstruktiv ungünstig, als auch rücksichtlich der Materialfestigkeit unausführbar wäre. Für den praktisch günstigsten Wert von  $u$  kommt zwar die größte innere Leistung in Frage, die wegen der Radreibung eine kleinere Umfangsgeschwindigkeit  $u$  ergibt, aber immerhin noch wesentlich zu groß.

Um brauchbare Umfangsgeschwindigkeiten bei günstigen Wirkungsgraden zu erreichen, kann bei Gleichdruckturbinen die erzeugte Dampfgeschwindigkeit nacheinander in mehreren Laufschaufelreihen ausgenutzt werden — Geschwindigkeitsstufung in mehrkränzigen (Curtis-) Rädern mit zwischen den Laufschaufeln stehenden Umleitschaufeln — oder es kann bei Gleich- und Überdruckturbinen das Druckgefälle so unterteilt werden, daß in jeder der dadurch entstehenden Druckstufen nur eine dem gewählten  $u$  entsprechende Dampfgeschwindigkeit  $c_1$  erzeugt wird.

Bei Gleichdruckturbinen können beide Mittel vereinigt werden; um auch bei Überdruckturbinen die hohe Stufenzahl zu verringern und die Schwierigkeiten der wegen der vollen Beaufschlagung im Hochdruckteil ungünstig kurzen Schaufeln zu vermeiden, werden jetzt fast alle Überdruckturbinen als kombinierte Turbinen ausgeführt mit einer Gleichdruckstufe mit Geschwindigkeitsstufung im Hochdruckteil, reine Überdruckstufen im Niederdruckteil.

Hieraus ergibt sich folgende Einteilung der gebräuchlichen Turbinenbauarten.

#### A. Gleichdruckturbinen.

1. Eine reine Druckstufe (de Laval-Turbine),
2. eine Druckstufe mit Geschwindigkeitsstufung (Curtis-Rad; für Kleinturbinen in Anwendung),
3. mehrere reine Druckstufen (Zoelly-Turbine; Rateau),
4. mehrere Druckstufen, je mit Geschwindigkeitsstufung (Curtis-Turbine; langsamlaufende Turbinen);

5. Hochdruckteil: Druckstufe mit Geschwindigkeitsstufung, Niederdruckteil: reine Druckstufen (vielfach angewendete Bauart: AEG, MAN, Bergmann-El.-Werke, A.-G. Weser, Germaniawerft u. a.).

### B. Überdruckturbinen.

1. Reine Überdruckstufen (Parsons u. a., jetzt nur für große Leistungen und für Gegendruckturbinen verwendet).
2. Kombinierte Turbinen: Hochdruckteil: Gleichdruck mit Geschwindigkeitsstufung, Niederdruckteil: reine Überdruckstufen. (Melms & Pfening, Brown Boveri & Cie., Gutehoffnungshütte, SSW-Röder.)

## Gleichdruckturbinen.

(685) **Berechnung der Gleichdruckturbinen.** Einstufige Turbinen werden nur für kleine Leistungen ausgeführt. Nach Ermittlung des verfügbaren (adiabatischen) Wärmegefälles  $h_t$ , Abb. 9, wobei zweckmäßig  $\sim 1$  at Drosselung angenommen wird, kann  $c_0$  bzw.  $c_1$  errechnet (s. (678)) und nach Wahl des Rad-durchmessers bzw.  $u$  der Geschwindigkeitsplan gezeichnet werden, aus dem  $h_u$  ermittelt werden kann. Nach Schätzung des effektiven Wirkungsgrades  $\eta_e$  (s. (682)) kann der Dampfverbrauch und die sekundl. Dampfmenge  $G_{sek}$  vorläufig bestimmt werden, so daß der Radreibungsverlust  $h_r$  (s. (681)) ermittelt werden kann. Weicht der nach Schätzung des mechanischen Wirkungsgrades (s. (682)) sich ergebende Wert von  $\eta_e$  vom geschätzten stark ab, so müßte  $h_r$  korrigiert werden. Mit der genauer ermittelten Dampfmenge  $G_{sek}$  sind alsdann die Abmessungen der Düsen und Schaufeln zu berechnen (s. u.). Bei mehrstufigen Turbinen muß nach Ermittlung des Wärmegefälles  $H_t$  eine Aufteilung des Gefälles vorgenommen werden unter Berücksichtigung des Wärmerückgewinns S. 719. Dazu kann der Durchmesser oder die Zahl der Stufen angenommen werden. Die Beaufschlagung soll bei Drosselreglung schon in der 1., bei Mengenreglung von der 2. Stufe ab voll sein. Für die kleinste zulässige radiale Kanalhöhe  $a$  (s. u.) ergibt sich dann der Beaufschlagungsdurchmesser  $D$ . Neuerdings werden viel Stufen angewendet („Brünner“ Turbine), wodurch die Verluste abnehmen. Ausnutzung der Austrittsgeschwindigkeit in der folgenden Stufe ist möglich. Um kleine Durchmesser mit voller Beaufschlagung auch bei kleinen Leistungen zu erhalten, kann die Drehzahl hoch gewählt und durch Vorgelege herabgesetzt werden. Die üblichen Durchmesser sind 0,5 bis 1,4 m. Bei  $n=1500$  werden mehr Stufen und größere Durchmesser ausgeführt.

Bei Geschwindigkeitsstufung im Hochdruckteil ist das Gefälle der ersten Stufe natürlich größer; man benutzt diese Stufe als Regelstufe bei Mengenreglung. Die Umfangswirkungsgrade können bei entsprechend gewählten Schaufelwinkeln höher sein, als nach Abb. 11.

Um den günstigsten Wert von  $u/c_1$  zu finden, bestimmt man für einige Werte  $u/c_1$  (also für verschiedene Durchmesser  $D$  bzw.  $u$ , oder falls  $D$  angenommen, für verschiedene  $c_1$  bzw. Stufengefälle) die innere Leistung  $h_i$  bzw.  $\eta_i$  und kann ersehen, bei welchem  $u/c_1$  der Höchstwert von  $\eta_i$  liegt. Der Dampfverbrauch ist zunächst, wie bei den einstufigen Turbinen angegeben, zu ermitteln, der Radreibungs- und der Spaltverlust zu errechnen, ferner  $\eta_m$  und die Stopfbüchsenverluste zu schätzen, womit dann  $h_e$  und der genaue Wert von  $\eta_e$ ,  $D_e$  und  $G_{sek}$  bestimmt werden kann. Die Abmessung der Leitkanäle und Schaufeln sind dann mit dem genauen Wert von  $G_{sek}$  zu berechnen (s. Beispiel (689)).

(686) **Düsen.** Wird das kritische Druckverhältnis (s. (586)) überschritten, so müssen erweiterte Düsen angewendet werden. Es ist für gesättigten Dampf der kritische Druck

$$p_k = 0,5774 p, \quad p : p_k = 1,73$$



die kritische Geschwindigkeit (im engsten Querschnitt)

$$c_k = 323 \sqrt{p v} \text{ m/sek}$$

der engste Querschnitt:

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 199 \sqrt{p/v} \text{ m}^2 \dots \dots \dots 22$$

und für anfangs überhitzten Dampf

der kritische Druck:

$$p_k = 0,5457 p; \quad p : p_k = 1,83$$

die kritische Geschwindigkeit

$$c_k = 333 \sqrt{p v} \text{ m/sek}$$

der engste Querschnitt

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 209 \sqrt{p/v} \text{ m}^2 \dots \dots \dots 22a$$

mit  $p$  und  $p_k$  in  $\text{kg/cm}^2$ ,  $F_{\text{min}}$  in  $\text{m}^2$ .

Der Endquerschnitt  $F_1$  ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung zu

$$F_1 = G_{\text{sek}} v_1 : c_1 \text{ m}^2, \dots \dots \dots 23$$

worin  $v_1$  das Volumen am Düsenende (durch Punkt  $A_1$  im  $i$ - $s$ -Diagramm, Abb. 9 zu ermitteln).

Wegen der Nachteile zu starker Erweiterung wird der Endquerschnitt meist etwas kleiner ausgeführt, der Dampf tritt mit etwas Überdruck aus, beträgt dieser nicht über  $1/2$ , so kann die Strahlablenkung vernachlässigt werden.

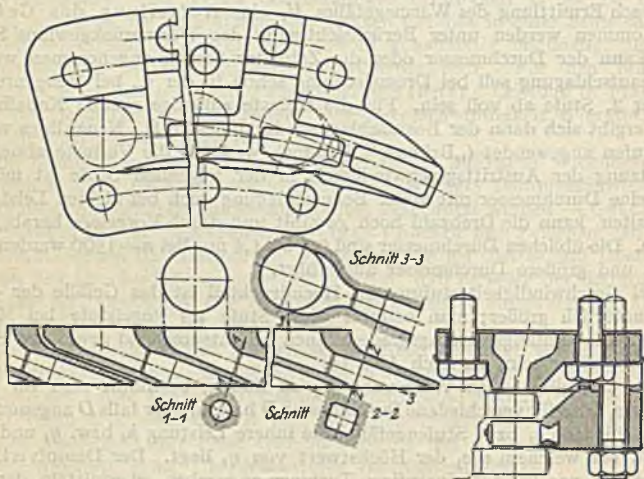


Abb. 12.

Der Kegelwinkel der Düse soll  $10-15^\circ$  nicht überschreiten.

Der Gesamtquerschnitt wird auf mehrere Düsen verteilt, so daß möglichst volle Beaufschlagung erreicht wird, doch darf die radiale Kanalhöhe am Austritt nicht zu klein werden (etwa 7 mm). Der engste Querschnitt kann rund oder rechteckig sein, der Endquerschnitt ist stets rechteckig und im Kreisbogen dem Schaufelkranz angepaßt. Der Düsenwinkel wird meist nicht unter  $\alpha_1 = 20^\circ$  angenommen, bei sehr starker Erweiterung größer.

Düsen werden häufig aus Gußeisen hergestellt, wobei sie zu Segmenten vereinigt werden. Abb. 12 zeigt eine Ausführung der AEG; die Düsenachsen sind geradlinig und stehen tangential an den Teilkreis. Eine einfachere Form zeigt Abb. 13. Zuweilen werden die gefrästen Düsenchaufeln eingegossen oder in Winkelsegmente eingietet.

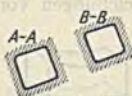
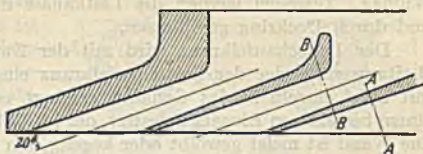


Abb. 13.

(687) Leitkanäle. Diese erhalten keine Erweiterung (da das kritische Druckverhältnis nicht überschritten wird), der Querschnitt ist  $F_1 = G_{\text{sek}} v_1 : c_1 \text{ m}^2$  und wird durch eingegossene Nickelstahlblechschaufeln von meist 2 mm Stärke (bei sehr großer Kanalhöhe auch mehr) gebildet oder durch Fräsen der Kanäle aus dem Vollen (Abb. 16). Die Kanalhöhe  $a$  soll nicht unter  $\sim 7$  mm bei eingegossenen und nicht unter 4 mm bei gefrästen Schaufeln betragen; ist  $z$  die Anzahl der Kanäle, in die der Gesamtquerschnitt  $F_1$  geteilt wird, so ist nach Abb. 14 der Querschnitt eines Kanals

$$f = F : z = a \delta, \quad \text{wobei} \quad \delta = t \sin \alpha_1 - s, \quad \dots \quad 24$$

daraus ist  $a = f : \delta$ .

Die Teilung  $t$  kann zu 20 bis 35 mm bei gefrästen und 43 bis 50 mm bei eingegossenen Schaufeln angenommen werden, wobei  $\pi D : t$  eine ganze Zahl ergeben muß.

Der Leitschaufelwinkel  $\alpha_1$  wird meist zu  $14^\circ$ , in den letzten Stufen  $16^\circ$ ,  $18^\circ$  und mehr angenommen, wegen der starken Volumenzunahme. Die Kanalhöhe  $a$  soll, von der ersten Stufe mit voller Beaufschlagung an, kontinuierlich zunehmen.

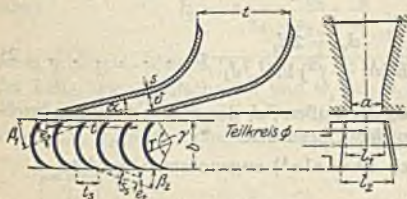


Abb. 14.

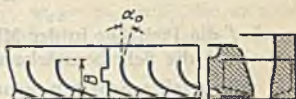


Abb. 15.

Bei großen Leistungen werden im Niederdruckteil nicht erweiterte Kanäle auch bei geringer Überschreitung des kritischen Druckverhältnisses angewendet; es tritt dann im Schrägabschnitt eine Strahlablängung ein, die ermittelt werden muß, da davon der Schaufelwinkel  $\beta_1$  abhängt.

Abb. 15 zeigt den Schnitt durch die eingegossenen Leitschaufeln; die Breite  $B$  ist etwa 45 mm, bei großer Kanalhöhe mehr; der Winkel  $\alpha_0$  wird der Richtung der Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  aus dem vorhergehenden Laufrade angepaßt. Die Schaufelkrümmung soll mit möglichst großem Radius erfolgen. Das gerade Stück soll so lang werden, daß mit der Nachbarschaufel noch etwa 8 mm parallele Führung sich ergeben.

Zwecks besseren Haltes im Gußeisen werden die Schaufelbleche gelocht.

Neuere Ausführungen haben allseitig gefräste Leitschaufeln, Abb. 16 (Erste Brüner Maschinenfabriks-Gesellschaft), die in die Leitradscheiben eingesetzt



und vernietet oder durch Schwalbenschwanz, Abb. 17 (AEG, I Leitapparat) oder Hammerkopf gehalten werden. Abb. 18 zeigt gefräste Leitschaufeln der Wumag. Zuweilen werden die Leitkanäle in den Leitkranz eingefräst (BBC) und durch Deckring geschlossen.

Der Leitschaufelkranz wird mit der Zwischenwand einstückig ausgeführt (Leitapparat) oder der Leitschaufelkranz eingesetzt. Die Leitapparate werden mit Spiel einzeln in das Gehäuse gehängt oder im Hochdruckteil mehrere in einem besonderen Einsatz befestigt, der ins Gehäuse eingesetzt wird, vgl. Abb. 75. Die Wand ist meist gewölbt oder kegelig, um den Dampfdruck ohne wesentliche Durchbiegung aufnehmen zu können. Die Spannung und die Durchbiegung kann nach den Gleichungen von Bach (S. 272) ermittelt werden, die jedoch



Abb. 16.

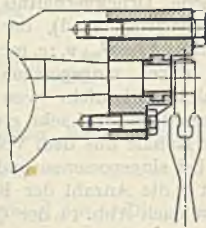


Abb. 17.

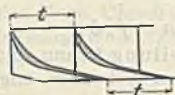


Abb. 18.

nur für ungeteilte ebene Scheiben gelten. Für kegelige ungeteilte Scheiben ist nach Rateau die Durchbiegung

$$y = \frac{d_a - d_i}{2} \cdot \frac{d_a + 2d_i}{E(\delta^2 + f^2) \ln d_a/d_i} \cdot p \quad \dots \quad 25$$

worin  $f$  die Pfeilhöhe in der Mitte,  $d_a$  der äußere,  $d_i$  der innere Scheibendurchmesser,  $\delta$  die Scheibenstärke und  $p$  der Überdruck.

Für geteilte Scheiben kann nach Stodola<sup>1)</sup> angenommen werden

$$\sigma_{\text{halb}} = 1,6 \sigma_{\text{voll}}; \quad y_{\text{halb}} = 2,4 y_{\text{voll}}.$$

(688) **Laufschaufeln.** Der Eintrittswinkel  $\beta_1$  ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsdreieck, man macht jedoch den Winkel am Schaufelrücken etwa  $2 \div 4^\circ$  größer, um Stoß auf den Schaufelrücken zu vermeiden.

Der Austrittswinkel  $\beta_2$  wird gleich  $\beta_1$  oder etwas kleiner gewählt; kleiner Winkel ist zwar für die Umfangskomponente  $w_{1u}$  günstig, doch wird dadurch  $\psi$  (s. 681) kleiner (also auch  $w_2$ ) und die Schaufellänge wegen geringerer Strahldicke ungünstig groß (s. u.).

Die Schaufelbreite  $b$ , Abb. 19 u. 20, wird bei den kleinen de Laval-Turbinen zu 10 mm, bei mehrkränzigen Rädern zu 14 bis 20 mm angenommen. Bei Druckstufen wird bis 50 mm Schaufellänge  $b \approx 20$  mm, bis 200 mm Länge  $b = 25$  mm und über 200 mm  $b = 30$  bis 35 mm ausgeführt. Vielfach auch bei kleinen Längen nicht unter 25 mm Breite.

<sup>1)</sup> A. Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. Berlin: Julius Springer.

Das Schaufelprofil kann nun entworfen werden, die Krümmung soll möglichst großen Halbmesser  $r$  erhalten und die Schaufeln am Austritt ein gerades Stück von  $s \sim 0,5$  mm Stärke. Ausführung als Blechschaufeln, Abb. 19, für Druckstufen oder als Rücken- (Profil-) Schaufeln, Abb. 20, für Geschwindigkeitsstufen (wegen Strahlführung), aber auch für Druckstufen.

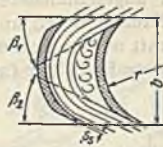


Abb. 19.

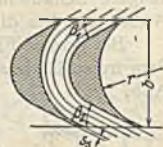


Abb. 20.

Der Kanalquerschnitt bleibt bei Profilschaufeln gleich oder nimmt etwas ab. Die günstigste Strahldicke ist nach Versuchen von Briling

$$e = 0,5 r \text{ und da nach Abb. 14 } e = t_s \sin \beta_1,$$

so ist

$$t_s = e : \sin \beta_1 = r : 2 \sin \beta_1 \dots \dots \dots 26$$

Schaufelzahl  $z = \pi D : t_s$ , abgerundet auf volle Zahl, danach genaue Teilung,

Die Schaufelhöhe (Länge) am Eintritt wird  $l_1 = a + 1$  bis 2 mm angenommen (wegen Streuung); die Austrittshöhe  $l_2$  folgt aus der Stetigkeitsbedingung, wenn  $z$  bzw.  $z_s$  die Zahl der beaufschlagten Leit- bzw. Laufschaufelkanäle (Abb. 14)

$$G_{sek} = z \delta a \cdot c_1 / v_1 = z_s e_2 l_2 \cdot w_2 / v_2,$$

woraus

$$l_2 = a \frac{z}{z_s} \cdot \frac{\delta c_1}{e_2 w_2} \cdot \frac{v_2}{v_1}.$$

Da  $z t = z_s t_s$  sein muß, also  $z : z_s = t_s : t$  und  $\delta = t \sin \alpha_1 - s = (t - s / \sin \alpha_2) \sin \alpha_1$  und  $e_2 = t_s \sin \beta_2 - s_s = (t_s - s_s / \sin \beta_2) \sin \beta_2$ , so ist

$$l_2 = a \frac{t_s}{t} \frac{(t - s / \sin \alpha_1)}{(t_s - s_s / \sin \beta_2)} \cdot \frac{c_1 \sin \alpha_1}{w_2 \sin \beta_2} \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

oder

$$l_2 = a \frac{\tau}{\tau_s} \cdot \frac{w_{1a}}{w_{2a}} \cdot \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots 27$$

wenn  $\tau = (t - s / \sin \alpha_1) : t$  bzw.  $\tau_s = (t_s - s_s / \sin \beta_2) : t_s$  der Verengungsfaktor der Leit- bzw. Laufschaufel und  $w_{1a} = w_1 \sin \beta_1$ ,  $w_{2a} = w_2 \sin \beta_2$  die axialen Komponenten (s. Abb. 3). Damit  $l_2$  nicht zu groß wird, muß  $w_{1a} / w_{2a}$  klein sein, d. h.  $\beta_2$  darf nicht zu klein gewählt werden.



Abb. 21.



Abb. 22.

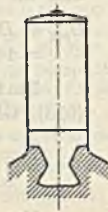


Abb. 23.

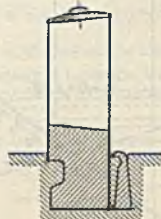


Abb. 24.



Abb. 25.

Die Schaufeln sind auf Zug und Biegung zu berechnen. Sie werden mit Füßen von verschiedener Form, Abb. 21 bis 25, in den Laufrädern befestigt. Eine aus dem Vollen gefräste Schaufel der Bergmann-Turbine zeigt Abb. 26.



Die Flächenpressung zwischen Fuß und Rad darf  $1000 \text{ kg/cm}^2$  bei S.-M.-Stahl und  $1500 \text{ kg/cm}^2$  bei Ni-Stahl nicht überschreiten, deswegen werden längere Schaufeln mit angeschmiedetem Zwischenstück hergestellt, Abb. 27. Außen werden die Schaufeln durch aufgenietete Deckbänder abgedeckt.

Bei großer Fliehkraft werden Schaufeln über 50 mm freier Länge mit nach dem freien Ende abnehmender Stärke (als Träger gleicher Festigkeit) ausgeführt, Abb. 27.

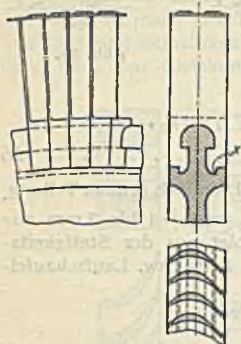


Abb. 26.

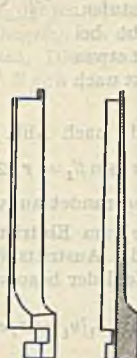


Abb. 27.

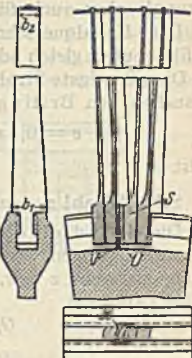


Abb. 28.

Bei sehr langen Schaufeln wird auch die Breite verringert, wie Abb. 28 zeigt, aus der auch die Befestigung der letzten Schaufel  $S$  durch ein untergreifendes Schloß  $U$  und die Beilage  $V$  ersichtlich ist;  $U$  wird oben über  $V$  verstemmt.

### Berechnungsbeispiele.

(689) Einstufige Turbine mit Geschwindigkeitsstufung. Berechnung einer Kleinturbine von  $N_e = 90 \text{ PS}_e$  für  $n = 3000 \text{ Umdr./min}$ , Frischdampf 11 at Üb.,  $250^\circ$  und Auspuffbetrieb ( $p_0 = 1,2 \text{ at abs.}$  wegen Rohrwiderstände).

Das verfügbare Wärmegefälle ist, 1 at Drosselung im Einlaßventil angenommen, Abb. 29,  $h_t = i - i_0 =$

$= 703,5 - 604,5 = 99 \text{ kcal/kg}$ . Wird  $\eta_e = 0,45$  geschätzt (S. 721), so ist der Dampfverbrauch (Gl. 19)

$$D_c = 632,3 \cdot 99 \cdot 0,45 = 14,2 \text{ kg/PS}_e \text{!st}$$

und die sekundliche Dampfmenge

$$G_{\text{sek}} = D_c N_e : 3600 = 14,2 \cdot 90 : 3600 = 0,355 \text{ kg/sek.}$$

Die Dampfgeschwindigkeit (nach (678), Gl. 2 a)

$$c_0 = 91,5 \sqrt{99} = 910 \text{ m/sek,}$$

$$c_1 = 0,95 c_0 = 865 \text{ m/sek.}$$

Um die praktisch günstigste Umfangsgeschwindigkeit  $u$  bzw. den Durchmesser  $D$  zu ermitteln, ist es zweckmäßig für verschiedene Werte von  $u$  bzw.  $u/c_1$  die innere Leistung  $h_i$  oder  $\eta_i$  zu ermitteln, um festzustellen.

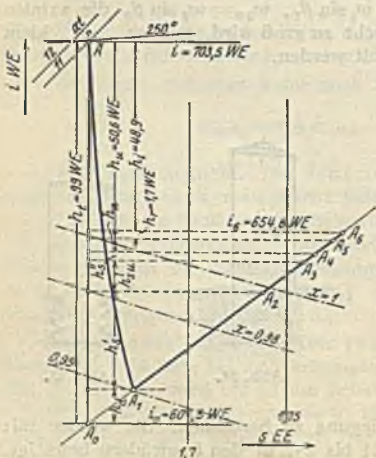


Abb. 29.

wo  $\eta_i$  den Höchstwert hat. Im vorliegenden Falle werde die Ausführung mit 2 Geschwindigkeitsstufen gewählt, dann ist  $\eta_i$  am höchsten bei etwa  $D = 1,0$  m bzw.  $u = 157,1$  kg/sek oder  $u/c_1 = 0,182$  (der günstigste Wert von  $\eta_u$  liegt nach Abb. 11 bei  $u/c_1 = 0,23$ )<sup>1)</sup>. Es werde aber mit Rücksicht auf billigere Ausführung  $D = 0,8$  m,  $u = 125$  m/sek,  $u/c_1 = 0,145$  gewählt, und der Geschwindigkeitsplan Abb. 30 gezeichnet für  $\alpha_1 = 20^\circ$ ,  $\beta_1$  etwas größer als die Richtung von  $w_1$  und  $\beta_2$  etwas kleiner als  $\beta_1$ .<sup>1)</sup>

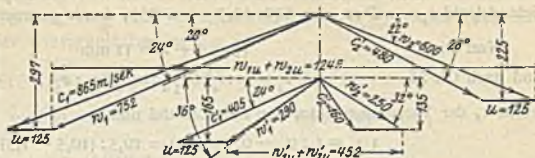


Abb. 30.

Damit wird die Leistung am Umfang:

$$h_u = \frac{u}{g} \frac{(w_{1u} + w_{2u} + w'_{1u} + w''_{2u})}{427} = \frac{125 \cdot 1700}{9,81 \cdot 427} = 50,6 \text{ kcal/kg}$$

und

$$\eta_u = 50,6 : 99 = 0,512.$$

Die Radreibung ist nach Gl. 9, mit  $\alpha = 1,1$ ,  $\varepsilon = 0,9$  und  $l = 2,0$  cm geschätzt, mit dem durch Punkt  $A_6$ , Abb. 27, festgelegten Volumen (s. (575), Gl. 63)  $v_6 = 1,568$  m<sup>3</sup>/kg oder

$$\gamma_6 = 1 : v_6 = 0,64$$

$$\begin{aligned} N_{rv} &= \alpha (1,46 \cdot D^2 + \varepsilon \cdot 0,83 \cdot D l^{1,5}) u^3 \gamma : 10^3 \text{ PS} \\ &= 1,1 (1,46 \cdot 0,8^2 + 0,9 \cdot 0,83 \cdot 0,8 \cdot 2^{1,5}) 125^3 \cdot 0,64 : 10^6 = 3,5 \text{ PS}. \end{aligned}$$

Auf 1 kg Dampf bezogen ist

$$h_r = N_{rv} : 5,7 G_{\text{sek}} = 3,5 : 5,7 \cdot 0,355 \approx 1,7 \text{ kcal/kg}$$

und damit die innere Leistung

$$h_i = h_u - h_r = 50,6 - 1,7 = 48,9 \text{ kcal/kg}, \quad \eta_i = 48,9 : 99 = 0,494.$$

Wird der mechanische Wirkungsgrad einschließlich der Abkühlungsverluste zu  $\eta_m = 0,91$  geschätzt, so wird der effektive Wirkungsgrad (an der Wellenkupplung)

$$\eta_e = \eta_i \cdot \eta_m = 0,494 \cdot 0,91 = 0,45,$$

stimmt also mit der Annahme überein.

Die Düsen- und Schaufelabmessungen sind für eine Dampfmenge von  $G_{\text{sek}} = 0,36$  kg/sek (Garantie) berechnet.

Düsen. Der engste Querschnitt ist ((686), Gl. 22 a)

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 209 \sqrt{p} \cdot v = 0,36 : 209 \sqrt{11 : 0,206} = 0,000236 \text{ m}^2 = 236 \text{ mm}^2.$$

Der Endquerschnitt ist  $F_1 = G_{\text{sek}} v_1 : c_1 = 0,36 \cdot 1,38 : 865 = 574 \text{ mm}^2$ , es werde jedoch  $F = 540 \text{ mm}^2$  ausgeführt, so daß der Dampfstrahl etwas Überdruck hat (das Volumen  $v_1$  ist im Punkt  $A_1$ , Abb. 29, nach Abtragen des Düsenverlusts zu ermitteln mit  $x_1 = 0,95$  und  $v'' = 1,451$ ,  $v_1 = x v'' = 1,38$  m<sup>3</sup>/kg).

Es seien für Vollast 4 Düsen mit rechteckigem Querschnitt angenommen, jede somit

$$f_{\text{min}} = 238 : 4 = 59,5 \text{ mm}^2 = 7 \times 8,44 \text{ mm}$$

$$f_1 = 540 : 4 = 135 \text{ ,, } = 9 \times 15 \text{ ,, .}$$

Die Ausführung als gegossene Düsen zeigt Abb. 31, welche auch die sich aus der Schaufelbreite  $b = 15$  mm, den Winkel  $\beta$  und  $\beta_2$  und möglichst großem Krümmungshalbmesser  $r$  ergeben-

<sup>1)</sup> Bei Wahl entsprechender Austrittswinkel  $\beta_2 < \beta_1$  kann  $\eta_u$  besser werden, als in Abb. 11 S. 720 angegeben; vgl. Wagner, Wirkungsgrad der Dampfturbinenschaufungen. Berlin: Julius Springer.



den Schaufelprofile erkennen läßt. Damit lassen sich die folgenden Werte der Schaufelabmessungen usw. ermitteln.

I. Kranz.  $\beta_1 = 24^\circ$ ,  $\beta_2 = 22^\circ$ ,  $r = 8,5$  mm und nach Gl. 25  $t_s = 8,5 : 2 \sin 24^\circ = 10,5$  mm, Schaufelzahl  $z_s = \pi D : t_s = \pi \cdot 800 : 10,5 = \sim 239$ , damit genauer  $t_s = 10,51$  mm.

Nun wird  $l_1 = 9 + 2 = 11$  mm  
 und nach Gl. 26  $l_2 = (a : r_s) (w_{1\alpha} : w_{2\alpha}) (v_2 : v_1)$ ,

worin  $t_s$  der Verengungsfaktor der Laufschaufel und  
 $1/r_s = t_s : (t_s - 0,5/\sin \beta_2) = 10,5 : (10,5 - 1,3) = 1,125$ ,

wegen der kleinen Beaufschlagung ist der Verengungsfaktor der Düse = 1 gesetzt;  $w_{1\alpha}$  und  $w_{2\alpha}$  aus dem Geschwindigkeitsplan, Abb. 30;  $v_2 : v_1$  werde vernachlässigt; damit wird

$$l_2 = 9 \cdot 1,125 \cdot (297 : 225) = 13,35 = \sim 13,5 \text{ mm.}$$

Umleitschaufeln:  $\beta_1 = 28^\circ$ ,  $\beta_2 = 24^\circ$ ,  $r = 9$  mm,  $t_s = 9,6$  mm,  $1/r_s = 1,146$ ;

$$l_1 = 13,5 + 1,5 = 15 \text{ mm} \quad l_2 = 13,35 \cdot 1,146 (225 : 165) = 20,85 \sim 21 \text{ mm.}$$

II. Kranz:  $\beta_1 = 36^\circ$ ,  $\beta_2 = 32^\circ$ ,  $r = 9,3$  mm,  $t_s = 8,8$  mm,  $1/r_s = 1,12$ ; Schaufelzahl  $z_s = \pi \cdot 800 : 8,8 = \sim 286$  und damit genau  $t_s = 8,79$  mm

$$l_1 = 21 + 2 = 23 \text{ mm} \quad l_2 = 20,85 \cdot 1,12 (165 : 135) = 28,7 \sim 29 \text{ mm.}$$

Es kann nun noch zur Kontrolle die Wärmebilanz aufgestellt werden, wozu die einzelnen Verluste  $h_d$ ,  $h_{s1}$ ,  $h_{r,u}$ ,  $h_{s2}$ ,  $h_a$  und  $h_r$  ausgerechnet werden, die zusammen mit  $h_t$  das verfügbare Gefälle  $h_e$  ergeben müssen. Die Verluste sind im  $i$ - $s$ -Diagramm, Abb. 29, eingetragen.

Den Schaufelschnitt zeigt Abb. 31.

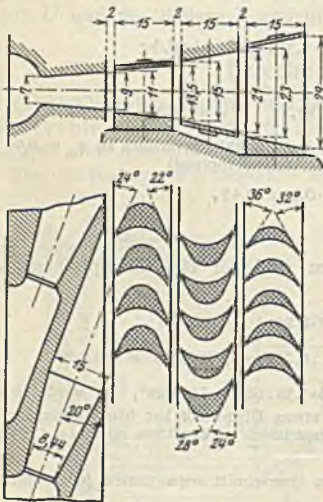


Abb. 31.

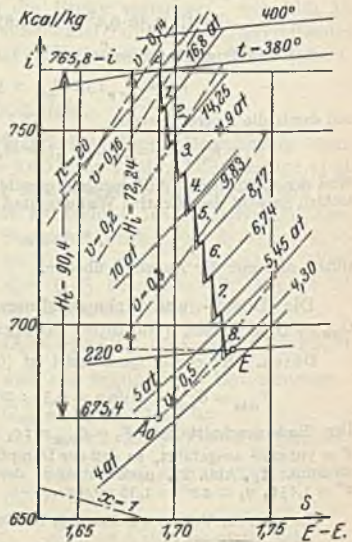


Abb. 32.

(690) Mehrstufige Turbine mit reinen Druckstufen. Berechnung einer Gegendruckturbine von  $N_e = 2000$  PS<sub>e</sub> bei  $n = 3000$  Umdr./min für Dampf von 20 at a, 380° C und 3,3 at Gegendruck.

Aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm, Abb. 32, ist das verfügbare Wärmegefälle  $H_e = 765,8 - 675,4 = 90,4$  kcal/kg und,  $\eta_e = 0,74$  geschätzt (S. 721), der

Dampfverbrauch  $D_e = 632,3 : (90,4 \cdot 0,74) = 9,45$  kg/PS<sub>0</sub>h bzw. die sekundliche Dampfmenge  $G_{sk} = 2000 \cdot 9,45 : 3610 = 5,25$  kg/s.

Um volle Beaufschlagung von der I. Stufe an zu erhalten, muß der Durchmesser  $D$  ermittelt werden, der eine Mindestkanalhöhe  $a \geq 4$  mm (gefräste Kanäle) ergibt. Aus der Stetigkeitsbedingung ist

$$F_1 c_1 = G_{sk} \cdot v_1 \quad \text{und mit } F = a \delta z,$$

$$z = \pi D : t \quad \text{und} \quad \delta = t \sin \alpha_1 - s = (t - s/\sin \alpha_1) \sin \alpha_1$$

$$a \delta z c_1 = a \frac{t - s/\sin \alpha_1}{t} \cdot \sin \alpha_1 c_1 \pi D = G_{sk} \cdot v_1$$

oder mit dem Verengungsfaktor  $\tau$  (S. 727),  $u/c_1 = \chi$ ,  $c_1 = u/\chi$  und  $u = \pi D n : 60$

$$\frac{a \tau \cdot \pi^2 D^2 n \sin \alpha_1}{60 \chi} = G_{sk} v_1,$$

woraus

$$D = \sqrt{\frac{G_{sk} \cdot v_1 \cdot 60 \chi}{\pi^2 \tau \cdot a \cdot n \sin \alpha_1}} \text{ m} \dots \dots \dots 28$$

$u/c_1 = \chi$  liegt zwischen 0,35 und 0,45, zunehmend mit der Leistung; bei  $\alpha_1 = 14^\circ$ ,  $s = 2$  mm ist für  $t = 35$  mm  $\tau = 0,75$ , für  $t = 43$  mm  $\tau = 0,81$ . Man kann  $\tau$  und  $\chi$  zunächst schätzungsweise annehmen; schätzt man dann den Durchmesser  $D$ , so ergibt sich daraus  $u$ ,  $c_1$ ,  $c_0$ ,  $h_t$  und aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm  $v_1$  (Düsenverlust berücksichtigt). Aus obiger Gleichung kann dann festgestellt werden, ob  $a \geq 4$  mm. Wird  $a$  zu klein, so muß  $D$  kleiner gewählt werden.

Für  $D = 0,9$ ,  $\chi = 0,45$ ,  $\tau = 0,75$  ist

$$u = 141,37, \quad c_1 = 141,37/0,45 = 314,2 \text{ m/s.}$$

$$c_0 = 327 \text{ m/s} \quad h_t = 12,75 \text{ kcal/kg.}$$

Diesem Gefälle entspricht ein Enddruck von 16,5 at und mit dem Düsenverlust nach Gl. (3), S. 714 für  $\varphi = 0,96$

$$h_d = (1 - \varphi^2) h_t = 1 \text{ kcal ist } v_1 = 0,174 \text{ m}^3/\text{kg.}$$

Dann wird die radiale Kanalhöhe

$$a = \frac{G_{sk} \cdot v_1 \cdot 60 \chi}{\pi^2 D^2 \tau \cdot n \cdot \sin \alpha_1} = \frac{5,25 \cdot 0,174 \cdot 60 \cdot 0,45}{9,87 \cdot 0,9^2 \cdot 0,75 \cdot 3000 \cdot 0,242} = 0,00566 \text{ m} = 5,66 \text{ mm.}$$

Der Durchmesser könnte demnach größer genommen werden; mit Rücksicht auf guten Wirkungsgrad sei jedoch  $D = 0,85$  m gewählt mit  $u = 133,52$  m/s. Um das zugehörige günstigste Gefälle  $h_t$  zu finden, sind für verschiedene Werte von  $\chi = u/c_1$  die inneren Wirkungsgrade  $\eta_t$  ermittelt, durch Zeichnen der Geschwindigkeitspläne, aus diesen  $h_u$ , ferner  $h_r$  aus  $N_{r,v}$  nach Gl. 9, S. 717 mit  $\alpha = 1,0$  und Gl. 11,  $h_t = h_u - h_r$  und  $\eta_t = h_t : h_t$ . Trägt man die  $\eta_t$  über  $u/c_1$  auf und zieht die  $\eta_t$ -Kurve, so liegt der Höchstwert bei  $u/c_1 = 0,44$ , d. h.  $h_t = 11,5$  kcal/kg. Für dieses Gefälle ergibt sich mit einem geschätzten Wärmerückgewinn von 3% die Stufenzahl

$$z = \frac{1,03 h_t}{h_t} = \frac{1,03 \cdot 90,4}{11,5} = \sim 8,1,$$

also 8 Stufen; die letzten 2 Stufen erhalten größere Durchmesser (860 und 870 mm), um das größere Restgefälle auszunutzen. Die Austrittsenergie werde voll ausgenutzt (s. Gl. 2, S. 714)  $c_0 = 91,5 \sqrt{h_t + h_a}$ ;  $h_a$  ist demnach nicht als Verlust in das  $i$ - $s$ -Diagramm einzutragen. Von der II. Stufe ab kommt noch der Spaltverlust nach Gl. 12 und 13, S. 718 hinzu; wird der Nabendurchmesser zu



$d_n = 200$  mm geschätzt, der Spalt  $s = 0,5$  mm angenommen, so ist der Querschnitt

$$F_{sp} = \pi d_n \cdot s = \pi 200 \cdot 0,5 = 314 \text{ mm}^2$$

und der wirksame Spalt  $\varphi F_{sp} = 0,65 \cdot 314 = 200 \text{ mm}^2$ , also  $G_{sp} = \frac{20,0 c_1}{10\,000 v_1} \text{ kg/s}$ .

Der Leitquerschnitt muß um den wirksamen Spalt kleiner werden  $F = F_1 - 200 \text{ mm}^2$ . Daraus mit  $\alpha_1 = 14^\circ$ ,  $z = 80$  Kanäle, daraus  $t$  und  $\tau$ .

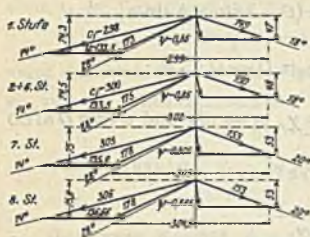


Abb. 33.

Die Geschwindigkeitspläne zeigt Abb. 33, wobei  $\beta_2 < \beta_1$ , Breite 25 mm, Krümmungshalbmesser aus Profilentwurf, daraus  $t_s$ ,  $z_s$ ,  $\tau_s$ .

Die Ergebnisse der Berechnung sind in den untenstehenden Zahlentafeln angegeben. Das innere Gesamtgefälle ist  $H_t = \sum h_t = 72,24 \text{ kcal/kg}$  und der innere Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_{tg} = H_t : H_e = 72,24 : 90,4 = 0,799$$

und mit

$$\eta_m = 0,975 \quad \eta_e = \eta_t \cdot \eta_n = 0,78.$$

Damit

$$D_e = \frac{632,3}{90,4 \cdot 0,78} = 8,98 \text{ kg/PS}_e \text{h.}$$

Für die Berechnung der Querschnitte ist ein Zuschlag von 2% gemacht, um bei kleinen Druckschwankungen die volle Leistung erreichen zu können

$$D_e = 1,02 \cdot 8,98 = 9,15 \text{ kg/PS}_e \text{h}$$

und

$$G_{sk} = 2000 \cdot 9,15 : 3600 = 5,08 \text{ kg/s,}$$

Summe der adiabatischen Stufengefälle

$$\Sigma(h_t) = 92,77 = \mu H_t,$$

woraus der Wärmerückgewinnungsfaktor

$$\mu = \Sigma(h_t) : H_t = 92,77 : 90,4 = 1,025.$$

Die Summe der Quadrate der Umfangsgeschwindigkeiten ist

$$\Sigma(u^2) = 144230$$

und die Kennzahl

$$X = \Sigma(u^2) : H_t = 144230 : 90,4 = 1595.$$

Die innere Leistung der einzelnen Stufe ist  $N_t = h_t \cdot G_{sk} \cdot 427 : 75 = 5,7 \cdot 5,08 \text{ h}_t = 28,95 \text{ h}_t$  (s. Zahlentafel S. 733) und die Summe

$$N_t = 2089 \text{ PS}_1$$

und

$$N_e = 2089 \cdot 0,975 = 2035 \text{ PS}_e,$$

stimmt also mit der verlangten Leistung gut überein. Den Schaufelschnitt zeigt Abb. 34.

Soll Teillast durch Abschalten von Leitkanälen in der I. Stufe erreicht werden, so ergibt sich für  $\frac{3}{4}$  Last mit 7% Zuschlag (S. 722)

$$D_e = 1,07 \cdot 9,15 = 9,79 \text{ kg/PS}_e \text{h}; \quad G_{sk} = 1500 \cdot 9,74 : 3600 = 4,08 \text{ kg}$$

$\frac{1}{2}$  Last mit 21% Zuschlag

$$D_e = 1,21 \cdot 9,15 = 11,07 \text{ kg/PS}_e \text{h}; \quad G_{sk} = 1000 \cdot 11,07 : 3600 = 3,08 \text{ kg/s.}$$

| Stufe                                   | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Anfangsdruck.                           | 20     | 16,8   | 14,25  | 11,9   | 9,83   | 8,17   | 6,74   | 5,45   |
| Anfangswärmeinhalt $i_1$                | 765,7  | 756,76 | 748,10 | 739,32 | 730,42 | 721,42 | 712,33 | 702,99 |
| Endwärmeinhalt $i_8$                    | 754,2  | 745,26 | 736,60 | 727,82 | 718,92 | 709,92 | 700,51 | 691,04 |
| Adiabatisches Gefälle $h_t$             | 11,5   | 11,5   | 11,5   | 11,5   | 11,5   | 11,5   | 11,82  | 11,95  |
| Teilkreiseldrehmesser.                  | 850    | 850    | 850    | 850    | 850    | 850    | 860    | 870    |
| Umfangsgeschwindigkeit $w$              | 133,52 | 133,52 | 133,52 | 133,52 | 133,52 | 133,52 | 135,9  | 136,66 |
| Theoretische Dampfgeschwindigkeit $c_0$ | 310,2  | 312,5  | 312,5  | 312,5  | 312,5  | 312,5  | 317,0  | 318,5  |
| Wirkliche Dampfgeschwindigkeit $c_1$    | 298    | 300    | 300    | 300    | 300    | 300    | 305    | 306    |
| Geschwindigkeitsverhältnis $w/c_1$      | 0,449  | 0,446  | 0,446  | 0,446  | 0,446  | 0,446  | 0,416  | 0,447  |
| Umfangsleistung $h_u$                   | 9,43   | 9,62   | 9,62   | 9,62   | 9,62   | 9,62   | 9,82   | 9,94   |
| Spez. Volumen für Radreibung.           | 0,175  | 0,198  | 0,218  | 0,267  | 0,310  | 0,366  | 0,435  | 0,525  |
| Radreibung und Ventilation              | 14,7   | 12,6   | 11,1   | 9,4    | 8,1    | 6,8    | 6,6    | 5,8    |
| Radreibung $h_r$                        | 0,49   | 0,43   | 0,37   | 0,34   | 0,27   | 0,23   | 0,22   | 0,19   |
| Spaltverlustmenge $G_{sp}$              | —      | 0,303  | 0,270  | 0,228  | 0,197  | 0,165  | 0,142  | 0,118  |
| Spaltverlust $h_{sp}$                   | —      | 0,53   | 0,48   | 0,41   | 0,35   | 0,30   | 0,26   | 0,22   |
| Inneres Gefälle $h_i$                   | 8,94   | 8,66   | 8,78   | 8,90   | 9,00   | 9,09   | 9,34   | 9,53   |
| Innerer Wirkungsgrad.                   | 77,7   | 75,3   | 76,3   | 77,4   | 78,3   | 79,0   | 79,0   | 79,7   |
| Innere Leistung.                        | 253,5  | 250,4  | 253,9  | 257,4  | 260,3  | 262,9  | 270,1  | 275,6  |
| Leiträder                               |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Leitwinkel $\alpha_0$                   | 14     | 14     | 14     | 14     | 14     | 14     | 14     | 14     |
| Düsenverlust $h_d$                      | 0,9    | 0,9    | 0,9    | 0,9    | 0,9    | 0,90   | 0,93   | 0,94   |
| $h_d + h_{d'}$                          | 735,1  | 746,16 | 737,5  | 728,72 | 719,82 | 710,82 | 701,44 | 691,98 |
| Austrittsvolumen $v_1$                  | 0,173  | 0,196  | 0,220  | 0,264  | 0,305  | 0,363  | 0,430  | 0,520  |
| Leitquerschnitt $F_1$                   | 2950   | 3354   | 3726   | 4470   | 5165   | 6150   | 7170   | 8640   |
| " $F = F_1 - F_{sp}$                    | 2950   | 3154   | 3526   | 4270   | 4965   | 5950   | 6970   | 8440   |
| Zahl der Leitkanäle.                    | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     |
| Teilung $t_1$ .                         | 33,38  | 33,38  | 33,38  | 33,38  | 33,38  | 33,38  | 33,77  | 34,165 |
| Lichte Kanalweite $\delta$              | 6,075  | 6,075  | 6,075  | 5,075  | 6,075  | 6,075  | 6,17   | 6,26   |
| Verengungsfaktor $\tau$                 | 0,7525 | 0,7525 | 0,7525 | 0,7525 | 0,7525 | 0,7525 | 0,755  | 0,758  |
| Radiale Kanalhöhe $a$                   | 6,07   | 6,49   | 7,26   | 8,79   | 10,21  | 12,24  | 14,11  | 16,86  |
| Laufschaukeln                           |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Eintrittswinkel $\beta_1$               | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     |
| Austrittswinkel $\beta_2$               | 18     | 18     | 18     | 18     | 18     | 18     | 20     | 20     |
| Geschwindigkeitskoeffizient $\psi$      | 0,86   | 0,86   | 0,86   | 0,86   | 0,86   | 0,86   | 0,865  | 0,865  |
| Schaukelzahl $z$ .                      | 179    | 179    | 179    | 179    | 179    | 179    | 175    | 177    |
| Teilung $t_2$                           | 14,92  | 14,92  | 14,92  | 14,92  | 14,92  | 14,92  | 15,44  | 15,44  |
| Verengungsfaktor $\tau_2$ .             | 0,892  | 0,892  | 0,892  | 0,892  | 0,892  | 0,892  | 0,906  | 0,906  |
| Geschwindigkeitsverhältnis $w_1/a/w_2$  | 1,58   | 1,556  | 1,556  | 1,556  | 1,556  | 1,556  | 1,415  | 1,425  |
| Schaukelänge a. Eintritt $l_1$          | 7,5    | 8      | 8,5    | 10,5   | 12,5   | 14,5   | 16     | 18,5   |
| " a. Austritt gerechnet $l_2$           | 8,10   | 8,53   | 9,95   | 11,55  | 13,42  | 16,08  | 16,63  | 20,1   |
| " a. Austritt ausgeführt                | 8,5    | 9,0    | 10,0   | 12,0   | 13,5   | 16,5   | 17,0   | 20,5   |

$\Sigma = 72,24$   
 $\Sigma = 2089,1$



Da nach (699) die Stufendrucke sich linear mit der Dampfmenge ändern, so wird bei  $\frac{3}{4}$  Last der Druck in der I. Stufe  $16,8 \cdot 4,08 : 5,08 = 13,5$  at und aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm  $h_t = 24,5$  kcal/kg,  $c_0 = 453$  m/s;  $c_1 = 433$ ,  $v_1 = 0,205$ , also  $F = G_{sk} v_1 : c_1 = 4,08 \cdot 0,205 : 433 = 1935$  mm<sup>2</sup>; damit die Zahl der Leitkanäle:

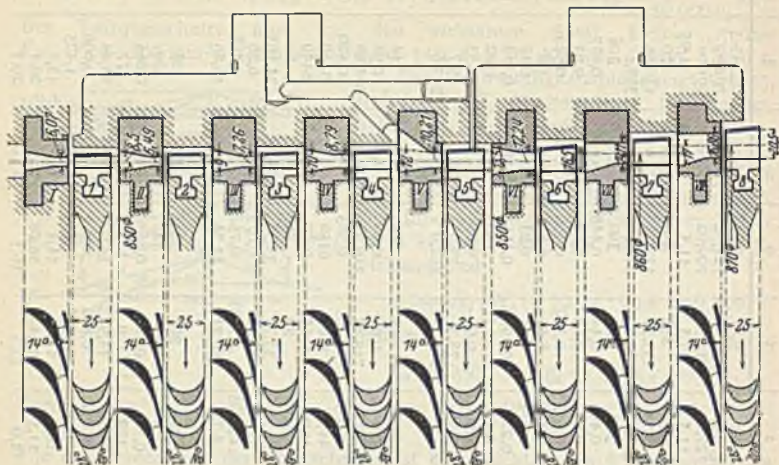


Abb. 34.

$z = 80 \cdot 1935 : 2950 = 53$  (bei Vollast 80). Bei  $\frac{1}{2}$  Last ist  $p = 16,8 \cdot 3,08 : 5,08 = 10$  at, es wird das krit. Druckverhältnis überschritten

$$p_k = 0,546 \cdot 20 = 10,94 \text{ at}, \quad c_k = 333 \sqrt{20 \cdot 0,15} = 576,$$

$$c_{k1} = 0,95 \cdot 576 = 550 \text{ m/sek}; \quad v_k = 0,24 \text{ m}^2/\text{kg},$$

also  $F = 3,08 \cdot 0,24 : 550 = 1345$  mm<sup>2</sup>

und  $z = 80 \cdot 345 : 2950 = 37$  Kanäle,

Überlastung durch Zufuhr von Frischdampf vor die IV. Stufe.

## Überdruckturbinen.

(691) Berechnung der Überdruckturbinen. Da Überdruckturbinen voll beaufschlagt sein müssen, sind sie für kleine Leistungen wegen des kleinen Durchmessers und der kurzen Schaufeln nicht anwendbar. Bei mittleren Leistungen wird der Hochdruckteil mit einer oder mehreren Gleichdruckstufen ausgeführt (hierdurch auch Mengenreglung möglich, s. (699)), bis volle Beaufschlagung in der I. Überdruckstufe bei brauchbarem Durchmesser und Schaufellänge erreichbar. Gleichdruckstufe meist mit Geschwindigkeitsstufe.

Ermittlung des Wärmegefälles  $H_t$  aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm. Nach Schätzung von  $\eta_t = \eta_c \cdot \eta_m$  (S. 720 u. 721) ergibt sich mit  $H_t = H_r \cdot \eta_t$  der voraussichtliche Endzustand  $E$ , Abb. 35, nach Schätzung des Austrittsverlustes der letzten Stufe das wirksame Gefälle  $H_m$ , worauf der Zustandsverlauf  $AE'$  eingezeichnet werden kann. Wird das Gefälle des Gleichdruckteils (durch Annahme des Enddrucks oder des Durchmessers) festgelegt, so ergibt sich der Anfangszustand des Überdruckteils und das Ge-

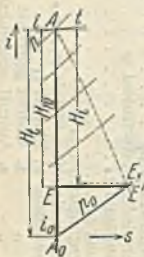


Abb. 35.

fälle desselben. Der Durchmesser der ersten Überdruckstufe kann wie bei den Gleichdruckturbinen (685) aus

$$a \cdot \tau \pi^2 D^2 \sin \alpha_1 = 60 \chi G_{sk} v_1$$

ermittelt werden, wenn für  $a$  die Schaufflänge  $l$  ( $> 10$  mm, besser  $\geq 25$  mm, (692),  $\alpha_1 = 20 - 25^\circ = \beta_2$ ,  $\tau = 0,85 - 0,95$ ,  $\chi = 0,45 - 0,6$  angenommen wird (je größer  $\chi$ , um so mehr Stufen, um so besser  $\eta_e$ ),  $v_1$  aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm nach Schätzung des Zustandes bei Austritt aus der Leitschaufel. Der Durchmesser der letzten Stufe kann ermittelt werden rücksichtlich der größten zulässigen Schaufflänge, die  $\leq 1/7$  bis  $1/8$  des Durchmessers sein kann, also  $\vartheta = D/l = 6 - 7$ . Setzt man in die Gl. 28, S. 731 für  $a$  die Schaufflänge  $l = D/\vartheta$ , so wird der Mindestdurchmesser

$$D = \sqrt[3]{\frac{G_{sk} \cdot v \cdot 60 \cdot \vartheta \cdot \chi}{\tau \cdot \pi^2 n \cdot \sin \alpha_1}} \cdot m \dots \dots \dots 29$$

wobei  $\alpha_1$  bis  $40 - 50^\circ$  betragen kann zur Vermeidung zu großer Schaufflängen.

Die Durchmesser der zwischenliegenden Stufen können entweder für eine Reihe von Stufen gleich und absatzweise wachsend oder allmählich, erst wenig, dann schneller zunehmend gewählt werden. Bei großen Dampfmengen und hohem Vakuum müssen die letzten Stufen mit wesentlich größerem Durchmesser als die vorhergehenden Stufen ausgeführt, man wählt dann mehrgehäusige Ausführung.

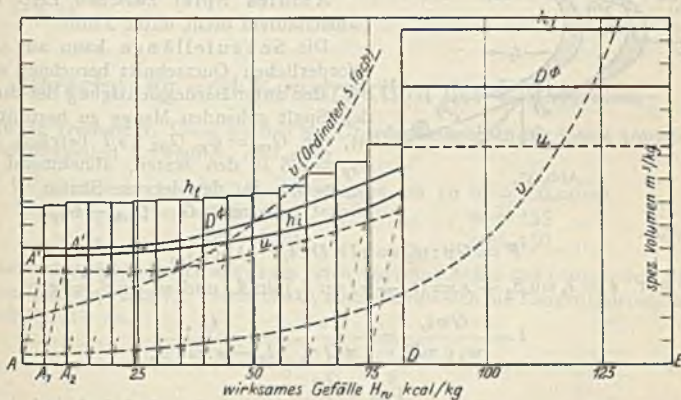


Abb. 36.

Zwecks Aufteilung des Gefälles des Überdruckteiles trägt man  $H_w$  als Abszisse auf, Abb. 36, und über diesem  $v$  aus dem  $i$ - $s$ -Diagramm,  $p$ , den Verlauf von  $D$  bzw.  $u$  und  $h_i$  für die einzelnen Stufen, indem man aus  $u/c_1$ ,  $c_1$  und daraus  $h_i = h_u - h_{sp} = A u (2 c_1 \cos \alpha_1 - u) : g - h_{sp}$  für die erste Stufe, dann den Verlauf ähnlich demjenigen von  $u$ , womit die voraussichtlichen  $h_i$ -Werte angenommen sind. Der Spaltverlust kann nach Anderhub zu  $h_{sp} = 1,72 \cdot s^2 \cdot l \cdot h_i$  angenommen werden, wenn  $s$  die Spaltweite und  $l$  die zunächst überschläglich zu berechnende Schaufflänge.

Trägt man nun  $h_i$  der ersten Stufe auch als Abszisse in deren Maßstab ab,  $AA_1$  in Abb. 36 und verbindet  $A$  mit  $A'$  ( $A_1 A' = h_i$ ) und zieht aus  $A_1$  eine Parallele zu  $AA'$ , so erhält man  $A_1'$  auf der  $h_i$ -Kurve und damit  $A_1 A_2 = h_i$  der II. Stufe; so fortfahrend erhält man auf der Abszissenachse die einzelnen Stufengefälle, bis das ganze Gefälle aufgezehrt ist. Führt die Einteilung nicht



genau in den Endpunkt des wirksamen Gefälles, so muß die  $h_i$ -Kurve etwas geändert werden. Die einzelnen Gefälle (oder Gruppen gleichen Gefälles) werden nun in das  $is$ -Diagramm auf  $AE$ , Abb. 35, eingetragen, durch Ziehen der Wage-rechten auf die Zustandskurve  $AE'$  übertragen und ergeben auf diesen die Stufendrucke und zwischen diesen die adiabatischen Stufengefälle  $h_i$ . Mit diesen Gefällen kann die genauere Durchrechnung der einzelnen Stufen oder Stufen-gruppen erfolgen, indem aus  $h_i$  die Geschwindigkeit  $c_1$  aus Gl. 5, S. 716

$$c_1 = (h_i \cdot g : A + w_1^2) \psi \quad \text{mit } \psi = \varphi \text{ nach S. 717,}$$

oder  $c_1 = (h_i \cdot g : A + w_1^2) : (1 + \zeta)$  mit  $\zeta = 1/\psi^2 - 1$

( $\zeta = 0,2 - 0,3$ ) ermittelt, die Geschwindigkeitspläne gezeichnet werden (Winkel s. unten),  $h_u$ ,  $h_{sp}$  und  $h_i$  bestimmt wird, woraus die genauen Werte in das  $is$ -Diagramm eingetragen werden und den tatsächlichen Verlauf ergeben. Mit dem Austrittsverlust der letzten Stufe ergibt sich  $H_I$  der ganzen Turbine, womit der Dampfverbrauch ermittelt werden kann.

**(692) Leit- und Laufschaufeln.** Leit- und Laufschaufeln erhalten bei halbem Reaktionsgrad gleiche Profile. Schaufelwinkel in den ersten Stufen  $\alpha_1 = \beta_2 = = 18^\circ$  bis  $25^\circ$  wachsend auf  $40^\circ$  bis  $50^\circ$  in den letzten. Schaufelbreite je nach Länge 10 bis 15 mm im Hoch-, 20 bis 35 mm im Niederdruckteil; Schaufel-teilung 6 bis 8 bzw. 10 bis 16 mm, kann nach Gl. 26 ermittelt werden.  $\varphi = \psi$  nach (681).

Radiales Spiel mindestens 0,5 mm bei kleinsten, bis höchstens 3 mm bei den längsten Schaufeln.

Axiales Spiel zwischen Leit- und Laufschaufeln nicht unter 2 mm.

Die Schaufellänge kann aus dem erforderlichen Querschnitt berechnet werden, der unter Berücksichtigung der durch den Spalt gehenden Menge zu bestimmen ist, die  $G_{sp} = \varphi_{sp} G_{sek} 2s/l$  beträgt, mit  $\varphi_{sp} = 0,8$  in den ersten, abnehmend bis  $\varphi_{sp} = 0,4$  in den letzten Stufen ( $l$  zu-nächst schätzen),  $G = G_{sek} - G_{sp}$ .

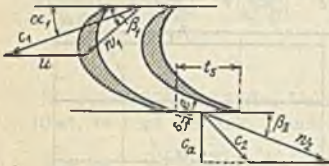


Abb. 37.

Aus

$$F = Gv : w_2 = e l \pi D : t_s, \quad \text{Abb. 37,}$$

folgt mit  $e = t_s \sin \beta_2 - s = (t_s - s : \sin \beta_2) \sin \beta_2$  und  $w_2 \sin \beta_2 = c_a$

$$l = \frac{Gv t_s}{w_2 e \pi D} = \frac{Gv}{\pi D c_a} \cdot \frac{t_s}{t_s - s : \sin \beta_2}$$

$$l = \frac{Gv}{\pi D \tau c_a}, \quad \dots \dots \dots 30$$

wenn  $\tau = (t_s - s : \sin \beta_2) : t_s$  der Verengungsfaktor.



Abb. 38.

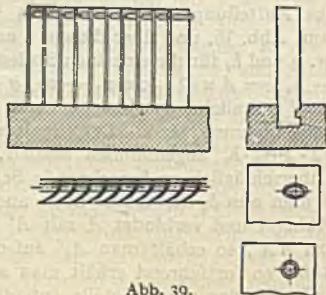


Abb. 39.

Die Befestigung der Schaufeln in der Trommel kann bei geringer Fliehkraft vielfach durch Verstemmen erfolgen, Abb. 38 (Melms & Pfenninger-Turbine) und Abb. 39 (BBC), die Schaufelenden sind durch eingelöteten Draht

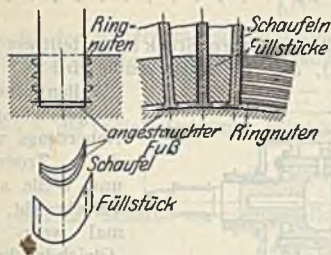


Abb. 40.

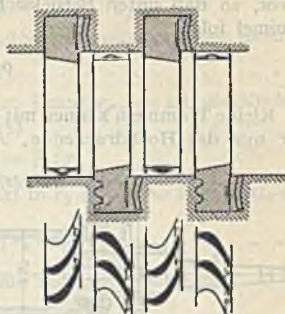


Abb. 41.

versteift; bei großen Fliehkraften verwenden BBC Schaufeln mit angestauchtem T-Fuß, Abb. 40, der unter die Füllstücke greift, die ihrerseits durch dreieckige Nuten in der Trommel gehalten werden; die Schaufeln bleiben dadurch im Fuß ungeschwächt. Die Befestigung der Mitteldruckschaufeln der SSW-Turbine zeigt Abb. 41.

### Berechnung und Konstruktion der Einzelteile.

(693) Trommeln. Diese werden bei Überdruckturbinen für kleine Umfangsgeschwindigkeiten verwendet, und zwar

- Trommeln aus Flußeisen höchstens bis zu  $u = 100$  m/sek
- „ „ Flußstahl „ „ „  $u = 125$  „
- „ „ Nickelstahl „ „ „  $u = 150$  „

Betrachtet man die Trommel als einen um seine Achse frei rotierenden Ring von der Breite  $b$ , Abb. 42, und Dicke  $\delta$ , so bestimmt sich die Tangentialspannung  $\sigma_t$  nach S. 413 zu

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g} r^2 \omega^2 = \frac{\gamma}{g} u^2 \dots \dots \dots 31$$

Denkt man sich die Fliehkraft der Schaufeln durch eine am Trommelumfang wirkende Radialspannung  $\sigma_r$  ersetzt, so hat die Vertikalkomponente derselben für ein Element von der Bogenlänge  $r_a d\alpha$  den Wert ( $r_a$  äußerer Trommeldurchmesser)

$$\sigma_r b r_a d\alpha \sin \alpha$$

und es folgt als Resultierende

$$\int_0^\pi \sigma_r b r_a \sin \alpha d\alpha = 2\sigma_r b r_a ;$$

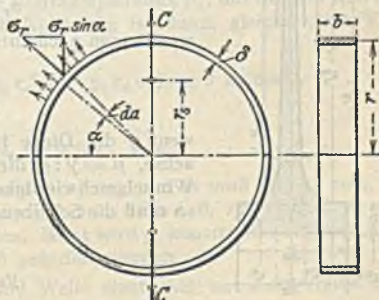


Abb. 42.

sie ruft in den beiden Querschnitten des Trommelringes eine Spannung



$$\frac{2 \sigma_r b r_a}{2 b \delta} = \sigma_r \frac{r_a}{\delta}$$

hervor, so daß unter Berücksichtigung der Schaufeln für die Spannung der Trommel folgt

$$\sigma = \sigma_t + \sigma_r \frac{r_a}{\delta} \dots \dots \dots 32$$

Kleine Trommeln können mit den Wellen aus einem Stück hergestellt werden, oder nur das Hochdruckende, Abb. 43<sup>1)</sup>, am Niederdruckende wird auf den

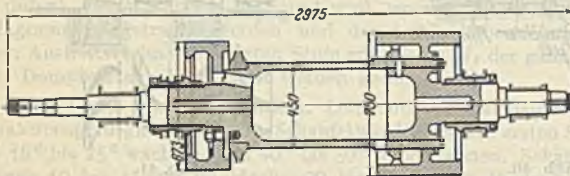


Abb. 43.

Wellenflansch aufgeschrupft. Neuerdings werden Trommel und Welle auch verschraubt, zumal wenn ein Gleichdruckrad zu befestigen ist. Der Entlastungskolben ist häufig

als Flansch an der Welle ausgebildet. Weitere Trommelausführungen s. ausgeführte Turbinen.

Zum Ausgleich des Axialschubes, der durch den Dampfdruck auf die Ringflächen der Trommelabsätze und auf die Schaufeln entsteht, dienen Entlastungskolben. Die Trommeln werden statisch und dynamisch ausgewuchtet.

(694) **Laufräder.** Der Kranz muß die Schaufeln tragen, erhält eine der Fußform entsprechende Nut und muß die Flichkraft der Schaufeln und eines Teiles des Kranzes selbst aufnehmen; es treten Zug- und Biegungsbeanspruchungen auf.

Die Scheibe hat außer der eigenen Flichkraft (s. (264)) noch Radialspannungen durch den Kranz und die Schaufeln aufzunehmen. Die Stärke  $y_2$  am Übergang vom Kranz in die Scheibe ist mehr durch Rücksicht auf Durchbiegung bei der Bearbeitung, Verziehen, Flattern u. a. bedingt als durch die Festigkeit; meist wird  $y_2 \geq 8$  mm, nur bei kleinen Scheiben weniger.

Meist werden die Scheiben ungefähr als Scheiben gleicher Festigkeit ausgeführt (s. (264) und Stodola<sup>1)</sup>, bei denen die Radial- und die Tangentialspannungen in allen Scheibenteilen unverändert sind,

$$\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{konst.},$$

womit man nach Integration die Gl. unter (264) erhält

$$y = y_a e^{-\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} r^2}$$

wenn  $y$  die Dicke im Radius  $r$ ,  $y_a$  die Dicke in der Drehachse,  $\mu = \gamma : g$  die spez. Masse des Materials und  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit. Ist  $y_2 = y$  wie oben angenommen, so muß die Scheibendicke in Wellenmitte werden, Abb. 44,

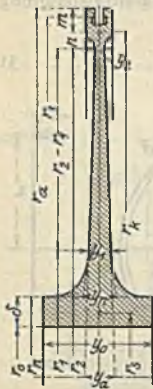


Abb. 44.

$$y_a = y_2 e^{\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} r_2^2} \dots \dots \dots 33$$

Die Spannung  $\sigma$  in der Scheibe kann nach Annahme von  $y_2$  ermittelt werden aus der Randbedingung.

<sup>1)</sup> Stodola: Dampf- und Gasturbinen. 5. Aufl. Berlin: Julius Springer.

Ist  $p$  die Fliehkraft der Schaufeln auf 1 cm Umfang in  $r_3$ ,  $f_k$  der Kranzquerschnitt, die übrigen Bezeichnungen nach Abb. 44, so wirkt auf 1 cm Breite des Umfangs im Schwerpunktskreis  $r_k$  die Kraft

$$q_k = \mu f_k r_k \omega^2 + p r_3 / r_k - \sigma y_2 r_2 / r_k \dots \dots \dots a)$$

Für das Gleichgewicht der Außenkräfte und Spannungen am halben Kranz gilt

$$\sigma_t = q_k r_k : f_k \dots \dots \dots b)$$

Ist der Mittelwert der Radialspannung im Kranz  $\sigma_r$ , so ist die Umfangsdehnung nach dem Gesetz der Elastizität (285)

$$\epsilon_t = (\sigma_t - \nu \sigma_r) \cdot \alpha = \xi_k \cdot r_k,$$

wenn  $\xi_k$  die radiale Dehnung. Wird angenähert in  $r_2$   $\xi_2' = \sim \xi_k$  gesetzt, so ist in  $r_2$

$$\xi_2' = (\sigma_t - \nu \sigma_r) r_k \cdot \alpha \dots \dots \dots c)$$

Für die Scheibe ist andererseits in  $r_2$  die radiale Verschiebung

$$\xi_2 = (1 - \nu) \sigma r_2 \cdot \alpha$$

und wegen des Zusammenhanges von Scheibe und Kranz ist die Randbedingung  $\xi_2' = \xi_2$ , woraus mit den Gl. a, b, c unter Vernachlässigung von  $\nu \sigma_r$  sich die Scheibenspannung ergibt zu

$$\sigma = \frac{\mu \omega^2 r_k^2 f_k + p r_3}{(1 - \nu) f_k + y_2 r_2} \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 34$$

Soll die Scheibenstärke an einer anderen Stelle, z. B. in  $r_1$  ermittelt werden, so kann gesetzt werden (vgl. Gl. 33).

$$y_1 = y_2 e^{\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} (r_2^2 - r_1^2)} \dots \dots \dots 35$$

Wird die Scheibe mit anderer Dicke ausgeführt, so ändert sich die Spannung. Für mäßige Abweichung von der Dicke nach Gl. 35 kann die Spannung angenähert aus Gl. 35 bestimmt werden, aus welcher folgt:

$$\sigma_1 = 0,434 \frac{\mu \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2 \lg y_1 / y_2} \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 36$$

Die Nabe kann als Ring von geringer radialer Dicke  $\delta$  angesehen werden; am äußeren Umfang wirkt die radiale Scheibenspannung  $\sigma_{rn}$  und am inneren Umfang die Spannung  $\sigma_0$ , die im Betriebe um die durch die Fliehkraft hervorgerufene Spannung kleiner ist, als die Montagespannung  $p_0$ , mit der das Rad auf der Welle sitzen muß. Die Tangentialspannung ist dann, gleichmäßige Verteilung vorausgesetzt,

$$\sigma_{t0} = (\sigma_{rn} y_n r_n + \mu \omega^2 y_0 r_s^2 \delta + y_0 r_0 \sigma_0) : y_0 \delta \text{ kg/cm}^2 \dots \dots 37$$

und die radiale Ausdehnung

$$\xi_0 = \sigma_{t0} r_s \cdot \alpha \text{ cm} \dots \dots \dots 38$$

Für die Scheibe gilt aber  $\xi = (1 - \nu) \sigma r_n$  und es muß  $\xi_0 = \xi$  sein, da beide Dehnungen derselben Scheibe angehören. Wird  $\delta$ ,  $r_n$ ,  $r_s$  und  $r_0$  angenommen, so kann  $y_0$  ermittelt werden. Meist wird  $y_0$  konstruktiv angenommen und  $\sigma_{t0}$  ermittelt, nötigenfalls muß  $\delta$  geändert werden.

Neuerdings werden Laufräder und Welle einstückig aus dem Vollen hergestellt, vgl. Abb. 74 Seite 756.

Der Werkstoff der Laufräder ist für mäßige Beanspruchungen Martinstahl von 45 bis 50 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit, 25 kg/mm<sup>2</sup> Streckgrenze und 20% Dehnung;



für höhere Beanspruchungen ( $u > 200$  m/sek) Martin-Sonderstahl von 55 bis 60 kg/cm<sup>2</sup> Festigkeit, 30 kg/mm<sup>2</sup> Streckgrenze, 30% Dehnung und bei den höchsten Beanspruchungen Spezial-Martinstahl, Ni-Stahl oder Chromnickelstahl von 60 bis 70 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit, 35 bzw. 50 bzw. 60 kg/mm<sup>2</sup> Streckgrenze und 18 bzw. 15 bzw. 13% Dehnung.

Befestigung der Laufräder auf der Welle mit der Montagespannung  $p_0$ , die größer sein muß als die Nabenspannung im Betriebe; dazu muß der innere Durchmesser der Radnabe um die radiale Dehnung bei  $p_0$  kleiner sein als der Durchmesser der Welle bzw. der Ringe, das Aufpressen erfolgt hydraulisch. Befestigung auf der Welle direkt, Abb. 45, nicht so gut wie mittels geschlitzter Ringe, Abb. 47, oder geschlitzten Konusses, Abb. 46. Keile müssen Drehmoment übertragen und keine zu hohe Flächenpressung haben.

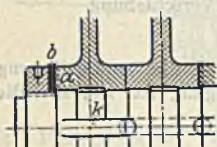


Abb. 45.

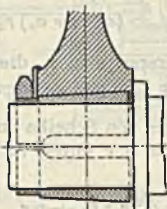


Abb. 46.

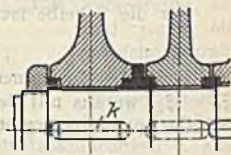


Abb. 47.

(695) Wellen. Ist  $S$ , Abb. 48, der Schwerpunkt eines auf der beiderseits gelagerten Welle befestigten Gewichtes  $G$  von der Masse  $m$ ,  $e$  die Entfernung desselben von der Wellenmitte  $O$ ,  $y$  die bei Drehung der Welle unter dem Einfluß der Fliehkraft  $C$  hervorgerufene Durchbiegung, so ist

$$C = m(y + e)\omega^2 = Py,$$

worin  $\omega = \frac{\pi n}{30}$  die Winkelgeschwindigkeit und  $P$  diejenige Kraft bezeichnet, welche die Welle um 1 cm durchbiegt. Es ist dann

$$y = \frac{m\omega^2 e}{P - m\omega^2}.$$

Die Durchbiegung  $y$  nimmt hiernach mit wachsendem  $\omega$  schnell zu und wird unendlich groß, sobald der Nenner in der obigen Gleichung gleich Null wird, also

$$P = m\omega^2.$$

Damit folgt die kritische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \omega_k = \sqrt{P/m}.$$

Steigt die Geschwindigkeit über  $\omega_k$  hinaus, was durch eine Begrenzung der Durchbiegung oder eine so schnelle Steigerung der Winkelgeschwindigkeit zu ermöglichen ist, daß die Welle „keine Zeit“ zur Durchbiegung hat, so wird  $y$  negativ, d. h. es kommt mit  $e$  auf dieselbe Seite der Welle zu liegen, Abb. 49, und aus

$$C = m(y - e)\omega^2 = Py \text{ folgt } y = \frac{e}{1 - P/m\omega^2}.$$

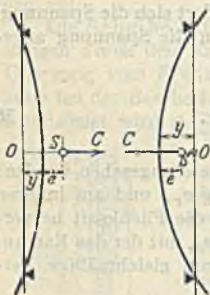


Abb. 48/49.

Bei weiter wachsendem  $\omega$  nimmt  $y$  ab und fällt für  $\omega = \infty$  mit  $e$  zusammen. Mit Einführung der kritischen Geschwindigkeit  $\omega_k$  wird

$$y = \frac{e}{1 - (\omega_k : \omega)^2}$$

und die Fliehkraft beträgt nun

$$G = \frac{m e \omega^2}{(\omega : \omega_k)^2 - 1}$$

Die von dem Gewicht  $G$  der Scheibe und Welle herrührende Durchbiegung ist

$$f = G : P$$

oder mit  $G = m g$  und  $P = m \omega_k^2$

$$f = \frac{g}{\omega_k^2} = \left(\frac{300}{n_k}\right)^2, \dots \dots \dots 39$$

worin  $g = 981 \text{ cm/sek}^2$  und  $n_k$  die „kritische Umlaufzahl“ heißt, welche somit nur von der Durchbiegung abhängig ist (also vom Wellendurchmesser). Es ist dann

$$n_k = 300 \sqrt{1 : f} \dots \dots \dots 40$$

mit  $f$  in cm.

Für einen auf zwei Stützen ruhenden Träger beträgt die Durchbiegung unter Wirkung einer Einzellast  $G$  allgemein

$$f = \frac{G a^2 b^2 \alpha}{J 3l} \text{ (vgl. (219))}$$

und daher für  $f = 1 \text{ cm}$

$$P = G = \frac{J 3l}{\alpha a^2 b^2}$$

Nach Gl. 39 ist dann

$$\left(\frac{n_k}{300}\right)^2 = \frac{J 3l}{\alpha G a^2 b^2} \text{ oder } J = G \frac{\alpha a^2 b^2}{3l} \left(\frac{n_k}{300}\right)^2 = \frac{\pi d^4}{64}$$

und hieraus der Durchmesser  $d$  für irgendeinen Querschnitt der Welle zu berechnen, sodann zu prüfen, wieweit derselbe der Gleichung

$$0,1 d^3 k_b = 0,35 M + 0,65 \sqrt{M^2 + M_d^2} \text{ (vgl. (251))}$$

Genüge leistet. Für Flußstahl kann  $k_b \leq 500 \text{ kg/cm}^3$  genommen werden.

Für mehrere Scheiben auf einer Welle hat Dunkerley die Beziehung aufgestellt

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} + \dots$$

worin  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  die kritischen Winkelgeschwindigkeiten der gewichtslosen Welle sind, die edesmal nur mit den Scheiben 1, 2, 3 belastet ist<sup>1)</sup>. Setzt man nach Gl. 39

$$\omega_1 = \sqrt{g : f_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{g : f_2} \dots$$

so erhält man

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{f_1}{g} + \frac{f_2}{g} + \frac{f_3}{g} + \dots$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{g}{\sum f}}$$

$f_1, f_2, f_3 \dots$  sind die Durchbiegungen unter der Last, die sich durch die Belastung mit den Scheiben 1, 2, 3 als Einzellasten, vermehrt um die Gewichte der zugehörigen Wellenstücke einstellen.

Die hiernach errechneten Werte sind um etwa 4,5% kleiner als die wirklichen Größen.

<sup>1)</sup> Martin Krause: Z. 1914, S. 878.



Für mehrere Scheiben empfiehlt sich die zeichnerische Bestimmung der Durchbiegung für die entworfene Welle (s. (204)) (oder es kann die der gewünschten Drehzahl  $n_k$  entsprechende Durchbiegung angenommen und danach der Wellendurchmesser bestimmt werden, s. Stodola<sup>1)</sup>).

Aufzeichnen der Welle im Maßstab  $1 : n$  und der Momentenlinie für Belastungen einschließlich Eigengewicht; Kräftepolygon  $1 \text{ mm} = a \text{ kg}$ , Polabstand beliebig  $H = M \text{ mm}$ , damit Seilpolygon (vgl. (204)). Hierauf die Ordinaten desselben (in Wellenabsätzen) mit dem Verhältnis  $J_m : J$  multiplizieren, wenn  $J$  das betreffende Trägheitsmoment und  $J_m$  dasjenige in der Mitte, um die Momentenflächen auf ein und dasselbe Trägheitsmoment  $J_m$  reduziert zu erhalten. Die einzelnen Flächen dieser verzerrten Momentenfläche in  $\text{cm}^2$  ermitteln. Da  $1 \text{ cm}^2$  der Zeichnung  $= n^2 \text{ cm}^2$  in Wirklichkeit, so sind als neuer Kräfteplan diese Werte (im Schwerpunkt der einzelnen Flächen angreifend) aufzutragen

im Maßstab  $1 \text{ mm} = b \text{ cm}^2$ . Der Polabstand ist dann  $H_1 = \frac{J_m}{\alpha H \cdot b} (\text{cm}^2)$ ,

wobei  $H = \alpha \cdot M \text{ kg}$ . Meist wird dieser Polabstand zu groß, man nimmt  $H_1 : m$ , wodurch die Ordinaten des nun zu zeichnenden Seilpolygons (elastische Linie s. (204)) in  $m$ -facher Vergrößerung erscheinen, wegen des Zeichnungsmaßstabes aber  $n$ -fach kleiner, als in Wirklichkeit. Nach Ziehen der Schlußlinie ergibt sich die größte Ordinate  $y \text{ cm}$  und die wirkliche Durchbiegung  $f = y \cdot n / m \text{ cm}$ .

(696) Lager. Die Lagerabmessungen ergeben sich aus der Forderung, daß die Flächenpressung nicht zu groß ist und keine unzulässig hohe Lagertemperatur auftritt; der Durchmesser ist meist durch die Konstruktion der Welle bestimmt, für die Länge ist die Flächenpressung  $k = P : l d \text{ kg/cm}^2$  mit  $k = 3 \text{ kg/cm}^2$  bei Ringschmierung und  $k = 7,5 \text{ kg/cm}^2$  bei Druckölschmierung und das Produkt  $k v (= 150 \text{ bis } 170 \text{ bei Druckölschmierung})$  maßgebend.

Nach Lasche<sup>2)</sup> muß die Öltemperatur unter  $125^\circ \text{C}$  bleiben, darüber nimmt die Schmierfähigkeit plötzlich ab.

Ringschmierung nur bei Kleinturbinen (Abb. 69—71), sonst stets Druckölschmierung; Lagerschalen stets mit gutem Weißmetall ausgegossen. Die Schalen im Gehäuse kugelig (Abb. 73 hinteres Lager) oder zylindrisch gelagert (Abb. 73 vorderes Lager); seitliche Ablaufkammern und Kappen mit Abstreiblechen, um Verspritzen von Öl zu vermeiden.

Zur Aufnahme des nicht ausgeglichenen Axialschubes und zur Fixierung des Laufzeuges dienen Kammlager, die bei Kleinturbinen durch Anlaufbunde (Abb. 70 u. 71) oder durch einige Kämmen im Traglager ersetzt werden. Flächen-  
druck  $k \leq 5 \text{ kg/cm}^2$  oder  $k v$  bis 120; reichliche Ölzirkulation zur Wärmeabfuhr. Verschiedene Ausführungen der Lager s. ausgeführte Turbinen. Neuerdings werden Einscheiben-Drucklager (Michell-Lager) viel angewendet, s. Abb. 73 u. 74.

Kühlung nur bei kleinen Aggregaten durch Lagerkörper, bei Ringschmierung meist Wasserkühlung des Lagerkörpers unter dessen Ölraum oder durch Kühlschlange. Bei Druckschmierung Kühlung des ablaufenden Öles in besonderen Röhrenkühlern, oder durch Kühlschlangen im Ölbehälter (als solcher dient häufig der Hohlraum der Grundplatte).

Ölpumpe meist Zahnradpumpe von Reglerwelle angetrieben, Öldruck 0,3 bis 1 at Überdruck, Menge bei jedem Lager durch Drosselhahn regelbar. Die für jedes Lager erforderliche zirkulierende Ölmenge  $Q$  in ltr/sek ist

$$Q = \mu k l v \cdot 0,29 (t_a - t_e) : 427 \dots \dots \dots 41$$

wenn  $t_e$  bzw.  $t_a$  die Ein- bzw. Austrittstemperatur des Öles.

<sup>1)</sup> s. Fußnote S. 738.

<sup>2)</sup> Z. 1902, S. 1581 u. 1918, S. 605; Lasche-Kieser: Konstruktion und Material im Bau von Dampfturbinen. Berlin: Julius Springer 1925.

Schmierölverbrauch (Zusatzölmenge) für die Betriebsstunde in Gramm angenähert:

|     |    |     |     |      |      |      |       |       |                 |
|-----|----|-----|-----|------|------|------|-------|-------|-----------------|
| für | 50 | 100 | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 20000 | PS <sub>e</sub> |
|     | 50 | 75  | 100 | 160  | 220  | 250  | 270   | 280   | g Öl/st.        |

(697) **Stopfbüchsen.** Die Wirkung beruht auf Drosselvorgängen in den Verengungen und Erweiterungen der Labyrinthkammern. Die Hochdruckstopf-

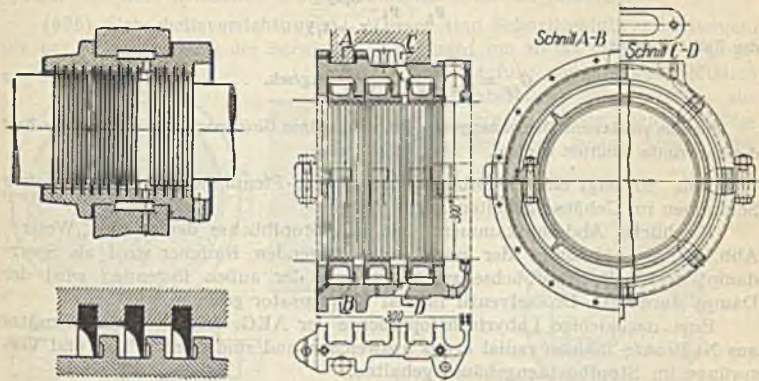


Abb. 50.

Abb. 52.

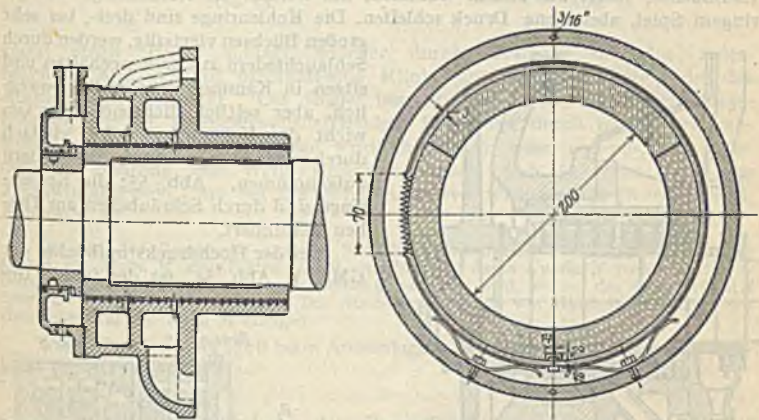


Abb. 51.

Abb. 53.

büchse hat gegen Dampfdruck, nur bei kleiner Belastung gegen Vakuum, die Niederdruckstopfbüchse hat gegen Vakuum zu dichten. Um Eindringen von Luft zu vermeiden, wird der N.-D.- (notfalls auch der H.-D.-) Stopfbüchse Sperrdampf zugeführt, wozu der Abdampf der H.-D.-Stopfbüchse benutzt wird, wenn dieser nicht ausreicht, wird gedrosselter Frischdampf zugesetzt. Die Stopfbüchsen sollen im Betriebe ganz wenig dampfen.

Es kommen 2 Arten zur Ausführung: Labyrinthstopfbüchsen und Liderungsstopfbüchsen.

Labyrinthstopfbüchsen bestehen aus Kämmen in der Welle oder in einer besonderen aufgesetzten Büchse und dazwischengreifenden Ringen im



Stopfbüchsengehäuse, das zweiteilig ist und Kanäle besitzt, durch die der durchtretende Dampf abgeführt wird oder Sperrdampf zugeführt wird.

Ist  $P_1, v_1$  der Zustand vor,  $P_2$  ( $\text{kg/m}^2$ ) der Druck hinter der Stopfbüchse, so ist die sekundlich durchtretende Dampfmenge bei  $z$  Labyrinthn und einem Spaltquerschnitt  $f_{sp}$   $\text{m}^2$

$$G_{sp} = f_{sp} \sqrt{g(P_1^2 - P_2^2)} : z_1 P_1 v_1 \text{ kg/sek.}$$

Wird die Schallgeschwindigkeit überschritten, was nur im letzten Spalt und bei (nach Stodola)

$$p_k = p_1 \frac{0,85}{\sqrt{z + 1,5}}$$

der Fall ist, so ist

$$G_{sp} = f_{sp} \sqrt{\frac{g}{z + 1,5} \left(\frac{p_1}{v_1}\right)} \text{ kg/sek.} \dots \dots \dots 42$$

Für eine zugelassene Dampfmenge  $G_{sp}$  kann aus obigen Gleichungen die erforderliche Zahl der Labyrinthn ermittelt werden.

Abb. 50 zeigt eine Stopfbüchse der Melms-Pfenninger-Turbine, die ohne Schrauben im Gehäuse gehalten wird.

Reichliche Abdampfkammern hat die Stopfbüchse der A.-G. „Weser“, Abb. 51; der Abdampf der nach innen liegenden Kammer wird als Sperrdampf der N.-D.-Stopfbüchse zugeführt, von der außen liegenden wird der Dampf durch ein Drosselventil in den Kondensator gesaugt.

Eine nachgiebige Labyrinthstopfbüchse der AEG. zeigt Abb. 52; Einsätze aus Ni-Bronze können radial etwas ausweichen und sind durch Falze und Vorsprünge im Stopfbüchsengehäuse gehalten.

Liderungsstopfbüchsen (Kohlenstopfbüchsen) besitzen eine glatte Laufbüchse, meist aus zähem Gußeisen, auf welcher die Kohlenringe mit geringem Spiel, aber ohne Druck schleifen. Die Kohlenringe sind drei-, bei sehr großen Büchsen vierteilig, werden durch Schlauchfedern zusammengehalten und sitzen in Kammerringen radial beweglich, aber seitlich dichtend. Das Gewicht der Kohlenringe wird vielfach durch unten angeordnete Blattfedern aufgenommen. Abb. 53; die Kohlenringe sind durch Schraubchen am Drehen verhindert.

Bei der Hochdruckstopfbüchse der GMA.<sup>1)</sup>, Abb. 54, ist der innere Ge-

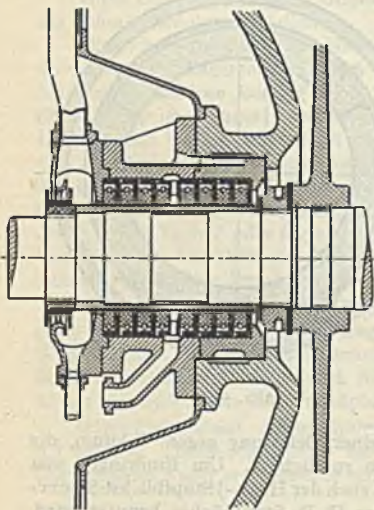


Abb. 54.

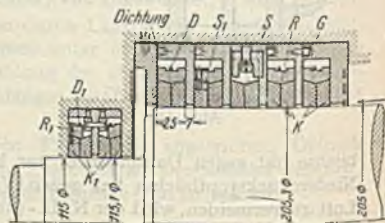


Abb. 55.

häuseteil einteilig, der äußere und die äußeren Kammerringe zweiteilig zwecks Montage und Demontage bei geschlossenem Turbinengehäuse. Die Kohlenringe

<sup>1)</sup> Waggon- u. Maschinenbau A.-G. Görlitz, Abt. Maschinenbau, Görlitz.

werden durch radiale Bleche, welche in Einschnitte der Kammerringe und der Kohlenringe greifen, gegen Drehen gesichert.

Gut bewährt hat sich auch Huhns<sup>1)</sup> Kohle-Wellfeder-Stopfbüchse; Abb. 55 zeigt eine gegen 32 at dichtende Stopfbüchse für 5500 Umdr./min. In jeder Kammer sind 2 Ringe von Trapezquerschnitt, die mittels des äußeren Metallringes durch Wellfeder und Spanndraht elastisch an die Kammerwände gedrückt werden und dort „klebend“ hängen, ohne die Welle zu belasten.

(698) **Sicherheitsvorrichtungen.** Diese sind Schnellschlußvorrichtungen, die bei Überschreitung der normalen Umlaufzahl um 10 bis 15<sup>0</sup>/<sub>0</sub> die Dampfung zur Turbine plötzlich abstellen; sie bestehen aus einem labilen Sicherheitsregler, der beim Ausschlagen

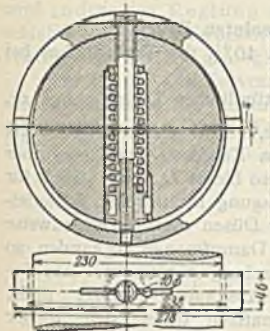


Abb. 56.

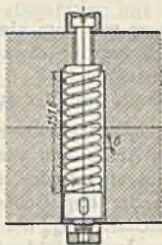


Abb. 57.

gegen einen Hebel schlägt, welcher durch Gestänge die das federbelastete Absperrventil offenhaltende Klinke auslöst, worauf die Feder das Absperrventil zudrückt. Der Regler besteht aus einem exzentrisch ausgebohrten, auf der Turbinenwelle sitzendem Ring, der durch eine Schraubfeder im Gleichgewicht gehalten wird, Abb. 56<sup>2)</sup>, oder aus einem in einer radialen Bohrung der Welle sitzenden Bolzen, Abb. 57, oder auch aus 2 Schwungkörpern, wie bei der Schnellschlußvorrichtung von Brown-Boveri, Abb. 66 u. 67.

Der auf der Reglerwelle sitzende Sicherheitsregler *J* löst beim Ausschlagen durch Drehen der Welle *M* den Bolzen *Q* aus, welcher den durch Kugeln *N* gehaltenen Sperrbolzen *P*, Abb. 67, freigibt, der vom Kolben *O* verdrängt wird, worauf das Absperrventil *S* durch die Feder geschlossen wird. Das Auslösen kann auch von Hand durch Drehen des Handhebels auf der Welle *M* erfolgen.

Die Federspannung muß beim Ausschlagen weniger zunehmen, als die Fliehkraft des Reglers.

## Reglung der Dampfturbinen.

(699) **Arten der Regelung.** Aus der Beziehung:

$$N_e = \frac{G_{st}}{D_e} = \frac{h_t \eta_e}{632,3} \cdot G_{st}$$

folgt, daß die Änderung der Leistung erfolgen kann

1. durch Änderung von  $h_t$  durch Drosselung — Drosselregelung;
2. durch Änderung der durchströmenden Dampfmenge  $G_{st}$  — Füllungs- oder Mengen- (Düsen-) regelung;
3. durch Vereinigung beider Arten — kombinierte Regelung.

<sup>1)</sup> Gustav Huhn, Berlin NW 87.

<sup>2)</sup> Aus Stodola, s. Fußnote S. 738.



Reine Überdruckturbinen können nur durch Drosseln geregelt werden.

Drosselreglung ergibt zwar einen Verlust an Wärmegefälle, doch ist dieser um so kleiner, je höher die Überhitzung und je besser das Vakuum; ferner wird der Radreibungsverlust geringer (geringere Dichte) und meist  $u/c_1$  günstiger, da bei Normallast  $u/c_1$  meist unterhalb des günstigsten, wegen billigerer Ausführung. Bei zu kleinem  $c_1$  kann aber Stoß auf den Schaufelrücken auftreten.

Für Drosselreglung gelten bei niedrigem Gegendruck (Vakuum) folgende Sätze:

- die Durchflußmenge ist dem absoluten Druck vor dem ersten Leitapparat proportional;
- die Nutzleistung nimmt linear mit dem absoluten Druck zu,
- der Leerlaufsdampfverbrauch beträgt etwa 10% des Verbrauches bei Vollast (dieses gilt auch für Füllungsreglung),
- die Stufendrucke nehmen linear mit der stündlichen Dampfmenge zu.

Bei Füllungsreglung bleibt  $h_1$  unverändert, es wird der Querschnitt der Leitvorrichtung geändert durch Abschalten von Kanälen. Da dieses aber nur an der ersten Leitvorrichtung ausgeführt wird, so bleibt  $D_e$  nicht gleich für alle Belastungen. Durch Abnahme der Beaufschlagung nimmt der Schaufelventilationsverlust zu. Da die Abschaltungen der Düsen meist gruppenweise erfolgen, so ist keine kontinuierliche Änderung der Dampfmenge vorhanden, so daß zwischen je 2 Abschaltungen doch kleine Drosselung stattfindet. Das Zu- oder Abschalten erfolgt meist automatisch durch den Regler mittels Servomotor.

Bei starken Belastungsschwankungen gibt Füllungsreglung für Teillast kleineren Dampfverbrauch, besonders bei kleinem Gefälle (z. B. Gegendruckturbinen). Die Änderung des Dampfverbrauches bei Drossel- und Düsenreglung zeigt Abb. 58. Doch kann auch bei Drosselreglung für längere Zeit anhaltende



Abb. 58.

Teillast der Dampfverbrauch bei derselben verbessert werden durch Anordnung von Abschaltungen von Hand bei bestimmten Belastungen.

Bei kombinierter Reglung erfolgt das Ändern der Belastung bis zu einer gewissen Teillast, etwa  $\frac{1}{2}$  Last, herab durch Füllungsreglung, von da ab bis Leerlauf durch Drosselreglung.

Bei Verringerung der Belastung konzentriert sich die Leistung im Hochdruckteil, bei Füllungsreglung stärker als bei Drosselreglung, daher erstere weniger empfindlich bei Schwankungen des Vakuums. Bei Füllungsreglung nimmt das verfügbare Gefälle  $h_1$  der ersten Stufe zu, das der letzten ab, in den mittleren bleibt es fast unverändert. Bei Drosselreglung wird das Gefälle fast ausschließlich in der letzten Stufe geändert, das Gefälle der ersten bleibt gleich.

Die Druckverteilung in den Stufen ändert sich bei Belastungsänderungen und kann durch Rückwärtsrechnen und Eintragen in das  $is$ -Diagramm bestimmt werden. Bei Düsenreglung muß immer derselbe Anfangszustand erreicht werden, bei Drosselreglung liegt er auf der Drossellinie  $i = \text{konst.}$  Die Drosselkurve stimmt ungefähr mit der Kurve  $pv = \text{konst.}$  überein, also  $p = \text{konst.} : v$ , und da nach Satz a) (s. o.)  $G_{\text{sek}} = kp$ , so ist  $G_{\text{sek}} = k' : v$  oder  $G_{\text{sek}} \cdot v = \text{konst.}$ , d. h. das die Turbine durchströmende sekundliche Gesamtvolumen ist bei Drosselreglung konstant.

$$\text{Da} \quad G_{\text{sek}} = \text{konst.} \sqrt{p \cdot p} = \text{konst.} \sqrt{p \cdot k \cdot v} = C' \sqrt{p/v},$$

$$\text{so ist} \quad G_{\text{st}} = 3600 G_{\text{sek}} = 3600 c' \sqrt{p/v} = C \sqrt{p/v}.$$

Man kann nun die Konstante  $C$  einer Turbine bestimmen, wenn  $G_{\text{st}}$  ermittelt wird.

**(700) Regelvorrichtungen.** Direkte Regelung mit unmittelbarer Beeinflussung des Regelventils durch den Regler wird als Drosselregelung nur bei Kleinturbinen angewendet. Bei größeren Leistungen (etwa über 200–300 PS<sub>e</sub>) wird indirekte Regelung ausgeführt, mit vom Regler gesteuertem Ölkolbenschieber und durch Drucköl bewegten Kraftkolben (Servomotor), der das Regelventil, oder bei Mengenregelung die Zuschaltventile betätigt.

Das Prinzip der Servomotorregelung zeigt Abb. 59. Steigt z. B. die Muffe des Reglers  $R$  bei Entlastung, so läßt der nach oben verstellte Steuerschieber  $S$  das durch  $l$  eintretende Drucköl in die Leitung  $l_1$  und über den Servomotor Kolben  $K$  treten, während das Öl unter dem Kolben durch  $l_2$  ablaufen kann;

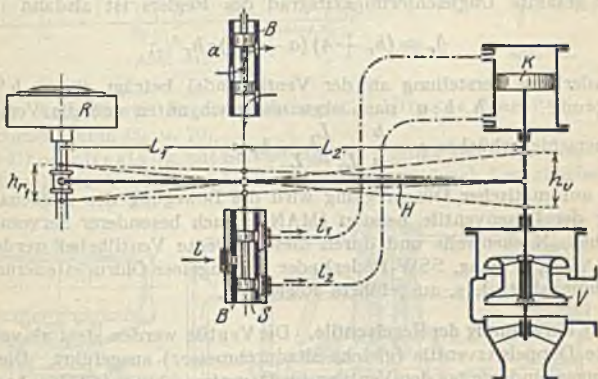


Abb. 59.

dadurch wird das Regulierventil  $V$  mehr geschlossen, bis durch die Abwärtsbewegung die Rückführung des Steuerschiebers in seine abschließende Mittel­lage erfolgt. Dem ganzen Ventil­schub  $h_u$  muß ein möglichst kleiner Hub  $h_{r1}$  der Reglermuffe entsprechen, um geringe Ungleichförmigkeit zu erhalten (normal 4%).

Die Änderung der Umlaufzahl, bedingt durch die Regelung, beträgt bei plötzlicher Ent- oder Belastung um 25% nicht mehr als  $\pm 1,5\%$  vorübergehend und im Beharrungszustand nicht mehr als  $\frac{1}{2}\%$ . Bei plötzlicher Entlastung von Vollast auf Leerlauf, beträgt die vorübergehende Steigerung der Umlaufzahl etwa 5%, die im Beharrungszustand bleibende etwa 4%.

Die Drehzahlverstellung (meist  $\pm 5\%$  verlangt) kann erfolgen, entweder durch Verlegen des Hebelangriffspunktes an der Spindel des Regelventils, so daß der gleichen Ventilstellung, also Leistung, eine andere Muffenstellung (bei Mittellage des Steuerschiebers), also andere Drehzahl entspricht, oder durch Verstellen der Steuerschlitze in der Büchse des Steuerschiebers durch Verschieben der Büchse, so daß der gleichen Ventilstellung eine andere Mittellage des Steuerschiebers und somit auch der Reglermuffe entspricht. Der Reglerhub muß somit um den Gesamtbetrag der Muffenverstellung bei  $\pm$  Drehzahländerung größer



sein, als  $h_{r1}$ . Ist  $h_r$  der hierzu erforderliche Muffenhub, so ist, wenn  $a\%$  der Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers,  $\pm b\%$  die Drehzahlverstellung,

$$h_r = \frac{a + 2b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot h_v.$$

Dem Ventilhub  $h_v$  entspricht dann ein Muffenhub

$$h_{r1} = \frac{a}{a + 2b} \cdot h_r = h_v \cdot \frac{L_1}{L_2}$$

und der Drehzahlverstellung eine Verschiebung des Muffenhubes um

$$h_{r2} = \frac{b}{a + 2b} \cdot h_r = \frac{b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot h_v$$

nach oben und nach unten. Um mit Sicherheit vollständiges Schließen bzw. Öffnen des Regelventils zu erhalten, wird der mögliche Muffenhub nach oben und unten um je 2 mm größer genommen, somit  $h_r + 4$  mm.

Der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers ist alsdann

$$\delta_r = (h_r + 4) (a + 2b) : h_r \%$$

die erforderliche Verstellung an der Ventilschraube beträgt für  $\pm b\%$  Drehzahländerung  $v = h_v \cdot b : a$  nach oben und nach unten und die Verschiebung der Steuerschieberbüchse  $s = \frac{b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2} \cdot h_v$ .

Bei automatischer Düsenreglung wird die Bewegung des Kolbens zur Betätigung der Düsenventile benutzt (MAN.); auch besonderer Servomotor mit Drehkolben, Nockenwelle und durch diese bewegte Ventilhebel werden angewendet (AEG., Wumag, SSW-Röder) oder gestängelose Öldrucksteuerung (BBC. Gutehoffnungshütte), s. ausgeführte Reglungen.

**(701) Berechnung der Regelventile.** Die Ventile werden stets als vollständig entlastete Doppelsitzventile (gleiche Sitzdurchmesser) ausgeführt. Die Hauptabmessungen sind wie bei den Ventilen für Dampfmaschinen (623) zu bestimmen.

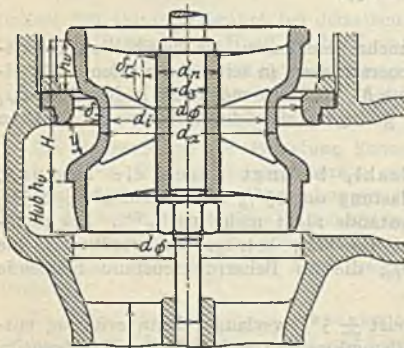


Abb. 60.

Bei Drosselventilen, Abb. 60, soll der Ventilhub möglichst proportional der Leistung sein, dazu müssen die Durchgangsquerschnitte so bemessen sein, daß bei Drosselung auf den der Leistung entsprechenden Druck die erforderliche Dampfmenge hindurch kann. Die Ventile erhalten deswegen Drosselkegel, etwa nach Abb. 60.

Die stündliche Dampfmenge ändert sich nach (699) Satz a) und b) mit der Leistung nach einer Geraden, sie kann demnach, wenn zwei Werte bekannt sind, über der Leistung aufgetragen werden; nach Satz a) kann dann auch der Druck als Gerade aufgetragen werden,

Abb. 61, so daß das im Ventilquerschnitt verfügbare Gefälle und die dadurch erreichte Dampfgeschwindigkeit  $c$  ermittelt werden kann, die höchstens den kritischen Wert  $c_k$  erreicht. Dem Gefälle entsprechend kann noch das Volumen  $v$  ermittelt werden, mithin auch der Drosselquerschnitt  $F = G_{sek} v : c$ .





zahlvorstellung durch Verschieben der Steuerschieberbüchse mittels Handrad *T* oder Elektromotor *M*.

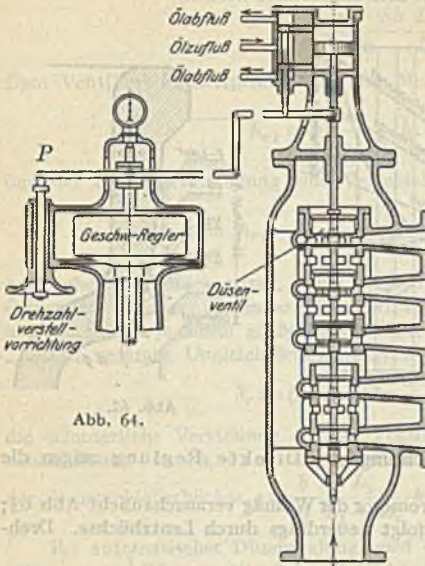


Abb. 64.

Die automatische Düsenreglung der Bergmann Elektrizitätswerke ist in Abb. 64 dargestellt; sie besteht aus einer Reihe doppelsitziger Ventile, die von einer gemeinsamen Spindel bewegt werden.

Jedes einzelne Ventil regelt die Dampffuhr zu je einer Düse oder Düsengruppe der ersten Turbinenstufe. Die Spindel hängt an dem Kraftkolben eines Drucköl-Servomotors, der indirekt von dem Geschwindigkeitsregler gesteuert wird und die Düsenventile mit zunehmender Belastung nacheinander anhebt, bis bei Überlast der Turbine sämtliche Dampfwege offen stehen. Dieses Anheben geschieht behufs genauer Zentrierung durch je einen konischen Bund, der in die ebenfalls konisch ausgebildete Bohrung des Ventilkörpers eindringt. Durch den infolge der verschiedenen groß bemessenen Sitzflächen auf jedem Ventil lastenden Dampfüberdruck wird dasselbe auf seinen Sitz gepreßt.

Tourenverstellung durch Verschrauben des Hebepunktes *P* mittels Handrad. Die automatische Düsenreglung der AEG mit Dreh-Servomotor *D*, der die

Nockenwelle dreht, zeigt Abb. 65; die Nocken sind so gegeneinander versetzt, daß die Ventile nacheinander öffnen. Die Firma Brown, Boverie & Cie. führt die Reglung als gestängelose Druckölsteuerung nach Abb. 66 und 67 (S. 752) aus.

Durch die im Reglergehäuse, Abb. 66, geführte Spindel *B* wird die Ölpumpe *K* betrieben, mittels welcher Drucköl durch ein Rohr unter den Kolben *Y*, Abb. 67, des Regulierventils von hier durch ein Rohr *C* in den Ringraum *O* gelangt und aus diesem durch einen Schlitz der Büchse *E* in den Ölbehälter zurückfließt. Bei einer Belastungsabnahme wird der freie Schlitzquerschnitt in der Büchse *E* vergrößert, so daß bei unveränderter Zuflußmenge der Öldruck unter dem Kolben *Y* abnimmt und die Feder das Drosselventil *W* senkt. Bei einer Belastungszunahme tritt der entgegengesetzte Vorgang ein. Um die Empfindlichkeit der Reglung zu erhöhen, bildet die obere Regulierkante der Muffe *F* in der Abwicklung eine Schraubenlinie, wodurch der Öldruck während einer Umdrehung der Spindel *B* fortwährend vergrößert und verkleinert und damit ein Heben und Senken des Kolbens *Y* innerhalb enger Grenzen bewirkt wird. Behufs Tourenverstellung kann die Büchse mittels Handrades oder vom Schaltbrett aus gehoben bzw. gesenkt werden. Ein Überregeln infolge von Massenwirkungen wird durch Abfluß des überschüssigen Öles durch den schmalen Schlitz *X* verhindert.

Schnellschlußregler *J* s. (698).

Das Schema der vereinigten Drossel- und Mengenreglung von Borsig zeigt Abb. 68.

Von der Spindel des Hauptregelventils *A* werden von einem bestimmten Hub an nacheinander die Düsenventile *B* (zeigt es nur eins) und bei Überlast noch das Ventil *C* geöffnet, welches den Dampf in eine Zwischenstufe führt.

## Ausgeführte Dampfturbinen.

(703) Gleichdruckturbinen. Kleinturbinen zum Antrieb von Kesselspeisepumpen, Dynamos, Lüftern, Kondensationspumpen u. a., meist einstufig. Abb. 69 (S. 753) zeigt eine Elektraturbine (Kühnle, Kopp & Kausch, Frankenthal), die als Radialturbine mit Umlenkung des Dampfstrahles in denselben Laufschaufelkranz ausgeführt wird. Eine Kleinturbine mit Geschwindigkeitsstufung durch wiederholte axiale Beaufschlagung desselben Schaufelkranzes zeigt Abb. 70 (E. Nacke, Coswig i. Sa.) mit direkter Reglung.

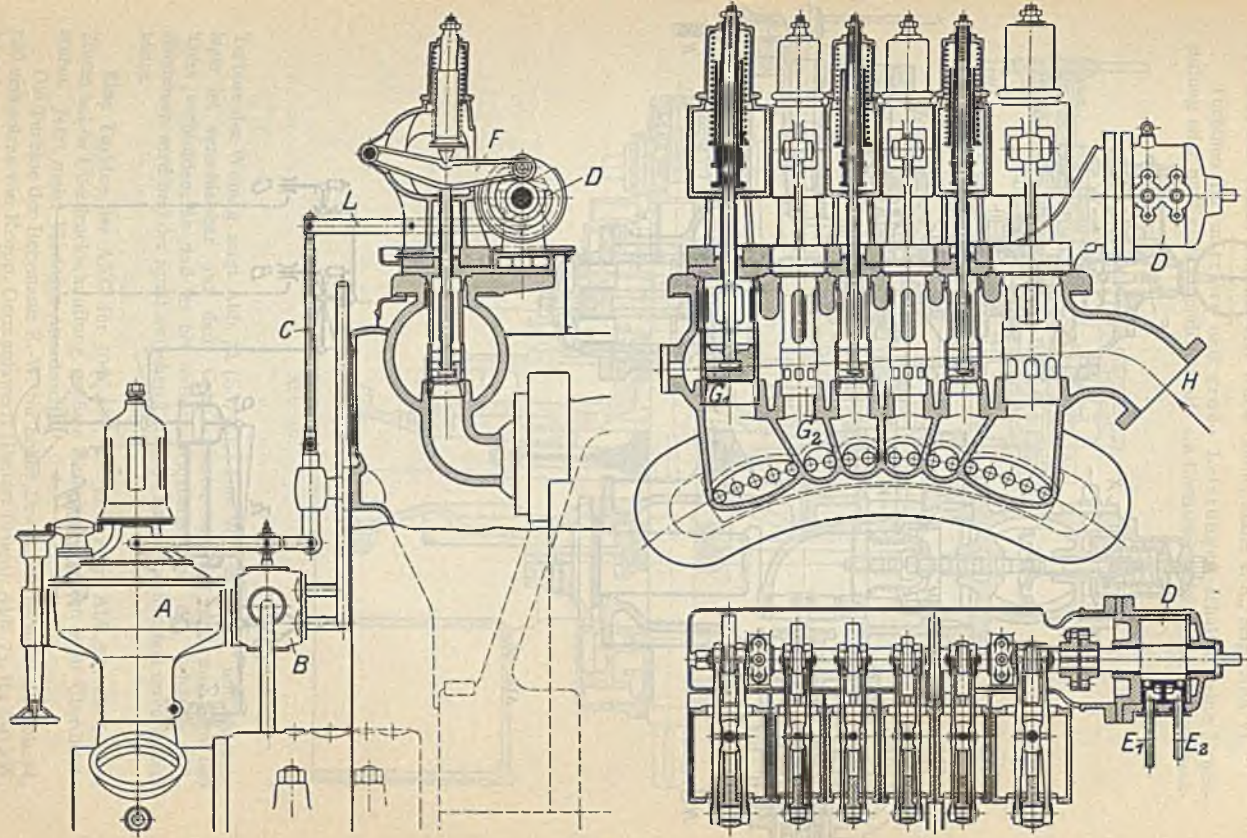


Abb. 65.



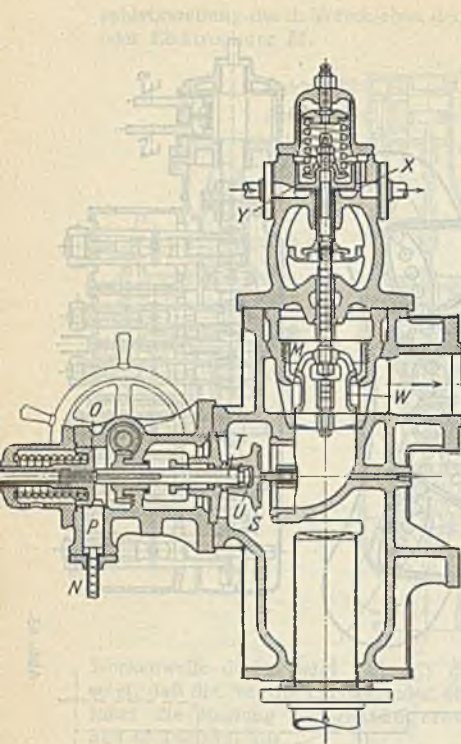


Abb. 66.

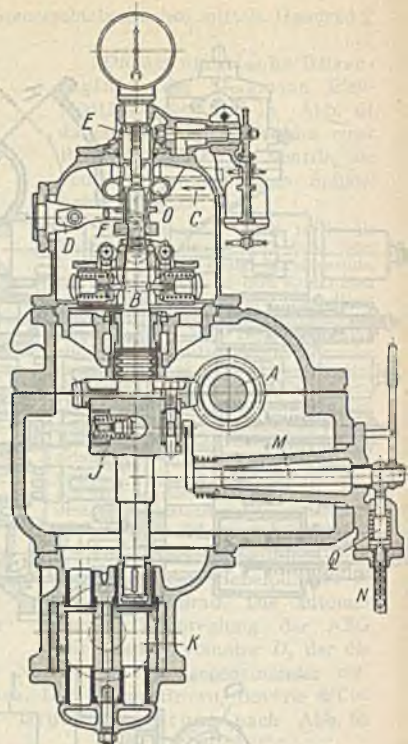


Abb. 67.

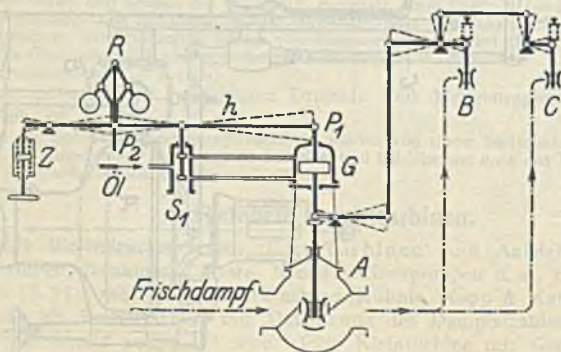


Abb. 68.

Kleinturbinen werden sehr häufig zum Antrieb von Kesselspeisepumpen benutzt; eine solche Turbine von Weise Söhne, Halle a. S., zeigt Abb. 71.

Turbinen für mittlere und große Leistungen erhalten reine Druckstufung oder häufig als Hochdruckstufe ein Curtisrad. Eine Zoelly-Gegendruck-

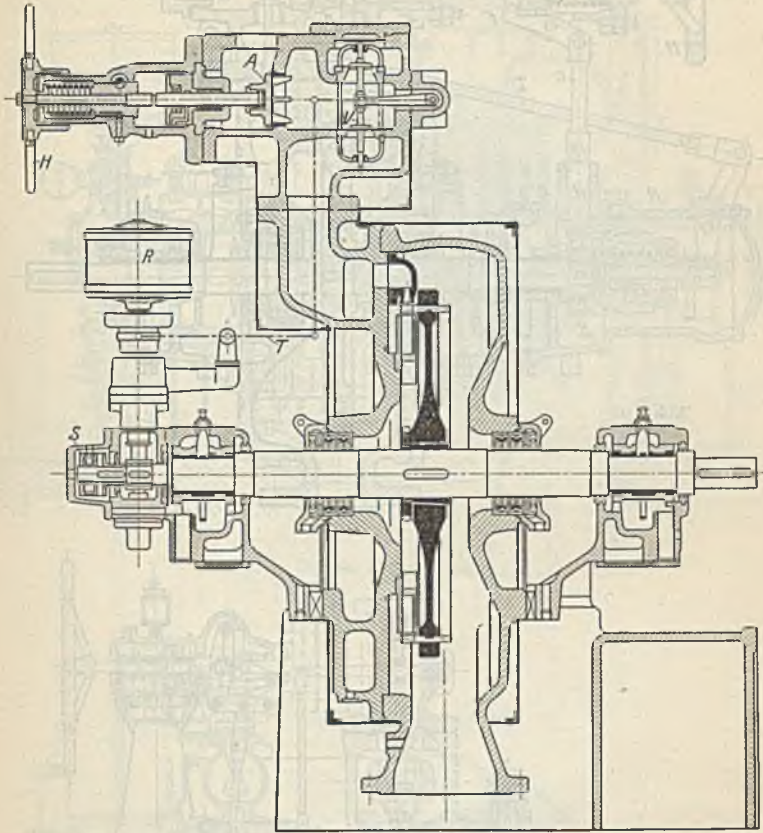


Abb. 69.

Turbine der Wumag zeigt Abb. 72 (S. 755). Das vordere Trag- und Kamm-lager ist verschiebbar auf dem Grundrahmen befestigt und mit dem Gehäuse verbunden, so daß es bei axialer Wärmedehnung des Gehäuses mitgenommen wird und der Spalt zwischen Leit- und Laufschaufeln fast unverändert bleibt.

Eine Turbine der AEG für 3000 kW,  $n=3000$  zeigt Abb. 73; die letzten Stufen haben Überdruckschaufelung, größere Einheiten erhalten mehr Überdruckstufen. Jetzt meist Vierlager-Anordnung.

Die Turbine der Bergmann E.-W. für hohen Druck veranschaulicht Abb. 74, und eine solche von Krupp, Germaniawerft (Bauart Brunn), Abb. 75, für 450 kW, 30 ata und 14,5 ata Gegendruck.



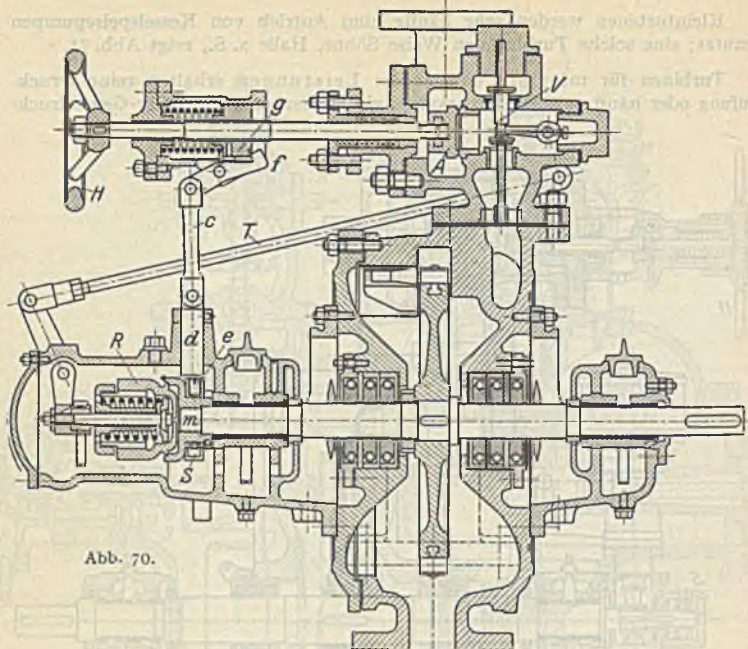


Abb. 70.

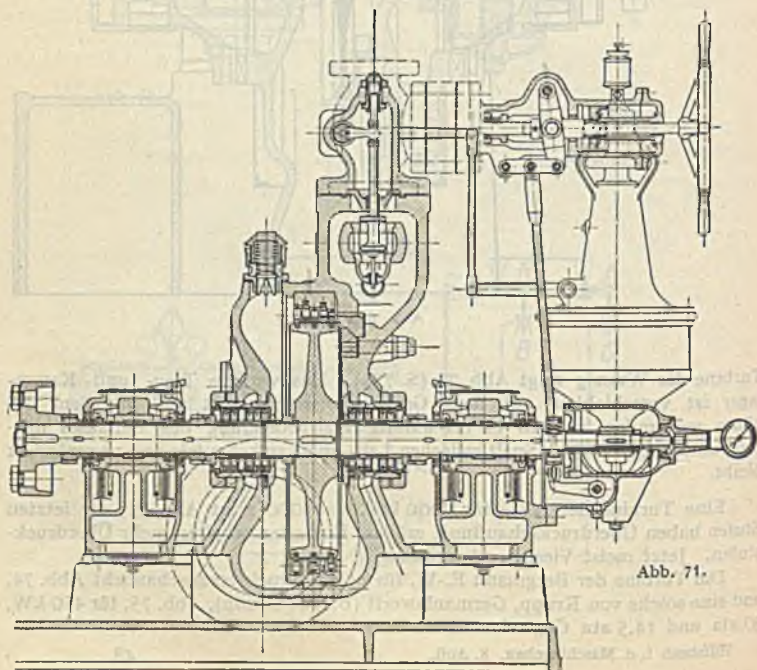


Abb. 71.

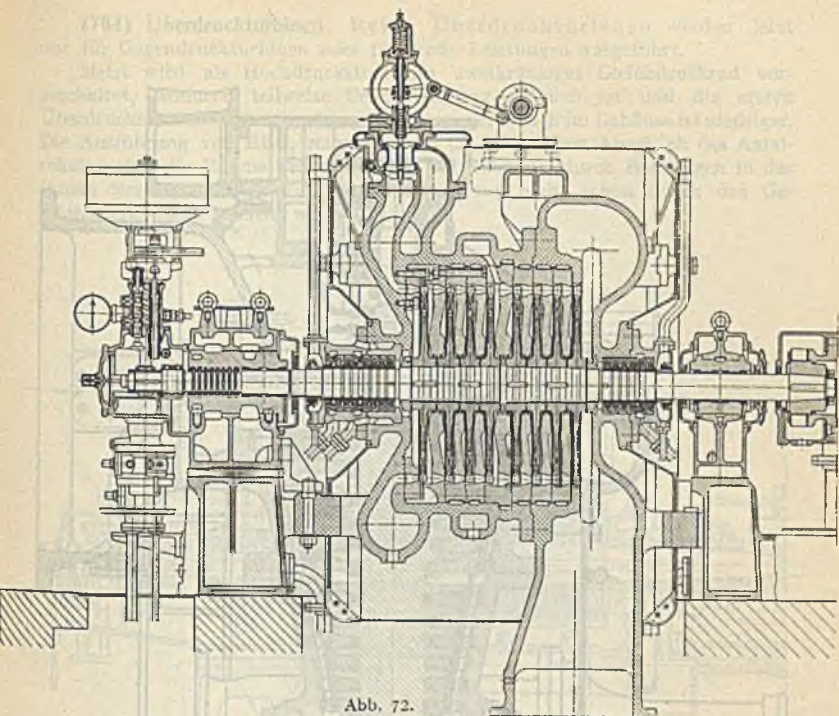


Abb. 72.

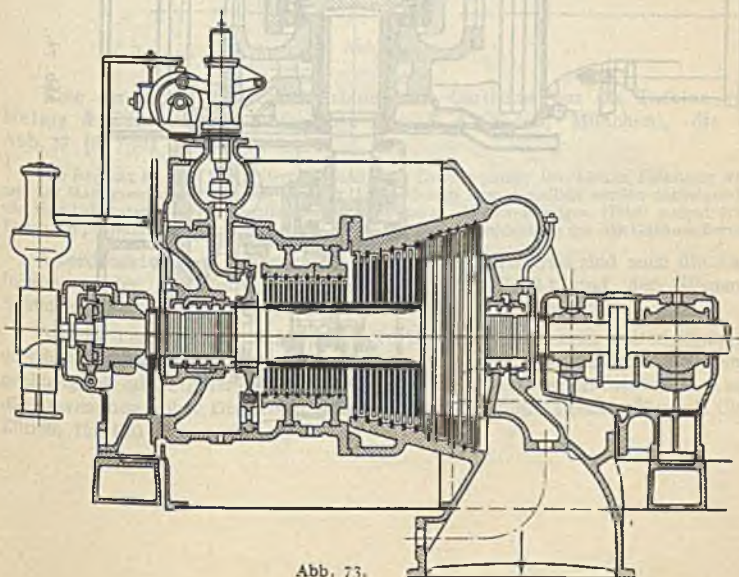


Abb. 73.



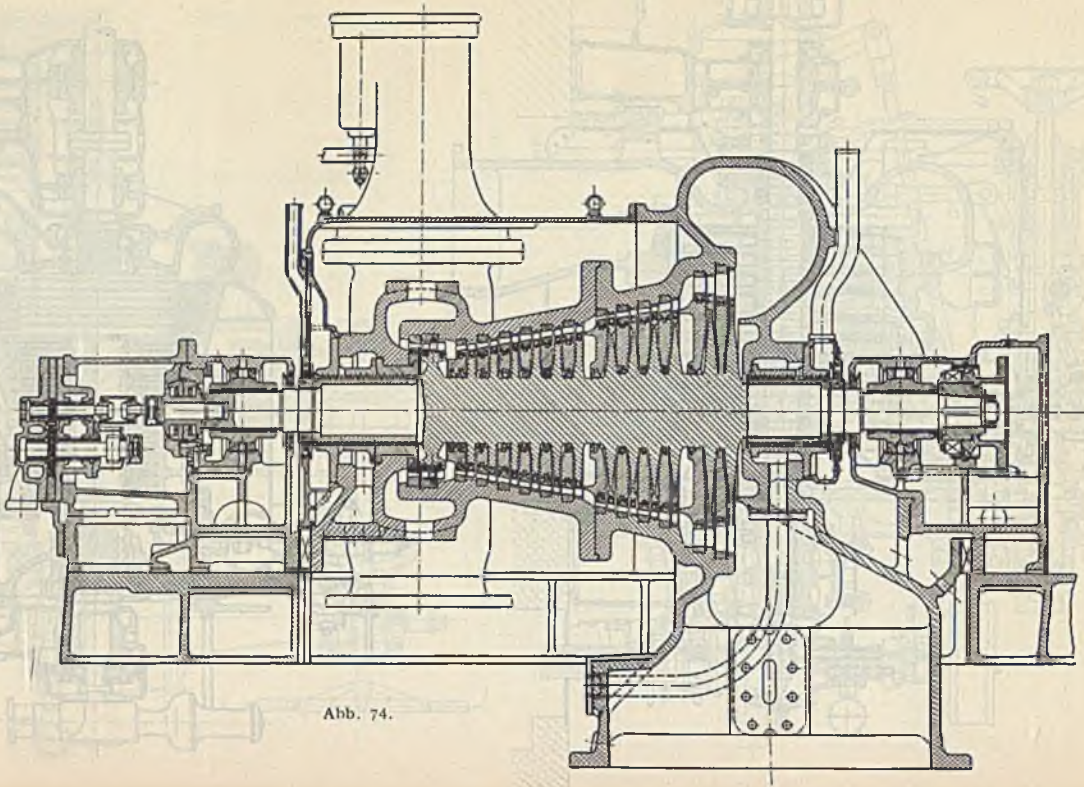


Abb. 74.

(704) **Überdruckturbinen** Reine Überdruckturbinen werden jetzt nur für Gegendruckturbinen oder für große Leistungen ausgeführt.

Meist wird als Hochdruckstufe ein zweikränziges Gleichdruckrad vorgeschaltet, wodurch teilweise Beaufschlagung möglich ist und die ersten Überdruckschaufeln günstige Länge erhalten, der Druck im Gehäuse ist niedriger. Die Ausführung von BBC. zeigt Abb. 76 (S. 758). Zum Ausgleich des Axialschubes sind die Räume vor und hinter der Trommel durch Bohrungen in das Innere derselben verbunden, soweit Entlastung nicht schon durch das Geschwindigkeitsrad erreicht wird.

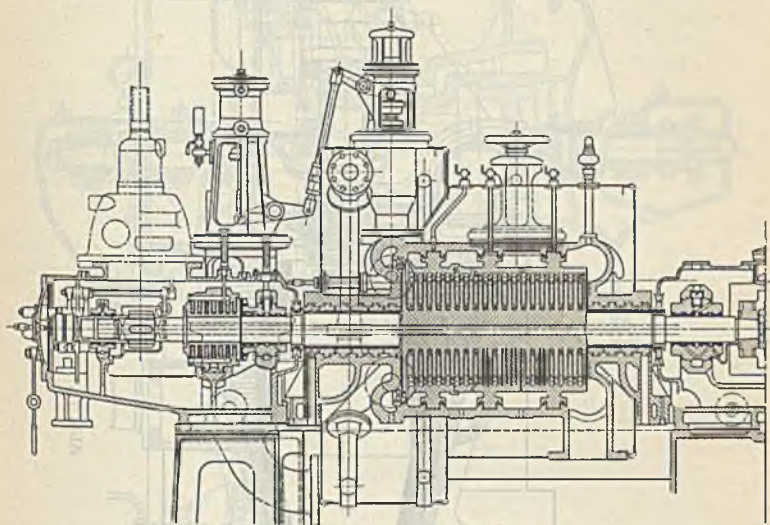


Abb. 75.

Eine der ersten Überdruckturbinen mit Curtisrad war die Turbine von Melms & Pfenninger (ausgeführt von J. A. Maffei, München), die in Abb. 77 (S. 759) dargestellt ist.

Die Regelung ist eine kombinierte Drossel- und Düsenreglung; bei kleiner Belastung wird nur das Hauptventil (rechts oben) betätigt, bei größerem Hub desselben werden nacheinander die federbelasteten Zuschaltventile (links oben) durch die zweiarmligen Hebel aufgedrückt. Frischdampfzufuhr von unten in einem Rohr innerhalb der Verkleidung um das Gehäuse herum.

Überdruckturbinen mit vorgeschaltetem Gleichdruckrad sind auch die Ausführungen der Gutehoffnungshütte, Oberhausen (Rhd.) und der Siemens-Schuckert-Werke; eine Ausführung der letzteren zeigt Abb. 78.

Mit der Leistung der 3000 tourigen Turbinen ist man immer weiter gegangen und hat Einheiten von 40000 kW ausgeführt; die Turbinen werden dann mehrgewandig mit unterteiltem Niederdruckteil (Zwei- oder Vierflußturbinen). Auch die Anwendung hoher Drücke ist erfolgreich durchgeführt (Escher Wyss & Cie., Zürich, für 180 at).



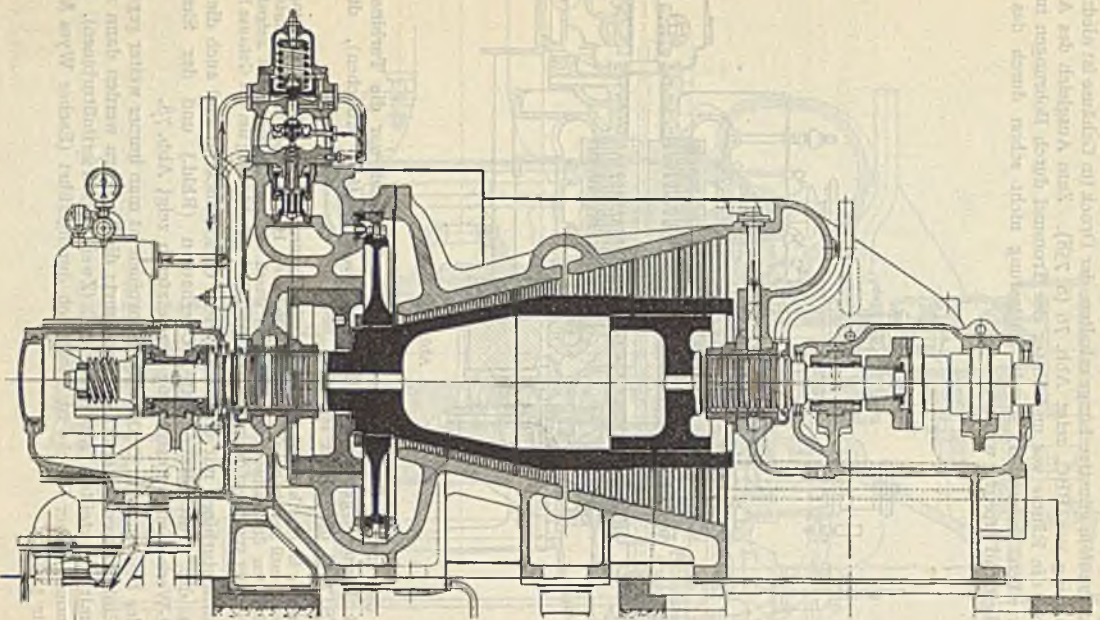


Abb. 76.

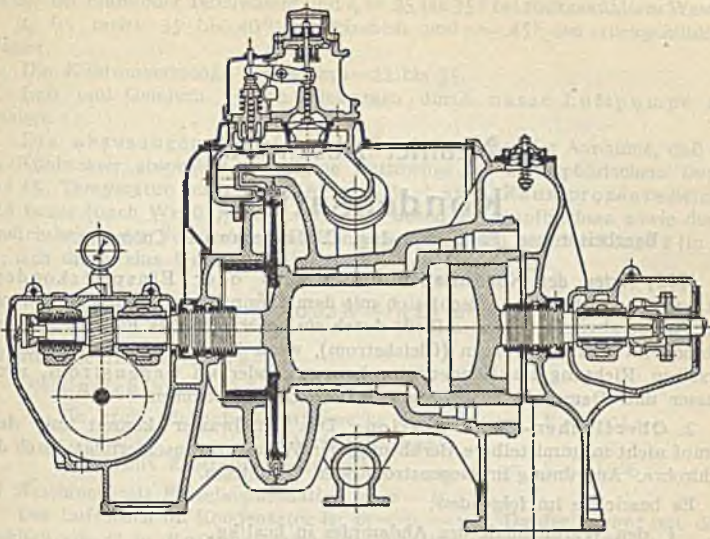


Abb. 77.

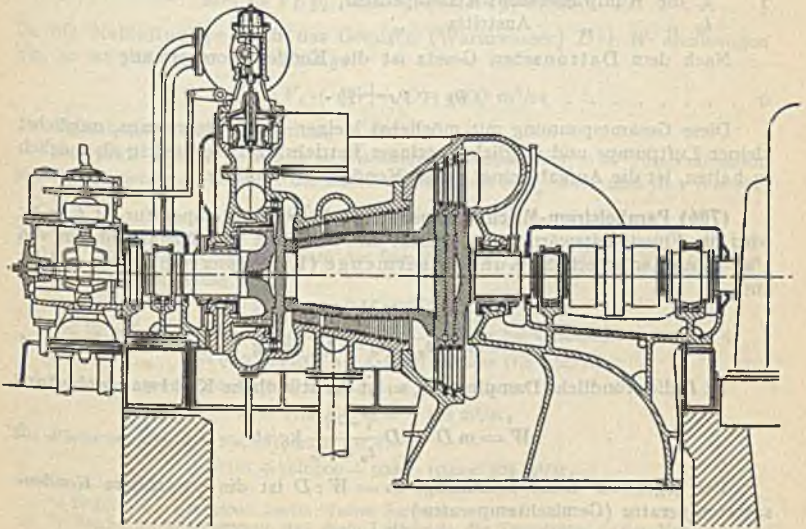


Abb. 78.



## Neunter Abschnitt. Kondensation.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann Chemnitz.

**(705) Arten der Kondensation.** 1. Misch- oder Einspritzkondensation: Das Kühlwasser mischt sich mit dem Dampf, das Gemisch wird durch eine Pumpe abgesaugt oder es fließt durch ein barometrisches Fallrohr ab. Anordnung im Parallelstrom (Gleichstrom), wenn Wasser und Dampf sich in derselben Richtung im Kondensator bewegen, oder im Gegenstrom, wenn Wasser und Dampf in entgegengesetzter Richtung strömen.

2. Oberflächen-Kondensation: Das Kühlwasser kommt mit dem Dampf nicht in unmittelbare Berührung, der Wärmeaustausch erfolgt durch die Kühlrohre. Anordnung im Gegenstrom oder Querstrom.

Es bezeichne im folgenden:

- $i$  den Wärmeinhalt des Abdampfes in kcal/kg,
- $p_k$  den Kondensatordruck in kg/cm<sup>2</sup>,
- $p_d$  den Dampfdruck im Kondensator in kg/cm<sup>2</sup>,
- $p_l$  „ Luftdruck „ „ „ „
- $t_k$  die dem Dampfdruck  $p_d$  entsprechende Kondensatortemperatur
- $t_e$  die Kühlwasser-Eintrittstemperatur,
- $t_a$  „ „ Austritts „

Nach dem Daltonschen Gesetz ist die Kondensatorspannung

$$p_k = p_d + p_l.$$

Diese Gesamtspannung mit möglichst kleiner Kühlwassermenge, möglichst kleiner Luftpumpe und möglichst geringer Betriebsarbeit so niedrig als möglich zu halten, ist die Aufgabe einer guten Kondensationsanlage.

**(706) Parallelstrom-Mischkondensation.** Die Gemischtemperatur ist  $t_k = t_a$ ; wird die Flüssigkeitswärme  $= t_a$  gesetzt und ist  $m$  die zum Niederschlagen von 1 kg Dampf erforderliche Kühlwassermenge (Kühlwasserverhältnis), so folgt aus

$$i - t_a = (t_a - t_e) m$$

$$m = (i - t_a) : (t_a - t_e) \text{ kg/kg} \dots \dots \dots 1$$

Ist  $D$  die stündliche Dampfmenge, so ist der stündliche Kühlwasserbedarf

$$W = mD = D \frac{i - t_a}{t_a - t_e} \text{ kg/st} \dots \dots \dots 2$$

Bei gegebener Kühlwassermenge  $m = W : D$  ist die erreichbare Kondensatortemperatur (Gemischtemperatur)

$$t_k = t_a = (i + m t_e) : (m + 1) \dots \dots \dots 3$$

Für  $i$  kann durchweg  $i = 600$  kcal/kg gesetzt werden, wegen Feuchtigkeitsgehalt und Abkühlungsverluste.

Die Kühlwassermenge ist abhängig von der Kühlwassertemperatur  $t_c$  und von der Gemischtemperatur  $t_a$ . Es ist  $t_c = 8$  bis  $15^\circ$  für Brunnenwasser,  $t_c = 15$  bis  $20^\circ$  bei Fluß- oder Teichwasser und  $t_c = 25$  bis  $35^\circ$  bei rückgekühltem Wasser.  $t_a$  ist meist  $35$  bis  $40^\circ$  bei frischem und  $\sim 45^\circ$  bei rückgekühltem Wasser.

Die Kühlwassermenge beträgt  $m = 22$  bis  $35$ .

Luft und Gemisch werden zusammen durch nasse Luftpumpe abgesaugt.

Die abzusaugende Luftmenge  $L$  beträgt unter der Annahme, daß die im Kühlwasser absorbiert enthaltene Luftmenge bei atmosphärischem Druck und  $15^\circ$  Temperatur (nach Bunsen) im Mittel zwei Raumprocente beträgt und ferner (nach Weiß<sup>1)</sup>) der Luftzutritt durch die Stopfbüchsen sowie durch Undichtheiten der Rohrleitung zur Kondensation, deren gesamte Länge  $z$  (in m) ist, sich durch eine Undichtheitszahl  $\mu$  ausdrücken läßt,

$$L = \frac{1}{1000} (0,02 W + \mu D) \text{ m}^3/\text{st} \quad \dots \quad 4$$

bei atmosphärischem Druck.

Die Undichtheitszahl  $\mu$  beträgt

- für grobe Betriebe (Hüttenwerke u. dgl.)  $\mu = 1,8 + 0,01 z$ ,
- „ feine „ (Elektrizitätswerke
- mit Zentralkondensation)  $\dots \mu = 1,8 + 0,006 z$ ;

bei Maschinen mit Einzelkondensation ist  $z = 0$ .

Der Luftdruck im Kondensator ist  $p_l = p_k - p_d$ . Da der Dampf mit dem Gemisch von  $t_a^0$  in Berührung steht, also gesättigt ist, kann der Druck  $p_d$  den Dampftabellen S. 561 entnommen werden.

Ist  $V_l$  das abzusaugende Luftvolumen mit dem Druck  $p_l$ , so ist nach dem Mariotteschen Gesetz (537)

$$L \cdot 1 = V_l \cdot p_l \quad \text{und} \quad V_l = L : p_l \text{ m}^3/\text{st} \quad \dots \quad 5$$

Da die Naßluftpumpe noch das Gemisch (Warmwasser)  $D + W$  abzusaugen hat, so ist die ganze Fördermenge

$$Q = V_l + (W + D) : 1000 \text{ m}^3/\text{st} \quad \dots \quad 6$$

Kraftbedarf und Berechnung s. (711).

Beispiel: Es sei  $D = 5000$  kg/st, die Kühlwassertemperatur  $t_c = 20^\circ$ , das Vakuum soll  $p_k = 0,15$  at betragen. Dann ist das Kühlwasserverhältnis bei  $t_a = 40^\circ$  nach Gl. 1 ( $i = 600$ )

$$m = (600 - 40) : (40 - 20) = 28$$

und die Kühlwassermenge  $W = 5000 \cdot 28 = 140000$  kg.

Der Temperatur  $t_a$  entspricht nach den Dampftabellen ein Dampfdruck  $p_d = 0,0752$  at somit ist die Luftspannung

$$p_l = p_k - p_d = 0,15 - 0,0752 = 0,0748 \text{ at.}$$

Für Einzelkondensation mit  $\mu = 1,8$  ist die Luftmenge bei atmosphär. Druck (Gl. 4)

$$L = (0,02 \cdot 140000 + 1,8 \cdot 5000) : 1000 = 11,8 \text{ cbm/st}$$

und das abzusaugende Luftvolumen bei  $0,0748$  at (nach Gl. 5)

$$V_l = 11,8 : 0,0748 = \sim 158 \text{ m}^3/\text{st.}$$

Das Fördervolumen der Naßluftpumpe (Gl. 6)

$$Q = 158 + (140000 + 5000) : 1000 = 303 \text{ m}^3/\text{st.}$$

<sup>1)</sup> Weiß: Kondensation. Berlin: Julius Springer.

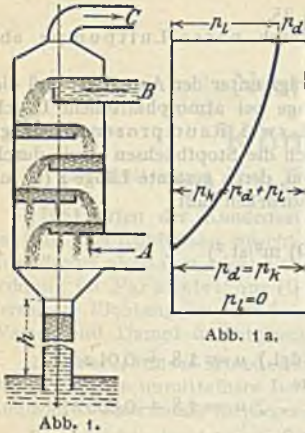
<sup>2)</sup> Hierbei ist angenommen, daß diese Luftmenge die Temperatur  $t_k$  des Kondensators hat, bzw. daß bei dem Anteil der absorbierten Luft wegen Unsicherheit die geringfügige

Korrektur  $\frac{273 + t_k}{273 + 15}$  überflüssig erscheint,



(707) **Gegenstrom-Mischkondensation.** Dampf und Kühlwasser treten an gegenüberliegenden Enden des Kondensators ein.

Bei dem in Abb. 1 schematisch dargestellten Weißschen Gegenstromkondensator tritt der Dampf unten bei A, das Wasser oben bei B ein, und die



Luftpumpe saugt ihr Gasgemenge bei C ab, d. h. an einer Stelle, wo es wegen des dort eintretenden Wassers am kühlfesten ist. Infolgedessen wird auch die Dampfspannung hier nahezu der Temperatur  $t_c$  des Kühlwassers entsprechen. Andererseits ist an der Stelle, wo der Dampf ein- und das erwärmte Wasser austritt, zwar die Dampfspannung der höheren Temperatur entsprechend, aber zugleich die Luftspannung geringer. Die Kondensatorspannung ist daher nur wenig höher als  $p_d$ , und man kann kleinere Kühlwassermengen anwenden und bessere Luftleere erzielen. Abb. 1 a zeigt den Druckverlauf im Kondensator.

Die Temperatur an Luftabsaugestelle ist größer als  $t_c$ , da Dampf und Luft nicht so rasch die Wärme abgeben. Nach Weiß ist die Temperatur  $t_l$  an der Absaugestelle  $t_l = t_c + \alpha$ , wobei

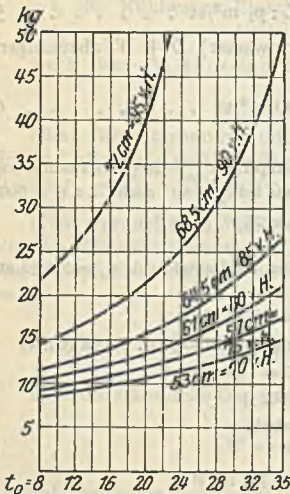
$$\alpha = 4 + 0,1 (t_a - t_c) \dots \dots \dots 7$$

st:

Die Kühlwassermenge ist nach Gl. 1 (S. 706) zu ermitteln, die Gemischtemperatur  $t_a$  entspricht aber dem Kondensatordruck  $p_k$ , da unten  $p_l = 0$  (die Luft strömt nach oben) und  $p_k = p_d$  ist; somit ist  $t_a$  höher als bei Parallelstrom und die Kühlwassermenge geringer, sie beträgt bei  $t_c = 20$  bis  $30^\circ$

$$m = 15 \text{ bis } 28.$$

In Abb. 2 sind die Kühlwassermengen  $m$  kg/kg für verschiedene Kondensatordrucke bzw. Luftleeren in % und in cm QS über verschiedenen Kühlwassertemperaturen aufgetragen.



Die abzusaugende Luftmenge  $L$  ist wie für Parallelstrom nach Gl. 4 zu ermitteln, sie ist wegen der kleineren Kühlwassermenge geringer.

An der Absaugestelle ist mit Gl. 7  $t_l = t_c + 4 + 0,1 (t_a - t_c)$ , der Dampf an dieser Stelle besitzt einen dieser Temperatur nach den Dampftabellen S. 561 entsprechenden Druck  $p_d$ , der geringer ist, als an anderen Stellen des Kondensators.

Da die Luftspannung  $p_l$  größer ist, als bei Parallelstrom, so ist das abzusaugende Luftvolumen kleiner,

$$V_l = L : p_l.$$

Gegenstromkondensation wird meist bei größeren Anlagen und bei Zentralkondensationen verwendet.

Das Wasser wird bei Gegenstromkondensatoren häufig durch ein sog. barometrisches Fallrohr, Abb. 1, abgeführt, dessen Höhe  $h$  größer als die dem Atmosphärendruck entsprechende Wassersäulenhöhe zu nehmen ist; zuweilen wird hierzu eine Warmwasserpumpe verwendet. Die Luft wird gewöhnlich durch eine trockene Schieberluftpumpe abgesaugt.

Die Zuführung des Kühlwassers geschieht entweder durch unmittelbares Ansaugen infolge der Luftleere im Kondensator oder durch eine besondere Kaltwasserpumpe, unterstützt durch die Saugwirkung des Kondensators, in den das Druckrohr einmündet.

Beispiel. Es sei zum Vergleich mit Parallelstrom wie im Beispiel S. 761  $D = 5000$  kg/st,  $t_e = 20$ ,  $p_k = 0,15$ ; dem entspricht eine Temperatur  $t_a = 53,6^\circ\text{C}$ , somit ist die Kühlwassermenge

$$m = (600 - 53,6) : (53,6 - 20) = 16,3$$

und der Kühlwasserbedarf  $W = 5000 \cdot 16,3 = 81500$  kg/st. Damit ist

$$L = (0,02 \cdot 81500 + 1,8 \cdot 5000) : 1000 = 10,63 \text{ m}^3/\text{st.}$$

Die Temperatur an der Absaugstelle ist  $t_i = 20 + 4 + 0,1(53,6 - 20) = \sim 27,4^\circ$  und der dem entsprechende Dampfdruck  $p_d = 0,0373$  at, somit die Luftspannung

$$p_i = p_k - p_d = 0,15 - 0,0373 = 0,1127 \text{ at}$$

und das durch trockene Luftpumpe abzusaugende Luftvolumen

$$V_i = L : p_i = 10,63 : 0,1127 = 94,5 \text{ m}^3/\text{st.}$$

Die Warmwasserpumpe hat  $(W + D) : 1000 = 86,5$  m<sup>3</sup>/st fortzuschaffen.

**(708) Oberflächenkondensation.** Hierbei läuft das mittels Kreiselpumpe zugeführte Kühlwasser durch ein vom Dampfe umspültes Rohrsystem des in der Regel geschlossenen Kondensators von zylindrischer Gestalt. Zwischen den ebenen Rohrböden desselben sind dünnwandige Messingrohre von  $d = 20$  bis 40 mm Durchmesser und  $d + 8$  bis  $d + 16$  mm Abstand der Mitten.

Die für 1 kg Dampf erforderliche Kühlwassermenge — das Kühlwasser-verhältnis — berechnet sich für derartige Oberflächenkondensatoren ebenfalls nach Gl. 1 (706), doch ist zu berücksichtigen, daß die Abflustemperatur des Kühlwassers hier um etwa 10 bis 15° niedriger als die im Kondensator herrschende Temperatur angenommen werden muß, so daß

$$m = \frac{580}{[t_k - (10 \text{ bis } 15)] - t_e}$$

Gewöhnlich ist  $m = 35$  bis 45; für Dampfturbinen, wo eine größere Luftleere verlangt wird, ist bei rückgekühltem Wasser — je nach dem verlangten Vakuum —  $m = 50$  bis 70 zu setzen.

Die Wärmedurchgangszahl  $k$ , d. h. die Wärmemenge in kcal, die durch 1 m<sup>2</sup> Kühlfläche des Kondensators für 1° Temperaturunterschied stündlich übertragen wird, hängt ab von den Widerständen der Wärmeübertragung von Dampf an die Rohrwand, beim Durchgang durch diese und von hier an das Kühlwasser<sup>1)</sup>. Bezeichnet  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Wärmedurchgangszahl für erstere bzw. letztere Übertragung, ferner  $\lambda$  die Wärmeleitzahl des Metalls in kcal und  $\delta$  die Wandstärke der Rohre in mm, so ist

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

$\lambda$  kann bei der allgemein gebräuchlichen Wandstärke der Messingrohre von 1 mm zu 90000 kcal angenommen,  $\alpha_2$  (nach Ser) =  $4500 \sqrt{v}$  gesetzt werden, worin  $v$  die Geschwindigkeit (in m/sek) bedeutet, mit der sich das Wasser in den Rohren bewegt; ferner ermittelte Ser  $\alpha_1 \sim 5000 - 15000$ .

1) Z. 1909, S. 322.



Diese Werte in die obige Gleichung eingesetzt, ergeben mit  $v = 0,5$  m/sek und  $\delta = 1$  mm

$$k = 2500.$$

Man sieht, daß  $k$  hauptsächlich von  $\alpha_2$ , d. h. von der Größe der Kühlwassergeschwindigkeit in den Rohren abhängen würde, wenn der Dampf sich allein im Kondensator befände. Nun gelangt aber auch Luft in diesen, die gekühlt werden muß, und damit ändert sich, da der Wärmeübergang der letzteren an die Wandung gegenüber demjenigen des Dampfes verschwindend klein ist, die Wärmedurchgangszahl ganz erheblich. Man wird sich bei Bestimmung der Kühlfläche des Kondensators an im praktischen Betrieb gewonnene Erfahrungszahlen halten müssen, die mittleren Verhältnissen entsprechen, und nimmt  $k \leq 1500 \div 2000$ .

Normale Werte für das Verhältnis Kühlfläche  $F$  zur Dampfmenge  $D$  ist  $f = F/D = 0,02 \div 0,03$ , bei Turbinen-Kondensation bis  $0,04 \div 0,05$ , oder die Kühlflächenbeanspruchung  $D : F = 50 \div 33,3$  bzw.  $D : F = 25 \div 20$ .

Aus der Beziehung  $D \cdot (i - t_d) = W (t_a - t_e)$  folgt mit  $i - t_d = 580$  als Mittelwert die Kühlwassererwärmung

$$t_a - t_e = D \cdot 580 : W; \quad t_a = t_e + D \cdot 580 : W \quad . . . . . 8$$

Andererseits ist die durchgehende Wärmemenge

$$Q = (t_d - t_a) k \cdot F = D \cdot 580,$$

woraus die Temperaturdifferenz

$$\Delta t = t_d - t_a = D \cdot 580 : F \cdot k \quad . . . . . 9$$

zwischen Dampf und Kühlwasser ermittelt werden kann, die im ganzen Kondensator bei Gegenstrom unverändert bleibt.

Die Dampftemperatur am Dampfeintrittsstutzen (Kühlwasseraustritt) ist somit

$$t_a = t_e + \Delta t = t_e + D \cdot 580 : W + D \cdot 580 : F \cdot k \quad . . . . . 10$$

und dementsprechend ist der Kondensatordruck  $p_k = p_d$  den Tabellen S. 561 zu entnehmen, da dort  $p_l = 0$ .

An der Luftabsaugestelle (Kühlwassereintritt) ist alsdann die Temperatur

$$t_l = t_e + \Delta t = t_e + D \cdot 580 : F \cdot k \quad . . . . . 11$$

und mit dem dieser Temperatur entsprechenden Dampfdruck  $p_d'$  ist die Luftspannung

$$p_l = p_k - p_d'.$$

Die abzusaugende Luftmenge erweist sich aus  $L = \mu D : 1000$  mit dem Wert  $\mu = 1,8$  als zu groß.

Als praktische Werte des für je 1000 kg Stundendampf abzusaugenden Luftvolumens  $V_l$  kann angenommen werden

$$\begin{array}{l} V_l = 0,75 \text{ bis } 0,8 \text{ m}^3/\text{min} \text{ bei } 85 \text{ bis } 90\% \text{ Vakuum (Dampfmaschinen)} \\ V_l = 1,1 \text{ ,, } 1,2 \text{ ,, ,, } 95 \text{ ,, } 96\% \text{ ,, (Dampfturbinen).} \end{array}$$

Abb. 3 zeigt das für verschiedene Kühlwassertemperaturen bei  $m = 65$ facher Kühlwassermenge und einer Flächenbeanspruchung  $D : F = 33,5$  erreichbare Vakuum im Kondensator bzw. den absoluten Druck; das Vakuum im Abdampfstutzen ist um  $0,5\%$  schlechter, der absolute Druck  $0,005$  at höher. Ferner sind die den Drücken entsprechenden Dampftemperaturen eingetragen.

Beispiel. Der stündliche Dampfverbrauch einer Turbine sei  $D = 15000$  kg/st, das Vakuum soll  $94\%$  betragen, also  $p_k = 0,06$  at, dem entspricht  $t_k = 35,3^\circ$ ; Kühlwassertemperatur  $t_e = 15^\circ$ . Es werde 50fache Kühlwassermenge genommen

$$W = 15000 \cdot 50 = 750000 \text{ kg/st} = 750 \text{ m}^3/\text{st}.$$

Dann ist nach Gl. 8 die Kühlwasseraustrittstemperatur

$$t_a = 15 + 15000 \cdot 580 : 750000 = 15 + 11,6 = 26,6^\circ$$

und die Temperaturdifferenz (Gl. 9) mit  $F : D = 35$  und  $k = 2000$ , also  $F = 15000 : 35 = 430 \text{ m}^2$

$$\Delta t = 15000 \cdot 580 : 430 \cdot 2000 = 10,1^\circ$$

An der Luftabsaugestelle ist

$$t_l = t_e + \Delta t = 15 + 10,1 = 26,1^\circ$$

dem entspricht (S. 561)  $p_d = 0,0343$  at und damit ist

$$p_l = 0,06 - 0,0343 = 0,0257$$

und das abzusaugende Luftvolumen mit  $\mu = 1,8$

$$V_l = \frac{\mu D}{1000 p_l} = \frac{1,8 \cdot 15000}{1000 \cdot 0,0257} = 1050 \text{ m}^3/\text{st.}$$

oder  $1050 : 60 = 17,5 \text{ m}^3/\text{min}$ , während nach den praktischen Werten sich  $1,1 \cdot 15 = 16,5 \text{ m}^3/\text{min}$  ergeben würden (bei 95% Vakuum, bei 94% noch weniger).

Werden Kühlrohre von 29 mm äußerem Durchmesser mit 1 mm Wandstärke gewählt von 3,0 m Länge, so sind

$$i = \frac{430}{3,0 \cdot \pi \cdot 0,029} = 1575 \text{ Rohre}$$

erforderlich.

(709) Ausführung der Oberflächenkondensatoren. Geschlossene liegende Oberflächenkondensatoren bestehen aus einem zylindrischen schmiedeeisernen Mantel mit Flanschen, an welche die Rohrböden aus Schmiedeeisen oder Muntzmetall (bei saurem und salzigem Wasser) und die gußeisernen Deckel bzw. Wasserkammern mit Gummidichtung geschraubt werden. Abb. 4 zeigt diese Ver-

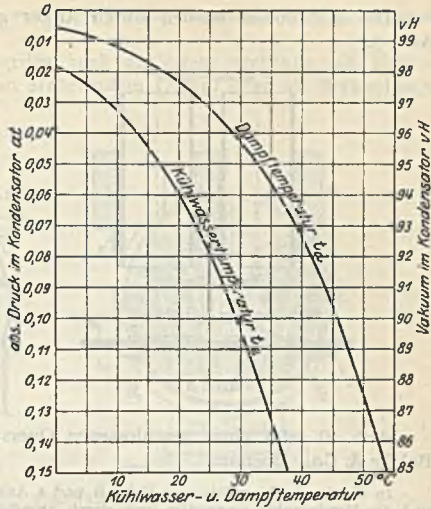


Abb. 3.

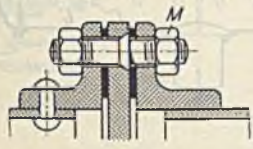


Abb. 4.



Abb. 5.

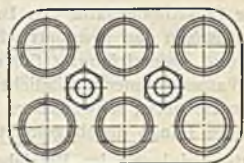


Abb. 6.

schraubung. In den Rohrböden werden die Kühlrohre befestigt, durch Einwalzen, durch Gummiringe (Politzdichtung), Abb. 5, oder durch besondere Druckplatten, Abb. 6<sup>1)</sup>, durch Verschraubungen, Abb. 7, oder durch elastische Gummipplatten, Abb. 8.

<sup>1)</sup> aus: K. Schmidt: Die Kondensation. Berlin: Julius Springer.



Die Rohrböden werden durch Anker gegen den Wasserdruck versteift. Abb. 9.

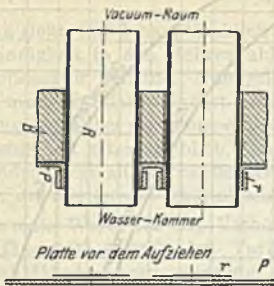


Abb. 8.



Abb. 7.



Abb. 9.

Abb. 10 zeigt einen geschlossenen Querstrom-Oberflächenkondensator von Balcke & Co., Bochum.

In die durch ein gußeisernes Rohr *B* und 4 Anker gegeneinander versteiften Rohrböden sind die Messingrohre eingewalzt bzw. durch Stopfbüchsen mit Gummipackung abgedichtet. Ablenker *A* zwecks Querführung des Dampfes, Kühlrohrteilung oben groß, nach unten abnehmend, Kühlwasserführung durch Führungsblech *D*, zweifacher Wasserweg, daher geringer Widerstand. Luftabsaugung in Nähe des tiefsten Punktes im kältesten Teil durch Absaugeröhre *C*.

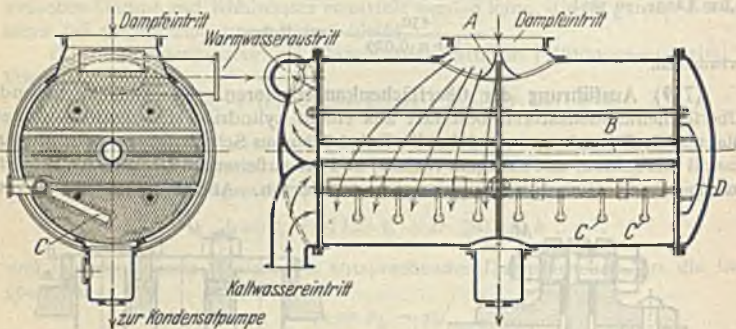


Abb. 10.

Der OV-Kondensator von Brown, Boveri & Cie., Abb. 11, hat V-förmigen Raum zwischen den symmetrisch angeordneten Rohren, wodurch großer Querschnitt und Querströmung (kurzer Dampfweg) erreicht wird. Scheidewand *S* in der Wasserkammer ermöglicht Ausschalten und Reinigen jeder Kondensatorhälfte im Betriebe; schwenkbare Deckel. Luftabsaugung bei  $L_1, L_2$ , gleichmäßig über ganze Länge durch gelochte Bleche  $B_1, B_2$ .

Gute Reinigung im Betriebe wird auch durch Spülung (erhöhte Wassergeschwindigkeit) nach Hülsmeier erzielt.

Eine erhebliche Erhöhung des Wärmedurchganges läßt sich durch ineinander gesteckte Messingrohre — der Dampf strömt durch die inneren und umspült die äußeren Rohre, während das Kühlwasser im Gegenstrom den ringförmigen Zwischenraum der Rohre durchfließt — erreichen.

Abb. 12 zeigt einen Doppelrohr-Oberflächenkondensator der G. m. b. H. Schaffstädt, Gießen, wie er für größere Dampfmen gen zur Verwendung kommt. Bei einem solchen

Kondensator von  $\sim 15 \text{ m}^2$  Kühlfläche waren nur  $0,008 \text{ m}^2$  Kühlfläche für  $1 \text{ kg/st}$  Dampf erforderlich.

Oberflächenkondensatoren werden auch als offene stehende, als Bassinkondensatoren mit in den Röhren strömendem Dampf oder als Berieselungskondensatoren ausgeführt.

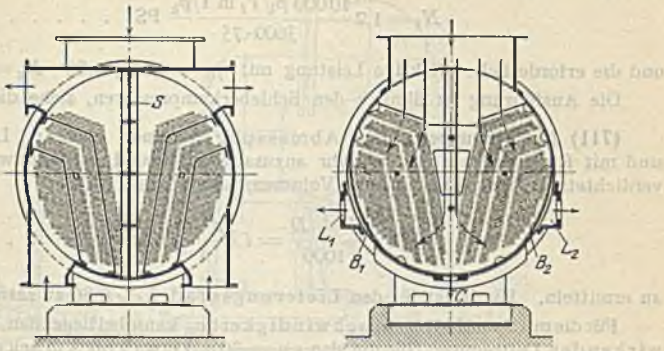


Abb. 11.

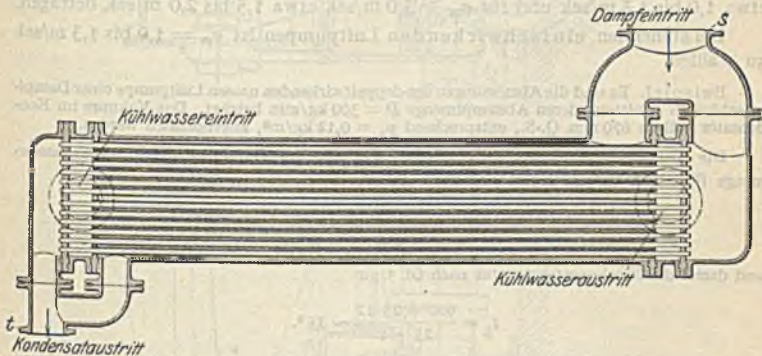


Abb. 12.

### Kolbenluftpumpen.

(710) Trockene Luftpumpen. Bei einer trockenen Luftpumpe ergibt sich, unter Zugrundelegung eines Lieferungsgrades  $\lambda \sim 0,90$  bis  $0,95$ , der Durchmesser  $d$  derselben bei dem Hube  $s$  (beide in m) aus

$$V_i = i \lambda \frac{d^3 \pi}{4} s n, \dots \dots \dots 12$$

worin  $n$  die minutliche Umlaufzahl und  $i = 1$  oder  $2$ , je nachdem die Pumpe einfach- oder doppeltwirkend ist.

Mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m = 1,2$  bis  $2,5 \text{ m/sek}$ . Trockene Luftpumpen werden als Schieberluftpumpen mit Überströmung ausgeführt. Kanalabmessungen mit  $w = 25$  bis  $35 \text{ m/sek}$  wie für Dampfmaschinen (606) zu rechnen. Weite des Überströmkanals  $c = a/4$  bis  $a/3$ , Überdeckung  $e = c + 3$  bis  $5 \text{ mm}$ ; Exzentrizität meist  $r = e + a + 1$  bis  $3 \text{ mm}$ , Voreilwinkel



$\delta = 8$  bis  $14^\circ$ . Luftgeschwindigkeit im Saugrohr  $w = 10$  bis  $20$  m/sek, im Druckrohr  $w = 15$  bis  $30$  m/sek.

Kraftbedarf der trockenen Luftpumpen bei Annahme isothermer Kompression  $= P_k V_1 \ln 1/p_k$  für eine Umdrehung, oder in PS

$$N_1 = 1,2 \frac{10000 p_k V_1 \ln 1/p_k}{3600 \cdot 75} \text{ PS} \dots \dots \dots 13$$

und die erforderliche effektive Leistung mit  $\eta_m = 0,65 \div 0,80$   $N_e = N_1 : \eta_m$

Die Ausführung ist ähnlich den Schieberkompressoren, siehe diese.

**(711) Naßluftpumpen.** Die Abmessungen einer nassen Luftpumpe sind mit Rücksicht auf das von ihr anzusaugende, aus Luft, Kühlwasser und verdichtetem Dampf bestehende Volumen, somit aus

$$V_1 + \frac{W + D}{1000} = i \lambda \frac{d^2 \pi}{4} s n \dots \dots \dots 14$$

zu ermitteln. Hierin ist für den Lieferungsgrad  $\lambda \sim 0,80$  zu setzen.

Für die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m$  kann bei liegenden, doppelwirkenden Luftpumpen (für die also  $s n = 30 c_m$ ) etwa  $2$  bis  $3$  m/sek genommen werden. Die Wassergeschwindigkeit in den Ventilen soll für  $c_m$  bis  $3$  m/sek etwa  $1,0$  bis  $1,5$  m/sek und für  $c_m > 3,0$  m/sek etwa  $1,5$  bis  $2,0$  m/sek betragen.

Bei stehenden, einfachwirkenden Luftpumpen ist  $c_m = 1,0$  bis  $1,3$  m/sek zu wählen.

**Beispiel.** Es sind die Abmessungen der doppelwirkenden nassen Luftpumpe einer Dampfmaschine zu ermitteln, deren Abdampfmenge  $D = 300$  kg/min beträgt. Das Vakuum im Kondensator soll zu  $670$  mm Q.-S., entsprechend  $p_k = 0,12$  kg/m<sup>2</sup>, angenommen werden.

Die Kühlwassertemperatur sei  $t_e = 12^\circ$ . Für eine zur Verfügung stehende Kühlwassermenge  $W = 7500$  kg/min ergibt sich nach (706)

$$m = \frac{7500}{300} = 25$$

und damit die Mischungstemperatur nach Gl. 3 zu

$$t_k = \frac{600 + 25 \cdot 12}{25 + 1} \sim 35^\circ.$$

Der dieser Temperatur entsprechende Dampfdruck beträgt (s. Tabelle auf S. 561)

$$p_d \sim 0,057 \text{ kg/m}^2.$$

Aus Gl. 4 folgt mit  $\mu = 1,8$

$$L = \frac{1}{1000} (0,02 \cdot 7500 + 1,8 \cdot 300) \sim 0,7 \text{ m}^3/\text{min}$$

und damit aus Gl. 5 u. 6 das von der Luftpumpe anzusaugende Volumen

$$\frac{0,7}{0,12 - 0,057} + \frac{7500 + 300}{1000} \sim 19 \text{ m}^3/\text{min}.$$

Für eine mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m = 2,4$  m/sek bzw.  $s n = 72$  ergibt sich dann der Durchmesser  $d$  der Luftpumpe aus

$$2 \cdot 0,8 \frac{d^2 \pi}{4} 72 = 19 \text{ zu } d = 0,460 \text{ m}$$

und der Hub (für  $n = 120$  Uml/min) aus

$$c_m = \frac{\pi s}{30} \text{ zu } s = \frac{30 \cdot 2,4}{120} = 0,600 \text{ m}.$$

Der Durchmesser  $d_v$  der Ventile folgt bei  $i$  Ventilen, wenn  $\alpha = 0,60$  bis  $0,65$  der Verengungsfaktor aus der Beziehung ( $w =$  Wassergeschwindigkeit)

$$i \alpha \pi d_v^2 / 4 = Q : 3600 w .$$

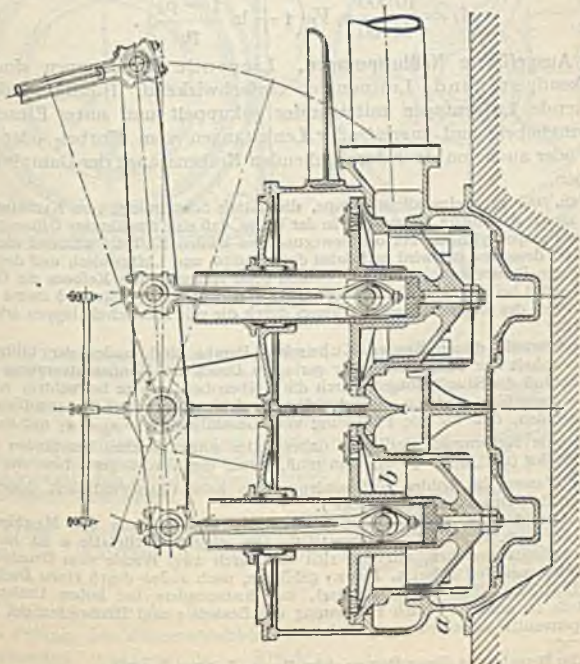
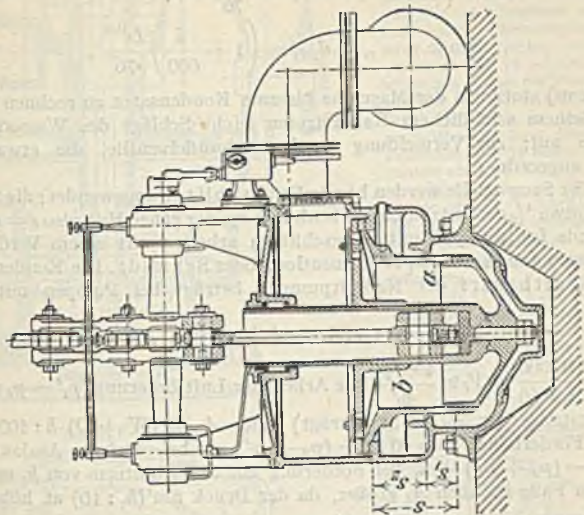


Abb. 13.



Der Durchmesser  $d_0$  (in m) der Abdampfleitung zum Kondensator kann nach Weiß für eine stündliche Dampfmenge  $D$  in kg genommen werden

$$\text{für kurze Leitungen } d_0 = \frac{D^{0,4}}{76} \text{ und}$$

$$\text{,, lange ,, } d_{0(l)} = \left(1 + \frac{l}{600}\right) \frac{D^{0,4}}{76} .$$

wobei  $l$  (in m) stets von der Maschine bis zum Kondensator zu rechnen ist.

Bei kleinem schädlichem Raum treten leicht Schläge des Wassers gegen die Ventile auf; zur Vermeidung werden Schnüffelventile, die etwas Luft ansaugen, angeordnet.

Statt der Saugventile werden häufig Saugschlitze angewendet; die Schlitzlänge  $s_1$  ist etwa  $\frac{1}{3}$  des nutzbaren Kolbenhubes  $s_h$ , der ganze Hub also  $s = s_h + s_1$ .

Stehende Luftpumpen mit Saugschlitzen arbeiten mit einem Verdrängerkolben. Berechnung s. Weiß, Kondensation, oder Schmidt, Die Kondensation.

Der Kraftbedarf der Naßluftpumpen beträgt bei Pumpen mit Saugventilen

$$N_l = 1,4 (A_l + A_w) : 75 \text{ PS}_l , . . . . . 15$$

wenn  $A_l = \frac{10\,000}{60 \cdot 60} p_l \cdot V_l \ln \frac{1 - p_d}{p_l'}$  die Arbeit der Luftförderung ( $p_l' = p_l$  weniger Ventilwiderstand, der  $\sim 0,2$  at beträgt) und  $A_w = (W + D) \cdot h : 1000$  mkg, mit der Förderhöhe  $h = 10 [1 - (p_d + p_l')] m$  bei freiem Auslauf oder  $h = 10 [1 - (p_d + p_l')] + h_1$  bei Förderung auf den Kühlturm von  $h_1$  m Höhe; im letzteren Falle ist auch  $A_l$  größer, da der Druck um  $(h_1 : 10)$  at höher.

Bei Pumpen mit Saugschlitzen ist

$$A_l = \frac{10\,000}{60 \cdot 60} p_l V_l \left(1 + \ln \frac{1 - p_d}{p_l}\right) .$$

**(712) Ausgeführte Naßluftpumpen.** Liegende Luftpumpen sind meist doppelwirkend, stehende Luftpumpen einfachwirkend. Häufig werden zwei einfachwirkende Luftpumpen miteinander gekuppelt und unter Einschaltung eines Schwinghebels und angreifender Lenkstangen vom Kurbel- oder Kreuzkopfpfaffen oder auch von einer durchgehenden Kolbenstange der Dampfmaschine aus betrieben.

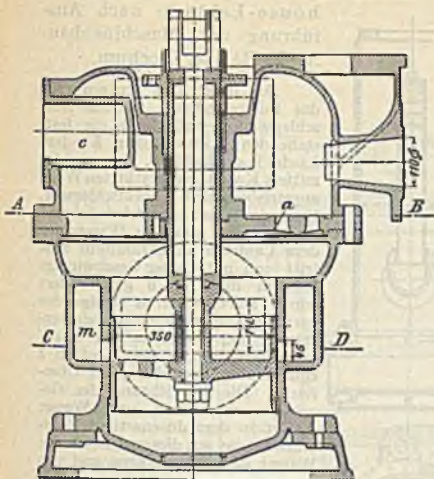
Abb. 13 (S. 769) zeigt eine solche Pumpe, die mittels Schubstange vom Kurbelpfaffen aus bewegt wird; sie arbeitet ohne Saugventile in der Weise, daß eine ringförmige Öffnung  $a$  in der Lauflfläche des Pumpenzylinders bei der Bewegung des hohlen Kolbens während eines Teiles des Niederganges desselben frei wird und dabei dem Dampf- und Luftgemisch und dem Wasser den Zutritt in den Pumpenraum gestattet. Sobald beim Aufgange des Kolbens die Öffnung  $a$  geschlossen ist, wird bei der Weiterbewegung desselben durch den Verdränger  $b$  zuerst die Luft und darauf ein Teil des eingeschlossenen Wassers durch die mit Kautschukklappen arbeitenden Ventile gedrückt.

Als Hauptvorteile dieser Brown-Kuhnschen Pumpe sind, außer der billigen Herstellung, Abwesenheit der Saugventile, der geringere Druck im Kondensatorraume und der zwangsläufige Schluß der Saugöffnungen durch die Kolbenoberkante zu betrachten. Allerdings sind damit — gegenüber anderen einfachwirkenden Luftpumpen mit Saugventilen — die Nachteile verbunden, daß für die Förderung vom Gesamthube  $s = s_h + s_1$  nur ein Teil  $s_1$  wirksam ist — die Kolbengeschwindigkeit daher unter sonst gleichen Umständen im Verhältnis  $s : s_h$  größer (um 30 bis 50%) sein muß, ferner der Verdränger  $b$  bzw. die Relativbewegung des Wassers im hohlen Kolbenkörper eine hohe Geschwindigkeit desselben im Zylinder und in den Druckventilen bedingt<sup>1)</sup>.

In Abb. 14 ist eine stehende Luftpumpe mit Saugschlitzen der Maschinenfabrik R. Raupach, G. m. b. H., Görlitz, dargestellt. Die obere Ventilplatte  $a$  ist mit einem dreieckigen Ausschnitt versehen, auf den sich ein durch zwei Wände vom Druckraum der Pumpe abgeschlossener Teil aufsetzt. Der so gebildete, nach außen durch einen Deckel  $c$  abgeschlossene Luftraum dient als Windkessel, um, insbesondere bei hohen Umlaufzahlen, eintretende Stöße zu mildern. Nach Entfernung des Deckels  $c$  und Hochziehen des Kolbens sind die Klappenventile desselben zugänglich.

<sup>1)</sup> Über die Berechnung dieser Pumpe siehe Berg, Z. 1899, S. 92ff.

Abb. 15 zeigt ein zur Pumpe gehöriges Klappenventil.



Die Abb. 16 ersichtliche stehende Kondensatorluftpumpe nach Doerfler kennzeichnet sich dadurch, daß der obere Raum des Zylinders zu einer großen Luftkammer *a* ausgebildet ist und die in derselben eingeschlossene Luft beim Kolbenaufgange als elastisches Kissen wirkt, wodurch — wie vordem, Abb. 14 — Stöße, auch bei schnellem Gange der Pumpe, vermieden werden. Der mit seiner Stange in einem Stück gegossene, in den Zylinder eingeschlossene Kolben trägt 30 Ventile; außerdem sind 35 Saug- und 45 Druckventile vorhanden.

Eine stehende Kondensatorluftpumpe mit Tauchkolben gehört zu der auf Tafel III ersichtlichen stehenden Verbundmaschine der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Werk Nürnberg.

Abb. 17 zeigt eineliegende doppelwirkende Luftpumpe nach Ausführung von A. Borsig. Der Einspritzraum ist in das Pumpengehäuse verlegt. Die Saugventile sind hängend angeordnet,

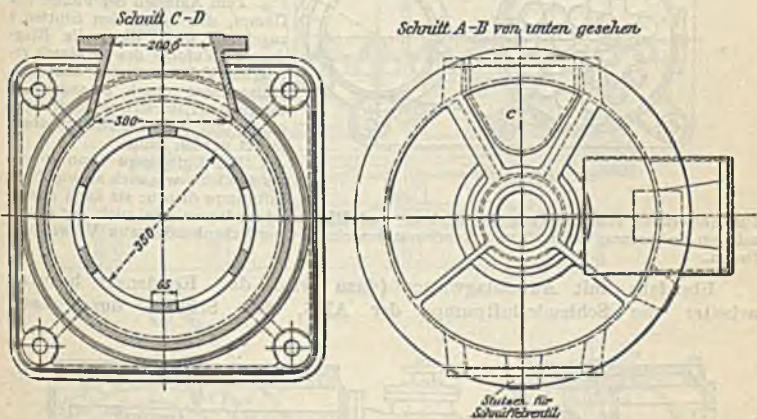


Abb. 14.

so daß ihr Eröffnungswiderstand nur gering ist. Zuerst strömt das Kondensat in den Pumpenraum über, dann folgt die Luft nach.

In Abb. 18 ist eine unter Maschinenflur aufgestellte liegende Luftpumpe dargestellt, deren Antrieb mittels zweiarmligen Schwinghebels von der verlängerten Kolbenstange des Niederdruckzylinders einer liegenden Verbunddampfmaschine aus erfolgt.

(713) **Rotierende Luftpumpen.** Meist als Wasserstrahlpumpen ausgeführt.

Abb. 19 zeigt die Bauart der auf dem Prinzip des Wasserstrahl-Ejektors beruhenden rotierenden Kondens-

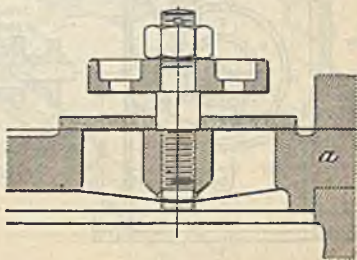


Abb. 15.



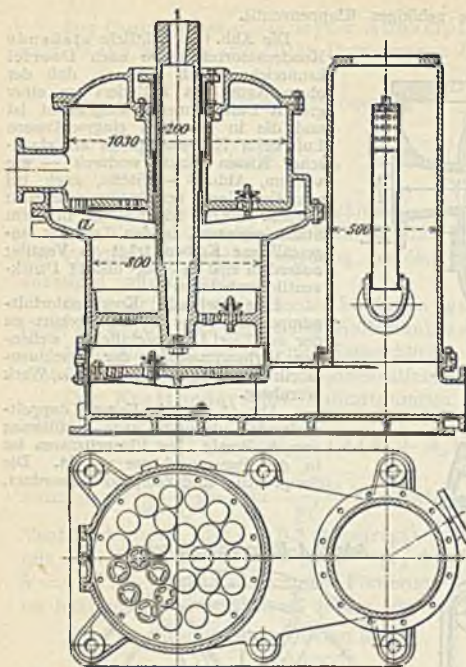


Abb. 16.

satorluftpumpe von Westinghouse-Leblanc nach Ausführung der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum.

Das durch den Stutzen *a* in das Pumpengehäuse tretende Aufschlagwasser wird durch die feststehenden Leitschaufeln *h* dem Laufrade *g* zugeführt, das von der mittels Kugellager gestützten Welle angetrieben wird. Beaufschlagung, Umlaufzahl und Schaufelwinkel sind so bemessen, daß das Wasser aus dem Laufrade in Strahlform austritt und mit großer Geschwindigkeit in die Düse *b* geschleudert wird. Dabei wird es infolge der partiellen Beaufschlagung fein zerstäubt und bietet so der abzusaugenden, durch den Stutzen *l* eintretenden Luft eine große Oberfläche. Die Verdichtung des Gemisches von Luft und Wasser erfolgt in dem düsenartigen Rohrstück *k*; das aus diesem austretende Wasser kann aufgefangen und von neuem benutzt werden.

Zum Anlassen der Pumpe mit Dampf, der durch den Stutzen *l* zugeführt wird, dient die Ringdüse *p*. Zufolge des hierdurch erzeugten Vakuums wird das Aufschlagwasser durch *a* angesaugt, worauf das Laufrad *g* zu fördern beginnt und der Anlaßdampf abgesperrt werden kann.

Die Luftpumpe kann sowohl als trockene wie auch als sog. Naßluftpumpe dienen; sie kann sowohl

zur Entfernung von Luft aus Oberflächen- und Mischkondensationen wie auch zur gleichzeitigen Entfernung von Luft und Kondensat aus einem Oberflächenkondensator Verwendung finden.

Ebenfalls mit Aufschlagwasser (dazu wird das Kondensat benutzt) arbeitet die Schleuderluftpumpe der AEG, den Schnitt durch Lauf-

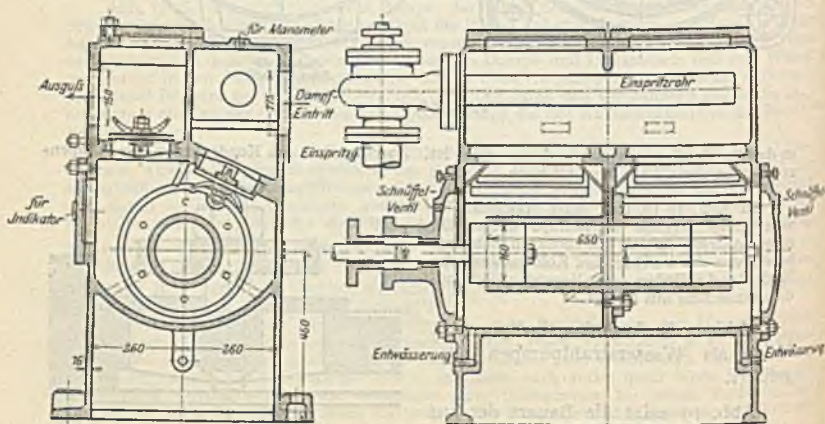


Abb. 17.

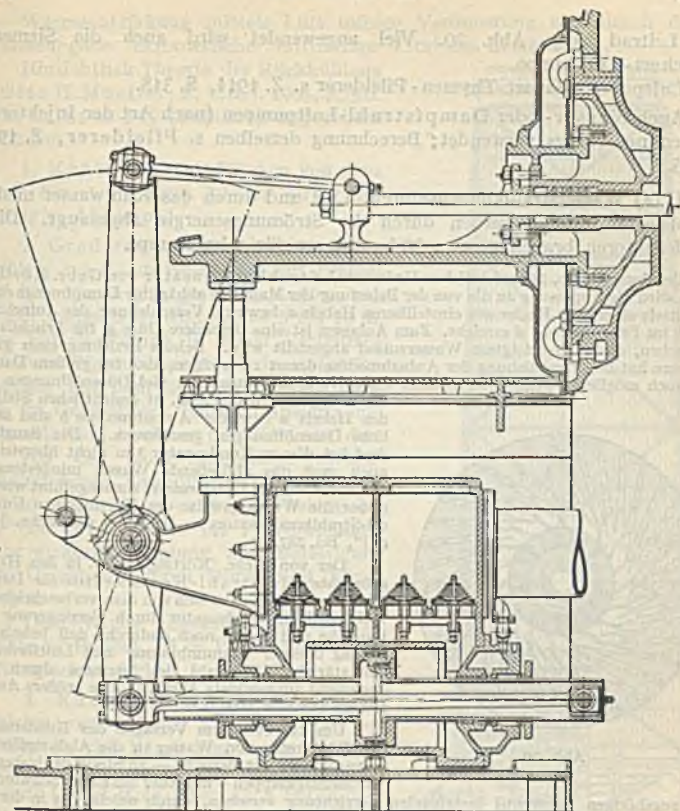


Abb. 18.

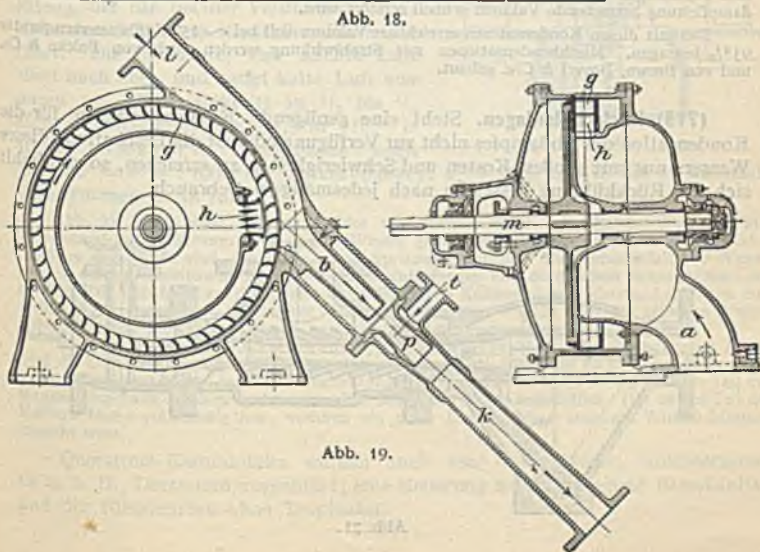


Abb. 19.



und Leitråd zeigt Abb. 20. Viel angewendet wird auch die Siemens-Schuckert-Luftpumpe.

Luftpumpe Bauart Thyssen-Pfleiderer s. Z. 1911, S. 318.

Auch Wasser- oder Dampfstrahl-Luftpumpen (nach Art der Injektoren) werden neuerdings verwendet; Berechnung derselben s. Pfeleiderer, Z. 1914, S. 965.

(714) Wasserstrahlkondensatoren. Luft und durch das Kühlwasser niedergeschlagener Dampf werden durch die Strömungsenergie abgesaugt. Diese Kondensatoren brauchen etwa 30 kg Wasser für 1 kg Dampf.

Bei dem in Abb. 21 ersichtlichen Universal-Strahlkondensator von Gebr. Körting, A.-G., wird die Anpassung an die von der Belastung der Maschine abhängige Dampfmenge durch die mittels eines vom Regler aus einstellbaren Hebels *a* bewirkte Verschiebung der Aufnahme-düse *b* im Führungsrohr *d* erreicht. Zum Anlassen ist eine besondere Düse *g* für Frischdampf vorgesehen, die nach erfolgtem Wasserzulauf abgestellt wird. Behufs Erzielung einer guten Luftleere hat die Verschiebung der Aufnahme-düse derart zu erfolgen, daß bei großem Dampfverbrauch möglichst wenig, bei kleinem Dampfverbrauch möglichst viel Düsenöffnungen verdeckt liegen. (In der Abb. 21 ersichtlichen Stellung des Hebels *a* bzw. der Aufnahme-düse *b* sind sämtliche Düsenöffnungen geschlossen.) Die Saughöhe darf bei diesem Kondensator 3 m nicht übersteigen, auch muß das abfließende Wasser mindestens bis auf die Höhe des Unterwassers zurückgeführt werden. (Über die Wirkungsweise des Körtingschen Universal-Strahlkondensators s. „Dinglers polytechn. Journal“, Bd. 287.)

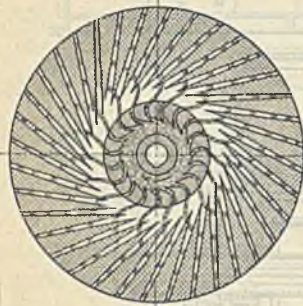


Abb. 20.

Der von Gebr. Körting, A.-G. in den Handel gebrachte Vielstrahl-Kondensator für Dampfturbinen unterscheidet sich von dem vorbeschriebenen vollstrahligen Kondensator durch Verringerung der Bauhöhe und ferner noch dadurch, daß behufs Erzielung besserer Vakuumbildung und Luftförderung der stärkere Vollstrahl des letzteren durch entsprechend ausgebildete Düsen in eine größere Anzahl feinere Strahlen zerlegt worden ist.

Um bei etwaigem Versagen des Kondensators das Rücktreten von Wasser in die Abdampfleitung zu verhindern, ist derselbe — an Stelle der bisherigen Rückschlagklappen — mit einer aus einem Schwimmer-

Vorrichtung versehen, durch welche das in der Abdampfleitung herrschende Vakuum schnell zerstört wird.

Das mit diesen Kondensatoren erreichbare Vakuum soll bei  $\sim 15^\circ$  Kühlwassertemperatur 93% betragen. Mischkondensationen mit Strahlwirkung werden auch von Balcke & Co. und von Brown, Boveri & Cie. gebaut.

(715) Rückkühlanlagen. Steht eine genügende Kühlwassermenge für die Kondensation des Abdampfes nicht zur Verfügung oder ist die Beschaffung dieses Wassers nur mit großen Kosten und Schwierigkeiten zu erreichen, so empfiehlt sich die Rückkühlung desselben nach jedesmaligem Gebrauch.

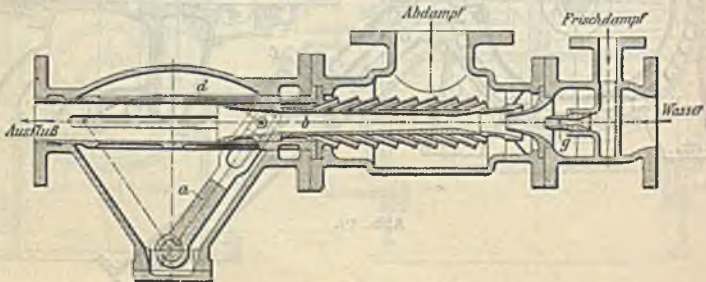


Abb. 21.

Wärmeentziehung mittels Luft infolge Verdunstung und durch direkte Wärmeabgabe. Erforderliche Luftmenge  $V$  m<sup>3</sup> aus Erfahrungen.

Hinsichtlich Theorie der Rückkühlung s. Otto H. Mueller, Z. V. d. I. 1905, S. 5ff. bzw. S. 761 u. 765 (Fußnote) angegebene Literatur.

1. Kühlteiche mit Flächen von etwa 3 m<sup>2</sup> für 1 PS bzw. 30 bis 40 m<sup>2</sup> für 100 kg/st Abdampf.

2. Gradierwerke, meist offen ausgeführt, aus einem Holzgerüst mit Reißigbündeln oder schräg gestellten Latten von großer Länge bestehend; Höhe 8 bis 10 m. Das mittels Pumpe in einen Verteiltrog gehobene Warmwasser rieselt in steter Berührung mit dem durchströmenden Luftzug im Gradierwerk langsam abwärts und sammelt sich in einem Behälter, aus dem es von der Kühlwasserpumpe zurückgesaugt wird. Grundfläche für 1 PS oder 0,3 m<sup>3</sup> Wasser/st etwa 0,3 m<sup>2</sup> bei 20 bis 30° oder 0,1 m<sup>2</sup> bei 10 bis 15° Abkühlung. Sehr wirksame Kühlung, aber Belästigung der Umgebung durch Dunst und feinen Regen.

Dem Winde zugekehrte Seitenfläche (Nähe  $\times$  Breite)  $F = V : 3600 w$ ;  $w =$  Windgeschwindigkeit  $\sim 0,4$  m/sek.

3. Kaminkühler. Diese jetzt am meisten verwendeten Rückkühlwerke bestehen in der Regel aus einem ringsum geschlossenen Gradierwerk mit aufgesetztem Kamin (meist Holz, aber auch Beton oder Eisen), der die bei der Verdunstung entstehenden Schwaden in großer Höhe abführt. Die erwärmte, also leichte Luft zieht nach oben und saugt kalte Luft von unten an. Wassereintritt in  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{1}{4}$  Höhe; Platzbedarf  $0,8 \div 1,3$  m<sup>2</sup> für je 100 kg Abdampf/st. Grundfläche nach Weiß  $F = a \cdot W : 1000$  mit Erfahrungswert  $a \sim 16,5$  und  $W$  die zu kühlende Wassermenge in m<sup>3</sup>/min.

Abb. 22 zeigt einen solchen Kühler der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum, mit Treppenrost-Luftzuführung. Das warme Wasser gelangt in hölzerne Tröge, in deren Böden Gasrohre angebracht sind, durch die es auf Spritzsteller schlägt. Das herunterfallende Wasser wird in schräg übereinanderliegenden Schalen aufgefangen und durch diese Sammelrinnen zugeführt. Die Luft kann auf der ganzen Grundfläche des Kühlers ohne Widerstand in diesen eintreten; dadurch daß sie — gegenüber anderen Kühlwerken — nicht über das gekühlte Wasser hinwegstreicht, wird ihre Wirkung verbessert.

Bei dem Querstrom-Kaminkühler, System Balcke-Moll, der vorgenannten Firma wird die Luft in horizontaler Richtung, d. h. im Querstrom durch das zu kühlende Wasser geleitet. Wasserverteilungs- und Kühlvorrichtungen sind nicht wie sonst in den unteren Teil des Kamins eingebaut, sondern leicht zugänglich außen um diesen angeordnet. Der untere Teil des Kühlers bleibt vollständig leer, wodurch ein guter Luftzug ohne störende Wirbelbildungen erreicht wird.

Querstrom-Kaminkühler werden auch von Otto Estner, Kühlwerksbau G. m. b. H., Dortmund ausgeführt; eine Neuerung ist der nagellose Rieseleinbau und der Rieseleinbau ohne Tropfenfall.

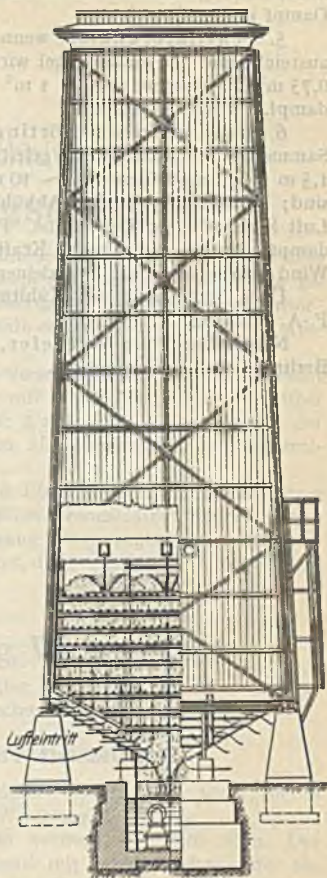


Abb. 22.





## Zehnter Abschnitt.

### (716) Dampferzeugungsanlagen.

Nach den allgemeinen polizeilichen Bestimmungen vom 17. Dez. 1908 über die Anlegung von Land- und Schiffsdampfkesseln sind als Dampfkessel alle geschlossenen Gefäße anzusehen, in denen Wasserdampf von höherer als atmosphärischer Spannung zur Verwendung außerhalb ersterer erzeugt wird. Als Ausnahmen gelten

Niederdruckkessel, die mit einem nicht verschließbaren Standrohr, nicht über 5 m hoch, versehen sind; Zwergkessel mit einer Heizfläche nicht über  $0,1 \text{ m}^2$  und einer Dampfspannung nicht über 2 atü unter Voraussetzung der Ausrüstung mit einem zuverlässig wirkenden Sicherheitsventil, und Zentralüberhitzer, vgl. (774).

Die Dampferzeugungsanlagen umfassen die Einrichtungen zur Freimachung der Wärme aus den u. U. dazu vorzubereitenden Brennstoffen: Feuerungen s. Zubehör und die Einrichtungen zur Übertragung der erzeugten Wärme an den Wärmeträger, zur Erzeugung des Wasserdampfes, die Dampfkessel. Über Wasserdampf vgl. (571).

### Brennstoffe, Verbrennung, Wirkungsgrad.

Bearbeitet von Dipl.-Ing. Fr. Schulte, Direktor des Vereins zur Überwachung der Kraftwirtschaft der Ruhrzechen, Essen/Ruhr.

#### (717) I. Brennstoffe und andere Heizmittel.

**I. Feste Brennstoffe.** Brennbare Bestandteile: (Reinkohle), C, H, deren Verbindungen, S. Unverbrennliches: Wasser W, Asche A,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ .

Die Zusammensetzung der Reinkohle wechselt mit dem Alter. Der Gehalt an flüchtigen Bestandteilen (Gas) nimmt mit zunehmendem Alter ab, an festen Bestandteilen (Koksrückstand bei der Verkokung) zu. S. Abb. 1.

W und A sind zufällige Beimengungen, unabhängig von der Entstehung und dem Alter der Kohle, die ganz oder z. T. entfernt werden können, ohne die Brennstoffart zu verändern.

a) Holz (Bearbeitungsabfälle, Lohe), schwefel- und aschearm, gas- und wasserreich.

b) Torf (Stich- und Preßtorf), schwefel- und aschearm, gas- und wasserreich.

c) Braunkohle, lignitisch (Holzgefüge), oder erdig, oder muschelrig, gasreich (28 bis  $40\%$ ), wasserreich (24 bis  $60\%$ ). Preßlinge aus Braunkohle mit  $W = 10$  bis  $18\%$ ,  $A = 5$  bis  $15\%$ .

d) Steinkohle, hart, Grubenfeuchtigkeit 1 bis  $4\%$ , durch Waschen wird W erhöht, (je nach Körnung 2 bis  $15\%$ ), Aschegehalt 2 bis  $15\%$ , Schwefelgehalt 0,3 bis  $2\%$ .

|  |   |
|--|---|
| Gas- und Gasflammkohle, gasreich, (28 bis $38\%$ )       | } Einteilung des Rhein-<br>Westf. Kohlensyndikats |
| Fettkohle, gasreich (19 „ $27\%$ )                       |   |
| EBkohle mit mittlerem Gasgehalt, (12 „ $18\%$ )          |   |
| Mager- und Anthrazitkohle, gasarm, (6 „ $11\%$ )         |   |
| Preßlinge aus Mager-, EB- und Fettkohlen mit Pechzusatz. |   |



Zechenkoks, Kokereierzeugnis, praktisch gasfrei,  $W = 1$  bis  $5\%$ ,  $A = 5$  bis  $10\%$ .

Gaskoks, Gasanstaltserzeugnis, praktisch gasfrei,  $W = 1$  bis  $5\%$ ,  $A = 7$  bis  $12\%$ .

Zahlentafel 1.

### (718) 2. Flüssige Brennstoffe.

Kohlenwasserstoffverbindungen. Brennbare Bestandteile: C, H<sub>2</sub>, deren Verbindungen. Unverbrennliches: O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, W und A (sehr gering).

a) Erdöl (Petroleum, Naphtha), Naturstoff.

b) Masut, Rückstand der Petroleumdestillation.

c) Teeröl, Erzeugnis der Schwelerei und Kokerei.

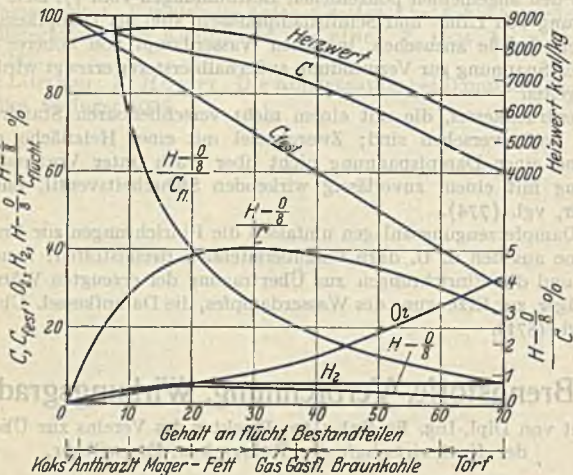


Abb. 1. Zusammensetzung und Heizwert der Brennstoffe.

(719) 3. Brenngas, meist Mischung aus mehreren brennbaren Gasen, z. B. H<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, C<sub>n</sub>H<sub>m</sub>, CO, und nicht brennbaren Gasen, z. B. N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, s. Din 1340.

Technisch wichtige Gase:

a) Hochofengas, Abfallgas der Verhüttung,  $H_0 = 700$  bis  $900$  kcal/nm<sup>3</sup>,

b) Koksofengas, „ „ Verkokung,  $H_0 = 3500$  „  $6000$  „

c) Generatorgas, durch Vergasung fester Brennstoffe gewonnen,  $H_0 = 800$  bis  $1800$  kcal/nm<sup>3</sup>.

Technisch weniger wichtige Gase:

d) Schwelgas, Abfallgas der Schwelerei,  $H_0 = 3000$  bis  $8000$  kcal/nm<sup>3</sup>.

e) Wassergas, unter Wasserdampfzusatz, durch Vergasung von Koks gewonnen,  $H_0 = 2500$  bis  $2900$  kcal/nm<sup>3</sup>.

f) Naturgas (Methan),  $H_0 = 8000$  bis  $9000$  kcal/nm<sup>3</sup>.

(720) 4. Abhitze. Gemisch aus verbrannten und unverbrennlichen Gasen (CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>) mit hoher fühlbarer Wärme; Abfall der Koks-, Martin-, Glüh-, Puddel-, Zink-, Zement-, Wärme-, Gasanstalts- und anderer Öfen, sowie der Gasmaschinen. Temperaturen 500 bis 1200°.

### (721) Verkokungs-, Heiz- und Brenneigenschaften:

Der Verkokungsrückstand der jüngsten und ältesten Kohlen (Braun- und Anthrazitkohlen), ist locker und körnig (Sandkohle), der nächst jüngeren

und nächst älteren Kohlen (Gas- und EBkohlen) gesintert (Sinterkohle), der Koks kohlen (Fettkohlen) gebacken und fest, oft gebläht (Backkohle). Übergänge sind entsprechend abgetönt. Daher sind bei Sandkohle zur Vermeidung des Rostdurchfalls engere Spalten als bei Sinterkohle und zur Vermeidung der Flugkoksverluste geringere Zugstärke und Unterwindpressung erforderlich.

Gasreiche Kohlen zünden leicht, verbrennen schnell und langflammig, neigen zur Rauch- und Rußentwicklung; gasarme zünden schwer, verbrennen langsamer, kurzflammig und rauchlos. Übergänge sind entsprechend abgetönt.

Heizwert ist die bei vollkommener Verbrennung von 1 kg oder 1 m<sup>3</sup> freier werdende Wärmemenge (kcal/kg oder kcal/m<sup>3</sup>).

$H_0$  = oberer Heizwert = Verbrennungswärme, ist bei Abgastemperaturen über dem Taupunkt nicht voll ausnutzbar;

$H_u$  = unterer Heizwert =  $H_0$  — der im Wasserdampf der Rauchgase enthaltenen Verdampfungswärme (600 kcal/kg); kommt praktisch fast allein in Frage. Daher Heizwert schlechthin.

Der Heizwert der Reinkohle (ohne W und A) steigt und sinkt mit C (8080 kcal/kg), H (28700 kcal/kg), sinkt mit steigendem O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>. Daher sind junge Brennstoffe mit hohem O<sub>2</sub>-Gehalt (Holz, Torf, Braun- oder Gasflamkohlen) weniger heizkräftig als ältere Kohlen mit geringem O<sub>2</sub>-Gehalt (Fett-, EB-, Mager- und Anthrazitkohle).

Der Heizwert der Rohkohle ist mehr oder weniger stark vermindert durch W und A.

W wird verdampft bei der Verbrennung und verlangt daher einen Aufwand an Verdampfungswärme, die der Verbrennungswärme  $H_0$  entzogen wird, stört aber die Verbrennung nicht, wirkt sogar katalytisch auf den Verbrennungsvorgang und vermehrt die Gasstrahlung.

A, bestehend aus feuerfesten Stoffen (Kieselsäure SiO<sub>2</sub> und Tonerde Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) und Flußmitteln (15 bis 70%); (Kalk CaO, Eisenoxyd Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Eisenoxydul FeO, Gips CaSO<sub>4</sub>, Alkalisalze); letztere bestimmen die Erweichung und den Schmelzpunkt (1100 bis 1500°), und demnach das Verhalten im Feuer.

Fließende Schlacke verschmiert den Brennstoff, bildet Klumpen und Kuchen, stört dadurch die Verbrennung, greift Roststäbe und Mauerwerk an und verschlechtert so die Verbrennungsbedingungen.

Weiche, klebrige Flugasche mit tiefem Erweichungspunkt verursacht Nesterbildung und Ansinterung an Heizflächen und Einmauerung.

Sind die Kohlenart, W und A bekannt, so kann  $H_u$  angenähert berechnet werden aus Reinkohlen-Heizwertlinie der Abb. 1,

$$H_u (\text{Rohkohle}) = H_u (\text{Reinkohle}) \left( \frac{100 - \%W - \%A}{100} \right) - 6W.$$

$H_u$  wird in der Regel bestimmt mittels Kalorimeters (einfach und genau), nicht durch Berechnung aus Bestandteilen (teuer und weniger genau). Die chemische Analyse der Brennstoffe ist daher meist nicht erforderlich. Außer  $H_u$  wird meist bestimmt: Koksrückstand, flüchtige Bestandteile, W und A.

Einteilung der Steinkohlen nach der Körnung (in den verschiedenen Bezirken nicht einheitlich).

Förderkohle, nicht aufbereitet, geeignet für Handfeuerung.

Aufbereitete Kohle: Stückkohle, gebrochen oder nicht, > 80 mm, für Handfeuerung;

Melierte Kohle = Förderkohle mit mehr oder weniger Stücken für Handfeuerung;

Nußkohlen, meist gewaschen, 8 bis 80 mm, für mechanische Feuerung und Hausbrand;



Feinkohle, meist gewaschen, 0 bis 8 mm, für mechanische Feuerung und zur Verkokung;

Kohlenstaub, meist ungewaschen, gemahlen, 0 bis 0,1 mm, für Staubfeuerung.

Zahlentafel 1. Mittlere Zusammensetzung der Brennstoffe, Heizwert, Luftbedarf und Rauchgasmenge.

| Brennstoff                          | C<br>% | H <sub>2</sub><br>% | O <sub>2</sub> +N <sub>2</sub> <sup>1)</sup><br>% | S<br>% | W<br>% | A<br>% | H <sub>u</sub><br>kcal/kg | L <sub>mln</sub> <sup>2)</sup><br>nm <sup>3</sup> | G <sub>mln</sub> <sup>2)</sup><br>nm <sup>3</sup> | CO <sub>2</sub> max<br>% |
|-------------------------------------|--------|---------------------|---|--------|--------|--------|---------------------------|---|---|--------------------------|
| Rhein.-Westf. Steinkohle:           |        |                     |   |        |        |        |                           |   |   |                          |
| Anthrazit . . . . .                 | 86     | 3,5                 | 3,5   | 1,0    | 2,0    | 4,0    | 7800                      | 9,25  | 8,72  | 19,2                     |
| Fettkohle . . . . .                 | 79     | 4,7                 | 6,2   | 1,0    | 3,6    | 5,5    | 7590                      | 8,16  | 8,41  | 18,7                     |
| Gaskohle . . . . .                  | 75,7   | 5,2                 | 9,4   | 1,0    | 2,1    | 6,6    | 7400                      | 7,97  | 8,23  | 18,5                     |
| Brikett . . . . .                   | 82     | 4,2                 | 3,7   | 1,2    | 1,7    | 7,2    | 7700                      | 8,28  | 8,5   | 18,6                     |
| Saar-Steinkohle . . . . .           | 74     | 4,5                 | 10  | 1,0    | 3,5    | 7,0    | 7000                      | 7,58  | 7,90  | 18,65                    |
| Schlesische Steinkohle . . . . .    | 71     | 4,5                 | 12,5  | 0,5    | 5,0    | 6,5    | 6600                      | 7,2   | 7,53  | 18,75                    |
| Sächsische Steinkohle . . . . .     | 70     | 4,0                 | 9,5   | 1,0    | 8,0    | 7,5    | 6500                      | 7,1   | 7,45  | 18,8                     |
| Englische Steinkohle . . . . .      | 75     | 4,5                 | 8,0   | 1,0    | 5,5    | 6,0    | 7100                      | 7,67  | 7,97  | 18,5                     |
| Koks (lufttrocken) . . . . .        | 84     | 0,8                 | 3,4   | 1,0    | 1,8    | 9,0    | 7000                      | 7,58  | 7,88  | 20,35                    |
| Braunkohle:                         |        |                     |   |        |        |        |                           |   |   |                          |
| vom Niederrhein . . . . .           | 23,6   | 1,9                 | 11,7  | 1,0    | 59,0   | 2,8    | 1950                      | 2,47  | 3,38  | 20,00                    |
| von Mitteldeutschland . . . . .     | 30,0   | 2,3                 | 9,5   | 1,0    | 51,0   | 6,2    | 2450                      | 2,97  | 3,83  | 18,65                    |
| von der Lausitz . . . . .           | 25,4   | 1,9                 | 11,9  | 1,0    | 52,8   | 7,0    | 2000                      | 2,52  | 3,43  | 19,20                    |
| von Böhmen (Klarkohle) . . . . .    | 37,1   | 2,9                 | 10,0  | 1,0    | 42,3   | 6,7    | 3300                      | 3,83  | 4,59  | 18,5                     |
| Brikett . . . . .                   | 53     | 4,2                 | 17,0  | 0,8    | 15,5   | 9,5    | 4800                      | 5,35  | 5,92  | 18,5                     |
| Torf (gepreßt) . . . . .            | 44     | 4,0                 | 24,0  | 0,5    | 21,5   | 6,0    | 3800                      | 4,34  | 5,03  | 19,1                     |
| Holz (trocken) . . . . .            | 40     | 4,5                 | 37,0  | —      | 16,0   | 1,5    | 3500                      | 4,04  | 4,76  | 20,7                     |
| Erdöl ( $\gamma = 0,87$ ) . . . . . | 83,5   | 14,0                | 2,5   | —      | —      | —      | 10000                     | 10,5  | 11,17   | 15,0                     |
| Teeröl . . . . .                    | 89     | 7,0                 | 2,8   | 0,8    | 0,2    | 0,1    | 8875                      | 9,54  | 9,86  | 17,5                     |

Mittlere Zusammensetzung der gasförmigen Brennstoffe.

| Brennstoff                 | H <sub>2</sub><br>% | CH <sub>4</sub><br>% | C <sub>2</sub> H <sub>4</sub><br>% | CO<br>% | H <sub>2</sub> O<br>% | N <sub>2</sub><br>% | CO <sub>2</sub><br>% | H <sub>0</sub><br>kcal/nm <sup>3</sup> |
|----------------------------|---------------------|----------------------|------------------------------------|---------|-----------------------|---------------------|----------------------|--|
| Hochofengas z. B. . . . .  | 3                   | —                    | —                                  | 27,5    | 5                     | 54,5                | 10                   | 700 bis 900                            |
| Koksofengas z. B. . . . .  | 55                  | 32                   | 2,3                                | 7       | 1                     | 1,5                 | 1,2                  | 3500 „ 5000                            |
| Leuchtgas z. B. . . . .    | 45                  | 35                   | 4                                  | 10      | —                     | 3                   | 3                    | 4000 „ 5500                            |
| Generatorgas z. B. . . . . | 12                  | 4                    | 0,1                                | 25      | —                     | 41,9                | 17                   | 800 „ 1800                             |

(722)

## II. Verbrennung

ist die Verbindung der brennbaren Bestandteile C, H<sub>2</sub>, S mit O<sub>2</sub> nach Erreichen der Entzündungstemperatur.

Diese ist für

Steinkohle rd. 300 bis 500° (lufttrocken); Braunkohle 250 bis 450° (lufttrocken); Koks 700° (lufttrocken); Öle 500 bis 650°; Gase 550 bis 800°.

Der Verbrennungsvorgang ist sehr verwickelt und es ist noch nicht geklärt, ob C, H<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> und C<sub>n</sub>H<sub>m</sub> unmittelbar zu CO<sub>2</sub> und H<sub>2</sub>O verbrennen oder unter Bildung von Zwischengasen, z. B. CO.

Die vereinfachten Verbrennungsformeln von Rosin-Fehling stützen sich auf die Gewohnheit, daß der Heizwert bestimmt wird und dieser im gesetzmäßigen Zusammenhang steht mit Luftbedarf und Rauchgasmenge.

<sup>1)</sup> N<sub>2</sub> kann = 1% angenommen werden.

<sup>2)</sup> nm<sup>3</sup> = Normalkubikmeter = 1 m<sup>3</sup> bei 0°, 760 mm.

Zahlentafel 2<sup>1)</sup>. Ermittlung des Rauchgasvolumens und Luftbedarfs aus dem Heizwert des Brennstoffs nach Rosin-Fehling.

|                             | Theoretisches Rauchgasvolumen $V_0$  | Theoretischer Luftbedarf $L_0$       |
|-----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|                             | $\text{nm}^3/\text{kg}$              | $\text{nm}^3/\text{kg}$              |
| Feste Brennstoffe . . . . . | $\frac{0,89}{1000} \cdot H_u + 1,65$ | $\frac{1,01}{1000} \cdot H_u + 0,5$  |
| Öle . . . . .               | $\frac{1,11}{1000} \cdot H_u$        | $\frac{0,85}{1000} \cdot H_u + 2,0$  |
|                             | $\text{nm}^3/\text{nm}^3$            | $\text{nm}^3/\text{nm}^3$            |
| Arm-gase . . . . .          | $\frac{0,725}{1000} \cdot H_u + 1,0$ | $\frac{0,875}{1000} \cdot H_u$       |
| Reich-gase . . . . .        | $\frac{1,14}{1000} \cdot H_u + 0,25$ | $\frac{1,04}{1000} \cdot H_u - 0,25$ |

Die Formeln gelten nur für vollkommene Verbrennung. Bei unvollkommener Verbrennung treten unverbrannte Gase und Flugkoks im Feuerraum, Koks-rückstände in der Asche und Schlacke auf.

Luftüberschuß ist stets erforderlich, weil die Luftmischung und Diffusion nie vollkommen ist, und damit auch Vermehrung der Rauchgase durch überschüssiges  $O_2$  und  $N_2$ , Verminderung der Verbrennungstemperatur, der Verbrennungsgeschwindigkeit, der Kesselleistung, Erhöhung der Verluste durch fühlbare Wärme in den Rauchgasen verknüpft sind.

Praktisch erprobte Luftüberschußzahlen.

| Brennstoff- und Feuerungsart                          | $m$         |
|---|-------------|
| Gase . . . . .  | 1,1 bis 1,3 |
| Öle . . . . .   | 1,2 „ 1,4   |
| Kohlenstaub . . . . .                                 | 1,2 „ 1,4   |
| Steinkohle und Koks mit Handbeschickung . . . . .     | 1,5 „ 2,0   |
| „ mit Planrost und mechanischer Beschickung . . . . . | 1,4 „ 1,7   |
| „ auf Wander- und Schubrost . . . . .                 | 1,3 „ 1,6   |
| Braunkohle auf Treppen- oder Muldenrost . . . . .     | 1,3 „ 1,5   |

Die Luftüberschußzahl  $m = \frac{L}{L_{\text{min}}} = \frac{\text{wirkl. Luftmenge}}{\text{theoret. Luftmenge}}$  kann für feste Brennstoffe angenähert berechnet werden, nach  $k_{\text{max}}$  und  $k = CO_2$  der Rauchgasanalyse aus  $m = \frac{k_{\text{max}}}{k}$  oder  $m = \frac{21}{21 - 79 \frac{O_2}{N_2}}$ .

(723) Verbrennungstemperatur

steigt mit  $H_u$ , Lufttemperatur, Feuerraumbelastung und -größe, fällt mit steigendem  $W$ ,  $m$ , und mit zunehmender Heizflächengröße.

Die theoretische Verbrennungstemperatur  $t = H_u : (G \cdot c_p)$ , worin  $G =$  Rauchgasmenge  $\text{nm}^3$ ,  $c_p =$  spez. Wärme  $\text{kcal}/\text{nm}^3$ ,

<sup>1)</sup> Aus  $t$ -Diagramm der Verbrennung von Rosin-Fehling.



wird wegen Abstrahlung an die Heizfläche und das Mauerwerk, Dissoziation, Verlusten an unverbrannten Gasen, Flugkoks und Herdkoks nicht erreicht. Hohe Temperatur beschleunigt die Verbrennung und steigert die Wärmeabgabe, ist daher anzustreben; zu hohe Temperatur zerstört das Mauerwerk. Daher ist bei Brennstoffen mit hoher Verbrennungstemperatur (Steinkohle, Gas, Öl), Kühlung durch Heizflächen (Innenfeuerung, Unterfeuerung) und bei niedriger Verbrennungstemperatur (Braunkohle) Schutz vor Abstrahlung (Vorfeuerung) erforderlich. Die Temperaturen im Feuerraum sind je nach Einführung des Brennstoffs und der Luft, Verschlackung der Brennschicht, Lage der Heizflächen, verschieden. Unterschiede im Interesse besserer Zündung und Verbrennung durch Form und Größe der Ausmauerung (Strahlflächen, Höhe) ausgleichen!

#### Mittlere Verbrennungstemperaturen:

|                                   |                            |
|-----------------------------------|----------------------------|
| Steinkohle Handfeuerung . . . . . | 1000 bis 1200 <sup>0</sup> |
| „ mechanische Feuerung . . . . .  | 1200 „ 1400 <sup>0</sup>   |
| Koks und Anthrazit . . . . .      | 1200 „ 1400 <sup>0</sup>   |
| Kohlenstaub . . . . .             | 1400 „ 1550 <sup>0</sup>   |
| Braunkohle . . . . .              | 1000 „ 1200 <sup>0</sup>   |
| Holz, Torf, Lohe . . . . .        | 950 „ 1200 <sup>0</sup> .  |

(724)

#### Kontrolle der Verbrennung

durch Orsat-Apparat, der  $\text{CO}_2$  und  $\text{O}_2$  genau,  $\text{CO}$  ungenau feststellt, oder durch selbsttätige Rauchgasprüfer (chemisch, aerodynamisch, elektrisch), die in der

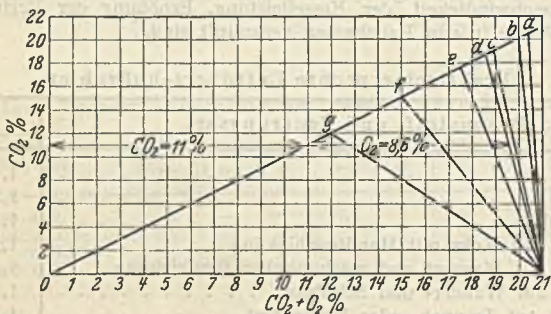


Abb. 2. Bunte-Dreieck  $\text{CO}_2 + \text{O}_2$  bei vollk. Verbr.

Regel nur  $\text{CO}_2$ , manchmal auch  $\text{O}_2$  und  $\text{CO} + \text{H}_2$  messen. Die Verbrennung ist vollkommen, wenn kein  $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$  oder  $\text{CH}_4$  vorhanden ist.

$\text{CO}_{2\text{max}}$  ist abhängig von  $\text{H} - \text{O}_8$ , verfügbarer Wasserstoff  $\text{O}_8$  im Brennstoff, s. Bunte-Diagramm Abb. 2. Mittelwert für  $\text{CO}_2 + \text{O}_2 = 19\%$ .

Erhebliche Unterschreitung des Diagrammwertes für  $\text{CO}_2 + \text{O}_2$  läßt auf unvollkommene Verbrennung schließen, daher Luftüberschuß vergrößern!

Bei Gasfeuerungen ist Kontrolle nur möglich nach bekannter Zusammensetzung des Gases, z. B. für Hochofengas  $\text{CO}_{2\text{max}} = 24\%$ , für Koksofengas  $\text{CO}_{2\text{max}} = 12\%$ . Bei größeren Schwankungen in der Zusammensetzung ungenaue Kontrolle.

Richtige Messung der Rauchgastemperatur im Strahlungsbereich der Heizflächen ist nur durch Absaugepyrometer möglich. Gewöhnliche Stabthermometer oder Thermoelemente ohne Strahlungsschutz ergeben falsche Werte; nur verwendbar außerhalb des Bereichs der Heizflächen; Unterschiede bis  $450^\circ\text{C}$ .

## (725) Rauchgase.

Das spez. Gewicht trockener Rauchgase,  $\gamma \cong 1,35 \text{ kg/m}^3$ , Mittelwert für  $11\% \text{ CO}_2$ , steigt und fällt mit dem  $\text{CO}_2$ -Gehalt.

Bei wasserdampfhaltigen Rauchgasen ist  $\text{H}_2\text{O}$  zu berücksichtigen. Die spez. Wärme trockener Rauchgase ist

$$c_p = 0,24 \text{ kcal/kg} \quad \text{und} \quad c_p = 0,32 \text{ kcal/m}^3, \text{ Mittelwerte;}$$

Wasserdampf erhöht die spezifische Wärme.

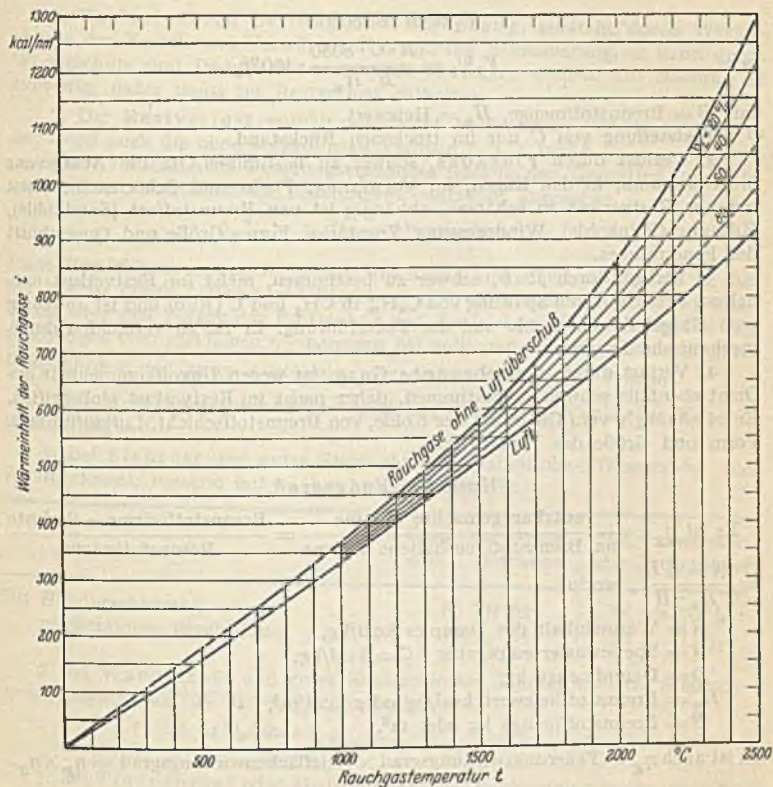


Abb. 3.  $Jt$ -Diagramm nach Rosin-Fehling.

Der Wärmeinhalt der Rauchgase berechnet sich nach Rosin-Fehling zu

$$i = \frac{H_u}{V}, \text{ V/nm}^3 \text{ nach Zahlentafel 2.}$$

Der Wärmeinhalt bei verschiedener Temperatur ist am bequemsten abgreifbar aus dem  $Jt$ -Diagramm nach Rosin-Fehling, Abb. 3<sup>1)</sup>. Mit Hilfe dieses Diagramms lassen sich wärmetechnische Berechnungen an Feuerungen leicht durchführen.

Der Rauminhalt  $V$  (wirklicher) bei der Temperatur  $t^0$  beträgt

$$V = G (1 + 0,00367 t) \text{ m}^3,$$

worin  $G$  = Rauchgasmenge  $\text{nm}^3$ .

<sup>1)</sup> Das  $Jt$ -Diagramm der Verbrennung: Rosin-Fehling, Tafel X.



### (726) III. Wirkungsgrad-Wärmeverluste.

Als Feuerungswirkungsgrad wird bezeichnet

im Feuerraum entbundene Wärme : im Brennstoff enthaltene Wärme.

Die im Feuerraum entbundene Wärme ist die im Brennstoff enthaltene Wärme, vermindert um die Feuerungsverluste. Diese sind:

1. Verlust durch Unverbranntes in den Herdrückständen; mit  $R$  = Rückstand,  $C$  = Kohlenstoffgehalt darin gilt:

$$V_1 = R \cdot C \cdot 8080$$

oder

$$V_1 \% = \frac{R \cdot C \cdot 8080}{B \cdot H_u} \cdot 100 \%$$

mit  $B$  = Brennstoffmenge,  $H_u$  = Heizwert.

Feststellung von  $C$  nur im trockenen Rückstand.

2. Verlust durch Flugkoks, schwer zu bestimmen, da die Ablagerung im Feuerraum, in den Zügen, im Vorwärmer, Fuchs und Schornstein, meist nur aus Restverlust zu schätzen, abhängig ist von Brennstoffart (Sandkohle), Körnung (Feinkohle), Windpressung, Zugstärke, Form, Größe und Querschnitt des Feuerraumes.

3. Verlust durch Ruß, schwer zu bestimmen, meist im Restverlust enthalten, entsteht durch Spaltung von  $C_n H_m$  in  $CH_4$  und  $C$  (Ruß) und ist abhängig vom Gasgehalt der Kohle und der Feuerführung. Er ist zu vermeiden durch mechanische Feuerung.

4. Verlust durch unverbrannte Gase, ist wegen Unvollkommenheit des Orsat ebenfalls schwer zu bestimmen, daher meist im Restverlust einbegriffen. Er ist abhängig vom Gasgehalt der Kohle, von Brennstoffschicht, Luftzuführung, Form und Größe des Feuerraumes.

#### Kesselwirkungsgrad.

$$\text{Es ist } \eta_K = \frac{\text{nutzbar gemachte Wärme}}{\text{im Brennstoff enthaltene Wärme}} = \frac{\text{Brennstoffwärme} - \text{Verluste}}{\text{Brennstoffwärme}}$$

$$= \frac{(i - t) D}{H_u \cdot B}, \text{ worin}$$

$i$  = Wärmehalt des Dampfes kcal/kg,

$t$  = Speisewassertemperatur °C = kcal/kg,

$D$  = Dampfmenge kg,

$H_u$  = Brennstoffheizwert kcal/kg oder kcal/m<sup>3</sup>,

$B$  = Brennstoffmenge kg oder m<sup>3</sup>.

Es ist auch  $\eta_K = \text{Feuerungswirkungsgrad} \times \text{Heizflächenwirkungsgrad} = \eta_F \times \eta_H$ .

#### Heizflächenwirkungsgrad.

$$\text{Dieser ist } \eta_H = \frac{\text{nutzbar gemachte Wärme}}{\text{im Feuerraume entbundene Wärme}} = \frac{\eta_K}{\eta_F}$$

Die Kesselverluste setzen sich zusammen aus:

5. Abgasverlust, auch Schornsteinverlust, angenähert nach der Siegertschens Formel, bestimmbar zu

$$V_5 = x \frac{t_1 - t_2}{k} \% ;$$

hierin ist

$t_1$  = Rauchgastemperatur hinter dem Kessel bzw. hinter dem Vorwärmer,

$t_2$  = Temperatur der Verbrennungsluft,

$k$  = CO<sub>2</sub>-Gehalt der Rauchgase hinter dem Kessel bzw. hinter dem Vorwärmer,

$\alpha$  nach dem Brennstoff verschieden:

- für Steinkohle . . . . . 0,65
- „ gute Braunkohle und Braunkohlenpreßlinge . . . 0,7 bis 0,8
- „ minderwertige Braunkohle . . . . . 0,8 „ 1,05

Der Verlust steigt mit der Abgastemperatur, mit dem Wassergehalt des Brennstoffes und mit sinkendem Kohlensäuregehalt, also mit steigendem Luftüberschuß.

6. Verlust durch Leitung und Strahlung, entsteht durch Wärmeabgabe der Kessel- und Vorwärmer Teile und der Einmauerung, er kann durch Wärmeschutz und Dichthalten wesentlich verringert werden. Die Messung ist schwierig, daher meist im Restverlust enthalten.

7. Der Restverlust enthält alle nicht bestimmaren Verluste, also in der Regel auch die oben aufgeführten Verluste 2, 3, 4 und 6.

Nach Vorschlag des Feuerungsverbandes wird in den Garantien für Lieferungen von Feuerungen als Feuerungswirkungsgrad angegeben

$$\eta_F \text{ ‰} = \eta_K \text{ ‰} + \text{Abgasverlust ‰}$$

Diese Begriffsbestimmung ist streng wissenschaftlich nicht richtig, da in ihm der Verlust durch Leitung und Strahlung und ein etwaiger Restverlust fehlt. Er hat aber den Vorzug der Einfachheit und der leichten Bestimmung. Die Abweichungen vom wirklichen  $\eta_F$  betragen bei vollkommener Verbrennung, guter Feuerführung und guter Ausführung der Anlage nur wenige Prozent.

**(727) Erfahrungswerte für Wirkungsgrad und Verluste. Kesselwirkungsgrad**

1. bei Planrost und guter Steinkohle für Flammrohr-, Wasserrohr- und Steilrohrkessel, bezogen auf 18 bis 23 kg Dampf/m<sup>2</sup>h

|                                      | Ohne Vorwärmer<br>oder Lufterhitzer | Mit Vorwärmer<br>oder Lufterhitzer |
|--------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| Mit Handbeschickung . . . . .        | 68 bis 62                           | 75 bis 70‰                         |
| „ mechanischer Beschickung . . . . . | 77 „ 65                             | 78 „ 73‰                           |

2. bei Wanderrost und guter Steinkohle für Schrägröhr- und Steilrohrkessel, bezogen auf 25 bis 40 kg Dampf/m<sup>2</sup>h

- 71 bis 61‰ ohne } Vorwärmer oder Lufterhitzer;
- 80 „ 70‰ mit }

3. bei Treppenrost oder Muldenrost und Rohbraunkohle von 1800 bis 2400 kcal/kg mit gutartigen Verbrennungseigenschaften für Flammrohrkessel bei 25 bis 30 kg Dampf/m<sup>2</sup>h

- 65 bis 62‰ ohne } Vorwärmer oder Lufterhitzer;
- 73 „ 70‰ mit }

für Schrägröhr- und Steilrohrkessel bei 25 bis 30 kg Dampf/m<sup>2</sup>h

- 70 bis 64‰ ohne } Vorwärmer oder Lufterhitzer.
- 80 „ 72‰ mit }

Braunkohlenbriketts und böhmische Braunkohle ergeben 1 bis 2‰ geringere Werte als gute Steinkohle.

4. Staubfeuerung 79 bis 83‰.

5. Gas- und Ölfeuerung 79 bis 83‰.

Bei unterbrochenem Betrieb sind je nach der Länge der Unterbrechung und dem Grad der Auskühlung die Wirkungsgrade schlechter. Auskühlungs-



verluste (5 bis 10% bei 16 h Stillstand) können durch Zugsperrn und Wärmeschutz wesentlich vermindert werden.

Feuerungswirkungsgrad im Dauerbetrieb.

Für gute mechanische Feuerungen bei gutem Brennstoff für

Steinkohlen  $\eta_F = 0,96$  bis  $0,93\%$  ( $0,93$  bis  $0,80$ )<sup>1)</sup>

Braunkohlen  $\eta_F = 0,94$  „  $0,87\%$  ( $0,87$  „  $0,74$ ).

Heizflächen-Wirkungsgrad.

Bei Betrieb mit Vorwärmer  $\eta_H = 0,82$  bis  $0,84\%$ .

Erfahrungswerte für Verluste im Dauerbetrieb.

Abgasverlust 9 bis 11% bei Abgastemperaturen von 180 bis 200° und  $\text{CO}_2 = 11$  bis 13%.

Verlust durch Unverbranntes in den Herdrückständen 1 bis 5%.

Restverlust (einschl. Verlust durch Leitung, Strahlung, Ruß, unverbrannte Gase) 3 bis 12%.

#### Verdampfungsziffer

= Dampfmenge, die mit 1 kg oder 1 m<sup>3</sup> Brennstoff erzeugt wird,

$$x = \frac{D \text{ (Dampfmenge)}}{B \text{ (Brennstoff)}} = \frac{H_u \cdot \eta_k}{i - t}$$

ist als Vergleichsmaßstab nur wertvoll bei gleichbleibenden Verhältnissen und Kohlenarten, meist noch umgerechnet auf Normaldampf von 640 kcal/kg.

(728) Weitere Kennziffern, s. Zahlentafel 3.

1. Rostbelastung kg/m<sup>2</sup>h;
2. „ „ kcal/m<sup>2</sup>h;
3. Brennraumbelastung kcal/m<sup>3</sup>h (bei Staub-, Gas- und Ölfeuerung, wo keine Rostfläche angegeben werden kann);
4. Breitenleistung = Feuerungsleistung auf die Breite der Feuerung einschl. Mauerwerk, kg/mh oder t/mh;
5. Desgl. in kcal/mh.

## Feuerungen.

### (729) I. Feuerungen für feste Brennstoffe

(Roste und Staubfeuerungen).  $F_R$  = Gesamt-Rostfläche ist die im Feuerraum befindliche, mit Brennstoff bedeckte, mit Öffnungen für den Luftdurchtritt versehene Rostoberfläche. Vorroste zum Vortrocknen nasser Brennstoffe und Nachroste zum Ausbrennen der Rückstände sind einbegriffen.

$F_{Rf}$  = Freie Rostfläche ist die Summe aller Luftzuführungsöffnungen im Rost, bemessen nach Rostleistung, Brennstoffart, Zugstärke, Unterwind-  
 drückung. Es ist

$$F_{Rf} : F_R = 0,2 \text{ bis } 0,5, \text{ meistens } 0,33 \text{ für Plan- und Schrägroste, Wanderroste und Schubroste,} \\ = 0,2 \text{ bis } 0,35 \text{ für Treppenroste und Muldenroste,} \\ = 0,08 \text{ bis } 0,20 \text{ für Unterwindroste.}$$

Für die geforderte Dampfleistung berechnet sich unter Beachtung von Zahlentafel 3:

$$F_R = \frac{D(i-t)}{\eta_K \cdot B \cdot H_u} = \frac{D(i-t)}{\eta_K \cdot Q},$$

<sup>1)</sup> Nach Vorschlag des Feuerungs-Verbandes.

worin

- $D$  = Dampfmenge, kg/h,
- $i$  = Wärmehalt von  $D$ , kcal/kg,
- $t$  = Speisewassertemperatur, kcal/kg,
- $\eta_K$  = Kesselwirkungsgrad,
- $B$  = Brennstoffmenge, kg/h,
- $H_u$  = Heizwert, kcal/kg,
- $Q$  = Wärmeleistung, kcal/h.

Die Windgeschwindigkeit in den Rostspalten beträgt

$$v = 0,75 \text{ bis } 2,0 \text{ m/s für natürlichen Zug,}$$

$$= 2 \quad \text{,, } 4 \quad \text{,, } \text{,, künstlichen Zug.}$$

Die Rostleistung =  $\frac{B}{F_R}$  kg/m<sup>2</sup>·h oder kcal/m<sup>2</sup>·h ist für jeden Brennstoff

verschieden, daher ein Vergleichswert für die Belastung nur bei gleichem Brennstoff und für den Brennstoff nur bei gleicher Belastung.

Brennstoffe hoher Brenngeschwindigkeit (Holz, Torf, Braunkohle, Gaskohle) haben hohe Gewichtsleistung, aber bei niedrigem  $H_u$  (Holz, Torf, Braunkohle) oft nur geringe Wärmeleistung (s. Zahlentafel 3).

Die flüchtigen Bestandteile verbrennen über dem Rost, belasten ihn also nicht, der Koksrückstand verbrennt auf dem Rost; daher geringste Gewichtsleistung bei gasarmen Brennstoffen.

Brennstoffe mit hohem Aschengehalt belasten den Rost stärker als Brennstoffe mit hohem Wassergehalt, der als Dampf entweicht; daher höchste Gewichtsleistung bei gashaltigen, wasserreichen, aschearmen Braunkohlen, höchste Wärmeleistung bei gasreichen, wasser- und aschearmen Steinkohlen.

Die Rostleistung ist außerdem abhängig von der Schichthöhe, Brennstoffkörnung, Rostbauart, Zugstärke, Unterwindpressung, Bedienung und von dem Verhalten der Schlacke; daher sind die Werte der Zahlentafel 3 nur angenäherte.

Die Breitenleistung  $\frac{B}{b}$  kg/mh oder kcal/mh ist, wie die Rostleistung, für

jeden Brennstoff verschieden. In neuerer Zeit ist sie für die Braunkohlenfeuerungen eine beliebte Kennziffer, welche die Leistung des Rostes auf 1 m Kesselbreite einschließlich oder ausschließlich Einmauerung angibt (s. Zahlentafel 3). Bei Planung von Neuanlagen und bei Auswahl des Brennstoffes wertvoll!

Der Feuerraum dient der Verfeuerung schwebender Brennstoffe (Gas, Öl, Staub, Flugkoks, flüchtige Bestandteile fester Brennstoffe) und der Wärmestrahlung (Zündung und Wärmeabgabe), er ist bei Flammrohrkesseln, Feuerbuchskesseln usw. durch die Kesselbauart gegeben. Bei Wasserrohrkesseln ist die Größe und Form abhängig von der geforderten Leistung, der Feuerungsart, Brennstoffart, Feuerführung und Kesselbauart.

Die Wärmeleistung ist abhängig von der Brenngeschwindigkeit des Brennstoffes und wird im allgemeinen nur angegeben für schwebende Brennstoffe ohne Rostfeuerungen. Sie beträgt bei:

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| Gasen und Ölen . . . . .   | 2 bis 6000000 kcal/m <sup>3</sup> h |
| Staubfeuerungen für Lokomotiven . . . . .                                | 1 „ 2000000 „                       |
| Staubfeuerungen mit gemauertem Feuerraum und<br>Wirbelbrennern . . . . . | 200 .. 360000 „                     |
| Staubfeuerungen mit gemauertem Feuerraum und<br>U-Flamme . . . . .       | 130 „ 200000 „                      |

Luftvorwärmung, Wirbelung, Beilufteinführung fördern die Verbrennung, verkürzen die Flamme und erhöhen die Wärmeleistung. Wichtig für schwer zündenden und verbrennenden Magerkohlenstaub!



Niedrige Feuerräume, Einbauten, Verengungen hindern die Flammenentwicklung, Flammenstrahlung (leuchtende Flamme durch Kohlenstoffteilchen) und Gasstrahlung ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ) auf Heizflächen und Brennstoff (Zündung). Daher sind hohe Feuerräume anzuwenden. Zündgewölbe sind nur bei älteren, niedrigen Feuerräumen mit schwer zündenden Brennstoffen angebracht.

Die Höhe der Feuerräume soll nicht allein nach der Flammenlänge, die bei Rostfeuerungen mit dem Gasgehalt der Kohlen steigt (1,5 bis 4 m), bei Staubfeuerungen mit dem Gasgehalt sinkt (1,5 bis 12 m), bemessen werden, sondern zur besseren Ausnutzung der Flammen- und Gasstrahlung, Vermeidung von Gas- und Flugkoksverlusten nicht unter 3 m, bei unbeschränktem Raum bis 6 m betragen.

Zündgewölbe und -decken können bei hohen Feuerräumen ( $> 3$  m) und hochwertigen Brennstoffen fast ganz entbehrt werden, da die Flammen- und Gasstrahlung die Zündung sichert. Bei niedrigen Feuerräumen und minderwertigen Brennstoffen (Torf, Braunkohlen, Stinkkohlenabfälle), sowie bei Koks, sind sie noch erforderlich, am wirksamsten mit angenäherter Parabelform. Ältere Ausführung als Gewölbe mit beschränkter Breite ( $< 2,5$  m). Neuerdings werden sie fast ausschließlich als Hängedecke mit direkt oder indirekt aufgehängten feuerfesten Formsteinen ausgeführt: beliebige Breite, gleichmäßige Höhe und Flammenentfaltung, kein Seitendruck. Auf freie Wärmeausdehnung und geringes Gewicht der Steine ist zu achten, Biegebungsbeanspruchungen sind zu vermeiden.

Niedrige Zünddecken und solche mit rückkehrender Neigung geben bei gashaltigen Brennstoffen leicht Stauhitz, sind aber zur Unterstützung der Zündung manchmal angebracht.

Stufengewölbe mit wagerechter Decke, bei gasarmen Brennstoffen etwa 2,0 m, bei gasreichen etwa 4 m über dem Rost, unterstützen die Zündung ohne Beschränkung der Flammen- und Gasstrahlung.

### (730)

### Feuerfeste Ausmauerung.

1. Basische Steine, Schamottesteine, hergestellt aus gebranntem Ton (Schamotte), unter Zusatz von Bindeton, s. Zahlentafel 4, werden wegen ihres basischen Charakters (Schlacken meist auch basisch), ihrer Temperaturwechselbeständigkeit, Widerstandsfähigkeit gegen Schlackenangriff, Raumbeständigkeit, geringen Wärmeleitfähigkeit und Wärmeausdehnungsziffer für die Ausmauerung von Feuerungen vorwiegend verwendet. Die Steine müssen gut gebrannt sein!

2. Halbsaure Steine, hergestellt aus Quarz, Schamotte- und Bindeton, s. Zahlentafel 4, mit ähnlichen Eigenschaften, wie die Schamottesteine, daher auch für die Einmauerung von Feuerungen sehr geeignet, sind für Hochleistungs-Braunkohlenfeuerungen mit hohen Temperaturen wegen des Charakters der Braunkohlenschlacke im allgemeinen ungeeignet.

3. Saure Steine, Silikasteine, hergestellt aus Quarzit und Kalk als Bindemittel, sind wegen der geringen Widerstandsfähigkeit gegen Temperaturwechsel und Schlackenangriff für die Einmauerung von Dampfkesselfeuerungen wenig geeignet; vorwiegend verwendet für Koks-, Martin- und andere Öfen.

4. Sondersteine, wie Korund-, Karborund- und Kohlenstoffsteine, werden manchmal für die Seitenwände der Rostfeuerungen in Höhe der Brennstoffschicht verwendet. Karborundsteine sind nicht geeignet bei schwefelhaltiger Kohle.

5. Der Mörtel muß in seinen Eigenschaften dem Stein möglichst angepaßt sein.

6. Ausführung der Ausmauerung:

Große Steine sind zu vermeiden, sie erwärmen und erkalten ungleichmäßig und sind daher empfindlicher gegen Temperaturwechsel. Bei Hänge-

deckensteinen sind scharfe Übergänge schädlich, da sie bei der Herstellung und im Betrieb Risse verursachen.

Fugen sind im allgemeinen möglichst klein auszuführen, da der Mörtel bei bösertiger Schlacke weniger widerstandsfähig ist.

Dehnungsfugen sind stets vorzusehen und mit Asbestschnur zu schließen.

Vorsprünge und scharfe Ecken sind zu vermeiden; die Flamme ist so zu führen, daß sie das Mauerwerk möglichst nicht berührt.

(731) 1. Roste für Steinkohlen. A. Handfeuerung. a) Planrost mit natürlichem Zug, Abb. 4, horizontal oder schwach geneigt (1:20), Länge nicht über 2,2 m, meist 2 m, Höhe über Kesselhausflur 0,6 bis 0,8 m, geeignet für Innen-, Unter- und Vorfeuerung.

Roststäbe glatt, gekrümmt, polygonartig, oder gelochte Rostplatten, für Lokomotiven nach DIN Lon 2001 und 2003.

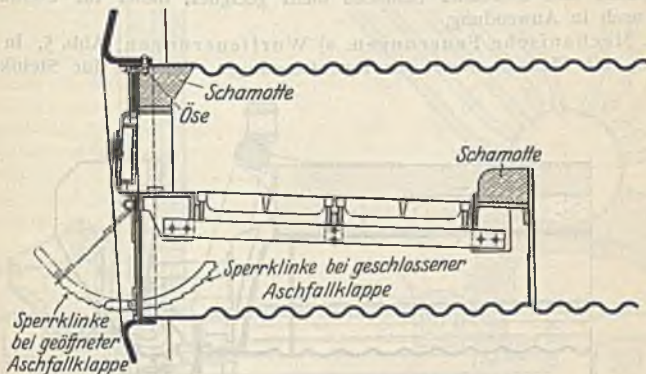


Abb. 4. Planrost für Flammrohrkessel.

Rostspalten oder -löcher nach Brennstoffart (Sandkohle), Körnung und Zugstärke verschieden. Spalten meist 5 bis 8 mm, bei Lokomotiven mehr, s. DIN Lon 2001 und 2003.

Die Feuerbrücke hinter dem Rost verengt den Zugquerschnitt zur Durchwirbelung der Rauchgase und Förderung der Verbrennung; Höhe nach dem Mindest-Querschnitt.

Die Schürplatte vor dem Rost erleichtert das Schüren und Abschlacken, dient zur Auflagerung der Roststäbe und des Schutzkranzes des feuerfesten Mauerwerkes.

Die Feuertür, einteilig mit  $b = 300$  bis  $350$  mm,  $h = 250$  bis  $300$  mm und zweiteilig mit  $b = 450$  bis  $500$  mm,  $h = 300$  bis  $350$  mm, gegen Wärme- strahlung durch Gußplatte oder ff. Steine geschützt, mit Schauöffnung.

Die Aschfallklappe, auch Luftklappe, ist einstellbar unter der Feuertür.

Zündung und Verbrennung nach dem Aufwerfen des Brennstoffs erfolgt durch Grundfeuer sicher und gleichmäßig über dem ganzen Rost, daher findet bei gashaltigen Brennstoffen sofort lebhaftes Gasentwicklung statt. Die Rauchentwicklung wird vermindert durch häufiges Aufwerfen in geringen Mengen, oder durch zonenweise Beschickung, oder durch Mischung gasreicher Kohle mit gasarmer, oder durch Zuführung vorgewärmter Oberluft. Bei kalter Oberluft und Innenfeuerung wird der Zweck meist nicht erreicht. Backende Kohlen häufiger schüren! Magerkohlen, insbesondere mit fließender Schlacke, nicht schüren! Schichthöhe bei Steinkohle rd. 10 cm, bei minderwertigen Brennstoffen höher.



Der Planrost ist geeignet für alle festen Brennstoffe aller Körnungen außer Braunkohle und Torf, wegen geringer Leistung für diese Brennstoffe. Bei Steinkohlenabfällen, Magerkohle, Koks und Koksgrus wird Unterwind angewendet. Die Pressung von etwa 15 bis 40 mm ist so einzustellen, daß im Feuerraum möglichst 0 bis 2 mm Zug ist. Bei starkem Blasen tritt leicht Flugkoksbildung ein. Bei Unterwind ist die erforderliche Zugstärke geringer als bei natürlichem Zug; dadurch wird das Einströmen von kalter Luft in die Feuerung und Züge und damit der Abgasverlust vermindert.

b) Schrägroste, mit nach dem Böschungswinkel des Brennstoffes geneigten, meist glatten, ca. 1,5 bis 2 m langen Roststäben, geeignet für Holzabfälle bei günstiger Lage und Form des Feuerraumes. Spaltweite und Stabdike wie beim Planrost. Unterer Abschluß durch besonderen Planrost von 0,3 bis 0,5 m Länge. Für hochwertige Kohlen, insbesondere backende, mit hohem Aschegehalt und fließender Schlacke nicht geeignet, daher für Steinkohlen kaum noch in Anwendung.

B. Mechanische Feuerungen. a) Wurfffeuerungen, Abb. 5, in Verbindung mit Planrost, meist für Innenfeuerungen. Geeignet für Steinkohlen

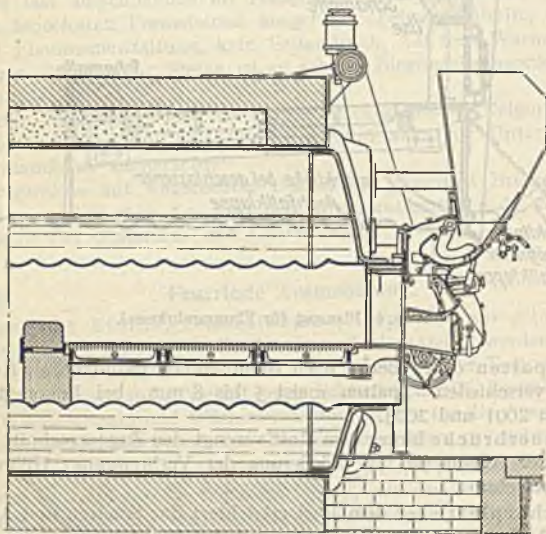


Abb. 5. Wurfffeuerung, Bauart Weck, für Flammrohrkessel.

möglichst gleichmäßiger Körnung und für Braunkohlenpreßlinge. Bei Förderkohle sind Vorbrecher notwendig. Vorteil: Regelmäßige und ziemlich gleichmäßige Beschickung, Vermeidung häufigen Feuertüröffnens; jedoch ist Schüren und Abschlacken erforderlich. Daher ist der wirtschaftliche Gewinn bei backender und stark schlackender Kohle gering.

b) Ketten- und Wanderroste bestehen im wesentlichen aus Rostwagen und Kette (endloses Band), die beim Kettenrost die Rostbahn bildet, während beim Wanderrost an den Gliedern der auf Rollen laufenden Ketten die Roststabträger mit den aufgeschobenen Roststäben befestigt sind. Hinter dem Kohlenrichter bildet der mit Schnecke und Handrad verstellbare Schichtregler den vorderen, am Ende des Rostes der Pendelstauer den hinteren Abschluß. Dieser staut den Brennstoff und bewirkt besseren Ausbrand. Abstreifer als hinterer

Abschluß sind seltener. Die Roste werden mit Elektromotor und einem in geschlossenem Gehäuse gelagerten, in Öl laufenden Rädervorgelege angetrieben, das verschiedene Geschwindigkeiten zuläßt.

Die Roststäbe sind in der Regel glatt, zur besseren Reinigung von Asche und Schlacke mit Abklopfvorrichtung oder einzeln und in Bündeln ausschwingbar, s. Abb. 6.

Die Rostbreite richtet sich nach der geforderten Leistung, der Kohlenart und dem Vorschub (4 bis 14 m/h). Bei zu schürenden Brennstoffen und beiderseitiger Bedienungsmöglichkeit empfiehlt sich, die Breite von 5 m nicht zu überschreiten.

Die Roste sind geeignet als Unterfeuerungen, als Vorfeuerungen nur bei niedriger Verbrennungstemperatur, dagegen nicht als Innenfeuerungen wegen des schwierigen Schlackenaustrages und der Bauhöhe.

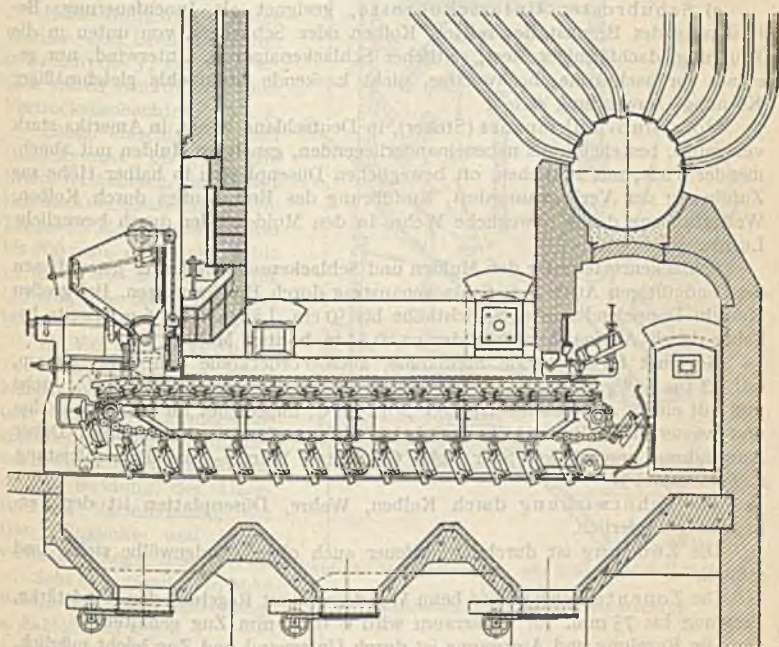


Abb. 6. Wanderrost der Ver. Kesselwerke.

Die Brennstoffschichthöhe beträgt 50 bis 150 mm, je nach den Eigenschaften des Brennstoffes. Neuerdings wird mit geringer Schichthöhe und starkem Vorschub gearbeitet. Zur Schonung des Mauerwerkes sind in Brennstoffhöhe oft Seitenroste und luft- oder wassergekühlte Vierkantkästen eingelassen, die an den Kessel-Wasserkreislauf angeschlossen werden können.

Zündung und Abbrand von oben. Rauchfreie Verbrennung. Hohe Gewichts-, Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3. Bei Kettenrosten leichtes Schüren durch schwache Bewegung der Rostglieder, bei Wanderrosten nur Handschürung.

Ketten- und Wanderroste ohne Unterwind sind geeignet für alle Steinkohlen gleichmäßiger Körnung  $< 50$  mm und Braunkohlenpreßlinge. Die Regelung und Anpassung ist träge. Für Steinkohlenabfälle, gasarme Steinkohlen, Koks und Koksgrus mit Unterwind zur Steigerung der Rostleistung.



Bei nicht backenden Brennstoffen besteht Gefahr der Flugkoksbildung, daher mäßig blasen! Im Feuerraum 0 bis 2 mm Zug einstellen! Regelung und Anpassung wird durch Unterwind erleichtert.

Neuerdings werden Unterwind-Zonen-Wanderroste, Abb. 6, auch für hochwertige, gasreiche Steinkohlen gebaut mit 3 bis 5 Zonen zur Einstellung der Unterwindpressung je nach Bedarf der Feuerung. Nur möglich in Verbindung mit hohen Feuerräumen, da sonst unvollkommene Zündung und Verbrennung eintritt. Sehr hohe Gewichts-, Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3. Auf dichten Abschluß der Zonen, leichte und feine Einstellung des Unterwindes ist zu achten!

Die Regelung und Anpassung ist durch Unterwind und Zug leicht möglich. Im Feuerraum 0 bis 2 mm Zug. Hochheizen bis zur vollen Dampfleistung nach 12stündigem Stillstand in 3 bis 10 Minuten.

c) Schubroste: Unterschubroste, geeignet als Innenfeuerung, Beförderung des Brennstoffes mittels Kolben oder Schnecken von unten in die Feuerung, dachförmiger Rost, seitlicher Schlackenausstrag, Unterwind, nur geeignet für aschearme, hochwertige, nicht backende Steinkohle gleichmäßiger Körnung. Anwendung selten.

Vorschub-Muldenrost (Stoker), in Deutschland wenig, in Amerika stark verbreitet, bestehend aus nebeneinanderliegenden, geneigten Mulden mit abnehmender Tiefe, mit seitlichen, oft beweglichen Düsenplatten in halber Höhe zur Zuführung der Verbrennungsluft, Einführung des Brennstoffes durch Kolben, Weiterführung durch bewegliche Wehre in den Mulden oder durch bewegliche Luftdüsen.

Schlackenroste unter den Mulden und Schlackenschacht hinter jenen dienen dem endgültigen Ausbrand. Schlackenausstrag durch Brecherwalzen. Bei großen Kesseln Doppelenderroste. Schichthöhe bis 50 cm, Länge 4 bis 6 m, Breite beliebig durch Aneinanderreihen der ca. 0,54 m breiten Mulden.

Geeignet für backende Steinkohle, auch Förderkohle von 0 bis 80 mm, mit 12 bis 15% flüchtigen Bestandteilen, 10 bis 15% Wasser, < 20% Asche und mit einem Aschenschmelzpunkt > 1250°C; ungeeignet für gasarme, asche- und wasserreiche Brennstoffe und bei niedrigem Aschenschmelzpunkt. Daher Anwendung beschränkt. Sehr hohe Gewichts-, Wärme- und Breitenleistung s. Zahlentafel 3.

Die Schürwirkung durch Kolben, Wehre, Düsenplatten ist der Verbrennung förderlich.

Die Zündung ist durch Grundfeuer auch ohne Zündgewölbe sicher und schnell.

Die Zonenteilung ist wie beim Wanderrost mit Regelung der Windstärke, Pressung bis 75 mm. Im Feuerraum wird 0 bis 2 mm Zug gehalten.

Die Regelung und Anpassung ist durch Unterwind und Zug leicht möglich. Hochheizen bis zur vollen Dampfleistung nach 35stündigem Stillstand in 15 Minuten.

Rückschubrost (Martin) mit gegenläufigen, nach rückwärts geneigten Roststäben. Die Aufgabe des Brennstoffes erfolgt durch Schnecken (Grundfeuer). Starke Schürwirkung durch die Bewegung der Roststäbe. Der Schlackenrost ist als Schwingrost ausgebildet. Die Zonenteilung zur Regelung der Windpressung, bis 140 mm, ist wie beim Wanderrost. Er ist geeignet für sehr minderwertige Abfallbrennstoffe mit > 50% A und W (Waschberge, Müll, Braunkohle).

Die Regelung und Anpassung ist durch Unterwind und Zug leicht möglich. Sehr hohe Gewichts-, Wärme- und Breitenleistung.

(732) 2. Roste für Braunkohlen. a) Treppenrost, nur für Braunkohle, Holzabfälle, Torf und Lohe, mit treppenförmig angeordneten, wagerechten Roststäben, gelagert auf geneigten Rostbalken, geeignet als Unter- und Vorfeuerung.

Die Rostneigung ist verstellbar nach dem Schüttwinkel des Brennstoffes, 25 bis 35°.

Der Vorrast zum Vortrocknen ist stärker geneigt, der Schlackenrost unter dem Treppenrost ist meist waagrecht, schür- und ausfahrbar.

Der Vortrocken- und Entgasungsraum ist oft durch ein gelochtes Wehr vom eigentlichen Brennraum getrennt: Halbgasfeuerung. Den vorderen Abschluß bewirkt der Schichtregler, den hinteren der ausziehbare Schlackenrost. Verschiebbare Kanäle regeln die Oberluftzufuhr.

Die Zündung durch Grundfeuer ist leicht und sicher. Das Überstürzen des Brennstoffes bei wechselnder Körnung und Feuchtigkeit stört die Verbrennung, wobei Gas- und Flugkoksverluste auftreten.

Für Knorpel-(Sieb-)Kohle gleichmäßiger Körnung ist er besser geeignet als für Förder- und Klar-(Fein-)Kohle.

Hohe Gewichts-, mäßige Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3; sie wird erhöht durch Anordnung eines Vortrockenschachtes, Abb. 7.

Länge einschl. Vor- und Schlackenrost 3 bis 8,5 m. Die Breite ist beliebig, sie richtet sich nach der Kesselbreite. Die Länge der Rostplatten ist 400 bis 700 mm, die Dicke 8 bis 15 mm, die Breite 80 bis 120 mm, die Spaltenhöhe 20 bis 30 mm.

b) Vorschubtreppenrost mit gegenläufigen Rostbahnen, entweder stufenweise oder schachbrettartig angeordnet, zur Erhöhung der Schürwirkung, der Leistung, zur Vermeidung des Überstürzens, Verminderung der Gas-, Flugkoks- und Herdverluste. Länge bis 8,65 m.

Sehr hohe Gewichts-, hohe Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3.

Unterwind ist bei Braunkohle nur mit Vorsicht anwendbar wegen der großen Gas- und Flugkoksverluste.

c) Muldenrost nur für Knorpel-, Förder- und Klarbraunkohle mit waagrecht, muldenförmiger Rostbahn mit seitlich anschließenden Vortrockenschächten und Zündhängecke über dem Rost. Zündung durch Grundfeuer ist leicht. Schürung und Entschlackung von Hand. Geeignet als Vorfeuerung. Länge bis 3,5 m, Breite nach der Kesselbreite.

Hohe Gewichts-, mäßige Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3.

d) Vorschubmuldenrost, Abb. 8, mit beweglichen Stufen zur selbsttätigen Schürung. Erhöhte Leistung, besserer Ausbrand, selbsttätige Entschlackung, Länge bis 6 m.

Hohe Gewichts-, Wärme- und Breitenleistung, s. Zahlentafel 3.

Die Roststäbe sollen möglichst einfache Form und große Kühlflächen haben; Wärmeausdehnung und leichten Aschendurchfall berücksichtigen! Sie sind meist aus raumbeständigem Grauguß mit gehärteter Bahn gegossen,

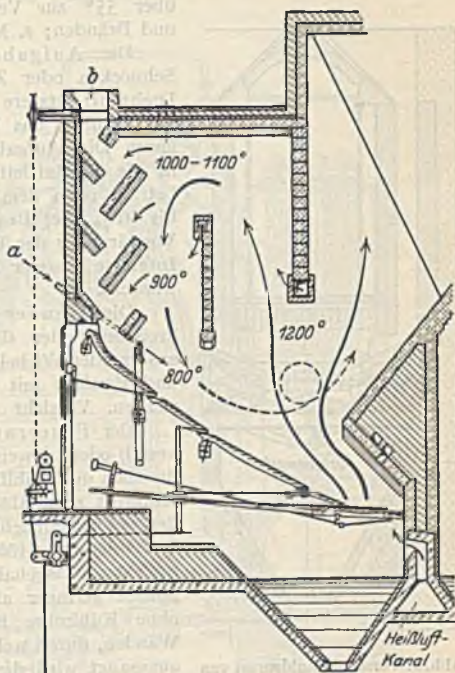


Abb. 7. Halbgasfeuerung von Keilmann & Völker, Bernburg.  
a Kohlenstaubzufuhr, b Brennstoffzufuhr.



auch mit Aluminiumzusatz oder -überzug zur Verhinderung des Schlackenangriffs.

Seltener sind Flußstahlstäbe, mehrere zu einem Paket zusammengefaßt; sie sind unzerbrechlich, jedoch dehnbar, biegsam und schlackenempfindlich.

(733) 3. Kohlenstaubfeuerungen, Abb. 9, dienen der Verfeuerung vernahleiner Kohlen in der Schwebel. Sie bestehen aus Kohlenstaubbunker, Aufgabevorrichtung, Brenner und Feuerraum.

Die Bunker sind auszuführen mit glatten Wänden und einer Neigung über  $55^\circ$  zur Verbütung von Nesterbildungen und Bränden; s. Merkblatt des Reichskohlenrats.

Die Aufgabevorrichtungen sind meist Schnecken oder Zellenräder mit veränderlicher Drehzahl; letztere vermeiden das Durchschießen des Staubes, das Betriebsstörungen herbeiführen kann. Die Aufgabevorrichtung läßt den Staub in die Erstluftleitung fallen. Die Erstluftmenge beträgt nach dem Gasgehalt des Brennstoffes 10 bis  $50\%$ , bei Braunkohlen auch bis  $100\%$ . Die Vorwärmung der Erstluft auf  $50$  bis  $250^\circ$  ist im Interesse besserer Zündung und Verbrennung erwünscht.

Die Brenner sind entweder einfache Düsen, kreisrund oder flach, mit und ohne Zweitluftzusatz oder Wirbelbrenner, in denen Kohlenstaub und Erstluft mit der Zweitluft innig gemischt werden. Vorsicht wegen der Schleuderwirkung!

Der Feuerraum ist meist ganz (Strahlungskessel) oder teilweise mit Kühlrohren ausgekleidet, die auch mit Kühlflossen besetzt sein können. Der Kühlrost zum Abschluß des Feuerraumes gegen den Schlackentrichter ist fast immer vorhanden. Die zulässige Größe der Kühlfläche richtet sich nach dem Gasgehalt der Kohle. Sie ist bei Magerkohlen geringer als bei Gaskohlen. Feuerräume ohne Kühlrohre haben Luftkühlkanäle in den Wänden, durch welche die Zweitluft geblasen oder angesaugt wird, die sich dabei vorwärmt. Führung der Flamme entweder im Gleichstrom von unten nach oben, in gerader oder gebogener Form, oder

Abb. 8. Vorschub-Muldenrost von Fränkel u. Viebahn.

senkrecht von oben nach unten mit Flammenumkehr. Letztere Anordnung wird neuerdings mehr und mehr verlassen; erstere hat den Vorteil kürzerer Flammen, zumal wenn durch Wirbelbrenner oder durch zentrisches Einblasen mehrerer Kohlenstaubflammen starke Wirbel erzeugt werden. Die Einführung von Zweitluft fördert ebenfalls die Wirbelbildung und damit die Verbrennung. Sie erfolgt meist in starker Aufteilung über die Kammer. Hierbei ist auf die durch verschiedenen Unterdruck in der Kammer (Schornsteinwirkung) bedingte Druckdifferenz beim Ansaugen der Verbrennungsluft zu achten. Feuerraumbelastung siehe (729). Die Breitenleistung entspricht ungefähr der von Hochleistungs-Zonen-Wanderrosten.

(734) Die Aufbereitung des Kohlenstaubes erfolgt in besonderen Trocken- und Mahlanlagen. Bei Steinkohlen sind Trockner meist nicht erforderlich. Geringe Feuchtigkeitsgehalte können durch Mahl-trocknung, das ist Trocknung durch Heißluft oder Rauchgas in der Mühle, ausgetrieben werden. Die Mühlen vermahlen je nach ihrer Bauart Steinkohlen von  $\frac{1}{2}$  bis  $5\%$  Feuchtigkeit.

Schlägermühlen (Schnellläufer) mit  $n = 1500$  sind billig, beanspruchen wenig Raum, arbeiten fast erschütterungsfrei und geräuschlos. Mit zunehmendem

Verschleiß nimmt die Mahlfeinheit ab. Sie sind geeignet für kleine und mittlere Leistungen.

Walzen- und Flichkraft-Kugelmühlen sind teurer, aber betriebssicher, erzielen dauernd große Feinheit und haben geringen Kraftverbrauch.

Kugelrohrmühlen beanspruchen viel Raum, sind sehr betriebssicher, erzielen große Mahlfeinheit, sind teuer und sehr empfindlich gegen Feuchtigkeit, geräuschvoll und haben einen großen Kraftverbrauch. Sie sind hauptsächlich geeignet für große Leistungen im Dauerbetrieb.

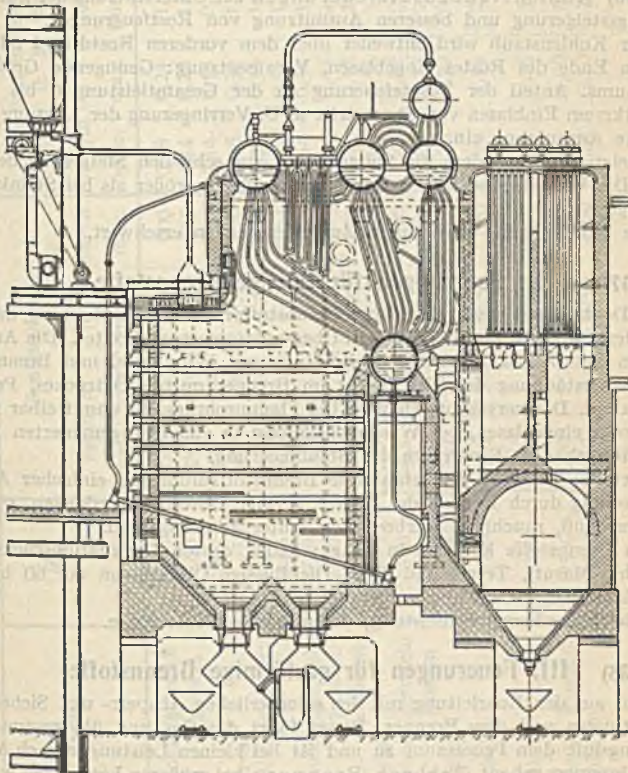


Abb. 9. Kohlenstaubfeuerung, Bauart Lopulco.

Zentralmahlanlagen mit vom Kesselhaus getrennter Trocken- und Mahlanlage sind teuer in den Anlagekosten und bedingen eine Transportanlage von der Mahlanlage zum Kesselhaus.

Einzelmahlanlagen werden in der Regel vor der Brennstelle aufgestellt, sind billig, übersichtlich und werden daher neuerdings bevorzugt.

(735) Transport des Staubes auf nahe Entfernungen mittels Becherwerks und Schnecke, auf weitere Entfernungen mittels Gebläseluft, auf sehr weite Entfernungen durch Preßluft. Die sog. Kinyon-Pumpe arbeitet mit Schnecke und Gebläseluft. Kraftverbrauch für Aufbereitung, Transport und Einblasen, je nach Mahlarbeit der Kohle, Feuchtigkeitsgehalt, gewünschter Mahlfeinheit, Größe der Anlage und Entfernung 15 bis 50 kWh/t, im Mittel 20 bis 25 kWh/t.



Geeignet für die Kohlenstaubfeuerungen sind alle Stein- und Braunkohlen. Die Zündung und Verbrennung ist bei gashaltigen Kohlen leichter, jedoch entscheidet über die Wahl trotzdem meistens der Brennstoffpreis. Die Vermahlung muß bei gasarmen Kohlen feiner sein als bei gasreichen. Die Feinheit wird ausgedrückt nach dem Durchgang durch das Sieb 70 (4900 Maschen/cm<sup>2</sup>) und durch das Sieb 30 (900 Maschen/cm<sup>2</sup>). Gefordert wird ein Durchgang von 99 bis 100<sup>0</sup>/<sub>0</sub> durch das Sieb 30 und von 95 (Magerkohle) bis 75<sup>0</sup>/<sub>0</sub> (Braunkohle) durch das Sieb 70.

**(736)** Kohlenstaubzusatzfeuerungen zur Unterstützung der Zündung, Leistungssteigerung und besseren Ausnutzung von Rostfeuerungen.

Der Kohlenstaub wird entweder über dem vorderen Rostdrittel oder am hinteren Ende des Rostes eingeblasen. Voraussetzung: Genügende Größe des Feuerraums. Anteil der Zusatzfeuerung an der Gesamtleistung 0 bis 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Bei stärkerem Einblasen von Staub tritt u. U. Verringerung der Leistung durch schlechte Ausnutzung ein.

Geeignet insbesondere für Spitzenkessel zur schnellen Steigerung der Leistung. Die Vorteile sind bei Braunkohlenfeuerungen größer als bei Steinkohlenfeuerungen.

Die Feuerführung wird durch Zusatzfeuerungen erschwert.

## **(737) II. Feuerungen für flüssige Brennstoffe**

sind in Deutschland wegen der hohen Brennstoffpreise ohne Bedeutung, dagegen in Ländern mit Ölgewinnung und auf Überseedampfern verbreitet. Die Anlagen bestehen aus Öltank, Ölpumpe, Rohrleitung mit Windkessel und Brenner.

Die Zerstäubung des Öles erfolgt im Brenner mittels Öldruckes, Preßluft oder Dampf. Das zerstäubte Öl wird bei Flammrohrkesseln unmittelbar in das Flammrohr eingeblasen, bei Wasserrohrkesseln in einen ausgemauerten Feuerraum, ähnlich dem Feuerraum der Staubfeuerung.

Vorteile: Einfache und staubfreie Brennstoffzuführung, einfacher Aufbau der Feuerung durch Fortfall des Rostes, geringe Unterhaltungskosten, geringer Luftüberschuß, rauchfreie Verbrennung, guter Wirkungsgrad.

Als Brennstoffe kommen in Frage: Erdöl, dessen Destillationsrückstände (Naphtha, Masut), Teeröl und Teer. Dickflüssige Öle müssen auf 60 bis 70<sup>0</sup> vorgewärmt werden.

Sehr hohe Feuerraumleistung, daher kleine Feuerräume.

## **(738) III. Feuerungen für gasförmige Brennstoffe**

bestehen aus der Rohrleitung mit den erforderlichen Absperr- und Sicherheitsvorrichtungen und dem Brenner. Dieser führt das Gas und die gesamte Verbrennungsluft dem Feuerraum zu und ist bei kleinen Leistungen nach Art des Bunsenbrenners gebaut (Terbeck-Brenner); bei größeren Leistungen wird der Gas- und Luftstrom in Einzelströme zerlegt (Wefer-Brenner). Neuerdings werden Wirbelbrenner bevorzugt (Buschmann, Burg, Dewag, Eickworth, Gako, Moll). Da die erforderliche Luftmenge in weiten Grenzen schwankt (1:1 bis 1:7), so müssen die Brenner für jede Gasart besonders gebaut sein.

Vorteile: Einfache und reinliche Brennstoffzuführung, leichte Regelung und Bedienung, geringster Luftüberschuß, rauchfreie Verbrennung, gute Ausnutzung.

Nachteil: Explosionsgefahr, zu deren Verhütung besondere Sicherheitsvorkehrungen getroffen werden müssen.

In Betracht kommen Hochofengas, Koksofengas, Leuchtgas und Wassergas. Sehr hohe Feuerraumleistung, daher kleine Feuerräume.

**(739)** Gaszusatzfeuerungen zur Unterstützung der Rostfeuerungen, zur besseren Zündung schlecht zündlicher Brennstoffe oder zur wahlweisen Verwendung bei Gasüberschuß und Gasmangel.

| Rostbauart                                   | Kohle               | $H_u$<br>kcal/kg | Rostleistung        |      |                                       |      | Breitenleistung<br>je m Rostbreite |      |                         |      | Mittlere<br>Rost-<br>länge<br>m |
|--|---------------------|------------------|---------------------|------|---------------------------------------|------|------------------------------------|------|-------------------------|------|---------------------------------|
|  |                     |                  | kg/m <sup>2</sup> h |      | 10 <sup>3</sup> kcal/m <sup>2</sup> h |      | t/m · h                            |      | 10 <sup>6</sup> kcal/mh |      |                                 |
|  |                     |                  | norm.               | max. | norm.                                 | max. | norm.                              | max. | norm.                   | max. |                                 |
| Planrost . . . . .                           | Steinkohle gasreich | 7500             | 90                  | 120  | 675                                   | 900  | 0,18                               | 0,24 | 1,35                    | 1,80 | 2,0                             |
| „ . . . . .                                  | „ gasarm            | 7500             | 70                  | 110  | 525                                   | 825  | 0,14                               | 0,22 | 1,05                    | 1,65 | 2,0                             |
| „ . . . . .                                  | Koks                | 7000             | 70                  | 90   | 630                                   | 820  | 0,14                               | 0,18 | 0,97                    | 1,26 | 2,0                             |
| „ mit Unterwind . .                          | Koksgrus            | 4500—5500        | 140                 | 180  | 700                                   | 900  | 0,28                               | 0,36 | 1,40                    | 1,80 | 2,0                             |
| „ ohne Unterwind . .                         | Braunkohlen-Brikett | 4800             | 120                 | 180  | 576                                   | 864  | 0,24                               | 0,36 | 1,15                    | 1,72 | 2,0                             |
| „ „ „ . . . . .                              | Torf                | 3800             | 160                 | 280  | 608                                   | 1064 | 0,32                               | 0,56 | 1,21                    | 2,13 | 2,0                             |
| Wanderrost . . . . .                         | Steinkohle gasreich | 7500             | 110                 | 135  | 825                                   | 1015 | 0,44                               | 0,54 | 3,30                    | 4,05 | 4,0                             |
| „ . . . . .                                  | „ gasarm            | 7500             | 90                  | 110  | 675                                   | 825  | 0,36                               | 0,44 | 2,70                    | 3,30 | 4,0                             |
| „ . . . . .                                  | „ mindere           | 6400             | 105                 | 130  | 672                                   | 832  | 0,42                               | 0,52 | 2,69                    | 3,33 | 4,0                             |
| „ mit Unterwind . . .                        | Koksgrus            | 4500—5500        | 150                 | 190  | 750                                   | 950  | 0,60                               | 0,76 | 3,00                    | 3,80 | 4,0                             |
| Hochleistungs-Zonen-<br>Wanderrost . . . . . | Steinkohle gasreich | 7500             | 215                 | 280  | 1615                                  | 2100 | 1,40                               | 1,82 | 10,5                    | 13,6 | 6,5                             |
| „ . . . . .                                  | „ gasarm            | 7200             | 210                 | 260  | 1512                                  | 1872 | 1,36                               | 1,70 | 9,80                    | 12,2 | 6,5                             |
| „ „ . . . . .                                | Koksgrus            | 4500—5500        | 210                 | 260  | 1050                                  | 1300 | 1,36                               | 1,70 | 6,55                    | 8,50 | 6,5                             |
| Treppenrost . . . . .                        | Braunkohle          | 2350             | 200                 | 260  | 470                                   | 610  | 1,10                               | 1,43 | 2,59                    | 3,36 | 5,5                             |
| Muldenrost . . . . .                         |                     |                  |                     |      |                                       |      |                                    |      |                         |      |                                 |
| Treppenschürrost . . . . .                   | Braunkohle          | 2350             | 400                 | 500  | 940                                   | 1175 | 2,20                               | 2,75 | 5,17                    | 6,50 | 5,5                             |
| Muldenschürrost . . . . .                    |                     |                  |                     |      |                                       |      |                                    |      |                         |      |                                 |
| Muldenschubrost . . . . .                    | Steinkohle gasreich | 7500             | 200                 | 250  | 1500                                  | 1875 | 0,80                               | 1,00 | 6,00                    | 7,50 | 4,0 <sup>1)</sup>               |
| Rückschubrost . . . . .                      | Waschberge          | 3000             | 660                 | 800  | 1980                                  | 2400 | 2,64                               | 3,20 | 7,92                    | 9,60 | 4,0                             |

1) Der Schlackentrichter ist nicht berücksichtigt.



(741) Abhitzeanlagen dienen der Ausnutzung der Abhitze von Hüttenwerken Kokereien, Öfen u. dgl. und bedürfen keiner besonderen Feuerräume.

(742) Zahlentafel 4. Kennziffern feuerfester Steine.

|  | Schamottesteine | Halbsaure Steine | Silikasteine   |
|--|-----------------|------------------|--|
| 1. Tonerdegehalt $\text{Al}_2\text{O}_3$ . . . . . %   | 30—44           | 10—30            | 0 <sup>1)</sup>  |
| 2. Kieselsäuregehalt $\text{SiO}_2$ . . . . . %  | 52—66           | 66—86            | 94—96  |
| 3. Beimengungen, Flußmittel (Eisen, Kalk, Magnesia, Alkalien) . . . . . %  | < 5             | < 5              | 2—4  |
| 4. Spezifisches Gewicht . . . . . kg   | 2,5—2,65        | 2,5—2,65         | 2,33—2,45  |
| 5. Raum-Gewicht . . . . . kg   | 1,9—2,1         | 1,8—2,0          | 1,7—1,9  |
| 6. Porosität. . . . . %  | 20—35           | 25—35            | 18—25  |
| 7. Raumbeständigkeit bei 1400 <sup>0</sup><br>linear . . . . . %   | ~ 1             | ~ 1              | 1—4 (1500 <sup>0</sup> )<br>abh. vom<br>spez. Gew.<br>ungenügend |
| 8. Temperaturwechselbeständigkeit .<br>Zahl der Abschreckungen des auf<br>850 <sup>0</sup> erhitzten Steines in fließ.<br>Wasser . . . . . | gut             | gut              | 0  |
| 9. Widerstandsfähigkeit gegen<br>Schlackenangriff . . . . .  | 5—30            | 5—15             | 0  |
|  | gut             | gut              | gering   |
| 10. Schmelzpunkt . . . . . °C<br>(Seigerkegel) . . . . .   | 1650—1750       | 1630—1730        | 1690—1750  |
|  | 29—34           | 28—33            | 31—34  |
| 11. Erweichungsbeginn unter 2 kg/cm <sup>2</sup><br>Belastung . . . . . °C   | 1250—1400       | 1250—1400        | 1600—1700  |
| 12. Wärmeausdehnungsziffer . . . . . %   | 0,6—1           | 0,9—1,2          | 1,2—1,5  |
| 13. Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ . kcal/m/h  | 0,7—0,9         | 0,9—1,2          | 1,1—1,3  |
| 14. Normalformat . . . . .   | DIN 1081        |                  |  |

## Feuerzüge und Zugerzeugung.

### (743) I. Feuerzüge.

Querschnittsberechnung der Gaskanäle nach der Formel

$$F = \frac{B \cdot G \cdot (1 + 1/273 \cdot t)}{v \cdot 3600} \text{ m}^2,$$

worin:

$F$  = Querschnitt,

$B$  = Brennstoffmenge kg/h,

$G$  = Gasmenge m<sup>3</sup>/kg Brennstoff,

$t$  = Gastemperatur,

$v$  = Gasgeschwindigkeit = 3 bis 4 m/s bei norm. Zugstärke,

= 6 „ „ reichlicher Zugstärke,

= 10 „ „ und mehr bei künstlichem Zug.

Die Gasgeschwindigkeit soll vom ersten zum letzten Zug allmählich ansteigen. Scharfe Richtungswechsel sind zu vermeiden, Ecken abzurunden, bei Querschnittsveränderungen Übergänge zu schaffen. Bei den Sammelstellen der Flugasche sind reichlich bemessene Flugaschentrichter vorzusehen. Undichtes, schlecht isoliertes Mauerwerk mit großen Abkühlungsflächen vermindert die Zugstärke, daher gut isolieren und dichthalten!

<sup>1)</sup> 2 bis 3% Kalk als Bindemittel.

Zugverlust innerhalb der Kesselzüge je nach Ausführung, Rauchgeschwindigkeit und Abkühlung 7 bis 15 mm, innerhalb der Vorwärmerzüge 3 bis 5 mm. Die Zahlen haben nur angenäherten Wert.

## (744) II. Der Schornstein.

Der obere Mündungsquerschnitt wird berechnet nach obiger Formel, worin

$t$  = Gasaustrittstemperatur  $^{\circ}\text{C}$ ,

$v$  = Gasaustrittsgeschwindigkeit m/s.

Letztere beträgt<sup>1)</sup>:

$v = \text{ca. } 4 \text{ m/s}$  für 1 bis 2 Kessel,

„ 5 „ „ 3 „

„ 6 „ „ 7 „

„ 7 „ „ 12 „

„  $7 + x/20 \text{ m/s}$  für  $12 + x$  Kessel.

Bei der Schätzung von  $t$  wird angenommen, daß sich die Temperatur je m Schornsteinhöhe um  $1^{\circ}$  vermindert.

Berechnung der Schornsteinhöhe  $h_s$  nach der geforderten Zugstärke  $z$ . Diese ist der Gewichtsunterschied zwischen der Rauchgassäule im Schornstein und einer gleich großen Außenluftsäule.

Die Zugstärke, bezogen auf einen Barometerstand von 760 mm/QS ist

$$z = h_s \cdot 1,295 \cdot \left( \frac{1}{1 + t_1/273} - \frac{1}{1 + t_m/273} \right) \text{ mm/WS,}$$

worin:

$t_1$  = Außenlufttemperatur,

$t_m$  = mittlere Gastemperatur im Schornstein.

Bei anderem Barometerstand  $b$  ist die erreichte Zugstärke  $z_1 = z \cdot \frac{b}{760}$ .

Großer Luftfeuchtigkeitsgehalt ist zu berücksichtigen.

Von den errechneten Werten ist ein Abzug von 2 bis 3 mm zu machen, um die erreichbaren Werte zu erhalten.

Der Berechnung ist die ungünstigste (wärmste) Außenlufttemperatur ( $30^{\circ}$ ) zugrunde zu legen.

Der Schornstein nutzt den natürlichen Auftrieb der warmen Rauchgase aus. Er bedarf daher keiner Wartung und fast keiner Betriebskosten. Die Ausbesserungsarbeiten sind sehr gering. Er kommt daher bei Rauchgastemperaturen über  $180^{\circ}$ , gutem Baugrund und mäßigen Anlagekosten fast ausschließlich in Frage. Oberer lichter Durchmesser mindestens 660 mm, bei Errichtung ohne Gerüst (Bau von innen). Höhe der Mündung über dem Rost erfahrungsgemäß:

$$h = (25 \text{ bis } 30) d \text{ für mittleren lichten Durchm. } \cdot d \leq 2,5,$$

$$20 d \text{ „ „ „ „ } \cdot d \geq 2,5.$$

Geringste Höhe etwa 16 m.

Aus Gründen der Rauchbelästigung soll die Mündung mindestens 3 m über dem First der benachbarten Wohngebäude sein.

Gemauerte oder Beton-Schornsteine.

Beachte: Guten Baugrund, Standsicherheit, feuerfeste Ausfütterung des Sockels, Verjüngung des Querschnitts und der Wandstärke, Einsteigeschacht, Blitzableiter, Steigbolzen.

Betonschornsteine mit Eiseneinlage sind bedeutend leichter als gemauerte. Blechschorensteine bei beweglichen Kesseln (Lokomotiven, Lokomobilen) und kleineren ortsfesten Kesseln, für Großanlagen in der Regel in Verbindung

<sup>1)</sup> S. Nuber: Wärmetechnische Berechnung der Feuerungs- und Dampfkesselanlagen.



mit Saugzug, geeignet für schlechten Baugrund und beschränkte Raumverhältnisse, können auch auf die Dachkonstruktion von Großkesselanlagen aufgesetzt werden und ermöglichen so einen organischen Aufbau der ganzen Kesselanlage. Sie bestehen aus zusammengenieteten zylindrischen Blechschüssen.

Beachte: Verankerung durch Spannanker, starke Abkühlung, in der Regel große Rauchgasgeschwindigkeit und geringe Höhe, daher Belästigung der Nachbarschaft durch Rauch, Ruß und Flugasche.

### (745) III. Ventilatorzug und Unterwindgebläse

(s. a. Abschnitt Ventilatoren und Gebläse).

1. Ventilatorzuanlagen in Verbindung mit kurzen Blech- (siehe oben) oder auch mit gemauerten Schornsteinen, für Hochleistungskessel, Spitzenbelastungskessel, bei niedrigen Abgastemperaturen, beschränkten Raumverhältnissen und schlechtem Baugrund.

Einteilung:

a) Direkt wirkend. Der zwischen Kessel und Schornstein eingeschaltete Ventilator saugt die Kesselabgase ab und bläst sie in den Schornstein. Diese Bauart hat den geringsten Kraftverbrauch und wird daher fast ausschließlich angewandt. Kraftverbrauch ungefähr 0,5 bis 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, bezogen auf die Dampferzeugung im Kessel. Nur für Abgastemperaturen bis 300<sup>0</sup>, Lagerkühlung ist erforderlich.

b) Indirekt wirkend. Der Ventilator bläst die angesaugte Luft durch eine Düse unter Injektorwirkung in den Schornstein. Sehr hoher Kraftbedarf von ungefähr 1,5 bis 2<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, bezogen auf die Dampferzeugung im Kessel; daher wird diese Bauart nur wenig angewandt, und zwar bei Anlagen mit hoher Abgastemperatur, für die jedoch in der Regel ein einfacher Schornstein billiger ist.

c) Verbund-Bauart. Der Ventilator saugt einen Teil der Rauchgase ab und bläst sie durch eine Düse unter Injektorwirkung in den Schornstein. Der Kraftverbrauch ist auch bei dieser Bauart hoch, nämlich 1 bis 1,5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, bezogen auf die Dampferzeugung im Kessel. Auch diese Bauart wird daher nur selten angewandt.

Unter Umständen kann bei älteren Anlagen, deren Schornstein für die Normalbelastung des Kessels ausreicht, eine höhere Belastung durch Einbau eines Ventilators erzielt werden.

Berechnung der Leistung, des Kraftverbrauchs, der Zugstärke und der dynamischen Pressung s. Abschnitt Ventilatoren und Gebläse.

Saugzuanlagen vermehren wegen der bei hohem Unterdruck in der Feuerung und in den Zügen vermehrten Falschlufansaugung die Abgasverluste.

2. Unterwind ist erforderlich bei Verfeuerung gasarmer Brennstoffe (Koks, Koksgrus, Anthrazit, Magerkohle, EBkohle) auf Planrosten mit Handfeuerung und mechanischer Beschickung, ferner auf gewöhnlichen Wanderrosten. Neuerdings werden alle Hochleistungsroste mit Unterwind betrieben (Hochleistungs-Zonen-Wanderroste, Unterschub-, Vorschub- und Rückschubroste). Er ist auch erforderlich bei stark schlackenden Brennstoffen und solchen, die in hoher Schicht verfeuert werden. Der Unterwind hat gegenüber dem Saugzug den Vorzug, daß im Feuerraum nur ein Unterdruck von 0 bis 2 mm herrscht, während beim Saugzug der dem Widerstand der Brennstoffschicht entsprechende Unterdruck einzustellen ist. Dieser beträgt im Mittel für:

|  |               |
|--|---------------|
| Hochwertige Steinkohle . . . . .                     | 3 bis 5 mm/WS |
| Minderwertige Steinkohle . . . . .                   | 5 „ 30 „      |
| Hochwertige Braunkohle . . . . .                     | 8 „ 10 „      |
| Minderwertige Braunkohle . . . . .                   | 12 „ 20 „     |
| Vorschubmuldenroste bis 50 cm Brennstoffschichthöhe. | bis 70 „      |
| Rückschubroste bis 50 cm Brennstoffschichthöhe . . . | „ 140 „       |

Der Widerstand der Brennstoffschicht ist auf die ganze Rostlänge nicht gleichmäßig, sondern nimmt mit dem fortschreitenden Abbrand ab. Daher die Unterteilung in mehrere Zonen mit verschieden abgestufter Windpressung nach den Bedürfnissen der Feuerung und dem Widerstand der Brennstoffschicht.

Große Ventilatoren für minderwertige Kessel sind nicht zu empfehlen wegen der großen Leitungsverluste, daher sind in der Regel Einzelventilatoren für jeden Kessel anzuordnen (bei Großkesseln sogar zwei und mehr im Aschenkeller) und durch kurze Leitungen mit schlanken Bögen und geringen Leitungsverlusten mit den Windkästen zu verbinden.

## (746) Entaschungsanlagen.

Die in der Kohle enthaltenen mineralischen Fremdstoffe fallen im Feuer- raum meist als Asche und Schlacke, in den Kessel- und Vorwärmerzügen nur als Asche an. Sie ist im Feuerraum je nach der Güte der Verbrennung mit mehr oder weniger großen Mengen an Koks, in den Zügen mit Flugkoks vermischt.

Mittlerer Aschegehalt der Kohlen:

|  |          |        |
|--|----------|--------|
| Rheinische und mitteldeutsche Braunkohlen-Preßlinge        | 4 bis 12 | 0/0    |
| Mitteldeutsche Rohbraunkohle . . . . .                     | 6        | 11 0/0 |
| Rheinische „ . . . . .                                     | 2        | 3 0/0  |
| Ober- und niederschlesische, sächsische Nußkohle . . . . . | 4        | 12 0/0 |
| „ „ „ „ „ Feinkohle . . . . .                              | 6        | 15 0/0 |
| Ruhr-Nußkohle . . . . .                                    | 4        | 8 0/0  |
| Saar- „ . . . . .  | 6        | 15 0/0 |
| Ruhr-Abfallkohle . . . . .                                 | 15       | 25 0/0 |

Handentschlackung und -entaschung nur noch bei kleineren und mitt- leren Anlagen; Belästigungen und Gefährdungen des Bedienungs-personals können durch Ablöschen glühender Schlacke und Asche, durch Sammeltrichter und -bunker, durch geräumige, gut gelüftete und beleuchtete Aschekeller vermieden werden.

Für Flugasche-Ablagerungen in den Zügen sind genügend große Asche- trichter vorzusehen, insbesondere an den Prall- und Umkehrstellen, unter den Wasserrohren und unter den Röhren-Vorwärmern. Wo Flugasche-Ansamml- ungen und Ansinterungen vermieden werden sollen, sind Einbauten mit Drall- wirkung oder Geschwindigkeitserhöhung (für Flammrohre), ferner Rußbläser (für Wasserrohre) vorzusehen.

Für große Kesselanlagen kommen nur in Frage:

## (747) Mechanische Entaschungsanlagen:

Anforderungen:

1. Automatisch-mechanisches Arbeiten.
2. Geräumige Bunker, Trichter, Füllrumpfe.
3. Betriebssicherheit, Staubfreiheit.
4. Einfache Bedienung, Möglichkeit der Handbedienung.
5. Geräumige oberirdische, saubere, gut gelüftete Aschekeller.

Mechanische Bauarten:

Schüttelrutschen, Kratzbänder, Pendelbecher und Schnecken leiden bei dem Transport scharfkantiger Asche und Schlacke unter starkem Verschleiß. Vermeidung von Staubaufwirbelungen durch Eintauchen der Aschen- fallrohre in Wassertröge (Kratzbänder, Schnecken).

Abfuhr der Asche mit untergeschobenen Förderwagen; auch für mittlere Anlagen geeignet.

Einzelabscheider, Bauart Schwabach Abb. 10.



Beachte: Luftdichter, staubfreier Abschluß durch Tauchrohre, Ablösen der Schlacke im Wasserbad, Austrag der handfeuchten Asche durch ein Zellen-

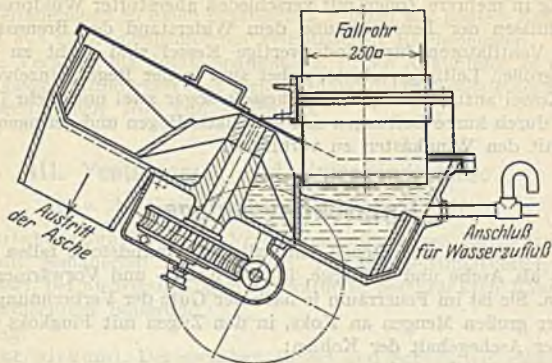


Abb. 10. Einzelabscheider, Bauart Schwabach.

rad, Kapselung des Antriebes gegen Verstaubung und Verschleiß, Abfuhr der Asche durch Förderwagen. Einfach, billig, wenig Aufsicht und Bedienung. Auch für kleinere und mittlere Anlagen mit geringen Aschenmengen geeignet.

### (748) Pneumatische Entschungsanlagen

bestehen aus den Ascheaufnehmern unter den Trichtern mit Saugrüssel und Bedienungsklappe, den Förderleitungen, den Sammelbehältern, den Naßfiltern, den Trockenfiltern, den Luftpumpen, Fördereinrichtungen und Antriebsmotoren.

Unterdruck in der Leitung 480 bis 550 mm/WS.

Aschegeschwindigkeit 30 bis 40 m/sek.

Der Verschleiß aller ascheführenden Teile, insbesondere der Leitungen und Luftpumpen ist groß. An Stelle von Kolben- oder Schleuderpumpen sind daher Wasserringpumpen, Abb. 11, zu empfehlen. Die Gußrohre mit großen Wand-

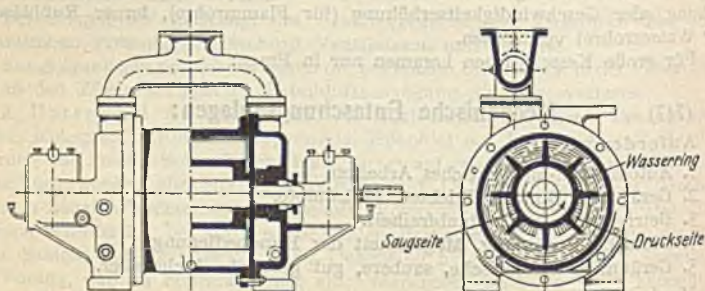


Abb. 11. Wasserringpumpe.

stärken werden von Zeit zu Zeit gedreht. Die am meisten dem Verschleiß ausgesetzten Krümmer erhalten verstärkte Rücken (Zement).

Verpuffungen durch die schwebenden und nachverbrennenden Herdrückstände treten in Leitungen und Behältern auf, begünstigt durch angesaugte Luft, daher Explosionsklappen vorsehen!

Staubfrei, einfache Bedienung, jedoch teuer in Anlage und Betrieb, großer Verschleiß, teure Instandhaltung, nur für Großanlagen geeignet, daher nur noch wenig in Anwendung.

(749)

### Hydraulische Entschung.

1. Spülrinnen. Die Aschenfallrohre tauchen in eine oder enden dicht über einer mit rd. 3% Gefälle verlegten Spülrinne (glasierter Ton). Flach- oder Rundschieber schließen das Fallrohr gegen den Aschetrichter ab. Die Schlacke und Asche wird durch die natürliche Strömung des Wassers in einen Klärteich geschwemmt, aus dem die abgesetzten Massen durch Greifer, Becherwerk oder dgl. in Förderwagen oder Eisenbahnwagen befördert werden.

Das Verfahren ist einfach, billig in Anlage und Betrieb, zuverlässig, staubfrei, leicht zu bedienen, aber nicht sehr leistungsfähig; daher geeignet für mittlere bis größere Anlagen bei mäßigem Aschenanfall. Der Verschleiß ist gering.

2. Spülrinne mit Rothstein-Apparat, Abb. 12. Wie oben, jedoch statt Schieber und Fallrohr mit Mischbecken, Fallrohr und Wasserverschluß. Doppelter Abschluß des Aschetrichters durch den Aschenschüttkegel im Mischbecken und durch den Wasserverschluß. Das Ausspülen der Asche geschieht nach Bedarf durch Spülleitungen, die im Mischbecken und im Wasserverschluß enden. Größere Schlackenstücke werden vor dem Aschenbecken an abklappbaren Hilfsrosten zer schlagen.

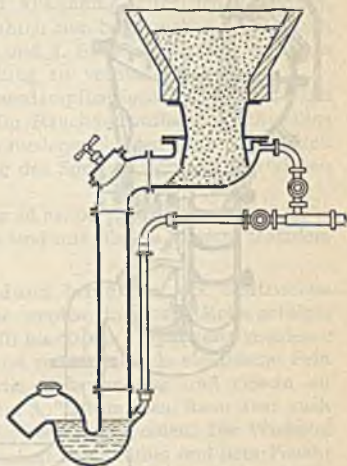


Abb. 12. Rothstein-Apparat.

Verhältnis des Wasserverbrauchs zur Aschenmenge 10 : 1, Wasserdruck rd. 1,5 atü. Kraftverbrauch rd. 7,5 kWh/t.

Das Verfahren hat die gleichen Vorzüge wie das oben beschriebene.

3. Spülrinne mit Apparat von Natorp & Eberhardt, Abb. 13, bestehend aus Rüttelvorrichtung im Auslauf des Aschetrichters, Flachschieber, Schlackenbrecher, schraubenförmigen Schurren, Wasserverschluß und Spritzdüsen. Diese sind in verschiedenen Zonen der Vorrichtung angebracht, nämlich oberhalb des Schlackenbrechers, über, in und unter den schraubenförmigen Schurren. Das Ausspülen der Asche geschieht nach Bedarf, etwa einmal in 10 Stunden, 5 bis 8 Minuten lang.

Verhältnis von Wasser zu Trockenasche (1,5 bis 2) : 1. Das verbrauchte Wasser kann nach Klärung wieder verwandt werden.

Das Verfahren hat die gleichen Vorzüge wie das unter 1. beschriebene.

4. Strahlapparate. Die Anlagen bestehen aus der Druckwasserpumpe, dem Strahlapparat, Abb. 14, und den Ascheförderleitungen. Ein Flach- oder Rundschieber bildet den Abschluß zwischen Aschetrichter und Ascherostkasten bzw. Strahlapparat.

Zerkleinern größerer Schlackenstücke auf einem Schlackenrost ist erforderlich. Eine Umlaufleitung hält den Zulauf zur Düse von feuchter Asche frei. Ein Preßluftanschluß ermöglicht das Ausblasen der Ascheförderleitung bei Frostgefahr.

Die dem Verschleiß unterworfenen kegelförmigen Einsätze des Strahlapparates sind auswechselbar.



Sandhaltige Aschekohle lagert sich bei weiten Entfernungen in den Rohrleitungen leicht ab.

Wasserdruck 4 at für die Beförderung vom Kesselhaus ins Freie, 18 bis 25 at je nach Förderhöhe und Entfernung bei Beförderung auf weite Strecken.

Wasserverbrauch 3 bis 5 m<sup>3</sup>/t Asche.

Kraftverbrauch rd. 1 kWh/t Asche für die Beförderung im Kesselhaus bei 2- bis 3-fachem Wasserverbrauch, rd. 3 kWh/t für mittlere Steigungen und Entfernungen bei 5-fachem Wasserverbrauch.

Spülung nach Bedarf etwa 20 bis 30 Minuten in 24 Stunden. Die Zeiten sind

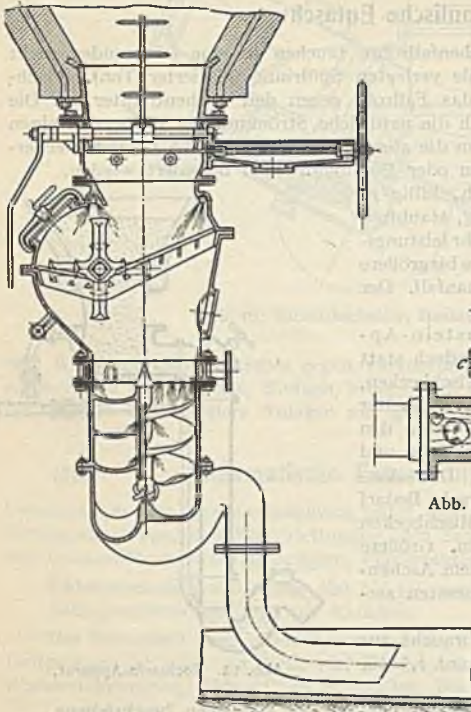


Abb. 13. Apparat von Natorp & Erhardt.

lässig, staubfrei, sehr leistungsfähig, ermöglicht die unmittelbare Beförderung in Rohrleitungen auf weite Entfernung (1500 m) ohne Zwischenmittel (Greifer, Wagen). Der Verschleiß ist gering.

Das Verfahren ist daher geeignet für Großanlagen mit großen Schlacken- und Aschenmengen.

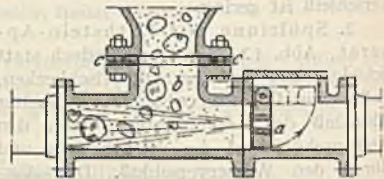


Abb. 14. Seiffert-Strahlapparat.

nur ein Bruchteil ( $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{8}$ ) der pneumatischen Entaschung. Geschwindigkeit des Aschenschlammes rd. 1,5 m/sek, Druckverlust in der Leitung rd. 0,5 at/100m.

Vorzüge: Einfach, betriebssicher, in Anlagekosten mäßig, im Betrieb billig, leicht zu bedienen, zuverlässig.

## (750) Rauchgas-Entstaubungs-Anlagen, Schlackenaufbereitung

dienen der Reinigung der durch den Schornstein abziehenden Rauchgase von mitgeführten Flugascheteilchen. Bei normalen Feuerungsanlagen mit schwacher bis mäßiger Belastung, ohne Unterwind und Saugzug, geringen Geschwindigkeiten in den Zügen, hohen Schornsteinen in der Regel nicht erforderlich, dagegen bei Steinkohlen- und Braunkohlenrosten mit Unterwind, hohen Zugstärken und Rauchgasgeschwindigkeiten, sowie bei Kohlenstaubfeuerungen mit Saugzanlagen und kurzen Schornsteinen notwendig.

1. Entstaubung durch Geschwindigkeitsverminderung und Schwerkraftwirkung in großen Beruhigungsräumen. Rauchgasgeschwindigkeit 1 bis 1,25 m, daher ist das Verfahren nur anwendbar, wo genügend

Raum zur Verfügung steht. Die Wirkung ist bei sehr feinkörniger Flugasche (Kohlenstaubfeuerungen) unsicher.

2. Entstaubung durch Fliehkraftwirkung in Zyklonen erfordert Saugzuganlage wegen der durch die Beschleunigung im Zyklon bedingten Zugverminderung (5 bis 35 mm) und zusätzlichen Kraftverbrauch. Die Wirkung ist bei grobkörniger Flugasche (Wander- und Treppenrostfeuerung) gut, bei feinkörniger Flugasche (Kohlenstaubfeuerung) beschränkt auf ca. 60%. Erhöhte Wirkung durch Doppelzyklon (Davidson), bei dem ein kleiner Zyklon hinter dem großen die Nachentstaubung bewirkt.

3. Das Verfahren durch Berieselung der Rauchgase. Die Wirkung ist am stärksten bei nebelartiger Zerstäubung des Druckwassers. Zweistufige Berieselung ist zu empfehlen; zur Vorbenetzung (1. Stufe), zum endgültigen Niederschlag (2. Stufe) des Flugstaubes und Abkühlung unter den Taupunkt. Wegen der starken Abkühlung ist das Verfahren nur bei Saugzug anwendbar. Der Saugzugventilator muß zwischen der 1. und 2. Stufe angeordnet sein, um Verschmutzung durch Taupunktunterschreitung zu verhindern.

Die Regenbildung des austretenden wasserdampfhaltigen Rauchgases kann durch Regenhauben gemildert werden. Die im Rauchgas enthaltene schweflige und Schwefelsäure wird durch das Wasser niedergeschlagen und muß durch Kalkzusatz gebunden werden. Nach Klärung des Spritzwassers in Klärteichen ist Wiederverwendung möglich.

Das Verfahren ist zuverlässig (Wirkungsgrad ca. 90%), bedingt jedoch hohe Anschaffungs- und Betriebskosten. Eisenteile sind mit Blei zu füttern, trotzdem ist der Verschleiß ziemlich groß.

4. Elektrische Flugaschenabscheidung beruht auf der elektrischen Aufladung der Staubteilchen. Die Rauchgase werden durch ein Rohr geführt, in dessen Mitte ein mit Gleichstrom von ca. 40 bis 60000 V Spannung geladener Draht beschwert aufgehängt ist. Die durch das so entstehende elektrische Feld aufgeladenen Staubteilchen prallen gegen die Rohrwandung und rieseln an dieser herab. Der Wirkungsgrad wird meist auf 80% bemessen, kann aber auch unter steigenden Anlagekosten auf über 90% gesteigert werden. Die Wirkung ist abhängig von der gleichmäßigen Beschaffenheit des Staubes und dem Feuchtigkeitsgehalt. Die Anlagekosten sind hoch, der Stromverbrauch und die Betriebskosten (der Aschenabscheidung) jedoch sehr gering. Sie erfordert keine Bedienung.

Unter Umständen ist eine Verbindung zweier Verfahren vorteilhaft.

Schlackenaufbereitung. Die im Rostdurchfall und in den Herdrückständen enthaltenen Kohlen- und Schlackemengen können durch Aufbereitung wieder gewonnen werden. Diese Rückstände enthalten an Verbrenlichem

|                                    |          |
|------------------------------------|----------|
| bei Wanderrostfeuerungen . . . . . | bis 15%  |
| „ Handfeuerungen . . . . .         | 25 „ 30% |
| „ Lokomotiven . . . . .            | 40 „ 50% |

Die Aufbereitung erfolgt entweder naß durch Ausnutzung des verschiedenen spez. Gewichts zwischen Kohle (1,2) und Asche (2,0) oder trocken durch magnetische Aufbereitung, da alle Aschen Eisenoxyd und Eisen-Oxyduloxyd enthalten, die beide magnetische Eigenschaften besitzen. Die Naßaufbereitung eignet sich nicht für feinkörnige Brennstoffe, die Trockenentstaubung nicht für eisenarme Aschen.

Die zurückgewonnenen Brennstoffmengen sind stark verunreinigt, von geringem Heizwert und verschiedener Korngröße, daher im Brennwert ungefähr den gasarmen Steinkohlenabfällen gleichwertig.

Die Verfahren sind daher nur am Platze bei teuren Brennstoffpreisen, großen Mengen an Unverbranntem in den Herdrückständen und Absatzmöglichkeit für den rückgewonnenen Brennstoff.



## Dampfkessel.

Bearbeitet von Dipl.-Ing. E. Lupberger, Direktor der Vereinigung der Großkesselbesitzer, E. V. Berlin.

### Konstruktion.

(751)

#### I. Allgemeines.

Der Dampfkesselbau befindet sich gegenwärtig in rascher Entwicklung. Vor einigen Jahren waren Kesselgrößen über 600—700 m<sup>2</sup> in Steilrohrkesseln seltene Ausnahmen, heute ist in größeren Anlagen in Deutschland der Kessel von 1000—2000 m<sup>2</sup> normal, Kessel bis 4000 m<sup>2</sup> sind in Amerika gebaut. Die stündliche spezifische Kesselleistung betrug vordem für Großwasserraumkessel 15—20 kg/m<sup>2</sup>, für Wasserrohrkessel 25—32 kg/m<sup>2</sup>, heute sind 50—70 kg/m<sup>2</sup> und darüber verlangte Leistungen. Die Betriebsdrücke und -temperaturen sind bis 225 at und bis 500 °C gesteigert worden. Die Zahl der Kleinanlagen nimmt ab. Wo nicht Heizung mit Kräfteerzeugung verbunden werden kann, ist Fremdenergiebezug günstiger. Die dargestellten Entwürfe von Kesseln zeigen eine bemerkenswerte, einheitliche Entwicklungsrichtung. Diese kennzeichnet sich folgendermaßen:

1. Verlassen der älteren, starren Bauarten von Einfach- und Mehrwalzenkesseln, Batteriekesseln, Kesseln kombinierter Bauart. Diese mit genieteten Stützen gebauten Kessel lassen keine elastischen Dehnungen zu. Schon geringe Beanspruchungen verursachen Undichtheiten der Nietnähte der Trommeln und Stützen sowie Nietlochrisse. Deshalb Vermeidung starrer Verbindungsstützen zwischen den Kesselteilen.

2. Verlassen des alten Vollkammer-Schrägrohrkessels, bei dem die Wasserkammern durch starre Stützen mit den Trommeln verbunden waren. Einführung von elastischen Verbindungen mittels eingewalzter Siederohre. Verlassen des starren Steilrohrkessels mit geraden Rohren.

3. Bevorzugung einfachster elastischer Kesselbauarten, die nur aus sehr wenigen Teilen bestehen und allen Wärmedehnungen frei nachgeben können. (Steilrohrkessel mit gebogenen Siederohren, Teilkammer-Schrägrohrkessel, für kleinere Anlagen Zweiflammrohrkessel oder Rauchrohrkessel.)

4. Verkleinerung des Wasserinhaltes, rasche Anheizbarkeit und schnelle Anpassung der Leistung an die Dampfentnahme, Verminderung der Auswirkung bei Explosionen durch kleinere Wasserräume.

5. Verbesserung des Wasserumlaufes, dadurch Steigerung der Leistung und erhöhte Betriebssicherheit.

6. Zurückhaltung bei der Anwendung von Nietverbindungen bei höheren Drücken, Verwendung von Trommeln mit wassergas-überlapptgeschweißten Längsnähten und nur eingenieteten Trommelböden und von geschweißten und geschmiedeten Schüssen mit angekümpelten Enden.

7. Bevorzugung elastischer Teile und Verbindungen auch bei einfachen Kleinkesseln, Ersatz der Überlappungsnietung durch Doppellaschennietung, Verwendung von Böden mit großen Krepfenradien (Ellipsenböden).

#### II. Bauarten.

(752) 1. Kleinkessel, stehende Feuerbuchskessel, Abb. 15 und 16.

In großer Zahl bei Kranen, Baggern, Baumaschinen als ortsbewegliche Kessel verwendet. Alle Konstruktionen geben zu Bedenken Anlaß. Die Kessel sind sehr schwer zu reinigen (auf Baustellen ist fast stets schlechtes, ungereinigtes Wasser vorhanden). Besonders in den Zwischenräumen zwischen Feuerbuche und Mantel sammelt sich Kesselstein und -schlamm, führt dort zum Ausglühen, zu Deformationen, Beulen und Rissen infolge verschlechterter Wärmeübertragung. Die Vernietung am Fußring wird durch verschiedene Wärmedehnungen des Innen- und Außenmantels stark beansprucht, Undichtheiten sind daher hier häufig. Dazu kommt innen der Angriff von Asche und Schlacke, wodurch starke Rostungen eintreten.

Gewölbte Böden verhindern durch ihre Steifheit verschiedene Wärmedehnungen zwischen innerem und äußerem Mantel. Spannungen und Undichtheiten in den Nietnähten sind die Folge.

Besonders bei Rohrbündeln von Rauchrohrkesseln wirken sich diese Spannungen in den Walzstellen aus.

Das Rauchabzugsrohr, welches bei den Feuerbuchskesseln mit Wasserröhren in der Regel in der Achse der Feuerbuche ansetzt Abb. 16, muß mit einem Schutzrohre versehen werden, um es vor Einwirkung der heißen Gase zu schützen. Das Schutzrohr ist daher einem raschen Abbrand ausgesetzt und wird um so früher zerstört, je heißer die Gase sind und je schwefelhaltiger die Kohle ist.

Bei vertikalen Kesseln mit Feuerröhren liegt ein Teil der Rohrlänge im Dampfraum, und der Wasserspiegel schwankt fortwährend um eine Mittelstellung, in welcher die Röhren sehr oft heftig angegriffen werden. Diese Stelle muß häufig untersucht werden, um der Zerstörung durch Zusammendrücken der Röhren zuvorzukommen. In der Höhe des Wasserspiegels müssen daher Schaulöcher vorhanden sein, um den Zustand der Röhren an dieser Stelle regelmäßig untersuchen zu können.

Vermöge der verhältnismäßig großen Rostflächen, bei den meisten der kleinen Kessel ist das Verhältnis der Rost- zur Heizfläche 1 : 20, kann die Dampferzeugung zeitweilig hochgetrieben werden, was nicht nur die Gefahr des Erglühens der im Dampfraum

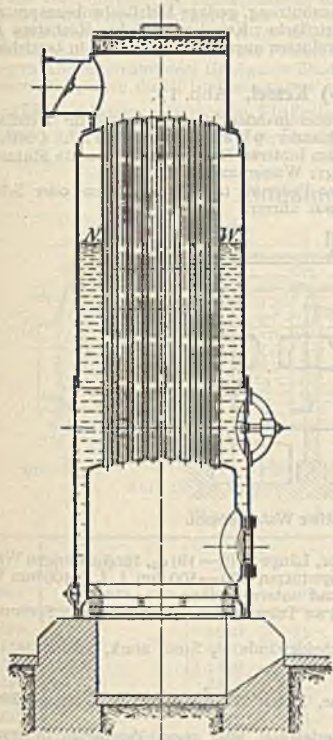


Abb. 15. Stehender Feuerbuchkessel mit Rauchrohren.

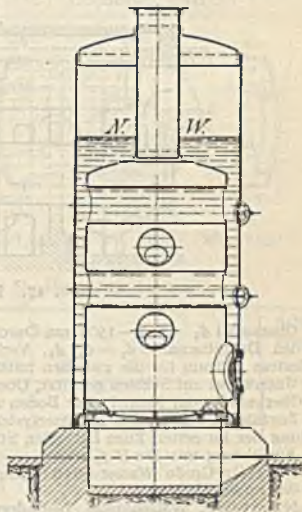


Abb. 16. Stehender Feuerbuchkessel mit Querrohren.

befindlichen Feuerzüge naberrückt, unruhiges Wallen des Wassers erzeugt, sondern auch das Überkochen begünstigt. Die Wärmeausnutzung sinkt, und gleichzeitig entsteht lebhafter Rauch, der die Heizfläche verrostet und die Nachbarschaft belästigt. Bei der Verwendung solcher Kleinkessel innerhalb dichtbewohnter Orte ist daher für ein rauchschwaches Brennmaterial zu sorgen.

Der Antrieb der Baumaschinen usw. unter Fortfall der unsicheren und mangelhaft überwachbaren, ortsbeweglichen Kleinkessel ist durch Elektromotoren empfehlenswert, provisorische Anschlüsse sind auf fast allen Baustellen vorhanden.

## (753) 2. Großwasserraumkessel.

Der Wasserinhalt im Verhältnis zur Heizfläche ist groß, bis zu  $0,5 \text{ m}^3$  je  $\text{m}^2$  und mehr. Große Wärmemenge ist im Wasser gespeichert, dadurch ist bei kurzzeitigen Belastungsschwankungen unter entsprechendem Druckabfall Dampfabgabe aus dem Wärmeinhalt des Wassers möglich; bei langandauernder Änderung der Belastung dagegen erfolgt nur langsame Anpassung. Hoher Wärmeinhalt verstärkt diese Wirkung und die einer ev. Explosion infolge Nachverdampfens der großen Wassermenge. Geringe Bewegung des Wasserinhaltes hat nur geringen Wärmeübergang, niedere spezifische Leistung und hohe Abgastemperaturen, d. h. geringe Wärmeausnutzung im Kessel selbst zur Folge. Geringe Wasserbewegung verursacht ferner oft Temperaturunterschiede der Bleche, Wärmespannungen und Undichtheiten von Nietnähten. Großwasser-



raumkessel sind gegen höhere Salzanreicherung im Kesselwasser im allgemeinen weniger empfindlich und geben wegen großen Dampftraumes trockenen Dampf.

### (754) Einfacher Walzenkessel.

Meist liegender, nach hinten geneigter Zylinder bis 1,5 m Durchmesser und 10 m Länge (Durchmesser: Länge  $\approx 1:6 - 1:8$ ). Konische Schüsse derart, daß die heißen Heizgase nicht gegen die Kanten stoßen; Stützung durch angenietete Pratzen in 2 m Abstand. Unterfeuerung; Zuführung entweder längs des Mantels oder in Schlangelinien (Kammersystem).

Vorteil: Einfach und billig, leicht zu reinigen; im Verhältnis zur Heizfläche großer Wasser- und Dampfraum: trockener Dampf.

Nachteil: Kurzer Gasweg, geringe Wärmeausnutzung, geringe Heizflächenbeanspruchung ( $D:H \leq 8$ ) und ungünstiges Verhältnis von Heizfläche: Kesselgrundfläche. Höchstens noch in stehender Anordnung hinter Puddel- und Schweißöfen angeordnet. Nachteile in betrieblicher Hinsicht siehe unter (755).

### (755) Mehrfacher Walzen- (Batterie-) Kessel, Abb. 17.

Zylindrische Walzen, zu zweien oder dreien übereinander, bis 100 bzw. 160 m<sup>2</sup> Heizfläche, durch Stützen verbunden und bis zu dreien nebeneinander; 9 Walzen bis etwa 300 m<sup>2</sup>. Oberkessel durch gemeinsamen Dampfsammler, Unterkessel am hinteren Ende durch wagrechte Stützen in Verbindung. Oberkessel horizontal, übrige geneigt; Wasserumlauf.

Unterkessel rücksichtlich Unterbringung der Feuerung mit Plan-, Ketten- oder Schrägrost, vielfach in Tenbrink-Vorlage eingebaut, etwas kürzer.

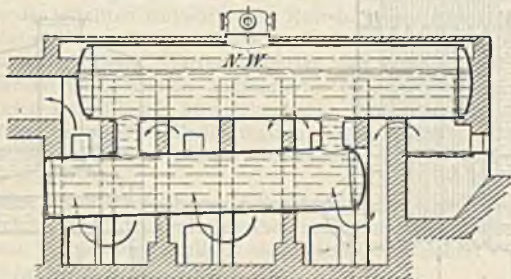


Abb. 17. Mehrfacher Walzenkessel.

Oberkessel  $d_1 = 800 - 1500$  mm Durchmesser, Länge =  $(8 - 10) d_1$ , für die übrigen Walzen und den Dampfsammler  $d_2 \approx 0,8 d_1$ . Verbindungsstützen 400—500 mm i. L., 400 mm lang, mindestens 350 mm für die zwischen mittlerer und unterer Reihe.

Unterkessel auf Stühlen gestützt, Oberkessel an Trägern federnd aufgehängt. Speisung in den Oberkessel, vom Mantel oder Boden aus.

Zugführung nach dem Kammersystem: Scheidewände  $\frac{1}{2}$  Stein stark, Schamotte; Verkleidung der im ersten Zuge liegenden Stützen.

Ausführung mit  $D:H \leq 22$ .

Vorteil: Große Wasser- und Dampfäume, kleine Walzendurchmesser, dünne Bleche, gute Wärmeausnutzung.

Nachteile: Walzenkessel, besonders Batterieessel, sind gegen Temperaturänderungen sehr empfindlich. Es ist größte Vorsicht beim Anheizen nötig. Hoher Zeit- und Wärmeverlust durch langsames Anheizen. Mannlöcher in jeder Walze, schwierige Befahrung und Reinigung. Mehrere Einsteigöffnungen in Rauchzügen sind nötig zwecks sorgfältiger Kontrolle der Nietnähte von außen. Starke Neigung zu Undichtheiten und Ribbildungen an Nietnähten und Stützennähten infolge unelastischer Bauart. Schlamm- und Steinablagerungen rufen örtlich Übertemperaturen, Beulenbildungen und Blechaufreißer hervor. Die Beheizung von Nietnähten ist ungünstig. Die Walzenkessel und Batterieessel stellen eine vollkommen veraltete Kesselbauart dar, die infolge ihrer geringen Leistung und großen Platzbedarfes sowie ihrer Schwierigkeiten und Gefahren nicht mehr angewendet werden sollte.

### (756) Flammrohrkessel.

Einflammrohrkessel 25—50 m<sup>2</sup>,

Zweiflammrohrkessel 50—150 m<sup>2</sup>,

Dreiflammrohrkessel 100—200 m<sup>2</sup>.

Planrostinnenfeuerung für Steinkohle, vielfach noch mit Handbetrieb, oft auch mit Wurfbeschickung, sehr häufig in Braunkohlengebieten mit Treppenrost- oder Muldenrost-Vorfeuerungen. Fälle von Wassermangel kommen jährlich in großer Zahl vor, meist verursacht durch Unachtsamkeit des Heizers in einfachen Betrieben, oft durch Verstopfen der Wasserstandsanzeiger, besonders da, wo bei Vorfeuerungen lange und weite Verbindungsrohre nötig sind, in denen sich Schlamm ablagert. Flammrohrkessel sind gegen Öl- oder Steinablagerungen auf dem ersten Teil der Flammrohre über der Feuerung gefährdet. Einbeulungen durch Wassermangel an dieser Stelle sind häufig.

Glatte, Morison- u. a. Flammrohre, vgl. amt. Werkstoff- und Bauvorschriften für Landdampfessel, Abschnitt Bau VI. Böden, eben mit Verankerungen, vgl. Werkstoff- und Bauvorschriften, Abschnitt Bau VII, oder besser gewölbt, Abschnitt Bau VIII. Hochgewölbte Böden mit großen Krepfenradien sind neuerdings üblich und für volle Böden ohne Flammrohrausschnitt vorgeschrieben. Früher übliche kleine Krepfenradien zeigen Neigung zu Krepfenbrüchen.

Die Beanspruchungsverhältnisse in Flammrohrböden sind durch v. Bach-Pfleiderer geklärt worden, vgl. F. A. Heft 51/52. Die höchsten Beanspruchungen treten nach Bach an den Bodenkrepfen seitlich der Flammrohre auf. Die Ausföhrung genügend großer Krepfen würde Durchmesser, Wandstärke, Preis und Raumbedarf der Kessel unzulässig erhöhen. Daher wird die Verminderung der Beanspruchung in den Krepfen auf andere Weise gesucht: durch Aushalsung der Flammrohrkreppe des vorderen Bodens, Abstufung des Flammrohrdurchmessers nach dem Kesselende zu, um größere Biegungsradien anwenden zu können. Größtmöglicher Flammrohrdurchmesser ist wegen des Feuerraums und der Heizfläche anzustreben bei möglichst geringem Außendurchmesser. Genügende Elastizität der Flammrohre ist erforderlich. Schlechter Wasserumlauf, auch durch Umlaufapparate nicht zu verbessern.

(757) Abmessungen von Flußeisenblechen, Flammrohrböden und Flammrohren nach Ausführungen des Borsigwerkes A.G., Borsigwerk, Deutsch-Oberschlesien.

### Einflammrohrböden

Lochbord gerade

Lochbord radial

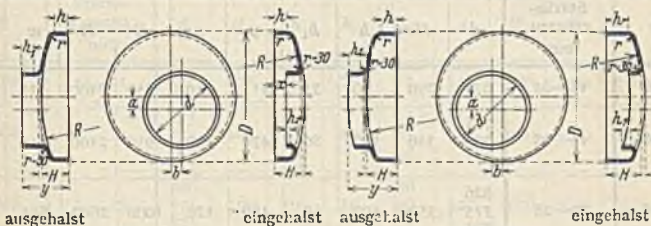


Abb. 18 bis 20.

Abb. 21 bis 23.

### Bord für einfache Nietnaht.

| D    | a b d  | R    | h  | r  | h <sub>1</sub> | H   | y     | Stärke-<br>grenzen |
|------|--|------|----|----|----------------|-----|-------|--------------------|
| mm   | mm   | mm   | mm | mm | mm             | mm  | mm    | mm                 |
| 1200 |  | 1850 | 75 | 40 | 70             | 215 | 325   | 13—17              |
| 1250 |  | 1850 | 75 | 40 | 70             | 215 | 325   | 13—17              |
| 1300 |  | 1850 | 80 | 40 | 75             | 230 | 340   | 14—18              |
| 1350 |  | 1850 | 80 | 40 | 75             | 235 | 345   | 14—18              |
| 1400 |  | 1850 | 80 | 40 | 75             | 245 | 355   | 14—18              |
| 1450 |  | 1975 | 85 | 40 | 75             | 255 | 360   | 14—18              |
| 1500 | beliebig, bei<br>Bestellung<br>stets anzugeben | 1990 | 85 | 40 | 75             | 260 | 365   | 14—18              |
| 1550 |  | 2000 | 85 | 40 | 75             | 270 | 375   | 15—19              |
| 1600 |  | 2025 | 85 | 40 | 75             | 275 | 380   | 15—19              |
| 1700 |  | 2290 | 85 | 40 | 75             | 275 | 380   | 15—19              |
| 1700 |  | 2540 | 90 | 40 | 75             | 285 | 390   | 16—22              |
| 1900 |  | 2900 | 90 | 40 | 75             | 285 | 390   | 16—22              |
| 2000 |  | 3030 | 90 | 40 | 75             | 290 | 405   | 18—26              |
| 2100 |  | 3300 | 90 | 40 | 75             | 290 | 405   | 18—26              |
| 2200 |  | 3305 | 90 | 40 | 75             | 310 | 425   | 20—26              |
| 2300 | 3415   | 90   | 40 | 75 | 320            | 435 | 20—26 |                    |

### Bord für doppelte Nietnaht.

| D    | a b d  | R    | h   | r  | h <sub>1</sub> | H   | y   | Stärke-<br>grenzen |
|------|--|------|-----|----|----------------|-----|-----|--------------------|
| mm   | mm   | mm   | mm  | mm | mm             | mm  | mm  | mm                 |
| 1800 | beliebig, bei<br>Bestellung<br>stets anzugeben | 2540 | 120 | 40 | 75             | 315 | 420 | 16—22              |
| 1900 |  | 2900 | 120 | 40 | 75             | 315 | 420 | 16—22              |
| 2000 |  | 3030 | 120 | 40 | 75             | 320 | 435 | 18—26              |
| 2100 |  | 3300 | 130 | 40 | 75             | 330 | 445 | 18—26              |
| 2200 |  | 3305 | 130 | 40 | 75             | 350 | 465 | 20—26              |
| 2300 |  | 3415 | 130 | 40 | 75             | 360 | 475 | 20—26              |



## Zweiflamm-

## Ausgchalste Böden



Abb. 24.



Abb. 25.

ausgchalst.

Abb. 24 und 27 geradbordig.

## Tabelle für Böden mit

| $D$  | Stärke-<br>grenzen<br>mm | $d$ | $H$ | $h$ | $h_1$ | $y$ | $a$ | $E$  | $R$  | $w$ | $l$ |
|------|--------------------------|-----|-----|-----|-------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| 1800 | 18—24                    | 671 | 290 | 90  | 75    | 415 | 110 | 850  | 2400 | 710 | 240 |
| 2000 | 18—28                    | 775 | 340 | 100 | 80    | 470 | 120 | 950  | 2400 | 810 | 240 |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 671 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
| 2100 | 20—28                    | 826 | 350 | 100 | 80    | 480 | 120 | 1000 | 2600 | 865 | 240 |
|      |                          | 775 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
| 2200 | 20—30                    | 876 | 350 | 100 | 80    | 480 | 120 | 1050 | 2800 | 910 | 240 |
|      |                          | 826 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 775 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |

## Tabelle für Böden mit

| $D$  | Stärke-<br>grenzen<br>mm | $d$ | $H$ | $h$ | $h_1$ | $y$ | $a$ | $E$  | $R$  | $w$ | $l$ |
|------|--------------------------|-----|-----|-----|-------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| 1800 | 18—24                    | 671 | 320 | 120 | 75    | 445 | 110 | 850  | 2400 | 710 | 240 |
| 2000 | 18—28                    | 775 | 370 | 130 | 80    | 500 | 120 | 950  | 2400 | 810 | 240 |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 671 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
| 2100 | 20—28                    | 826 | 380 | 130 | 80    | 510 | 120 | 1000 | 2600 | 865 | 240 |
|      |                          | 775 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
| 2200 | 20—30                    | 876 | 385 | 135 | 80    | 515 | 120 | 1050 | 2800 | 910 | 240 |
|      |                          | 826 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 775 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       |     |     |      |      |     |     |

Im Durchmesser sind Abweichungen von 3<sup>0</sup>/<sub>00</sub>, für die Höhe  $H$  sind Ab-  
 wird keine bindende Verpflichtung eingegangen. Die Gewichte sind nur an-  
 Wasserstandsfläche und eingepreßtem Mannloch 300/400 oder 320/420 mm  
 Um Rückfragen zu vermeiden, ist bei Bestellungen die Bordhöhe sowie alles

## rohrböden

## Eingehalste Böden



Abb. 26.

Abb. 27  
eingehalst.

Abb. 28.

Abb. 25 und 28 radialbordig.

## Bord für einfache Naht

| $D$  | Stärke-<br>grenzen<br>mm | $d$ | $H$ | $h$ | $h_1$ | $x$ | $a$ | $E$  | $R$  | $w$ | $f$ |
|------|--------------------------|-----|-----|-----|-------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| 1800 | 18—24                    | 671 | 290 | 90  | 75    | 45  | 110 | 850  | 2400 | 710 | 240 |
| 2000 | 18—28                    | 775 | 340 | 100 | 80    | 45  | 120 | 950  | 2400 | 810 | 240 |
|      |                          | 725 |     |     |       | 55  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 671 |     |     |       | 65  |     |      |      |     |     |
| 2100 | 20—28                    | 826 | 350 | 100 | 80    | 50  | 120 | 1000 | 2600 | 865 | 240 |
|      |                          | 775 |     |     |       | 60  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       | 70  |     |      |      |     |     |
| 2200 | 20—30                    | 876 | 350 | 100 | 80    | 45  | 120 | 1050 | 2800 | 910 | 240 |
|      |                          | 826 |     |     |       | 55  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 775 |     |     |       | 65  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       | 75  |     |      |      |     |     |

## Bord für doppelte Naht

| $D$  | Stärke-<br>grenzen<br>mm | $d$ | $H$ | $h$ | $h_1$ | $x$ | $a$ | $E$  | $R$  | $w$ | $f$ |
|------|--------------------------|-----|-----|-----|-------|-----|-----|------|------|-----|-----|
| 1800 | 18—24                    | 671 | 320 | 120 | 75    | 75  | 110 | 850  | 2400 | 710 | 240 |
| 2000 | 18—28                    | 775 | 370 | 130 | 80    | 75  | 120 | 950  | 2400 | 810 | 240 |
|      |                          | 725 |     |     |       | 85  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 671 |     |     |       | 95  |     |      |      |     |     |
| 2100 | 20—28                    | 826 | 380 | 130 | 80    | 80  | 120 | 1000 | 2600 | 865 | 240 |
|      |                          | 775 |     |     |       | 90  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       | 100 |     |      |      |     |     |
| 2200 | 20—30                    | 876 | 385 | 135 | 80    | 80  | 120 | 1050 | 2800 | 910 | 240 |
|      |                          | 825 |     |     |       | 90  |     |      |      |     |     |
|      |                          | 775 |     |     |       | 100 |     |      |      |     |     |
|      |                          | 725 |     |     |       | 110 |     |      |      |     |     |

weichungen bis 20 mm gestattet, auch für genaue Einhaltung der übrigen Maße nähernd und gelten nur für Abb. 24 und 27. Die Böden können auch mit Weite angefertigt werden, jedoch geschieht das nur auf besonderes Verlangen. übrige deutlich anzugeben.



## Wellrohre

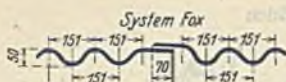


Abb. 29.

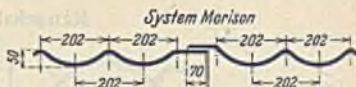


Abb. 30.

| Durchmesser           | System Fox |                |     |     |     |                  |                  |                  |                  |                  |      |                  |      |                  |      |                  |  |
|-----------------------|------------|----------------|-----|-----|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------|------------------|------|------------------|------|------------------|--|
|                       | 650        | 700            | 750 | 800 | 855 | 905              | 975              | 1025             | 1050             | 1100             | 1150 | 1200             | 1250 | 1300             | 1350 | 1400             |  |
| mm                    | 750        | 800            | 850 | 900 | 955 | 1005             | 1075             | 1125             | 1150             | 1200             | 1250 | 1300             | 1350 | 1400             | 1450 | 1500             |  |
|                       |            | System Morison |     |     |     |                  |                  |                  |                  |                  |      |                  |      |                  |      |                  |  |
|                       |            | 700            | 750 | 800 | 855 | 905              | 975              | 1025             | 1050             | 1100             | 1150 | 1200             | 1250 | 1300             | 1350 | 1400             |  |
|                       |            | 800            | 850 | 900 | 955 | 1005             | 1075             | 1125             | 1150             | 1200             | 1250 | 1300             | 1350 | 1400             | 1450 | 1500             |  |
| Betriebsdruck<br>Atm. |            | 12             | 12  | 12  | 12  | 12               | 12               | 12               | 12               | 12               | 12   | 12               | 12   | 12               | 12   | 12               |  |
| Blechstärke<br>mm     |            | 10             | 10  | 10  | 10  | 10 $\frac{3}{4}$ | 11 $\frac{1}{4}$ | 11 $\frac{1}{4}$ | 12 $\frac{1}{4}$ | 12 $\frac{1}{2}$ | 13   | 13 $\frac{1}{2}$ | 14   | 14 $\frac{1}{2}$ | 15   | 15 $\frac{1}{2}$ |  |
| Gew. pro<br>lfd. Mtr. | Fox        | 220            | 235 | 250 | 265 | 295              | 340              | 380              | 410              | 425              | 455  | 495              | 530  | 560              | 600  | 630              |  |
|                       | Morison    | 225            | 240 | 255 | 285 | 325              | 360              | 335              | 410              | 440              | 470  | 505              | 540  | 580              | 610  | 645              |  |

Wellrohre System Fox und Morison bis zu einer größten Länge von  $\approx 6300$  mm je nach Größe des Außendurchmessers.

Wenn die Wellrohre an den Enden geflanscht werden sollen, so verkürzen sich die angegebenen größten Längen je Flansch um 100 mm.

Wellrohre werden stets mit gedrehten Kanten geliefert.

Wenn mit den Wellrohren zugleich die zugehörigen Böden mitbestellt werden, so werden die Rohrenden sorgfältig in die Rohrlöcher eingepaßt und entsprechend gezeichnet.

Beim Bau des Kessels ist dann stets darauf zu achten, daß Böden und Wellrohre wieder so zusammengebaut werden, wie sie hier zusammengepaßt worden sind, was aus der Bezeichnung hervorgeht.

Benötigen kleinere Fabrikanlagen neben Antriebsenergie noch Dampf für Heizungs- und Fabrikationszwecke, kommt also Eigenerzeugung der Antriebsenergie infolge der Möglichkeit kombinierter Kraft-Wärmeerzeugung in Frage, dann ist neben dem Lokomobilkessel, (Rauchrohrkessel) der Flammrohrkessel geeignet.

Die Anordnung der Feuerung im Innern wassergekühlter Flächen, die vorwiegende Berührung elastischer, frei dehnbarer Teile bei guter Anordnung der Flammrohre ergibt bei diesem Kessel ausreichende mechanische Sicherheit. Die Einführung des Speiserohres derart, daß kein Abschrecken von Blechen möglich ist, die einwandfreie Verbindung des Kessels mit der Wasserstandsanzeige-Vorrichtung, sorgfältiges Abschlämmen und gute Kontrolle des Wasserstandes, bei Revisionen sorgfältige Prüfung der Bleche innen und außen auf Anfrassungen ermöglichen sicheren Betrieb.

## (758) Einflammrohrkessel, Abb. 31 und 32,

mit seitlicher Anordnung des Flammrohres, ergibt bessere Befahrbarkeit und besseren Wassermittellauflauf.  $D_{\text{min}} = 1400$ ,  $d_{\text{min}} = 600$  mm. Seitliche Verlagerung des Flammrohres etwa  $0,1 D$ , Mindestraum zwischen Rohr und Mantel 125 mm. Die Elastizität der hohen Temperaturbeanspruchungen ausgesetzten Flammrohre wird durch Adamson'sche Ringe erreicht: Rundnähte außerhalb des Feuers, Versteifung gegen äußeren Überdruck. Bessere Elastizität wird durch Wellrohre erreicht, Abb. 33 und 34.

Abb. 33 u. 34, Ausführung der vorm. Görlitzer Maschinenbauanstalt und Eisengießerei A.-G. Görlitz, in Verbindung mit Dampfüberhitzer, Ausführung A. Hering, Nürnberg.

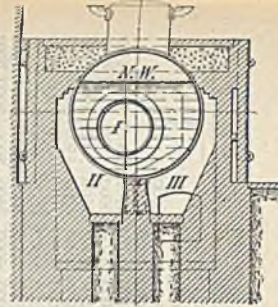
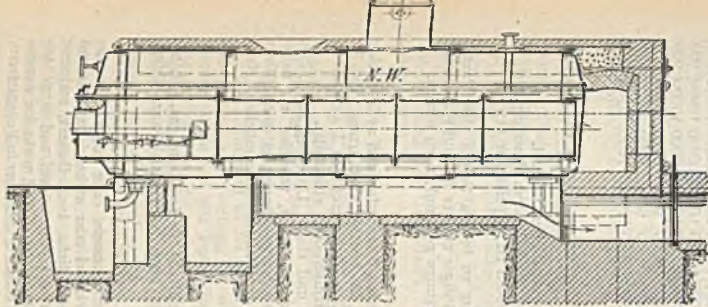


Abb. 31 und 32. Seitrohrkessel mit glattem Flammrohr.

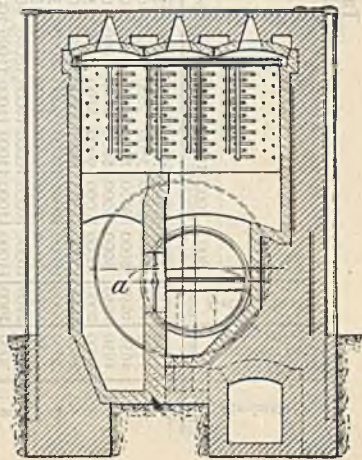
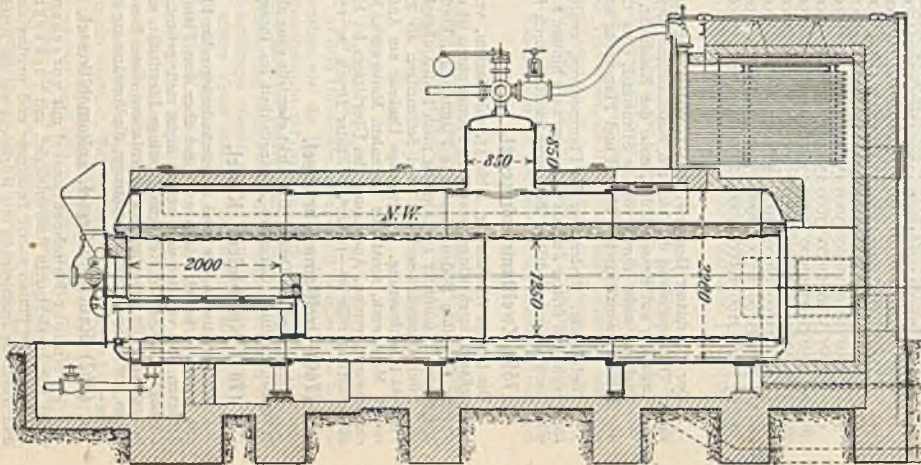


Abb. 33 und 34. Seitrohrkessel mit Wellrohr.



Tabelle der größten Abmessungen

| Blechstärke<br>mm | Größter Durch-<br>messer für<br>runde Bleche<br>mm | Größte Breite<br>mm | Größte Länge bei |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |  |  |
|-------------------|--|---------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|--|
|                   |  |                     | 800              | 900   | 1000  | 1100  | 1200  | 1300  | 1400  | 1500  | 1600  | 1700  | 1800  | 1900  |       |  |  |
| 2                 | 1350   | 1350                | 3500             | 3500  | 3500  | 3000  | 2500  | 2500  |       |       |       |       |       |       |       |  |  |
| 2,5               | 1450   | 1450                | 3500             | 3500  | 3500  | 3000  | 3000  | 3000  | 3000  |       |       |       |       |       |       |  |  |
| 3                 | 1650   | 1650                | 8000             | 8000  | 8000  | 8000  | 8000  | 8000  | 7000  | 6000  | 6000  |       |       |       |       |  |  |
| 3,5               | 1650   | 1650                | 8000             | 8000  | 8000  | 8000  | 8000  | 8000  | 7000  | 7000  | 6000  | 6000  |       |       |       |  |  |
| 4                 | 2000   | 2000                | 10000            | 10000 | 9000  | 8500  | 8000  | 7500  | 6500  | 6000  | 5500  | 5000  | 5000  | 4500  |       |  |  |
| 4,5               | 2000   | 2000                | 10000            | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  | 9000  | 7000  | 6500  | 6000  | 5500  | 5500  | 5000  | 4500  |  |  |
| 5                 | 2000   | 2000                | 10000            | 10000 | 10000 | 9000  | 8000  | 7500  | 6500  | 6000  | 5500  | 5000  | 5000  | 4500  |       |  |  |
| 6                 | 2150   | 2150                | 9000             | 9000  | 9000  | 8500  | 8500  | 7500  | 7000  | 6500  | 6000  | 5500  | 5000  | 4500  |       |  |  |
| 7                 | 2400   | 2400                | 10000            | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  | 8000  | 7500  | 7000  | 7000  | 6000  |       |  |  |
| 8                 | 3000   | 2900                | 11000            | 11000 | 11000 | 11000 | 11000 | 10000 | 9500  | 9000  | 8000  | 7000  | 7000  | 7000  |       |  |  |
| 9                 | 3200   | 2900                | 12000            | 12000 | 12000 | 12000 | 11500 | 10000 | 9500  | 9000  | 8000  | 8000  | 8000  | 7500  |       |  |  |
| 10                | 3350   | 3000                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 9000  | 8500  | 8000  | 8000  | 8000  |       |  |  |
| 11                | 3350   | 3000                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  |       |  |  |
| 12                | 3350   | 3000                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  |       |  |  |
| 13                | 3350   | 3050                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  |  |  |
| 14                | 3350   | 3050                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 9000  | 9000  |  |  |
| 15                | 3350   | 3100                | 13000            | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 |  |  |
| 16-20             | 3350   | 3100                | 14000            | 14000 | 13000 | 13000 | 13000 | 11000 | 11000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 9000  |  |  |
| 21-22             | 3350   | 3100                | 14000            | 14000 | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 11000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 9000  |  |  |
| 23-25             | 3300   | 3100                | 14000            | 14000 | 13000 | 13000 | 13000 | 12000 | 11000 | 10000 | 9500  | 9000  | 8500  | 8000  |       |  |  |
| 26-29             | 3200   | 3100                | 14000            | 14000 | 13000 | 13000 | 11000 | 11000 | 11000 | 9500  | 9000  | 8000  | 8000  | 7000  |       |  |  |
| 30-35             | 3100   | 3100                | 14000            | 14000 | 12000 | 11000 | 11000 | 10000 | 8500  | 8000  | 7500  | 7000  | 6500  | 6000  |       |  |  |

Der Oberhitzer liegt zwischen 1. und 2. Zug und ist eingeschaltet, wenn die Klappe a in der Trennungswand der hinteren Rauchkammer geschlossen ist.

Lagerung auf Kesselstühlen, nahe der Rundnaht, diese zugänglich lassend.

Speisung meist durch vordere Stirnwand, etwa 120 mm unter tiefstem Wasserspiegel, wo der Zwischenraum zwischen Mantel und Flammrohr am größten ist; Speiserohr etwa 2-3 m lang.

Zugführung: Erster Zug in Flammrohren, zweiter Zug zu beiden Seiten des Mantels nach vorn, und dritter Zug als Unterzug, nach hinten, oder häufiger zweiter Zug auf Flammrohrseite nach vorn und dritter Zug, vom zweiten durch Maurzunge getrennt, nach hinten.

### (759) Zweiflammrohrkessel.

Die frühere Ausführung, Abb. 35, mit flachen, verankerten Stirnböden und zylindrischen ungewölbten, durch Ringe versteiften Flammrohren ist durch die heutige Ausführung, Abb. 36, ersetzt: Gewölbte Böden, elastische Flammrohre, Vorderboden wegen größeren Durchmessers ausgehalst, Flammrohr zweckmäßig nach hinten abgestuft, Hinterboden eingehalst.

Zweiflammrohrkessel mit zwei Seitenzügen als 2. Zug und einem Unterzug als 3. Zug. Planrost-Innenfeuerung. Rückwärtige Umkehr am Anfang des 2. Zuges, teilweise mit feuerfestem Mauerwerk, sonst mit normalem Mauerwerk. Mehrere Kessel können in einem Block eingemauert werden. Anordnung des Überhitzers ist hinter den Flammrohren möglich. Meist ausgeführte Größe 80-100 m<sup>2</sup>. Höchster Druck  $\approx$  15 atü.

### (760) Dreiflammrohrkessel.

Abb. 37 und 38. Dritter Zug wirkt ebenfalls ganz als Kühlfläche für das Rauchgas. Erhöhte Wärmeausnutzung. Geringere Zugänglichkeit im Innern. Nur noch bei Schiffskesseln üblich.

### (761) Kombinierte Kessel.

Kombinationen aus zwei übereinanderliegenden Flammrohrkesseln oder aus Flammrohr- mit Rauchrohrkessel, letzterer liegend über dem Flammrohrkessel oder stehend bzw. liegend dahinter, sind veraltet und werden nicht mehr gebaut. Umständliche, teure Bauart, schlechte Zugänglichkeit, teure Reinigung, geringe Elastizität, schlechter Wasserumlauf und lange Anheizzeit sind die Ursachen des Fallenlassens dieser Bauart. Der obere Kessel wirkt im wesentlichen nur als Speisewasservorwärmer, die Vorwärmung erfolgt besser und billiger in Economisern.

### (762) Rauchrohrkessel, Lokomobilkessel, Abb. 39 bis 41.

Flammrohr-Rauchrohrkessel mit vorgehenden Rauchrohren für Lokomobilkessel, meist mit ausziehbarem Röhrenbündel, mit rückkehrenden Rauchrohren für Schiffskessel. Die Heizrohre führen innen Feurgase und werden außen vom Wasser umspült. Anordnung und Abstände symmetrisch mit Rücksicht auf die Reinigung des ausgezogenen Röhrenbündels.

## von Flußeisen-Blechen (Borsigwerk).

einer Breite in Millimetern

|       | 2000 | 2050 | 2100 | 2150 | 2200 | 2250 | 2300 | 2350 | 2400 | 2450 | 2500 | 2600 | 2700 | 2800 | 2900 | 3000 | 3100 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 4000  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4000  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4000  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4500  | 4000 | 4000 | 4000 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 6000  | 6000 | 5500 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 4500 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 7000  | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 4500 | 4500 | 4000 |      |      |
| 7000  | 6500 | 6500 | 6500 | 6000 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 4500 | 4500 | 4500 |      |      |
| 7500  | 7000 | 7000 | 7000 | 6500 | 6500 | 6000 | 6000 | 6000 | 5500 | 5500 | 5500 | 5000 | 4500 | 4500 | 4500 |      |      |
| 8000  | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 6500 | 6500 | 6500 | 6500 | 6500 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 |      |
| 8000  | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7500 | 7500 | 7500 | 7500 | 6500 | 6500 | 6500 | 6000 | 5000 | 5000 | 5000 |      |
| 9000  | 8500 | 8500 | 8500 | 8500 | 8000 | 8000 | 7500 | 7500 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 6000 | 5000 | 5000 | 5000 |      |
| 9000  | 8500 | 8500 | 8500 | 8500 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7500 | 7500 | 7000 | 6000 | 6000 | 5000 | 5000 |      |
| 10000 | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 | 8500 | 8000 | 8000 | 8000 | 7000 | 7000 | 6000 | 6000 | 6000 | 5000 | 5000 | 4500 |
| 9000  | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 | 8000 | 7500 | 7500 | 7000 | 7000 | 6000 | 6000 | 6000 | 5000 | 5000 | 4500 |
| 9000  | 8500 | 8500 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7000 | 7000 | 6000 | 6000 | 6000 | 5500 | 5500 | 5000 | 5000 | 4500 |
| 7500  | 7500 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 6500 | 6000 | 6000 | 6000 | 5500 | 5500 | 5500 | 5500 | 5500 | 5000 | 5000 | 4000 |
| 6500  | 6500 | 6500 | 6500 | 6000 | 6000 | 5500 | 5500 | 5500 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 4500 | 4500 | 4500 | 4000 |
| 5500  | 5500 | 5500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 4500 | 4500 | 4000 | 4000 | 4000 | 4000 | 4000 | 3500 | 3500 | 3500 |

Stirnwände flach und verankert, mit lösbaren Verschraubungen. Bei Aufstellung ohne Einmauerung (Lokomobile) erfolgt unmittelbarer Abzug der Gase aus den Rauchrohren durch die Rauchkammer, wo Überhitzer oder Speisewasservorwärmer angeordnet werden, in den Schornstein. Bei Einmauerung erfolgt Anordnung von Seitenzügen. Besser ist aber die Ausnutzung der Abgase durch einen nachgeschalteten Vorwärmer, da die Seiten- und Unterzüge schlechte Wärmausnutzung ergeben und Wärmespannungen und Abrostern der Bleche verursachen. Außer eingewalzten Rauchrohren auch eingeschraubte Ankerrohre mit größerer Wandstärke; bei einem Kessel von 57 m<sup>2</sup> z. B. 64 Heizrohre 70/76 und 21 Ankerrohre 66/76 mm Durchmesser. Unterbringung des Überhitzers in den Rauchrohren ist ebenfalls üblich (Lokomotiven und Lokomobilen).

## (763) Wasserrohrkessel.

Wasserkammerkessel, Teilkammerkessel (Sektionalkessel), Steilrohrkessel, Sonderkessel.

Sie besitzen im Gegensatz zu den Großwasserraumkesseln nur kleinen Wasserinhalt, der lebhaft umläuft infolge verschiedener starker Beheizung der dem Feuer zunächstliegenden und der rückwärtigen Rohre.

## (764) Zweikammerkessel, Abb. 42.

Die Rohre sind in die inneren ebenen Wände der Wasserkammern eingesetzt, die früher dreiteilig durch Schweißung der Wände mit dem Umlaufblech hergestellt wurden; die äußeren Kammerwände sind mit Putzlöchern versehen, und die Kammern sind durch Stützen mit ein oder zwei Oberkesseln verbunden, das Kesselgewicht auf das Mauerwerk übertragend. Verschiedene folgenschwere Explosionen infolge Loslösung des Umlaufbleches, ungenügende Schweißung haben behördliche Vorschriften für die Herstellung neuer, sowie Sicherungsmaßnahmen für bestehende Kammerkessel und im Zusammenhange damit neue Kammerkonstruktionen veranlaßt. Indem das Umlaufblech dem ersten Feuer entrückt und durch Mauerwerk derart geschützt wird, daß dessen ordnungsgemäße Beschaffenheit von außen ebenso jederzeit untersucht werden kann wie die Dichtheit der Kammer (Lecken), dürfte in Verbindung mit häufigen Revisionen ausreichender Schutz gegen Explosionen ausgeführter Kammerkessel gegeben sein. Diese Forderung führt zur Aufhängung oder Stützung der Oberkessel. Innenverschleiß der Putzlöcher. Reinigung der Rohre mittels Dampfstrahles.

Rohre 76—102 mm äußerer Durchmesser, bis 5 m lang, bis zu 400 Stück in 4 bis 5 übereinander liegenden Reihen mit 130—150 mm Abstand, Rohrteilung 150—170 mm; Lichtweite der Kammer 150—350 mm, Querschnitt des Kammerhalses mindestens  $\frac{1}{8}$  des Gesamtrohrquerschnitts. Oberkessel waagrecht oder schwach nach hinten geneigt, einfach mit 0,7—1,8 m Durchmesser und 5—7 m lang für Heizflächen bis 250 m<sup>2</sup> und zwei Stück 1,0—1,5 m Durchmesser bis 500 m<sup>2</sup>. Speisung im Oberkessel vom vorderen Boden aus. Zuführung längs oder quer zu den Rohren, in Horizontal- oder Vertikalzügen, durch Einbau dünner Schamottewände der gußeisernen Platten, wo dies die Temperatur gestattet.



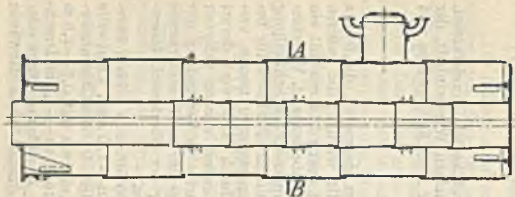


Abb. 35. Zweiflammrohrkessel mit glattem Flammrohr.

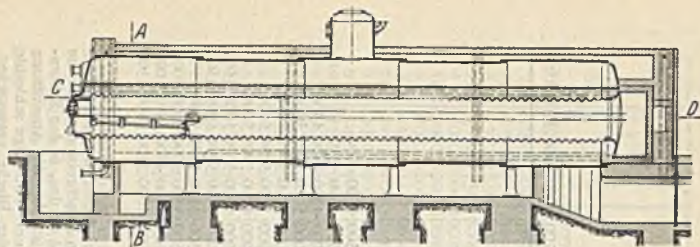


Abb. 36. Zweiflammrohrkessel mit Wellrohr.

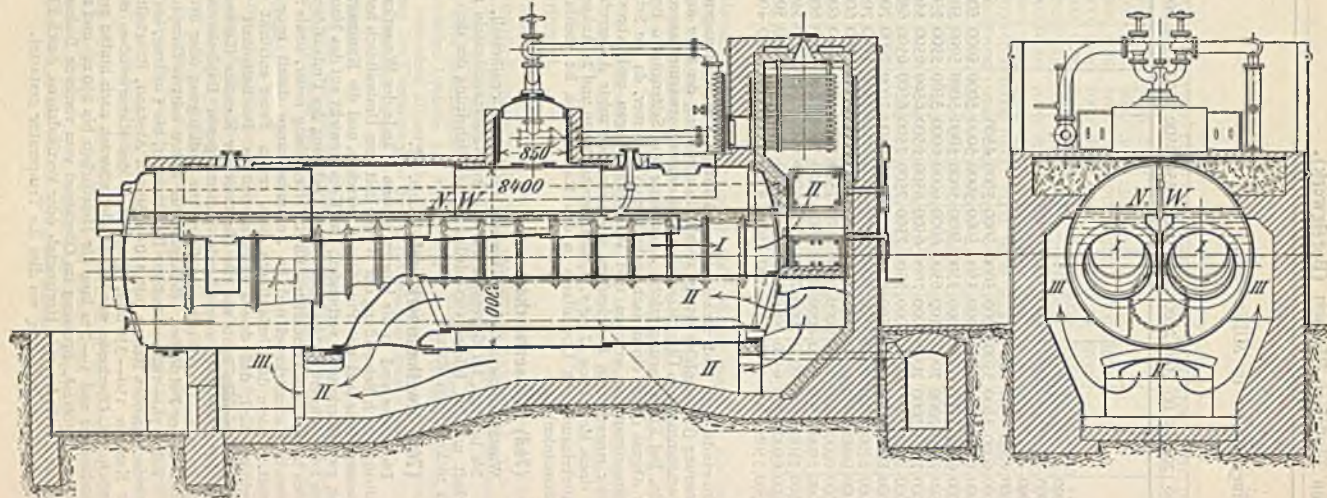


Abb. 37 und 38. Dreiflammrohrkessel.

Außer dem oben erwähnten Umlaufblech der Wasserkammer hat dieser Kessel einige konstruktive und betriebliche Nachteile. Die Rohre dehnen sich im Betrieb durch Wärmeaufnahme aus; die Dehnungen können aber durch die starren Wasserkammerhälse nur schwer aufgenommen werden. Die Verbindungskammern, insbesondere deren Anschlußhälse stellen eine

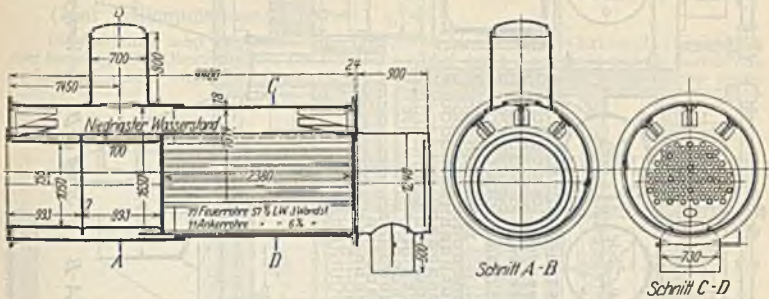


Abb. 39 bis 41. Rauchrohrkessel.

sehr schwierige Kesselschmiedearbeit dar. Bei nicht genauem Passen bzw. bei Behandlung der Hälse bei falscher Temperatur beim Anpassen wird die Zähigkeit der Bleche stark gemindert; infolge der Biegebeanspruchungen im Betriebe treten häufig Risse auf. Die Beanspruchungen der Bodenkrempen werden durch Übertragung von Biegungen der Längsschüsse durch die

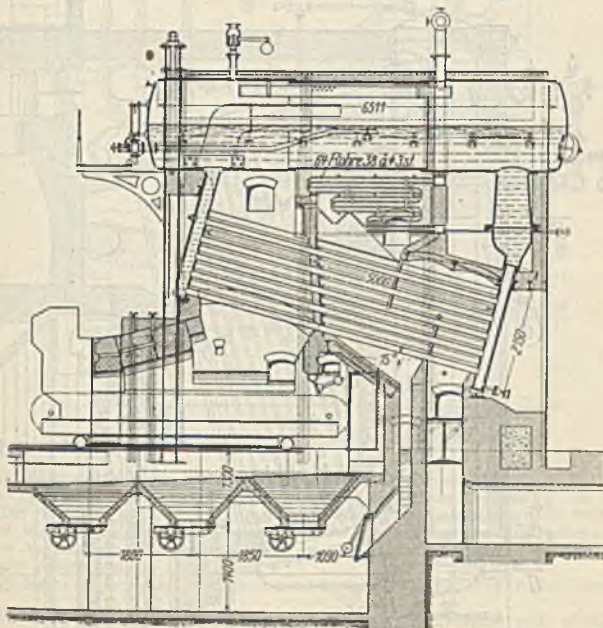


Abb. 42. Zweikammerkessel.

Wasserkammeranschlüsse ebenfalls erhöht. Die Folge sind viele Schäden an den Kammerhälse. In manchen Fällen ist erfolgreicher Ersatz der starren Kammerhälse durch elastische, eingewalzte Siederohrverbindungen möglich.

Die Beheizung der Obertrommel, insbesondere der Nietnähte, ist ungünstig, daher zu vermeiden.



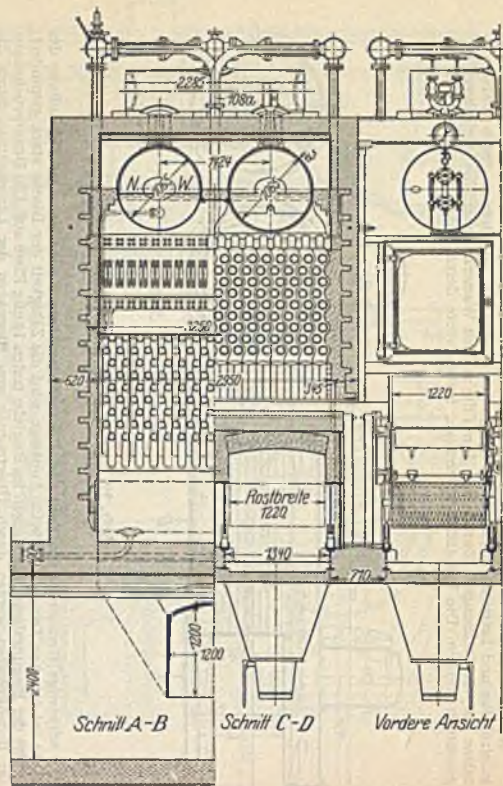
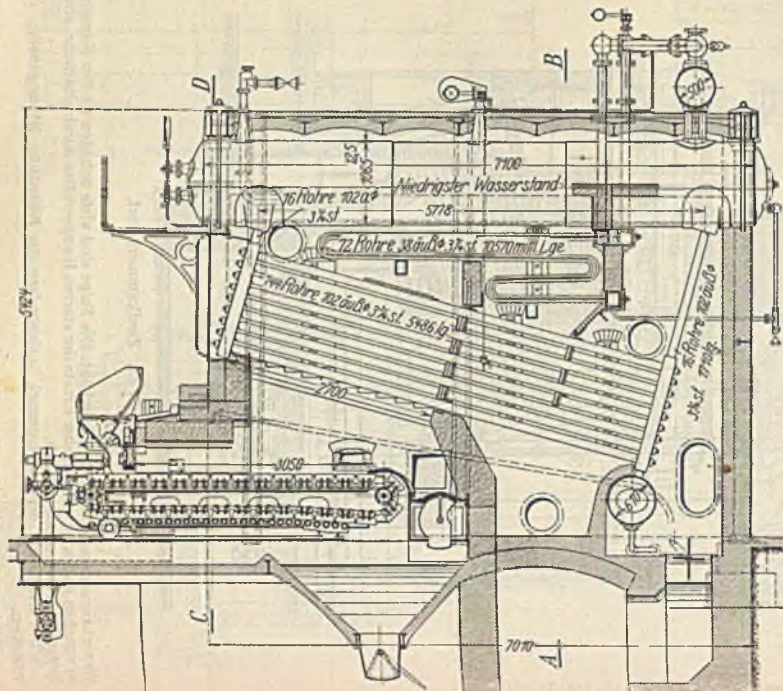


Abb. 43 und 44. Teilammerkessel.

**(765) Einkammerkessel,**

bei denen Doppelrohre in einer geteilten Kammer befestigt waren, werden wegen ihrer betrieblichen Nachteile, wie Korrosionen der Rohre, keine Möglichkeit zum Schlammablassen und schlechte Zugänglichkeit zum Reinigen, nicht mehr gebaut.

**(766) Teilkammerkessel, Abb. 43 u. 44.**

Die Abbildung zeigt eine ältere Bauart des Teilkammerkessels, Sektionalkessels, mit zwei längs liegenden Obertrommeln. Die Beheizung erfolgt durch Wanderrast und die Gasführung in drei senkrechten Zügen mit Gaslenkwänden aus feuerfestem Material zwischen den Siede-

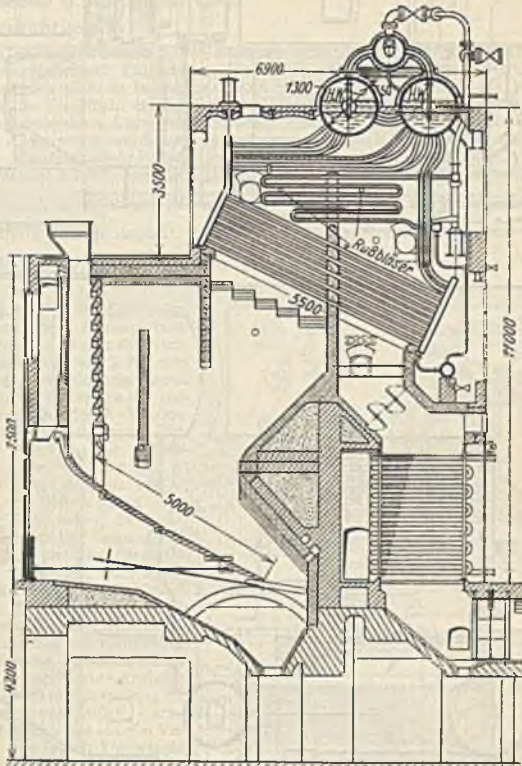


Abb. 45. Teilkammerkessel mit quer liegender Obertrommel.

rohren. Der Überhitzer liegt im zweiten Zug über dem Rohrbündel. Bedeutende Erhöhung der Elastizität des Kessels durch Teilkammern und deren bewegliche Verbindung mit der Obertrommel. Die Aufhängung an der Trommel durch Bänder ist günstiger als die Stützung des Kessels auf Wasserkammern. Schwierig ist aber die Formgebung der Sattelstücke zur Einführung der Verbindungsrohre in die Obertrommel. Bei unsachgemäßer Kesselschmiedearbeit erfolgt leicht Rißbildung.

Dieser Nachteil vermeidet der Teilkammerkessel mit quer liegender Obertrommel, Abb. 45.

Dieser Kessel, in Ausführung mit 1 oder 2 Obertrommeln, ergibt volle elastische Verbindungen in allen Teilen. Keine schwierigen Kesselschmiedearbeiten und komplizierten Stützen. Nur einfache, im Stahlwerk durch Pressen und Ziehen herstellbare Teile. Schäden durch falsche Warmbehandlung oder schlechtes Anpassen sind unmöglich. Höchste Anpassungsfähigkeit an Wärmeabnehmungen, im allgemeinen guter Wasserumlauf, sehr hohe Leistungen je m<sup>2</sup> Heizfläche: Normalleistungen 50—60 kg/h m<sup>2</sup>, maximale Leistungen 70—80 kg/h m<sup>2</sup>.

Diese Kesselbauart kann, mit geeigneter Feuerung versehen, bis zu den größten Heizflächen gebaut werden: bisher in Deutschland bis 2400 m<sup>2</sup> ausgeführt. Die Obertrommeln werden bei Drücken über etwa 20 at in der Längsnaht nicht mehr genietet, sondern mit Wassergas über-



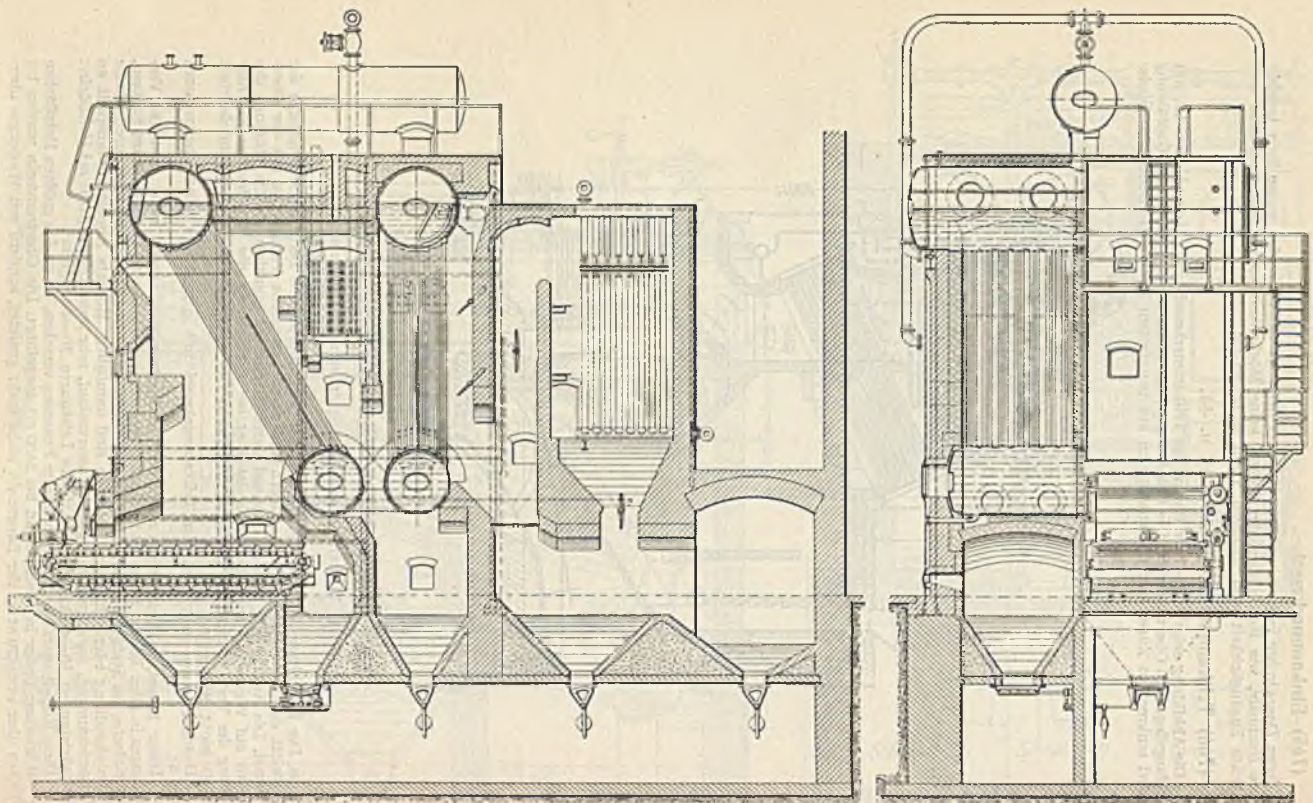


Abb. 46 und 47. Garbekessel.

lappt geschweißt, die Böden werden eingenietet oder angekümpelt oder die Trommeln werden nach dem Verfahren von Krupp aus dem Vollen geschmiedet. Mit Fortfall jeder Nietung fallen auch die damit verbundenen Blechbeschädigungen fort. Diese Bauart wird von allen großen Kesselfirmen ausgeführt und genügt sowohl für öffentliche Elektrizitätswerke als auch für Industrie-Kraftwerke allen Ansprüchen. Heute meist mit nur einer Obertrommel ausgeführt.

Der Kammerkessel in Verbindung mit Mehrfach-Walzenkesseln, Mac Nicol Kessel, wird heute nicht mehr ausgeführt.

Die Teilkammern werden aus dem vollen Block über einen Dorn gezogen und dann schlangenförmig mit Pressen von 1000—2000 t Druck gepreßt. Löcher werden genau gleich, mit Mehrspindelbohrmaschinen hergestellt. Verschlussdeckel mit angefräster Sitzfläche und 1—2 mm starker Weichpackung (z. B. Klingerit u. a.).

### (767) Steilrohrkessel.

Neben den Teilkammerkesseln haben auch neuere Steilrohrkessel für größere Anlagen gute Eigenschaften bez. Sicherheit, Einfachheit, Elastizität und hoher Leistung auf kleinem Raum. Die Siederohre werden nicht in besondere Kammern, sondern unmittelbar als gerade oder gebogene Rohre in die Trommeln eingewalzt. Die Untertrommel dient gleichzeitig als Schlamm-sammler für ausgeschiedene Umsetzungsprodukte des Nachenthärtungsprozesses des Speisewassers, der bei Anwärnung auf Sattdampf-temperatur vor sich geht. Die Trommelbauart entspricht der bei Kammerkesseln. Siederohre 56—102 mm Außendurchmesser, 5—14 m lang. Wandstärke berechnet nach amtlicher Vorschrift, für Drücke unter 22 atü nach daselbst angegebener Zahlentafel, darüber nach Formel  $s = \frac{p \cdot d}{200 \cdot k} + 1,5$  mm, worin  $d$  = Innendurchmesser

in mm,  $p$  = Betriebsdruck in kg/cm<sup>2</sup>,  $k$  = zulässige Beanspruchung = 5 kg/mm<sup>2</sup>.

### (768) Garbekessel, Abb. 46

u. 47.

Befestigung der geraden Siederohre erfolgt in Stufenplatten, Garbeplatten. Die Kesselkonstruktion ist sehr starr, insbesondere bei Anordnung von 2 Bündeln im Rauchgasstrom hintereinander, durch weite Rohre verbunden. Infolge der Biegebeanspruchungen durch Wärme-dehnungen usw. besteht Neigung zur Ribbildung in den Flanschen der Verbindungsrohre. Bei alten Ausführungen ist die Garbeplatte einige mm stärker als das Mantelblech, mit diesem durch Überlappungsnietung verbunden. In dieser Längsnietnaht ist starke Neigung zur Ribbildung infolge zusätzlicher Biegebeanspruchung vorhanden. Neuerdings bestehen die Garbeplatten mit Mantelblech aus einem Stück, und erfolgt die Verbindung durch eine Längsnietnaht als Schweißnaht oder durch eine mehrreihige Doppellängsnietnaht. Bei allen Längsnietnahten ist sorgfältigste Anrichtearbeit und schonendste Behandlung der Bleche beim Nieten unerlässlich. Garbekessel alter Ausführung mit starren Verbindungsrohren der beiden Untertrommeln werden nur noch wenig gebaut. Die Verbindung der beiden Untertrommeln erfolgt durch elastische Rohrreihen.

### (769) Stirling-Kessel.

Der Vorteil des Steilrohrkessels ist bei Kesseln mit gebogenen Rohren besser ersichtlich, weil diese für hohe Leistungen und gute Anpassung die nötige Elastizität haben.

Viertrommel-Stirling-Kessel der Hanomag mit Kohlenstaubfeuerung und Glattrohr-Rauchgasvorwärmer, Abb. 48<sup>1)</sup>. Der Überhitzer zwischen 1. und 2. Rohrbündel hängend. Speisung in die hintere Obertrommel, Dampfentnahme aus dieser Trommel über dem Dampfsammler. Zusätzliche Heizfläche im Granulier-Rost für die Schlacke, angeschlossen an den allgemeinen Wasserkreislauf. Gaslenkwände der Züge als feuerfeste Platten auf den Siederohren liegend.

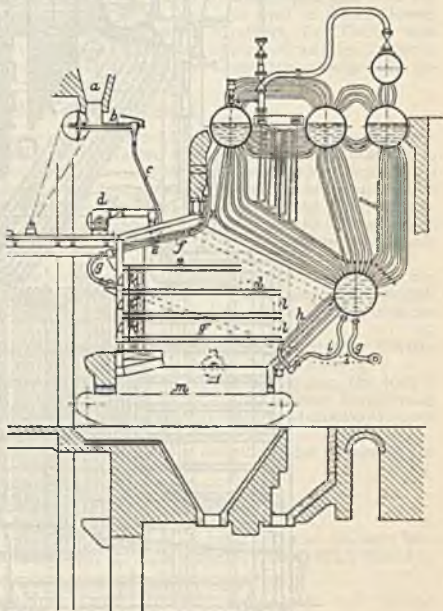


Abb. 48. Hanomag-Steilrohrkessel mit Unterwind-Wanderrrost und Kohlenstaubzusatzfeuerung der Kohlen-Scheidungs-gesellschaft m. b. H., Berlin.

a Staubbunker, b Zubringer, c Staubfallrohr, d Erstluftbläser, e Kohlenstaubkammer, f Deckenkühlung, g Wasserzulauf, h Rückwandkühlung, i Wasserzulauf, k Zurücklaufkanäle, l Eintritt der Zweitluft, m Wanderrrost.

<sup>1)</sup> Z. 1928, Heft 4 u. 5.



Hanomag-Großkessel 1600 m<sup>3</sup>, 37 atü im Großkraftwerk Klingenberg, Berliner Städtische Elektrizitätswerke A.-G. Abb. 49.

Dreitrommelbauart. Überhitzer geteilt wegen der Regelung, Aufhängung des Kessels an der Eisenkonstruktion des Gebäudes<sup>1)</sup>. Zusätzliche Heizfläche als Feuerraumkühlwand.

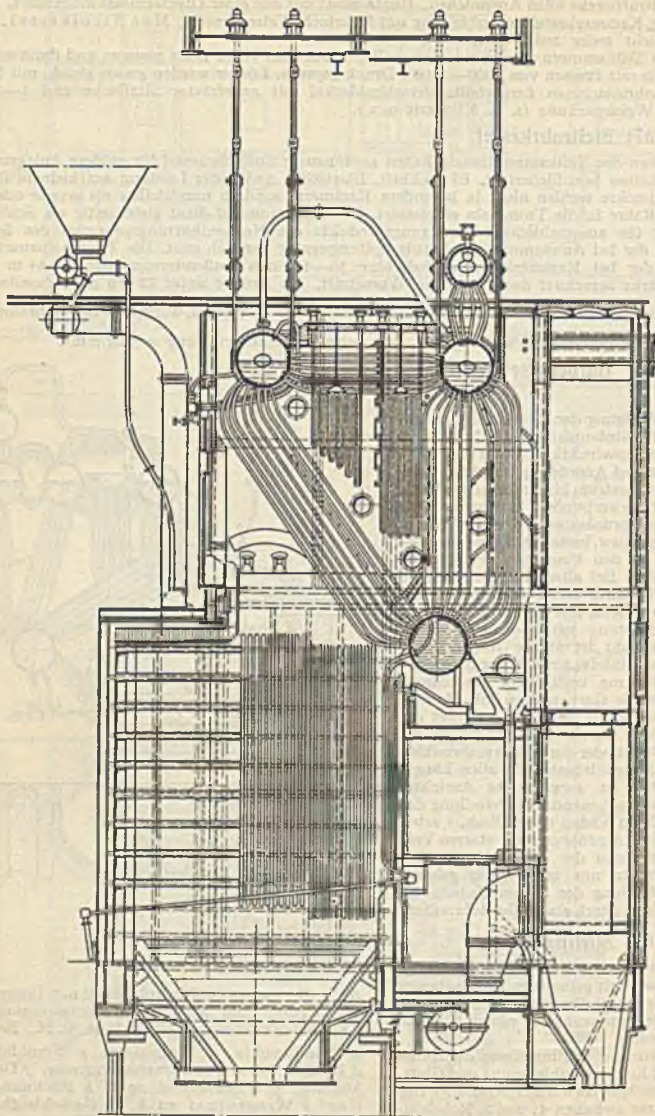


Abb. 49. Hanomag-Großkessel (Klingenberg-Werk).

Großkessel für öffentliche oder Industrie-Kraftwerke werden ebenfalls mit Wanderrosten Schubfeuerungen oder Treppenrosten gebaut.

<sup>1)</sup> Münzinger, Kesselanlagen für Großkraftwerke, Berlin: Julius Springer.

**(770) Hochdruckkessel.**

Die Erzeugung hochgespannten Dampfes mit hohen Temperaturen erhöht das für die Kraftmaschinen zur Verfügung stehende Wärmegefälle, so daß in letzter Zeit die Bestrebungen, hohe Drücke und Temperaturen anzuwenden, großen Umfang angenommen haben. In Deutschland sowohl wie im Auslande sind eine Reihe großer Kraftwerke mit Drücken bis zu 40 at errichtet worden und befinden sich einwandfrei im Dauerbetriebe; auch mehrere große Versuchsanlagen mit Drücken bis zu 100 at und darüber sind gebaut worden.

Während nun die Kessel mit mittleren Drücken sich nur unwesentlich von den Kesseln normaler Drücke unterscheiden und bisher keine grundsätzlichen Konstruktionsänderungen erfordert haben, sind die konstruktiven Bedingungen für Hochdruckkessel noch nicht einwandfrei geklärt. Es wird deshalb hier davon abgesehen, Zeichnungen und Beschreibungen für Hochdruckanlagen zu bringen, vielmehr muß auf die einschlägige Literatur verwiesen werden<sup>1)</sup>.

Bei Hochdruckkesseln sind Bestrebungen im Gange, die normalen, unmittelbar befeuerten Kessel durch mittelbar befeuerte und Sonderkessel zu ersetzen, um in unmittelbar befeuerten Kesselkörpern einen möglichst geringen oder gar keinen Wasserinhalt zu haben, wodurch natürlich die Gefahr von Kesselschäden vermindert wird. — Bei dem Kessel der Schmidtschen Heißdampf-Gesellschaft wird im Primär-Element ein natürlicher Umlauf eines Wasserdampfemisches erzeugt, welches seinerseits wieder die Wärme im Sekundär-Element an den zu erzeugenden Dampf abgibt. — Bei dem Sonderkessel von Professor Löffler wird eine besondere Dampfmenge, welche etwa das 3—4fache der erzeugten Dampfmenge beträgt, durch eine Pumpe zwangsläufig umgewälzt. Dieser Dampf wird hoch überhitzt und in die Erzeugungstrommel eingeleitet, wobei er seine Überhitzungswärme zur Erzeugung von Sattampf abgibt. — Beim Benson-Kessel der Siemens-Schuckertwerke, Berlin, wird mittels der Speisepumpe ein kontinuierlicher Wasserstrom mit etwa 225 at durch Rohrschlangen gedrückt. Bei diesem kritischen Druck ist die Verdampfungswärme gleich Null. Es wird in diesem Kessel also lediglich die Flüssigkeitswärme und die Überhitzungswärme zugeführt. Der Dampf wird auf einen beliebigen Gebrauchsdruck, z. B. 100 at, abgedrosselt, nachüberhitzt und den Turbinen zugeführt. — Diese Sonderkessel sind im praktischen Dauer- und Großbetriebe noch nicht genügend erprobt.

**(771) Elektrisch geheizte (Elektro-)Dampfkessel.**

Überschüssige, insbesondere Nachwasserkraft wird mittels elektrischen Stromes in verschiedener Weise in Wärme umgesetzt und auf das Wasser übertragen. Unter Umständen in Verbindung mit Dampfspeichern, wenn an sich geringe Energieüberschüsse zur Deckung des Wärmebedarfes nicht ausreichen. Gebunden an die Bedingung, daß der Herstellungspreis des erzeugten Dampfes denjenigen des durch Brennstoffheizung gewonnenen nicht überschreitet.

Man darf je Kilowattstunde etwa 1,23 kg Dampf oder auf 1000 PS ungefähr 900 kg Dampf stündlich rechnen, entsprechend einem stündlichen Kohlenaufwand von ungefähr 700 kg mit etwa 4000 WE.

Vorteil: Einfache Bedienung, sauberer Betrieb, Fortfall der Brennstofflager bzw. Bekohlungsanlagen und der Verbrennungsrückstände — Asche, sowie Rauch und Ruß, Wegfall des Schornsteins bzw. der Zugerzeugungsanlagen; sofortige Betriebsbereitschaft. Ersparnis an Bedienungspersonal.

Betrieb mit Gleichstrom bis 250 V Spannung: isolierte Widerstandsheizung; Chromnickeldrähte in Siede- oder Tauchrohren verlegt. Regulierung durch Stufenschaltung.

Oder mit Wechselstrom: Als wasserberührte Widerstandsheizung bis 1000 V Spannung, mit Stromdurchgang nur durch Heizspirale oder durch diese und Wasser. Regulierung durch Stufenschaltung. Für hochgespannte Ströme Ausführung als Elektrodenkessel; nach Art der Regelung verschieden, die bewirkt wird durch

Veränderung der Tauchtiefe der Elektroden: Verschiebung derselben oder Änderung des Wasserstandes;

Abdeckung der Elektroden mittels verschiebbarer Isolierrohre;

Veränderung des die Elektroden umgebenden Flüssigkeitsquerschnittes;

Veränderung der Beschaffenheit des zu verdampfenden Wassers.

Vgl. hierüber Z. d. B. R. V. 1919, S. 183; 1920, S. 33 u. ff. Z. 1923, S. 7 und die betr. Mitteilungen der AEG. sowie von Brown, Boveri & Co., A.-G., Mannheim, Jahrg. VIII, Heft 8/9, S. 155.

**(772)** Bei allen neuzeitlichen Hoch- und Höchstdruckkesseln mit hohen Leistungen ist dem Wasserumlauf die größte Aufmerksamkeit zu widmen. Er soll stets eindeutig sein. Dampfstaungen infolge unregelmäßigen Wasserumlaufes oder ungenügender Wasserströmung in den Siederohren führen oft infolge Dampf- oder Wasserzersetzung zu schweren Korrosionsschäden, zu Ausbeulungen und zu Rohrreißen. Fallrohr- und Steigrohr-Querschnitte sollen so reichlich sein, daß dem zufließenden Wasser und dem abströmenden Dampf-Wassergemisch wenig Widerstand geboten wird.

Druck- und Strömungsverhältnisse im Kessel sind für die einzelnen Kesselsysteme sehr verschieden und werden durch die Konstruktion des Kessels,

<sup>1)</sup> Löffler: „Das Zeitalter des Hochdruckdampfes“, Z. 1928, Nr. 39, 42 und 45 und „Hochdruckdampf“, Sonderheft Nr. 1 und 2 derselben Zeitschrift.



durch Rauchgas- und Wassertemperaturen, Speisewasser, Kesselwasser, Kesselsteinbildung usw. in hohem Maße beeinflusst. Es empfiehlt sich daher, vor der Beschaffung von Kesseln einen anerkannten Kesselsachverständigen zu hören.

**(773) Kesselmauerwerk und Gerüst.** Umfassungswände aus Ziegelsteinen in Kalkmörtel, Grundmauern in Zementmörtel. Berührungsstellen von Kesselwandung und Mauerwerk in Schamottemörtel oder Lehm. Abhängig von der Gastemperatur; für  $450^{\circ}$  und mehr Auskleidung mit Schamottefutter,  $\frac{1}{2}$  Stein stark. Für Feuerbrücken und Feuergewölbe Formsteine.

Außenmauern  $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$  Stein stark, mindestens 80 mm von Kesselhauswänden abstehend. Isolierung durch ruhende Luftschicht 50—100 mm Stärke oder  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  Stein starke Isolierschicht, mit Asche, Kieselgur u. dgl. gefüllt. Ev. Verblendung mit Glasursteinen.

Zwischenmauer oder Trennungswände zwischen zwei Kesseln mit gemeinsamem Mauerwerk mindestens 340 mm stark; Scheidewände zwischen Zügen  $\frac{1}{2}$  Stein stark, bei Wasserrohrkesseln aus 100 mm starken Schamotteformsteinen oder gußeisernen Formstücken. Züge oben möglichst belastungsfrei abgedeckt: besondere Tragdecke über Kessel. Seitenwände des Fuchses 1 Stein stark, Deckenkappe  $\frac{1}{2}$ —1 Stein stark, Sohle als Rollschicht. Verankerungen oder zusammengenietetes Gestell, je nach Höhe (Steilrohrkessel): 1" Anker, die Profileisen oder besondere Eckschienen miteinander verspannend.

Verminderung von Wärmeverlusten durch besondere Isolierung, Sterchamolsteine u. a. Luftdichtheit des Mauerwerks ist unbedingt erforderlich. Gewölbe werden bei breiten Kesseln durch Hängedecken ersetzt. Gerüstsäulen und Träger sollen kühl liegen wegen des Verziehens. Obertrommeln liegen bei Wasserrohrkesseln durch Pratzen auf dem Gerüst oder sind an Bändern zwischen den Siederohren aufgehängt. Genügend gasdichte Einsteigeluken für die Untersuchung und Reinigung vorsehen.

(774)

## Überhitzer,

bearbeitet von Dipl.-Ing. Fr. Schulte, Direktor des Vereins zur Überwachung der Kraftwirtschaft der Ruhrzechen, Essen/Ruhr.

Sie dienen der Überhitzung des Dampfes über die Sättigungstemperatur. Sie bestehen aus Verteilungs- bzw. Sammelrohren meist quadratischen Querschnittes ( $178 \times 178$  oder  $152 \times 152$  mm bei 20 mm Wandstärke; kühl gelagert) mit gasbeheizten, eingewalzten Rohrschlangen  $35/42$  oder  $29/38$  oder  $24/33$  mm Durchmesser.

Die Löcher zum Einwalzen werden durch Gewindestopfen geschlossen.

Werkstoff: Flußstahl I von  $35$ — $44$  kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit.

Für hohe Drücke und sehr hohe Temperaturen sind runde Sammel- und Verteilungsrohre erforderlich mit angeflanschten und verschweißten Rohrschlangen.

Werkstoff: Sonderstahl höherer Festigkeit mit hoher Zunderbeständigkeit, (Al-, Cr-Ni-Mo-Stähle).

**(775) Einbau.** Die Überhitzer werden meist in den Kesselzügen untergebracht, bei normal beheizten Flammrohr- und Wasserrohrkesseln zwischen dem 1. und 2. Feuerzug, bei Strahlungskesseln daselbst oder hinter oder vor dem Rohrbündel, bei Abhitzekeesseln meist vor dem Kessel, Strahlungsüberhitzer ganz, Verbund-(Strahlungs- und Berührungs-)Überhitzer teilweise im Feuerraum (selten) Abb. 33/34: 37/38; 42; 43/44; 45; 46/47; 48 u. 49.

Direkt gefeuerte Überhitzer (Rost-, Staub-, Gas-, Ölfeuerung oder Abhitze) stehen meist außerhalb der Kesselanlage ( $\eta = 50$ — $60\%$ , daher unwirtschaftlich und selten)

An der Einbaustelle soll die Rauchgastemperatur nicht über 750—800° betragen (außer Strahlungs- und direkt gefeuerten Überhitzern). Bei höheren Temperaturen besteht Gefahr des Verzunders der Rohre. Dieses wird bei Sonderstäben vermieden.

Dampfgeschwindigkeit im Überhitzer 18—23 m/sek (mittlere Geschwindigkeit zwischen Ein- und Austritt, beachte Volumenvergrößerung), in der Verbindungsrohrleitung (Sattdampf) 15 m/sek. Bei geringerer Geschwindigkeit im Überhitzer ist die Kühlung der Rohrwand mangelhaft, bei höherer der Druckverlust zu hoch.

### (776) Berechnung der Heizfläche:

Die aufzuwendende Wärmemenge:

$$Q = D(i_1 - i_2) + W \cdot r \text{ kcal};$$

hierin ist

$$\left. \begin{array}{l} i_1 \text{ der Wärmehalt des überhitzten Dampfes kcal/kg,} \\ i_2 \text{ der Wärmehalt des gesättigten Dampfes kcal/kg,} \\ r \text{ die Verdampfungswärme} \\ W \text{ die Dampfnässe in kg/kg} \end{array} \right\} \text{ aus den Dampftabellen.}$$

Diese sinkt mit der Belastung des Kessels und ist bei guten Anlagen unter 1% (0,01 kg/kg); sie kann bei stark spuckenden Kesseln (falsche Bauart, hoher Gehalt des Kesselwassers an Salzen oder Sinkstoffen) mehrere Prozent betragen.

Das letzte Glied ( $W \cdot r$ ) kann u. U. vernachlässigt werden.

Ferner ist:

$$Q = F \cdot k \left( \frac{t_a - t_e}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2} \right) \text{ kcal,}$$

worin

$$\begin{array}{l} F = \text{Überhitzerheizfläche m}^2, \\ t_a = \text{Rauchgastemperatur vor dem Überhitzer } ^\circ\text{C,} \\ t_e = \text{Rauchgastemperatur hinter dem Überhitzer } ^\circ\text{C,} \\ t_1 = \text{Sattdampf Temperatur } ^\circ\text{C,} \\ t_2 = \text{Heißdampf Temperatur } ^\circ\text{C,} \\ k = \text{Wärmedurchgangszahl.} \end{array}$$

$t_e$  ist zu berechnen nach Formel

$$t_a = t + (t_f - t) e^{-\frac{Fk}{Gc_p B}},$$

worin

$$\begin{array}{l} t = \text{Sattdampf Temperatur } ^\circ\text{C} \\ t_f = \text{wirkl. Feuerraumtemperatur } ^\circ\text{C,} \\ e = \text{Grundzahl der natürlichen Logar.} = 2,71828, \\ F = \text{vorgeschalte Kesselheizfläche m}^2, \\ k = \text{Wärmedurchgangszahl kcal/m}^2\text{h } ^\circ\text{C,} \\ G = \text{Rauchgasmenge m}^3\text{/kg oder m}^3\text{/m}^3 \text{ Brennstoff,} \\ B = \text{Brennstoffmenge kg/h,} \\ c_p = \text{mittl. spez. Wärme ds Gases kcal/m}^3\text{ } ^\circ\text{C.} \end{array}$$

$t_e$  folgt nach Formel

$$Q = B \cdot G \cdot c_p (t_a - t_e),$$

zu

$$t_e = t_a - \frac{Q}{B \cdot G \cdot c_p},$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} \text{ kcal/m}^2\text{h } ^\circ\text{C.}$$



worin

$\alpha_1$  = Wärmeübergangszahl auf der beheizten Seite der Heizfläche in kcal/m<sup>2</sup>h °C,

$\alpha_2$  = Wärmeübergangszahl auf der gekühlten Seite der Heizfläche in kcal/m<sup>2</sup>h °C.

$$\alpha_1 = \alpha_B + \alpha_r,$$

worin

$\alpha_B$  = Wärmeübergangszahl durch Berührung, die bei 1° C Temperaturunterschied zwischen Gas- und Rohrwand auf 1 m<sup>2</sup> Rohroberfläche in 1 h übertragene Wärmemenge in kcal/m<sup>2</sup>h °C, abhängig von der Gastemperatur, Rohrwandtemperatur, Gasart, Gasgeschwindigkeit, dem Rohrdurchmesser, der Zahl der hintereinander liegenden Rohrreihen, der Strömungsrichtung des Gases (senkrecht, parallel) und der Anordnung der Rohre (versetzt, fluchtend).

$\alpha_r$  = Wärmeübergangszahl durch Gasstrahlung (CO<sub>2</sub>- und H<sub>2</sub>O-Schichten) in kcal/m<sup>2</sup>h °C, abhängig von der Rauchgastemperatur, der Rohrwandtemperatur und dem Produkt aus Partialdruck und Schichtstärke des strahlenden Gases.

$\alpha_2$  = Wärmeübergangszahl von Rohrwand an überhitzten Dampf in kcal/m<sup>2</sup>h °C, abhängig von Druck, Temperatur, Geschwindigkeit des Dampfes, Länge der Rohrschleife und innerem Rohrdurchmesser.

Die Berechnung dieser Kennziffern nach Formeln ist schwierig. Am einfachsten erfolgt die Feststellung nach Diagrammen; vgl. Münzinger, Berechnung und Verhalten von Wasserrohrkesseln, Tafeln 5, 6, 7, 8, 9.

(777)

### Erfahrungszahlen:

Zahlentafel 6 (nach Herberg).

Temperatur der Rauchgase vor dem Eintritt in den Überhitzer.

| Kesselbauart     | Belastg. d. Kessels kg/m <sup>2</sup> /h |         |         | Einbaustelle          |
|------------------|--|---------|---------|-----------------------|
|                  | 15—20                                    | 20—25   | 25—30   |                       |
| Flammrohrkessel  | 450—500                                  | 500—550 | 550—630 | Hinter d. Flammrohr   |
| Doppelkessel     | 550—600                                  | 600—650 | 650—700 | " " "                 |
| Wasserrohrkessel | 500—550                                  | 550—620 | 620—680 | Zwischen 1. u. 2. Zug |

Wassergehalt des Sattdampfes ist i. A. kleiner als 1%. Sicherheitshalber rechnet man mit folgenden Zahlen (nach Nuber):

Bei Großwasserraumkesseln . . . . . 2—3%

„ Wasserrohrkesseln . . . . . 4—5%

Wärmedurchgangszahl bei verschiedenen Kesselleistungen (nach Nuber):

|                   |    |    |    |    |                              |
|-------------------|----|----|----|----|------------------------------|
| Kesselleistung 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 kg/m <sup>2</sup> /h      |
| $k = 15$          | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 kcal/m <sup>2</sup> h °C. |

Zahlentafel 7. Größe der Überhitzerheizfläche (nach Nuber)  
(in % der Kesselheizfläche).

| Kesselbauart             | Dampfleistung<br>kg/m <sup>2</sup> /h | Überhitzung |                                |                                  |
|--------------------------|---------------------------------------|-------------|--------------------------------|----------------------------------|
|                          |                                       | 300—325°    | 350°                           | 375°                             |
| Flammrohrkessel . . . .  | 18—25                                 | 35          | 40                             | 45%                              |
| Wasserrohrkessel . . . . | 18—25                                 | 30          | 33 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> | 35%                              |
| Wasserrohrkessel . . . . | 18—35                                 | 28          | 30                             | 33 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> % |

(778) **Regelung** mittels Rauchgasklappen oder Schiebern hat sich nicht bewährt, da die eisernen Rahmen verbrennen.

Mischen von Heißdampf und Satttdampf ist mit Vorsicht anzuwenden, da dieser eine um den Spannungsabfall im Überhitzer höhere Spannung hat und durch den Satttdampfzusatz die Geschwindigkeit im Überhitzer verringert wird (Durchbrennen).

Dampfmengenregelung ist nur selten anzuwenden.

Bewährte Arten:

Abkühlung des überhitzten Dampfes indirekt durch Berührung mit Satttdampf oder Kesselwasser, direkt durch Einspritzen von Wasser.

Befeuchten des Dampfes vor dem Überhitzer mit Einspritzwasser.

Bei zu groß bemessenen Überhitzern kann die Wirkung durch Abmauern, Abdecken oder Herausnahme von Rohren gemildert, bei zu kleinen Überhitzern durch Verkürzung des Rauchgasweges, Abmauern und Abdecken vorgeschalteter Kesselheizfläche (Vorsicht, beachte Leistungsverringerung), gesteigert werden.

(779) **Reinigung** der Überhitzer ist wichtig wegen Verringerung der Wärmedurchgangszahl bei zunehmender Verschmutzung.

Die äußere Reinigung von Flugasche und Aschenansinterungen erfolgt im Betrieb durch von Hand oder mechanisch betätigte Rußbläser mittels Preßluft oder überhitztem Dampf.

Die innere Reinigung von mitgerissenem Kesselschlamm oder -stein (spuckende Kessel) kann nur bei außer Betrieb gesetztem Kessel vorgenommen werden.

## Rauchgasvorwärmer.

### (780) A. Speisewasservorwärmer

zur Vorwärmung des Speisewassers (für 1 oder mehrere Kessel).

**Einbau.** Die Speisewasservorwärmer werden meist zwischen Kessel und Schornstein gesetzt, so daß die Rauchgase aus dem Kessel sofort in den Vorwärmer eintreten. Die Vorwärmer können entweder unmittelbar an das Kesselmauerwerk angebaut, durch einen Gang getrennt oder außerhalb des Kesselhauses aufgestellt werden. Die Anordnung des Vorwärmers oberhalb des Kessels ist nach den geltenden Bestimmungen nicht zulässig und bedarf besonderer Bewilligung. Sie ist daher in Deutschland wenig verbreitet. Bei Vorhandensein eines Luftherhitzers außer dem Speisewasservorwärmer kann u. U. dieser hinter dem Luftherhitzer stehen; meist ist es jedoch umgekehrt.

In der Speiseleitung steht der Vorwärmer zwischen Pumpe und Kessel.

**Ausrüstung.** Zur Sicherheit und Wirtschaftlichkeit des Betriebes sind Absperrklappen und -schieber (Absperrung der Rauchgase), Absperrventile oder -schieber (Absperrung von der Speisewasserleitung) vor und hinter dem Vorwärmer, Thermometer zur Beobachtung der Ein- und Austrittstemperaturen des Wassers, Sicherheitsventile, Ablaßventile oder -schieber anzubringen. Zur Erhöhung der Sicherheit empfiehlt sich ein Fernthermometer zum Heizerstand für die Austrittstemperatur des Wassers, eine Entlüftungsvorrichtung zur Abführung von Luft- und Dampfansammlungen und eine Vorrichtung zur Ableitung der angesammelten Schwelgase vom höchsten Punkt der Vorwärmerzüge.

**Taupunkt.** Bei niedriger Wassereintrittstemperatur und hohem Wasserdampfgehalt der Rauchgase treten äußere Verrostungen der Rohre durch „Schwitzen“ unter Schwefelsäurebildung ein. Zur Vermeidung soll die Wassereintrittstemperatur über dem Taupunkt, s. Zahlentafel 5, der Rauchgase liegen.



Zahlentafel 5.

Taupunkttemperaturen der Rauchgase bei Luftüberschüssen von 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> und verschiedenem Wassergehalt des Brennstoffes und der Verbrennungsluft.

| Brennstoff                         | Wassergehalt<br>% | Taupunkt<br>°C |
|------------------------------------|-------------------|----------------|
| Steinkohle <sup>1)</sup> . . . . . | 5                 | 30—40          |
| Steinkohle <sup>1)</sup> . . . . . | 10                | 32—42          |
| Steinkohle <sup>1)</sup> . . . . . | 15                | 34—44          |
| Braunkohle . . . . .               | 50—60             | 55—64          |
| Braunkohlenbriketts . . . . .      | 15—20             | 44—46          |
| Kokereigas . . . . .               | —                 | 59—62          |
| Generatorgas . . . . .             | —                 | 37—42          |
| Hochofengas . . . . .              | —                 | 16—28          |
| Erdöl . . . . .                    | —                 | 40—45          |

Der Taupunkt steigt mit dem Wasserdampfgehalt der Rauchgase (Wasser- und Wasserstoffgehalt des Brennstoffes, Wasserdampfgehalt der Verbrennungsluft) und fällt mit steigendem Luftüberschuß.

Die **Zugführung** erfolgt bei Rippenrohrvorwärmern quer zu den Rohren, bei Glattrohrvorwärmern entweder quer zu den Rohren (alt) oder längs der Rohre. Bei Längsführung treten die Gase zwischen den Unterkasten hindurch (beachte freien Querschnitt!). Bei zweiteiligen Vorwärmern werden die Rauchgase auf- und abwärts geführt.

Die Zugführung ist den örtlichen Verhältnissen anzupassen.

**Wasserführung.** Man unterscheidet bei Glattrohrvorwärmern im wesentlichen 3 Schaltungen:

1. Die Gegenstromreihenschaltung, bei der das Wasser die Rohrreihen nacheinander durchströmt,
2. die Kreuzstromschaltung, bei der das Wasser gleichzeitig in alle Rohrreihen eintritt,
3. die Gruppenschaltung, eine Verbindung beider Arten.

Bei 1. ist die Zone der Schwitzwasserbildung am geringsten, bei 2. am größten.

Für Rippenrohrvorwärmer kommt nur die Gegenstromreihenschaltung in Frage.

**Einmauerung.** Sie erfolgt in der Regel mit gewöhnlichem Ziegelmauerwerk. Bei der Zugführung sind scharfe Umlenkungen zu vermeiden, Ecken sollen abgerundet werden. Zur Aufnahme der innerhalb der Rohrbündel reichlich abgeschiedenen Flugasche sind Aschentrichter mit dichten Verschlüssen vorzusehen, ferner Einsteigöffnungen und Schauluken.

Neuerdings werden die Vorwärmer statt der Einmauerung auch mit isoliertem Blechmantel umgeben.

(781)

## I. Gußeiserne Vorwärmer

sind widerstandsfähig gegen Anfrassungen und Verrostungen.

Werkstoff: Nach DIN 1691, für niedrige Drücke aus gewöhnlichem Grauguß (12—14 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit), neuerdings fast allgemein, insbesondere für höhere Drücke, aus Edelgrauguß, wie Rüttel-, Schleuder-, Perlit-, Elektroguß

<sup>1)</sup> Die niedrigen Werte gelten für Anthrazit (6<sup>0</sup>/<sub>0</sub> fl. Best.), die hohen Werte für Gasflamkohle (38<sup>0</sup>/<sub>0</sub> fl. Best.).





überganges. Die Rippen können auch spiralförmig (Wirbelung) angegossen sein (Liesen & Co.). Mehrere Rippenrohre können durch

Sammelrohre zu einem Register vereinigt, die Register durch Krümmer und Flanschen miteinander verbunden werden. Statt Flanschen können die Rohre auch durch Umlenkkappen und Einwalznippel verbunden werden (Szamatski). Die Reinhaltung der Rohre erfolgt durch Rußbläser, Abb. 53. Für stark rußende Steinkohle sind Rippenvorwärmer wegen starker Verschmutzung nicht geeignet. Sie sind daher zu empfehlen:

1. bei nicht rußendem Brennstoff (Braunkohle, Braunkohlenbriketts, Steinkohle mit geringem und mittlerem Gasgehalt — 6—30% flücht. Bestandteile —, Koks, Gas, Öl);
2. bei Speisewasereintrittstemperaturen über dem Taupunkt der Rauchgase;
3. bei Platzmangel;
4. bei hohen Drücken.

Die Schwitzwasserbildung ist bei Rippenrohrvorwärmern meist geringer als bei Glattrohrvorwärmern wegen der höheren Temperatur der Rippen und der Anwendung der Gegenstromreihenschaltung.

## (782) II. Flußstahlvorwärmer,

geeignet bis zu den höchsten Drücken, jedoch empfindlich gegen Anfressungen und Anrostungen, daher nur anwendbar bei entgastem Speisewasser und Wassereintrittstemperaturen, die mit Sicherheit über dem Taupunkt der Rauchgase liegen. Ihre Anwendung ist selten, nachdem es gelungen ist, gußeiserne Vor-

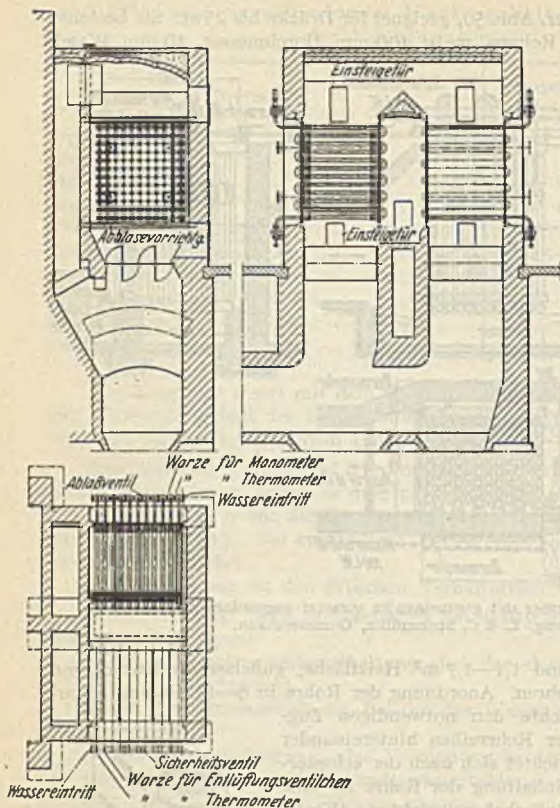


Abb. 52. Rippenvorwärmer in zwei Hauptgruppen angeordnet. (L. & C. Steinmüller, Gummersbach).

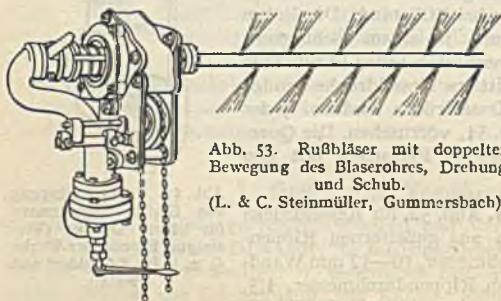


Abb. 53. Rußbläser mit doppelter Bewegung des Bläserrohres, Drehung und Schub. (L. & C. Steinmüller, Gummersbach).

trittstemperaturen, die mit Sicherheit über dem Taupunkt der Rauchgase liegen. Ihre Anwendung ist selten, nachdem es gelungen ist, gußeiserne Vor-

wärmer bis zu Drücken von 60 at herzustellen, s. oben (780). Die Ausführung flußeiserner Vorwärmer erfolgt entweder nach Art der Überhitzer (Rohrschlangen) oder nach Art der Steilrohrkessel (Rohrbündel in Trommeln eingewalzt), mit gekrümmten oder geraden Rohren, Ober- und Untertrommeln bzw. oberen und unteren Wasserkammern oder als Rippenrohrvorwärmer mit Stahlrohren und aufgeschumpften Gußrippen (Foster).

### (783) Berechnung der Heizflächen.

Bei 3<sup>0</sup>/<sub>0</sub> Leitungs- und Strahlungsverlusten gilt:

$$0,97 \cdot B \cdot G \cdot c_p \cdot (t_e - t_a) = D \cdot (t_2 - t_1) \text{ kcal.}$$

Hierin ist

- $B$  = Brennstoffmenge in kg/h oder m<sup>3</sup>/h,
- $G$  = Gasmenge in m<sup>3</sup>/kg oder m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>,
- $c_p$  = spez. Wärme des Rauchgases in kcal/m<sup>3</sup> °C,
- $t_e$  = Rauchgaseintrittstemperatur °C,
- $t_a$  = Rauchgasaustrittstemperatur °C,
- $t_1$  = Wassereintrittstemperatur °C,
- $t_2$  = Wasseraustrittstemperatur °C,
- $D$  = Speisewassermenge kg/h.

Daraus berechnet sich die Wasseraustrittstemperatur:

$$t_2 = \frac{0,97 \cdot B \cdot G \cdot c_p (t_e - t_a)}{D} + t_1$$

und die Gasaustrittstemperatur:

$$t_a = t_e - \frac{D \cdot (t_2 - t_1)}{0,97 \cdot B \cdot G \cdot c_p}.$$

$t_e$  = Eintrittstemperatur der Gase ist bei kurzen Verbindungskanälen zwischen Kessel und Vorwärmer gleich der Austrittstemperatur der Rauchgase aus dem Kessel. Bei langen Rauchkanälen rechnet man mit  $\frac{1}{2}$ —1° Temperaturverlust je Meter Kanallänge.

$t_a$  = Rauchgasaustrittstemperatur wird bei Schornsteinzug meist mit 170 bis 180° gewählt, bei künstlichem Zug bis zu 130°. Bei Glattrohrvorwärmern tritt durch die Schaberkettenlöcher Falschluff in die Vorwärmerzüge ein, wodurch die Abgastemperatur sich um 10—20° C und der Taupunkt in gleichem Maße erniedrigt. Dies ist bei der Berechnung zu berücksichtigen.

$t_1$  = Wassereintrittstemperatur richtet sich nach den örtlichen Verhältnissen und nach dem Taupunkt der Rauchgase.

$t_2$  = Wasseraustrittstemperatur soll zur sicheren Vermeidung der Dampfbildung im Vorwärmer bei vorübergehenden Stillständen der Speisung etwa 10 bis 40° unter der Sättigungstemperatur des Dampfes liegen. Bei gleichmäßiger Speisung und Steigung der Speiseleitung vom Vorwärmer zum Kessel kann bis nahe an die Sättigungstemperatur herangegangen werden.

Die Heizfläche ist

$$F = \frac{D \cdot (t_2 - t_1)}{k \cdot \left( \frac{t_e + t_a}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2} \right)} = \frac{2 \cdot D (t_2 - t_1)}{k \cdot (t_e + t_a - t_1 - t_2)} \text{ m}^2.$$

Hierin ist  $k$  = Wärmedurchgangszahl =  $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}$ ,

worin

$\alpha_1$  = Wärmeübergangszahl auf der beheizten Seite der Heizfläche kcal/m<sup>2</sup> · h °C,



$\alpha_2$  = Wärmeübergangszahl auf der gekühlten Seite der Heizfläche  
kcal/m<sup>2</sup> · h<sup>0</sup> C.

Der Einfluß der Wandstärke auf die Wärmedurchgangszahl ist sehr gering.

$\alpha_2 = 2000-6000$ , so daß der Wert  $\frac{1}{\alpha_2}$  sehr gering wird und daher vernachlässigt werden kann ( $< 1^0/0$  Fehler). Es wird dann  $k = \alpha_1 = \alpha_B$  (da  $\alpha_2$  fällt, s. Abschnitt „Überhitzer“).

Die Berechnung dieser Wärmeübergangszahlen nach Formeln ist schwierig. Am einfachsten erfolgt die Feststellung nach Diagrammen (s. Münzinger, Berechnung und Verhalten von Wasserrohrkesseln, Tafeln 5, 6 und 7).

Da  $\alpha_B$  mit der Gasgeschwindigkeit, also dem Luftüberschuß steigt, der Abgasverlust jedoch gleichzeitig fällt, so kann ein Rauchgasvorwärmer die Fehler in der Feuerbedienung bis zu einem gewissen Grade wieder ausgleichen.

### (784) Wärmersparnis.

Es ist

$$B_1 \text{ (ohne Vorwärmer)} = \frac{D(i-t_1)}{H_u \cdot \eta} \text{ kg oder m}^3 \text{ Brennstoff,}$$

$$B_2 \text{ (mit Vorwärmer)} = \frac{D(i-t_2)}{H_u \cdot \eta} \text{ kg oder m}^3 \text{ Brennstoff.}$$

Darin ist  $i$  = Wärmehalt des Dampfes (bei Sattedampf  $i_1$ , bei überhitztem Dampf  $i_2$ ).

Daraus berechnet sich die Brennstoffersparnis:

$$B_1 - B_2 = \frac{D \cdot (i - t_1)}{H_u \cdot \eta} - \frac{D \cdot (i - t_2)}{H_u \cdot \eta} \text{ kg oder m}^3.$$

Der Wirkungsgrad der Kesselanlage wird durch den Vorwärmer erhöht um

$$\frac{\eta_1 - \eta}{\eta_1} \cdot 100^0/0 = t_2 - t_1 \cdot \frac{D}{H_u \cdot B_2} \cdot 100^0/0.$$

### (785) Erfahrungszahlen.

Wärmedurchgangszahl bei Gasgeschwindigkeiten von 2—6 m/sek:

- $k = 7-11$  für Rippenrohre,
- $= 12-18$  für gußeiserne Rohre quer zur Rohrachse,
- $= 13-23$  für gußeiserne Rohre längs der Rohrachse,
- $= 15-20$  für Flußstahlrohre.

Die Unterschiede erklären sich durch verschiedene Gasgeschwindigkeiten und Wandstärken. Im allgemeinen leistet 1 m<sup>2</sup> Heizfläche eines Glatrohrvorwärmers mit 116/96 mm Rohrdurchmesser etwa ebensoviel wie 1,6—1,9 m<sup>2</sup> Rippenrohrheizfläche. Bei der Berechnung der Rippenrohrvorwärmer wird daher am einfachsten die Heizfläche eines Glatrohrvorwärmers berechnet und diese mit 1,6—1,9 multipliziert.

Die Gasgeschwindigkeiten werden meist mit 3—4 m/sek gewählt. Der Zugverlust im Vorwärmer beträgt bei normalen Gasgeschwindigkeiten und natürlichem Schornsteinzug etwa 3—5 mm WS; er wird durch Abkühlung und Leitung verursacht. Bei Hochleistungskesseln mit sehr hohen Gasgeschwindigkeiten kann insbesondere bei Spitzenlast der Zugverlust sehr hohe Werte von 40 bis 100 mm WS annehmen.

**(786) B. Luftvorwärmer**

zur Erhitzung der Luft, und zwar entweder der Verbrennungsluft oder für andere Zwecke.

**Einbau.** Bei Vorhandensein eines Speisewasservorwärmers werden die Lufterhitzer meist hinter diesen, manchmal auch davor gesetzt. Beim Fehlen eines solchen werden die Lufterhitzer, wie die Speisewasservorwärmer, zwischen Kessel und Schornstein angeordnet.

**Taupunkt.** Für die Unterschreitung des Taupunktes gilt das für Speisewasservorwärmer Gesagte (s. (780)), jedoch kann bei Lufterhitzern die Eintrittstemperatur der Luft ohne Gefahr  $15-20^{\circ}$  unter dem Taupunkt der Rauchgase liegen. Es ist darauf zu achten, daß möglichst warme Luft (aus dem Kesselhaus) angesaugt wird.

Lufterhitzer zur Erwärmung der Verbrennungsluft haben den Vorteil gegenüber Speisewasservorwärmern, daß die vorzuwärmende Luftmenge in einem bestimmten gleichbleibenden Verhältnis zur Rauchgasmenge steht, das von den Schwankungen des Betriebes fast unabhängig ist.

**Einteilung.** Rekuperative Lufterhitzer mit getrennten Kanälen für Luft und Rauchgas und Wärmeübergang durch die Wand hindurch.

Regenerative Lufterhitzer: Rauchgas und Luft strömen nacheinander durch dieselben Kanäle, Wärmeübergang von Rauchgas auf Speicherkörper und von diesem auf Luft durch dieselbe Oberfläche in entgegengesetzter Richtung<sup>1)</sup>.

**I. Rekuperative Lufterhitzer.**

**(787) a) Röhrenlufterhitzer** (Babcock, Steinmüller). Das Rauchgas strömt durch die Rohre, die Luft im Gegenstrom außen herum. Aufbau aus Flußstahlrohren, rd. 60—100 mm Durchmesser,  $l = 2 - 5$  m, die in Blechkammern eingewalzt oder eingeschweißt werden.

Vorteil: Leichte Reinigung durch Rußbläser oder Drahtbürsten;

Nachteile: Hoher Preis, großer Platzbedarf.

**b) Taschenlufterhitzer**, Abb. 54, bestehen aus Blechplatten, die so miteinander verschweißt sind, daß sie auf der einen Seite von den Rauchgasen beheizt, auf der anderen von der Luft gekühlt werden. Abstandshalter sorgen

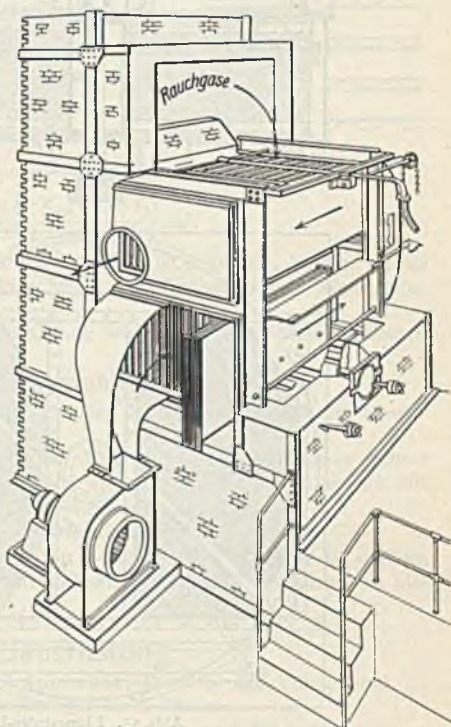


Abb. 54. Taschenlufterhitzer der Ver. Econ.-Werke.

<sup>1)</sup> Theorie des Regenerators: Schack, Mitt. Wärmestelle Eisenhüttenleute Nr. 122. Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.



für Einhaltung eines gleichmäßigen Plattenabstandes, trotz Erwärmung. Mehrere so entstehende Heizkörper können zu einem Bündel vereinigt werden. Mehrere Bündel bilden, in Rahmen eingeschoben, den Lufterhitzer.

Die Luftleitung wird an den Rahmen angeschlossen. Der Lufterhitzer-rahmen wird in die gemauerten Rauchgaskanäle eingeführt. Mit Rippenrohrvorwärmern ergibt sich ein einfacher und übersichtlicher Zusammenbau. Die Luftführung erfolgt im (oft mehrfachen) Kreuz- und Gegenstrom zur Gasführung. Rußbläser sorgen, wie beim Röhrenlufterhitzer, für Reinhaltung der Heizfläche. Der Platzbedarf ist gering.

## (788) II. Regenerative Lufterhitzer.

Ljungström-Lufterhitzer, Abb. 55, bestehen aus einem umlaufenden Rahmen aus Profileisen, in dem Wellbleche als Wärmespeicher eingesetzt sind

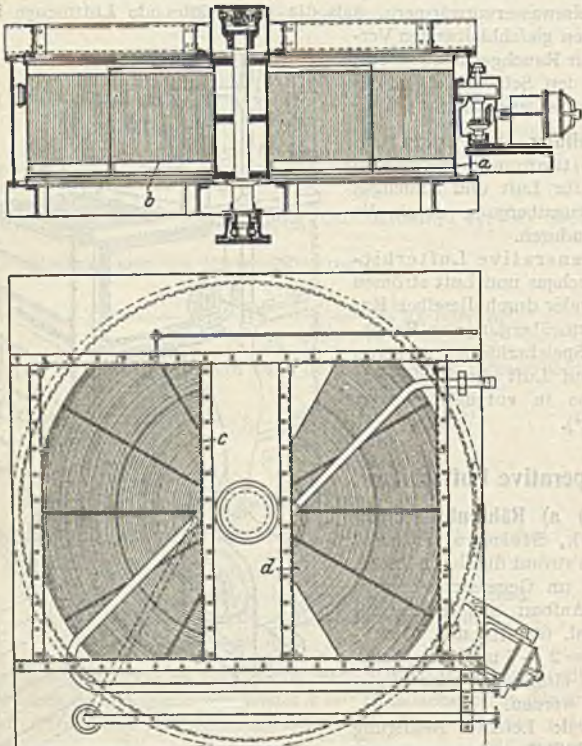


Abb. 55. Ljungström-Lufterhitzer.

(eingeschriebener Kreis der Wellen 7,5 mm Durchmesser, Dicke der Bleche 0,5 mm, Höhe der Wellen 11 mm), Abb. 56. Der Rahmen ist in Zellen unterteilt und durchläuft 2 Abteilungen; in der größeren tritt das Rauchgas durch die Bleche und erwärmt diese, in der kleineren wird die Luft bei entgegengesetzter Strömrichtung erhitzt. Es ist zweckmäßig, trotz höheren Arbeitsbedarfs die Luft durch den Lufterhitzer zu saugen, statt zu drücken, um die Verluste durch Übertritt von Luft auf die Rauchgasseite zu verringern.

Vorteil: Kleiner Platzbedarf.

Nachteile: Bei flugaschereichen Rauchgasen trotz Rußbläser schnelle Verschmutzung. Hoher Zugverlust, bei neueren Ausführungen rd. 10 mm WS, bei älteren bedeutend mehr.

Ausgeführt bis mehr als 350° Lufttemperatur.

### (789) Berechnung der Rekuperativ-Lufterhitzer.

Bei 10<sup>0/0</sup> Leitungs- und Strahlungsverlusten ist

$$0,90 \cdot B \cdot G \cdot c_p (t_c - t_a) = B \cdot L \cdot c_{ph} (t_2 - t_1),$$

worin

$B$  = Brennstoffmenge kg/h,

$G$  = Gasmenge m<sup>3</sup>/kg oder m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> Brennstoff,

$c_p$  = spez. Wärme der Rauchgase kcal/m<sup>3</sup>,

$t_c$  = Rauchgaseintrittstemperatur °C,

$t_a$  = Rauchgasaustrittstemperatur °C,

$L$  = Luftmenge m<sup>3</sup>/kg Brennstoff,

$c_{ph}$  = spez. Wärme der Heißluft kcal/m<sup>3</sup>,

$t_1$  = Lufteintrittstemperatur °C,

$t_2$  = Luftaustrittstemperatur °C.

Die Heißlufttemperatur ist:

$$t_2 = \frac{0,90 \cdot G \cdot c_p (t_c - t_a)}{L \cdot c_{ph}} + t_1 \text{ °C.}$$

Die Lufterhitzerheizfläche ist:

$$F = \frac{2 \cdot B \cdot L \cdot c_{ph} (t_2 - t_1)}{k (t_c + t_a - t_1 - t_2)} \text{ m}^2.$$

Die Berechnung der Wärmedurchgangszahl  $k$  ist schwierig, leichter ist die Feststellung nach Münzinger, Berechnung und Verhalten von Wasserrohrkesseln, Tafel 15.

Berechnung der Wirkungsgraderhöhung wie beim Speisewasservorwärmer.

### (790) Erfahrungszahlen.

Temperatur der Rauchgase beim Verlassen des Kessels, je nach der Kesselbelastung, 300—500° C.

Die Temperatur der Rauchgase beim Austritt aus dem Vorwärmer richtet sich nach der Zugstärke und wird, wie beim Speisewasservorwärmer, gewählt mit

170—180° bei Schornsteinzug,

130° bei künstlichem Zug.

Die Wärmedurchgangszahl  $k$  kann mit 8—10 kcal/m<sup>2</sup>h °C eingesetzt werden.

Für die Berechnung des Ljungström-Lufterhitzers sind Anhaltzahlen bisher nicht bekannt geworden.

## Kesselausrüstung.

Bearbeitet von Dipl.-Ing. E. Lupberger, Direktor der Vereinigung der Großkesselbesitzer E. V. Berlin.

(791) Die hierunter fallenden Vorrichtungen sind entweder behördlich vorgeschrieben im Interesse möglichst gefahrlosen Betriebes, oder sie haben sich aus Gründen erleichteter Kesselwartung eingeführt.

(792) Speisepumpen. Zwei voneinander unabhängige Speisevorrichtungen, deren jede der doppelten Verdampfungsleistung entspricht. Bei mehr als zwei Pumpen ist geringere Förderleistung zulässig.

Kolbenpumpen als Handpumpen für kleine Kessel. Heizfläche in m<sup>2</sup> × Dampfspannung in at ≤ 120. Maschinenpumpen durch Exzenter von

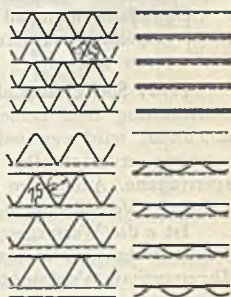


Abb. 56.



der Dampfmaschinenkurbelwelle aus angetrieben: Umlaufzahl der Maschine; Ausrückung durch Lösen eines Steckkeiles oder Verbindung von Saug- und Druckraum. Für Lokomobilen und kleine ortsfeste Anlagen.

Transmissionspumpen, ebenfalls von der Maschine abhängig. Leicht auszurücken mittels Losscheibe und leicht zugängliche Aufstellung.

Dampfpumpen mit Hilfsrotation. Schwungradpumpen oder schwungradlose sog. Duplex- (Triplex-) Pumpe: Anpassungsfähigkeit der Leistung an Betriebsverhältnisse durch Dampfrosselung.

**Zentrifugalpumpen**, gekuppelt mit Elektromotor oder Dampfturbine. Siehe unter Zentrifugalpumpen.

**Dampfstrahlpumpen oder Injektoren**, meist als zweite Speisevorrichtung mit nicht regelbarer Leistung, mit einfachem oder doppeltem Düsensystem. Siehe unter diesen.

(793) **Speiseventil** als Rückschlagventil mit unterer Flügel- und oberer Stiftführung oder beiderseits Flügelführung. Klemmwirkung infolge Wasserablenkung wird vermieden durch das Wiss-Ventil (524). Einrichtung mit Absperrung erübrigt sich durch die Vorschrift der Anbringung besonderer Absperrorgane. Anders im Falle Speisung mehrerer Kessel durch eine gemeinsame Leitung: Ventilbelastung durch Gewichtshebel mit Lüftung durch Zugkette.

Ist  $c$  die Wassergeschwindigkeit im Ventilspalt ( $c = 0,5 - 0,8$  m/sek),  $d$  der Ventildurchmesser in mm, so folgt im Falle eines Ventilhubes  $h = 0,15 d$  mit  $D =$  normale Verdampfungsfähigkeit in kg/Stunde

$$d \approx 1,1 \sqrt{D : c}.$$

(794) **Speiserohr**, 100—200 mm unter tiefstem Wasserstand, mündend in größeren Kasten zur Verteilung und Vorwärmung auf Sattdampf Temperatur.

(795) **Speise- oder Wasserstandsregler** zum Zwecke tunlichster Konstanthaltung des Wasserstandes, Vermeidung der Schwankungen des Druckes, der Dampfeuchtigkeit und Überhitzungstemperatur: Schwimmer wirken unmittelbar auf das Speiseventil, im Falle sinkenden Wasserstandes dieses öffnend oder auf einen Elektromagneten, dessen Anker die Stromzuführung zu Hubmagneten regelt, die mit dem Speiseventil und Dampfabsperrentil an der Pumpe in Verbindung stehen. Neuerdings sind auch Thermostatregler üblich, Metallrohre, teils mit Kesselwasser, teils mit Dampf gefüllt, in Verbindung mit Wasser- und Dampfraum. Bei sinkendem Wasserstand Verlängerung des Rohres, direkte Betätigung des Speiseventils. Vgl. Spalckhaver-Schneiders-Rüster, „Die Dampfkessel“, 2. Aufl., S. 382 u. ff.

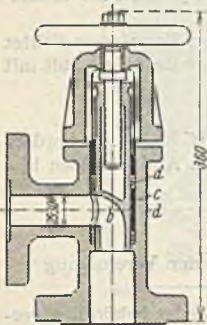


Abb. 57.  
Hochdruck-Abschlammschieber „Schlamtnex“ von Chr. Hülsmeier, Düsseldorf.

(796) **Speiserufer**, bei Überschreitung des tiefsten Wasserstandes ein Warnungssignal durch Dampfpeife, Läutewerk gebend.

(797) **Dampfabsperrentil**, als Durchgang- oder Eckventil (s. (524)), dem Durchmesser der Dampfleitung entsprechend. Verminderung des Spannungsverlustes infolge scharfer Richtungsänderungen durch das Ideal-Ventil Borsig; das Rhei-Ventil von Schäffer & Budenberg A. G. Magdeburg; das Absperr-Schieber-Ventil, System Fischbach. Vgl. Verhandlungsbericht des Allg. Verb. der deutschen Dampf.-Überw.-Vereine 1925 (Karlsruhe). S. 92, V.D.I.-Verlag.

Ev. selbsttätiges Absperrventil als Rohrbruchventil: durch Druckunterschied infolge Dampfströmung betätigtes Rückschlagventil. Vgl. (525).

Rückschlagventile oder -klappen in Verbindung mit Reduzierventilen im Falle Anschlusses mehrerer Kessel von verschiedener Spannung an eine gemeinsame Dampfleitung.

(798) **Entleerungsvorrichtungen**, Abb. 57 und 58. An tiefster Stelle, nicht in Kesselzügen oder heißem Mauerwerk liegend, wegen des Fest-

brennens. Stopfbüchshähne, Rotgußküken, mit Lüftschaube. Ev. mit Heiz- und Kühlvorrichtung (s. (518)). Ventile dichten unter Umständen nach erfolgtem

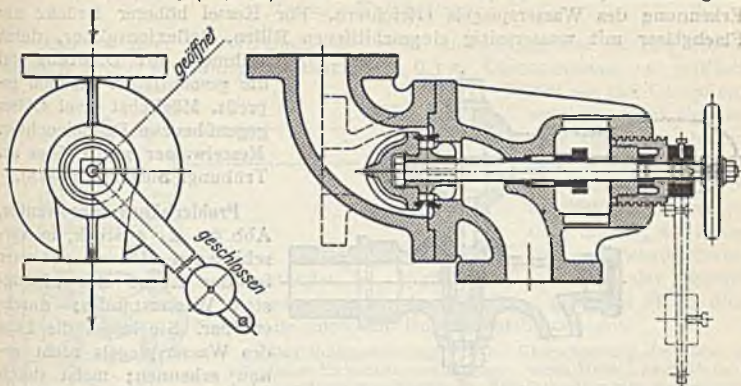


Abb. 58. Abschlammentil mit selbsttätigem Schluß. (Louis Strube, A. G. Magdeburg.)

Abschlämmen nicht mehr; deshalb Absperrventil in Verbindung mit vorgeschaltetem Hahn oder Hilfsventil: Doppelventile, mit Rohranschluß zum Ausblasen. Als Schieber nach Abb. 57. Durchmesser des Ablassrohres etwa mit Speiseventildurchmesser übereinstimmend.

(799) Wasserstandsanzeiger, Abb. 59 und 60, zur Sichtbarmachung des Wasserstandes. Wasserstandsköpfe aus zinkfreier Bronze oder Stahlguß, mit Absperrvorrichtung, von Hand zu betätigen oder selbständig sich schließend

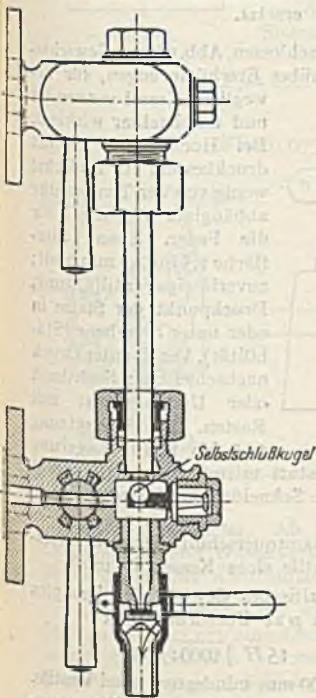


Abb. 59. Asbest-Wasserstandshahnkopf mit Selbstschluß (Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover).

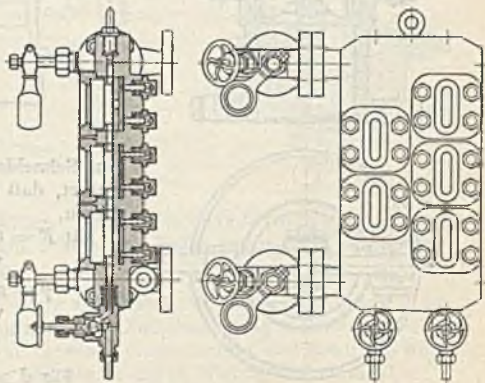


Abb. 60. Hochdruck-Wasserstandsanzeiger für 100 atü, mit unterkeiltem Schauglas von Albert Sempell, München-Gladbach.

im Falle Glasbruches und durchstoßbar eingerichtet; Hähne, Klappen, Kugelventile, angeschlossen an einzelne Stützen oder besser an gegossenes Gehäuse, mit Kesselboden vernietet.



Gläser auswechselbar, gedichtet durch Stopfbüchsen und geschützt durch Hüllen: Netze, Drahtglas, unter Umständen mit Einrichtungen, welche die Erkennung des Wasserspiegels erleichtern. Für Kessel höherer Drücke nur Flachgläser mit wasserseitig eingeschliffenen Rillen, Reflexionsgläser, durch Rahmen mit Dichtung auf die geschliffenen Flächen gepreßt. Möglichst zwei Gläser gegenüber zum Durchleuchten. Kesselwasser greift Glas an. Trübung. Siehe auch (518).

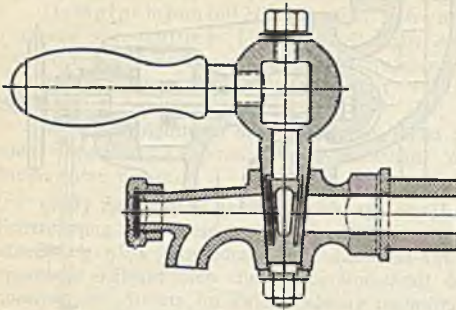


Abb. 61. Probierhahn mit Schmierung. Schäffer & Budenberg A.-G., Magdeburg.

Probierhähne oder -ventile, Abb. 61, 2–4 Stück, in verschiedenen Höhen, unterster in der Ebene des niedrigsten Wasserstandes; durchstoßbar. Sie lassen die Lage des Wasserspiegels nicht genau erkennen; meist durch ein zweites Wasserstandsglas ersetzt.

(800) Sicherheitsventil. Offen, Abb. 62, oder geschlossen, Abb. 63, mit Gewichts- oder Federbelastung: weniger empfindlich gegenüber Erschütterungen, für bewegliche Kessel verwendet und unmittelbar wirkend.

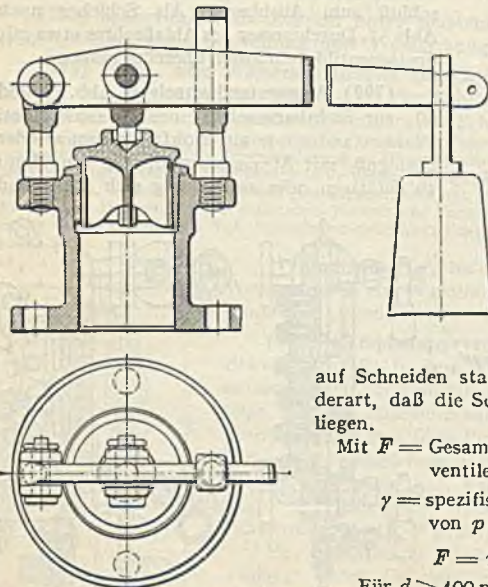


Abb. 62.

Bei Hoch- und Höchstdruckkesseln ein tunlichst wenig von der Temperatur abhängiger Werkstoff für die Feder. Ebene Sitzfläche 1,5 bis 2,5 mm breit; zuverlässige Ventilführung, Druckpunkt der Stelze in oder unter Sitzebene (Stabilität). Ventil unter Druck nachschleifbar: Sechskant oder Umfangswulst mit Rasten. Hebelübersetzung 1:7 bis 1:10, Lagerung

auf Schneiden statt mittels Bolzen (Reibung) derart, daß die Schneiden in Horizontalebene liegen.

Mit  $F$  = Gesamtquerschnitt der Sicherheitsventile eines Kessels in  $\text{mm}^2$ ,

$\gamma$  = spezifisches Gewicht des Dampfes von  $p$  at Überdruck folgt

$$F = 15 H \sqrt{1000: \gamma p}.$$

Für  $d > 100$  mm mindestens zwei Ventile.

Nur wenig öffnend dient es als Warnungseinrichtung und ist nicht imstande, den gesamten Dampf im Falle plötzlicher Abnahmeunterbrechung ohne größere Spannungsüberschreitung abblasen zu lassen.

Dies wird ermöglicht durch Hoch- oder Vollhubventile, Abb. 64: Der Teller wird durch die Wirkung des ausströmenden Dampfes trotz Nachlassens der (hydraulischen) Pressung so hoch gehoben, daß die erforderliche Ausfluß-

öffnung vorhanden ist. In diesem Falle ist etwa

$$F_{vh} = 5 H \sqrt{1000 : \gamma p}.$$

Abb. 65 zeigt die Wirkungsweise einer Ausführung von Dreyer, Rosenkranz & Droop in Hannover. Bereits bei 0,3 at Überspannung voll geöffnet,

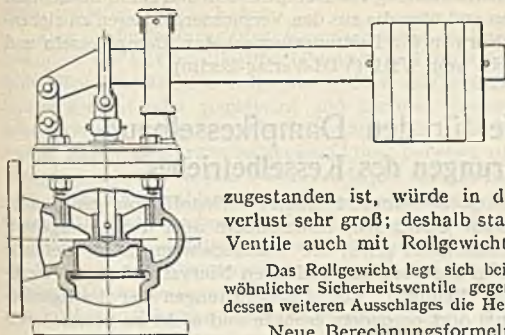


Abb. 63.

läßt sie viel Dampf entweichen: durch abnehmbare Haube geschlossen und Abblaserohr über Dach mündend. Da be-  
hördlich eine Überschrei-  
tung um  $\frac{1}{10}$  der festge-  
setzten Höchstspannung

zugestanden ist, würde in diesem Falle der Abblaseverlust sehr groß; deshalb stattet genannte Firma diese Ventile auch mit Rollgewichtsbremse aus:

Das Rollgewicht legt sich bei Überschreitung des Hubes gewöhnlicher Sicherheitsventile gegen einen Hebel, nach Maßgabe dessen weiteren Ausschlages die Hebelbelastung sich vergrößert.

Neue Berechnungsformeln für den Querschnitt von Sicherheitsventilen:

$$F = 0,225 \frac{H \cdot b}{p} \text{ für normale Ventile,}$$

$$F = 0,075 \frac{H \cdot b}{p} \text{ für Hochhubventile,}$$

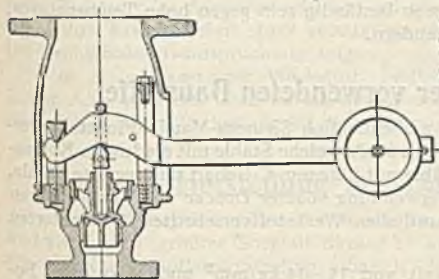


Abb. 64. Hochhub-Sicherheitsventil.

worin  $H$  = Heizfläche,  $b$  = Belastung der Heizfläche in  $\text{kg/m}^2\text{h}$ ,  
 $p$  = Dampfüberdruck in  $\text{kg/cm}^2$ .

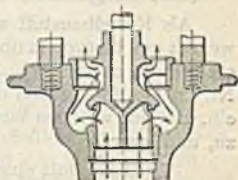


Abb. 65.

(801) **Manometer.** Als Platten- oder Röhrenfedermanometer mit Dreiweghahn und Wassersack zum Schutz der Feder gegen hohe Temperatur. Dreiweghahn mit Kontrollflansch.

(802) Anbringung der Ausrüstung am Kessel: bei niederen Drücken durch Stahlguß — oder geschmiedete Stützen, unter Zwischenlegung von Stemmblechen vernietet, bei höheren Drücken mit Gewinde eingeschraubt und elektrisch dicht geschweißt, um jede Schädigung der Bleche durch Nietung zu vermeiden.

(803) Ferner gehören zum Kesselbetriebe die Einrichtungen zur Reinigung des Speisewassers, mechanisch oder chemisch. Vgl. das unter (814) Gesagte.

(804) Die Werkstoff- und Bauvorschriften für Landdampfkessel werden durch den „Deutschen Dampfkesselausschuß“ (DDA) festgesetzt und in regelmäßigen Besprechungen weiter entwickelt. Dem DDA gehören 46 Vertreter an aus Behörden, Stahlwerken, Dampfkesselfabriken, Dampfkesselbesitzern,



Überwachungsvereinen. (Werkstoff- und Bauvorschriften für Landdampfkessel, Ausgabe Januar 1928, S. 14. Berlin: Beuth-Verlag.)

Für Hochdruck- und Hochleistungskessel bestehen Sondervorschriften der Vereinigung der Großkesselbesitzer, Berlin W 62<sup>1</sup>).

(805) Über die bei der Untersuchung von Dampfkesseln und Dampfmaschinen zu beachtenden Maßnahmen und über die aus den Versuchsergebnissen zu ziehenden Folgerungen vgl. die Normen für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen, aufgestellt vom VDI (VDI-Verlag-Berlin).

## Werkstoffe für den Dampfkesselbau.

### (806) Anforderungen des Kesselbetriebes.

Der Bau von Dampfkesseln erfordert einen Werkstoff von genügender Festigkeit gegenüber innerem Überdruck, insbesondere aber von genügender Zähigkeit und Widerstandsfähigkeit gegen die Wärmedehnungen im Betriebe und beim An- und Abheizen. Insbesondere verlangen Nietverbindungen Werkstoffe hoher Zähigkeit und Dehnung, weil Untersuchungen der Festigkeitsbedingungen in Nietnähten<sup>2</sup>) dort besonders erhöhte und nicht zu vermeidende ungünstige Beanspruchungen ergeben haben.

Die Werkstoffe müssen gegen raschen Temperaturwechsel möglichst unempfindlich sein, um bei plötzlich notwendigem Abkühlen oder bei unvorhergesehenem Einspeisen von kälterem Wasser keinen Schaden zu leiden. Sie müssen ferner möglichst unempfindlich sein gegen den korrodierenden Einfluß der im Kesselwasser gelösten Gase und der in den Rauchgasen vorhandenen Säuren, welche aus der Kohle stammen.

Baustoffe für Überhitzer müssen beständig sein gegen hohe Temperaturen, sie dürfen bis zu 500<sup>0</sup> nicht verzundern.

### (807) Eigenschaften der verwendeten Baustoffe.

Als Kesselbaustoff wird fast ausschließlich Siemens-Martin-Flußstahl verwendet und hiervon in überwiegendem Maße weiche Stähle mit niedrigem Kohlenstoffgehalt, unter 0,1<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Harte Stähle mit höherem C-Gehalt und legierte Stähle, Ni, Cr, Mo, führen sich mit der Verwendung höherer Drücke und Temperaturen ein. Bis auf weiteres lassen die amtlichen Werkstoffvorschriften 4 Blechsorten zu, und zwar:

- I. Bleche mit einer Festigkeit von 35—44 kg/mm<sup>2</sup> und 36 kg/mm<sup>2</sup> Berechnungsfestigkeit,
- II. Bleche mit einer Festigkeit von 41—50 kg/mm<sup>2</sup> und 41 kg/mm<sup>2</sup> Berechnungsfestigkeit,
- III. Bleche mit einer Festigkeit von 44—53 kg/mm<sup>2</sup> und 44 kg/mm<sup>2</sup> Berechnungsfestigkeit,
- IV. Bleche mit einer Festigkeit von 47—56 kg/mm<sup>2</sup> und 47 kg/mm<sup>2</sup> Berechnungsfestigkeit.

Aus den aufgetretenen und untersuchten Kesselschäden, Rißbildungen in Blechen und Nietnähten ergaben sich eine Reihe von ungünstigen Eigenschaften der weichen C-Stähle, welche es notwendig machen, daß bei Verwendung solcher Bleche beim Entwurf, bei der Herstellung und beim Betrieb der Kessel größte Sorgfalt angewandt wird, weil mechanische Verformung der Stähle und bestimmte Temperaturen in ihrem Zusammenwirken, unter Umständen aber auch

<sup>1</sup>) Ausgabe Januar 1928 mit Deckblättern April 1929, im Buchhandel zu beziehen durch Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W. 9.

<sup>2</sup>) F. A. Heft 135/36, Heft 252 und „Widerstandsfähigkeit von Dampfkesselwandungen“, herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer.

einer der Einflüsse allein, schwerwiegende Veränderungen im Gefüge hervorgerufen und sein Vermögen, Formänderungsarbeit aufzunehmen, weitgehend beeinflussen<sup>1)</sup>. Beim Glühen, Vergüten und Durchschmieden macht das Stahlwerk von diesen Eigenschaften Gebrauch. Bei der Kaltbearbeitung der Stähle, beim Zusammenbau, Biegen und Richten von Blechen, Nieten, Stemmen, Rohrbiegen, Einwalzen sind sie die Ursache von Verschlechterungen des Stahles und oft der Keim späterer Kesselschäden.

Den Anforderungen der Kesselschmiede und des Kesselbetriebes stehen besonders die Rekristallisationsfähigkeit und die Alterungsempfindlichkeit normaler Kohlenstoffstähle entgegen. Werden solche Stähle über ihre Streckgrenze hinaus gereckt oder gequetscht und nachher wieder erwärmt, so können sie neue Kristalle von größeren Abmessungen, als im Ausgangswerkstoff vorhanden waren, bilden. Der kritische Reckgrad liegt bei etwa 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub> Reckung, die kritische Temperatur bei etwa 700<sup>0</sup>. Der Werkstoff erfährt in den Zonen der Kornvergrößerung eine Verschlechterung seiner mechanischen Eigenschaften, insbesondere seiner Zähigkeit. Andererseits benutzt man diese Fähigkeit der Stähle bei der Untersuchung beschädigter Werkstücke und kann dabei durch Erwärmen auf ca. 700<sup>0</sup> an der Kornvergrößerung feststellen, ob bei der Herstellung in der Werkstatt unzulässiges Recken oder Quetschen stattgefunden hat: Stanzen von Löchern, Wirkung des Scherenschnittes.

Wird anderseits ein weicher C-Stahl auch nur in geringem Maße gereckt oder gequetscht und werden seine Festigkeitseigenschaften danach nach längerem Liegen bei Raumtemperatur oder kurzer, etwa halbstündiger Erwärmung bis auf etwa 200—250<sup>0</sup> untersucht, so stellt man eine geringe Erhöhung der Festigkeit, aber eine starke Abnahme der Kerbzähigkeit fest. Diese Eigenschaft, alterungsempfindlich zu sein, wirkt sich im Kesselbau dadurch aus, daß Bleche, Stützen, Rohre und andere Kesselteile, die eine beträchtliche Kaltverformung beim Richten oder Anpassen erleiden, bei der nachherigen Erwärmung im Betriebe ihre Kerbzähigkeit stark vermindern und dann Neigung zur Ribbildung bei wechselnder Beanspruchung zeigen.

Ein alterungsgeringer Werkstoff, Izett-Stahl, wird von der Firma Fr. Krupp A.G. geliefert. Dies ist ein normaler unlegierter Kohlenstoffstahl, aber ohne die Beeinflußbarkeit durch Kaltverformung.

## (808) Herstellung der Dampfkessel.

Bei der Bearbeitung der Werkstoffe in der Dampfkesselfabrik ist es erforderlich, mit größter Sorgfalt darauf zu achten, daß die ursprünglich vorhandenen Werkstoffeigenschaften erhalten bleiben und die unvermeidlich erforderliche Verformung unter Bedingungen erfolgt, die keine Schädigung hervorrufen.

**1. Herrichten der Bleche und Böden.** Die Bearbeitung von Kanten oder Flächen soll mit spanabhebenden Werkzeugen erfolgen. Beim Schneiden der Bleche mit dem Schneidbrenner oder auf Scheren wirkt der Einfluß des Schnittes sich in das Blech hinein als Verquetschung aus, die durch Ätzung nach Fry an den Einflußlinien erkennbar wird. Die in solcher Art roh beschnittenen Blechkanten sind nachträglich um ca.  $\frac{1}{2}$ - bis 1 fache Blechstärke abzuhobeln: Blechkantenhobelmaschinen. Beim Biegen von Blechen und Rohren ist eine Kaltverformung unvermeidlich. Das Biegen muß daher auf genauen Maschinen sorgfältig vorgenommen werden, um keine erhöhten örtlichen Zusatzbeanspruchungen zu erhalten. Vor dem Rollen der Schüsse sollen die Blechkanten gleichmäßig auf die ganze Breite in einem Druck angebogen werden. Beim Rollen auf Drei-

<sup>1)</sup> Dr. M. Moser: Der Kesselwerkstoff. Berlin: Julius Springer. — P. Goerens: Einführung in die Metallographie. Berlin: Julius Springer. — P. Oberhoffer: Das technische Eisen. Berlin: Julius Springer. — Dr. Ing. K. Meerbach: Die Werkstoffe für den Dampfkesselbau. Berlin: Julius Springer.



oder Vierwalzenrollen muß eine gleichmäßige Rundung erzielt werden. Die Unrundheiten sollen höchstens  $\frac{1}{2} \text{ ‰}$  betragen. Laschen sind möglichst aus zylindrischen Schüssen herauszuschneiden. Ihre Kanten sind sorgfältig zu hobeln. Hämmern und besondere örtliche Überanstrengungen sind zu vermeiden, da sie bei der nachfolgenden Erwärmung im Betriebe Kornvergrößerung und Abnahme der Kerbzähigkeit herbeiführen. Kesselböden sind nach den neuesten Vorschriften möglichst als Ellipsenböden mit möglichst großen Krepfenradien auszuführen. Sie werden warm auf Matrizen gepreßt, wobei die Matrizen gut passen müssen, um Beilagebleche zu vermeiden und wobei die Bleche stets gute Rotwärme haben müssen. Normung der Böden vermindert die Lagerhaltung an Matrizen und beschleunigt den Herstellungsgang. Flammrohrkesselböden erhalten Ein- oder Aushaltungen für die Flammrohre. Ihre Normung ist noch nicht durchgeführt. Da die Flammrohrdurchmesser möglichst groß, die Kesselrohrdurchmesser möglichst klein sollen, bleiben für die Krepfen nur geringe Radien übrig. Die höchsten Beanspruchungen solcher Böden liegen an den Stellen des Umfanges, die den Flammrohren am nächsten sind<sup>1)</sup>. Gute Elastizität der Flammrohre ist nötig, um die Wärmedehnungen ohne übermäßigen Rückdruck auf die Böden aufzunehmen.

**2. Vernietung.** Da die Vernietung unvermeidliche ungünstige Beanspruchungen bringt<sup>2)</sup>, sollen die zusätzlichen Spannungen durch sorgfältiges Vorrichten vermindert werden. Es ist ein Mindestmaß von Anrichtarbeiten anzustreben. Die Schüsse, Stutzen und Böden sollen gut vorgepaßt, in gutem Glühzustand dem Zusammenbau angeliefert werden. Vor dem Zusammenbau ist die feine Passung durch spanabhebende Werkzeuge herbeizuführen. Das Warmaufpassen von Stutzen usw. und gleichzeitiges Hämmern ist wegen Gefahr der Blaubruchigkeit unzulässig. Künstliche Kühlung erhitzter Blechteile verursacht Härtung und Sprödigkeit.

Die Nietlöcher sind sorgfältig und genau mit gleicher Teilung zu bohren und dann auf Maß aufzureiben. Alle Kanten sind gut zu brechen. Die Löcher sollen innen glatt und ohne Riefen sein.

Nietnähte müssen fest und dicht sein. Die Schließkraft, beruhend auf der Zusammenziehung des heißen Nietschaftes, muß die vorher sauber gereinigten Flächen so zusammenpressen, daß keine Hohlräume bleiben und genügend Haftkraft, Gleitwiderstand, vorhanden ist.

Wo Nietmaschinen angewandt werden können, wird im Kesselbau nur mit hydraulischen Maschinen genietet. Diese sollen mit Kontrolleinrichtungen versehen sein, welche laufend Schließdruck und Schließdauer aufzeichnen. Der Nietdruck soll max. 7—8 t/cm<sup>2</sup> Nietschaftquerschnitt nicht überschreiten, die Schließdauer soll 20—30 sec, je nach Querschnitt, betragen.

Die Nieten sind vor dem Einbringen sorgfältig zu entzundern, bei Hochdruckkesseln auch vor dem Erwärmen, und müssen auf die ganze Länge gut warm sein. Künstliche Kühlung ist unzulässig. Bei Handnietung wird ein Döpper verwendet, der den Schließkopf formt, der Setzkopf stützt sich gegen einen Gegenhalter. Alle Nieten müssen zentrisch sitzen und die Löcher gut ausfüllen.

Zu hoher Nietdruck verursacht gefährliche Spannungen in den Nietlöchern, besonders wegen der gleichzeitigen Einwirkung der hohen Temperatur des heißen Niets. Spätere Nietlochrisse haben hierin z. T. ihren Ursprung, unterstützt wird die Bildung solcher Risse durch Biegungsspannungen im Bleche infolge mangelhafter Anrichtarbeit und falscher Behandlung der Bleche beim Anrichten. An den tiefen Eindrücken um die Nietlöcher und an Fließfiguren, bei Ätzung nach Fry, ist zu hoher Nietdruck erkennbar.

Nach dem Nieten ist eine Druckprobe vorzunehmen, um die Güte der Naht zu prüfen. Erst dann soll verstemmt werden. Das Verstemmen soll möglichst

<sup>1)</sup> Bach: F. A. Heft 51/52.

<sup>2)</sup> Baumann: F. A. Heft 252.

als Hohlstemmen ausgeführt werden, d. h. es wird im Abstand von einigen Millimetern vom Nachbarblech eine Hohlkehle mit dem Stemmeißel hineingetrieben, welche vorher zweckmäßig vorprofiliert wird. Hierdurch wird das Nachbarblech geschont. Nieten sollen möglichst unverstemmt bleiben. Jedes unnötige Behämmern der Bleche oder Bearbeiten mit dem Meißel ist zu vermeiden, da alle diese Arbeiten Schäden im Blech hervorrufen.

**3. Nahtlose Trommeln.** Um die Schäden, welche durch Nieten und Stemmen ins Blech hineingebracht werden können, zu vermeiden, ist man bei Hochleistungs- und Hochdruckkesseln dazu übergegangen, die Längsnähte mit Wasser gas überlappt zu schweißen, in Sonderfällen sogar auch das Einnieten der Böden durch Anstauchen der Enden zu umgehen. Für kleinere und für Niederdruckkessel kommt dieses Verfahren nicht in Frage.

**4. Siederohre.** Bei Wasserrohrkesseln bedürfen die Siederohre sorgfältiger Behandlung, besonders beim Biegen, welches meistens kalt auf Schablonen erfolgt. Das Rohr soll hierbei nicht ovalgedrückt werden und keine Falten bekommen. Beim Einwalzen auf der Montagestelle soll das Rohrende vorher blank gemacht werden. Es soll mit der Richtung und Weite des Rohrloches gut übereinstimmen. Das Walzen soll nicht zu lange dauern, und der Walzdruck soll nicht höher sein als zur Dichtung nötig ist. Die Löcher sollen glatt und ohne Riefen sein, die Kanten sorgfältig gebrochen.

(809)

## Kesselschäden.

Mangelhafte Werkstoffeigenschaften, mangelhafte Formgebung, mangelhafte Behandlung der Werkstoffe in der Werkstatt und beim Betrieb der Dampfkessel können zu Schäden an den Kesseln führen. Die regelmäßig stattfindenden inneren Untersuchungen der Dampfkessel, die durch die allgemeinen polizeilichen Bestimmungen über die Anlegung von Landdampfkesseln vorgeschrieben sind, sollen den Eintritt solcher Schäden vermeiden. Außerdem ist seit 1. Januar 1928 die Abnahme aller Werkstoffe durch Sachverständige beim Herstellerwerk vorgeschrieben. Die Abnahmen sind durchzuführen nach den „Werkstoff- und Bauvorschriften für Landdampfkessel“, die vom Deutschen Dampfkesselausschuß am 18. Juni 1926 beschlossen sind.

Einige typische Kesselschäden: Krepfenbrüche in den vollen Böden von Wasserrohrkesseln, verursacht durch die hohen Beanspruchungen in der Krepfenbiegung bei Anwendung kleiner Krümmungsradien. Auf die Schädlichkeit solcher kleinen Radien hat v. Bach schon vor Jahrzehnten hingewiesen<sup>1)</sup>. Die heutigen Vorschriften verlangen einen Krümmungsradius von einem Zehntel des Durchmessers des Bodens; hierbei werden die Spannungen gering.

Nietlochrisse in den Längsnähten von Trommeln werden verursacht durch schlechte Anrichtearbeit der Bleche vor dem Nieten, zu hohen Druck der Nietmaschine, mangelhafte Genauigkeit beim Bohren, Aufreiben und Kantenbrechen, falsche Warmbehandlung beim Anpassen von Laschen.

Aufreißen von Schweißnähten am Umlaufblech der Wasserkammern tritt bei mangelhafter Schweißung und mangelhaftem Schutz der Schweißnaht gegen die Einwirkungen des Feuers ein. Abrostungen von Blechen und Kesselteilen treten bei nicht einwandfreiem Speisewasser auf: Gehalt an Sauerstoff und Kohlensäure oder anderen schädlichen Säuren.

Erglühen oder Aufreißen von Blechen und Rohren tritt ein bei unzulässiger örtlicher Erwärmung, also Beheizung bei mangelhafter innerer Wärmeableitung durch das zu verdampfende Wasser. Diese kann hervorgerufen werden durch nicht einwandfreien Wassercumlauf, durch Wassermangel infolge Versagens der

<sup>1)</sup> „Die Widerstandsfähigkeit von Dampfkesselwandungen“ herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer.



Speisung oder Nachlässigkeit des Heizers, durch Ablagerung von Öl, Schlamm oder Kesselstein auf den beheizten Wandungen.

Beim Eintritt eines Kesselschadens ist eine sorgfältige Untersuchung aller Umstände erforderlich, welche mitgewirkt haben können: Beanspruchung und Betriebsbedingungen, Speisewasserverhältnisse, Werkstoffeigenschaften, Behandlung des Werkstoffes in der Werkstatt und bei der Montage. Unter Berücksichtigung aller Umstände ist das Gesamturteil zu bilden. Untersuchungen beschädigter Kesselteile bei Materialprüfungsämtern geben oft wertvolle Fingerzeige zur Aufklärung von Schäden.

## Kesselbetrieb<sup>1)</sup>.

(810) 1. Bau- und Betriebsvorschriften. Für die Erzielung einer geordneten Betriebsführung von Dampfkesselanlagen ist die genaue Kenntnis der einschlägigen gesetzlichen Bestimmungen sowie der gültigen Bedienungsvorschriften für die Anlageteile unerlässlich.

Als solche sind zu bezeichnen:

a) Die Bestimmungen der Reichsgewerbeordnung §§ 24, 25, 49, 50 und 147 über die Genehmigungspflicht von Dampfkesseln.

b) Die allgemeinen polizeilichen Bestimmungen über die Anlegung von Landdampfkesseln vom 17. Dezember 1908.

c) Die ergänzenden Verordnungen der Länder über die Genehmigung und Untersuchung von Dampfkesseln.

d) Die von den Beschlußbehörden vorgeschriebenen Genehmigungsbedingungen.

e) Die in den Ländern jeweils gültigen „Vorschriften für die Bedienung von Landdampfkesseln“ (Dienstvorschriften für Kesselwärter).

f) Die von den Lieferfirmen übergebenen Betriebsanleitungen für Kessel und Zubehör.

g) Die Unfallverhütungsvorschriften der für den jeweiligen Betrieb zuständigen Berufsgenossenschaften<sup>2)</sup>.

Das Studium der vorstehenden Bestimmungen erleichtert nicht nur die Betriebsführung, es erhöht vielmehr auch die Betriebssicherheit der Anlagen und trägt zur Schonung der Einrichtungsteile bei.

(811) 2. Kesselleistung. Bei richtig bemessener Rostfläche, richtiger Anordnung der Rostfläche zur Heizfläche, richtiger Größe und Gestalt des Feuerraumes, bestimmter Abmessung der direkt bestrahlten Heizfläche, richtiger Bemessung und Anordnung der Heizzüge und der Querschnitte für den Wasserrücklauf und für die Verdampfung, bei Verheizung eines für den Rost geeigneten und auf den Feuerraum abgestimmten Brennstoffes können folgende Kesselleistungen im Dampfbetriebe erzielt werden:

Flammrohrkessel, Rauchrohrkessel, Kleinkessel mit Innenfeuer 20—30 kg/m<sup>2</sup>/h, Schrägröhr-, Kammer- und Teilkammerkessel, Steilrohrkessel 30—60 kg/m<sup>2</sup>/h.

Hierbei soll eine angemessene Abkühlung der Rauchgase hinter dem Vorwärmer auf mindestens 200<sup>0</sup> erreicht und der Zug so eingestellt werden, daß ein Kohlensäuregehalt von 12—14<sup>0</sup>/<sub>10</sub> in den Rauchgasen, je nach Brennstoff, vorhanden ist. Brennbare Gase, wie Kohlenoxyd und Kohlenwasserstoffe, sollen in den Abgasen nicht enthalten sein. Ihre Anwesenheit ist auf Luftmangel zurückzuführen, zu niedriger Kohlensäuregehalt auf zu hohen Luftüberschuß. Flamm-

<sup>1)</sup> S. „Kesselbetrieb“, herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer, Berlin 1927 und Jaeger-Ulrichs, „Bestimmungen über Anlegung und Betrieb der Dampfkessel“, Berlin, Carl Heymanns Verlag, 1926. (Kommentar zu den gesetzlichen Bestimmungen für die überwachungspflichtigen Anlagen in Preußen.)

<sup>2)</sup> Diese Unfallverhütungsvorschriften, sowie die „Anleitung zur ersten Hilfeleistung bei Unfällen im elektrischen Betrieb“ und die „Dienstvorschriften für Kesselwärter“ müssen an einer für das Personal zugänglichen Stelle ausgehängt werden, letztere im Kesselhaus.

rohr- und Rauchrohrkessel sollen im Dauerbetriebe mit Wirkungsgraden von mindestens 70<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, größere Kessel, Wasserrohrkessel, mit Wirkungsgraden von mindestens 82<sup>0</sup>/<sub>0</sub> betrieben werden können. Bei besonders sorgfältiger Durchbildung der nachgeschalteten Heizfläche, Speisewasser- und Luftvorwärmer, können Werte von 86—88<sup>0</sup>/<sub>0</sub> erreicht werden.

(812) 3. **Betriebsführung.** Beim An- und Abheizen des Kessels sowie während des Betriebes ist sorgfältig darauf zu achten, daß keine plötzlichen Temperaturveränderungen vorkommen. Flammrohrkessel brauchen 10—12 Stunden zum Anheizen, bei hochelastischen Wasserrohrkesseln mit gutem Wasserumlauf genügen oft 2 Stunden hierzu. Einblasen von Dampf in die Untertrommel beim Anheizen beschleunigt den Temperatúrausgleich und vermindert Wärmespannungen. Rauchklappen, Sicherheitsventile, Wasserstandsanzeiger, Schlatun- ablaßventile sind auf richtiges Arbeiten zu prüfen. Manometer, Thermometer, Rauchgasprüfer, Zugmesser sind sorgfältig zu pflegen, und ihre Anzeige ist im Betriebsbuch regelmäßig einzutragen.

(813) 4. **Revisionen.** Die zuständigen Dampfkesselüberwachungsvereine, das sind Selbstverwaltungskörper der Kesselbesitzer, lassen durch ihre Ingenieure regelmäßig Besichtigungen während des Betriebes und in mehrjährigen Abständen innere Revisionen ausführen. Vorschriften über Vorbereitung dieser Revisionen finden sich in den zu jedem Kessel gehörigen Revisionsbüchern. Darüber hinaus soll das eigene Personal natürlich durch dauernde Beobachtungen über das Verhalten der Kesselteile im Betriebe dauernd über den Zustand des Kessels orientiert sein und stets durch eingehende Beschäftigung mit allen Fragen des Baues, der Baustoffe und des Betriebes der Kessel in der Lage sein, Vorgänge und Erscheinungen zu beurteilen.

(814) 5. **Einflüsse des Kesselbetriebes auf die Werkstoffe.** Die Beeinflussung der Werkstoffe durch Herstellung und Bearbeitung wird fortgesetzt durch den Betrieb. Mechanische Beanspruchung durch inneren Überdruck, durch Wärmespannungen, Verlagerung des Kesselkörpers, Wärmebeanspruchung, insbesondere bei mangelhafter Kühlung der feuerberührten Wände oder zu hoher Überhitzungstemperatur, chemische Beanspruchung durch die im Kesselwasser gelösten Gase, Säuren, Salze, durch die Bestandteile der Rauchgase und der Luft verändern während des Betriebes die Werkstoffe.

Mechanische Beanspruchungen wirken sich bei richtiger Formgebung im allgemeinen als Zug und Druck auf Hohlkörper aus. Zusätzliche Biegebungsbeanspruchungen, insbesondere in Überlappungsnietnähten, bei mangelhaft angeordneten Stützen und Anschlußleitungen, insbesondere wenn sie wechseln, können bei langer Dauer schädigend wirken. Da diese Spannungen rechnerisch schwer zu erfassen sind, wird in den amtlich vorgeschriebenen Berechnungsformeln ein Sicherheitsfaktor zu ihrer Berücksichtigung eingesetzt. Besonders sind die zusätzlichen Spannungen in Nietnähten, Lochrandspannungen, Biegebungsbeanspruchungen bei unvollkommener Anrichtearbeit zu beachten, welche in manchen Fällen den Werkstoff bis zur Streckgrenze und darüber beanspruchen können. Möglichst einfache, elastische Bauformen sind vorteilhaft.

Von den im Betrieb auftretenden Temperaturen sind die Festigkeitswerte der Kesselbaustoffe weitgehend abhängig, Abb. 66. Insbesondere fällt die Abnahme der Streckgrenze bei den Betriebstemperaturen auf, die noch stärker wird, wenn der Zugversuch nicht als Kurzzeitversuch ausgeführt wird, sondern der Versuchsstab langsam, bis zu 1000 h und darüber steigend belastet wird: Dauerstandsfestigkeit, wobei die Versuchsstäbe durch ein Bad auf dauernd höherer Temperatur gehalten werden können. Auch die Veränderung der Kerbzähigkeit ist zu beachten. Verformungen, die bis 20° ungefährlich sind, können u. U. bei Betriebstemperaturen schädigenden Einfluß haben. Insbesondere haben die Betriebstemperaturen einen weitgehenden Einfluß, wenn bei der Herstellung



des Kessels oder aber beim Nachstemmen undichter Nähte, beim Hämmern von Kesselsteinbelägen usw. eine Kaltverformung der Bleche stattgefunden hat. Durch die isolierende Wirkung von Kesselsteinschichten oder Ölbelägen wird die Temperatur der feuerberührten Wandungsteile noch beträchtlich erhöht. Schon geringe Kesselsteinschichten von 1—2 mm Stärke können je nach Zusammensetzung und Porosität eine so niedrige Wärmeleitzahl haben, daß Bleche

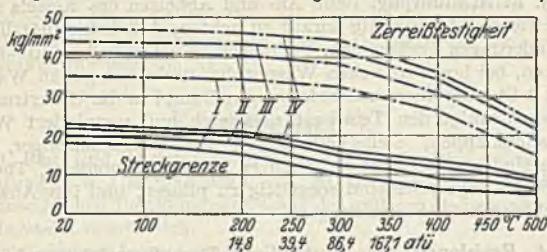


Abb. 66. Zerreiβfestigkeit und Streckgrenze in Abhängigkeit von der Temperatur.

oder Siederohre durch die Temperaturerhöhung übermäßig beansprucht werden; einer Temperaturdifferenz von 100° entspricht 25 kg/mm<sup>2</sup> Zugbeanspruchung. Bei hohen Temperaturen tritt Glühen des Rohres ein; dadurch entstehen in den meisten Fällen Beulen, Korrosionen und Rohraufreißer. Auf der Oberfläche zeigen sich vor der Beulenbildung schon zahlreiche feine Haarrisse.

Durch die im Speisewasser gelösten Gase, Sauerstoff und Kohlensäure, letztere auch durch Abspaltung von Bikarbonaten, sowie durch freie Säuren treten Korrosionen der Wandungen auf, oft wie in den Krepfen der Böden, in Verbindung mit hohen örtlichen Spannungen.

Um hohe örtliche Überhitzungen zu vermeiden, sollen die Trommeln von Kesseln, insbesondere die Nietnähte, als Stellen erhöhter Blechstärke vor der Einwirkung der Feuergase geschützt werden. Die Vorschriften bestimmen ferner, daß der niedrigste Wasserstand 100 mm höher sein muß als die höchste Stelle des Feuerzuges. Besonders ist beim Entleeren von Kesseln darauf zu achten, daß eine vollständige Abkühlung, auch des Mauerwerkes, stattgefunden hat. Wassermangel ist durch dauernde sorgfältige Kontrolle der Anzeigevorrichtungen, durch Vermeidung von Schlammablagerungen in den Übertragungsröhren, durch häufiges Abblasen zu verhindern.

## Speisewasserpflege<sup>1)</sup>.

(815) 1. Eigenschaften des Speisewassers. a) Fast sämtliche natürlichen Wässer sind mehr oder weniger reich an gelösten und ungelösten Salzen, freien oder gebundenen Säuren und Gasen, sowie an organischen Substanzen. Ihre Anwesenheit erschwert die Anwendung der natürlichen Rohwässer zum Zwecke der Dampferzeugung durch Kesselstein- und Schlammausscheidung, Gasabspaltung und Anreicherung mit chemischen Verbindungen, wie Sulfaten, Chloriden, Nitraten und Silikaten.

b) Als weiche Wässer bezeichnet man im allgemeinen solche bis 8° deutscher Härte (d. H.), als mittelharte solche von 8—16° d. H. und als harte Wässer diejenigen über 16° d. H.

c) Die Härte der Wässer wird bemessen nach ihrem Gehalt an Kalzium- und Magnesiumsalzen. Die Gesamthärte ungereinigter Wässer besteht im allgemeinen aus der Karbonathärte, gebildet aus dem Gehalt an Kalzium- und

<sup>1)</sup> „Speisewasserpflege“, herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer, Berlin 1926. — „Kesselbetrieb“, herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer, Berlin 1927.

Magnesiumbikarbonaten  $[\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2]$  und  $[\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2]$ , die beim Kochen des Wassers zum Teil in Schlammform ausgefällt werden, und aus der Nichtkarbonathärte, gebildet von den Sulfaten  $[\text{CaSO}_4, \text{MgSO}_4]$ , Chloriden  $[\text{CaCl}_2, \text{MgCl}_2]$ , Nitraten  $[\text{Ca}(\text{NO}_3)_2, \text{Mg}(\text{NO}_3)_2]$  und Silikaten von Kalk und Magnesia, welche auch beim Kochen bei nicht zu starkem Eindampfen gelöst bleiben.

d) Werden die Härtebildner erst im Dampfkessel ausgefällt, so bilden sie unter der Einwirkung der Hitze den mehr oder weniger harten Kesselstein auf der Heizfläche.

e) Kesselstein, welcher in der Hauptsache aus den Karbonaten und Hydroxyden der Härtebildner besteht, ist in geringen Mengen praktisch weniger gefährlich. Bei Gegenwart merklicher Mengen an Silikaten, Sulfaten und organischen Substanzen ist jedoch Vorsicht am Platze.

f) Von großer Wichtigkeit ist ferner der Gehalt des Rohwassers an freien oder gelösten Gasen und Säuren, da diesen erfahrungsgemäß korrodierende Wirkungen auf Metall und Eisenteile, Rohrleitungen und Kesselbleche der mit Dampf gespeisten Maschinen und Apparate zuzuschreiben sind.

g) Da eine Kesselsteinschicht auf der Heizfläche von kaum 1 mm Stärke, je nach der Kesselbeanspruchung Ausbeulungen der Flamm- und Siederohre, Feuerbüchsen und Trommelbleche zur Folge haben kann, wird in fast allen Kesselbetrieben das Rohwasser in einer Wasserreinigungsanlage aufbereitet.

h) Vor der Beschaffung einer solchen Anlage wird das zur Verfügung stehende Rohwasser in einem chemischen Laboratorium für Wasseruntersuchungen auf seine Brauchbarkeit zur Kesselspeisung untersucht.

i) Das Kondenswasser aus Dampfmaschinen, Apparaten, Kochern, Heizanlagen und Dampfrohrleitungen eignet sich zur Kesselspeisung. Es ist nur zu beachten, daß das Kondensat mit Öl, Kühlwasser oder anderen Stoffen aus der Fabrikation verunreinigt sein kann und dann entsprechend vorbehandelt werden muß. Hierzu verwendet man Abdampfentöler, Koks oder Kiesfilter und dgl.

k) Kondenswasser besitzt eine hohe Aufnahmefähigkeit für Gase, insbesondere für Luftsauerstoff, und wird deshalb nicht gern in offene Behälter geleitet. Zur Aufnahme des Kondensates haben sich geschlossene Behälter bewährt.

l) Maßgebend für die Beurteilung des Endeffektes wird der Befund des Kesselinnern sein. Von diesem Endeffekt leitet sich auch die Festlegung der meisten Grenzzahlen für die Mindest- und Höchstgehalte des Kesselwassers an einzelnen Bestandteilen ab.

m) Für die chemische Überwachung ist es aus diesem Grunde wichtig, diejenigen Grenzwerte zu kennen, bei deren Einhaltung die Gewähr vorhanden ist, daß im praktischen Kesselbetrieb Kesselsteinansätze und Anfressungen des Kesselbaustoffes weitgehend vermieden werden.

Ein bewährtes Schutzmittel gegen Kesselsteinansätze und Korrosionen stellt die Erhaltung einer dauernden Mindestalkalität des Kesselwassers dar, welche mit 0,4 g Natronlauge im Liter bzw. 1,85 g Soda im Liter nicht unterschritten werden soll.

n) Die chemische Untersuchung des Kesselinhaltes erstreckt sich daher auf die Feststellung der beiden Einzelwerte Soda und Ätznatron. Hält man den Kesselinhalt auf dieser Alkali-Mindestkonzentration, so wirkt nach den Erfahrungen der Praxis auch höhere Konzentration von Chloriden, Nitraten und Sulfaten nicht mehr angreifend.

o) Der Gesamtgehalt an gelösten Salzen darf 20—40 g/l erreichen.

p) Der Gesamtgehalt an gelösten Stoffen, der Abdampfdruckstand, kann annähernd mit der Beauméschnecke geprüft werden:

Bestände der Abdampfdruckstand nur aus Kochsalz ( $\text{NaCl}$ ), so sind 10 g/l = 1°/0 gleichbedeutend mit 1° Beaumé (Bé).

Sind an Stelle der Chloride überwiegend Sulfate (Glaubersalz) vorhanden, so entsprechen 1,2°/0 Glaubersalz ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) 1° Bé.



q) Die Erfahrung der Betriebe geht dahin, daß ein Höchstgehalt des Kesselinhaltes an Salzen von 2<sup>o</sup> Bé, ermittelt in dem auf 15—20<sup>o</sup> C abgekühlten Wasser, noch zulässig ist.

Die Dichte des Kesselwassers wird durch seinen Gehalt an organischen Stoffen stark beeinflußt.

r) Die Härte des Kesselinhaltes, die sogenannte Resthärte, soll unter 2<sup>o</sup> d. H. liegen.

s) Ausscheidungen von Kieselsäure im Kesselwasser bzw. Bildung von kieselssäurereichem Kesselsteinbelag lassen sich wesentlich vermindern,

α) wenn die Resthärte im Kesselwasser möglichst gering ist, d. h. wenn die Härtebildner soweit aus dem Wasser entfernt sind, daß die gelöste Kieselsäure mit ihnen keine wasserunlösliche Verbindung eingehen kann;

β) wenn die Eindickung des Kesselinhaltes nicht so weit getrieben wird, daß die Kieselsäure auch bei Abwesenheit von Härtebildnern allein ausfällt, d. h. also, wenn regelmäßig abgelassen wird;

γ) wenn stets genügend Alkali im Kessel vorhanden ist.

(816) 2. Aufbereitungsanlagen. a) Kalk-Soda-Verfahren. Dieses Reinigungsverfahren wird hauptsächlich angewandt bei Wässern mit freier Kohlensäure, sowie solchen mit vorwiegender oder beträchtlicher Karbonathärte. Dem hocharmten Rohwasser wird eine der jeweiligen Karbonathärte entsprechende Menge Ätzkalk zugeführt, welcher die gasförmige, die Karbonathärtebildner in Lösung haltende freie und halbgebundene Kohlensäure bindet und der kohlensuren Magnesia die gebundene Kohlensäure entzieht.

Die Nichtkarbonathärte (Sulfat- oder Gips Härte und Chloridhärte) wird durch Soda beseitigt, indem die Härtebildner, also schwefelsaurer Kalk, schwefelsaure Magnesia, Chlorkalzium und Chlormagnesium in kohlensaure Salze verwandelt werden, die wegen ihrer sehr schweren Löslichkeit ausfallen. Sämtliche Kalksalze des Rohwassers fallen bei richtiger Wahl der Fällungsmittel als wasserunlösliches Karbonat, sämtliche Magnesiumsalze als wasserunlösliches Hydroxyd aus und setzen sich nach mehrstündiger Reaktion im Reinigungsbehälter als Schlamm ab.

Die Reihenfolge der Zusätze Kalk und Soda ist gleichgültig. Die Umsetzungen benötigen jedoch eine bestimmte Zeit, welche sich durch Erhöhung der Wassertemperatur abkürzen läßt.

Während für die Umsetzungen bei gewöhnlicher Raumtemperatur 6 bis 8 Stunden benötigt werden, genügen bei 50<sup>o</sup> C Wassererwärmung bereits 3 Stunden, bei 70<sup>o</sup> C etwa 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> Stunden.

Ein Überschuß an Ätzkalk ist nach Möglichkeit zu vermeiden, da dieser Störungen im Kessel verursacht. Durch im Überschuß zugesetzte Soda werden diese Störungen jedoch beseitigt.

b) Soda-Enthärtungs-Verfahren. In Übereinstimmung mit dem Kalk-Soda-Verfahren fallen auch hier alle Kalksalze als wasserunlöslicher kohlensaurer Kalk, alle Magnesiumsalze als wasserunlösliches Hydroxyd zu Boden, jedoch treten im Gegensatz zum Kalk-Soda-Verfahren an die Stelle der Karbonathärte lösliche Alkalisalze. Das so enthärtete Wasser wird also salzreicher als das nach dem Kalk-Soda-Verfahren enthärtete Wasser.

Das vorliegende Enthärtungsverfahren kommt insbesondere in Betracht bei Wässern mit vorwiegender Nichtkarbonathärte bei gleichzeitiger Magnesia-armut. Weniger empfehlenswert ist es bei hohem Mg-Gehalt.

In der Praxis trifft man dieses Verfahren häufig in Verbindung mit der Schlammrückführung. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die verhältnismäßig engen Rohrleitungen der Schlammrückführung sich leicht verstopfen, wodurch Anreicherungen des Kesselinhaltes an Natronlauge auftreten können.

c) Permutit-Enthärtungsverfahren. Die Enthärtung des Rohwassers erfolgt bei diesem Verfahren auf kaltem Wege, nachdem es vorher von freiem

Säuren durch Neutralisation mit Kalk oder Soda befreit und die organischen und eisenhaltigen Stoffe durch Kiesfiltrierung entfernt worden sind. Die Enthärtung beruht auf dem Vorgang, daß natürliche oder künstliche Aluminiumsilikate (Zeolithe) das in ihnen enthaltene Alkali gegen die Härtebildner austauschen.

Die enthärtende Wirkung des Permutits erfolgt während der Filterung des reinen Rohwassers in der Permutitschicht durch Basenaustausch. Die Kalzium- und Magnesium-Bikarbonate des Rohwassers (Karbonathärte) liefern beim Umtausch das wasserlösliche Natriumbikarbonat ( $\text{NaHCO}_3$ ), während die Verbindungen der Nichtkarbonathärte in die entsprechenden wasserlöslichen Natronsalze umgewandelt werden.

Nach dem Umtauschprozeß ist das permutierte Wasser von allen Härtebildnern befreit. Die Enthärtung erfolgt praktisch bis auf fast  $0^0$ .

Ist der Austausch des im Permutitmaterial vorhandenen Natriums größtenteils erfolgt, so würde das Kalzium seinerseits beim Weiterbetrieb der Anlage mit Rohwasser das vorher vom Permutit gebundene Magnesium wieder austreiben, so daß sich jetzt im enthärteten Wasser mehr Magnesium finden kann, als im ursprünglichen Wasser enthalten war.

Das Permutit im Filter ist dann erschöpft und wird regeneriert.

Die Regenerierung erfolgt mit einer höchstens  $35^0$  warmen Kochsalzlösung (Chlornatrium  $\text{NaCl}$ ). Das Natrium der durch das Filter geschickten Kochsalzlösung treibt das am Permutitrest gebundene Kalzium und Magnesium wieder aus, wodurch das ursprüngliche Material „Permutit“ wieder hergestellt wird. Das Kalzium- bzw. Magnesiumchlorid wird mit dem Spülwasser beim Auswaschen des Filters entfernt. Beim Eindampfen des permutierten Wassers im Dampfkessel verwandeln sich die Natrium-Bikarbonate unter Abspaltung von Kohlensäure in Soda, wodurch eine alkalische Reaktion eintritt.

d) Verdampfer-Anlagen. Die Gewinnung von chemisch reinem Kessel Speisewasser erfolgt bei diesem Verfahren auf thermischem Wege durch Verdampfung von Rohwasser und Niederschlagung des so gewonnenen Brüden dampfes in Kondensatoren oder mit anderen Hilfsmitteln zu Destillat.

Bei ausreichender Bemessung und guter Überwachung der Verdampferanlagen enthält das so gewonnene Destillat nur eine sehr geringe Alkalität und Härte, jenachdem das Speisewasser vorher chemisch gereinigt und ein- oder mehrstufig zur Verdampfung gelangt.

Es hat sich beim Betrieb von Verdampferanlagen herausgestellt, daß in den meisten Fällen, wo nicht ganz harmloses Wasser vorlag, eine chemische Vorreinigung des Rohwassers erforderlich wurde. Dies ist verständlich, da die Verdampferanlage im wesentlichen einem Dampfkesselbetrieb gleicht. Deshalb gelten für Verdampfer bezüglich des Speisewassers die gleichen Gesichtspunkte, wie für Dampfkessel. Mit Schlamm- oder Kesselstein belegte Heizflächen beeinträchtigen die Leistung der Anlage in spezifisch höherem Maße und setzen die Leistung oft in kurzer Zeit bedeutend herab.

Das thermische Reinigungsverfahren arbeitete wirtschaftlich, wo der gesamte Wärmehalt des aufgewendeten Heizdampfes mit dem gewonnenen Destillat den Dampfkesseln zugeführt werden konnte und wo die Abwärmeverluste durch Abschlämmen der Lauge, Kesselsteinausscheidung und Mantelabkühlung auf ein Mindestmaß eingeschränkt wurde.

Als Heizdampf wird in der Regel Abdampf aus Turbinen, Dampfmaschinen und Dampfpumpen verwendet.

Als Regel kann angenommen werden, daß Einstufenapparate Anwendung finden können, wo reichliche Heizdampfmen gen zur Verfügung stehen und eine hohe Speisewassertemperatur erwünscht ist. Mehrstufenapparate dürften am Platze sein, wo wenig Heizdampf zur Verfügung steht und das Speisewasser mit Rücksicht auf den Economiser nicht zu hoch erwärmt wird.



Wo die Austreibung des Gasgehaltes des Speisewassers nicht schon vor Eintritt in die Verdampferanlage erfolgt war, wurde das Destillat nachher entgast. Auch wird dafür Sorge getragen, das das gewonnene Destillat der leichten Sauerstoffaufnahme halber durch völligen Luftabschluß geschützt wird.

(817) 3. Untersuchung des Speisewassers. (Genaueres siehe: „Kesselbetrieb“, herausgegeben von der Vereinigung der Großkesselbesitzer, Berlin.)

a. Um die Wasserreinigungs- und Enthärtungsanlagen in gutem Zustand zu erhalten und über Vorgänge in der Kesselanlage unterrichtet zu sein, haben sich folgende regelmäßige Betriebsuntersuchungen bewährt.

b. Tägliche Untersuchungen:

α) Rohwasser: auf Härte, Chlorid- und Schlammgehalt;

β) Aufbereitetes Zusatzwasser: auf Härte, Natriumbikarbonat, Soda, Ätznatron, Sauerstoff;

γ) Kondenswasser: auf Härte und Sauerstoff;

δ) Speisewasser: auf Härte;

e) Kesselwasser: auf Dichte, Härte, Soda und Ätznatron.

c. Weitere Untersuchungen in regelmäßigen Zeitabständen:

ζ) Wertbestimmung des Ätzkalkes und der Soda besonders bei Anlieferung;

η) Rohwasser: auf Nitrat-, Sulfat- und Silikatgehalt;

θ) Speisewasser: auf Chloridgehalt und Sauerstoff;

ι) Kesselwasser: auf Chlorid-, Sulfat-, Nitrat-, Silikat- und Schlammgehalt (Schwebestoffe).

Über die Apparatur vgl. „Die Dampfkessel“ von Spalckhaver-Schneiders-Rüster, Berlin 1924 und Tetzner-Heinrich, Berlin: Julius Springer 1921.

## (818) Kohlenlagerung und -beförderung.

Bearbeitet von Dipl.-Ing. Fr. Schulte, Direktor des Vereins zur Überwachung der Kraftwirtschaft der Ruhrzechen, Essen/Ruhr.

Die Einrichtungen sind zu wählen nach:

Dem Verwendungszweck,  
der Kohlenmenge,  
der Kohlenart,  
den örtlichen Verhältnissen,  
den Anlagekosten.

## Lagerung.

(819) Lagerplatz. Die Lagerung erfolgt meist im Freien, da die Kosten für die Überdachung wegen der geringen Witterungseinflüsse sich nicht lohnen. Blaufertiger Kohlenstaub ist stets in geschlossenen Bunkern zu lagern.

Die Größe des Lagerplatzes richtet sich nach der Kohlenmenge (Streikreserve für 2 Monate), der Schütthöhe und dem Schüttgewicht.

Die Schütthöhe ist für Koks und gasarme Kohle beliebig (8—12 m), für Gas- und Gasflammkohle 4—5 m (Selbstentzündungsgefahr, Temperaturkontrolle).

Das Schüttgewicht ist für:

Steinkohle (s. Ruhrkohlenhandbuch des Rhein. West. Kohlen-Synd./Essen)

|                                   |                            |
|-----------------------------------|----------------------------|
| Ruhrkohle . . . . .               | 0,80—0,86 t/m <sup>3</sup> |
| Sächsische Kohle . . . . .        | 0,77—0,80 „                |
| Oberschlesische Kohle . . . . .   | 0,76—0,80 „                |
| Niederschlesische Kohle . . . . . | 0,82—0,87 „                |
| Saarkohle . . . . .               | 0,72—0,80 „                |
| Zechenboks . . . . .              | 0,45—0,55 „                |
| Gaskoks . . . . .                 | 0,36—0,47 „                |
| Steinkohlenstaub . . . . .        | 0,50—0,60 „                |

Braunkohle (s. Braunkohlen-Anhaltszahlen des Rhein. Braunk.-Synd. Köln)

|   |                            |
|---|----------------------------|
| Förderkohle . . . . .                   | 0,75 t/m <sup>3</sup>      |
| Preßlinge Rundform geschüttet . . . . . | 0,82 „                     |
| Preßlinge 7" gestapelt . . . . .        | 1,03 „                     |
| Preßlinge 7" geschüttet . . . . .       | 0,72 „                     |
| Kohlenstaub . . . . .                   | 0,45—0,50 t/m <sup>3</sup> |

(820) **Bunker.** Diese werden so klein wie möglich bemessen, weil sie teuer sind, im Kesselhaus Raum, Luft und Licht einschränken und die heute sehr zuverlässigen Fördereinrichtungen große Bunker entbehrlich machen.

Hochbunker über den Kesseln fassen nach den Betriebsverhältnissen (1, 2 oder 3 Schichten) 1 bis 3 Tagesreserven.

Tiefbunker vor dem Kesselhaus (Zwischenglied zwischen Eisenbahnwagen und Fördereinrichtung) ein bis mehrere Wageninhalte.

Sie sind meist aus Eisenbeton mit schrägen Wänden (bei feuchter Kohle und Kohlenstaub 60° Neigung, bei trockener Kohle 50—60°), Hochbunker mit Absperrschiebern und Rutschen zu den Kohletrichtern.

Bei Staubfeuerungen mit Einzelmahlanlagen werden neuerdings außer den Rohkohlenbunkern noch Feinkohlenbunker mit Zweistundenreserve zwischen Mühle und Kessel angelegt.

Schüttgewichte s. unter „Lagerplatz“.

Selbsttätige Kohlenwaagen können an geeigneter Stelle zwischen Kesselbunker und Fördereinrichtung eingebaut werden.

## (821) Beförderung.

Einteilung nach dem Zweck:

1. Von der Zeche oder Grube oder Hafen zum Verwendungsort (Lagerplatz)

a) mit gewöhnlichen offenen Eisenbahnwagen und mechanischer Entladung — Greifer — Becherwerk mit Zubringerschnecken (Heinzelmann) — Kipper, vielseitig verwendbar.

|   |         |
|---|---------|
| Leistung mit Greifern . . . . .                 | 35 t/h  |
| Leistung mit Becherwerk (Heinzelmann) . . . . . | 15 „    |
| Leistung mit Kippern . . . . .                  | 300 „   |
| Zum Vergleich: Leistung von Hand . . . . .      | 3,5 t/h |

b) mit 20—50 t-Kübelwagen und 10-t-Kübeln<sup>1)</sup>

|                    |         |
|--------------------|---------|
| Leistung . . . . . | 600 t/h |
|--------------------|---------|

Schonung der Kohle, Versand verschiedener Kohle in kleinen Einheiten, jedoch abhängig von einer Krananlage und nicht freizügig.

<sup>1)</sup> Vgl. Aumund, Hebe- und Förderanlagen, II., 1926, Abb. 128, S. 171.



c) mit Selbstentladern, Sattelentladern (Talbot)<sup>1)</sup>

Leistung . . . . . 2000 t/h

Großraumgüterwagen mit Selbstentladung bis 50 t Ladegewicht. Kurze Zuglängen, schnelles, billiges Entladen, jedoch abhängig von besonderen Anlagen und nicht freizügig.

d) mit Seilbahn oder Kettenbahn oder Förderbahn<sup>2)</sup>

Leistung beliebig

Förderwageninhalt 500—700 kg und mehr.

e) mit Verladebrücke, Greifer und Laufkatze bis zu jeder gewünschten Leistung<sup>3)</sup>. Weitgehende Anpassung an örtliche Verhältnisse, jedoch hohe Anlagekosten.

## 2. Vom Lagerplatz zum Bunker.

Mechanische Bekohlung ist bei Leistungen über 2—4 t/h wirtschaftlich.

Die Förderanlage ist reichlich zu bemessen, damit sie vor Feierschichten wegen Störungen und Ausbesserungen auf Vorrat arbeiten kann.

a) Senkrechte oder steile Förderung wird meist durch Becherwerk oder Greifer bewirkt. Die Becher sind bei schmierender, nasser Kohle (Schlamm, Abfallkohle, Braunkohle) flach zu gestalten, damit sie leicht ausschütten.

b) Waagerechte oder schwach geneigte Förderung wird durch Schnecken (geringe Leistung, großer Verschleiß, für nasse, schmierende Kohle ungeeignet), Kratzbänder und Schüttelrutschen (geringe Leistung, großer Verschleiß), Förderbänder (Baumwolle, Balata, Gummi, Stahlplatten) bewirkt. Für große Leistungen kommen nur Förderbänder in Frage mit Steigungen bis 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> (geringer Reibungswiderstand und Kraftbedarf, lange Lebensdauer, ruhiger Gang).

Zum Abwurf vom Förderband an gewünschter Stelle dienen hochklappbare Abstreicher (billig) oder selbsttätig verschieb- und umsteuerbare Abwurfwagen, die das Band einseitig anlüften, so daß die Kohle abrutscht oder das Band anheben und die Kohle durch eine Rutsche seitlich abführen<sup>4)</sup>.

c) Senkrechte und waagerechte Beförderung.

Hierzu können die unter a und b genannten Einrichtungen miteinander verbunden werden, so zwar, daß Becherwerke auf Schnecken, Kratzbänder, Schüttelrutschen und Förderbänder unter Zwischenschaltung von Rutschen oder kleinen Bunkern ausschütten. Bei Verbindung von Greiferförderung mit waagerechter Förderung ist stets ein Zwischenbunker erforderlich.

Für mittlere Leistungen Elektrohängebahn mit Hubwindwerk, für größere Mengen und wechselnde Be- und Entladestelle mit Führerstandslaufkatze<sup>5)</sup>.

a) Geschlossene Ringbahn, die Fahrzeuge verkehren nur in einer Richtung,

b) Pendelbahn für kleinere Leistungen mit hin- und hergehendem Wagen.

Die Wagen können auch mit elektrischer Fernsteuerung versehen werden. Die Kohle kann unmittelbar aus dem Eisenbahnwagen entnommen und in die Kesselbunker entleert werden. Leistung 15 t/h und mehr.

Für Großtransporte Großraum-Elektrohängebahnen mit Führerstandsbegeleitung. Wagen von 12 m<sup>3</sup> Inhalt und mehr mit zweiachsigem Drehgestelle.

Vorteil: Wegfall von Wagenkippern, Tiefgrube, Hängebahn und Bändern.

Pendelbecherwerke und Seilbecherwerke, erstere für sehr große, letztere für beschränkte Leistungen.

Vorteil: Stetige Förderung, hohe Leistung, geringe Bedienung, ruhiger Gang.

<sup>1)</sup> Vgl. Aumund, Hebe- und Förderanlagen, II., 1926, Abb. 122, S. 166.

<sup>2)</sup> Klingenberg, Bau großer Elektrizitätswerke 1926, Abb. 411, S. 297.

<sup>3)</sup> Klingenberg, Bau großer Elektrizitätswerke, Abb. 401, S. 292.

<sup>4)</sup> Vgl. Aumund, I, 1926, Abb. 228, S. 201.

<sup>5)</sup> Klingenberg, Bau großer Elektrizitätswerke, Abb. 405/406, S. 294.

## (822) Kohlenstaubbeförderung.

Die für Entfernungen bis 60 m bisher noch übliche Beförderung mittels Schnecke und Becherwerk wird mehr und mehr verlassen zugunsten der Druckförderung und pneumatischen Förderung.

a) Druckförderung mittels Drucktopfes aus einem unter Überdruck stehenden Behälter oder mittels Kinyonpumpe aus offenem Bunker in die Förderleitung und durch diese, wie eine Flüssigkeit, zur Verwendungsstelle. Zur Vermeidung von Verstopfungen und Verringerung der Reibung wird Preßluft zugesetzt, wodurch der Staub flüssiger wird. Der günstigste Luftdruck hängt von Kohlenart, Staubfeinheit, Luftgehalt und Transportlänge ab.

Luftzusatz für Entfernungen bis 200 m 10—20 m<sup>3</sup>/t Staub

„ „ „ „ „ 1000 „ 20—30 „ „

Fördergeschwindigkeit 0,2—1,5 m/sek,

Anfangsdruck bis 200 m = 2 atü, für jede weiteren 100 m 0,35—0,4 at mehr.

Die Kinyonpumpe<sup>1)</sup> ist im wesentlichen eine schnell umlaufende Schnecke.

Für die Berechnung kann das spez. Gewicht des Staubes mit 1 angenommen werden.

Kraftbedarf 2—3 kWh/t Staub.

b) Pneumatische Förderung, geeignet für größere Entfernungen, bestehend aus Ventilator und der Luftpumpe, Rohrleitungen, Kohlebehälter (zur Abscheidung der Kohle), Luftabscheider (Zyklon, Abscheidung der Luft von mitgeführten Staubteilchen), Luftfilter (zur endgültigen Reinigung der Luft).

Das Filter kann bei unmittelbarem Einblasen der Luft in die Feuerung entbehrt werden.

Bis 400 m Entfernung ist Saugbetrieb möglich, darüber bis 1000 m ist Druckbetrieb vorzuziehen. Fördergeschwindigkeit 30—40 m/sek.

Kraftbedarf (nach Hartmann):

| Entfernungen in m . . . . | 20—100 | 100—200 | 200—300 | 300—350 |
|---------------------------|--------|---------|---------|---------|
| Kraftbedarf kWh/t . . . . | 2      | 2,5     | 3,5     | 4,5     |

Bei Kleinanlagen mit zahlreichen Brennstellen steigt der Kraftbedarf u. U. auf das 10fache.

Luftverbrauch 2,5—5 m<sup>3</sup>/kg Kohle =  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  der Verbrennungsluftmenge.

Die Verteilung des Staubluftstromes auf einzelne Bunker oder Brennstellen erfolgt nach der Ringverteilung oder Sternverteilung.

Ringverteilung mit 1 Hauptleitung und kurzen Abzweigen zu den Verwendungsstellen sichert ein stets brennfertiges Gemisch.

Der Kraftverbrauch ist bei schlecht ausgenutzten Betrieben hoch. Die Regelung weniger groß. Für leicht explodierenden Staub ist sie nicht zu empfehlen.

Sternverteilung mit sternförmigem Verteilungsstück und Verbindungsleitungen zur Verwendungsstelle, sichert gute Regelung der einzelnen Zweigleitungen.

Die Vorteile der pneumatischen Förderung sind die Staubfreiheit, die einfache und geringe Bedienung, die beliebige Auf- und Abwärtsbeförderung, die leichte Anpassung an örtliche Verhältnisse und die große Leistungsfähigkeit; ihre Nachteile: Der verhältnismäßig hohe Kraftbedarf und der Verschleiß.

Sie kann auch für Feinkohle und für kleinere Nußsorten (bis 4 cm Kantlänge) angewandt werden, jedoch hat sie sich hierfür nicht einführen lassen wegen des großen Kraftbedarfs und Verschleißes.

<sup>1)</sup> Bleibtreu, Kohlenstaubfeuerungen, Abb. 73, S. 134.



## (823) Werkstoff und Bauvorschriften für Landdampfkessel.

### I. Werkstoff- und Bauvorschriften.

Sie umfassen die Anforderungen an den Werkstoff und an den Bau normaler Landdampfkessel. Darüber hinaus hat der DDA. Richtlinien für die Anforderungen an den Werkstoff und den Bau von Hochleistungsdampfkesseln herausgegeben: Neuauflage vom Januar 1928. Sie betreffen die Anforderungen an die verschiedenen Werkstoffe und deren vom jeweiligen Verwendungszweck abhängigen Prüfungen an Hand von Probestücken oder fertiger Kesselteile (gepreßt, geschweißt usw.), sowie Bestimmungen über den Bau der Kessel in Richtung der Abmessungen der Kesselteile und der Werkstattarbeit. Auszugsweise sei das folgende bemerkt: Unter III. Vernietung werden die bei Herstellung von Nietverbindungen zu beachtenden werkstattechnischen Maßnahmen bzw. Fehler erörtert und vorgeschrieben, daß bei Blechen größerer Festigkeit als 44 kg/mm<sup>2</sup> Überlappungsnetzung nicht ausgeführt werden darf.

Abschnitt IV behandelt die Schweißung und Bearbeitung im Feuer. Und in den Abschnitten V—XI werden Berechnungsverfahren erörtert, die in folgendem auszugsweise wiedergegeben sind.

### II. Die Werkstoffe.

Für die Anforderungen an die zum Bau von Dampfkesseln bestimmten Werkstoffe sind die Werkstoffrichtlinien maßgebend<sup>1)</sup>.

Für Kupfer kann, wenn größere Festigkeit nicht nachgewiesen wird, eine Zugfestigkeit von 22 kg/mm<sup>2</sup> bei Temperaturen bis 120° C angenommen werden. Im Falle höherer Temperatur ist die Zugfestigkeit für je 20° C um 1 kg/mm<sup>2</sup> niedriger zu wählen.

Gegenüber überhitztem Wasserdampf von 250° C und mehr ist die Verwendung von Kupfer zu vermeiden.

Für kupferne Dampfrohrlösungen ist innerhalb der vorstehend bezeichneten Grenze eine Werkstoffbeanspruchung von höchstens 1/10 der Zugfestigkeit zulässig.

Die Scherfestigkeit des Schweißstahles, Flußstahles und des Kupfers kann zu 0,3 der Zugfestigkeit angenommen werden.

### III. Vernietung.

Die Nietnähte sollen stets so ausgeführt werden, daß der erforderliche Widerstand gegen Gleiten vorhanden ist. Der Durchmesser der Niete darf nicht geringer gewählt werden als für die Widerstandsfähigkeit gegen Abscheren und für die Abdichtung erforderlich ist. Die Widerstandsfähigkeit der Niete gegen Abscheren darf sich ferner nicht geringer ergeben als die Berechnungsfestigkeit des Bleches in der Nietnaht. Die Belastung eines Nietes mit 2 Rundköpfen durch die Scherkraft darf bei Blechstärken bis 25 mm und bis zu 3 Nietreiben höchstens 7 kg/mm<sup>2</sup> betragen, sofern keine höhere Zugfestigkeit des Nietwerkstoffes als 38 kg/mm<sup>2</sup> nachgewiesen wird. Andernfalls ist die zulässige Höhe der Belastung durch Versuche ausreichend nachzuweisen. Die Ausrechnung der erhöhten Widerstandsfähigkeit durch das Verhältnis  $\sqrt[3]{38 : K_2}$  (vgl. Amtl. Bauvorschr. III. 1) erscheint als ein Näherungsweg.

### IV. Schweißung und Bearbeitung im Feuer.

Die Vorschriften betreffen die verschiedenen Schweißverfahren und ihre Anwendung auf den Kesselbau. Vgl. auch (337) und (338).

### V. Berechnung der Blechdicken zylindrischer Dampfkesselwandungen mit innerem Überdruck.

#### 1. Bezeichnet

$s$  die Blechdicke in mm,

$D$  den größten inneren Durchmesser des Kesselmantels in mm,

$p$  den größten Betriebs-Überdruck in atü,

$K_2$  die Berechnungsfestigkeit des zu dem Mantel verwendeten Bleches,

$x$  einen Zahlenwert,

$v$  das Verhältnis der Mindestfestigkeit der Längsnaht zur Zugfestigkeit des vollen Bleches,

dann ist 
$$s = D \frac{px}{200 K_2 \cdot v} + 1 \text{ oder } p = \frac{200 K_2 \cdot v (s - 1)}{D x} \dots \dots \dots 1$$

Hierin sind zu wählen:

$K_2 = 33$  kg/mm<sup>2</sup> bei Schweißstahl,

$K_2 = 36$  „ „ Flußstahl von 35 bis 44 kg/mm<sup>2</sup> Zugfestigkeit,

$K_2 = 41$  „ „ „ „ 41 „ 50 „ „

$K_2 = 44$  „ „ „ „ 44 „ 53 „ „

$K_2 = 47$  „ „ „ „ 47 „ 56 „ „

<sup>1)</sup> Diese Materialvorschriften sind im Verlage von Otto Hammerschmidt, Hagen i. W. erschienen.

- $x = 4,75$  bei überlappten oder einseitig gelaschten Nähten,  
 $x = 4,25$  bei einreihig doppelt gelaschten Nähten sowie bei zweireihigen, deren eine Lasche nur einreihig genietet ist, und bei geschweißten Nähten.  
 $x = 4,00$  bei mehrreihigen, doppelt gelaschten Nähten und bei nahtlosen Schüssen.

Der Zuschlag von 1 mm kann bei einer Blechdicke von über 30 mm auf 0,5 mm vermindert werden, bei einer Blechdicke von über 40 mm ganz in Fortfall kommen.

Beträgt der Dampfdruck mehr als 15 atü oder ist mit einer außergewöhnlich hohen Erwärmung der Bleche zu rechnen, so ist  $x$  größer einzuführen.

2. Der Wert  $x = 4$  kann auch dann in die Rechnung eingeführt werden, wenn bei drei- und mehrreihigen Doppellaschenmietungen die eine Lasche eine Nietreihe weniger besitzt als die andere.

3. Die Blechdicke soll nicht kleiner als 7 mm genommen werden; nur bei kleinen Kesseln (z. B. für Feuerspritzen oder Kraftfahrzeuge) sind allentalls dünnere Bleche zulässig.

4. Bleche die eine höhere Zugfestigkeit als  $44 \text{ kg/tm}^2$  besitzen, dürfen zu Mantelteilen nur verwendet werden, wenn die Verarbeitung kalt oder rotwarm stattfindet, wenn die Kanten gehobelt, gedreht, gefräst oder — mangels anderer Möglichkeit der Bearbeitung — gemeißelt werden und wenn ihre Verbindung in den Längsnähten durch Doppellaschenmietung erfolgt.

5. Unterschreitungen der Wanddicken, die innerhalb der in den Vorschriften für Landkessel bezeichneten zulässigen Grenzen bleiben, werden dem ermittelten Wert zugeschlagen.

6. Die Zugbeanspruchung des Bleches darf unter Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung über den Querschnitt in keiner Nietreihe die zulässige Grenze  $\frac{K_2}{x}$  überschreiten.

7. Hinsichtlich der zulässigen Nietbeanspruchung vgl. Abschnitt III/18.

8. Bei Berechnung der Wanddicke nahtlos gewalzter Mantelschüsse kann  $v = 1$  gesetzt werden, sofern keine Schwächung der Wandung vorhanden ist.

## VI. Berechnung der Blechdicken von Dampfkessel-Flammrohren mit äußerem Überdruck.

Glatte und versteifte Rohre.

1. Bezeichnet

- $s$  die Blechdicke in mm,  
 $d$  den inneren Durchmesser zylindrischer Flammrohre, bei kegeligen Flammrohren den mittleren inneren Durchmesser in mm,  
 $l$  die Länge des Flammrohres in mm, zutreffendenfalls die größte Entfernung der wirklichen Versteifungen voneinander,  
 $p$  den größten Betriebs-Überdruck in atü,  
 $a$  einen Zahlenwert,

dann ist

$$s = \frac{p \cdot d}{2400} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{a}{p} \frac{l}{l+d}} \right) + 2 \text{ mm}$$

Hierin ist zu wählen:

- |  |                              |
|--|------------------------------|
| $a = 100$ für Rohre mit überlappter Längsnaht  | } bei liegenden Flammrohren, |
| $a = 80$ „ „ „ gelaschter oder geschweißter Längsnaht.   |                              |
| $a = 75$ „ „ „ ohne Naht oder mit geschweißter Längsnaht, deren Unrundheit 1% des Solldurchmessers nicht überschreitet |                              |
| $a = 70$ „ „ „ mit überlappter Längsnaht   | } bei stehenden Flammrohren. |
| $a = 50$ „ „ „ gelaschter oder geschweißter Längsnaht  |                              |
| $a = 45$ „ „ „ ohne Naht oder mit geschweißter Längsnaht, deren Unrundheit 1% des Solldurchmessers nicht überschreitet |                              |

Als wirksame Versteifungen gelten neben den Stirnplatten und den Rohrwänden vorzugsweise folgende Konstruktionen:

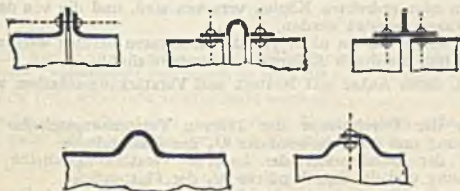


Abb. 67.

die letztere jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die Abkröpfung nicht weniger als etwa 50 mm beträgt.



2. Die Länge  $l$  derjenigen Rohrstrecken, die von Quersiedern durchdrungen werden, kann man wie folgt annehmen:

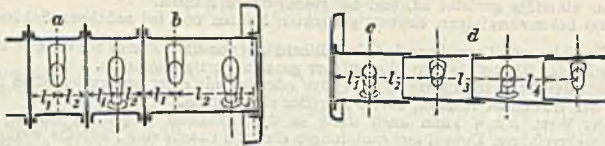


Abb. 68.

bei der Rohrstrecke  $a$ , Abb. 68

$$l = l_1 + 0,5 l_2, \text{ sofern } l_1 \text{ die größere Strecke,}$$

bei der Rohrstrecke  $b$

$$l = l_1 + l_2, \text{ sofern } l_1 \text{ größer als } l_2, \text{ andernfalls tritt } l_3 \text{ an die Stelle von } l_1,$$

bei der Rohrstrecke  $c$

$$= l_1 + l_2,$$

bei der Rohrstrecke  $d$

$$= l_2 + l_2 \text{ bzw. } l = l_3 + l_4.$$

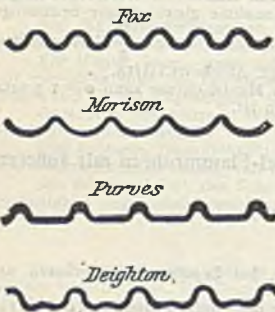


Abb. 69.

Wellrohre und gerippte Rohre nach Systemen:

1. Bezeichnet

$s$  die Blechdicke in mm,

$d$  den kleinsten inneren Flammrohrdurchmesser in mm,

$p$  den größten Betriebs-Überdruck in atü,

dann ist

$$s = \frac{p \cdot d}{1200} + 2 \dots \dots \dots 3$$

2. Die Blechdicke soll nicht geringer als 7 mm genommen werden.

### VII. Berechnung der Blechdicken ebener Wandungen.

Ebene Platten.

1. Bezeichnet

$s$  die Blechdicke in mm,

$p$  den größten Betriebs-Überdruck in atü,

$a$  den Abstand der Stehbolzen oder Anker innerhalb einer Reihe voneinander in mm,

$b$  den Abstand der Stehbolzen- oder Anker-Reihen voneinander in mm,

$c$  einen Zahlenwert,

dann ist

$$s = c \sqrt{p (a^2 + b^2)} \dots \dots \dots 4$$

Hierin ist zu wählen:

$c = 0,017$  bei Platten, in denen die Stehbolzen oder Anker eingeschraubt und vernietet sind, und die von den Heizgasen und vom Wasser berührt werden,

$c = 0,015$ , wenn solche Platten nicht von den Heizgasen berührt werden.

$c = 0,0155$  bei Platten, in denen die Stehbolzen oder Anker eingeschraubt und außen mit Muttern oder gedrehten Köpfen versehen sind, und die von den Heizgasen und vom Wasser berührt werden,

$c = 0,0135$ , wenn solche Platten nicht von den Heizgasen berührt werden,

$c = 0,014$  bei Platten, die durch Ankerröhren versteift sind.

2. Bei Platten, deren Anker mit Muttern und Verstärkungsscheiben versehen sind, ist in der Gleichung 4

$c = 0,013$ , sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe  $\frac{2}{3}$  der Ankerentfernung und die Scheibendicke  $\frac{2}{3}$  der Plattendicke,

$c = 0,012$ , sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe  $\frac{3}{8}$  der Ankerentfernung und die Scheibendicke  $\frac{5}{8}$  der Plattendicke,

$c = 0,011$ , sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe  $\frac{4}{8}$  der Ankerentfernung, auch diese mit der Platte vernietet und die Scheibendicke gleich der Plattendicke ist und die Platten nicht vom Feuer berührt sind. Werden sie dagegen auf der einen Seite von den Heizgasen, auf der andern Seite vom Dampf berührt, dann sind sie, falls sie nicht durch Flammbleche geschützt werden, um  $\frac{1}{10}$  stärker zu nehmen als die Rechnung ergibt.

3. Bei unregelmäßig verteilten Verankerungen, wie in untenstehender Abb. 70, ist

$$s = c \cdot 1/2 (d_1 + d_2) \sqrt{p} \dots \dots \dots 5$$

Der Wert von *c* ist je nach Verankerung aus Ziffer 1 oder 2 dieses Abschnittes zu entnehmen.

4. Für Verstärkungen nicht dem ersten Feuer ausgesetzter ebener Platten durch Doppelungsplatten können 12 1/2 % von den für die ebenen Platten sich ergebenden Blechdicken in Abzug gebracht werden, wenn die Dicke der Doppelungsplatten mindestens 2/3 der berechneten Blechdicke beträgt und die Doppelungen gut mit den Platten vernietet sind.



Abb. 70.

5. Rechteckige Platten, die am Umfange befestigt sind, erhalten die Wanddicke

$$s = 0,053 b \sqrt{\frac{p}{k_z \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \right]}} \dots \dots \dots 6$$

worin bedeutet

- s* die Blechdicke in mm,
- a* die größere Rechteckseite in mm,
- b* die kleinere
- p* den größten Betriebs-Überdruck in atü,
- k<sub>z</sub>* die zulässige Zugbeanspruchung des Werkstoffes in kg/mm<sup>2</sup>, wofür bis 1/4 der Berechnungsfestigkeit eingeführt werden darf.

6. Bei Platten, die nicht durch Stehbolzen oder Längsanker, sondern durch Eckanker oder in anderer Weise ausreichend unterstützt werden, ist die Wanddicke durch

$$s = 0,017 d \sqrt{p} \dots \dots \dots 7$$

zu bemessen, sofern nicht nachgewiesen wird, daß eine geringere Wanddicke zulässig ist.

Hierin bedeutet noch

*d* den Durchmesser des größten Kreises in mm,

der nach Maßgabe der Abb. 71 a bis d auf der ebenen Platte, durch die Befestigungsstellen gehend, beschrieben werden kann.

Werden keine Angaben über das Maß des Krempungshalbmessers der Stirnplatten gemacht, so ist dieses zu 50 mm anzunehmen.

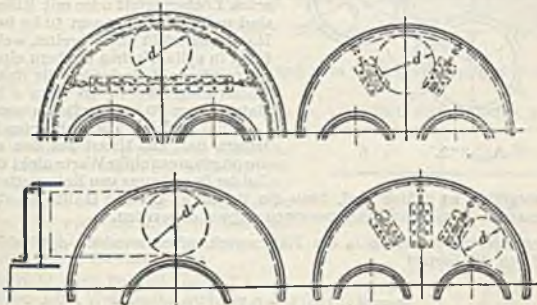


Abb. 71 a bis d.

7. Vorstehende Ausführungen gelten nur für Wandungen aus Flußstahl. Werden Bleche von 41 bis 50 kg/mm<sup>2</sup> Zugfestigkeit verwendet, so kann die nach Formeln 4, 5 und 7 errechnete Blechdicke noch mit 1/36 : 41 ~ 0,94 multipliziert werden.

8. Durch Stehbolzen oder Anker unterstützte Kupferplatten erhalten die folgenden Wanddicken, und zwar bei regelmäßig verteilten Verankerungen :

$$s = 5,83 c \sqrt{\frac{p}{K_z} (a^2 + b^2)} \dots \dots \dots 8$$

bei unregelmäßig verteilten Verankerungen (wie in Abb. 70):

$$s = 5,83 c 1/2 (d_1 + d_2) \sqrt{\frac{p}{K_z}} \dots \dots \dots 9$$



worin die Werte von  $K_z =$  Zugfestigkeit des Kupfers aus den Werkstoffrichtlinien V B, von  $c$ , je nach der Art der Verankerung, aus Ziffer 1 oder 2 dieses Abschnittes zu entnehmen sind.

Rohrplatten von Heizrohrkesseln.

1. Die außerhalb des Rohrbündels liegenden Teile der Rohrplatte müssen nach den für ebene Wandungen geltenden Bestimmungen (Gl. 4 bis 9) verankert werden, falls die Größe der dem Dampfdruck ausgesetzten Fläche die Verankerung fordert.

2. Die innerhalb des Rohrbündels liegenden Teile der Rohrplatte sind wie folgt zu bemessen:

a) bei Verwendung besonderer Anker oder mit Gewinde eingesetzter Ankerrohre sind die Gleichungen 4, 5, 8 oder 9 anzuwenden. Die Rohre können in diesem Falle einfach aufgewalzt sein, jedoch darf die Wandstärke der sicheren Befestigung der Rohre halber

- bei Flußstahlplatten nicht unter  $s = 5 + d/8$  für  $d = 38$  bis etwa rund 100 mm
- bei Kupferplatten nicht unter  $s = 10 + d/5$  für  $d = 38$  bis etwa rund 75 mm

gewählt werden, worin  $d$  den äußeren Rohrdurchmesser an der Befestigungsstelle in mm bedeutet; ferner muß der Mindestquerschnitt des Steges zwischen zwei Rohrlöchern betragen:

- bei Flußstahlplatten
  - 180 mm<sup>2</sup> für  $d = 38$  mm,
  - zunehmend auf etwa das 2,5-fache für  $d =$  rund 100 mm
- bei Kupferplatten
  - 340 mm<sup>2</sup> für  $d = 38$  mm,
  - zunehmend auf etwa das 2,5-fache für  $d =$  rund 75 mm.

b) Bei nicht besonders verankerten Rohrwänden ist unter der Voraussetzung geeigneter Werkstoffe, bester Ausführung und normaler Betriebsverhältnisse Sicherheit gegen Herausziehen der Rohrenden zu erwarten, wenn die auf 1 cm Rohrumfang entfallende Belastung, s. Abb. 72

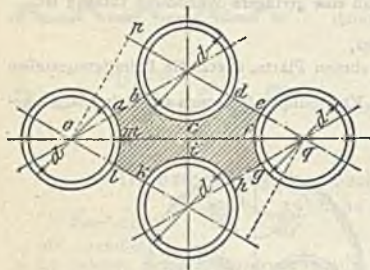


Abb. 72.

$$\sigma = \frac{p \cdot \text{Fläche } a b c d e f g h i k l m}{\pi d} \dots 10$$

den Betrag von 40 kg bei denjenigen Rohrenden nicht überschreitet, welche in zylindrischen Löchern glatt oder mit Rillen eingewalzt sind und den Betrag von 50 kg bei denjenigen Rohrenden nicht überschreitet, welche an einem Ende in zylindrischen Löchern eingewalzt und umgebördelt sind. Sind die Rohre an beiden Enden umgebördelt, so kann  $\sigma$  bis zu einem Betrage von 70 kg zugelassen werden.

Bei ungleichen benachbarten Rohrplattenfeldern darf das Mittel aus den einzelnen Beanspruchungen obige Werte nicht überschreiten. Bei der Berechnung von Rohrplattenrandfeldern, die besonders sorgfältig zu prüfen sind, kann die Belastung bis zur Hälfte als durch die unmittelbar angrenzende Kesselwand aufgenommen angesehen werden.

c) Die Biegungsbeanspruchung  $k_b$  des Plattenwerkstoffes innerhalb des Feldes  $a b c d e f g h i k l m$  ist durch die Formel

$$k_b = p \cdot \left[ 360 \left( 1 - 0,7 \frac{d}{e} \right) \cdot \left( \frac{s}{e} \right)^2 \right] \dots 11$$

nachzuprüfen.

Hierbei bedeuten:

- $p$  den größten Betriebs-Überdruck in atü,
- $d$  den äußeren Rohrdurchmesser an der Befestigungsstelle in mm,
- $s$  die Plattendicke in mm,
- $e$  die Seite des quadratischen Feldes in mm, das durch die vier unterstützenden Rohre gebildet wird, oder das arithmetische Mittel aus den Seiten des Rechtecks, das durch die vier Rohre bestimmt erscheint (in Abb. 72  $e = \frac{op + pq}{2}$ ).

$k_b$  die eintretende Biegungsbeanspruchung des Plattenwerkstoffes in kg/mm<sup>2</sup>, die bis zur Höhe =  $\frac{\text{Zugfestigkeit}}{4,5}$  zulässig erscheint, bei ungünstigen Betriebsverhältnissen aber geringer gewählt werden sollte.

### VIII. Berechnung der Blechdicken von Kesselböden ohne Verankerung gegenüber innerem Überdruck.

#### A. Gekrempte ebene Böden.

Bezeichnet

- s* die Blechdicke in mm,
- p* den größten Betriebs-Überdruck in atü,
- r* den inneren Halbmesser der Krempe in mm (darf nicht kleiner als  $d/15$  sein),
- d* den inneren Durchmesser des Bodens in mm,
- $K_z$  die Berechnungsfestigkeit des Werkstoffes in  $kg/mm^2$ ,

dann ist 
$$s = \sqrt{\frac{3}{800} \frac{p}{K_z} \left[ d - r \left( 1 + \frac{2r}{d} \right) \right]} \dots \dots \dots 13^1$$

oder 
$$p = \frac{800}{3} K_z \left[ \frac{s}{d - r \left( 1 + \frac{2r}{d} \right)} \right]^2 \dots \dots \dots 14$$

Die Gleichungen gelten für inneren wie für äußeren Überdruck.

#### B. Gewölbte volle Böden.

Es bezeichnet

- s* die Blechdicke in mm,
- p* den größten Betriebsdruck in atü,
- D* den äußeren Bodendurchmesser in mm,
- R* den inneren Halbmesser in der Mitte der Wölbung in mm,
- r* den inneren Krempehalbmesser in mm,
- h* die Höhe der Bodenwölbung einschl. der Wanddicke in mm,
- $K_z$  die Berechnungsfestigkeit des zu dem Boden verwendeten Bleches in  $kg/mm^2$ ,
- x* die Verhältniszahl zwischen Berechnungsfestigkeit und zulässiger Spannung,
- y* einen der Bodenform entsprechenden, auf die Halbkugelform bezogenen Zahlenwert,
- c* einen Zuschlag zur Wanddicke in mm.

Der Krempehalbmesser soll nicht kleiner sein als  $D/10$ , der Wölbungshalbmesser nicht größer als der Außendurchmesser sein; dabei ist die Höhe *h* nicht kleiner als  $0,2 D$ .

Berechnung der Blechdicken.

$$s = D \cdot y \frac{p}{200 K_z \cdot x} + c \text{ bzw. } p = 200 \frac{K_z s - c}{x y} \dots \dots \dots 15$$

wobei *y* in Abhängigkeit von der Bodentiefe und dem Krempehalbmesser aus nachstehender Zahlentafel zu entnehmen ist.

Der Wert  $r_{min}$ : *D* entspricht dem in den Vorschriften vorgesehenen Mindestwert  $r = 2h^2 : D$ . Sind Böden nachzuprüfen, bei denen der Krempehalbmesser *r* kleiner ist als in der Vorschrift für neue Böden vorgesehen, so ist *y* nicht nach der Spalte *h*: *D*, sondern nach der Spalte  $r_{min}$ : *D* zu wählen, wobei der wirkliche Wert für den ausgeführten Krempehalbmesser *r* einzusetzen ist. Die Werkstofffestigkeit ist einzusetzen:

Zahlentafel der *y*-Werte.

| <i>h</i> : <i>D</i> | $r_{min}$ : <i>D</i> | <i>y</i> |
|---------------------|----------------------|----------|
| 0,18                | 0,065                | 2,8      |
| 0,19                | 0,072                | 2,3      |
| 0,20                | 0,08                 | 2,0      |
| 0,22                | 0,10                 | 1,6      |
| 0,24                | 0,115                | 1,4      |
| 0,25                | 0,125                | 1,3      |
| 0,26                | 0,135                | 1,2      |
| 0,28                | 0,16                 | 1,1      |
| 0,30                | 0,18                 | 1,0      |
| 0,35                | 0,25                 | 0,8      |
| 0,40                | 0,32                 | 0,7      |
| 0,45                | 0,405                | 0,6      |
| 0,50                | 0,5                  | 0,55     |

- für Flußstahl nach Baurichtlinien V1,
  - für Kupfer nach Werkstoffrichtlinien V B,
  - für Stahlguß nach Werkstoffrichtlinien IV1 c.
- Für *x* gelten folgende Zahlenwerte:
- x* = 3,5 für volle Böden ohne Ausschnitt,
  - x* = 3,75, wenn der Boden Durchbrechungen aufweist, deren größte Abmessung gleich oder kleiner ist als  $4 s$ , es sei denn, daß durch aufgesetzte Verstärkungen die Schwächung ausgeglichen wird,
  - x* = 4,25 für Böden mit mittlerem Mannloch,
  - x* = 4,25 „ „ „ seitlichem „
  - c* = Zuschlag für volle Böden und Böden mit Durchbrechungen ohne Mannloch = 2 mm,
  - c* = Zuschlag für Böden mit Mannloch = 3 mm.

<sup>1)</sup> Die Numerierung der Formeln entspricht den „Richtlinien“.



Mannlochböden, deren Blechdicke sich nach der Berechnung kleiner als 15 mm ergibt, sind um 2 mm dicker als errechnet auszusetzen; ergibt die errechnete Dicke 15—17 mm, so sind solche Böden mit 17 mm Dicke auszuführen.

Die Abmessungen  $h$  (äußere Bodenhöhe) und  $r$  (innerer Halbmesser an der Krempe) sind nachzuprüfen; dabei ist  $h$  nur vom Beginn der Krempekrümmung an zu messen, ein etwa aus dem Kesselmantel herausstehender Teil des zylindrischen Bodenansatzes also nicht mit zu rechnen. Insbesondere ist darauf zu achten, daß im Verlauf der inneren Krempekrümmung keine Unterbrechungen (Falten, Knicke u. dgl.) vorhanden sind.

### IX. Berechnung der Blechdicken gewölbter Flammrohrböden mit Aus- halsung oder Einhalsung für ein oder zwei Flammrohre.

Unter der Voraussetzung ausreichend großer Krümmungshalbmesser der Böden und ausreichend großen Abstandes der Flammrohre von den Krempe sowie unter der Voraussetzung der Verwendung elastischer Flammrohre in Richtung ihrer Achse, so daß die Böden durch die Flammrohre keine erheblichen Zusatzspannungen erfahren kann die Blechdicke bis auf weiteres nach der Formel

$$s = \frac{p r}{200 k} \quad \text{oder} \quad p = \frac{200 s k}{r} \quad \dots \dots \dots 15a$$

gerechnet und dabei  $k$  bis 7,5 kg/mm<sup>2</sup> gewählt werden.

### X. Berechnung der Blechdicken von gewölbten Böden gegenüber äußerem Überdruck.

Die folgenden Vorschriften setzen Böden voraus, deren Wölbung mit großer Sorgfalt ausgeführt ist und die beim Einrieten keine nennenswerten Zugbeanspruchungen in Richtung des Halbmessers erfahren haben.

Die für gewölbte Böden mit innerem Überdruck gültigen Vorschriften gelten auch für Böden mit äußerem Überdruck, jedoch mit folgenden Abweichungen:

bis zu einem Betriebsdruck von 8 kg/cm<sup>2</sup> einschl. ist die Wandstärke um 2 mm stärker auszuführen als die Formel (15) verlangt. Ist der Betriebsdruck höher als 8 kg/cm<sup>2</sup>, so soll die Wandstärke nicht geringer ausfallen als für 8 kg/cm<sup>2</sup>. Bei mehr als 1500 mm Bodendurchmesser ist die Wandstärke für alle Betriebsdrücke noch um  $D/1000$  zu vergrößern.

### XI. Schrauben und Verschraubungen.

Die angegebenen Zahlen gelten für Temperaturen der Schrauben bis zu 200° C. Findet höhere Erwärmung statt, so ist dies durch geringere Beanspruchung zu berücksichtigen. Für gewöhnlichen Flußstahl kann dies dadurch erfolgen, daß die Beanspruchung für je 20° C Mehrtemperatur um 7% vermindert wird. Sinngemäß gleiches gilt für die Flansche.

1. Es ist zu unterscheiden zwischen Schrauben, die für bearbeitete, und solchen, die für unbearbeitete Flächen zur Verwendung kommen.

2. Bezeichnet

$P$  den Gesamtdruck auf die gedrückte Fläche in kg,

$P_1$  „ auf einen Schraubenkern entfallenden Teil des Gesamtdrucks  $P$  in kg,

$k$  die Beanspruchung des Schraubenkerns in kg/mm<sup>2</sup>,

$d$  den Durchmesser des Schraubenkerns in mm,

so ist

$$k = 1,27 \frac{P_1}{d^2} \quad \dots \dots \dots 18$$

und ferner, gleichviel ob die Schrauben aus Schweißstahl oder aus Flußstahl hergestellt sind,  
a) bei guten Schrauben, guter Bearbeitung der Flächen und weichem Dichtungsstoff:

$$d = 0,45 \sqrt{P_1} + 5 \quad \dots \dots \dots 19$$

b) wenn den unter a) genannten Anforderungen weniger vollkommen entsprochen ist:

$$d = 0,55 \sqrt{P_1} + 5 \quad \dots \dots \dots 20$$

3. Wird der Nachweis geliefert, daß der Werkstoff der Schrauben den in den Werkstoffrichtlinien II A und II C für das Nierteisen aufgestellten Anforderungen genügt, so kann der Koeffizient in Gleichung 19 bis auf 0,4 vermindert werden.

4. Die Gleichungen 19 und 20 liefern bei ihrer Anwendung auf das Withworth-Gewinde folgende Zahlenwerte:

| Außerer Durchmesser der Schraube |       | Kern-<br>mm | Zulässige Belastung der Schraube |                        |                        |
|----------------------------------|-------|-------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|
| engl. "                          | mm    |             | Koeffizient 0,4<br>kg            | Koeffizient 0,45<br>kg | Koeffizient 0,55<br>kg |
| 1/2                              | 12,70 | 9,98        | 155                              | 122,5                  | 82                     |
| 5/8                              | 15,88 | 12,93       | 393                              | 310                    | 208                    |
| 3/4                              | 19,05 | 15,80       | 729                              | 576                    | 386                    |
| 7/8                              | 21,23 | 18,62       | 1159                             | 916                    | 613                    |
| 1                                | 25,40 | 21,34       | 1669                             | 1318                   | 883                    |
| 1 1/8                            | 28,57 | 23,93       | 2240                             | 1770                   | 1185                   |
| 1 1/4                            | 31,75 | 27,10       | 3053                             | 2412                   | 1614                   |
| 1 3/8                            | 34,92 | 29,51       | 3755                             | 2967                   | 1986                   |
| 1 1/2                            | 38,10 | 32,69       | 4792                             | 3786                   | 2535                   |
| 1 5/8                            | 41,27 | 34,77       | 5539                             | 4377                   | 2930                   |
| 1 3/4                            | 44,45 | 37,95       | 6785                             | 5361                   | 3589                   |
| 1 7/8                            | 47,62 | 40,41       | 7837                             | 6192                   | 4145                   |
| 2                                | 50,80 | 43,59       | 9308                             | 7355                   | 4922                   |
| 2 1/4                            | 57,15 | 49,02       | 12111                            | 9569                   | 6406                   |
| 2 1/2                            | 63,50 | 55,37       | 15857                            | 12528                  | 8387                   |
| 2 3/4                            | 69,85 | 60,55       | 19286                            | 15237                  | 10201                  |
|                                  | 76,20 | 66,90       | 23947                            | 18923                  | 12667                  |

5. Schrauben aus Flußstahl sollen kein scharfes, sondern möglichst abgerundetes Gewinde erhalten.

6. Schrauben aus härtbarem Stahl sind nicht zulässig.

7. Werden mehrere Flanschschrauben mit gleichen Abständen zur Befestigung rechteckiger oder elliptischer Flächen Abb. 73 u. 74 verwendet, so kann man annehmen, daß die am stärksten belasteten Schrauben den Druck

$$P_1 = \frac{Pe}{2\pi r} \dots \dots \dots 21$$

zu übertragen hat; hierin bedeutet

r den geringsten Abstand der Schrauben vom Schwerpunkt der gedrückten, rechteckigen oder elliptischen Fläche in mm,

e die Schraubenteilung in mm

8. Wenn erhebliche Biegungsspannungen zu befürchten sind, wie namentlich bei unbearbeiteten Flächen, Durchbiegen der Flanschen, einseitig liegenden Dichtungen usw., ist dies bei der Bemessung der Schrauben besonders zu berücksichtigen.

9. Die Flansche sind so stark zu machen, daß sie der Biegungsbeanspruchung, sowie auch dem Durchbiegen sicher widerstehen können.

10. Schrauben unter 16 mm Außendurchmesser sind tunlichst zu vermeiden; Schrauben unter 13 mm Außendurchmesser sind unzulässig.

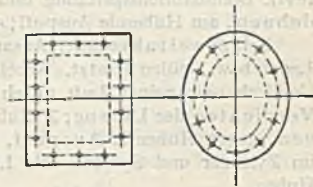


Abb. 73.

Abb. 74.

### XII. Mannloch und andere Ausschnitte.

1. Bei Anordnung von Versteifungen der Ausschnittträger ist zu beachten, daß u. U. durch solche Versteifungen Spannungen erzeugt werden können, die zu vermeiden sind.

2. Im allgemeinen sollen die ovalen Mannlöcher mindestens 300 x 400 mm weit sein; hiervon ist nur dann abzuweichen, wenn sich derartig bemessene Mannlöcher nur schwierig anbringen lassen. Die kleinste zulässige Weite ist in diesem Ausnahmefalle 280 x 380 mm.

3. Die in den Dampfdom führenden Öffnungen sind stets so zu bemessen, daß das Innere des Domes sowie dessen Decken- und Randkrepfen der Untersuchung zugänglich bleiben.

4. Verschlussdeckel oder Mannlocheinfassungen (Rahmen) dürfen nicht aus Gußeisen oder Temperguß hergestellt werden. Sie müssen so gestaltet sein, daß die Packung nicht herausgedrückt werden kann.

5. Es empfiehlt sich, die Schraubenbolzen der Mannlochdeckel bei Kesseln für hohe Dampfspannung mit Gewinde einzusetzen und zu vernieten.

6. Die Ränder der Mannloch- und der sonstigen Ausschnitte sind stets dann wirksam zu versteifen, wenn durch das Einschneiden der Löcher eine unzulässige Verschwächung des Bleches gegenüber dem beabsichtigten Druck eintritt, oder wenn zu befürchten steht, daß das Blech durch das Anziehen der Bügel und dergleichen durchgespannt wird.



# Elfter Abschnitt.

## Verbrennungskraftmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann.

### Allgemeines.

#### (824) Arten und Wirkungsweise.

Die Verbrennungskraftmaschinen sind gekennzeichnet durch Erzeugung des Druckes im Zylinder selbst, infolge Verbrennung des Brennstoff-Luft-Gemisches. Sie arbeiten entweder im Viertakt oder im Zweitakt.

Beim Viertaktverfahren umfaßt ein Kreislauf vier Hübe (Takte). Arbeitsweise: 1. Hub — Ansaugen von Brennstoff-Luft-Gemisch oder reiner Luft; 2. Hub — Verdichten des Gemisches oder der Luft, 3. Hub — Entzünden (evtl. Brennstoffeinspritzung und Selbstentzündung), Verbrennen und Ausdehnen, am Hubende Auspuff; 4. Hub — Ausschieben der Abgase.

Beim Zweitakt werden Ansaughub und Ausschubhub fortgelassen und durch Laden bzw. Spülen ersetzt. Arbeitsweise: 1. Hub — Laden von Brennstoff-Luft-Gemisch oder reiner Luft durch besondere Pumpen während eines Hubteiles, Verdichten der Ladung; 2. Hub — Entzünden, Verbrennen und Ausdehnen, gegen Hubende Auspuff, meist durch vom Kolben gesteuerte Schlitze im Zylinder und Spülen mit Luft bis in den Anfang des folgenden (ersten) Hubes.

Erfolgt die Verbrennung plötzlich, theoretisch bei gleichbleibendem Volumen, so arbeitet die Maschine nach dem Verpuffungsverfahren; wird der Brennstoff (flüssig) in die bis über die Selbstzündungstemperatur verdichtete Luft so eingespritzt, daß die Verbrennung bei gleichbleibendem Druck erfolgt, so arbeitet die Maschine nach dem Gleichdruckverfahren. Beide Maschinenarten können im Viertakt, wie im Zweitakt arbeiten; sie können ferner einfachwirkend oder doppeltwirkend sein, je nachdem, ob der Arbeitsvorgang nur auf einer oder aber auf beiden Zylinder- oder Kolbenseiten stattfindet.

Nach der Bauart und der Betriebsweise kann man unterscheiden

#### A. Verpuffungsmaschinen:

Für gasförmige Brennstoffe:

1. Gasmaschinen; Betriebsstoffe: Leuchtgas, Kraft- (Generator-) Gas, Gichtgas, Koksofengas.

Für flüssige Brennstoffe (allgemein Öle):

2. Vergasermaschinen (Leichtölmotoren), Betriebsstoffe: Benzin, Benzol, Naphthalin, Spiritus.
3. Glühkopfmotoren; Betriebsstoffe: Petroleum und wie unter 4.

#### B. Gleichdruckmaschinen:

4. Dieselmotoren; Betriebsstoffe: Gasöl, Teeröl, Paraffinöl.

Die Maschinen unter 3 und 4 werden auch als Schwerölmotoren oder Öl-einspritzmaschinen bezeichnet; die Glühkopfmotoren nähern sich neuerdings mehr den Gleichdruckmaschinen.

# Wärmetechnische Grundlagen.

## Kreisprozesse der Verbrennungskraftmaschinen.

### (825) Verpuffungsverfahren.

Theoretisch sind Viertakt und Zweitakt gleichwertig und ergeben denselben Kreisprozeß, Abb. 1; derselbe besteht aus 2 Adiabaten und 2 Zustandsänderungen bei gleichbleibendem Volumen. Nach dem Ansaugen bzw. Laden erfolgt adiabatische Verdichtung 1—2, dann Verbrennung (Wärmezufuhr) bei konst. Volumen 2—3, wobei der Druck von  $p_2$  auf  $p_3$  steigt; nun folgt adiabatische Ausdehnung 3—4 bis zum Hubende und endlich Auspuffen (Wärmeabfuhr) 4—1 bei konst. Volumen bis in den Anfangszustand.

Das folgende Ausschleiben oder Spülen ist ebenso wie das Ansaugen bzw. Laden für den Kreisprozeß ohne Belang.

Unter der Annahme, daß die Ladung als Wärmeträger ein vollkommenes ideales Gas von unveränderlicher spezif. Wärme sei und in einem wärmedichten Zylinder einen geschlossenen, umkehrbaren Kreisprozeß durchmache, findet sich der thermische Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der in Arbeit umsetzbaren Wärme  $Q = Q_1 - Q_2 = AL$  zu der zugeführten Wärme  $Q_1$  nach Gl. 43. (558) zu

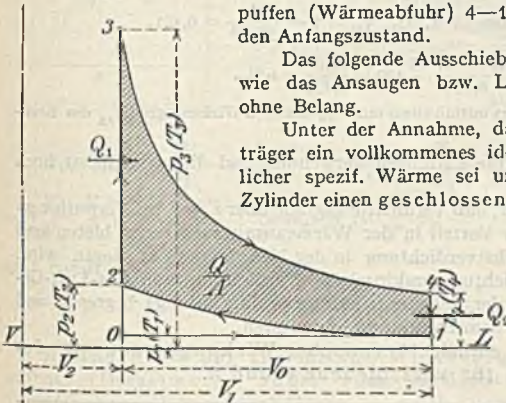


Abb. 1.

$$\eta_{th} = \frac{AL}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

und da die zugeführte Wärme  $Q_1 = G \cdot c_v (T_3 - T_2)$  und die abgeführte Wärme  $Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1)$ , so ist

$$\eta_{th} = 1 - \frac{G \cdot c_v (T_4 - T_1)}{G \cdot c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Bezeichnet  $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$  das Verdichtungs- bzw. Ausdehnungsverhältnis, so ist für die Adiabaten (vgl. (555))

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_3}{T_4} = \epsilon^{\kappa-1} \quad \text{oder} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad \text{und} \quad \frac{T_4 - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2}$$

woraus  $\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2}$ , folglich

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \dots \dots \dots 1$$

Zu gleichem Ergebnis gelangt man aus der Arbeit der Adiabaten; die absolute Ausdehnungsarbeit ist (vgl. (555)), Gl. 33,  $L_a = c_v (T_2 - T_4) : A$  und die Verdichtungsarbeit  $L_c = c_v (T_3 - T_1) : A$ , also  $L = L_a - L_c$



Hiernach hängt der thermische Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  der Verpuffungsmotoren von dem Verdichtungsverhältnis  $\varepsilon$ , also von der Verdichtungsspannung  $p_2$  ab; er ist außerdem von der Größe des Wärmeverhältnisses  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  abhängig ( $c_p$  und  $c_v$  bedeuten die spezifischen Wärmen bei unveränderlichem Druck bzw. unveränderlichem Volumen), der Einfluß desselben auf  $p_2$  ist nur gering.

Nach Güldner ist für  $\varepsilon = 5$  der thermische Wirkungsgrad bei einem Leuchtgasgemisch

$$1 : 6, \quad \text{dessen } \kappa = 1,354, \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{50,884} = 0,435;$$

$$1 : 13,5, \quad \text{dessen } \kappa = 1,383, \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{50,383} = 0,461.$$

$$\text{Der Unterschied beträgt } \frac{0,461 - 0,435}{0,435} \cdot 100 = \frac{2,6}{0,435} = 6\%.$$

Das schwache Gemisch liefert mithin einen um 6% besseren Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  des Kreisprozesses als das reiche.

Man soll deshalb gasarme Ladungen verwenden und diese möglichst hoch verdichten.

Die Erfahrung lehrt aber, daß Verdichtungsgrade über  $\varepsilon = 8$  bei Verpuffungsmotoren keinen erheblichen Vorteil in der Wärmeausnutzung mehr bieten und daß die wirtschaftliche Höchstverdichtung in der Nähe von 15 at liegen wird.

Praktisch ist der Verdichtungsdruck bei Verdichtung von Gas-Luft-Gemischen durch die Gefahr der Selbstentzündung (Frühzündung) begrenzt und liegt meist wesentlich unter dem theoretisch günstigsten.

Die folgende Tabelle enthält thermische Wirkungsgrade  $\eta_{th}$  des Verpuffungsverfahrens für verschiedene  $\varepsilon$  und  $\kappa$ .

| $\varepsilon =$ | 2,0   | 2,5   | 3,0   | 3,5   | 4,0   | 4,5   | 5,0   | 6,0   | 7,0   | 8,0   |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\kappa = 1,20$ | 0,129 | 0,167 | 0,197 | 0,221 | 0,242 | 0,260 | 0,275 | 0,301 | 0,322 | 0,340 |
| $\kappa = 1,25$ | 0,159 | 0,205 | 0,240 | 0,269 | 0,293 | 0,313 | 0,331 | 0,361 | 0,385 | 0,405 |
| $\kappa = 1,30$ | 0,188 | 0,241 | 0,281 | 0,313 | 0,340 | 0,363 | 0,383 | 0,416 | 0,442 | 0,464 |
| $\kappa = 1,35$ | 0,216 | 0,274 | 0,319 | 0,355 | 0,384 | 0,409 | 0,431 | 0,466 | 0,494 | 0,517 |
| $\kappa = 1,40$ | 0,248 | 0,313 | 0,363 | 0,402 | 0,434 | 0,460 | 0,483 | 0,520 | 0,550 | 0,574 |

Bei Darstellung des Kreisprozesses im Wärme- ( $T\theta$ -) Diagramm, Abb. 2, sind die Wärmemengen und der thermische Wirkungsgrad sehr anschaulich. 1—2 adiabatische Verdichtung, 2—3 Wärmezufuhr (Verbrennung) bei konst. Volumen, 3—4 adiabatische Ausdehnung, 4—1 Wärmeabfuhr (Auspuß) bei  $v = \text{konst.}$  Dann ist  $Q_1$  die Fläche  $a 2 3 b$ ,  $Q_2$  die Fläche  $4 1 a b$ ,  $AL$  die Fläche  $1 2 3 4$  und  $\eta_{th}$  das Verhältnis der Fläche  $1 2 3 4$  zu  $a 2 3 b$ .

### (826) Gleichdruckverfahren.

Den für Viertakt und Zweitakt gleichen Kreisprozeß zeigt Abb. 3. Es wird nur Luft adiabatisch verdichtet 1—2 (somit keine Frühzündungsgefahr) bis auf einen der Selbstzündungstemperatur des Brennstoffes entsprechenden Druck; Brennstoffzufuhr derart, daß die Verbrennung (Wärmezufuhr) bei  $p = \text{konst.}$  vor sich geht, 2—3; dann folgt adiabatische Ausdehnung 3—4, das Ausdehnungsverhältnis  $\delta = V_1 : V_3$  ist kleiner als das Verdichtungsverhältnis  $\varepsilon = V_1 : V_2$ , und endlich Auspuffen (Wärmeabfuhr) bei konst. Volumen, 4—1, bis in den Anfangszustand.

Unter den gleichen Annahmen, wie beim Verpuffungsverfahren und mit der zugeführten Wärme  $Q_1 = G \cdot c_p (T_3 - T_2)$ , der abgeführten Wärme

$Q_3 = G \cdot c_p (T_1 - T_2)$  und dem Einspritz- oder Volldruckverhältnis  $e = V_3 : V_2$  ist der thermische Wirkungsgrad

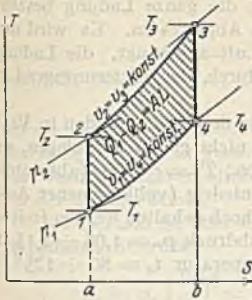


Abb. 2.

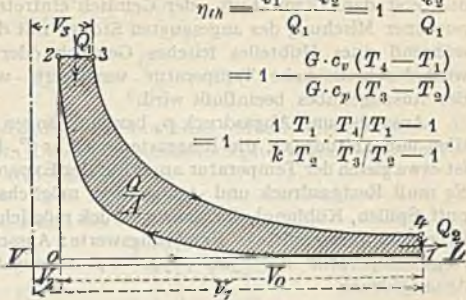


Abb. 3.

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \\ &= 1 - \frac{G \cdot c_p (T_4 - T_1)}{G \cdot c_p (T_3 - T_2)} \\ &= 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \end{aligned}$$

Nun ist aber  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \epsilon^{\kappa-1}$ ;  $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = e$ ;  $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{e^{\kappa-1}}{\epsilon^{\kappa-1}}$ ; demnach ist  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \epsilon^{\kappa-1} = e^{\kappa}$

und damit

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{e^{\kappa} - 1}{e - 1} \dots \dots \dots 2$$

Hiernach ist der thermische Wirkungsgrad des Gleichdruckmotors (Dieselmotor) außer vom Verdichtungsgrade  $\epsilon$  und dem spezifischen Wärmeverhältnis  $\kappa$  noch vom Einspritzverhältnis (Volldruck)  $e$  abhängig und zwar ganz erheblich.

Bei gleichem Verhältnis  $e$  ist  $\eta_{th}$  um so besser, je höher die Verdichtung und je größer  $\kappa$ . Bei gleichem  $\epsilon$  (Verdichtung) ist  $\eta_{th}$  um so höher je kleiner  $e$ , also je kleiner die Belastung. Praktisch wird dabei aber der Betriebswirkungsgrad  $\eta_m$  schlechter; auch die Kühlung ist von Einfluß. Thermische Wirkungsgrade für  $p_2 = 33$  at gibt folgende Zahlentafel (aus Güldner)

|                                       | $e = 1,50$          | $1,75$  | $2,0$   | $2,25$  | $2,5$   | $2,75$  | $3,0$   |
|---------------------------------------|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\kappa = 1,3, \quad \epsilon = 16,$  | $\eta_{th} = 0,535$ | $0,522$ | $0,512$ | $0,499$ | $0,488$ | $0,479$ | $0,471$ |
| $\kappa = 1,41, \quad \epsilon = 13,$ | $\eta_{th} = 0,616$ | $0,602$ | $0,588$ | $0,576$ | $0,564$ | $0,552$ | $0,540$ |

Im Vergleich mit  $\eta_{th}$  der Verpuffungsmaschinen ist der therm. Wirkungsgrad der Gleichdruckmaschinen bei gleichem Verdichtungsdruck kleiner; es ist aber richtiger, den Vergleich bei gleichen Höchstdrücken zu ziehen, dann ist der Wirkungsgrad des Gleichdruckmotors höher.

Besonders übersichtlich ist wieder die Darstellung im Wärmediagramm, Abb. 4; 1—2 adiabatische Verdichtung, 2—3 Wärmezufuhr bei gleichbleibendem Druck (Verbrennung), 3—4 adiabatische Ausdehnung, 4—1 Wärmeabfuhr (Auspußen) bei gleichbleibendem Volumen. Dann ist die zugeführte Wärme  $Q_1 =$  Fläche  $a 23 b$ , die abgeführte Wärme  $Q_2 =$  Fläche  $4 1 a b$  und die in Arbeit umsetzbare Wärme  $Q = Q_1 - Q_2 =$  Fläche  $1 2 3 4$ ; der thermische Wirkungsgrad ist das Verhältnis der Fläche  $1 2 3 4$  zu  $a 2 3 b$ .

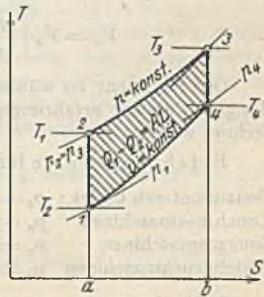


Abb. 4.



## (827) Die Hübe beim Viertakt.

1. Saughub. Die Abgasreste dehnen sich bis auf den Ansaugdruck  $p_a$  aus, erst dann kann Luft oder Gemisch eintreten; die ganze Ladung besteht aus einer Mischung des angesaugten Stoffes mit den Abgasresten. Es wird nur während eines Hubteiles frisches Gemisch oder Luft angesaugt, die Ladung wird durch die hohe Temperatur verringert, wodurch der Lieferungsgrad  $\eta$  des Ansaughubes beeinflusst wird.

Ansaug- und Abgasdruck  $p_a$  bzw.  $p_r$  hängen von den Widerständen in Ventilen und Leitung ab, die Restgastemperatur  $T_r$  ist nicht genau festzulegen, sie ist etwa gleich der Temperatur am Ende der Expansion;  $T_r = \sim 700^\circ$  (absolute). Es muß Restgasdruck und -temperatur möglichst niedrig (vollkommener Auspuff, Spülen, Kühlung), der Ansaugdruck möglichst hoch gehalten werden (reichliche Saugquerschnitte). Erfahrungswerte: Ausschubdruck  $p_r = 1,08 \div 1,15$  at Abgastemperatur  $t_r = 300 \div 500^\circ$  C, Ansaugtemperatur  $t_a = 80 \div 125^\circ$  C, Ansaugdruck

$p_a = 0,88 \div 0,95$  at bei langsamlaufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil,  
 $p_a = 0,85 \div 0,90$  at bei desgl. mit selbsttätigem Einlaßventil,  
 $p_a = 0,80 \div 0,85$  at bei schnellaufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil,  
 $p_a = 0,78 \div 0,83$  at bei desgl. mit selbsttätigem Einlaßventil,  
 $p_a = 0,60 \div 0,75$  at bei sehr schnellaufenden Wagenmotoren mit selbsttätigem Einlaßventil und Rippenkühlung.

2. Verdichtungshub. Die Verdichtung kann polytropisch angenommen werden nach dem Gesetz  $p v^n = \text{konst.}$  Dann ist, wenn  $V_1$  das Zylindervolumen,  $V_h$  das Hubvolumen und  $V_c$  der Verdichtungsraum, der Verdichtungsdruck  $p_c$  (vgl. (556))

$$p_c = p_a \left( \frac{V_1}{V_c} \right)^n = p_a \varepsilon^n$$

und die Verdichtungstemperatur

$$T_c = T_a \left( \frac{V_1}{V_c} \right)^{n-1} = T_a \varepsilon^{n-1}.$$

Für gegebenen Enddruck bzw. Temperatur ist der Verdichtungsraum:

$$\left. \begin{aligned} V_c &= V_1 \left( \frac{p_a}{p_c} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V_1}{\varepsilon} = \frac{V_h + V_c}{\varepsilon} = \frac{V_h}{\varepsilon - 1} \\ V_c &= V_h \left[ \left( \frac{p_c}{p_a} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] = V_h \left[ \left( \frac{T_c}{T_a} \right)^{\frac{1}{n-1}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Der Exponent ist während der Verdichtung veränderlich infolge der Wandlungswirkungen; erfahrungsgemäß kann in Mittel mit  $n = 1,25$  bis  $1,35$  gerechnet werden.

Erfahrungswerte für  $n = 1,3$ :

Benzinmotoren u. dgl.:  $p_c = 4 \div 5$  at,  $\varepsilon \cong 3,5$ ,  $V_c : V_h = 0,4$ ,  $T_c \cong 550^\circ$ .  
 Leuchtgasmaschinen  $p_c = 6 \div 8$  at,  $\varepsilon \cong 5,0$ ,  $V_c : V_h = 0,25$ ,  $T_c \cong 600^\circ$ .  
 Sauggasmaschinen  $p_c = 8 \div 12$  at,  $\varepsilon \cong 7,0$ ,  $V_c : V_h = 0,15$ ,  $T_c \cong 680^\circ$ .  
 Gleichdruckmaschinen  $p_c = 32 \div 35$  at,  $\varepsilon \cong 14$ ,  $V_c : V_h = 0,08$ ,  $T_c \cong 850^\circ$ .

## 3. Verbrennungs- und Ausdehnungshub.

Verpuffungsmaschinen. Zündung vor Totlage, um so mehr, je höher die Umlaufzahl und je langsamer die Verbrennung; Ende der letzteren fällt nicht mit Höchstdruck zusammen, sondern liegt im ersten Viertel bis Drittel des Hubes.

Wäre die Verbrennung bei  $v = \text{konst.}$ , dann wäre, wenn  $T_z$  die abs. Zündungstemperatur und  $G_l$  das Ladungsgewicht, der Zündungsdruck

$$p_z = p_c \frac{T_z}{T_c} = T_z \frac{G_l R_l}{V_c}$$

worin  $T_z$  aus  $Q_1 = G_l c_v (T_z - T_c)$   $T_z = \frac{Q_1}{c_v G_l} + T_c$ ,

jedoch wegen  $c_v$  und unvollständiger Verbrennung unverlässlich; weitere Abweichung, da  $v$  nicht konstant. Das wahre Ausdehnungsverhältnis ist kleiner als das Verdichtungsverhältnis, da Auslaß vor der Totlage öffnet.

Bei Viertakt ist aber  $\delta \sim \varepsilon$  und der Expansionsenddruck

$$p_c = p_z \left( \frac{V_c}{V_1} \right)^n = p_z : \varepsilon^n.$$

Gleichdruckmaschinen. Hier ist  $p_z \sim p_c$ ; mit dem Volldruckverhältnis  $e = V_z : V_c$  und dem Ausdehnungsverhältnis  $\delta = V : V_z$ , Abb. 5, ist

$$T_z = T_c \frac{V_z}{V_c} = T_c e \quad \text{oder wie oben}$$

$$T_z = T_c + \frac{Q_1}{c_p G_l}.$$

Für den Endzustand der Ausdehnung ist

$$p_c = p_i \left( \frac{V_z}{V} \right)^n = p_z : \delta^n, \quad T_c = T_z \left( \frac{V_z}{V} \right)^{n-1} = T_z : \delta^{n-1}.$$

Da die Verbrennung bis in die Ausdehnung hinein stattfindet, wird das Ausdehnungsverhältnis kleiner und  $T_c$  größer.

Erfahrungswerte: der Exponent  $n$  der Ausdehnungslinie ist  $n = 1,30$  bis  $1,50$ , im Mittel etwa  $1,35$ , er kann aber auch wesentlich höher liegen (aus Diagrammen bis  $n = 1,7$  festgestellt, Ursache: Kühlung). Im Mittel ist die höchste Verbrennungstemperatur  $T_{\max} = \sim 1750^\circ$  ( $t_{\max} = \sim 1500^\circ \text{C}$ ) bei Gasmaschinen und  $T_{\max} = 1850^\circ$  ( $t_{\max} = 1580^\circ \text{C}$ ) bei Gleichdruckmaschinen. Die Ausdehnungsendtemperatur ist  $T_c \cong 850$  ( $t_c = \sim 580^\circ \text{C}$ ) für Gasmaschinen und  $T_c \cong 1350$  ( $t_c = \sim 1080^\circ \text{C}$ ) für Gleichdruckmaschinen.

4. Ausschubhub. Nach Öffnen des Auslaßventils — 10 bis 15 % vor Hubende — erfolgt Auspuffen vom Druck  $p_c$  auf  $p_r$ , die Geschwindigkeit erreicht  $800 \div 900$  m/s; Auspuff soll im Hubende beendet sein, damit Ausschubarbeit klein wird. Ausschubdruck  $p_r$  soll möglichst tief sein — reichliche Querschnitte. Zuweilen Spannungsschwankungen in der Ausschublinie, Ursache: Schwingen der Gasmassen in der Leitung, dieses kann vorteilhaft sein, jedoch von Zufälligkeiten abhängig.

Ausschubdruck  $p_r = 1,08$  bis  $1,15$  at, kann bei größerem Widerstande noch höher liegen, Temperatur  $t_r = 400 \div 500^\circ \text{C}$ .

### (828) Hübe beim Zweitakt.

Verdichten, Verbrennen und Ausdehnen wie bei Viertakt, anders Spül- und Ladevorgänge.

Die Spül- und Ladepumpen können als solche zweckentsprechend gestaltet werden: kleiner schädli. Raum, leichter Kolben usw. Lieferungsgrad  $\eta_l = 0,95 \div 0,97$ ; Ansaugdruck  $p_a = 0,96 \div 0,98$  (nicht bei Kurbelkasten-pumpen); Spülluftdruck  $0,10 \div 0,2$  Überdruck.

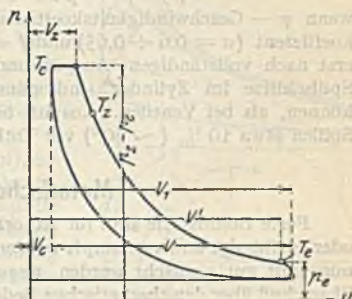


Abb. 5.



Die Leistungsfähigkeit des Zweitakt-Motors hängt wesentlich von den Spül- und Ladevorgängen ab; gutes Austreiben der Abgase erforderlich, dazu muß Spülluftvolumen größer sein, als Zylindervolumen, Überschuß nur durch besondere Pumpen erreichbar (nicht durch Kurbelkastenpumpe) mit größerem Hubraum, als Arbeitszylinder. Um bei versetzter Pumpen- und Arbeitskurbel unnötig hohe Luftdrücke zu vermeiden, muß Aufnehmer für Luft angeordnet werden. Sind  $p$  und  $T$  Druck und abs. Temperatur im Aufnehmer, so ist die Luftgeschwindigkeit beim Eintritt in den Arbeitszylinder mit dem Druck  $p_0$  nach

Hütte  $w = 24 \varphi \sqrt{T \left(1 - \frac{p_0}{p}\right)}$  m/sek und das Volumen  $V = \alpha \varphi w f m^3/\text{sek}$ ,

wenn  $\varphi$  — Geschwindigkeitskoeffizient ( $\varphi = 0,85 \div 0,90$ ),  $\alpha$  — Kontraktionskoeffizient ( $\alpha = 0,6 \div 0,65$ ) und  $f$  — der Ventilquerschnitt. Das Spülen darf erst nach vollständigem Auspuff und Druckausgleich anfangen. Auspuff- und Spülschlitze im Zylinder sind günstig, da Querschnitte reichlicher werden können, als bei Ventilen. Auspuff beginnt etwa  $18\%$  ( $\sim 60^\circ$  Kurbelwinkel), Spülen etwa  $10\%$  ( $\sim 40^\circ$ ) vor Totlage.

### Motorische Verbrennung.

Feste Brennstoffe sind für Motorbetrieb ungeeignet, sie müssen erst vergast oder verflüssigt und verdampft werden. Jeder Brennstoff muß mit der Verbrennungsluft gut gemischt werden, wegen unvollkommener Mischung ist ein Luftüberschuß über den theoretischen Bedarf von  $20 \div 100\%$  nötig. Vor der Verbrennung muß Zersetzung des Brennstoffes in einzelne Gase erfolgen, wozu eine bestimmte Zersetzungswärme erforderlich ist.

#### (829) Verbrennung gasförmiger Brennstoffe.

Die Güte der Verbrennung und Wärmeausnutzung ist nach neueren Anschauungen (vgl. Güldner, Verbrennungskraftmaschinen) abhängig

1. von der Reinheit und Gleichartigkeit des Gemisches und von der schnellen Verbrennung; dazu ist erforderlich: vollständiges Austreiben der Abgase, Vermeidung von Wärmestauungen (einfache Form des Verbrennungsraumes);

2. von genügend hoher Verdichtung; dadurch wird auch der Verbrennungsraum kleiner, weniger Abgase bleiben zurück, das Gemisch wird meist zündfähiger, dadurch sind wärmearme Gase verwendbar. Die durch Frühzündungsgefahr gesetzte Grenze der Verdichtung ist von CO- und H-Gehalt abhängig; je höher H-Gehalt desto niedriger, je höher CO-Gehalt desto höher kann die Verdichtung sein (am höchsten bei Gichtgas);

3. von der zweckmäßigen Form des Verbrennungsraumes und der günstigen Lage des Zünders, damit die Entflammungsstrecken und dadurch die Entflammungszeit möglichst kurz und nach allen Richtungen gleich ist. Ist  $l$  die Entflammungsstrecke,  $v$  die Entflammungsgeschwindigkeit, so ist die Zeit  $t = l : v$  sek und der bei  $n$  Umdrehungen i. d. Minute zurückgelegte Kurbelwinkel  $\alpha = tn \cdot 360 : 60 = 60 n l : v^\circ$ .

Bei großem  $n$  und  $l$  und kleinem  $v$  (armes Gemisch) ist  $\alpha$  groß, bei Zündung im Totpunkt würde die Entflammung in  $b$ , Abb. 6, beendet sein statt in  $a$ ; zur Vermeidung der dadurch entstehenden Verluste muß Vorzündung gegeben werden, etwa in  $c$ , damit bei gleichem Kurbelwinkel  $\alpha$  die Verbrennung in  $a$  beendet ist. Der günstigste Zündzeitpunkt muß durch Probieren praktisch ermittelt werden (spitze Diagramme), dazu ist eine Vorkehrung zur Verstellung vorzusehen.

#### (830) Verbrennung flüssiger Brennstoffe.

Die Vorgänge bei der Verbrennung flüssiger Brennstoffe sind sehr verwickelt, besonders bei Öleinspritzmaschinen. Flüssige Brennstoffe müssen erst

vergast oder verdampft in Nebelform mit Luft gemischt werden<sup>1)</sup>. Der folgerichtige Verbrennungsvorgang ist je nach der Art der Bindung der Kohlenwasserstoffe des Brennstoffes verschieden: a) aliphatische oder Paraffinverbindungen (kettenförmig gebundene Kohlenwasserstoffe sind leicht zersetzlich. b) Benzolverbindungen (ringförmig gebundene Kohlenwasserstoffe oder schwere) sind schwerer zersetzbar. Je höher der Wasserstoffgehalt, um so leichter die Verdampfung, Zersetzung und Verbrennung, d. h. um so weniger Wärme ist dazu nötig, jedoch kommt es auf die Art der C-H-Verbindung an. Bei aliphatischen Verbindungen muß zu vollkommener Verbrennung erst feine Zerteilung (Zerstäubung) des Brennstoffes, dann Verdampfung der Teilchen, hierauf Mischung mit Luft, Zersetzung in C und H und endlich Verbrennung stattfinden. Bei leichtflüchtigen Brennstoffen, die bei mäßiger Temperatur — bis  $150^{\circ}\text{C}$  — „Zünddämpfe“ bilden (Benzin, Benzol), erfolgt diese Reihenfolge der Vorgänge in Vergasermaschinen. Leicht verdampfbare Brennstoffe sind aber für Öleinspritzmaschinen ungeeignet, da die zu frühe Verdampfung die Zerstäubung und Verteilung der Teilchen in der Verbrennungsluft, d. h. die Mischung verhindert. Für Öleinspritzmaschinen (Glühkopf- und Dieselmotoren) sind deshalb schwerer verdampfbare Brennstoffe geeignet, die sich noch in flüssiger Form als Nebel in die Verbrennungsluft einführen lassen. Für Vergasermaschinen sind hingegen diese schwereren Öle ungeeignet. Für Öleinspritzmaschinen eignen sich am besten Öle, die wenig oder gar keine Zünddämpfe bilden, aber bei  $150$  bis  $350^{\circ}$  verdampfen und leicht zersetzliche „Ölgase“ bilden. Das sind aliphatische C-H-Verbindungen, wie die Destillate des Erdöls (Gasöl) und der Braunkohle (Paraffinöl).

Ringförmig gebundene schwere C-H-Verbindung (Benzolverbindungen, Destillate der Steinkohle), z. B. Teeröl, müssen vor der Zersetzung erst in kettenförmig gebundene aufgespalten (reduziert) werden. Die von diesen Brennstoffen gebildeten „Öldämpfe“ müssen also erst in Ölgase aufgespalten werden, da die sofortige Zersetzung ein Vielfaches der Zersetzungswärme der aliphatischen Verbindungen erfordert und alsdann ev. zur Verbrennung nicht mehr genügend Wärme vorhanden ist. Das Aufspalten wird begünstigt durch hohe Verdichtung und katalytisch wirkende Mittel, wie z. B. Wasserdampf (Anreicherung mit Wasserstoff) oder auch Metalle.

## Brennstoffe und ihre Eigenschaften.

### Gase.

#### (831) Leuchtgas.

Erzeugung. Gewonnen durch Entgasung magerer, bituminöser Steinkohlen in glühenden Retorten von  $120 \div 220$  kg Inhalt (neuerdings Kammeröfen); Nebenerzeugnisse aus  $100$  kg Kohle  $50 \div 70$  kg Koks, etwas Graphit,  $4,25$  bis  $4,75$  kg Teer und  $6 \div 10$  kg Ammoniakwasser ( $1,5 \div 2,0^{\circ}\text{B}$ ). Gasausbeute etwa  $25 \div 30$  cm<sup>3</sup> (gekühlt) aus  $100$  kg Kohle. Eigenverbrauch zur Retortenheizung  $15 \div 20$  kg Koks auf  $100$  kg Kohle. Destillationsdauer  $4 \div 6$  Stunden.

<sup>1)</sup> Vgl. demgegenüber: Dr.-Ing. Fr. Saß: Neuere Anschauungen über Zünd- und Verbrennungsvorgänge im Dieselmotor. Z. 1927, S. 1287.

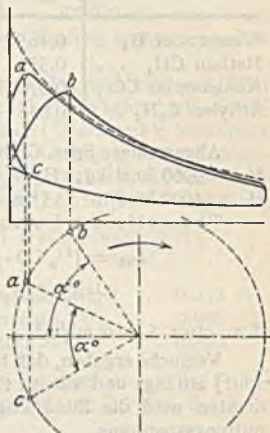


Abb. 6.



Zusammenstellung der für den Konstrukteur wichtigsten Hauptwerte für ermitteltes Durchschnittsgas.

| Bestandteile<br>des Leuchtgas               | 1 m <sup>3</sup> Gas<br>bei 15° und 1 at<br>enthält: |        | H <sub>u</sub><br>in WE | Bestandteile<br>des Leuchtgas | 1 m <sup>3</sup> Gas<br>bei 15° und 1 at<br>enthält: |        |
|---|--|--------|-------------------------|-------------------------------|--|--------|
|   | m <sup>3</sup>                                       | kg     |                         |                               | m <sup>3</sup>                                       | kg     |
| Wasserstoff H <sub>2</sub> . . .            | 0,485  | 0,0401 | 1150                    | Kohlensäure CO <sub>2</sub>   | 0,020  | 0,0361 |
| Methan CH <sub>4</sub> . . .                | 0,350  | 0,2300 | 2737                    | Sauerstoff O . . .            | 0,0025   | 0,0033 |
| Kohlenoxyd CO . . .                         | 0,070  | 0,0803 | 193                     | Stickstoff N . . .            | 0,0275   | 0,0316 |
| Äthylen C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> . . . | 0,045  | 0,0516 | 582                     |                               |  |        |

Abgerundet: Spez. Gewicht 0,4 ÷ 0,5 kg/m<sup>3</sup>; Dichte 0,34 ÷ 0,45 (Luft = 1);  
 H<sub>0</sub> = 9960 kcal/kg; H<sub>u</sub> = 8900 kcal/kg; H<sub>0</sub> = 5130 kcal/m<sup>3</sup> (15° u. 1 at);  
 H<sub>u</sub> = 4600 kcal/m<sup>3</sup> (15° u. 1 at).

Theoretischer Luftbedarf, wenn CO, H<sub>2</sub> usw. die Raumentteile dieser Gase

$$L_{th} = (1/2 \text{ CO} + 1/2 \text{ H}_2 + 2 \text{ CH}_4 + 3 \text{ C}_2\text{H}_4 + 2,5 \text{ C}_2\text{H}_2 \\ + 4,5 \text{ C}_3\text{H}_8 - \text{O}_2) : 0,21 \text{ m}^3/\text{m}^3,$$

d. s. etwa 5 ÷ 6 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>.

Versuche ergaben, daß bei 1 at ein Gemisch von 1 : 4 (1 R.-T. Gas mit 4 R.-T. Luft) anfängt und von 1 : 12 bis 1 : 14 aufhört entzündbar zu sein. Durch Verdichten wird die Zündfähigkeit der armen Gemische erhöht, ebenso die Verpuffungsspannung.

Nach Güldner betragen bei (Steinkohlen-) Leuchtgas — auch bei Fettgas, Koksofengas und anderen Industriegasen — für

Gas: Luft = 1 : 6 bis 1 : 7 R.-T. 1 : 10 bis 1 : 15 R.-T.  
 die Entzündungstemperaturen

|  |                              |                            |
|--|------------------------------|----------------------------|
| etwa . . . . .   | 550 bis 600° C               | 650 bis 750° C             |
| die gebräuchlichen Verdichtungs-<br>spannungen . . . . . | 3 „ 4,5 at                   | 5,5 „ 8 at                 |
| die Verpuffungsspannungen . . . . .                      | 12 „ 18 „                    | 15 „ 20 „                  |
| die mittleren indizierten Kolben-<br>drücke . . . . .    | 3,5 „ 5,5 kg/cm <sup>2</sup> | 4 „ 6 kg/cm <sup>2</sup> . |

### (832) Koksofengas.

Als Nebenerzeugnis bei der Herstellung von Koks 250 bis 300 m<sup>3</sup> Gas aus 1 t Steinkohle bei etwa 80 % Koks. Spezifisches Gewicht 0,465 kg/m<sup>3</sup>, Dichte 0,36 (Luft = 1).

Unterer Heizwert 4850 kcal/m<sup>3</sup> oder 10000 kcal/kg, geringster Luftbedarf 5 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> oder 6,5 kg/m<sup>3</sup>.

Durchschnittliche Zusammensetzung von Koksofengas.

| Bestandteile<br>des Koksofengas             | 1 m <sup>3</sup> Gas enthält |       | Unterer Heizwert<br>kcal | 1 kg Gas enthält<br>kg |
|---|------------------------------|-------|--------------------------|------------------------|
|   | m <sup>3</sup>               | kg    |                          |                        |
| Wasserstoff H <sub>2</sub> . . .            | 0,550                        | 0,049 | 1412                     | 0,105                  |
| Methan CH <sub>4</sub> . . .                | 0,320                        | 0,230 | 2720                     | 0,496                  |
| Äthylen C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> . . . | 0,015                        | 0,019 | 209                      | 0,041                  |
| Benzol C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> . . .  | 0,008                        | 0,028 | 210                      | 0,060                  |
| Wasserdampf H <sub>2</sub> O . . .          | 0,010                        | 0,088 | 214                      | 0,190                  |
| Kohlenoxyd CO . . .                         | 0,070                        | 0,008 | —                        | 0,017                  |
| Kohlensäure CO <sub>2</sub> . . .           | 0,012                        | 0,023 | —                        | 0,049                  |
| Stickstoff N <sub>2</sub> . . .             | 0,015                        | 0,019 | —                        | 0,041                  |

(833) Hochofen- (Gicht-) Gas.

Als fast kostenloses, wärmearmes, aber noch sicher entzündbares Nebenprodukt des Eisenhochofenbetriebes in großen Mengen zur Verfügung. Auf 1 t Roheisen kommen etwa 1 t Koks und 4 t Gebläsewind oder rund 5 t ~ 4000 m³ Gichtgas. Ein mittelgroßer Hochofen von 150 t Tagesleistung liefert also nebenbei 600000 m³ in 24 Stunden.

Rechnet man für Winderhitzer 30 bis 40, für Gasverluste 5, für Hochofenbetrieb 25 bis 30 %, so bleiben noch 30 bis 40 % ~ 200000 m³, womit in Gasmaschinen mindestens 2600 PS<sub>e</sub> in 24 stündigem Betrieb erzeugt werden können.

Die Zusammensetzung der Hochofengase schwankt bei verschiedenen Öfen und bei demselben Hochofen je nach den Betriebsverhältnissen sehr stark. Spannung des Gases an der Gicht 11 bis 17 mm Wassersäule (Überdruck); brennbare Bestandteile enthält es meist zwischen 25 und 35 %. Geringste Verbrennungstemperatur 1200 bis 1400 ° C. Spez. Gewicht 1,25 kg/m³, Dichte 0,98 (Luft = 1). Unt. Heizwert 900 kcal/m³ od. 710 kcal/kg; ger. Luftbedarf 0,7 m³/m³ od. 0,9 kg/m³.

Zusammensetzung des Gichtgases im Durchschnitt

1 m³ Gichtgas enthält:

|                                      |          |  |          |
|--------------------------------------|----------|--|----------|
| Wasserstoff H <sub>2</sub> . . . . . | 0,030 m³ | Wasserdampf H <sub>2</sub> O . . . . . | 0,050 m³ |
| Methan CH <sub>4</sub> . . . . .     | 0,005 „  | Kohlensäure CO <sub>2</sub> . . . . .  | 0,095 „  |
| Kohlenoxyd CO . . . . .              | 0,260 „  | Stickstoff N . . . . .                 | 0,560 „  |

Störend bei der Verwendung in Motoren ist der Staubgehalt (an der Gicht) von 5 bis 25 g/m³, der Wassergehalt von 30 bis 300 g/m³ (a. d. G.) und die hohe Gichttemperatur von 120 bis 330 °.

Die Gewährleistung der Motorenfabriken gilt in der Regel nur für Gas mit ≤ 0,02 g/m³ Staub und 25 ° Temperatur vor dem Motor. Daher ist Motorbetrieb mit Hochofengas (Gichtgas) erst möglich geworden durch die Fortschritte der Reinigung dieses Gases. Hierzu dienen<sup>1)</sup>:

Trockenreiniger (Staubsäcke). Rauminhalt 0,8 bis 1,5 % der stündlichen Gasmenge. Durchmesser: Höhe = 1 : 2 bis 1 : 3. Geschwindigkeit in den Staubsäcken 0,3 bis 0,6 m/sek.

Kühler. Größe 0,6 bis 1 % der stündlich zu reinigenden Gasmenge, innen mit Horden (System Zschokke) versehen; oben sind Streudüsen, die das von unten heraufströmende Gas berieseln. Kühlwassermenge nach Temperatur, Wassergehalt und Menge des Gases, Anfang- und Endtemperatur des Kühlwassers zu berechnen; z. B. Gichtgas 55000 m³ von 125 ° und 0,1 kg Wasserdampf, Kühlwasser 20 °. Gas soll abkühlen auf 25 °; Erhöhung der Kühlwassertemperatur 25 °.

55000 (125 — 25) 0,25 . . . . . = 1375000 kcal

55000 (0,1 — 0,02290) 630 . . . . . = 2671 515 „

4046 515 kcal

x · 1,25 = 4046 515; x = 161 867 kg ~ 162 m³ Wasser.

Staubreinigung 50 bis 60 %. Entfernung des Schlammes möglichst selbsttätig.

Bian-Reiniger. In einem Zylinder rotieren Scheiben aus Drahtgewebe, unten in ein Wasserbad tauchend.

Mechanische Reiniger. System Zschokke. Nach Durchgang durch Trockenreiniger und Kühler geht Gas in die Reinigungsventilatoren, in welchen es mit eingespritztem Wasser geschleudert wird. Zur Feinreinigung für Motoren betrieb ein zweiter Ventilator notwendig.

<sup>1)</sup> Stahl und Eisen 1910, S. 1397.



Im Vorreinigungsventilator Staubentfernung bis auf 0,1 bis 0,5 g/m<sup>3</sup>; Wasserverbrauch 1 bis 1,2 l/m<sup>3</sup> Gas. 2,5 bis PS/1000 m<sup>3</sup> gereinigtes Gas. Im Nachreinigungsventilator Staubentfernung bis auf 0,01 bis 0,05 g/m<sup>3</sup>; Wasserverbrauch ~ 2 l/m<sup>3</sup>. 5 bis 6 PS/1000 m<sup>3</sup> feingereinigtes Gas.

System Theisen. Konische Trommel, mit schraubenförmigen, kurzen Flügeln versehen, läuft in einem mit Drahtgewebe ausgekleideten Gehäuse. Gegenstromprinzip in bezug auf Gas und Wasser. Vor- und Feinreinigung in einem Apparat. 7 bis 7,5 PS/1000 m<sup>3</sup> Gas und Stunde. Wassereinspritzung 1 bis 1,5 l/m<sup>3</sup>.

Reinigung 0,025 bis 0,001 g/m<sup>3</sup>.

System Bian. Rotierender Bian-Kühler; Ventilatoren und dann Zentrifugalwasserabscheider. Wasserverbrauch 3 bis 3,5 l/m<sup>3</sup>.

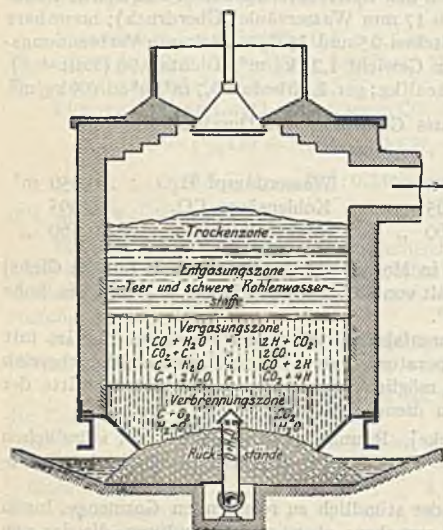


Abb. 7.

Verbrennungszone geleitet wird. Darüber bilden sich 3 Zonen: oben Trockenzone, dann Entgasungs- und unten Vergasungszone.

Die hauptsächlichsten chemischen Vorgänge sind in Abb. 7<sup>1)</sup> angegeben.

Durchschnittliche Zusammensetzung von 1 m<sup>3</sup> Kraftgas.

| Kraftgas aus                | H <sub>2</sub> |       | CH <sub>4</sub> |       | CO             |       | CO <sub>2</sub> |       | N <sub>2</sub> |       | Heizwert kcal/m <sup>3</sup> |
|-----------------------------|----------------|-------|-----------------|-------|----------------|-------|-----------------|-------|----------------|-------|------------------------------|
|                             | m <sup>3</sup> | kg    | m <sup>3</sup>  | kg    | m <sup>3</sup> | kg    | m <sup>3</sup>  | kg    | m <sup>3</sup> | kg    |                              |
| Koks . . . . .              | 0,070          | 0,006 | 0,020           | 0,014 | 0,276          | 0,346 | 0,048           | 0,095 | 0,586          | 0,736 | 1190                         |
| Anthrazit . . . .           | 0,242          | 0,021 | 0,020           | 0,014 | 0,166          | 0,208 | 0,113           | 0,222 | 0,459          | 0,571 | 1298                         |
| Braunkohlenbriketts . . . . | 0,267          | 0,221 | 0,024           | 0,017 | 0,152          | 0,190 | 0,119           | 0,236 | 0,438          | 0,550 | 1300                         |
| Torf . . . . .              | 0,10           | 0,083 | 0,04            | 0,028 | 0,15           | 0,198 | 0,140           | 0,277 | 0,57           | 0,716 | 1350                         |

Mittelwerte für Kraftgas aus Koks (in Klammern: aus Anthrazit): spez. Gewicht 1,2 (1,04) kg/m<sup>3</sup>, Dichte 0,93 (0,8) (Luft = 1). Unterer Heizwert

<sup>1)</sup> Fuchs, Wärmetechnik des Gasgenerator- und Dampfkesselbetriebes. Berlin: Julius Springer.

Nach Feinreinigung passiert Gas häufig noch Filter mit Sägespänen.

Neuere Staubabscheider: Vereinigung von Flichkraftwirkung und Überführung in strömungsfreie Räume (Bauart Bartl, Cottbus) oder Elektrofilter (SSW).

Diese bestehen aus einer zentralen Sprühelektrode, die isoliert in die rohrförmige Niederschlagselektrode eingehängt ist; erstere erhält pulsierenden Gleichstrom von ~ 5000 Volt, letztere ist geerdet. Gasgeschwindigkeit 0,1 ÷ 0,3 m/s, Stromverbrauch etwa 0,05 ÷ 0,2 kW je 1000 m<sup>3</sup> Gas, Reinheitsgrad ~ 98%.

(834) Kraftgas (Generatortogas).

Wird für den Motorbetrieb aus verschiedenen Brennstoffen in besonderen Gasgeneratoren erzeugt durch unvollkommene Verbrennung, wobei ein Gemisch von Luft und Wasserdampf durch die untere glühende

$H_u = 1200$  (1300) kcal/m<sup>3</sup> oder 1000 (1250) kcal/kg. Geringster Luftbedarf 1 (1,15) m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> oder 1,3 (1,5) kg/m<sup>3</sup>.

Man erhält aus 1 kg Gaskoks oder Anthrazit 4 bis 4,8 m<sup>3</sup> Kraftgas von durchschnittlich 1100 bzw. 1200 kcal/m<sup>3</sup>, wobei gewöhnlich 1 bis 2 kg Wasserdampf eingeblasen werden. Die Ausnutzung des in dem Brennstoffe enthaltenen Heizwertes beträgt in diesem Falle etwa 80% und mehr. Das Gas verläßt den Generator mit einer zwischen je zwei Beschickungen ständig ab- und zunehmenden Temperatur von 500 bis 800°; seine Dichte beträgt 0,84 bis 1,0, sein spezifisches Gewicht also 1,0 bis 1,2 kg/m<sup>3</sup>. Zur vollkommenen Verbrennung von 1 m<sup>3</sup> Kraftgas sind etwa 1,25 m<sup>3</sup> Luft erforderlich.

Aus 100 hl Braunkohle ~ 1200 m<sup>3</sup> Gas von (im Mittel) 2470 kcal/m<sup>3</sup> oder 2450 kcal/kg unterem Heizwert. Geringster Luftbedarf 2,4 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> oder 3,1 kg/m<sup>3</sup> oder 3 kg/kg. Spez. Gewicht 1,0 kg/m, Dichte 0,78 (Luft = 1).

Nach Güldner betragen bei Kraftgas — auch bei Hochofengas und anderen Industriegasen unter 3000 kcal/m<sup>3</sup> — für Gemische von Gas im Verhältnis 1:1 bis 1:2 R.-T. die

|  |                            |
|--|----------------------------|
| Entzündungstemperaturen . . . . .            | 700 bis 800° C,            |
| gebräuchlichen Verdichtungsdrücken . . . . . | 8 „ 12 at,                 |
| Verpuffungsspannungen . . . . .              | 15 „ 22 „                  |
| mittleren indizierten Kolbendrücke . . . . . | 3 „ 5 kg/cm <sup>2</sup> . |

### (835) Kraftgas-Erzeugung.

Je nachdem, ob Luft- und Wasserdampf durch die Brennstoffschicht hindurchgedrückt oder ob sie von der Maschine hindurchgesaugt wird, unterscheidet

man Druckgas- und Sauggas-Anlagen. Druckgasanlagen erhalten entweder einen besonderen Dampfkessel, dessen Dampf durch ein Dampfstrahlgebläse die Luft mit dem Dampf gemischt unter den Rost des Generators bläst (nach Dowson, jetzt nicht mehr ausgeführt), oder sie werden ohne Dampfkessel ausgeführt, dann wird die mit Wasserdampf gesättigte Luft durch einen Ventilator unter den Rost geblasen. Das Gas muß in einen Behälter geführt werden — Gasglocke, deren Stellung die Menge des eingeblasenen Dampfluftgemisches regelt —, aus welchem dem Motor die erforderliche Menge zugeführt wird.

Sauggasanlagen umgehen den Dampfkessel und den Gasbehälter, da nur die vom Motor angesaugte Menge erzeugt wird. Die durchgesaugte Luft sättigt sich im oben auf dem Generator befindlichen Verdampfer mit Wasserdampf. Zum Anblasen des Generators ist ein Hilfsventilator notwendig, der im normalen Betriebe abgestellt wird.

Dieser Anblaseventilator hat bei Anlagen bis 50 PS eine Leistung von etwa 5 m<sup>3</sup>/min; für größere Gaserzeuger wählt man Modelle von 10 bis 20 m<sup>3</sup>/min Leistung. Kleinere Anlagen erhalten Handventilatoren, bei größeren wird der Ventilator durch einen Elektromotor od. dgl. angetrieben.

Vergasungsverfahren. Dient die Anlage nur zur Gaserzeugung für Motorbetrieb oder lohnt Teergewinnung nicht, so kann der anfallende Teer

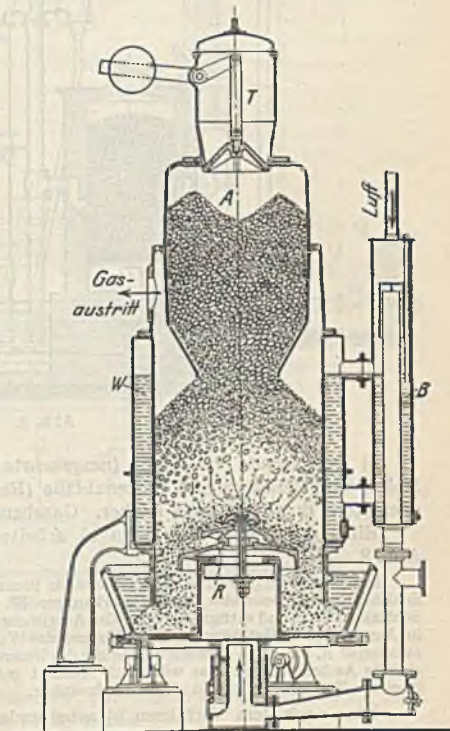


Abb. 8.



mit vergast oder durch Teerwäscher ausgeschieden werden. Bei hohem Teergehalt kann in besonders gebauten Generatoren (Schwelaufsatz) der teerhaltige Teil des Gases gesondert abgeführt und enteert werden.

Für Motorbetrieb werden hauptsächlich folgende Vergasungsverfahren angewendet:

a) aufsteigende Vergasung (normales Einfeuerverfahren); feststehender oder beweglicher (meist Dreh-)Rost, Beschickung durch Doppelverschlußtrichter (s. Abb. 8) oder rotierende Zellschleusen, auch automatisch ausführbar. Für bitumenreiche Brennstoffe (Holz, Robbraunkohle u. a.) Entteerung vorteilhaft.

b) Auf- und absteigende Vergasung (Doppelfeuer) besonders für Steinkohle. Im oberen Schachtteil (obere Feuerzone) Verbrennung oder Verkrackung der teerigen Bestandteile, im unteren Teil (untere Feuerzone) Vergasung des verbleibenden Koks. Beschickung wie bei a).

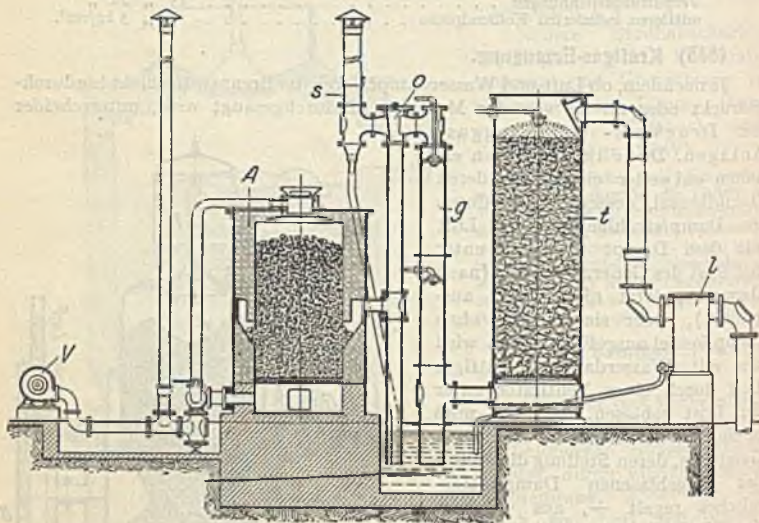


Abb. 9.

c) Absteigende Vergasung (umgekehrte Verbrennung) besonders für Holz, Holzabfälle, feinkörnige Pflanzenabfälle (Reishülsen u. ä.); Luftzuführung teils oben, teils durch seitliche Löcher. Gasabzug unter dem Rost, fast teerfrei.

Einen nach dem Verfahren a) arbeitenden Generator von Deutz zeigt Abb. 8.

Der Brennstoffaufnehmer *A* (für backende Brennstoffe nicht anwendbar) hält gleichmäßige Schichthöhe im Generator, die Wasserkammer *W* ist bis an den Rost geführt, verhindert Schlackenansatz und sättigt die durch das Ausgleichgefäß *B* angesaugte Luft mit Wasserdampf, im Ausgleichgefäß Entlüftung und Enthärtung des Wassers. Luft tritt gesättigt unter Schuppenzackenrost *R*, der durch Drehung Bewegung des Brennstoffes bewirkt. Asche sinkt in die wassergefüllte Aschenschüssel. Gas wird nach Austritt gereinigt, in einem Naßreiniger, nötigenfalls in einem Teerwäscher und in einem Nachreiniger.

Eine nach dem Verfahren b) arbeitende Anlage von Deutz zeigt Abb. 9.

Der Generator *A* besteht aus einem oben offenen Schachtofen mit Gasabzug in etwa halber Höhe des Schachtes.

Während des Betriebes findet die Luftzufuhr in den Generator oben und unten gleichzeitig statt, so daß sich zwei Brennzone in demselben bilden. Der oben aufgegebene Brennstoff wird zunächst durch die Berührung mit der unter ihm liegenden glühenden Schicht verkocht und hierbei, indem er nach abwärts sinkt, im unteren Teile des Generators vollständig vergast. Die bei der Verkockung nach abwärts ziehenden Destillationsprodukte enthalten noch eine große Menge leicht kondensierbarer flüchtiger Kohlenwasserstoffe (Teere); diese werden aber, da sie vor ihrem Aus-

tritt aus dem Generator in voller Glut befindliche Kohlschichten durchstreichen müssen, vollständig in permanente, nicht kondensierbare Gase zerlegt und dadurch für den Motorbetrieb unschädlich gemacht. Das erzeugte Gas wird, bevor es in den Motor gelangt, von etwa mitgerissenen Staubteilchen befreit und gekühlt. Hierzu dient der Staubabscheider *g* und der Skrubber *t*. Zur Abscheidung von Wasser und teerigen Unreinigkeiten ist noch ein sog. Stoßreiniger *l* in die Saugleitung eingeschaltet.

Der Ventilator *V* dient zum Anblasen des Generators, der Dreiweghahn *o* auch hier zur Verbindung des Generators mit dem Skrubber bzw. mit der Kaminleitung *s*.

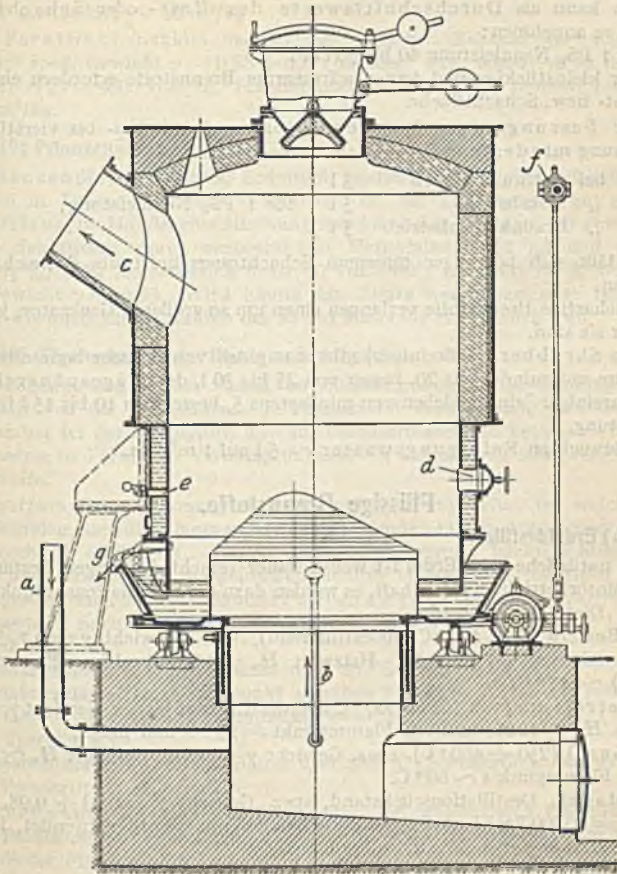


Abb. 10.

*a* Luftleitung, *b* Dampfleitung, *c* Gasabzug, *d* Schüröffnung, *e* Schauloch  
*f* Antrieb des Rostes, *g* Aschenaustritt.

Abb. 10 zeigt einen Drehrostgenerator mit nasser Aschen-Abführung und Wassermantel der A.-G. Julius Pintsch, Berlin.

Er wird im allgemeinen mit Überdruck betrieben und besteht aus einem runden ausgemauerten Schacht, der oben den Fülltrichter mit Doppelverschluss trägt, unten mit einem durch Schnecke und Schneckenrad drehbaren schüsselartigen Boden versehen ist. Auf dieser drehbaren Schüssel sitzt — einseitig zur Schachtmitte — ein kegelförmiger Treppenrost (Korbrost), der eine ständige Auflockerung der Kohle bewirkt und, da vollständig mit Asche bedeckt, vor dem Wegbrennen und Abzundern geschützt ist. Bei normaler Beschaffenheit der Kohle kann die Wasserkammer des Schachtes fortfallen: der untere Teil desselben wird dann von Schamottemauerwerk gebildet. Die



zur Vergasung des Brennstoffes erforderliche Luft wird durch Ventilatoren geliefert. Die Generatoren eignen sich insbesondere auch für die Vergasung von Rohbraunkohlen sowie feinkörniger Brennstoffe, wie sie z. B. in den Kokereien und Gasanstalten als sog. „Kokasche“ entfallen. Im letzteren Falle werden sie mit trockenem, unterem Abschluß gebaut.

Die hauptsächlichsten Bauverhältnisse der vorbesprochenen Generatoren und namentlich des Generatorschachtes gehen aus praktischen Versuchen und Erfahrungszahlen hervor.

Man kann als Durchschnittswerte des Rost- oder Schachtquerschnittes annehmen:

Für 1 PS<sub>n</sub> Nennleistung 40 bis 50 cm<sup>2</sup>.

Sehr kleinstückige und ferner wärmearme Brennstoffe erfordern eine größere Rost- bzw. Schachtfläche.

Der Fassungsraum des Generators muß bei drei- bis vierstündiger Beschickung mindestens betragen:

|                      |    |                                       |
|----------------------|----|---------------------------------------|
| bei Anthrazitbetrieb | 31 | } für 1 PS <sub>n</sub> Nennleistung; |
| „ Koksbetrieb        | 51 |                                       |
| „ Braunkohlenbetrieb | 51 |                                       |

hiermit läßt sich bei angenommenem Schachtquerschnitt die Schachthöhe berechnen.

Gleichartige Brennstoffe verlangen einen um so größeren Generator, je grobstückiger sie sind.

Dem Skrubber (Naßreiniger) gibt man einen vom Wasser berieselten Fassungsraum von mindestens 20, besser von 25 bis 30 l, dem Sägespänerreiniger (Trockenreiniger) einen solchen von mindestens 5, besser von 10 bis 15 l für 1 PS Nennleistung.

Verbrauch an Reinigungswasser  $\sim$  5 l auf 1 m<sup>3</sup> Gas.

## Flüssige Brennstoffe.

### (836) Erdöldestillate.

Das natürliche rohe Erdöl ist wegen seiner verschiedenartigen Bestandteile für den Motorbetrieb unvorteilhaft, es werden dazu die Destillationsprodukte verwendet. Diese sind folgende

1. Benzin (bis 150 °C abdestillierend), spez. Gewicht  $\gamma = 0,7 \div 0,72$ , Schwerbenzin  $\gamma = 0,75 \div 0,77$ , Heizwert  $H_u = 10000$  kcal/kg, Flammpunkt (s. (792))  $\sim 15$  °C.

2. Petroleum (von 100 bis 300 °C überdestillierend), spez. Gewicht  $\gamma = 0,8$ , Heizwert  $H_u \cong 10000$  kcal/kg, Flammpunkt = 25 °C und höher.

3. Gasöl (250  $\div$  400 °C), spez. Gewicht  $\gamma = 0,87$ . Heizwert  $H_u \cong 10000$  kcal/kg, Flammpunkt  $t \sim 60$  °C.

4. Masut, Destillationsrückstand, spez. Gewicht  $\gamma = 0,93 \div 0,98$ , Heizwert  $H_u = 10500$  kcal/kg. Für Motorenbetrieb nur wenig verwendet, ist nur nach Vorwärmung ausnahmsweise brauchbar.

### (837) Steinkohlendestillate.

1. Benzol; spez. Gewicht  $\gamma = 0,8$ , Heizwert  $H_u = 9600$  kcal/kg, Flammpunkt 15 °C. Für Motorbetrieb wird meist das sogenannte 90er Handelsbenzol (weil bis 100 °C 90% überdestillieren) verwendet.

2. Teeröl (bei Gas- und Kokserzeugung gewonnen); spez. Gewicht  $\gamma = 1,0 \div 1,1$ , Heizwert  $\sim 9000$  kcal/kg, Flammpunkt über 65 °C.

3. Steinkohlentere können für den Dieselmotorbetrieb unter Umständen verwendet werden; in Betracht kommen jedoch nur Vertikal- und Kammerofentere und evtl. Koksofentere.

Ein weiteres Destillationsprodukt der Steinkohle ist Naphthalin (C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>), das bei 80 °C flüssig wird und dann in Vergasermaschinen gut verwendet werden kann; s. (856).

**(838) Braunkohlendestillate.**

Die aus dem rohen Braunkohlenteer durch Destillation gewonnenen Öle sind aliphatische (kettenförmig gebundene) Kohlenwasserstoffverbindungen; als Treiböle kommen folgende in den Handel.

1. Solaröl (zwischen  $150 \div 250^\circ \text{C}$  überdestillierend); spez. Gewicht  $\gamma = 0,825 \div 0,83$ , Heizwert  $H_u \approx 10000 \text{ kcal/kg}$ , Flammpunkt  $45 \div 50^\circ \text{C}$ , theoret. Luftbedarf  $\sim 10 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

2. Paraffinöl (dunkles und leichtes, zwischen  $200$  und  $300^\circ$  überdestillierend); spez. Gewicht  $\gamma = 0,88 \div 0,9$  (dunkles) bzw.  $0,900 \div 0,92$  (leichtes), Heizwert  $H_u \sim 9800 \text{ kcal/kg}$ , Flammpunkt  $100 \div 120^\circ \text{C}$ , theoret. Luftbedarf  $\sim 10 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

**(839) Pflanzenöle und Spiritus.**

Pflanzenöle, wie Palmöl, Erdnußöl, kommen als Treiböle höchstens in den Kolonien in Frage; Heizwert  $\sim 8800 \text{ kcal/kg}$ , für Dieselmotor gut geeignet.

Spiritus, im Handel eine Mischung von Alkohol mit Wasser, für gewerbliche Zwecke denaturiert durch azetonreichen Methylalkohol ( $2\%$ ) und Pyridinsäure ( $\frac{1}{2}\%$ ). Für Motorbetrieb meist  $90 \text{ Vol.}\text{-Proz.}$ , Heizwert  $\sim 5700 \text{ kcal/kg}$ , spez. Gewicht  $\gamma = 0,83$ . Wird häufig mit Zusatz von Benzin oder Benzol gemischt, die auch zum Anfahren der kalten Maschine erforderlich sind.

**(840) Eigenschaften der flüssigen Brennstoffe.**

Verdampfung — der Anteil an Zünddämpfen bei Erwärmung in Abhängigkeit von der Temperatur. Je rascher die Verdampfung, um so leichter entflammbar ist der Brennstoff, also für Vergasermaschinen geeignet. Nach der Siedeanalyse in Form von Verdampfungskurven aufgetragen zum Vergleich der Brennstoffe.

Entflammung (Flammpunkt) — diejenige Temperatur, bei welcher sich Dämpfe bilden, die mit Luft ein entzündbares Gemisch bilden, das an einer Flamme vorübergehend entflammt. Durch geringe Beimengung leichtflüchtiger Teile können auch Brennstoffe, die keine Zünddämpfe bilden, einen niedrigen Flammpunkt haben. Nach dem Flammpunkt werden die Brennstoffe in Gefahrenklassen eingeteilt, nach denen sich die behördlichen Vorschriften für die Lagerung usw. richten.

Gefahrenklasse I: Flammpunkt unter  $21^\circ \text{C}$  (Benzin, Benzol).

Gefahrenklasse II: Flammpunkt zwischen  $21$  und  $65^\circ \text{C}$  (Leuchtpetroleum).

Gefahrenklasse III: Flammpunkt zwischen  $65$  und  $140^\circ \text{C}$  (Treiböle Gasöl, Teeröl u. a.).

Gefahrenklasse IV: Flammpunkt über  $140^\circ \text{C}$  (Schmieröle). Keiner behördlichen Vorschrift unterliegend.

Brennpunkt — diejenige Temperatur, bei welcher sich Dämpfe bilden, die bei Berührung mit einer Flamme in dauerndes Brennen geraten; liegt  $20 \div 65^\circ$  höher als der Flammpunkt.

Zündpunkt — diejenige Temperatur, bei welcher der mit Luft gemischte Brennstoff sich selbst entzündet (der Brennstoff wird auf eine Platte getropft und bis zur Selbstentzündung erwärmt); er liegt bei aliphatischen Erdöldestillaten bei  $400 \div 500^\circ \text{C}$ , bei Steinkohlenölen bei  $550 \div 650^\circ \text{C}$ .

Erstarrungs-(Stock-)Punkt — diejenige Temperatur, bei welcher der lagernde Brennstoff anfängt fest zu werden; wichtig für Betrieb bei Kälte. (Benzin  $-40^\circ$ , Benzol zwischen  $+5^\circ$  und  $-15^\circ \text{C}$  je nach Beschaffenheit, Treiböle zwischen  $+5^\circ$  und  $-20^\circ \text{C}$ .) Asphaltartige Öle erstarren allmählich, paraffinhaltige meist plötzlich. Steinkohlenteeröl scheidet bei Kälte Naphthalin aus.

Zähflüssigkeit (Viskosität) oder Fließvermögen — wichtig für das Fortleiten (Pumpen), wird in Englergraden gemessen (die Zeit zum Ausfließen von



0,21 Öl im Vergleich zu Wasser von 20°). (S. Tabelle von Constan und Schläpfer, Z. 1913.)

Spezifisches Gewicht — wächst meist mit der Zähflüssigkeit und mit abnehmender Wasserstoffzahl.

Heizwert — nimmt meist mit dem spez. Gewicht ab. Für aus Kohlenwasserstoffen bestehende Öle gilt angenähert  $H_u = \sim 9600 + 500 : \gamma$  kcal/kg. Der genaue Heizwert muß durch kalorimetrische Messung bestimmt werden.

### (841) Eignung der Öle für den Motorbetrieb<sup>1)</sup>.

Je nach der Beschaffenheit der Dämpfe können die Öle in folgende Gruppen eingeteilt werden:

1. Öle, die hauptsächlich Zünddämpfe (zwischen 20 und 150° C) bilden, für Vergasermaschinen sehr gut geeignet, für Öleinspritzmaschinen (Diesel- und Glühkopfmotoren) ungeeignet. Hierzu gehören: Benzin, Benzol, Naphthalin, Spiritus.

2. Öle, die Ölgase bilden (beim Erwärmen der aliphatischen CH-Verbindungen), entstehen zwischen 100 und 400° C. Sehr gut für Öleinspritzmaschinen geeignet, für Vergaserbetrieb unbrauchbar. Hierzu gehören: a) Erdöle — Petroleum, Gasöl, Destillationsrückstände (Masut), b) Braunkohlenteeröle, c) Pflanzenöle.

3. Öle, die beim Sieden fast nur Öldämpfe bilden, d. h. aus ringförmig gebundenen Kohlenwasserstoffen, die zwischen 150 und 450° C entstehen; zersetzen sich nur bei großer Wärme, müssen erst in aliphatische Verbindungen reduziert werden. Nach entsprechender Vorbereitung für Öleinspritzmaschinen gut brauchbar, für Vergasermaschinen unbrauchbar. Hierzu gehören: Steinkohlenteeröle (für Deutschland am wichtigsten) und Steinkohlenteere — bedingt brauchbar.

Ferner bestehen Zwischengruppen: Öle, die Ölgase, aber auch Zünddämpfe bilden (rohes Erdöl, Leuchtpetroleum). Zur 2. und 3. Gruppe gehören verschiedene Teerprodukte wie Wassergasteer, Ölgasteer u. a., die für Öleinspritzmaschinen geeignet sind, aber nur in geringen Mengen zur Verfügung stehen.

## Berechnung und Entwurf.

### (842) Ermittlung der Hauptmaße.

Die Berechnung erfolgt am sichersten nach dem Luftbedarf, da der Lieferungsgrad und der wirtschaftliche Wirkungsgrad aus Erfahrungen ziemlich genau bekannt sind, während der mittlere indizierte Druck und der mechanische Wirkungsgrad von Zufälligkeiten abhängen und mit diesen Werten die Berechnung nur für gleichartige Ausführungen durchgeführt werden, wenn eine Reihe von Versuchsergebnissen an gleichen Typen vorliegt.

Bezeichnet

$N$  die Nennleistung (effektive) des Motors in PS ( $\sim 0,80$  der erreichbaren Höchstleistung),

$n$  die Umlaufzahl in der Minute,

$D$  den Durchmesser und  $S$  den Hub des Kolbens in m,

$V_h = 0,785 D^2 S$  das Kolbenhubvolumen in  $m^3$ ,

$V = \eta_1 V_h$  die wirklich angesaugte Gemischmenge (0° und 760 mm Q.-S.) in  $m^3$ ,

$L$  den praktisch günstigsten Luftbedarf für 1  $m^3$  gasförmigen bzw. 1 kg flüssigen Brennstoff in  $m^3$ ,

$L_h$  den aus  $L$  entstehenden wirklichen Luftverbrauch eines Verbrennungshubes,

$C_{st}$  den stündlichen Brennstoffverbrauch bei der Nennleistung  $N$  in  $m^3$  bzw. kg,

<sup>1)</sup> Vgl. Löffler-Riedler: Olmaschinen. Berlin. Julius Springer 1922.

$B$  den stündlichen Brennstoffverbrauch für 1 PS in  $m^3$  bzw. kg.

$C_h$  den Brennstoffverbrauch pro Saughub,

$H$  den unteren Heizwert des Brennstoffes für 1  $m^3$  (1 kg) in kcal,

$\eta_l = \frac{V}{V_h}$  den Lieferungsgrad des Saughubes,

$\eta_w = \frac{632 \cdot N}{C_{st} \cdot H}$  den wirtschaftlichen Wirkungsgrad,

so ist  $C_{st} = \frac{632 \cdot N}{H \cdot \eta_w}$  und für Viertaktmaschinen

$$C_h = \frac{21,1 \cdot N}{\eta_w \cdot H \cdot n} \quad \text{und} \quad L_h = C_h \cdot L = \frac{21,1 \cdot N \cdot L}{\eta_w \cdot H \cdot n}$$

für Zweitaktmaschinen die Hälfte obiger Werte.

Dann ist für Viertakt:

bei gasförmigem Brennstoff:

$$D = \sqrt{\frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot S \cdot n \cdot \eta_l}} \text{ m}$$

bei flüssigem Brennstoff:

$$D = \sqrt{\frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot S \cdot n \cdot \eta_l}} \text{ m}$$

oder mit  $\frac{S}{D} = k$ ;  $S = k \cdot D$

$$D = \sqrt[3]{\frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot k \cdot n \cdot \eta_l}} \text{ m}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot k \cdot n \cdot \eta_l}} \text{ m}$$

und die für bestimmte Leistung  $N$  bei gegebenen  $D$  und  $S$  erforderliche Umlaufzahl

$$n = \frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot D^2 \cdot S \cdot \eta_l}$$

$$n = \frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot D^2 \cdot S \cdot \eta_l}$$

für Zweitakt die Hälfte dieser Umlaufzahl bzw. die Hälfte des Wertes unter der Wurzel.

Das Verhältnis  $k = S : D$  s. (843).

$\eta_l$  kann genommen werden bei

|   |                            |
|---|----------------------------|
| langsam laufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil . . . . .        | $\eta_l = 0,87$ bis $0,90$ |
| langsam laufenden Motoren mit selbsttätigem Einlaßventil . . . . .      | $\eta_l = 0,80$ „ $0,85$   |
| schnell laufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil . . . . .        | $\eta_l = 0,78$ „ $0,83$   |
| schnell laufenden Motoren mit selbsttätigem Einlaßventil . . . . .      | $\eta_l = 0,65$ „ $0,75$   |
| Wagenmotoren mit selbsttätigem Einlaßventil und Rippenkühlung . . . . . | $\eta_l = 0,50$ „ $0,65$   |

Über den Heizwert  $H_w$ , den Luftbedarf  $L$ , den wirtschaftlichen Wirkungsgrad  $\eta_w$  und den Brennstoffverbrauch  $B$  für 1 PS<sub>e</sub>/std gibt die nachstehende Tabelle Aufschluß.

**(843) Angaben für den Entwurf.**

Wahl der Bauart: liegend oder stehend. Letztere meist vorteilhaft, da keine Biegungskräfte im Rahmen bei A-Gestell, günstige Zylinderform, Ventile im Deckel, Zylinderzahl beliebig (s. u.), bei einfachwirkenden ohne Kreuzkopf langhubige Maschinen möglich, Verunreinigungen bleiben auf dem Kolbenboden und können durch Ventilbohrung leicht entfernt werden, Zylinder können sich frei ausdehnen; die Maschinen benötigen kleinere und leichtere Fundamente und



### Heizwert, Luftbedarf und wirtschaftlicher Wirkungsgrad der motorischen Brennstoffe.

|  | 1   | 2  | 3   | 4   |   | 5              |                    | 6              |                    | 7              |                    | 8              |                     | 9              |                                 |                |
|--|---|--|---|---|---|----------------|--------------------|----------------|--------------------|----------------|--------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------------------|----------------|
|  | Die eingeklammerten Gewichtseinheiten in den Spaltenköpfen 1 bis 9 gelten für die flüssigen (und festen) Brennstoffe. | Un-<br>terer<br>Heiz-<br>wert<br>für<br>1 m <sup>3</sup><br>(kg)<br><br>H <sub>u</sub><br>WE | Luftbedarf  |   | Verbrauch B für 1 PS <sub>e</sub> /std (bezogen auf 735,5 mm Q.-S. und 15°), wenn die Nennleistung N <sub>n</sub> = |                |                    |                |                    |                |                    |                |                     |                |                                 |                |
|  |   |  | theo-<br>retisch<br>für<br>1 m <sup>3</sup><br>(kg) | wirklich<br><br>L<br>für 1 m <sup>3</sup><br>(kg) | 5 PS <sub>e</sub>   |                | 10 PS <sub>e</sub> |                | 25 PS <sub>e</sub> |                | 50 PS <sub>e</sub> |                | 100 PS <sub>e</sub> |                | 200 PS <sub>e</sub><br>und mehr |                |
|  |   |  |   |   | B   | η <sub>w</sub> | B                  | η <sub>w</sub> | B                  | η <sub>w</sub> | B                  | η <sub>w</sub> | B                   | η <sub>w</sub> | B                               | η <sub>w</sub> |
| m <sup>3</sup><br>(kg)                 | m <sup>3</sup>  | m <sup>3</sup>   | m <sup>3</sup>                                      | m <sup>3</sup>                                    | η <sub>w</sub>  | m <sup>3</sup> | η <sub>w</sub>     | m <sup>3</sup> | η <sub>w</sub>     | m <sup>3</sup> | η <sub>w</sub>     | m <sup>3</sup> | η <sub>w</sub>      | m <sup>3</sup> | η <sub>w</sub>                  |                |
| Leuchtgas                              | arm . . . . .   | 4 500  | 5,0<br>bis<br>6,0                                   | 7,5<br>bis<br>9,0                                 | 0,63  | 0,22           | 0,58               | 0,24           | 0,54               | 0,26           | 0,525              | 0,27           | 0,5                 | 0,28           | 0,485                           | 0,29           |
|  | gewöhnlich . . . . .  | 5 000  |   |   | 0,57  | 0,22           | 0,52               | 0,24           | 0,48               | 0,26           | 0,47               | 0,27           | 0,45                | 0,28           | 0,435                           | 0,29           |
|  | reich . . . . .   | 5 500  |   |   | 0,52  | 0,22           | 0,48               | 0,24           | 0,44               | 0,26           | 0,43               | 0,27           | 0,42                | 0,28           | 0,40                            | 0,29           |
|  | 6 000   | 0,475  | 0,22  | 0,44  | 0,24  | 0,40           | 0,26               | 0,39           | 0,27               | 0,40           | 0,28               | 0,365          | 0,29                |                |                                 |                |
| Kraft-<br>gas                          | bezogen auf Anthrazit <sup>1)</sup> . . . . .   | 7 500  | 0,9 bis 1,1<br>0,85 bis 1,0                         | 1,5<br>1,25                                       | .   | .              | 0,58               | 0,15           | 0,50               | 0,17           | 0,45               | 0,19           | 0,40                | 0,21           | 0,38                            | 0,22           |
|  | „ „ dessen Gas . . . . .  | 1 250  |   |   | 2,7   | 0,19           | 2,4                | 0,21           | 2,2                | 0,23           | 2,1                | 0,24           | 2,0                 | 0,26           |                                 |                |
|  | „ „ Kokse <sup>1)</sup> . . . . .   | 7 000  |   |   | 0,65  | 0,14           | 0,56               | 0,16           | 0,50               | 0,18           | 0,45               | 0,20           | 0,41                | 0,22           |                                 |                |
|  | „ „ deren Gas . . . . .   | 1 150  |   |   | 2,9   | 0,19           | 2,6                | 0,21           | 2,4                | 0,23           | 2,3                | 0,24           | 2,2                 | 0,25           |                                 |                |
|  | „ „ Braunkohlen-<br>Briketts } . . . . .  | 4 800  |   |   | .   | .              | 0,73               | 0,18           | 0,67               | 0,20           | 0,63               | 0,21           | 0,60                | 0,22           |                                 |                |
| „ „ deren Gas . . . . .                | 1 150   | 2,5  | 0,22  | 2,4   | 0,23  | 2,3            | 0,24               | 2,2            | 0,25               |                |                    |                |                     |                |                                 |                |
| Hochofengas (Gichtgas) . . . . .       | 950   | 0,75   | 0,9 bis 1,0   | .   | .   | 0,18           | .                  | 2,8            | 0,24               | 2,65           | 0,25               | 2,55           | 0,26                |                |                                 |                |
| Koksofengas . . . . .                  | 4 500   | 5,3  | 7,0   | .   | .   | 0,17           | .                  | 0,6            | 0,23               | 0,55           | 0,26               | 0,50           | 0,27                |                |                                 |                |
| Petroleum (Verpuffungsmotor) . . . . . | 10 500  | 11,5   | 16 bis 22   | 0,50  | 0,12  | 0,46           | 0,13               | 0,40           | 0,15               | .              | .                  | .              | .                   | .              | .                               |                |
| Rohöl (Dieselmotor) . . . . .          | 10 000  | 11,0   | 18 „ 20   | 0,24  | 0,26  | 0,22           | 0,29               | 0,20           | 0,32               | 0,19           | 0,33               | 0,185          | 0,34                | 0,180          | 0,35                            |                |
| Benzin . . . . .                       | 11 000  | 11,5   | 15 „ 17   | 0,29  | 0,20  | 0,26           | 0,22               | 0,25           | 0,23               | .              | .                  | .              | .                   | .              | .                               |                |
| Benzol (Ergin u. dgl.) . . . . .       | 9 500   | 9,5  | 10 „ 15   | 0,28  | 0,24  | 0,26           | 0,26               | 0,24           | 0,27               | 0,23           | 0,29               | .              | .                   | .              | .                               |                |
| Rohspiritus von 90 Vol.-Proz. . . . .  | 5 700   | 6,0  | 8 „ 12  | 0,48  | 0,23  | 0,45           | 0,25               | 0,43           | 0,26               | .              | .                  | .              | .                   | .              | .                               |                |

<sup>1)</sup> Bei Sauggas-Anlagen einschl. 8 bis 12% eines vollen Tagesverbrauches für Anheizen oder Durchbrand.

weniger Raum. Montage und Demontage der Kolben durch Flaschenzug bequem möglich. Liegende Bauart dort am Platze, wo der Raum niedrig, doppeltwirkende Maschinen leichter ausführbar. Antrieb von Pumpen oder Gebläsen mittels durchgehender Kolbenstange möglich; Bedienung von Maschinenhausflur möglich.

Ohne Kreuzkopf sind Maschinen bis 500 PS<sub>e</sub> Zylinderleistung anstandslos ausführbar; bei größeren Maschinen wird der Kolben zu lang, Schmierung schwierig, Kolbenbolzen ist schwer genügend groß zu bemessen. Doppeltwirkende Maschinen müssen stets einen Kreuzkopf haben.

Einfachwirkend — billig, kleinere Massenwirkung, meist keine Kolbenkühlung nötig, keine Stopfbüchsen.

Doppeltwirkend — erfordert Kolben- und Stopfbüchsenkühlung, Zylinderdeckel schwierig in Konstruktion und Kühlung; jedoch Kurbelkräfte weniger schwankend, bessere Ausnutzung der Triebwerksteile, doppelte Leistung bei gleichen Abmessungen.

Mehrzylinderanordnung — größere Leistung möglich, da Zylinderleistung begrenzt (Höchstleistung bisher bei Viertakt 2000 PS<sub>e</sub> in einem Zylinder doppeltwirkend), größere Gleichförmigkeit, leichteres Schwungrad, Massenkräfte und Momente können besser ausgeglichen werden, kleinere Zylinder, Serienfabrikation möglich, da gleiche Zylinder für verschiedene Leistungsgrößen anwendbar. Man geht selten über 300 PS<sub>e</sub> Zylinderleistung einfachwirkend, meist viel kleinere Leistung, je nach verlangtem Gleichgang, abhängig von Herstellungskosten u. a. m.

Hubverhältnis und Umlaufzahl. Praktisch ist großer Hub und mäßige Umlaufzahl günstig, Gemischbildung besser, Verbrennungsraum günstiger, da Entflammungsstrecken kleiner (für gleiche Zylinderleistung wird bei großem  $S:D$  der Durchmesser kleiner), kleinere Kolbenkräfte, daher leichteres Triebwerk, kleinere Wandstärke des Zylinders, Kolben leichter, geringere Reibung. Für Fahrzeugmotoren jedoch geringstes Gewicht maßgebend, daher meist kurzhubige Maschinen, wodurch auch die Baulänge kleiner wird (Leistung wächst mit dem Quadrat von  $D$  und einfach mit  $S$  und  $n$ ).

Man wählt praktisch:

|  |                             |
|--|-----------------------------|
| für kleine Gasmaschinen . . . . .                    | $k = S : D = 1,15 \div 1,6$ |
| für große Gasmaschinen mit $c_m > 4$ m/sek . . . . . | $k = S : D = 1,1 \div 1,25$ |
| für große Gasmaschinen, Zweitakt . . . . .           | $= 1,5 \div 1,75$           |
| für Dieselmotoren . . . . .                          | $= 1,3 \div 1,7$            |
| bei Schiffsmaschinen (U-Bootsmaschinen) . . . . .    | $S : D = 1,0 \div 1,5$      |

Je größer  $n$ , um so kleiner  $S : D$ .

Mittlerer indizierter Druck  $p_i$  beträgt:

|   |   |
|---|---|
| für Leuchtgasmotoren . . . . .          | $p_i = 3,5 \div 5,5$ kg/cm <sup>2</sup> , |
| „ Kraftgasmotoren . . . . .             | $p_i = 3,0 \div 5,0$ „                    |
| „ Gichtgasmotoren . . . . .             | $p_i = \sim 4,5$ „                        |
| „ Benzinmotoren . . . . .               | $p_i = 4,0 \div 5,5$ „                    |
| „ Petroleummotoren . . . . .            | $p_i = 3,0 \div 4,5$ „                    |
| „ Glühkopfmotoren . . . . .             | $p_i = 3,0 \div 6,0$ „                    |
| „ Gleichdruckmotoren (Diesel) . . . . . | $p_i = 6,0 \div 8,0$ „                    |

## Gasmaschinen.

(844) Gemischbildung. Zur vollkommenen Mischung von Gas und Luft müssen diese durcheinander gewirbelt werden. Dazu dienen Mischventile, in denen Gas und Luft möglichst senkrecht zueinander geführt werden, oder ein Mischraum vor dem Einlaßventil. Das Mischungsverhältnis wird je nach Gasart und Heizwert durch die Größe der Luft- und Gasquerschnitte festgelegt. Häufig



werden Luft- und Gasmenge vor dem Einlaßventil durch Drosselklappen eingestellt. Beim Zweitakt wird Gas und Luft durch je eine besondere Pumpe mit geringem Überdruck durch das Einlaß- (Misch-) Ventil in den Zylinder geführt; die Mischung erfolgt unmittelbar vor oder im Einlaßventil. Das Größenverhältnis der Pumpen richtet sich nach dem Mischungsverhältnis und andererseits hängt die Größe von der Leistung, d. h. der Größe des Arbeitszylinders ab. Die Berechnung der Pumpen muß mit Rücksicht auf die Ladevorgänge erfolgen<sup>1)</sup>.

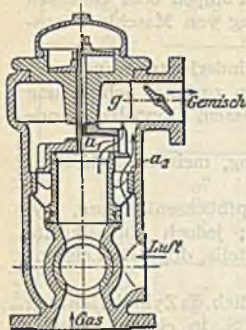


Abb. 11.

Abb. 11 zeigt ein selbsttätiges Mischventil von Körting (zur Maschine Abb. 25 u. 26, S. 887), das als Doppelsitzventil ausgebildet ist und die Herstellung einer in der Zusammensetzung stets gleichbleibenden Ladung ermöglicht (vgl. Mengenreglung (852)) unabhängig von den Betriebsverhältnissen der Maschine. In der Abbildung ist das Ventil links in geschlossener, rechts in offener Stellung dargestellt.

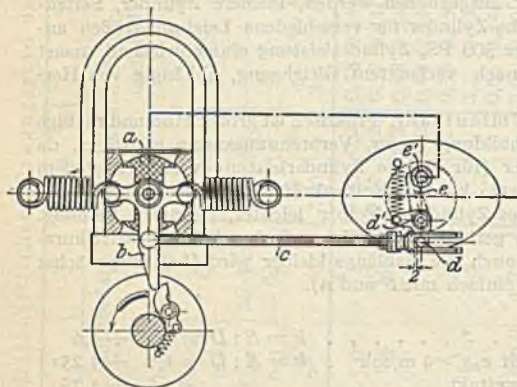


Abb. 12.

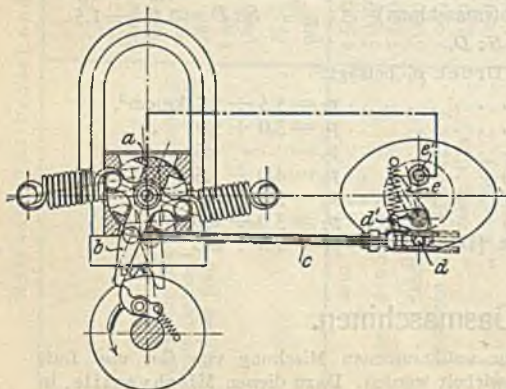


Abb. 13.

(845) Zündung. Die ältere Glührohrzündung wird nicht mehr ausgeführt, die Zündung erfolgt jetzt stets durch elektrischen Funken, und zwar durch Abreiß- (Öffnungs-) Funken. Im Zylinder geht der von einem Magnetapparat erzeugte Strom durch Zündstift und Zündhebel, der Stromkreis wird durch plötzliches Abreißen des Hebels vom Stift unterbrochen, so daß ein Funke überspringt und die Ladung entzündet. Das Abreißen kann erfolgen durch Gestänge von der Steuerwelle aus oder durch Elektromagnet (Magnetkerze). Es muß eine Vorrichtung zum Verstellen des Zündzeitpunktes vorgesehen werden, da der günstigste Zeitpunkt erprobt werden muß. Die Stromerzeugung kann außer durch Magnetinduktor auch durch Batterie oder seltener durch Gleichstrom- oder Erregerdynamo einer Wechselstrommaschine erfolgen.

Ein Abreißgestänge mit Magnetinduktor, Bauart Bosch, zeigen Abb. 12 u. 13.

<sup>1)</sup> Vgl. Borth: Zur Berechnung der Ladepumpen der Körting-Zweitaktmaschinen. Z. 1912, S. 1496.

Der eine Pol des I-förmigen Ankers ist mit dem Gehäuse der Maschine, der andere mit dem isolierten Zündstift  $e'$  leitend verbunden. Der Daumen der Steuerwelle bewirkt einen Ausschlag des auf der Ankerwelle sitzenden Kreuzhebels  $b$  um 25 bis 30° aus seiner Mittellage, die Federn werden gespannt und bewirken nach dem Abgleiten des Hebels  $b$  vom Daumen eine schnelle Bewegung des Ankers, wodurch ein starker Strom ( $\sim 150$  V) entsteht. Durch diese Bewegung wird beim Überspringen des Kreuzhebels über die Mittellage durch die Stoßstange  $c$  der Zündhebel  $e$  von Stift  $e'$  abgerissen, es springt ein Funke über. In der Ruhelage darf die Stoßstange  $c$  den äußeren Hebel  $d$  nicht verdrängen, damit der Zündhebel  $e$  durch die am Hebel  $d'$  angreifende Feder zuverlässig am Stift  $e'$  anliegt. Je schneller die Bewegung des Zündhebels, um so länger ist der Funke.

Einen Zündflansch für Kleinmotoren mit Specksteinisolation des Zündstiftes zeigt Abb. 14.

Bei hoher Umlaufzahl, bei der die Gestängemassen zu träge sind, und in Fällen, wenn mehrere Zündstellen angeordnet werden sollen (Großgasmaschinen) oder wenn die gegenseitige Lage von Steuerwelle und Zündflansch für Gestänge zu ungünstig ist, wird eine magnetische Abreißvorrichtung (Magnetkerze) angewendet, Abb. 15.

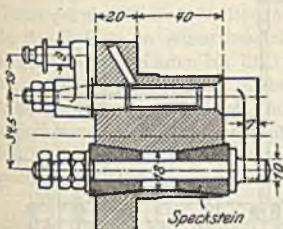


Abb. 14.

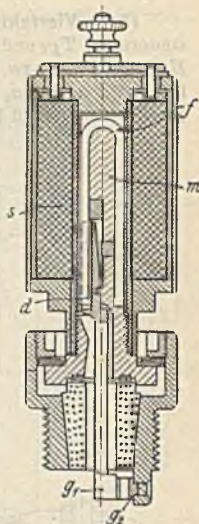


Abb. 15.

Der Strom fließt von der oberen Klemme durch die Magnetspule  $s$ , der Eisenkern  $m$  wird magnetisch und zieht

den eisernen, um eine Schneide drehbaren Hebel  $d$  an, wodurch die Berührung der Kontakte  $g_1, g_2$  unterbrochen wird. Nach der Unterbrechung des Stromes drückt der Federbügel  $f$  den Hebel  $d$  zurück. Das Schließen des Stromes wird durch umlaufenden Kontakthebel von der Steuerwelle aus bewirkt.

Bei Großgasmaschinen werden mehrere Zündstellen angeordnet, um die Entflammungsstrecken zu verkürzen.

### Steuerung.

(846) Steuerungsantrieb ähnlich wie bei den Dampfmaschinen von der Steuerwelle aus durch Nockenscheiben

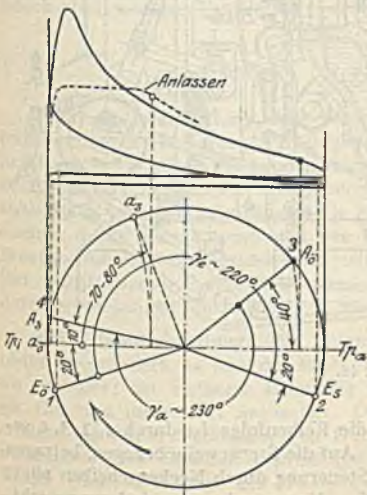


Abb. 16.



Abb. 17.

oder Exzenter (Wälzhebel, seltener Schwingdaumen). Beim Entwurf der Steuerung geht man jedoch zweckmäßig nicht vom Indikator diagramm aus,



sondern von den praktisch erprobten Kurbelstellungen für Einlaß und Auslaß, d. h. vom Steuerwinkeldiagramm.

(847) **Viertaktsteuerung** Abb. 16 ist ein Steuerwinkeldiagramm für Ventilsteuerung.  $Tp_i$  und  $Tp_n$  bezeichnen den inneren bzw. äußeren Totpunkt,  $E_\delta$  und  $E_s$  das Öffnen bzw. Schließen des Einlaßventils,  $A_\delta$  und  $A_s$  desgl. für das Auslaßventil,  $\alpha_\delta$  und  $\alpha_s$  desgl. für das Auslaßventil;  $\gamma_e, \gamma_n$  sind die Steuerwinkel für Einlaß bzw. Anlaß bezogen auf den Kurbelkreis. Die Kurbelstellungen beziehen

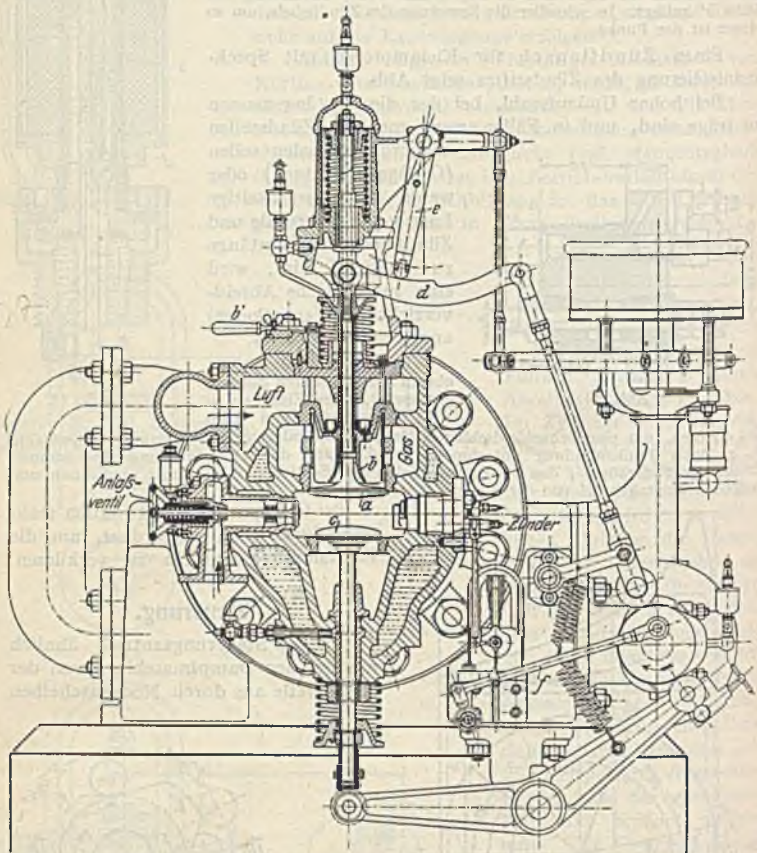


Abb. 18.

sich auf zwei Umdrehungen (4 Hübe), die Reihenfolge ist durch 1, 2, 3, 4 gekennzeichnet (mit Ansaugen angefangen). Auf die Steuerwelle bezogen, betragen die Winkel die Hälfte, wie Abb. 17 einer Steuerung durch Nockenscheiben zeigt;  $E$  — Einlaßnocke,  $A$  — Auslaßnocke,  $K$  — Kompressionsverminderungsnocke. Ventilberechnung s. (872).

(848) **Ausgeführte Viertaktsteuerungen.** Die Steuerung einer Deutzer Gasmaschine zeigt Abb. 18 (vgl. Abb. 29) mit Füllungsreglung (s. (852));  $b$  ist ein über die Einlaßventilspindel  $a$  gesteckter Rohrschieber, der von Hand durch

Handgriff  $b'$  eingestellt werden kann. Aus der Abbildung ist auch das Zündgestänge ersichtlich.

Die Steuerung der Viertaktmotoren von Körting zeigen die Abb. 25 und 26, S. 887. Eine Steuerung der MAN für Großgasmaschinen s. Abb. 32, S. 889.

(849) **Zweitaktsteuerung.** Das normale Steuerwinkeldiagramm für vom Kolben gesteuerten Einlaß und Auslaß durch Schlitze zeigt Abb. 19;  $E_{\delta}, E_s$  — Öffnen bzw. Schließen der Einlaßschlitze,  $A_{\delta}, A_s$  — desgl. der Auslaßschlitze,  $\alpha_{\delta}, \alpha_s$  — desgl. des Anlaßventils. Nach Öffnen des Einlasses wird zunächst nur Luft zum Spülen eingeführt, alsdann Gas und Luft geladen. Günstiger sind Einlaßventile am Zylinderkopf, da das Spülen in Ausströmrichtung erfolgt, ferner kann das Laden bis über Auslaßschluß hinaus erfolgen, es kann mehr Ladung mit höherem Druck gegeben, also höhere Leistung erzielt werden. Die anfangs zugeführte Spülluft soll auch Gemischverluste durch die Auspuffschlitze verhüten.

Kurz nach dem Schließen der Auslaßschlitze durch den Kolben erreichen auch die Kolben der Gas- und der Luftpumpe ihre Totlagen, die Verdichtung findet weiter im Arbeitszylinder statt. Die Steuerung der Pumpen erfolgt meist durch Schieber (s. Fußnote 1 S. 882).

Die Steuerung der Zweitaktmaschine ist ähnlich derjenigen für Viertakt, jedoch sind weniger Ventile zu betätigen.

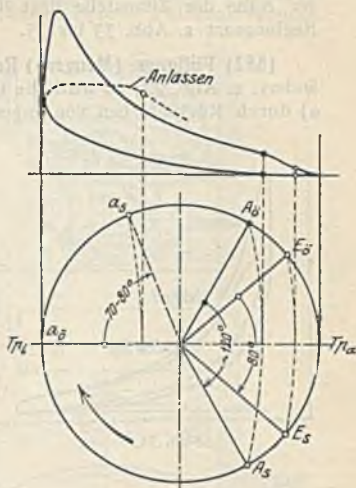


Abb. 19.

## Reglung.

(850) **Aussetzerreglung.** Nur bei kleineren Maschinen angewendet: es wird bei Abnahme der Belastung vom Regler die Brennstoffzufuhr abgestellt, wodurch Arbeitshübe ausfallen; die Ungleichförmigkeit wird größer. Gemischmenge und Zusammensetzung bleiben unverändert, dadurch gute Wärmeausnutzung, es kühlen sich jedoch bei Aussetzern die Zylinderwände ab. Aussetzerreglung wird erreicht durch Geschlossenhalten des Brennstoffventils durch Verschieben der Brennstoffnocke oder Pendelregler, oder durch Offenhalten des Auslaßventils (bei selbsttätigem Einlaßventil) und Zurücksaugen von Abgasen, wodurch Zylinderwandungen warm gehalten werden.

(851) **Gemischreglung.** Die Füllung (Menge) bleibt unverändert, es wird das Mischungsverhältnis geändert; bei kleinerer Belastung wird weniger Gas und mehr Luft angesaugt. Dieses kann erfolgen a) durch Verändern von Hub und Öffnungsdauer des Brennstoffventils (verschiebbare Nocke oder Änderung des Hebelübersetzungsverhältnisses) oder b) durch Verändern von Hub und Öffnungsdauer des Luftventils bei selbsttätigem Brennstoffventil. Die Änderung des Mischungsverhältnisses zeigt Abb. 20. Vorteil dieser Reglungsart: stets gleiche Menge, daher gleicher Kompressionsdruck, also günstiger thermischer Wirkungsgrad (s. (825)); Regulier-

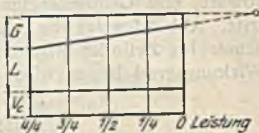


Abb. 20.



diagramm s. Abb. 21<sup>1)</sup>. Nachteil: die Zündfähigkeit nimmt bei kleinerer Belastung ab, kann bei Leerlauf ganz aufhören. Dieses kann vermieden werden dadurch, daß erst nur Luft angesaugt wird, das Gasventil öffnet später, in der Nähe der Zündstelle liegt dann reicheres Gemisch. Ausführungen dieser Reglungart s. Abb. 33 bis 35.

**(852) Füllungs- (Mengen-) Reglung.** Das Mischungsverhältnis bleibt unverändert, s. Abb. 22; es wird die Gemischmenge geregelt. Dieses kann erfolgen a) durch Rückschieben von angesaugtem Gemisch, b) durch frühen Schluß des

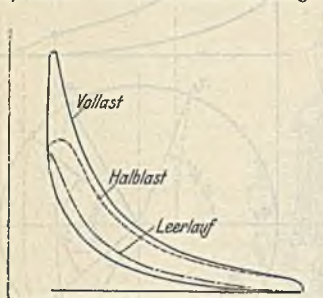


Abb. 21.

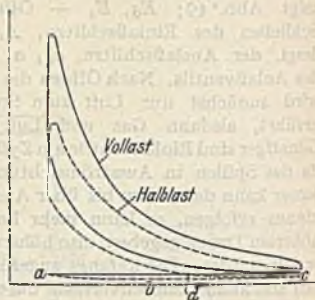


Abb. 23.



Abb. 22.



Abb. 24.

Einlaßventils und c) durch Drosseln des Gemisches während des ganzen Saughubes. Ansaug- und Verdichtungsdruck werden geändert, also auch Kompressionsenddruck, s. Leistungsregulierungsdiagramm Abb. 23<sup>1)</sup>, dadurch Nachteil: der thermische Wirkungsgrad wird schlechter (vgl. (825)). Vorteil: Zündfähigkeit gleichbleibend, daher auch Leerlaufsregelung gut.

Ausgeführte Mengenreglung zeigen Abb. 18 der Gasmotorenfabrik Deutz (s. auch Abb. 29) und Abb. 32 der MAN. Bei scharfen Ansprüchen an die Regelung wird mittelbare Regelung angewendet durch Druckölkolben mit Rückführung, ähnlich derjenigen bei den Dampfturbinen.

**(853) Vereinigte Gemisch- und Füllungsreglung** wird für Großgasmaschinen angewendet, um die Vorteile beider zu vereinigen, derart, daß von Höchstleistung abwärts erst Gemischreglung und bei kleinen Leistungen Füllungsreglung eintritt. Abb. 24 zeigt die Verhältnisse dieser Reglungart. Durch den Unterdruck im Zylinder wird Schmieröl hineingesaugt, wodurch der mechanische Wirkungsgrad besser wird.

## Ausgeführte Gasmaschinen.

### Viertaktmotoren.

**(854)** Die von Gebr. Körting A.-G. in Körtingsdorf bei Hannover gebauten liegenden Viertakt-Gasmotoren zum Betriebe mit Leucht-, Kraft-, Koks- ofengas usw. zeigen Abb. 25 und 26.

<sup>1)</sup> Aus Magg, J: Die Steuerungen der Verbrennungskraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

Der mit dem Zylinder verschraubte Zylinderkopf trägt oben das Einlaßventil *b*, unten das Auslaßventil *c*, beide durch Nocken gesteuert; seitlich sitzt das Mischventil *m* (vgl. Abb. 11, S. 882) und der Zündflansch.

Die Regelung der Maschine erfolgt durch Verstellung einer im Kanal *g* (Abb. 26) zwischen Mischventil *m* und Einlaßventil *b* sitzenden Drosselklappe — Füllungsregelung.

Derartige Motoren werden für Leistungen von 1 bis 1000 PS als Ein- oder Mehrzylindermotoren gebaut.

Bei den von der Motorenfabrik Deutz für Leistungen von 50 bis 175 PS<sub>n</sub> gebauten liegenden Viertakt-Gasmotoren (Abb. 27 bis 29) sind Gasventil *c*, Einlaßventil *i* und Auslaßventil *k* übereinander liegend und leicht herausnehmbar im Zylinderkopf untergebracht.

Die Bildung der Ladung geht im Innern des Ventilkorbes *l* vor sich, und zwar strömt Gas in den oberen, die Luft in den unteren Teil desselben, wo sie, durch Öffnungen *g* des Korbes in das Gas eintretend, sich innig mit diesem mischt. Die so gebildete Ladung gelangt durch das Einlaßventil *i* in den Zylinder und wird nach erfolgter Verdichtung durch einen elektrischen Funken entzündet.

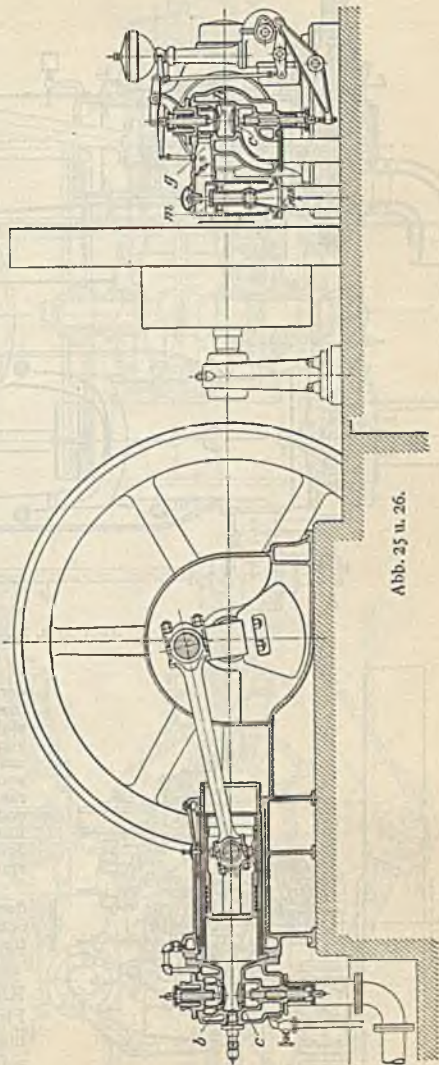
Die elektrische Abreißzündung erfolgt durch die Stange *p* von einem exzentrischen Zapfen der am hinteren Ende der Steuerwelle *s* befestigten Nockenscheibe *l* aus, von der auch die Steuerhebel des Einlaß- und Auslaßventils bewegt werden. Der Zeitpunkt der Zündung läßt sich beliebig einstellen.

Das Mischungsverhältnis der Ladung kann je nach Stellung eines in die betreffende Leitung eingebauten Abschlußorgans mittels der Handhebel *d* bzw. *e* eingestellt werden.

Die Regelung des Motors geschieht dadurch, daß der Stützpunkt des Hebels *h*, der das Gas- und Einlaßventil öffnet, in der in Abb. 29 ersichtlichen Weise von einem mit Ölbremsen versehenen Federregler, Bauart Hartung, mittels des Hebels *m* verlegt wird. Da bei geschlossenem Einlaßventil zwischen der abgerundeten Druckfläche des letzteren und dem Einlaßhebel *h* ein geringer Spielraum vorhanden ist, kann der Regler frei spielen. Nur während der Einströmperiode — also während des vierten Hubes jedes Arbeitsspiels — wird der Hebel *m* belastet und der Regler infolgedessen festgehalten. Die Verhältnisse sind aber so gewählt, daß ein Ausgleiten des ersteren auf dem Hebel *h* nicht stattfinden kann.

Durch diese Art der Regelung wird, wie bei der vorherprochenen liegenden Gasmaschine der Gebr. Körting A.-G., bei stets gleichbleibendem Mischverhältnis der Ladung nur deren Menge und damit deren Verdichtung geändert — somit eine äußerst günstige Brennstoffausnutzung erreicht — Füllungsregelung.

Abb. 29 zeigt die Stellung der Steuerungsteile bei mittlerer Belastung des Motors. Bei voller Belastung, also bei dem größten Hub des Einlaßventils, liegt der Stützpunkt des Hebels *h*





am weitesten von der Ventilschneide entfernt, beim Leerlauf des Motors kommt er ganz nahe an die Ventilschneide zu liegen.

Anlassen des Motors durch Druckluft von 6 bis 8 at Spannung.

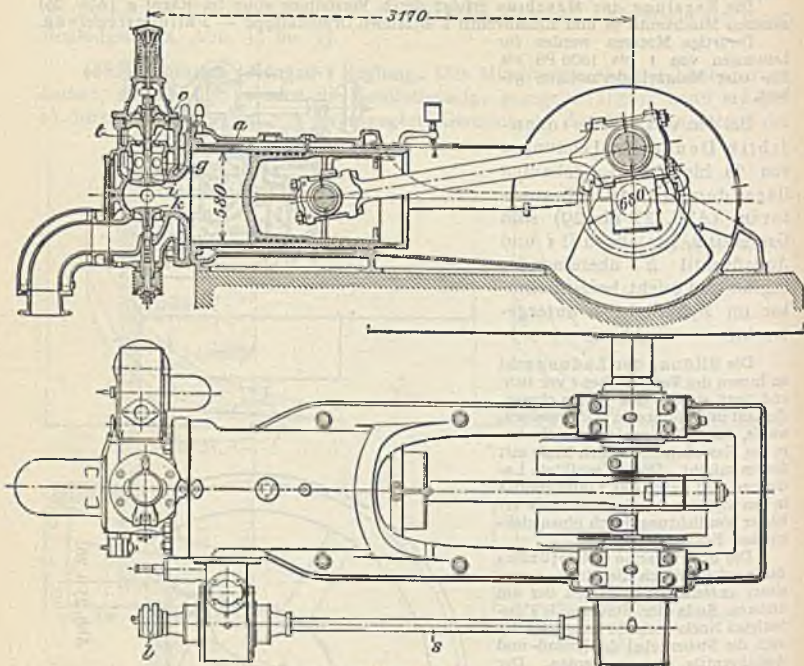


Abb. 27 u. 28.

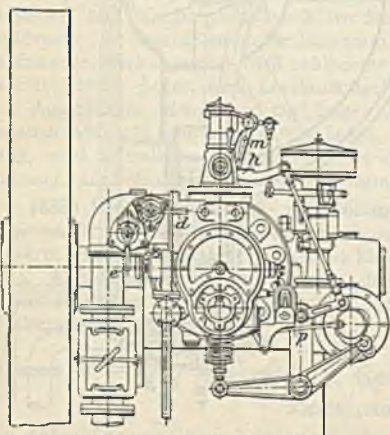


Abb. 29.

Für größere Leistungen werden zwei der besprochenen Motoren in einem gemeinsamen Rahmen mit drei Lagern vereinigt, derart, daß die beiden meist um  $180^\circ$  versetzten Kurbeln der Motorachse nur um die Länge des mittleren Hauptlagers voneinander entfernt liegen. Die Steuerung ist für jede Zylinderseite selbständig und in gleicher Ausführung wie bei der Einzylindermaschine außen angeordnet. Solche Doppelmotoren werden für Leistungen von 100 bis 350 PS<sub>n</sub> gebaut.

Die Vereinigung zweier Doppelmotoren durch eine Welle mit in der Mitte liegendem Schwungrad wird als Doppel-Zwillings für Leistungen bis 700 PS<sub>n</sub> ausgeführt.

Einen stehenden Viertakt-Kleingasmotor der vorgenannten Firma für Dauerleistungen von 2,5 bis 9 PS bei 480 bis 380 Uml./min zeigen Abb. 30 und 31.

Kurbelstange und Kurbelwelle laufen in luftdicht abgeschlossenem Raum; erstere taucht bei jeder Umdrehung in ein Ölbad. Ein- und Ausströmventil werden zwangsläufig gesteuert. Behufs Regelung bleibt das Einströmventil bei Überschreitung der normalen Umlaufzahl geschlossen. Die Zündung ist elektrisch. Zum Andrehen genügt eine einfache, auf das Ende der Kurbelwelle gesteckte Handkurbel.

zwangsläufig gesteuert. Behufs Regelung bleibt das Einströmventil bei Überschreitung der normalen Umlaufzahl geschlossen. Die Zündung ist elektrisch. Zum Andrehen genügt eine einfache, auf das Ende der Kurbelwelle gesteckte Handkurbel.

Der Großgasmotor der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, A.-G., wird im allgemeinen mit zwei doppeltwirkenden, hintereinander liegenden Zylindern, Abb. 32, ausgeführt, die, um der Gefahr einseitiger Wärmespannung-

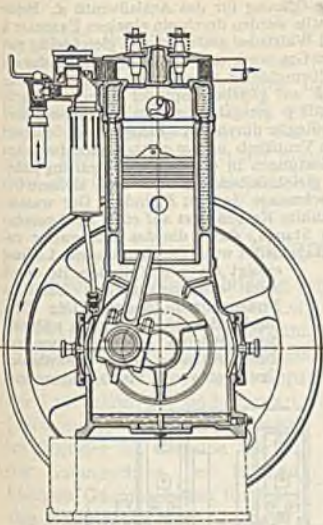


Abb. 30.

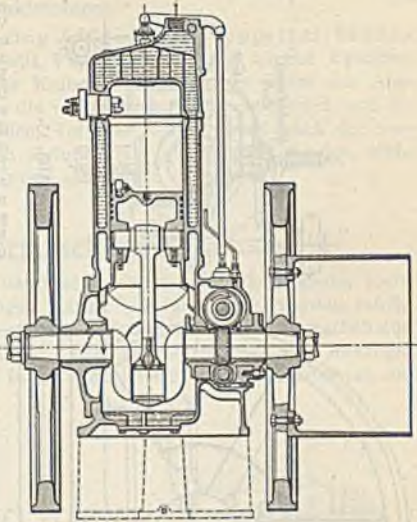


Abb. 31.

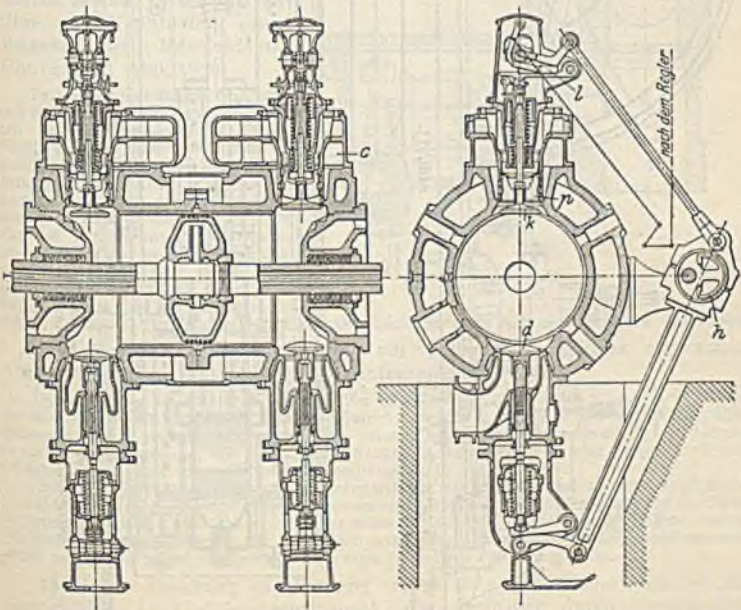


Abb. 32.



gen vorzubeugen, bei größeren Motoren in der Mitte geteilt und mit Laufbüchsen versehen sind.

Jede Zylinderseite hat oben eine Öffnung für das Einlaßventil *k*, dessen Führung sich in dem Ventilkasten *c* befindet, der gleichzeitig den

Ventilbügel mit der Steuerung trägt, unten eine Öffnung für das Auslaßventil *d*. Beide Ventile werden durch ein einziges Exzenter *h* und Wälzhebel gesteuert und gleichzeitig mit dem Gas auch der Luftzutritt durch das als Kolbenschieber ausgebildete, mit dem Ventil *k* auf gleicher Spindel sitzende Mischventil *p* geregelt. Zu dem Zwecke verändert der Regler durch Verschieben eines Steines *l* den Ventilhub und es gelangt eine bei allen Belastungen in der Zusammensetzung nahezu gleichbleibende größere oder kleinere Gemischmenge in den Zylinder. Der wassergekühlte Kolben sitzt auf einer hohl gebohrten Stange, durch die das Kühlwasser zu- und abgeleitet wird. Die Zündung der Ladung erfolgt für jede Zylinderseite durch zwei elektromagnetisch betätigte Funkenabreiß-Zünder. Der Zeitpunkt der Zündung kann während des Betriebes eingestellt werden. Zum Anlassen dient gewöhnlich Druckluft von 15 bis 20 at Spannung.

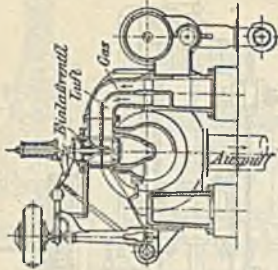


Abb. 35.

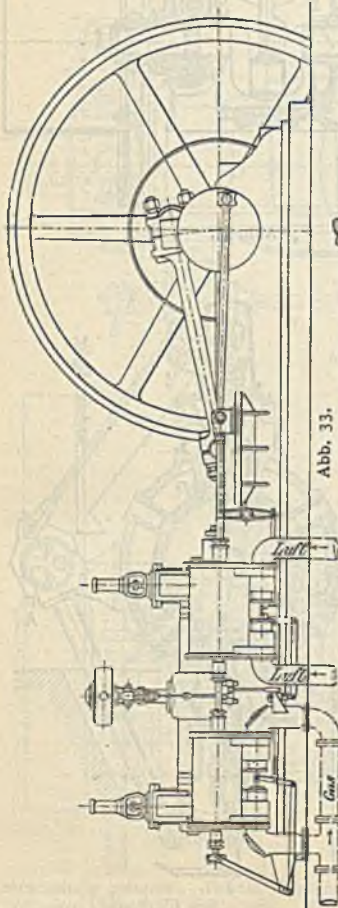


Abb. 33.

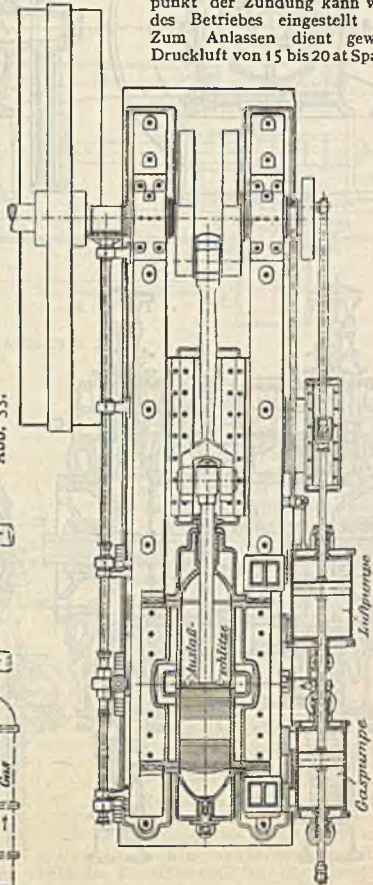


Abb. 34.

Die Tandemmaschinen werden bis zu 3000 PS<sub>a</sub>, die Zwillings-Tandemmaschinen bis zu 6000 PS<sub>a</sub> Einzelleistung gebaut.

### Zweitaktmotoren.

(855) Bei der von Gebr. Körting A.-G. gebauten doppeltwirkenden Zweitaktmaschine, Abb. 33 bis 35, mit Füllungsreglung ist der Zylinder, in dem sich ein ungewöhnlich langer Kolben bewegt, in der Mitte mit Auslaßschlitzen versehen, durch welche die verbrannten Gase ausströmen und die durch den Kolben selbst in den beiden Totpunktlagen einmal nach der vorderen und einmal nach der hinteren Zylinderseite hin geöffnet werden, während das frische Gemisch an den Enden eingeführt wird.

## Vergasermaschinen.

(856) Die Gemischbildung der Vergasermaschinen, die als ortsfeste, meist aber als Fahrzeugmotoren in Leistungen von 1 PS<sub>a</sub> an ausgeführt werden, erfolgt im Vergaser, einem Mischraum, in welchem eine mit einem Schwimmerbehälter in Verbindung stehende Düse einmündet. Durch den Unterdruck beim Ansaugen wird aus der Düse etwas Brennstoff in die vorbeistreichende Luft gespritzt, mit der Luft gemischt und vergast (verdampft). Die Wirkungsweise im Zylinder ist dieselbe wie in der Gasmaschine, es können kleinere Gasmaschinen für flüssige Brennstoffe und Vergaserbetrieb eingerichtet werden. Als Brennstoffe kommen in Frage; Benzin, Benzol, Petroleum, Spiritus und Naphthalin. Einen Vergaser der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 36.

Indem Brennstoffnapf *f* befindet sich das vom Flüssigkeitsspiegel mittels des Schwimmers *d* eingestellte Ventil *g*. Der Brennstoff tritt bei geöffnetem Absperrventil *c* in feinen Strahlen aus der Düse *b* in das Gehäuse *a* und mischt sich mit der durch den Hahnreißer *m* eingesaugten Luft. Für den Betrieb mit 2 Brennstoffen ist der Napf *f* mit zwei Kammern ausgeführt, von denen die zweite ohne Schwimmer ist und mit einer einfachen Bohrung in die Düse *b* mündet. In diese zweite Kammer kommt der leichtere zum Anlassen dienende Brennstoff.

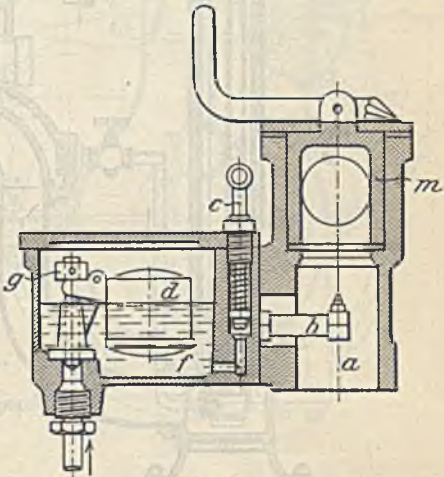


Abb. 36.

Für Naphthalinbetrieb wird ein besonderer Vergaser angeordnet. Abb. 37 zeigt eine Ausführung der Motorenfabrik Deutz.

Das in kleinen Stückchen in den Behälter *B* gebrachte Naphthalin wird durch Dampf, der sich in den mit Kühlwasser gefüllten, durch die heißen Auspuffgase des Motors umspülten Rohren *m* bildet, zum Schmelzen gebracht, gelangt im flüssigen Zustande durch eine Leitung in ein Schwimmergehäuse, aus diesem beim Saughube des Kolbens in eine Brause und nach erfolgter Zerstäubung mitsamt der Verbrennungsluft in den Zylinder.

Beim Inbetriebsetzen muß man den Motor so lange mit Benzol, Leuchtgas oder dergl. laufen lassen, bis der durch die heißen Auspuffgase erzeugte Wasserdampf die Verflüssigung des festen Naphthalins bewirkt hat. Dann kann der Motor auf Naphthalinbetrieb umgeschaltet werden. Die Naphthalinmotoren werden für Leistungen von 6 bis 25 PS gebaut. Der Brennstoffverbrauch wurde bei einem 8 bis 10pferdigen Motor zu etwa 300 g für 1 PS-st festgesetzt.

(857) Die Steuerung und Reglung erfolgt in gleicher Weise, wie bei den Gasmaschinen (s. Ausführungsbeispiele), die Zündung durch Abreibfunken (Magnetkerze) oder, bei raschlaufenden Maschinen, durch Hochspannungskerze,



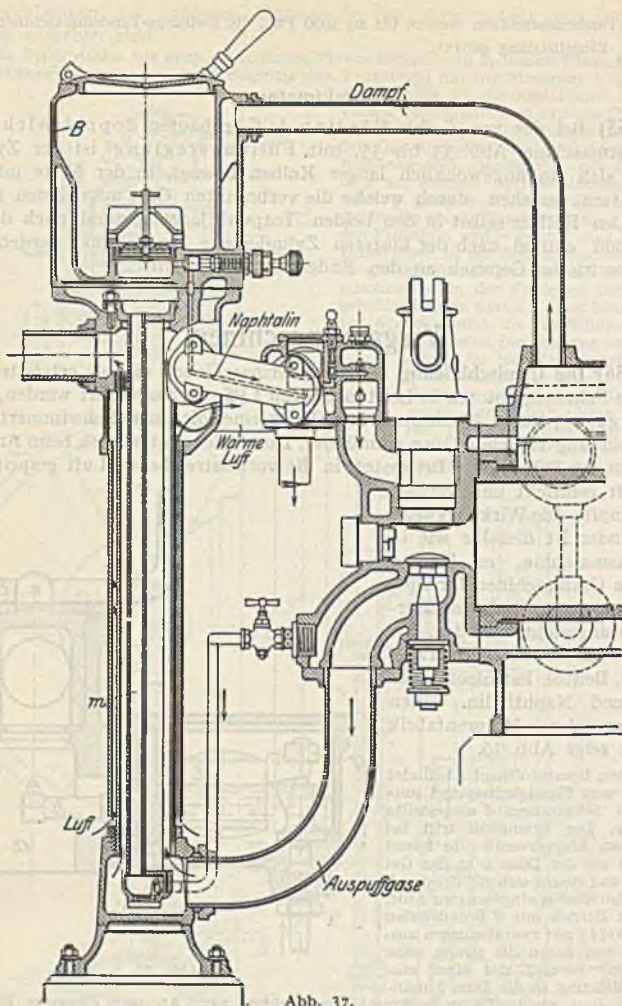


Abb. 37.

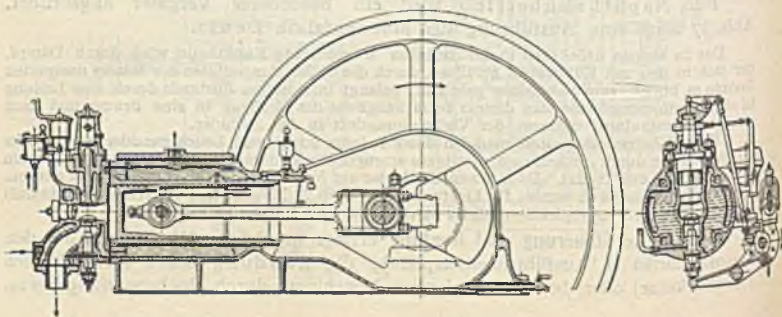


Abb. 38.

Abb. 39.

Stehend ausgeführte Maschinen erhalten seitlich vom Zylinder senkrecht nebeneinander angeordnete Ventile, s. Abb. 40, oder im Zylinderkopf sitzende („hängende“) Ventile, die von einer parallel zur Welle liegenden Steuerwelle durch Nocken, Stangen und Hebel gesteuert werden, Abb. 31. Regelung durch Drosselklappe. Zum Betrieb mit Spiritus, Petroleum und Naphthalin muß zur Erwärmung des Zylinders mit Benzin angefahren werden.

(858) Ausgeführte Vergasermaschinen. Ein von der Motorenfabrik Deutz für Leistungen von 2 bis 12 PS<sub>e</sub> gebauter liegender Viertaktmotor für flüssige Brennstoffe (Benzin, Benzol, Spiritus, Petroleum usw.) ist in Abb. 38 und 39 für Durchflußkühlung dargestellt; sie werden auch für Verdampfungskühlung ausgeführt. Letztere eignet sich besonders da, wo Druckwasser nicht vorhanden ist oder der Motor auf ein fahrbares Untergestell aufgebaut wird.

Ein- und Auslaßventil sind in beiden Fällen übereinander und leicht zugänglich in den Zylinderkopf eingebaut: sie werden zwangsläufig durch Hebelgestänge und Nockenscheiben von der Steuerwelle aus bewegt. Die Regelung des Motors wird durch einen Federregler bewirkt, der durch Verschieben eines Kelles, Abb. 39, Hub und Hubdauer des Einlaßventils der jeweiligen Belastung entsprechend einstellt. Dabei gelangt ein Brennstoffluftgemisch von stets gleichbleibender Zusammensetzung in den Zylinder.

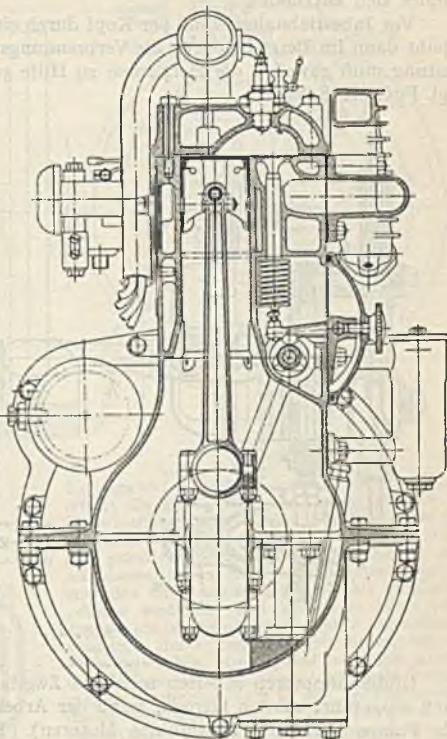


Abb. 40.

Zugehörigen Vergaser s. Abb. 36, (856).

Der Brennstoffverbrauch für die 12-PS-Type ist 325 g Benzin, 275 g Benzol oder Rohbenzol, 390 g Petroleum, 430 g Spiritus oder 530 ltr Leuchtgas bzw. 480 ltr Sauggas für 1 PS-st.

Kühlwasserverbrauch bei Durchflußkühlung für 1 PS-st 15 bis 20 ltr, bei Verdampfungskühlung 2 ltr/PS<sub>e</sub>-st.

Die stehenden Kleinmotoren genannter Firma für flüssige Brennstoffe entsprechen in der Bauart und Wirkungsweise den in Abb. 30 und 31 ersichtlichen Kleingasmotoren.

Der mittels Pumpe in ein Überlaufgefäß geförderte Brennstoff wird aus diesem durch eine Spritzdüse einfachster Art in die Maschine gerissen. Solche Motoren werden für Dauerleistungen von 3 bis 10 PS geliefert.

Einen Fahrzeugmotor mit sehr günstigem Verbrennungsraum nach Ricardo<sup>1)</sup> zeigt Abb. 40. Die Ventile sitzen seitlich nebeneinander möglichst dicht am Zylinder; während der Verdichtung starke Wirbelung des Gemisches in den Brennraum hinein, Zündkerze in Mitte des Raumes.

<sup>1)</sup> Ricardo, Schnellaufende Verbrennungsmaschinen. Berlin: Julius Springer.



## Glühkopfmotoren.

(859) Die Gemischbildung dieser mit Rohöl betriebenen Ölspritzmaschinen erfolgt im Zylinder, indem der Brennstoff gegen Ende der Verdichtung mit hohem Druck durch eine Brennstoffdüse in den heißen Glühkopf zerstäubt wird, sich mit der verdichteten reinen Luft mischt und an den heißen Wänden des Glühkopfes sich entzündet.

Vor Inbetriebnahme muß der Kopf durch eine Heizlampe erhitzt werden, er bleibt dann im Betriebe durch die Verbrennungswärme glühend, bei kleiner Belastung muß zuweilen die Heizlampe zu Hilfe genommen werden (s. I, Abb. 43, vgl. Fußnote S. 895).

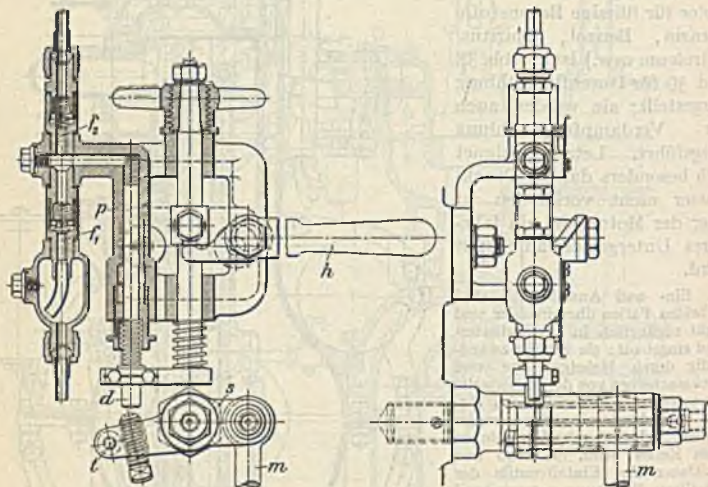


Abb. 41.

Glühkopfmotoren arbeiten meist im Zweitakt, da sie dann besonders einfach ausgeführt werden können, wenn der Arbeitskolben und der Kurbelkasten als Pumpe wirken (s. ausgeführte Motoren). Eine besondere Steuerung und Ventile sind dann nicht erforderlich.

(860) Die Reglung wird durch Aussetzer (Pendelregler) oder meist durch Ändern der Brennstoffmenge bewirkt, indem der Brennstoffpumpenhub durch einen auf der Kurbelwelle sitzenden Achsregler und verstellbares Exzenter verändert wird. Eine Brennstoffpumpe zum Glühkopfmotor zeigt Abb. 41.

Der Antrieb der Ölpumpe  $p$  mit Saug- und Druckventil  $f_1$  bzw.  $f_2$  wird von einem unter Wirkung des im Gehäuse  $r$ , Abb. 42, eingeschlossenen Flachreglers stehenden Dopplexzenter  $\delta$  abgeleitet, dessen Stange  $m$  unter Zwischenschaltung der Schwinge  $s$  einen auf das Ende des Pumpenkolbens  $d$  mittels einstellbarer Anschlagschraube wirkenden Hebel  $t$  bewegt, so daß dem Motor nur eine der jeweiligen Belastung desselben entsprechende Ölmenge zufließt. Damit der Motor stets die richtige Drehrichtung annimmt — Vorwärts- oder Rückwärtsgang —, ist an der Pumpensteuerung noch ein Hebel  $h$  angebracht, der dazu dient, den Pumpenkolben in einem beliebigen Zeitpunkte aufwärts zu drücken und hierdurch Brennstoff in den Zylinder einzuspritzen.

(861) Ausgeführte Glühkopfmotoren. Einen stehenden Zweitakt-Glühkopfmotor von 8 PS<sub>e</sub>  $n = 475$  zeigen Abb. 42 und 43.

Das allseitig geschlossene Kurbelgehäuse dient als Ladepumpe für die Mischluft und ist zu dem Zwecke mit Lufteinlaßklappen  $k$ , sowie mit einem zu den Einlaßschlitzen  $a$  des Zylinders führenden Überströmkanal versehen. Beim Aufwärtsgange des Kolbens saugt derselbe durch die Klappen  $k$  Luft an und verdichtet zugleich die über dem Kolben im Zylinder befindliche

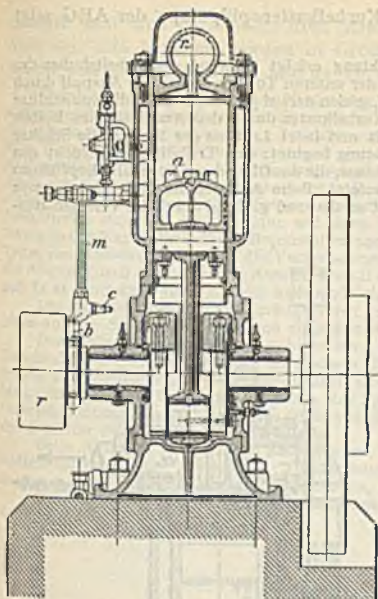


Abb. 42.

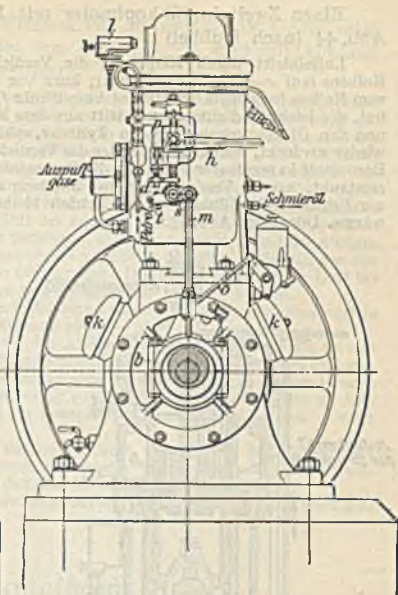


Abb. 43.

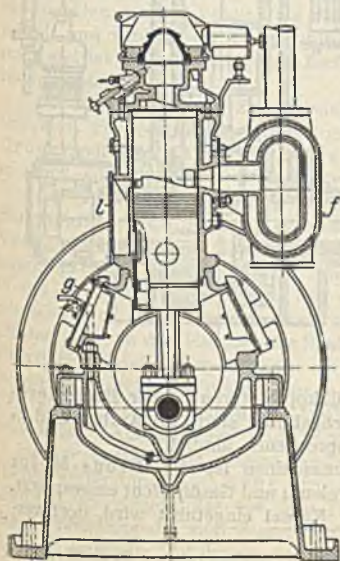


Abb. 44.

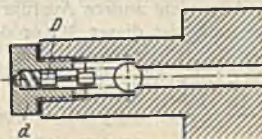


Abb. 45.

Ladungsluft; ungefähr in der oberen Kolbentotlage erfolgt die Entzündung der Ladung an dem in Dauerbetriebe durch die bei den Zündungen frei werdende Wärme dunkelrot erhaltenen, aus Stahlguß gefertigten Glühkopf *n*. Während der Abwärtsbewegung des Kolbens wird die beim vorhergehenden Hube angesaugte Frischluft im Kurbelgehäuse verdichtet und kurz vor der unteren Totlage ein im Zylinder befindlicher Auspuffkanal freigelegt, durch den die Verbrennungsgase ins Freie entweichen. Kurz darauf öffnet der Kolben die Einlaßschlitze *a*, durch die die im Kurbelgehäuse verdichtete Luft in den Zylinder strömt, diesen auswäscht und von neuem ladet. Dann wiederholt sich der beschriebene Vorgang. Durch eine Lampe *l* wird der Glühkopf vor dem Anlassen des Motors angewärmt<sup>1)</sup>. Pumpe und Reglung *s*. Abb. 41. Eine mittels festen Exzenters der Kurbelwelle bewegte Pumpe liefert das erforderliche Kühlwasser. Der seitlich am Motor angebrachte Zentralschmierbehälter wird von einem am Bügel des Drehexzenters *b* befestigten Zapfen *c* aus mittels Stange *o* angetrieben.

<sup>1)</sup> Zuweilen wird behufs Inbetriebsetzung kalter Glühkopfmotoren Benzin in den Glühkopfkörper eingespritzt und das nach Mischung mit der in dem Zylinder eingesaugten Luft sich bildende Benzingemisch durch eine magnet-elektrische Zündung entzündet. Sobald der Glühkopf derart erwärmt ist, daß eingespritztes Rohöl vergast, wird durch entsprechende Stellung



Einen Zweitaktglühkopfmotor mit Kurbelkastenspülpumpe der AEG zeigt Abb. 44 (nach Dubbel)

Lufttritt durch Klappe *g*, die Verdichtung erfolgt während des Arbeitshubes des Kolbens (auf  $\sim 0,15$  at Oberdruck); kurz vor der unteren Totlage erfolgt der Auspuff durch vom Kolben freigelegte Schlitze ins Auspuffrohr *f*, gleich darauf gibt der Kolben die Spülschlitze frei, die leicht verdichtete Luft tritt aus dem Kurbelkasten durch den Ausschnitt im Kolben und den Oberströmkanal *l* in den Zylinder, spült und ladet Luft bis der Kolben die Schlitze wieder verdeckt, worauf im Zylinder die Verdichtung beginnt: eine Treibölpumpe drückt den Brennstoff in regelbarer Menge in die Brennstoffdüse, die das Öl in den heißen Glühkopf hinein zerstäubt, worauf Verdampfung und Zündung erfolgt. Beim Anlassen dient die Benzinlampe zur Erhitzung des Glühkopfes, im Betrieb bleibt er dauernd glühend durch die Verbrennungswärme. Düse zeigt Abb. 45.

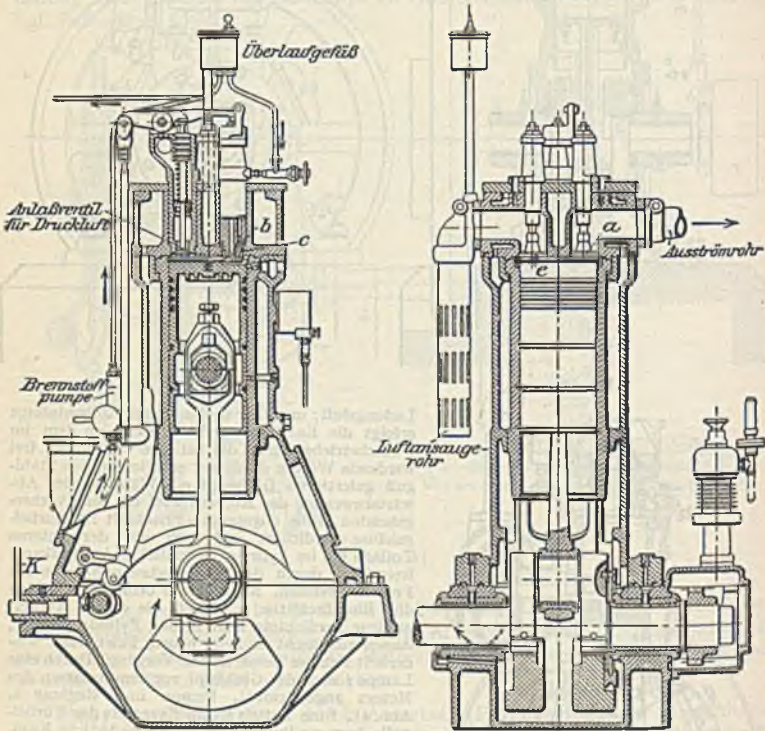


Abb. 46.

Eine der ältesten Ausführungen der Glühkopfmotoren ist der Bolinders-Motor, dem viele andere Ausführungen nachgebildet sind. Im Aufbau und in der Anordnung ist dieser Motor den vorbesprochenen ähnlich.

Eine Abart der eigentlichen Glühkopfmotoren ist der Brons-Motor (Viertakt), bei welchem der Brennstoff (Petroleum und Gasöl) nicht eingespritzt, sondern in eine in den Zylinder hängende Kapsel eingeführt wird, dort ver-

eines Dreiweghahnes auf Rohölbetrieb umgeschaltet. Solche Motoren bringt z. B. die Reform-Motorenfabrik, G. m. b. H. in Böhlitz-Ehrenberg bei Leipzig, in den Handel. Um zu verhindern, daß sich während des Leerlaufes der Glühkopf zu stark abkühlt, gelangt bei der Glühkopf-Schiffmaschine von Vickers-Patters, Ipswich, eine geringe Ölmenge in den Glühkopf, verbrennt in diesem ohne Kraftleistung und heizt ihn soweit, daß bei plötzlichem Auftreten einer Belastung der Motor nicht stehen bleiben kann (Z. 1920, S. 263 nach Engineering 20. Februar 1920).

dampft und sich entzündet. Eine Ausführung der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 46. Die Motoren werden in Größen von 6 bis 32 PS<sub>0</sub> und mit Umlaufzahlen von 380 bis 330 i. d. Minute ausgeführt.

Der Kolben saugt beim ersten Niedergang durch das wie alle übrigen Ventile im Zylinderkopf untergebrachte gesteuerte Ventil *e* Luft und durch das Einströmventil *b* den Brennstoff an, der jedoch nicht unmittelbar in den Zylinder, sondern in eine in diesen einragende, mit ihm durch feine Öffnungen in ständiger Verbindung stehende Brennstoffkapsel *c* fließt. Beim nächsten Kolbenaufgang wird die Luft verdichtet, wobei infolge der Kompressionswärme ein kleiner Teil des in der Kapsel gelagerten Brennstoffes in Dampfform in den Arbeitszylinder tritt, hier durch die hohe Temperatur der Luft im Totpunkte entzündet wird und die Verbrennung des noch übrigen Brennstoffes einleitet, die sich dann auf einen Teil des zweiten Kolbenniederganges erstreckt. Ist die in der Kapsel befindliche Brennstoffmenge verbrannt, so expandieren während des übrigen Teiles des Kolbenniederganges die Verbrennungsprodukte und beim nächsten Aufgange werden die Abgase durch das gesteuerte Ausströmventil *a* ausgestoßen. Da die Verdichtung der Luft bis auf 32 at getrieben wird, können Anfangsdrücke von 45 bis 50 at erreicht werden.

Die Regelung der Maschine erfolgt durch veränderliche Zumessung des Brennstoffes mittels eines auf der Steuerwelle sitzenden einfachen Achsenreglers.

Das Anlassen des Motors geschieht bei 6 PS durch eine Andrehkurbel, von 8 PS ab mit Druckluft von 8 at: letztere wird durch einen kleinen stehenden, am Motor angebauten und von diesem unmittelbar angetriebenen einstufigen Kompressor erzeugt, der sie in einen kleinen Druckluftbehälter befördert. Hat sie in diesem eine Spannung von 8 at erreicht, so wird die zu ihm führende Leitung abgesperrt und das Druckventil des Kompressors angehoben, der dann — wenn der Behälter geladen ist — leer mitläuft.

Beim Anlassen wird die die Steuernocken tragende Büchse auf der von der Kurbelwelle mittels Stirnräder im Verhältnis 1:2 angetriebenen Steuerwelle mittels des aus dem Kurbelkasten ragenden Handgriffes *K* so verschoben, daß die Maschine im Zweitakt läuft.

Der Verbrauch an gewöhnlichem Lampenpetroleum beträgt bei voller Belastung etwa 250 bis 280 g für 1 PS<sub>0</sub>-st.

## Gleichdruckmotoren.

(862) **Gemischbildung.** Der Brennstoff wird in die bis über seine Selbstzündungstemperatur verdichtete reine Luft kurz vor Hubende zerstäubt, fein zerteilt und verdampft. Die Gemischbildung findet somit im Zylinder selbst statt und ist von der Güte der Zerstäubung und Verteilung im Verbrennungsraum abhängig.

Die Einführung und Zerstäubung des Brennstoffes erfolgte anfangs mittels Druckluft von 60—80 at, neuerdings luftlos durch hohen Druck des Öles — Druck- oder Strahlzerstäubung, oder durch Vorverbrennung eines Teiles in einer Zündkammer — Vorkammerv Verfahren.

Bei Lufteinspritzung werden offene oder meist durch gesteuertes Nadelventil geschlossene Brennstoffventile angewendet. Gesteuerte Ventile werden mit Lochplatten- oder mit Düsen spaltzerstäuber ausgeführt. Der Brennstoff wird von der Brennstoffpumpe in regelbarer Menge in das Brennstoffventil gegen den dort herrschenden Druck der Einblasluft von 60—80 at gefördert und verteilt sich über die mit Löchern versehenen Lochplatten, bzw. in den Kanälen der Spaltzerstäuber, wodurch er der Luft eine große Oberfläche bietet. Beim Anheben der Brennstoffnadel reißt die Einblasluft den Brennstoff durch die Düsenplatte in den Zylinder. Abb. 47 zeigt den inneren Teil eines Brennstoffventils mit Lochplatten, Abb. 48 eines solchen mit Spaltzerstäuber. Abmessungen und Anordnungen s. (874).

Beim Betrieb mit schwer verdampfenden und zersetzenden Brennstoffen (Benzolverbindungen, s. (830)) wird dem Treiböl durch eine besondere Pumpe Zündöl vorgelagert, das vor dem Treiböl in den Zylinder gelangt und durch die Verbrennung die zum Zersetzen des Treiböles erforderliche Wärme erzeugt. Abb. 48 zeigt die Zuführung des Zündöles.

Druckeinspritzung (Strahlzerstäubung): Das Treiböl wird von der Pumpe mit 200—300 at in die Brennstoffdüse gedrückt und durch feine Bohrungen der Düse in den Zylinder zerstäubt, wo Mischung und Zündung stattfindet. Offene Düsen — Gefahr des Nachtropfens — oder durch federbelastete Nadel geschlossene Düsen, wobei die Nadel durch den Öldruck selbsttätig an-



gehoben wird. Wichtig gute Verteilung im Zylinder, dazu günstige Brennraumform, halbkugelförmig durch Kolbenhöhlung, Abb. 48 (L-H-W. Deutz, MAN) oder flache Form ohne Zerklüftung, Ölstrahlen stark schräg auf Kolbenboden treffend. Zünddruck  $p_z$  höher als Verdichtungsdruck  $p_c$  (mehr oder weniger starke Verpuffung),

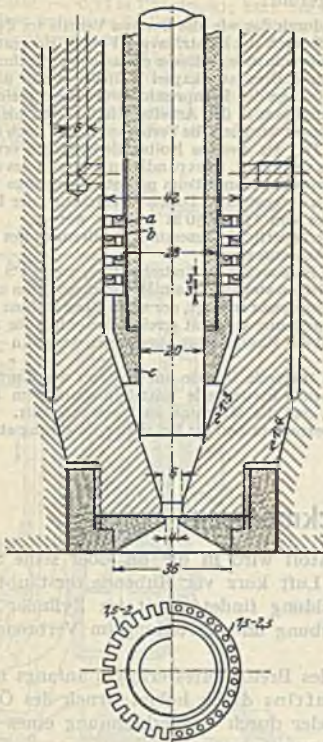


Abb. 47.

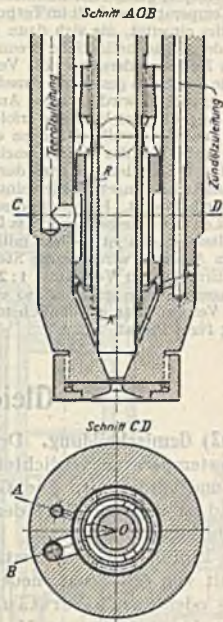


Abb. 48.

$p_c = 26 - 30$  at (da keine Kühlung durch Einblasluft),  $p_z = 39 - 45$  at (bei Junkersmotor  $p_c = 38 - 41$ ,  $p_z = 65 - 70$  at).

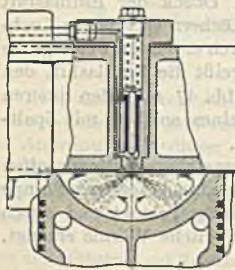


Abb. 49.

Abb. 49 zeigt eine geschlossene Düse der Linke-Hoffmann-Werke. Ausführungen s. (874).

Vorkammerverfahren: Brennstoff durch die Pumpe in die Vorkammer (Deutz), Abb. 50, mit etwa 60—80 at durch offene oder geschlossene Düse gepreßt, ein Teil entzündet sich und treibt den übrigen vorgewärmten Brennstoffnebel wirbelnd in den Zylinder. Wegen Verzögerung des Vorganges muß Einspritzung zeitiger erfolgen. Vorgänge noch nicht vollständig geklärt. Da Kammerwände kühler als Zylinder



Abb. 50.

(stärkere Wärmeabfuhr), so ist bei kleinen Maschinen zur Einleitung der Verbrennung beim Anlassen Entzündung durch Lunte oder Glühdraht erforderlich. Deutz verwendet offene absperzbare Hilfsdüse, Abb. 51, die in den

Zylinderraum spritzt und dort sichere Zündung ergibt, bis die Vorkammer genügend erwärmt ist.

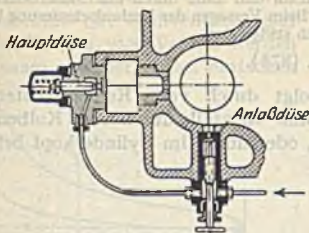


Abb. 51.

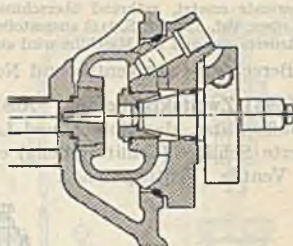


Abb. 52.

Einspritzdüse muß gekühlt sein, Vorkammer meist gekühlt, jedoch nicht unbedingt nötig. Größe der Vorkammer etwa  $\frac{1}{50}$  Hubraum; Form sehr verschieden, Abb. 51 (Deutz), Abb. 52 (Körting), Abb. 94, S. 918 (Benz).

### Steuerung.

(863) Viertaktsteuerung. Die Steuerung der Ventile erfolgt durch Nockenscheiben, die auf der Steuerwelle sitzen. Die Steuerwelle liegt bei Lufteinspritzung und bei einigen Ausführungen mit luftloser Einspritzung oben am Zylinderkopf, Abb. 53, meist jedoch seitlich der Zylinder über dem Kurbelkasten. Antrieb durch Schraubenräder mit Zwischenwelle (Reglerwelle) oder durch Stirnräder. Die Nocken betätigen direkt oder mittels Stoßstangen die auf einer gemeinsamen Hebelwelle gelagerten Ventilhebel. Ein-, Aus- und Anlaßventil werden durch Niederdrücken, das Brennstoffventil durch Anheben geöffnet.

Die Anordnung und gegenseitige Lage der Hebel und Ventile eines Viertaktmotors mit Luftpumpspritzung zeigen Abb. 53 und 54 (Wumag), mit luftloser Einspritzung Abb. 67. Ein normales Steuerwinkeldiagramm zeigt Abb. 55, Bedeutung der Bezeichnungen wie Abb. 16, S. 883, ferner bedeutet  $B_0$  und  $B_s$  Brennstoffventil öffnet bzw. schließt. Einem Arbeitsspiel entsprechen zwei Umdrehungen, für die Steuerwelle betragen die Winkel die Hälfte. Die gegenseitige Lage der Nocken auf der Steuerwelle s. Abb. 17 S. 883. Eine gestängelose Druckölsteuerung führt die Wumag aus, Abb. 56.

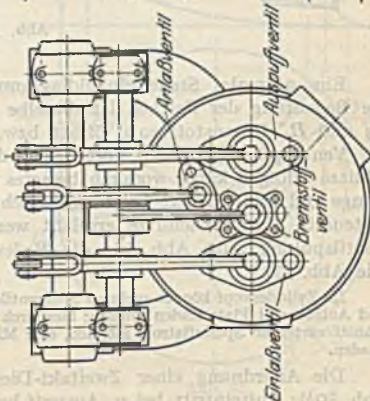
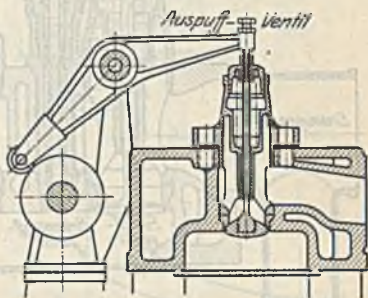


Abb. 53.

Durch die rechts und links der Brennstoffpumpe (s. Abb. 100, S. 920) sitzenden Steuernocken  $n$  wird der packungslose Stempel  $a$  betätigt, das Öl über demselben überträgt den Druck



durch eine Rohrleitung auf den Druckstößel *d* des Einsauge- bzw. Auspuffventils, dieser drückt auf die Ventilspindeln und öffnet die Ventile (Abb. 87, S. 916). In den Druckraum über dem Stempel *a* wird von der Schmierölmumlaufleitung durch ein Saugventil *b* Öl hineingeführt und Leckverluste ersetzt, während überschüssiges Drucköl und Luft durch ein Sicherheitsventil (links oben, vgl. Abb. 87, S. 916) ausgestoßen wird. Beim Versagen der Umlaufschmierung bleibt das Steueröl aus und die Maschine wird automatisch stillgesetzt.

Berechnung der Ventile und Nocken s. (873).

(864) Zweitaktsteuerung. Auslaß erfolgt durch vom Kolben gesteuerte Auspuffschlitze, das Spülen und Laden kann ebenfalls durch vom Kolben gesteuerte Schlitze (Schlitzspülung) erfolgen, oder durch im Zylinderkopf befindliche Ventile (Ventilspülung).

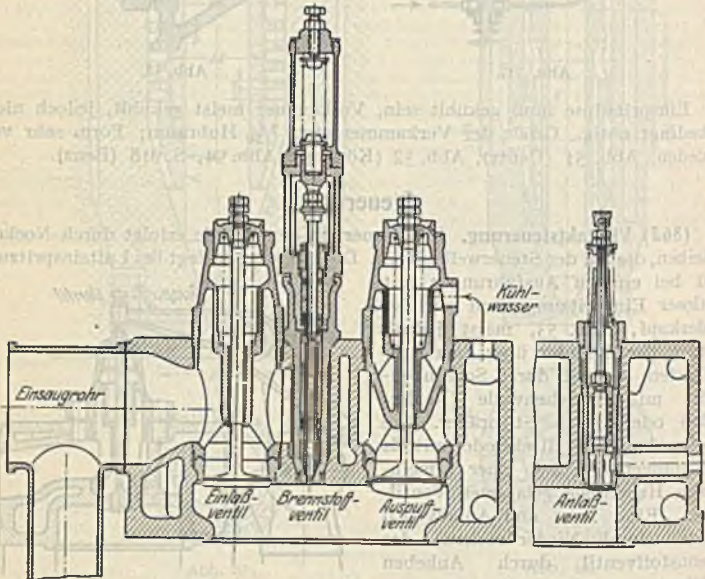


Abb. 54.

Ein normales Steuerwinkeldiagramm für Schlitzspülung zeigt Abb. 57; die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe wie Abb. 19, S. 885, ferner bedeutet  $B_{\delta}$  und  $B_s$  Brennstoffventil öffnet bzw. schließt.

Ventilspülung hat den Vorteil, daß das Laden bis nach Schluß der Auslaßschlitze erfolgen kann, wodurch besseres Austreiben der Abgase, größere Lademenge und damit höhere Leistung erreicht wird. Dieses kann auch durch ventilgesteuerte Nachladeschlitze erreicht werden. Ein Steuerwinkeldiagramm für Ventilspülung zeigt Abb. 58, die Bedeutung der Bezeichnungen ist dieselbe wie Abb. 57.

Im Zylinderkopf können mehrere Spülventile angeordnet werden, da nur noch Brennstoff- und Anlaßventil Platz finden müssen; hierdurch ist ein besser über den ganzen Zylinderquerschnitt verteilter Spülluftstrom möglich, eine Mischung mit den Abgasen wird möglichst vermieden.

Die Anordnung einer Zweitakt-Dieselmachine mit Schlitzspülung zeigt Abb. 59<sup>1)</sup>; Lufteintritt bei *a*, Auspuff bei *b*, Brennstoffzuführung bei *c*. Auch bei Schlitzspülung kann Laden bis nach Schluß der Auspuffschlitze erfolgen,

1) Aus Löffler-Riedler: Olmaschinen. Berlin: Julius Springer.

wenn besondere Nachfüllschlitze angeordnet werden, zu denen der Luftzutritt durch ein Ventil gesteuert wird (s. auch Abb. 71).

Eine Schnittskizze einer Zweitaktmaschine mit Spülventilen zeigt Abb. 60<sup>1)</sup>; die vier Ventile werden gemeinsam gesteuert. Des einfachen

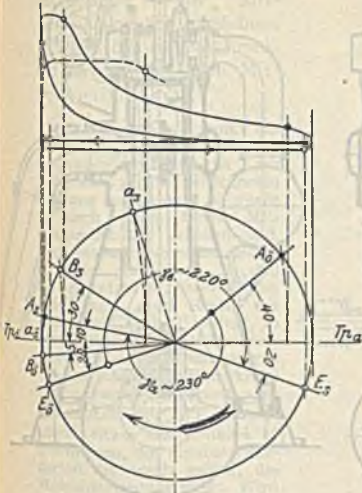


Abb. 55.

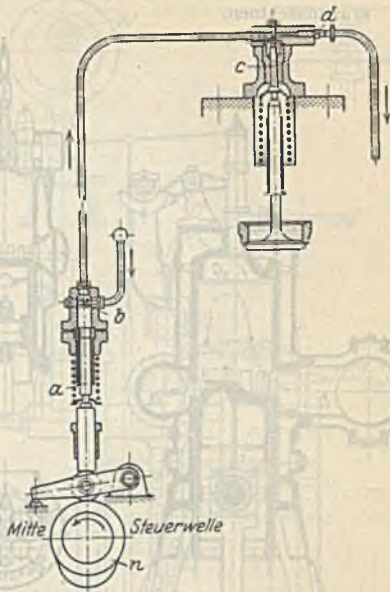


Abb. 56.

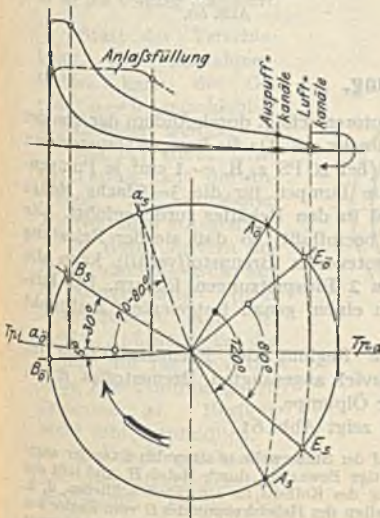


Abb. 57.

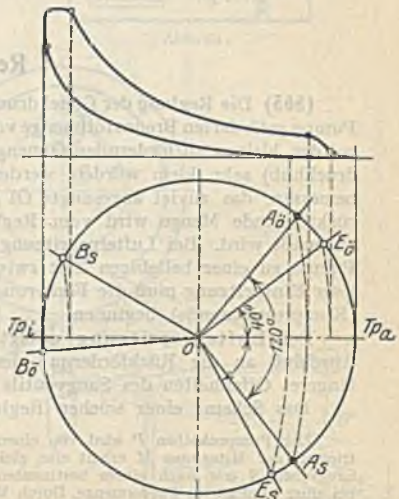


Abb. 58.

Aufbaues wegen wird bei kleineren Leistungen der Kurbelkasten als Spül- und Ladepumpe benutzt, s. Abb. 70, S. 907.

<sup>1)</sup> Aus Güldner, Verbrennungskraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.



Berechnung der Spül- und der Auslaßquerschnitte s. Löffler und Riedler, Ölmaschinen, der Ladepumpen s. J. Magg, Die Steuerungen der Verbrennungskraftmaschinen.

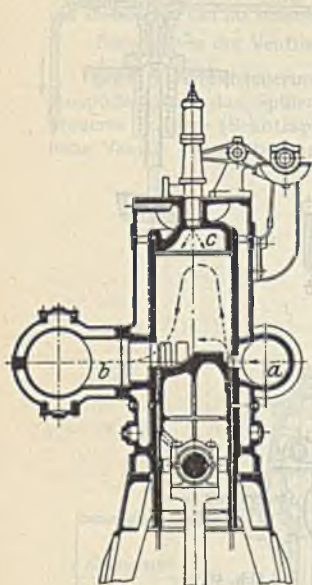


Abb. 59.

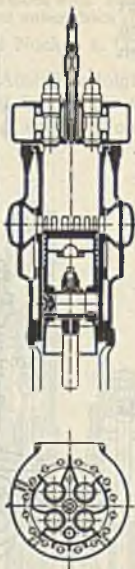


Abb. 60.

### Reglung.

(865) Die Regelung der Gleichdruckmotoren erfolgt durch Ändern der von der Pumpe geförderten Brennstoffmenge vom Regler aus. Da die Pumpenabmessungen bei den kleinen zu fördernden Ölmenge (bei 20 PS z. B.  $\sim 1 \text{ cm}^3$  je Pumpendruckhub) sehr klein würden, werden die Pumpen für die 3—5fache Menge bemessen, das zuviel angesaugte Öl wird in den Behälter zurückgeführt. Die rückfließende Menge wird vom Regler beeinflusst, so daß sie der Belastung angepaßt wird. Bei Luftspritzung (gesteuertes Brennstoffventil) kann die Pumpe zu einer beliebigen Zeit zwischen 2 Einspritzungen fördern, bei luftloser Einspritzung muß die Förderung zu einem genau festgelegtem Zeitpunkt (Kompressionsende) beginnen.

Bei Luftspritzung erfolgt die Regelung der Brennstoffmenge im Anschluß an die Rückförderung des zuviel angesaugten Brennstoffes durch längeres Offenhalten des Saugventils der Ölpumpe.

Das Schema einer solchen Regelung zeigt Abb. 61.

Der Pumpenkolben  $P$  wird von einem auf der Steuerwelle  $w$  sitzenden Exzenter angetrieben; der Mitnehmer  $M$  erhält eine gleichartige Bewegung durch Hebel  $H$  und läßt das Saugventil  $S$  erst nach einem bestimmten Weg des Kolbens im Druckhub schließen, d. h. bei einer bestimmten Fördermenge. Durch Verstellen des Hebel Drehpunktes  $O$  vom Regler aus wird der frühere oder spätere Schluß des Saugventils, also größere bzw. kleinere Ölmenge eingestellt. Es werden zweckmäßig zwei Druckventile  $D_1$  und  $D_2$  angeordnet, um zwischen beiden eine Prüfschraube  $a$  einbauen zu können, die im Betrieb das regelmäßige Arbeiten der Pumpe zu prüfen gestattet. Die Handpumpe  $p$  dient zum Füllen der Leitungen mit Öl (nur nach Entleeren wegen Demontage nötig), der innere Teil des Handpumpenkolbens ist als Ventil ausgebildet, um besondere Dichtung des Kolbens zu vermeiden. Das Saugventil kann zwecks Stillsetzen der Maschine auch von Hand offen gehalten werden durch Gestänge  $u$ .

Den Einfluß des Reglers auf die Mitnehmerbewegung veranschaulicht Abb. 62; wie für die Kolben ein Pumpenkurbelkreis, so kann für den Mitnehmer ein Mitnehmerkreis gezeichnet werden, dessen Durchmesser  $2\rho$  gleich dem Mitnehmerhub  $h$  ist.

Ist  $O$  der Drehpunkt des Hebels  $H$ , so gilt der voll ausgezogene Kreis; ist das Saugventil in der gezeichneten Stellung geschlossen, so würde es nach einem freien Mitnehmerhub  $h_n$  gehoben und nach einem Steuerwellenwinkel  $\alpha$  wieder geschlossen, so daß  $h_n$  der nutzbare Förderhub ist. Wird nun vom Regler der Drehpunkt nach  $O'$  verlegt, so verschiebt sich die Mitnehmerbewegung entsprechend, es gilt der gestrichelte Mitnehmerkreis; das Saugventil wird bereits nach einem Leergang  $h'_0$  entsprechend einem Steuervinkel  $\alpha'$  geschlossen, der nutzbare Förderhub ist somit größer, die Maschinenleistung steigt. Wird Punkt  $O$  nach oben verstellt, so ist der Vorgang umgekehrt.

Statt der Verschiebung des Mitnehmerkreises kann die Gerade  $o-o$  verschiebbar angenommen werden.

Bei luftloser Einspritzung kann die Änderung der nutzbaren Treibölmenge erfolgen:

1. durch Ändern des Pumpenhubes — Schrägnockenreglung (oder Keilreglung, Abb. 98, S. 904), Abb. 63, wobei die Pumpe nur für die maximale Brennstoffmenge zu bemessen ist. Regelung nicht sehr empfindlich.

2. Durch gleichzeitig mit der Nutzförderung erfolgenden Abfluß des Überschusses durch ein vom Regler beeinflusstes Nadelventil — Nadelreglung, Abb. 64 (vgl. Abb. 99, S. 904).

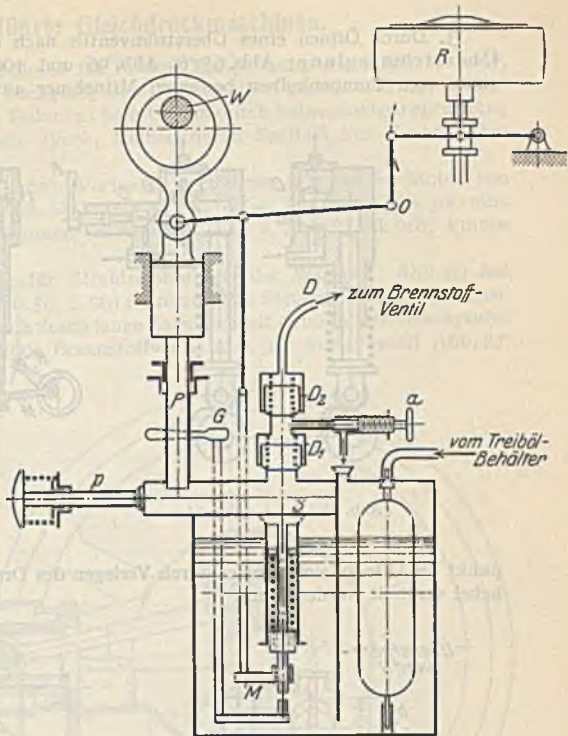


Abb. 61.

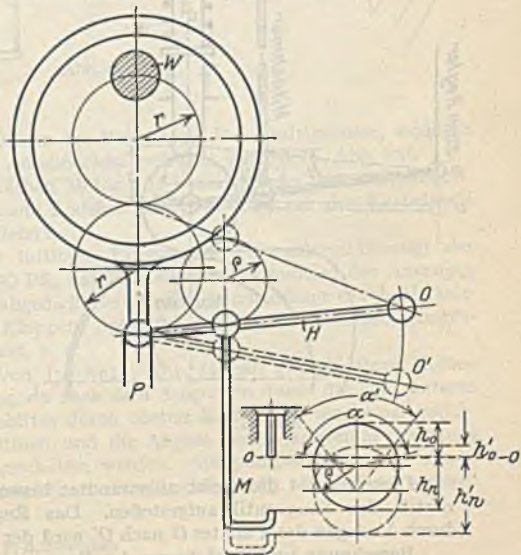


Abb. 62.



3. Durch Öffnen eines Überströmventils nach erfolgter Nutzförderung — Überströmreglung; Abb. 65 (s. Abb. 96 und 100); das Ventil wird durch einen vom Pumpenkolben bewegten Mitnehmer aufgestoßen, wobei der Zeit-

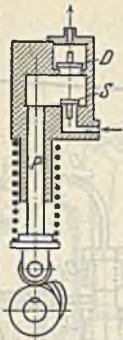


Abb. 63.

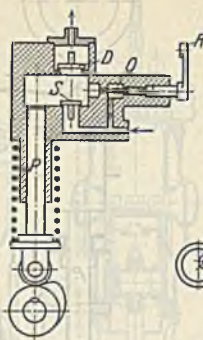


Abb. 64.

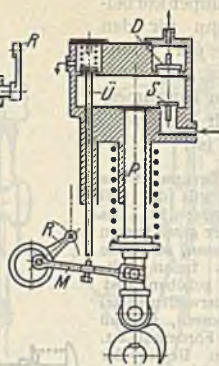


Abb. 65.

punkt des Öffnens vom Regler durch Verlegen des Drehpunktes vom Mitnehmerhebel verstellbar werden kann.

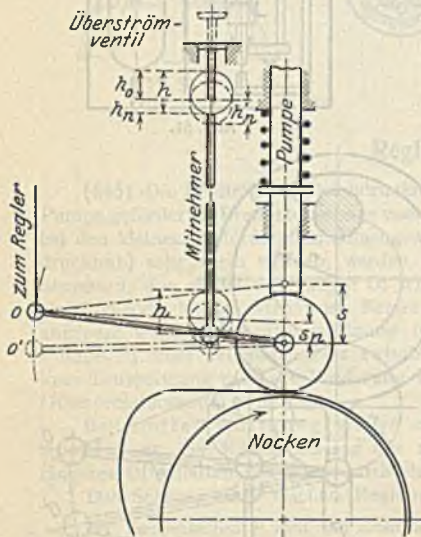


Abb. 66.

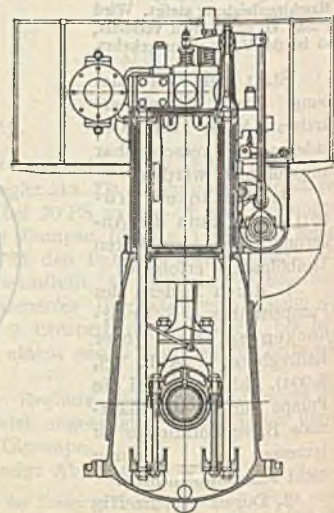


Abb. 67.

Diese Art ist die meist angewandte; bisweilen wird statt des Überströmventils das Saugventil aufgestoßen. Das Reglerdiagramm zeigt Abb. 66; durch Verlegen des Punktes  $O$  nach  $O'$  wird der Nutzhub  $S \cdot h'_n/h$  statt  $S \cdot h_n/h$ . Berechnung und Ausführung der Brennstoffpumpen s. (875) u. (876).

## Ausgeführte Gleichdruckmaschinen.

(866) **Viertakt.** Beim Motor für luftlose Einspritzung der MAN, Abb. 67, sind die Zylinder auf den hochgezogenen Grundrahmen gesetzt und durch Zuganker am unteren Teil des Rahmens befestigt, dadurch keine Zugbeanspruchung im Guß. Zylinder in einem Block, Kolben durch Spritzöl aus Kurbelkasten geschmiert.

Einen liegenden, nach dem Vorkammerverfahren arbeitenden Motor von Gebr. Körting zeigt Abb. 68<sup>1)</sup> für 25 PS<sub>e</sub> ( $D = 230$  mm,  $S = 390$  mm,  $n = 280$  Umdr/min). Vorkammer s. Abb. 52, Düse s. Abb. 93, S. 918, Pumpe s. Abb. 99, S. 920.

Der Vierzylindermotor für Strahlerstäubung der Wumag, Abb. 69 hat Druckölsteuerung nach Abb. 56, S. 901; Antrieb der Steuerwelle durch Ketten. Zylinder und Gestell im Block durch lange Zuganker mit Grundplatte verschraubt. Brennstoffpumpe s. Abb. 100, Brennstoffventil Abb. 91, Auslaßventil Abb. 87.

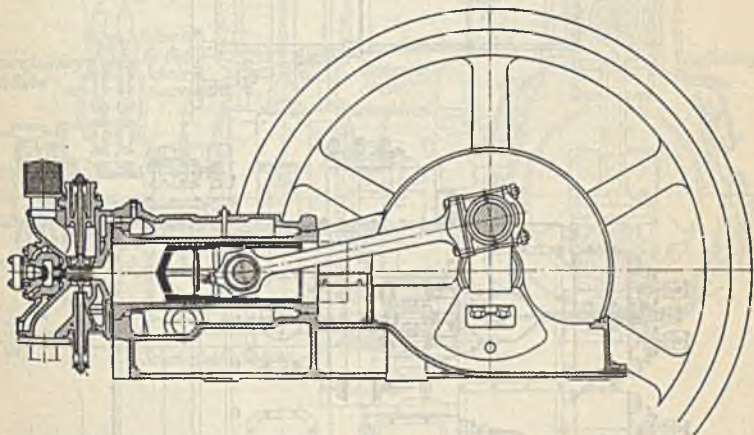


Abb. 68.

Anlassen im Viertakt durch Öffnen des Ventils am Druckluftbehälter, wodurch Druckluftsteuerkolben an die Anlaßnocken gedrückt werden (s. Abb. 88).

(867) **Zweitakt.** Einen solchen Motor mit Ventilspülung und Luftspritzung zeigt Abb. 60; die Spül- und Ladeluft wird von einer von der Kurbelwelle angetriebenen Luftpumpe geliefert.

Der Zweitaktmotor mit luftloser Einspritzung (Strahlerstäubung) der Wumag, Abb. 70, für 50—130 PS<sub>e</sub> hat Kurbelkastenspülpumpe; das Ansaugen der Luft in den an der Welle abgedichteten Kurbelkasten erfolgt durch die seitlichen nach innen öffnenden Klappen, Spülluftdruck 0,3 atü; Anlassen, Treiböl-pumpe u. a., wie beim Viertakt, s. o.

Der Doppelkolbenmotor von Junkers, Abb. 71, mit gegenläufigen Kolben hat den Vorzug guter Spülung, da nach dem Auspuffen durch die vom unteren Kolben gesteuerten Auspuffschlitze durch oberen Kolben die tangential gerichteten Spülluftschlitze oben öffnen und die Abgase durch kreisende Bewegung in gleicher Richtung hinausgeschoben werden. Spülpumpenkolben am oberen Kolben, Kurbelkasten ist Luftbehälter. Strahlerstäubung. Kurbel des unteren

<sup>1)</sup> Magg: Dieselmotoren. V. d. I.-Verlag.



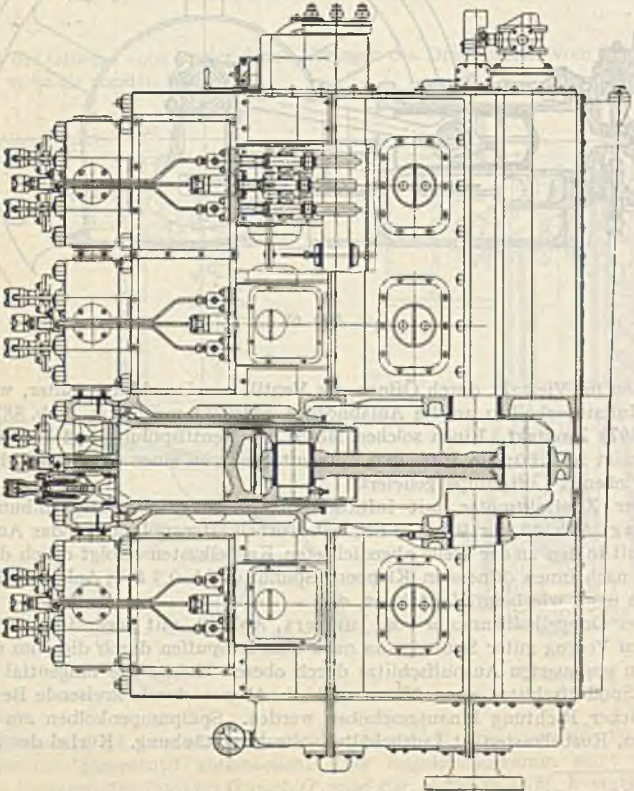
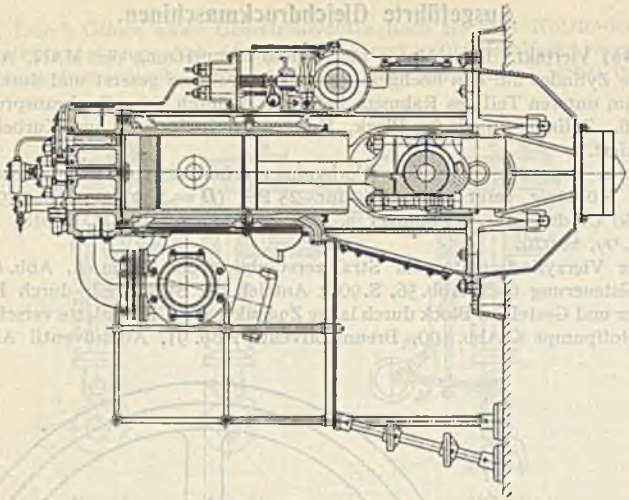


Abb. 69.

Kolbens eilt um 15° vor; Kurbelradius verschieden wegen Massenausgleich. Leistung des unteren Kolbens größer. Schnitt zeigt Abb. 72.

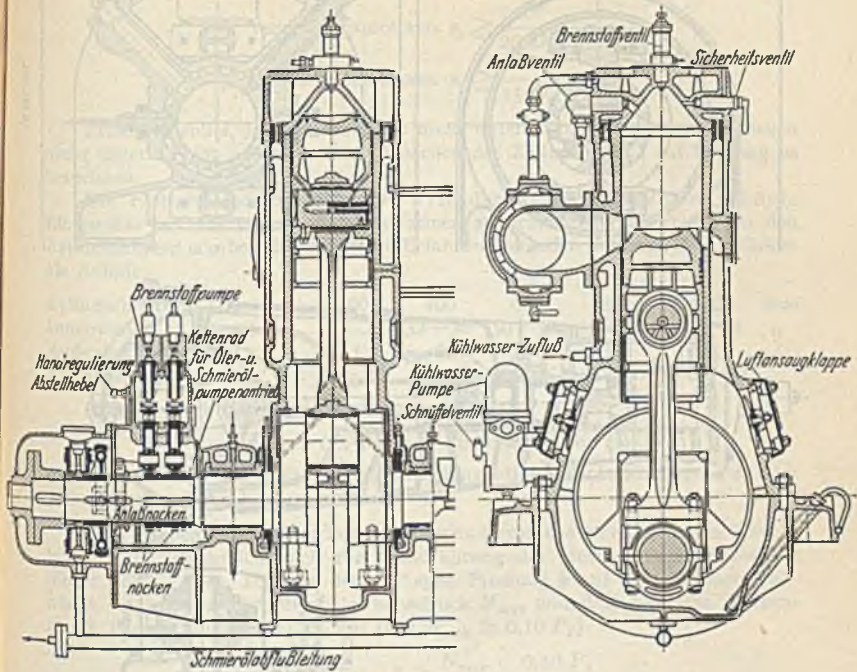


Abb. 70.

### Einzelteile der Verbrennungsmotoren.

(868) Zylinder und Einsätze. Der Werkstoff ist zähes, dichtes Gußeisen, das für die Laufflächen auch genügend hart sein muß.

Mit  $V_1, V_2, V, p_1$  und  $p_2$  nach Abb. 3, S. 865 ist die Größe  $V_2$  des Verdichtungsraumes nach der Poissonschen Gleichung

$$V_2 = V_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{V_0}{\epsilon - 1} \dots \dots \dots 4$$

Wandstärke  $s$  der Zylinderbüchse vom inneren Durchmesser  $D = 2 r$ , (in cm) zu berechnen mit  $p_1 =$  größter Gasdruck (Verpuffungsdruck)  $p_2$  ( $k_2 = 200 \text{ kg/cm}^2$ ). Siehe unter Zylinder. Es ergibt sich durchschnittlich

- für Verpuffungsmotoren ( $p_2 = 25 \text{ at}$ )  $s = 0,050 D \text{ cm}$
- „ Gleichdruckmotoren ( $p_2 = 35 \text{ bis } 45 \text{ at}$ )  $s = 0,085 \text{ bis } 0,12 D \text{ cm}$

mit einem Zuschlag von 0,6 bis 1,0 cm für Kernverlegung. Aus praktischen Gründen sei jedoch für ortsfeste Motoren mit  $D \geq 20 \text{ cm}$

- $s \geq 1,8 \text{ cm}$  für einstückige Zylinder,
- $s \geq 1,5 \text{ „}$  „ Zylinderbüchsen.



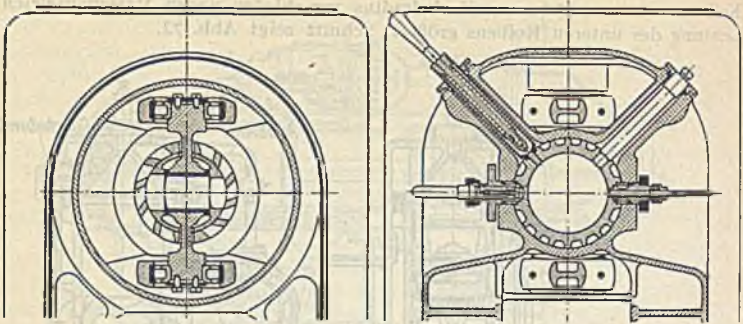


Abb. 72.

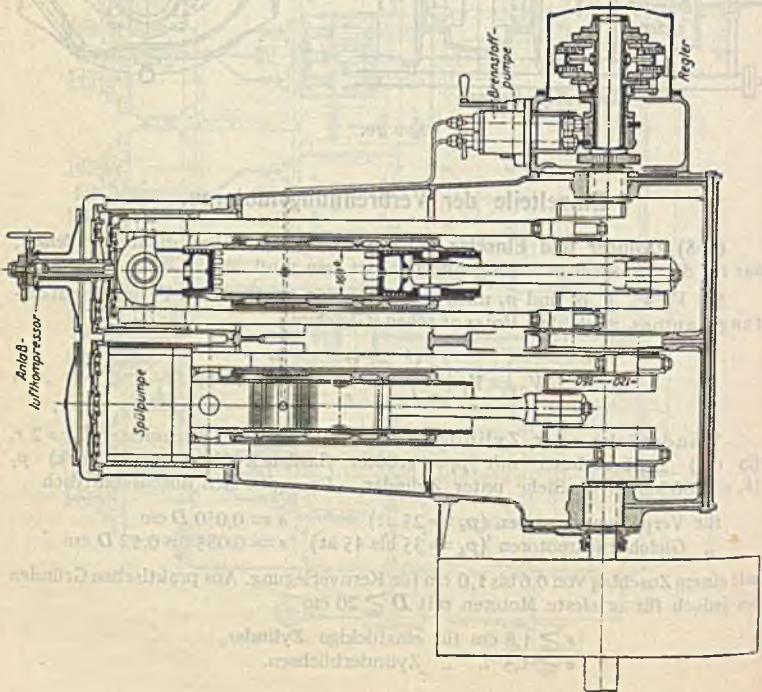
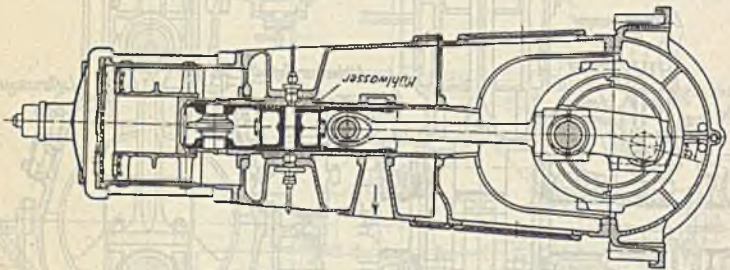


Abb. 71.

Die Einsatzbüchsen sind noch auf Biegung durch den Bahndruck  $N$  zu berechnen.

Wandstärke  $s_1$  des Zylindermantels vom mittleren Durchmesser  $D_m$

$$\text{für Verpuffungsmotoren } s_1 \geq \frac{D^2}{20 D_m} \text{ cm}$$

$$\text{„ Gleichdruckmotoren } s_1 \geq \frac{D^2}{13 D_m} \text{ „}$$

Praktisch soll  $s_1$  bei Kleinmotoren nicht unter 1 cm, bei größeren Modellen nicht unter 1,3 cm betragen. Die Flanschen des Zylinders sind auf Biegung zu berechnen.

Die Festigkeitsberechnungen der Zylinderdeckel und Zylinderköpfe führen nur bei den einfachen Deckelformen zu brauchbaren Werten. Bei den Zylinderköpfen ergeben sich durch die Erfahrung ungefähr folgende Wandstärken als Anhalt

|                                   |       |       |       |       |         |    |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|---------|----|
| Zylinderbohrung ( $D$ ) . . . . . | 200   | 400   | 600   | 800   | 1000    | mm |
| Innenwand . . . . .               | 18÷20 | 32÷36 | 50÷52 | 55÷58 | 65÷70   | „  |
| Außenwand (Mantel) . . . . .      | 13    | 22    | 26    | 30    | 35      | „  |
| Flanschenstärke . . . . .         | 26÷28 | 45÷48 | 70÷75 | 85÷90 | 100÷110 | „  |

Anzahl der Zylinderdeckelschrauben etwa

$$i = (0,15 \div 0,25) D + 4 \text{ (Bohrung } D \text{ in cm).}$$

Zur Schonung der Liderung soll der tangential Schraubenabstand 175 bis 200 mm nicht überschreiten.

(869) Kolben. Einfachwirkende Verbrennungsmotoren erhalten Tauchkolben, die gewöhnlich auch zur Geradföhrung des einen Schubstangenendes dienen. Die Länge  $L$ , von der die spez. Pressung  $k$  auf die Gleitflächen abhängt, folgt bei dem größten Gleitbahndruck  $N_{\max}$  und dem höchsten Kolbendruck (Verpuffungsdruck)  $P_z$ , aus (mit  $N_{\max} \approx 0,10 P_z$ )

$$\frac{N_{\max}}{D L} \leq k \text{ zu } L \geq \frac{N_{\max}}{k D} = \frac{0,10 P_z}{k D},$$

worin  $k$  ohne Abrechnung der Ringnuten etwa 1,25 bis 1,5 kg/cm<sup>2</sup> gesetzt werden kann.

Wo eine größere Kolbenlänge nicht stört (liegende Kleinmotoren), wählt man  $L \sim 2 D$  bis  $2,5 D$ , entsprechend  $k = 0,7$  bis  $0,8$  kg/cm<sup>2</sup>, bei Großmotoren höchstens  $L \sim 1,25 D$ .

Stärke des Kolbenbodens ohne Berippung.

$$\delta = R_t \sqrt{\frac{P_z}{k_b}},$$

als frei aufliegende Kreisplatte betrachtet, wenn  $R_t$  der innere Kolbenhalbmesser, wobei  $k_b \sim 375$  kg/cm<sup>2</sup> für Gußeisen,  $k_b \sim 500$  kg/cm<sup>2</sup> für Stahlformguß.

Der Kolbenboden wird zweckentsprechend gewölbt ausgeführt, rücksichtlich der Form des Verbrennungsraumes.

Mit Abb. 74 ist die größte Wandstärke des Kolbenmantels

$$\delta_1 \sim \frac{D}{30} + t + 1,0 \text{ cm; } \delta_0 \sim \frac{1}{2} \delta_1 \text{ bis } \frac{1}{3} \delta_1.$$

Kolbenbolzen. Mit Bezug auf Abb. 74 und den Verpuffungsdruck  $p_z$  ist die Kolbenkraft als Streckenlast aufgefaßt,

$$M_b = P_z l_0 : 4 - P_z L/8 = 0,1 d^3 k_b, \text{ oder } d = \sqrt[3]{10 M_b : k_b},$$

wobei  $k_b = 800$  kg/cm<sup>2</sup> (Flußstahl).





streichlöffel (vgl. Abb. 70), der durch eine Feder an die Zylinderwand gedrückt wird, oder durch die hohle Schubstange bzw. an dieser befestigtes Röhrchen vom Kurbelzapfen aus, der dann Druckschmierung erhalten muß, s. Abb. 83. Bei liegenden Maschinen erfolgt die Schmierung des Kolbenbolzens häufig durch Tropföler, Fangnut und Röhrchen, Abb. 73, oder im Kolben eingegossenen Kanal.

Bei doppeltwirkenden Maschinen werden die Kolben als Hohlkolben ausgeführt, die Bodenstärke ist wie für Dampfmaschinen, s. (652), zu berechnen.

Die Kolbenringe sind gußeiserne Selbstspanner von geringer Breite, aber entsprechend großer Anzahl — bei einfachen Tauchkolben 4÷6, bei Gleichdruckmotoren und bei doppeltwirkenden Bauarten 6÷8 Ringe, Berechnung s. (653).

Axiale Ringbreite

$$b = 1,25 \text{ bis } 0,75 s_1.$$

Im übrigen mit Beziehung auf Abb. 74

$$e \geq 1,2 \text{ bis } 1,5 \delta; \quad c \geq b;$$

$$t = s_1 + 0,05 \text{ bis } s_1 + 0,2 \text{ cm.}$$

Ausgeführte Kolben. Verpufungsmaschinen: Einen Gasmaschinenkolben der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 73<sup>1)</sup>; der Bolzen ist zylindrisch eingepreßt.

Abb. 74 veranschaulicht den Kolben einer kleinen liegenden Gasmaschine.

Abb. 75<sup>1)</sup> zeigt einen doppeltwirkenden Kolben einer Großgasmaschine (Bauart Erhardt & Sehmmer, Zwei brücken); Kühlung mittels hohler Kolbenstange,  $a$  und  $b$  sind Kupferinge zum Abdichten.

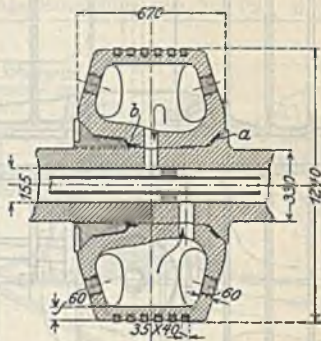


Abb. 75.

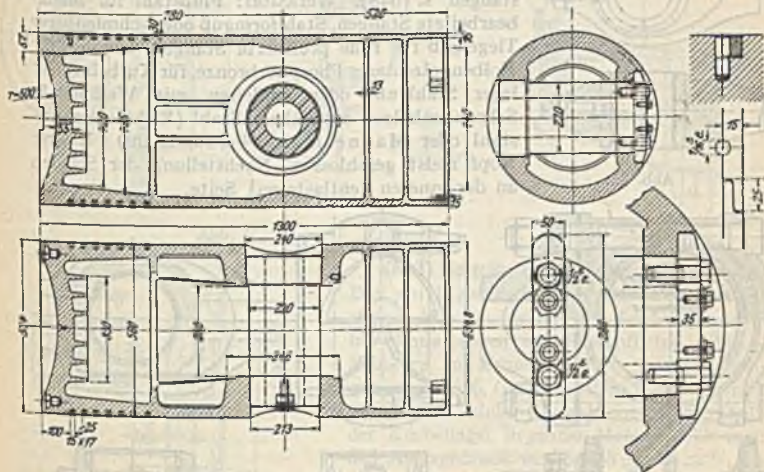


Abb. 76.

Gleichdruckmaschinen: Den Kolben eines stehenden Dieselmotors, Bauart Güldner, zeigt Abb. 76; der Bolzen ist durch Riegel gegen Drehen und seitliche Verschiebung gesichert. Der Kolbenboden ist mit Kühlrippen versehen.

<sup>1)</sup> Nach Güldner, s. Fußnote S. 901.



Beim Kolben der Wumag (Waggon- & Maschinenbau A.-G., Görlitz), Abb. 77, ist der Bolzen durch Querkeile gehalten, der Kolbenboden ist mulden-

*auf dieser Strecke 0,3mm exzentr. schleifen!*

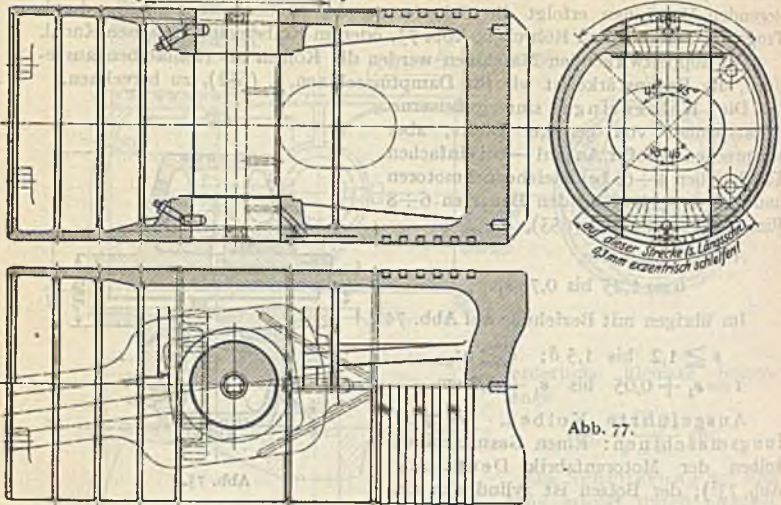


Abb. 77.

förmig gewölbt. Aus der Abbildung ist auch die Schleuse zur Aufnahme des eingeführten Öles für die Bolzenschmierung ersichtlich.

Weitere Kolbenformen s. Ausgeführte Motoren.

**(870) Schubstangen.** Berechnung der Schubstangen s. (648). Werkstoff: Flußstahl für blankbearbeitete Stangen, Stahlformguß oder schmiedbarer Tiegelguß für rohe profilierte Stangen. Schalen für Kolbenbolzenlager Phosphorbronze, für Kurbelzapfenlager Stahlguß- oder Gußeisen mit Weißmetall. Schraubenbolzen aus zähem Stahl (Elektromanganstahl oder Mannesmann-Verbundstahl). Innerer Kopf meist geschlossen, Nachstellung der Schalen an der inneren (entlasteten) Seite.

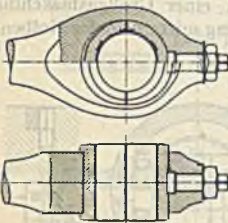


Abb. 78.

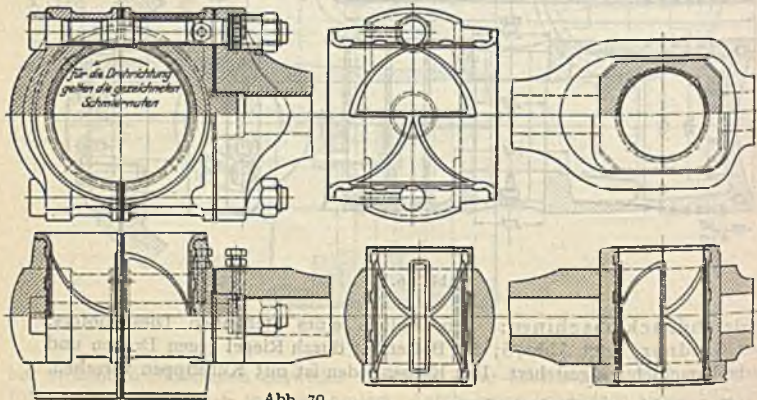


Abb. 79.





Stärke der Gestellwände kann genommen werden

|                |     |     |     |     |        |
|----------------|-----|-----|-----|-----|--------|
| für $D = 125$  | 175 | 225 | 275 | 325 | 375 mm |
| $\delta' = 13$ | 14  | 15  | 16  | 18  | 20 „   |

Weite des Wassermantels mindestens 3 cm; zum Entfernen des Kernsandes usw. sind Putzlöcher oder Kernlochsrauben vorzusehen.

Durch Nachrechnung ist die Zugbeanspruchung im kleinsten wagerechten Querschnitt des Kastens und des etwa angegossenen Wassermantels, ferner die Biegungsbeanspruchung in den gefährlichen Querschnitten unterhalb der Kurbellager festzustellen. Es sei  $\sigma_z = \sigma_b \leq 150 \text{ kg/cm}^2$ .

Zwecks Entlastung der Gestelle von den Zugbeanspruchungen werden die Zylinder mit durchgehenden Zugankern mit der Grundplatte verbunden, s. Abb. 67 und 69; dadurch können die Gestelle leicht und mit großen Durchbrüchen zwecks Zugänglichkeit versehen werden.

Stärke der Fundamentanker

|               |         |         |         |                 |
|---------------|---------|---------|---------|-----------------|
| bei $D = 125$ | 150     | 175     | 200     | 225 mm          |
| etwa $3/4''$  | $3/4''$ | $7/8''$ | $7/8''$ | 1" Durchmesser. |

Die A-Gestelle der Gleichdruckmotoren bedürfen einer besonders gründlichen Nachrechnung der meist beanspruchten oberen Übergangsstelle der beiden Gestellbalken, von denen jeder die axiale Kraft  $P = P_z/2$  aufzunehmen hat,

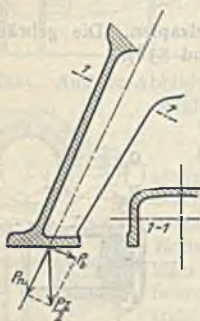


Abb. 84.

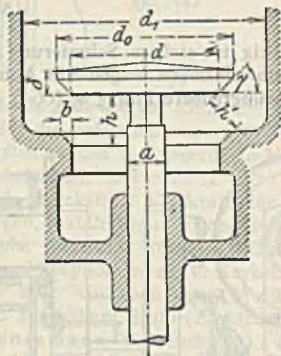


Abb. 85.

Abb. 84. Man kann  $P$  in die beiden Seitenkräfte  $P_n$  und  $P_b$  zerlegen, von denen  $P_n$  fast genau in der Zentrallinie (Nulllinie) der Balkenquerschnitte liegt, diese also auf Zug beansprucht, während die senkrecht hierzu gerichtete Kraft  $P_b$  den Balken auf Biegung beansprucht. Es sei  $\sigma + \sigma_b \leq 150 \text{ kg/cm}^2$ .

3. Rahmen der liegenden Motoren (s. Abb. 25 und 28). Möglichst zentrale Aufnahme des Verpuffungsdruckes  $P_z$  ist zu beachten. Auftretende Biegemomente s. (656). Die Höhe der Kurbellager- und Zylindermitte über Flur soll bei kleinen Rahmen wegen der Bedienung nicht unter 700 mm, bei den größten Motoren nicht über 1200 bis 1500 mm betragen.

(873) Ventile und Antriebsnocken. Bezeichnet nach Abb. 85

$f \sim \pi d h'$  den freien Ventilquerschnitt in  $\text{cm}^2$  (ohne Rücksicht auf den Ventilschaft),

$F = \frac{D^2 \pi}{4}$  die Arbeitskolbenfläche in  $\text{cm}^2$ ,

$w$  die mittlere Geschwindigkeit der Gase in m/sek im Ventilquerschnitt  $f$ ,  
 $c_m$  die mittlere Geschwindigkeit des Arbeitskolbens in m/sek,

dann ergibt sich aus

$$f = \frac{F c_m}{w} = \pi d h' = \frac{\pi D^2}{4} \frac{S n}{30 w} \text{ cm}^2$$

für die bei gewöhnlichen Betriebsmotoren noch als günstig geltende mittlere Ansaug- und Ausschubgeschwindigkeit  $w = 40$  bis  $42$  m/sek

$$d h' = \frac{D^2 S n}{120 w} \sim \frac{D^2 S n}{5000} \text{ cm}^2.$$

Höchstwerte von  $w$  etwa  $60$  m/sek (bei Schnelläufnern), ausnahmsweise sogar bis  $90$  m/sek. Der Ventilhub soll möglichst klein werden, wegen Beschleunigung, die Querschnitte müssen jedoch reichlich sein, daher Ventildurchmesser  $d$  möglichst groß.

Aus den Bewegungsgesetzen des Kurbelgetriebes (639) entsteht noch die Forderung

$$\pi d h_{\min} \geq \frac{\pi D^2}{4} \frac{\pi S n}{60 w_{\max}} \psi \quad \text{mit} \quad \psi = \sin \alpha \left( 1 \pm \frac{r}{l} \cos \alpha \right)$$

und daraus die für jede Kolbenstellung einzuhaltende kleinste Spaltweite

$$h_{\min} = \frac{D^2}{4} \frac{\pi S n}{60 d w_{\max}} \psi \text{ cm} \dots \dots \dots 5$$

mit  $w_{\max} = \sim 1,520$ .

|                                 |                               |               |                 |                 |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------|-----------------|-----------------|
| Wenn der Liderungswinkel        | $\gamma = 45$                 | 40            | 35              | 30°             |
| so ist die freie Spaltweite nur | $h' = 0,707 h,$               | $0,766 h,$    | $0,819 h,$      | $0,866 h$       |
| und der größte wirksame Hub     | $h_{\max} \sim \frac{d}{2,8}$ | $\frac{d}{3}$ | $\frac{d}{3,3}$ | $\frac{d}{3,5}$ |

Die übliche Annahme  $h_{\max} = \frac{d}{4}$  trifft nur für Ventile mit ebenen Sitzen, also  $\gamma = 90^\circ$  zu.

Bei dem gebräuchlichen Verhältnis  $r:l = 1:5$  sind Zahlenwerte für die Veränderlichkeit der Kolbenbewegung  $\psi = \sin \alpha (1 \pm \frac{1}{5} \cos \alpha)$  aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen. (s. auch (639)).

Werte von  $\psi$ .

|           |          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Kolbenweg | → vor    | 0,02  | 0,04  | 0,06  | 0,08  | 0,10  | 0,15  | 0,20  | 0,25  | 0,30  | 0,35  | 0,40  | 0,45  | 0,50  |
|           | ← zurück | 0,98  | 0,96  | 0,94  | 0,92  | 0,90  | 0,85  | 0,80  | 0,75  | 0,70  | 0,65  | 0,60  | 0,55  | 0,50  |
|           | $\psi =$ | 0,304 | 0,428 | 0,516 | 0,586 | 0,649 | 0,767 | 0,853 | 0,917 | 0,962 | 0,994 | 1,012 | 1,019 | 1,015 |
| Kolbenweg | → vor    | 0,55  | 0,60  | 0,65  | 0,70  | 0,75  | 0,80  | 0,85  | 0,90  | 0,92  | 0,94  | 0,96  | 0,98  | 1,00  |
|           | ← zurück | 0,45  | 0,40  | 0,35  | 0,30  | 0,25  | 0,20  | 0,15  | 0,10  | 0,08  | 0,06  | 0,04  | 0,02  | 0,00  |
|           | $\psi =$ | 1,00  | 0,975 | 0,939 | 0,892 | 0,833 | 0,759 | 0,669 | 0,554 | 0,496 | 0,433 | 0,355 | 0,251 | 0,00  |

Die Werte  $\psi$  als Ordinaten mit den zugehörigen Kolbenstellungen als Abszissen liefern eine der Kolbengeschwindigkeitskurve (vgl. Abb. 104 (639)) entsprechende Sinuskurve, mit der die Ventilhubkurve ( $h$ -Kurve) aus der Form der Steuerungsnocken nachgeprüft werden muß (628). Die  $\psi$ -Kurve soll bei entsprechendem Ordinatenmaßstab innerhalb der  $h$ -Kurve liegen; Abb. 86 zeigt, daß dies nur bei genügender Voröffnung und Nachschließen des Ventils möglich ist.



Abb. 86.

Steuerwellendurchmesser  $d_n$  und Gleitrollendurchmesser  $d_r$  können nach folgenden Durchschnittswerten angenommen werden:

|                 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| $N_e P S_o = 2$ | 5  | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 75 | 100 |
| $d_n$ mm        | 32 | 35 | 35 | 40 | 40 | 45 | 45 | 50 | 55 | 60  |
| $d_r$ mm        | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 105 |



Die Form der Nocke wird nach Abb. 75, (628) und den Steuerwinkeln angenommen; Untersuchung über die Nockenform s. W. Borth, Wirtschaftsmotor 1921. Heft 7.

Ventilkegelabmessungen. Für gesteuerte Ventile etwa

$$\delta = \sqrt{\frac{p_z (0,5 d_0)^2}{450}}$$

Der Teller ist hierbei als frei aufliegende ebene Platte betrachtet und die zulässige Anstrengung mit Rücksicht auf die hohe Temperatur und auf wiederholtes Nachdrehen der Dichtungsflächen nur zu  $k_b = 400 \text{ kg/cm}^2$  angenommen. Bei selbsttätigen Ventilen kann behufs Gewichtsverminderung bis  $k_b \sim 800 \text{ kg/cm}^2$  gegangen werden. Abnahme von  $\delta$  nach dem Umfange etwa  $\frac{4}{5}$  bis  $\frac{1}{3}$   $\delta$ , wenn  $d \geq 10 \text{ cm}$ . Radiale Sitzbreite  $b \geq 0,5 (d_0 - d) = 0,01 d + 0,4 \text{ cm}$ ; bei selbsttätigen Kegeln etwas mehr. Schaftstärke  $\alpha = \frac{1}{8} d + (0,5 \text{ bis } 0,8) \text{ cm}$ ; beim Auslaßventil vorteilhaft noch etwas größer. Lichter Durchmesser des Ventilgehäuses  $d_1 \geq 1,6 d$ .

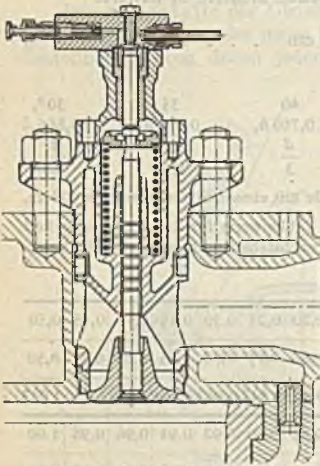


Abb. 87.

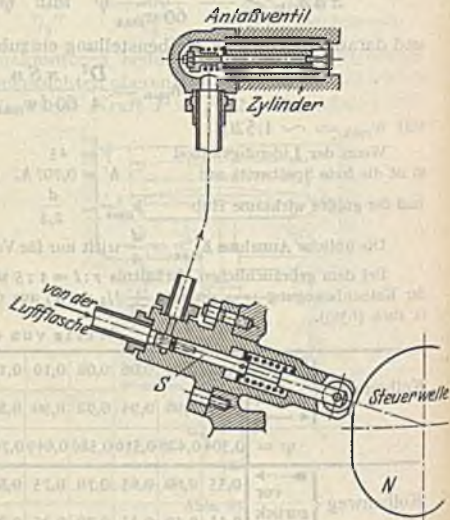


Abb. 88.

Federspannung der gesteuerten Ventile von Motoren mit Drosselregelung nicht unter  $0,5 \text{ kg}$  für  $1 \text{ cm}^2$  Kegelfläche, bei selbsttätigen Ventilen je nach Umdrehungszahl und Kegelmasse  $0,05$  bis  $0,07 \text{ kg/cm}^2$ .

Berechnung s. (625).

Ausführung der Ventile. Einlaßventile einfache Teller, Auslaßventile erhalten auswechselbaren Teller, meist aus Gußeisen. Große Ventile müssen auch im Teller gekühlt werden. Ein Auslaßventil mit Öldrucksteuerung der Wumag zeigt Abb. 87 (vgl. Abb. 56 S. 901).

Anlaßventile insbesondere für Dieselmotoren erhalten zweckmäßig einen inneren Sitzdurchmesser von  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{11}$  des Zylinderdurchmessers. Die Spindel ist zwecks Entlastung vom Luftdruck in der Führung auf den Ventildurchmesser zu verstärken oder es ist ein Führungskolben aufzusetzen evtl. mit Dichtungen, vgl. Abb. 54, S. 900.

Zum Anlassen wird der Hebel des Anlaßventils an die Nocke herangeführt, wobei gleichzeitig die Brennstoffförderung ausgeschaltet wird. Anlaßventile neuerdings durch Druckluft gesteuert, Abb. 88 (Wumag) durch Öffnen des

Ventils am Druckluftbehälter, wodurch der Steuerkolben an die Nocke gedrückt und die Luft zu dem durch den Luftdruck öffnenden Anlaßventil geführt wird.

(874) Brennstoffventile und -düsen für Gleichdruckmaschinen (vgl. auch Gemischbildung (862)). Bei Lufteinspritzung können nach Güldner folgende Ausführungsmaße angenommen werden:

|                            |     |     |    |     |     |         |
|----------------------------|-----|-----|----|-----|-----|---------|
| Zylinderleistung . . . . . | 25  | 50  | 80 | 100 | 125 | 150 PS. |
| Stärke der Nadel . . . . . | 11  | 13  | 15 | 18  | 20  | 22 mm   |
| Hub der Nadel . . . . .    | 2,5 | 2,5 | 3  | 3   | 3,5 | 3,5 „   |
| Lochweite der Düsenplatte  | 2   | 2,5 | 3  | 3,5 | 4   | 4 „     |

Anzahl der Lochplatten durchweg vier.

Nach Dr. Koenemann (Z. 1916, S. 1080) kann der Durchmesser der Düsennadeln in mm angenommen werden  $d^2 = 1,5 N$  für Viertakt-,  $d^2 = 3,2 N$  für Zweitaktmaschinen, wenn  $N$  die Zylinderleistung. Nach Magg ist der Durchmesser des Loches in der Düsenplatte  $d = \sqrt{0,2 N}$  mm.

Die Ausführungen der Brennstoffventile zeigen mehr oder weniger übereinstimmende Formen. Abb. 47 zeigt ein Brennstoffventil mit Lochplatten. Bei schwer entzündlichen und schwer zersetzlichen Treibölen wird im Ventil an der Nadel etwas Zündöl vorgelagert, das zuerst in den Zylinder gelangt und durch die Verbrennung Wärme für die Zersetzung des Treiböls erzeugt. Als Zündöl wird meist Gasöl verwendet.

Ein Brennstoffventil mit Düsenpaltzerstäuber, Bauart MAN. für Betrieb mit Treiböl und Zündöl zeigt Abb. 89.

Bei luftloser Einspritzung (vgl. (862)) sind die offenen oder geschlossenen Brennstoffventile mit Düsen versehen, die eine oder mehrere feine Bohrungen haben. Ist  $p$  der Überdruck des Öles,  $\gamma$  kg/m<sup>3</sup> das spez. Gewicht, so ist die Austrittsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2gp \cdot 10^4} : \gamma \text{ m/s;}$$

wird während der Einspritzung der Kurbelwinkel  $\alpha$  zurückgelegt, so ist die Zeit dazu

$$z = \frac{\alpha}{360} \cdot \frac{60}{n} = \frac{\alpha}{6n} \text{ sek}$$

und aus der Stetigkeitsbedingung für die Ölmenge  $G$  kg je Arbeitshub

$$Gv = \mu cfz$$

der erforderliche Querschnitt  $f$  der Düsenbohrung

$$f = \frac{G \cdot v}{\mu cz} = \frac{G}{\gamma \cdot \mu cz} \text{ m}^2 \text{ oder } = \frac{G \cdot 10^6}{\gamma \cdot \mu \cdot cz} \text{ mm}^2,$$

wobei  $\mu = 0,8$  bis  $0,9$ .

Eine offene Düse der MAN zeigt Abb. 90, eine geschlossene der Wumag Abb. 91 u. 92.

Abb. 93 ist das Brennstoffventil von Körting für Vorkammermaschinen, Abb. 94<sup>1)</sup> dasjenige von Benz.

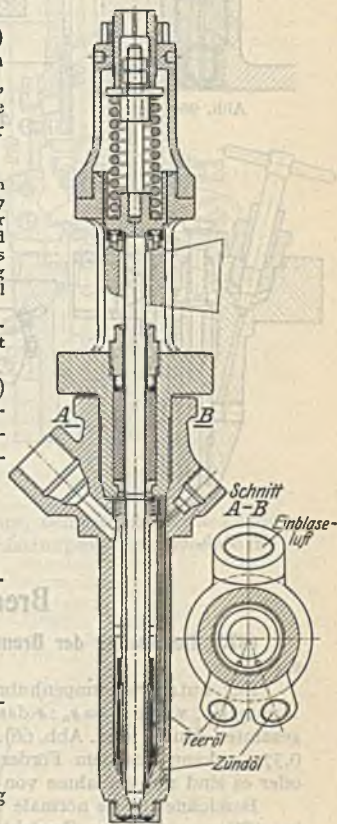


Abb. 89.

<sup>1)</sup> Aus Seilliger: Kompressorlose Dieselmotoren. Berlin: Julius Springer 1929.



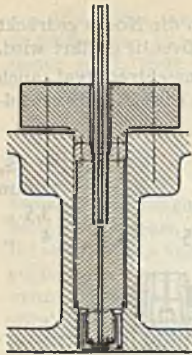


Abb. 90.

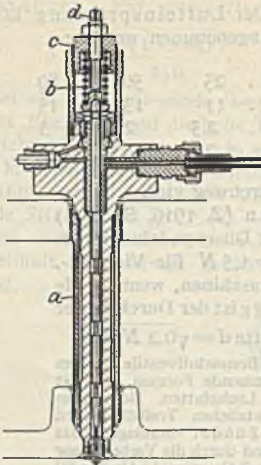


Abb. 91.



Abb. 92.

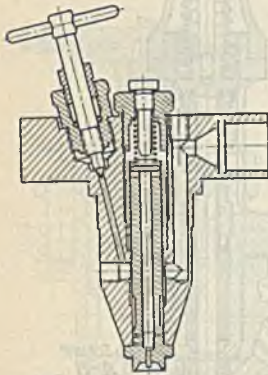


Abb. 93.

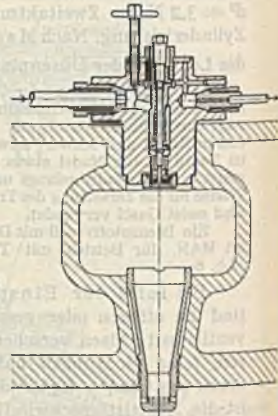


Abb. 94.

### Brennstoffpumpen.

(875) Bemessung der Brennstoffpumpen. Wirkungsweise und Regelprinzip s. (865).

Der nutzbare Pumpenhubraum  $V$  ist kleiner als der ganze Hubraum  $V_p$ .  $V = \eta_l V_p$ , wenn  $\eta_l = s_n : s$  das Verhältnis der nutzbaren Pumpenhubes  $s_n$  zum gesamten Hub  $s$  (vgl. Abb. 66), wobei für Vollast  $\eta_l = 0,25$  bis  $0,5$ , im Mittel  $0,37$ .  $\eta_l$  kann aus dem Förderdiagramm Abb. 62 bzw. 66 entnommen werden, oder es sind mit Annahme von  $\eta_l$  die Winkel im Förderdiagramm festgelegt.

Bezeichnet  $N$  die normale volle Leistung in PS,  $B$  den Brennstoffverbrauch in g/PS-st,  $\gamma$  das spez. Gewicht des Brennstoffes in kg/ltr oder in g/cm<sup>3</sup>,  $n$  die Umdrehungszahl in der Minute und  $i$  die Anzahl der Umdrehungen für ein Arbeitsspiel ( $i=2$  für Viertakt,  $i=1$  für Zweitakt), so ist bei  $60n : i$  Arbeitspielen in der Stunde das Brennstoffvolumen für einen Pumpendruckhub

$$V = \frac{BNi}{60n\gamma} \text{ cm}^3 \dots \dots \dots 6$$

Der Lieferungsgrad  $\eta_l$  wird zweckmäßig nicht über  $0,5$  angenommen, bei kleinen Leistungen kleiner. Damit ist dann der ganze Pumpenhubraum  $V_p = V : \eta_l$  bestimmt.

Meist wird der Pumpenhub  $s$  etwas größer als der Kolbendurchmesser  $d$  gewählt, man geht nicht unter  $d=10$  mm und nicht über  $s=45$  mm. Die

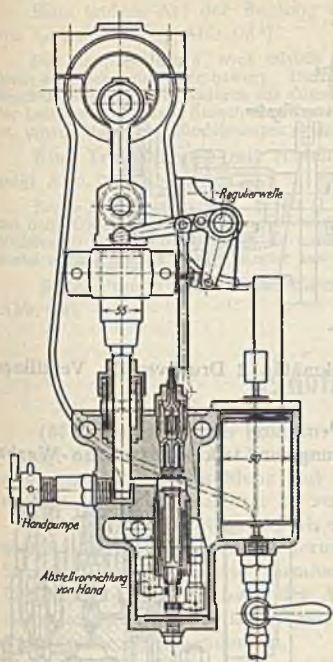


Abb. 95.

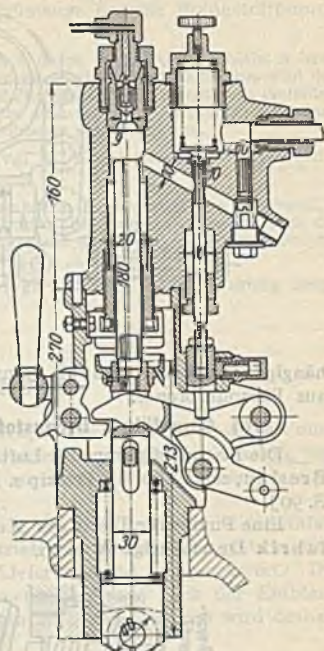


Abb. 96.

Zündölmengenge ist etwa  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{5}$  der Treibölmengenge, demgemäß ist die Zündöl-pumpe zu bemessen. Die Menge bleibt bei allen Belastungen gleich. Der Kolben wird aus Nickelstahl gefertigt.

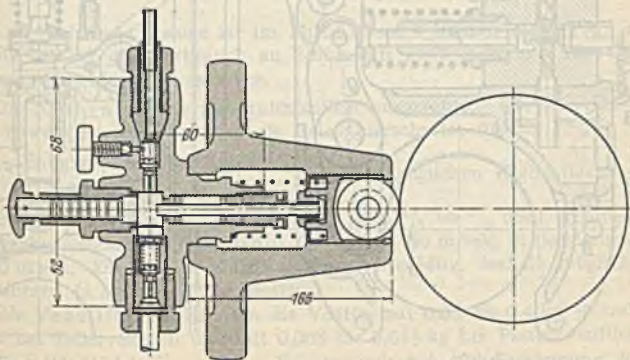


Abb. 97.

Pumpengehäuse aus bestem dichtem Gußeisen oder Schmiedeeisen; alle Hohlräume im Druckraum werden zweckmäßig aus dem Vollen herausgearbeitet. Luftsäcke sind zu vermeiden, nötigenfalls Entlüftungen vorzusehen.



Für die Ventile sind Ausführungs-rücksichten maßgebend, da Berechnung zu geringe Abmessungen ergibt. Der Saugventilhub ist vom Mitnehmerweg ab-

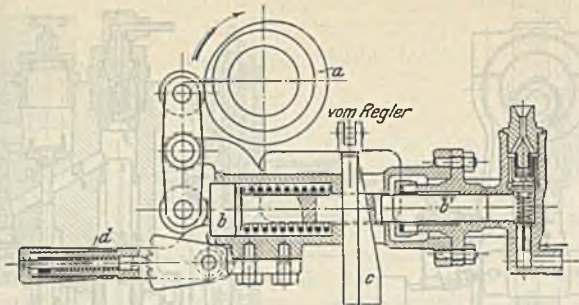


Abb. 98.

hängig, Druckventilhub bis 3 mm, zweckmäßig 2 Druckventile Ventilkegel aus Phosphorbronze.

### (876) Ausgeführte Brennstoffpumpen.

Die Brennstoffpumpe für Lueteinspritzung der Linke-Hoffmann-Werke, Breslau, zeigt Abb. 95, Prinzip s. Abb. 61, S. 903.

Eine Pumpe für Teeröl der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 96.

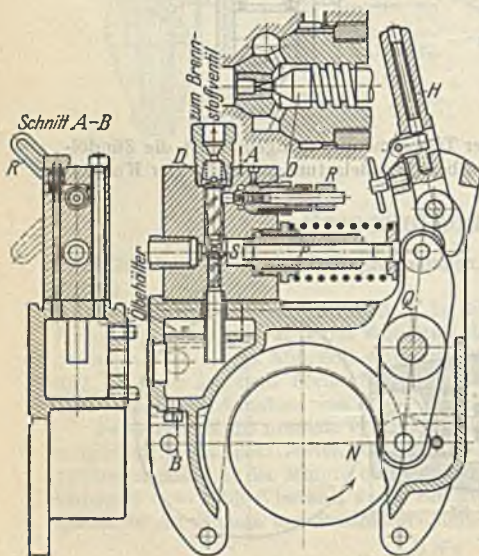


Abb. 99.

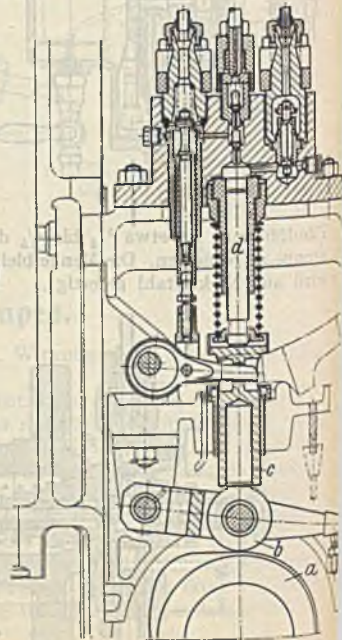


Abb. 100.

Der Kolben wird durch eine Nockenscheibe mittels Rolle bewegt, die Saugbewegung erfolgt durch eine Schraubenfeder. Die Regulierung erfolgt durch längeres oder kürzeres Offenhalten eines besonderen Rückstromventils mittels Hebels und des vom Regler gedrehten Mitnehmerhebels. Hebel links zum Pumpen von Hand und zum Abstellen.

Bei Betrieb mit Zündöl kann von derselben Nockenscheibe aus eine Zündöl-pumpe angetrieben werden, die in Abb. 96 dargestellt ist.

Eine andere Art der Regelung der Treibölmenge hat die Brennstoffpumpe von Gebr. Körting, Abb. 98<sup>1)</sup>.

Der Pumpenkolben  $b'$  wird mittels Druckstück  $b$  durch die unrunde Scheibe  $a$  bzw. durch eine Schraubenfeder bewegt. Durch Verstellen des Keiles  $c$  vom Regler aus wird der Saughub begrenzt und dadurch die Ölmenge verändert. Handhebel  $d$  dient zum Auffüllen der Leitungen und zum Ausschalten der Pumpe, wozu auch die Sperrvorrichtung angeordnet ist, mittels deren bei Zündölpumpen auch die Zündölmenge eingestellt wird.

Eine Treibölpumpe mit Nadelregelung (vgl. Abb. 64) von Gebr. Körting zeigt Abb. 99.

Nocke  $N$  betätigt mittels Hebels  $Q$  den Pumpenkolben  $P$ ; das durch das Saugventil  $S$  aus dem Ölbehälter angesaugte Öl wird durch Druckventil  $D$  und gleichzeitig durch das Nadelventil  $O$  das überschüssige Öl zurückgefördert, wobei die Menge durch Verstellen der Nadel mittels Hebels  $R$  vom Regler aus erfolgt.

Eine Pumpe mit Überströmregelung (vgl. Abb. 65) der Wumag zeigt Abb. 100.

## Einblaspumpen.

(877) Bemessung der Pumpen. Der Druck, auf den verdichtet werden muß, beträgt 60 bis 80 at. Die Pumpen werden zweistufig oder auch dreistufig ausgeführt mit Zwischenkühlung und Kühlung am Ende der Verdichtung, um Öl-explosionen im Luftbehälter zu verhindern.

Der Hubraum wird größer als erforderlich, um auch im Betriebe die Anlaßgefäße auffüllen zu können; bei normalem Betrieb wird also mit stark gedrosseltem Saugventil oder sonstwie vermindertem Lieferungsgrad  $\eta_l$  gearbeitet. Der Luftbedarf wird nicht nach der Anlaßluftmenge, sondern nach der Einblasmenge angenommen, er ist schwer rechnerisch zu bestimmen und wird deshalb nach Erfahrung angenommen.

Nach Güldner kann zugrunde gelegt werden für ortsfeste Maschinen

|                       | von | 8—20 | 20—40 | 50—100 | über 100 PS <sub>e</sub> | Leistung |
|-----------------------|-----|------|-------|--------|--------------------------|----------|
| ein Ansaug-           |     |      |       |        |                          |          |
| volumen von           |     |      |       |        |                          |          |
| für 1 PS <sub>e</sub> |     | 10   | 9     | 8      | 7                        | ltr/min  |

Die Einblasluftmenge ist im Mittel etwa 4 ltr/min für 1 PS<sub>e</sub>; in Wirklichkeit beträgt der Verbrauch an Einblasluft etwa 3 ltr/min für 1 PS<sub>e</sub>, bei kleineren Maschinen etwas mehr.

Die Kolben werden als Stufenkolben ausgeführt. Die Ventile erhalten nach bewährten Ausführungen als freie Querschnitte für

Saugventile  $\sim \frac{1}{8}$  bis  $\frac{1}{8}$  } der bezüglichen Kolbenfläche.  
 Druckventile  $\frac{1}{8}$  bis  $\frac{1}{12}$  }

Der Hub soll klein gehalten werden, etwa  $\frac{1}{6}$  bis  $\frac{1}{8}$  des Durchmessers, die Luftgeschwindigkeit in dem Ventil beträgt  $\sim 30$  m/sek, in den Druckventilen bis 70 m sek. Die Ventile sind durchweg selbsttätig, deshalb möglichst leicht auszuführen (s. auch „Kompressoren“).

Die Ventildedern belasten die Ventile mit 0,05 bis 0,4 kg je cm<sup>2</sup> Ventilfläche bei Tellerventilen und mit 0,008 bis 0,015 kg bei Plattenventilen.

Für die Kühlung sind an Frischwasser bei 40° Erwärmung 20—30 ltr für die PS<sub>e</sub> und Stunde, bei rückgekühltem Wasser etwa 3 ltr für die PS<sub>e</sub> und Stunde Zusatz erforderlich.

<sup>1)</sup> Aus Güldner, s. Fußnote S. 901.



## Zubehör.

**(878) Druckluftbehälter.** Anlaßgefäße für Verpuffungsmaschinen, deren Anlaßdruck 15 bis 25 at beträgt, werden mit wenigstens 10 ltr/PS<sub>0</sub> oder gleich dem zehnfachen Hubraum des Arbeitszylinders bemessen.

Gleichdruckmaschinen erhalten meist 2 Anlaßgefäße (eines als Reserve), deren jedes bei einem Druck bis 55 at mit 3 ltr/PS<sub>0</sub> bis 5 ltr/PS<sub>0</sub> (bei kleinen Maschinen) bemessen wird.

Das Einblasegefäß der Gleichdruckmaschinen wird mit 0,8 bis 1 ltr/PS<sub>0</sub>, bei kleinen Maschinen bis 1,5 ltr/PS<sub>0</sub> bemessen; der Druck beträgt bis 80 at, der Probedruck 150 at.

Anlaßgefäße sind zwecks gegenseitigen Auffüllens durch absperrbare Leitungen miteinander verbunden. Ferner müssen die Behälter mit einer Abblaseleitung versehen werden, die bis auf den Boden des Gefäßes führt, um das mitgerissene Öl, das zu Störungen und Behälterexplosionen führen könnte, zu entfernen. Die Ventile zum Abblasen und Absperrern, ferner häufig ein Sicherheitsventil sind im Ventilkopf der Behälter angeordnet. Die Gefäße werden nebeneinander aufgestellt, der Druck muß durch Manometer deutlich erkennbar sein.

**(879) Brennstoffbehälter** für Gleichdruckmaschinen. Aus dem Kesselwagen wird das Öl in einen Vorratsbehälter abgelassen, der bei Anfuhr im Eisenbahnkesselwagen etwa 15 t, bei Straßentransportwagen 2 bis 3 m<sup>3</sup> aufnehmen muß. Vom Vorratsbehälter wird das Öl in das Betriebsgefäß gepumpt, das für 10 bis 12 Betriebsstunden reicht, von diesem läuft es in die Meßgefäße und in die Filtriergefäße, die mindestens Öl für 3 Betriebsstunden fassen. Die Filtriergefäße müssen wechselweise abschaltbar sein, um während des Betriebes die Filter reinigen zu können. Vom Filter läuft das Öl in das Schwimmergefäß an der Brennstoffpumpe.

Zur Brennstoffversorgung der Maschine gehören noch die erforderlichen Leitungen und Pumpen. Die Abdichtung muß sorgfältig erfolgen mit in Leim getränkter Asbestpappe oder Kupferblech.

**(880) Auspufftöpfe und -leitungen.** Vollkommene Schalldämpfung nur bei Fassungsraum von etwa 20fachem Hubvolumen des Zylinders erreichbar, meist wird nur 6- bis 8faches Hubvolumen ausgeführt; günstig mehrere Töpfe hintereinander und darnach gemauerte Kanäle und Kammern.

Wandstärke der gußeisernen Töpfe vom Durchmesser  $D_t$  (in cm)

$$\delta = \frac{D_t}{50} + 0,6 \text{ cm (doch mindestens } \delta \geq 1,5 \text{ cm);}$$

Höhe etwa:  $H = 1,25$  bis  $1,75 D_t$ .

Von  $D_t \sim 100$  cm an werden die Töpfe in Schmiedeeisen ausgeführt und die Blechstärken, mit Rücksicht auf Fehlzündungen in den Auspuffleitungen, auf mindestens 5 at berechnet.

**Auspuffleitung.** Rohrquerschnitt bis zum Auspufftopf, je nach der Entfernung, gleich dem 1,15- bis 1,3fachen freien Ventilquerschnitt. (Mittlere Ansaug- und Ausschubgeschwindigkeit in den Ventilen  $v \geq 25$  m/sek.)

Die Auspuffleitung ist in der Nähe der Maschine mit einem Kühlmantel zu umgeben. Bei Verlegung der Leitung Wärmedehnung beachten!

**(881) Luft-, Gas- und Kühlwasserleitungen.**

**Luftleitung.** Sofern das Volumen des Brennstoffes gegenüber demjenigen der Luft klein ist,

$$d = \sqrt{\frac{D^2 s n}{30 v_2}} \text{ m (} D \text{ und } S \text{ sind in m einzusetzen).}$$

$v_2 \sim 20$  m/sek bei kurzen Leitungen; für lange Leitungen geht man bis auf  $v_2 \sim 10$  m/sek herunter.

Nimmt das Brenngas einen wesentlichen Teil der Ladungsmenge ein (z. B. bei Kraftgasmotoren), so kann  $d$  entsprechend kleiner gehalten werden. Mittelwerte für Anlaßdruckluftleitungen gibt untenstehende Tabelle.

Gasleitungen. Die Rohrweiten für Leuchtgas enthält die folgende Tabelle. Leitungen für Kraftgas können nach der Gasmenge  $C_h$  für einen Saughub (vgl. (842)) bemessen werden, man macht sie häufig ebenso weit wie die Luftleitungen.

Abmessungen von Rohrleitungen für normale Verbrennungsmotoren.

| Motorleistung<br>PS <sub>e</sub> | Leuchtgasleitung<br>Zoll | Gasmessergroße<br>Anzahl der<br>Flammen | Kühlwasserzuleitung<br>Zoll | Kühlwasserableitung<br>Zoll | Druckluftleitung zum<br>Anlassen<br>Zoll |
|----------------------------------|--------------------------|---|-----------------------------|-----------------------------|--|
| 2                                | 3/4                      | 20                                      | 1/2                         | 3/4                         | .  |
| 4                                | 1                        | 30                                      | 1/2                         | 3/4                         | .  |
| 6                                | 1                        | 40                                      | 1/2                         | 7/8                         | .  |
| 8                                | 1 1/4                    | 50                                      | 1/2                         | 7/8                         | .  |
| 10                               | 1 1/4                    | 60                                      | 3/4                         | 1                           | .  |
| 12                               | 1 1/2                    | 80                                      | 3/4                         | 1                           | .  |
| 15                               | 1 1/2                    | 100                                     | 3/4                         | 1                           | .  |
| 20                               |                          | 150                                     | 3/4                         | 1                           | 1 1/4                                    |
| 25                               | 2                        | 150                                     | 7/8                         | 1 1/4                       | 1 1/4                                    |
| 30                               | 2 1/2                    | 200                                     | 7/8                         | 1 1/4                       | 1 1/2                                    |
| 35                               | 2 1/2                    | 200                                     | 1                           | 1 1/4                       | 1 1/2                                    |
| 40                               | 3                        | 250                                     | 1                           | 1 1/4                       | 1 1/2                                    |
| 50                               | 3                        | 250                                     | 1 1/4                       | 1 1/2                       | 1 3/4                                    |
| 60                               | 3 1/2                    | 300                                     | 1 1/4                       | 1 1/2                       | 1 3/4                                    |
| 70                               | 3 1/2                    | 300                                     | 1 1/2                       | 1 3/4                       | 2  |
| 80                               | 3 1/2                    | 350                                     | 1 1/2                       | 1 3/4                       | 2  |
| 100                              | 4                        | 400                                     | 1 3/4                       | 2                           | 2 1/4                                    |
| 125                              | 4                        | 400                                     | 1 3/4                       | 2                           | 2 1/4                                    |
| 150                              | 4 1/2                    | 450                                     | 2                           | 2 1/2                       | 2 1/2                                    |

Kühlwasserleitung. Lichte Weite der Zuleitung etwa

$$d = \sqrt[3]{0,15 N_n} \text{ cm,}$$

wenn  $N_n$  die Nennleistung des Motors und (sehr reichlich) ein Verbrauch an Frischwasser von 40 ltr für 1 PS<sub>e</sub>-st und eine Durchflußgeschwindigkeit von 0,95 m/sek vorausgesetzt wird. Weite der Ableitung — je nach Gefälle und Länge —

$$d_1 = 1,25 \text{ bis } 1,75 d.$$

Die vorstehende Tabelle enthält abgerundete Mittelwerte für die Kühlwasserzu- und -ableitung.



## Zwölfter Abschnitt.

# Abdampf- und Abwärmeverwertung.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann.

## Abdampfverwertung.

(882) Die Wärmebilanz der Kraftanlagen, wie sie Abb. 1 in Form eines Sankey-Diagramms einer guten Dampfturbine mit Kondensation anschaulich darstellt, zeigt, daß der größte Teil der im Brennstoff verfügbaren Wärme un-

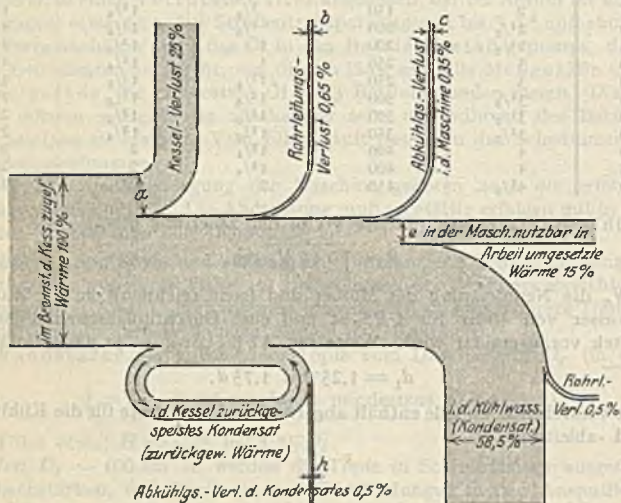


Abb. 1.

ausgenutzt ins Kühlwasser geht, während nur 15% in Nutzarbeit umgesetzt werden (bei Gasmaschinen werden etwa 25%, beim Dieselmotor etwa 33% der Brennstoffwärme nutzbar gemacht). Wesentlich ungünstiger liegen die Verhältnisse natürlich bei Auspuffmaschinen. Eine viel größere Wirtschaftlichkeit des Betriebes kann erzielt werden, wenn der Abdampf der Kraftmaschinen für die Fabrikation (Kochen, Verdampfen, Heizen, Trocknen) weiter verwertet wird, so daß noch die ganze Verdampfungswärme ausgenutzt und das Kondensat für die Kesselspeisung verwendet wird. Eine solche Vereinigung von Kraft- und Wärmebedarf — Kraft-Heizungsanlagen — ergibt gegenüber getrennter Erzeugung von Kraft und Wärme eine bedeutende Ersparnis (s. u.). Andererseits aber kann der Abdampf periodisch arbeitender Kolbenmaschinen mit Auspuff (Dampfhämmer, Pressen, Walzenzugmaschinen, Fördermaschinen) gesammelt werden





Verwendungszweck angepaßt sein muß, an sich wird man den Druck so niedrig als möglich wählen, um große Leistung zu erzielen. S. Literatur<sup>1)</sup>.

(884) Anlagen mit Zwischendampfentnahme. Der Dampf wird in erforderlicher Menge aus einer Zwischenstufe der Turbine oder dem Aufnehmer der Kolben-

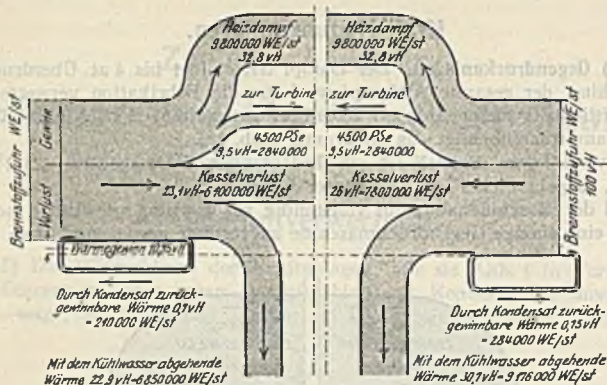


Abb. 3.

maschine entnommen, der übrige Dampf arbeitet weiter im Niederdruckteil (bzw. -zylinder) mit Kondensation. Wird die gesamte Dampfmenge entnommen, so

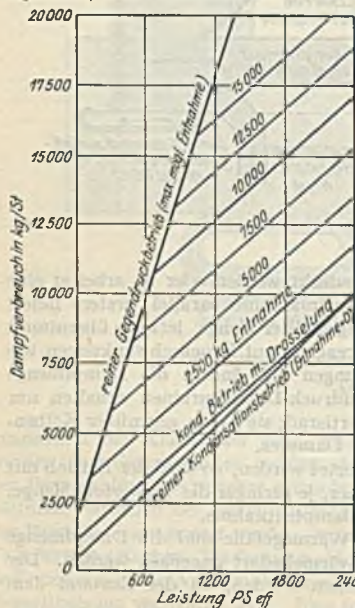


Abb. 4.

arbeitet die Maschine als Gegendruckmaschine mit leerlaufendem Niederdruckteil; wird nichts entnommen, so arbeitet sie als reine Kondensationsmaschine.

Die Wirtschaftlichkeit solcher Anlagen zeigt die Wärmebilanz für vereinigten und getrennten Betrieb, Abb. 3<sup>2)</sup>. Den Dampfverbrauch bei verschiedenen Belastungen und Entnahmemengen kann man zweckmäßig wie in Abb. 4 angeben, welche für 2400 PS<sub>0</sub>-Entnahmeturbine (12,5 at Überdr. 325° C) mit 15 000 kg/st maximaler Entnahmemenge bei 2 at Überdr. gezeichnet ist. Aus der Aufzeichnung ist auch die Dampersparnis zu ersehen, da z. B. bei Vollast und 10 000 kg/st Entnahme der Gesamtdampfverbrauch 17 200 kg/st beträgt, während bei getrenntem Betrieb die Kondensationsmaschine 10 000 kg/st benötigt und die Heizdampfmenge wegen der größeren Wertigkeit des gedrosselten Dampfes (741,5 kcal/kg gegen 694,5 kcal/kg des Entnahmedampfes) 9320 kg/st, zusammen also 19 320 kg/st betragen würde. Aus dem Diagramm sind auch die Grenzen der Entnahmen bei verschiedenen Belastungen ersichtlich. Bei größerem Heizdampfbedarf muß reduzierter Frischdampf zugesetzt werden, was automatisch erfolgen kann.

<sup>1)</sup> Zerkowitz: Das Gegendruckverfahren und seine Anwendung bei der Dampfturbine. Z. 1924, S. 147. — Praetorius: Wirkungsgrad und Leistungssteigerung von Gegendruckmaschinen. Z. 1927, S. 189. — L. Schneider: Abwärmeverwertung im Kraftmaschinenbetrieb. Berlin: Julius Springer. — Ferner: Fortschritte in der Entwicklung der Wärmewirtschaft. VdI-

Verlag 1923. — Gerbel: Kraft- und Wärmewirtschaft in der Industrie.

<sup>2)</sup> Gezeichnet für eine Turbine von 4500 PSe, 14 at Überdr. 350° C und 14 000 kg/st Entnahme bei 2 at Überdr. bzw. für 13 000 kg/st auf 2 at Überdr. gedrosselten Frischdampf mit gleicher Wärmemenge.

S. Reutlinger, Zwischendampfverwertung. Berlin 1922.

Eine Verbesserung der Wirtschaftlichkeit von Dampfkraftanlagen (6 bis 10 vH.) ergibt sich durch Speisewasservorwärmung durch Entnahmedampf. Der Prozeß nähert sich dadurch dem Carnotprozeß<sup>1)</sup>.

(885) Von den Kolbendampfmaschinen eignet sich zur Zwischendampfentnahme insbesondere die Tandem-Verbundmaschine, da diese wegen der durch die Dampfentnahme bedingten ungleichen Arbeitsverteilung auf beide Zylinder weniger empfindlich ist, als die Maschine mit nebeneinander liegenden Zylindern. Die Entnahme des Dampfes erfolgt aus dem zwischen Hochdruck- und Niederdruckzylinder liegenden Aufnehmer, nachdem er im Hochdruckzylinder bereits Arbeit verrichtet hat. Der für Heizzwecke nicht benötigte Rest des Arbeitsdampfes strömt unter weiterer Arbeitsleistung durch den Niederdruckzylinder und wird im Kondensator niedergeschlagen. Der Niederdruckzylinder arbeitet hiernach mit einer um die Entnahmemenge verminderten Dampfmenge, die ein

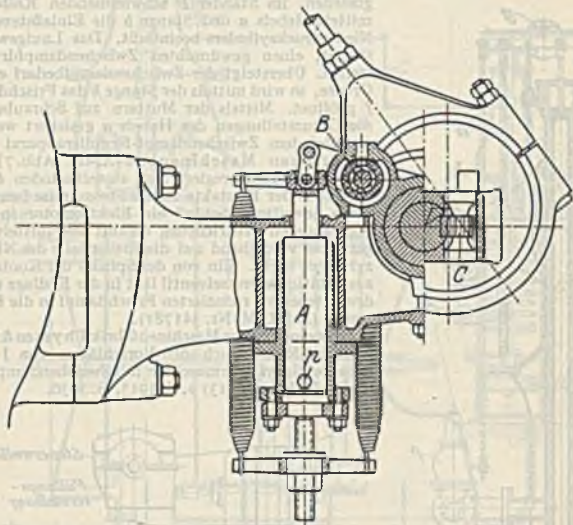


Abb. 5.

kleineres Volumen dieses Zylinders bedingt, weil kleine Füllungen, die die Kondensationsverluste in demselben steigern, vermieden werden müssen. Man wählt in dieser Erkenntnis das Zylinderverhältnis etwa 1 : 1,5 bis 1 : 2.

Die Regelung der Zwischendampfentnahme geht unter Wirkung des jeweiligen Aufnehmerdruckes in folgender Weise vor sich: Braucht die Heizung plötzlich weniger Dampf, oder wird der Maschine bei gleichbleibendem Heizbedarf zufolge Vergrößerung ihrer Leistung mehr Dampf zugeführt, so steigt der Aufnehmerdruck. Diese Druckzunahme wird auf einen Regler übertragen, der selbsttätig die Füllung des Niederdruckzylinders vergrößert, wodurch der Aufnehmerdruck wieder sinkt. Infolge der jetzt größeren Leistung des Niederdruckzylinders steigt aber die Geschwindigkeit der Maschine und es wird durch den Fliehkraftregler die Füllung des Hochdruckzylinders verkleinert. In umgekehrter Weise spielt sich der Vorgang bei zunehmendem Heizdampfbedarf ab. Bei kleineren Belastungen der Maschine kann es vorkommen, daß dem Aufnehmer

<sup>1)</sup> Noack: Z. 1923, S. 1153. — Gleichmann: Z. 1923, S. 1159. — Pio Ulski: Arch. Warmewirtsch. 1926, S. 296.



nicht genügend Heizdampf entnommen werden kann. Der Regler hat die Steuerung des Niederdruckzylinders durch Verdrehen des Einlaßexzenter der jeweiligen Dampfentnahme anpaßt. Die Veränderung des Dampfdruckes der Entnahmeleitung wirkt auf den federbelasteten Kolben *A* ein, dessen Bewegung durch einen Oldruckhilfsmotor auf das Exzenter übertragen wird, indem der Kolben *A* den Steuerdrehschieber *B* des auf der Steuerwelle sitzenden Oldruckhilfsmotors betätigt. Dieser verstellt das Exzenter mittels Zahnstange und Ritzel *C* und ändert Exzenterhub und Voreilwinkel.

Abb. 5 zeigt eine Ausführung des Druckreglers der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, der die Füllung des Niederdruckzylinders durch Verdrehen des Einlaßexzenter der jeweiligen Dampfentnahme anpaßt. Die Veränderung des Dampfdruckes der Entnahmeleitung wirkt auf den federbelasteten Kolben *A* ein, dessen Bewegung durch einen Oldruckhilfsmotor auf das Exzenter übertragen wird, indem der Kolben *A* den Steuerdrehschieber *B* des auf der Steuerwelle sitzenden Oldruckhilfsmotors betätigt. Dieser verstellt das Exzenter mittels Zahnstange und Ritzel *C* und ändert Exzenterhub und Voreilwinkel.

Gebr. Sulzer, Ludwigshafen a. Rh., verwenden für die Dampfzufuhr zum Niederdruckzylinder den in Abb. 6 ersichtlichen Regler. Der Aufnehmerdruck wirkt auf den Spiegel des im unteren Teil eines Behälters *p* befindlichen Quecksilbers, und indem er es durch die mittels Spindel einstellbare Öffnung *e* drückt auf den mit Blei ausgegossenen, im Ständer *k* schwimmenden Kolben *m*, der mittels Hebels *a* und Stange *b* die Einlaßsteuerung *c* des Niederdruckzylinders beeinflusst. Das Laufgewicht *g* gestattet, einen gewünschten Zwischendampfdruck einzustellen. Obersteigt der Zwischendampfbedarf eine gewisse Grenze, so wird mittels der Stange *h* das Frischdampfventil *f* geöffnet. Mittels der Muttern auf Schraube *s* können die Grenzstellungen des Hebels *a* gesichert werden.

Bei dem Zwischendampf-Regulierapparat der Hannoverischen Maschinenbau-A.-G. (Abb. 7) wird der Kolben des Druckreglers zum abwechselnden Öffnen und Schließen der Kontakte zweier Stromkreise benutzt, durch deren jeweiligen Schluß ein Elektromotor in der einen oder anderen Drehrichtung anläuft und mittels Zwischengetriebes verdrehend auf die Steuerwelle des Niederdruckzylinders wirkt. Ein von der Spindel der Kontaktführung aus betätigtes Drosselventil läßt in der Endlage der Niederdrucksteuerung reduzierten Frischdampf in die Heizleitung treten (D. R. G. M. Nr. 541781).

Über eine von der Maschinenfabrik Thyssen & Co., A.-G., Mülheim-Ruhr, nach den Vorschlägen von J. Missong gebaute Einzylindermaschine mit Zwischendampfentnahme (D. R. P. Nr. 240713) s. Z. 1913, S. 2030.

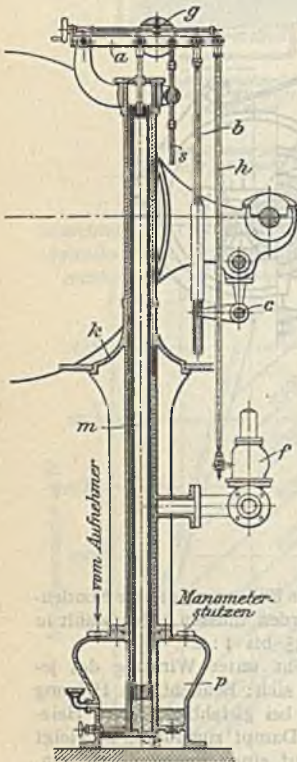


Abb. 6.

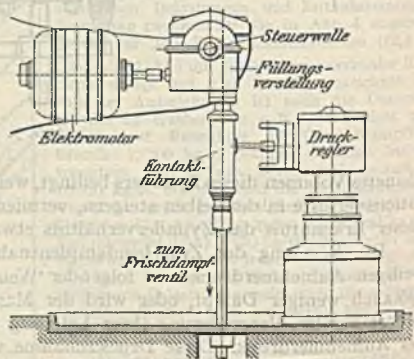


Abb. 7.

Einzylinder-Entnahmemaschine, Bauart Starke & Hoffmann, Hirschberg i. Schl. s. Z. 1927, S. 1605. Ebenda: Entnahmeregler Bauart Wumag.

(886) Dampfturbinen mit Zwischendampfentnahme — Entnahme- oder Anzapfturbinen — sind baulich Kondensationsturbinen mit einem Heizdampfstutzen in einer Zwischenstufe mit dem gewünschten Druck und einem vom Druckregler betätigten Überströmventil, durch welches der nicht für Fabrikationszwecke benötigte Dampf in den Niederdruckteil tritt; wird die

ganze Dampfmenge entnommen, so läuft der Niederdruckteil im Vakuum leer. Die Regelung der Entnahmeturbinen muß derart erfolgen, daß die Summe der Leistungen des durch die ganze Turbine strömenden Kraftdampfes und des nur im Hochdruckventil arbeitenden Heizdampfes stets der jeweiligen Belastung entspricht. Sind Entnahme- und Leistungsregelung ganz unabhängig voneinander, so wird bei Leistungsänderung, da zunächst die in den Niederdruckteil strömende Menge unverändert bleibt, erst der sich ändernde Entnahmedruck das Überströmventil betätigen; andererseits würde bei Änderung der Entnahmemenge erst die Drehzahländerung infolge der Änderung der Leistung

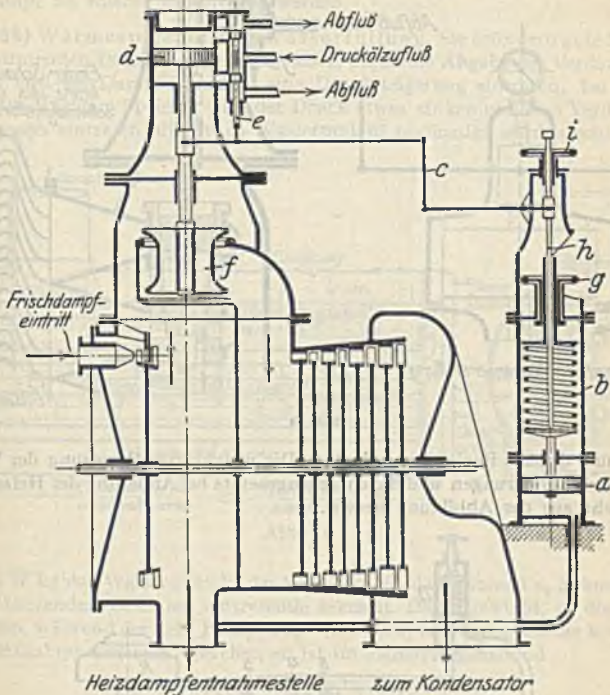


Abb. 8.

die Frischdampfregelung betätigen. Um diese Schwankungen im Druck bzw. in der Drehzahl („Nachhinken“) zu vermeiden, werden neuerdings beide Regelungen derart verbunden, daß bei Belastungsänderung gleichzeitig auch das Überströmventil im selben Sinne bzw. bei Änderung der Entnahmemenge gleichzeitig auch das Frischdampfventil im entgegengesetzten Sinne entsprechend verstellt wird.

Die Gerippeskizze einer unabhängigen Entnahmeregelung zeigt Abb. 8 einer älteren Ausführung der Bergmann-E.-W. Der Druckregler sitzt in Wirklichkeit seitlich neben der Turbine. Eine Beeinflussung des Frischdampfventils durch den Entnahmedruck derselben Firma zeigt im Schema Abb. 9; der über dem Kolben *g* wirkende Dampfdruck verstellt die Steuerschieberbüchse *h*, so daß sich der Kolben *e* entgegengesetzt bewegt, wie Kolben *d*, Abb. 8, des Überströmventils. Die neuere Ausführung hat Bewegungsübertragung durch Gestänge auf die Entnahmeregelung. (S. Zietemann, Berechn. u. Konstr. d. Dampfturb.)

Die Vereinigung beider Regelungen zeigt anschaulich das Schema Abb. 10, wie sie die AEG. ausführt; der Übersichtlichkeit wegen ist die Ölsteuerung fort-



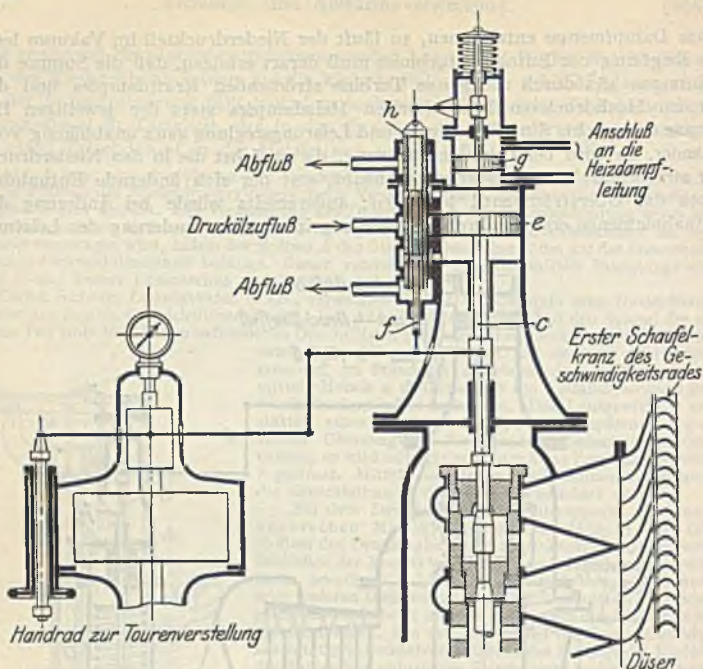


Abb. 9.

gelassen und direkte Regelung angedeutet. Die gleichartige Bewegung der Ventile bei Belastungsänderungen und die entgegengesetzte bei Änderung der Heizdampfmenge geht aus der Abbildung hervor.

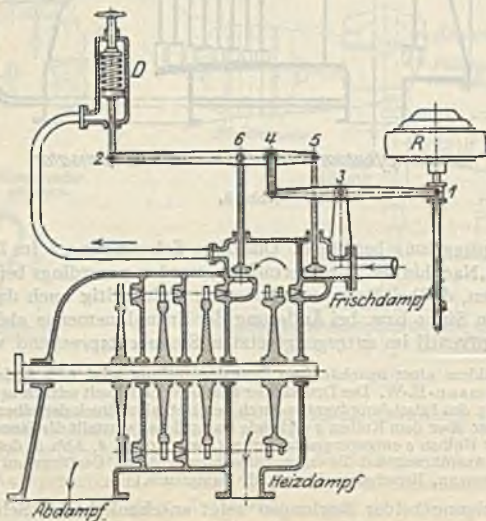


Abb. 10.

## Abdampfkraftanlagen.

(887) **Wärme- und Abdampfspeicher.** Um den periodisch und in wechselnder Menge aus den Kolbenmaschinen tretenden Auspuffdampf in kontinuierlichem Strom der Turbine zuführen zu können und überschüssigen Abdampf zu sammeln, werden in Abdampf-Kraftanlagen Dampf- bzw. Wärmespeicher angeordnet. In diesen kann der Dampf entweder im Wasser des Speichers niedergeschlagen werden, wobei er seine Verdampfungswärme an das Wasser abgibt, oder es kann der Dampf als solcher gespeichert werden.

(888) **Wärmespeicher mit Wasserfüllung.** Sie erfordern gute Mischung des eintretenden Dampfes mit dem Wasser, durch die Abgabe der Verdampfungswärme wird bei Dampfüberschuß eine Drucksteigerung eintreten, bei größerer Entnahme aus dem Speicher wird der Druck etwas sinken und eine Verdampfung des Wassers eintreten, die durch Wasserumlauf begünstigt werden muß.

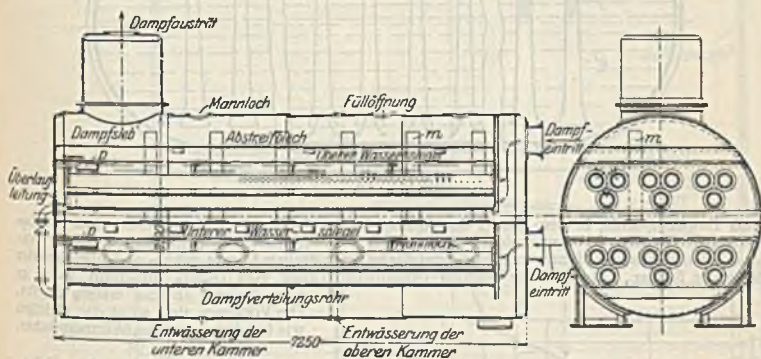


Abb. 11.

Ist  $W$  kg das Wassergewicht des Speichers,  $G_1$  das während  $z_1$  Sekunden des intermittierenden Betriebes eintretende sekundl. Dampfgewicht,  $z_2$  die Zeit in Sekunden, während der kein Dampf zugeführt wird, und  $G_2$  kg/sek die kontinuierliche Entnahme aus dem Speicher, so ist im Beharrungszustand

$$G_1 z_1 = G_2 (z_1 + z_2),$$

woraus  $G_2$  ermittelt werden kann.

Ist ferner  $r$  ein Mittelwert der Verdampfungswärme und  $i_2' - i_1'$  die Zunahme der Flüssigkeitswärme, die gleich  $t_2 - t_1$  gesetzt werden kann, so ist nach  $z_1$  Sekunden

$$z_1 (G_1 - G_2) \cdot r = W (t_2 - t_1);$$

bei gegebenem Wasserinhalt  $W$  kann die Temperaturzunahme  $t_2 - t_1$  und damit die Druckzunahme bestimmt oder für einen zugelassenen Druckunterschied der erforderliche Wasserinhalt ermittelt werden. Nach Angaben von Balcke, Bochum, ist für 0,2 at Druckunterschied der Temperaturunterschied praktisch  $4^\circ \text{C}$ .

Abb. 11 zeigt einen von der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum, gebauten Wärmespeicher, Patent Rateau, mit 30 t Wasserfüllung.

Durch eine horizontale Scheidewand ist derselbe und damit auch die Wassermenge in zwei Teile zerlegt, die von einer Anzahl runder (oder elliptischer) Rohre mit zahlreichen Löchern durchsetzt sind. Durch diese Löcher tritt der Dampf in das Wasser, bringt es in lebhaftes Zirkulation und gibt seine Wärme an dasselbe ab. Mit der Erwärmung des Wassers ( $\sim 4^\circ$ ) steigt auch dessen



Druck ( $\sim 0,2$  at); hört die Dampfzuströmung auf, so fällt der Druck und das nunmehr erwärmte Wasser gibt die aufgenommene Wärme in Gestalt von Dampf wieder ab. Die Rohre  $m$  dienen zum Überströmen des Dampfes aus der unteren in die obere Kammer des Akkumulators. Durch Olabschäumer  $p$  kann das auf der Wasseroberfläche trotz des vorgebauten Entölers sich etwa ausscheidende Öl zeitweise von Hand abgelassen werden. In neuerer Zeit sind die beiden Dampf-eintrittsstutzen in einem gemeinschaftlichen Stutzen vereinigt, ferner ist der Dampfentöler, be-

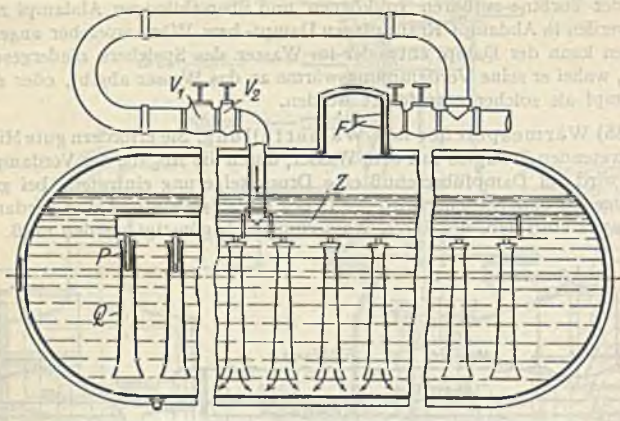


Abb. 12.

hufs Raumersparnis, in den Mantel des Akkumulators eingebaut worden. Außer dem vorbeprochenen liegenden Wärmespeicher werden auch solche in stehender Anordnung von der vorgenannten Firma ausgeführt. In diesen wird das in einer großen Anzahl neben- und übereinander liegender flacher, tellerförmiger Schalen befindliche Wasser vom Dampf umströmt, wobei er seine Wärme an das erstere abgibt. Die Vorgänge sind sonst die gleichen wie bei dem liegenden Wärmespeicher.

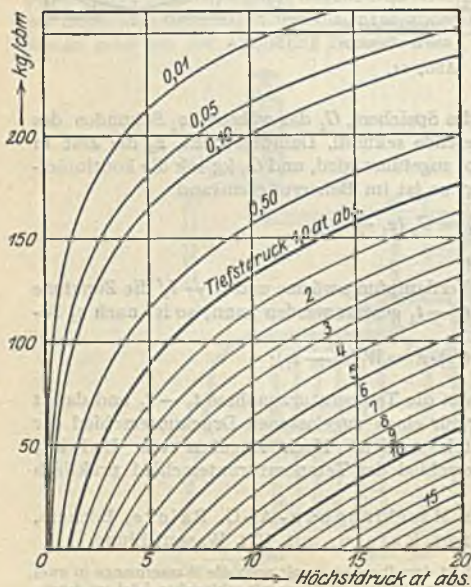


Abb. 13.

Der Ruths-Speicher<sup>1)</sup> besteht ebenfalls aus einem zylindrischen isolierten Kessel, Abb. 12, der Dampf wird durch Düsen  $P$ , die in Umlaufhülsen  $Q$  sitzen, eingeführt und bei Entlastung aus dem Dom entnommen;  $F$  ist eine Begrenzungsdüse, welche für eine größte Entnahmemenge bemessen wird. Rückschlagventile  $V_1$  verhüten bei Ladung bzw. Entnahme den direkten Eintritt in den Dom ohne Mischung bzw. bei Rückströmen durch die Zuführungsleitung; zwei Sicherheitsventile schützen vor zu hohem Druck. Der eigentliche Vorteil des Ruths-Speichers besteht nicht in der Speicherung von Abdampf wie der Rateauspeicher, sondern von Hochdruckdampf zum Ausgleich der Schwankungen der Dampfmenge im Be-

<sup>1)</sup> Derselbe dient hauptsächlich zur Energiespeicherung und arbeitet mit starkem Druckgefälle.

triebe, damit die Kessel möglichst im Beharrungszustande mit bestem Wirkungsgrad arbeiten können, wodurch eine bedeutende Kohlenersparnis erzielt wird. Die große Speicherkapazität beruht auf den großen zulässigen Druckschwankungen; Abb. 13 zeigt die Speicherkapazität in kg je m<sup>3</sup> Wasserinhalt für verschiedenen Höchst- und Tiefdruck im Speicher.

Die Kessel brauchen nicht für den vielleicht nur selten auftretenden größten Dampfbedarf bemessen zu sein, können somit kleiner sein und stets voll belastet mit gutem Wirkungsgrad arbeiten.

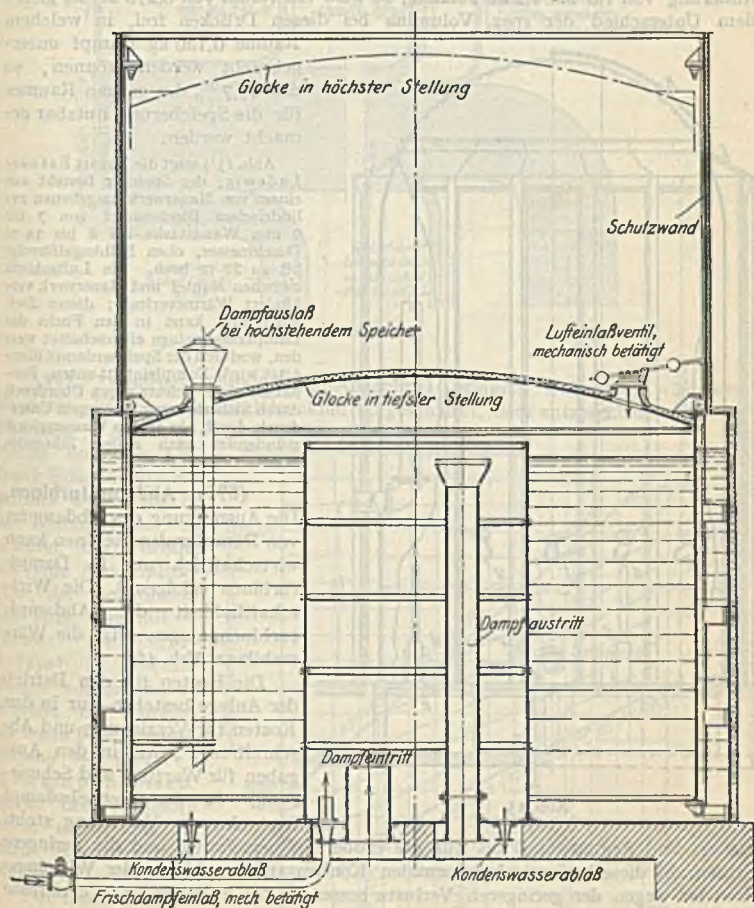


Abb. 14.

(889) Glockenspeicher sind ähnlich den Gasbehältern und bestehen aus einer in einem ringförmigen Wasserbehälter schwimmenden Glocke, in die der entölte Abdampf in der Mitte eingeführt wird. Abb. 14 zeigt einen Balcke-Harlé-Speicher der Maschinenbau-A.-G. Balcke. Überwiegt die Dampffuhr den Verbrauch der Abdampfturbine, so hebt sich die Glocke, und umgekehrt. Beim höchsten Stande der Glocke wird ein Sicherheitsauslaß geöffnet, kurz vor der tiefsten Lage wird ein Frischdampf-Zusatzventil mechanisch geöffnet, so daß die



Glocke schweben bleibt, bis neue Abdampfmengen zuströmen. Beim Abstellen der Anlage wird ein Lufteinlaßventil geöffnet, um jeden Unterdruck zu verhüten.

Der Vorteil der Glockenspeicher besteht in dem praktisch konstanten Druck, doch werden die Abmessungen, die sich aus der Menge leicht bestimmen lassen, bei größeren Mengen (Differenz der zugeführten und entnommenen) bedeutend.

(890) Raumspeicher mit unveränderlichem Rauminhalt speichern den Dampf ebenfalls dampfförmig, arbeiten aber mit Druckänderung. Ist eine Änderung von 1,0 bis 1,2 at zulässig, so wird ein Raum von  $0,270 \text{ m}^3/\text{kg}$  gleich dem Unterschied der spez. Volumina bei diesen Drücken frei, in welchem

Raume  $0,186 \text{ kg}$  Dampf untergebracht werden können, so daß  $15,7\%$  des ganzen Raumes für die Speicherung nutzbar gemacht werden.

Abb. 15<sup>1)</sup> zeigt die Bauart Estner-Ladewig; der Speicher besteht aus einem von Mauerwerk umgebenen zylindrischen Blechmantel von 7 bis 9 mm Wandstärke bei 8 bis 14 m Durchmesser, oben halbkugelförmig, bis zu 22 m hoch. Die Luftschicht zwischen Mantel und Mauerwerk verhindert Wärmeverluste; dieser Zwischenraum kann in den Fuchs der Dampfkesselanlage eingeschaltet werden, wodurch der Speicherdampf überhitzt wird. Dampfeintritt unten, Entnahme oben; Schutz gegen Überdruck durch Sicherheitsventile, gegen Unterdruck durch ein in den Wasserspiegel mündendes nach außen führendes offenes Standrohr.

(891) Abdampfturbinen. Die Ausnutzung des Abdampfes von Dampfkraftmaschinen kann wirtschaftlich nur in Dampfturbinen erfolgen<sup>2)</sup>. Die Wirtschaftlichkeit der Abdampfturbinenanlagen zeigt die Wärmebilanz Abb. 16.

Die Kosten für den Betrieb der Anlage bestehen nur in den Kosten für Verzinsung und Abschreibung, sowie in den Ausgaben für Wartung und Schmierung, da der Betriebsdampf kostenlos zur Verfügung steht.

Bauart und Regelung sind bis auf die größeren Querschnitte und die geringere Stufenzahl dieselben, wie bei normalen Kondensationsturbinen; der Wirkungsgrad ist wegen der geringeren Verluste besser als bei letzteren. Die erzielbare

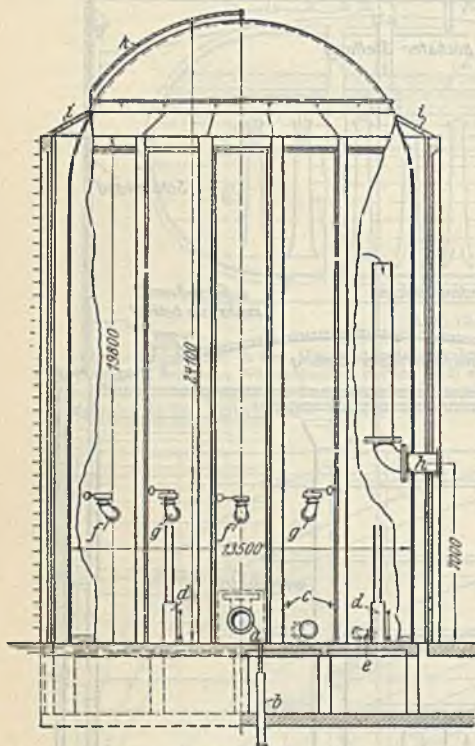


Abb. 15.

<sup>1)</sup> Z. 1921, Nr. 19, S. 498.

<sup>2)</sup> Der praktische Erfolg der Abwärmedampfmaschine (Mehrstoffkraftmaschine), bei der der Abdampf in einem Oberflächenkondensator durch Flüssigkeiten niedergeschlagen wird, die bei niederen Temperaturen sieden, z. B. schweflige Säure, deren Dämpfe somit bei den in Frage kommenden Temperaturen schon erhebliche Drücke aufweisen und in einem besonderen Zylinder mechanische Arbeit leisten, war so ungenügend, daß sie im Wettbewerb mit anderen Kraftmaschinen sich bisher wenig eingeführt haben. Über Abwärmedampfmaschinen s. E. Josse, „Mitteilungen aus dem Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule zu Berlin“, München 1899, R. Oldenbourg. — Schreiber, Theorie der Mehrstoffmaschinen. Leipzig 1905. — Ferner Z. 1924, S. 1325; Z. 1925, S. 774 1366.

Leistung kann aus der zur Verfügung stehenden Dampfmenge und dem Wärmegefälle ermittelt werden.

Reine Abdampfturbinen werden nur dort vorteilhaft sein, wo die Abdampfmenge für den Kraftbedarf ausreicht und zeitlich ungefähr übereinstimmt; ist dieses nicht der Fall, so verwendet man

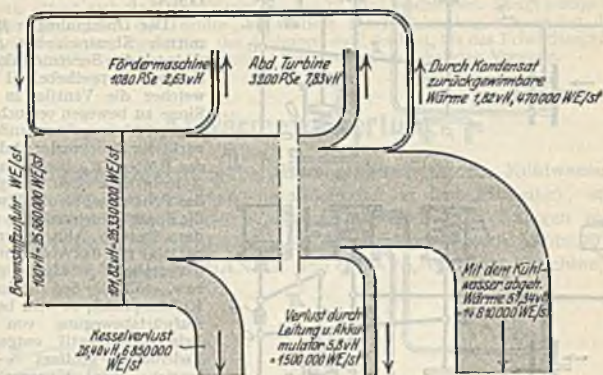


Abb. 16.

**(892) Zweidruck- (Frischdampf-Abdampf-) Turbinen.** Bei diesen wird der Niederdruckturbinen ein Hochdruckteil vorgeschaltet, dem entsprechend der verfügbaren Abdampfmenge und der Leistung Frischdampf zugeführt wird. Reicht der Abdampf aus, so arbeitet die Turbine als reine Abdampfturbine, der Hochdruckteil läuft leer mit reiner Abdampfbetrieb; ist kein Abdampf vorhanden, so arbeitet die Turbine als reine Frischdampfturbine — reiner Abdampfbetrieb; reicht der Abdampf allein nicht aus, so wird Mischbetrieb eintreten.

Der Gesamtdampfverbrauch bei verschiedenen Leistungen und verschiedenen Abdampfmengen wird übersichtlich in einem Diagramm aufgetragen, Abb. 17.

Die Regelung muß derart wirken, daß zunächst der Abdampf ausgenutzt wird und Frischdampf- und Abdampfzufuhr zur Turbine der im Speicher vorhandenen Dampfmenge angepaßt wird.

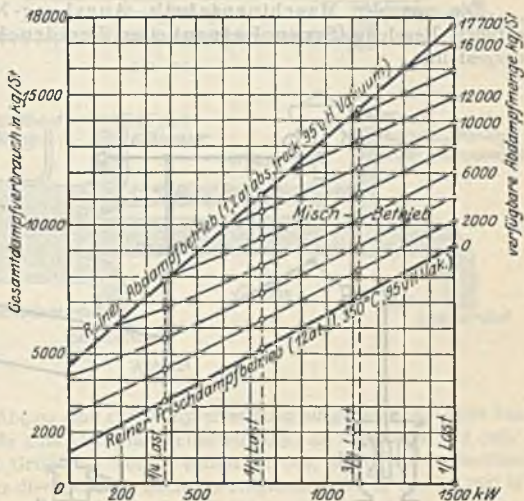


Abb. 17.



Bei Belastungsänderung müssen beide Ventile im gleichen Sinne, bei Änderung der Abdampfmenge und gleichbleibender Belastung im entgegengesetzten Sinne bewegt werden. Das Prinzip der Regelung zeigt das in Abb. 18 dargestellte Schema der Zweidruckregelung der GMA.<sup>1)</sup>

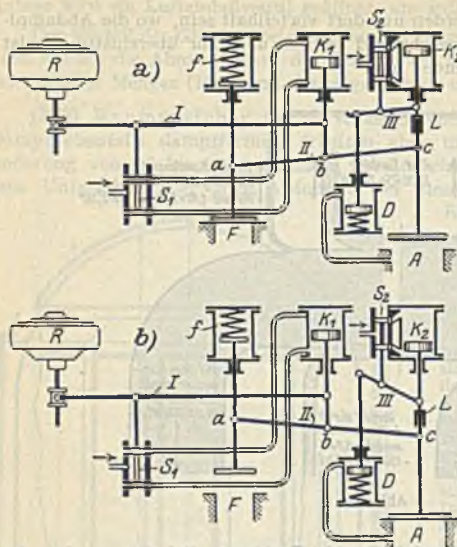


Abb. 18.

Der Drehzahlregler  $R$  stellt mittels Steuerschieber  $S_1$  durch Oldrücken den Servomotorkolben  $K_1$ , der am Doppelhebel II angreift, welcher die Ventile in gleichem Sinne zu bewegen versucht. Ist genügend Abdampf vorhanden, so bewirkt der Druckregler  $D$  das Steigen des Kolbens  $K_2$ , das Abdampfventil  $A$  kann nach oben bewegt werden, das Frischdampfventil  $F$  wird durch die Feder  $f$  geschlossen — reiner Abdampfbetrieb, Abb. a); der Regler  $R$  betätigt nur das Abdampfventil, da  $a$  Festpunkt ist. Ist  $A$  ganz offen bzw. stößt die Spindel in  $L$  an die Kolbenspindel, so wird bei weiterer Aufwärtsbewegung von  $K_1$  das Frischdampfventil entgegen dem Federdruck geöffnet — Mischbetrieb. Wird hingegen der Abdampfdruck zu gering, so verstellte die Druckreglerfeder den Kolben  $K_2$  nach unten,  $A$  wird geschlossen,  $c$  wird Drehpunkt für II und  $K_1$  betätigt nur  $F$  — reiner Frischdampfbetrieb, Abb. 18 b).

Die von der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, A.-G., ausgeführte Regelung (System Rateau) einer Zweidruckturbine ist in Abb. 19 dargestellt.

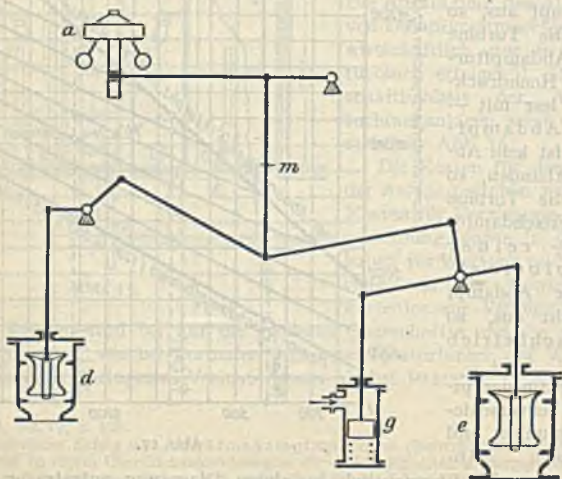


Abb. 19

<sup>1)</sup> Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Görlitz, Abt. Maschinenbau Görlitz.

Der von der Abdampfspannung abhängige Druckregler  $g$  wirkt unmittelbar (die Ölsteuerung ist fortgelassen) auf das Abdampfventil  $e$  und mittelbar durch ein von dem Fliehkraftregler  $a$  beeinflusstes Gestänge auch auf das Frischdampfventil  $d$ . Bei genügender Abdampfmenge hält der Dampfdruck im Abdampfsammler der Feder des Druckreglers  $g$  das Gleichgewicht. Sinkt dieser Dampfdruck, so dreht sich der dreiarmlige Winkelhebel im Sinne des Uhrzeigers und schließt das Abdampfventil; gleichzeitig wird durch das Gestänge das Frischdampfventil geöffnet. Steigt der Dampfdruck im Sammler, so findet der umgekehrte Vorgang statt — das Abdampfventil öffnet sich und das Frischdampfventil wird geschlossen. Steigt infolge einer Entlastung die Umlaufzahl der Turbine, so schließt der Fliehkraftregler zunächst das Frischdampfventil, wobei der Druckregler das Abdampfventil festhält, bis das Frischdampfventil ganz geschlossen ist. Ein Sinken der Umlaufzahl bewirkt den umgekehrten Vorgang.

## Abwärmeverwertung.

(893) Abwärmeverwertung bei Gasmaschinen. Die im Kühlwasser und in den Abgasen der Gasmaschinen, besonders der großen Einheiten, enthaltene Wärme kann zur Erhöhung der Wirtschaftlichkeit solcher Anlagen mit Erfolg verwertet werden durch Aufstellung von Abwärmeverwertern. Abb. 20 zeigt die Anordnung einer Anlage der MAN für eine 6000-PS<sub>e</sub>-Gichtgas-Maschine, Abb. 21

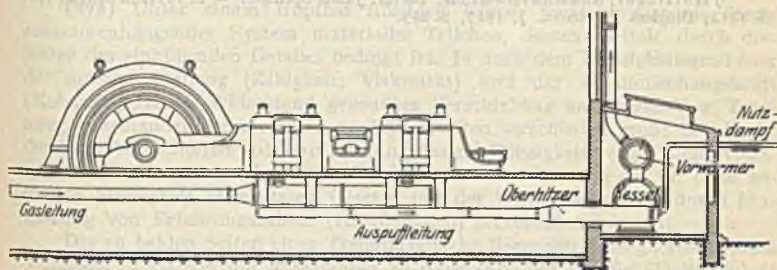


Abb. 20.

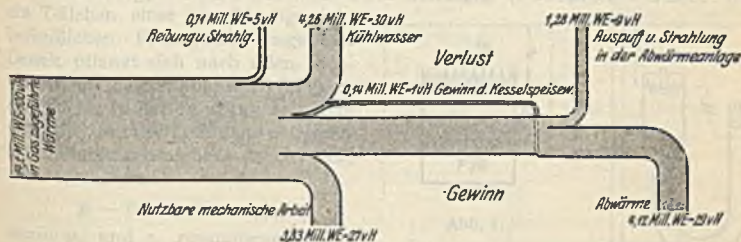


Abb. 21.

die Wärmebilanz. Die Abgase sind zur Dampferzeugung ausgenutzt und zwar kann für jede Gas-PS<sub>e</sub>-Stunde eine Dampfausbeute von 0,93 kg von 12 at und 325° C an Maschinen mittlerer Größe bei Vollast erzielt werden, wobei als Speisewasser ein Teil des Kühlwassers dient, oder je nach der Abgastemperatur 400 bis 600 WE je PS<sub>e</sub>-Stunde<sup>1)</sup>.

Der Abwärmeverwerter besteht aus einem Kessel mit herausziehbarem Abgas-Röhrenbündel, einem Vorwärmer und einem Überhitzer. Die Abwärme kann auch zur Heißwasserbereitung für Destillieranlagen oder Heißlufterzeuger verwendet werden. Das Kühlwasser kann für Waschkauen, Bäder u. a. verwertet werden.

<sup>1)</sup> S. „Wärme“ 1925, Nr. 52, S. 662: Abwärmeverwertung an einer Gasmaschine.

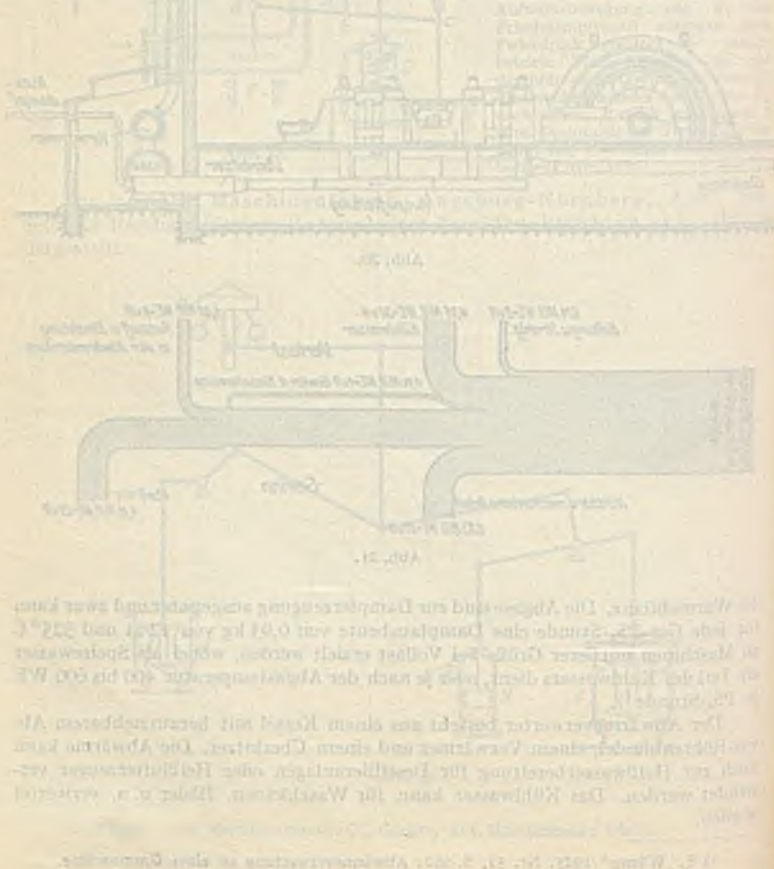


(894) **Abwärmeverwertung bei Rohölmaschinen.** Da das Kühlwasser mit  $50 \div 60^{\circ}$  austritt, so kann dasselbe vielfach unmittelbar verwendet werden, oder aber es kann eine weitere Erwärmung stattfinden durch die Abgase, deren Temperatur je nach den Betriebsverhältnissen  $250 \div 500^{\circ}$  betragen kann. Nach Angaben von Hottinger<sup>1)</sup> können aus dem Kühlwasser für 1 PS<sub>e</sub>-Stunde bei Vollast ungefähr 500 WE, bei kleiner Belastung bis 700 WE, aus den Abgasen noch 400 WE, zusammen somit 900 WE je PS<sub>e</sub>-Stunde gewonnen werden (vgl. auch Z. 1912, S. 458). Bei Parallelschaltung von Kühlwasser und Abgasen und Gegenstrom von Wasser und Gasen ist höchstens eine Heizfläche von  $0,2 \text{ m}^2$  je PS<sub>e</sub> nötig bei einer Beanspruchung der Heizfläche mit 2000 bis 3000 WE je  $\text{m}^2$ . Bei Hintereinanderschaltung von Kühlwasser und Abgaswärme ist etwas mehr Heizfläche erforderlich wegen der geringeren Temperaturdifferenz.

Die Abgase der Dieselmotoren können auch zur Erwärmung von Luft für Trockenräume u. dgl. ausgenutzt werden<sup>1)</sup>.

Die Skott-Still-Maschine benutzt Kühlwasser- und Abgaswärme zu Erzeugung von Dampf, der auf der unteren Seite des Arbeitskolbens arbeitet.

<sup>1)</sup> Hottinger, Abwärmeverwertung. Berlin: Julius Springer. — Z. 1911, S. 673; Z. 1914 S. 1242; Dinglers Polytechn. J. 1917, S. 243.



## Dreizehnter Abschnitt.

# Wasserkraftmaschinen.

Bearbeitet von Professor P. Gerlach und Professor Dr.-Ing. G. Sandel.

## Grundlehren der Mechanik tropfbar flüssiger Körper<sup>1)</sup>.

(895) Unter einem tropfbar flüssigen Körper versteht man ein stetig zusammenhängendes System materieller Teilchen, dessen Gestalt durch diejenige des einhüllenden Gefäßes bedingt ist. Je nach dem Flüssigkeitsgrad oder der inneren Reibung (Zähigkeit, Viskosität) und der Zusammenhangskraft (Kohäsion) ist der Widerstand gegenüber Verschiebung aneinander bzw. Trennung voneinander für verschiedene Flüssigkeiten verschieden groß; bei der in der Folge betrachteten vollkommenen (idealen) Flüssigkeit werden diese Widerstände als nicht vorhanden angesehen. Die Übereinstimmung der für diese gedachte Flüssigkeit abgeleiteten Gesetze mit der Wirklichkeit wird durch Einführung von Erfahrungszahlen (Koeffizienten) herzustellen gesucht.

Die zu beiden Seiten einer Trennungsfäche liegenden Flüssigkeitsschichten vermögen in ersterer nur aufeinander zu drücken; der auf die Flächeneinheit bezogene Druck, Pressung ( $\text{kg}/\text{m}^2$ ), senkrecht zur Fläche, ist nicht von der Richtung, sondern nur vom Orte abhängig. (Pascalsches Gesetz: Auf ein Teilchen einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeit ausgeübter Druck pflanzt sich nach allen Richtungen hin gleichmäßig fort.) Die Veränderlichkeit der Pressung mit dem Orte, d. h. mit der Tiefe  $z$  unter irgend-einer Fundamentelebene drückt sich, Abb. 1, aus durch

$$p - p_0 = \gamma (z - z_0),$$

worin  $p_0$  und  $z_0$  zusammengehörige, für den Flüssigkeitsspiegel sich ver-stehende Werte sind.

Mit  $z - z_0 = H$  folgt die absolute Pressung in Tiefe  $H$  unter dem Flüssigkeitsspiegel zu  $p = p_0 + \gamma H$ , und die Überdruckspressung ist  $p - p_0 = \gamma H$  ( $\gamma$  in  $\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $H$  in m).

(896) Folgerungen: In kommunizierenden Gefäßen liegen die unter gleicher Pressung stehenden Spiegel absolut ruhender Flüssigkeiten in einer Horizontalebene. Bei verschiedenen Pressungen auf die Flüssigkeitsspiegel, Abb. 2, stellen sich diese verschieden hoch ein gemäß der Beziehung  $p_2 - p_1 = \gamma H$ , worin  $H =$  Abstand der Flüssigkeitsspiegel (Anwendung für Apparate zur Druckmessung). Für verschiedene, sich nicht mischende Flüssigkeiten, Abb. 3, verhalten sich die Spiegelhöhen über der Trennungsfläche bei gleichen auf die Flüssigkeits-spiegel wirkenden Pressungen umgekehrt wie die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten.



Abb. 1.

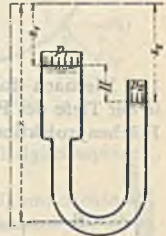


Abb. 2.

<sup>1)</sup> Lorenz: Technische Hydromechanik. München und Berlin: R. Oldenburg 1910. Vgl. auch unter Pumpen.



Ersatz der auf die Flüssigkeitsspiegel wirkenden Pressungen durch entsprechende Flüssigkeitssäulen, auf deren Spiegel keine Pressung wirkt, nach Maßgabe der Beziehung  $p_0 = \gamma H_0$ .

(897) Druck ruhender Flüssigkeit auf ebene Wände. Dieser folgt als Mittelkraft paralleler Elementarkräfte  $dP = (p_0 + \gamma H) dF$ , Abb. 4, absolut zu  $P = p_0 F + \gamma F H_0$ , er ist senkrecht zur Fläche gerichtet. Der als Überdruck gemessene Flüssigkeitsdruck ist  $P - p_0 F = \gamma F H_0$ .

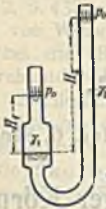


Abb. 3.

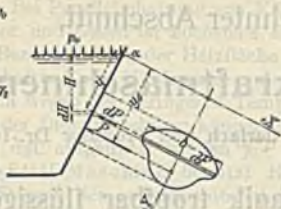


Abb. 4.



Abb. 5.

Hierin ist  $H_0$  die Schwerpunkstiefe der gedrückten Fläche  $F$  unter dem Flüssigkeitsspiegel. Der Angriffspunkt (Druckmittelpunkt) des Flüssigkeitsüberdruckes liegt in der gedrückten Fläche im Abstände

$$y_0 = \frac{J}{S} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Statisches Moment}} \text{ der gedrückten Fläche}$$

hinsichtlich der Schnittlinie zwischen Flüssigkeitsspiegel und gedrückter Fläche als Achse.

(898) Der Flüssigkeitsdruck nach bestimmten Richtungen, Abb. 5. Der Flüssigkeitsdruck senkrecht zur gedrückten, im allgemeinen geneigten ( $\alpha$ ) Fläche liefert die Komponenten  $P_h$  und  $P_v$  horizontal bzw. vertikal, bestimmt durch

$$P_h = P \sin \alpha = \gamma H_0 F \sin \alpha = \gamma H_0 F_v,$$

$$P_v = P \cos \alpha = \gamma H_0 F \cos \alpha = \gamma H_0 F_h.$$

Hiernach folgen die Komponenten des Wasserdruckes aus der Pressung in der Tiefe des Flächenschwerpunktes und den zur Druckrichtung senkrechten Flächenprojektionen.

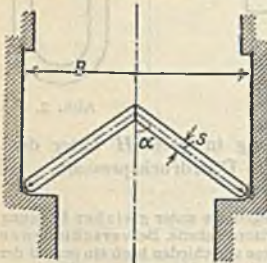


Abb. 6.

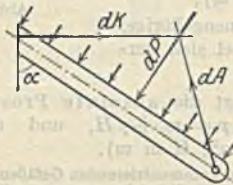


Abb. 7.

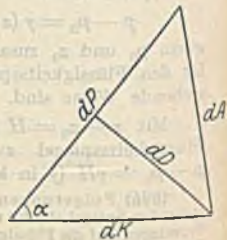


Abb. 8.

Beispiel. Bestimmung des Neigungswinkels  $\alpha$ , Abb. 6—8, für die kleinste Bohlenstärke  $s$  der Stemmtore bei gegebener Gesamtanstrengung  $k$ .

Auflösung der gedrückten Fläche in Elementarbohlen von der Höhe  $dH$  m, die als unabhängig voneinander auf Druck und Biegung beansprucht angesehen werden. Es folgt

$$\text{Druckkraft} \quad dD = \frac{dP}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \gamma \frac{B}{2 \sin \alpha} dH \cdot H \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\gamma}{4 \cos \alpha} BH dH,$$

$$\text{Druckanstrengung} \quad \sigma = \frac{dD}{dF} = \frac{\frac{\gamma}{4 \cos \alpha} BH dH}{100 dH \cdot s} = \frac{\gamma}{400 \cos \alpha} \frac{BH}{s},$$

$$\text{Biegemoment} \quad dM_b = \frac{1}{8} \cdot \gamma \frac{B}{2 \sin \alpha} H dH \frac{100 B}{2 \sin \alpha} = \frac{100}{32} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} B^2 H dH,$$

$$\text{Biegeanstrengung} \quad \sigma_b = \frac{dM_b}{dW} = \frac{\frac{100}{32} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} B^2 H dH}{\frac{1}{6} \cdot 100 dH \cdot s^2} = \frac{3}{16} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} \frac{B^2 H}{s^2}$$

$$\text{Resultierende Anstrengung} \quad k = \sigma + \sigma_b = \frac{\gamma}{400} BH \left( \frac{1}{s \cos \alpha} + \frac{75}{\sin^2 \alpha} \frac{B}{s^2} \right) = f(\alpha, s).$$

$$\text{Also} \quad s^2 - \frac{\gamma BH}{400 k \cos \alpha} s - \frac{3}{16} \frac{\gamma B^2 H}{k \sin^2 \alpha} = 0;$$

für den Kleinstwert  $s = f(\alpha)$  gilt

$$\left( 2s - \frac{\gamma BH}{400 k \cos \alpha} \right) \frac{ds}{d\alpha} + \left( -\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{\gamma BH}{400 k} s + \frac{3 \cos \alpha}{8 \sin^3 \alpha} \frac{\gamma B^2 H}{k} \right) = 0.$$

Hieraus folgt  $s = 150 B \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^4 \alpha}$  und damit der  $s = \text{Min.}$  zugehörige Winkel  $\alpha$  aus

$$\operatorname{tg}^6 \alpha + 2 \operatorname{tg}^4 \alpha - 12 \cdot 10^4 \frac{k}{\gamma H} = 0.$$

Bestimmung von  $\alpha$  nach S. 66. Vgl. Forchheimer, „Hydraulik“, Berlin und Leipzig, B. G. Teubner, 1914, S. 6.

(899) Flüssigkeitsdruck auf krumme Flächen. Die Elementardrücke  $dP = \gamma H dF$ , jeweils senkrecht zum Flächenelement, lassen sich im allgemeinen nicht zu einer einzigen Mittelkraft vereinigen. Es werden die Drücke nach zueinander senkrechten Richtungen bestimmt, beispielsweise nach Abb. 9 zu

$$P_h = \int dP \sin \tau = \gamma \int H dF \sin \tau = \gamma \int H dF_v,$$

$$P_v = \int dP \cos \tau = \gamma \int H dF \cos \tau = \gamma \int H dF_h.$$

Hiernach ist die Horizontalkomponente des Flüssigkeitsdruckes auf die krumme Fläche gleich dem auf ihre Vertikalprojektion entfallenden Flüssigkeitsdruck und stimmt die Vertikalkomponente überein mit dem Gewichte der über der krummen Fläche stehenden, bis zum Flüssigkeitsspiegel reichenden Flüssigkeitssäule.

Es folgt weiter die Tiefe des Angriffspunktes der Horizontalkomponente in derjenigen des Flüssigkeitsdruckes auf die Vertikalprojektion, während die Wirkungslinie der Vertikalkomponente durch den Schwerpunkt der bezeichneten Flüssigkeitssäule geht.

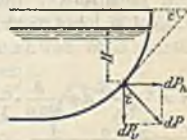


Abb. 9.

(900) Flüssigkeitsdruck in beliebiger Richtung, Abb. 10. In der durch  $\varphi$  bestimmten Druckrichtung und senkrecht dazu sind die Wasserdruckkomponenten

$$dQ = dP \cos(\tau - \varphi) = \gamma H dF \cos(\tau - \varphi) = \gamma H dF',$$

$$dN = dP \sin(\tau - \varphi) = \gamma H dF \sin(\tau - \varphi).$$

Mit  $H = H' \cos \varphi$  wird

$$dQ = \gamma \cos \varphi H' dF' \quad \text{und} \quad Q = \gamma \cos \varphi \int H' dF' = G' \cos \varphi.$$



Der Flüssigkeitsdruck in gegebener Richtung  $\varphi$  auf die gekrümmte Gefäßwand  $F$  ist bestimmt durch die in diese Richtung fallende Gewichtskomponente des über  $F$  stehenden, bis Flüssigkeitsspiegel reichenden Flüssigkeitszylinders mit einer in die Richtung  $\varphi$  fallenden Erzeugenden. Der Angriffspunkt von  $Q$  liegt im Schnittpunkt der durch  $\varphi$  bestimmten Schwerlinie dieses Flüssigkeitszylinders mit der gedrückten Fläche.

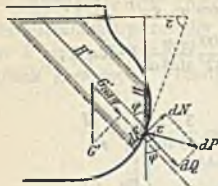


Abb. 10.

Beispiel. Bestimmung des Wasserdruckes auf die Mantelfläche des Eckpfeilers, Abb. 11, und seiner Neigung gegen die Horizontalebene. Es ist

$$\text{Wasserdruck } P = \sqrt{2H^2 + V^2},$$

worin

$$H = \gamma \frac{r+R}{2} \cdot h \cdot \frac{2R+r}{3} = \frac{\gamma h^2}{6} (2R+r) = \text{Flüssigkeitsdruck}$$

auf die Mantelprojektion (Trapez) und

$$V = \frac{1}{4} \gamma \frac{R-r}{2} \cdot h \cdot 2\pi \left[ r + \frac{2}{3}(R-r) \right] = \frac{\pi \gamma h}{4} (R-r) \frac{2R+r}{3}; \text{ folglich}$$

$$P = \frac{\gamma h (2R+r)}{6} \sqrt{2h^2 + \frac{\pi^2}{4} (R-r)^2} = \frac{\gamma h^2 (2R+r)}{12} \sqrt{8 + \pi^2 \text{ctg}^2 \alpha};$$

der Neigungswinkel  $\delta$  ist bestimmt durch  $\text{tg } \delta = \frac{V}{H \sqrt{2}} = \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \text{ctg } \alpha$ .

Die auf die Elementartrapeze ( $r d\varphi$ ,  $R d\varphi$  und  $h \cdot \sin \alpha$ ) wirkenden Elementardrücke greifen je im Druckmittelpunkte derselben an, der im Abstände  $\eta = \frac{dJ}{dS}$  unter dem Flüssigkeitsspiegel, in der Kegelmantellinie gemessen, liegt. Mit

$$dJ = \int_0^{h \cdot \sin \alpha} b x dx \cdot x^2 = \int_0^{h \cdot \sin \alpha} \left( r + (R-r) \frac{x}{h} \right) d\varphi \cdot x^2 dx = \frac{r+3R}{12} \left( \frac{h}{\sin \alpha} \right)^2 d\varphi,$$

$$dS = \frac{r+R}{2} d\varphi \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \frac{h}{3 \sin \alpha} \frac{2R+r}{R+r} = \frac{h^2}{6 \sin^2 \alpha} (2R+r) d\varphi \text{ wird } \eta = \frac{h}{2 \sin \alpha} \frac{3R+r}{2R+r}.$$

Die Elementardrücke schneiden die Kegellachse in einem Punkte bestimmt durch

$$x = h - \frac{\eta}{\sin \alpha} - r \text{ctg } \alpha = h - \frac{h}{2 \sin^2 \alpha} \frac{3R+r}{2R+r} - r \text{ctg } \alpha.$$

Beispiel. Bestimmung der Kräfte, die den aus Abb. 12 ersichtlichen Behälterboden beanspruchen. Das Gleichgewicht des abgeschnitten gedachten, durch die Flüssigkeit belasteten Bodenteils bedingt eine in Richtung des Meridians wirkende Kraft =  $S_m$  je lfd. m des Parallelkreises, bestimmt durch

$$S_m \cos \alpha \cdot 2 \pi y = \gamma [(h-x) \pi y^2 + \pi \int_0^x y^2 dx]$$

$$\text{also } S_m = \gamma \frac{(h-x)y}{2 \cos \alpha} + \gamma \frac{1}{2y \cos \alpha} \int_0^x y^2 dx.$$

Auf das durch  $dx$  bestimmte ringförmige Bodenelement wirken  $S_m$  nach rechts unten,  $S_m + dS_m$  nach links oben und der Elementarwasserdruck  $P_h = \gamma 2y dx (h-x)$  senkrecht zur Behälterachse. Die Gleichgewichtsbedingung für das durchschnitten gedachte ringförmige Element lautet, wenn  $S_t$  die Kraft in Richtung des Umfanges je lfd. m des Meridians bezeichnet,

$$2 S_t \rho d\beta = \gamma \cdot 2y(h-x) dx + d(2y S \cos \beta)$$

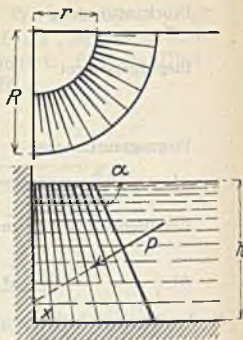


Abb. 11.

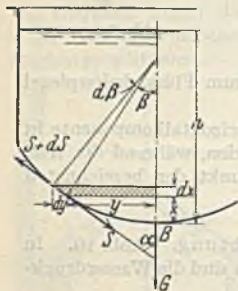


Abb. 12.

und nach einigen Umformungen

$$S_t = \gamma(h - x) y \cos \alpha - \frac{\gamma \sin \beta}{\rho} S_m = \gamma(h - x) y \cos \alpha - S_m \cos^3 \alpha.$$

In der Nähe des tiefsten Punktes *B* des abgerundeten Bodens folgt mit  $\cos \alpha = \frac{y_1}{\rho_1}$

$$S_m = \frac{\gamma(h - x_1)}{2} \rho_1 + \frac{\gamma}{2 \rho_1 \cos^2 \alpha} \int_0^x y_1^2 dx \text{ und für } x_1 = 0 \text{ wird } S_m = \frac{\gamma h}{2} \rho_1,$$

$S_t = \gamma(h - x_1) \rho_1 \cos^2 \alpha - S_m \cos^2 \alpha = \frac{\gamma h}{2} \rho_1 \cos^2 \alpha$  und für  $\alpha = 90^\circ$  ist  $S_t = \frac{\gamma h}{2} \rho_1 = S_m$ .

Für die Kugelform folgt

$$S_m = \gamma(h - x) \frac{r}{2} + \frac{\gamma x^2}{2 y^2} r^2 - \gamma \frac{x^2}{6 y^2} r \text{ und } S_t = \gamma(h - x) \frac{y^2}{r} - S_m \frac{y^2}{r^2}.$$

Weitere Untersuchungen hierüber und Ersatz der Behälter mit Hängeböden durch Intzebehälter vgl. Journ. f. Gas- u. Wasservers. 1884, S. 705 und Z. 1900, S. 1594 (Barkhausen).

**(901) Auftrieb, Schwimmen.** Die benetzte Oberfläche eines vollständig oder teilweise eingetauchten Körpers verhält sich wie eine krumme Gefäßwand: die Horizontalkomponenten des Flüssigkeitsdruckes heben sich auf, die resultierende Vertikalkomponente ist gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit, sie ist vertikal nach oben (aufwärts) gerichtet, wird deshalb als Auftrieb (Displacement) bezeichnet und greift im Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit an. Um den Auftrieb ist das scheinbare Körpergewicht kleiner als das tatsächliche. Archimedisches Prinzip.



Abb. 13.

Beispiel. Bestimmung der Tauchtiefe *t* einer homogenen ( $\gamma_0$ ) Kugel (*r*) Abb. 13.  $\frac{4}{3} r^3 \pi =$  Auftrieb, der als Unterschied zweier mittels der Guldinschen Regel zu bestimmenden Flüssigkeitsgewichte folgt. Dann ergibt sich *t* aus

$$t^3 - 3 r t^2 + 4 r^3 \frac{\gamma_0}{\gamma} = 0.$$

**(902) Stabilität schwimmender Körper.** Sind, Abb. 14,  $S_0$  und *S* die Schwerpunkte des schwimmenden Körpers bzw. der verdrängten Flüssigkeit, so schwimmt der Körper ruhig, wenn die Schwimmachse  $S_0 S$  vertikal gerichtet ist. Wird der (symmetrisch gedachte) Körper in eine schiefe Lage gebracht, so gelangt *S* nach  $S'$  und das durch *G* und  $A = G$  bestimmte Kräftepaar sucht den Körper in seine Gleichgewichtslage zurückzuführen, wobei sich der Schwerpunkt  $S_0$  senkt und der Punkt *M* oder ein anderer auf der Wirkungslinie von *A* nach oben verschiebt. Sobald *M* über  $S_0$  liegt steht der Körper aufrecht, er neigt sich weiter, wenn *M* unterhalb  $S_0$  zu liegen kommt: stabiles, indifferentes, labiles Schwimmen. *M* heißt Metazentrum und das Maß für die Stabilität ist das Moment  $A \cdot S_0 D = A \cdot c \sin \varphi$ . Der Flüssigkeitsspiegel schneidet den Körper in seiner Schwimmebene, deren Umfang Wasserlinie heißt. Der Querschnitt der verdrängten Flüssigkeit wird als Displacementsquerschnitt *f* bezeichnet.

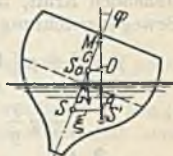


Abb. 14.

Für kleine Winkel  $\varphi$  darf  $\widehat{S S'}$  mit  $\overline{S S'}$  vertauscht werden und folgt das aufrichtende Moment zu

$$f \cdot \xi = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \widehat{\varphi} \cdot \frac{2}{3} \frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \widehat{\varphi}}{\frac{b}{2} \widehat{\varphi}} = \frac{1}{12} b^3 \widehat{\varphi} \text{ also } \xi = \frac{1}{12} \frac{b^3 \widehat{\varphi}}{f}.$$

Anderseits ist  $\xi \approx M S \cdot \widehat{\varphi}$ , folglich  $\overline{M S} = \frac{b^3}{12 f}$ .



Beispiel. Untersuchung der Schwimmlagen eines Würfels. 1. Schwimmlage, Abb. 15, fordert mit  $\frac{\gamma_0}{\gamma} = \epsilon$ , daß  $MS > S_0S$  oder  $\frac{a}{12\epsilon} > \frac{a}{2}(1-\epsilon)$ . Dieser Bedingung wird entsprochen durch  $\epsilon > 0,789$  <math>\epsilon < 0,211</math>. 2. Schwimmlage Abb. 16. Die Bedingung des Schwimmens lautet

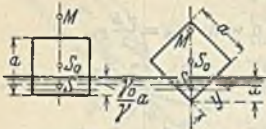


Abb. 15.

Abb. 16.

$$\frac{\alpha \gamma \cdot \gamma}{2} = \epsilon a^3, \text{ also } \gamma = a \sqrt{2} \epsilon.$$

Weiter ist  $MS = \frac{2}{3} a \sqrt{\epsilon}$  und  $S_0S = \frac{a}{6} [\epsilon \sqrt{2} - 4 \sqrt{\epsilon}]$ ; daher ist stabiles Schwimmen an die Bedingung gebunden  $\epsilon > 0,282$ .

Hinsichtlich der Bewegungsverhältnisse aufsteigender und um die Gleichgewichtslage des ruhigen Schwimmens schwingender Körper bzw. der Drehschwingungen ausgenckter Körper vgl. Lorenz, Lehrbuch der techn. Physik.

**Durchfluß durch Mündungen und gefüllte Leitungen.**

(903) Die jeweilige Geschwindigkeit  $c$ , Abb. 17, berührt die Strombahn oder -linie (Weg des betrachteten Teilchens). Stromlinien durch den Umfang des zu  $c$  senkrechten Flächenstückes  $\Delta F$  (mit dem Spurpunkt von  $c$  als Mittelpunkt), begrenzen eine Stromröhre, Stromfaden. Die Stromlinien schneiden deren Normalschnitt im allgemeinen unter spitzem Winkel. Die Geschwindigkeits-Komponenten von  $c$  sind  $c \cos \varphi$  und  $c \sin \varphi$  senkrecht bzw. parallel zu  $\Delta F$ . Sofern die Geschwindigkeitsrichtung von  $c$  von der Normalen zu  $\Delta F$  nur wenig abweicht, ist  $c \sin \varphi \approx c \cdot \varphi$  vernachlässigbar und  $c \cos \varphi \approx c$ .

Für den endlichen ebenen Schnitt senkrecht zur mittleren Stromlinie darf angenähert die in dieser vorhandene Geschwindigkeit als Mittelwert aufgefaßt werden. Streng genommen ist der in Betracht kommende Querschnitt gekrümmt (senkrecht zu den Stromlinien), und die Vernachlässigung von  $c \sin \varphi$  nur für das Element  $dF$  statthaft. Obige Annäherung läßt die Krümmung der Stromlinien außer acht, sie läuft auf äquidistante (parallele) Wasserfäden hinaus (Parallelströmung). Für zwei um  $ds$  voneinander abstehende Querschnitte  $\Delta F$  und  $\Delta F + d(\Delta F)$  folgt, Abb. 18, mit  $q$  als einer für die Masseneinheit sich verstehenden Kraft, unter  $\psi$  gegen  $ds$  geneigt, die beschleunigende Kraft in der Bewegungsrichtung

$$p \Delta F + p [\Delta F + d(\Delta F) - \Delta F] - \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) [\Delta F + d(\Delta F)] + q \frac{\gamma}{g} \left[ \Delta F + \frac{d(\Delta F)}{2} \right] ds \cdot \cos \psi = \frac{\gamma}{g} \left[ \Delta F + \frac{d(\Delta F)}{2} \right] ds \cdot \frac{dc}{dt}$$

oder

$$q \cos \psi - \frac{g \partial p}{\gamma \partial s} = \frac{dc}{dt}$$

Für die von der Zeit unabhängige (stationäre) Strömung ist  $p = f(s)$ ; damit geht die Gleichung unter Beachtung,

daß  $dt = \frac{ds}{c}$ , über in

$$q \cos \psi - \frac{g dp}{\gamma ds} = \frac{cdc}{ds}$$

oder

$$\int_1^2 \frac{q \cos \psi \cdot ds}{g} = p_2 - p_1 + \gamma \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$



Abb. 17.



Abb. 18.

II  
 $\int_I^{II} \frac{q \cos \psi \cdot ds}{g}$  ist die auf die Gewichtseinheit der Flüssigkeit innerhalb des Weges I—II durch irgendwelche Massenkraft übertragene Arbeit. Für die ausschließliche Wirkung der Schwerkraft ist

$$\gamma \int_I^{II} \frac{q \cos \psi \cdot ds}{g} = \gamma H,$$

mit  $H$  als Tiefe des Querschnitts II unter demjenigen I. Damit wird

$$\gamma H = p_2 - p_1 + \gamma \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \quad \text{oder} \quad \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + H = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}.$$

Bernoullische Gleichung.  $p$  ist die Pressung des bewegten Wassers: hydraulische Pressung und  $\frac{p}{\gamma}$  die ihr entsprechende Druckhöhe; hydraulische Druckhöhe und auch je kg Wasser das Arbeitsvermögen der Pressung.  $\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g} c^2$  ist die Energie des bewegten Wassers je kg: kinetische Energie und übereinstimmend mit der  $c$  entsprechenden Fallhöhe (im luftleeren Raume und ohne Anfangsgeschwindigkeit).  $H$  ist, wie bemerkt, die Tiefe des Punktes II unter I und auch je kg Wasser die Lagen- oder potentielle Energie in I hinsichtlich II. Damit folgt die Energiegleichung

$$\begin{aligned} & \text{Pressungs-} + \underbrace{\text{Geschwindigkeits-}}_{\text{energie}} + \text{Lagen-} = \\ & \qquad \qquad \qquad \text{in I} \qquad \qquad \qquad \text{in I hinsichtlich II} \\ & = \underbrace{\text{Pressungs-} + \text{Geschwindigkeitsenergie}}_{\text{in II.}} \end{aligned}$$

1. Freier Ausfluß aus Mündung parallel zum Flüssigkeitsspiegel, um  $H$  unter diesem, und Pressung in Mündungsebene gleich der auf den Flüssigkeitsspiegel wirkenden. Konstante Druckhöhe bedingt, daß die unten ausfließende Menge oben zufließt; sofern die Zuflußgeschwindigkeit restlos nutzbar gemacht wird folgt mit  $p_2 = p_1$

$$H + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g}$$

und im Falle Nichtausnutzung von  $c_1$  (Wirbelung)

$$\frac{c^2}{2g} = H \quad \text{und} \quad c = \sqrt{2gH},$$

d. h. die theoretische Ausflußgeschwindigkeit unter der Druckhöhe  $H$  ist gleich der Endgeschwindigkeit eines im luftleeren Raume von der Höhe  $H$  frei herabfallenden Körpers ohne Anfangsgeschwindigkeit  $c_1$ ;  $\frac{c^2}{2g}$  wird als Geschwindigkeitshöhe bezeichnet, d. i. die der Geschwindigkeit  $c$  entsprechende Fallhöhe.

$c_1$  und  $c_2$  sind für den von Flüssigkeit voll erfüllten Raum verbunden durch

$$F_1 c_1 = F_2 c_2 = F c \quad (\text{Kontinuitätsgleichung}).$$



In Abb. 19 mittels offener Piezometerrohre dargestellte Pressungen sind Überdruckpressungen gegenüber der auf den Flüssigkeitsspiegel wirkenden Pressung  $p_0$ ; damit folgt die Energiegleichung

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{c_0^2}{2g} + H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g},$$

woraus mit  $c_0 = 0$  folgt

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} \quad \text{und ebenso} \quad H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} \quad \text{usf.}$$

Die Summe aus hydraulischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe ist jeweils gleich der hydrostatischen Druckhöhe.

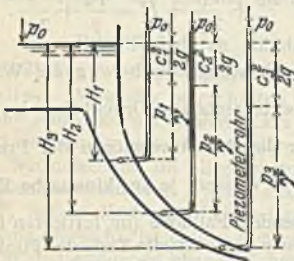


Abb. 19.

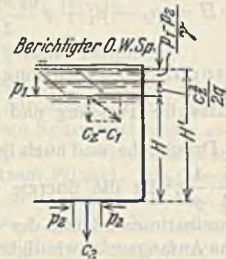


Abb. 20.

Für die oben unter 1. behandelte, in Abb. 20 dargestellte Sachlage ist  $c_1$  die dem Gefäßquerschnitte  $F_1$  entsprechende Zuflußgeschwindigkeit, damit die Druckhöhe  $H$  konstant bleibt. Dabei ist vollständige Ausnutzung von  $c_1$  für Abflußzwecke vorausgesetzt, andernfalls nur die in Richtung  $c_2$  fallende Komponente  $c_2$  in Betracht kommt, die andere hydraulisch als Verlust in Rechnung zu stellen ist, Abb. 20. Die Verschiedenheit der Pressungen auf den Flüssigkeitsspiegel und im Mündungsquerschnitt gelangt in  $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$  zum Ausdruck; aus

$$\frac{c_2^2}{2g} = H + \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = H'$$

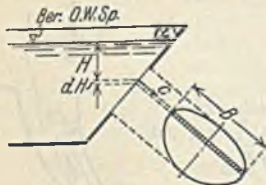


Abb. 21.

ist ersichtlich, daß der Ausfluß unter der Druckhöhe  $H'$  erfolgend angesehen werden darf, wenn der Flüssigkeitsspiegel (mit  $c_2 = 0$  und  $p_1 = p_2$ ) um  $\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$  erhöht gedacht wird: berichtigter (ideeller) Flüssigkeitsspiegel.

2. Ausflußmündung gegen den Flüssigkeitsspiegel geneigt, Abb. 21.

Querschnittselement

$$dF = B \frac{dH}{\sin \alpha}$$

Geschwindigkeit senkrecht dazu  $c = \sqrt{2gH}$ , ( $H$  für berichtigten Flüssigkeitsspiegel sich verstehend),

Elementarwassermenge

$$dQ_0 = \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} B \sqrt{H} dH,$$

$$\text{Gesamtwassermenge } Q_0 = \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_0}^{H_u} B \sqrt{H} dH,$$

$$\text{mittlere (theoretische) Geschwindigkeit } c_0 = \frac{Q_0}{F} = \sqrt{2g} \left[ \frac{\int B \sqrt{H} dH}{\int B dH} \right]_{H_0}^{H_u},$$

worin die Integration über den ganzen Ausflußquerschnitt auszudehnen ist, die möglich ist, sobald die Ausflußmündung mathematisch bestimmt ist.

Z. B.: Rechteckige Mündung, senkrecht zum Flüssigkeitsspiegel, d. h.  $B = \text{konst.}$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

$$Q_0 = B \sqrt{2g} \int_{H_0}^{H_u} \sqrt{H} dH = \frac{2}{3} B \sqrt{2g} [H_u^{3/2} - H_0^{3/2}].$$

Mit  $H_u = H_s + \frac{a}{2}$ ,  $H_0 = H_s - \frac{a}{2}$  und Entwicklung der Ausdrücke  $H_i^{3/2}$

in Reihen folgt unter Vernachlässigung höherer Potenzen von  $\frac{a}{H_s}$

$$Q_0 = \alpha B \sqrt{2g H_s} \left[ 1 - \frac{1}{96} \left( \frac{a}{H_s} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad c_0 = \sqrt{2g H_s} \left[ 1 - \frac{1}{96} \left( \frac{a}{H_s} \right)^2 \right];$$

für das Dreieck mit der Grundlinie  $B$  parallel zum Flüssigkeitsspiegel,  $H_0$  unter diesem, gilt

$$Q_0 = \frac{2}{15} B \sqrt{2g} \frac{2H_u^{5/2} - 5H_u H_0^{3/2} + 3H_0^{5/2}}{H_u - H_0}$$

und für den Kreis vom Halbmesser  $r$  und Mittelpunkt um  $H_s$  unter dem Flüssigkeitsspiegel,

$$Q_0 = r^2 \pi \sqrt{2g H_s} \left[ 1 - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{H_s} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left( \frac{r}{H_s} \right)^4 - \dots \right].$$

(904) Vorstehend ermittelte, theoretische Werte  $c_0$  und  $Q_0$  werden in Wirklichkeit nicht erreicht. Die tatsächliche Ausflußgeschwindigkeit  $c$  ist zufolge unvollkommener Ausnutzung von  $c_0$  und Reibung der Flüssigkeitsteilchen unter sich wie an den Wandungen kleiner als  $c_0$ . Es wird bezeichnet

$$\frac{c}{c_0} = \frac{\text{tatsächliche}}{\text{theoretische}} \text{ Ausflußgeschwindigkeit} = \varphi \text{ als Geschwindig-}$$

keitszahl (-beiwert, -koeffizient).

Der Mündungsquerschnitt wird im allgemeinen in gekrümmten Bahnen durchflossen mit der Wirkung, daß der Strahlquerschnitt (dort, wo besten Falles die Strombahnen parallel sind) nahe der Mündung von deren Querschnitt verschieden ist; es wird bezeichnet

$$\frac{F}{F_0} = \frac{\text{Strahl}}{\text{Mündungs}} \text{ querschnitt} = \alpha \text{ als Kontraktionszahl.}$$

Unter Voraussetzung, daß  $F$  und  $c$  zusammengehörige Werte sind, folgt die tatsächliche Ausflußmenge  $Q$  kleiner als die theoretische; es wird bezeichnet

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\text{tatsächliche}}{\text{theoretische}} \text{ Ausflußmenge} = \mu \text{ als Ausflußzahl, und es folgt}$$

$$Q = \mu Q_0 = F c = \alpha F_0 \cdot \varphi c_0 = \alpha \varphi Q_0, \text{ d. h. } \mu = \alpha \varphi.$$



Der Verminderung der theoretischen Ausflußgeschwindigkeit entspricht ein Energie- oder (für 1 kg Ausflußmenge) ein Druckhöhenverlust  $\frac{c_0^2 - c^2}{2g}$ ; es wird bezeichnet das Verhältnis der verlorenen zur nutzbar gemachten Druckhöhe, d. h.  $\frac{c_0^2 - c^2}{2g} : \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \zeta$  als Widerstandszahl; sie drückt die verlorene Druckhöhe oder Widerstandshöhe in Teilen der nutzbar gemachten Geschwindigkeitshöhe aus gemäß der Beziehung

$$\frac{c_0^2 - c^2}{2g} = \zeta \frac{c^2}{2g} = H_\zeta = \frac{c_\zeta^2}{2g},$$

sofern  $c_\zeta$  die  $H_\zeta$  entsprechende Geschwindigkeit bezeichnet. Damit folgt für das in Abb. 20 dargestellte Beispiel

$$H' = \frac{c^2}{2g} + \zeta \frac{c^2}{2g} = (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + H_\zeta = \frac{c^2}{2g} + \frac{c_\zeta^2}{2g}$$

oder

$$c = \sqrt{\frac{2gH'}{1 + \zeta}} \quad \text{und} \quad \frac{c_\zeta^2}{2g} = H' - H_\zeta.$$

Die hydrostatische Druckhöhe ist gleich der Summe aus Geschwindigkeitshöhe und Widerstandshöhe innerhalb des Weges vom Flüssigkeitsspiegel bis zur Ausflußmündung.

Für die durch Abb. 21 gekennzeichnete Sachlage folgt unter Berücksichtigung der Widerstände

$$H_1 = \frac{c_1^2}{2g} + \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}; \quad H_2 = \frac{c_2^2}{2g} + \zeta_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}; \quad H_3 = \frac{c_3^2}{2g} + \zeta_3 \frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma}.$$

Die hydrostatische Druckhöhe ist jeweils gleich der Summe als hydraulischer Druckhöhe, Geschwindigkeitshöhe und Widerstandshöhe (bis zu dem betreffenden Querschnitt sich verstehend). Die aneinandergereihten Druckhöhen der rechten Seiten liefern in offenen Piezometern die Flüssigkeitsspiegel in einer Horizontalebene. Durch Subtraktion folgt

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} + H_2 - H_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + \zeta_2 \frac{c_2^2}{2g}$$

oder

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + H_2 - H_1 - \left( \zeta_2 \frac{c_2^2}{2g} - \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \right) = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}.$$

Die Summe aus hydraulischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe im Querschnitte II ist gleich der entsprechenden Summe für Querschnitt I, zuzüglich dessen Höhe über II und abzüglich der Widerstandshöhe innerhalb der Wegstrecke I—II.

(905) Dieses Ergebnis ist unmittelbar aus der erweiterten Bernoullischen Gleichung feststellbar. Nach dieser folgt mittels Arbeitssatzes an Hand der Abb. 17 u. 18, sofern  $g$  eine Massenkraft pro Masseneinheit ausschließlich der Schwerkraft,  $dW$  irgendeine Widerstandsarbeit innerhalb der Wegstrecke  $ds$  bezeichnet und die positive  $Z$ -Achse vertikal abwärts angenommen wird,

$$p \Delta F \cdot ds + p [\Delta F + d(\Delta F) - \Delta F] ds - \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) [\Delta F + d(\Delta F)] ds \\ + g dm \cdot dz + g dm \cos \psi \cdot ds - dW = dm \cdot w dw$$

oder nach Division mit  $dm = \frac{\gamma}{g} \Delta F \cdot ds$  und unter Vernachlässigung unendlich kleiner Größen zweiter Ordnung

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} ds + g dz + q \cos \psi ds - \frac{dW}{dm} = w dw;$$

für die stationäre d. h. von der Zeit unabhängige Strömung gilt

$$-\frac{dp}{\gamma} + dz + \frac{q \cos \psi ds}{g} - \frac{dW}{g dm} = \frac{w dw}{g}$$

oder integriert zwischen den Grenzen I und II

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \int_I^{II} \frac{q \cos \psi ds}{g} + z_2 - z_1 - \int_I^{II} \frac{dW}{g dm} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

und

$$\gamma(H + A - B) = p_2 - p_1 + \gamma \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}.$$

Hierin ist  $H$  die Tiefe des Punktes II unter demjenigen I,

$A$  die für die Gewichtseinheit Flüssigkeit auf diese innerhalb der Wegstrecke I—II durch irgendwelche Massenkraft (ausschließlich Schwerkraft) übertragene Arbeit,

$B$  die für die Gewichtseinheit Flüssigkeit auf dem gleichen Wege durch irgendwelche Widerstände verbrauchte Arbeit, d. i. die Widerstandshöhe,

$p_2$  und  $p_1$  die hydraulische Pressung } in den Punkten II bzw. I.  
 $w_2$  und  $w_1$  die relative Geschwindigkeit }

Mit  $A = 0$  folgt das oben abgeleitete Ergebnis ( $w_i = c_i$ ).

(906) Die Kontraktion ist abhängig von der Beschaffenheit und Größe der Mündung, von der Druckhöhe und Geschwindigkeit der vor Mündung ankommenden Flüssigkeit (Verhältnis des Mündungsquerschnitts zum Gefäß- oder Stromquerschnitt).

Durch Versuche feststellbar sind die Ausflußzahlen  $\mu$  und allenfalls (für kreisförmige Mündungen) die Kontraktionszahlen  $\alpha$ ; die Bestimmung der Geschwindigkeitszahlen  $\varphi$  aus der Wurfparabel ist unsicher. Bei fehlender Kontraktion ist

$$\varphi = \mu \text{ und die Widerstandszahl } \zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1.$$

(907) Ausflußzahlen für Überfälle mit vertikaler Wand. In

$$Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}, \text{ mit } h = \text{Überfallhöhe,}$$

ist im Falle fehlender Seitenkontraktion mit  $h$  und  $w$  in  $m$  nach Frese<sup>1)</sup>:

$$\mu = \left( 0,6150 + \frac{0,0021}{h} \right) \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right],$$

worin  $w$  = Höhe der Überfallkante über der Gerinnesohle. Bedingung:  $b > h > 0,1$ .

Nach Aichel<sup>2)</sup> ist genauer

$$\mu = 0,616 + \frac{0,00049}{h - 0,0083} \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right].$$

<sup>1)</sup> Z. 1890, S. 1285 und 1314.

<sup>2)</sup> Hütte, 25. Aufl., S. 380 und Z. 1908, S. 1752.



Nach Hansen<sup>1)</sup> soll sein

$$\mu = \frac{0,617}{1 - 0,35815 \sqrt{h^3}}, \text{ für } h = 0,082 - 0,291$$

und wahrscheinlich auch noch darüber. Ausführung der Versuche mit  $w = 0,514$  m.

Nach Rehbock<sup>2)</sup> ist

$$\mu = 0,605 + \frac{1}{1050 h - 3} + 0,08 \frac{h}{w}; \text{ Bedingung: } h \text{ bis } 0,3 \text{ m,}$$

wahrscheinlich aber noch größer.

Mit Seitenkontraktion nach Frese<sup>3)</sup>:

$$\mu = m \left\{ 1 + \left[ 0,25 \left( \frac{b}{B} \right)^2 + 0,025 + \frac{0,0375}{\left( \frac{h}{h+w} \right)^2 + 0,02} \right] \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right\},$$

worin  $m = 0,5755 + \frac{0,017}{h + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,2}$  mit  $B =$  Gerinnebreite und  $b =$  Überfallbreite. Bedingung:  $0,1 < h < 0,6$  m. Vgl. die Kritik der vorgeschlagenen Ausflußzahlen durch Hahn im Wasserkraft-Jahrbuch 1925/26, S. 260 u. ff. Vgl. auch Hailer: „Fehlerquellen bei der Überfallmessung“. Mitt. d. Hydr. Inst. München, H. 3, S. 1 u. ff.

Beispiel. Bestimmung der voraussichtlichen Bremsleistung einer zu untersuchenden Franzisturbine mit den vertraglichen Zusicherungen:  $H_n = 5$  m,  $Q = 4$  m<sup>3</sup>/sek,  $\eta = 80\%$ ,  $N = 160$  PS und  $n = 80$ . Wassermessung mittels Überfalles ohne Seitenkontraktion,  $B = 3600$  mm. Normale Wassertiefe 1200 mm. Überfallkante 250 mm über normalem Unterwasser. Unter Beachtung, daß Wassermenge und Umlaufzahl sich proportional der Wurzel aus dem Gefälle, die Leistung sich proportional  $H\sqrt{H}$  ändern, folgt unter Zugrundelegung der Ausflußzahl von Frese, vgl. auch Turbinenuntersuchung:

Versuchsgefälle  $H = 5,00 - (h + 0,25) = 4,75 - h$ , worin  $h$  annähernd bestimmt ist durch Versuchswassermenge

$$Q = 4 \sqrt{\frac{4,75 - h}{5}} = \frac{2}{3} \left( 0,615 + \frac{0,0021}{h} \right) \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{h}{1,25 + 0,25 + h} \right)^2 \right] 3,6 \cdot h \cdot 4,43 \sqrt{h}.$$

Dem entspricht  $h \sim 0,65$  m  $> 0,6$  m. Kontrolle:  $3582 = 3623$ . Damit folgt die wahrscheinliche Bremsleistung

$$N = 160 \frac{4,35 \sqrt{4,35}}{5 \sqrt{5}} \sim 130 \text{ PS bei } n = 80 \sqrt{\frac{4,35}{5}} \sim 75.$$

Kreisförmige Öffnung:  $\mu = 0,61$  für  $d = 0,04$  und  $h = 0,60$  m bis  $\mu = 0,68$  bei  $d = 0,0045$  bei  $h = 0,25$  m wachsend.

Mundstücke.

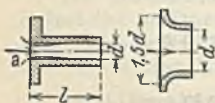


Abb. 22.

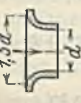


Abb. 23.



Abb. 24.

Abb. 22: Kante  $a$  scharf  $\mu = 0,82$ ;  $\zeta = 0,50$   
 Kante schwach abgerundet  $\mu = 0,90$   
 „ stark „  $\mu = 0,97$   
 „ gebrochen „  $\zeta = 0,25$

Abb. 23: Für  $l = 0,6d$ ,  $\mu = 0,96 - 0,99$ , mit der Glätte der Wandung und der Durchflußgeschwindigkeit wachsend.  $\alpha \sim 1$  und  $\varphi \sim 0,99$  bei geglätteter Wandung.  $\zeta = 0,06 - 0,01$ , je nach Glätte der Wandung.

<sup>1)</sup> Z. 1892, S. 1057.

<sup>2)</sup> Zeitschr. d. Verb. Deutsch. Arch. u. Ing. Ver. 1913, H. 1; Zeitschr. f. Arch. u. Ing. wesen 1913, S. 129.

<sup>3)</sup> Z. 1895, S. 917, 1968 und F. A., H. 11.

Abb. 24: Mündung in dünner Wand, scharfkantig;  $\varphi \sim 0,97$ ,  $\zeta \sim 0,06$ ;  $\mu$  ist abhängig hauptsächlich von  $d$  und weniger der Druckhöhe,  $\mu = 0,61$  bis  $0,68$ , mit dem Durchmesser und der Druckhöhe wachsend.

Knie- und Bogenstücke nach Weisbach, Abb. 25 u. 26.

$$\text{Kreisquerschnitt: } \zeta = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2}$$

Vgl. auch Kirchbach, Mitt. d. Hydr. Inst. München, H. 3, S. 68 u. ff. und Schubert, a. a. O. S. 121 u. ff.

Für Umlenkung um  $90^\circ$  und Kreisquerschnitt:  $\zeta = 0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{r}\right)^{3,5}$ ,

Rechteckquerschnitt:  $\zeta = 0,124 + 0,274 \left(\frac{d}{r}\right)^{3,5}$ ,

für  $\delta < \frac{\pi}{2}$  ist das  $\frac{2\delta}{\pi}$  fache zu setzen. Vgl. hierüber die neueren, bis jetzt vorliegenden Versuchsergebnisse von Hofmann, Mitt. d. Hydr. Inst. München, H. 3, S. 45.

(908) Druckhöhenverluste sind auch verknüpft mit der Änderung der Größe der Geschwindigkeit, d. h. bei Querschnittsänderungen. Die übliche ältere Auffassung, daß einer plötzlichen Querschnittserweiterung eine ebensolche Geschwindigkeitsverminderung entspreche, ist nicht zutreffend; der Übergang erfolgt allmählich, wie in Abb. 17 angedeutet. Der sich ausbreitende Strahl wird von wirbelndem Wasser eingehüllt.

Durch Versuche ist nachgewiesen, daß unmittelbar vor und nach dem Übergange nahezu der gleiche hydraulische Druck  $p_x$  herrscht, der in der Ebene, in der sich der Strahl an die Gehäusewand anlegt, auf  $p_y$  gestiegen ist.

Für das kreiszylindrisch vorausgesetzte Gefäß mit horizontaler Achse gilt zufolge Antriebsatzes

$$p_x f_1 + p_x (f_2 - f_1) + m (c_1 - c_2) = p_y \cdot f_2$$

$$\text{oder } f_2 (p_y - p_x) = m (c_1 - c_2) = \frac{\gamma}{g} f_2 c_2 (c_1 - c_2)$$

$$\text{und } \frac{p_y - p_x}{\gamma} = \frac{c_2 (c_1 - c_2)}{g}$$

Die Arbeitsinhalte vor und nach dem Übergange können sich nur durch den Arbeitsverlust unterscheiden, also für 1 kg Wasser

$$\frac{p_x}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} - \left( \frac{p_y}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} \right) = H_e = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{2c_2(c_1 - c_2)}{2g}$$

$$\text{oder } H_e = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \text{ (Borda-Carnotsche Formel).}$$

Die Verfolgung der Aufgabe nach der älteren Auffassung unter Zugrundelegung der Gesetze des unelastischen Stoßes liefert für  $H_e$  dasselbe Ergebnis.

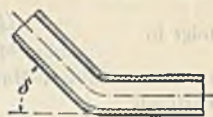


Abb. 25.

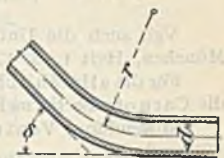


Abb. 26.

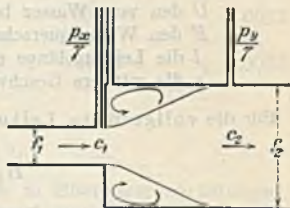


Abb. 27.



Aus 
$$H_e = \frac{c_2^2}{2g} \left( \frac{c_1}{c_2} - 1 \right)^2 = \frac{c_2^2}{2g} \left( \frac{f_2}{f_1} - 1 \right)^2$$

folgt in 
$$\left( \frac{f_2}{f_1} - 1 \right)^2 = \zeta \text{ die Widerstandszahl.}$$

Versuche von Baer<sup>1)</sup> haben gezeigt, daß die wirklichen Verluste liegen zwischen

$$\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}.$$

Vgl. auch die Untersuchungen von Schütt in den Mitt. d. Hydr. Inst. München, Heft 1, S. 42 u. ff.

Für die allmähliche Erweiterung empfiehlt Fliegner<sup>3)</sup>, sicherheitshalber die Carnotsche Formel zugrunde zu legen.

Anwendung: Venturi-Wassermesser. Vgl. Siemens-Zeitschr. 1928, S. 309, 553 und 608.

(909) Der dem Durchfluß durch Leitungen und Gerinne sich entgegenstellende Widerstand, verknüpft hauptsächlich mit der Reibung des Wassers an den Wandungen, pflegt gesetzt zu werden

$$H_e = \varrho \frac{U}{F} l \frac{c^2}{2g},$$

worin bezeichnet

$\varrho$  eine Erfahrungszahl,

$U$  den vom Wasser benetzten Umfang der Leitung,

$F$  den Wasserquerschnitt,

$l$  die Leitungslänge und

$c$  die mittlere Geschwindigkeit.

Für die vollgefüllte Leitung mit Kreisquerschnitt ist  $\frac{U}{F} = \frac{4}{d}$ ; damit wird

$$H_e = 4\varrho \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}.$$

$\lambda$  ist abhängig vom Durchmesser, der Geschwindigkeit und vor allem von der Beschaffenheit der Wandung.

Weisbach setzt  $\lambda = 0,0144 + \frac{0,00947}{\sqrt{c}}$ ; brauchbar für fast glatte Rohre

mit  $d \approx 0,060$  m; für  $d \leq 0,060$  m wird  $\lambda$  zu  $\frac{\text{klein}}{\text{groß}}$ ;

nach Darcy ist  $\lambda = 0,0199 + \frac{0,000508}{d}$ ; brauchbar für rauhe Rohre mit

$c \approx 25d$ ; für  $c \leq 25d$  wird  $\lambda$  zu  $\frac{\text{klein}}{\text{groß}}$ .

Lang hat alle bis zum Jahre 1910 veröffentlichten und etwa 300 eigene Versuche zusammengefaßt in

$$\lambda = 0,009 + \frac{a}{\sqrt{d}} + \frac{b}{\sqrt{c d}},$$

worin

$a$  den Rauigkeitsgrad,

$b$  den Flüssigkeitsgrad (Temperatur) berücksichtigt.

<sup>1)</sup> Dinglers polyt. Journal 1907, S. 177.

<sup>2)</sup> Camerer: Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen, S. 118. Leipzig: W. Engelmann 1914. Vgl. außerdem Bach: Ein üblicher Fehler bei gewissen hydraulischen Rechnungen. Z. 1891, S. 474.

<sup>3)</sup> Escher: Die Theorie der Wasserturbinen. Berlin: Julius Springer 1924.

Hierin soll sein

|     |              |        |        |        |
|-----|--------------|--------|--------|--------|
| für | 0°           | 10°    | 20°    | 100° C |
|     | $b = 0,0023$ | 0,0020 | 0,0018 | 0,0004 |

und

- $a = 0,0004$  für Glas- und ganz glatte Metallrohre,
- $= 0,0007$  „ besonders glatte schmiedeiserne Wandung,
- $= 0,0009$  „ gewöhnliche schmiedeiserne Wandung und gußeiserne Flanschenrohre,
- $= 0,0026$  „ neue gußeiserne Muffenrohre,
- $= 0,005$  „ gereinigte gußeiserne Muffenrohre,
- $= 0,012$  „ Rohre mit dünner Ansatzschicht.

Nach Biel, Z. 1908, S. 1035, sowie F.A. Heft 44 ist

$$\lambda = 0,0785 \left[ a + \frac{2f}{\sqrt{d}} + \frac{2b}{c} \frac{[\eta]}{\sqrt{d} \gamma} \right],$$

worin für Wasser  $a = 0,12$ ,  $f$  und  $b$  von Zähigkeit und Rauigkeit abhängen, für die Biel 6 Grade aufstellt.

|  |              |            |                                    |
|--|--------------|------------|------------------------------------|
| I. Glas und glatte Metallröhren  | $f = 0,0064$ | $b = 0,95$ | $b \frac{[\eta]}{\gamma} = 0,0118$ |
| II. bes. glatte Eisen- u. Zementröhren   | 0,018        | 0,71       | 0,0088                             |
| III. ger. neue gußeis. oder Holzdaubenrohre, ebene Wandungen, sauber verputzt . . . . .                                      | 0,036        | 0,46       | 0,0057                             |
| IV. Rauhe Bretter, gut ausgefugte Backsteine, gew. Beton . . . . .   | 0,054        | 0,27       | 0,0032                             |
| V. normal ausgef. Backsteine, behauene Quader . . . . .  | 0,072        | 0,27       | 0,0032                             |
| VI. sehr rauhe Wandungen, Bruchsteinmauerwerk, Kanäle in Erde, Bäche und Flüsse, Wasserläufe mit Wasserpflanzen oder Gerölle | 0,18—1,16    | —          | —                                  |

Vgl. hierüber auch Budau, Druckverluste in Eisenbetonrohrleitungen, Z. f. d. g. T. 1914, S. 360; Stückle, Einfluß des Leitungswiderstandes von Zementrohren mit Inertolinnenanstrich. Z. 1914, S. 796; Reichel, Versuche usf., Z. 1911, S. 1414, sowie Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, S. 132ff. Stuttgart: Konrad Wittwer 1921.

Für das konische Rohr mit Kreisquerschnitt ( $D$  und  $d$ ) folgt unter Annahme eines konstanten Mittelwertes von  $\lambda$

$$H_e = \frac{\lambda c_1^2 D^4}{16 g \sin \alpha} \left[ \frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right],$$

worin

$$c_1 \frac{\pi}{4} D_1^2 = Q \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{D - d}{2L}.$$

Beispiel. Für das sich drehende Rohr, Abb. 28, folgt nach Bernoulli für die Wegstrecke I—II, unter alleiniger Berücksichtigung der Rohrreibung und Beachtung, daß

$$A = \int_1^2 \frac{1}{g} \cdot x \omega^2 \cdot dx = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g},$$

$$\gamma \left[ -2 + \frac{\omega^2}{2g} - 0,02 \frac{2 + 1}{0,05} \frac{\omega^2}{2g} \right] = \gamma \frac{\omega^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{\omega^2}{2g} = \frac{\frac{\omega^2}{2g} - 2}{1 + 0,02 \frac{3}{0,05}}.$$



Der Ausfluß beginnt für  $\frac{\omega^2}{2g} \geq 2$  oder  $\omega = 4,43 \sqrt{2} = 6,26$ .

$w$  wächst mit zunehmendem  $\omega$ , dessen Grenzwert bestimmt ist durch die Forderung kontinuierlicher Strömung: kleinste hydraulische Pressung muß größer sein als die Dampfspannung  $p_t$ , die der Wassertemperatur entspricht. Die hydraulische Pressung im Abstände  $x$  von der Drehachse berechnet sich aus

$$\gamma \left[ 0 + \frac{\omega^2}{2g} (1 - x^2) - 0,02 \frac{1-x}{0,05} \frac{w^2}{2g} \right] = p_A - p_x$$

zu

$$p_x = p_A - \gamma \frac{\omega^2}{2g} (1 - x^2) + \gamma \cdot 0,02 \frac{1-x}{0,05} \frac{\omega^2 - 2}{1 + 0,02 \frac{3}{0,05}} = p_t = 752 \text{ kg/m}^2 \text{ für } t = 40^\circ \text{ C.}$$

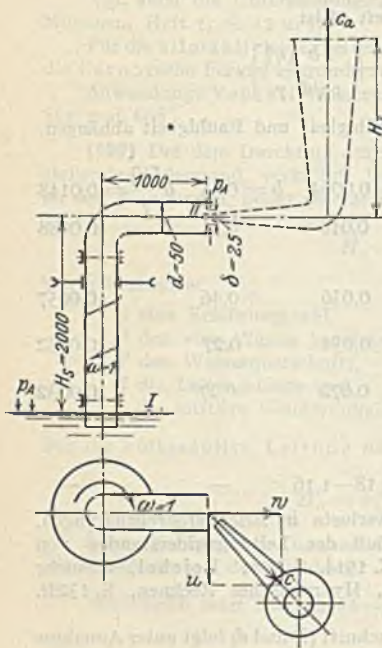


Abb. 28.

Damit folgt  $\frac{\omega^2}{2g} = \frac{9217 + 364 x}{1000 (1 - x) (1,182 - x)}$  als Zusammenhang von  $\omega$  und  $x$  für den Grenzfall der Dampfbildung infolge zu kleiner Pressung  $p_x$ , die am kleinsten ausfällt für  $x = 0$ , d. h. in der Drehachse. Mit  $x = 0$  wird  $\omega = 12,373$ .

Und für  $\omega > 12,373$  wird der Gefahr des Abreißens begegnet durch Verengung der Ausflußöffnung auf  $\delta$ . In diesem Falle folgt die Ausflußgeschwindigkeit aus

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{\omega^2 - 2}{1 + \frac{0,02}{0,05} \cdot 3 \left( \frac{\delta}{d} \right)^4}$$

und die Pressung im Abstände  $x = 0$  zu

$$p_x = p_A - \gamma \left[ \frac{\omega^2}{2g} - \frac{0,02}{0,05} \left( \frac{\delta}{d} \right)^4 \frac{w^2}{2g} \right]$$

$$= p_A - \gamma \left[ \frac{\omega^2}{2g} - 0,4 \left( \frac{\delta}{d} \right)^4 \frac{\omega^2 - 2}{1 + 1,2 \left( \frac{\delta}{d} \right)^4} \right] \geq p_t$$

Für  $t = 40^\circ \text{ C}$  und  $\frac{\delta}{d} = 0,5$  entspr.

$(\delta : d)^4 = 1/16$ , folgt die höchstens zulässige Winkelgeschwindigkeit zu  $\omega_{\max} = 42,85$  /sek. Umgekehrt kann für gegebenes  $p_t$  die mindestens erforderliche Einschnürung bestimmt werden.

Für  $\omega = 40$  folgt  $w = 4,43 \sqrt{\frac{1600 - 2}{\frac{19,62}{1 + \frac{1,2}{16}}}} = 38,1$  m/sek und die absolute Austritts-

geschwindigkeit  $c = \sqrt{38,1^2 + 40^2} = \sqrt{3052} = 55,2$  m/sek.

Die ausfließende Wassermenge ist  $Q = \frac{0,025^2 \pi}{4} \cdot 38,1 = 0,0188$  m<sup>3</sup>/sek.

Die Wasserhebungsarbeit beträgt  $18,8 \cdot 2 = 37,6$  mkg/sek.

Die Widerstandsarbeit ist  $18,8 \cdot 0,02 \frac{3}{0,05} \frac{1}{16} \cdot \frac{38,1^2}{19,62} = 141$  mkg/sek.

Die Beschleunigungsarbeit beträgt  $\frac{1}{2} \cdot \frac{18,8}{9,81} \cdot 55,2^2 = 2924$  mkg/sek.

Die gesamte aufzuwendende Leistung ist somit  $37,6 + 141 + 2924 = 3102,6$  mkg/sek.

Wenn es sich nur um die Wasserhebung handelt und die Wucht des austretenden Wassers nicht nutzbar gemacht wird, ist der Wirkungsgrad dieser einfachen Maschine

$$\eta = \frac{37,6}{3102,6} \cdot 100 = 1,2\%$$

Anders im Falle Ausnutzung der Wucht in der Weise, daß in einem (gedachten) System von konisch sich erweiternden Steigrohren (Steighöhe =  $H_d$ ) die Geschwindigkeit  $c$  restlos in Druck umgesetzt wird. Dann vermag bei verlustlosem Übergang das Wasser auf eine Höhe  $H_d$  zu steigen, bestimmt durch  $\frac{c^2 - c_a^2}{2g} = H_d + H_\rho$  mit  $H_\rho$  = Widerstandshöhe im konischen Rohr

$$\Delta \times D_a \text{ mit } D_a = \sqrt[4]{\frac{4}{\pi} \frac{Q}{c_a}}. \text{ Vgl. oben. Der Wirkungsgrad ist dann } \eta = \frac{18,8(2 + H_d)}{3102,6} \cdot 100\%$$

(910) Für die gleichförmige Bewegung in offenen Kanälen setzt Weisbach  $\rho = 0,0074 + \frac{0,000433}{c}$ ;

nach Bazin (ältere Formel) ist 
$$\sqrt{\frac{2g}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{a + b \frac{U}{F}}}$$
;

nach der neueren Formel dagegen 
$$\sqrt{\frac{2g}{\rho}} = \frac{87}{1 + e \sqrt{\frac{U}{F}}}$$
,

worin

|                                 | $a$     | $b$       | $e$  |
|---------------------------------|---------|-----------|------|
| für gehobeltes Holz, Zement     | 0,00015 | 0,0000045 | 0,06 |
| „ Quader, nicht gehobeltes Holz | 0,00019 | 0,0000133 | 0,16 |
| „ Bruchsteinmauerwerk           | 0,00024 | 0,00006   | 0,47 |
| „ Erde, Querschnitt regelmäßig  | 0,00028 | 0,00035   | 1,30 |
| „ Gerölle (nach Kutter)         | 0,00040 | 0,0007    | 1,75 |

Nach Biel, a. a. O. gilt in  $H_\rho = \rho \frac{U}{F} l \frac{c^2}{2g} = K \frac{c^2 l}{R}$ , mit  $R = \frac{F}{U}$  = hydraulischer Radius,

$$K = 0,12 + \left[ \frac{f}{\sqrt{R}} + \frac{b}{c \sqrt{R}} \frac{[\eta]}{\gamma} \right] : 1000; \quad f \text{ und } b \frac{[\eta]}{\gamma} \text{ nach obiger Rauigkeitstabelle.}$$

In erster Annäherung  $\rho \approx 0,008$ .

Über weitere Berechnungsvorschläge vgl. Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, S. 94 u. ff.

Bei gleichbleibendem Wasserquerschnitt  $F = \frac{Q}{c}$  ist das Widerstands- oder Transportgefälle am kleinsten für  $U = \min$ . Dem entspricht im Falle Rechteckquerschnittes  $B = 2t$  d. h. Wasserspiegelbreite = doppelte Tiefe. Für Trapezquerschnitt, Abb. 29, mit vorgeschriebenem (Böschungswinkel  $\delta$ ) gilt

$$t = \sqrt{\frac{\sin \delta}{2 - \cos \delta}} F;$$

für gemauerte Wände folgt der günstigste Winkel zu  $\delta = 60^\circ$  und damit  $U = \min$

$$\text{für } t = \sqrt{\frac{F}{3}}$$

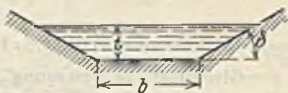


Abb. 29.

Beispiel. Eine sek. Wassermenge von  $3,5 \text{ m}^3$  ist durch eine kreiszylindrische Leitung zu befördern mit einer Geschwindigkeit  $c = 1,5 \text{ m/sek}$ . Länge der Leitung 600 m, Rohrachse am



Ende der Leitung 10 m unter der am Anfang liegend, an dem der Rohrscheitel den Wasserspiegel berührt. Bestimmung der am Leitungsende vorhandenen hydraulischen Pressung in der Rohrachse. Es folgt Wasserquerschnitt  $F = 3,5 : 1,5 = 2,33 \text{ m}^2$  also Rohrdurchmesser  $d \sim 1,700 \text{ m}$ . Entspr. Wassergeschwindigkeit  $c = 3,5 : 2,27 = 1,54 \text{ m/sek}$  und damit Widerstandshöhe

$$H_Q = 0,022 \frac{600}{1,7} \cdot \frac{1,54^2}{19,62}, \text{ folglich } \frac{p_2}{\gamma} = 10 + 0,8; \sim \frac{1,54^2}{2g} \left[ 1 + 0,022 \frac{600}{1,7} \right] = 9,79 \text{ m.}$$

Der Gefällverlust beträgt  $H_Q = 0,939 \text{ m}$ , d. h.  $\frac{0,939}{10} \cdot 100 \sim 9,5\%$  des Rohrgefälles.

Bestimmung der Rohrleitung für ein Widerstandsgefälle =  $5\%$  des Rohrgefälles. In diesem Falle gilt

$$0,05 \cdot 10 = 0,02 \frac{600}{d} \left( \frac{3,5}{2g} \right)^2,$$

woraus  $d^2 = 26,72$  und  $d = 1,929 \text{ m}$  folgt. Gewählt  $d = 1,9 \text{ m}$ . Für dieses wird

$$\lambda = 0,02 + \frac{0,0018}{\sqrt{1,9 \frac{3,5}{0,25 \pi \cdot 1,9^2}}} = 0,0212.$$

Beispiel. Eine Wassermenge von  $3,5 \text{ m}^3/\text{sek}$  ist in einem offenen Graben mit Rechteckquerschnitt und Ausführung in Bruchsteinmauerwerk mit einer mittl. Geschwindigkeit  $c = 2,25 \text{ m/sek}$  fortzuleiten. Grabenlänge =  $600 \text{ m}$ . Bestimmung des günstigsten Grabenprofils und des Widerstands- oder Transportgefälles.

Wasserquerschnitt  $F = 3,5 : 2,25 = 1,555 = 2 t^2$ ; also Wassertiefe  $t = \sqrt{1,555 : 2} = 0,88 \text{ m}$ . Grabenbreite  $b = 2 \cdot 0,88 = 1,75 \text{ m}$ . Folglich  $F = 1,54 \text{ m}^2$ .  $U = 1,75 + 1,76 = 3,51$ ,  $c = 3,5 : 1,54 = 2,273 \text{ m/sek}$ ,  $U : F = 2,28$  und nach Bazin

$$H_Q = \frac{e}{2g} \frac{U}{F} \cdot L c^2 = (0,00024 + 0,00006 \cdot 2,28) 2,28 \cdot 600 \cdot 2,273^2 = 2,685 \text{ m.}$$

Bei  $6 \text{ m}$  Bruttogefälle sind dies  $\frac{2,685}{6} \cdot 100 \sim 44,5\%$ .

Bestimmung der günstigsten Grabenabmessungen für einen Gefällverlust von  $7\frac{1}{2}\%$  des Bruttogefälles.

In diesem Falle ist

$$H_Q = 0,075 \cdot 6 = \frac{e}{2g} \frac{b + 2t}{bt} \cdot L \left( \frac{Q}{bt} \right)^2 = \frac{e}{2g} \frac{2}{t} L \frac{Q^2}{4t^4},$$

also

$$t^4 = \frac{1}{0,075 \cdot 6} \cdot \frac{e}{2g} \cdot 2 \cdot 600 \frac{3,5^2}{4},$$

und mit dem Schätzwert  $\frac{e}{2g} = 0,00040$ .

$$t^4 = 3,267 \quad \text{und} \quad t = 1,270, \quad b = 2,500; \quad \frac{U}{F} = \frac{5,04}{3,175} = 1,6;$$

$$\frac{e}{2g} = 0,00024 + 0,00006 \cdot 1,6 \sim 0,00034.$$

Für den Trapezquerschnitt mit befestigten Wänden,  $\delta = 60^\circ$ , folgt mit  $c = \frac{3,5}{3,175} = 1,10 \text{ m/sek}$

$$t = \sqrt{\frac{3,175 \cdot 0,866}{2 - 0,5}} = 1,35,$$

mittlere Breite  $\frac{B+b}{2} = 3,175 : 1,35 = 2,35$ ,  $b = 2,35 - 1,35 \text{ ctg } 60^\circ = 1,57 \text{ m}$ .

Gleichförmige Bewegung bedingt im Falle konstanter Breite ein mit dem Wasserspiegelgefälle übereinstimmendes Sohlengefälle; andernfalls ist die Bewegung ungleichförmig, wird das (Spiegel-) Gefälle zur Überwindung der Reibung und zur Beschleunigung verbraucht.

(911) Bei Übertragung obiger Werte auf die ungleichförmige Bewegung ist jeweils mit den Mittelwerten der in Betracht kommenden Größen zu rechnen:

Zerlegung von  $l$  in Teilstrecken  $\Delta l$ , für die zufolge Abb. 30 gilt

$$\frac{c_0^2}{2g} + \Delta s = \frac{c_m^2}{2g} + e \frac{U_m \Delta l c_m^2}{F_m 2g}.$$

worin  $c_m = \frac{c_0 + c_u}{2}$ ,  $F_m = \frac{F_0 + F_u}{2}$ . Mit  $Q = F_0 c_0 = F_u c_u$  folgt

$$\Delta s = \frac{Q^2}{2g} \left[ \frac{1}{F_u^2} - \frac{1}{F_0^2} + \rho \Delta l \cdot U_m \frac{F_0 + F_u}{2 F_0^2 F_u^2} \right] = \Delta l \sin \delta + t_0 - t_u.$$

(912) Ungleichförmige Bewegung des Wassers findet statt bei Stauanlagen und ähnlich wirkenden Bauwerken. Die durch den Stau bewirkte Erhebung des Wasserspiegels über die ursprünglich vorhandene Höhe heißt Stauhöhe, die Strecke, auf der eine Erhöhung stattfindet, Stauweite. Diese ist theoretisch unendlich groß und erstreckt sich praktisch bis zu dem Punkt, bei dem die Stauhöhe innerhalb der unvermeidlichen Wasserspiegelschwankung (Wellenhöhe, gewöhnlich 0,010 m) liegt. Vgl. Braun, Über die Bestimmung der Spiegelformen bei offenen Gerinnen, Bauing. 1927, S. 645 und Böß, Berechnung der Wasserspiegellage, Z. 1927, S. 484. Vgl. außerdem Feifel, Über die veränderliche, nicht stationäre Strömung in offenen Gerinnen, insbes. über Schwingungen in Turbintriebkanälen, F. A., H. 205 und Eisner, Berechnung des Stauschalles usw. Wasserkr. Jahrb. 1925/26, S. 231 u. ff.

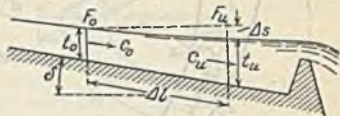


Abb. 30.

Wirkung des bewegten Wassers auf Ablenkungsflächen.

(913) Die Änderung des Beharrungszustandes (Geschwindigkeit nach Größe und Richtung) des bewegten Wassers bedingt das Vorhandensein von Kräften, die von den Ablenkungsflächen auf das Wasser ausgeübt werden und sich aus dem Satze vom Antrieb berechnen. Nach diesem gilt (für stationäre Strömung)

$$dP \cdot dt = dm \cdot dc \quad \text{oder} \quad dP = \frac{dm}{dt} \cdot dc = mdc, \quad \text{d. h.} \quad P = m(c_2 - c_1).$$

Die mittlere Bahn der sekundlich zur Wirkung gelangenden Masse auf zwei zueinander senkrechte Richtungen projizieren und auf diese das eben ermittelte Ergebnis anwenden.

Im Falle der in Abb. 31 angedeuteten Sachlage wird der Strahl mit der Annäherung an die Platte abgelenkt, um an deren ganzen Umfang mit einer von  $c$  nur wenig verschiedenen Geschwindigkeit abzufließen. Der Strahldruck (in Richtung von  $c$ ) bestimmt sich im Falle einer Ablenkung um  $90^\circ$  zu

$$P = -m(0 - c) = mc = \gamma \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2 \frac{c^2}{2g},$$

d. i. das Doppelte der  $c$  entsprechenden hydrostatischen Druckhöhe.

Vgl. Z. 1927, S. 261 und F. A., H. 290.

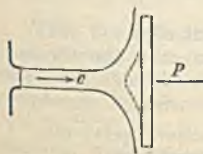


Abb. 31.

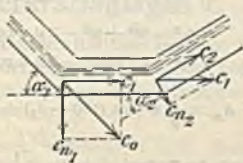


Abb. 32.

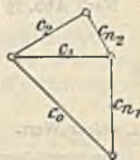


Abb. 33.

Anwendung auf die Pitotsche Röhre. Die übliche Auffassung unelastischen Stoßes ist, trotzdem sie den gleichen Strahldruck ergibt, nicht haltbar. Dasselbe gilt von derjenigen, daß die Energieinhalte, die den in Abb. 32 und 33 darge-



stellten Normalkomponenten  $c_{nl}$  entsprechen, verloren seien. Das Wasser bewegt sich vielmehr in gekrümmten Bahnen und besitzt eine Endgeschwindigkeit  $c_2$ , die nur nach Maßgabe der Reibungs- und Krümmungsverluste kleiner ist als  $c_0^1$ .

Hiernach besteht kein nennenswerter Unterschied, ob das Kanalstück gebrochen oder stetig gekrümmt ist wie in Abb. 34. In diesem Falle ist



Abb. 34.

$$dX = dm \frac{dc_x}{dt} = m dc_x = m d(c \sin \alpha)$$

$$dY = dm \frac{dc_y}{dt} = m dc_y = m d(c \cos \alpha)$$

und die auf das Wasser wirkenden Komponenten

$$X = m (c_2 \sin \alpha_2 - c_1 \sin \alpha_1)$$

$$Y = m (c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1).$$

Gleichgroß und entgegengesetzt gerichtet sind die Wasserwirkungen auf das Kanalstück.

Im Falle der Bewegung der Ablenkungsfläche sind die relativen Geschwindigkeiten einzuführen. Immer muß die mitgebrachte Energie, zuzüglich der Arbeit der Schwerkraft und abzüglich der durch Widerstände verbrauchten Energie gleich sein der nutzbar gemachten, zuzüglich der im abfließenden Wasser enthaltenen.

Beispiel. Bestimmung des Strahldruckes und der nutzbar gemachten Leistung für die aus Abb. 35 ersichtliche Ablenkungsfläche im Falle stoßfreien Eintrittes (Relativgeschwindigkeit ist Tangente an erstes Schaufelelement).

Zufolge übereinstimmender Pressung in der Eintrittsebene und auf den Flüssigkeitsspiegel (Atmosphäre) ist  $c_1 = \varphi \sqrt{2gH_0}$ , nach Maßgabe der Verluste kleiner als die Gefällgeschwindigkeit, ein Größtwerth. Für den unendlich dünn vorausgesetzten Strahl ist  $w_2 \geq w_1$ , je nachdem innerhalb  $H_r$  die Schwerkraftarbeit  $\geq$  Widerstandsarbeit ist. Sofern  $w_2 = w_1 = w$  folgt

Strahldruck in Richtung  $u$ : 
$$P_u = \frac{1}{g} [w \cos (180 - \beta_1) + w \cos \beta_2];$$

nutzbar gemachte Arbeit: 
$$P_u u = \frac{1}{g} w [\cos (180 - \beta_1) + \cos \beta_2] u;$$

mittels Arbeitssatzes folgt die je 1 kg (Aufschlag)wasser mitgebrachte Energie

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g} c_1^2 = \frac{c_1^2}{2g},$$

die im abfließenden Wasser enthaltene Energie ist  $A_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ , somit zufolge obiger Voraussetzung, d. h. Schwerkraftarbeit = Widerstandsarbeit innerhalb  $H_r$ ,

$$\text{die nutzbar gemachte Arbeit } \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) = A_n.$$

Nach Abb. 35 ist

$$c_1^2 = w^2 + u^2 - 2uw \cos \beta_1$$

$$c_2^2 = w^2 + u^2 - 2uw \cos \beta_2,$$

also

$$A_n = \frac{1}{g} w [\cos (180 - \beta_1) + \cos \beta_2] u,$$

d. i. obiger Wert.

Der Strahldruck in vertikaler Richtung ist  $P_v = \frac{1}{g} w [\sin \beta_1 - \sin \beta_2] \geq 0$

je nachdem  $\beta_1 \geq \beta_2$  (Stützkraft, Zapfenreibung bestimmend).

<sup>1)</sup> Vgl. hierüber Banki: Ober unrichtige Anwendung hydraulischer Sätze. Z. 1919, S. 1490 ff.

Zufolge  $w = \text{konst.}$  ist der Strahlquerschnitt (dreiseitig begrenzt) oder der Zellenquerschnitt (bei voller Ausfüllung allseitig begrenzt) konstant.

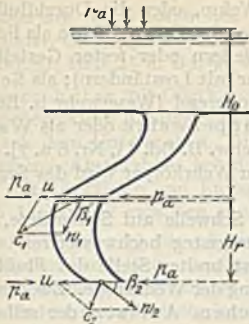


Abb. 35.

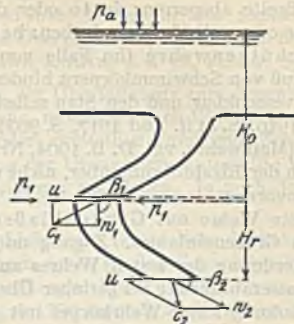


Abb. 36.

Beispiel. Aufgabe wie vorher für eine im Eintrittsquerschnitt vorhandene Pressung

$p_1 > p_a$  Abb. 36. Aus  $c_1 = \varphi \sqrt{2g \left( H_0 - \frac{p_1 - p_a}{\gamma} \right)}$  ist ersichtlich, daß  $c_1$  nach Maßgabe zunehmenden Oberdruckes  $p_1 - p_a$  kleiner wird als vorher. Der vorhandene Oberdruck bedingt allseitig begrenzten Strahl, dessen Querschnitt zufolge  $w_2 > w_1$  abnimmt; es folgt

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + H_r + \frac{p_1 - p_a}{\gamma} - H_{\varrho_{1,2}}$$

und für  $H_{\varrho_{1,2}} = H_r$

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_a}{\gamma}$$

Damit ergibt sich

$$\text{Strahlruck in Richtung } u: P_u = \frac{1}{g} [w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1]$$

$$\text{nutzbar gemachte Arbeit: } A_n = P_u \cdot u = \frac{1}{g} (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1) u$$

Ähnlich wie oben folgt

$$c_1^2 - c_2^2 = w_1^2 - w_2^2 - 2u (w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)$$

oder

$$\frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{2g} = \frac{1}{g} u (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1)$$

Unter Beachtung, daß

$$\frac{c_1^2}{2g} = H_0 - H_{\varrho_0} - \frac{p_1 - p_a}{\gamma} = H_0 - H_{\varrho_0} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + H_r - H_{\varrho_{1,2}}$$

folgt

$$\frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{2g} = H - H_{\varrho_{0,2}} - \frac{c_2^2}{2g}$$

## Wasserkraftanlagen<sup>1)</sup>.

(914) Zur vollständigen Wasserkraftanlage gehören die Wasserfassung, die Wasserführung nach und von der Kraftanlage samt Zubehör, die Maschinenanlage mit Baulichkeiten und u. U. die Einrichtungen zur Fortleitung der gewonnenen Energie.

<sup>1)</sup> Vgl. Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1912; Thomann, Wasserturbinen. Stuttgart: Konrad Wittwer 1908 und 1921, 1. Teil: Gelpke, Turbinen und Turbinenanlagen. Berlin: Julius Springer 1906.

Über eine wertvolle Zusammenstellung und Kritik von Ausführungen und technischen Einzelheiten, wie der wirtschaftlichen Gesichtspunkte, siehe: Ludin, Die Wasserkräfte. Berlin: Julius Springer 1923. Schließlich sei auf Rümelin, Wasserkraftanlagen, Sammlung Göschel, verwiesen.



(915) Wasserfassung. Die Einziehung des Wassers bedingt eine Anstauung desselben durch Staukörper oder Wehre, die entweder dauernd über die ganze Breite absperren: feste oder dichte Wehre, oder die Durchflußbreite teilweise oder vollständig freigeben: bewegliche oder lichte Wehre als Fallen- oder Schützenwehre (im Falle von Strompeilern oder fester Gestelle den Durchfluß von Schwimmkörpern hindernd, daher mit Losständern); als Sektorwehr, versenkbar und den Stau selbsttätig regulierend (Weserwehr b. Bremen, vgl. Z. 1916, S. 81 ff. und 1917, S. 902); als Klappenwehre oder als Walzenwehre (Mainwehre, vgl. D. B. 1904, Nr. 5 und Schw. B. Bd. 43, Nr. 6 u. 7). Rückichtlich der Eisabführung über, nicht unter dem Wehrkörper wird das Segmentwehr bevorzugt.

Feste Wehre mit Grundablaßschütze, Schwelle auf Sohlentiefe, unter der des Grabeneinlaufes. Zugang und Bedienungssteg hochwasserfrei.

Anordnung des festen Wehres an möglichst breiter Stelle des Flußlaufes: Hochwasserabführung bei geringer Überspiegelung der Wehrkrone. Zwecks deren Beschränkung fester Wehrkörper mit beweglichem Aufsatz, der selbsttätig abschwimmbar oder umlegbar oder vom Ufer aus aufgerichtet werden kann: Dachwehr von A. Bezner in Ravensburg i. Württ. Vgl. Z. 1909, S. 1783 ff.

Selbsttätige Beherrschung der Stauwirkung am Wehre durch die Konstruktionen der Stauwerke A.-G. in Zürich (vgl. deren Drucksachen) (vgl. Z. 1914, S. 1284 ff. u. Schw. B. 1911, S. 181) und der Firma J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz.

Rücksichten auf Schifffahrt und Flößerei erfordern die Ausführung von Schleusen und Floßgassen, diejenigen der Fischzucht schreiben die Anbringung von Fischpässen oder -leitern vor.

Grabeneinlauf: möglichst 10 bis 50 m oberhalb des Staukörpers den gestauten Flußlauf anschneiden. Geringe Eintrittsgeschwindigkeit  $c_e = 0,3$  bis  $0,5$  bis  $0,75$  m/sek. Eintrittsschwelle  $0,3$  bis  $0,5$  m über Flußsohle zwecks Fernhaltung des Geschiebes. Grobrechen: gebrauchte Eisenbahnschienen, 300 bis 400 mm Teilung, gegen U-Eisenschwelle N.P. 30 sich stützend. Bedienungssteg und Zugang hochwasserfrei.

Grabeneinlaßschütze, gegen Hochwasser abschließend, bei großer Tiefe mit Hochwasserschild. Schwellenhöhe durch Stauanlage gegeben. Durchflußgeschwindigkeit etwa  $0,75$  m/sek, damit lichte Weite folgend. Unter 3 m Wassertiefe und innerhalb 4 m lichte Weite einfache Holztafeln (Eiche,  $k_b = 100$  bis  $120$  kg/cm<sup>2</sup>), bei größerer Wassertiefe zwei oder mehrere Tafeln übereinander, Antrieb unabhängig voneinander oder Kupplung der Tafeln. Schwierigere Abdichtung eiserner Tafeln.

Widerstand = Eigengewicht + Reibung. Rückichtlich Anfrriers  $\mu = 0,3$  und mehr. Verminderung der Reibung durch Rollen. Antrieb von Hand oder elektrisch vom Maschinenhause aus (mit Handhilfshubwerk) oder hydraulisch (Sicherung gegen Einfrieren der Druckflüssigkeit).

Grabensohle ab Einlaßschwelle stark fallend auf Schwellenhöhe der Kiesel- schütze (Querschnittsvergrößerung, Geschiebeabsetzung) mit folgender plötzlicher Erhebung auf normale Sohlentiefe. Entstehende Stufe etwa  $\frac{1}{2}$  m hoch, scharfkantig.

(916) Obergraben im Abtrag oder Auftrag mit Trapezquerschnitt (mittlere Breite des Wasserquerschnittes ungefähr doppelter Tiefe), gemauert oder betoniert mit Rechteckquerschnitt (Breite gleich doppelter Tiefe), Sohlengefälle mit errechnetem Wasserspiegelgefälle übereinstimmend: gleichförmige Bewegung im Falle unveränderlicher Breite. Reichlich breiter Überfall mit gut abgerundeter Kante zur Begrenzung der Anschwellung des Wasserspiegels infolge plötzlicher Minderung oder Unterbrechung der Wasserverarbeitung bzw. zwecks Sicherstellung des Wasserbezuges für den Unterlieger. Unter Vernachlässigung der Zuflußgeschwindigkeit und Kontraktion

durch 1 m Breite sind abtragbar  $Q = \frac{2}{3} \cdot 0,90 \cdot 4,43 h \sqrt{h} \approx 2,6 h \sqrt{h} \text{ m}^3/\text{sek.}$

Verminderung von  $h$  durch den Saugüberfall: Heberrohr mit rechteckigem Querschnitt, derjenige für Eintritt in Höhe Überfallkante liegend. Vgl. Schw. B. 1911, Bd. 57, Heft 25 u. Bd. 58, Heft 15 sowie Ludin, a. a. O., II. Bd., S. 860ff.

Leerschütze mit Oberkante in Höhe der Überfallkante zum Absenken des Wasserspiegels und Ablassen des Obergrabens, möglichst nach Wildbett, andernfalls nach dem Untergraben. Einteilige oder zweiteilige Tafel zum Zweck des Eisablassens. Absturzhöhe behufs Schonung der Ufermauern unterteilt: Wasserkissen mit Überfällen und Entleerungsöffnungen am Boden. Je nach dem Eisbetrieb Lichtweite zwischen 1 und 4 m.

Feinrechen, 10 bis 15 bis 20 mm Lichtweite (gesetzliche Vorschriften); bei Propeller- und Kaplan-turbinen ist wegen deren großen Schaufelspaltes und Kanalweite eine größere Lichtweite zugelassen: erleichterte Eisabführung. Flachrechen 5 bis 10 mm stark, Höhe berechnen ( $k_b \approx 1200 \text{ kg/cm}^2$ ) an Hand des Wasserdruckes auf die versetzte Rechenfläche, die abhängig ist von der Wassergeschwindigkeit (0,3 bis 0,5 m/sek durch freie Rechenfläche). Die Breite, bei offenen Turbinen durch Einbau (Kammerweite und Pfeilerstärke) gegeben, bestimmt die Wassertiefe am Rechen und damit die Schwellenhöhe. Über derjenigen der Leerschütze liegend: Sandfang. Statt Rechteckquerschnitt auch Fischbauchprofil der Dillinger Hütte, (Festsetzen der Schwemmsel), oder Trapezquerschnitt mit abgerundeten Kanten oder das durch D. R. G. M. geschützte Profil (Gelpke, Ausführung von Amme, Giesecke & Konegen, A.-G. in Braunschweig). Vgl. Z. 1913, S. 567 ff. Verbindung der Stäbe durch Bolzen und Futteringe zu Feldern von 200 bis 300 kg Gewicht. Verbindungsschrauben außerhalb der Stabmitte, wasserabwärts gesehen, und nicht in Höhe des normalen Wasserspiegels rücksichtlich Reinigung. Aus diesem Grunde auch Schrägstellung der Stäbe ( $\text{tg } \alpha = 0,4$  bis 0,6). Rechenfläche schräg gestellt, nach Leerschütze weisend (Selbstreinigung). Volle Ausnutzung durch Anordnung vor und nicht zwischen den Mauerpfeilern. Rechen gegen Holm des Podiums sich stützend, das hochwasserfrei liegt. Andernfalls und ev. rücksichtlich der Reinigung bei großer Stablänge ein Zwischenpodium mit Hochwasserschild. Über Rechenreinigung s. Z. 1926, S. 1483 und Gefällverlust am Rechen vgl. Z. 1926, S. 1486. Vgl. auch Mitt. Hydr. Inst. München, H. 2, S. 96 ff. u. H. 1, S. 21. Verhinderung des Eisansatzes durch Berieseln mit Grund- oder Abwasser (Spritzrohr längs des Rechens, Lochteilung = Stabteilung). Oder elektrische Beheizung der Rechenstäbe. Eine Wassergeschwindigkeit von 0,3 m/sek durch die Nettorechenfläche soll gegen Vereisung schützen. Stabenden entweder unter Stauspiegel endigend oder, wenn vorstehend, mit Bohlenverkleidung versehen. Bohlenabdeckung mit Längsfaser entlang dem Rechen. Ablaufschlitze nach dem Rechen. Breite des Podiums entsprechend dem Gebrauche des u. U. langen Putzrechens.

Einlaßschütze, wie die am Grabeneinlauf als Hubschütze (Holz, Eisen) oder als Drehschütze (leichter zu betätigen, weniger Platz beanspruchend, Getriebeteile unter Wasser, Durchlaß verengend).

(917) Diese für Nieder- und Mitteldruckanlagen erforderlichen Einrichtungen sind auch bei Hochdruckanlagen für die Wasserführung zwischen Fassung und Wasserschloß unentbehrlich. Unter Umständen geschlossener Kanal: Betonröhren, in Fels gesprengte Stollen (drucklos, ev. mit Überläufen oder unter Druck stehend, mit Kaminen oder Steigrohren zwecks Milderung der Druckanschwellungen). Einlaufkammer für den Druckrohranschluß: das Podium über höchstem Wasserstand (Pendeln), die Sohle möglichst tief (Wasserreserve mit Sammelrinne für das Leckwasser durch die Schütze). Stetige Ablenkung nach konisch verjüngtem Einlauf (gut abgerundete Kanten).



Einlaufstück, einbetoniert, mit Ausdehnungsstopfbüchse. Rohrleitung Gußeisen bis 750 mm lichter Durchmesser und für mäßige Gefälle: Beanspruchung 120 bis 150 kg/cm<sup>2</sup>, Verstärkung der Form- und Abzweigstücke (Probedruck  $\geq$  doppelter Betriebsdruck). Sonst Flußeisen oder -stahl, genietet oder geschweißt; Blechbeanspruchung 600 bis 800 kg/cm<sup>2</sup>, Rostungszuschlag bis 2 mm, Festigkeit der Schweißstelle das 0,75 bis 0,80fache derjenigen der Bleche. Ev. Eisenbeton oder Holz<sup>1)</sup>. Verbindung bei Gußeisen und nahtlosen schmiedeeisernen Röhren durch Muffen, bei schmiedeeisernen oder Gußröhren für 100 bis 150 m Druckhöhe durch Flanschen, glatt oder mit Auf- und Eindrehung oder beiderseits eingedreht (selbstdichtend: Gummi). Kleine Ablenkungen durch schief abgeschnittene Ringe oder Keilkränze (Gebr. Sulzer, Winterthur.) Lagerung auf Mauersockel und Gleitsattel oder Rolle. Durchlaufende Mauer bei steilen Leitungen. Unterteilung langer Leitungen: Fixpunkte in 200 bis 400 m Entfernung durch Einbettung in schwere Betonklötze und nachgiebiges oberes Ende mittels Ausdehnungs-(Stopfbüchse)muffen. Fixpunkte in Ablenkungspunkten der Leitung, dazwischen gerader Verlauf, andernfalls Hintermauerung oder pendelnde Stützen in Ablenkungspunkten. Mannlöcher, Belüftungs-, Füll- und Entleerungsvorrichtung. Leerschieber ohne Umlaufleitung,  $\frac{1}{50}$  bis  $\frac{1}{25}$  des Querschnittes der Druckleitung. Abschlußvorrichtung am Ende durch Schieber oder Drosselklappe (leichter beweglich, weniger dicht. Zwecks Beschränkung der Abmessungen die Achse mit  $k_b = 600$  bis  $800$  kg/cm<sup>2</sup> berechnen). Antrieb von Hand, elektrisch oder hydraulisch (Reibungswiderstand mit  $\mu = 0,3-0,5$ ). Vgl. auch (521).

Wassergeschwindigkeit in der Rohrleitung ist verschieden je nach Gefälle und zugelassenem Gefällverlust, nach Transport- und Aufstellungsmöglichkeit, zwischen 1,25—3 m/sek. Durch das Absperrorgan an der Turbine höchstens  $\frac{1}{4} \sqrt{2gH}$  bei Schiebern, bei Drosselklappen weniger.

Automatisch wirkender Rohrabschluß zur Sicherung gegen Brüche der Leitung oder der Turbine, im oberen Teile ersterer. Die Massenwirkung bei Bemessung der Wandstärke beachten<sup>2)</sup>, wenn diese nicht durch Kamine, Steigrohre mit Überlauf oder vom Geschwindigkeitsregler beherrschte Freilaufventile unschädlich gemacht wird.

Die Untergrabentiefe an der Turbine ist durch das Saugrohr bedingt, (946) und (952). Vorspringende Pfeiler mit Falzen zum Abdichten durch Dammbalken. Horizontale Sohle, Tiefe durch Breite und Wassergeschwindigkeit  $c_s$  bedingt, gegen Grabenende allmählich auf die Sohle des Flußbettes ansteigend.

Pegel für Ober- und Unterwasser an der Turbine. Ev. Wasserstandsanzeiger für das Unterwasser (Schwimmer oder pneumatisch). Sicherstellung gleichbleibenden Wasserabflusses durch Wasserstandsregler (984).

<sup>1)</sup> Wasserkraft-Jahrbuch 1924, S. 355 u. ff.; Die Wasserkraft 1921, H. 6; Z. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1924, H. 21/22; Schw. Wasserwirtschaft 1923, Nr. 4, Schw. B. 1924, Nr. 4 und ETZ 1927, S. 1772.

<sup>2)</sup> Vgl. hierüber Alliévi, Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen, deutsche Ausgabe bearbeitet von Dubs und Bataillard, Berlin: Julius Springer 1910; Budau, Druckschwankungen in Turbinenleitungsrohren, Wien: Speiß 1905 und Z. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1905, S. 417 ff.; Braun, Druckschwankungen in Rohrleitungen, Stuttgart: Konrad Wittwer 1909; Prášíl, Wasserschloßprobleme. Schw. B. Bd. 52, Nr. 21 ff.; Utard, Die bei der Turbinenregulierung auftretenden sekundären Erscheinungen, bedingt durch die Massenträgheit des zufließenden Arbeitswassers, D. p. J. 1909, S. 402 ff.; Hemmeler in Z. 1909, S. 1229 ff.; Forchheimer ebendas. 1912, S. 1291 und 1913, S. 545; Hutzelsieder, Der Steigschacht, Z. f. d. g. T. 1911, S. 4 ff.; Grammel, Zur Theorie der Schwingungen im Wasserschloß, ebendas. 1913, S. 129; Kröner, Zur Dimensionierung der Druckstollenausgleichbehälter für Wasserkraftwerke, Gas u. Wasser 1911, S. 341 ff.; die experimentellen Untersuchungen von Watzinger und Nissen, Z. 1912, S. 228 ff. Braun, Berechnung von Wasserschlossern, Z. 1926, S. 964; Schoklitsch, Über die Bemessung von Wasserschlossern, Wasserkraft-Jahrbuch 1925/26, S. 214 u. ff. und Leiner, Schwingungen im Wasserschloß, Z. 1926, S. 1637. Über Entlastungskonstruktionen s. Z. f. d. g. T. 1907, S. 545 (Sicherheitsventil); Z. 1909, S. 392 (Standrohr); 1905, S. 994; 1909, S. 1110; 1914, S. 1534 ff. (Druckregler); ferner die oben genannten Veröffentlichungen von Budau, Thomann, Wasserturbinen, und Wasserkraft-Jahrbuch 1924, S. 369 u. ff.

## Gefälle.

(918) Das für die Leistung der Wasserkraftmaschinen maßgebende Gefälle  $H$  ist gleich dem Gesamtgefälle abzüglich aller durch die Wasserführung bedingten Gefällverluste; die im ankommenden Wasser enthaltene und die für den Abfluß aufzuwendende Bewegungsenergie sind zu berücksichtigen<sup>1)</sup>. Hiernach ist an Hand der Abb. 37 der Höhenunterschied zwischen  $A$  und  $B$  die aufzuwendende Druckhöhe zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit, sofern die Wassergeschwindigkeit im Flußlauf hierzu nicht herangezogen wird, und zur Überwindung des Eintrittswiderstandes, also

$$\overline{BC} = (1 + \zeta_0) \frac{c_0^2}{2g}$$

Der Höhenunterschied zwischen  $B$  und  $E$  ist das Widerstandsgefälle im Obergraben, sofern  $c_0 = c_e =$  konstant ist, bzw. derjenige zwischen  $B$  und  $E_1$  ist die Summe von Widerstands- und Beschleunigungsgefälle, wenn die Geschwindigkeit derart zunimmt, daß  $c_{e1} > c_e$ .

Im Untergraben ist das Widerstandsgefälle  $= \overline{GJ}$  und die zur Erzeugung der Abflußgeschwindigkeit aufzuwendende Druckhöhe

$$\overline{KF} = \frac{c_a^2}{2g}; \text{ es folgt somit}$$

$$H = \frac{c_0^2}{2g} + \overline{EK} = \frac{c_e^2}{2g} + \overline{EF} - \frac{c_a^2}{2g}, \text{ sofern } c_0 = c_e = \text{konst.}, \text{ und}$$

$$H = \frac{c_e^2}{2g} + \overline{E_1K} = \frac{c_{e1}^2}{2g} + \overline{E_1F} - \frac{c_a^2}{2g},$$

wenn  $c_{e1}$  die Geschwindigkeit des in  $E$  ankommenden Wassers ist.

Nur für  $c_a = c_e$  ergibt sich das an der Kraftmaschine verfügbare Gefälle als Wasserspiegelhöhenunterschied an ihr zwischen den Querschnitten, in denen die Wassergeschwindigkeiten  $c_e = c_a$  sind.

In vielen Fällen ist  $c_a$  wenig von  $c_e$  verschieden, so daß mit dem Höhenunterschied der Wasserspiegel als Gefälle an der Kraftmaschine gerechnet werden darf.

Die Zuflußgeschwindigkeit  $c_e$  wird bisweilen für Eintrittszwecke nur mangelhaft ausgenutzt, der Verlust ist zu Lasten der Kraftmaschine zu setzen; dagegen wird bei gewissen Anordnungen das Wasser dem Untergraben mit richtiger Geschwindigkeit nach Größe und Richtung zugeführt; die Höhe  $\overline{KF}$  ist dem Motor gutzuschreiben.

Bei Zuführung mittels Rohrleitung ist der mit dieser verknüpfte Verlust, (909), wenn er nicht zu Lasten der Kraftmaschine geht, wie es meist der Fall ist, auszuschalten; es wird der hydraulische Druck an der Turbine gemessen mittels Flüssigkeits- oder Federmanometers. Vgl. Z. 1911, S. 1414 (Differentialflüssig-

<sup>1)</sup> Bach, Z. 1872, S. 289f., sowie „Die Wasserräder“, Stuttgart: Konrad Wittwer 1886, Camerer, Z. 1906, S. 1994, und Z. f. d. g. T., 1906, S. 395.



keitsmanometer), 1912, S. 218 (registrierendes Röhrenfeder-Manometer). Die Zurechnung der Geschwindigkeitshöhe gibt die nutzbare Druckhöhe im Einlauf; der andere Teil des Gefälles, vom Einlauf bis Unterwasserspiegel, ist leicht bestimmbar.

Das Gefälle selbst ist mit der Wassermenge derart veränderlich, daß mit Zunahme letzterer das Gefälle abnimmt und umgekehrt. Bei Stauanlagen steigt mit zunehmender Wassermenge der Unterwasserspiegel rascher an als der Oberwasserspiegel, das Gefälle nimmt ab. Zur Erhöhung des mit zunehmender Wassermenge abnehmenden Gefälles werden mit Erfolg Gefällvermehrer (Herschel), Ejektorschützen und ähnlich wirkende Einrichtungen angewendet. Vgl. Z. 1906, S. 1825 u. ff.; Z. f. d. g. T. 1907, S. 185 u. ff., 1908, S. 524 u. ff. Bei abnehmender Wassermenge sinkt Oberwasserspiegel langsam und verbleibt schließlich (vom Abarbeiten abgesehen, im Falle die verarbeitete Wassermenge vorübergehend größer ist, als die vom Flußlauf dargebotene) in Wehrkronenhöhe, während der Unterwasserspiegel unabhängig vom Oberwasserspiegel weitersinkt, das Gefälle nimmt zu.

## Unterschied zwischen Wasserrädern und Turbinen.

(919) Das im Wasser enthaltene Arbeitsvermögen ist

$$A = 1000 Q H,$$

mit  $Q$  = sekundliche Wassermenge in  $m^3$ ,  $H$  = Gefälle in m.

Das Wasser sinkt entweder mit nahezu gleichförmiger und geringer Geschwindigkeit von der Höhe  $H$  herab, Zellen füllend und auf diese drückend: Wirkungsweise des Wassers durch sein Gewicht in Wasserrädern<sup>1)</sup> — Ausnutzung der potentiellen Energie des Wassers —, oder es trifft mit einer dem nutzbaren Gefälle  $H$ , oder einem Teil desselben entsprechenden Geschwindigkeit auf Ablenkungsflächen (gekrümmte Schaufeln), durch diese eine Ablenkung erfahrend und damit auf sie einen (Strahl)druck ausübend: Wirkungsweise des Wassers vermöge seiner Geschwindigkeit in Turbinen — Ausnutzung der kinetischen Energie —. Vgl. Beispiele (913).

Der der Höhe  $H$  entsprechende hydrostatische Druck kann auch auf den in einem Zylinder hin und her gehenden Kolben wirken und damit durch einen Kurbelmechanismus die für Kraftmaschinen geeignete Drehbewegung erzeugt werden: Wirkungsweise des Wassers in Wassersäulenmaschinen (Umkehrung der Kolbenpumpen).

## Turbinen<sup>2)</sup>.

(920) Elemente der Turbinen:

1. der Leitapparat oder das Leitrad, bestehend entweder aus unbeweglichen, in Eisen oder Stahl eingegossenen, schmiedeeisernen oder Stahlblechschaufeln oder aus drehbaren Leit-schaufeln, je nach Wassergeschwindigkeit und Abmessungen aus Gußeisen, Stahlguß oder Bronze bestehend, oder aus einem bzw. mehreren Leitkanälen, die mittels Stempels oder Zungenschiebers oder mittels Nadel reguliert bzw. geschlossen werden;

<sup>1)</sup> C. Bach, Die Wasserräder, II. Teil. Stuttgart: Konrad Wittwer 1886.

<sup>2)</sup> Nach Thomann, Wasserturbinen. Stuttgart: Konrad Wittwer 1908 und 1924.

Vgl. außerdem:

Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1912.

Gelpke, Turbinen und Turbinenanlagen. Berlin: Julius Springer 1906.

Camerer, Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen. Leipzig und Berlin: Wilhelm Engelmann 1924.

2. das Laufrad aus Gußeisen, Stahlguß oder Bronze mit ebensolchen Schaufeln oder eingegossenen Stahlblechschaufeln;
3. die Welle, aus Flußstahl, massiv, oder aus Gußeisen bzw. Stahlguß, hohl, ev. mit Standsäule oder Tragstange (stehend);
4. der Spurzapfen zum Abfangen der in Richtung der Achse wirkenden Kräfte sowie Führungslager der Turbinenwelle und
5. Vorrichtungen zum Regulieren (vgl. unter 1).

Nach Richtung des dem Laufrade zufließenden Wassers unterscheidet man Axial- und Radialturbinen, je nachdem die Wasserteilchen den Spalt zwischen Leit- und Laufrad auf Rotationszylindern um die Achse oder in Ebenen senkrecht dazu überschreiten. Zwischenstufen stellen die Konus- und die Diagonalturbinen dar. Die Spaltfläche ist bei Axialturbinen im allgemeinen eben, bei Radialturbinen zylindrisch. Bei diesen kann außerdem das Wasser am äußeren oder inneren Umfang des Laufrades eintreten: Radialturbinen mit äußerem oder innerem Leitrad bzw. äußerer oder innerer Beaufschlagung.

Hinsichtlich der hydraulischen Wirkung des Wassers ist zu unterscheiden zwischen Reaktions- oder Überdruckturbinen und Aktions-Druck- oder Freistrahlturbinen. Bei ersteren ist die Wassergeschwindigkeit beim Durchgang durch den Spalt kleiner als die Gefällgeschwindigkeit; es ist ein auf Vermehrung der relativen Wassergeschwindigkeit hinwirkender Überdruck (Pressung) vorhanden, das Wasser leistet Arbeit durch Änderung der Richtung und Größe seiner relativen Geschwindigkeit. Bei den Freistrahlturbinen dagegen ist das gesamte nutzbare Gefälle in Geschwindigkeit umgesetzt, die Wasserpressung beim Eintritt in das Laufrad ist Null, das Wasser leistet Arbeit nur vermöge der Richtungsänderung seiner relativen Geschwindigkeit, wenn vom Einflusse des Bewegungswiderstandes im Laufrade und der Gewichtswirkung des Wassers innerhalb des Laufrades abgesehen wird. Je nachdem hierbei das Wasser die Laufradzellen vollständig ausfüllt oder sie in einem Strahle, nur eine Fläche der Schaufel berührend, durchfließt, spricht man von Grenzturbinen oder von Strahltriebwerken.

Das Wasser wird dem Laufrad entweder auf dessen ganzem Umfang zugeführt: Vollturbinen (Überdruckturbinen) oder nur auf einem Teil derselben: Partialturbinen (Freistrahlturbinen).

Durch Teilung der Eintrittsbreite, sei es zwecks gesicherter Wasserführung oder aus konstruktiven oder anderen Gründen, erhält man mehrkränzige Axialturbinen oder mehretägige Radialturbinen. Durch Verteilung der Wassermenge auf zwei oder mehrere auf derselben Welle sitzende Laufräder entstehen Zwillings- oder mehrfache Turbinen.

Wenn die Turbinenleistung dem veränderlichen Kraftbedarf oder der verfügbaren Wassermenge durch Änderung der Durchflußquerschnitte angepaßt werden kann, spricht man von Regulier- oder regulierbaren Turbinen.

Hinsichtlich der ersten konstruktiven Durchbildung in Verbindung mit der hydraulischen Wirkung des Wassers bezeichnet man die mit Überdruck arbeitende Axialturbine als Jonval-Turbine (zuerst von Henschel & Sohn, 1837, in Kassel gebaut und kurz darauf dem Werkmeister Jonval in Mülhausen durch französisches Patent geschützt), die ohne solchen arbeitende Druckturbine als Girard-Turbine, die mit Überdruck und äußerem Leitrad arbeitende Radialturbine als Francis-Turbine und die Radialturbine mit innerem Leitrad in Anordnung mit stehender Welle ganz allgemein als Fourneyron-Turbine (1829)<sup>1)</sup>. Die teilweise, innen beaufschlagten Freistrahlturbinen in Ausführung mit horizontaler Achse heißen nach ihrem ersten Erbauer Schwamkrug-Turbinen.

<sup>1)</sup> Die Konstruktion mit Wasserzuführung von oben rührt von Fourneyron, diejenige mit unterer Beaufschlagung von Nagel her.



Die teilweise, außen beaufschlagten Freistrahlturbinen, in denen das Wasser ähnlich wie bei einer doppelten Axialturbine (Ablenkung des Wasserstrahles um nahezu  $180^\circ$ ), arbeitet, werden als Pelton-, Löffel- und Becherturbinen bezeichnet. Und schließlich sind noch zu nennen die Kaplan-turbine mit einem Leitrad, entsprechend der Francisturbine, und einem aus 4—6—8 verstellbaren Flügeln bestehenden Laufrad und vorwiegend axialer Durchflußrichtung. Im Falle nicht drehbarer Laufradschaufeln spricht man von Propellerturbinen.

### Bezeichnungen.

(921) Es bezeichne mit Bezugnahme auf Abb. 38 bis 41 durch Index

- $e$  einen beliebigen Punkt im Eintrittsquerschnitt  $F_e$ ,  
 $a$  „ solchen im Austrittsquerschnitt  $F_a$ ,  
 $0$  „ „ „ Leitradaustritt  $F_0$  bzw.  $f_0^1$ ),  
 $1$  „ „ „ Laufradeintritt  $F_1$  bzw.  $f_1$ ,  
 $2$  „ „ „ Laufradaustritt  $F_2$  bzw.  $f_2$ ,  
 $3$  „ „ „ Saugrohereintritt  $F_3$  vgl. (946) und (952),  
 $4$  „ „ „ Saugrohr Austritt  $F_4$ . Hierbei sind  $F_e, F_a, F_3$  und  $F_4$  normal zur Längsrichtung des Kanales oder Rohres, die Querschnitte  $F_0, F_1$  und  $F_2$  normal zu der auf der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  senkrechten Geschwindigkeit  $c_m$  für die gesamte Wassermenge zu rechnen.  $f_0, f_1$  und  $f_2$  sind die Querschnitte je für einen Kanal, und zwar versteht sich  $f_0$  senkrecht zu  $c_0$ ,  $f_1$  und  $f_2$  bzw. senkrecht zu  $w_1$  und  $w_2$ .

Index  $I$  versteht sich für die auf 1 m Gefälle bezogene Größe.

Ferner bezeichne

$Q$  die Wassermenge in  $m^3/\text{sek}$ , und insbesondere die bei voller Beaufschlagung verarbeitete Wassermenge,

$Q_I$  die Wassermenge in  $m^3/\text{sek}$  für 1 m Gefälle,

$Q_n$  die Normalwassermenge in  $m^3/\text{sek}$ , die der Bedingung stoßfreien Eintrittes entspricht:  $\beta_0 = \beta_1$ ,

$G$  die Wassermenge in  $kg/\text{sek}$ , also  $G = Q\gamma$ ,

$\gamma$  das spezifische Gewicht des Wassers in  $kg/m^3$ ,

$g$  die Beschleunigung infolge der Schwerkraft,

$M$  die sekundliche Wassermasse, also  $M = \frac{G}{g} = \frac{Q\gamma}{g}$ ,

$H$ , mit entsprechendem Index, die Höhenlage des betrachteten Punktes über einer beliebig gewählten, unterhalb der Anlage befindlichen Horizontalfläche gleich dem (potentiellen) Arbeitsvermögen für 1 kg Aufschlagwasser, bezogen auf diese,

$p$  die Wasserpressung in  $kg/m^2$ ,

$h$  die dieser Pressung entsprechende Wassersäule in m; es ist  $h = \frac{p}{\gamma}$

und weiter  $\frac{G}{\gamma} p_e = Q p_e$  das Arbeitsvermögen des Druckes im Punkte  $e$ ,

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,

$U$  die Umfangsgeschwindigkeit in  $m/\text{sek}$ ,

$C$  die absolute Wassergeschwindigkeit in  $m/\text{sek}$ ,

$C_u$  die Umfangskomponente der absoluten Wassergeschwindigkeit in  $m/\text{sek}$ ,

$C_m$  die Meridiankomponente der absoluten Wassergeschwindigkeit in  $m/\text{sek}$ ,

Abb. 39  
und 40

<sup>1)</sup> Nach Thomann unmittelbar vor dem Laufradeintritt liegend.





- $N$  die an der Turbine verfügbare Leistung in PS; es ist  $N = \frac{1000QH}{75}$ ,  
 $\varepsilon$  den hydraulischen Wirkungsgrad der Turbine,  
 $N_\varepsilon$  deren hydraulische Leistung in PS, also  $N_\varepsilon = \varepsilon N$ ,  
 $\eta_m$  den mechanischen Wirkungsgrad der Turbine, von der Beaufschlagung abhängig,  
 $\eta$  den Gesamtwirkungsgrad der Turbine, also  $\eta = \eta_m \cdot \varepsilon$ ,  
 $N_e$  die effektive Turbinenleistung in PS, also  $N_e = \eta N$ ,  
 $N_g$  die gesamte verfügbare Leistung der Anlage, d. i.  $N_g = \frac{1000QH_g}{75}$ , also  
 $H_g$  das Gesamtgefälle in m,  
 $n$  die Umlaufzahl in der Minute,  
 $n_s$  die spezifische Umlaufzahl, d. i. die bei  $H = 1$  m erzielte Umlaufzahl einer Turbine von 1 PS Leistung, vgl. (965); es ist

$$n_s = \frac{1}{\sqrt[4]{H^3}} \cdot n \sqrt{N} = n_1 \sqrt{N_1}$$

- $a$  die Schaufelweite,  
 $b$  die effektive, d. i. die senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit und zur Umfangsgeschwindigkeit gemessene Schaufelbreite,  
 $B$  die konstruktive Schaufelbreite,  
 $\Delta b$  und  $\Delta B$  die entsprechenden Werte für eine Teilturbine bzw. Wasserstraße,  
 $D$  den Durchmesser und insbesondere  
 $D_1$  den Laufrad-Eintrittsdurchmesser,  
 $D_2$  den Laufrad-Austrittsdurchmesser, d. i. der doppelte Schwerpunktsabstand der effektiven Schaufelbreite  $b_2$  von der Turbinenachse,  
 $D_3$  und  $D_4$  der dem Punkte 3 zugehörige bzw. der Saugrohrdurchmesser,  
 $z$  mit Index die Schaufelzahl,  
 $s$  die Schaufeldicke,  
 $t$  die Teilung (auch die Zeit in Sekunden).

Ferner bezeichne (nach Thomann)

- $h_p$  den dem Überdrucke entsprechenden, auf Vermehrung der Relativgeschwindigkeit hinwirkenden Gefällanteil,  
 $H_o$  den dem gesamten Widerstand entsprechenden Gefällanteil, mit Index die Widerstandshöhe innerhalb der bezeichneten Wegstrecke,  
 $H_i = H - H_o$  das indizierte Gefälle, das gleiche hydraulische Leistung wie  $H$  ergibt, wenn Widerstände fehlen,  
 $C_p, C_o$  und  $C_i$  die entsprechenden (tatsächlichen) Geschwindigkeiten,  
 $c, u, w$  usw. die spezifischen, mit  $\sqrt{2gH}$  dividierten tatsächlichen Geschwindigkeiten, s. (922).

(922) Das an der Turbine vorhandene Gefälle ist gleich der Summe aus Druckgefälle, bis Leitradaustritt oder Laufradeintritt sich verstehend, Radgefälle, der zwischen Laufradein- und -austritt liegende Gefällanteil, im allgemeinen in Ansehung des Gesamtgefälles gering und vernachlässigbar, und aus Sauggefälle, zwischen Laufradaustritt und Unterwasser, wenn die Verbindung der Turbine mit diesem durch ein Saugrohr erfolgt. Abb. 38. Vgl. auch (946) und (952). Die innerhalb dieser Einzelwege auftretenden Verluste werden entweder in Teilen des Gefälles ( $H_o = \rho \cdot H$ ) oder in Teilen der im betrachteten Querschnitt vorhandenen Geschwindigkeitshöhe ( $H_o = \zeta \frac{C^2}{2g}$ ) ausgedrückt. Es kommen folgende Verluste in Betracht:

1. Weg vom Oberwasser bis Leitradaustritt: Fehlende oder nur teilweise erfolgende Ausnutzung der Zuflußgeschwindigkeitshöhe  $\frac{C_e^2}{2g}$  bzw.  $\frac{C_e^2}{2g}$ .

Abb. 38, für offene bzw. geschlossene (Gehäuse-) Turbinen; der Verlust ist im allgemeinen mit Ablenkung und Wirbelung verknüpft, er ist für gut ausgeführte Spiralturbinen  $\left(\max C_e = \frac{1}{4} \sqrt{2gH}\right)$  am kleinsten, etwa 1% des Gefälles, und steigt bis auf etwa 3% für Kesselturbinen mit zentralem Einlauf, Abb. 38. Ferner Eintrittswiderstand in das Leitrad infolge Kontraktion, gemildert durch Abrundung der Kränze und Schaufelenden sowie Reibungswiderstand, längs des Leitkanales veränderlich; proportional  $\frac{U}{F} dL$ , deshalb wenig und kurze Schaufeln.

Das Thomannsche Näherungsverfahren bestimmt den Verlust als Summe der für  $\frac{L}{2}$  (des mittleren Wasserfadens) folgenden Einzelverluste mit den beim Ein- und Austritt vorhandenen Werten; nach ihm folgt für mittlere Verhältnisse der Verlust zu 1,5 und 3,2% für die Überdruck- bzw. Freistrahlturbine.

Krümmungswiderstand, proportional  $\frac{\text{Strahldicke}}{\text{Krümmungshalbmesser}}$ , mit wachsender Schaufelzahl und zunehmendem Krümmungshalbmesser abnehmend. Thomann empfiehlt Bestimmung des Verlustes in der Weise, daß die für die halben Ablenkungswinkel ermittelten Verluste mit den für Ein- und Austritt vorliegenden Größen addiert werden; für mittlere Verhältnisse beläuft sich der Krümmungsverlust auf etwa 3 und 6,5% für die Überdruck- bzw. Freistrahlturbine. Zwischen den rücksichtlich Geringhaltung des Reibungs- und Krümmungswiderstandes sich widersprechenden Forderungen wird vermittelt derart, daß scharfe Krümmungen durch entsprechende Bemessung der Kanallänge (Radhöhe bzw. Tiefe) vermieden werden, und die stärkere Krümmung in die Gegend kleiner Geschwindigkeit verlegt wird. Im übrigen erfolgt die Formgebung in der Weise, daß eine stetige und rasche Querschnittsverminderung nach dem Austritt hin erfolgt: Vermeidung langer Schläuche.

2. Übergang vom Leitrad ins Laufrad, Durchgang durch den Schaufelspalt: Verlust infolge plötzlicher Änderung der Geschwindigkeit nach Größe und u. U. auch nach Richtung. Ersterer ist nach Borda-Carnot, (908), zu berechnen, letzterer ist vorhanden infolge der endlichen Schaufelstärke bzw. bei nicht normalem Gange der Turbine: Stoßverlust. Wasserverlust durch den Kranzspalt zwischen Leit- und Laufrad.

3. Durchgang durch das Laufrad: der Eintrittsverlust ist im Falle abgerundeter Schaufelkante gering. Bestimmung des Reibungsverlustes der für das Leitrad entsprechend, abhängig von der Größe des Überdruckes; sofern dieser etwa 0,45  $H$ , beläuft sich der Verlust für die Überdruckturbine auf etwa 1,5% und für die Freistrahlturbine (Strahl auf nur 3 Seiten begrenzt) auf ungefähr 0,7%.

Auch der Krümmungsverlust wird wie beim Leitrade bestimmt, nach Thomann unter Zugrundelegung des absoluten Strahles; der Verlust stellt sich auf etwa 3%.

4. Austritt aus dem Laufrade, Eintritt ins Saugrohr: plötzlicher Querschnittsübergang infolge endlicher Schaufelstärke; Milderung des nach Borda-Carnot, (908), zu berechnenden Verlustes und Besserung der Wasserführung durch verschieden starke (Guß)schaufel.

5. Durchgang durch das Saugrohr und Austritt aus diesem: Reibungsverlust und ev. Krümmungsverlust, Verlust infolge unvollkommener Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck (Wirbelung) und zufolge der mit Luftausscheidung verknüpften mangelhaften Saugwirkung, vgl. unter Saugrohr.



6. Übergang vom Saugrohrabstrittsquerschnitt  $F_4$ , Abb. 38, nach dem Unterwasserquerschnitt  $F_a$  an der Turbine: Reibungs- und Wirbelverluste. Durch Addition der auf diese 6 wichtigen Wasserwege angewendeten Bernoullischen Gleichungen, nämlich

$$\frac{p_z}{\gamma} + \frac{C_z^2}{2g} + H_d - z = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + \varrho_0 H,$$

mit  $z$  = Tiefe unter Flüssigkeitsspiegel,

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + \varrho_1 H$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g} + \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} + H_r = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g} + \varrho_2 H$$

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + \varrho_3 H$$

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + H_s + y = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + \varrho_4 H,$$

mit  $y$  = Tauchtiefe des Saugrohres,

$$\frac{p_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + y_a - y = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{C_a^2}{2g} + \varrho_5 H,$$

sofern  $y_a$  = Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel. Unter Beachtung, daß

$$\frac{p_z}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + z \quad \text{und} \quad \frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + y_a$$

folgt

$$H_d + H_r + H_s + \frac{C_z^2}{2g} - \frac{C_a^2}{2g} = H = \frac{C_1^2}{2g} - \frac{C_2^2}{2g} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{W_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} + (\varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \varrho_4 + \varrho_5) H$$

$$2g H (1 - \Sigma \varrho) = C_1^2 - C_2^2 + W_2^2 - W_1^2 + U_1^2 - U_2^2 = 2g (H - \Sigma H_0).$$

Mit  $H - \Sigma H_0 = H_t$  = indizierte Gefällhöhe und  $\varepsilon = \frac{H_t}{H}$  = hydraulischer Wirkungsgrad folgt die Ponceletsche Grundgleichung der Turbinentheorie

$$\varepsilon \cdot 2g H = C_1^2 - C_2^2 + W_2^2 - W_1^2 + U_1^2 - U_2^2$$

und

$$\varepsilon \cdot 2g (xH) = (\sqrt{x}C_1)^2 - (\sqrt{x}C_2)^2 + (\sqrt{x}W_2)^2 - (\sqrt{x}W_1)^2 + (\sqrt{x}U_1)^2 - (\sqrt{x}U_2)^2$$

unter der mit großer Genauigkeit zulässigen Annahme, daß die  $\varrho_i$  konstant und damit die Einzelwiderstände dem Gefälle proportional sind, so daß dies auch mit  $\Sigma H_0$  zutrifft und  $\varepsilon$  als vom Gefälle unabhängig angesehen werden darf. Damit erweisen sich die Geschwindigkeiten als proportional  $\sqrt{H}$ .

(923) In der Folge werden die Widerstände unter 1. und 3. zusammengefaßt und mit  $H_0$  bezeichnet, die unter 2. und 4. aber je für sich betrachtet. Läuft insbesondere die Turbine stoßfrei, vgl. (921), so ist der Gefällverlust unter 2. bei richtiger Formgebung der Schaufeln gering und im Falle fehlenden Saugrohres tritt das Wasser mit der Geschwindigkeit  $C_2$  ins Unterwasser. Der damit verknüpfte Arbeitsverlust beträgt

$$\frac{C_2^2}{2g} : H = C_2^2 : 2g H = c_2^2.$$

$c_2 = C_2 : \sqrt{2gH}$  ist als Verhältnis der tatsächlichen Geschwindigkeit  $C_2$  zu der dem Gefälle  $H$  entsprechenden (Gefäll)geschwindigkeit eine unbenannte Zahl, die als spezifische Geschwindigkeit bezeichnet wird. Vgl. (921). Mit diesen schreibt sich die Ponceletsche Grundgleichung

$$\varepsilon = c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2,$$

die im Falle stoßfreien Eintritts ins Laufrad und unmittelbaren Austritts ins Unterwasser mit  $\varepsilon = c_1^2 - c_2^2$  in der Schreibweise

$$c_1^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_0^2 + u_1^2 - u_2^2$$

auch als Durchflußgleichung (im Falle stoßfreien Ganges) bezeichnet wird.

(924) Zufolge Erklärung unter (921) ist auch  $C_2 = c_2 \sqrt{2gH}$  und mit  $2gH = 1$  d. h.  $H = \frac{1}{2g}$  wird  $C_2 = c_2$ : die spezifische Geschwindigkeit ist die für das Gefälle  $\frac{1}{2g}$ , entsprechend  $2gH = 1$ , sich verstehende tatsächliche

Geschwindigkeit. Und schließlich läßt  $c_2^2 = \frac{C_2^2}{2g} : H$  erkennen, welcher Gefällanteil an betr. Stelle in Geschwindigkeit umgesetzt, als Geschwindigkeitshöhe vorhanden ist, die in  $m$  Wassersäule zu  $c_2^2 \cdot H = \frac{C_2^2}{2g}$  folgt.

Statt auf das Gefälle  $H = \frac{1}{2g}$  kann die Turbine auch auf  $H = 1$   $m$  bezogen werden; in diesem Falle werden die Geschwindigkeiten mit Index  $I$  bezeichnet, vgl. (921), so daß  $c_{2I} = \frac{C_2}{\sqrt{H}}$ , worin  $C_2$  die  $H$  entsprechende tatsächliche Geschwindigkeit bezeichnet. Aus  $C_2 = c_{2I} \sqrt{H} = c_2 \sqrt{2gH}$  folgt  $c_{2I} = c_2 \sqrt{2g}$  als Zusammenhang zwischen den für die Einheitsgefälle sich verstehenden Geschwindigkeiten.

(925) Für stoßfreien Eintritt ergibt die Bilanzgleichung für den Weg 0—1, nämlich

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g}$$

Gleichheit der absoluten Energieinhalte, der entsprochen wird durch  $p_0 = p_1$  und  $C_0 = C_1$ ; zufolge Voraussetzung ist ferner  $\alpha_0 = \alpha_1$ , und damit wird auch  $W_0 = W_1$  sowie  $\beta_0 = \beta_1$ , (921). Im Falle vorhandenen Eintrittsstoßes bestehen diese Identitäten nicht mehr; deshalb werde in der Folge die zum stoßfreien Eintritt sich verstehende Durchflußgleichung geschrieben

$$c_1^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_0^2 + u_1^2 - u_2^2 \quad (\text{s. o.}).$$

Die Einführung von

$$w_0^2 = c_0^2 + u_1^2 - 2 u_1 c_0 \cos \alpha_0 \quad \text{und} \quad w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2,$$

Abb. 40, in die Ponceletsche Grundgleichung liefert die Arbeitsgleichung im Falle stoßfreien Eintritts

$$\varepsilon = 2 u_1 c_0 \cos \alpha_0 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2$$

oder

$$c_0 \cos \alpha_0 = \frac{\varepsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2 \quad \text{oder} \quad c_{u_0} = \frac{\varepsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}.$$

Hierin ist  $\alpha_2 \leq 90^\circ$  und versteht sich  $c_2 \cos \alpha_2$  algebraisch.



Die Widerstandshöhe  $H_e$  kann auch ersetzt werden durch die ihr entsprechende Geschwindigkeitshöhe  $\frac{C_e^2}{2g}$ ; ihr Anteil am Gefälle ist

$$\frac{C_e^2}{2g} : H = \frac{C_e^2}{2gH} = c_e^2,$$

so daß auch gilt  $c_e^2 = 1 - c_f^2$ .

(926) Die (922) u. ff. angedeuteten Einzelverluste sind unter sonst gleichen Umständen ziemlich genau proportional dem Quadrat der Durchflußgeschwindigkeit. Daher ist auch  $c_e^2$  proportional  $c_0^2$  oder  $w_0^2$ , d. h. unabhängig vom Gefälle; dagegen erweist sich  $c_e^2$  als abhängig von der Laufradgröße, mit der sich  $\frac{U}{F}$  ändert, ganz abgesehen vom Einfluß der mit zunehmender Größe wachsenden Ausführungsgenauigkeit. Mit dem für  $D = 1$  m sich verstehenden Wert  $c_{e^2(1m)}$  setzt Thomann für im übrigen gleiche Ausführung

$$c_e^2 = c_{e^2(1m)} \cdot \left(0,9 + \frac{0,1}{D}\right),$$

mit  $c_{e^2(1m)} = 0,08 - 0,14$  für die Francis- und Becherturbine  
 $= 0,12 - 0,18$  „ „ Axialturbine  
 $= 0,12 - 0,18$  „ „ innere Radialturbine.

(927) Eintritt mit Stoß. Dieser liegt vor, wenn  $c_0$  und  $c_1$  sowie  $w_0$  und  $w_1$  nach Größe und Richtung nicht übereinstimmen, er ist streng genommen zufolge endlicher Schaufelstärke stets, wenn auch in geringem Grade vorhanden (Schaufelzuschärfung mit abgerundeter Kante) und tritt im übrigen bei nicht normalem Gange der Turbine auf. Der spezifischen Geschwindigkeit  $c_0$  entspricht, Abb. 42, die relative  $w_0$ , während die durch Schaufel bestimmte  $w_1$  ist; umgekehrt würde dieser die spezifische Geschwindigkeit  $c_1$  entsprechen. Die Überführung von  $w_0$  in  $w_1$  kann durch eine Geschwindigkeit  $w_{st}$  bewirkt gedacht werden, die für Francisturbinen mit Drehschaufelregulierung parallel  $u$  angenommen werden darf, und es erscheint der Stoßverlust durch die Umlenkungskomponente  $w_{st}$  bedingt. Durch Zerlegung von  $w_0$  in  $w_0' \perp w_1$  und  $w_0'$  in Richtung von  $w_1$  folgen die (üblicher Auffassung) entsprechenden Verluste  $w_0''^2$  und  $(w_0' - w_1)^2$  und damit der Gesamtverlust

$$w_{st}^2 = w_0''^2 + (w_0' - w_1)^2,$$

wobei streng genommen zwischen Beschleunigung und Verzögerung von  $w_0'$  auf  $w_1$  zu unterscheiden ist. Thomann setzt den Stoßverlust  $\frac{H_{e,1}}{H} = k w_{st}^2$ , worin  $k$ , zwischen 0,7 und 1,1 liegend, in erster Annäherung gleich der Einheit angenommen werden darf.

(928) Bei unmittelbarem Austritt ins Unterwasser beträgt der Austrittsverlust  $c_3^2$ ; nicht unter 0,01 wegen kleiner Winkel  $\beta_3$  und damit verknüpfter schwieriger Herstellung der Laufschaufel und nicht ohne Not größer als  $c_3^2 = 0,07$  entsprechend  $c_3 = 0,26$ . Für den Ausfluß ist verfügbar  $c_{m_2} = c_4 \sin \alpha_2$ , um so größer bei gleichem  $c_2$ , je größer  $\sin \alpha_2$ ; tunlichst senkrechten Austritt anstreben, für den  $F_2 \perp c_{m_2}$  am kleinsten ausfällt. Durch Anbringung eines sich stetig erweiternden Saugrohres, Abb. 38, ist es im Falle verlustloser Überführung von  $c_2$  in  $c_4$  möglich, den Austrittsverlust auf  $c_4^2 = c_2^2 - (c_3^2 - c_4^2)$  herabzumindern. In Wirklichkeit ist der

Saugrohrgevvinn  $c_y^2 < c_2^2 - c_1^2$  (Wirbelung, Reibung, Luftabscheidung)  
etwa

$$c_y^2 = k_s (c_2^2 - c_1^2) - \frac{H_{\rho_{3,4}}}{H} - \frac{H'}{H} = c_2^2 - \psi c_1^2$$

worin nach Thomann  $k_s = 0,3-0,7$ ,  $\frac{H_{\rho_{3,4}}}{H}$  die verhältnismäßige Widerstandshöhe bezeichnet und  $\frac{H'}{H}$  der Verminderung der Saughöhe durch Luftausscheidung Rechnung trägt. Geringe Wirbelverluste fordern kleine Umfangskomponente  $c_{u_2} = c_2 \cos \alpha_2$ , d. h.  $\alpha_2$  soll von  $90^\circ$  nicht erheblich abweichen.

(929) Die Luftausscheidung ist abhängig vom Luftgehalt des Wassers und der Saughöhe, deren Größtwert bestimmt ist durch die Forderung, daß die Wasserpressung  $p_2$  größer ist als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung. Nach (906) folgt

$$\max H_s = \frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (\rho_3 + \rho_4) H.$$

Thomann rechnet mit  $1-1,6\%$  Verlust durch Luftausscheidung und bestimmt die größte zulässige Saughöhe für  $\frac{p_A}{\gamma} = 9$  m in Abhängigkeit des Gefälles beispielsweise zu  $H_s = 6$  m bei  $H = 30$  m.

(930) Damit folgt für den nicht stoßfreien Gang

$$\varepsilon = 1 - c_0^2 - c_2^2 + c_y^2 - w_{st}^2$$

und mit  $c_i^2 = 1 - c_0^2 + c_y^2$  wird  $\varepsilon = c_i^2 - c_2^2 - w_{st}^2$ .

Die Durchflußgleichung lautet dann

$$c_i^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_0^2 + u_1^2 - u_2^2 + w_{st}^2$$

und unter Beachtung, daß nach Abb. 42

$$\begin{aligned} w_{st}^2 - w_0^2 &= w_0'^2 + (w_0' - w_1)^2 - w_0''^2 - w_0'^2 = -2 w_0' w_1 + w_1^2 \\ &= -2 w_1 (w_0' - w_1) - w_1^2 \end{aligned}$$

auch

$$c_i^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 - 2 w_1 (w_0' - w_1);$$

mit

$$\varepsilon = 1 - c_0^2 - c_2^2 + c_y^2 - w_{st}^2 = c_i^2 - c_2^2 - w_{st}^2$$

schreibt sich die Arbeitsgleichung

$$c_{u_0} = \frac{c_i^2 - c_0^2 - w_{st}^2}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}$$

(931) Durch Aufeinanderlegung der im Maßstabe „Einheit = 1 oder 2 dm“ gezeichneten Geschwindigkeitsdreiecke oder Vierecke derart, daß die Anfangspunkte und Richtungen von  $u_1$  und  $u_2$  zusammenfallen, wird das Geschwindigkeitsdiagramm erhalten, Abb. 43 (für eine Axialturbine gültig), das nur Aufschluß gibt über die im Ein- und Austritt vorliegenden Geschwindigkeitsverhältnisse; für zwischenbefindliche Querschnitte liegen die Endpunkte der Relativgeschwindigkeiten auf dem Geschwindigkeitsriß, dessen Verlauf rücksichtlich guten Wirkungsgrades oder kleiner Widerstände bestimmt ist.



Vgl. die (922) ausgesprochenen Forderungen außer der weiteren, daß die Relativgeschwindigkeit nach dem Austritt hin stetig zunehmen soll: vollkommene Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit als umgekehrt.

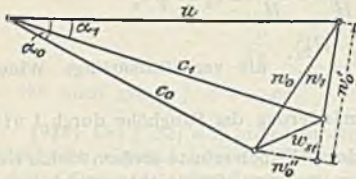


Abb. 42.

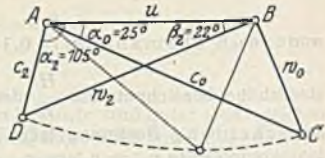


Abb. 43.

(932) Konstruktion des Diagramms bei stoßfreiem Eintritt nach Braun für Axialturbinen. Mit  $u_1 = u_2 = u$  folgt die Durchfußgleichung

$$c_1^2 = w_2^2 - w_0^2 + c_0^2$$

oder nach Abb. 44  $c_1^2 - w_2^2 = c_0^2 - w_0^2 = x^2 - y^2$ ;

die Schnitt-(End-)punkte von  $c_0$  und  $w_0$  bzw.  $c_1$  und  $w_2$  liegen auf einer zu  $u$  Senkrechten, der Eintrittsvertikalen. Mit  $x = c_0 \cos \alpha_0 = c_{u_0}$  folgt nach der Arbeitsgleichung

$$c_{u_0} = \frac{\epsilon}{2u} + c_{u_2} \quad \text{oder auch} \quad c_{u_0} - c_{u_2} = \frac{\epsilon}{2u}.$$

Die Eintrittsvertikale steht von der Austrittsvertikalen um  $\frac{\epsilon}{2u}$  ab.

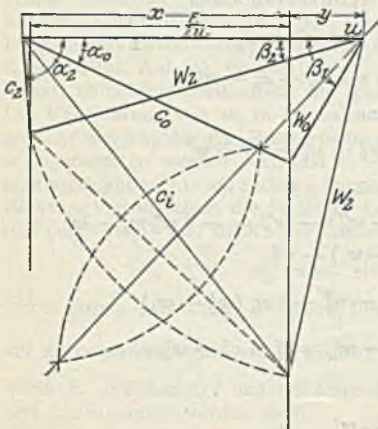


Abb. 44.

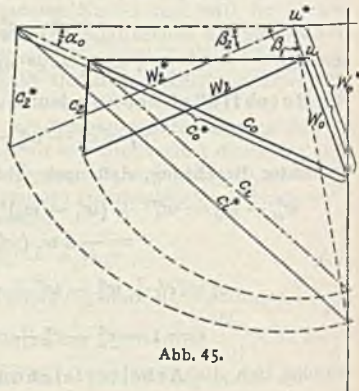


Abb. 45.

Beispiel. Zu vorhandenem Leitrad (gegeben  $D_0, z_0, f_0, \alpha_0$ ), ein neues Laufrad zu konstruieren, das bei  $H$  m Gefälle  $Q$  cbm/sek Wasser schluckt bei einer nach Größe und Richtung gegebenen absoluten Austrittsgeschwindigkeit  $c_2 = \sqrt{c_2^2}$ , Abb. 44. Den gegebenen Abmessungen entspricht  $c_0 = \frac{Q}{z_0 f \sqrt{2 g H}}$ ; damit liegt die Eintrittsvertikale und auf ihr mit Schätzwert  $c_1^2$  der Endpunkt von  $c_1$  fest. Durch diesen und den Endpunkt von  $c_2$  gehender Kreis (mit sich ergebendem Halbmesser  $w_2$ ) bestimmt  $u$ .

Beispiel. Für eine gegebene Axialturbinen und ein bestimmtes Gefälle zu berechnen: die stoßfreiem Eintritt entsprechende Umfangsgeschwindigkeit, die Umlaufzahl, den Aus-

trittsverlust und die Schluckmenge. Durch  $\alpha_0$  und  $\beta_1$ , ist, Abb. 45, das Eintrittsdreieck ( $c_0^*$  und  $u^*$ ) in unbekanntem Maßstabe bestimmt; mit  $w_2^* = \frac{z_0 f_0}{z f_2} c_0^*$  und  $\beta_2$  folgt das Austrittsdreieck im gleichen Maßstabe, der durch Vergleich des Diagrammwertes  $c_1^*$  mit dem Erfahrungswert  $c_i$  folgt. Das wahre Diagramm wird erhalten durch Multiplikation der Diagrammwerte (rechnerisch oder zeichnerisch) mit  $\frac{c_i}{c_1^*}$ ; es ergibt sich  $U = u \sqrt{2gH}$ ,  $n = \frac{60 U}{\pi D}$ ,  $c_2^*$  und  $Q = z_0 f_0 \cdot c_0 \sqrt{2gH}$ .

(933) Der im Eintritt (Index 0) gegenüber dem Austritte (Index 2) vorhandene Überdruck berechnet sich an Hand der Energiegleichungen zu

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + H_r = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + H_{e_{0,2}}$$

mit  $C_1 = C_0$  und  $W_1 = W_0$  (stoßfreier Eintritt) und  $\frac{p_0 - p_2}{\gamma} + H_r = \frac{C_p^2}{2g}$

folgt auch  $c_p^2 = w_2^2 - w_0^2 + c_{e_{0,2}}^2 = c_i^2 - c_0^2 + c_{e_{0,2}}^2$

und unter Vernachlässigung der kleinen Größe  $c_{e_{0,2}}^2$  wird  $c_p^2 \approx c_i^2 - c_0^2$ .  $c_p^2$  wird als Spaltüberdruck bezeichnet, die ihm entsprechende Wassersäule ist  $c_p^2 \cdot H$ . Er ist aus den Diagrammen, Abb. 44 und 45, leicht bestimmbar.

(934) Für die (axiale) Freistrahlturbine ist  $c_p^2 = 0$ , daher  $c_0 = c_i$  und  $w_2 = w_0$ . Der Geschwindigkeitsriß, Abb. 46, ist ein Kreisbogen.

In Anwendung auf das 1. Beispiel ist  $c_0 = c_i$  unter  $\alpha_0$  anzutragen und auf  $CD$  das Mittellot zu errichten; damit folgen  $u$ ,  $w_0 = w_2$  und die übrigen Winkel. Die Wassermenge ist eindeutig bestimmt, zu  $Q = z_0 f_0 \cdot c_i \sqrt{2gH}$ .

In Wirklichkeit ist  $c_0 = \sqrt{1 - c_{e_{0,2}}^2} > c_i = \sqrt{1 - c_{e_{0,2}}^2 - c_{e_{0,3}}^2}$ , Abb. 47; der Unterschied von  $c_0$  und  $c_i$  ist gering und noch kleiner ist der Fehler der relativen Eintrittswinkel.

(935) Mit zunehmendem Überdruck nimmt zufolge des oben Gesagten  $c_0$  ab und für senkrechten Austritt folgt unter Annahme  $\varepsilon = \text{konst.}$  nach der Arbeitsgleichung  $u c_{u_0} = \frac{\varepsilon}{2} = u c_0 \cos \alpha_0 = \text{konst.}$  Der Abnahme von

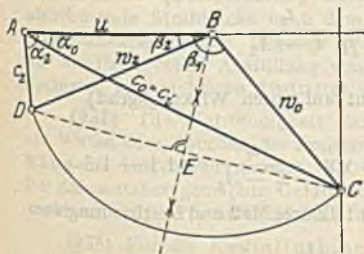


Abb. 46.

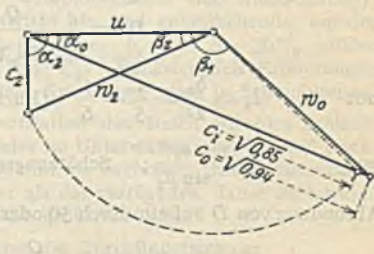


Abb. 47.

$c_0$  entspricht eine Zunahme von  $u$ , der stumpfe Winkel  $\beta_1$  geht in einen spitzen über, Abb. 46 und 44. Für  $\beta_1 = 90^\circ$  ist  $u = c_{u_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}$ ; Henschel-Jonvalturbine, (920). Für diese ist  $u = 0,63 - 0,65$  und  $\varepsilon = 0,80 - 0,85$  (für stoßfreien Eintritt).



Für die Freistrahlturbine folgt im Falle senkrechten Austrittes und für  $\alpha_0 = 0$

$$u = \frac{\varepsilon}{2c_i} = \frac{1 - c_{\ell}^2 - c_2^2}{2(1 - c_{\ell}^2)} < 0,5.$$

(936) Die Schaufelungen und ihre Entwicklung für beide Turbinengattungen sind aus den Abb. 48 und 49 ersichtlich. Beginn mit dem

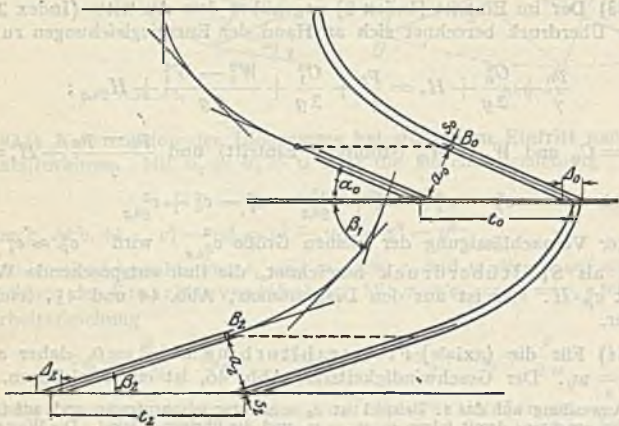


Abb. 48. Schaufelung der axialen Überdruckturbine.

Laufradaustritt: Abtragung der Teilung  $t = \frac{D\pi}{z}$ , worin der mittlere Durchmesser  $D$  entweder durch die verlangte Umlaufzahl bestimmt ist zu

$$D = \frac{60 u \sqrt{2gH}}{\pi n}$$

oder aber mittels der Schluckmenge folgt aus

$$D^2 = \frac{Q}{\pi \lambda_2 c_{m_2} \sqrt{2gH}} \frac{t_2}{t_2 - \Delta_2}$$

mit  $\lambda_2 = \frac{b_2}{D} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$  (Rücksicht auf guten Wirkungsgrad)

und  $\Delta_2 = \frac{s_2}{\sin \beta_2}$ ; Schätzungswert von  $\frac{t_2}{t_2 - \Delta_2} = 1,1 - 1,3$ .

Abrundung von  $D$  auf ein durch 50 oder 100 teilbares Maß und Bestimmung von

$$b_2 = \frac{Q}{\pi D c_{m_2} \sqrt{2gH}} \frac{t_2}{t_2 - \Delta_2}$$

Schaufelzahl nach Thomann

$$z_2 = c_0 \sqrt{D} \text{ mm} + (0 - 2) \quad \text{und} \quad \text{Laufradhöhe} \quad H_r = 7 c_0 \sqrt{D} \text{ mm}.$$

Escher empfiehlt

$$z_3 = 2 \sqrt{D} \text{ cm} \quad \text{oder} \quad z_3 = 0,12 D + (6 - 8)$$

und  $H_r = 4 \alpha_3 = 4 (t \sin \beta_2 - s_2)$ .

Bach gibt an  $t = 0,15 \sqrt{D} \text{ m}$  mit  $H_r \sim t$ .

Schaufelstärke

$s_2 = 3 - 5 - 8 \text{ mm}$  für (gleichstarke) Stahlblechschaufeln } nach Thomann,  
 $s_2 = 5 - 10 - 15 \text{ mm}$  „ verschieden starke Gußschaufeln }

oder nach Escher

$s_2 = 0,13 \sqrt{B} \text{ cm}$  für Stahlblech

und

$s_2 = 0,22 \sqrt{B} \text{ cm}$  für Guß.

Gußschaufeln sind einfacher herstellbar, brechen leichter aus und besitzen eine weniger glatte Oberfläche, verbinden aber die Kränze gut; für höhere Gefälle.

Antragung der Winkel  $\beta_2$  und Verzeichnung der im Interesse zwanglosen Austrittes geradlinigen Schaufelenden bis Punkt B (paralleler, kontraktionsfreier Austritt, neutrales Schaufelende). Von da ab Verzeichnung der Schaufelkurve nach dem Eintrittsumfang, diesen unter  $\beta_1$  schneidend, derart, daß rasche Erweiterung erfolgt und die stärkere Krümmung mit dem kleineren  $w$  zusammenfällt (als Parabel aus den Tangenten). Vgl. S. 122. Ähnlich ist für die Leitschaufel zu verfahren, für die nach Thomann



Abb. 49. Schaufelung der axialen Freistrahlturbine.

$$z_0 = 0,7 \sqrt{D} \text{ mm} + 1$$

und der Eintrittswinkel  $90^\circ$  ist.

Für die Freistrahlschaufel, Abb. 50, ist  $b_0 \leq \frac{D}{10}$ . Die Ausbildung des

freien Strahles bedingt Loslösung desselben von der Rückschaufel, Ventilation des Strahles (Luftzuführung zwischen Strahloberfläche und Rückschaufel): abnehmende Strahldicke nach dem Austritte hin und entsprechende, aus der Kontinuitätsgleichung folgende Breitenzunahme;  $b_2$  um 20—30% größer als im Falle voller Ausfüllung von  $f_2$  bzw.  $F_2$ . Rücksichtlich Krümmungsverlustes und richtigen Austrittes stärkste Krümmung etwa in Schaufelmitte.

(937) Die Notwendigkeit der Ventilation des freien Strahles schließt ein Waten oder Tauchen des Freistrahlerades im Unterwasser aus, es muß freihängen. Um das Freihängen, 100—200 mm, je nach dem Unterwasserstand, ist das nutzbar gemachte Gefälle kleiner als das verfügbare, daher Freistrahlturbinen nur wirtschaftlich sind im Falle größerer Gefälle.

(938) Für die Radialturbine lautet die Durchflußgleichung

$$c_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 = c_0^2 - w_0^2.$$

Vergleicht man diese mit der Durchflußgleichung für Axialturbinen

$$c_1^2 - w_2^2 = c_0^2 - w_0^2$$

und setzt in der ersten

$$w_2^2 - u_2^2 + u_1^2 = w_1^2$$

so folgt für die Radialturbine

$$c_1^2 - w_2^2 = c_0^2 - w_0^2.$$



Die Größen dieser Gleichung sind geometrisch zu konstruieren, wie (932) angegeben, nur tritt  $w'_0$  an die Stelle von  $w_0$ . Das Diagramm der Radialturbine ist auf das der gleichwertigen Eintrittsverhältnissen entsprechenden Axialturbine zurückgeführt.

Konstruktion von  $w'_0$ .

Ist  $w_2 > u$ , so empfiehlt sich deren Bestimmung nach Abb. 50. Für  $w_2 < u$  ist die Konstruktion von  $w'_2$  nach Abb. 51 oder 53 durchzuführen.

Nach Abb. 53 ist:

$$w'^2_2 - a^2 = u^2_1 - b^2$$

und wegen  $w^2_2 - a^2 = u^2_2 - b^2$  folgt  $w'^2_2 = w^2_2 + u^2_1 - u^2_2$ .

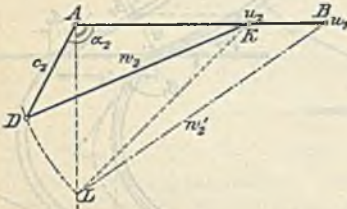


Abb. 50.

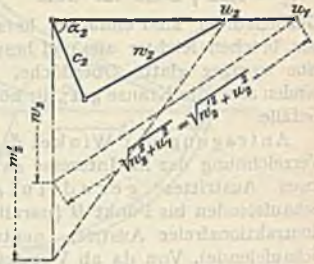


Abb. 51.

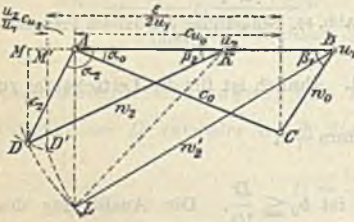


Abb. 52.

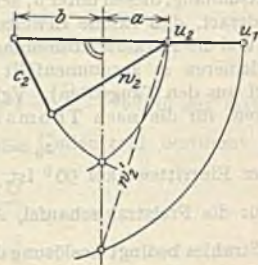


Abb. 53.

Beispiel. Zu gegebenem Leitrad ein Laufrad zu konstruieren, das bei vorgeschriebener Umlaufzahl stoßfrei arbeitet und bei  $H$  Meter Gefälle  $Q$  m<sup>3</sup>/sek schluckt.

Es ist bekannt  $u_1 = \frac{n \pi D}{60 \sqrt{2 g H}}$  und  $c_0 = \frac{Q}{z_0 f_0 \sqrt{2 g H}}$  sowie  $\alpha_0$ , also auch das Eintrittsdreieck und die Eintrittsvertikale, Abb. 52. Mit  $c_t = \sqrt{1 - c_0^2}$  folgt  $w'_2$  und mit der durch Erfahrung bestimmten Radtiefe ist  $u_2$  bekannt, es folgt das Austrittsdreieck, sobald  $c_2$  oder  $c_{m_2}$  oder (seltener)  $\alpha_2$  festliegt.

Beispiel. Von einer Freistrahlturbine sind gegeben der Leitradaustrittswinkel,  $c_0$  und die Umfangsgeschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$ ; das Austrittsdreieck zu bestimmen.

Mit  $c_t = \sqrt{1 - c_0^2}$  ist die Eintrittsvertikale, Abb. 54, und damit auch  $w'_2 = w_0$  bestimmt, mittels dessen das Austrittsdreieck folgt, sobald eine Festsetzung hinsichtlich  $c_2$  getroffen ist.

Die Arbeitsgleichung lautet

$$c_0 \cos \alpha_0 = \frac{\varepsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2;$$

sofern  $\varepsilon$  und damit auch  $c_t$  und  $c_2$  als konstant angesehen werden, ist  $D'$ , Abb. 52, die Spitze des Austrittsdreieckes der gleichwertigen Axialturbine

mit gleichem hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$  und steht die Eintrittsvertikale von  $D'$  um  $\frac{\varepsilon}{2u_1}$  ab.

Beispiel. Gegeben das Laufrad einer inneren radialen Freistrahlturbine (Schwamkrugturbine), also  $\beta_1, \beta_2, R_1$  u.  $R_2$ . Gesucht  $u_1, u_2$  u.  $\alpha_0$  für die günstigsten Betriebsverhältnisse, also am kleinsten für  $\alpha_2 = 90 - \beta_2$ . Von einem Diagramm in beliebigem Maßstab mit  $u_1^*$  und  $u_2^* = u_1^* \cdot \frac{R_2}{R_1}$  kann vorläufig das Austrittsdreieck und Lage und Richtung von  $w_2^*$  gezeichnet werden. Die Durchflußgleichung liefert mit  $c_1 = c_0$  für Freistrahlturbinen  $w_2^* = w_0$ .

Man konstruiere  $w_1^*$  nach Abb. 53 und mache  $w_0^* = w_1^*$ . Damit liegt das Diagramm der Form nach fest. Durch Reduktion desselben im Maßstab  $\frac{c_1}{c_1^*}$  erhält man die gesuchten Konstruktionsgrößen.

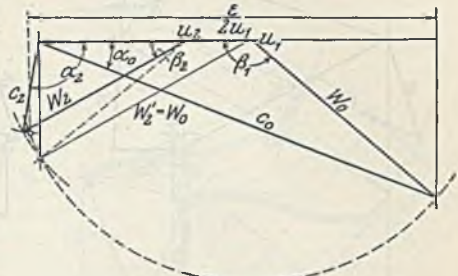


Abb. 54.

(939) Diagramm bei Eintritt mit Stoß nach Braun.

Der Vergleich der allgemeinen Form der Arbeitsgleichung

$$c_{w_0} = \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_{st}^2}{2u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{w_2} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{w_2} - \frac{w_{st}^2}{2u_1}, \text{ vgl. (930),}$$

mit der für stoßfreien Eintritt (Index  $n$ ) und für das gleiche Austrittsdreieck gültigen

$$c_{w_{0(n)}} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{w_2}$$

liefert

$$c_{w_0} = c_{w_{0(n)}} - \frac{w_{st}^2}{2u_1},$$

sofern in beiden Fällen das  $c_1 = \sqrt{1 - c_2^2}$  das gleiche ist. Der Endpunkt von  $c_0$  liegt von der durch den Schnittpunkt der  $c_1$ - und  $w_2'$ -Kreise

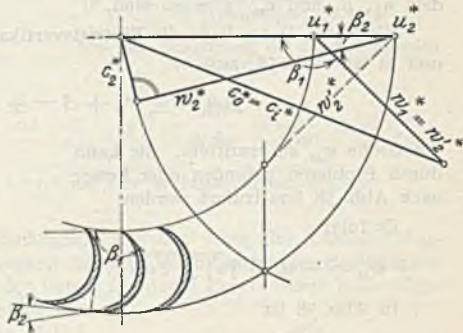


Abb. 55.

bestimmten Eintrittsvertikalen um  $\frac{w_{st}^2}{2u_1}$  nach dem Anfangspunkt von  $u_1$  hin verschoben, Abb. 56, aus der die Konstruktion von  $\Delta = \frac{w_{st}^2}{2u_1}$  ersichtlich ist.

Beispiel. Zu gegebenem Leitrad einer Francisturbine ein Laufrad zu konstruieren für  $Q$  m<sup>3</sup>/sek bei  $H$  m Gefälle; außerdem sind  $c_0^2$  und  $w_{st}^2$  sowie  $c_2$  nach Größe und Richtung gegeben.

Wie oben ist  $c_0 = \frac{Q}{z_0 \cdot \sqrt{2gH}}$ , Abb. 57. Mit  $D_1$  ist auch  $D_2$  (durch die Erfahrung)

und damit  $\frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2$  (algebraisch) sowie  $\frac{1 - c_0^2 - c_2^2 - w_{st}^2}{2u_1}$  bestimmt. Es folgt  $u_1$ , und damit das Diagramm.



Vielfach ist, wie z. B. zwecks Bestimmung des zu einer gegebenen Wassermenge gehörenden Leitschaukelwinkels  $\alpha_0$  bzw. von  $\varepsilon = f(Q)$ , vgl. (943), aus dem Diagramm, die Aufgabe zu lösen:

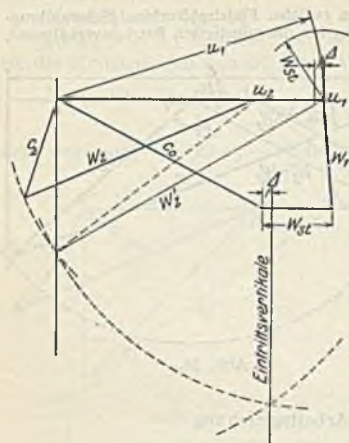


Abb. 56.

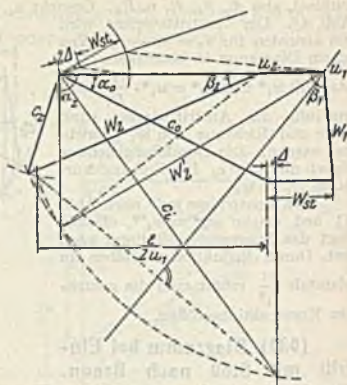


Abb. 57.

Zu vorliegendem Austrittsdreieck das Eintrittsdiagramm zu zeichnen, von dem  $u_1$ ,  $\beta_1$  und  $c_{m1}$  gegeben sind.

Mit diesen Daten kann die Eintrittsvertikale, d. h.  $c_{v0}$ , konstruiert werden, und es ist, Abb. 58, aus

$$\pm a = \pm w_{st} + \Delta = \pm w_{st} + \frac{w_{st}^2}{2u_1}$$

die Größe  $w_{st}$  zu ermitteln. Sie kann durch Probieren gefunden oder besser nach Abb. 58 konstruiert werden.

Es folgt

$$\pm w_{st} = -u_1 + \sqrt{u_1^2 \pm 2au_1}$$

In Abb. 58 ist

$$AB = \sqrt{2au_1} = AD = AF$$

und

$$CF = \sqrt{u_1^2 + 2au_1} = CG,$$

folglich

$$AG = CG - CA = -u_1 + \sqrt{u_1^2 + 2au_1} = +w_{st},$$

und

$$CD = \sqrt{u_1^2 - 2au_1} = CE.$$

Damit wird

$$AE = -CA + CE = -u_1 + \sqrt{u_1^2 - 2au_1} = -w_{st}.$$

(940) Die Schaufelung der reinen Radialturbine läßt Abb. 59 erkennen. Die Entwicklung entspricht der unter (936) angegebenen: Vom Austritt ausgehen, Teilung  $t$  antragen und Mittellinien der Schaufelenden unter dem Austritts-

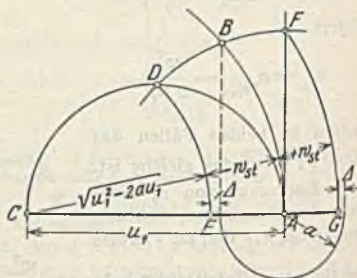


Abb. 58.

winkel  $\beta_2$  gegen den Umfang ziehen. Zwangloser (kontraktionsfreier) Austritt des Wassers bedingt Parallelismus der Wasserfäden im Querschnitt  $AB$ , bis zu dem das Wasser die Energie an die Schaufel abgeben haben soll. Das in  $B$  anschließende Schaufelende soll neutral sein (weder Arbeit aufnehmen noch auf das Wasser übertragen); es ist gekrümmt nach einer Kurve, für die (nach der Arbeitsgleichung) gilt:

$$R c_u = \text{konst.} = R_2 c_{u_2}$$

Der Durchfluß ist gebunden an die Beziehung

$$B R c_m = \text{konst.} = B_2 R_2 c_{m_2},$$

damit folgt

$$B \frac{c_m}{c_u} = \text{konst.} = B_2 \frac{c_{m_2}}{c_{u_2}},$$

für  $B = B_2 = \text{konst.}$  wird

$$\frac{c_m}{c_u} = \text{konst.} = \frac{c_{m_2}}{c_{u_2}}$$

oder auch  $\text{tg } \beta = \text{konst.} = \text{tg } \beta_2$ . Der Austrittswinkel ändert sich nicht längs des neutralen Schaufelendes, dieses ist eine logarithmische Spirale.

Wird gefordert  $c_m = \text{konst.} = c_2$  (senkrechter Austritt mit konstantem  $c_2$ ), so muß sein

$$B R = \text{konst.} = B_2 R_2 \quad \text{und mit} \quad \text{tg } \beta = \frac{dR}{R d\varphi} = \frac{c_2}{R \omega} \quad \text{folgt}$$

$$\varphi - \varphi_2 = \frac{\omega}{c_2} (R - R_2): \text{ Gleichung der archimedischen Spirale.}$$

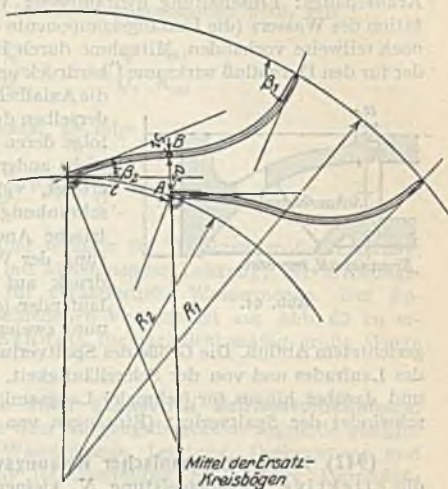


Abb. 59. Schaufelung der äußeren radialen Oberdruckturbine.

Die auf die jeweilige Beaufschlagung und den Gang der Turbine (Ausgangsdiagramm) beschränkte Gültigkeit dieser an Hand bestimmter Bedingungen ermittelten neutralen Enden ist der Grund für deren Ersatz durch Näherungskurven: Evolventen, die äquidistant verlaufen oder Kreisbögen mit dem Mittelpunkten im Schnitt der Normalen im Endpunkte der unter  $\beta$  geneigten Schaufeln. Oesterlen biegt das Ende der gleichstarken Schaufel um deren Dicke auf, verzichtet damit auf den parallelen Austritt und vermindert die hinter den Schaufelenden auftretenden Wirbelzwickel, Abb. 60.



Abb. 60.

Von  $B$  ab verläuft die Schaufelkurve derart, daß rasche Querschnittserweiterung erfolgt, ihre Länge nicht unnötig groß ausfällt, die stärkere Krümmung in die Gegend der kleineren Geschwindigkeit zu liegen kommt und der Eintrittsumfang unter dem Winkel  $\beta_1$  geschnitten wird. Für die feste (eingegossene) Leitschaukel ist entsprechend zu verfahren ( $t_0, \alpha_0$ ); sie schließt unter  $90^\circ$  gegen den Eintrittsumfang an oder unter einem um  $5-10^\circ$  im Sinne der Ablenkung kleineren Winkel (Krümmungsverlust). Für die Umlenkung nach erfolgtem Austritt in die axiale Abflußrichtung sind etwa



100 mm erforderlich; damit folgt der Saugrohrdurchmesser, von dem gewöhnlich ausgegangen zu werden pflegt.

(941) Durch den Kranzspalt entweicht im Falle vorhandener Entlastungseinrichtung Wasser ohne nützliche Arbeitsleistung: Spaltverlust  $v_{sp} = Q_{sp} : Q_r$ , der abhängig ist von  $Q_r$ , vom Überdruck  $h_1 - h_2$  und von der Ausbildung des Kranzspaltes: Einschaltung hydraulischer Widerstände, Abb. 61. Zuzufolge Rotation des Wassers (die Umfangskomponente  $C_u$  nach Austritt aus dem Spalt ist noch teilweise vorhanden, Mitnahme durch Reibung an der Nabenscheibe) wird der für den Durchfluß wirksame Überdruck und damit  $v_{sp}$  kleiner, dagegen nimmt die Axialbelastung des Laufrades zu; Milderung derselben durch Entlastungslöcher, Abb. 61, zuzufolge deren der Abfluß ermöglicht wird, wenn nicht anders die Abführung des Spaltwassers erfolgt, vgl. unter Heberturbine (945). Beschränkung des Axialschubes durch symmetrische Anordnung des Kranzspaltes, Hinderung der Wasserrotation, einstellbarer Gegen-  
druck auf Saugrohrseite im Falle langsamlaufender (eingezogener) Räder, durch Anordnung zweier gleicher Räder mit entgegengesetzt



Abb. 61.

gerichteten Abfluß. Die Größe des Spaltverlustes ist abhängig von Art und Größe des Laufrades und von der Schnellläufigkeit, zwischen  $v_{sp} = 0,01 - 0,02$  liegend und darüber hinaus für (schmale) Langsamläufer<sup>1)</sup>. Bei Freistrahlturbinen verschwindet der Spaltverlust (Einsaugen von Luft, Ventilation).

(942) Infolge mechanischer Reibungsverluste (Lager, Stopfbüchsen) ist die effektive Turbinenleistung  $N_e$  kleiner als die hydraulische

$$N_e = \varepsilon_A \frac{\gamma Q_r \cdot H}{75}$$

Wird der mechanische Leistungsverlust bei normaler Umlaufzahl in Teilen der Leistung angegeben, die der Vollwassermenge  $Q$  entspricht, so folgt der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_e - L_m}{L} = \frac{\gamma (Q_r - Q_{sp}) (H - \Sigma H_Q) - v_m \gamma Q H}{\gamma Q_r H} = \left(1 - \frac{Q_{sp}}{Q_r}\right) \varepsilon - v_m \frac{Q}{Q_r}$$

und sofern  $Q_{sp}$  als konstant, d. h. unabhängig von  $Q_r$  vorausgesetzt wird,

<sup>1)</sup> Mit  $Q_{sp} = \mu \cdot 2 \pi D a_s c_p \sqrt{2 g H}$ , worin  $\mu = 0,6 - 0,7$  und  $a_s$ , von Genauigkeit der Ausführung und Montage abhängig, etwa

$$a_s = \left(0,2 + \frac{\sqrt{D}}{40}\right) \text{ mm} \quad \text{oder} \quad a_s \approx \frac{D}{800}$$

und

$$Q_r = \pi D b_0 c_{m_0} \sqrt{2 g H} = \pi D^2 \lambda_0 c_{m_0} \sqrt{2 g H}$$

folgt für  $a_s = \frac{D}{800}$

$$v_{sp} = \frac{Q_{sp}}{Q_r} = \frac{\mu c_p}{400 \lambda_0 c_{m_0}}$$

d. h. abhängig von der Beaufschlagung und umgekehrt proportional  $\lambda_0 = \frac{b_0}{D}$  bei sonst gleichem Diagramm: von Wichtigkeit bei schmalen Turbinen. Mit  $\mu = 0,6$ ,  $c_p = 0,65$ ,  $\lambda_0 = \frac{1}{5}$  und  $c_{m_0} = 0,25$  folgt  $v_{sp} = 0,02$ .

ergibt sich in erster Annäherung für die normale Umlaufzahl

$$\eta = \varepsilon - v_{sp} \frac{Q}{Q_r} - \varepsilon - v_m \frac{Q}{Q_r};$$

sofern im Falle einer von der normalen abweichenden Umlaufzahl Unabhängigkeit der Reibungsmomente von dieser angenommen wird, gilt

$$\eta = \varepsilon - v_{sp} \frac{Q}{Q_r} - \varepsilon - v_m \frac{Q}{Q_r} \cdot \frac{n}{n_{(n)}}.$$

Wird im zweiten Gliede  $\varepsilon = 1$  gesetzt, so folgt

$$\eta = \varepsilon - \frac{Q}{Q_r} v_{sp} - \frac{Q}{Q_r} v_m \frac{n}{n_{(n)}}.$$

Hierin ist  $v_m = 0,01 - 0,005$  und weniger für Turbinen großer Leistung, es steigt bis auf  $v_m = 0,02 - 0,09$  mit abnehmender Leistung; der Wirkungsgrad  $\varepsilon$  folgt aus dem Diagramm für veränderliche Wassermenge. Der Zusammenhang und Einfluß der verschiedenen Verluste ist aus Abb. 62 zu sehen, die nach dem Vorschlage Sandels für verhältnismäßig große Werte von  $Q_{sp}$  und  $Q_m$  sich versteht.

(943) Verhalten der Turbine unter geänderten Betriebsverhältnissen. Läuft die Turbine mit anderer als dem Ausgangsdiagramm zugrunde gelegter Geschwindigkeit, so ändern sich Wassermenge, Leistung, Drehmoment und Wirkungsgrad. Diese Abhängigkeit ist feststellbar mittels der Durchflußgleichung

$$c_3^2 = w_2^2 - w_0^2 + c_0^2 + u_1^2 - u_2^2 + w_{st}^2;$$

wird zufolge Abb. 42 gesetzt

$$w_0^2 - w_{st}^2 = w_0'^2 - (w_0' - w_1)^2,$$

so ist auch

$$c_3^2 = w_2^2 - w_1^2 + c_0^2 + u_1^2 - u_2^2 - 2 w_1 (w_0' - w_1).$$

Hierin sind die Geschwindigkeiten bestimmt durch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{Q}{\sqrt{2gH}} = q = c_0 z_0 f_0 = w_1 z f_1 = w_2 z f_2,$$

so daß auch geschrieben werden darf

$$c_3^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1) + u_2^2 - u_1^2 = q^2 \left[ \frac{1}{(z f_2)^2} - \frac{1}{(z f_1)^2} + \frac{1}{(z_0 f_0)^2} \right],$$

worin  $c_3^2 = 1 - c_0^2$  von der Schluckmenge und daher auch von der Umfangsgeschwindigkeit abhängig ist. Bezeichnet Index (n) den stoßfreien Gang, so darf gesetzt werden

$$c_0^2 = c_{0(n)}^2 \left( \frac{c_0}{c_{0(n)}} \right)^2 = \frac{c_{0(n)}^2}{c_{0(n)}^2} \left( \frac{q}{z_0 f_0} \right)^2.$$

Damit wird

$$q^2 = \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{\left( \frac{1}{z f_2} \right)^2 - \left( \frac{1}{z f_1} \right)^2 + \left( \frac{1}{z_0 f_0} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{c_{0(n)}}{c_{0(n)}} \right)^2 \right]},$$



während für stoßfreien Gang gilt:

$$q_{(n)}^2 = \frac{1 + u_2^2(n) - u_1^2(n)}{\left(\frac{1}{z f_2}\right)^2 - \left(\frac{1}{z f_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{z_0 f_0}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{c_{02}(n)}{c_{01}(n)}\right)^2\right]}$$

so daß die Abhängigkeit der spez. Schluckmenge von der Umfangsgeschwindigkeit folgt aus

$$\left(\frac{q}{Q(n)}\right)^2 = \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 + u_2^2(n) - u_1^2(n)}$$

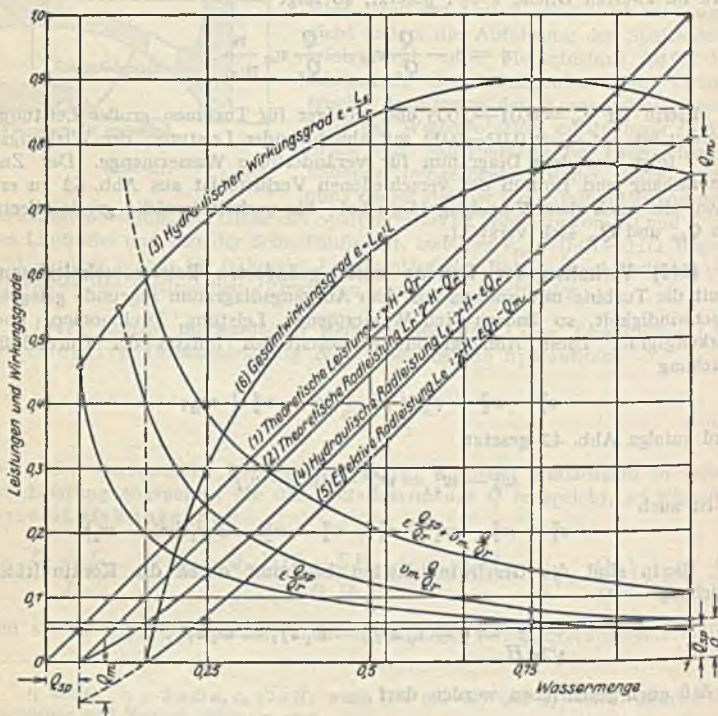


Abb. 62. Leistungen und Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Wassermenge.

Mit  $u_2 = \kappa u_1$ , also  $u_2^2 - u_1^2 = -u_1^2 [1 - \kappa^2]$  wird

$$\left(\frac{q}{Q(n)}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q(n)}\right)^2 = \left(\frac{c_0}{c_{01}(n)}\right)^2 = \left(\frac{w_2}{w_{2(n)}}\right)^2 = \frac{1 - u_1^2 (1 - \kappa^2) + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 - u_1^2(n) (1 - \kappa^2)}$$

Für die äußere Radial-  
 „ „ Axial-  
 „ „ innere Radial-  
 Turbine ist  $D_1 \geq D_2$  und  $1 - \kappa^2 \geq 0$ ,  
 daher wird durch das Glied  $u_1^2 (1 - \kappa^2)$  nicht verändert  
 mit steigender Geschwindigkeit die Wassermenge vergrößert.

Ferner wird sie beeinflusst, wenn  $w_0' \geq w_1$ , d. h.  $w_{st}$  nicht senkrecht zu  $w_1$

steht oder  $\beta_1 \leq 90^\circ$  ist; für  $\beta_1 \leq 90^\circ$  ist im Falle <sup>rascheren</sup> <sub>langsameren</sub> Ganges  $w_0' - w_1$  positiv.

Sofern das mit \* bezeichnete Ausgangsdiagramm sich für Eintritt mit Stoß versteht, gilt

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{q^*}\right)^2 &= \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2w_1(w_0' - w_1)}{1 + u_2^{*2} - u_1^{*2} + 2w_1^*(w_0'^* - w_1^*)} \\ &= \frac{1 - u_1^2(1 - \kappa^2) + 2w_1(w_0' - w_1)}{1 - u_1^{*2}(1 - \kappa^2) + 2w_1^*(w_0'^* - w_1^*)} \end{aligned}$$

Schätzungsweise Annahme von  $c_0$  für die geänderte Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$ , Bestimmung von  $w_1(w_0' - w_1)$  und Ermittlung von  $q$ . Findet man  $\frac{q}{q^*} = \frac{c_0}{c_0^*}$ , so ist der Schätzungswert  $c_0$  richtig, im anderen Falle ist

die Rechnung mit dem korrigierten Werte  $c_0 = \frac{q}{q^*} c_0^*$  zu wiederholen. Die Auftragung von  $q$  in Funktion von  $u_1$  liefert die Wassermengenkurve in Abhängigkeit der Umlaufzahl bei konstantem Gefälle.



Abb. 63.

Einfacher ist das von Prášil angegebene Verfahren<sup>1)</sup>, Abb. 63; Bestimmung des Gefälles  $xH$ , unter dem die Turbine bei nicht normalem Gange die gleiche Schluckfähigkeit besitzt, also  $C_0$ ,  $W_1$  und  $W_2$  sich nicht ändern und insbesondere  $C_0^2$  das gleiche bleibt. Die entsprechenden spezifischen Geschwindigkeiten sind im Ausgangsdiagramm

$$c_0 = \frac{C_0}{\sqrt{2gH}}, \quad w_1 = \frac{W_1}{\sqrt{2gH}}, \quad w_2 = \frac{W_2}{\sqrt{2gH}},$$

und in dem für  $u_{1a}$ ,  $u_{2a}$  sich verstehenden Diagramm (in vorerst unbekanntem Maßstabe)

$$c_{0x} = \frac{C_0}{\sqrt{2gxH}} = \frac{c_0}{\sqrt{x}}, \quad \text{ebenso} \quad w_{1x} = \frac{w_1}{\sqrt{x}} \quad \text{und} \quad w_{2x} = \frac{w_2}{\sqrt{x}}.$$

Damit lautet die Durchflußgleichung

$$1 - \frac{c_0^2}{x} = \frac{w_2^2}{x} - \frac{w_1^2}{x} + \frac{c_0^2}{x} - \frac{u_{2a}^2}{x} + \frac{u_{1a}^2}{x} - \frac{2w_1(w_{0a}' - w_1)}{x}$$

und folgt

$$x = w_2^2 - w_1^2 + c_0^2 + c_0^2 - u_{2a}^2 + u_{1a}^2 - 2w_1(w_{0a}' - w_1).$$

Mit  $x$  werden die dem Gefälle  $xH$  entsprechenden spezifischen Geschwindigkeiten und der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varepsilon_x = 1 - c_{0x}^2 - c_{2x}^2 - w_{2x}^2 = 1 - \frac{1}{x} (c_0^2 + c_{2a}^2 + w_{2a}^2)$$

bestimmt.

<sup>1)</sup> Thomann, Wasserturbinen, 1. Aufl., S. 59.



Behufs Feststellung der Betriebseigenschaften der Francisturbine bei veränderlichem Gefälle und gleichbleibender Umlaufzahl geht man zweckmäßig wie folgt vor. Gegeben Gefälle  $H_n$  und Ausgangsdiagramm, Abb. 64, mit 1,0 bezeichnet, das aufgefaßt werden darf als gezeichnet in tatsächlichen

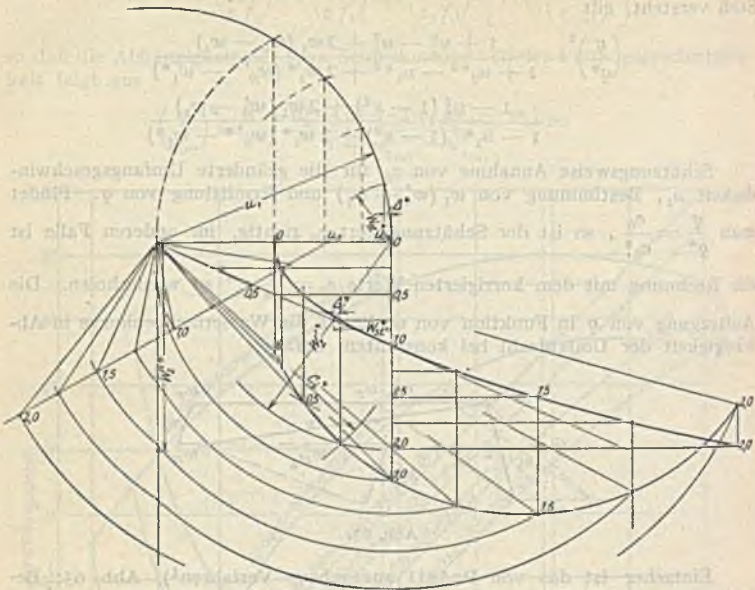


Abb. 64. Diagramm für gleichbleibende Umlaufzahl bei veränderlichem Gefälle.

Geschwindigkeiten im Maßstabe  $1:10\sqrt{2gH_n}$ . Für das geänderte Gefälle  $H'$  bleiben die Umfangsgeschwindigkeiten  $U_1$  und  $U_2$  sowie  $\alpha_0$ ,  $\beta_1$  und  $\beta_2$  konstant, dagegen ändert sich  $C_2$  nach Größe und Richtung; einem angenommenen  $C_0$  gehören bestimmte Werte von  $W_2$  und  $C_2$  zu, denen ein Diagramm mit Stoß entspricht. Unter Annahme der Nichtbeeinträchtigung von  $c_1$  durch den Eintrittsstoß folgt beispielsweise für die Eintrittsgeschwindigkeit  $C_{0,75}^*$

die Stoßgeschwindigkeit  $W_{st}^*$  und  $\Delta^* = \frac{W_{st}^{*2}}{2u_1}$  und damit die Eintrittsvertikale, auf der sich die  $C_i^*$ - und  $W_2'^*$ -Kreise schneiden. Dieser in Abb. 64 zu  $C_i^* = 0,79$  gefundene Wert wird in die Gleichung  $\frac{C_i^{*2}}{c_i^2} = \frac{H'}{H_n}$  eingesetzt, womit  $H'$  folgt, Spalte 4 der Zusammenstellung.

| 1                   | 2       | 3          | 4                               | 5       | 6          | 7          | 8             | 9             |
|---------------------|---------|------------|---------------------------------|---------|------------|------------|---------------|---------------|
| $\frac{Q':Q}{W':W}$ | $C_i^*$ | $C_i^{*2}$ | $\frac{H':H_n}{C_i^{*2}:C_i^2}$ | $C_2^*$ | $C_2^{*2}$ | $W_{st}^*$ | $W_{st}^{*2}$ | $\varepsilon$ |
| 0                   | 0,465   | 0,216      | 0,231                           | 0,495   | 0,245      | 0,680      | 0,462         | -2,125        |
| 0,25                | 0,510   | 0,260      | 0,279                           | 0,390   | 0,152      | 0,510      | 0,260         | -0,545        |
| 0,50                | 0,630   | 0,397      | 0,426                           | 0,300   | 0,090      | 0,340      | 0,116         | +0,448        |
| 0,75                | 0,790   | 0,624      | 0,670                           | 0,245   | 0,060      | 0,170      | 0,029         | 0,798         |
| 1,00                | 0,965   | 0,931      | 1,000                           | 0,255   | 0,065      | 0          | 0             | 0,866         |
| 1,25                | 1,151   | 1,346      | 1,446                           | 0,315   | 0,099      | 0,170      | 0,029         | 0,842         |
| 1,50                | 1,355   | 1,836      | 1,972                           | 0,410   | 0,168      | 0,340      | 0,116         | 0,787         |
| 1,75                | 1,555   | 2,418      | 2,597                           | 0,520   | 0,270      | 0,510      | 0,260         | 0,727         |
| 2,00                | 1,760   | 3,098      | 3,327                           | 0,635   | 0,403      | 0,680      | 0,462         | 0,669         |

Für die Wassermengen gilt  $\frac{Q'}{Q} = \frac{W_1^{*'}}{W_1} = \frac{W_2^{*'}}{W_2}$ , Spalte 1.

Der Wirkungsgrad  $\varepsilon$  ergibt sich mittels der spezifischen Geschwindigkeiten, die durch Multiplikation der Diagrammwerte mit  $\frac{c_1}{C_1^*}$  erhalten werden,

z. B.  $w_2 = W_2^* \frac{c_1}{C_1^*}$ . Damit folgt

$$\varepsilon = c_1^2 - c_2^2 - w_{2t}^2 = \left(\frac{c_1}{C_1^*}\right)^2 [C_1^{*2} - C_2^{*2} - W_{2t}^{*2}], \text{ Spalte 5-9.}$$

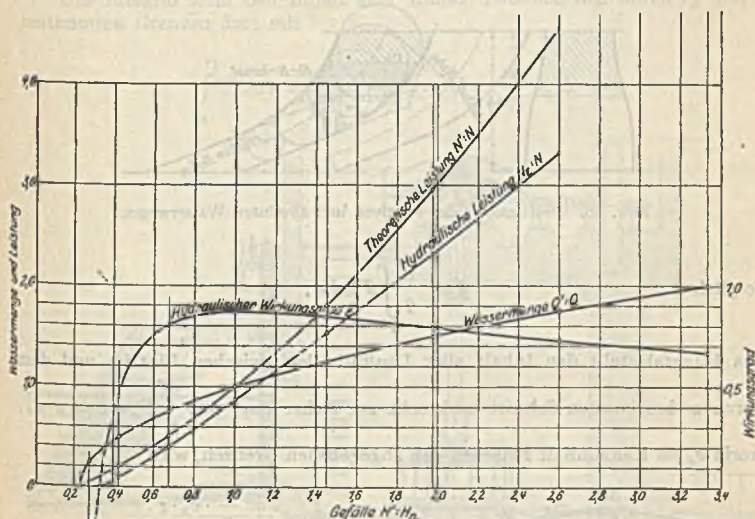


Abb. 65. Wassermenge, Leistung und Wirkungsgrad bei gleichbleibender Umlaufzahl und veränderlichem Gefälle.

Die Auftragung der Tabellenwerte  $\frac{Q'}{Q}$  und  $\varepsilon$  in Funktion von  $\frac{H'}{H_n}$ , Abb. 65, liefert den Verlauf der Wassermengen- und Wirkungsgradkurve sowie die Kurven der theoretischen und hydraulischen Leistung, sie lassen die Gefälle  $H'$  erkennen, für die  $Q=0$  bzw.  $N_\varepsilon=0$  wird. Dies trifft zu für  $H' \approx \frac{1}{3} H_n$ . Ähnliche, auch auf veränderliche Beaufschlagungen (Leitradöffnungen) sich erstreckende Untersuchungen liegen vor von Baumann (D.p.J. 1904, S. 529 u. ff.); Braun (Z. f. d. g. T. 1909, S. 277); Prášil (Schw. B. Bd. 45, Nr. 7 u. ff.); Kröner (Die Turbine 1911, S. 182 u. ff. und 1912, S. 421).

(944) Relativer und absoluter Wasserweg<sup>1)</sup>. Der in Abb. 66 dargestellte mittlere relative Wasserweg (vgl. auch Abb. 67), der Stromfaden durch die Mitte des Laufradkanals, wird bei verhältnismäßig kleiner Schaufelteilung genügend genau erhalten durch Halbierung der durch zwei aufeinanderfolgende Schaufeln begrenzten konzentrischen Kreisbögen oder als geometrischer Ort der Mittelpunkte der dem Laufradkanal eingeschriebenen Kreise.

<sup>1)</sup> Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen. Leipzig 1899, Arthur Felix Thomann, a. a. O. S. 33 u. ff.



Axialturbinen. Abb. 66. Zur Zeit  $t$  ist das Wasserteilchen in  $P$ ; nach Verlauf von weiteren  $dt$  sek hat es sich relativ im Rade um  $ds'$  nach  $P'$  bewegt und mit diesem um  $u dt$  gedreht, so daß sein absoluter Ort in  $P''$  folgt.

Es ist  $ds' = w_x dt$ , also  $dt = \frac{ds'}{w_x} = \frac{ds' \cdot \sin \beta_x}{w_x \sin \beta_x} = \frac{dx}{w_{m_x}}$ ,  
und das Element des Führungsweges

$$dl = u dt = u \frac{dx}{w_{m_x}} = \frac{u}{q} F_x dx, \text{ sofern } q = \frac{Q}{\sqrt{2gH}},$$



Abb. 66. Bestimmung des relativen und absoluten Wasserweges.

folglich

$$l = \frac{u}{q} \int_0^x F_x dx;$$

das Integral stellt den Inhalt aller Laufradzellen zwischen Eintritt und dem durch  $x$  bestimmten Schnitt senkrecht zur Achse dar; mit  $\int_0^x F_x dx = z \cdot v_x$ ,  
worin  $v_x =$  Kanalinhalt zwischen den angegebenen Grenzen, wird

$$l = \frac{u}{q} \cdot v_x \cdot z.$$

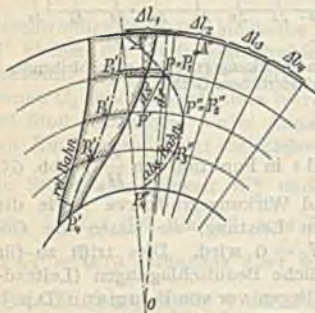


Abb. 67. Bestimmung des relativen und absoluten Wasserweges.

Zwecks zeichnerischer Ermittlung Unterteilung der Radhöhe  $H_r$  und Bestimmung der Einzelwerte  $v_x$ . Für gleichbleibende Breite planimetrische Inhaltsbestimmung der angedeuteten Einzelstreifen.

Für  $w_x = \text{konst.} = w$ , d. h. die Freistrahlturbine, folgt unmittelbar  $l = \frac{u}{w} \cdot s_x'$ .

Radialturbinen. Abb. 67. Das zur Zeit  $t$  in  $P$  befindliche Teilchen bewegt sich im Verlaufe von  $dt$  sek relativ um  $ds' = w_x dt$  nach  $P'$ , wobei es sich um  $w_x \sin \beta_x dt$  radial verschiebt, und es dreht sich mit dem Rade um den Winkel  $P' O P'' = A' O A'' = \frac{dl}{R_1} = \omega dt$ ,  
sofern  $P''$  ein Punkt der absoluten Bahn des Teilchens ist. Es folgt

$$A' A'' = dl = u_1 dt = u_1 \frac{-dr}{w_x \sin \beta_x};$$

mit

$$w_x \sin \beta_x \cdot F_x = \frac{Q}{\sqrt{2gH}} = q$$

folgt

$$dl = -\frac{u_1}{q} F_x dr$$

und

$$l = -\frac{u_1}{q} \int_{r_1}^{r_2} F_x dr = \frac{u_1}{q} \int_{r_2}^{r_1} F_x dr.$$

Das Integral stellt den Inhalt aller Kanäle zwischen den durch  $r_x$  und  $r_1$  bestimmten Grenzen dar; mit

$$\int_{r_x}^{r_1} F_x dr = v_x \cdot z \quad \text{folgt} \quad l = \frac{u_1}{q} v_x \cdot z$$

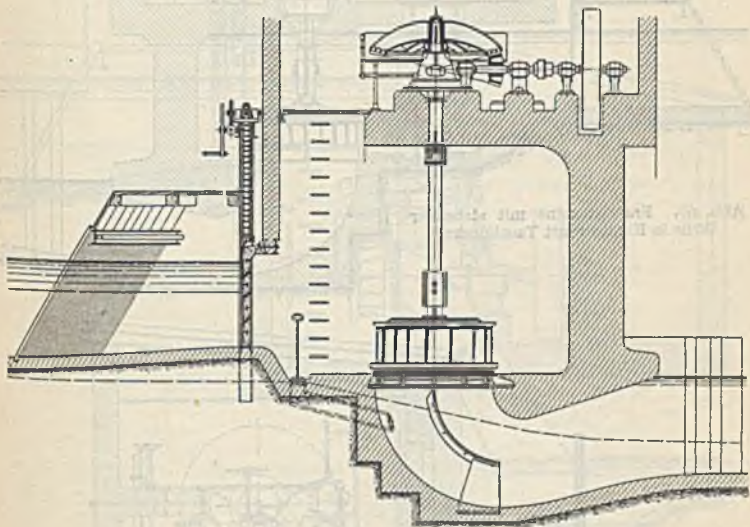


Abb. 68. Francisturbine mit stehender Welle in offener Kammer.

Unterteilung eines Kanals durch konzentrische Kreise, Bestimmung der von ihnen begrenzten Inhalte  $\Delta v_1, \Delta v_2 \dots$  und der zugehörigen Werte  $\Delta l_1, \Delta l_2$ , die auf dem Kreise  $R_1$  aneinandergereiht werden; von den Schnittpunkten der Teilradien mit den konzentrischen Kreisen  $x$  sind deren Bögen, die durch den Anfangsradius und die Relativbahn begrenzt werden, nach ersterem hin abzutragen.

(945) Äußere Radial- (Francis-) Turbine. Für Gefälle von 0,5—150 m und mehr bevorzugt aus Gründen ihrer Anpassungsfähigkeit an Gefälle und Umlaufzahl, guter Wirkungsgrade (bis 86%), vgl. (926), die innerhalb eines weiten Beaufschlagungsbereiches sich nur wenig ändern und wegen ihrer Aufstellungsmöglichkeit über dem Unterwasser, mit dem die Verbindung durch ein Saugrohr erfolgt: leichte Zugänglichkeit der Turbine. Schließlich ermöglicht die Francisturbine eine zuverlässige und wirtschaftliche Regulierung, von Hand oder automatisch, durch gleichzeitige Verstellung aller Leitschaufeln, unmittelbar auf die Schluckmenge wirkend. Die kleine und mittlere Gefälle früher beherrschende Anordnung im



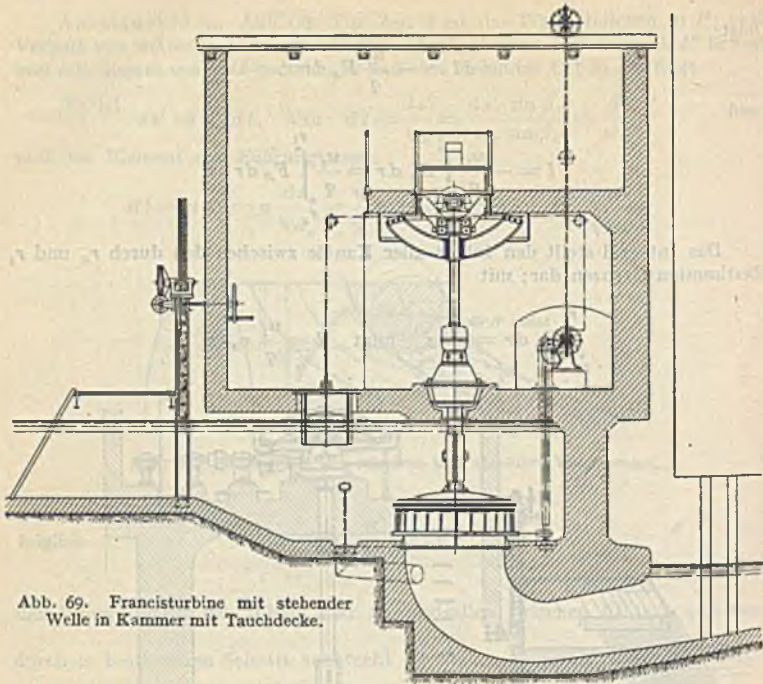


Abb. 69. Francisturbine mit stehender Welle in Kammer mit Tauchdecke.

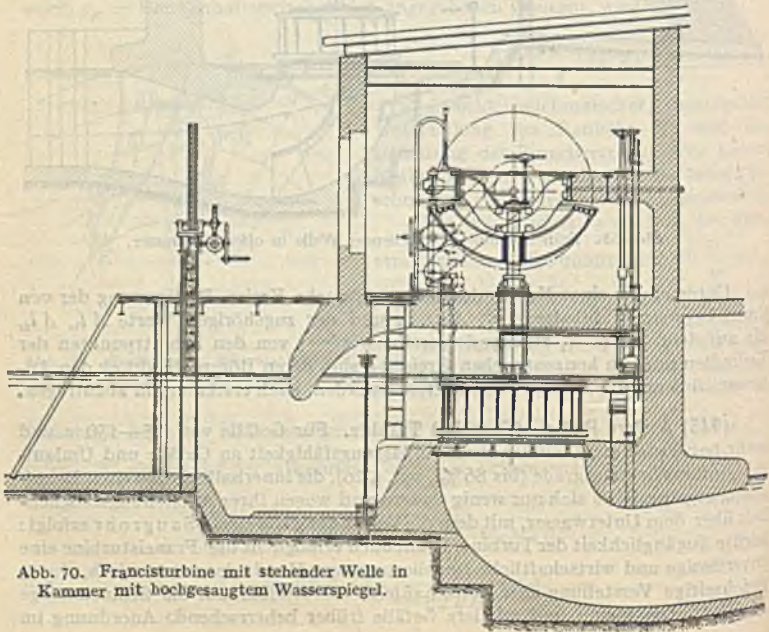


Abb. 70. Francisturbine mit stehender Welle in Kammer mit hochgesaugtem Wasserspiegel.

Schacht zeigen Abb. 68—72:<sup>1)</sup> Ausführung mit stehender bzw. liegender Welle; in diesem Falle ist die Leistung unmittelbar an der horizontalen Welle verfügbar: leichter Abtrieb. Anordnung über dem Unterwasser, genügend Standwassertiefe über der Turbine (Gefahr der Lufteinziehung durch Trichter) und hochwasserfreie Lage des Abtriebes bedingen bis etwa 5 m Gefälle im Falle offener Kammern die Ausführung mit stehender Welle. Diejenige mit liegender Welle ist rücksichtlich Festigkeit, Dichtheit und Kosten der Kammern bis etwa 15 m möglich. Von da ab sind geschlossene oder Gehäuseturbinen zweckmäßig, je nach den Verhältnissen als Kesselturbinen, Abb. 38 und Tafel III, Frontal-

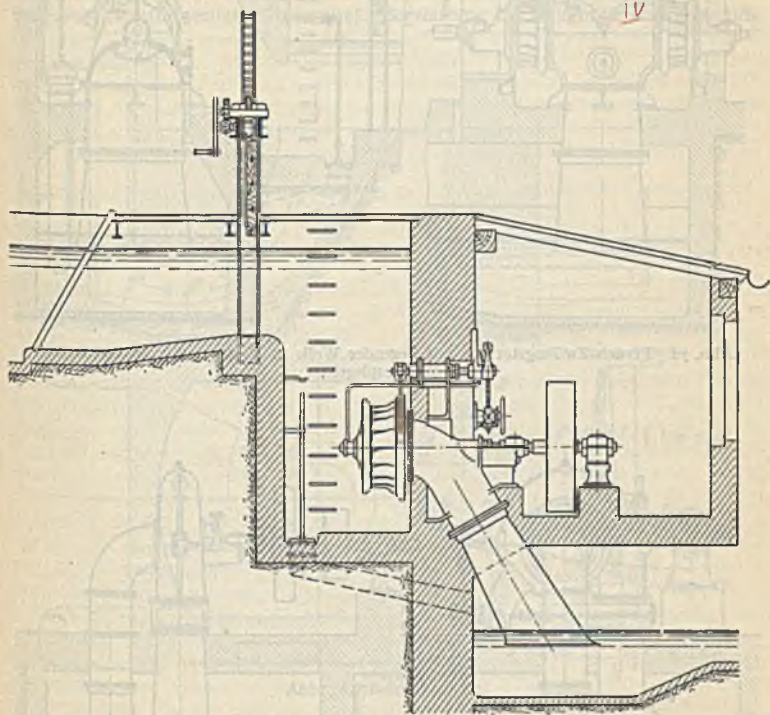


Abb. 71. Francisturbine mit liegender Welle in offener Kammer.

oder Stirnkesselturbinen, Abb. 105 oder Spiralturbinen, Abb. 73. Das im Falle offener Kammern erforderliche Druckgefälle  $H_d' \geq 0,35H$  versteht sich für die Ausführung mit liegender Welle bis oberen Leitradscheitel; Kammerboden tunlichst hochwasserfrei. Damit folgt das Sauggefälle  $H_s$ , dessen obere Grenze, abhängig vom Barometerstand, etwa bei 6 m liegt. Vgl. unter Saugrohr. Das Druckgefälle ist einer Verminderung fähig, wenn die Trichterbildung unmöglich gemacht wird: Turbinenkammer überdeckt, benetzte Tauchdecke, Abb. 69. Es wird negativ, der Wasserspiegel über der Turbine liegt über dem im Obergraben bei den Heberturbinen, Abb. 70 u. 72, wenn die unter Unterdruck sich abscheidende Luft ständig (selbsttätig) abgesaugt wird: geschlossene Kammer unter äußerem Überdruck stehend, genügend tief ins Oberwasser tauchende Lippe zwecks gesicherter Luftabspernung; weniger leicht anlaufend, Entlüftungsvor-

<sup>1)</sup> Die Abb. 68—73 und 105 entsprechen Ausführungen der Firma J. M. Voith, Heidenheim a. Br.



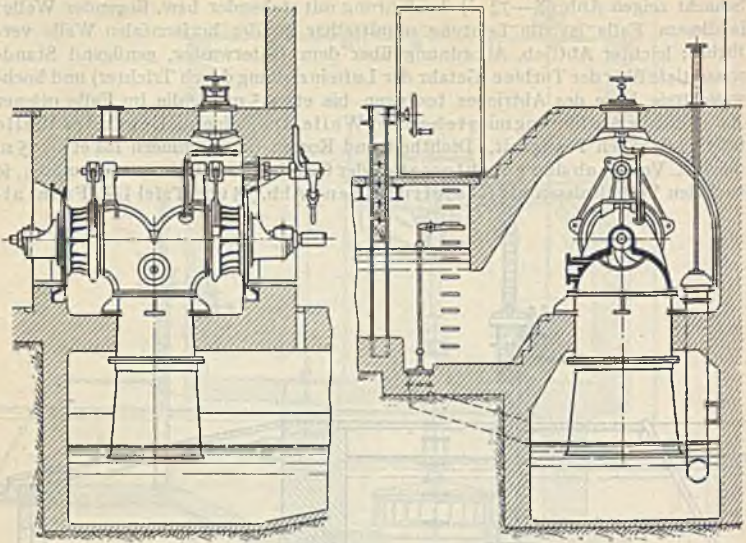


Abb. 72. Francis-Zwillingsturbine mit liegender Welle in Kammer mit hochgesaugtem Wasserspiegel.

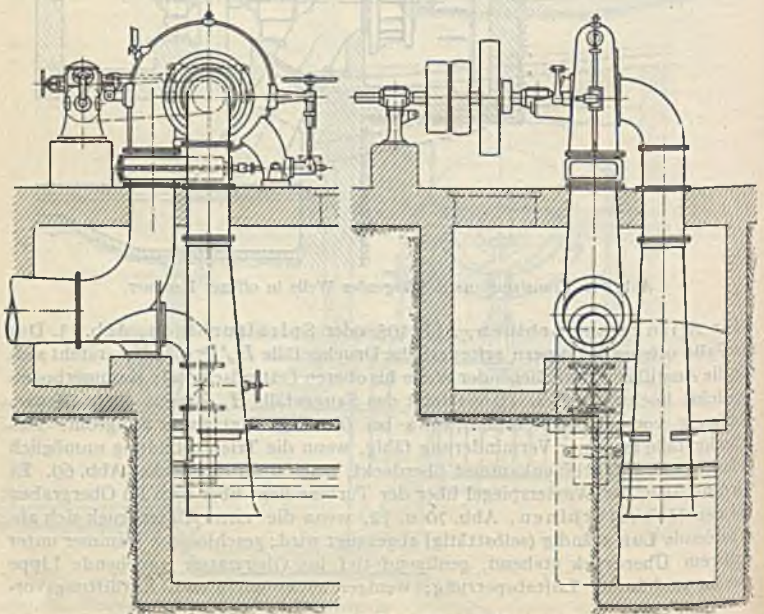


Abb. 73. Spiralturbine mit liegender Welle.

richtung für die Kammer. Hierdurch wird die Verwendungsmöglichkeit der Anordnung mit liegender Welle für kleinere Gefälle erweitert und die Trockenlegung des Kammerbodens im Falle stehender Welle bei kleinen Gefällen oder unter ungünstigen Hochwasserhältnissen ermöglicht. Die Anordnung als Zwillings-Heberturbine zeigt Abb. 72 (Verteilung der Wassermenge auf 2 Räder, kleinere Durchmesser, höhere Umlaufzahl).

(946) Saugrohr. Vgl. auch (952). Aufgabe: Verbindung des Unterwassers mit der Turbine und Ermöglichung deren Aufstellung über diesem unter tunlichst vollkommener Gefälleausnutzung. Deren Erfüllung bedingt eine zusammenhängende Saugsäule (kontinuierliche Strömung): Begrenzung der Saughöhe und dauernde

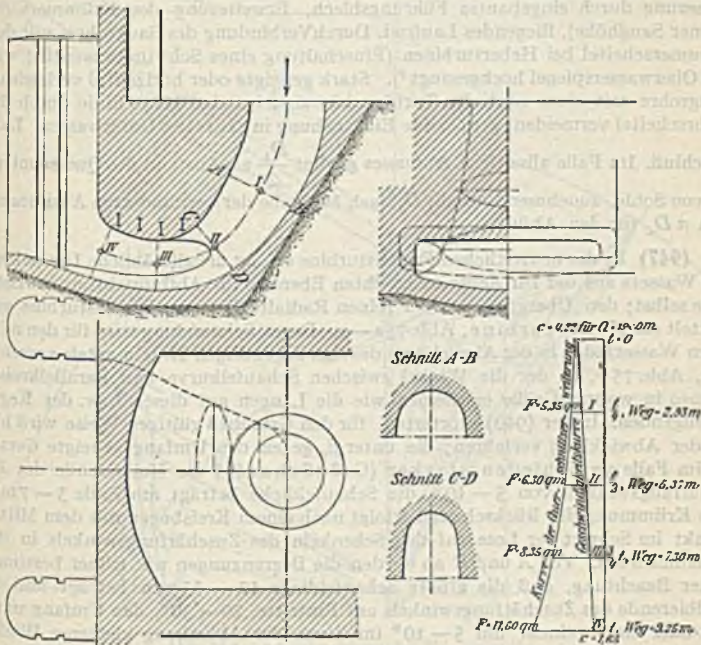


Abb. 74. Betonsaugrohr.

Entlüftung, selbsttätig durch abströmendes Wasser erfolgend, wenn die Geschwindigkeit im Saugrohr  $C_{m_2} = C_s \geq 1$  m/sek. Die maximale Saughöhe ist abhängig vom Barometerstand, Luftgehalt, Geschwindigkeit und Temperatur des Wassers. Die Pressung im Eintrittsquerschnitt muß größer sein als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung.  $H_s \max \approx 6$  m.

Guter Wirkungsgrad bedingt möglichst geschlossenen, verlustfreien Eintritt (konisch sich verjüngende Enden gegossener Schaufeln), kleine Geschwindigkeit  $c_{u_2}$ , geringen Widerstand (Reibung, Krümmung) und tunlichst verlustlosen Übergang von  $C_s$  in  $C_4$ : geradachsiges Saugrohr günstiger als Saugkrümmer.

Ausführung bei engen und kurzen Saugrohren in Gußeisen mit gerader oder gekrümmter Meridianlinie, für die nach Prásil<sup>1)</sup> unter Voraussetzung verlust-

<sup>1)</sup> „Über die Flüssigkeitsbewegung in Rotationshöhlräumen“, Schw. B. Bd. XLI, Nr. 19 u. ff., oder Sonderabdruck hierüber; vgl. außerdem Lorenz: „Neue Grundlagen der Turbinentheorie“, Z. f. d. g. T. 1905, S. 357 u. ff. und „Folgerungen aus den Grundlagen der neuen Turbinentheorie“, Z. f. d. g. T. 1906, S. 105, sowie „Theorie und Berechnung der Vollturbinen und Kreiselpumpen“, Z. 1905, S. 1760 u. ff., in Buchform erschienen bei R. Oldenbourg, München und Berlin. Der Wasserdurchgang wird als widerstandslos erfolgreich angesehen.



loser Strömung gilt  $z r^2 = \text{konst.}$ , mit  $r =$  lichter Halbmesser in Höhe  $z$  über der Sohle. Oder in Blech genietet, Kegelstumpf mit Anschlußwinkelring, Nut für Dichtungsring und Versteifungsbördel am Austritt; oder in Beton mit gekrümmter Achse und Querschnittsänderung von der Kreisform in eine dem Rechteck sich nähernde im Falle einfachen Krümmers. Die Änderung des Querschnittes im Falle gleichmäßig verzögerter Bewegung ist aus Abb. 74<sup>1)</sup> ersichtlich. Bezüglich des Ausführungsvorschlages von Dubs vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 357.

Bei horizontalachsigen Turbinen sind mit der Umlenkung des Wassers Druck- und Geschwindigkeitsunterschiede im nämlichen Querschnitt und im Falle durchgehender Welle Widerstände verknüpft: Minderung des Saugrohrgewinnes, Verbesserung durch eingebautes Führungsblech, Erweiterung des Krümmers (bei kleiner Saughöhe), fliegendes Laufrad. Durch Verbindung des Saugrohres mit dem Kammerscheitel bei Héberturbinen (Einschaltung eines Schwimmerventils) wird der Oberwasserspiegel hochgesaugt<sup>2)</sup>. Stark geneigte oder horizontal verlaufende Saugrohre mit einer nach der Turbine hin ansteigenden Mantellinie durch den Rohrscheitel vermeiden; genügende Eintauchung in tiefstes Unterwasser: Luftabschluß. Im Falle allseitigen Abflusses genügt  $\frac{D_1}{2}$  als Abstand des Querschnittes  $F_4$  von Sohle, zunehmend bis auf  $D_1$  nach Maßgabe der verminderten Ausnutzung von  $\pi D_1$  für den Abfluß.

(947) In der neuzeitlichen Francisturbine erfolgt die allmähliche Umlenkung des Wassers aus der zur Achse senkrechten Ebene in die Abflußrichtung im Laufrade selbst; den Übergang von der reinen Radialturbine zur Francisturbine vermittelt die Konusturbine, Abb. 75a—c. Deren Schaufelung wird für den mittleren Wasserfaden in der Abwicklung des ihm zugehörigen Kegelmantels verzeichnet, Abb. 75b, in der die Winkel zwischen Schaufelkurve und Parallelkreisen ebenso in wahrer Größe erscheinen wie die Längen auf diesen bzw. der Kegel erzeugenden. In der (940) erörterten, für den Grundriß gültigen Weise wird hier in der Abwicklung verfahren; die unter  $\beta_3$  gegen den Umfang geneigte Gerade ist im Falle verschieden starker (Guß-)Schaufel die Halbierende des Zuschärfungswinkels von  $5—10^\circ$ , die Schaufeldicke beträgt am Ende  $3—7$  mm. Die Krümmung der Rückschaufel erfolgt nach einem Kreisbogen mit dem Mittelpunkt im Schnitt der Lote auf den Schenkeln des Zuschärfungswinkels in den Schaufelenden. Von  $A$  und  $B$  ab werden die Begrenzungen wie früher bestimmt unter Beachtung, daß die größte Schaufeldicke  $12—35$  mm beträgt und die Halbierende des Zuschärfungswinkels am Eintritte,  $20—30^\circ$ , den Umfang unter  $\beta_1$ , oder unter einem um  $5—10^\circ$  im Sinne der Ablenkung kleineren Winkel schneidet. Zur Übertragung der arbeitenden Vorschaukelkurve in den Grundriß wird der Kegelmantel durch Axialebenen geschnitten, die als Radien durch  $C, D, E$  usw. erscheinen; Hereindrehung von  $PD$  in den Aufriß nach  $P''D''$ , Projektion von  $D_v''$  in den Grundriß auf den durch  $M'$  gehenden horizontalen Radius und Zurückdrehung um den Bogen  $\widehat{AP} = \widehat{AD}$  liefert den gesuchten Grundrißpunkt. Der Verlauf des Grundrisses für Vor- und Rückschaufel wird noch genauer bestimmt durch die Grundrißprojektion des Austrittswinkels; das durch  $u_2$  und  $\beta_3$  bestimmte rechtwinklige Dreieck  $AOF$  wird in den Grundriß (nach  $P'O'F'$ ) projiziert.

(948) Bei der Francisturbine liegen die Stromfäden auf Umdrehungsflächen mit gekrümmten Meridiankurven, die nicht abwickelbar sind und näherungsweise ersetzt werden durch abwickelbare Hilfsflächen: die im Austritte berührende Kegelfläche und die im Eintritte berührende Ebene senkrecht zur Achse oder ebenfalls eine Kegelfläche. Der Ersatz von Punkten auf der tatsächlichen Umdrehungs-

<sup>1)</sup> Ausführung für die Kraftanlage Kykkelsrud am Glommen (Norwegen), vgl. Z. 1904, S. 581.

<sup>2)</sup> J. M. Voith hat hierzu das Spaltwasser benutzt; vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 82.

fläche durch solche auf den Hilfsflächen erfolgt zweckmäßig derart, daß die Schau-  
felkurve auf diese abgewickelt wird: Beibehaltung der wahren Länge vom An-  
fangspunkte an und Benutzung derselben bis zu dem Meridianpunkt, der sich mit  
gleicher Genauigkeit auf beiden darstellt.

Bei schmalen Francisstürbinen ( $n_s \leq 60$ ) braucht die Veränderlichkeit der  
Geschwindigkeiten längs der Stromfäden nicht berücksichtigt zu werden; es genügt  
die Betrachtung des mittleren Fadens, für den ein, den Hauptgleichungen ent-  
sprechendes Diagramm ausreicht. Zur Bestimmung der Schauform breiterer Tur-

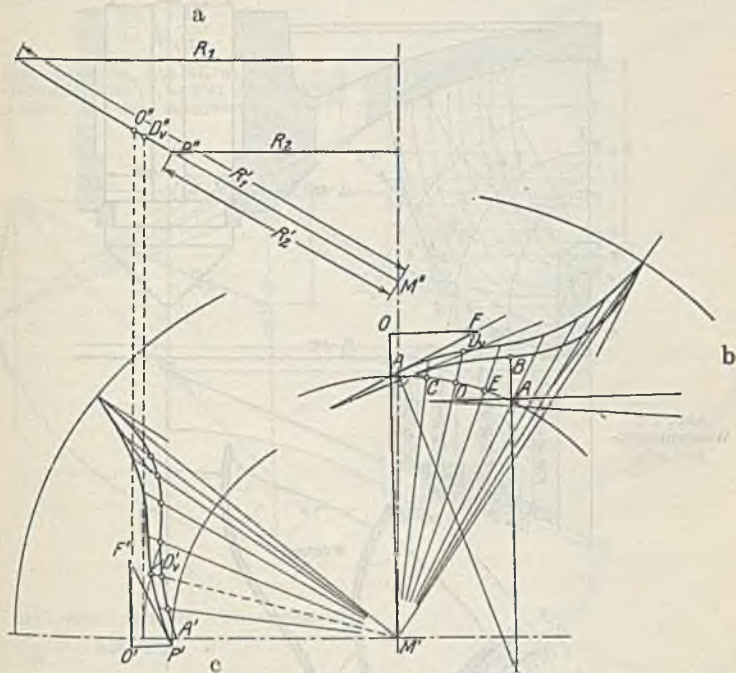


Abb. 75 a — c. Schauform der Konussturbine.

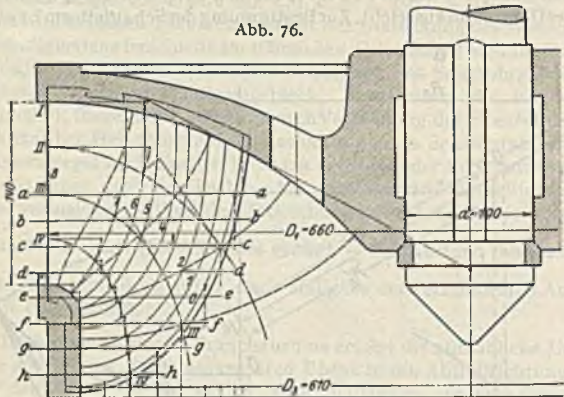
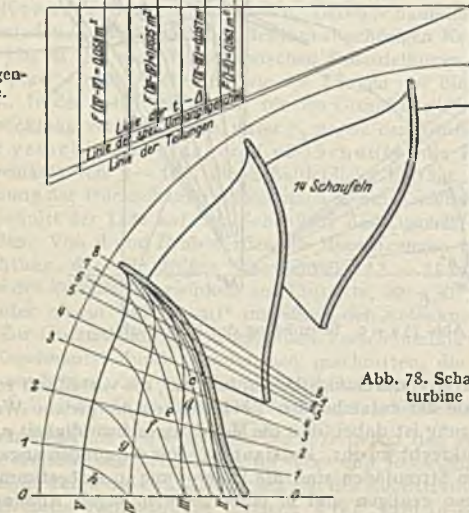
binen<sup>1)</sup> werden mehrere Umdrehungsflächen benützt, die vorteilhaft so angenom-  
men werden, daß jede der entstehenden Teilturbinen die gleiche Wassermenge  
schluckt. Voraussetzung ist dabei, daß die Meridianschwindigkeit  $c_m$  auf einer  
Niveaufläche, senkrecht zu ihr, konstant ist. Für die auf den angenommenen  
Meridianen liegenden Stromfäden sind die Diagramme so zu bestimmen, daß sie  
den Hauptgleichungen genügen und in einer gesetzmäßigen Abhängigkeit zu-  
einander stehen derart, daß die Stromfäden nach entsprechender Drehung um die  
Laufachse eine stetig verlaufende Schauform ergeben. Thomann emp-  
fiehlt im Interesse tunlichst gleicher Austrittsweite, auf der Richtung von  $w_2$   
für den mittleren Wasserfaden einen Punkt in der Nähe des Schnittpunktes des  
vom Anfangspunkt des Diagramms auf  $w_2$  gefällten Lotes mit  $w_2$  anzunehmen, durch

<sup>1)</sup> Camerer: „Beiträge zur Berechnung der Zentripetal- (Francis-) Turbinen, Z. 1911,  
S. 933 u. ff., bzw. F.A., Heft 139 und die daselbst genannten Untersuchungen von Reindl  
und Böhm in Z. f. d. g. T. 1910, S. 277 u. ff. bzw. 1911, S. 6 u. ff. und die Werke von Thomann,  
Stuttgart: Konrad Wittwer; Escher, Berlin: Julius Springer und Camerer, Leipzig und Berlin:  
Wlb. Engelmann.



den alle anderen  $w_0$  gezogen werden. Die doppelt gekrümmte Schaufelfläche wird durch Schichtlinien dargestellt, die auf Ebenen senkrecht zur Laufradachse liegen und zu deren Bestimmung die Wasserfäden im Auf- und Grundriß zu verzeichnen sind. Die Verbindungslinie der Eintrittspunkte ist die Eintrittskante, für Räder normaler Breite ( $B = \frac{D_1}{4}$ ) die Mantellinie eines Zylinders oder eine auf

Abb. 76.

Abb. 79.  
Wassermengen-  
kontrolle.Abb. 78. Schaufelung der Francis-  
turbine (Normalläufer).

diesem liegende Schraubenlinie mit starker Steigung; die Austrittspunkte liegen auf der Austrittskante, eine Kurve in einer Ebene durch die Achse oder parallel dieser oder eine doppelt gekrümmte Kurve. Mit zunehmender Schnellläufigkeit entfernt sich die Eintrittskante mehr und mehr von dem normalen Zylinder und bei der Propeller- und Kaplan-turbine liegt sie in einer Ebene senkrecht zur Achse<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Z. 1921 S. 1036. Vgl. (954).

Die Bestimmung der Schichtlinien im Auf- und Grundriß und die Prüfung, ob ihr Verlauf im Aufriß einen stetigen Verlauf der Schaufelfläche ergibt, erfolgt an Hand axial verlaufender Kontrollschnitte, die mittels der Abwicklungen der Hilfsflächen bestimmt werden.

Beispiel. Für eine Wasserkraft sei  $Q = 0,900$  cbm/sek und  $H = 10$  m: verlangt wird  $n = 270$ . Dem entspricht mit  $\eta = 0,80$  eine effektive Leistung  $N_e = \frac{1000 \cdot 0,9 \cdot 10 \cdot 0,8}{75} = 96$  PS.

Die spez. Drehzahl, vgl. (968) und (1030), beträgt

$$n_s = \frac{270}{10} \sqrt{\frac{96}{\sqrt{10}}} = 148.$$

Dem entspricht, Abb. 85,  $u_1 = 0,67$  d. h. ein Normläufer ( $\beta_1 = 90^\circ$ ). Ausgehen vom Austritt; mit dem Mittelwert  $c_{m_2} = 0,275$

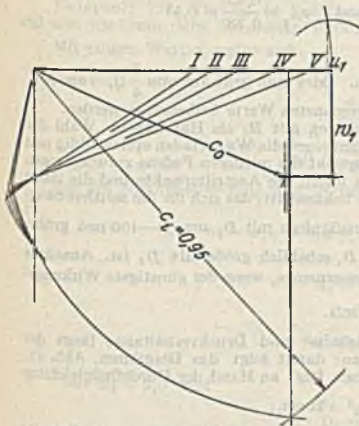


Abb. 77.

und dem mittleren Verengungsfaktor  $\frac{t_2 - \Delta_2}{t_2} = 0,88$  folgt

$$F_2 = \frac{0,900}{0,275 \cdot 4,43 \sqrt{10} \cdot 0,88} = 0,265 \text{ m}^2$$

und

$$c_{m_2} = c_s = 0,23.$$

Die gleiche Geschwindigkeit für den oberen Saugrohrquerschnitt angenommen liefert dessen Eintrittsdurchmesser aus

$$D_s^2 \frac{\pi}{4} = \frac{0,9}{0,23 \cdot 4,43 \sqrt{10}} = 0,275$$

zu  $0,592$  m.

Gewählt  $D_s = 600$  mm.

Der geforderten Drehzahl  $n = 270$  entspricht ein Laufraddurchmesser

$$D_1 = \frac{60 \cdot 0,67 \sqrt{2g \cdot 10}}{270 \pi} = 663.$$

Gewählt  $D_1 = 660$  mm, entsprechend einer äußeren Kranzdicke von 30 mm.

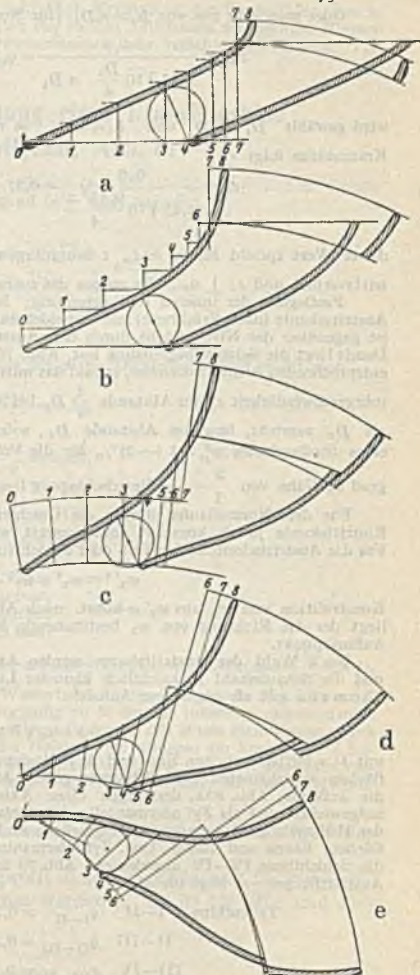


Abb. 80a—e. Abwicklungen.



Mit  $c_{m_0} = 0,23$ , vgl. Abb. 85, folgt die lichte Leitrad-Breite zu

$$b_0 = \frac{0,9}{0,23 \cdot 4,43 \sqrt{10} \cdot 0,66 \pi} = 139; \text{ gew\u00e4hlt } b_0 = 140 \text{ mm.}$$

Dabei ist vorausgesetzt

$$\frac{t_0 - d_0}{t_0} = \frac{t_1 - d_1}{t_1} \sim 1: \text{ Zusch\u00e4rfung der Schaufelenden.}$$

Oder man geht aus von  $b_0 = \kappa D_1$  (f\u00fcr Normall\u00e4ufer  $\kappa = \frac{1}{4}$ ); aus

$$c_{m_0} = \frac{0,9}{4,43 \sqrt{10} \frac{D_1}{4} \pi D_1} = 0,22 \text{ folgt } D_1 = 610 \text{ mm}$$

wird gew\u00e4hlt  $D_1 = 600$  und  $b_0 = 150$ , so wird  $c_{m_0} = 0,22 \frac{0,093}{0,09} = 0,227$ . Mit 25 mm Kranzst\u00e4rke folgt

$$c_s = \frac{0,9}{4,43 \sqrt{10} \cdot 0,55^2 \pi} = 0,27 \text{ und } c_{m_2} = \frac{0,27}{0,88} = 0,31$$

dieser Wert spricht f\u00fcr  $c_2 \approx c_{m_2}$ : Saugrohrgevvinn. Oder man geht aus von  $\frac{3}{4} Q$ , vom Austrittsverlust und  $c \perp u_2$ . Es m\u00f6gen die zuerst errechneten Werte beibehalten werden.

Festlegung der inneren Radbegrenzung; Kreisbogen mit  $R_1$  als Halbmesser. Wahl der Austrittskante (nach Erfahrung); sie schneidet im allgemeinen die Wasserf\u00e4den spitzwinklig und ist gegen\u00fcber der Niveauf\u00e4che durch den Austrittspunkt des mittleren Fadens zur\u00fcckgezogen. Damit liegt die Schaufelbegrenzung fest, Abb. 76, es folgen die Austrittspunkte und die ihnen entsprechenden Austrittsdreiecke, sobald das mittlere bekannt ist, das sich f\u00fcr die mittlere Saugrohrgeschwindigkeit  $c_s$  im Abstände  $\frac{3}{4} D_s$  bei Normall\u00e4ufern mit  $D_1$  um 50—100 mm gr\u00f6\u00dfer als  $D_s$  versteht, bzw. im Abstände  $D_s$ , sofern  $D_1$  erheblich gr\u00f6\u00dfer als  $D_s$  ist. Annahme eines Sto\u00dfverlustes  $w_{st}^2 = 1$  (—2) % f\u00fcr die Vollwassermenge, wenn der g\u00fcnstigste Wirkungsgrad in N\u00e4he von  $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$  Beaufschlagung liegen soll.

F\u00fcr den Normall\u00e4ufer d\u00fcrfen die Geschwindigkeits- und Druckverh\u00e4ltnisse l\u00e4ngs der Eintrittskante je als konstant vorausgesetzt werden; damit folgt das Diagramm, Abb. 77. F\u00fcr die Austrittsdreiecke der Teil- oder Schichtturbinen folgt an Hand der Durchfl\u00fcssgleichung

$$w_2'^2 = w_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = \text{konst.};$$

Konstruktion von  $w_2$  aus  $w_2' = \text{konst.}$  nach Abb. 50, 51 oder 53. Im vorliegenden Beispiel liegt der die Richtung von  $w_2$  bestimmende Punkt auf der Senkrechten zu  $u$  durch den Anfangspunkt.

Nach Wahl der Austrittskante werden Axialschnitte im Grundri\u00df festgelegt, Abb. 78, und die Schaufelzahl r\u00fccksichtlich kleinster Lichtweite  $a_2 = (t_2 - d_2) \sin \beta_2$  gew\u00e4hlt. Nach Thomann gilt als ungef\u00e4hrer Anhalt

$$z = c_0 \sqrt{D} \text{ mm } \pm 1$$

mit  $D =$  Mittel zwischen Ein- und Austrittsdurchmesser; angenommen  $z = 14$ . Die in Hilfsfl\u00e4chen verzeichneten Schaufelkurven geben Abb. 80 a—e wieder, insbesondere entspricht die \u00e4u\u00dferste, Abb. 80 a, derjenigen einer Axialturbinen; Begrenzung V—V wird entweder aufgewickelt und als Zylindermantell n e aufgefa\u00dft oder, wie im vorliegenden Beispiel, au\u00dfer der Hilfszylinderfl\u00e4che noch die Hilfsebene senkrecht zur Achse verwendet. Statt der Hilfsfl\u00e4chen, Ebene und Kegel- bzw. Zylindermantel, werden auch nur letztere verwendet, wie f\u00fcr die Schichtlinie IV—IV angedeutet. Abb. 79 zeigt die Wassermengenkontrolle mit Hilfe der Austrittsfl\u00e4chen; es folgt f\u00fcr die

|             |        |   |
|-------------|--------|---|
| Teilturbine | I—II   | $q_{I-II} = 0,2839 \cdot 0,062 = 0,0179$    |
|             | II—III | $q_{II-III} = 0,280 \cdot 0,059 = 0,0160$   |
|             | III—IV | $q_{III-IV} = 0,2725 \cdot 0,0575 = 0,0157$ |
|             | IV—V   | $q_{IV-V} = 0,266 \cdot 0,058 = 0,0154$     |
|             |        | $\Sigma q = 0,0650$                         |

und

$$Q = 0,0650 \cdot 4,43 \sqrt{10} = 0,910 \text{ m}^3.$$

Ein etwaiger Fehlbetrag macht eine Korrektur erforderlich; entweder durch \u00c4nderung der \u00e4u\u00dferen Laufradbegrenzung oder des Diagramms: Annahme von Proportionalit\u00e4t zwischen Wassermenge und Relativgeschwindigkeit im Schwerpunkt des Kanalquerschnittes. Sind

$(w_2)$  und  $(Q)$  zusammengehörige, dem Ausgangsdiagramm entsprechende Werte, so folgt für die gegebene Wassermenge  $Q$  der wahre Wert  $w_2 = (w_2) \frac{Q}{(Q)}$ : Änderung von  $c_{u_2}$ ,  $c_2$ ,  $\varepsilon$  und des Eintrittsdreiecks; Beibehaltung von  $b_0$  bedingt Änderung von  $(\alpha_0)$  in  $\alpha_0$  und von  $(w_{u1})$  in  $w_{u1}$ . Im Unterschied zwischen errechneter und Sollwassermenge, ganz abgesehen von unvermeidlichen Ausführungsfehlern, liegt der Grund, daß von vornherein mit einer Schluckreserve (5 — 10 %) gerechnet wird.

Bei breiten Turbinen treten infolge der schärferen Krümmung der Wasserfäden Druck- und Geschwindigkeitsänderungen in den Punkten der zu den Teilflächen senkrechten Niveauflächen auf mit der Wirkung, daß die Teilwassermengen sehr verschieden ausfallen. Vgl. hierüber Thomann, a. a. O. S. 126 und (949).

### (949) Entwurf und Schaufelung einer Francisturbine größerer Schnellläufigkeit, Abb. 81—83.

Beispiel: Eine Turbine zu konstruieren, die für  $Q = 2\frac{1}{2} \text{ m}^3$  bei  $H = 12,6 \text{ m}$  Gefälle und  $n = 300 \text{ Umdr./Min.}$  den besten Wirkungsgrad ( $\eta = 0,87$ ) aufweist.

Mit obigen Werten ergibt sich:

$$N = 390 \text{ PS,}$$

$$n_{\text{opt}} = 250,$$

$$\omega_s = \frac{\pi n}{30} \frac{1}{\sqrt{2gH}} = 2,0.$$

Aus der Zusammenstellung Abb. 85 bzw. aus der graph. Darstellung (950) erhält man

$$u_s = u_{1a} = u_{2a} = D_a \frac{\omega_s}{2} = 0,86,$$

$$u_1 = D_1 \frac{\omega_s}{2} = 0,66,$$

$$u_{2t} = D_{2t} \frac{\omega_s}{2} = 0,33,$$

$$B_0 \omega = 0,51.$$

Mit  $\omega_s = 2,0$  wird

$$D_a = 860 \text{ mm,}$$

$$D_1 = 660 \text{ mm,}$$

$$D_{2t} = 330 \text{ mm,}$$

$$B_0 = 255 \text{ mm.}$$

Radbodenprofil: Kreisbogen mit Mittelpunkt auf einer Vertikalen im Abstände  $\frac{D_a}{2}$ . Mit  $D_1$  und  $D_2$  liegt die meridiante Länge des innersten Wasserfadens längs der Schaufel fest. Die meridiante Länge des äußeren Wasserfadens werde vorläufig zu  $\frac{1}{2}$  der des innersten angenommen. Mit Abrundung des Übergangs des Leitradbodens zum Saugrohr mit einem Halbmesser gleich doppelter Wandstärke des Außenkranzes und einer Neigung des letzteren am Austritt 1 : 8 folgen der Ein- und Austrittspunkt des äußersten Wasserfadens auf  $D_a$ . Die Eintrittskante verläuft senkrecht zu Radboden und Außenkranz mit leichter Ausrundung, die Austrittskante durch die beiden Austrittspunkte nach Gefühl.

Annahme über die Geschwindigkeitsverteilung beim Durchfluß durch das Laufrad.

Die Wasserbahnen für ein Turbinenprofil ohne Schaufeln und für reibungsfreie Flüssigkeit können genau verzeichnet werden<sup>1)</sup>. Es ist für eine und dieselbe Turbinenquerschnittsfläche

$$\frac{r \cdot \Delta a}{\Delta s} = \text{const,}$$

wobei  $\Delta a$  die Bahnbreite und  $\Delta s$  der meridiante Abstand der nächsten Querschnittsfläche ist. Die so ermittelten Wasserbahnen lassen erkennen, daß die Krümmung der Wasserfäden sich weit ins Leitrad fortsetzt und diese an Orten stärkerer Krümmung (am Außenkranz) dichter liegen, als es einer gleichmäßigen Verteilung der Geschwindigkeit über eine Turbinenquerschnittsfläche entspräche.

<sup>1)</sup> Wagenbach, Z. ges. Turbinenwesen 1907, S. 293.



Eine genaue Durchführung dieser Konstruktion der Wasserbahnen und ihrer Normaltrajektorien ist ziemlich mühsam. Der Verlauf der letzteren kann auch als Ort gleichen elektrischen Potentials an einem mit Elektrolyt gefüllten Paraffinabguß des Profils experimentell ermittelt werden<sup>1)</sup>. Bei dieser Bestimmung ist jedoch der Einfluß der Reibung vernachlässigt. Noch mehr wird das Bild verzerrt durch die Schaufeln selbst, wie folgende Überlegung zeigt:

Es sei für den Austrittspunkt eines Wasserfadens die Geschwindigkeit  $c_{m2}$  bzw.  $c_2$  für senkrechten Austritt nach der vorstehenden genaueren Methode ermittelt, die Schaufel jedoch mit einem größeren Winkel  $\beta_2$  ausgeführt, als es obiger Wert von  $c_2$  erforderte. Es wird sich dann auch an dieser Stelle eine Geschwindigkeit  $c'_2 > c_2$  einstellen. Die Überlegung zeigt, daß sich die Geschwindigkeit der gewählten Schaufelform anpaßt.

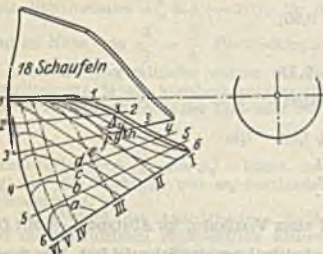
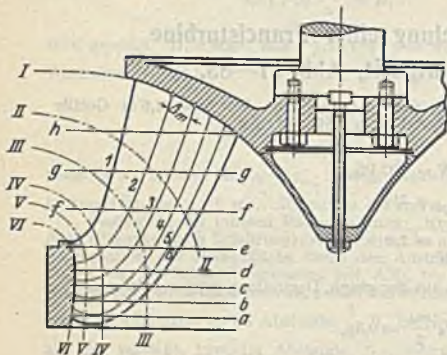


Abb. 81. Schaufelung der Francis-turbine (Schnellläufer).

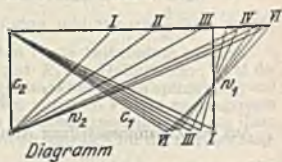


Abb. 82.

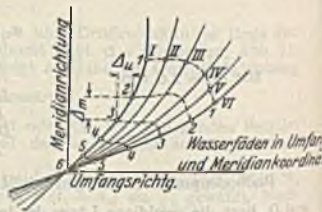


Abb. 83.

Es wird nun vielfach die vereinfachende Annahme gemacht, daß  $c_m$  über einen Turbinenquerschnitt (Normaltrajektorie) konstant sei.

Wegen ungleicher Geschwindigkeitsverteilung über den Zellenquerschnitt bzw. wegen der gegenseitigen Störung der Schaufeln macht sich eine kleine Übertreibung der Schaufelwinkel am Ein- und Austritt erforderlich, die nur geschätzt werden kann. Es sollte also  $c_m$  am Eintritt etwas zu groß und am Austritt zu klein angenommen werden. Die besten Räder sind nicht durch theoretische Spekulationen, sondern auf Grund von Versuchen an Modellen entstanden, die einfachste Umlenkung bei flüssiger Form aufweisen.

Daher erscheint es zulässig, weitgehende vereinfachende Annahmen bezüglich der Verteilung der Durchflußgeschwindigkeiten am Ein- und Austritt zu machen, die vor allem eine stetige Schaufelform ergeben.

Zur Aufzeichnung des Diagramms setze man über die ganze Ein- bzw. Austrittskante den gleichen Wert von  $c_2 = c_{m2} = c_{m1}$ .

Durch diese Annahme wird  $c_{m1}$  im allgemeinen etwas zu groß und der Schaufelwinkel am Eintritt etwas übertrieben, ferner  $c_{m2}$  für die äußeren Wasser-

<sup>1)</sup> Gerber-Ackeret, Escher-Wyss-Mitteilungen 1. Jahrg., Nr. 6.

fäden, also für die Teile, durch die nach der genaueren Konstruktion das meiste Wasser fließt, zu klein, also auch hier eine gewisse Übertreibung der Schaufelwinkel bzw. eine Vergrößerung des Anstellwinkels bei den flacheren Profilen erreicht.

Die Wasserfäden II bis V werden mit stetem Übergang der Form von Wasserfaden I und VI nach früherem, vgl. (948), eingezeichnet mit der Maßgabe, daß deren Krümmung sich noch ins Leitrad fortsetzt und die Wasserfäden an Orten stärkerer Krümmung etwas dichter liegen. Mit diesem Anhalt werden die Wasserfäden wenigstens über die Breite des Profils im Aufriß mit genügender Genauigkeit verzeichnet werden können. Zur Festlegung der Schaufelform ist es auf Grund der bezügl. der Diagrammwinkel getroffenen Annahmen über die meridiane Ein- und Austrittsgeschwindigkeit nicht nötig, daß durch die einzelnen Strombahnen die gleiche Wassermenge geht. Es muß nur der gezeichnete Stromfaden möglichst dem wirklichen Verlauf entsprechen, so daß die Diagramme für die einzelnen Wasserfäden mit  $c_{u1} = \frac{r}{2u_1} = \frac{0,435}{u_1}$  aufgezeichnet werden können.

Die Wasserfäden sollen in winkeltreuer Abbildung, d. h. in Umfangs- und Meridiankoordinaten, so verzeichnet werden, daß ihre meridiane Ausdehnung aus dem Aufriß entnommen wird. Die Umfangsausdehnung ist von der Wahl der Ein- und Austrittskante im Grundriß abhängig. Diese werden mit Rücksicht auf das Einformen meist radial angenommen.

Zur Festlegung von Ein- und Austrittskante im Grundriß überträgt man einen oder zwei Wasserfäden, deren Verlauf unter Annahme einer Umfangsausdehnung in der winkeltreuen Abbildung diagrammgemäß verzeichnet wurde, von der Eintrittskante ausgehend schrittweise mit den Stufen  $\Delta m$  aus dem Aufriß und  $\Delta u$  aus der winkeltreuen Abbildung in den Grundriß.

Fallen die Austrittspunkte nicht in eine Radiale, so wird eine verglichene Umfangsausdehnung der Schaufel im Grundriß angenommen und die winkeltreue Abbildung danach korrigiert.

Es ist nun nicht schwer, mit den festliegenden Ein- und Austrittspunkten der übrigen Wasserfäden deren Verlauf im Grundriß soweit zu schätzen, daß deren gesamte Umfangsausdehnung mit genügender Genauigkeit zur endgültigen Aufzeichnung derselben in der winkeltreuen Abbildung ermittelt werden kann, um diese wieder in den Grundriß zu übertragen.

Die Übertragung einer Geraden in der Austrittsrichtung aus der winkeltreuen Abbildung in den Grundriß ergibt die sogenannte neutrale Kurve.

Auf Grund der aus der Tragflügeltheorie gewonnenen Erkenntnis, s. (955), verzichtet man auch mit Rücksicht auf gute Schaufelform bei Schnellläufern auf eine längere Beibehaltung der neutralen Kurve und vermeidet besonders mehrfache Wendepunkte, wie sie bei früheren Ausführungen vorkamen.

Im übrigen erfolgt die Darstellung der Schaufel durch Schichtlinien nach (948). Zur Aufzeichnung der Radialschnitte im Aufriß wird die winkeltreue Abbildung mit Vorteil verwandt.

Abb. 84 zeigt noch die aus den Schichtlinien im Schaufelplan abgeleitete perspektivische Darstellung des Schaufelklotzes mit eingezeichneten Wasserfäden und Radialschnitten.

Macht man den Austrittsquerschnitt gleich dem doppelten Saugrohrquerschnitt unterhalb des Laufrades, so erhält man

$$c_A = \frac{c_2}{2} = 0,15$$

damit

$$c_A^2 = 0,0225.$$

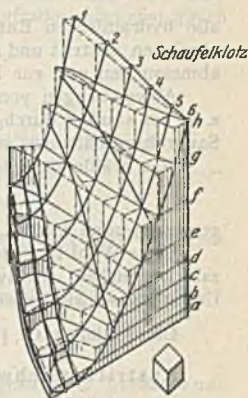


Abb. 84.



Schätzt man  $c_1^2$  zu 0,92 und  $\psi$  zu 1,6, s. (952),  
so wird der Austrittsverlust

$$\psi c_1^2 = 0,036$$

und der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varepsilon = c_1^2 - \psi c_1^2 = 0,884,$$

so daß der angenommene höchste Wirkungsgrad  $\eta = 0,87$  erreichbar erscheint.

### (950) Entwurfswerte für Francis- und Flügelräder<sup>1)</sup> in Abhängigkeit von $n_{s\text{opt}}$ .

Wenn auch Modellversuche die beste Grundlage für Form und Abmessungen geben, so lassen sich an Hand der Formel, vgl. (965),

$$n_s = 567 u_s \sqrt{\eta c_s} \quad (1)$$

alle hydraulischen Entwurfswerte in Abhängigkeit von  $n_{s\text{opt}}$  für senkrechten absoluten Austritt und stoßfreien Gang ermitteln, die zur Festlegung der Hauptabmessungen und zur Formgebung der Turbinen erforderlich sind.

Abweichungen von den getroffenen Annahmen können von Fall zu Fall, z. B. bei starker durchgehender Welle, besonders aber mit Rücksicht auf die Saugrohrverhältnisse geboten sein.

Man wähle für alle Turbinen

$$u_s = k c_s = k' c_2, \text{ wobei } k : k' = 9 : 8$$

gesetzt werden kann.

Diese Wahl bedeutet Festlegung eines für Turbinen aller spezifischen Drehzahlen gleichen, relativen Austrittswinkels  $\beta_{2a}$  für den Wasserfaden, der die Umfangsgeschwindigkeit  $u_s = u_{2a}$  besitzt.

Damit liefert Gl. (1)  $c_2 = \text{konst. } n_s^{\frac{2}{3}}$ .

Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$ . Man setze  $c_2 = 0,18 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{2}{3}}$ .

Saugrohrgeschwindigkeit  $c_s = \frac{8}{9} c_2 = 0,16 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{2}{3}}$ .

Vorausgesetzt wird, daß die Geschwindigkeit im Saugrohr auf eine genügend kleine Saugrohraustrittsgeschwindigkeit reduziert werden kann.

Umfangsgeschwindigkeit am Austritt der Francisräder.

a) auf dem kleinsten Austrittsdurchmesser am Nabenzahn:

Wird gefordert daß der relative Austrittswinkel  $\beta_{2t}$  nicht größer als  $45^\circ$  werde, so gilt unter der Voraussetzung, daß  $c_2 \sim \text{konst.}$

$$u_{2t} = c_2 = 0,18 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$u_{2t}$  soll jedoch auch für Turbinen kleinster spezifischer Drehzahl nie kleiner als 0,33 gewählt werden.

b) auf dem Durchmesser  $D_s = D_{2a}$ .

Gl. (1) liefert mit  $\eta = 0,87$  und  $c_s = 0,16 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{2}{3}}$

$$u_s = 0,465 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

<sup>1)</sup> Vgl. (954) u. ff.

Es kann nun für alle Francissturbinen mit  $n_s > 100$  gesetzt werden:  $u_s = u_{2a}$ , und man erhält für diese

$$\operatorname{tg} \beta_{2a} = \frac{c_{2a}}{u_{2a}} = \text{konst.} = 0,387 \text{ entsprechend } \beta_{2a} \sim 21^\circ.$$

Umfangsgeschwindigkeit am Eintritt. Man wähle die Umfangsgeschwindigkeit auf dem kleinsten Eintrittsdurchmesser für Francisräder aller  $n_s$

$$u_1 = 0,66.$$

Damit erhält man senkrechten relativen Eintritt ( $\beta_1 = 90^\circ$ ) und vermeidet Hakenschauelformen.

Der größte Eintrittsdurchmesser am Außenkranz werde mit Rücksicht auf gute Wasserführung und zwecks Vermeidung zu rascher Erweiterung des Durchflußquerschnittes bzw. des Saugrohres unterhalb des Laufrades möglichst gleich dem größten Austrittsdurchmesser gehalten,

$$\text{d. h.} \quad u_{1a} = u_{2a}.$$

Die Neigung des Profils am Austritt betrage höchstens

$$\operatorname{tg} \delta = 0,2$$

**(951)** Umfangsgeschwindigkeit für Propellerräder mit axialem Durchfluß.

a) auf dem Nabendurchmesser: Die Forderung  $\operatorname{tg} \beta_2 \leq 1$  liefert

$$u_2 = c_2,$$

$u_i$  soll jedoch auch für Propellerräder kleinerer spezifischer Drehzahl mit Rücksicht auf  $\beta_1$  größer als 0,55 sein.

b) auf dem Durchmesser  $D_a$ .

Es ist  $D_a^2 = D_s'^2 + d^2$ , wobei  $D_s'$  der reduzierte Saugrohrdurchmesser ist. Hieraus folgt mit  $c_s = c_2$

$$u_a = u_s' \sqrt{1 + \frac{c_s^2}{u_s'^2}} = u_s' \sqrt{1 + 0,387^2} = 1,072 u_s' = 0,5 \left( \frac{u_s}{100} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Die mit der spezifischen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_s = \frac{\omega}{\sqrt{2gH}} = \frac{\pi n}{30 \sqrt{2gH}}$

dividierten Umfangsgeschwindigkeiten ergeben die Halbmesser der Ausführung.

Die Eintrittsbreite  $B_0$  wird bestimmt durch die Geschwindigkeit  $c_{m0}$  auf dem Durchmesser  $D_s$ .

Man wähle für Francisräder

$$c_{m0} = \frac{5}{6} c_s = 0,133 \left( \frac{u_s}{100} \right)^{\frac{2}{3}}$$

und erhält damit aus  $B_0 \pi \cdot D_s c_{m0} = c_s D_s^2 \pi$

$$B_0 = 0,3 D_s$$



oder mit  $D = \frac{2u}{\omega_s}$

$$B_0 = \frac{0,6 u_{2a}}{\omega}$$

Für  $u_s \leq u_1$  gilt

$$B_0 D_0 = 0,3 D_s^2$$

oder  $B_0 : D_s = 0,455 u_s$  bzw.  $B_0 \omega_s = 0,91 u_s^2$ .

Für Flügelräder gelte

auf  $D'_s$   $c_{m0} = \frac{3}{4} c_s = 0,12 \left( \frac{n_s}{100} \right)^{\frac{3}{2}}$ ,

damit

$$B_0 = \frac{D'_s}{3} = 0,31 D_a = \frac{2}{3} \frac{u'_s}{\omega_s}$$

Die aus vorstehenden Ansätzen ermittelten hydraulischen Konstruktionsgrößen sind in Tabelle 1 und 2 zusammengestellt und in Abb. 85 aufgetragen, die auch die mit diesen Werten sich ergebenden Profilformen für verschiedene Werte von  $n_s$  zeigt.

Tabelle 1. Franciscräder.

| $n_s$                                | 50    | 100   | 200   | 300   | 400   | 500   |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $D_{1a} \frac{\omega_s}{2} = u_{1a}$ | 0,660 | 0,660 | 0,738 | 0,969 | 1,172 | 1,360 |
| $D_{2a} \frac{\omega_s}{2} = u_{2a}$ | 0,330 | 0,465 | 0,738 | 0,969 | 1,172 | 1,360 |
| $D_s \frac{\omega_s}{2} = u_s$       | 0,293 | 0,465 | 0,738 | 0,969 | 1,172 | 1,360 |
| $D_1 \frac{\omega_s}{2} = u_1$       | 0,660 | 0,660 | 0,660 | 0,660 | 0,660 | 0,660 |
| $D_{2i} \frac{\omega_s}{2} = u_{2i}$ | 0,330 | 0,330 | 0,330 | 0,375 | 0,454 | 0,527 |
| $c_2$                                | 0,113 | 0,180 | 0,286 | 0,375 | 0,454 | 0,527 |
| $c_s$                                | 0,101 | 0,160 | 0,254 | 0,333 | 0,403 | 0,468 |
| $c_{m0}$ auf $D_{1a}$                | 0,084 | 0,133 | 0,212 | 0,277 | 0,336 | 0,390 |
| $D_s : D_1 = u_s : u_1$              | 0,445 | 0,705 | 1,120 | 1,466 | 1,775 | 2,030 |
| $B_0 : D_s$                          | 0,133 | 0,212 | 0,300 | 0,300 | 0,300 | 0,300 |
| $B_0 \omega_s$                       | 0,078 | 0,197 | 0,443 | 0,581 | 0,703 | 0,816 |
| $\operatorname{tg} \beta_{2a}$       | 0,343 | 0,387 | 0,387 | 0,387 | 0,387 | 0,387 |
| $\operatorname{tg} \beta_{2i}$       | 0,343 | 0,545 | 0,865 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| $\operatorname{cotg} \beta_{1i}$     | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| $\operatorname{cotg} \beta_{1a}$     | 0,000 | 0,000 | 0,506 | 1,375 | 1,761 | 1,980 |

Tabelle 2. Flügelräder.

| $n_s$  | 400   | 500   | 600   | 700   | 800   | 900   | 1000  |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $D_a \frac{\omega_s}{2} = u_a$                   | 1,295 | 1,468 | 1,651 | 1,830 | 2,000 | 2,163 | 2,321 |
| $D'_a \frac{\omega_s}{2} = u'_a$                 | 1,172 | 1,360 | 1,535 | 1,700 | 1,860 | 2,010 | 2,145 |
| $d \frac{\omega_s}{2} = u_i$                     | 0,550 | 0,550 | 0,595 | 0,660 | 0,720 | 0,780 | 0,837 |
| $c_2$  | 0,454 | 0,527 | 0,595 | 0,660 | 0,720 | 0,780 | 0,837 |
| $c_3$  | 0,403 | 0,468 | 0,530 | 0,587 | 0,640 | 0,694 | 0,744 |
| $c_{m0}$ auf $D_a$                               | 0,303 | 0,352 | 0,386 | 0,440 | 0,480 | 0,520 | 0,557 |
| $D_a : d = \frac{u_a}{u_i}$                      | 2,350 | 2,662 | 2,778 | 2,778 | 2,778 | 2,778 | 2,778 |
| $B_0 : D_a$                                      | 0,300 | 0,306 | 0,310 | 0,310 | 0,310 | 0,310 | 0,310 |
| $B_0 \omega_s$                                   | 0,780 | 0,895 | 1,022 | 1,132 | 1,240 | 1,340 | 1,430 |
| $\operatorname{tg} \beta_{2a} = \frac{c_2}{u_a}$ | 0,350 | 0,360 | 0,360 | 0,360 | 0,360 | 0,360 | 0,360 |
| $\operatorname{tg} \beta_{2i} = \frac{c_2}{u_i}$ | 0,825 | 0,960 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| $\operatorname{cotg} \beta_{\infty i}$           | 0,340 | 0,294 | 0,385 | 0,500 | 0,580 | 0,642 | 0,687 |
| $\operatorname{tg} \beta_{\infty a}$             | 0,441 | 0,403 | 0,388 | 0,384 | 0,380 | 0,377 | 0,375 |

### Erweitertes Saugrohr und Kavitationsgefahr.

(952) Druckverhältnisse vgl. Abb. 86.

Die in 1 kg Wasser enthaltene Energie am Saugrohraustritt sei  $c_A^2 H$ .

Die im Wasser vorhandene Energie am Laufradaustritt ist um den Energieverlust beim Durchfluß durch das Saugrohr  $c_s^2 H$  größer und beträgt

$$(c_A^2 + c_s^2) H = \psi c_A^2 H.$$

Die Energie  $\psi c_A^2 H$  ist in den 4 Formen  $c_s^2 H + \frac{p_2}{\gamma} + H_s + H_t$  vorhanden.

Es ist also der Druck im Saugrohr unterhalb des Laufrades

$$\frac{p_2}{\gamma} = (\psi c_A^2 - c_s^2) H - H_t - H_s \text{ m Überdruck}$$

oder

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_B - H_t - H_s - (c_s^2 - \psi c_A^2) H \text{ m abs. Druck,}$$

wobei zur Vermeidung der Hohlraumbildung unter dem Laufrad  $\frac{p_2}{\gamma} > H_t$  sein

muß. Vernachlässigt man die an sich kleine in m Wassersäule ausgedrückte Dampfspannung des Wassers  $H_t$ , so ist

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_B - H_s - (c_s^2 - \psi c_A^2) H.$$



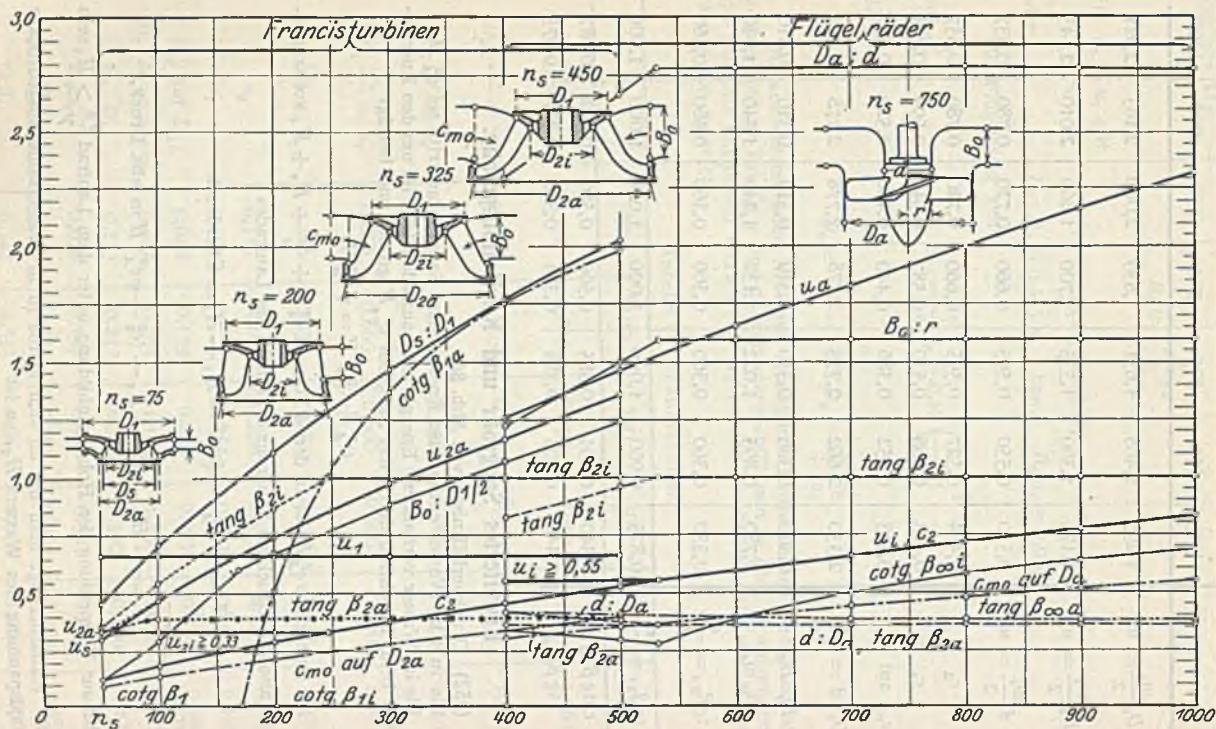


Abb. 85. Konstruktionsgrundlagen für Francisturbinen und Flügelräder.

Abb. 86 zeigt, daß die Durchflußgeschwindigkeiten im Laufrad einem Gefälle entsprechen, das größer ist als  $H$ , nämlich  $(1 + c_2^2 - \psi c_A^2)H$ .

Die verhältnismäßige Vermehrung des Gefalles um  $(c_2^2 - \psi c_A^2)$  kommt einer größeren Schnellläufigkeit des Rades zugute und wird a. a. O. die verhältnismäßige dynamische Saughöhe oder der Saugrohrrückgewinn genannt.

Dieser wird mit der umgesetzten Energie  $(c_2^2 - c_A^2)H$  verglichen und  $\eta_s (c_2^2 - c_A^2)H = (c_2^2 - \psi c_A^2)H$  gesetzt, wobei  $\eta_s$  den Saugrohrwirkungsgrad bezeichnet, der bei günstigstem Erweiterungswinkel ( $\text{tg } \delta = \frac{1}{7}$ ) den Wert 0,8

hat. Danach wäre  $\psi = 0,8 + 0,2 \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2$  und kann in erster Annäherung zu  $\frac{F_1}{F_2}$

angenommen werden.

(953) Wird der absolute Druck an irgendeiner Stelle der Turbine Null (genauer =  $H_v$ ), so tritt Hohlraumbildung ein. Das Wasser löst sich von den Schaufeln, es scheiden sich Gase aus, welche die Schaufeln anfressen. Der Wirkungsgrad fällt ab, und die rhythmisch intermittierende Ablösung des Wassers von den Schaufeln verursacht starke Erschütterungen.

Ist  $\frac{p}{\gamma}$  der mittlere Druck in der Höhe  $H_x$  über dem Unterwasserspiegel und  $w$  die dort vorhandene aus dem Diagramm und dem Geschwindigkeitsriß (geom. Ort der Spitzen der Geschwindigkeitsdreiecke) zu entnehmende mittlere Durchflußgeschwindigkeit durch die Zelle eines Laufrades mit senkrechter Drehachse, so ist nach der erweiterten Bernoullischen Gleichung in spezifischen Geschwindigkeiten

$$(w^2 - u^2)H + \frac{p}{\gamma} + H_x = (w_2^2 - u_2^2)H + \frac{p_2}{\gamma} + H_s.$$

Für Axialturbinen gilt

$$w^2 H + \frac{p}{\gamma} + H_x = w_2^2 H + \frac{p_2}{\gamma} + H_s.$$

Setzt man für  $\frac{p}{\gamma}$  den in (952) ermittelten Druck

$$H_B - H_s - (c_2^2 - \psi c_A^2) H$$

ein, so erhält man für den mittleren Druck an der betrachteten Stelle

$$\frac{p}{\gamma} = (w_2^2 - w^2) H + H_B - H_x - (c_2^2 - \psi c_A^2) H.$$

Nun ist aber die Geschwindigkeit und damit auch der Druck nicht gleichmäßig über den Zellenquerschnitt verteilt. Die Geschwindigkeit ist besonders bei tragflügelartig geformten Schaufeln am Schaufelrücken größer als  $w$ . Es sei dort

$$w'^2 = (1 + \tau) w^2.$$

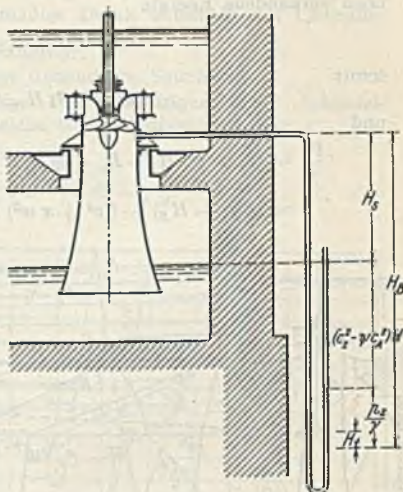


Abb. 86.



Damit wird der Druck am Schaufelrücken in Höhe  $H_x$

$$\frac{p'}{\gamma} = (w_2^2 - w^2) H - \tau w^2 H + H_B - H_x - (c_2^2 - \psi_u c_A^2) H.$$

Es ist aber aus dem Diagramm zu entnehmen, daß

$$w_2^2 - w^2 = c_2^2 - c^2 + 2(u c_u - u_2 c_{u2}).$$

Die noch nicht an das Rad abgegebene, auf die Gewichtseinheit bezogene Energie des Wassers ist  $E_r = 2(u c_u - u_2 c_{u2}) H$  und die gesamte im Wasser noch vorhandene Energie

$$E_w = E_r + \psi c_A^2 H,$$

somit

$$(w_2^2 - w^2) H = (c_2^2 - c^2) H + E_r$$

und

$$\begin{aligned} \frac{p'}{\gamma} &= (c_2^2 - c^2) H + E_r + \psi c_A^2 H + H_B - H_x - c_2^2 H - \tau w^2 H \\ &= (E_w + H_B) - [(c^2 + \tau w^2) H + H_2]. \end{aligned}$$

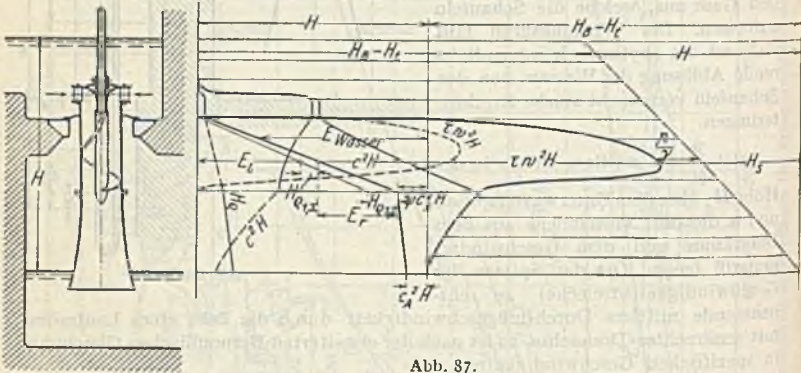


Abb. 87.

Wäre nun die Gesetzmäßigkeit der Energieabgabe an das Laufrad sowie  $\tau w^2 = f(H)$  bekannt, so könnte entsprechend Abb. 87 der Druckverlauf über die ganze Höhe des Turbinenbereichs angegeben werden.

Für die Gesetzmäßigkeit der Energieabgabe an das Laufrad ist die Schaufelform maßgebend. Bei der idealen parabolischen Schaufel (954) ist wegen

$$\frac{dc_u}{dc_m} = \frac{dx}{dz} = \text{konst.} =$$

die Energieabgabe von 1 kg Wasser der durchlaufenen Schaufelhöhe verhältnismäßig. Diese Annahme ist der Abb. 87 zugrunde gelegt.

Die Werte von  $\tau$  für die einzelnen Profile<sup>1)</sup> ermitteln die Versuchsanstalten.

Der Verlauf des Druckes über eine der Deutlichkeit wegen verzerrt dargestellte Schaufel nach Gl. (3) ist in Abb. 87 veranschaulicht, aus der man u. a. den Punkt der Ablösungsfahr an der Stelle niedrigsten Druckes erkennt.

<sup>1)</sup> Wird angenommen, daß auf der Druckseite die diagrammgemäße Geschwindigkeit  $w_\infty$  herrscht, so muß die Schaufelkraft  $F[(1 + \tau)w_\infty^2 - w_\infty^2]$  den Auftrieb  $c_a F w_\infty^2$  ergeben. Damit erhielt man  $\tau = c_a$ . Wegen der ungleichen Verteilung von  $w$  über den Schaufelrücken findet sich  $r_{\max} > c_a$  bis  $2c_a$ .

Die Gl. (3) liefert mit  $H_x = H_s$  und  $E_r = 0$ ,

$$\frac{p'}{\gamma} = H_B - H_s - (c_s^2 - \psi c_A^2) H - \tau w^2 H;$$

mit  $\frac{p'}{\gamma} \geq 0$  folgt

$$\frac{H_B - H_s}{H} \geq (c_s^2 - \psi c_A^2) + \tau w^2.$$

$\sigma = \frac{H_B - H_s}{H}$  ist der verhältnismäßige Druck unterhalb des Laufrades

im zylindrischen Saugrohr,

$v = c_s^2 - \psi c_A^2$  die verhältnismäßige dynamische Saughöhe,

$\varkappa = \tau w^2$  die verhältnismäßige Druckerniedrigung am Schaufelrücken durch ungleiche Geschwindigkeitsverteilung.

Die Gleichung

$$\sigma = \frac{H_B - H_s}{H} \geq \tau w^2 + (c_s^2 - \psi c_A^2)$$

zeigt, daß kleine Werte von  $\sigma$  gefährlich sind. Die Glieder der rechten Seite sind von  $n_s$  abhängig, darum entspricht einem gegebenen Mindestwert von  $\sigma$  ein bestimmter Höchstwert von  $n_s$ .

Umgekehrt bedingt die Rücksicht auf die Kavitationsgefahr für ein bestimmtes  $n_s$  bei gegebenem Gefälle einen Grenzwert der zulässigen Saughöhe bzw. bei gegebener Saughöhe einen bestimmten zulässigen Grenzwert des Gefalles.

Es ist nach Erfahrungswerten

$$\tau w^2 = 0,0055 \left( \frac{n_s}{100} \right)^{\frac{5}{2}},$$

ferner für volle Beaufschlagung entsprechend

$$c_s^2 = 0,029 \left( \frac{n_s}{100} \right)^{\frac{4}{3}}$$

und

$$c_s^2 - \psi c_A^2 = 0,023 \left( \frac{n_s}{100} \right)^{\frac{4}{3}}.$$

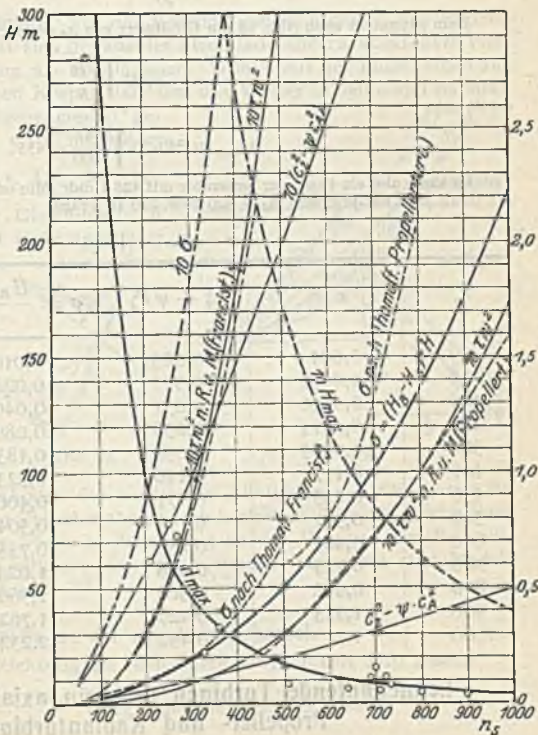


Abb. 88.



Damit folgt  $\sigma \geq 0,0055 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{5}{3}} + 0,023 \left(\frac{n_s}{100}\right)^{\frac{4}{3}}$  als Anhalt für Mindestwerte von  $\sigma$  in Abhängigkeit von  $n_s$ . Mit diesen Werten ist die Zahlentabelle aufgestellt und Abb. 88 gezeichnet. In dieser sind auch die  $\tau w^2$ -Werte nach Rogers und Moody und die  $\sigma$ -Werte nach Thoma eingetragen.

Setzt man als Grenzwert  $H_B - H_s = 8,8$  m, so erhält man die in Abb. 88 eingezeichnete Grenzkurve für das größte zulässige Gefälle in Abhängigkeit von  $n_s$  aus  $H_{\max} = \frac{8,8}{\sigma}$

$H_B$  ist von der Ortshöhe  $h$  abhängig, entsprechend

$$H_B = 10 - \frac{h}{900} \text{ m.}$$

Beispiel: Es soll für den direkten Antrieb eines Wechselstromgenerators ( $f = 50$ ) eine Turbine für  $H = 20$  m,  $H_s = 3,8$  m,  $N = 1000$ , Ortshöhe  $h = 1350$  m gebaut werden.

Welche größte Umdrehungszahl kommt für die Turbine mit Rücksicht auf die Kavitationsgefahr in Frage?

Mit

$$H_B = 10 - \frac{1350}{900} = 8,5 \text{ m}$$

wird

$$\sigma = \frac{8,5 - 3,8}{20} = 0,235.$$

Dem entspricht nach Abb. 88 ein Größtwert von  $n_s = 340$ ; aus

$$n = n_s \cdot H \sqrt{\frac{V \bar{H}}{N}}$$

erhält man

$$n_{\max} = 340 \cdot 20 \sqrt{\frac{4,47}{1000}} = 455.$$

Es käme also ein 14poliger Generator mit 428 Umdr./Min oder ein 16poliger Generator mit 375 Umdr./Min entsprechend  $n_s = 320$  bzw. 280 in Frage.

Tabelle 3.

| $n_s$ | $\tau w^2$ | $c_2^2 - \psi c_A^2$ | $\sigma = \frac{H_B - H_s}{H}$ | $H$ für $H_B - H_s = 8,8$ |
|-------|------------|----------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 50    | 0,001      | 0,009                | 0,010                          | 880                       |
| 100   | 0,0055     | 0,023                | 0,0285                         | 309                       |
| 125   | 0,0096     | 0,031                | 0,0406                         | 218                       |
| 200   | 0,0311     | 0,058                | 0,0891                         | 98,5                      |
| 300   | 0,0855     | 0,098                | 0,1835                         | 45,2                      |
| 400   | 0,177      | 0,146                | 0,323                          | 27,2                      |
| 450   | 0,235      | 0,171                | 0,406                          | 21,6                      |
| 500   | 0,307      | 0,197                | 0,504                          | 17,4                      |
| 600   | 0,485      | 0,250                | 0,735                          | 11,95                     |
| 700   | 0,715      | 0,308                | 1,023                          | 8,55                      |
| 800   | 0,992      | 0,368                | 1,360                          | 6,45                      |
| 900   | 1,333      | 0,429                | 1,762                          | 4,98                      |
| 1000  | 1,74       | 0,492                | 2,232                          | 3,94                      |

### Schnellaufende Turbinen mit rein axialem Durchfluß Propeller- und Kaplanturbinen.

(954) Die ideale Schaufel. Nimmt man für einen bestimmten Schaufel-schnitt eine gleichförmige Verzögerung von  $c_u$  und konstantes  $c_m$  an, so erhält man eine Parabel mit der Achse parallel zur Umfangsrichtung als Schaufelprofil (vgl. Wurfparabel).

Da dann  $dP_u = \frac{dc_u}{dt} dm = \text{konst.}$ , stellt die Parabel diejenige Schaufelform dar, bei der in gleichen Zeiten gleiche Energiemengen an die Schaufel abgegeben werden.

Bei jedem Parabelbogen werden die Tangentenabschnitte, die in Richtung  $w_1$  und  $w_2$  verlaufen mögen, zwischen zwei durch die Berührungspunkte gezogenen Parallelen zur Achse halbiert, daher ist auch die Richtung der Sehne parallel  $\frac{w_1 + w_2}{2}$ .

Ferner ist zufolge

$$\frac{dP_u}{dz} = \frac{dP \sin \beta}{ds \sin \beta} = p = \text{konst.}$$

Die parabolische Schaufel diejenige, die gleichmäßige Flächenbelastung zeigt. Da bei reibungsfreier Flüssigkeit nur Normalkräfte auf die Schaufel ausgeübt werden können, steht deren Resultierende senkrecht zu  $\frac{w_1 + w_2}{2}$  und geht durch die Mitte der Sehne.

(955) **Profilierte Schaufeln.** Für den Entwurf von Axialrädern mit wenigen profilierten Flügeln erweist sich die aus der Stromfadentheorie abgeleitete Poncelletsche Turbinengleichung als unzulänglich. Wohl stellt der Flügel einen zur Strömung unsymmetrischen Körper dar, der das Wasser ablenkt und dadurch einen der Ablenkung entgegengesetzt gerichteten Druck erfährt, etwa nach dem

Ansatz  $dZ = w d\beta \frac{dm}{dt}$ , s. Abb. 89. Die

einzelnen Größen dieser Gleichung sind aber für den Flügel nicht mehr angebar.

Die von der Strömung herrührende Kraft auf den Flügel ist die Resultierende sämtlicher Elementardrücke, zu deren Ermittlung die Strömung um den Flügel bekannt sein muß. Es läßt sich die Strömung um bestimmte Formen



Abb. 89.

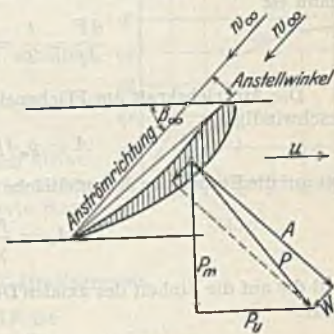


Abb. 90.

von Flügeln mit den Methoden der konformen Abbildung aus der ebenen Potentialströmung um einen Zylinder theoretisch herleiten. Für die Praxis kann die Schaufelung der Flügelräder in Anlehnung an den Vorgang von Bauersfeld<sup>1)</sup> nach der Tragflügeltheorie entworfen werden. Immerhin sind Modellversuche nicht zu entbehren.

### 1. Kräfte an der einzelnen Schaufel.

Für die Größe und Richtung der Anströmgeschwindigkeit wird gesetzt

$$w_\infty = \frac{w_1 + w_2}{2} \quad (\text{vergleiche die ideale Schaufel}).$$

Jeder zur Anströmrichtung unsymmetrische einseitig gewölbte Körper erfährt einen Druck  $W$  in Richtung  $w_\infty$  und einen nach der einseitigen Wölbung gerichteten Quertrieb  $A$  senkrecht zu  $w_\infty$ .

<sup>1)</sup> S. Bauersfeld, Die Grundlagen zur Berechnung schnelllaufender Kreisräder, Z. 1922 S. 461.



Die resultierende Kraft  $P = A \rightarrow W$  läßt sich zerlegen in die Umfangskomponente  $P_u$  und die Meridiankomponente  $P_m$ .

Die Kräfte an der einzelnen Schaufel werden ermittelt nach dem Ansatz

$$A = \zeta_a \gamma \cdot f \cdot \frac{w_\infty^2}{2g}$$

$$W = \zeta_w \gamma \cdot f \cdot \frac{w_\infty^2}{2g}$$

Hierin ist  $\zeta_a$  der Auftriebs-,  $\zeta_w$  der Widerstandsbeiwert, beide durch Versuche<sup>1)</sup> zu bestimmen,  $f$  die Projektion der Schaufelfläche auf die Richtung  $w_\infty$ .

Da sich bei Turbinenschaufeln der Druckunterschied zwischen Saug- und Druckseite an den Flügelenden nicht ausgleicht, tritt bei diesen ein Randwiderstand, wie etwa bei Tragflügeln von Flugzeugen, nicht auf.

## 2. Reduzierte Schaufelkräfte.

Es sei

$r$  der Abstand eines Axialschnittes von der Drehachse,

$dF = 2r\pi dr$  ein ringförmiges Flächenelement,

$df$  die zu  $dF$  gehörige, auf die Richtung  $w_\infty$  projizierte Schaufelfläche.

Dann ist

$$\frac{dF}{df} = \frac{t}{l} = \frac{\text{Teilung}}{\text{Schaufellänge}}$$

Die Auftriebskraft am Flächenelement  $df$  ist, wenn  $w_\infty$  die spez. Anströmgeschwindigkeit

$$A = p_a df = \zeta_a \gamma f w_\infty^2 H.$$

Die auf die Einheit der Schaufelfläche und des Gefälles bezogene Auftriebskraft ist

$$A_1 = \frac{p_a}{\gamma} \frac{1}{H} = \zeta_a w_\infty^2$$

und die auf die Einheit des axialen Durchflußquerschnittes und Gefälles bezogene Kraft

$$A_1 = \frac{p_a}{\gamma \cdot H} \frac{df}{dF} = \zeta_a w_\infty^2 \cdot \frac{t}{l}.$$

In gleicher Weise erhält man

$$W_1 = \zeta_w w_\infty^2 \frac{l}{t}.$$

Gleichen Reduktionen entsprechen die Werte  $P_1$ ,  $P_{m1}$  und  $P_{u1}$ .

## 3. Flügelgitter.

Die durch Versuch ermittelten Werte  $\zeta_a$  und  $\zeta_w$  gelten für  $\frac{t}{l} = \infty$ .

Bei Flügelgittern erfahren die Strömungen um die Flügel eine gegenseitige Störung, so daß für einen benötigten Wert von  $A_1$  für den Flügel im Gitter ein

<sup>1)</sup> S. Ergebnisse des Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen I. und II. Lieferung, s. auch Hütte, 25. Aufl., S. 391 u. ff.

größerer Auftriebswert  $c_a$  erforderlich ist als für  $\frac{t}{l} = \infty$ , nämlich

$$c_a = \zeta_a \left( \frac{c_a}{\zeta_a} \right)$$

wobei  $\frac{c_a}{\zeta_a} > 1 = f(t:l)$ .

Die von Kutta für nicht gestaffelte Flügelgitter ermittelten Werte von  $\left( \frac{c_a}{\zeta_a} \right) = f(t:l)^1$  sind in Abb. 91 aufgetragen und werden, solange keine besonderen Werte für gestaffelte Flügelgitter vorliegen, auch als für diese gültig angenommen.

Die Gleichung für  $A_1$  liefert damit

$$c_a = \left( \frac{c_a}{\zeta_a} \right) \frac{t}{l} \frac{A_1}{w_\infty^2} = \kappa \frac{A_1}{w_\infty^2}$$

Für die praktisch vorkommenden Werte von  $\frac{t}{l} = \frac{2}{3}$  bis  $\frac{3}{2}$  2) gilt mit weitgehender Genauigkeit

die aus  $\left( \frac{c_a}{\zeta_a} \right) = f(t:l)$  abzuleitende lineare Substitution, Abb. 91,

$$\kappa = 1,07 + 0,63 \frac{t}{l}$$

so daß der erforderliche Auftriebsbeiwert erhalten wird aus

$$c_a = \left( 1,07 + 0,63 \frac{t}{l} \right) \frac{A_1}{w_\infty^2}$$

Größere Schauffellängen erfordern danach kleinere  $c_a$ , zeigen also kleineren Druckunterschied zwischen Druck- und Saugseite und damit verminderte Kavitationsgefahr.

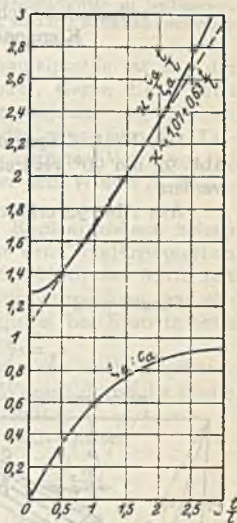


Abb. 91.

#### 4. Profilbestimmung, Kräfte-diagramm.

Die Radleistung pro Flächenelement  $dF$  ist

$$\gamma \cdot c_m \sqrt{2gH} dF \varepsilon \cdot H = p_u d f u \sqrt{2gH},$$

hieraus

$$\frac{\varepsilon}{u} c_m = P_{u1};$$

der hydraul. Verlust im Laufrad ist pro Flächenelement  $dF$

$$\gamma \cdot c_m \sqrt{2gH} dF \cdot c_{\sigma r}^2 H = p_w d f w_\infty \sqrt{2gH},$$

hieraus

$$\frac{c_{\sigma r}^2}{w_\infty} c_m = W_1.$$

Mit  $P_{u1}$  und  $W_1$  läßt sich nun, da auch ihre Richtungen bekannt sind, ein Kräfte-diagramm, Abb. 90, in das Geschwindigkeitsdiagramm einzeichnen.

<sup>1)</sup> S. Bauersfeld, Die Grundlagen zur Berechnung schnelllaufender Kreisräder, Z. 1922, S. 461.

<sup>2)</sup> Werte von  $\frac{t}{l} \geq 1$  sind Kaplan durch DRP. 300591 geschützt, s. auch DRP. 438778.



Die Größen  $\varepsilon$  und  $c_{\varrho r}^2$  werden geschätzt nach der Gleichung

$$\varepsilon = 1 - c_{\varrho 0,1}^2 - c_{\varrho r}^2 - \psi \cdot c_A^2.$$

Man trage  $AB = \varepsilon$ ,  $BC = c_{\varrho r}^2$  auf  $u$  ab, ziehe  $BE$  parallel  $c_{\infty}$  und mache  $EF$  parallel  $u = c_{\varrho r}^2$ .

Dann erhält man sofort sämtliche reduzierten Schaufelkräfte und ihre Komponente, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} GF &= P_{u_1} = \frac{\varepsilon}{u} c_m, \\ HF &= W_1 = \frac{c_{\varrho r}^2}{w_{\infty}} c_m, \\ AF &= P_1, \\ AG &= P_{m_1}, \\ AH &= A_1. \end{aligned} \right\}$$

Das Kräftediagramm, Abb. 90, erscheint hier wieder, nur ist es gegenüber Abb. 92 um  $90^\circ$  verdreht. Mit  $A_1$  kann  $c_a$  bestimmt und das Profil gewählt werden.

Aus Abb. 92 erhält man auch

$$A_1 = \frac{\varepsilon w_{\infty}}{u} + \frac{c_{\varrho r}^2 w_{\infty}}{w_{\infty}}.$$

Damit wird

$$c_a = \left( 1.07 + 0.63 \frac{t}{l} \right) \left( \frac{\varepsilon}{u w_{\infty}} + \frac{c_{\varrho r}^2 w_{\infty}}{w_{\infty}^3} \right),$$

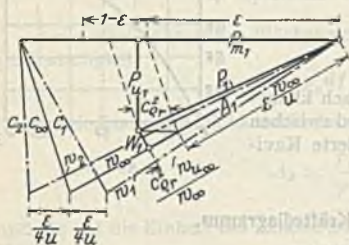


Abb. 92.

damit kann schon aus dem Geschwindigkeitsdiagramm  $c_a$  bestimmt und das zugehörige Profil gewählt werden.

Der hydraulische Radverlust ist nach Abb. 92

$$c_{\varrho r}^2 = W_1 \frac{w_{\infty}}{c_m},$$

mit dem Wert für  $W_1$  erhält man

$$c_{\varrho r}^2 = \zeta_w \frac{w_{\infty}^3 l}{c_m}.$$

$\zeta_w$  ist der zu  $c_a$  gehörige Widerstandsbeiwert, mit dem der geschätzte Laufverlust nachkontrolliert werden kann.

Beispiel. Es sei das Profil einer Propellerturbine für  $u = 1,28$  und  $\frac{t}{l} = 0,81$  zu bestimmen.

Gewählt:  $c_m = 0,6$ ;  $u_1 c_{u_1} = \text{konst.} = 0,5$ .

Geschätzt: Austrittsverlust aus dem Saugrohr unter Berücksichtigung des Saugrohrverlustes

$$\psi c_A^2 = 0,06,$$

Verlust bis zum Eintritt ins Laufrad  $c_{\varrho(0-1)} = 0,03$ ,

$$\text{Laufradverlust } c_{\varrho r}^2 = 0,06,$$

damit

$$\varepsilon = 1 - c_{\varrho(0,1)}^2 - c_{\varrho r}^2 - \psi c_A^2 = 0,85,$$

nun erhält man

$$c_{u_1} = \frac{0,5}{u_1} = 0,39,$$

$$c_u = c_{u_1} - \frac{\varepsilon}{2u} = 0,06.$$

$$c_{u\infty} = \frac{c_{u1} + c_{u2}}{2} = 0,225,$$

$$w_{u\infty} = u - c_{u1} = 1,005,$$

$$w_{\infty}^2 = c_{u1}^2 + w_{u\infty}^2 = 1,493,$$

$$w_{\infty} = 1,225$$

damit liefert die Gleichung für  $c_a$  den Wert  $c_a = 0,915$ .

Wählt man Göttinger Prof. Nr. 446, so ergibt sich für  $c_a = 0,915$  der Wert  $\zeta_w = 0,014$ . Damit errechnet sich der Laufradverlust zu  $c_{Qr}^2 = 0,055$  der Schätzung entsprechend. Der aus dem Profilschaubild (Hütte I, S. 391) zu entnehmende Anstellwinkel beträgt  $5^\circ$ . Es empfiehlt sich, zum Aufreißen des Anstellwinkels die Länge 1 pro Grad auf dem Radius 57,3 abzutragen. In gleicher Weise sind die Profile für weitere Schaufelschnitte zu bestimmen. Profile, bei denen  $\zeta_w$  für wechselnden Anstellwinkel klein bleibt, sind mit Rücksicht auf einen günstigen Verlauf der Wirkungsgradlinie von Propellerturbinen zu wählen.

Vorstehendes Verfahren zur Ermittlung der Schaufelprofile ist auf der Abhandlung von Bauersfeld (s. oben unter 1)) aufgebaut. Gegen dieses kann u. a. eingewendet werden, daß die Anströmrichtung diejenige sei, die das Wasser haben würde, wenn der Flügel nicht vorhanden wäre, also  $\beta_1$ . Tatsächlich zeigen die unsymmetrischen Tragflügel den kleinsten Wert von  $\zeta_w$  (stoßfreien Eintritt) bei einer Anströmrichtung, die eher dem Winkel  $\beta_1$  als  $\beta_{\infty}$  entspricht.

Bewährte Ausführungen, insbesondere auch von Kaplan turbinen, zeigen auch Profilformen, die mehr oder weniger stark von den Tragflügelprofilen abweichen. Sie sind flach sichelförmig mit größter Stärke in der Mitte mit leichter paraboloidischer Abrundung an der Spitze. Zur Vermeidung von Ablösungen sollen die erforderlichen Auftriebswerte möglichst bei Eintritt ohne Stoß, d. h. Anströmung in Richtung  $\beta_1$ , erreicht werden.

Die mittlere Wölbung und Stärke solcher Profile kann nach folgendem Vorgang ermittelt werden, der auf der Ablenkung des Wassers durch die ideale parabolische Schaufel, vgl. (954), mit Achse parallel  $u$  fußt.

Es gilt unter Vernachlässigung des hydraulischen Radverlustes

$$P_1 = A_1 \frac{\varepsilon}{u} w_{\infty} = \zeta_a w_{\infty}^2 \frac{l}{t}.$$

$$\text{Mit } c_{u1} - c_{u2} = c_u \text{ bzw. } \varepsilon = 2 u c_u \text{ wird } \zeta_a = \frac{2 c_u}{w_{\infty}} \frac{l}{t}.$$

Wie aus der Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsdreiecke

$$w_1 \rightarrow w_2 = 2 w_{\infty} \text{ bzw. } w_1 \rightarrow (-w_2) = c_u$$

mit dem aus Sehne, Eintritts- und Austrittstangente an die parabolische Schaufel gebildeten Dreieck abzuleiten ist, gilt, wenn  $f_{u0}$  die Pfeilhöhe parallel  $u$  bedeutet:

$$\frac{f_{u0}}{l} = \frac{c_u}{8 w_{\infty}} = \frac{\varepsilon}{16 u w_{\infty}} = \frac{\zeta_a l}{16 t}.$$

Für nicht allzu dicke Schaufeln endlicher Stärke könnte man setzen

$$f_{u0} = \frac{f_{ud} + f_{us}}{2} = \frac{s_u + 2 f_{ud}}{2},$$

worin  $s_u$  die mittlere Stärke parallel  $u$  ist und die Zeiger  $d$  und  $s$  sich auf Druck- und Saugseite beziehen.

Mit  $\frac{dP_w}{df_u} = \text{konst. } f_u$  folgt jedoch  $f_{u0} \int dP_w = \int f_{ud} dP_u$  und

$$f_{u0} = \frac{\int f_{us}^2 df_u}{\int f_{ud} df_u}, \text{ somit } f_{u0} = \frac{2}{3} \left( f_{ud} + \frac{f_{us}^2}{f_{ud} + f_{us}} \right).$$



Für die Beziehung zwischen Auftrieb und mittlerer Wölbung und Stärke des Profils erhält man damit theoretisch

$$\frac{f_{us}}{l} = \frac{\epsilon}{16 u w_{\infty}} = \frac{2}{3l} \left( f_{ud} + \frac{f_{us}^2}{f_{ud} + f_{us}} \right) = \frac{\zeta_a}{16} \frac{l}{l}$$

$\frac{f_{ud}}{f_{us}}$  ist zu wählen. Mit  $f_{ud} = 0$  erhält man z. B.

$$\frac{f_{us}}{l} = \frac{2}{32} \frac{\epsilon}{u w_{\infty}}$$

und mit  $f_{ud} = -\frac{f_{us}}{2}$

$$\frac{f_{us}}{l} = \frac{\epsilon}{16 u w_{\infty}}$$

Die so ermittelten Profile fallen für größere Werte von  $u$  sehr schlank aus. Für das vorhergehende Beispiel ( $u = 1,28$ ,  $w_{\infty} 1,225$ ,  $\epsilon = 0,85$ ) erhält man mit  $f_{ud} = 0$   $f_{us} = s_u = \frac{l}{18}$ .

Der unvollkommenen Ablenkung der ganzen Wassermenge durch wenige Flügel sowie der durch die gegenseitige Störung erforderlichen Erhöhung von  $\zeta_a$  auf  $c_a$  kann Rechnung

getragen werden: 1. durch Vergrößerung des Anstellwinkels mit abnehmendem  $u$ , etwa durch eine Stellung des Blattes derart, als ob  $c_{u\infty} = \text{konst.} = c_{u\infty s}$  wäre, gegebenenfalls durch eine geringere durch den Versuch zu ermittelnde Verminderung der Umlaufzahl (der daraus folgenden Verringerung der Schnellläufigkeit ist beim Entwurf im voraus Rechnung zu tragen); 2. durch Multiplikation des Wertes

für  $\frac{f_{u0}}{l}$  mit einem berichtigen Erfahrungsbeiwert  $\psi = f(u) \geq 1 = \sim 1,0$  bis 2,0, wobei der größere Wert für größeres  $u$  gilt. Es empfiehlt sich, die Profilbegrenzungen für Saug- und Druckseite mit  $f_{us}$  und  $f_{ud}$  als Parabelbögen mit Achse parallel  $u$  und Sehne in der Anstellrichtung aufzureißen und die

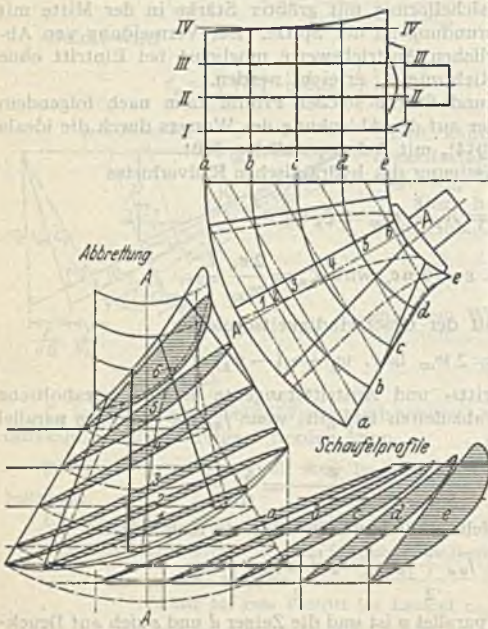


Abb. 93 a—c. Kaplan-Schaufoelung.

Eintrittskante auf etwa  $0,06 l$  nach guter Schablone abzurunden.

Für auf solche Weise bestimmte Profile läßt sich leichter eine Stetigkeit in der mittleren Wölbung und Stärke für verschiedene Radien über den ganzen Flügel erzielen, als mit der ersten Methode, die für die Formgebung der inneren Profile versagen würde.

Den Entwurf der Schaufelung einer Propellerturbine nach vorstehenden Angaben zeigt Abb. 93 a—c. Mit den Profilen *a* bis *l* für verschiedene Radien bzw. Umfangsgeschwindigkeiten werden die Höhenschnitte I bis IV im Grundriß verzeichnet. Zur Anfertigung des Modells dienen die Schnitte 1 bis 6 parallel zur Achse, die sich im Grundriß als Sehnen darstellen. In der perspektivisch wiedergegebenen Abbretung zeigen sich die Höhenschnitte I bis IV und die Sehnenschnitte 1 bis 6 in wahrer Gestalt.

Untersuchung des Rades auf Kavitationsgefahr s. (952).

Unter der Annahme gleichmäßiger Verteilung von  $c_m$  über die Durchflußbreite kann der mittlere hydraulische Wirkungsgrad  $\epsilon_m$  graphisch bestimmt werden aus

$$\epsilon_m = \frac{2}{r_a^2 + r_i^2} \int_{r_i}^{r_a} \epsilon_r r dr$$

und der Axialschub aus

$$P_a = 2 \pi \cdot \gamma \cdot \epsilon H \int_{r_i}^{r_a} \frac{w_{\infty}}{u} r dr.$$

**(956) Wirkungsgrad, Anwendungsgebiet.** Die Propellerturbine mit festen Laufradschaufeln zeigt bei günstigster Beaufschlagung ein hohes Wirkungsgradmaximum. Bei Teilbeaufschlagung fällt dagegen der Wirkungsgrad stark ab. Dieses Abfallen ist um so stärker, je höher die spezifische Drehzahl für günstigste Beaufschlagung ist. Propellerturbinen kommen deshalb nur dann in Frage, wenn die Wassermenge dauernd der günstigsten Beaufschlagung entspricht.

Dagegen weist die Kaplan-turbine mit verstellbaren Laufradschaufeln sowohl bei Überlastung als auch besonders bei Teilbeaufschlagung einen völligen Verlauf der Wirkungsgradkurve auf.

Propellerturbinen werden daher vorteilhaft dort als Grundbelastungsmaschinen verwendet, wo sie mit Kaplan-turbinen zusammenarbeiten, denen die Regelung zufällt.

Flügel-turbinen gestatten wegen ihrer hohen spezifischen Drehzahl meist die direkte Kupplung mit der Arbeitsmaschine.

**(957) Regelung der Kaplan-turbinen.** Zu einer gegebenen Stellung der Laufradschaufeln gehört eine ganz bestimmte Stellung der Leitrad-schaufeln, um bestmöglichen Wirkungsgrad zu erreichen. Leitrad- und Laufradverstellung erfolgt je durch besonderen Öldruck-Servomotor mit eigenem Regelventil. Die zwangläufige Verkettung beider Verstellungsbewegungen wird durch eine in die Rückführung eingeschaltete Kurvenscheibe erzielt.

Das ganze Getriebe für die Bewegung der Leitrad-schaufeln ist im Innern des Flügelkopfes untergebracht<sup>1)</sup>. Die Zapfenlager der Laufradschaufeln sind ausgebaut. Auf den Zapfen sitzen Kurbeln, die durch Zugstangen mit einem Mitnehmerkreuz verbunden sind. Letzteres wird von einer Regelstange getragen, die in der hohlen Welle der Turbine längsbeweglich ist. Die Längsbewegung erfolgt bei neueren Konstruktionen durch einen mit der Welle umlaufenden Servomotor, dessen Kolben am oberen Ende der Regelstange sitzt.

## Konstruktive Gestaltung.

**(958) Leitrad, und Regulierung.** Das Leitrad erhält entweder die Breite  $b_0$ , die Eintrittsbreite ist  $b_1 = b_0$  (Abrundung der Kranzkanten) oder es ist  $b_1 = b_0 + (2-5)$  mm. Schaufelzahl im Falle fester Schaufeln  $z_0 = (2-2,5) c_{m0} \sqrt{D}$  mm,

<sup>1)</sup> S. Druckschriften von J. M. Voith, Heidenheim über Propeller- und Kaplan-turbinen 1928 und Escher-Wyss-Nachrichten.



für drehbare (Fink-) Schaufeln ist  $z_0 \approx (1,5-2-2,5)c_{m_0} \sqrt{D}$  mm, mit  $c_{m_0}$  für Vollöffnung. Oder ausgehen von der Lichtweite 30—40 mm entsprechend  $z_0 = 8-10$  bei kleinen Turbinen ( $D_1 = 300$  mm), die bis auf etwa 100 mm wächst entspr.  $z_0 = 30$  ( $D_1 = 2000$  mm und darüber).

Reichlicher Schaufelspalt, 15—50 mm, zum Ausgleich der durch die Schaufelstärke bedingten Unstetigkeiten und Verluste: Eintrittskante gegen den Außenkranz 15—20 mm zurückgesetzt. Zwangloser Austritt bedingt gekrümmte oder, von  $z_0 = 15-18$  ab, konvergierende Schaufelenden. Die Formgebung entspricht dem oben Gesagten. Feste Schaufeln. Auftragung der Teilung auf dem Kreise mit einem um die Spaltweite vergrößerten Laufradhalbmesser, Antragung von  $\alpha_0$  gegen den Umfang; Konvergenzwinkel 12—20°, kleinste Schaufelstärke 3—8 mm. Ersatz des neutralen Endes durch Kreisbogen. Geradlinige Schaufelenden mit einem Konvergenzwinkel = Teilungswinkel. Größte Stärke durch den Durchmesser des Leitschaukelbolzens 15—35 mm (auf Biegung und Druck beansprucht) bedingt und möglichst nahe an die Schaufelspitze legen. Mindestwandstärke 5—25 mm für  $D_1 = 500-2000$  mm. Die Leitschaukelbolzen sichern bei offenen Turbinen den Abstand der Leitradwände und bewirken bei stehenden Turbinen die Stützung des Deckels samt Halslager. Im Falle ver-

änderlicher Breite ist der Schaufelwinkel  $\alpha$  bestimmt durch  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_m}{c_u} = \frac{b_0}{b} \operatorname{tg} \alpha_0$ ,

vgl. (940). Für Drehschaukeln ( $b = b_0$ ) ist entsprechend zu verfahren; mit abnehmender Beaufschlagung wächst der Schaufelspalt, in gleichem Maße nimmt die Austrittsgeschwindigkeit ab. Sind  $c'_0$  und  $D'_0$  zusammengehörige

Werte, so gilt  $c'_0 = c_0 \frac{D_0}{D'_0}$ . Konvergierende Schaufelenden mit dem Schnitt

äußersten Falles auf dem Eintrittszylinder bedingen eine Abweichung von dem aus dem Diagramm folgenden Winkel  $\alpha_0$ . Nach dem Vorschlage Sandels sind die Schaufelenden Tangenten an den Kreis  $\rho = R'_0 \sin \alpha_0$ , mit  $R'_0 =$  Kreis durch die Leitschaukelenden; Gleicher Austrittswinkel  $\alpha_0$ , tote Räume hinter den Leitschaukeln ins Laufrad sich erstreckend. Abb. 94 b zeigt die hiernach für obiges Beispiel entwickelten Leitschaukeln.

Bestimmung des Schaufelschlußpunktes durch Probieren oder nach dem von Braun<sup>1)</sup> angegebenen Verfahren. Für Innenregulierung (kleine und mittlere Gefälle) Schaufel gebohrt, um festen Zapfen sich drehend:  $k_b = 350-1000$  kg/cm<sup>2</sup> und Pressung  $k = 90$  kg/cm<sup>2</sup>, ohne Schmierung, bis 130 kg/cm<sup>2</sup> mit Schmierung, mit wachsendem Gefälle zunehmend. Ausgebücht im Falle automatischer Regulierung. Gestaltung des der Spitze abgewendeten Teiles rücksichtlich Durchflußwiderstandes und Regulierantriebes: abgerundete Eintrittskante (Kavitation); bei offenen Turbinen verläuft das abgerundete Schaufelende mehr radial. Bei Außenregulierung bestehen Schaufel mit Zapfen aus einem Stück (Stahlguß), die Schaufelform ist von der Zapfenlage unabhängig. Zapfen auf Beanspruchung und Pressung berechnen: Resultierende Anstrengung  $k_b = 250$  kg/cm<sup>2</sup>. Der Schaufelantrieb erfolgt im Falle Innenregulierung durch Lenker, Abb. 94, die Zapfen in der Schaufel und im Regulierring kuppelnd. In Schlußstellung soll die Schaufelachse um mindestens 15° von der Radiallage noch entfernt sein: Mindestlänge in Abhängigkeit des Regulierweges. J. M. Voit<sup>1)</sup> schützt die Schubstängchen durch Anordnung in Taschen, entweder in der Schaufel oder im Ring: Geringhaltung des Widerstandes, hohe Zapfenpressung.

(959) **Laufrad:** Stahlblechschaufeln, vgl. (936) nach Camerer

$s_2 = k D \sqrt{\frac{H}{z}} + C$ , worin  $C = 2$  mm eine Abrostungskonstante und  $k = 5-10$  für Langsam- bzw. Schnellläufer. Eingußtiefen 1,5  $s_2$  und 3,5  $s_2$  (Schwalbenschwanz

<sup>1)</sup> Z. f. d. g. T. 1905, S. 220.

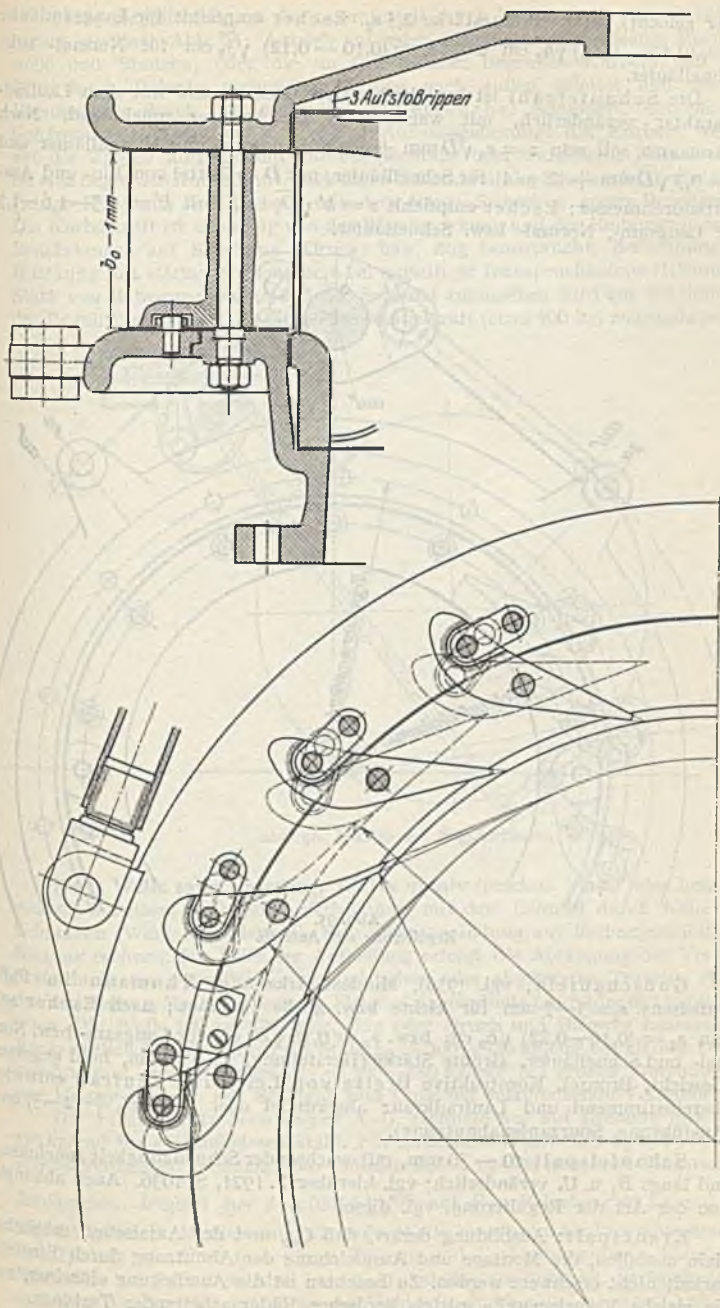


Abb. 94. Leitrad.



oder gelocht), Mindestkranzstärke  $2,5 s_2$ . Escher empfiehlt für Langsamläufer  $s_2 = (0,12 - 0,15) \sqrt{b_2}$  cm und  $s_2 = (0,10 - 0,12) \sqrt{3_2}$  cm für Normal- bzw. Schnellläufer.

Die Schaufelzahl ist innerhalb weiter Grenzen und mit dem Laufradcharakter veränderlich, mit wachsendem Durchmesser zunehmend. Nach Thomann soll sein  $z = c_0 \sqrt{D}$  mm  $\pm 1$  für Langsam- und Normalläufer und  $z = 0,3 \sqrt{D}$  mm  $\pm (2 - 4)$  für Schnellläufer, mit  $D =$  Mittel von Ein- und Austrittsdurchmesser; Escher empfiehlt  $z = k' \sqrt{D_1}$  cm, mit  $k' = 1,5 - 1,6 - 1,7$  für Langsam-, Normal- bzw. Schnellläufer.

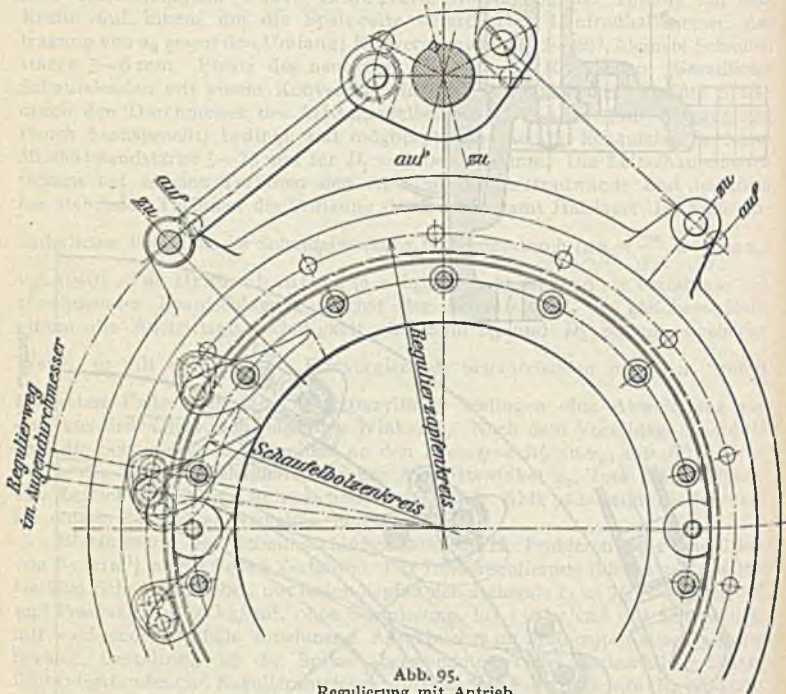


Abb. 95.  
Regulierung mit Antrieb.

Gußschaufeln, vgl. (936), Mindeststärke nach Thomann im Falle Gußeisens  $s_2 = 3 - 7$  mm für kleine bzw. große Turbinen; nach Escher soll sein  $s_2 = (0,16 - 0,22) \sqrt{b_2}$  cm bzw.  $s_2 = 0,16 \sqrt{B_2}$  cm für Langsam- bzw. Normal- und Schnellläufer. Größte Stärke (Herstellung)  $12 - 35$  mm, hohl gegossen (Gewicht, Bronze). Konstruktive Breite von Leit- und Laufrad entweder übereinstimmend und Laufradkranz abgerundet oder  $B_1 = B_0 \pm (2 - 5)$  mm (Ausführung, Spurzapfenabnutzung).

Schaufelspalt  $10 - 50$  mm, mit wachsender Schnellläufigkeit zunehmend und längs  $B_1$  u. U. veränderlich; vgl. hierüber Z. 1921, S. 1036. Auch abhängig von der Art der Regulierung, vgl. diese.

Kranzspalt: Ausbildung derart, daß  $Q_{1,2}$  und der Axial Schub möglichst klein ausfallen, die Montage und Ausgleicheung der Abnutzung durch Einstellbarkeit nicht erschwert werden. Zu beachten ist die Ausrückung einzelner, auf die gleiche Vorgelegewelle mittels konischer Räder arbeitender Turbinen.

(960) Regulierring am Leitradunterteil durch Weißmetall- oder Pockholzbacken geführt, Abb. 95; Antrieb entweder durch eine gemeinsame Regulierwelle und Stangen, oder die im Durchmesser liegenden Kurbeln, mit dem Ring durch Gelenke verbunden, werden nach außen geleitet und mit der Regulierwelle durch Gestänge und Ausgleichhebel gekuppelt, Abb. 96. Bei Gehäuse turbinen und hohen Gefällen Außenregulierung: die Kurbeln werden auf die Zapfen aufgeklemmt (Reibungsschluß) oder aufgekeilt. Abmessungen für eine begrenzte Kurbelkraft, nach deren Überschreitung Bruch erfolgt oder nachgiebige Kupplung der Kurbeln mit dem Ring: Sicherung gegen Bruchgefahr. Die Kurbelkraft ist abhängig von der Wasserwirkung und der Reibung:  $\mu \approx 0,3$ . Druckstangen auf Knickung (Druck) bzw. Zug beansprucht. Berechnung auf Knickung mit vierfacher Sicherheit bei einseitiger Inanspruchnahme (Klemmen). Statt von Bewegungswiderstand der Schaufel auszugehen wird zur Bestimmung des Regulierantriebes u. U. die größte Kurbelkraft (etwa 100 kg) zugrunde gelegt.

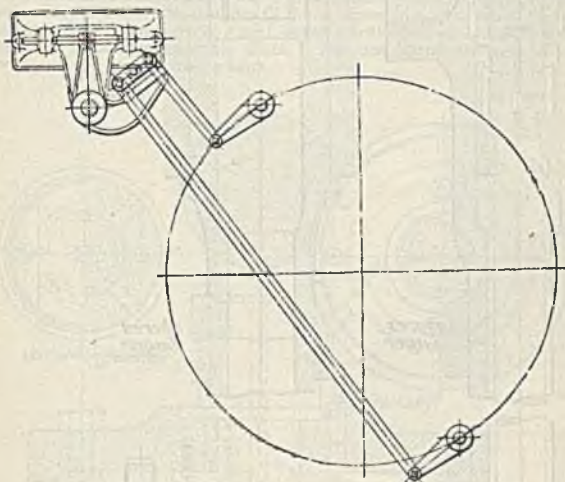


Abb. 96. Antrieb des Regulierringes.

(961) Welle samt Lagerung. Welle massiv (geschm. Stahl) oder hohl (gegossen, Gußeisen, Stahlguß). Verbindung mit dem Laufrad durch Keile oder Schrauben (Welle mit Flansch). Schraubenverbindung auf Reibungsschluß und Biegung rechnen. Im Falle der Aufkeilung erfolgt die Abfangung der Vertikal kraft durch einen zweiteiligen zylindrischen oder abgesetzten Tragring (Lösen der Verbindung, Muttersicherung). Fliegend angeordnete Laufräder mit konischem Sitze. Die Welle ist auf Drehung, Zug oder Druck und Biegung beansprucht. Rücksichtlich Formänderung für Stahl  $k_d = 200-350 \text{ kg/cm}^2$  bei kleinen Durchmessern und großen Längen,  $k_d = 300-450 \text{ kg/cm}^2$  bei großen Durchmessern und kleinen Längen. Für Stahlguß und Gußeisen entsprechende Verminderung.

Die Firma Fritz Neumeyer A.-G. rechnete nur auf Drehung mit  $k_d = 110 \text{ kg/cm}^2$  für geschmiedeten Stahl. Für gußeiserne Hohlwellen  $k_d = 75 \text{ kg/cm}^2$ ; Innendurchmesser abhängig vom radialen Spiel, 15—30 mm, und Tragstangendurchmesser, folgend aus  $d = 0,055 \sqrt[4]{Pl^2}$  mit  $P =$  Belastung in kg und  $l =$  freie Länge in cm. Mindestwandstärke der Welle 30—40 mm für Innendurchmesser von 250 mm ab. Über 6 m Länge Teilung und Verbindung durch Flanschen: Schrauben auf Reibungsschluß ( $\mu = 0,1$ ) und Biegung rechnen. Verbindung der massiven Wellenverlängerung mit der Hohlwelle durch eine Laterne, Abb. 97 a.



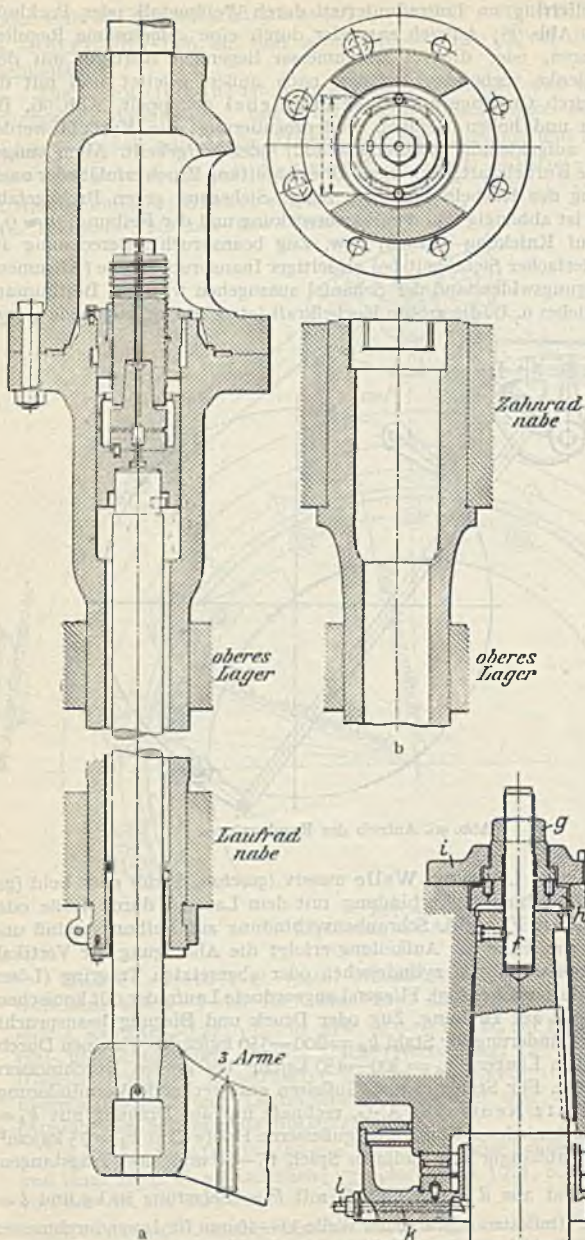


Abb. 97 a u. b. Hohlwelle mit Tragstange und Endspurzapfen (Voith).

Abb. 98. Nabenspurlager (Voith).

Flaschenverbindung durch Schrauben, auf Reibungsschluß ( $\mu = 0,1$ ) und Biegung rechnen.

**Spurzapfen.** Mit voller oder ringförmiger Tragfläche: Voll- bzw. Ring-spurzapfen. Abb. 97a zeigt die Voith'sche Ausführung des Vollzapfens in Verbindung mit Hohlwelle und Tragstange, durch das Tragkreuz im Saugkessel gestützt. Tragarm mit  $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$  berechnen. Im Falle Wellenverlängerung nach Abb. 97a als Mittelzapfen mit Einrichtung für ununterbrochenen Frischölzusatz.

Abb. 98 zeigt einen Ringspurzapfen, Konstruktion J. M. Voith, Heidenheim/Brenz. Das Spurgehäuse *b* stützt sich gegen das Halslager, gegenüber Drehung auf diesem durch Schrauben *a* gesichert. Es trägt die untere, ebenfalls gegenüber Drehung gesicherte Linse *c*, auf der die obere, mit der (Kegel)Radnabe verschraubte Linse *d* läuft. Die Radnabe ist mit dem konischen Wellenstumpf mittels Schraube *f*, Mutter *g* und Platte *i* verbunden. Die Höheneinstellung erfolgt durch Blechringunterlagen unter dem Spurgehäuse *b*. Der Ölumlaufl erfolgt in der Weise, daß das Öl durch Nuten in *c* nach innen fließt und infolge der Fliehkraft durch die Bohrungen in *d* nach außen geschleudert wird. Anschluß des Ölstandes und Ablasses in *m*, Halslagerschmierung durch *l*. Für den Mittelspurzapfen zweiteilige Ausführung der Spurringe (Auswechselbarkeit).

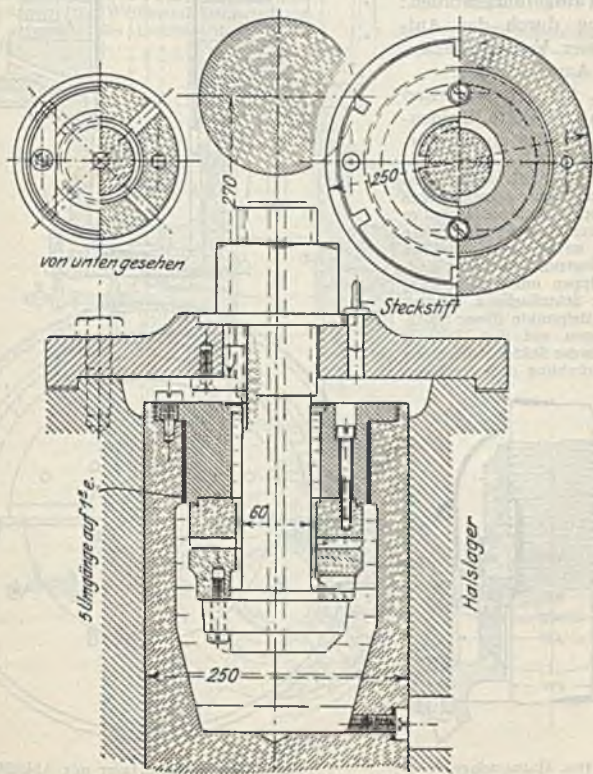


Abb. 99. Aufgehängter Spurzapfen (Voith).

Abb. 99 gibt einen aufgehängten Ringspurzapfen wieder: Auswechslungsmöglichkeit der Linsen beachten. Abb. 100 zeigt eine Ausführung



als Ringspurmittelzapfen. Die Möglichkeit der Höheneinstellung (Kranzspalt, konische Räder), der Auswechslung der Linsen und die Betriebssicherheit (Schmierung, Wärmeableitung) beachten.

Kühlung durch Kühlschlangen Abb. 101 oder Preßöl- (Spül-)schmierung mit Ölrückkühlung Abb. 102. Ölpressung bis  $35 \text{ kg/cm}^2$ , vor dem Zapfen um 1—2 at abgedrosselt. Eine Zapfenentlastung durch das Druckwasser zeigt Tafel III. Bei mehrfachen Turbinen mit stehender Welle ist zu gleichem Zwecke die Nabenscheibe des nach oben ausgießenden Laufrades voll ausgeführt worden: Entlastung durch das Aufschlagwasser. Vgl. Anlage Beznau a. d. Aare, Schw. B.

Abb. 103, Konstruktion der Firma J. M. Voith, Heidenheim/Brenz zeigt einen Spurzapfen mit einstellbaren Tragklötzen (Sektoren). Der umlaufende Spurring *a* stützt sich einerseits gegen den Tragkopf *b*, anderseits wird er gestützt durch sektorförmige Klötze *c*, die, auf nachgiebiger Unterlage (Fibre) *d* liegend, so geformt sind, daß ein Kippen um einen Durchmesser der Stützfläche *e* möglich ist; die Mittelpunkte dieser Stützflächen liegen auf dem Schwerpunktskreise der Sektoren, im Sinne der Zapfendrehung aus der Sym-

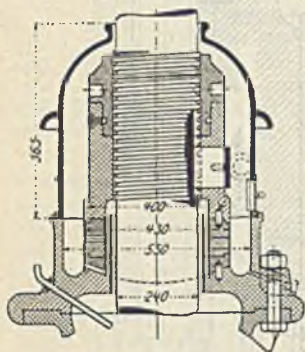
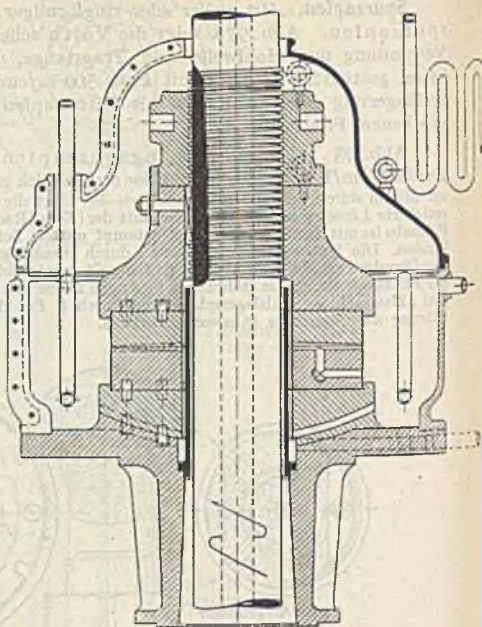


Abb. 100. Halsspurlager (Escher Wyss & Co.).

Abb. 101. Halsspurlager mit Abkühlung (Escher Wyss & Co.).

metrieachse verschoben. Ausbildung des Ölkeiles während des Betriebes;  $\mu = 0,003$  und kleiner, je nach Belastung und Gleitgeschwindigkeit, die bis  $25 \text{ m/sek}$  betragen kann und deren untere Grenze gegeben ist durch die vom Spurring auf das Öl ausübende Schleppkraft. Diese Forderung ist auch bestimmend für die Größe der Auflagerfläche des Spurrings: Pressung &

muß bei fehlendem Ölfilm (An- und Auslauf) innerhalb der für metallisches Gleiten zulässigen Grenze liegen, nach J. M. Voith bis  $23 \text{ kg/cm}^2$ . Frischölaufzuführung zwischen den Sektoren durch Kreisringrohr / mit Düsen. Der Spurzapfen ist eingebaut in das Gehäuse *g*, das sich auf das Halslager oder dessen Bock stützt und gegen Drehen ebenso wie die Sektoren durch Haltestifte gesichert wird. Die Rotation des Öles und dessen Schaumbildung verhindert ein Blechzylinder *i*. Der Ölstand mit Abfluß und Winkelthermometer *k* vervollständigt die Ausrüstung. Im Falle wechselnder Drehrichtung erfolgt die Stützung der Sektoren durch kleine Stahlwalzen.

In der Kraftanlage am Shannon laufen ähnliche Spurzapfen mit 502 t Belastung bei  $n = 150$ . Bei der Ausführung von Escher Wyss & Co., Ravensburg-Zürich ist die untere Traglinse von 1,90 m Dmr. durch radiale Nuten in zusammenhängende Ringsektoren aufgeteilt, deren Rücken nach der Ölnut hin abgeschrägt sind; die Lauflinse ist im Interesse gleichmäßiger Druckübertragung in 2 konzentrische Ringe aufgeteilt. Die Linsen bestehen aus Sondergußeisen.

J. M. Voith, Heidenheim/Brenz hat die untere Linse in einzelne, auf Schraubenfedern beweglich gelagerte, mit Weißmetall armierte Ringsektoren aufgelöst, die Lauflinse besteht aus S.M.-Stahl.

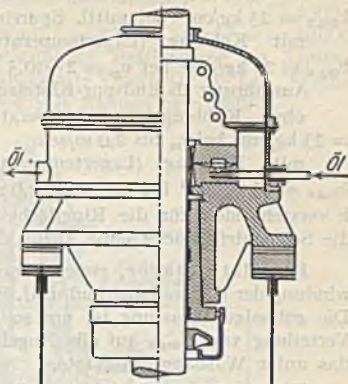


Abb. 102. Preßölspurlager.  
(Escher Wyss & Co.—Voith).

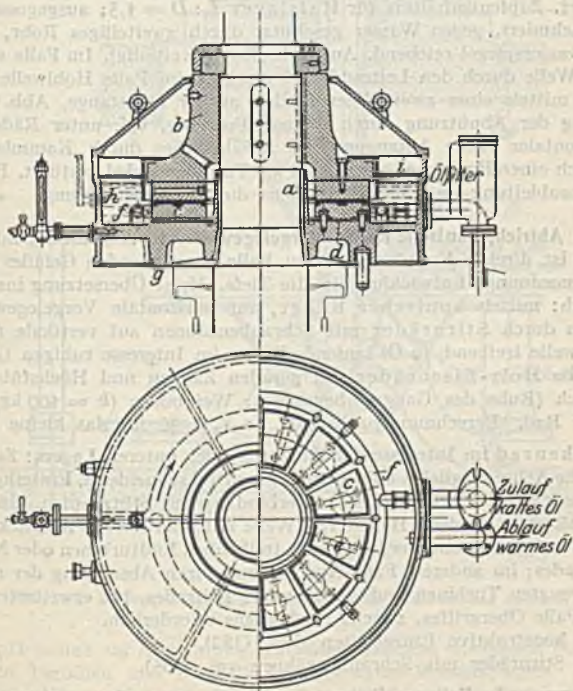


Abb. 103. Klotz-Spurlager (Voith).

Vgl. auch Feifel, Versuchsstand für große Axialdrucklager, Z. 1925, S. 679.

Die Firma J. M. Voith, Heidenheim/Brenz macht bez. der Belastungsfähigkeit ihrer Spurzapfen folgende Angaben:



Ausführung als Nabenspurlager nach Abb. 98 mit festen Druckplatten: ohne Kühlung (Lagertemperatur  $25-27^{\circ}\text{C}$  über Raumtemperatur)

$k_{\max} = 23 \text{ kg/cm}^2$  bei mittl. Spurringeschwindigkeit  $v_m$  bis  $2,0 \text{ m/sek}$ ,  
mit Kühlung (Lagertemperatur  $22^{\circ}\text{C}$  über Kühlwassertemperatur)

$k_{\max} = 23 \text{ kg/cm}^2$  bei  $v_m = 2-10,5 \text{ m/sek}$ .

Ausführung als Endspur-Klotzlager nach Abb. 103:

ohne Kühlung (Lagertemperatur  $25^{\circ}\text{C}$  über Raumtemperatur)  $k_{\max} = 23 \text{ kg/cm}^2$  bei  $v_m$  bis  $2,0 \text{ m/sek}$ ,

mit Kühlung (Lagertemperatur  $22^{\circ}\text{C}$  über Kühlwassertemperatur)  $k_{\max} = 23 \text{ kg/cm}^2$  bei  $v_m$  über  $2,0 \text{ m/sek}$ .

$k$  versteht sich für die Ringfläche ohne Abzug der Schmiernuten bzw. für die Segmentringfläche ohne Abzug der Zwischenräume.

Kugelstützlager, zwecks Verminderung des Leistungsbedarfs zur Überwindung der Gleitreibung und u. U. für die Pumpen zur Erzeugung des Preßböles. Die zulässige Belastung ist um so höher, je vollkommener die gleichmäßige Verteilung von  $P_{\max}$  auf alle Kugeln und je geringer die Umlaufzahl ist. Vgl. das unter Wälzlagern Gesagte.

Thomann empfiehlt  $P_{\max} \leq (80 - 20 \sqrt[4]{n}) z d^2$ .

Über Anwendung großer Stützkugellager vgl. Schw. B. Bd. LXVI, 1915.

Lager. Zapfenverhältnis für Halslager  $L : D = 1,5$ ; ausgegossen, Lauffläche geschmiert, gegen Wasser geschützt durch zweiteiliges Rohr, ev. über den Oberwasserspiegel reichend. Auswechselbar (zweiteilig). Im Falle stehender, massiver Welle durch den Leitraddel gestützt, im Falle Hohlwelle Führung derselben mittels einer zweiteiligen Büchse an der Tragstange, Abb. 97a: Beschränkung der Abnutzung durch geringe Pressung, vgl. unter Räderabtrieb. Bei horizontaler Welle Abfangung des Axialschubes durch Kammlager, vgl. (467), durch einen Bock oder ein Konsol am Turbinendeckel gestützt. Förderung der Wärmeableitung im Falle Endzapfens durch Zapfenkühlung.

(962) Abtrieb, konische Räder, Vorgelegewelle. In Ausführung mit stehender Welle ist direkte Kupplung nur im Falle ausreichenden Gefälles möglich: Zwillinganordnung, Entwicklung in die Tiefe. Meist Übersetzung ins Schnelle erforderlich: mittels konischer Räder, auf horizontale Vorgelegewelle und neuerdings durch Stirnräder mit Schraubenzähnen auf vertikale (parallele) Vorgelegewelle treibend, in Öl laufend. Bisher im Interesse ruhigen Ganges im ersten Falle Holz-Eisenräder mit geraden Zähnen und Höchstübersetzung etwa 5fach (Ruhe des Ganges) bevorzugt: Weißbuche ( $k = 100 \text{ kg/cm}^2$ ) für das große Rad. Berechnung nach (368).  $z_{\min} = 36$  für das kleine Rad.

Glockenrad im Interesse der Entlastung des unteren Lagers: Zahndruckrichtung die Achse möglichst nahe dem Lagermittel schneidend. Einteilig bis  $3,5 \text{ m}$  Durchmesser möglich. Obergriff in Verbindung mit Stützzapfen, Untergriff bei aufgehängtem Zapfen. Heben von Welle mit Rad zwecks Ausrückung einer der beiden auf gemeinsame Vorgelegewelle treibenden Endturbinen oder Nachsehen des Laufrades; im anderen Falle Ausrückung durch Absenkung der nach Zahl nicht begrenzten Turbinen und Anheben des Leitrades, bei erweiterten Rädern auch im Falle Obergriffes, zwecks Nachsehens erforderlich.

Über konstruktive Einzelheiten siehe (382).

Über Stirnräder mit Schraubenzähnen vgl. (365).

Lagerung. Im Falle vertikaler Achse Halslager samt Spurzapfen und Kammlager bei Obergriff auf gemeinschaftlichem Bock (Hohlguß, ausgestampft mit Beton, auf Mauerwerk sich stützend) oder bei Untergriff auf gemeinsamer Traverse zwischen breitflanschigen I-Trägern. Vorgelegewelle auf Biegung und Drehung beansprucht; wichtiger als die Gesamtansrennung ist die Formänderung gegenüber Biegung (Schleifen im Kranzspalt, konischer Rädertrieb, Warmlauf

der Lager). Höchstens zulässiger Neigungswinkel im Auflager  $\beta \approx \operatorname{tg} \beta \leq \frac{1}{1200}$ .  
 Lager auf Pressung und Warmlauf berechnen mit  $k = 40\text{--}60 \text{ kg/cm}^2$ ,  $w = 40000$   
 bis 60000 oder  $k \cdot v = 21\text{--}32$  im Falle Luftkühlung. Bestimmung des Zapfendruckes aus Eigengewicht und auf Welle abgesetzte Querkraft: 5- bzw. 8fache  
 Umfangskraft für Dehnungsspannungsbetrieb mit Riemen bzw. Seil.

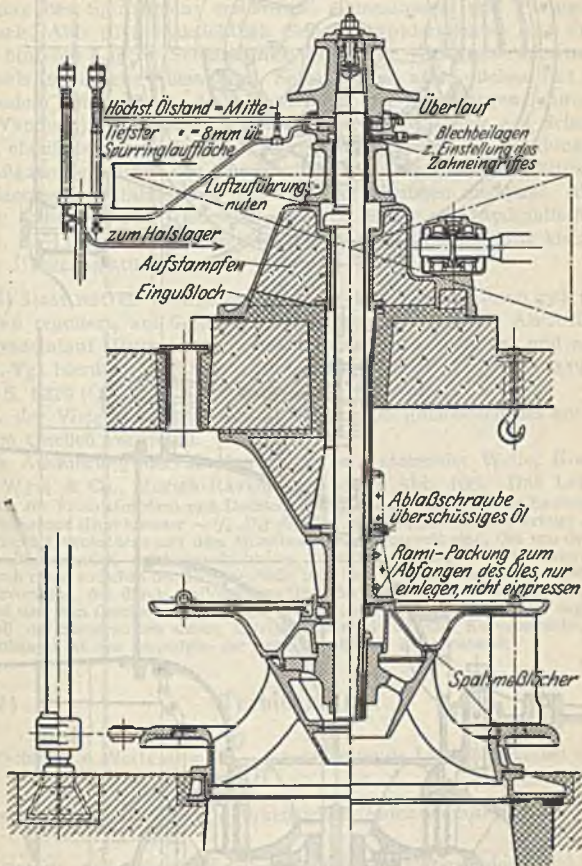


Abb. 104. Francisturbine mit stehender Welle: Einbau und Antrieb.

Stopfbüchse zur Abdichtung gegenüber äußerem Überdruck bei horizontalachsigen Turbinen und im Falle hochgesaugten Wasserspiegels. Als Drehstopfbüchse: Überwurfmutter sichert axiales Anziehen; als Brillenstopfbüchse für geringe Umlaufzahlen oder als Stopfbüchse mit Wasserverschluß. Vgl. Z. 1917, S. 10 u. V. D. L.-Nachr. vom 9. Jan. 1924.

Den Einbau und Abtrieb einer Francisturbine mit stehender Welle (Schnellläufer) läßt Abb. 104 (Ausführung der Firma Fritz Neumeyer A. G.) erkennen, links mit Tauchdecke und Betonsaugrohr, rechts mit freiem Oberwasserspiegel und Blehsaugrohr.



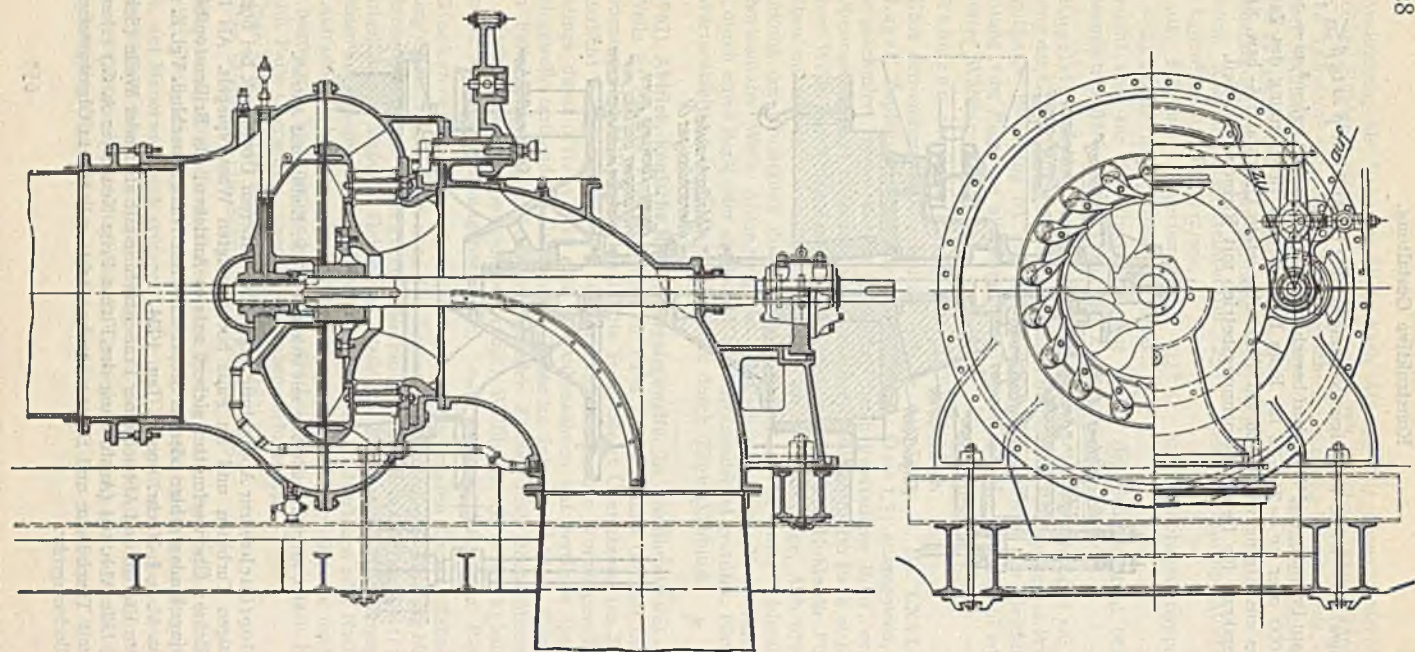


Abb. 105. Stirnkesselturbine.

(963) **Turbinengehäuse**, für größere Gefälle: Zylindrische Kessel mit zentralem oder exzentrischem Einlauf im Falle stehender Welle, Tafel III; im Falle liegender Welle als Stirnkessel, Abb. 105, oder als Querkessel. Oder Spiralgehäuse: bessere Ausnutzung der Zuflußgeschwindigkeit  $c_s = 0,25 - (0,3)$ , für Kessel abnehmend bis auf  $c_s = 0,07 - 0,15$ . Kessel genietet, mit Unterteil (Tragkonstruktion für die Turbine) und Deckel verschraubt; Mannloch, Abblavorrichtung. Auf Tafel III ist die Wellenverlängerung mit Entlastung und Schmierung des Spürzapfens ersichtlich. Abmessungen und Formgebung des Stirnkessels, Abb. 105, rücksichtlich Bewegungswiderstandes und Zugänglichkeit des hinteren Lagers (Schmierung). Reichliche Wasserquerschnitte im Falle Querkessels (mehrfache Ablenkung). Spiralgehäuse aus Gußeisen mit Rechteck- oder rundem Querschnitt und Versteifung der Wandungen, durch Rippen (ebene Wandung) oder durch Traversen oder Anker. Oder aus Schmiedeeisen genietet, ebenfalls mit Rechteck- oder rundem Querschnitt. Abnahme desselben nach Maßgabe derjenigen der Durchflußmenge. Abblau- und Entlüftungseinrichtung, Manometer. Einlauf den örtlichen Verhältnissen angepaßt. Absperrvorrichtung: Schieber- oder Drosselklappe, von Hand oder hydraulisch betätigt, Abb. 473, S. 513 und (917). Geschwindigkeit in der Rohrleitung kleiner als im Einlauf: Übergangsstück.

(964) Statt mittels drehbarer Leitschaufeln wird auch durch zylindrische Schützen reguliert, auf Gefälle und Wassermenge wirkend. Als Außenschütze am Leitradeinlauf (Hubschütze oder drehbarer Gitterschieber) und als Schütze im Spalt. Vgl. hierüber Z. 1899, S. 1217 (Rheinfelden); Z. 1901, S. 1193 (Lyon), Z. 1986, S. 1229 (Chêvres); Z. 1904, S. 581 (Glommen).

Bez. der Vielgestaltigkeit der Ausführungsmöglichkeiten sei auf die (914) genannten Quellen verwiesen.

Eine Ausführung der Kaplanturbine mit stehender Welle, Konstruktion Escher, Wyss & Co., Zürich-Ravensburg, zeigt Abb. 106. Das Leitrad entspricht dem für Franzisturbinen mit Drehschaufelregulierung üblichen. Die Laufschaufeln sind in dem Wellenkopf (Durchmesser  $\sim \frac{1}{2} D_1$ ) drehbar gelagert, ihr Antrieb erfolgt durch Kurbeln, die durch Gelenkstücke mit dem Mitnehmerkreuz gekuppelt sind, das von der im Innern der Hohlwelle liegenden, axial verschiebbaren Regelstange getragen wird. Deren Verstellung erfolgt durch einen zwischen der Turbinenwelle und ihrer Verlängerung angeordneten hydraulischen Servomotor, der durch ein Ventil am Ende der Welle gesteuert wird. Die Laufschaufelstellung ist der vom Geschwindigkeitsregler beherrschten Leitschaufelstellung zugeordnet dadurch, daß der Steuerkolben seinen Antrieb erfährt durch eine Kurvenscheibe, deren Bewegung abhängig ist von derjenigen der Regulierwelle des Leitapparates.

## (965) Turbinensätze.

Verschiedene Werte  $q = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}$  verarbeitende Laufräder bilden eine Reihe

oder einen Satz, wenn sie nach einheitlichen Gesichtspunkten ( $c_s, \frac{D_s}{D_1}, \frac{b_1}{D_1}$  jeweils konstant und Diagramm übereinstimmend) konstruiert sind.

$$\text{Mit } Q = k_Q D_1^2 \sqrt{H} \quad \text{und} \quad n = k_n \frac{\sqrt{H}}{D_1} \quad \text{oder} \quad D_1 = k_n \frac{\sqrt{H}}{n}$$

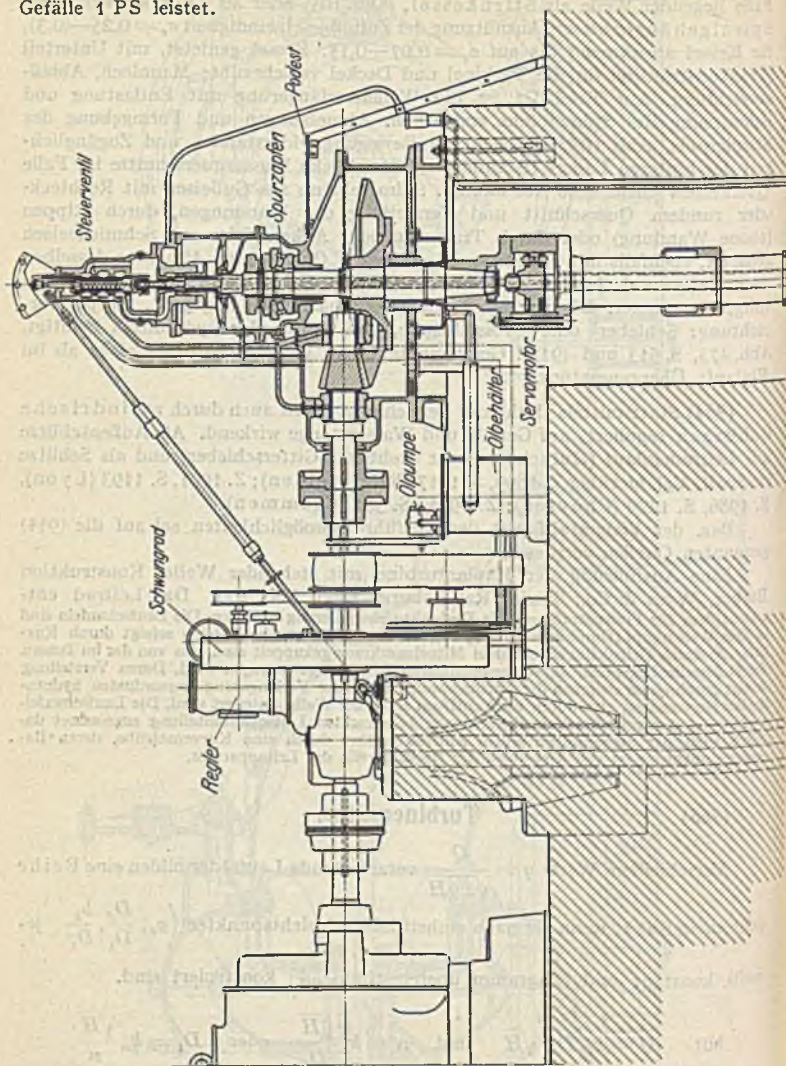
folgt 
$$N = \varepsilon \frac{\gamma Q H}{75} = \gamma k_Q k_n^2 \frac{H}{n^2} \sqrt{H} \cdot H \frac{\varepsilon}{75}$$

Sofern  $\gamma k_Q k_n^2 \frac{\varepsilon}{75} = n_s^2$  wird  $n_s = \frac{n}{H} \sqrt{\frac{N}{\sqrt{H}}} = n_1 \sqrt{N_1}$  und  $n = n_s H \sqrt{\frac{\sqrt{H}}{N}}$ ;

für  $H = 1$  und  $N = 1$  folgt  $n_s = n_1 \sqrt{N_1} = n$ ,



vielfach als spezifische Umlaufzahl, Kennziffer, Systemzahl bezeichnet, vgl. (921), d. i. die Umlaufzahl der systemgleichen Turbine, die bei 1 m Gefälle 1 PS leistet.



Mit  $n_1 = \frac{60 \sqrt{2g}}{\pi} \frac{u_1}{D_1}$  und  $N_1 = \gamma \frac{\epsilon}{75} Q_1 = \frac{\gamma \epsilon}{75} \frac{\pi}{4} D_s^2 c_s \sqrt{2g}$

folgt auch  $n_s = 576 u_1 \frac{D_s}{D_1} \sqrt{\epsilon c_s} = 576 u_s \sqrt{\epsilon c_s^2}$

<sup>1)</sup>  $u_s = u_1 \frac{D_s}{D_1} \sim u_{s,a}$  ist die spez. Umfangsgeschwindigkeit des äußersten Wasserfadens am Austritt.

Die Abhängigkeit der Konstruktionswerte voneinander ist aus Abb. 85 ersichtlich. Mit der einfachen Francisturbine werden Systemzahlen  $n_s = 60-500$  beherrscht: Normalläufer  $n_s = 150-200$ . Mehrfache Turbinen für größere

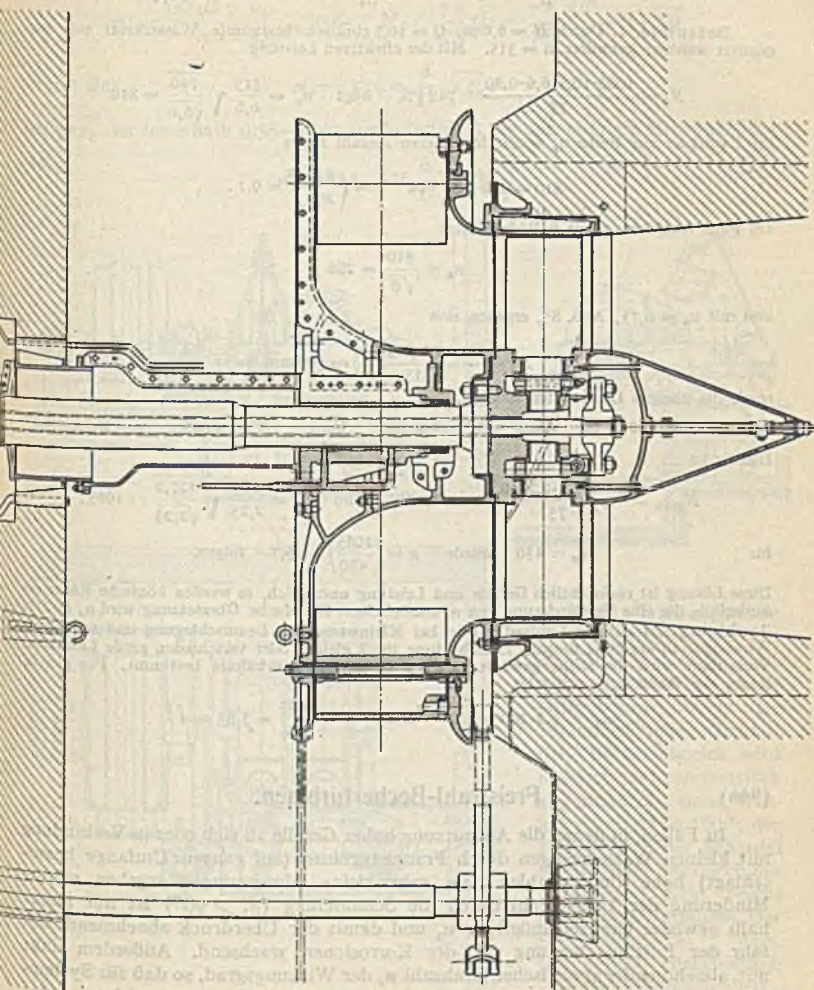


Abb. 106. Kaplanturbine samt Abtrieb.

Werte  $n_s$ , wenn nicht andere Gründe (Wirkungsgrad, Veränderlichkeit der Wassermenge) dafür sprechen. Verstanden sich  $n_{sII}$ ,  $n_{sIII}$  usw. für die zweifache, dreifache usw. Turbine, so gilt

$$n_{sII} = \frac{n}{H} \sqrt{\frac{2N}{\sqrt{H}}} = 1,41 n_s :$$



ebenso folgt  $n_{s_{III}} = n_s \sqrt{3} = 1,73 n_s$  usf.

Umgekehrt folgt die Systemzahl eines Rades

$$n_s = 0,7 n_{s_{II}}, \quad n_s = 0,58 n_{s_{III}} \quad \text{und} \quad n_s = 0,5 n_{s_{IV}}.$$

Beispiele. 1. Durch  $H = 6,6$  m,  $Q = 10,5$  cbm/sek bestimmte Wasserkraft soll ausgenutzt werden; gefordert  $n = 315$ . Mit der effektiven Leistung

$$N_s = \frac{1000 \cdot 10,5 \cdot 6,6 \cdot 0,80}{75} = 740 \text{ PS}_e \quad \text{folgt} \quad n_s' = \frac{315}{6,6} \sqrt{\frac{740}{6,6}} = 810$$

für Laufräder aus Reihe  $n_s = 260$  folgt deren Anzahl  $x$  aus

$$810 = 260 \sqrt{x} \quad \text{zu} \quad x = \left(\frac{810}{260}\right)^2 = 9,7.$$

Im Falle Ausführung mit 8 Rädern folgt

$$n_s = \frac{810}{\sqrt{8}} = 286$$

und mit  $u_1 = 0,75$ , Abb. 85, ergeben sich

$$D_1 = \frac{60 \cdot 0,75 \sqrt{2g \cdot 6,6}}{315} \approx 500 \text{ mm}$$

sowie die übrigen Laufradabmessungen.

$$2. \quad H = 2,25 \text{ m}, \quad Q_{\max} = 5,30 \text{ cbm/sek}, \quad Q_{\min} = 1,05 \text{ cbm/sek}, \quad n = 265.$$

Hierfür ist

$$N_{\max} = \frac{1000 \cdot 5,3 \cdot 2,25 \cdot 0,8}{75} = 127,2 \text{ PS} \quad \text{und} \quad n_s = \frac{265}{2,25} \sqrt{\frac{127,2}{2,25}} = 1085;$$

tur  $n_s = 450$  würde  $x = \left(\frac{1085}{450}\right)^2 = 5,7$  folgen.

Diese Lösung ist rücksichtlich Gefälle und Leistung unmöglich, es werden konische Räder erforderlich, die eine Verminderung von  $n_s$  ermöglichen: für 5fache Übersetzung wird  $n_s = 217$ . Ausführung mit einem Laufrad würde bei Kleinwasser  $\frac{1}{8}$  Beaufschlagung und schlechten Wirkungsgrad ergeben: deshalb Entscheidung für 2 gleiche oder verschiedene große Laufräder. Vorteilhaft wird die Reihe gewählt und das Übersetzungsverhältnis bestimmt. Für gleiche Räder der Reihe  $n_s = 200$  folgt

$$n_s' = \sqrt{2} \cdot 200 = 282 \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{1085}{282} = 3,85 \approx 4$$

(966)

### Freistrah-Becherturbinen.

In Fällen, in denen die Ausnutzung hoher Gefälle an sich oder in Verbindung mit kleinen Wassermengen durch Francisturbinen (auf ganzem Umfange beaufschlagt) hohe Umlaufzahlen bzw. sehr kleine Abmessungen ergeben würde. Minderung der Umlaufzahl durch die Schaufelung ( $\beta_1 > 90^\circ$ ) ist nur innerhalb gewisser Grenzen möglich:  $u_1$  und damit der Überdruck abnehmend, Gefahr der Luftausscheidung und der Korrosionen wachsend. Außerdem sinkt mit abnehmender spezifischer Drehzahl  $n_s$  der Wirkungsgrad, so daß für Systemzahlen  $n_s < 55$  die Francisturbine vorteilhaft durch die Becherturbine ersetzt wird: eine partiell beaufschlagte Freistrahlturbine, deren Leitapparat aus 1—4 Düsen von kreisförmigem Mündungsquerschnitt besteht und dessen Größe durch eine axial verschiebbare Nadel von veränderlichem Querschnitt beeinflusst wird. Strahlen mit Rechteckquerschnitt und die Regulierung durch verstellbare Zungen in U-förmigen Rinnen haben sich nicht bewährt: erschwerte Abdichtung und geringere Wirkungsgrade als bei rundem Strahl. Abb. 107 a—c zeigt eine Zwillingsturbine mit 4 Düsen. (Ausführung von J. M. Voith, Heidenheim a. Br.)

(967) Spezifische Drehzahl. Für Räder einer Reihe ist das Verhältnis  $\frac{d}{D}$ , worin  $D$  den Durchmesser des Berührungskreises an die Achse des Strahles vom Durchmesser  $d$  bezeichnet, konstant. Mit

$$n_I = \frac{60 \sqrt{2g} u_1}{\pi D} \quad \text{und} \quad N_I = \frac{\gamma \varepsilon}{75} Q_I = \frac{\gamma \varepsilon \pi d^3}{75 \cdot 4} \cdot c_0 \sqrt{2g}$$

ergibt sich

$$n_s = 576 u_1 \frac{d}{D} \sqrt{\varepsilon c_0}.$$

$u_1 \sqrt{\varepsilon c_0}$  ist innerhalb 0,38—0,42 veränderlich<sup>1)</sup>, so daß mit dem Mittelwert 0,4 folgt

$$n_s = 0,4 \cdot 576 \frac{d}{D} \approx 230 \frac{d}{D}.$$

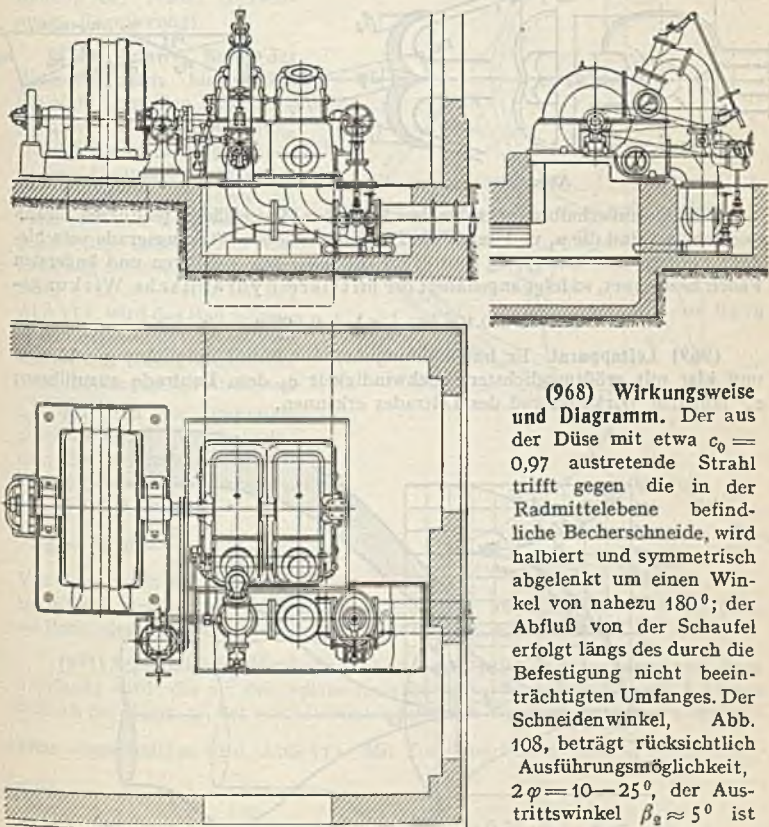


Abb. 107 a — c. Zwillings-Becherturbine.

bedingt sowie abhängig von  $c_2 = 0,1—0,14—0,2$ : Die Strahldicke längs der

(968) Wirkungsweise und Diagramm. Der aus der Düse mit etwa  $c_0 = 0,97$  austretende Strahl trifft gegen die in der Radmittelebene befindliche Becherschneide, wird halbiert und symmetrisch abgelenkt um einen Winkel von nahezu  $180^\circ$ ; der Abfluß von der Schaufel erfolgt längs des durch die Befestigung nicht beeinträchtigten Umfanges. Der Schneidenwinkel, Abb. 108, beträgt rücksichtlich Ausführungsmöglichkeit,  $2\varphi = 10—25^\circ$ , der Austrittswinkel  $\beta_2 \approx 5^\circ$  ist durch verlustlose Wasserabführung zwischen zwei benachbarten Schaufeln

<sup>1)</sup> Reichel und Wagenbach: „Versuche an Becherturbinen“. Z. 1918, S. 833.



Austrittskante ist verschieden, die Strahloberfläche soll die nacheilende Rückschaukel nicht berühren. Nach Thomann soll zwischen dem rechteckig gedachten relativen Strahl und der nachfolgenden Rückschaukel ein Zwischenraum mindestens gleich der Strahlstärke vorhanden sein. Nach Versuchen von Reichel und Wagenbach, Z. 1913, S. 441 ff., ist der Einfluß des Stoßes wegen der damit verbundenen geringen Strahlablenkung selbst bei kleiner Stauwirkung ( $w_3 < w_2$ ) gering, namentlich im Falle Glättens der Rückschaukeln nach dem Rande hin.

Für den durch Abb. 108 dargestellten Schnitt durch die Strahlachse und berührend am Zylinder, folgt das Diagramm, Abb. 109; es ist  $\alpha_0 = 0$ ,  $w_0 = c_0 - u_1$ , und mit dem Schneidenwinkel  $2\varphi$  folgt nach Thomann die Stoßgeschwindigkeit  $w_{st} = w_0 \sin \varphi$ , womit  $w_1$  und  $w_2 = w_1$  sich ergeben. Camerer berücksichtigt die Bewegungswiderstände durch  $w_2 < w_0$ , indem er setzt  $w_2 = c_0 - u_1 - 0,1$ .

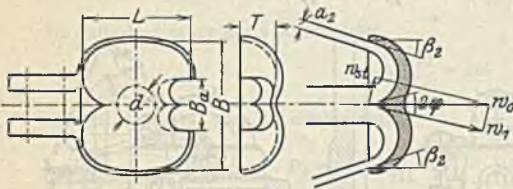


Abb. 108.

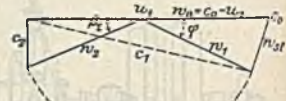


Abb. 109.

Für die außerhalb der Strahlachse liegenden Wasserfäden (endlicher Strahlquerschnitt) sind die  $u_1$  und damit die Diagramme sowie Wirkungsgrade verschieden; werden diese mit  $\epsilon_i$ ,  $\epsilon_m$  und  $\epsilon_a$  für die innersten, mittleren und äußersten Fäden bezeichnet, so folgt angenähert der mittlere hydraulische Wirkungsgrad zu

$$\epsilon = 0,196 (\epsilon_a + \epsilon_i) + 0,608 \epsilon_m .$$

(969) Leitapparat. Er hat die Aufgabe, den Strahl möglichst geschlossen und klar mit größtmöglicher Geschwindigkeit  $c_0$  dem Laufrade zuzuführen;  $c_0^2$  läßt den Wirkungsgrad des Leitrades erkennen.

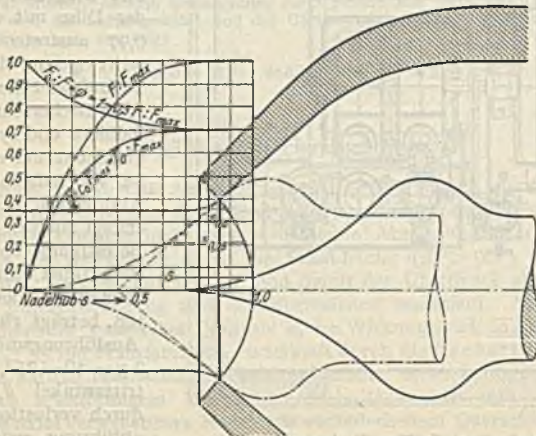


Abb. 110. Düse mit Nadel.

Die Formgebung von Düse und Nadel soll derart sein, daß keine Ablösung des Strahles von der Nadel erfolgt: geringer Überdruck vor dem Austritt aus der Düse und Kontraktion, die vorhanden ist, wenn bei Schlußstellung die

Düsenaustrittskante an der Nadel anliegt. Die Länge der Nadel ist abhängig vom Regulierweg: gut ausgezogene Spitze mit zunehmender Krümmung. Die Veränderlichkeit der Wassermenge mit dem Nadelhub ist nach dem Vorgange Sandels in Abb. 110 dargestellt unter der Annahme, daß die Kontraktion bestimmt ist durch

$$\psi = \frac{\text{Strahlquerschnitt } F_0 \text{ im freien Strahl}}{\text{Austrittsquerschnitt } F} = 1 - 0,3 \frac{F}{F_{\max}}$$

entsprechend  $\psi_{\min} = 0,7$ , und daß die zu den Stromfäden senkrechten Flächenelemente einer Kugeloberfläche angehören. Da von  $\frac{s}{s_{\max}} \approx 0,5$  ab die Wasser-

mengen nur noch unwesentlich zunehmen, empfiehlt sich Verzicht auf vollständige Zurückziehung der Nadel (Berechnung, Regulierung).

(970) **Relative Bahn des Wasserteilchens** hinsichtlich des sich drehenden Rades. Sie bestimmt die Schaufelteilung und Schneidenstellung, die Lage vom Hauptschnitt und von der Austrittskante sowie im Falle mehrerer Strahlen deren gegenseitige Lage. Durch Hinzufügung der zusätzlichen Drehung  $-u_1 = -R\omega$  um  $M$ , Abb. 111, wird das Rad scheinbar in Stillstand versetzt und besitzt das Wasserteilchen die Verschiebungsgeschwindigkeit  $c_0\sqrt{2gH}$  und die Drehungsgeschwindigkeit  $R\omega$  linkssinnig: die resultierende Bewegung ist eine Drehung um den Pol  $\mathfrak{B}$  im Abstände

$$R_{\mathfrak{B}} = M\mathfrak{B} = \frac{c_0}{\omega} = \frac{c_0}{u_1} R.$$

Von dem durch  $R_{\mathfrak{B}}$  bestimmten Kreise wickelt sich die Tangente in  $\mathfrak{B}$  ab bzw. auf: die relative Wasserbahn = Bahn des Punktes  $B_1$  ist eine verlängerte Evolvente.

(971) **Schaufelzahl**. Mindestens so groß, daß jeder Tropfen ausgenutzt d. h. abgelenkt wird: die auf den Spitzenkreis bezogene Schaufelteilung muß kleiner sein als der Bogen  $t_h$ , der vom äußersten relativen Wasserfaden auf dem Spitzenkreis abgeschnitten wird, Abb. 113. Mit Zunahme von  $n_s$  und  $\frac{D}{D}$  nimmt  $z$  ab, etwa

$$z_{\min} = 12 + \frac{170}{n_s} \quad \text{oder} \quad z_{\min} = 12 + 0,74 \frac{D}{d}, \quad \text{Abb. 112.}$$

(972) **Becherform und Lage zum Strahl**. Von Reichel und Wagenbach<sup>1)</sup> ausgeführte Versuche an einem ( $G$ ) Becher mit Breite  $B$ : Länge  $L$ :

<sup>1)</sup> Z. 1918, S. 827.

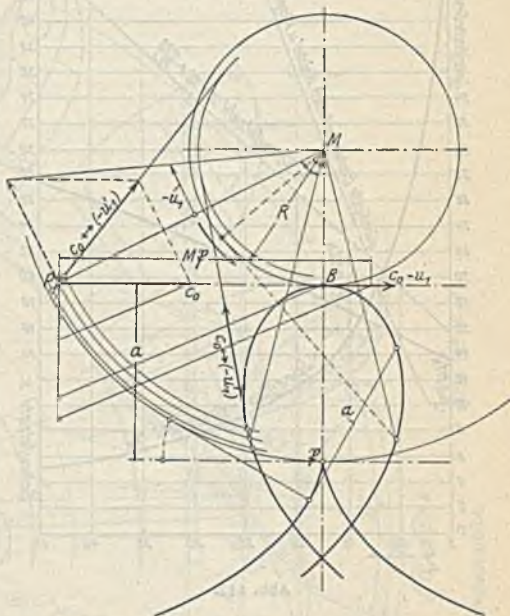


Abb. 111. Relativer Wasserweg.



Tiefe  $T = 1 : 0,96 : 0,4$ , behufs Ermittlung der dem günstigsten Wirkungsgrade entsprechenden Formen, haben ergeben

$$B = 2,04 \sqrt{Q_{I_0}} = 3,73 d_g,$$

worin  $Q_{I_0}$  und  $d_g$  die günstigstem Wirkungsgrade entsprechenden Werte bezeichnen, und sie haben ferner gezeigt, daß die günstigste Füllung mit der spezifischen

Drehzahl sich ändert zwischen  $f_g = \frac{Q_{I_0}}{Q_I} = 0,8 - 0,67$  für kleine bzw. große

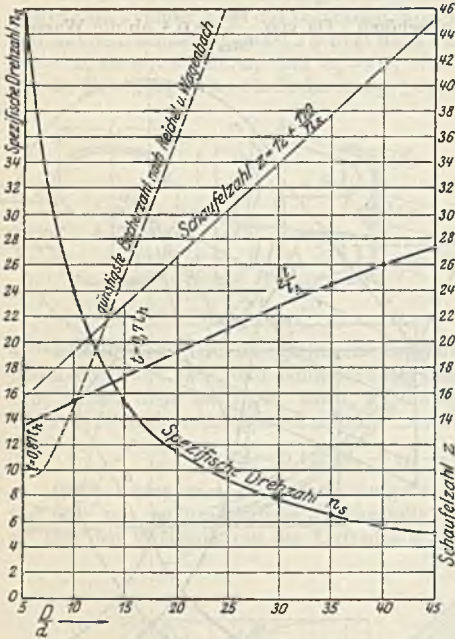


Abb. 112.

Werte von  $n_s$ . Mit  $\frac{Q_{I_0}}{Q_I} \approx 0,7$  folgt, Abb. 108,

$$B = 1,7 \sqrt{Q_I} = 3,1 d;$$

$$L = 1,6 \sqrt{Q_I} = 2,9 d;$$

$$T = 0,65 \sqrt{Q_I} = 1,1 d.$$

Stoßfreier Eintritt des Bechers in den Strahl fordert rinnenförmige Aushöhlung des Schaufelrückens: Durchdringung von Schaufelfläche und relativem Strahl (Ausfräsen). Hiermit zusammenhängend folgt der Ausschnitt  $B_a$ , Abb. 108, der die Wassermenge  $Q_I$  nach oben begrenzt und etwas größer als  $d$  ist, etwa

$$B_a = (1,05 - 1,10) d,$$

von Becherform und Lage der Schneidenspitze zum Strahle abhängig und u. U. so tief, daß das Wasser ungenutzt durch den Ausschnitt austritt. In diesem Falle ist Verkleinerung des Ausschnittes und Auf-

fangen des betr. Strahlteiles vor dem Einschneiden der Spitze vom Rande des zugeschärften Ausschnittes angezeigt.

(973) Der Beaufschlagungsbereich der Schneide wird bestimmt für das beginnende bzw. erste volle Auftreffen im Schnitte des Spitzenkreises mit dem absoluten Strahl, in Abb. 113 Punkte  $D$  und  $E$ , bzw. mit den Schnittpunkten  $D'$  und  $E'$  vom Spitzenkreis und relativen Strahl sowie durch die Punkte  $D''$ ,  $E''$ , um  $t_s < t_h$ , auf dem Spitzenkreis gemessen, von  $D'$  und  $E'$  abgehend. Damit folgen die Punkte  $G$  und  $F$  des absoluten Strahles für das letzte volle bzw. endigende Auftreffen.

(974) Lage der Schneide. Camerer, Wagenbach u. a. fordern, daß die Schneide in der Mitte zwischen erstem und letztem Auftreten des vollen Strahles senkrecht zum relativen Strahl stehe. Sandel empfiehlt rücksichtlich größtmöglichen Wasserdruckmomentes bezüglich der Radachse, daß durch die Schneide der Winkel halbiert wird zwischen der Normalen zum relativen Strahl und der Radialen im Angriffspunkt des resultierenden Wasserdruckes, der im Schwerpunkt des Beaufschlagungsbereiches angenommen werden darf. Diese

Forderung deckt sich mit der von Thomann, daß die Schneide senkrecht zum absoluten Strahl in der Mitte zwischen dem ersten und letzten vollen Auftreffen stehe.

(975) Darstellung der Schaufel nach Festlegung der Hauptumrisse ( $B$ ,  $L$ ,  $T$  und  $B_a$ ); sie sei an Hand folgenden Beispiels einer Becherturbine für  $n_s = 28$  erläutert.

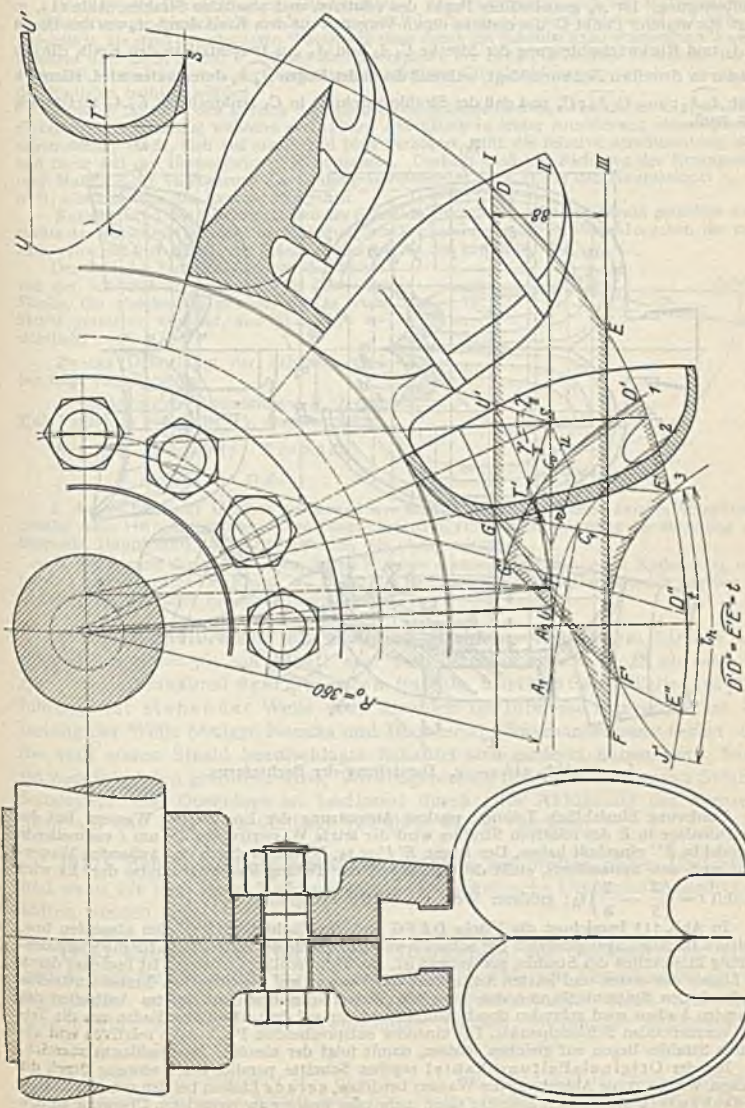


Abb. 113 u. 114.

Lauftrad der Becherturbine.

Abb. 115.



Aus

$$n_s = 28 = 230 \frac{d}{D} \quad \text{folgt mit } D = 0,720 \quad d = \frac{28}{230} \cdot 0,72 = 0,088, \text{ Abb. 113.}$$

Wie oben erläutert, ist die relative Bahn des Wassers, als Bild gleichzeitigen Geschehens, für die Durchbildung von Becher und Rad rücksichtlich Wirkungsgrades maßgebend. Die Relativbahn eines Wasserteilchens ist eine um  $R_0 \frac{c_0 - u}{u_0}$  verlängerte Evolvente mit dem Grundkreishalbmesser  $R_0 \frac{c_0}{u_0}$ . Punktweise Bestimmung durch Hinzufügung der entgegengesetzten Radbewegung. Ist  $A_0$  gemeinsamer Punkt des relativen und absoluten Strahles, Abb. 113, so folgt ein weiterer Punkt  $C$  des ersteren durch Vorgehen auf dem Kreis durch  $A_0$  um den Bogen  $\widehat{A_0 A_1}$  und Rückwärtsabtragung der Strecke  $C_1 A_1$  von  $A_1$  aus tangential an den Kreis, die das Wasser in derselben Zeit zurücklegt, während deren der Bogen  $\widehat{A_0 A_1}$  durchlaufen wird. Hiernach folgt  $\widehat{A_0 A_1} : u = \widehat{C_1 A_1} : C_0$  und daß der Strahlquerschnitt in  $C_1$  senkrecht zu  $C_1 A_1$  kreisförmig sein muß.

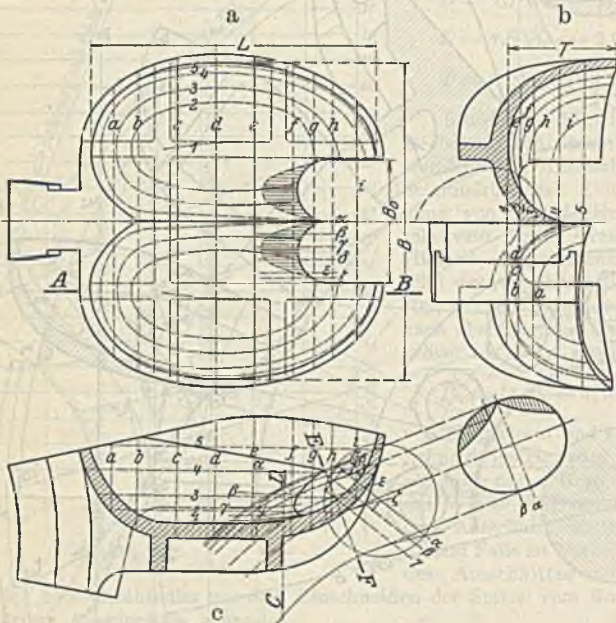


Abb. 116 a — c. Darstellung der Becherform.

Forderung hinsichtlich Teilung: restlose Ausnutzung der Energie des Wassers. Bei der Schneidelage in  $E$  des relativen Strahles wird der letzte Wassertropfen die um  $t$  voraneilende Schaufel in  $E''$  eingeholt haben. Der Bogen  $E' J' = t h$ , bestimmt durch den äußersten Wasserfaden und den Spitzenkreis, stellt den Grenzwert der Teilung im Spitzenkreise dar. Es wird gewählt  $t = \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{8}\right) t_h$ ; größerer Wert für Räder mit großem  $n_s$ .

In Abb. 113 bezeichnet die Fläche  $DEFG$  und die Fläche  $D'E'F'G'$  den absoluten bzw. relativen Beaufschlagungsbereich der Schneide und  $S$  die Mitte des ersteren, die für die Schneidstellung hinsichtlich des Strahles maßgebend ist. Der Beaufschlagungsbereich ist begrenzt durch die Linien des ersten und letzten Auftreffens des Wassers auf die Schneide. Erstes Auftreffen ist durch den Spitzenkreis und den innersten Wasserfaden bestimmt, letztes Auftreffen des äußersten Fadens wird gefunden durch Aufzeichnen der auf dem nämlichen Faden um die Teilung voraneilenden Schaufelpunkte. Die einander entsprechenden Punkte des relativen und absoluten Strahles liegen auf gleichen Radien, damit folgt der absolute Beaufschlagungsbereich.

Bei der Original-Peltonschaufel ergeben Schnitte parallel zur Radebene durch die Flächen, welche axiale Ablenkung des Wassers bewirken, gerade Linien; bei den neueren Ellipsoidschaufeln zeigen diese Schnitte einen mehr oder weniger ausgerundeten Übergang zu den

radialen Begrenzungsflächen des Bechers. Richtige Stellung dieser Schnitte zum relativen Strahl ist Vorbedingung für Erzielung eines hohen Wirkungsgrades, der erreicht wird, wenn der Wasserdruck auf die beaufschlagten Flächenteile das größte Drehmoment auf das Rad ausübt. Dies ist der Fall, wenn die Erzeugende den Winkel zwischen der Radialen und Normalen halbiert. Hierbei ist zu unterscheiden, ob die Fläche vom freien Strahl getroffen wird oder ob sie den Strahl abzulenken hat.

Länge des absoluten Beaufschlagungsbereiches ist angenähert  $l = t c_0 \cdot u$ . Die Erzeugende kann nur in einem Punkte dieser Länge so stehen, daß das Drehmoment ein Maximum wird; vorher und nachher nimmt es gleichartig ab, so daß dieser Punkt in die Mitte des Beaufschlagungsbereiches zu legen ist.

Die Lage des Beaufschlagungsmittelpunktes  $T$  des Hauptprofils und des Mittelpunktes  $U$  der Austrittskante hinsichtlich des Mittelpunktes  $S$  des Beaufschlagungsbereiches ist aus Abb. 114 ersichtlich, sie stellt den absoluten Wasserweg eines durch die Schaufel axial abgelenkten Wassertheilchens dar. In  $S$ ,  $T$  und  $U$  müssen die Erzeugenden der betr. Flächenteile so stehen, daß jeweils die Winkel zwischen der Normalen zur relativen Strahlrichtung  $w = c_u \rightarrow (-u)$  und der Radialen halbiert werden.

$T$  und  $U$  fallen in den Bereich der ablenkenden Schaufelflächen. Weil die Absolutgeschwindigkeit, deren Richtung während der axialen Ablenkung in erster Annäherung unveränderlich angenommen werde, sich auf annähernd Null verzögert, fällt die relative Strahlrichtung mehr und mehr mit der Umfangsrichtung zusammen. Deshalb muß die Richtung der Erzeugenden nach Maßgabe der Verzögerung der Umfangskomponente, die z. B. für den Hauptschnitt  $c_u = u$  ist<sup>1)</sup>, allmählich in die Radiale übergehen.

Entsprechend der Forderung, daß die Schneide zuerst vom relativen Strahl getroffen wird, müßte der Ausschnitt sich als Durchdringung von Schaufel und relativem Strahl ergeben, der nach Abb. 116a um die schraffierte Fläche größer ist als der gewählte.

Der Teil des Strahles, der vor der Spitze von der Schaufel aufgefangen wird bzw. die Fläche, die gleichzeitig mit der Spitze vom Strahl getroffen wird ist, aus Abb. 116c ersichtlich.

Zwecks Darstellung der Schaufel wird wie folgt vorgegangen:

1. Festlegung der Abmessungen  $B$ ,  $L$  und  $T$  als Vielfaches von  $d$  oder  $Q$ . Anhaltspunkte:

$$B \approx 3d; \quad L \approx 2,5d; \quad T \approx 0,9d;$$

$$B_0 = (1,05 - 1,1)d.$$

2. Aufzeichnen der Umrisse auf Grund des angenommenen mittleren axialen Ablenkungsprofils, Abb. 116b entsprechend dem Diagramm Abb. 117 und Bestimmung der Richtung von Schneide, Hauptprofil und Austrittskante, wie oben angegeben.

3. Festlegung der Schaufelform durch Schnitte senkrecht zur Ebene der Radscheibe, etwa parallel und senkrecht zur Ebene, die durch die Richtung der beiden Hauptprofile gegeben ist, in der Weise, wie unter Francisturbinen erörtert.



Abb. 117.

(976) **Becherturbinen mit mehreren Strahlen.** Mit einem Strahle ausführbar bis  $n_s = 36$ , vorteilhaft aber zwei Strahlen von  $n_s = 28$  ab oder für  $D < 8d$  und maximal drei Strahlen im Falle horizontaler Welle; bei Ausführung mit stehender Welle vier Strahlen im Interesse symmetrischer Belastung der Welle (Anlage Necaxa und Biaschina). Düsenanordnung derart, daß die vom ersten Strahl beaufschlagte Schaufel sich entleert haben muß, bevor sie vom folgenden getroffen wird: Wirkungsbereich mittels des relativen Strahles feststellen. Die Düsenlage ist bestimmt durch gute Abführung des Wassers: nicht auf das Rad zurückfallend, reichlich weites Gehäuse.

(977) **Mehrfache Becherturbinen** im Falle geforderter hoher Umlaufzahl und wenn für gegebenen Raddurchmesser die spezifische Umlaufzahl niedrig gehalten werden soll.

(978) **Konstruktive Ausführung.** Schaufeln aus Gußeisen oder Stahlguß, je nach Gefälle und Wasserbeschaffenheit. Bei kleinen Abmessungen mit der Radscheibe zusammengelassen: erschwerte Bearbeitung. Meist mit dieser verschraubt: Schaufeln mit gabelförmigen Lappen, aneinander anliegend und

<sup>1)</sup> Da für den Hauptschnitt  $w = c_u \rightarrow (-u)$  annähernd Null ist, wird die Richtung der Erzeugenden für diesen Schnitt mehr oder weniger belanglos. Die Stellung des Hauptschnittes ist in Abb. 113 so ermittelt, als ob dieser vom freien Strahle getroffen würde.



über Radkranz greifend. Berechnung der Schrauben auf Reibungschluß und auf Biegung für eine Belastung der ruhenden Schaufel durch den Strahl Druck bzw. durch die Fliehkraft der mit  $2u_1$  umlaufenden Schaufel. Starke Bolzen sind u. U. schwierig unterzubringen. Entlastung durch schwalbenschwanzförmige Ausbildung von Zapfen und Schlitz, Abb. 115.

Die zum Verstellen der Nadel erforderliche Kraft ist nach Größe und Richtung veränderlich, je nach der Nadelstellung. Gute Zentrierung der Nadel. Zuflußgeschwindigkeit im Rohre

$$c_r = (0,10 - 0,14) \sqrt{2gH} \text{ entsprechend } D_r = (2,6 - 3) d.$$

Spitzenwinkel des Austrittskegels  $60 - 80^\circ$ , rasche Querschnittsverminderung auf  $F_0 = Q: (c_0 \sqrt{2gH})$ .

Gehäuse meist zwei- oder dreiteilig bei großen Rädern und mehreren Düsen. Kräftiges gußeisernes Unterteil (Rahmen) zur Aufnahme der Lager und Düsen mit lichter Breite  $b \geq 10 d$ , Haube aus Gußeisen oder genietet. Hinderung des Wasseraustrittes durch Spritzringe.

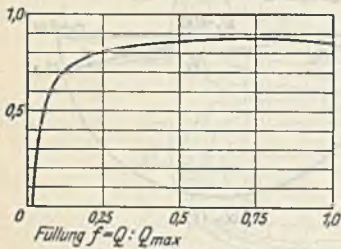


Abb. 118.

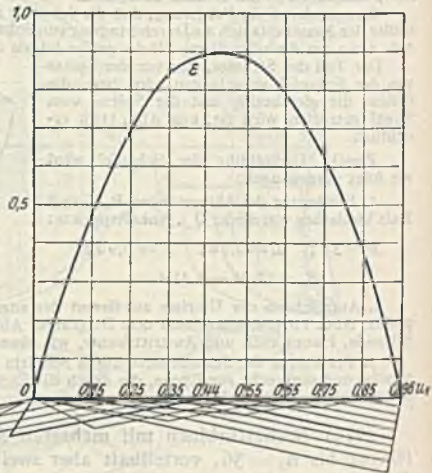


Abb. 119.

(979) **Betriebseigenschaften der Becherturbinen.** Abb. 118 zeigt den Verlauf des Wirkungsgrades  $\epsilon$  in Abhängigkeit von der Wassermenge oder Füllung  $f = Q: Q_{\max}$  bei gleichbleibender Umlaufzahl, dem Bremsergebnis an einer Turbine mit  $n_s = 12$  entsprechend.  $\epsilon$  wird nur nach Maßgabe von  $c_D^2$  (Düse und Schaufel) beeinflusst.

Im Falle veränderlicher Umlaufzahl ist zufolge

$$\epsilon = 1 - c_D^2 - c_2^2 - w_{st}^2$$

der Wirkungsgrad weiter von  $c_2$  und  $w_{st}$  abhängig; Abb. 119 läßt für eine bestimmte Nadelstellung (Füllung) die Veränderlichkeit von  $\epsilon$  und dessen zeichnerische Bestimmung erkennen. Es folgen die in der Tabelle enthaltenen Werte, mittels deren das Verhalten der Turbine bei veränderlichem Gefälle und konstanter Umlaufzahl ermittelt werden kann, Abb. 120. Die nach Abb. 119 bei gegebenem Gefälle  $H_n$  relativ zu schnell bzw. zu langsam laufende Turbine läuft normal unter veränderlichem Gefälle  $H$ , das sich bestimmt mittels der Beziehung

$$H: H_n = u_{1n}^2: u_1^2.$$

Damit folgt Spalte 7 der Tabelle.

|   |                                 |          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---|---------------------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | $u_1$                           | 0,0      | 0,15  | 0,25  | 0,35  | 0,44  | 0,55  | 0,65  | 0,75  | 0,85  | 0,96  |
| 2 | $c_{21}$                        | 0,94     | 0,65  | 0,45  | 0,26  | 0,12  | 0,18  | 0,36  | 0,56  | 0,75  | 0,96  |
| 3 | $c_{22}$                        | 0,884    | 0,423 | 0,203 | 0,068 | 0,014 | 0,032 | 0,130 | 0,314 | 0,563 | 0,922 |
| 4 | $w_{st}$                        | 0,19     | 0,17  | 0,145 | 0,12  | 0,10  | 0,08  | 0,06  | 0,04  | 0,02  | 0     |
| 5 | $w_{st}^2$                      | 0,036    | 0,029 | 0,021 | 0,014 | 0,01  | 0,006 | 0,004 | 0,002 | 0,000 | 0     |
| 6 | $\epsilon$                      | 0        | 0,46  | 0,69  | 0,83  | 0,89  | 0,88  | 0,78  | 0,59  | 0,35  | 0     |
| 7 | $H : H_n = u_{1n}^2 : u_{1n}^2$ | $\infty$ | 8,60  | 3,10  | 1,59  | 1     | 0,64  | 0,46  | 0,34  | 0,27  | 0,21  |

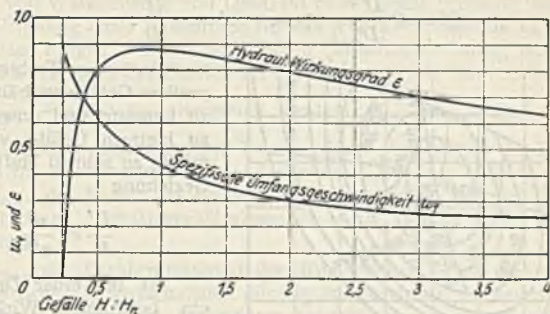


Abb. 120.

(980) Bezeichnung der Wasserturbinen.

Diese ist nach Wirkungsweise des Wassers (Freistahl- oder Überdruckturbine), nach Art der Zuführung des Wassers und Aufstellung (offene oder geschlossene Turbinen mit stehender oder liegender Welle, einfache oder mehrfache Turbinen) nach DIN 33 genormt. Im Falle Überdruckturbinen ist das System (Francis, Propeller oder Kaplan) anzugeben.

(981) Wirkungsgradfeld.

Denkt man sich in einem räumlichen Koordinatensystem die Drehzahl in der  $n$ -Richtung, die Wassermenge in der  $Q$ -Richtung, den Wirkungsgrad in der  $\eta$ -Richtung aufgetragen, so wird der Wirkungsgrad

$$\eta = f(n, Q)$$

ein räumliches Gebilde, das in der Hauptsache drei Scharen von Kurven enthält:

1. Die Wirkungsgradkurven bei gleichbleibender Drehzahl und veränderlicher Wassermenge:  $\eta = f(Q)$  in Ebenen parallel zur  $\eta Q$ -Ebene.
2. Die Wirkungsgradkurven bei gleichbleibender Wassermenge und veränderlicher Drehzahl:  $\eta = f(n)$  in Ebenen parallel zur  $\eta n$ -Ebene vgl. Abb. 129.
3. Die Linien gleichen Wirkungsgrades bei veränderlicher Wassermenge und Drehzahl:  $\eta = \text{const} = f(Q, n)$  in Ebenen parallel zur  $nQ$ -Ebene, Abb. 121.

Projiziert man die letzteren mit Angabe ihres Wertes auf die  $Qn$ -Ebene, so erhält man das Wirkungsgradfeld in der üblichen ebenen Darstellung, Abb. 122.

Ein solches Wirkungsgradfeld kann an Hand des Diagramms einer Turbine theoretisch oder auf dem Prüfstand durch Versuch ermittelt werden.



Beim Auftragen werden Drehzahl und Wassermenge tunlichst auf 1 m Gefälle umgerechnet nach dem Ansatz

$$n_I = \frac{n}{\sqrt{H}} \quad \text{bzw.} \quad Q_I = \frac{Q}{\sqrt{H}};$$

um die Wirkungsgradfelder unter sich vergleichen zu können empfiehlt es sich, Wassermenge und Drehzahl stets auf eine und dieselbe Turbinengröße umzurechnen, etwa auf  $D_s = 1$  m oder  $F_s = 1$  m<sup>2</sup> nach dem Ansatz

$$Q' = Q \frac{D'^2}{D^2} \quad \text{bzw.} \quad n' = n \frac{D'}{D}.$$

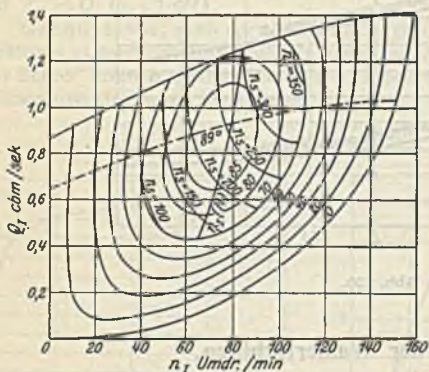


Abb. 121.

Da eine Turbine in zu großem Gefälle verhältnismäßig zu langsam und umgekehrt in zu kleinem Gefälle verhältnismäßig zu schnell läuft, gilt die Beziehung

$$\frac{H'}{H} = \frac{n^2}{n'^2}.$$

Ist bei einer Drehzahl  $n'$  ein bestimmter Wirkungsgrad ermittelt worden, so gilt für ein aus vorstehender Gleichung errechnetes Verhältnis  $H':H$  bei gleichbleibendem  $n$  derselbe Wirkungsgrad.

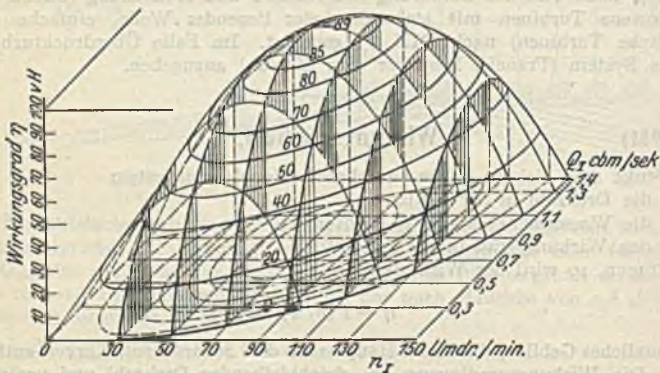


Abb. 122.

Abb. 121 und 122. Wirkungsgradfeld.

Es kann also aus dem Wirkungsgradfeld auch auf das Verhalten der Turbine bei verändertem Gefälle geschlossen werden.

Bei Wasserkraftanlagen wechselt das Gefälle meist derart, daß kleineren Wassermengen das größere Gefälle und umgekehrt entspricht, so daß

$$n_I : n_{I_n} \begin{cases} \text{für kleinere Wassermengen} < 1, \\ \text{für größere Wassermengen} > 1, \end{cases}$$

vgl. die Betriebskurve  $n_{IH}$  in Abb. 121.

In gleicher Weise wie  $\eta = f(n, Q)$  kann auch in derselben Darstellung die spez. Drehzahl

$$n_s = \text{const} = f(n Q),$$

Abb. 122, oder das Drehmoment

$$M = \text{const} = f(n Q)$$

aufgetragen werden, so daß eine solche Darstellung einen umfassenden Überblick über das Verhalten der Turbine gewährt. So kann an Hand des Wirkungsgradfeldes die wirtschaftliche Empfindlichkeit der Turbine gegenüber einer Veränderung von Wassermenge und Drehzahl bzw. Gefälle beurteilt werden. Ferner kann die Eignung eines Reihentyps für das jeweils vorliegende Projekt geprüft und wichtige Fragen, wie die der größten Leitschaufelöffnung, entschieden sowie an Modellturbinen der Bereich der Kavitationsgefahr für verschiedene Werte von  $\frac{H_B - H_s}{H}$ , Abb. 86, abgegrenzt werden.

Für die Kennzeichnung einer Turbine durch ihre spezifische Drehzahl sind 2 Punkte im Wirkungsgradfeld maßgebend:

1.  $n_{s \text{ opt}}$ , der Punkt des höchsten Wirkungsgrades, den der Konstrukteur bei günstigsten Austrittsverhältnissen ( $\alpha_2 \sim 90^\circ$ ) und stoßfreien Gang erreichen kann.

2.  $n_{s \text{ max}}$  der Berührungspunkt der Kurvenschar  $n_I \sqrt{Q_I} = \text{const}$  mit der Kurve des noch als wirtschaftlich günstig anzusehenden Grenzwertes des Wirkungsgrades  $\eta_w$ , der dann der größten brauchbaren spez. Drehzahl entspricht.

Danach empfiehlt es sich, zur Kennzeichnung einer Turbine die diesen beiden Punkten im Wirkungsgradfeld entsprechenden Werte von  $n_s$  anzugeben, also z. B.

$$n_s = 350/450.$$

Im allgemeinen wird bei gleichbleibendem  $n_I$  und voller Öffnung für Francis-turbinen

$$n_s = (1,15 - 1,2) n_{s \text{ opt}},$$

für Propellerturbinen höchstens

$$n_s = 1,05 n_{s \text{ opt}}$$

erreicht werden. Die Werte von  $n_{s \text{ max}}$  liegen noch etwa 10% über der voller Öffnung entsprechenden spez. Drehzahl.

Da die absolut größte spez. Drehzahl meist bei einem unwirtschaftlichen Wirkungsgrad erreicht wird, erscheint eine solche Festlegung geboten.

Außer den beiden Betriebszuständen  $n_{s \text{ opt}}$  und  $n_{s \text{ max}}$ , die den Verlauf der Linie  $n_I \text{ opt}$  erkennen lassen, ist für die Turbine kennzeichnend die Durchgangsdrehzahl bei voller Öffnung,  $n_{\text{max}} = f(Q_{\text{max}})$ .

Bei Leistungsgarantien sollten außer der Angabe  $\eta = f(Q_I)$  für zwei verschiedene betriebsmögliche Drehzahlen  $n_I = \text{const}$  die Betriebszustände  $n_{s \text{ opt}}$ ,  $n_{s \text{ max}}$ ,  $n_{I \text{ max}} = f(Q_I)_{\text{max}}$  gegeben sein, damit das Wirkungsgradfeld genügend genau verzeichnet und mit den Ergebnissen der Leistungsversuche verglichen werden kann.

Als Anhalt für die Aufzeichnung des Wirkungsgradfeldes im Betriebsbereich der Turbine diene die Annahme eines parabolischen Verlaufs des ansteigenden und des absteigenden Astes der Kurve

$$\eta = f(n_I \text{ für } \alpha_0 = \text{const})$$

nach dem Ansatz

$$\Delta \eta = \frac{\Delta n_I^2 \eta_{\text{max}}}{n_{I \text{ opt}}^2} \quad \text{bzw.} \quad \Delta \eta = \frac{\Delta n_I^2 \eta_{\text{max}}}{(n_{I \text{ max}} - n_{I \text{ opt}})^2}$$



## Regulatoren<sup>1)</sup>.

(982) **Allgemeines.** Der Zweck der Regulierung besteht in der Einstellung des Regulierorgans (Leitapparat, Regulierschütze, Nadel) derart, daß unter verschiedenen Turbinenbelastungen die Umlaufzahl nur wenig von der normalen (mittleren) abweicht: Geschwindigkeitsregulierung. Sie erfolgt von Hand oder selbsttätig mittels Geschwindigkeitsreglers, der im Falle wirtschaftlicher Ausnutzung der Wasserkraft auf die Wassermenge (Beaufschlagung) statt auf das Gefälle (Drosselung) wirkt. Die Ausnutzung größtmöglichen Gefälles (Hochhaltung des Wasserspiegels im Wehrteiche) bedingt die Anpassung der Beaufschlagung an die jeweils verfügbare Flußwassermenge: Regulierung in Ansehung der Wassermenge oder des Wasserstandes, Wasserstandsregulierung, automatisch durch entsprechende Regulatoren. Mit der durch Geschwindigkeitsregler oder von Hand bewirkten Einstellung der Turbine auf kleinere Beaufschlagung ist im Falle Wasserüberschusses eine Wasserspiegelhebung im Obergraben verknüpft: erhöhte Anstauung durch Überspiegelung der Wehrkrone oder des Aufsatzes. Gleichzeitig sinkt der Unterwasserspiegel infolge kleineren Transportgefälles: Veränderlichkeit des Gefälles und ev. Beeinträchtigung des Oberliegigers durch Stauwirkung, während der Unterlieger bis zur Herstellung des Beharrungszustandes im Bezuge des ihm zustehenden Wassers behindert ist. Milderung dieser Erscheinungen ist bei Mittel- und Niederdruckanlagen durch reichlich bemessenen Überfall in tunlichster Nähe der Kraftanlage möglich. Umgekehrt nimmt das Gefälle ab, wenn die Aufschlagmenge die Flußwassermenge überragt: der Oberwasserspiegel sinkt infolge Abarbeitens des Wehrteiches (Stauraumes), der Unterwasserspiegel steigt. Innerhalb des folgenden Anfüllens (Spannung) des Wehrteiches würde der Unterlieger kein Wasser enthalten und während des anschließenden Abarbeitens würde die Wassermenge unbenutzt über das Wehr des Unterliegigers entweichen, die von dessen Turbine infolge begrenzter, für Mittelwasser berechneter Schluckfähigkeit oder mangels Einstellung auf die vorübergehend vorhandene größere Wassermenge nicht geschluckt wird. Aus diesem Grunde sind diese Einwirkungen auf die Abflusmengen nicht oder nur unter gewissen Bedingungen (Wassergesetze) statthaft und empfiehlt sich die Schaffung eines Stauraumes in der Richtung, daß der Wasserstand im Wehrteiche etwa 50 mm unter der Krone bzw. Aufsatzoberkante gehalten wird. Anders bei größeren Stauräumen (Talsperren) für sog. Spitzenwerke, in denen das für die Spitzenleistung erforderliche Wasser unter beträchtlicher Abarbeitung des Oberwasserspiegels gesammelt und innerhalb weniger Stunden weitergegeben wird. Der gleichmäßige Wasserbezug der Unterlieger wird in diesem Falle durch Ausgleichbecken in Verbindung mit Abflußregulierungen sichergestellt.

Dem oben erwähnten Ansteigen des Oberwasserspiegels bei Verkleinerung der Beaufschlagung, das im Falle offener Gräben unmittelbar zu beobachten ist<sup>2)</sup>, entspricht bei Zuführung des Wassers durch eine Rohrleitung eine Drucksteigerung, die dem Grade nach von der Massenwirkung des Wassers, Ausdehnung des Rohres und Zusammendrückbarkeit des Wassers abhängig ist und nach dem Einlaufe hin abnimmt: Erschwerung der Regulierung und Gefährdung der Be-

<sup>1)</sup> Bez. der Verfolgung des Reguliervorganges und der ihn beeinflussenden Umstände vgl. Houkowsky, „Die Regulierung der Turbinen“, Z. 1896, S. 839ff. Stodola, „Über Regulierung von Turbinen“, Schw. Bauz. Bd. XXIII Nr. 17 u. 18. Bauersfeld, „Die automatische Regulierung der Turbinen“, Berlin 1905, Julius Springer und Z. f. d. g. T. 1906, S. 69ff. Kröner, „Zur Kritik der Turbinenregulatoren“, Kirchheim-Teck 1910, C. Riethmüller, sowie die Veröffentlichungen desselben Verfassers in Z. f. d. g. T., Zeitschrift Helios, Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien. Thoma, „Die Anpassung der Turbinenregler an verschiedene Betriebsbedingungen“, Z. f. d. g. T. 1911, S. 33ff. Pfarr, „Der Reguliervorgang bei Turbinen und indirekt wirkendem Regulator“, Z. 1899, S. 1553ff. und „Turbinen für Wasserkraftbetrieb“, Berlin 1912, Julius Springer, S. 720ff. Thoma, „Wasserturbinen“, Stuttgart 1908, Konrad Wittwer, S. 235 u. ff.

<sup>2)</sup> E. Feifel: „Spiegelschwingungen in Turbinenkanälen“. Z. 1917, S. 48 und F.A. Heft 205

triebssicherheit durch Rohrbruch. Durch Druckregulatoren werden diese Nachteile unschädlich gemacht bzw. zu mildern gesucht.

(983) **Geschwindigkeitsregulatoren.** Im Beharrungszustande entspricht jeder Belastung eine bestimmte Öffnung des Leitapparates, dessen Verstellung eine Regulierarbeit erfordert, die von direkt wirkenden Fliehkraftreglern, vgl. (667), nicht geleistet werden kann: Indirekt wirkende Regler, bei denen der Pendelausschlag den Reguliervorgang einleitet und die in der verhältnismäßig kurzen Schlußzeit (von „auf“ bis „zu“) zu verrichtende Arbeit von der zu regulierenden Turbine geleistet wird. Durch den Regler wird ein Krafteinschalter oder Servomotor betätigt, der mechanisch oder hydraulisch auf die Regulierwelle in beiderseitigem Sinne einwirkt: Mechanische und hydraulische Regler. Das Wesen letzterer ist aus Abb. 123 ersichtlich:

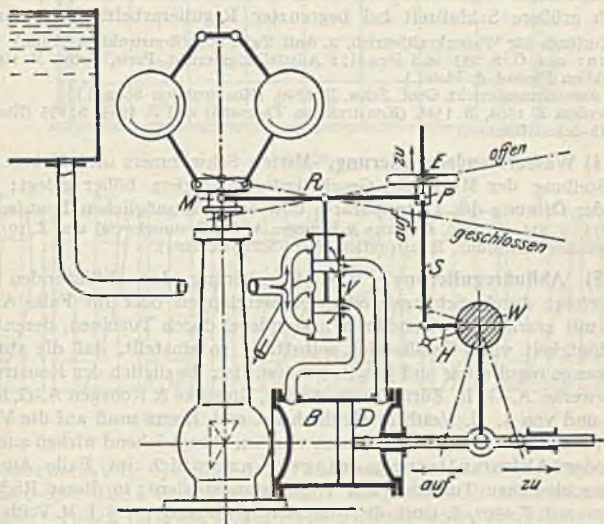


Abb. 123. Hydraulischer Geschwindigkeitsregler (Prinzip).

Im Falle Geschwindigkeitszunahme hebt die steigende Steuervertil  $V$ , von oben und unten durch die Druckflüssigkeit gleich stark gedrückt (entlastet); diese tritt auf der Bodenseite  $B$  ein, der Raum  $D$  auf Deckseite wird für den Abfluß freigegeben. Der Arbeitskolben dreht die Regulierwelle im Sinne des Schließens. Die Unterbrechung des Vorganges derart, daß jeder Muffenstellung im Sinne des Schließens ein bestimmter Drehwinkel von  $W$  (Leitradöffnung) zugeordnet ist, erfolgt durch die Rück- oder Nachführung; die Drehung von  $W$  äußert sich mittels Hebels  $H$  und Stange  $S$  auf den durch das Handrad  $E$  verschiebbaren Punkt  $P$ , dieser wird nach unten verschoben, der Hebel  $MP$  dreht sich um  $M$  und schließt das Ventil. Zweck der als Handeinstellung bezeichneten und in Veränderlichkeit der Stangenlänge  $S$  bestehenden Vorrichtung ist die Änderung der Umlaufzahl während des Betriebes und Abstellungs- bzw. Anlaßmöglichkeit, u. U. auch eine Begrenzung der Beaufschlagung im Falle knappen Wassers. Als Druckflüssigkeit kommt bei ausreichendem Gefälle gefiltertes Betriebswasser oder besser Öl in Betracht, das durch Kapsel- oder Zahnrad- oder Kolbenpumpen auf Druck (bis 20 at) gebracht und entweder in einem Windkessel gespeichert wird: Windkesselregler, bei denen der Druck dauernd größer ist als die Verstellung des Leitrades in ungünstigster Hubstellung fordert. Die Verminderung des Leistungsbedarfes der Pumpe in den Regulierpausen ist durch Überströmen des Oles (Steuerkolben mit negativer Überdeckung, etwa 2 at Druckunterschied, oder durch ein selbsttätig gesteuertes Sicherheitsventil) möglich. Anders beim windkessellosen oder Durchflußregler, der als Verbundregler mit zwei Pumpen auf gemeinsamer Welle versehen ist, einer kleinen für geringe oder langsame Regelbewegungen und einer großen zur Bewältigung großer und plötzlicher Belastungsänderungen. Siehe Z. 1915, S. 1000.



Für Francisturbinen pflegt die Regulierbarkeit angenommen zu werden, vgl. Hütte, 22. Aufl. II. Bd., S. 302,

$$A_r = KBDH = k \frac{N_{\max}}{\sqrt{H}}$$

mit  $K = 60-100$  und  $k = 1,5-2,5$ . Über Einzelheiten und Ausführungen vgl.

Budau: „Die Berechnung der hydraulischen Turbinenregulatoren“. Wien: Carl Fromme 1906; Thoma: „Die neuen Turbinenregler von Briegleb, Hansen & Co. in Gotha“. Z. 1912, S. 121 ff. (Hansenwerk Gotha);

Graf: „Neuere Wasserturbinenanlagen in Deutschland“. Z. 1917, S. 9 ff. (Hansenwerk Gotha); Wagenbach: „Fortschritte im Bau von Wasserturbinen, zugleich Bericht über die schweizerische Landesausstellung in Bern 1914“. Z. 1915, S. 909 ff. (Escher Wyss & Co., Zürich); die Werbeschriften von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz und von Escher Wyss & Co., A.-G. Zürich-Ravensburg.

**Mechanische** Regulatoren werden z. Z. kaum noch ausgeführt, sie ergeben erheblich größere Schlußzeit bei begrenzter Regulierarbeit. Vgl. hierüber:

Pfarr: Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Tafel 60. (Konstruktion Voith.)

Thomann: a. a. O. S. 283 und Praßil: Ausstellungsbericht Paris, Schw. B. 1901. (Konstruktion Piccard & Pictet.)

Praßil: Ausstellungsbericht Genf. Schw. B. 1896. (Konstruktion Schaad.)

Außerdem Z. 1904, S. 1546 (Konstruktion Thomann) und Z. 1903, S. 895 (Konstruktion Voith-Schmittenner.)

**(984) Wasserstandsregulierung.** Mittels Schwimmers und Hebels wird die tiefste Stellung der Muffe des Geschwindigkeitsreglers höher gelegt: Verminderung der Öffnung des Leitapparates und der größtmöglichen Beaufschlagung. Vgl. Z. 1913, S. 614. (Amme, Giesecke & Konegen A.-G., Braunschweig) und Z. 1911, S. 1522 (Fernschwimmervorrichtung, Konstruktion Voith-Schmittenner).

**(985) Abflußregulierung.** Die Regulierung der abfließenden Wassermenge erfolgt durch Schützen oder Drosselklappen oder im Falle Ausgleichbeckens mit stark schwankendem Wasserspiegel durch Turbinen, deren Öffnung in Abhängigkeit vom Gefälle sich selbsttätig so einstellt, daß die abfließende Wassermenge regulierbar und jeweils konstant ist. Bezüglich der Konstruktionen der Stauwerke A.-G. in Zürich, von Amme, Giesecke & Konegen A.-G. in Braunschweig und von J. M. Voith in Heidenheim a. d. Brenz muß auf die Veröffentlichung in Z. 1917, S. 137 ff. verwiesen werden. Ausgleichend wirken auch Speicher- oder Akkumulierungsanlagen, namentlich im Falle Ausstattung der angeschlossenen Turbinen mit Wasserstandsreglern; in dieser Richtung sei verwiesen auf Z. 1909, S. 190 ff. die Wasserkraftspeicheranlage von J. M. Voith betr. und auf Thomann: „Das hydraulische Akkumulierwerk in Neckartenzlingen“. Z. 1916, S. 314 ff.

**(986) Druckregulierung.** Mit dem Reguliergestänge gekuppelte, vom Geschwindigkeitsregler im Falle Schließens in Tätigkeit gesetzte Ventile oder Schieber geben einen Nebenauslaß frei, und schließen selbsttätig und langsam. Je größer die Schlußzeit, um so geringer die Drucksteigerung, um so größer die erforderlichen Schwungmassen. Vgl. hierüber Z. 1917, S. 10 und 43 (Abhandlung Graf); Z. 1919, S. 1534 und 1536 (Ausführung als Schieber von Escher Wyss & Co., Zürich und als Ventil von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz für die Anlage Rjukanfos), Z. 1915, S. 911 (Ausführung als Ventil von Escher Wyss & Co., Zürich).

**(987) Doppelregulierung** für Hochdruck-(Becher-)Turbinen statt der Druckregulierung: Die vorstehend erörterte Drucksteigerung wird vermieden dadurch, daß im Falle Entlastung ein vom Grade der Beharrungsstörung abhängiger Teil des vollen Strahles vom Rade rasch abgelenkt und hierauf die Nadel langsam verschoben wird, wobei die Ablenkvorrichtung aus dem Strahle zurückgezogen wird. Oder die Düse wird rasch abgeschwenkt und nach Vorschub der Nadel wieder auf das Rad gelenkt: Verteilung des Regulierspieles auf längere Zeit, geringere Druckschwankung. Die Ablenk- oder Schwenkvorrichtung ist entweder mit der Regulierwelle im Sinne der Verminderung der Beaufschlagung zwangsläufig gekuppelt oder wird vom Regler unmittelbar bestätigt. Vgl. hierüber die unter (920) genannten Quellen und insbesondere Z. 1915, S. 910 ff.

Untersuchung der Turbinen<sup>1)</sup>.

Vgl. auch „Regeln für Leistungsversuche an Wasserkraftmaschinen“, aufgestellt vom Verein Deutscher Ingenieure und vom Deutschen Wasserwirtschafts- und Wasserkraftverband E. V., Berlin.

(988) Erstreckt sich auf Feststellung von Gefälle, Wassermenge, Leistung und Wirkungsgrad bei verschiedenen Beaufschlagungen, u. U. bei verschiedenen Umlaufzahlen, auf die Regulierfähigkeit (Tourenschwankung), und ev. auf die größte Drucksteigerung.

Gefällebestimmung. Bezüglich dieser sei auf das unter (918) Gesagte und auf die „Regeln u. s. f.“ verwiesen.

|                   |                                      |   |   |   |   |   |   |   |
|-------------------|--------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
|                   | 1                                    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|                   | Oberwasserstand für Pendelablauf = m |   |   |   |   |   |   |   |
| Ebenener Oberwand | +                                    | + | + | + | + | + | + | + |
|                   | +                                    | + | + | + | + | + | + | + |
|                   | +                                    | + | + | + | + | + | + | + |
|                   | Unterwand                            |   |   |   |   |   |   |   |

Abb. 124.

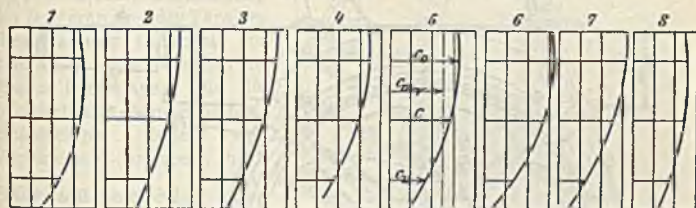


Abb. 125. Wassermessung mittels Flügels.

Wassermessung. Je nach der Wassermenge mittels rechteckigen Überfalles mit oder ohne Seitenkontraktion: Überfallkanten scharfkantig, horizontal bzw. vertikal, im Falle fehlender Seitenkontraktion zuverlässig belüftet; dichte Überfallwand. Überfallhöhe  $h$  im Abstände von 1,5—2 m bzw. 3  $h$  von Überfallkante messen.

Vgl. hierüber (907).

Nach der Formel von Braschmann gilt  $\frac{2}{3} \mu = 0,3838 + 0,0386 \frac{b}{B} + 0,00052 \frac{1}{h}$  gültig bis  $h : t = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ .



Abb. 126.

Für kleine Wassermenge rechnet v. Wex mit

$$\frac{2}{3} \mu = 0,3655 + 0,02357 \frac{b}{B} + \frac{0,002384}{h} + 0,00305 b;$$

<sup>1)</sup> Vgl. auch Pfarr, a. a. O. S. 846ff, Camerer, a. a. O. S. 86ff und Schmitthener, „Das Bremsen der Turbinen“, D. p. J. 1899, Bd. 314, Heft 1 und 2.



die Genauigkeit soll bis  $Q = 450$  lt/sek reichen, darüber soll die errechnete Wassermenge zu klein sein, bis 8% bei  $Q = 1967$  l/sek<sup>1)</sup>.

Bez. Dreiecküberfalles von Thomson vgl. Engels, Handbuch des Wasserbaues und hinsichtlich weiterer Vorschläge siehe F.A. Heft 80.

Oder mittels Woltmannschen Flügels; mit  $n =$  Anzahl der sekundlichen Flügelumdrehungen bestimmt sich die Wassergeschwindigkeit im Meßpunkte zu

$$c = an + \sqrt{b + cn^2}.$$

Regelmäßiges Profil in längerer Strecke mit tunlichst paralleler Wasserführung; in den Mittelpunkten der Felder, Abb. 124, wird  $c$  bestimmt. Auf-

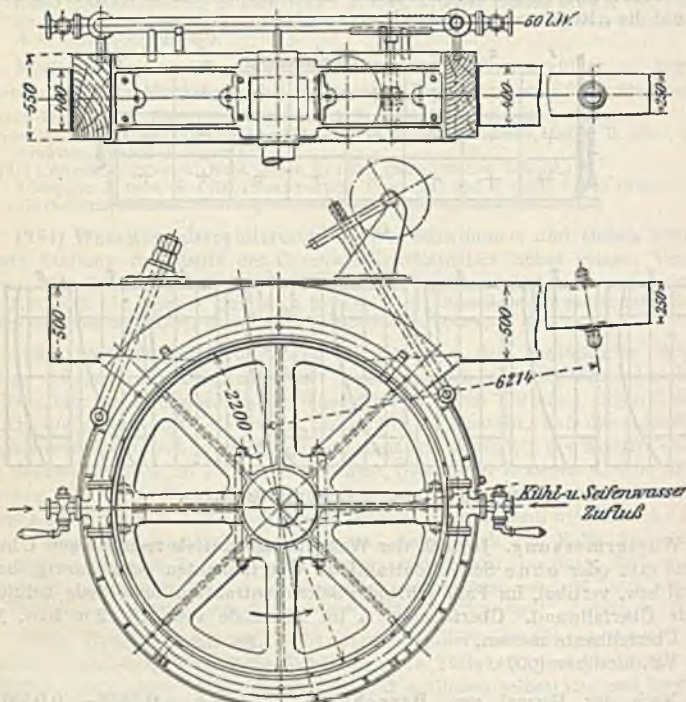


Abb. 127. Reibungsbremse (Maschinenfabrik Augsburg).

zeichnung der Vertikalgeschwindigkeitskurven und Bestimmung ihrer Mittelwerte, Abb. 125, die in gleicher Höhe liegend vorausgesetzt und aufgetragen die mittlere Wassergeschwindigkeit ergeben, Abb. 126. Bestimmung der Mittelwerte durch Planimetrieren. Nach dem von Teichmann<sup>2)</sup> angegebenen Näherungsverfahren (Teichmannsche Methode) werden die Geschwindigkeiten in 8 vorgeschriebenen Punkten des rechteckigen Profils (0,1055  $b$  aus der Mitte und von den Wänden, 0,211  $h$  vom Wasserspiegel bzw. Sohle abgehend) bestimmt, deren Mittel die gesuchte mittlere Geschwindigkeit ist. Es liefert etwas zu kleine Werte.

Am sichersten im Falle genau rechteckigen Profils mittels Schwimmschirmes, vgl. Z. 1907, S. 627 und 1908, S. 1837, sowie Z. f. d. g. T. 1909, S. 426.

Über die Wassermengenbestimmung auf chemischem Wege vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 539 und Wasserkraft und Wasserwirtschaft 1928, S. 97 (Titrationsverfahren für Wassermengenbestimmung).

<sup>1)</sup> Schw. B. Bd. X LIII, Nr. 14.

<sup>2)</sup> Z. 1895, S. 917; 1903, S. 1698 und F.A. Heft 11.

<sup>3)</sup> Z. 1883, S. 2.

Leistungsbestimmung. Die effektive Leistung wird elektrisch oder durch Bremsung<sup>1)</sup> bestimmt: rund laufende Bremse von ausreichenden Abmessungen, tunlichst mit getrennter Kühlung und Schmierung, ausreichende Umlaufzahl. Mangels dieser und wegen der schwierigen Anbringung der Bremse sowie der zusätzlichen Belastung ist die Leistungsfeststellung an der vertikalen Welle häufig unmöglich; deshalb ist an der horizontalen Vorgelegewelle zu bremsen und die Turbinenleistung aus der Bremsleistung und den Verlustleistungen zu bestimmen. Die Versuchsdauer im Falle Flügelmessung ist durch diese vorgeschrieben, während des Versuches ist auf tunlichste Erhaltung des Beharrungszustandes zu achten: Regulieren der Bremse auf Einspielen der Waage bzw. des Bremshebels. (Einfluß der Reibung und des Hebelarmes). Bestimmung des letzteren und der Tara des Bremszaumes tunlichst vor und nach dem Versuch in dessen Bremslage. Für die erforderlichen Brems Scheibenabmessungen finden sich verschiedene Angaben; nach

$$\text{Bach soll sein } bd \geq \frac{75 N_e}{A_2}$$

mit  $A_2 = 2,5$  bei Wasserkühlung,  $A_2$  bis  $0,5$  bei Luftkühlung und mit  $b$  und  $d$  in cm; im Falle großer Geschwindigkeiten ist Erhöhung bis auf das Doppelte zulässig. Mit  $A_2 = 2,5$  folgt mit  $b$  und  $d$  in m

$$bd \geq \frac{N_e}{333} = \frac{N_e}{k}$$

Ringer gibt in diesem Falle an  $k = 300$ ; andere Vorschläge rühren her von Thurston:  $k = 540$  bei  $n = 100$ ,  $1,52$  m  $\varnothing$ ,  $0,61$  m bt.; von der Gas motorenfabrik Deutz:  $k = 476$  bei  $0,6$  m  $\varnothing$ ,  $0,21$  m bt.; Maschinenfabrik Augsburg<sup>2)</sup> (in Olching bzw. Göppingen):  $k = 380$  bei  $n = 70$ ,  $2,20$  m  $\varnothing$ ,  $0,55$  m bt. bzw. mit gleicher Bremse  $k = 207$  bis  $248$  bei  $n = 30$  (Schwanken) bis  $46$ . Abb. 127 zeigt bei den letztgenannten Versuchen den verwendeten Bremszaum.

Die Bremsleistung folgt mit  $P =$  nutzbarer Waagedruck in kg und  $l$  in m zu

$$N_e = \frac{M \omega}{75} = \frac{\pi n}{30,75} Pl = \frac{l}{716,2} Pn = C.P.n.$$

<sup>1)</sup> Z. 1881, S. 318 ff., sowie 1888, S. 56 ff. „Neuere Bremsdynamometer“; Z. 1900, S. 241, „Selbsttätig sich regulierende Bremsen“; Z. 1913, S. 445 und Z. 1893, S. 1327 „Benutzung des Pronyschen Zaumes“.

<sup>2)</sup> Z. 1886, S. 781 ff. und 1888. S. 125.

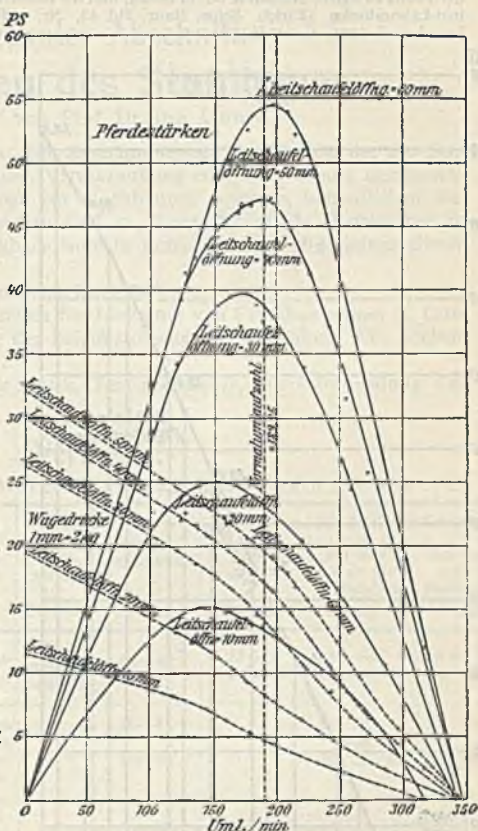


Abb. 128. Auswertung der Bremsergebnisse.



Die Verlustleistungen infolge Zapfen- und Luftreibung und ev. Ventilationswirkung sind rechnerisch an Hand der wirksamen Kräfte ( $\mu = 1/25 - 1/40$ ) oder schätzungsweise zu ermitteln bzw. zu berücksichtigen.

Bezüglich Versuchsanrichtungen vgl. Schw. Bauz. Bd. XXXIV, Nr. 22, und Bd. XLV, Nr. 7 ff. Ferner Z. 1909, S. 1829 (Voith); Z. 1924, S. 1227 (Escher Wyss & Co.) die Festschrift der Firma Briegleb, Hansen & Co. in Gotha, und die Einrichtungen der verschiedenen Maschinenbau-Laboratorien (Zürich. Schw. Bauz. Bd. 42, Nr. 16 ff.; Darmstadt Z 1904, S. 106 ff. Dresden, Z. 1905, S. 847 ff.)

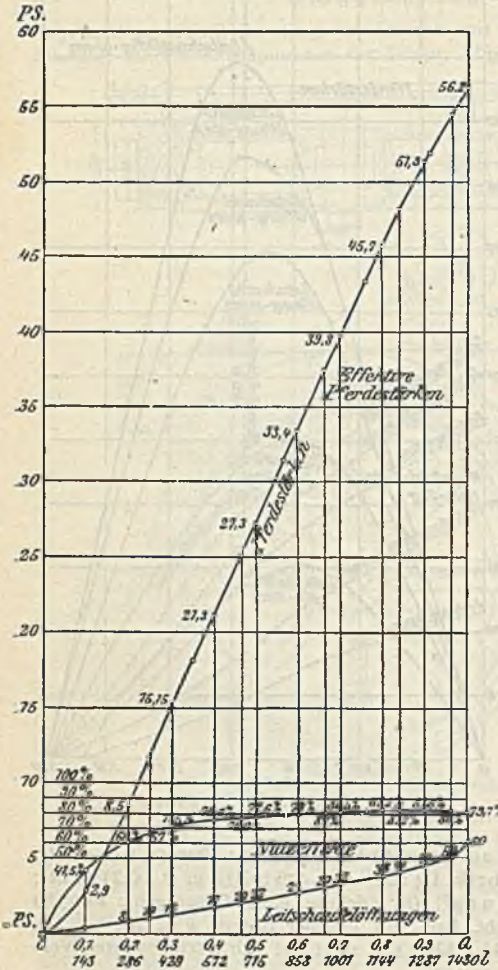


Abb. 129. Auswertung der Bremsergebnisse.

(989) Auswertung der Bremsergebnisse (Vgl. (943).) Deren Auftragung in Abhängigkeit von der Umlaufzahl bei konstantem (Vertrags)-Gefälle oder umgerechnet auf das Einheitsgefälle ( $1\text{ m}$  oder  $\frac{1}{2g}$ ) liefert Kurven für die Wassermenge  $Q$ , (proportional  $\sqrt{H}$ ), Leistung  $N$  (proportional  $H \sqrt{H}$ ), Bremsbelastung  $P$  (proportional  $H$ ) und Wirkungsgrad  $\eta$  (unabhängig von  $H$ ), Abb. 128; vgl. auch S. 150. Diesen an einer Voith'schen Turbine ermittelten Ergebnissen<sup>1)</sup> entsprechen für normale Umlaufzahl die aus Abb. 129 ersichtlichen Höchstwerte für Leistung und Wirkungsgrad. Aus den Ergebnissen Abb. 128 sind nach Bachmeteff, Z. f. d. g. T. 1911, S. 7 ff. die Eigenschaften der Turbine bei konstanter Umlaufzahl und veränderlichem Gefälle, wie (981) angegeben, feststellbar: Bestimmung des Gefälles  $H$ , unter dem die Turbine mit konstanter Umlaufzahl  $n_k$  ähnlich läuft wie mit der Versuchsumlaufzahl  $n$  unter konstantem Gefälle  $H_k$ , vgl. (981). Die Auftragung der Wassermengen, Leistungen und Wirkungsgrade in Funktion von  $H:H_k$  liefert Kurven, die den unter (943) ermittelten entsprechen. Unter Annahme geradlinigen Verlaufes der Leistungskurve hat

Scheuer (Z. f. d. g. T. 1911, S. 417) die Beziehung abgeleitet  $N = an - bn^2$  mit  $a$  und  $b$  als der Turbine bei der betr. Beaufschlagung eigene Konstanten.

<sup>1)</sup> Z. 1892, S. 797.

## Vierzehnter Abschnitt.

# Grundlagen des Stahlbaues.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. Unold.

(990) Vorbemerkungen. Die Berechnung und Ausführung der aus Profilen und Blechen durch Nietung, Verschraubung oder Schweißung zusammengesetzten Stahlbauten unterliegt bei Hochbauten gewissen behördlichen Bestimmungen. Ortsfeste Krangerüste sind in diesem Sinne als Hochbauten zu betrachten, fahr- und schwenkbare Gerüste unterliegen im allgemeinen diesen Bestimmungen nicht.

Maßgebend sind die allgemeinen Normblätter:

DIN 1000, Normalbedingungen für Lieferung von Eisenbauwerken (I. Güte der Baustoffe, II. Herstellung der Eisenbauwerke, III. Abnahme, IV. Schlußbestimmungen),

DIN 1350, Zeichen in der Statik, Festigkeitslehre, Werkstoffprüfung und für Form- und Stabeisen.

## (991) Werkstoff.

Anforderungen an die Werkstoffe des Stahlbaues nach DIN 1000.

| Werkstoffklasse                        | Markenbezeichnung | Güteklasse     | Festigkeitswerte gelten für Zustand | Zugfestigkeit<br>kg/mm <sup>2</sup>    | Untere Streckgrenze<br>kg/mm <sup>2</sup> | Mindestbruchdehnung in %       |                                |
|--|-------------------|----------------|-------------------------------------|--|---|--------------------------------|--------------------------------|
|  |                   |                |                                     |  |   | am Kurzstab für Probendicke mm | am Langstab für Probendicke mm |
| Flußstahl als Profil- u. Breiteisen    | St 37-12          | Normalgüte     | Anlieferungszustand                 | 37—45                                  | 22—28<br>I. M. 24                         | >8 8—77—5<br>25 22 18          | >8 8—77—5<br>20 18 15          |
| Flußstahl                              | St 38-13          | Schraubeneisen | „                                   | 38—45                                  |   | 25 22 18                       | 20 18 15                       |
|  | St 34-13          | Nieteisen      | „                                   | 34—42                                  |   | 30 26 22                       | 25 22 18                       |
| Flußstahl                              | St 37-21          | Baublech       | „                                   | 37—45                                  |   | 5—10 >10<br>22 25              | 5—10 >10<br>18 20              |
| Hochwertiger Baustahl                  | St 52             |                | „<br>(Bleche geglüht)               | bis 18 mm<br>52—62<br>> 18 mm<br>52—64 | bis 18 mm<br>≧ 36<br>> 18 mm<br>≧ 35      | längs 24<br>quer 21,6          | längs 20<br>quer 18            |
| Geschmied. Stahl für Auflager, Gelenke | St 50-11          | —              | ausgegüht                           | 50—60                                  |   | 22                             | 18                             |
|  | StC 35-61         | Vergüht.       | „                                   | 50—60                                  |   | 23                             | 19                             |
| Stahlguß für Auflager                  | Stg 45-81         | —              | an-gegossen                         | ≧ 45                                   | —   | 16                             | —                              |
|  | Stg 52-81 S       | —              | „                                   | ≧ 52                                   | 25  | 16                             | —                              |
| Gußeisen für Auflager                  | Ge 14-91          | —              | unbearb.                            | ≧ 14                                   |   | Biege-festigkeit<br>≧ 28       | Durch-biegung<br>≧ 7 mm        |



Vorstehende Werkstoffe mit Ausnahme des St 52 werden bei allen kleineren und mittleren Hochbauten, Krangerüsten und Brücken benutzt und sind stets vom Lager erhältlich; alle weiteren Berechnungen und Beispiele dieses Abschnittes beziehen sich auf diese Werkstoffe.

Der hochwertige Baustahl St 52 ist nur für den Großbrückenbau und für besonders große Hochbauten und Krangerüste bestimmt. Er wird als Kupfer-Silizium-Manganstahl oder als Kupfer-Chromstahl hergestellt und hat wegen des Kupferzusatzes größeren Korrosionswiderstand als St 37. Er ist teurer als St 37, ergibt aber wegen seiner höheren zulässigen Spannungen bei großen Brücken Gewichts- und Kostenersparnis. Erfordert seitens der Baupolizei und Reichsbahn besondere Kennzeichnung, Lagerung, Behandlung und Versand gegenüber St 37, was in Verbindung mit dem Preis einen Hinderungsgrund für dessen allgemeine Verwendung im Stahlbau bildet.

## (992) Zulässige Spannungen.

Diese sind von der Art des Bauwerks und von der Belastungsart abhängig. **Stahl-(Eisen-)Hochbau.** Maßgebend sind die preußischen Bestimmungen<sup>1)</sup> vom 25. 2. 1925, Berlin: Ernst & Sohn.

| Verwendungsform                      | Art der Beanspruchung | Spannungen für St 37 in kg/cm <sup>2</sup> |         |                    |         |
|--------------------------------------|-----------------------|--|---------|--------------------|---------|
|                                      |                       | Normale Ausführung                         |         | Strenge Ausführung |         |
|                                      |                       | Fall I                                     | Fall II | Fall I             | Fall II |
| Teile aus Profileisen u. Blechen     | Zug und Biegung       | 1200                                       | 1400    | 1400               | 1600    |
|                                      | Schub                 | 1000                                       | 1167    | 1167               | 1333    |
| Niete und eingepaßte Schraubenbolzen | Schub                 | 1000                                       | 1167    | 1167               | 1333    |
|                                      | Lochleibung           | 2000                                       | 2333    | 2333               | 2667    |
| Rohe Schrauben                       | Schub                 | 800  | 933     | 933                | 1067    |
|                                      | Lochleibung           | 1600                                       | 1867    | 1867               | 2133    |
| Ankerschrauben                       | Zug                   | 800  | 933     | 933                | 1067    |

Hierin gilt:

Fall I für gleichzeitige ungünstigste Wirkung der ständigen Last, der Verkehrslast und der Schneelast, wobei Bremswirkung oder Schrägzug, soweit sie von einem Kran herrühren, der Verkehrslast zuzurechnen sind,

Fall II für weitere ungünstigste Einwirkung von Windlast, Wärmeschwankungen sowie der Bremskräfte usw. von mehr als einem Kran.

Streng heißt Durchbildung, Berechnung und Ausführung streng nach DIN 1000 mit sachgemäßer Überwachung der Ausführung; im allgemeinen nur für größere Bauwerke anzuwenden.

Die zulässigen Beanspruchungen für hochwertige Baustähle sind bis auf weiteres ungefähr proportional zu ihren mittleren Streckgrenzen anzunehmen.

Für alle Stähle ist  $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$  zu setzen.

**Reichsbahnbrücken.** Maßgebend sind die Berechnungsgrundlagen für eiserne Eisenbahnbrücken<sup>1)</sup> (BE) vom 25. 2. 1925, Berlin: Ernst & Sohn. Hiernach werden die vom Eigengewicht herrührenden Stabkräfte  $S_g$  einfach und die von der Verkehrslast herrührenden  $S_p$  wegen Schwingungen und Erschütterungen erhöht in Rechnung gesetzt. Somit ist die maßgebende Stabkraft  $S = S_g + S_p \cdot \varphi$ , worin  $\varphi = \text{Stoßziffer} > 1$ , abhängig von Trägerart, Oberbau und Stützweite.

**Krangerüste.** Zul. Spannung für St 37 in den Grenzen 600 und 1200 kg/cm<sup>2</sup>, je nachdem angestrengter oder leichter Betrieb, große oder kleine Arbeitsgeschwindigkeiten, stoßendes oder stoßgemildertes Arbeiten, z. B. beim Fahren auf Schiene mit oder ohne Stoßfugen vorliegen.

<sup>1)</sup> Diese gelten z. Z. in Preußen und in mehreren deutschen Ländern. Einige Länder haben auch Sonderbestimmungen; Vereinheitlichung ist geplant.

Für Niete ist zul. Scherspannung = 0,85 · zul. Normalspannung und zul. Lochleibungsdruck = 1,7 · zul. Normalspannung oder gleich der doppelten zul. Scherspannung.

Für Wechselstäbe und deren Anschlüsse Verminderung aller zul. Spannungen bis zu 20<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Vgl. auch DIN-Entwurf E 120: Berechnungsgrundlagen für die Eisenkonstruktion von Kranen, herausgeg. vom deutschen Kran-Verband 1930.

### Bauelemente.

(993) Profile. Maßgebend sind die Walzprofilreihen nach den Dinormen s. (1001). Ausführliche Tafeln mit vielen Ergänzungsangaben s. Eisen im Hochbau, 8. Aufl., herausgeg. v. Verein deutsch. Eisenhüttenleute, Berlin 1930, Komm.-Verlag Jul. Springer. Bei den Skizzen zu den Profiltafeln ist stets waagerechte Achse mit  $x$ , lotrechte mit  $y$  bezeichnet, außerdem sind die Hauptachsen, soweit sie nicht waagerecht oder lotrecht liegen, mit angeben.  $J_x$  ist auf die Biegenulllinie  $x-x$  bezogen;  $i_x = \sqrt{J_x : F}$  usw.

(994) Niete. Werkstoff St 34·13 für Bau in St 37; bei Bauten in hochwertigem Baustahl Nietwerkstoff ebenfalls hochwertig.



Abb. 1—3. Nietformen.

Rohnietformen für Halbrund-, Senk- und Linsensenkniete nach DIN 124, 302 u. 303, s. Abb. 1 bis 3.

Nietschaftlängen in Abhängigkeit von Klemmlängen nach DIN 124 Bl. 2 bis 4.

Niettafel.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
| Durchm. des Rohnietes . . . . .   | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 |
| Durchm. des geschlagenen Nietes = Lochdurchm., maßgebend für Berechnung | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| Sinnbilder für Nietdurchm. . . . .                                      |    |    |    |    |    |    |
| Sinnbilder für Schraubendurchm. . . . .                                 |    |    |    |    |    |    |

Sinnbilder für Nietarten.

| Zusatzsinnbild         | Versenkt (DIN 302) |              |             | Halbversenkt (DIN 303) |              |             | Montageniet | Auf Montage zu bohrendes Nietloch |
|------------------------|--------------------|--------------|-------------|------------------------|--------------|-------------|-------------|-----------------------------------|
|                        | Oberer Kopf        | Unterer Kopf | Beiderseits | Oberer Kopf            | Unterer Kopf | Beiderseits |             |                                   |
|                        |                    |              |             |                        |              |             |             |                                   |
| Beispiel für 23 m-Niet |                    |              |             |                        |              |             |             |                                   |

Konstruktionsangaben. Nietdurchm.  $d = rd. \sqrt{5l} - 0,2$  cm, worin  $l =$  kleinste zu verbindende Plattendicke in cm.

|              |     |     |      |       |       |     |
|--------------|-----|-----|------|-------|-------|-----|
| Plattendicke | 4—6 | 5—8 | 7—11 | 10—14 | 13—19 | mm  |
| Nietdurchm.  | 14  | 17  | 20   | 23    | 26    | mm. |



Klemmlänge = Summe der Dicken der zu vernietenden Teile  $\leq 4d$  bei kleineren Nietern,  $\leq 5d$  bei größeren Nietern. Bei größeren Klemmlängen zylindrische oder konische Paßschrauben.

Nach Abb. 4 sei

Nietteilung  $t = 2,5$  bis  $3,5d$  (i. d. Regel  $3d$ )

Randabstand  $e = 2$  „  $2,5d$

„  $e' = 1,5$  „  $2d$  (i. d. Regel  $1,8d$ ).

Heftniete halten verbundene Teile gegen Rostbildung zusammen. Bei Verbindung zweier  $\perp$  unter sich oder mit zwischenliegendem Stegblech sei  $\max t = 8d$ , bei Verbindung eines  $\perp$  mit Blech oder Flacheisen sei  $\max t = 5d$ .

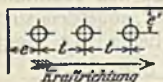


Abb. 4. Nietabstände.

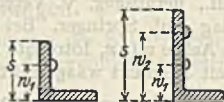


Abb. 5 u. 6. Wurzelmaße.

Wurzelmaße und Nietdurchm. für gleich- und ungleichschenklige Winkel-eisen nach DIN 997 s. Abb. 5 u. 6. (Nietdurchm. nur für gleichschenkl.)

|                  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| Schenkelbreite = | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 90 | 100 | mm |
| $w_1 =$          | 20 | 22 | 25 | 30 | 30 | 35 | 35 | 40 | 40 | 45 | 50 | 55  | mm |
| $d =$ von        | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 14 | 14 | 14 | 17 | 17 | 20 | 20  | mm |
| bis              |    |    |    |    | 14 | 17 | 20 | 20 | 23 | 23 | 26 | 26  | mm |

|                  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |    |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Schenkelbreite = | 110 | 115 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 200 | 250 | mm |
| $w_1 =$          | 45  | 50  | 50  | 50  | 55  | 55  | 60  | 60  | 60  | 60  | 60  | mm |
| $w_2 =$          | 70  | 75  | 80  | 90  | 100 | 110 | 115 | 125 | 135 | 150 | 200 | mm |
| $d =$ von        | 20  | —   | 20  | 20  | 20  | 20  | 23  | —   | 23  | 23  | —   | mm |
| bis              | 26  | —   | 26  | 26  | 26  | 26  | 29  | —   | 29  | 32  | —   | mm |

Über Wurzelmaße für  $\perp$  u.  $\square$ -Eisen vgl. DIN 996 u. 997; über Nietabstände in  $\perp$  und  $\square$  vgl. DIN 998 Bl. 1 bis 3 u. 999 Bl. 1 u. 2.

Herstellung der Nietung. Maßgebend ist DIN 1000.

Nach § 8 sind alle Schrauben- und Nietlöcher, mit Ausnahme derjenigen in Futterplatten, die gelocht werden dürfen, zu bohren. Zusammengehörige Nietlöcher müssen gut aufeinander passen. Kleine Verschiebungen sind durch Aufreiben mit der Reibale auszugleichen. Verwendung der Rundfeile und Aufdornen der Löcher sind verboten. Verstemmen der Niete ist nur gestattet in Teilen, die wasserdicht sein sollen.

## Berechnung der Stahlbauelemente.

(995) Nietung. Niete sind stets durch Kräfte senkrecht zum Nietschaft zu beanspruchen.

Berechnungsgrundlagen. Wie bei der Kesselnietung, vgl. (326), ist bei neuer Nietung zwar Gleitwiderstand vorhanden, aber mit Rücksicht auf zu erwartende Stöße und Erschütterungen im Bauwerk ist mit der Möglichkeit von Nietlockerungen zu rechnen, weshalb der Nietschaft auf Abscheren und auf Lochleibungsdruck (Stauchdruck zwischen Schaft und Lochwand) berechnet wird.

Vgl. hierzu Bericht des Ausschusses für Versuche im Stahlbau vom deutsch. Stahlbauverband; Ausgabe A (genauer Bericht), Heft 1—3, Ausgabe B (Zusammenfassung), Heft 1. Berlin: Julius Springer 1915.

Bezeichnet

$S$  kg die zu übertragende Kraft,

$d$  cm den Durchm. des geschlagenen Nietes,

$\tau_{zul}$  kg/cm<sup>2</sup> die zulässige Scherbeanspruchung im Nietquerschnitt,

$\sigma_{Lzul}$  kg/cm<sup>2</sup> den zulässigen Lochleibungsdruck,

$\delta_1$  cm die maßgebende Blechdicke,

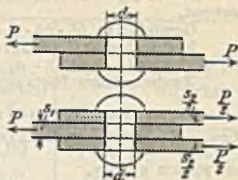
$n$  die Anzahl der erforderlichen Niete,

dann gilt unter Voraussetzung von gleichmäßiger Verteilung von  $S$  über alle Niete für einschnittige Niete nach Abb. 7

$$\frac{S}{n \frac{\pi}{4} d^2} \leq \tau_{zul} \quad \text{und} \quad \frac{S}{n d s_1} \leq \sigma_{Izul}$$

oder

$$n \geq \frac{S}{\frac{\pi}{4} d^2 \tau_{zul}} \quad \text{und} \quad n \geq \frac{S}{d s_1 \sigma_{Izul}}$$



und für zweisechnittige Niete nach Abb. 8 unter Voraussetzung von  $s_1 > s_2$  (meist zutreffend)

$$\frac{S}{n 2 \frac{\pi}{4} d^2} \leq \tau_{zul} \quad \text{und} \quad \frac{S}{n d s_1} \leq \sigma_{Izul}$$

oder

$$n \geq \frac{S}{2 \frac{\pi}{4} d^2 \tau_{zul}} \quad \text{und} \quad n \geq \frac{S}{d s_1 \sigma_{Izul}}$$

Stets gilt das aus beiden Formeln sich ergebende größere  $n$ .

Bei zweisechnittigen Nieten ist in der Regel der Lochleibungsdruck maßgebend, bei einschnittigen Nieten dagegen ist zumeist die Scherbeanspruchung maßgebend, doch tritt hierbei außer der Scherkraft infolge des außermittigen Kraftangriffs noch ein Biegemoment auf. Deshalb sind wichtige Nietanschlüsse nur zweisechnittig auszuführen. Mehrschnittige Niete kommen kaum vor.

Über andere Nietbestimmungsweise und Zahlenbeispiele siehe weiter unten

**(996) Zugstäbe, namentlich Fachwerkstäbe.**

Bezeichnet

$S$  kg die Stabkraft und zwar bei Hochbauten  $S_1$  für Fall 1 u.  $S_2$  für Fall 2,  $F$  cm<sup>2</sup> den vollen (unverschwächten) Stabquerschnitt,

$F_n$  cm<sup>2</sup> den nach Nietlochabzug verbleibenden Nutzquerschnitt,

$\sigma_{zul}$  kg/cm<sup>2</sup> die zulässige Zugspannung im Querschnitt,

dann ist z. B. für Abb. 9  $F_n = F - 2 d s$  und unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung über  $F_n$  gilt

$$\sigma = \frac{S}{F_n} \leq \sigma_{zul} \quad \text{und} \quad F_n \geq \frac{S}{\sigma_{zul}}$$

In Wirklichkeit ist die Zugspannung nach (199) innerhalb der zulässigen Spannungsgrenzen ungleichmäßig über  $F_n$  verteilt; da aber bei Überschreitung der Streckgrenze Spannungsausgleich eintritt, bleibt die auf den Streckzustand oder den Bruch bezogene Sicherheit unabhängig von der anfänglich ungleichmäßigen Spannungsverteilung.

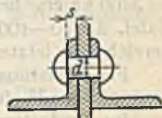


Abb. 9. Stabquerschnitt mit Nietanschluß.

Nietanschluß des Zugstabes. Da nach den preußischen Bestimmungen

$$\sigma_{zul} : \tau_{zul} = 1200 : 1000 = 1,2 \quad \text{oder} \quad = 1400 : 1167 = 1,2 \quad \text{und}$$

$$\sigma_{zul} : \sigma_{Izul} = 1200 : 2000 = 1400 : 2333 = 0,6,$$

so folgt einfacher

$$\text{Summe aller beanspruchten Nietquerschnitte} \quad F_s \geq 1,2 F_n.$$

$$\text{Summe aller beanspruchten Nietleibungsflächen} \quad F_l \geq 0,6 F_n.$$

Für Krangerüste folgt nach (992) mit  $\tau_{zul} = 0,85 \cdot \sigma_{zul}$  und  $\sigma_{Izul} = 1,7 \cdot \sigma_{zul}$  dementsprechend  $F_s \geq F_n : 0,85$  und  $F_l \geq F_n : 1,7$ .

Dieses Verfahren liefert meist etwas größere Nietzahl als das oben angegebene, ergibt aber gleiches Spannungsverhältnis in Stabquerschnitt und Nietanschluß (bei Reichsbahnbrücken vorgeschrieben).



Beispiel: Zugstab eines Fachwerks für Hochbau in St 37 nach preuß. Bestimmungen.  $S_1 = 18 \text{ t}$ ,  $S_2 = 23 \text{ t}$ , Profil nach Abb. 9 zu wählen.

Es ist  $F_n = 18000 : 1200 = 15 \text{ cm}^2$  oder  $F_n = 23000 : 1400 = 16,4 \text{ cm}^2$ , letzteres maßgebend.

Gewählt 2  $\square 65 \cdot 65 \cdot 9$  mit 20er Niet.

Nachrechnung  $F_n = 2(11,0 - 2 \cdot 0,9) = 18,4 \text{ cm}^2$ , also hinreichend. Wirkliche Spannungen  $\sigma_1 = 18000 : 18,4 = 980$ ,  $\sigma_2 = 23000 : 18,4 = 1250 \text{ kg/cm}^2$ .

Zweischnittiger Nietanschluß hierzu für 10 mm Knotenblechdicke:

$$n_1 = 18000 : (2 \cdot 3,14 \cdot 1000) = 2,87 \quad \text{oder} \quad n_2 = 23000 : (2 \cdot 3,14 \cdot 1167) = 3,15$$

$$\text{bzw. } n_1 = 18000 : (2 \cdot 1 \cdot 2000) = 4,5 \quad \text{oder} \quad n_2 = 23000 : (2 \cdot 1 \cdot 2333) = 4,9$$

zu wählen 5 Niete,

$$\text{oder} \quad F_e = 1,2 \cdot 18,4 = 22,1 \text{ cm}^2, \quad F_l = 0,6 \cdot 18,4 = 11,1 \text{ cm}^2,$$

$$n = 22,1 : 2 \cdot 3,14 = 3,5 \quad \text{oder} \quad n = 11,1 : 2 \cdot 1 = 5,5;$$

zu wählen 6 Niete.

(997) Druckstäbe sind auf Knicken zu berechnen und zwar unter Voraussetzung der Spitzenlagerung, zweiter Knickfall nach (232); die Einspannung durch den steifen Knotenblechanschluß ist fraglich und bleibt unberücksichtigt.

Es bezeichne

$S$  kg die Stabkraft (im Hochbau  $S_1$  u.  $S_2$  für Fall 1 u. 2),

$s$  cm die Knicklänge,

$F$  cm<sup>2</sup> den vollen Stabquerschnitt

$J$  cm<sup>4</sup> das kleinste Trägheitsmoment

$i = \sqrt{J : F}$  cm den Trägheitshalbmesser hierzu,

$\lambda = s : i$  den Schlankheitsgrad,

$\sigma_k$  kg/cm<sup>2</sup> die Knickspannung, s. (232),

$\sigma_{zul}$  kg/cm<sup>2</sup> die zulässige Druckspannung des Werkstoffs ohne Berücksichtigung des Knickens, also nur für sehr kurze Stäbe gültig und übereinstimmend mit  $\sigma_{zul}$  für Zug und Biegung,

$\sigma_{d zul}$  kg/cm<sup>2</sup> die wirkliche zulässige Druckspannung des Knickstabes, wegen der Knickgefahr stets kleiner als  $\sigma_{zul}$ ,

$\nu = \sigma_{zul} : \sigma_{d zul}$  die Knicksicherheit.

Für St 37 nach preußischen Bestimmungen. Die Linie  $\sigma_k = f(\lambda)$ , s. (232), ist bei kurzen Druckstäben durch die mittlere Quetschgrenze  $= 2400 \text{ kg/cm}^2$  bestimmt und verläuft im übrigen nach Abb. 10 und umstehender Tafel.  $\lambda = 0-100$  umfaßt den unelastischen,  $\lambda > 100$  den elastischen Knickbereich; für letzteren gilt die reine Eulerformel  $\sigma_k = \pi^2 E : \lambda^2 = 20726000 : \lambda^2$ .

Für Belastungsfall 2 ist im elastischen Bereich  $\nu = 3,5$ , somit  $\sigma_{d zul} = \sigma_k : 3,5 = 5922000 : \lambda^2$ , für  $\lambda = 100$  folgt  $\sigma_{d zul} = 592 \text{ kg/cm}^2$ .

Im unelastischen Bereich ist für  $\lambda = 0$   $\sigma_{d zul} = \sigma_{zul} = 1400 \text{ kg/cm}^2$ , für  $\lambda = 100$  soll  $\sigma_{d zul} = 592$  sein; Übergang von 0 auf 100 ist parabolisch angenommen, s. Tafel und Abb. 10.

Hieraus folgt  $\nu$  von  $\nu_0 = 2400 : 1400 = 1,71$  steigend bis auf  $\nu_{100} = 2073 : 592 = 3,5$  und dann unveränderlich bleibend.

Aus  $\frac{S}{F} \leq \sigma_{d zul}$  folgt mit Einführung der Knickzahl  $\omega = \sigma_{zul} : \sigma_{d zul}$  die Knickformel

$$\frac{S}{F} \cdot \omega \leq \sigma_{zul} \quad \text{oder} \quad F \geq \frac{S \cdot \omega}{\sigma_{zul}}.$$

Die  $\sigma_{d zul}$  des Falles 1 werden gegen die des Falles 2 im Verhältnis der  $\sigma_{zul}$  gleich  $1200/1400$  verkleinert, so daß die  $\omega$  dieselben bleiben.

Beim Knick ist stets mit den  $\sigma_{zul}$  für normale Ausführung zu rechnen, also mit den Werten  $1200$  bzw.  $1400 \text{ kg/cm}^2$ , auch wenn im übrigen strenge Ausführung vorliegt.

Schlankheitsgrade über 250 sind unzulässig, für Hauptstäbe sei  $\lambda$  nicht größer als 150 bis 200.

Knicktafel für St 37.

|                     | Schlankheitsgrad $\lambda$ | Knickspannung $\sigma_k$<br>kg/cm <sup>2</sup> | Knickzahl $\omega$ | Fall 1                               |                        | Fall 2                               |                        |
|---------------------|----------------------------|--|--------------------|--------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|------------------------|
|                     |                            |  |                    | $\sigma_{zul}$<br>kg/cm <sup>2</sup> | Knick-sicherheit $\nu$ | $\sigma_{zul}$<br>kg/cm <sup>2</sup> | Knick-sicherheit $\nu$ |
| unelastischer Knick | 0                          | 2400   | 1,00               | 1200                                 | 2,00                   | 1400                                 | 1,71                   |
|                     | 10                         | 2400   | 1,01               | 1193                                 | 2,01                   | 1392                                 | 1,72                   |
|                     | 20                         | 2400   | 1,02               | 1172                                 | 2,04                   | 1368                                 | 1,75                   |
|                     | 30                         | 2400   | 1,06               | 1138                                 | 2,11                   | 1327                                 | 1,81                   |
|                     | 40                         | 2400   | 1,10               | 1089                                 | 2,20                   | 1271                                 | 1,89                   |
|                     | 50                         | 2400   | 1,17               | 1027                                 | 2,34                   | 1198                                 | 2,00                   |
|                     | 60                         | 2400   | 1,26               | 951                                  | 2,52                   | 1109                                 | 2,16                   |
|                     | 70                         | 2318   | 1,39               | 861                                  | 2,69                   | 1004                                 | 2,31                   |
|                     | 80                         | 2237   | 1,59               | 757                                  | 2,95                   | 883                                  | 2,54                   |
|                     | 90                         | 2155   | 1,88               | 640                                  | 3,37                   | 746                                  | 2,89                   |
| elastischer Knick   | 100                        | 2073   | 2,36               | 508                                  | 4,08                   | 592                                  | 3,50                   |
|                     | 110                        | 1713   | 2,86               | 420                                  | 4,08                   | 490                                  | 3,50                   |
|                     | 120                        | 1439   | 3,41               | 353                                  | 4,08                   | 411                                  | 3,50                   |
|                     | 130                        | 1226   | 4,00               | 300                                  | 4,08                   | 350                                  | 3,50                   |
|                     | 140                        | 1057   | 4,64               | 259                                  | 4,08                   | 302                                  | 3,50                   |
|                     | 150                        | 921  | 5,32               | 226                                  | 4,08                   | 263                                  | 3,50                   |
|                     | 160                        | 810  | 6,05               | 198                                  | 4,08                   | 231                                  | 3,50                   |
|                     | 170                        | 717  | 6,83               | 176                                  | 4,08                   | 205                                  | 3,50                   |
|                     | 180                        | 640  | 7,66               | 157                                  | 4,08                   | 183                                  | 3,50                   |
|                     | 190                        | 574  | 8,54               | 141                                  | 4,08                   | 164                                  | 3,50                   |
|                     | 200                        | 518  | 9,46               | 127                                  | 4,08                   | 148                                  | 3,50                   |
|                     | 210                        | 470  | 10,43              | 115                                  | 4,08                   | 134                                  | 3,50                   |
|                     | 220                        | 428  | 11,44              | 105                                  | 4,08                   | 122                                  | 3,50                   |
|                     | 230                        | 392  | 12,51              | 96                                   | 4,08                   | 112                                  | 3,50                   |
|                     | 240                        | 360  | 13,62              | 88                                   | 4,08                   | 103                                  | 3,50                   |
| 250                 | 332                        | 14,78  | 81                 | 4,08                                 | 95                     | 3,50                                 |                        |

Nachrechnung gegebener Druckstäbe. Man bestimmt  $F$  und  $\min J$  und damit  $\min i = \sqrt{\min J : F}$ ,  $\lambda = s : i$ , hieraus  $\omega$  nach Tafel. Der Stab genügt den Vorschriften, wenn obige Knickbedingung erfüllt ist. Die  $\min i$  können für die gangbarsten Profile den Profiltafeln, s. (1001), oder dem Buche „Eisen im Hochbau“ entnommen werden.

Neuberechnung von Stabprofilen bei gegebenem  $S$  und  $s$ . Im allgemeinen muß das Profil probeweise angenommen und nach obigem auf Zulässigkeit nachgeprüft werden. Die den amtlichen Bestimmungen beigegebenen Gebrauchsformeln haben sich nicht bewährt<sup>1)</sup>.

Profilarten. Man wählt im allgemeinen Profile mit kleinem  $F$  aber großem  $\min i$ . Bei Winkelisen benutzt man stets die dünneren Profile, daß das Verhältnis  $\min i : F$  größer, also günstiger ist als bei dicken.

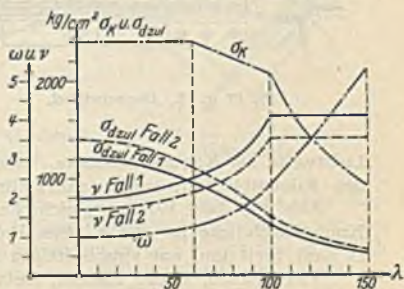


Abb. 10. Knickkurven für St 37.

<sup>1)</sup> Zur unmittelbaren Ablesung der erforderlichen Profile dient das Knicknomogramm von Dr.-Ing. Unold, NBW-Verlag, Geislingen-Steig.



Einteilige Profile. Ein Winkeleisen ist stets ungünstig, aber als Eckwinkel bei Raumbachwerken (Raumgerüste) oft nicht vermeidbar.

Ein  $\Gamma$ - oder  $\square$ -Eisen ist nur zweckmäßig bei verschiedenen Knicklängen in  $x$ - und  $y$ -Ebene.

Ein  $\Gamma$ -P-Eisen ist stets zweckmäßig und wird neuerdings viel benutzt.

Mehrteilige Profile, der ganzen Länge nach miteinander vernietet, z. B. nach Abb. 11 bis 14, werden wie einteilige behandelt. Die  $\min i$  meist in „Eisen im Hochbau“ enthalten.

Gegliederte Stäbe sind auseinanderstehende Doppelprofile, durch Flach-eisen, Bindebleche oder Gitterwerk miteinander verbunden. Man unterscheidet

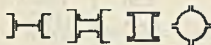


Abb. 11—14. Mehrteilige Profile.

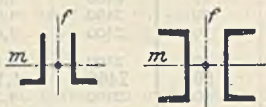


Abb. 15 u. 16. Materialachse und freie Achse.

nach Abb. 15 u. 16 Materialachse  $m$  und freie Achse  $f$ . Der Abstand der Eisen ist so zu wählen, daß die Abstandsbedingung  $J_f = \text{rd. } 1,1 J_m$  erfüllt ist; dieser Abstand ist in den Profiltafeln angegeben. Maßgebend ist dann  $\min J = J_m$ .

Übliche Profile für Fachwerkdruckstäbe:

Abb. 17, Zwei Winkel gleichschenkelig;  $\min J$  für  $x$ -Achse. Abstandsbedingung bei beliebiger Lichtweite, diese gleich Knotenblechdicke, erfüllt. Für Gurtstäbe.

Zwei Winkel, ungleichschenkelig nach Abb. 15, sonst wie oben. Je nach Profilgröße oft leichter als das obige, aber die Abstandsbedingung erfordert größere

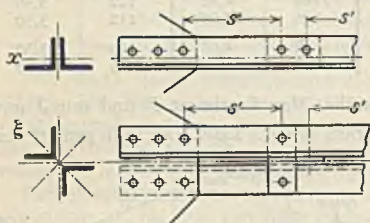
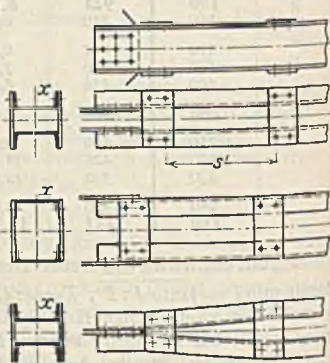


Abb. 17 u. 18. Doppelwinkel.

Abb. 19—21. Doppel- $\square$ -Eisen.

Lichtweite als Knotenblechdicke, daher den Winkel spreizen oder Futter auf den Knotenblechen; sodann  $\min i$  für  $x$ -Achse.

Abb. 18, Zwei Winkel, gleichschenkelig. Abstandsbedingung bei beliebiger Knotenblechdicke ist erfüllt. Das Profil ist stets leichter als Abb. 17, aber es baut breit und hat einschnittigen Nietanschluß.  $\min i$  für  $\xi$ -Achse.

Vier Winkel, Kreuz bildend, stets unzweckmäßig.

Abb. 19, Zwei  $\square$ -Eisen mit großem Abstand, mit Bindeblechen;  $\min i$  für  $x$ -Achse. Für zweiwandige Fachwerke.

Abb. 20, Guter Knotenblechanschluß, aber Abstand wegen Nictung bei kleineren Profilen größer als nach Rechnung.

Abb. 21, Desgl. für einfache Knotenbleche.







Rohrprofil, hinsichtlich Werkstoffverbrauch günstigstes Profil, aber höherer Gewichtspreis als Profile. Nur für kleinere Kranauslegerdruckstangen.

In allen Fällen darf die freie Länge  $s'$  des Einzelstabes höchstens gleich sein dem Gesamtstabes und höchstens  $30 i'$  bei  $\Gamma$ - u.  $\square$ -Eisen und  $50 i'$  bei Winkelisen worin  $i' = \min. i$  des Einzelstabes. Stets mindestens zwei Querverbände zwischen den Endverbänden einbauen, auch wenn einer genügen würde.

Nietanschlüsse wie bei Zugstäben behandeln, s. (996). Bei Benutzung der  $F_s$ - und  $F_T$ -Formel ist nicht das wirkliche  $F$  sondern ein  $F = S : \sigma_{zul}$  einzusetzen.

Bezüglich Einzelheiten, wie Bindeblechgrößen und Nietung hierzu, wird verwiesen auf die Zeitschriften: Bauingenieur, Bautechnik und Stahlbau.

**Beispiel.** Für einen Hochbaustab in St 37 sei  $S_1 = 21\ 000$  kg,  $S_2 = 24\ 000$  kg,  $s = 300$  cm.

| Durch Probieren oder mittels Rechentafeln gefundene Profile                                    | Nachprüfung der gewählten Profile |               |           |          |                                  |                                  |
|--|-----------------------------------|---------------|-----------|----------|----------------------------------|----------------------------------|
|  | $F$<br>cm <sup>2</sup>            | min $i$<br>cm | $\lambda$ | $\omega$ | $\sigma_1$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $\sigma_2$<br>kg/cm <sup>2</sup> |
| 1.  160-160-15 | 46,1                              | 3,14          | 95        | 2,120    | 970                              | 1100                             |
| 2.  110-110-10 | 42,4                              | 3,36          | 89        | 1,851    | 920                              | 1050                             |
| 3.  90-90-11   | 37,4                              | 3,41          | 88        | 1,822    | 1020                             | 1170                             |
| 4.  130-65-8   | 30,2                              | 4,17          | 72        | 1,430    | 1000                             | 1140                             |
| 5.  30         | 69,1                              | 2,56          | 117       | 3,245    | 990                              | 1130                             |
| 6.  10         | 27,0                              | 3,91          | 77        | 1,53     | 1190                             | 1360                             |

(998) **Knotenbleche und Stabanschlüsse.** Bei gewöhnlichen Fachwerken Knotenblechdicke 7 bis 16 mm.

Stabanschluß: Stabschwerlinie soll genau oder angenähert mit Systemlinie des Fachwerks zusammenfallen, andernfalls exzentrischer Zug oder Druck und Überbeanspruchung auftritt, s. Abb. 22. Aber bei kleineren Fachwerken darf Nietriß nach Abb. 23 in Systemlinie liegen.

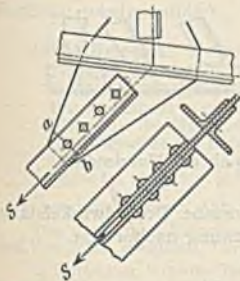


Abb. 22. Einfacher Stabanschluß.



Abb. 23. Für kleinere Fachwerke.

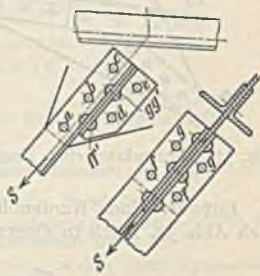


Abb. 24. Anschluß mit Hilfwinkeln.

Hauptstäbe erfordern mindestens drei, Nebenstäbe zwei Niete, aus Herstellungsgründen ist ein Niet unzulässig. Falls die Rechnung mehr als vier bis fünf Niete ergibt, wird bei einreihiger Nietung erster und letzter Niet erheblich höher als die mittleren beansprucht. In diesem Falle ist das Nietbild nach der Breite auszudehnen, bei  $\square$  unter Verwendung von Hilfwinkeln nach Abb. 24. Hierin sind die tragenden Niete  $a$  bis  $e$  je zweischneitig, zwei Drittel der Stabkraft geht durch die einschnittigen Niete  $f, f', g$  und  $g'$  in die Hilfwinkel und in die Niete  $d$  und  $e$ , daher ist annähernd gleiche Beanspruchung aller Niete vorhanden.

Abstände  $e$  in Abb. 25 sind so zu wählen, daß der Stabquerschnitt nur durch ein Nietloch und nicht, wie in Abb. 26, durch beide geschwächt wird. Vgl. DIN 998 1-3 u. 999.



└-Stabanschluß nach Abb. 27 mit Hilfswinkeln.

Zugstäbe aus └└ sollen zwischen den Knotenpunkten ein bis zwei Futter wie in Abb. 28 erhalten, damit ihre parallele Lage gewahrt bleibt. Enger Zwischen-

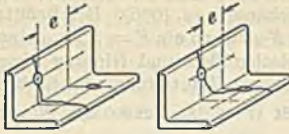


Abb. 25 u. 26. Nietabstände in Winkelecken.



Abb. 27. └-Anschluß mit Hilfswinkeln.

raum ist wegen der Anstrichschwierigkeiten zu vermeiden, mit nichttragendem Futter auszufüllen.



Abb. 28. Futter in Zug- oder Druckstäben.



Abb. 29. Zusammengesetzter Zugstab.



Abb. 30 u. 31. Zugstabprofile.

Einzelplatten zusammengesetzter Zugstäbe sind durch Heftniete zusammenzuhalten, Abb. 29; Wassersäcke vermeiden, statt dessen besser Profile nach Abb. 30 oder 31.

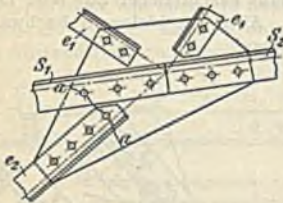


Abb. 32. Konstruktion eines Knotenbleches.

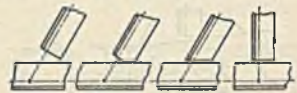


Abb. 33a b bis d. Winkelenden.

Entwurf eines Knotenbleches für vier angeschlossene Doppelwinkelstäbe nach Abb. 32. Blech in Querschnitt a—a auf Zugspannung nachprüfen.

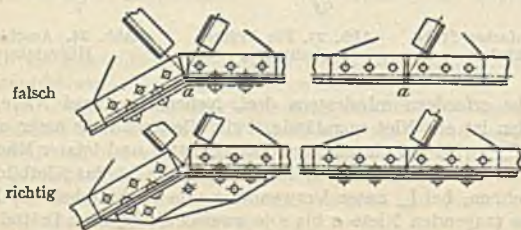


Abb. 34—37. Knotenbleche mit einspringender Ecke und mit gerader Kante.

Stumpf gestoßene Druckstäbe  $S_1$  und  $S_2$  sind durch je der Stabkraft entsprechende Nietzahl anzuschließen; die Stoßfuge an den gefrästen Stabenden wird zwar spielfrei ausgeführt, aber nicht als druckübertragend betrachtet.

Das Winkelende ist nach Abb. 33a, b oder d, Scherenschnitt, nicht nach c, Sägenschnitt, auszuführen.

Bei einspringenden Ecken nach Abb. 34 und bei Ausführung nach Abb. 35 besteht Rißgefahr im Blech bei  $a$ ; Zugband, in Abb. 34 gestrichelt, ist unnützlich, zieht sich gerade und überträgt nichts; besser nach Abb. 36 und 37.

Geradlinig durchlaufender Stab nach Abb. 38 erfordert eine Nietzahl entsprechend dem größten auftretenden Unterschied von  $S_a$  und  $S_b$ ;

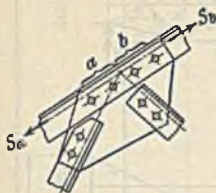


Abb. 38. Durchlaufender Stab.



Abb. 39 u. 40. Spitzer Stabanschluß.

aus Konstruktionsgründen oft mit mehr Nieten als nach Rechnung folgend ausführen.

Durchlaufende geknickte Stäbe vermeiden, da Schmiedefeuer und Schablone erforderlich sind.

Bei spitzen Stabanschlüssen Knotenblech nach Abb. 39, nicht nach Abb. 40 ausführen, da sonst exzentrische Wirkung vorliegt.

Knotenbleche möglichst mit parallelen Seiten und mehrere von gleicher Breite, am besten Rechtecke, da sie mit geringem Abfall aus einem Breitenisen geschnitten werden können.

Zuweilen werden statt einzelner Knotenbleche durchgehende zum Stabquerschnitt beitragende Breitenisen verwendet. Nur in besonderen Fällen, wie Laufkranobergurte wegen gleichzeitiger Biegung zweckmäßig, s. Abb. 44. Im Hochbau weniger üblich.

**(999) Beispiel.** Fachwerkträger zu einem Laufkran Abb. 41 bis 44:

Tragkraft der Katze = 12 t, Eigengewicht der Katze = 4 t,

somit Katzenraddrücke je  $(12 - 4) : 4 = 4$  t,

Katzenradstand = 1,2 m,

Stützweite des Hauptträgers = Abstand von Mitte bis Mitte Laufschiene = 18 m,

Gesamtgewicht der Bühne nach (1124) rd. 13 t,

hiervon rd.  $13/3 = 4,3$  t je Hauptträger

ergibt bei 12 Feldern je Feld oder je Obergurtnotenpunkt Knotenlast =  $4,3 : 12 = 0,36$  t.

Cremonaplan hierzu Abb. 42, die Stabkräfte in umstehender Berechnungstafel.

Die wandernden Katzenraddrücke liefern je nach Katzenstellung Stabkräfte, nach Größe und Vorzeichen wechselnd. Deren positiven und negativen Größtwerte treten auf

in Gurtstäben links der Trägermitte, wenn linkes Rad über dem dem Gurtstab gegenüberliegenden Knotenpunkt steht,

in Diagonalen links der Mitte, wenn Katze bis an das Diagonalfeld herantritt.

Man zeichnet einen Cremonaplan für Auflagerkräfte  $A = 1$  t und  $B = 1$  t, wegen Symmetrie nur einer zu zeichnen, bestimmt für genannte Katzenlagen die  $A$  und  $B$  selbst und zwar mit Hilfe der Raddruckresultierenden  $R = 8$  t in Radstandmitte und multipliziert die im Cremona gewonnenen Stabkräfte mit den entsprechenden  $A$  bzw.  $B$ . Wegen der Symmetrie nur die links der Mitte liegenden Stäbe zu berechnen. Abb. 43 zeigt den Cremonaplan für  $A = 1$  t. Stabkraftberechnung ist in nachstehender Tafel durchgeführt.

Die so ermittelten Stabkräfte sind mit denen aus Eigengewicht algebraisch zusammenzusetzen. Dieses und die Profilbestimmung ist nach umstehender Berechnungstafel durchgeführt, und zwar für Höchstspannung  $800 \text{ kg/cm}^2$ .

Der Obergurt erfordert wegen zusätzlicher Biegung durch Katzenraddrücke gesonderte Behandlung. Für den in Tafel skizzierten Querschnitt, wobei Schiene wegen leichter Vernietung oder Verschraubung nicht als mittragend zu rechnen ist, folgt

$$J_x = 6000 \text{ cm}^4, \quad \text{Schwerpunktabstand von unten } 23,5 \text{ cm},$$

damit folgt

$$W_o = 6000 : 7,5 = 800 \text{ cm}^3, \quad W_u = 6000 : 23,5 = 255 \text{ cm}^3.$$



Steht ein Rad in Obergurtnitte, dann ist wegen unvollkommener Einspannung an den steifen Knotenpunkten angenähert zu setzen (Feldweite  $a = 150$  cm) in Stabmitte

$$\max M = \text{rd. } Pa : 5 = 4000 \cdot 150 : 5 = 120000 \text{ cmkg,}$$

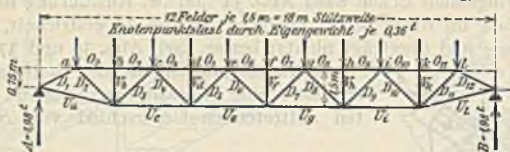


Abb. 41. Netz mit Lasten.

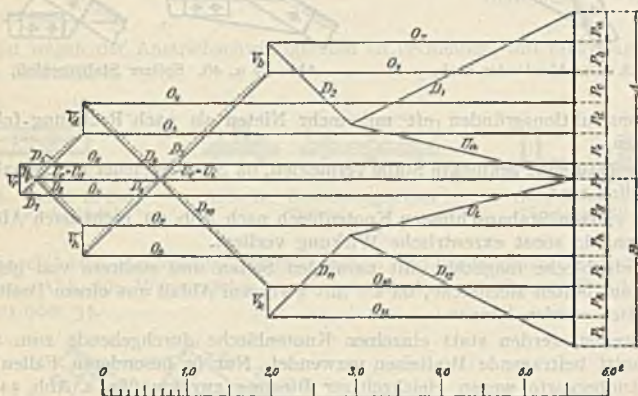


Abb. 42. Cremonaplan für Eigengewicht.

über anschließenden Knotenpunkten

$$\max M = - Pa : 12,5 = 4000 \cdot 150 : 12,5 = - 48000 \text{ cmkg.}$$

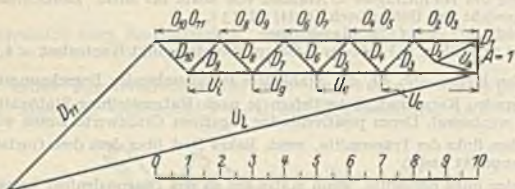


Abb. 43. Cremonaplan für  $A = 1$  t.

Das liefert mit Berücksichtigung des Stabdruckes 29300 kg für mittleren Stab  $O_8 O_8$ , die Kantenspannungen

in Stabmitte

$$\begin{aligned} \text{oben } \sigma &= -29300 : 78,2 - 120000 : 800 = -375 - 150 = -525 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{unten } \sigma &= -29300 : 78,2 + 120000 : 255 = -375 + 470 = +95 \text{ ,,} \end{aligned}$$

über Knotenpunkt

$$\begin{aligned} \text{oben } \sigma &= -29300 : 78,2 + 48000 : 800 = -375 + 60 = -315 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{unten } \sigma &= -29300 : 78,2 - 48000 : 255 = -375 - 188 = -563 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Infolge Nietlochverschwächung erhöhen sich diese Werte noch etwas, bleiben aber noch innerhalb der zulässigen Grenzen.

Berechnung der Stabkräfte für die Katzenraddrucke.

| Stab     | Stabkräfte nach Cremona |               | Linkes Rad über | A hierzu                           | Stabkräfte hierzu     | Rechtes Rad über | B hierzu                          | Stabkräfte hierzu     |
|----------|-------------------------|---------------|-----------------|------------------------------------|-----------------------|------------------|-----------------------------------|-----------------------|
|          | durch A = 1 t           | durch B = 1 t |                 | t                                  | t                     |                  | t                                 | t                     |
| $O_1O_2$ | - 2,0                   | - 10,0        | b               | $\frac{8}{18} (15 - 0,6) = 6,40$   | - 2,0 · 6,40 = - 12,8 |                  |                                   |                       |
| $O_1O_3$ | - 4,0                   | - 8,0         | d               | $\frac{8}{18} (12 - 0,6) = 5,07$   | - 4,0 · 5,07 = - 20,3 |                  |                                   |                       |
| $O_1O_7$ | - 6,0                   | - 6,0         | f               | $\frac{8}{18} (9 - 0,6) = 3,73$    | - 6,0 · 3,73 = - 22,4 |                  |                                   |                       |
| $U$      | + 1,38                  | + 15,1        | a               | $\frac{8}{18} (16,5 - 0,6) = 7,07$ | + 1,38 · 7,07 = + 9,7 |                  |                                   |                       |
| $U_c$    | + 3,0                   | + 9,0         | c               | $\frac{8}{18} (13,5 - 0,6) = 5,73$ | + 3,0 · 5,73 = + 17,2 |                  |                                   |                       |
| $U_e$    | + 5,0                   | + 7,0         | e               | $\frac{8}{18} (10,5 - 0,6) = 4,40$ | + 5,0 · 4,40 = + 22,0 |                  |                                   |                       |
| $D_2$    | + 0,92                  | - 6,56        | b               | $\frac{8}{18} (15 - 0,6) = 6,40$   | + 0,92 · 6,40 = + 5,9 | a                | $\frac{8}{18} (1,5 - 0,6) = 0,40$ | - 6,56 · 0,40 = - 2,6 |
| $D_3$    | - 1,42                  | + 1,42        | c               | $\frac{8}{18} (13,5 - 0,6) = 5,73$ | - 1,42 · 5,73 = - 8,1 | b                | $\frac{8}{18} (3 - 0,6) = 1,07$   | + 1,42 · 1,07 = + 1,5 |
| $D_4$    | + 1,42                  | - 1,42        | d               | $\frac{8}{18} (12 - 0,6) = 5,07$   | + 1,42 · 5,07 = + 7,2 | c                | $\frac{8}{18} (4,5 - 0,6) = 1,73$ | - 1,42 · 1,73 = - 2,5 |
| $D_5$    | - 1,42                  | + 1,42        | e               | $\frac{8}{18} (10,5 - 0,6) = 4,40$ | - 1,42 · 4,40 = - 6,3 | d                | $\frac{8}{18} (6 - 0,6) = 2,40$   | + 1,42 · 2,40 = + 3,4 |
| $D_6$    | + 1,42                  | - 1,42        | f               | $\frac{8}{18} (9 - 0,6) = 3,73$    | + 1,42 · 3,73 = + 5,3 | e                | $\frac{8}{18} (7,5 - 0,6) = 3,07$ | - 1,42 · 3,07 = - 4,4 |

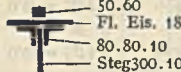









$V_b \quad V_d \quad V_f$

Linkes oder rechtes Rad über b, d oder f

$V = - 4 - 4 \cdot \frac{0,3}{1,5} = - 4,8$



### Stabtafel.

| Stab       |                               | Stabkräfte                   |                                   |                | Stabquerschnitt   | Nietdurchmesser<br>mm | F<br>cm <sup>2</sup>    | F <sub>n</sub><br>cm <sup>2</sup> | s<br>cm  | i<br>cm | λ   | ω    | σ<br>kg/cm <sup>2</sup> |
|------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|----------------|---|-----------------------|-------------------------|-----------------------------------|--|---------|-----|------|-------------------------|
|            |                               | durch Eigen-<br>gewicht<br>t | durch Kat-<br>rad-<br>drücke<br>t | zusammen<br>t  |   |                       |                         |                                   |  |         |     |      |                         |
| Obergurt   | O <sub>1</sub> O <sub>2</sub> | - 3,7                        | - 12,8                            | - 16,5         |                    | 20                    | 78,2<br>ohne<br>Schiene | —                                 | Berechnung auf<br>Druck und Biegung<br>s. Text |         |     |      | —                       |
|            | O <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | - 5,8                        | - 20,3                            | - 26,1         |   |                       |                         |                                   |  |         |     |      |                         |
|            | O <sub>3</sub> O <sub>4</sub> | - 6,6                        | - 22,7                            | - 29,3         |   |                       |                         |                                   |  |         |     |      |                         |
| Untergurt  | U <sub>0</sub>                | + 2,7                        | + 9,7                             | + 12,4         |  75-75-7           | 20                    | 20,2                    | 17,4                              | —  | —       | —   | —    | + 712                   |
|            | U <sub>1</sub>                | + 4,9                        | + 17,2                            | + 22,1         |  80-80-12          | 20                    | 35,8                    | 31,0                              | —  | —       | —   | —    | + 712                   |
|            | U <sub>2</sub>                | + 6,4                        | + 22,0                            | + 28,4         |  80-80-12<br>180-8 | 20                    | 50,2                    | 42,2                              | —  | —       | —   | —    | + 673                   |
| Diagonalen | D <sub>1</sub>                | + 1,4                        | + 5,9<br>- 2,6                    | + 7,3<br>- 1,2 |  55-55-6           | 17                    | 12,6                    | 10,56                             | 212  | 1,66    | 128 | 3,88 | + 690<br>- 370          |
|            | D <sub>2</sub>                | - 1,8                        | - 8,1<br>+ 1,5                    | - 9,9<br>- 0,3 |  80-80-8           | 20                    | 24,6                    | —                                 | 212  | 2,42    | 88  | 1,82 | - 733                   |
|            | D <sub>3</sub>                | + 1,3                        | + 7,2<br>- 2,5                    | + 8,5<br>- 1,2 |  55-55-6           | 17                    | 12,6                    | 10,56                             | 212  | 1,66    | 128 | 3,88 | + 675<br>- 370          |
|            | D <sub>4</sub>                | - 0,8                        | - 6,3<br>+ 3,4                    | - 7,1<br>+ 2,6 |  75-75-8           | 20                    | 23,0                    | 19,8                              | 212  | 2,26    | 94  | 2,07 | - 640<br>+ 131          |
|            | D <sub>5</sub>                | + 0,3                        | + 5,3<br>- 4,4                    | + 5,6<br>- 4,1 |  65-65-7           | 20                    | 17,4                    | 14,6                              | 212  | 1,96    | 108 | 2,76 | + 384<br>- 650          |
| Vert.      | V                             | - 0,4                        | - 4,8                             | - 5,2          |  60-60-6           | 17                    | 13,8                    | —                                 | 150  | 1,82    | 82  | 1,65 | - 620                   |





Trägheits- und Widerstandsmoment, Abb. 47.

Bezeichnet

$F_g$  einen Gurtplattenquerschnitt (bei mehreren Platten deren Gesamtquerschnitt),

$F_w$  einen Winkelquerschnitt,

$J_x$  dessen Trägheitsmoment für seine wagrechte Schwerachse,

dann ist nach (214) ohne Nietabzug

$$J = 2 F_g e_g^2 + 4 J_x + 4 F_w e_w^2 + 1/12 \delta h^3,$$

und mit Nietlochflächenabzug (4 mal  $F_n$ )

$$J_n = J - 4 F_n e_n^2 \quad \text{und} \quad W = J_n : e.$$

Ohne Gurtplatten ist

$$J = 4 J_x + 4 F_w e_w^2 + 1/12 \delta h^3, \quad J_n = J - 4 F_n e_n^2, \quad W = J : e'.$$

Bei ungleichen Gurten (möglichst vermeiden) ist zuerst Schwerpunktlage zu bestimmen.

Ausführliche Tafeln der  $J$  und  $W$  in Buch „Eisen im Hochbau“, Berlin: Komm.-Verlag Julius Springer 1928, und Böhm & John, 2. Aufl., Berlin: Julius Springer 1913.

Beispiel. Stegblech  $600 \cdot 10$ , zwei Gurtplatten (d. b. zwei oben und zwei unten) je  $200 \cdot 10$ , vier Gurtwinkel  $80 \cdot 80 \cdot 10$ , Niete 23 mm.

|  |                         |  |
|--|-------------------------|--|
| $4 \cdot 20 \cdot (30 + 1)^2$            | = 76880 cm <sup>4</sup> |  |
| $4 \cdot 87,5$                           | = 350 „                 |  |
| $4 \cdot 15,1 \cdot (30 - 2,34)^2$       | = 46210 „               |  |
| $1/12 \cdot 1 \cdot 60^3$                | = 18000 „               |  |
| $J = 141440$                             | cm <sup>4</sup>         |  |
| $4 \cdot 2,3 \cdot 3 \cdot (30 + 0,5)^2$ | = 25670 „               |  |
| $J_n = 115770$                           | cm <sup>4</sup>         |  |

$W = 115770 : 32 = 3610 \text{ cm}^3.$

Gurtplattenlängen werden in der Regel so bemessen, daß an keiner Stelle das gegebene  $\sigma_{zul}$  überschritten wird, und können zeichnerisch nach Abb. 48

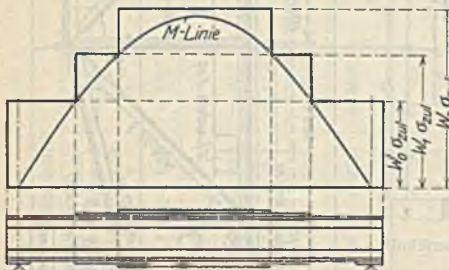


Abb. 48. Gurtplattenlängen.

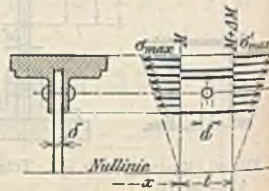


Abb. 49. Nietteilung.

bestimmt werden. Die Gurtplatten sind über die so ermittelten theoretischen Endpunkte hinaus um so viel zu verlängern, als Gurtniete zum vollen Anschluß des Gurtplattenquerschnitts erforderlich sind.

Gurtnietberechnung erfolgt in ähnlicher Weise wie Bestimmung von  $\tau$  beim einfachen Balken nach (238). Ist an Stelle  $x$ , Abb. 49, das Biegemoment  $M$  und an Stelle  $x + t$  ( $t$  die Teilung der Winkelgurtnietung)  $M' = M + \Delta M$ ,

dann ist die auf den schraffierten Gurtquerschnitt entfallende und von den Biegespannungen verursachte Kraft  $= \sum \text{Spannungen} \times \text{Flächenelement}$ ; das ergibt für Querschnitt  $x$  bzw.  $x+t$  die Kräfte

$$Y = \int \sigma dF = \frac{\max \sigma}{e} \int \eta dF = \frac{\max \sigma}{e} S, \quad \text{bzw.} \quad Y' = \frac{\max \sigma'}{e} S,$$

worin  $S$  das statische Moment des schraffierten Querschnittes, bezogen auf die Nulllinie. Nun ist

$$Y' - Y = \left( \frac{\max \sigma'}{e} - \frac{\max \sigma}{e} \right) S = \left( \frac{M'}{J} - \frac{M}{J} \right) S = \Delta M \frac{S}{J} = \frac{\Delta M}{t} \frac{S}{J} t.$$

Da aber nach (203) Querkraft  $Q = \Delta M : \Delta x$ , ergibt sich (mit  $t$  statt  $\Delta x$ )  $Y' - Y = Q S t : J$ . Diese Differenzkraft beansprucht zweischnittigen Niet auf Abscheren und Lochleibung, daher

$$2 \tau_{zul} \frac{\pi}{4} d^2 \geq Q \frac{S}{J} t \quad \text{und} \quad t \leq \frac{2 \tau_{zul} \frac{\pi}{4} d^2 J}{Q S}, \quad \text{bzw.}$$

$$\sigma_{l,zul} d \delta \geq Q \frac{S}{J} t \quad \text{und} \quad t \leq \frac{\sigma_{l,zul} d \delta J}{Q S};$$

das kleinere  $t$  (meist aus zweiter Formel) ist für Ausführung maßgebend.

Angenähert ist  $J : S =$  Nietreihenabstand zwischen Ober- und Untergurt.

Berechnung der Nietteilung für Gurtplatten ebenso, jedoch meist unnötig, da Gurtplattenniete zwischen Winkelniete gesetzt werden.

In Auflagernähe, wo  $Q$  am größten, wird  $t$  am kleinsten. Bei größeren Trägerhöhen ergeben sich nach diesen Formeln im allgemeinen zu große  $t$ ; dann  $\max t = 8-10 d$  ausführen.

Stehblechstoß. Man kann annehmen, daß vom Biegemoment  $M$  der Betrag  $M_s = M \cdot J_s : J$  auf Stehblech entfällt, worin  $J$  für ganzen Querschnitt und  $J_s$  für Stehblech gilt. Stoßlaschen und Niete sind diesem Moment  $M_s$  entsprechend auszugestalten.

Von einzelnen Nieten 1, 2, 3..., Abb. 50, aufzunehmenden Nietkräfte  $N_1, N_2, \dots$  sind proportional ihren Abständen von Nulllinie; demnach ist

$$\begin{aligned} M_s &= N_1 a_1 + N_2 a_2 + \dots = N_1 a_1 + N_1 \frac{a_2}{a_1} a_2 + \dots \\ &= N_1 a_1 \left[ 1 + \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{a_3}{a_1} \right)^2 + \dots \right]. \end{aligned}$$



Abb. 50. Stehblechstoß.

Die Summierung erstreckt sich über alle Niete einer Stoßseite.

Größte Nietkraft  $N_1$  darf den Wert  $d \delta \sigma_{l,zul}$  nicht übersteigen; Nietzahl und Verteilung durch Probieren.

Laschen bei großer Stehblechhöhe zwischen Schenkelränder der Gurtwinkel, bei kleiner Höhe über Winkelschenkel legen und unterfuttern; Laschenstärke etwa 0,7 bis 0,8  $\times$  Stehblechstärke.

Bei gleichzeitig vorhandener großer Querkraft ist Niegung reichlicher zu nehmen.

Vgl. auch Formeln und Tafeln in „Eisen im Hochbau“.



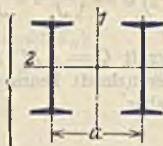
(1001)

## Profiltafeln.

## Deutsche I-Eisen nach DIN 1025 Blatt 1.



Regellängen = 4 bis einschl. 14 m

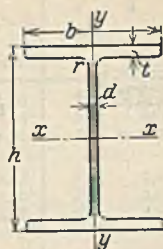
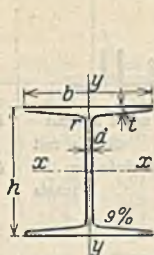
Abrundungen  $r = d$ ,  $r_1 = 0,6 d$ Für  
Knick-  
stäbe $i_x = \min i$  stimmt überein mit dem  $i_x$  des einfachen Eisens. $a$  ist das gerundete Maß für angenähert  $J_1 = J_2 + 10\%$ .

| I<br>Bezeichnung  | Abmessungen<br>in mm |     |      |      | Quer-<br>schnitt<br>$F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht<br>$G$<br>kg/m | Für die Biegeachse       |                          |             |                          |                          |             | Ab-<br>stand<br>$a$<br>mm |
|-------------------|----------------------|-----|------|------|--|------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|-------------|---------------------------|
|                   | $h$                  | $b$ | $d$  | $t$  |  |                        | $x-x$                    |                          |             | $y-y$                    |                          |             |                           |
|                   |                      |     |      |      |  |                        | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> | $i_x$<br>cm | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $W_y$<br>cm <sup>3</sup> | $i_y$<br>cm |                           |
| 8                 | 80                   | 42  | 3,9  | 5,9  | 7,58                                       | 5,95                   | 77,8                     | 19,5                     | 3,20        | 6,29                     | 3,00                     | 0,91        | —                         |
| 10                | 100                  | 50  | 4,5  | 6,8  | 10,6                                       | 8,32                   | 171                      | 34,2                     | 4,01        | 12,2                     | 4,88                     | 1,07        | —                         |
| 12                | 120                  | 58  | 5,1  | 7,7  | 14,2                                       | 11,2                   | 328                      | 54,7                     | 4,81        | 21,5                     | 7,41                     | 1,23        | —                         |
| 14                | 140                  | 66  | 5,7  | 8,6  | 18,3                                       | 14,4                   | 573                      | 81,9                     | 5,61        | 35,2                     | 10,7                     | 1,40        | 120                       |
| 16                | 160                  | 74  | 6,3  | 9,5  | 22,8                                       | 17,9                   | 935                      | 117                      | 6,40        | 54,7                     | 14,8                     | 1,55        | 130                       |
| 18                | 180                  | 82  | 6,9  | 10,4 | 27,9                                       | 21,9                   | 1450                     | 161                      | 7,20        | 81,3                     | 19,8                     | 1,71        | 150                       |
| 20                | 200                  | 90  | 7,5  | 11,3 | 33,5                                       | 26,3                   | 2140                     | 214                      | 8,00        | 117                      | 26,0                     | 1,87        | 170                       |
| 22                | 220                  | 98  | 8,1  | 12,2 | 39,6                                       | 31,1                   | 3060                     | 278                      | 8,80        | 162                      | 33,1                     | 2,02        | 180                       |
| 24                | 240                  | 106 | 8,7  | 13,1 | 46,1                                       | 36,2                   | 4250                     | 354                      | 9,59        | 221                      | 41,7                     | 2,20        | 200                       |
| 26                | 260                  | 113 | 9,4  | 14,1 | 53,4                                       | 41,9                   | 5740                     | 442                      | 10,4        | 288                      | 51,0                     | 2,32        | 210                       |
| 28                | 280                  | 119 | 10,1 | 15,2 | 61,1                                       | 48,0                   | 7590                     | 542                      | 11,1        | 364                      | 61,2                     | 2,54        | 230                       |
| 30                | 300                  | 125 | 10,8 | 16,2 | 69,1                                       | 54,2                   | 9800                     | 653                      | 11,9        | 451                      | 72,2                     | 2,56        | 250                       |
| 32                | 320                  | 131 | 11,5 | 17,3 | 77,8                                       | 61,1                   | 12510                    | 782                      | 12,7        | 555                      | 84,7                     | 2,67        | 260                       |
| 34                | 340                  | 137 | 12,2 | 18,3 | 86,8                                       | 68,1                   | 15700                    | 923                      | 13,5        | 674                      | 98,4                     | 2,80        | 280                       |
| 36                | 360                  | 143 | 13,0 | 19,5 | 97,1                                       | 76,2                   | 19610                    | 1090                     | 14,2        | 818                      | 114                      | 2,90        | 300                       |
| 38                | 380                  | 149 | 13,7 | 20,5 | 107  | 84,0                   | 24010                    | 1260                     | 15,0        | 975                      | 131                      | 3,02        | 310                       |
| 40                | 400                  | 155 | 14,4 | 21,6 | 118  | 92,6                   | 29210                    | 1460                     | 15,7        | 1160                     | 149                      | 3,13        | 330                       |
| 42 <sup>1/2</sup> | 425                  | 163 | 15,3 | 23,0 | 132  | 104                    | 36970                    | 1740                     | 16,7        | 1440                     | 176                      | 3,30        | 350                       |
| 45                | 450                  | 170 | 16,2 | 24,3 | 147  | 115                    | 45850                    | 2040                     | 17,7        | 1730                     | 203                      | 3,43        | 370                       |
| 47 <sup>1/2</sup> | 475                  | 178 | 17,1 | 25,6 | 163  | 128                    | 55480                    | 2380                     | 18,6        | 2090                     | 235                      | 3,60        | 390                       |
| 50                | 500                  | 185 | 18,0 | 27,0 | 180  | 141                    | 68740                    | 2750                     | 19,6        | 2480                     | 268                      | 3,72        | 400                       |
| 55                | 550                  | 200 | 19,0 | 30,0 | 213  | 167                    | 99180                    | 3610                     | 21,6        | 3490                     | 349                      | 4,02        | 450                       |
| 60                | 600                  | 215 | 21,6 | 32,4 | 254  | 199                    | 139000                   | 4630                     | 23,4        | 4670                     | 434                      | 4,30        | 480                       |
| F14               | 140                  | 60  | 4    | 5,5  | 11,7                                       | 9,16                   | 365                      | 52,2                     | 5,59        | 15,6                     | 5,21                     | 1,15        | —                         |

F 14 ist ein Sonderprofil für den Fachwerkbau.

Peiner breitflanschige I-Eisen mit 9% Flanschenneigung und Peiner breit- und parallelfanschige IP-Eisen nach DIN 1025 Blatt 2.

Regellängen 4 bis einschl. 14 m.



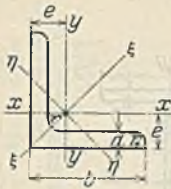
| Bezeichnung                     | Abmessungen in mm |     |     |     |      | Querschnitt<br>F<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht<br>G<br>kg/m | Für die Biegeachse                |                                   |                      |                                   |                                   |                      |      |
|---------------------------------|-------------------|-----|-----|-----|------|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|------|
|                                 | h                 | b   | d   | t   | r    |                                     |                      | x-x                               |                                   |                      | y-y                               |                                   |                      |      |
|                                 |                   |     |     |     |      |                                     |                      | J <sub>x</sub><br>cm <sup>4</sup> | W <sub>x</sub><br>cm <sup>3</sup> | i <sub>x</sub><br>cm | J <sub>y</sub><br>cm <sup>4</sup> | W <sub>y</sub><br>cm <sup>3</sup> | i <sub>y</sub><br>cm |      |
| Geneigte Flanschen              | 10 × 10           | 100 | 100 | 7,5 | 10,3 | 10                                  | 26,8                 | 21,0                              | 447                               | 89,4                 | 4,09                              | 151                               | 30,1                 | 2,37 |
|                                 | 12 × 12           | 120 | 120 | 8   | 11   | 11                                  | 34,6                 | 27,2                              | 852                               | 142                  | 4,96                              | 276                               | 46,0                 | 2,82 |
|                                 | 14 × 14           | 140 | 140 | 8   | 12   | 12                                  | 43,3                 | 34,0                              | 1490                              | 213                  | 5,86                              | 475                               | 67,8                 | 3,31 |
|                                 | 16 × 16           | 160 | 160 | 9   | 14   | 14                                  | 57,4                 | 45,0                              | 2580                              | 322                  | 6,70                              | 840                               | 104                  | 3,81 |
|                                 | 18 × 18           | 180 | 180 | 9   | 14   | 14                                  | 64,7                 | 50,8                              | 3750                              | 417                  | 7,62                              | 1170                              | 130                  | 4,25 |
| Parallele Flanschen, DIN 1025.2 | P 20              | 200 | 200 | 10  | 16   | 15                                  | 82,7                 | 64,9                              | 5950                              | 595                  | 8,48                              | 2140                              | 214                  | 5,08 |
|                                 | P 22              | 220 | 220 | 10  | 16   | 15                                  | 91,1                 | 71,5                              | 8050                              | 732                  | 9,37                              | 2840                              | 258                  | 5,59 |
|                                 | P 24              | 240 | 240 | 11  | 18   | 17                                  | 111                  | 87,4                              | 11690                             | 974                  | 10,5                              | 4150                              | 346                  | 6,11 |
|                                 | P 26              | 260 | 260 | 11  | 18   | 17                                  | 121                  | 94,8                              | 15050                             | 1160                 | 11,2                              | 5280                              | 406                  | 6,61 |
|                                 | P 28              | 280 | 280 | 12  | 20   | 18                                  | 144                  | 113                               | 20720                             | 1480                 | 12,0                              | 7320                              | 523                  | 7,14 |
|                                 | P 30              | 300 | 300 | 12  | 20   | 18                                  | 154                  | 121                               | 25760                             | 1720                 | 12,9                              | 9010                              | 600                  | 7,65 |
|                                 | P 32              | 320 | 300 | 13  | 22   | 20                                  | 171                  | 135                               | 32250                             | 2020                 | 13,7                              | 9910                              | 661                  | 7,60 |
|                                 | P 34              | 340 | 300 | 13  | 22   | 20                                  | 174                  | 137                               | 36940                             | 2170                 | 14,5                              | 9910                              | 661                  | 7,55 |
|                                 | P 36              | 360 | 300 | 14  | 24   | 21                                  | 192                  | 150                               | 45120                             | 2510                 | 15,3                              | 10810                             | 721                  | 7,51 |
|                                 | P 38              | 380 | 300 | 14  | 24   | 21                                  | 194                  | 153                               | 50950                             | 2680                 | 16,2                              | 10810                             | 721                  | 7,46 |
|                                 | P 40              | 400 | 300 | 14  | 26   | 21                                  | 209                  | 164                               | 60640                             | 3030                 | 17,0                              | 11710                             | 781                  | 7,49 |
|                                 | P 42½             | 425 | 300 | 14  | 26   | 21                                  | 212                  | 166                               | 69480                             | 3270                 | 18,1                              | 11710                             | 781                  | 7,43 |
|                                 | P 45              | 450 | 300 | 15  | 28   | 23                                  | 232                  | 182                               | 84220                             | 3740                 | 19,0                              | 12620                             | 841                  | 7,38 |
|                                 | P 47½             | 475 | 300 | 15  | 28   | 23                                  | 235                  | 185                               | 95120                             | 4010                 | 20,1                              | 12620                             | 841                  | 7,32 |
|                                 | P 50              | 500 | 300 | 16  | 30   | 24                                  | 255                  | 200                               | 113200                            | 4530                 | 21,0                              | 13530                             | 902                  | 7,28 |
|                                 | P 55              | 550 | 300 | 16  | 30   | 24                                  | 263                  | 207                               | 140300                            | 5100                 | 23,1                              | 13530                             | 902                  | 7,17 |
|                                 | P 60              | 600 | 300 | 17  | 32   | 26                                  | 289                  | 227                               | 180800                            | 6030                 | 25,0                              | 14440                             | 962                  | 7,07 |
|                                 | P 65              | 650 | 300 | 17  | 32   | 26                                  | 297                  | 234                               | 216800                            | 6670                 | 27,0                              | 14440                             | 962                  | 6,97 |
|                                 | P 70              | 700 | 300 | 18  | 34   | 27                                  | 324                  | 254                               | 270300                            | 7720                 | 28,9                              | 15350                             | 1020                 | 6,88 |
|                                 | P 75              | 750 | 300 | 18  | 34   | 27                                  | 333                  | 261                               | 316300                            | 8430                 | 30,8                              | 15350                             | 1020                 | 6,79 |
| P 80                            | 800               | 300 | 18  | 34  | 27   | 342                                 | 268                  | 366400                            | 9160                              | 32,7                 | 15350                             | 1020                              | 6,70                 |      |



### Gleichschenklige L-Eisen nach DIN 1028.

Regellängen = 3 bis einschl. 12 m

$$\text{Abrundungen } r = \frac{\max d + \min d}{2}, r_1 = \frac{r}{2}$$



Für  
Knick-  
stäbe



$i_1 = \min i$  stimmt  
überein mit  
 $i_x$  des einfachen  
Winkels



$i_2 = \min i$  stimmt  
überein mit  
 $i_z$  des einfachen  
Winkels

| Bezeichnung<br>und<br>Schenkel-<br>breiten<br>u. -dicken<br>mm | Quer-<br>schnitt<br>$F$<br>cm <sup>2</sup> | Ge-<br>wicht<br>$G$<br>kg/m | Schwer-<br>punkt-<br>abstand<br>$e$<br>cm | Für die Biegeachse             |                   |                                     |               |                                      |                |
|--|--|-----------------------------|---|--------------------------------|-------------------|-------------------------------------|---------------|--------------------------------------|----------------|
|  |  |                             |   | $x-x$ - $y-y$                  |                   | $\xi-\xi$                           |               | $\eta-\eta$                          |                |
|  |  |                             |   | $J_x = J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $i_x = i_y$<br>cm | $J_\xi = \max J$<br>cm <sup>4</sup> | $i_\xi$<br>cm | $J_\eta = \min J$<br>cm <sup>4</sup> | $i_\eta$<br>cm |
| 15-15-3  | 0,82                                       | 0,64                        | 0,48                                      | 0,15                           | 0,43              | 0,24                                | 0,54          | 0,06                                 | 0,27           |
| 15-15-4  | 1,05                                       | 0,82                        | 0,51                                      | 0,19                           | 0,42              | 0,29                                | 0,53          | 0,08                                 | 0,28           |
| 20-20-3  | 1,12                                       | 0,88                        | 0,60                                      | 0,39                           | 0,59              | 0,62                                | 0,74          | 0,15                                 | 0,37           |
| 20-20-4  | 1,45                                       | 1,14                        | 0,64                                      | 0,48                           | 0,58              | 0,77                                | 0,73          | 0,1                                  | 0,36           |
| 25-25-3  | 1,42                                       | 1,12                        | 0,73                                      | 0,79                           | 0,75              | 1,27                                | 0,95          | 0,31                                 | 0,47           |
| 25-25-4  | 1,85                                       | 1,45                        | 0,76                                      | 1,01                           | 0,74              | 1,61                                | 0,93          | 0,40                                 | 0,47           |
| 25-25-5  | 2,26                                       | 1,77                        | 0,80                                      | 1,18                           | 0,72              | 1,87                                | 0,91          | 0,50                                 | 0,47           |
| 30-30-3  | 1,74                                       | 1,36                        | 0,84                                      | 1,41                           | 0,90              | 2,24                                | 1,14          | 0,57                                 | 0,57           |
| 30-30-4  | 2,27                                       | 1,78                        | 0,89                                      | 1,81                           | 0,89              | 2,85                                | 1,12          | 0,76                                 | 0,58           |
| 30-30-5  | 2,78                                       | 2,18                        | 0,92                                      | 2,16                           | 0,88              | 3,41                                | 1,11          | 0,91                                 | 0,57           |
| 35-35-4  | 2,67                                       | 2,10                        | 1,00                                      | 2,96                           | 1,05              | 4,68                                | 1,33          | 1,24                                 | 0,68           |
| 35-35-6  | 3,87                                       | 3,04                        | 1,08                                      | 4,14                           | 1,04              | 6,50                                | 1,30          | 1,77                                 | 0,68           |
| 40-40-4  | 3,08                                       | 2,42                        | 1,12                                      | 4,48                           | 1,21              | 7,09                                | 1,52          | 1,86                                 | 0,78           |
| 40-40-5  | 3,79                                       | 2,97                        | 1,16                                      | 5,43                           | 1,20              | 8,64                                | 1,51          | 2,22                                 | 0,77           |
| 40-40-6  | 4,48                                       | 3,52                        | 1,20                                      | 6,33                           | 1,19              | 9,98                                | 1,49          | 2,67                                 | 0,77           |
| 45-45-5  | 4,30                                       | 3,38                        | 1,28                                      | 7,83                           | 1,35              | 12,4                                | 1,70          | 3,25                                 | 0,87           |
| 45-45-7  | 5,86                                       | 4,60                        | 1,36                                      | 10,4                           | 1,33              | 16,4                                | 1,67          | 4,39                                 | 0,87           |
| 50-50-5  | 4,80                                       | 3,77                        | 1,40                                      | 11,0                           | 1,51              | 17,4                                | 1,90          | 4,59                                 | 0,98           |
| 50-50-6  | 5,69                                       | 4,47                        | 1,45                                      | 12,8                           | 1,50              | 20,4                                | 1,89          | 5,24                                 | 0,96           |
| 50-50-7  | 6,56                                       | 5,15                        | 1,49                                      | 14,6                           | 1,49              | 23,1                                | 1,88          | 6,02                                 | 0,96           |
| 50-50-9  | 8,24                                       | 6,47                        | 1,56                                      | 17,9                           | 1,47              | 28,1                                | 1,85          | 7,67                                 | 0,97           |
| 55-55-6  | 6,31                                       | 4,95                        | 1,56                                      | 17,3                           | 1,66              | 27,4                                | 2,08          | 7,24                                 | 1,07           |
| 55-55-8  | 8,23                                       | 6,46                        | 1,64                                      | 22,1                           | 1,64              | 34,8                                | 2,06          | 9,35                                 | 1,07           |
| 55-55-10   | 10,1                                       | 7,90                        | 1,72                                      | 26,3                           | 1,62              | 41,4                                | 2,02          | 11,3                                 | 1,06           |
| 60-60-6  | 6,91                                       | 5,42                        | 1,69                                      | 22,8                           | 1,82              | 36,1                                | 2,29          | 9,43                                 | 1,17           |
| 60-60-8  | 9,03                                       | 7,09                        | 1,77                                      | 29,1                           | 1,80              | 46,1                                | 2,26          | 12,1                                 | 1,16           |
| 60-60-10   | 11,1                                       | 8,69                        | 1,85                                      | 34,9                           | 1,78              | 55,1                                | 2,23          | 14,6                                 | 1,15           |

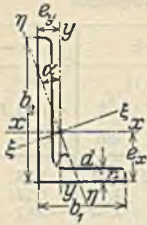
Gleichschenklige  $\llcorner$ -Eisen (Fortsetzung).

| Bezeichnung<br>und<br>Schenkel-<br>breiten<br>u. -dicken<br><br>mm | Quer-<br>schnitt<br><br>F<br><br>cm <sup>2</sup> | Ge-<br>wicht<br><br>G<br><br>kg/m | Schwer-<br>punkt-<br>abstand<br><br>e<br><br>cm | Für die Biegeachse |             |                            |         |                            |          |
|--|--|-----------------------------------|---|--------------------|-------------|----------------------------|---------|----------------------------|----------|
|  |  |                                   |   | $x-x = y-y$        |             | $\xi-\xi$                  |         | $\eta-\eta$                |          |
|  |  |                                   |   | $J_x = J_y$        | $i_x = i_y$ | $J_\xi$                    | $i_\xi$ | $J_\eta$                   | $i_\eta$ |
|  |  |                                   |   | cm <sup>4</sup>    | cm          | = max J<br>cm <sup>4</sup> | cm      | = min J<br>cm <sup>4</sup> | cm       |
| 65-65-7  | 8,70   | 6,83                              | 1,85  | 33,4               | 1,96        | 53,0                       | 2,47    | 13,8                       | 1,26     |
| 65-65-9  | 11,0   | 8,62                              | 1,93  | 41,3               | 1,94        | 65,4                       | 2,44    | 17,2                       | 1,25     |
| 65-65-11   | 13,2   | 10,3                              | 2,00  | 48,8               | 1,91        | 76,8                       | 2,42    | 20,7                       | 1,25     |
| 70-70-7  | 9,4  | 7,38                              | 1,97  | 42,4               | 2,12        | 67,1                       | 2,67    | 17,6                       | 1,37     |
| 70-70-9  | 11,9   | 9,34                              | 2,05  | 52,6               | 2,10        | 83,1                       | 2,64    | 22,0                       | 1,36     |
| 70-70-11   | 14,3   | 11,2                              | 2,13  | 61,8               | 2,08        | 97,6                       | 2,61    | 26,0                       | 1,35     |
| 75-75-7  | 10,1   | 7,94                              | 2,09  | 52,4               | 2,28        | 83,6                       | 2,88    | 21,1                       | 1,45     |
| 75-75-8  | 11,5   | 9,03                              | 2,13  | 58,9               | 2,26        | 93,3                       | 2,85    | 24,4                       | 1,46     |
| 75-75-10   | 14,1   | 11,1                              | 2,21  | 71,4               | 2,25        | 113                        | 2,83    | 29,8                       | 1,45     |
| 75-75-12   | 16,7   | 13,1                              | 2,29  | 82,4               | 2,22        | 130                        | 2,79    | 34,7                       | 1,44     |
| 80-80-8  | 12,3   | 9,66                              | 2,26  | 72,3               | 2,42        | 115                        | 3,06    | 29,6                       | 1,55     |
| 80-80-10   | 15,1   | 11,9                              | 2,34  | 87,5               | 2,41        | 139                        | 3,03    | 35,9                       | 1,54     |
| 80-80-12   | 17,9   | 14,1                              | 2,41  | 102                | 2,39        | 161                        | 3,00    | 43,0                       | 1,53     |
| 80-80-14   | 20,6   | 16,1                              | 2,48  | 115                | 2,36        | 181                        | 2,96    | 48,6                       | 1,54     |
| 90-90-9  | 15,5   | 12,2                              | 2,54  | 116                | 2,74        | 184                        | 3,45    | 47,8                       | 1,76     |
| 90-90-11   | 18,7   | 14,7                              | 2,62  | 138                | 2,72        | 218                        | 3,41    | 57,1                       | 1,75     |
| 90-90-13   | 21,8   | 17,1                              | 2,70  | 158                | 2,69        | 250                        | 3,39    | 65,9                       | 1,74     |
| 100-100-10   | 19,2   | 15,1                              | 2,82  | 177                | 3,04        | 280                        | 3,82    | 73,3                       | 1,95     |
| 100-100-12   | 22,7   | 17,8                              | 2,90  | 207                | 3,02        | 328                        | 3,80    | 86,2                       | 1,95     |
| 100-100-14   | 26,2   | 20,6                              | 2,98  | 235                | 3,00        | 372                        | 3,77    | 98,3                       | 1,94     |
| 110-110-10   | 21,2   | 16,6                              | 3,07  | 239                | 3,36        | 379                        | 4,23    | 98,6                       | 2,16     |
| 110-110-12   | 25,1   | 19,7                              | 3,15  | 280                | 3,34        | 444                        | 4,21    | 116                        | 2,15     |
| 110-110-14   | 29,0   | 22,8                              | 3,21  | 319                | 3,32        | 505                        | 4,18    | 133                        | 2,14     |
| 120-120-11   | 25,4   | 19,9                              | 3,36  | 341                | 3,66        | 541                        | 4,62    | 140                        | 2,35     |
| 120-120-13   | 29,7   | 23,3                              | 3,44  | 394                | 3,64        | 625                        | 4,59    | 162                        | 2,34     |
| 120-120-15   | 33,9   | 26,6                              | 3,51  | 446                | 3,63        | 705                        | 4,56    | 186                        | 2,34     |
| 130-130-12   | 30,0   | 23,6                              | 3,64  | 472                | 3,97        | 750                        | 5,00    | 194                        | 2,54     |
| 130-130-14   | 34,7   | 27,2                              | 3,72  | 540                | 3,94        | 857                        | 4,97    | 223                        | 2,53     |
| 130-130-16   | 39,3   | 30,9                              | 3,80  | 605                | 3,92        | 959                        | 4,94    | 251                        | 2,52     |
| 140-140-13   | 35,0   | 27,5                              | 3,92  | 638                | 4,27        | 1010                       | 5,38    | 262                        | 2,74     |
| 140-140-15   | 40,0   | 31,4                              | 4,00  | 723                | 4,25        | 1150                       | 5,36    | 298                        | 2,73     |
| 140-140-17   | 45,0   | 35,3                              | 4,08  | 805                | 4,23        | 1280                       | 5,33    | 334                        | 2,72     |
| 150-150-14   | 40,3   | 31,6                              | 4,21  | 845                | 4,58        | 1340                       | 5,77    | 347                        | 2,94     |
| 150-150-16   | 45,7   | 35,9                              | 4,29  | 949                | 4,56        | 1510                       | 5,74    | 391                        | 2,93     |
| 150-150-18   | 51,0   | 40,1                              | 4,36  | 1050               | 4,54        | 1670                       | 5,70    | 438                        | 2,93     |
| 160-160-15   | 46,1   | 36,2                              | 4,49  | 1100               | 4,88        | 1750                       | 6,15    | 453                        | 3,14     |
| 160-160-17   | 51,8   | 40,7                              | 4,57  | 1230               | 4,86        | 1950                       | 6,13    | 506                        | 3,13     |
| 160-160-19   | 57,5   | 45,1                              | 4,65  | 1350               | 4,84        | 2140                       | 6,10    | 558                        | 3,12     |
| 180-180-16   | 55,4   | 43,5                              | 5,02  | 1680               | 5,51        | 2690                       | 6,96    | 679                        | 3,50     |
| 180-180-18   | 61,9   | 48,6                              | 5,10  | 1870               | 5,49        | 2970                       | 6,93    | 757                        | 3,49     |
| 180-180-20   | 68,4   | 53,7                              | 5,18  | 2040               | 5,47        | 3260                       | 6,90    | 830                        | 3,49     |
| 200-200-16   | 61,8   | 48,5                              | 5,52  | 2340               | 6,15        | 3740                       | 7,78    | 943                        | 3,91     |
| 200-200-18   | 69,1   | 54,3                              | 5,60  | 2600               | 6,13        | 4150                       | 7,75    | 1050                       | 3,90     |
| 200-200-20   | 76,4   | 59,9                              | 5,68  | 2850               | 6,11        | 4540                       | 7,72    | 1160                       | 3,89     |



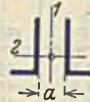
### Ungleichschenklige L-Eisen nach DIN 1029.

Regellängen = 3 bis einschl. 12 m.



$$\text{Abrundungen } r = \frac{\max d + \min d}{2}, \quad r_1 = \frac{r}{2}$$

Für  
Knick-  
stäbe



$i_y = \min i$  stimmt überein  
mit  $i_x$  des einfachen  
Winkels.

$\alpha$  ist das gerundete Maß für  
angenhärt  $J_y = J_x + 10\%$ .

| Bezeichnung<br>und<br>Schenkel-<br>breiten- u.<br>-dicken<br>mm | Quer-<br>schnitt<br>$F$<br>cm <sup>2</sup> | Ge-<br>wicht<br>$G$<br>kg/m | Lage der Achsen |             |                          | Für die Biegeachse |                          |             |                          |                           |      | $a$<br>mm |
|---|--|-----------------------------|-----------------|-------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|---------------------------|------|-----------|
|   |  |                             | Abstände        |             | $x-z$                    |                    | $y-y$                    |             | $\xi-\xi$                | $\eta-\eta$               |      |           |
|   |  |                             | $e_x$<br>cm     | $e_y$<br>cm | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $i_x$<br>cm        | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $i_y$<br>cm | $i_{\xi} = \max i$<br>cm | $i_{\eta} = \min i$<br>cm |      |           |
| 20-30-3   | 1,42                                       | 1,11                        | 0,99            | 0,50        | 0,431                    | 1,25               | 0,94                     | 0,44        | 0,56                     | 1,00                      | 0,42 |           |
| 20-30-4   | 1,85                                       | 1,45                        | 1,03            | 0,54        | 0,423                    | 1,59               | 0,93                     | 0,55        | 0,55                     | 0,99                      | 0,42 |           |
| 20-30-5   | 2,26                                       | 1,77                        | 1,07            | 0,58        | 0,412                    | 1,90               | 0,92                     | 0,66        | 0,54                     | 0,98                      | 0,42 |           |
| 20-40-3   | 1,72                                       | 1,35                        | 1,43            | 0,44        | 0,259                    | 2,79               | 1,27                     | 0,47        | 0,52                     | 1,31                      | 0,42 |           |
| 20-40-4   | 2,25                                       | 1,77                        | 1,47            | 0,48        | 0,252                    | 3,59               | 1,26                     | 0,60        | 0,52                     | 1,30                      | 0,42 |           |
| 30-45-3   | 2,19                                       | 1,72                        | 1,43            | 0,70        | 0,441                    | 4,48               | 1,43                     | 1,60        | 0,86                     | 1,54                      | 0,64 |           |
| 30-45-4   | 2,87                                       | 2,25                        | 1,48            | 0,74        | 0,436                    | 5,78               | 1,42                     | 2,05        | 0,85                     | 1,52                      | 0,64 |           |
| 30-45-5   | 3,53                                       | 2,77                        | 1,52            | 0,78        | 0,430                    | 6,99               | 1,41                     | 2,47        | 0,84                     | 1,51                      | 0,64 | 10        |
| 30-60-5   | 4,29                                       | 3,37                        | 2,15            | 0,68        | 0,256                    | 15,6               | 1,90                     | 2,60        | 0,78                     | 1,96                      | 0,63 | 24        |
| 30-60-7   | 5,85                                       | 4,59                        | 2,24            | 0,76        | 0,248                    | 20,7               | 1,88                     | 3,41        | 0,76                     | 1,93                      | 0,62 | 22        |
| 40-50-3   | 2,63                                       | 2,06                        | 1,48            | 0,99        | 0,632                    | 6,58               | 1,58                     | 3,76        | 1,20                     | 1,79                      | 0,85 |           |
| 40-50-4   | 3,46                                       | 2,71                        | 1,52            | 1,03        | 0,629                    | 8,54               | 1,57                     | 4,86        | 1,19                     | 1,78                      | 0,84 |           |
| 40-50-5   | 4,27                                       | 3,35                        | 1,56            | 1,07        | 0,625                    | 10,4               | 1,56                     | 5,89        | 1,18                     | 1,76                      | 0,84 | 6         |
| 40-60-5   | 4,79                                       | 3,76                        | 1,96            | 0,97        | 0,437                    | 17,2               | 1,89                     | 6,11        | 1,13                     | 2,03                      | 0,86 | 15        |
| 40-60-6   | 5,68                                       | 4,46                        | 2,00            | 1,01        | 0,433                    | 20,1               | 1,88                     | 7,12        | 1,12                     | 2,02                      | 0,85 | 15        |
| 40-60-7   | 6,55                                       | 5,14                        | 2,04            | 1,05        | 0,429                    | 23,0               | 1,87                     | 8,07        | 1,11                     | 2,00                      | 0,85 | 12        |
| 40-80-4   | 4,69                                       | 3,68                        | 2,76            | 0,80        | 0,265                    | 31,1               | 2,57                     | 5,32        | 1,07                     | 2,65                      | 0,85 |           |
| 40-80-6   | 4,89                                       | 5,41                        | 2,85            | 0,88        | 0,259                    | 44,9               | 2,55                     | 7,59        | 1,05                     | 2,63                      | 0,84 | 35        |
| 40-80-8   | 9,01                                       | 7,07                        | 2,94            | 0,95        | 0,253                    | 57,6               | 2,53                     | 9,68        | 1,04                     | 2,60                      | 0,84 | 30        |
| 50-65-5   | 5,54                                       | 4,35                        | 1,99            | 1,25        | 0,583                    | 23,1               | 2,04                     | 11,9        | 1,47                     | 2,28                      | 1,06 | 8         |
| 50-65-7   | 7,60                                       | 5,97                        | 2,07            | 1,33        | 0,574                    | 31,0               | 2,02                     | 15,8        | 1,44                     | 2,25                      | 1,05 | 6         |
| 50-65-9   | 9,58                                       | 7,52                        | 2,15            | 1,41        | 0,567                    | 38,2               | 2,00                     | 19,4        | 1,42                     | 2,22                      | 1,05 | 6         |
| 50-100-6  | 8,73                                       | 6,85                        | 3,49            | 1,04        | 0,263                    | 89,7               | 3,20                     | 15,3        | 1,32                     | 3,30                      | 1,06 | 45        |
| 50-100-8  | 11,5                                       | 8,99                        | 3,59            | 1,13        | 0,258                    | 116                | 3,18                     | 19,5        | 1,31                     | 3,28                      | 1,05 | 40        |
| 50-100-10   | 14,1                                       | 11,1                        | 3,67            | 1,20        | 0,252                    | 141                | 3,16                     | 23,4        | 1,29                     | 3,25                      | 1,04 | 40        |
| 55-75-5   | 6,30                                       | 4,95                        | 2,31            | 1,33        | 0,530                    | 35,5               | 2,37                     | 16,2        | 1,60                     | 2,61                      | 1,17 | 12        |
| 55-75-7   | 8,66                                       | 6,80                        | 2,40            | 1,41        | 0,525                    | 47,9               | 2,35                     | 21,8        | 1,59                     | 2,59                      | 1,17 | 10        |
| 55-75-9   | 10,9                                       | 8,59                        | 2,47            | 1,48        | 0,518                    | 59,4               | 2,33                     | 26,8        | 1,57                     | 2,55                      | 1,16 | 10        |
| 60-90-6   | 8,69                                       | 6,82                        | 2,89            | 1,41        | 0,442                    | 71,7               | 2,87                     | 25,8        | 1,72                     | 3,09                      | 1,30 | 22        |
| 60-90-8   | 11,4                                       | 8,96                        | 2,97            | 1,49        | 0,437                    | 92,5               | 2,85                     | 33,0        | 1,70                     | 3,06                      | 1,29 | 20        |
| 60-90-10  | 14,1                                       | 11,0                        | 3,05            | 1,56        | 0,431                    | 112                | 2,82                     | 39,6        | 1,68                     | 3,02                      | 1,28 | 20        |
| 65-75-6   | 8,11                                       | 6,37                        | 2,19            | 1,70        | 0,740                    | 44,0               | 2,33                     | 30,7        | 1,94                     | 2,73                      | 1,34 |           |
| 65-75-8   | 10,6                                       | 8,34                        | 2,28            | 1,78        | 0,736                    | 56,7               | 2,31                     | 39,4        | 1,92                     | 2,70                      | 1,33 |           |
| 65-75-10  | 13,1                                       | 10,3                        | 2,35            | 1,86        | 0,732                    | 68,4               | 2,29                     | 47,3        | 1,90                     | 2,66                      | 1,33 |           |
| 65-80-6   | 8,41                                       | 6,60                        | 2,39            | 1,65        | 0,649                    | 52,8               | 2,51                     | 31,2        | 1,93                     | 2,85                      | 1,36 | 6         |
| 65-80-8   | 11,0                                       | 8,66                        | 2,47            | 1,73        | 0,645                    | 68,1               | 2,49                     | 40,1        | 1,91                     | 2,82                      | 1,36 | 6         |
| 65-80-10  | 13,6                                       | 10,7                        | 2,55            | 1,81        | 0,640                    | 82,2               | 2,46                     | 48,3        | 1,89                     | 2,79                      | 1,35 |           |
| 65-80-12  | 16,0                                       | 12,6                        | 2,63            | 1,88        | 0,634                    | 95,4               | 2,44                     | 55,8        | 1,87                     | 2,76                      | 1,35 |           |

## Ungleichschenklige L-Eisen (Fortsetzung).

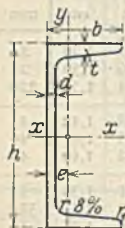
| Bezeichnung<br>und<br>Schenkel-<br>breiten u.<br>-dicken<br>mm | Quer-<br>schnitt<br>$F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht<br>$G$<br>kg/m | Lage der Achsen |             |                            | Für die Biegeachse       |             |                          |             |                          |                           | $a$<br>mm |
|--|--|------------------------|-----------------|-------------|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|---------------------------|-----------|
|  |  |                        | Abstände        |             | $\operatorname{tg} \alpha$ | $x-x$                    |             | $y-y$                    |             | $\xi-\xi$                | $\eta-\eta$               |           |
|  |  |                        | $e_x$<br>cm     | $e_y$<br>cm |                            | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $i_x$<br>cm | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $i_y$<br>cm | $\xi =$<br>max $i$<br>cm | $\eta =$<br>min $i$<br>cm |           |
| 65-100-7   | 11,2                                       | 8,77                   | 3,23            | 1,51        | 0,419                      | 113                      | 3,17        | 37,6                     | 1,84        | 3,39                     | 1,39                      | 26        |
| 65-100-9   | 14,2                                       | 11,1                   | 3,32            | 1,59        | 0,415                      | 141                      | 3,15        | 46,7                     | 1,82        | 3,36                     | 1,39                      | 24        |
| 65-100-11  | 17,1                                       | 13,4                   | 3,40            | 1,67        | 0,410                      | 167                      | 3,13        | 55,1                     | 1,80        | 3,34                     | 1,38                      | 220       |
| 65-115-6   | 10,5                                       | 8,25                   | 3,85            | 1,38        | 0,327                      | 145                      | 3,71        | 34,4                     | 1,81        | 3,88                     | 1,42                      | 45        |
| 65-115-8   | 13,8                                       | 10,9                   | 3,94            | 1,46        | 0,324                      | 188                      | 3,69        | 44,2                     | 1,79        | 3,85                     | 1,41                      | 40        |
| 65-115-10  | 17,1                                       | 13,4                   | 4,02            | 1,54        | 0,321                      | 229                      | 3,66        | 53,3                     | 1,77        | 3,82                     | 1,40                      | 40        |
| 65-130-8   | 15,1                                       | 11,9                   | 4,56            | 1,37        | 0,263                      | 263                      | 4,17        | 44,8                     | 1,72        | 4,31                     | 1,38                      | 55        |
| 65-130-10  | 18,6                                       | 14,6                   | 4,65            | 1,45        | 0,259                      | 321                      | 4,15        | 54,2                     | 1,71        | 4,27                     | 1,37                      | 555       |
| 65-130-12  | 22,1                                       | 17,3                   | 4,74            | 1,53        | 0,255                      | 376                      | 4,12        | 63,0                     | 1,69        | 4,24                     | 1,37                      | 50        |
| 75-90-7  | 11,1                                       | 8,74                   | 2,67            | 1,93        | 0,683                      | 88,1                     | 2,81        | 55,5                     | 2,23        | 3,24                     | 1,56                      |           |
| 75-90-9  | 14,1                                       | 11,1                   | 2,76            | 2,01        | 0,679                      | 110                      | 2,79        | 69,1                     | 2,21        | 3,21                     | 1,56                      |           |
| 75-90-11   | 17,0                                       | 13,4                   | 2,83            | 2,09        | 0,675                      | 130                      | 2,77        | 81,7                     | 2,19        | 3,17                     | 1,55                      |           |
| 75-100-7   | 11,9                                       | 9,32                   | 3,06            | 1,83        | 0,553                      | 118                      | 3,15        | 56,9                     | 2,19        | 3,49                     | 1,59                      | 15        |
| 75-100-9   | 15,1                                       | 11,8                   | 3,15            | 1,91        | 0,549                      | 148                      | 3,13        | 71,0                     | 2,17        | 3,47                     | 1,59                      | 12        |
| 75-100-11  | 18,2                                       | 14,3                   | 3,23            | 1,99        | 0,545                      | 176                      | 3,11        | 84,0                     | 2,15        | 3,44                     | 1,58                      | 10        |
| 75-130-8   | 15,9                                       | 12,5                   | 4,36            | 1,65        | 0,339                      | 276                      | 4,17        | 68,3                     | 2,08        | 4,37                     | 1,61                      | 45        |
| 75-130-10  | 19,6                                       | 15,4                   | 4,45            | 1,73        | 0,336                      | 337                      | 4,14        | 82,9                     | 2,06        | 4,34                     | 1,61                      | 45        |
| 75-130-12  | 23,3                                       | 18,3                   | 4,53            | 1,81        | 0,332                      | 395                      | 4,12        | 96,5                     | 2,04        | 4,31                     | 1,60                      | 40        |
| 75-150-9   | 19,5                                       | 15,3                   | 5,28            | 1,57        | 0,265                      | 455                      | 4,83        | 78,3                     | 2,00        | 4,98                     | 1,60                      | 65        |
| 75-150-11  | 23,6                                       | 18,6                   | 5,37            | 1,65        | 0,261                      | 545                      | 4,80        | 93,0                     | 1,98        | 4,95                     | 1,59                      | 60        |
| 75-150-13  | 27,7                                       | 21,7                   | 5,45            | 1,73        | 0,258                      | 631                      | 4,78        | 107                      | 1,96        | 4,91                     | 1,58                      | 60        |
| 75-170-10  | 23,7                                       | 18,6                   | 6,21            | 1,52        | 0,214                      | 709                      | 5,47        | 88,2                     | 1,93        | 5,59                     | 1,57                      | 80        |
| 75-170-12  | 28,1                                       | 22,1                   | 6,30            | 1,60        | 0,210                      | 834                      | 5,45        | 103                      | 1,91        | 5,56                     | 1,57                      | 80        |
| 75-170-14  | 32,5                                       | 25,5                   | 6,39            | 1,68        | 0,207                      | 955                      | 5,42        | 117                      | 1,89        | 5,53                     | 1,56                      | 75        |
| 75-170-16  | 36,8                                       | 28,9                   | 6,47            | 1,76        | 0,204                      | 1070                     | 5,39        | 130                      | 1,88        | 5,50                     | 1,55                      | 75        |
| 80-120-8   | 15,5                                       | 12,2                   | 3,83            | 1,87        | 0,441                      | 226                      | 3,82        | 80,8                     | 2,29        | 4,10                     | 1,72                      | 30        |
| 80-120-10  | 19,1                                       | 15,0                   | 3,92            | 1,95        | 0,438                      | 276                      | 3,80        | 98,1                     | 2,27        | 4,07                     | 1,71                      | 28        |
| 80-120-12  | 22,7                                       | 17,8                   | 4,00            | 2,03        | 0,433                      | 323                      | 3,77        | 114                      | 2,25        | 4,04                     | 1,71                      | 26        |
| 80-120-14  | 26,2                                       | 20,5                   | 4,08            | 2,10        | 0,429                      | 368                      | 3,75        | 130                      | 2,23        | 4,01                     | 1,70                      | 24        |
| 90-110-9   | 17,3                                       | 13,6                   | 3,30            | 2,32        | 0,652                      | 204                      | 3,43        | 122                      | 2,66        | 3,90                     | 1,89                      | 6         |
| 90-110-11  | 20,9                                       | 16,4                   | 3,38            | 2,40        | 0,650                      | 243                      | 3,41        | 146                      | 2,64        | 3,88                     | 1,88                      | 6         |
| 90-110-13  | 24,5                                       | 19,2                   | 3,46            | 2,48        | 0,648                      | 281                      | 3,39        | 168                      | 2,62        | 3,85                     | 1,88                      |           |
| 90-130-10  | 21,2                                       | 16,6                   | 4,15            | 2,18        | 0,472                      | 358                      | 4,11        | 141                      | 2,58        | 4,46                     | 1,93                      | 26        |
| 90-130-12  | 25,1                                       | 19,7                   | 4,24            | 2,26        | 0,468                      | 420                      | 4,09        | 165                      | 2,56        | 4,43                     | 1,92                      | 24        |
| 90-130-14  | 29,0                                       | 22,8                   | 4,32            | 2,34        | 0,465                      | 480                      | 4,07        | 187                      | 2,54        | 4,40                     | 1,91                      | 22        |
| 90-150-10  | 23,2                                       | 18,2                   | 4,99            | 2,03        | 0,363                      | 532                      | 4,79        | 146                      | 2,51        | 5,05                     | 1,94                      | 50        |
| 90-150-12  | 27,5                                       | 21,6                   | 5,08            | 2,11        | 0,360                      | 626                      | 4,77        | 170                      | 2,49        | 5,02                     | 1,93                      | 45        |
| 90-150-14  | 31,8                                       | 25,0                   | 5,16            | 2,19        | 0,357                      | 716                      | 4,75        | 194                      | 2,47        | 4,99                     | 1,92                      | 45        |
| 90-250-10  | 33,2                                       | 26,0                   | 9,49            | 1,57        | 0,156                      | 2170                     | 8,09        | 163                      | 2,22        | 8,18                     | 1,84                      | 140       |
| 90-250-12  | 39,5                                       | 31,0                   | 9,59            | 1,65        | 0,154                      | 2570                     | 8,06        | 191                      | 2,20        | 8,15                     | 1,83                      | 130       |
| 90-250-14  | 45,8                                       | 36,0                   | 9,68            | 1,74        | 0,152                      | 2960                     | 8,03        | 218                      | 2,18        | 8,12                     | 1,82                      | 130       |
| 90-250-16  | 52,0                                       | 40,8                   | 9,77            | 1,82        | 0,150                      | 3330                     | 8,01        | 243                      | 2,16        | 8,09                     | 1,82                      | 130       |
| 100-150-10   | 24,2                                       | 19,0                   | 4,80            | 2,34        | 0,442                      | 552                      | 4,78        | 198                      | 2,86        | 5,13                     | 2,15                      | 35        |
| 100-150-12   | 28,7                                       | 22,6                   | 4,89            | 2,42        | 0,439                      | 650                      | 4,76        | 232                      | 2,84        | 5,10                     | 2,15                      | 35        |
| 100-150-14   | 33,2                                       | 26,1                   | 4,97            | 2,50        | 0,435                      | 744                      | 4,73        | 264                      | 2,82        | 5,07                     | 2,14                      | 35        |
| 100-200-10   | 29,2                                       | 23,0                   | 6,93            | 2,01        | 0,266                      | 1220                     | 6,46        | 210                      | 2,68        | 6,66                     | 2,14                      | 90        |
| 100-200-12   | 34,8                                       | 27,3                   | 7,03            | 2,10        | 0,264                      | 1440                     | 6,43        | 247                      | 2,67        | 6,63                     | 2,13                      | 90        |
| 100-200-14   | 40,3                                       | 31,6                   | 7,12            | 2,18        | 0,262                      | 1650                     | 6,41        | 282                      | 2,65        | 6,60                     | 2,12                      | 80        |
| 100-200-16   | 45,7                                       | 35,9                   | 7,20            | 2,26        | 0,259                      | 1860                     | 6,38        | 316                      | 2,63        | 6,57                     | 2,11                      | 80        |
| 100-200-18   | 51,0                                       | 40,0                   | 7,29            | 2,34        | 0,256                      | 2060                     | 6,36        | 347                      | 2,61        | 6,54                     | 2,11                      | 80        |



Deutsche Bau- $\square$ -Eisen nach DIN 1026 Blatt 1  
und Wagenbau- $\square$ -Eisen nach DIN 1026 Blatt 3.

Regellängen = 4 bis einschl. 12 m.

Abrundungen  $r = t$ ,  $r_1 = \frac{t}{2}$ .



Für  
Knick-  
stäbe



$i_2 = \min i$  stimmt überein mit dem  $i_x$  des einfachen Eisens. und  $a_2$  ist das gerundete  $M$  für angenähert  $J_1 = J_2 + 10\%$  dabei ist  $a_2$  bei den kleineren Profilen wegen Ausführung der Nietarbeit größer gehalten als erforderlich.

| Bezeichnung<br>$\square$ | Abmessungen<br>in mm |      |      |      | Querschnitt<br>$F$<br>cm <sup>3</sup> | Gewicht<br>$G$<br>kg/m | Abstand der<br>Schwerachse<br>$e$<br>cm | Für die Biegeachse       |                          |             |                          |                          |             | Abstände |       |
|--------------------------|----------------------|------|------|------|---------------------------------------|------------------------|---|--------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|-------------|----------|-------|
|                          | $h$                  | $b$  | $d$  | $t$  |                                       |                        |   | $x - x$                  |                          |             | $y - y$                  |                          |             | $a_1$    | $a_2$ |
|                          |                      |      |      |      |                                       |                        |   | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> | $i_x$<br>cm | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $W_y$<br>cm <sup>3</sup> | $i_y$<br>cm |          |       |
| 3                        | 30                   | 33   | 5    | 7    | 5,44                                  | 4,27                   | 1,31                                    | 6,4                      | 4,26                     | 1,08        | 5,33                     | 2,68                     | 0,99        | —        | —     |
| 4                        | 40                   | 35   | 5    | 7    | 6,21                                  | 4,87                   | 1,33                                    | 14,1                     | 7,05                     | 1,50        | 6,68                     | 3,08                     | 1,04        | —        | —     |
| 5                        | 50                   | 38   | 5    | 7    | 7,12                                  | 5,59                   | 1,37                                    | 26,4                     | 10,6                     | 1,92        | 9,12                     | 3,75                     | 1,13        | —        | —     |
| 6%                       | 65                   | 42   | 5,5  | 7,5  | 9,03                                  | 7,09                   | 1,42                                    | 57,5                     | 17,7                     | 2,52        | 14,1                     | 5,07                     | 1,25        | 20       | 150   |
| 8                        | 80                   | 45   | 6    | 8    | 11,0                                  | 8,64                   | 1,45                                    | 106                      | 26,5                     | 3,10        | 19,4                     | 6,36                     | 1,33        | 30       | 150   |
| 10                       | 100                  | 50   | 6    | 8,5  | 13,5                                  | 10,6                   | 1,55                                    | 206                      | 41,2                     | 3,91        | 29,3                     | 8,49                     | 1,47        | 45       | 160   |
| 12                       | 120                  | 55   | 7    | 9    | 17,0                                  | 13,4                   | 1,60                                    | 364                      | 60,7                     | 4,62        | 43,2                     | 11,1                     | 1,59        | 60       | 170   |
| 14                       | 140                  | 60   | 7    | 10   | 20,4                                  | 16,0                   | 1,75                                    | 605                      | 86,4                     | 5,45        | 62,7                     | 14,8                     | 1,75        | 75       | 180   |
| 16                       | 160                  | 65   | 7,5  | 10,5 | 24,0                                  | 18,8                   | 1,84                                    | 925                      | 116                      | 6,21        | 85,3                     | 18,3                     | 1,89        | 90       | 190   |
| 18                       | 180                  | 70   | 8    | 11   | 28,0                                  | 22,0                   | 1,92                                    | 1350                     | 150                      | 6,95        | 114                      | 22,4                     | 2,02        | 100      | 200   |
| 20                       | 200                  | 75   | 8,5  | 11,5 | 32,2                                  | 25,3                   | 2,01                                    | 1910                     | 191                      | 7,70        | 148                      | 27,0                     | 2,14        | 115      | 210   |
| 22                       | 220                  | 80   | 9    | 12,5 | 37,4                                  | 29,4                   | 2,14                                    | 2690                     | 245                      | 8,48        | 197                      | 33,6                     | 2,30        | 130      | 240   |
| 24                       | 240                  | 85   | 9,5  | 13   | 42,3                                  | 33,2                   | 2,23                                    | 3600                     | 300                      | 9,22        | 248                      | 39,6                     | 2,42        | 145      | 250   |
| 26                       | 260                  | 90   | 10   | 14   | 48,3                                  | 37,9                   | 2,36                                    | 4820                     | 371                      | 9,99        | 317                      | 47,7                     | 2,56        | 160      | 260   |
| 28                       | 280                  | 95   | 10   | 15   | 53,3                                  | 41,8                   | 2,53                                    | 6280                     | 448                      | 10,9        | 399                      | 57,2                     | 2,74        | 170      | 280   |
| 30                       | 300                  | 100  | 10   | 16   | 58,8                                  | 46,2                   | 2,70                                    | 8030                     | 535                      | 11,7        | 495                      | 67,8                     | 2,90        | 190      | 300   |
| 32                       | 320                  | 100  | 14   | 17,5 | 75,8                                  | 59,5                   | 2,60                                    | 10870                    | 679                      | 12,1        | 597                      | 80,6                     | 2,81        | 200      | 300   |
| 35                       | 350                  | 100  | 14   | 16   | 77,3                                  | 60,6                   | 2,40                                    | 12840                    | 734                      | 12,9        | 570                      | 75,0                     | 2,72        | 220      | 320   |
| 38                       | 381                  | 102  | 13,3 | 16   | 79,7                                  | 62,6                   | 2,35                                    | 15730                    | 826                      | 14,1        | 613                      | 78,4                     | 2,78        | 250      | 340   |
| 40                       | 400                  | 110  | 14   | 18   | 91,5                                  | 71,8                   | 2,65                                    | 20350                    | 1020                     | 14,9        | 846                      | 102                      | 3,04        | 260      | 360   |
| F 14                     | 140                  | 40   | 4    | 6    | 9,90                                  | 7,78                   | 1,02                                    | 285                      | 40,6                     | 5,36        | 12,5                     | 4,21                     | 1,12        | —        | —     |
| 76/55                    | 76                   | 55   | 10   | 11,2 | 17,6                                  | 13,8                   | 1,95                                    | 142                      | 37,3                     | 2,84        | 45,1                     | 12,7                     | 1,60        | —        | —     |
| 91,5/26,5                | 91,5                 | 26,5 | 8,5  | 10,7 | 11,8                                  | 9,27                   | 0,85                                    | 119                      | 26,0                     | 3,18        | 5,40                     | 3,00                     | 0,68        | —        | —     |
| 105/65                   | 105                  | 65   | 8    | 8    | 17,3                                  | 13,6                   | 1,88                                    | 287                      | 54,7                     | 4,07        | 61,2                     | 13,2                     | 1,88        | —        | —     |
| 145/60                   | 145                  | 60   | 8    | 8    | 19,8                                  | 15,6                   | 1,50                                    | 585                      | 80,7                     | 5,45        | 53,6                     | 11,9                     | 1,65        | —        | —     |
| 235/90                   | 235                  | 90   | 10   | 12   | 42,4                                  | 33,3                   | 2,28                                    | 3430                     | 292                      | 9,00        | 272                      | 40,5                     | 2,53        | —        | —     |
| 300/75                   | 300                  | 75   | 10   | 10   | 42,8                                  | 33,6                   | 1,50                                    | 4930                     | 328                      | 10,7        | 145                      | 24,2                     | 1,84        | —        | —     |
| 300/78                   | 300                  | 78   | 10   | 13   | 47,6                                  | 37,4                   | 1,80                                    | 5860                     | 393                      | 11,1        | 209                      | 34,7                     | 2,10        | —        | —     |

Über weitere seltener gebrauchte Eisen für den Schiffbau vgl. DIN 1026 Blatt 2.

F 14 ist ein Sonderprofil für den Fachwerkbau.

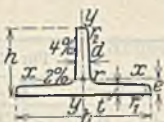
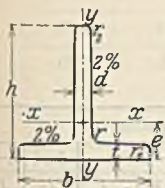
$\square$  38 entspricht dem alten engl. Normalprofil BSC (15"·4") mit einer Neigung der inneren Flächen von 2%.

Wagenbauprofil

### Hochstegige und breitfüßige $\perp$ -Eisen nach DIN 1024.

Regellängen 3 bis einschl. 10 m.

Abrundungen  $r = d$ ,  $r_1 = \frac{d}{2}$ ,  $r_2 = \frac{d}{4}$



Für Knickstäbe.



$i_1 = \min i$  stimmt überein mit dem  $i_y$  des einfachen Eisens. Knickachse ist Achse 1 bei beliebigen  $a$ .

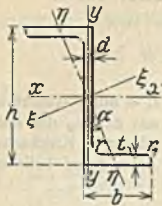


$i_1 = \min i$  stimmt überein mit dem  $i_y$  des einfachen Eisens.  $a$  ist das gerundete Maß für angenähert  $J_2 = J_1 + 10\%$ .

| Bezeichnung  | Abmessungen in mm |            |     | Querschnitt $F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht $G$<br>kg/m | Abstand der Schwerachse<br>cm | Für die Biegeachse |                          |                          |             |                          |                          | Abstand $a$<br>mm |             |    |
|--------------|-------------------|------------|-----|------------------------------------|---------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|-------------|----|
|              | $i$               | $b$        | $h$ |                                    |                     |                               | $d=t$              | $x-x$                    |                          |             | $y-y$                    |                          |                   |             |    |
|              |                   |            |     |                                    |                     |                               |                    | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> | $i_x$<br>cm | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $W_y$<br>cm <sup>3</sup> |                   | $i_y$<br>cm |    |
| hochstegig   | 1½                | 15         | 15  | 3                                  | 0,82                | 0,65                          | 0,46               | 0,15                     | 0,14                     | 0,43        | 0,08                     | 0,11                     | 0,32              |             |    |
|              | 2                 | 20         | 20  | 3                                  | 1,12                | 0,88                          | 0,58               | 0,38                     | 0,27                     | 0,58        | 0,20                     | 0,20                     | 0,42              |             |    |
|              | 2½                | 25         | 25  | 3,5                                | 1,64                | 1,29                          | 0,73               | 0,87                     | 0,49                     | 0,73        | 0,43                     | 0,34                     | 0,51              |             |    |
|              | 3                 | 30         | 30  | 4                                  | 2,26                | 1,77                          | 0,85               | 1,72                     | 0,80                     | 0,87        | 0,87                     | 0,58                     | 0,62              |             |    |
|              | 3½                | 35         | 35  | 4,5                                | 2,97                | 2,33                          | 0,99               | 3,10                     | 1,23                     | 1,04        | 1,57                     | 0,90                     | 0,73              |             |    |
|              | 4                 | 40         | 40  | 5                                  | 3,77                | 2,96                          | 1,12               | 5,28                     | 1,84                     | 1,18        | 2,58                     | 1,29                     | 0,83              |             |    |
|              | 4½                | 45         | 45  | 5,5                                | 4,67                | 3,67                          | 1,26               | 8,13                     | 2,51                     | 1,32        | 4,01                     | 1,78                     | 0,93              |             |    |
|              | 5                 | 50         | 50  | 6                                  | 5,66                | 4,44                          | 1,39               | 12,1                     | 3,36                     | 1,46        | 6,06                     | 2,42                     | 1,03              |             |    |
|              | 6                 | 60         | 60  | 7                                  | 7,94                | 6,23                          | 1,66               | 23,8                     | 5,48                     | 1,73        | 12,2                     | 4,07                     | 1,24              |             |    |
|              | 7                 | 70         | 70  | 8                                  | 10,6                | 8,32                          | 1,94               | 44,5                     | 8,79                     | 2,05        | 22,1                     | 6,32                     | 1,44              |             |    |
|              | 8                 | 80         | 80  | 9                                  | 13,6                | 10,7                          | 2,22               | 73,7                     | 12,8                     | 2,33        | 37,0                     | 9,25                     | 1,65              |             |    |
|              | 9                 | 90         | 90  | 10                                 | 17,1                | 13,4                          | 2,48               | 119                      | 18,2                     | 2,64        | 58,5                     | 13,0                     | 1,85              |             |    |
|              | 10                | 100        | 100 | 11                                 | 20,9                | 16,4                          | 2,74               | 179                      | 24,6                     | 2,92        | 88,3                     | 17,7                     | 2,05              |             |    |
|              | 12                | 120        | 120 | 13                                 | 29,6                | 23,2                          | 3,28               | 366                      | 42,0                     | 3,51        | 178                      | 29,7                     | 2,45              |             |    |
|              | 14                | 140        | 140 | 15                                 | 39,9                | 31,3                          | 3,80               | 660                      | 64,7                     | 4,07        | 330                      | 47,2                     | 2,88              |             |    |
|              | 16                | 160        | 160 | 15                                 | 45,8                | 35,9                          | 4,20               | 1010                     | 85,8                     | 4,68        | 490                      | 61,3                     | 3,27              |             |    |
|              | 18                | 180        | 180 | 18                                 | 61,7                | 48,5                          | 4,80               | 1720                     | 130                      | 5,27        | 857                      | 95,2                     | 3,73              |             |    |
|              | breitfüßig        | 6-3        | 60  | 30                                 | 5,5                 | 4,64                          | 3,64               | 0,67                     | 2,58                     | 1,11        | 0,75                     | 8,62                     | 2,87              | 1,36        | 12 |
| 7-3½         |                   | 70         | 35  | 6                                  | 5,94                | 4,66                          | 0,77               | 4,49                     | 1,65                     | 0,87        | 15,1                     | 4,31                     | 1,59              | 15          |    |
| 8-4          |                   | 80         | 40  | 7                                  | 7,91                | 6,21                          | 0,88               | 7,81                     | 2,50                     | 0,99        | 28,5                     | 7,13                     | 1,90              | 18          |    |
| 9-4½         |                   | 90         | 45  | 8                                  | 10,2                | 8,01                          | 1,00               | 12,7                     | 3,63                     | 1,11        | 46,1                     | 10,2                     | 2,12              | 20          |    |
| 10-5         |                   | 100        | 50  | 8,5                                | 12,0                | 9,42                          | 1,09               | 18,7                     | 4,78                     | 1,25        | 67,7                     | 13,5                     | 2,38              | 22          |    |
| 12-6         |                   | 120        | 60  | 10                                 | 17,0                | 13,4                          | 1,30               | 38,0                     | 8,09                     | 1,49        | 137                      | 22,8                     | 2,84              | 26          |    |
| 14-7         |                   | 140        | 70  | 11,5                               | 22,8                | 17,9                          | 1,51               | 68,9                     | 12,6                     | 1,74        | 258                      | 36,9                     | 3,36              | 32          |    |
| 16-8         |                   | 160        | 80  | 13                                 | 29,5                | 23,2                          | 1,72               | 117                      | 18,6                     | 1,99        | 422                      | 52,8                     | 3,78              | 34          |    |
| 18-9         |                   | 180        | 90  | 14,5                               | 37,0                | 29,1                          | 1,93               | 185                      | 26,2                     | 2,24        | 670                      | 74,4                     | 4,25              | 38          |    |
| 20-10        |                   | 200        | 100 | 16                                 | 45,4                | 35,6                          | 2,14               | 277                      | 35,2                     | 2,47        | 1000                     | 100                      | 4,69              | 44          |    |
| Sonderprofil |                   | W100-90/10 | 100 | 90                                 | 10                  | 17,9                          | 14,0               | 2,25                     | 111                      | 16,4        | 2,49                     | 79,7                     | 15,9              | 2,11        |    |
|              |                   | W120-80/10 | 120 | 80                                 | 10                  | 18,9                          | 14,8               | 1,80                     | 84,4                     | 13,6        | 2,11                     | 138                      | 23,0              | 2,70        |    |
|              | S200-150/19       | 200        | 150 | 19                                 | 62,5                | 49,1                          | 3,60               | 1020                     | 88,7                     | 4,05        | 1190                     | 119                      | 4,36              |             |    |



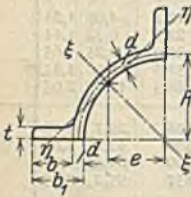
└-Eisen nach DIN 1027.



Regellängen = 1 bis 10 m für  $Z \geq 4$ ,  
 " = 3 " 8 m "  $Z = 3 - 1$ .  
 Abrundungen  $r = t$ ,  $r_1 = \frac{t}{2}$ .

| Bezeichnung<br>└ | Abmessungen in mm |    |     |     | Querschnitt<br>$F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht<br>$G$<br>kg/m | Achsenlage<br>tg $\alpha$ | Für die Biegeachse       |                          |             |                          |                          |             |                              |                               |
|------------------|-------------------|----|-----|-----|---------------------------------------|------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|-------------|------------------------------|-------------------------------|
|                  | h                 | b  | a   | t   |                                       |                        |                           | x-x                      |                          |             | y-y                      |                          |             | $J_{\xi}$<br>cm <sup>4</sup> | $J_{\eta}$<br>cm <sup>4</sup> |
|                  |                   |    |     |     |                                       |                        |                           | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> | $i_x$<br>cm | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $W_y$<br>cm <sup>3</sup> | $i_y$<br>cm |                              |                               |
| 3                | 30                | 38 | 4   | 4,5 | 4,32                                  | 3,39                   | 1,655                     | 5,96                     | 3,97                     | 1,17        | 13,7                     | 3,80                     | 1,78        | 18,1                         | 3,0                           |
| 4                | 40                | 40 | 4,5 | 5   | 5,43                                  | 4,26                   | 1,181                     | 13,5                     | 6,75                     | 1,58        | 17,6                     | 4,66                     | 1,80        | 28,0                         | 4,5                           |
| 5                | 50                | 43 | 5   | 5,5 | 6,77                                  | 5,31                   | 0,939                     | 26,3                     | 10,5                     | 1,97        | 23,8                     | 5,88                     | 1,88        | 44,9                         | 5,2                           |
| 6                | 60                | 45 | 5   | 6   | 7,91                                  | 6,21                   | 0,779                     | 44,7                     | 14,9                     | 2,38        | 30,1                     | 7,09                     | 1,95        | 67,2                         | 7,6                           |
| 8                | 80                | 50 | 6   | 7   | 11,1                                  | 8,71                   | 0,588                     | 109                      | 27,3                     | 3,13        | 47,4                     | 10,1                     | 2,07        | 142                          | 14,7                          |
| 10               | 100               | 55 | 6,5 | 8   | 14,5                                  | 11,4                   | 0,492                     | 222                      | 44,4                     | 3,91        | 72,5                     | 14,0                     | 2,24        | 270                          | 24,6                          |
| 12               | 120               | 60 | 7   | 9   | 18,2                                  | 14,3                   | 0,433                     | 402                      | 67,0                     | 4,70        | 106                      | 18,8                     | 2,42        | 470                          | 37,7                          |
| 14               | 140               | 65 | 8   | 10  | 22,9                                  | 18,0                   | 0,385                     | 676                      | 96,6                     | 5,43        | 148                      | 24,3                     | 2,54        | 768                          | 56,4                          |
| 16               | 160               | 70 | 8,5 | 11  | 27,5                                  | 21,6                   | 0,357                     | 1050                     | 132                      | 6,20        | 211                      | 32,1                     | 2,77        | 1180                         | 79,5                          |
| 18               | 180               | 75 | 9,5 | 12  | 33,3                                  | 26,1                   | 0,329                     | 1600                     | 178                      | 6,92        | 270                      | 38,4                     | 2,84        | 1760                         | 110                           |
| 20               | 200               | 80 | 10  | 13  | 38,7                                  | 30,4                   | 0,313                     | 2300                     | 230                      | 7,71        | 357                      | 47,6                     | 3,04        | 2510                         | 147                           |

Quadrant-Eisen.



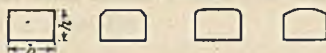
Regellängen = 1 bis einschließlich 10 m.  
 Abrundungen  $r = 0,12 R$ ,  $r_1 = \frac{r}{2}$ .



| Bezeichnung<br>└ | Abmessungen in mm |    |    |    |                | Für ein Eisen                      |                              | Für die volle Röhre           |  |                           |   |  |         |  |
|------------------|-------------------|----|----|----|----------------|------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--|---------------------------|---|--|---------|--|
|                  | R                 | b  | a  | t  | b <sub>1</sub> | Schwerpunkt-<br>abstand<br>e<br>cm | $J_{\xi}$<br>cm <sup>4</sup> | $J_{\eta}$<br>cm <sup>4</sup> | Quer-<br>schnitt<br>F<br>cm <sup>2</sup> | Ge-<br>wicht<br>G<br>kg/m | Für jede<br>Biege-<br>achse<br>J<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>= $W_y$<br>= min W<br>cm <sup>3</sup> | i<br>cm | $W_{\xi}$<br>= max W<br>= max W<br>cm <sup>3</sup> |
| 50·4             | 50                | 35 | 4  | 6  | 39             | 3,46                               | 110                          | 3,59                          | 29,8                                     | 23,4                      | 576   | 66,2   | 4,40    | 89,6   |
| 50·8             | 50                | 35 | 8  | 8  | 43             | 3,47                               | 159                          | 6,37                          | 48,0                                     | 37,7                      | 908   | 102  | 4,34    | 135  |
| 75·6             | 75                | 40 | 6  | 8  | 46             | 4,95                               | 360                          | 7,69                          | 54,8                                     | 43,2                      | 2070  | 175  | 6,14    | 237  |
| 75·10            | 75                | 40 | 10 | 10 | 50             | 4,97                               | 479                          | 13,3                          | 80,0                                     | 62,8                      | 2980  | 248  | 6,09    | 331  |
| 100·8            | 100               | 45 | 8  | 10 | 53             | 6,43                               | 909                          | 16,5                          | 88,0                                     | 69,2                      | 5460  | 367  | 7,88    | 497  |
| 100·12           | 100               | 45 | 12 | 12 | 57             | 6,49                               | 1140                         | 25,1                          | 120                                      | 94,4                      | 7480  | 495  | 7,89    | 664  |
| 125·10           | 125               | 50 | 10 | 12 | 60             | 8,02                               | 1880                         | 37,5                          | 129                                      | 101                       | 12160   | 675  | 9,70    | 917  |
| 125·14           | 125               | 50 | 14 | 14 | 64             | 8,00                               | 2390                         | 49,2                          | 169                                      | 132                       | 15780   | 867  | 9,66    | 1170   |
| 150·12           | 150               | 55 | 12 | 14 | 67             | 9,51                               | 3550                         | 73,2                          | 178                                      | 140                       | 23640   | 1126   | 11,5    | 1520   |
| 150·18           | 150               | 55 | 18 | 17 | 73             | 9,54                               | 4630                         | 104                           | 250                                      | 196                       | 32320   | 1510   | 11,4    | 2030   |

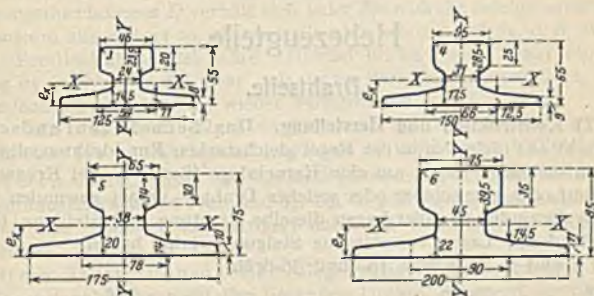
## Laufkranschienen.

Breite  $b$ , Höhe  $h$ .



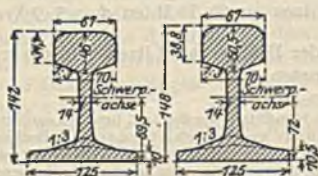
|               |         |         |         |         |         |                 |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------------|
| $b \cdot h =$ | 50 · 25 | 50 · 30 | 50 · 40 | 60 · 30 | 60 · 40 | mm              |
| $F =$         | 12,5    | 15      | 20      | 18      | 24      | cm <sup>2</sup> |
| $G =$         | 9,81    | 11,8    | 15,7    | 14,1    | 18,8    | kg/m            |

## Regelprofile.



| Profil-Nr. | Abmessungen in mm |      |                 | Querschnitt $F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht $G$<br>kg/m | Schwerpunkt-<br>abstand<br>von unten<br>$e$<br>cm | Für die Biegeachse       |                          |                          |                          |
|------------|-------------------|------|-----------------|------------------------------------|---------------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|            | Fuß-<br>breite    | Höhe | Kopf-<br>breite |                                    |                     |   | $x-x$                    |                          | $y-y$                    |                          |
|            |                   |      |                 |                                    |                     |   | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> | $J_y$<br>cm <sup>4</sup> | $W_y$<br>cm <sup>3</sup> |
| 1          | 125               | 55   | 45              | 28,7                               | 22,5                | 2,25  | 94,1                     | 29,1                     | 182                      | 29,2                     |
| 2          | 150               | 65   | 55              | 41,1                               | 32,2                | 2,65  | 185                      | 48,0                     | 329                      | 43,8                     |
| 3          | 175               | 75   | 65              | 55,8                               | 43,8                | 3,06  | 329                      | 74,0                     | 646                      | 73,8                     |
| 4          | 200               | 85   | 75              | 72,6                               | 57,0                | 3,52  | 523                      | 105                      | 989                      | 98,9                     |

## Eisenbahnschienen der deutschen Reichsbahn.



| Nr.  | Höhe<br>mm | Quer-<br>schnitt $F$<br>cm <sup>2</sup> | Gewicht $G$<br>kg/m | Für die Biegeachse $x-x$ |                          |
|------|------------|---|---------------------|--------------------------|--------------------------|
|      |            |   |                     | $J_x$<br>cm <sup>4</sup> | $W_x$<br>cm <sup>3</sup> |
| S 45 | 142        | 57,6                                    | 45,3                | 1530                     | 211                      |
| S 49 | 148        | 62,3                                    | 48,9                | 1780                     | 234                      |



## Fünfzehnter Abschnitt. Lasthebemaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

### Hebezeugteile.

#### Drahtseile.

(1002) **Konstruktion und Herstellung.** Das Sechslitzenrundseil. Die Litze besteht aus mehreren in der Regel gleichstarken Runddrähten, die schraubenartig in mehreren Lagen um eine Kerneinlage (Seele) — bei Kranseilen geteilter Hanf oder ebensolcher oder weicher Draht — derart gewunden werden, daß die Drahtwindungen aller Lagen dieselbe Richtung und Steigung, daher in den verschiedenen Lagen verschiedene Steigungswinkel haben.

Abb. 1 und 2 zeigt eine 18- und 36-drähige Litze.

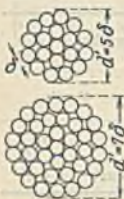


Abb. 1 u. 2.  
Litzenquerschnitte.

Sechs solcher Litzen werden in gleicher Weise um eine entsprechend größere Hanfseele oder um eine gleiche Litze aus weicheren Drähten gewunden, und zwar mit Gleichschlag (oder Albertschlag nach dem Erfinder der Drahtseile) bei entgegengesetzter Schraubenrichtung in Litze und Seil.

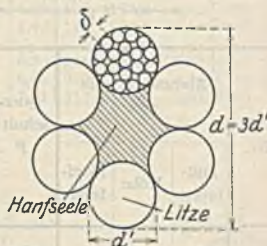


Abb. 3. Seilquerschnitt.

Nach Abb. 3 ist Seilstärke  $d = 3d'$ , demnach ist mit Drahtstärke  $\delta$

bei 6 Litzen zu 18 Drähten  $d = 3 \cdot 5 \delta = 15 \delta$ ,

bei 6 Litzen zu 36 Drähten  $d = 3 \cdot 7 \delta = 21 \delta$ ,

bei 6 Litzen zu 60 Drähten  $d = 3 \cdot 9 \delta = 27 \delta$ .

Wegen Schräglage der Drähte und Litzen sind die wirklichen  $d$  stets etwas größer als diese berechneten.

Weitere Seilarten für Sonderzwecke.

**Spiralseil:** 18 oder 36 Rundlitzen werden in 2 bzw. 3 Lagen um die Hanfseele in gleicher Richtung gewunden. Dreikant- und Flachlitzen-seil: außenliegende Litzenkanten liegen am Seilumfangkreis. Bei beiden Seilarten sind möglichst viele Drähte nach außen gelegt, wodurch Pressung zwischen Draht und Trommelrille verringert wird. Verwendung als Förderseile.

**Verschlossene Seile.** Äußere aus Formdrähten gebildete Drahtschicht bildet geschlossene zylindrische Oberfläche, wodurch das bei Seilherstellung eingebrachte Fett zurückgehalten und Heraustreten gebrochener Drahtenden verhindert wird. Als Tragselle für Kabelbahnen.

**Seilberechnung.** Das Kranseil ist mit Rücksicht auf zeitliche Zerstörung zu berechnen.

**Herstellungsspannungen.** Jeder Einzeldraht erhält bei der Seilherstellung starke Krümmungen, wobei die Streckgrenze des Drahtstoffes überschritten wird; denn ein aus dem Seil herausgenommener Draht behält seine

Doppelschraubenform zum Teil bei. Diese einmalige und dann bleibende Krümmung und Spannung hat wenig Einfluß auf die Zugfestigkeit des ganzen Seiles.

Nutzzugspannung. Bezeichnet

$S$  kg den Seilzug

$i$  die Gesamtzahl der tragenden Drähte

$\delta$  cm den Drahtdurchmesser

dann ist  $F = i \frac{\pi}{4} \delta^2 \text{ cm}^2$  der Nutzquerschnitt und unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung von  $S$  über alle Drähte (eine geringe zu erwartende Ungleichheit wird vernachlässigt) folgt Nutzzugspannung  $\sigma_s = S : F \text{ kg/cm}^2$ .

Arbeitsspannungen. Beim Lauf des Seiles über Rollen und Trommeln mit Biegungsdurchmesser  $D$  verhält sich jeder Einzeldraht infolge seiner Doppelschraubenform angenähert so, als ob er für sich gebogen würde, d. h. als ob das Seil ein Paralleldrahtbündel wäre. Hierbei erhält jeder Draht eine Biegespannung  $\sigma_b = E \delta : D$ , die zwar weit unter der Streckgrenze liegt, aber bei jeder Umlenkung auftritt und wieder verschwindet.

Bei dem üblichen  $D : \delta \approx 500$  und  $E = 2200000 \text{ kg/cm}^2$  ist  $\sigma_b = 2200000 : 500 = 4400 \text{ kg/cm}^2$ , während  $\sigma_s$  mindestens 10000 beträgt.

Wird bei mehreren Rollen das Seil stets gleichsinnig gebogen, dann wechseln diese Spannungen zwischen Null und  $\sigma_b$ , bei Gegenbiegung aber zwischen  $+\sigma_b$  und  $-\sigma_b$ , also erheblich ungünstiger; daher ist Gegenbiegung grundsätzlich zu vermeiden.

Weitere Zerstörungsquellen. Gegenseitiges Quetschen und Scheuern der an den Litzenberührungsstellen liegenden Drähte. Scheuern der die Rollen- und Trommelrillen berührenden Außendrähte bis zum Blankschleifen, was einem Kaltwalzen gleichkommt und diese Drahtstücke spröde macht, Scheuern an Rillenwänden und benachbarten Seillagen bei starker Seitenablenkung aus der Rillenmitte.

Gleich- und Kreuzschlagseile haben verschiedene Eigenschaften. Bei Kreuzschlag überschneiden sich benachbarte Drähte unter größerem Winkel und liefern daher stärkere gegenseitige Pressung als bei Gleichschlag; ferner sind bei Kreuzschlag die Außendrähte stärker gekrümmt und werden im Rillengrunde stärker gepreßt als bei Gleichschlag; außerdem ist das Kreuzschlagseil weniger biegsam als das Gleichschlagseil. Hingegen hat das Gleichschlagseil die Neigung, sich bei freihängender Last (ohne oder mit Flansche) aufzudrehen, während bei Kreuzschlag durch die Gegenwindungen die geforderte Drallfreiheit nahezu erreicht wird. Daher grundsätzlich Kreuzschlag für Kranseile, Gleichschlag für Aufzüge und sonstige Fälle mit geführter Last.

Werkstoff. Walzdraht 5—6 mm Durchmesser aus SM- oder Elektrostahl mit 0,35 bis 1 C, 0,3 bis 0,7 Mn, bis 0,2 Si, wird mehrmal gezogen und nach jedem oder einigen Zügen ausgeglüht, um die durch Ziehen verursachte Dehnungsabnahme wieder auszugleichen, s. Werkstoffhandbuch Stahl und Eisen, Q 21—2. Der so gewonnene blanke Draht hat Zugfestigkeit 130 bis 160, ausnahmsweise 180 kg/mm<sup>2</sup> und Dehnung 3 bis 4%.

Seilart. Für Krane i. d. Regel das sechslitzige Kreuzschlagseil mit Hanfseele und 19 oder 37 Drähten je Litze, bei feuerbestrahlten Seilen Weichdraht- statt Hanfseele, nicht als tragend zu rechnen. Drähte nicht zu dünn wegen Zerquetschung in den Rillen. Dünndräftige Seile teurer als dickdräftige (Gewichtspreis des Seiles mit 0,5 mm-Draht das 1,4fache, mit 1,5 mm das 0,9fache des Seiles mit 1 mm-Draht). Festigkeit meist 140 bis 160, ausnahmsweise bei sehr großem Hub 180 kg/mm<sup>2</sup>. Für Seilwahl maßgebend umstehende Tafel nach DIN 655.

Bruchlast. Bezeichnet  $F$  mm<sup>2</sup> den Nutzquerschnitt und  $K_z$  kg/mm<sup>2</sup> die Zugfestigkeit des Drahtes, dann ist rechnerische Bruchlast  $B = F \cdot K_z$  kg.

Die beim Zugversuch ermittelte wirkliche Bruchlast ist bis zu 10% kleiner je nach Seilart.



Sicherheit. Bezeichnet  $S$  kg den maßgebenden größten Seilzug, dann ist rechnerische Bruchsicherheit  $\mathcal{S} = B : S$ .

$\mathcal{S}$  richtet sich nach der Betriebsanstrengung, namentlich nach dem seltenen oder häufigen Auftreten der Vollast, und soll betragen

- 5 bei Handwinden,
- 5—6 „ elektrischen Winden mit leichtem Betrieb,
- 6—8 „ „ „ „ normalem Betrieb,
- 8—10 „ „ „ „ schwerem Betrieb,
- 8—11 „ feuerbestrahlten Seilen.

Hieraus folgt bei  $i$  tragenden Drähten erforderlicher Drahtquerschnitt

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{S \cdot \mathcal{S}}{i \cdot K_z} \text{ mm}^2,$$

woraus  $\delta$  und endgültige Seilwahl nach DIN 655.

Verzinkte Seile. Vorstehendes gilt für blanke Seile, in gedeckten und trockenen Räumen zulässig. Im Freien laufende oder gegen Nässe zu schützende Seile sind zu verzinken; hierdurch Preiserhöhung und Sinken der Festigkeit um um rd. 10%.

Biegungsdurchmesser. Gedrängter Bau der Winde erfordert kleine  $D$ , Rücksicht auf Seilschonung und Beschränkung der Trommellänge große  $D$ . Das Verhältnis  $D : \delta$  soll betragen

- 500—600 bei Wickeltrommeln,
- 550—700 bei Leitrollen und Treibschieben,
- 300—400 bei Ausgleichsrollen, hierüber s. (1118).

Außerdem sei das Verhältnis Biegungsdurchmesser : Seildurchmesser mindestens 20 bei Wickeltrommeln und mindestens 22 bei Leitrollen, um die Verwendung allzu dünner Drähte auszuschließen.

Beispiele. 1. Seil für Maschinenhauslaufkran mit leichtem Betrieb.  $S = 2500$  kg,  $\mathcal{S}$  mind. 5 Kreuzschlag mit 6 Litzen je 37 Drähten,  $K_z = 160$  kg/mm<sup>2</sup>, blank. Erforderlich

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{2500 \cdot 5}{222 \cdot 160} = 0,35 \text{ mm}^2, \text{ woraus } \delta = 0,67 \text{ mm.}$$

Gewählt  $\delta = 0,7$  mm,  $d = 15$  mm, mit  $B = 13660$  kg, somit  $\mathcal{S} = 13660 : 2500 = 5,5$ . Trommel  $D = 500 \cdot 0,7 = 350$  mm, somit  $D : d = 23,3$ .

2. Seil für Greiferkran mit schwerem Betrieb.  $S = 2500$  kg,  $\mathcal{S}$  mind. 9, Kreuzschlag mit 6 Litzen je 19 Drähten, verzinkt,  $K_z = 160 - 10\% = 144$  kg/mm<sup>2</sup>.

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{2500 \cdot 9}{114 \cdot 144} = 1,37 \text{ mm}^2, \text{ woraus } \delta = 1,33 \text{ mm.}$$

Gewählt  $\delta = 1,4$  mm,  $d = 22$  mm, mit  $B = 28060 - 10\% = 25250$  kg, somit  $\mathcal{S} = 25250 : 2500 = 10,1$ . Trommel  $D = 550 \cdot 1,4 = 770$  mm und  $D : d = 35$ .

Lebensdauer des Seiles. Gegenwärtig wird auf Grund der von Benoit in Karlsruhe begonnenen und von Wörnle in Stuttgart erneut aufgenommenen und fortgesetzten Seildauer- versuche eine Seilberechnung auf Lebensdauer angestrebt. Vgl. Benoit: Die Drahtseilfrage Karlsruhe und Leipzig 1915; Friedrich Gutsch; ferner Wörnle: Vorbericht über die Stutt- garter Versuche. Z. 1929, S. 417.

Nach Benoit hat ein Kreuzschlagseil mit  $K_z = 165$  kg/mm<sup>2</sup>,  $d = 8,5$  mm,  $i = 5 \cdot 7 = 35$ .  $\delta = 1$  mm, nachstehende Bruchbiegezahlen  $n_{br}$

| bei $D =$   | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 600 | 650 | 700 mm |                     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------|---------------------|
| für $\sigma_z = 20$ kg/mm <sup>2</sup> $n_{br} =$ | 20  | 40  | 80  | 140 | 320 | 580 | —   | —   | —   | —   | —      | } in Tau-<br>senden |
| „ $\sigma_z = 40$ „ $n_{br} =$                    | 15  | 22  | 38  | 58  | 85  | 130 | 200 | 300 | —   | —   | —      |                     |
| „ $\sigma_z = 60$ „ $n_{br} =$                    | 4   | 6   | 10  | 16  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 77  | 95     |                     |

Hierin ist ein Auflauf auf Trommel oder Rolle als halbe, ein Auf- und Ablauf als eine Bie- gung anzusehen, wobei stets gleichsinnige Biegung vorausgesetzt ist.




Hiernach ist bei Seilführung nach Abb. 202 bei einem Heben und Senken die Biegezahl  $= (1 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 3$ , das liefert bei  $D = 450$  und  $\sigma_z = 20$  die Bruchspielzahl  $= 580000/3 =$  rd. 200000, und bei  $\sigma_z = 40$  die Bruchspielzahl  $= 130000/3 = 43000$ .

Bei Abb. 249 wäre dagegen je Spiel die Biegezahl  $= (2 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 5$  einzusetzen und es ergäben sich entsprechend geringere Bruchspielzahlen. Hieraus ist der Einfluß der Seilführung,  $d$ , der Rollenzahl auf Lebensdauer und auf Seilwahl zu ersehen.

Sechslitzige Drahtseile für Krane, Aufzüge, Flaschenzüge und ähnliche Zwecke DIN 655.

Seil-Querschnitte: Abb. 4 bis 6.

Bezeichnung eines Drahtseiles mit 20 mm Nenndurchmesser aus 6 Litzen zu je 37 Drähten von 0,9 mm Durchmesser: Drahtseil B 20 (DIN 655<sup>1)</sup>).

| Ausführung   | Seil-Nenn-durchmesser<br>mm  | Einzel-draht-durchmesser<br>mm | Querschnitt<br>sämtlicher<br>Drähte<br>im Seil<br>mm <sup>2</sup> | Rechner-<br>Gewicht<br>für 1 m<br>kg | Festigkeit kg/mm <sup>2</sup>      |         |         |
|--|--|--------------------------------|---|--------------------------------------|------------------------------------|---------|---------|
|  |  |                                |   |                                      | 130                                | 160     | 180     |
|  |  |                                |   |                                      | Rechnerische Bruchfestigkeit<br>kg |         |         |
| A (Abb. 4)<br><br>6 × 19 = 114<br>Drähte und<br>1 Fasereinlage  | 6,5  | 0,4                            | 14,3  | 0,135                                | 1 860                              | 2 290   | 2 570   |
|  | 8  | 0,5                            | 22,4  | 0,21                                 | 2 910                              | 3 580   | 4 030   |
|  | 9,5  | 0,6                            | 32,2  | 0,30                                 | 4 190                              | 5 150   | 5 800   |
|  | 11   | 0,7                            | 43,9  | 0,41                                 | 5 700                              | 7 020   | 7 900   |
|  | 13   | 0,8                            | 57,3  | 0,54                                 | 7 450                              | 9 170   | 10 310  |
|  | 14   | 0,9                            | 72,5  | 0,68                                 | 9 430                              | 11 600  | 13 050  |
|  | 16   | 1,0                            | 89,4  | 0,84                                 | 11 620                             | 14 300  | 16 090  |
|  | 17   | 1,1                            | 108,3   | 1,02                                 | 14 080                             | 17 330  | 19 490  |
|  | 19   | 1,2                            | 128,9   | 1,22                                 | 16 760                             | 20 620  | 23 300  |
|  | 20   | 1,3                            | 151,3   | 1,43                                 | 19 670                             | 24 190  | 27 230  |
|  | 22   | 1,4                            | 175,5   | 1,66                                 | 22 820                             | 28 060  | 31 590  |
|  | B (Abb. 5)<br><br>6 × 37 = 222<br>Drähte und<br>1 Fasereinlage | 9                              | 0,4   | 27,9                                 | 0,26                               | 3 630   | 4 460   |
| 11   |  | 0,5                            | 43,6  | 0,41                                 | 5 670                              | 6 980   | 7 850   |
| 13   |  | 0,6                            | 62,8  | 0,59                                 | 8 160                              | 10 050  | 11 300  |
| 15   |  | 0,7                            | 85,4  | 0,81                                 | 11 100                             | 13 660  | 15 370  |
| 18   |  | 0,8                            | 111,6   | 1,06                                 | 14 510                             | 17 860  | 20 090  |
| 20   |  | 0,9                            | 141,2   | 1,34                                 | 18 360                             | 22 590  | 25 420  |
| 22   |  | 1,0                            | 174,4   | 1,65                                 | 22 670                             | 27 900  | 31 390  |
| 24   |  | 1,1                            | 211,0   | 2,00                                 | 27 430                             | 33 750  | 37 980  |
| 26   |  | 1,2                            | 251,1   | 2,38                                 | 32 640                             | 40 180  | 45 200  |
| 28   |  | 1,3                            | 294,7   | 2,80                                 | 38 310                             | 47 150  | 53 050  |
| 31   |  | 1,4                            | 341,7   | 3,24                                 | 44 420                             | 54 670  | 61 510  |
| 33   |  | 1,5                            | 392,3   | 3,72                                 | 51 000                             | 62 770  | 70 610  |
| 35   |  | 1,6                            | 446,4   | 4,24                                 | 58 030                             | 71 420  | 80 350  |
| 37   |  | 1,7                            | 503,9   | 4,78                                 | 65 510                             | 80 620  | 90 700  |
| 39   | 1,8  | 564,9                          | 5,36  | 73 440                               | 90 380                             | 101 680 |         |
| 42   | 1,9  | 629,4                          | 5,97  | 81 820                               | 100 700                            | 113 290 |         |
| 44   | 2,0  | 697,4                          | 6,62  | 90 660                               | 111 600                            | 125 530 |         |
| C (Abb. 6)<br><br>6 × 61 = 366<br>Drähte und<br>1 Fasereinlage | 20   | 0,7                            | 140,9   | 1,33                                 | 18 320                             | 22 540  | 25 360  |
|  | 22   | 0,8                            | 183,9   | 1,74                                 | 23 900                             | 29 420  | 33 100  |
|  | 25   | 0,9                            | 232,8   | 2,21                                 | 30 260                             | 37 250  | 41 900  |
|  | 28   | 1,0                            | 287,5   | 2,73                                 | 37 380                             | 46 000  | 51 750  |
|  | 31   | 1,1                            | 347,8   | 3,30                                 | 45 210                             | 55 650  | 61 600  |
|  | 34   | 1,2                            | 413,9   | 3,93                                 | 53 800                             | 66 200  | 74 500  |
|  | 36   | 1,3                            | 485,8   | 4,61                                 | 63 150                             | 77 730  | 87 440  |
|  | 39   | 1,4                            | 563,4   | 5,35                                 | 73 240                             | 90 140  | 101 410 |
|  | 42   | 1,5                            | 646,8   | 6,14                                 | 84 080                             | 103 490 | 116 420 |
|  | 45   | 1,6                            | 735,9   | 6,99                                 | 95 670                             | 117 740 | 132 460 |
|  | 48   | 1,7                            | 830,7   | 7,89                                 | 107 990                            | 132 910 | 149 530 |
|  | 51   | 1,8                            | 931,4   | 8,84                                 | 121 080                            | 149 020 | 167 650 |
|  | 53   | 1,9                            | 1037,7  | 9,85                                 | 134 900                            | 166 030 | 186 790 |
| 56   | 2,0  | 1149,8                         | 10,92   | 149 470                              | 183 970                            | 206 960 |         |

<sup>1)</sup> Die Seile werden in Kreuzschlag und rechtsgängig geliefert, wenn nicht Gleichschlag oder linksgängig verlangt wird. Die Seildurchmesser und Metergewichte dürfen um  $\pm 5\%$  vom Nennwert abweichen. Die rechnerische Seilbruchfestigkeit ist die Summe der Bruchfestigkeiten sämtlicher Drähte des Seiles. Die Bruchfestigkeit einzelner Drähte darf um  $\pm 10\%$  vH von der Durchschnittsbruchfestigkeit aller Drähte eines Seiles abweichen. Trommel-, Scheiben- und Rollendurchmesser sollen etwa gleich dem 500-fachen des Drahtdurchmessers gewählt werden. Wesentliche Unterschreitungen vermindern die Haltbarkeit der Seile. Die Rillen sind so zu bemessen, daß das Drahtseil mit  $\frac{1}{3}$  seines Umfanges aufliegt. Die Entfernung der Rillen ist so groß zu wählen, daß unter Berücksichtigung der Ablenkung die Seile sich nicht berühren können. Auf keinen Fall darf ein Seil in der Rille geklemmt werden.

Ausführung: Seile aus Drähten mit 130 und 160 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit werden blank oder verzinkt, solche mit 180 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit nur blank geliefert.

Werkstoff: Stahldraht mit 130 bis 180 kg/mm<sup>2</sup> Festigkeit.



Verwendung in allen Fällen, wo Kette nicht unbedingt erforderlich ist. Seil leichter und billiger als Kette, läuft bei hoher Geschwindigkeit geräuschlos. Reife des Auswechslens ist durch vorzeitige Anhäufung von Drahtbrüchen leicht erkennbar.

Auflegen, Wartung. Ist sorgfältig und drallfrei aufzulegen, um Verdrehen der Flasche gegen Trommel oder Ausleger zu vermeiden. Erfordert dauernd gutes Schmieren.

(1003) Seiltrommeln. Trommelrillen nach Abb. 7 spiralg eingedreht mit Steigung  $s = 1,05 \div 1,20 d$ , entsprechend einer Lichtweite zwischen den Seilrücken von  $0,05 \div 0,20 d$  oder  $1 \div 3$  mm.

Werkstoff Grauguß.

Wandstärke aus Gießereigründen

$$w \approx 0,02 D_{cm} + 1 \text{ cm,}$$

mindestens 1,2 cm. Festigkeitsrechnungen

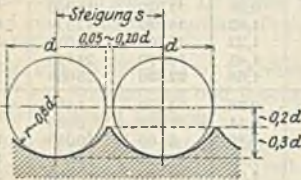


Abb. 7. Trommelrillen.

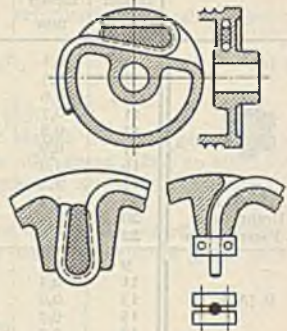


Abb. 8—10. Seilbefestigung.

liefern meist zu geringe  $w$ . Lange Trommeln mit Innenrundrippen; Längsrippen sind schwer einzuformen.

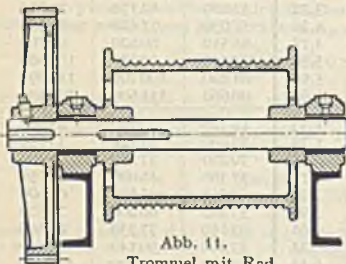


Abb. 11.  
Trommel mit Rad.

Trommellänge so bemessen, daß bei völlig abgewickelm Seil (tiefste Hakenlage) noch etwa zwei Seilwindungen auf der Trommel bleiben und bei aufgewickelm Seil noch eine Rillenwindung leer bleibt.

Befestigung des Seilendes so ausbilden, daß das Seil bequem nachgezogen und ausgewechselt werden kann. Ausführung bei größeren Trommeln nach Abb. 12, meist doppelt, bei kleineren nach Abb. 8—10.

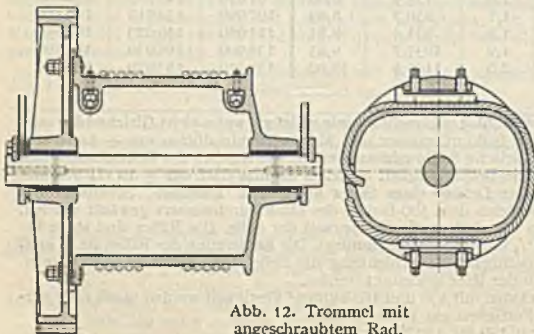


Abb. 12. Trommel mit  
angeschraubtem Rad.

Trommel, Welle und Rad. Bei Trommel mit fliegendem Rad nach Abb. 11 wird Welle im Querschnitt des linken Lagers Biegung und Drehung beansprucht. Trommel mit angeschraubtem und zentriertem Rad bei fester Welle nach Abb. 12 stets vorzuziehen, da Welle nur auf Biegung beansprucht wird. Weniger gut nach

Abb. 13, da die schwer entfernbaren Kernreste in die Nabenbuchsen dringen. Verbindung der Trommel mit Rad durch Paßschrauben oder Schrauben mit

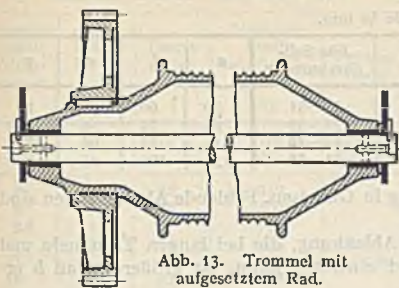


Abb. 13. Trommel mit aufgesetztem Rad.

Stahlscherringen nach Abb. 14 oder 15. Achse in beiden Fällen in Blechwänden gelagert und durch Achshalter nach Abb. 16 festgehalten; Flächenpressung im Blech bis  $1000 \text{ kg/cm}^2$ . Stauffer-schmierung von der Achse aus. Kugellager wenig üblich.

Fliegende Trommel mit Rad bei fester Welle nach Abb. 17; kleinere Trommeln auch mit Rad aus einem Stück. Trommel auf Welle geklebt nach Abb. 18.

Beispiele für Berechnung von Trommelwellen s. (250) u. (254).

Trommelwelle St 42·12,  $k_b = 600-1000 \text{ kg/cm}^2$ . Buchse in Rad und Trommel meist Grauguß ausreichend, Flächenpressung bis  $20 \text{ kg/cm}^2$ .

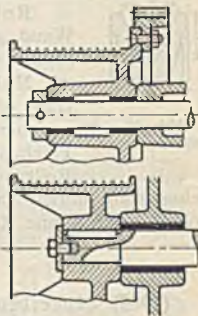


Abb. 17 u. 18. Fliegende Trommel.

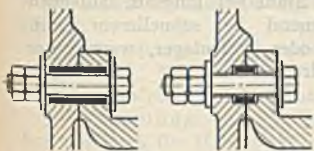


Abb. 14 u. 15. Trommelradverschraubung.

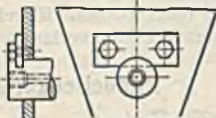


Abb. 16. Achslagerung.

Trommel mit Welle aus nahtlosem Stahlrohr, Stahlblechen und Stahlzapfen elektrisch zusammengeschweißt; Abb. 19 zeigt Ausführung von

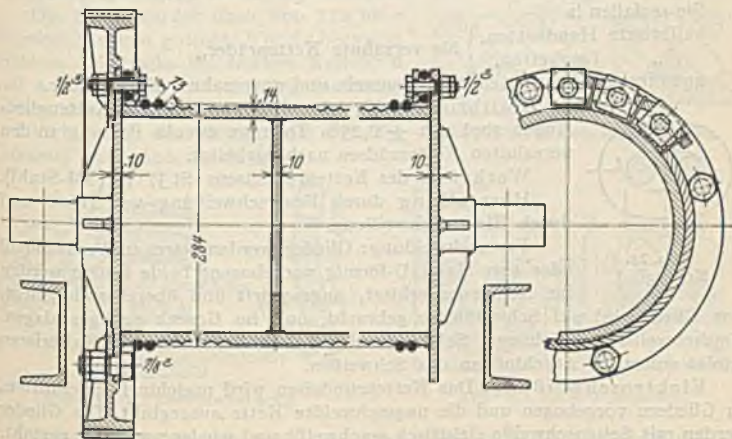


Abb. 19. Geschweißte Trommel mit Rad.

Unruh & Liebig in Leipzig. Vorteil: Wegfall des Modells, Gewicht ersparnis gegen Gußtrommel.



(1004) Seilrollen. Werkstoff: Grauguß.

Kranz nach DIN 690, s. Abb. 20 u. nachsteh. Tafel.

Maße in mm.

| Für Seil-<br>durchmesser | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>r</i> | Für Seil-<br>durchmesser | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>r</i> |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|
| 6,5—9                    | 30       | 20       | 18       | 5        | 28—31                    | 80       | 60       | 48       | 18       |
| 9,5—14                   | 40       | 30       | 25       | 8        | 33—39                    | 95       | 72       | 56       | 22       |
| 15—20                    | 56       | 40       | 32       | 12       | 42—48                    | 115      | 85       | 64       | 25       |
| 22—26                    | 72       | 50       | 40       | 15       | 51—56                    | 135      | 100      | 75       | 30       |

*a* sind Richtmaße für Ausführung in Gußeisen. Fehlende Abmessungen sind freie Konstruktionsmaße.

Bei besonders starker seitlicher Ablenkung, die bei langen Trommeln und kleinem Rollenabstand eintreten kann, ist größeres Maß *b* erforderlich<sup>1)</sup>.



Abb. 20.  
Seilrollenkranz.

Rollenkörper. Kleine Rollen als Blockrollen mit voller Wand, größere mit Löchern und Rippen in der Wand oder mit Armen von Kreuzquerschnitt auszuführen.

Naben in der Regel auf festen Bolzen laufend, erhalten Guß- oder Bronzebuchsen, eingepreßt und mit Madenschrauben gesichert. Rollenbolzen St 42·11,  $k_b = 600-1000 \text{ kg/cm}^2$ . Flächenpressung für Bronze auf Stahl bei langsam laufenden Rollen bis  $100 \text{ kg/cm}^2$ , abnehmend bei schnellerem Lauf. Schmierung durch Nabe oder Bolzen. Kugel- oder Rollenlager, wenn guter Wirkungsgrad ohne Kostenrücksicht verlangt wird.

## Rundeisenketten.

(1005) Einteilung der Ketten:

Gütekettensystem  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Schiffsketten} \quad \text{und} \\ \text{Förderketten} \quad \text{Handelsketten} \\ \text{Hebezeugketten} \end{array} \right.$

Hebezeugketten haben Form nach Abb. 21; *l* heiß innere Gliedlänge oder Teilung, *b* innere Breite.

Sie zerfallen in

kalibrierte Handketten, } für verzahnte Kettenräder,  
„ Lastketten, }

unkalibrierte Lastketten, für Trommeln und unverzahnte Kettenräder.

Kalibriert heißt lehrenhaltig, d. h. die Kettengliedlängen sind mit  $\pm 0,25\%$  Toleranz zwecks Passung in den verzahnten Kettenrädern nachgearbeitet.

Werkstoff des Kettenrundeisens St 37·11 (SM-Stahl).

Herstellung durch Feuerschweißung von Hand und durch Elektroschweißung.

Feuerschweißung: Glieder werden warm und maschinell oder von Hand U-förmig vorgebogen; beide Enden werden im Koksfeuer erbitzt, angeschärft und übereinandergelegt.

Das Glied wird auf Schweißhitze gebracht, und im Gesenk nachgeschlagen. Kopfschweiße bei kleineren, Seitenschweiße bei größeren Ketten. Kalibrieren erfolgt sofort im Anschluß an das Schweißen.

Elektroschweißung: Das Kettenrundeisen wird maschinell geschnitten, zu Gliedern vorgebogen und die ungeschweißte Kette ausgeglüht. Die Glieder werden mit Seitenschweiße elektrisch geschweißt und wieder sorgfältig geglüht. Besonderes Kalibrieren nicht mehr erforderlich, da  $\pm 0,25\%$  Toleranz ohnehin vorhanden.

<sup>1)</sup> Vgl. Unold: Die Seilablenkung auf Rollen und Trommeln. Maschinenbau 1924, S. 775.

Abmessungen und Belastbarkeit der Ketten.

| Kalibrierte Ketten nach DIN 671 |               |              |                                |             | Unkalibrierte Ketten nach DIN 672 |               |              |               |
|---------------------------------|---------------|--------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------------|---------------|--------------|---------------|
| Rund-eisen-durch-messer         | Innere Breite | Innere Länge | Nutzzug-kraft bei Hand-betrieb | Verwend-ung | Rund-eisen-durch-messer           | Innere Breite | Innere Länge | Nutzzug-kraft |
| <i>d</i>                        | <i>b</i>      | <i>l</i>     | kg                             |             | <i>d</i>                          | <i>b</i>      | <i>l</i>     | kg            |
| 5                               | 8             | 18,5         | 175                            | Hand-ketten | 7                                 | 10            | 22           | 350           |
| 6                               |               |              | 250                            |             | 8                                 | 12            | 24           | 500           |
|                                 |               |              |                                | Last-ketten | 9,5                               | 14            | 27           | 750           |
| 7                               | 8             | 22           | 350                            |             | 11                                | 17            | 31           | 1000          |
| 8                               | 9,5           | 24           | 500                            |             | 13                                | 20            | 36           | 1500          |
| 9,5                             | 11            | 27           | 750                            |             | 16                                | 24            | 45           | 2500          |
| 11                              | 13            | 31           | 1000                           |             | 19                                | 29            | 53           | 3500          |
| 13                              | 16            | 36           | 1500                           |             | 22                                | 34            | 62           | 4500          |
| 16                              | 19            | 45           | 2500                           |             | 24                                | 36            | 67           | 5500          |
| 19                              | 23            | 53           | 3500                           |             | 27                                | 40            | 75           | 6750          |
| 23                              | 28            | 64           | 5000                           |             | 30                                | 45            | 84           | 8500          |
|                                 |               |              |                                |             | 33                                | 49            | 92           | 10500         |
|                                 |               |              |                                | 36          | 54                                | 100           | 12250        |               |
|                                 |               |              |                                | 40          | 60                                | 110           | 15100        |               |
|                                 |               |              |                                | 44          | 66                                | 120           | 18500        |               |

Probelast = 2 × Nutzzugkraft,  
Bruchlast = 4 × Nutzzugkraft.

Unter ungünstigen Verhältnissen, wie bei stoßweisem Betriebe, muß die angegebene Nutzzugkraft bis auf die Hälfte ermäßigt werden.

Genaue Spannungsberechnung schwierig und unsicher. Maßgebend bleibt der Bruchversuch, dem obige Tafel zugrunde gelegt ist.

Verwendung: Als kalibrierte Kette fast nur noch für Handflaschenzüge. Reißt unvermittelt, Reife des Ablegens vorher kaum erkennbar. Erfordert gute Schmierung, aber sonst keine Aufmerksamkeit beim Auflegen und im Betriebe.

(1006) Trommeln. Werkstoff: Grauguß.

Die Rillen werden nach Abb. 22a bis e eingeformt, selten gedreht; *b* und *c* bezweckt leichtere Trommeln bei starken Ketten; *d* und *e* bei schnell und unruhig laufenden Ketten zweckmäßig.

Verbindung des Kettenendes mit der Trommel nach Abb. 23—25.

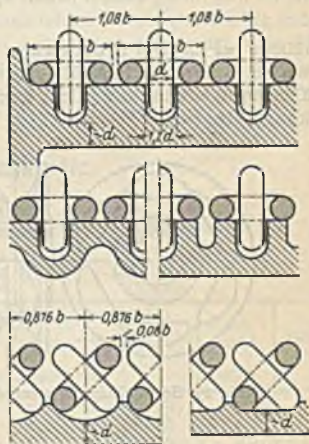


Abb. 22a bis e. Kettentrommelrillen.



Abb. 23—25. Kettenbefestigung.

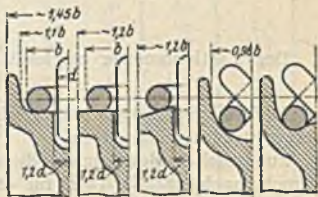


Abb. 26a bis e. Rollenrillen.

(1007) Leitrollen. Werkstoff: Grauguß, seltener Hart- oder Stahlguß.

Rillen werden nach Abb. 26a bis e eingedreht; *c* zur Verminderung der Kettengliedbiegung, *d* und *e* bei schnell und unruhig laufenden Ketten.

Körper und Naben wie bei Seilrollen.



(1008) Kettenuß (verzahntes Kettenrad) für kalibrierte Kette. Werkstoff: Grau-, Hart- oder Stablguß.

Die Rille bleibt roh, nur Bohrung und Nabe wird bearbeitet.

Abb. 27 bis 29 zeigt eine 4-, 5- und 6-zählige Nuß.  $z = 4$  gibt zwar den erwünschten kleinen Lasthalbmesser, ist aber zu vermeiden, da der Kettenzug von zu wenig Zähnen aufgenommen wird und die Kette sich klemmt. Üblich ist  $z = 5$  oder 6. Die Mulden für die Kettenglieder sind so auszubilden, daß nur die flachliegenden Glieder die Kraft übertragen, die stehenden Glieder also Spiel in den Mulden haben, die somit nur einen besseren Zusammenhang der beiden Scheiben-

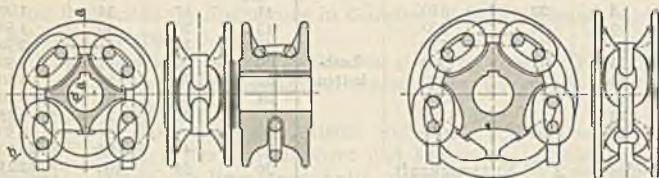


Abb. 27 u. 28. Vier- und fünfzählige Kettenuß.

hälften bei kleinem  $z$  bezwecken. Bei größerem  $z$  (etwa von 6 an) genügen die flachen Mulden nach Abb. 29. Im Gegensatz zu den Trommeln ist der kleine Kettenußdurchmesser nicht nachteilig, da hier das Glied nicht auf Biegung beansprucht wird.

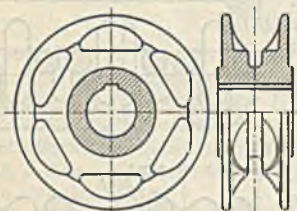


Abb. 29. Sechszählige Kettenuß.

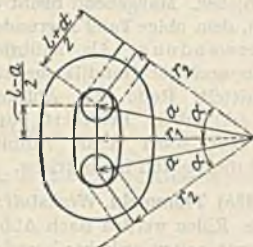


Abb. 30.

$$\text{Aus Abb. 30 folgt Baumaß } \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{\sin \frac{90}{z}}\right)^2 + \left(\frac{d}{\cos \frac{90}{z}}\right)^2}$$

$$\text{Der Lasthalbmesser wechselt zwischen } \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\alpha^2 - \left(\frac{l+d}{2}\right)^2}$$

In die Übersetzungs- und Geschwindigkeitsrechnung ist dagegen der mittlere Wert  $r = zl : \pi$  einzusetzen.

Zur raschen Bestimmung dieser Maße kann an Stelle dieser unbequemen Formeln nachstehende Tafel für obige kalibrierte Kettenmaße dienen.

$z \geq 10$  liefert hinreichend genau  $\alpha = r_1 = r_2 = r = zl : \pi$ .

Für das Haspelrad ist  $r = 18,5z : \pi$  mm.

Einbau der Kettenuß. Die Kette ist möglichst über den halben Rollenumfang zu legen und durch Kanäle oder Hilfsrollen zwangsläufig zu führen; an den Ablaufstellen der Ketten sind zur Verhütung des Klemmens Abstreifer anzuordnen (s. Abb. 143 u. 151).

Maße in mm.

| Kette |     | Kettenuß |      |       |       |       |       |
|-------|-----|----------|------|-------|-------|-------|-------|
|       |     | z = 4    |      | z = 5 |       | z = 6 |       |
| l     | d   | a        | r    | a     | r     | a     | r     |
| 22    | 7   | 29,0     | 28,0 | 35,8  | 35,0  | 42,7  | 42,0  |
| 24    | 8   | 31,6     | 30,6 | 39,0  | 38,2  | 46,5  | 45,9  |
| 27    | 9,5 | 35,7     | 34,4 | 44,0  | 43,0  | 52,3  | 51,6  |
| 31    | 11  | 40,9     | 39,5 | 50,5  | 49,4  | 60,1  | 59,2  |
| 36    | 13  | 47,5     | 45,8 | 58,7  | 57,3  | 69,8  | 68,8  |
| 45    | 16  | 59,3     | 57,3 | 73,2  | 71,6  | 87,4  | 86,0  |
| 53    | 19  | 70,0     | 67,5 | 86,4  | 84,4  | 102,7 | 101,0 |
| 64    | 23  | 84,5     | 81,6 | 104,2 | 102,0 | 124,2 | 122,1 |

Haspelrad. Mit Rücksicht auf Abnutzung meist aus Hart- oder Stahlguß. Führung der Handkette erforderlich, wird festgeschraubt oder besser pendelnd aufgehängt.

Übliche Zugkräfte an der Handkette s. (1052).

Kettenführung. Im Gegensatz zu den Seilen ist es bei der Kette gleichgültig, ob der Umlenksinn in den aufeinanderfolgenden Rollen und Trommeln gleich oder entgegengesetzt ist oder im rechten Winkel erfolgt.

Die Abnutzung der Kette erfolgt stets an den Stellen *i* (Abb. 21), da hier beim Lauf über Rollen und Trommeln die benachbarten Glieder gegenseitig unter Belastung gleiten und Abnutzung verursachen. Besonders stark tritt diese Abnutzung auf, wenn bei mehrfacher Aufeinanderfolge der Rollen die Kette eine mehrmalige Umlenkung erfährt. Von besonderer Schädlichkeit ist diese Abnutzung bei kalibrierten Ketten wegen der damit verbundenen Teilungsvergrößerung.

### Gallsche Lastgelenkkette.

(1009) Werkstoff: St. 42. 11.

Abmessungen gemäß umstehender Tafel nach Abb. 31 u. 32.

Gelenkketten von Zobel, Neubert & Co., Schmalkalden.

Maße in mm.

| Höchstzulässige Belastung<br>kg | Teilung<br><i>t</i> | Bolzen   |          |          | Platten |       |        | Größte Breite | Gewicht<br>kg/m | Bauart |
|---------------------------------|---------------------|----------|----------|----------|---------|-------|--------|---------------|-----------------|--------|
|                                 |                     | <i>δ</i> | <i>d</i> | <i>w</i> | Breite  | Dicke | Anzahl |               |                 |        |
| 100                             | 15                  | 5        | 4        | 12       | 12      | 1,5   | 2      | 23            | 0,7             | I      |
| 250                             | 20                  | 8        | 6        | 15       | 15      | 2     | 2      | 28            | 1               |        |
| 500                             | 25                  | 10       | 8        | 18       | 18      | 3     | 2      | 38            | 2               |        |
| 750                             | 30                  | 11       | 9        | 20       | 20      | 2     | 4      | 45            | 2,7             |        |
| 1000                            | 35                  | 12       | 10       | 22       | 27      | 2     | 4      | 50            | 3,8             |        |
| 1500                            | 40                  | 14       | 12       | 25       | 30      | 2,5   | 4      | 60            | 5               | II     |
| 2000                            | 45                  | 17       | 14       | 30       | 35      | 3     | 4      | 67            | 7,1             |        |
| 3000                            | 50                  | 22       | 17       | 35       | 38      | 3     | 6      | 90            | 11,1            |        |
| 4000                            | 55                  | 24       | 21       | 40       | 40      | 4     | 6      | 110           | 16,5            |        |
| 5000                            | 60                  | 26       | 23       | 45       | 46      | 4     | 6      | 118           | 19              |        |
| (6000)                          | (65)                | 28       | 24       | 45       | 53      | 4     | 6      | 125           | 24              |        |
| 7500                            | 70                  | 32       | 28       | 50       | 53      | 4,5   | 8      | 150           | 31,5            |        |
| (8500)                          | (75)                | 34       | 30       | 55       | 56      | 4,5   | 8      | 160           | 33              |        |
| 10000                           | 80                  | 34       | 30       | 60       | 65      | 4,5   | 8      | 165           | 34              |        |
| (12500)                         | (85)                | 35       | 32       | 65       | 70      | 5     | 8      | 180           | 45              |        |
| 15000                           | 90                  | 38       | 34       | 70       | 75      | 5,5   | 8      | 195           | 51              |        |
| 17500                           | 100                 | 40       | 36       | 75       | 80      | 6     | 8      | 208           | 58              | III    |
| 20000                           | 110                 | 42       | 38       | 80       | 85      | 6     | 8      | 215           | 74,5            |        |
| 25000                           | 120                 | 45       | 40       | 90       | 100     | 6,5   | 8      | 235           | 83              |        |
| 30000                           | 130                 | 50       | 45       | 100      | 106     | 7     | 8      | 255           | 100             |        |

Die eingeklammerten Größen sind möglichst zu vermeiden.

Endglieder nach Bedarf auch mit anderer Bohrung und Länge.



Die Belastungsangaben der Tafel entsprechen einer 6fachen Bruchsicherheit und gelten für Handbetrieb und seltene Vollast; in ungünstigen Fällen, besonders bei Motorbetrieb, sind geringere Belastungen, bis zur Hälfte davon,

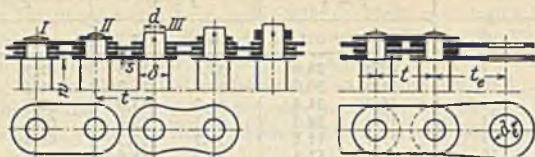


Abb. 31 u. 32. Gelenkkette mit Endglied.

zulässig. Sehr hohe Pressungen zwischen Bolzen und Laschen, daher bei lebhaftem Betrieb starke Abnutzung, gute Schmierung erforderlich.

Verwendung: Für Handflaschenzüge größerer Tragkraft, und für verschiedene Sonderfälle. Teurer als Rundeisenkette.

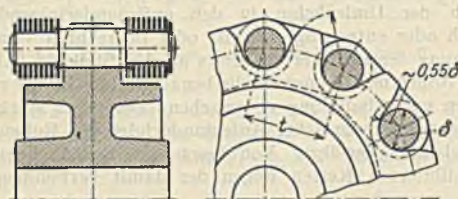


Abb. 33 Kettenrolle.

(1010) Kettenräder. Werkstoff: St. 50. 11, Hart- oder Stahlguß.

Ausführung nach Abb. 33, Kranz wird gedreht, Lücken gefräst; Zahnprofil ist Kreisbogen um Nachbarbolzenmitte. Bolzen sollen im Lückenrunde auf-

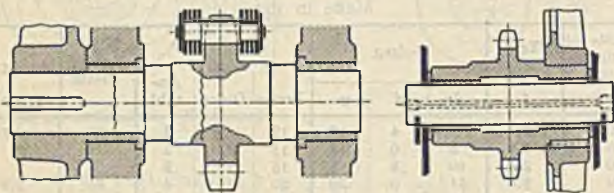


Abb. 34 u. 35. Daumenwelle.

liegen, Plattenränder freiliegen; im umgekehrten Falle werden die schmalen Plattenränder infolge der hohen Pressung gestaucht, wodurch die Beweglichkeit der Kette leidet.

Für den Bolzenmittelpunktkreis ist  $a = t : 2 \sin(180^\circ : z)$ , für Übersetzungsrechnungen  $r = tz : 2\pi$ .

(1011) Daumenwelle. Werkstoff: St 50. 11.

Ausführung nach Abb. 34 oder 35, aus dem Vollen bearbeitet, Lücken gefräst.  $z \geq 8$ , um die Daumenbelastung zu begrenzen.

(1012) Kettenführung. Auch hier ist Gleichheit oder Wechsel des aufeinanderfolgenden Umlenkensinnes belanglos; dagegen hat die Kette nur in einer Ebene Beweglichkeit, daher für viele Zwecke untauglich. Bei rasch fahrenden Katzen oder Laufkränen wirken die beim Anfahren oder Bremsen in

der Lastmasse auftretenden Trägheitskräfte biegend auf die Kette und bringen Längungen bzw. Stauchungen und damit Überbeanspruchung der Kettenteile hervor.

## Lasthaken und Flaschen.

(1013) Werkstoff: St. 47. 11.

Herstellung. Kleinere Haken werden in Gesenken geschmiedet oder gepreßt, größere von Hand oder unter dem mechanischen Hammer geschmiedet.

Hakenformen. Der einfache Haken bis 25 t, der Doppelhaken bis 50 t, darüber der geschlossene Lastbügel und bei sehr großen Lasten der mehrteilige Bügel.

(1014) Der einfache Haken. Formgebung nach Abb. 36 mit  $a_{cm} \approx 0,06 \sqrt{P_{kg}}$ , bei Lasten unter 5 t etwas größer. Für den Hauptquerschnitt  $a - i$  sei  $h \approx 2a$ ,  $b \approx 0,7 \div 0,9h$  und  $b' \approx 0,4b$ .

Vgl auch: DIN 687, einfache Haken für Krafthubwerke, DIN 688 für Handhubwerke, DIN 689 Osenhaken für Handhubwerke.

Berechnung. Der Haken ist als stark gekrümmter Stab zu behandeln; über dessen allgemeine Theorie s. (234). Die Berechnung erfolgt unter der angenähert zutreffenden Annahme, daß für den zu untersuchenden Querschnitt  $a - i$ , Abb. 37, der Krümmungsmittelpunkt der Schwerlinie in der Hakenmaulmitte, also in der Lastlinie, liegt. Dieser Querschnitt wird beansprucht

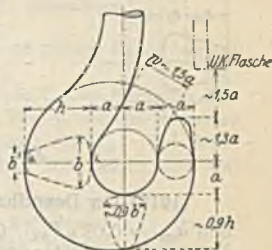


Abb. 36. Hakenform.

auf Biegung durch Moment  $P r$ , das den Krümmungsradius zu vergrößern sucht, daher mit — einzusetzen ist.

auf Zug durch Kraft  $P$ .

Mithin ist für eine Faser im Abstände  $\eta$  vom Schwerpunkt

$$\sigma = \frac{-Pr}{rF} + \frac{-Pr}{rF} \frac{\eta}{r + \eta} + \frac{P}{F} = - \frac{P}{F} \frac{\eta}{r + \eta}.$$

$$\text{Außen ist } \sigma_a = - \frac{P}{F} \frac{e_a}{r + e_a} \text{ (Druck), innen } \sigma_i = + \frac{P}{F} \frac{e_i}{a} \text{ (Zug).}$$

Abb. 37 zeigt den nicht linearen Spannungsverlauf.  $\sigma_i$  ist wesentlich größer als  $\sigma_a$  und daher maßgebend.

Vorstehendes kann zur Nachrechnung eines Hakens dienen; der Wert  $\kappa$  ergibt sich nach Zerlegung des Querschnittes in Streifen aus Tabellenrechnung.

Für Neuberechnung besser folgendes Verfahren: der Wert  $\kappa$  ist nur vom Verhältnis  $a : h$  und  $b' : b$  und in geringem Maße von den Abrundungen abhängig, aber nicht von den Größen  $a$ ,  $h$ ,  $b$  und  $b'$  selbst.

Für den Querschnitt nach Abb. 38 sind die  $\kappa$  für  $a : h = 0,3$  bis  $0,8$  bestimmt und als Kurve aufgetragen. Mit  $e_i = 0,443h$  und  $F = 0,72bh$  ist

$$\sigma_i = \frac{P}{F} \frac{e_i b}{a} = \frac{P}{ab} \frac{e_i b}{F \kappa} = \frac{P}{ab} C, \text{ worin } C = \frac{0,615}{\kappa}.$$

Abb. 38 enthält ebenfalls die  $C$ -Kurven.

Nach Annahme von  $a$  und  $h$  bestimme man  $a : h$  und hieraus das zugehörige  $C$ ; nach angenommenem  $\sigma_i$  folgt aus obiger Formel die Breite  $b$ .

Für einwandfreien Werkstoff und gute Schmiedearbeit ist  $\sigma_i = 1000$  bis  $1200 \text{ kg/cm}^2$  zulässig, doch finden sich Ausführungen bis  $1500 \text{ kg/cm}^2$ .



Scharfe Hakenberechnung ist zwecklos, da die wirkliche Form von der verlangten wegen der rohen Schmiedearbeit oft erheblich abweicht<sup>1)</sup>.

Beispiel.  $P = 10000$  kg.  $a = 0,06 \sqrt{10000} = 6$  cm. Gewählt  $h = 13$  cm. Aus  $a/h = 6/13 = 0,46$  folgt  $C = 7,0$  und mit  $\sigma_i = 1100$  kg/cm<sup>2</sup> ist  $b = 10000 \cdot 7 : 1100 \cdot 6 = 10,7$  cm.

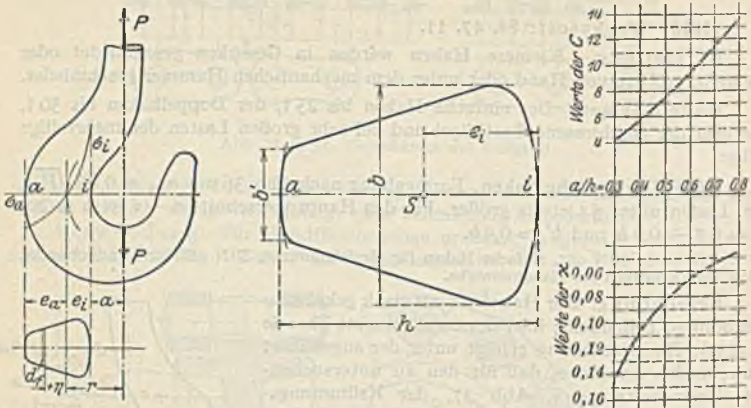


Abb. 37 u. 38. Zur Hakenberechnung.

(1015) Der Doppelhaken. Formgebung nach Abb. 39 mit  $d_{cm} \approx 0,075 \sqrt{P_{kg}}$  und  $a_{cm} \approx 0,05 \sqrt{P_{kg}}$ . Querschnitt  $a-i$  wie beim einfachen Haken auszubilden mit  $h \approx 2a$  und  $b \approx 0,75h$ .

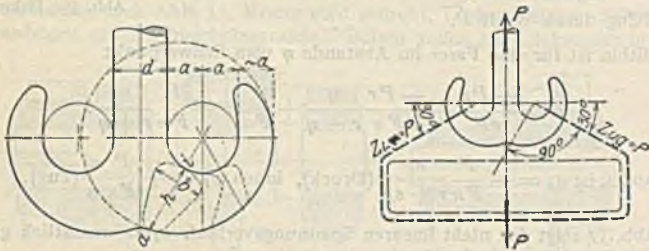


Abb. 39 u. 40. Doppelhaken.

Berechnung. Bei symmetrischer Lastaufhängung nach Abb. 40 wird der Schaft nur auf Zug beansprucht, während der Querschnitt  $a-i$  wie beim einfachen Haken durch den schiefen Zug  $P$  beansprucht und berechnet wird. Demnach ist für Stelle  $i$   $\sigma_i = \frac{P}{ab} C$ , worin  $C$  nach Kurventafel Abb. 38 aus dem Wert  $a:h$  zu bestimmen ist.

(1016) Der Lastbügel. Formgebung des einteiligen nach Abb. 41 mit Lichtweite  $\approx 0,12 \div 0,15 \sqrt{P}$  und  $b \approx 0,08 \sqrt{P}$ .

Berechnung. Mit Rücksicht auf die unvollkommene Einspannung des unteren Balkenstückes ist für Mittenlast  $M_b \approx Pl : 6$ . Genaue Spannungs-

<sup>1)</sup> S. Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in Kranhaken. F. A., Heft 126 (1. Auszug Z. 1911, S. 2173).

berechnung schwierig, da der Bügel als geschlossener Stab einen statisch unbestimmten Fall darstellt<sup>1)</sup>. Je nach der Massenverteilung erhalten die Schrägen außer Zug auch noch beträchtliche Biegemomente und sind dementsprechend auszubilden; gute Übergänge und Abrundungen erforderlich.

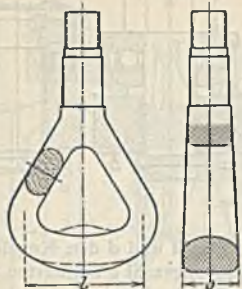


Abb. 41. Lastbügel.

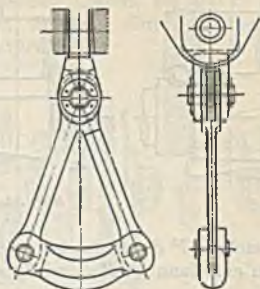


Abb. 42. Gelenkbügel.

Durch die strichtierte Form wird der Lastangriff nach beiden Seiten verlegt und die Balkenbiegung verringert.

Der Gelenklastbügel nach Abb. 42 für sehr große Lasten bezweckt eine Umgehung der unsicheren Schweißstellen des cinteiligen Bügels und eine genauere Berechnung der Einzelteile. Der Balken wird bei Mittenlast mit  $M_b = Pl:4$  auf Biegung und die Stangen auf reinen Zug beansprucht. Die Bolzen sind auf Biegung und Flächenpressung zu berechnen.

(1017) **Hakenschraube.** Zugbeanspruchung im Kernquerschnitt sei für 5–30 t rund  $600 \text{ kg/cm}^2$ , für größere Lasten etwas mehr, für kleinere weniger. An Stelle des scharfen Gewindes, bei mittleren Lasten besser Flach- oder Rundgewinde, bei sehr großen Lasten Trapezgewinde. Die Sechskant- oder Rundmutter ist durch Splint, Schraube oder Flacheisen gut zu sichern.

Die Unterlage der Mutter soll nach Abb. 43 zwecks zentrischer Belastung in Kugelpfanne liegen. Der Hakenschaft soll in der Öffnung des Hakenquerstückes reichliches Spiel haben und darf durch das Anziehen der Mutter nicht festgeklemmt werden.

(1018) **Kugellager.** Die Kugeln liegen in Kreisprofilrillen mit  $r \approx \frac{2}{3}$  Kugeldurchmesser. Der Hakenschaft erhält in der Bohrung des Hakenquerstückes reichliches Spiel und unterhalb desselben einen Bund, um beim Aufstoßen des Hakens auf dem Boden das Herausfallen der Kugeln zu verhindern. Durch das Anziehen der Hakenschraube dürfen die Kugeln nicht festgeklemmt werden.

Kugelkäfige sind hier überflüssig; Kugelzahl sei um 1 geringer als zur Füllung der Rille erforderlich. Kugeldurchmesser etwa  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{1}{4}$  des Gewindedurchmessers.

Bei kleineren Lasten werden die Rillen nach Abb. 44 in die Mutter bzw. das Hakenquerstück eingedreht, bei größeren Lasten sind besondere harte Stahlringe mit Rillen nach Abb. 45 a oder b vorzusehen. Kugelpfanne dient zur gleich-

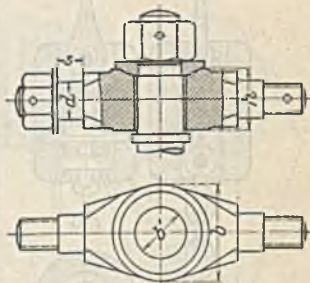


Abb. 43. Hakenquerstück.

<sup>1)</sup> S. Unold, Statik f. d. Eisen- u. Maschinenbau S. 173. Berlin: Jul. Springer 1925.



mäßigen Belastung der Kugeln; in diesem Falle wird am besten das ganze Kugellager fertig bezogen. Abb. 45 a und b zeigt ein solches mit Fettschmierung, Abb. 47 mit Ölhaltung, alle mit Staubschutz.

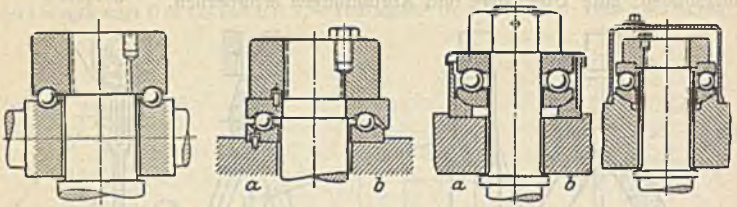


Abb. 44—47. Kugellager.

Bezeichnet  $P$  die Hakenlast in kg,  $i$  die Kugelzahl und  $d$  den Kugeldurchmesser in cm, dann ist  $P = c i d^2$ , worin die Erfahrungszahl  $c$  bei harten Stahl

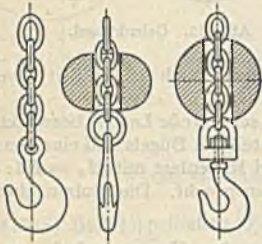


Abb. 48—50. Kettenhaken.

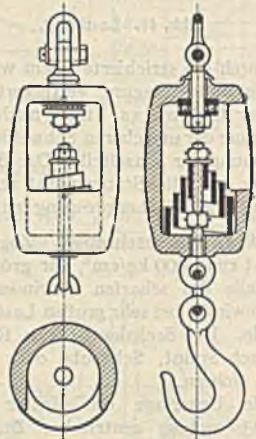


Abb. 52. Gefederter Kettenhaken.

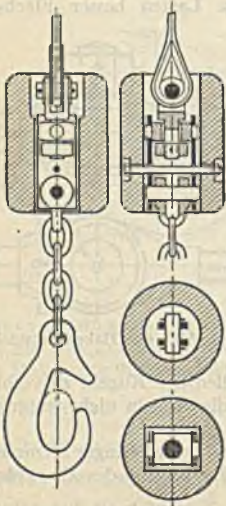


Abb. 51. Hakengeschirr für Seil.

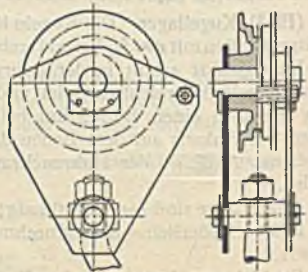


Abb. 53. Flasche für Kette.

ringen mit Kreisrillen 200, äußerst 300 betragen darf, weniger bei Ausführung nach Abb. 44; s. auch Abschn. Kugellager (474).

(1019) Hakenquerstück zwischen den Flaschenschilden nach Abb. 43 auf Biegung zu berechnen;  $M_b = Pl:4$ ,  $W = \frac{1}{6} (b - b') h^2$ ; für St. 42. 11 sei  $k_b \approx 600 \div 1000 \text{ kg/cm}^2$ .

Die Pressung in den Zapfen  $p = P:2ds$  sei für Stahl auf Flußeisen  $250 \text{ kg/cm}^2$  bei kleinen Lasten, bis  $400 \text{ kg/cm}^2$  bei großen Lasten. Gute Abrundung am Querstück.

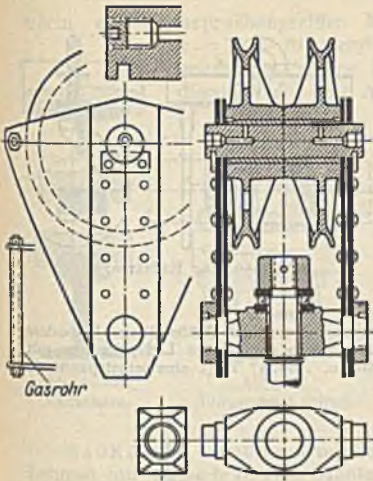


Abb. 54. Zweiröllige Seilflasche.

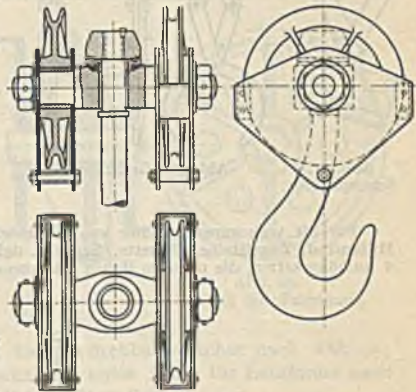


Abb. 55. Seilflasche.

(1020) Hakengeschirre und Flaschen. Für Rundeisenkette ohne oder mit Belastungsgewicht nach Abb. 48 bis 50, mit Federung und Wirbel nach Abb. 51, bei Maschinenbetrieb zweckmäßig.

Für Drahtseil mit Belastungsgewicht und Wirbel nach Abb. 52. Zur Vermeidung der Biegung des Seilendes beim Seitwärtsziehen des Hakens ist zwischen Geschirr und Haken eine kurze Kette gelegt. Federung ist bei dem ohnehin elastischen Seil überflüssig. Ösenhaken zweckmäßig mit Nase gegen unbeabsichtigtes Herauspringen der Last.

Flaschen für Gliederkette, einfache Ausführung mit Blechschilden nach Abb. 53.

Für Drahtseil, 4 strängig nach Abb. 54 oder 55, 6strängig mit mittlerer Ausgleichsrolle (ungebucht) und Blechschutz über und unter den Rollen nach Abb. 56.

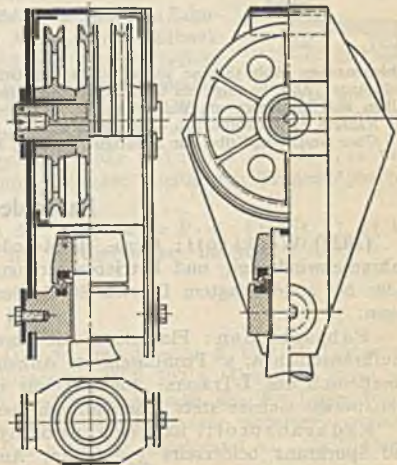


Abb. 56. Dreiröllige Seilflasche.

(1021) Lastaufnahmemittel für Einzellasten und Stückgüter.

Für Stückgüter von wechselnder Form und Größe dienen Schlingseile und -ketten. Die Bearbeitungskanten zu fördernder Maschinenteile sind bei Verwendung von Anschlagketten leicht Beschädigungen ausgesetzt, während andererseits diese scharfen Kanten die Schlingseile verletzen. Durch Verwendung weicher Zwischenlagen oder des Seil- und



Kantenschützers<sup>1)</sup> werden diese Nachteile vermieden. Meist werden die leicht knotbaren ungeteerter festgeschlagenen Schlingseile aus reinem Hanf mit 8-facher Sicherheit benutzt, Ketten seltener; Drahtseile sind wegen mangelnder Biegsamkeit weniger geeignet.

Hierzu s. Kaethner, Belastungstabelle von Hanfseilen, Drahtseilen und Ketten, W. T. 1917 S. 177. Über sachgemäße Anweisungen für Kranführer und Anbinder s. Betriebsblatt 8 des A. w. F. (Betrieb 3. Jahrg. S. 146).



Abb. 57.  
Schienenzange.

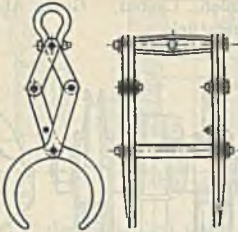


Abb. 58. Greifzange.

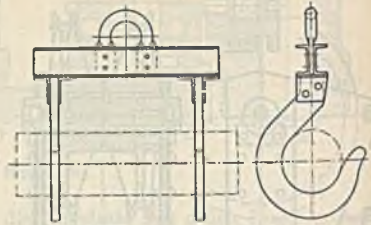


Abb. 59. Für Radsätze.

Für oft vorkommende Güter von gleichbleibender Form und Größe dienen besondere Hilfsmittel. Ziegelsteine, Briketts, Säcke u. dgl. erfordern rechteckige Ladepritschen mit 4 Aufhängeketten, die oben am Haken zusammenlaufen. Abb. 57 zeigt eine selbstspannende

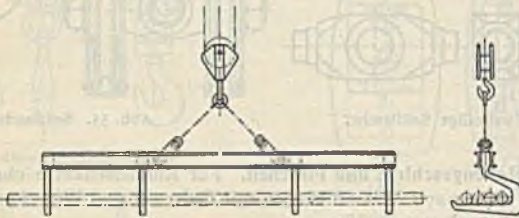


Abb. 60. Für Wellenstahl.

Schienenzange, Abb. 58 eine solche für zylindrische Körper; ähnlich die Blech- und die Steinzange. Abb. 59 zeigt ein Gehänge für Radachsen und Radsätze, Abb. 60 einen Tragbalken zum Transport von Wellenstahl.

Näheres s. Maschinenbau/Gestaltg. 2. Bd. S. 717 [G. 297] (hieraus auch obige Abb.). Ober Greifer u. Kübel für Schüttgut s. (1152) bis (1156), über Lastmagnete s. (1157).

## Laufräder.

(1022) Werkstoff: Grau-, Hart- oder Stahlguß, je nach Raddruck, Fahrgeschwindigkeit und Betriebsanstrengung. Für schwer belastete Laufäder bei angestremtem Betrieb Stahlreifen warm auf Stahlgußscheiben gezogen.

Fahrschienen: Flacheisen mit abgeschrägten Kanten oder Aachener Laufkranschienen, s. Profiltafeln im Anhang. Bei Handkatzen genügt auch Oberflansch des I-Trägers; für fest auf dem Boden verlegte normal- oder breitspurige Geleise stets Eisenbahnschienen.

Radkranzprofil nach Abb. 61 bis 63. Seitliches Spiel zwischen Schiene und Spurkranz beiderseits 3 ÷ 6 mm, Ausrundungsradius stets größer als Abrundungsradius des Schienenkopfes. Bei Eisenbahnkränen stets das bahnseitig vorgeschriebene Eisenbahnradprofil.

<sup>1)</sup> Firma E. Sonnenthal jun., Berlin C 2.

Zulässiger Raddruck. Bezeichnet  $b$  die wirksame Fahrschienenbreite und  $D$  den Raddurchmesser in cm, dann ist der zulässige Raddruck

$$N = kbD \text{ kg,}$$

worin die Beanspruchungsziffer  $k = 15 \div 30 \text{ kg/cm}^2$  für Grauguß und  $k = 30 \div 70 \text{ kg/cm}^2$  Hart- oder Stahlguß. Die kleineren Werte gelten für höhere Fahrgeschwindigkeit. Bei Überschreitung dieser Werte tritt Ablättern der Laufflächen ein.



Abb. 61—63.  
Radkränze.

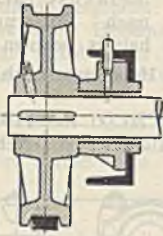


Abb. 64.  
Fliegendes Laufrad.

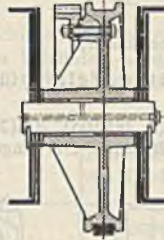


Abb. 65.  
Laufrad mit Zahnkranz.



**Radkörper.** Außenrad mit in Lagern drehbarer Achse nach Abb. 64; Laufrad mit angeschraubtem Zahnkranz und fester Achse für Laufkrane nach

Abb. 65, s. DIN 531, Bl. 2, Schrauben nicht eingepaßt, sondern mit Abscherringen. Dasselbe, aber mit aufgekeiltem Zahnrad für kleinere Räder nach Abb. 66, s. DIN 531, Bl. 1.

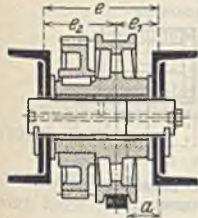


Abb. 66.  
Laufrad mit Zahnrad.

Laufrad mit angegossenem Zahnkranz nach Abb. 67 (rohe Zähne) nach Abb. 68 und 69 (bearbeitete Flanken), beides weniger zweckmäßig, da bei Zahnbruch das Ganze ausgewechselt werden muß.

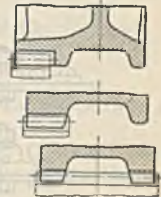


Abb. 67—69.  
Angegossener Zahnkranz.

**Achse.** Zu Abb. 66 ist Auflagerkraft links und rechts  $A = N \cdot e_1 : e$  und  $B = N \cdot e_2 : e$ . Pressung in den durch Beilagen verstärkten Trägerstegen bis  $1000 \text{ kg/cm}^2$ .

Maßgebendes Biegemoment in der Achse  $M = B \cdot a$ . Für St. 47. 11 ist  $k_b$  bis  $1000 \text{ kg/cm}^2$ . Pressung in den Bronzebuchsen bis  $100 \text{ kg/cm}^2$ .

## Lager.

(1023) Flanschlager nach Abb. 70 und 71 für 2 bzw. 4 Schrauben mit Stauffergwinde oder Fettkammer, s. DIN 502/3. Die zylindrisch gedrehte Nabe paßt in das Bohrloch der Blechwand oder des Profileisensteges. Alle Bohrlöcher im Gerüst werden zur Erzielung genauer Achslagen gemeinsam gebohrt oder gefräst. Zuweilen wird die Blechwand an den Anlageflächen der Flanschen gleichzeitig etwas angefräst.

Augenlager nach Abb. 72 mit 2 Schrauben, s. DIN 504, und Deckelager nach Abb. 73 mit 2 oder 4 Fußschrauben und Staufferbohrung oder Fettkammer, s. DIN 505 6. Lager meist auf dem Flansch eines Profileisens sitzend. Bei erheblichem Horizontalschub entweder Paßschrauben oder Lager



wird nach Abb. 74 zwischen angenietete Klemmplatten gesetzt. Da die Oberflächen der Profileisen nie in genau gleicher Höhe liegen, werden zwecks genauer Achslagerung an den Auflagestellen der Lager, Radkästen usw. Flacheisen nach Abb. 75 auf die Profile versenkt genietet und gemeinsam angehobelt oder angefräst.

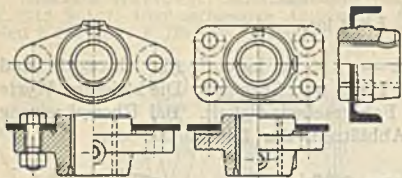


Abb. 70 u. 71. Flanschlager.

Durchmesser glatter Wellen für Hebezeuge nach DIN 537 gemäß nachstehender Tafel.

25 30 35 40 45 50 55 60 (65) 70 (75) 80 90 100 110 (120) 125 (130) 140 (150) 160 180 200 220 mm. Die eingeklammerten Durchmesser sind möglichst zu vermeiden.



Abb. 72. Geschlossenes Augenlager.

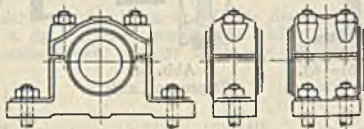


Abb. 73. Offenes Augenlager.

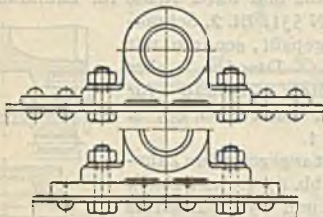


Abb. 74 u. 75. Befestigung des Lagers.

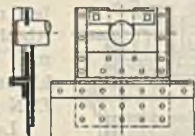


Abb. 76. Lagerstuhl für Trommelachse.

### Kupplungen.

(1024) Elastische Kupplungen zwischen dem Wellenstumpf des Motors und des Stirnrad- oder Schneckengetriebekastens, vgl. (455). Für Hebe-

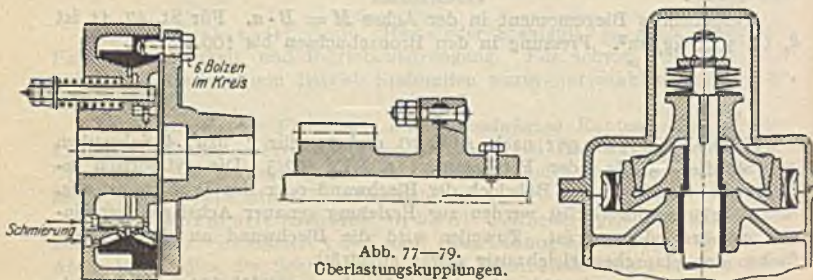


Abb. 77—79. Überlastungskupplungen.

maschinen müssen diese Kupplungen in beiden Drehrichtungen gleichwirkend sein. Eine der beiden Kupplungsscheiben, zweckmäßig die auf Motorseite, dient meist als Bremsscheibe und ist zylindrisch abzdrehen.

Überlastungskupplungen (Rutschkupplungen) als Schutz gegen zu hohe Drehmomente. Kegelflächenkupplung nach Demag mit nachstellbaren Federn Abb. 77, nach Lauchhammer Abb. 78, für Schneckenräder nach Demag Abb. 79. Kupplung so einzustellen, daß Gleiten beim  $2 \div 3$ fachen Nennmoment des Motors eintritt.

### Zahnräder.

(1025) Stirnräder mit geraden Zähnen. Vgl. auch (362). Für Hebemaschinen gilt abweichend davon folgendes:

Räder für elektrische Hebemaschinen, die wegen ihrer höheren Umfangsgeschwindigkeit als Arbeitsräder zu behandeln sind, können wegen des stets vorliegenden Aussetzbetriebes bis um 50% höher als bei Dauerbetrieb belastet werden.

| Weitere Sonderwerte   | Zähnezahl des Triebes | Über-<br>setzung | Breite-<br>verhältnis |
|---|-----------------------|------------------|-----------------------|
| Handwinden . . . . .  | 10—15                 | bis 6            | etwa 2                |
| Trommelgetriebe . . . . .   | 12—16                 | bis 7            | 2,5—3,5               |
| Laufradgetriebe . . . . .   | 12—16                 | bis 6            | desgl.                |
| elektr. Zwischengetriebe . . . . .  | 14—20                 | bis 6            | desgl.                |
| Winden u. Motorgetriebe . . . . .   | 18—30                 | bis 5            | 4—6                   |
| Fahrwerke desgl. bei unmittelbarer Über-<br>setzung zwischen Trommel<br>und Motor . . . . . | 18—25                 | bis 12           | 4—6                   |

Allgemeines über Radkörper s. (382).

Sonderausbildung für Trommelgetriebe s. (1003), über Laufradgetriebe s. (1022).

Getriebekasten als Motorvorgelege mit Schaftritzel und Gleitlager nach Abb. 80; Schmierung des Radwellenlagers durch Ölumlaufl oder durch Schmier-  
ring nach Abb. 81 u. 82.

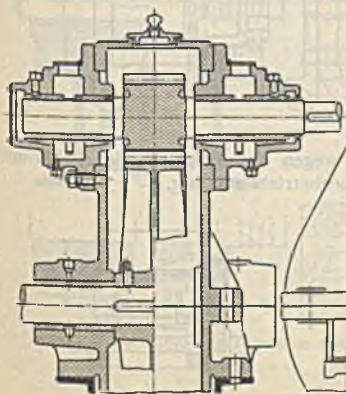


Abb. 80. Getriebekasten.

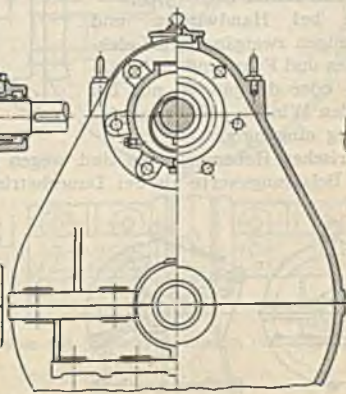


Abb. 81. u. 82.  
Radwellenlager.

Kugellager der Schaftritzelwelle bei geschlossenem Gehäuse nach Abb. 83, bei geteiltem nach Abb. 84.



Andere Radkastenbauarten bei schrägliegender Zentrale nach Abb. 85 u. 86. Neuerdings werden die Radkästen auch als Stahlblechen geschweißt, wodurch das Modell erspart wird.

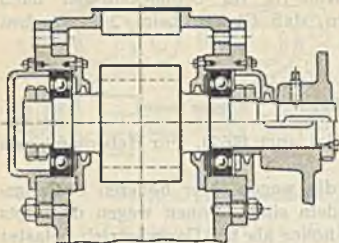


Abb. 83. Kugellager des Schaftritzels bei geschlossenem Gehäuse.

Motorvorgelege mit auf Ankerwellenstumpf sitzendem fliegendem Trieb ist bedeutend billiger als der Getriebekasten, aber auch viel geringwertiger, da die Achsen nicht so starr gelagert sind wie dort und da der Zahndruck von den Ankerwellenlagern im Motorgehäuse aufgenommen werden muß, was Lagerschalenabnutzung und Wellendurchbiegung (Anstreifen des Ankers am Gehäuse, besonders bei Drehstrommotoren) zur Folge hat. Gute Verbindung zwischen Motor und Vorgelege, etwa nach Abb. 87 erforderlich.

Trieb aus Stahl oder Bronze nach Abb. 88 bzw. 89 und Abb. 90 in Verbindung mit Bremsscheibe für Hebezeuge.

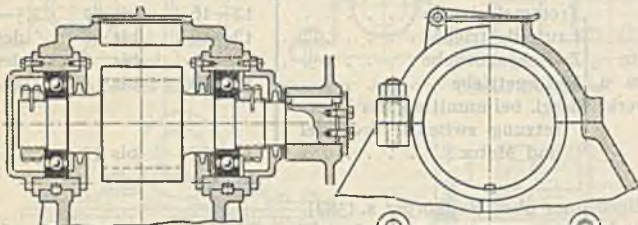


Abb. 84. Desgl. bei geteiltem Gehäuse.

(1026) Schneckengetriebe. Berechnung und Konstruktion nach (376).

Schnecke bei Handwinden und Handflaschenzügen zweigängig, bei elektrischen Winden und Fahr- und Schwenkwerken zwei- oder dreigängig, nur bei selten laufenden Winden mit verlangter Selbsthemmung eingängig.

Bei elektrischen Hebeemaschinen sind wegen des Aussetzbetriebes bis um 50% höhere Belastungswerte als bei Dauerbetrieb zulässig.



Abb. 85 u. 86. Radkästen.

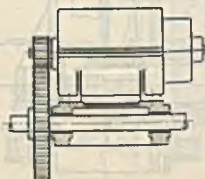


Abb. 87. Offenes Getriebe.

Abb. 91 bis 98 zeigt das Schneckenradgehäuse und dessen Einzelteile. Die Teilfluge geht meist durch die Schneckenradwelle; eine weitere Teilfluge

durch die Schneckenwelle nach Abb. 92 oder 98 verteuert die Ausführung ermöglicht aber bequemes Herausnehmen der Schneckenwelle.

Die Schneckenwelle wird am besten in langen Rotgußbuchsen mit Ringschmierung gelagert, bei hohen Umlaufzahlen auch Kugellager. Der Schneckenlängsschub = Umfangskraft des Rades ist durch ein Kugelspurlager aufzunehmen, das zweckmäßig am Wellenende, nicht wie früher vielfach üblich, zu beiden Seiten der Schnecke, liegt. Gegen Ölaustritt am Lager sind Spritzringe, Stopfbuchsen u. dgl. vorzusehen. Näh. s. unter Kugellager.

Abb. 94 bis 97 zeigt den Einbau von Kugellagern für die Schneckenwelle bei geschlossenem und geteiltem Gehäuse ohne und mit Verbindung des Kugelspurlagers.

Bei der Ausbildung des Gehäuses ist darauf zu achten, daß die gegenseitige Lage zwischen Schnecke und Rad erhalten bleibt und genau dieselbe ist, wie beim Fräsen des Rades gegen den Fräser; die Nabenstirnwand des Rades soll daher in breiter Fläche an der Lagerstirnfläche liegen; durch Schmiernuten ist diese Fläche gut unter Öl zu halten.

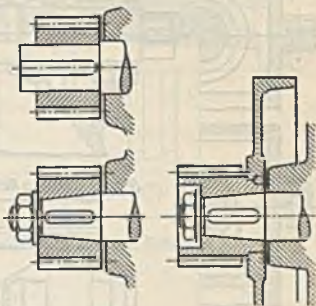


Abb. 88—90. Motortrieb ohne und mit Bremscheibe.

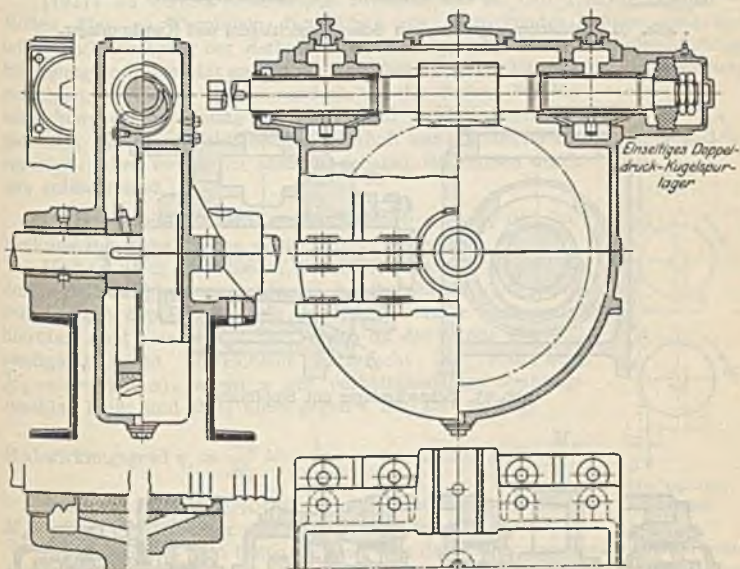


Abb. 91. Schneckenradgehäuse mit Schneckengleitlagern und Kugelspurlager.

Die Schneckenwelle kann oben oder unten liegen; die obere Lage ist konstruktiv bequemer; bei unterer Lage ist die Ölabdichtung schwieriger und die Schnecke wirbelt den unten sich ansammelnden Ölschlamm auf.

Der gegenseitige Abstand der Schneckenwellenlager ist klein zu halten, um die Traglänge der Schnecke und deren Durchbiegung zu vermindern.



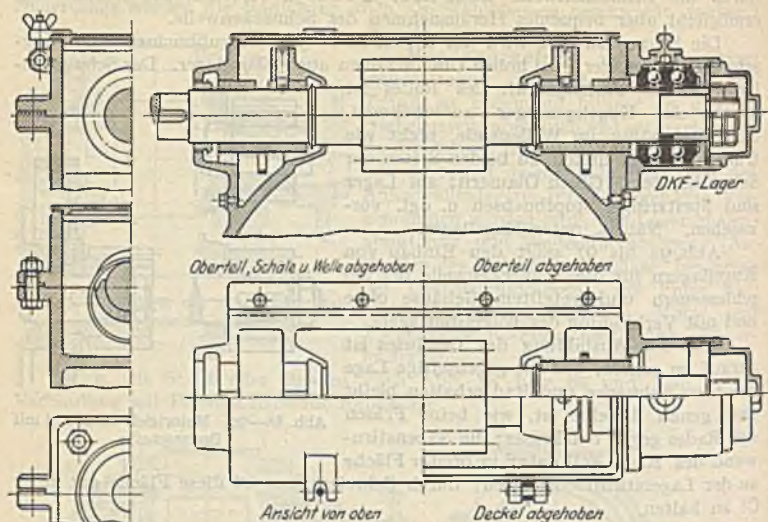


Abb. 92. Schneckenradgehäuse mit Schneckenleitlagern und Kugelspurlager.

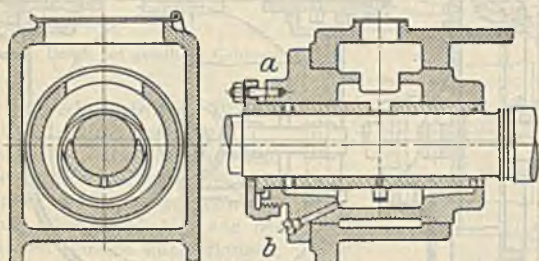


Abb. 93. Schneckenlager mit Stopfbuchse.

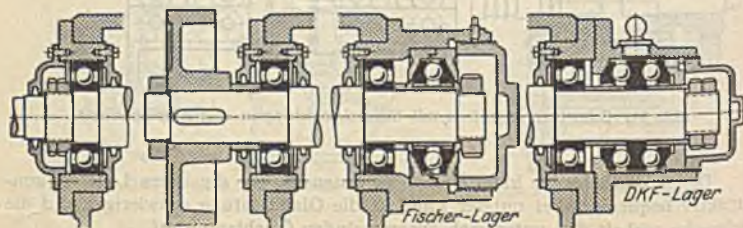


Abb. 94—97. Kugellager für die Schneckenwelle bei geschlossenem Gehäuse.

Über andere Gehäuseanordnungen besonders für lotrechte Schneckenradwellen bei Kranschwenkwerken s. (1134).

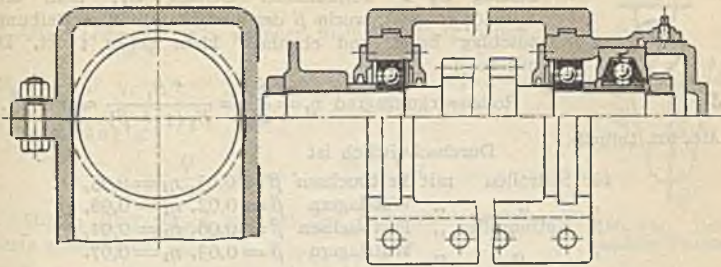


Abb. 98. Kugellager für die Schneckenwelle bei geteiltem Gehäuse.

## Handbetrieb.

### Mechanik der Triebwerksteile.

(1027) Es werden Beziehungen zwischen den an den Triebwerksteilen — Rollen, Flaschen, Trommeln, Zahnrädern usw. — wirkenden Kräften ohne und mit Berücksichtigung der Reibungsverluste aufgestellt. Stets wird gleichförmige Bewegung vorausgesetzt und dementsprechend mit den Reibzahlen der Bewegung gerechnet, die etwas kleiner sind als die der Ruhe. Zur Vereinfachung der Rechnung werden überall gewisse Annahmen gemacht, die dem wirklichen Sachverhalt nur annähernd entsprechen, aber wegen der stets unsicheren Reibzahlen durchaus zulässig sind.

(1028) Trommel oder Kettenuß. Nach Abb. 99 ist ohne Reibung für Ruhe, Heben oder Senken  $M_0 = S \cdot r$ .

Heben. Bei Drahtseilen ist nach Abb. 100 wegen des durch Seilsteifigkeit vergrößerten Lasthebelarms und gleichzeitig wegen Zapfenreibung  $M_h > M_0$ . Genauere Rechnungen hierüber sind von fraglichem Wert, da die Größe der Seilsteifigkeit nicht hinreichend untersucht ist. Man setzt  $M_h = Sr(1 + \alpha)$ , worin  $\alpha$  der verhältnismäßige Reibungszuschlag heißt und stets klein gegen 1 ist. Damit folgt

$$\text{Hubwirkungsgrad } \eta_t = \frac{M_0}{M_h} = \frac{1}{1 + \alpha} \approx 1 - \alpha \text{ und } M_h = \frac{M_0}{\eta_t}.$$

Senken. Nach Abb. 101 ist  $M_s < M_0$ , und zwar angenähert  $M_s = Sr(1 - \alpha)$  worin  $\alpha$  wie beim Heben. Somit  $M_s = M_0 \eta_t$ .

Bei Rundeisen- und Gelenkketten rührt der Reibungsverlust von dem beim Auf- und Abwickeln eintretenden gegenseitigen Verdrehen der benachbarten Kettenglieder her. Wegen hoher Flächenpressung ist Reibung trotz Schmierung reichlich anzusetzen. Bei Kettenuß tritt Klemmen der Kettenglieder hinzu.

Durchschnittlich wird gesetzt  
für Seiltrommeln mit Fettbuchsen  $\alpha = 0,05$ ,  $\eta_t = 0,95$ , mit Wälzlager  $\eta_t = 0,98$ ,  
„ Kettentrommeln „  $\alpha = 0,07$ ,  $\eta_t = 0,93$ , „ „  $\eta_t = 0,96$ ,  
„ Kettenuß od.  
Daumenwelle „  $\alpha = 0,10$ ,  $\eta_t = 0,90$ .



Abb. 99—101.  
Trommel.



(1029) Leitrollen. Hier tritt neben der Zapfenreibung gleichzeitig Auf- und Ablaufreibung des Seiles oder der Kette auf. Nach Abb. 102 ist ablaufender Seilzug  $S_2 >$  auflaufender Seilzug  $S_1$ ; man setzt  $S_2 = S_1 (1 + \beta)$ , worin  $\beta$  der verhältnismäßige Reibungszuschlag heißt und ebenfalls klein gegen 1 ist. Damit folgt



$$\text{Rollenwirkungsgrad } \eta_l = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_1}{S_1 (1 + \beta)} \approx 1 - \beta.$$

Abb. 102. Leitrolle.

Durchschnittlich ist

|                |                 |                  |                                    |
|----------------|-----------------|------------------|------------------------------------|
| für Seilrollen | mit Fettbuchsen | $\beta = 0,05$ , | $\eta_l = 0,95$ ,                  |
| „              | „               | Wälzlagnern      | $\beta = 0,02$ , $\eta_l = 0,98$ , |
| „              | Kettenrollen    | „ Fettbuchsen    | $\beta = 0,06$ , $\eta_l = 0,94$ , |
| „              | „               | „ Wälzlagnern    | $\beta = 0,03$ , $\eta_l = 0,97$ . |

(1030) Flaschen. Je nachdem sich die Last auf 2, 3, 4 ... Stränge verteilt, unterscheidet man 2-, 3-, 4- ...-strängige Flaschen; das letzte Seil, das zur Trommel führt, ist stets nach oben gerichtet; etwaige Leitrollen für dieses Seil werden nicht mehr zur Flasche gerechnet. Für das Weitere bezeichne

$S_0$  die Seilzüge für Ruhe oder Bewegung ohne Reibung,  
 $S_h, S_h', S_h''$  usw. die Seilzüge für Heben } mit Berücksichtigung der  
 $S_s, S_s', S_s''$  usw. die Seilzüge für Senken } Reibung,  
 $\eta_f$  den Hubwirkungsgrad der ganzen Flasche,  
 $\beta$  usw. die im vorigen berechneten Werte der als Leitrollen zu betrachtenden Flaschenrollen.



Abb. 103. Zweisträngige Flasche.

Zweisträngig, Abb. 103. Ohne Reibung:  $S_0 = Q : 2$ .

Mit Reibung, Heben: für die Beziehung zwischen  $S_h$  und  $S_h'$  ist die Losrolle als Leitrolle anzusehen, demnach  $S_h' = S_h (1 - \beta)$ , ferner ist  $Q = S_h' + S_h = S_h (1 - \beta + 1) = S_h (2 - \beta)$ ,

$$S_h = \frac{Q}{2 - \beta} = \frac{Q/2}{1 - \beta/2} \approx \frac{Q}{2} (1 + \beta/2),$$

und

$$\eta_f = \frac{S_0}{S_h} = 1 - \beta/2, \quad S_h = \frac{Q}{2} \frac{1}{\eta_f}.$$

Mit Reibung, Senken:  $S_s' = S_s (1 + \beta)$ ,

$$Q = S_s' + S_s = S_s (1 + \beta + 1) = S_s (2 + \beta),$$

$$S_s = \frac{Q}{2 + \beta} = \frac{Q/2}{1 + \beta/2};$$

mit Rücksicht auf den gegen 1 kleinen Wert  $\beta$  ist wieder

$$S_s \approx \frac{Q}{2} (1 - \beta/2) \quad \text{oder} \quad S_s \approx \frac{Q}{2} \eta_f.$$

Dreisträngig Abb. 104. Ohne Reibung  $S_0 = Q : 3$ .Mit Reibung Heben:  $S_h' = S_h (1 - \beta)$ ,  $S_h'' = S_h' (1 - \beta) \approx S_h (1 - 2\beta)$ ,

$$Q = S_h + S_h' + S_h'' = S_h (3 - 3\beta), \quad S_h = \frac{Q}{3 - 3\beta} = \frac{Q/3}{1 - \beta},$$

$$\eta_f = \frac{S_0}{S_h} \approx 1 - \beta \quad \text{und} \quad S_h = \frac{Q}{3} \frac{1}{\eta_f}.$$

Mit Reibung Senken: Hierbei vertauschen sich die  $S$  und es folgt

$$S_s = S''_h, \quad S'_s = S_h, \quad S_s = \frac{Q}{3} (1 - \beta) = \frac{Q}{3} \eta_f.$$

Viersträngig. Ein gleicher Rechnungsgang liefert

$$S_0 = \frac{Q}{4}, \quad \eta_f = 1 - \frac{3}{2} \beta, \quad S_h = \frac{Q}{4} \frac{1}{\eta_f}, \quad S_s = \frac{Q}{4} \eta_f.$$

$m$ -strängig.

$$S_0 = \frac{Q}{m}, \quad \eta_f = 1 - \frac{m-1}{2} \beta.$$

Hierin sind für  $\beta$  die bei den Leitrollen angegebenen Werte einzusetzen.



Abb. 104. Drei-strängige Flasche.

(1031) Zapfenreibung in Vorgelegewellen. Geht nach Abb. 105 (Welle  $W$  mit Rad  $R$  und Trieb  $T$ ) der Kraftfluß bei Rechtsdrehung von  $R$  durch  $W$  nach  $T$ , dann wäre ohne Zapfenreibung  $M_t = M_r$ ; mit Zapfenreibung ist  $M_t$  um diesen Betrag kleiner als  $M_r$ , und zwar  $M_t = M_r \eta$ , worin  $\eta$  den Wirkungsgrad der Übertragung bezeichnet.

Umgekehrt ist beim Kraftfluß von  $T$  durch  $W$  nach  $R$   $M_r = M_t \eta$ .

Bei Überschlagsrechnungen kann für  $\eta$  gesetzt werden

- rund 0,96 für gewöhnliche Fettbuchsen,
- „ 0,99 für raschlaufende Ringschmierlager,
- 1,00 für Kugel- und Walzenlager.

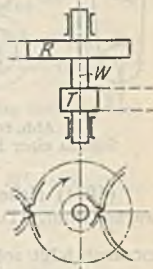


Abb. 105.

(1032) Stirnradgetriebe. Ist nach Abb. 106 Welle 1 treibend und Welle 2 getrieben und ist die Übersetzung  $i_{21} = z_2 : z_1$ , dann wäre ohne Zahnflankenreibung  $M_2 = M_1 i_{21}$ .

Mit Zahnflankenreibung ist  $M_2 = M_1 i_{21} \eta_{12}$ , worin  $\eta_{12}$  den Wirkungsgrad der Stirnradübersetzung bei Arbeitsübertragung von 1 nach 2 bezeichnet.

Umgekehrt ist bei Arbeitsübertragung von 2 nach 1

$$M_1 = \frac{M_2}{i_{21}} \eta_{21}.$$

Bei Stirnrädern braucht auf den geringen Unterschied zwischen diesen beiden  $\eta$  nicht geachtet zu werden.

Bei Überschlagsrechnungen kann für diese  $\eta$  gesetzt werden

- rund 0,92 für Stirnräder mit rohen Zähnen, geschmiert,
- „ 0,96 für Stirnräder mit bearbeiteten Zähnen, geschmiert,
- „ 0,98 für Stirnräder im Getriebekasten mit Ölbad.

Für Schneckengetriebe s. (378); zu beachten ist hierbei der Unterschied zwischen den  $\eta$  für Krafrichtungswechsel.



Abb. 106.

## Mechanik und allgemeiner Aufbau der Handwinden.

(1033) Die Lastbewegung geht von einer Kurbel- oder Haspelradwelle aus, die im weiteren stets Antriebswelle  $a$  genannt ist und das Antriebsmoment aufnimmt.

Im Gegensatz zu den elektrisch betriebenen Winden ist bei Handbetrieb die Geschwindigkeit so gering, daß die bei Geschwindigkeitsänderung auftretenden



Trägheitskräfte der Massen vernachlässigt werden dürfen. Es genügt daher, im weiteren nur die Verhältnisse für gleichförmiges Heben und Senken (Beharrungszustand) und für den Übergang aus der Ruhe in die Bewegung darzulegen.

Die Winde ist ohne und mit Berücksichtigung der Triebwerksreibung zu berechnen, und zwar für Heben und Senken getrennt. Die einzelnen Windenbauarten unterscheiden sich im wesentlichen durch ihre Bremsanordnungen, die jedoch nur für das Senken, nicht für Heben, von Bedeutung sind, weil während des Hebens die Bremse von Hand oder auch selbsttätig außer Wirkung gesetzt wird.

Für das Weitere sei eine Räderwinde nach Abb. 107 mit einer  $m$ -strängigen Flasche, Trommel  $t$ , Vorgelegewelle 1 und Antriebswelle  $a$  vorausgesetzt. Die Bauart der Bremse ist vorläufig belanglos.

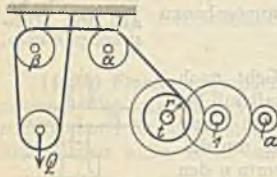


Abb. 107.  
Schema einer Handwinde.

Es bezeichnet  
 $Q$  kg die jeweilige Nutzlast,  $Q_v$  kg die Vollast,  
 $F$  kg das Flaschengewicht,  
 $m$  die Anzahl der Flaschenstränge,  
 $r$  cm den Trommelhalbmesser,  
 $i_{t1}$  die Übersetzung zwischen Welle  $t$  und 1,  
 $i_{1a}$  die Übersetzung zwischen Welle 1 und  $a$ ,  
 wobei unter Übersetzung (als Verhältniszahl) stets der Quotient aus der größeren in die kleinere Zähnezah, also  $\geq 1$ , verstanden sei. Somit ist die Gesamtübersetzung  $i = i_{t1} i_{1a}$ .

(1034) Heben, Lasthalten oder Senken ohne Berücksichtigung der Triebwerksreibung. Das für Ruhe oder gleichförmige Bewegung erforderliche Antriebsmoment folgt sofort aus Abb. 107 zu  $M_0 = \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i}$ .

(1035) Lastheben mit Berücksichtigung der Triebwerksreibung. Zum Heben von  $Q + F$  sei erforderlich Lastmoment  $M_{qh}$ , worin die Triebwerkseigengewichte noch nicht berücksichtigt sind.

Das Trieb auf Welle  $a$  erhält wegen Zapfenreibung nicht den vollen Betrag  $M_{qh}$ , sondern nur  $M_{qh} \eta_a$ . Rad auf Welle 1 erhält wegen Zahnflankenreibung  $M_{qh} \eta_a i_{1a} \eta_{a1}$ , Trieb auf Welle 1 erhält  $M_{qh} \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1$  und das Trommelrad  $M_{qh} \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t}$ . Somit ist Seilzug zwischen Rolle  $\alpha$  und Trommel  $S_{\alpha t} = M_{qh} \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t} \frac{1}{r} \eta_t$  und zwischen Rolle  $\beta$  und Flasche  $S_{\beta f} = M_{qh} \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t} \frac{1}{r} \eta_t \eta_{1\alpha} \eta_{1\beta}$ . Dieser ist auch gleich  $\frac{Q + F}{m} \frac{1}{\eta_f}$ , somit folgt nach Ordnung der Glieder und mit  $i_{1a} i_{t1} = i$

$$\text{Lastmoment } M_{qh} = \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t} \eta_t \eta_{1\alpha} \eta_{1\beta} \eta_f}$$

Nun ist Hubwirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{M_0}{M_{qh}} = \left( \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i} \right) : \left( \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_a \dots \eta_f} \right) \\ = \eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t} \eta_t \eta_{1\alpha} \eta_{1\beta} \eta_f$$

und

$$M_{qh} = \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h}$$

Die von den Triebwerkseigengewichten verursachten Reibungen erfordern ein von  $Q$  unabhängiges Antriebsmoment  $M_e$ , und Gesamthubmoment ist

$$M_h = \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h} + M_e$$

$M_e$  ist bei den üblichen Bauarten zu 5 bis 10% von dem der Vollast entsprechenden  $M_{qv}$  anzunehmen. Somit ist für Vollast

$$M_{hv} = \frac{Q_v + F}{m} \cdot \frac{r}{i} \cdot \frac{1}{\eta_h} \cdot c,$$

worin  $c = 1,05 - 1,10$ , i. M. 1,07.

Vorstehendes gilt für den Bewegungszustand, und zwar für gleichförmige Hubgeschwindigkeit. Beim Übergang von der Ruhe zur Bewegung sind die Reibungen der Ruhe zu überwinden, die um etwa 50% größer als die der Bewegung sind; daher sind die entsprechenden Momente  $M'_h$  und  $M'_{hv}$  mit  $\eta'_h$  der Ruhe zu berechnen, wobei  $\eta'_h < \eta_h$ , und zwar ist  $1 - \eta'_h \approx 1,5 \cdot (1 - \eta_h)$  und  $M'_e \approx 1,5 M_e$ .

**(1036) Lastsenken.** Hierbei ist auf die Bremsanordnung Rücksicht zu nehmen. Man unterscheidet drei Hauptgruppen: Winden mit freiem Rücklauf, selbstbemmende Winden und Winden mit Lastdruckbremse.

**(1037) Winden mit freiem Rücklauf.** Die Last ist nach Lösung jeglicher Sperrung imstande, alle Triebwerksreibung zu überwinden und die Winde im Senksinne anzutreiben.

Bei der Winde nach Abb. 77 bringt die sinkende Last folgende Seilzüge und Momente hervor:

$$S_{f\beta} = \frac{Q + F}{m} \eta_f, \quad S_{\beta\alpha} = S_{f\beta} \eta_{i\beta}, \quad S_{\alpha t} = S_{\beta\alpha} \eta_{i\alpha}, \quad M^t = S_{\alpha t} r \eta_t,$$

$$M^1 = M^t \frac{1}{i_{t1}} \eta_{t1} \eta_1,$$

somit wird Welle  $\alpha$  durch  $Q$  in Senkrichtung angetrieben mit dem Lastrücktriebmoment

$$M_{qs} = M^1 \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a = \frac{Q + F}{m} \cdot \frac{r}{i} \eta_f \eta_{i\beta} \eta_{i\alpha} \eta_t \eta_{t1} \eta_1 \eta_{1a} \eta_a.$$

Hierin sind die Einzelwirkungsgrade im allgemeinen nicht gleich den für Heben gültigen, worauf besonders bei Schneckengetrieben zu achten ist. Sind aber — wie bei Stirnradgetrieben — diese Wirkungsgrade nahezu 1, dann braucht diese Verschiedenheit nicht berücksichtigt zu werden und es ist  $M_{qs} = \frac{Q + F}{m} \cdot \frac{r}{i} \eta_s$ , worin für dieses  $\eta_s$  das für Heben berechnete  $\eta_h$  eingesetzt werden kann.

Dieser Betrag wird vermindert um das Eigengewichtsmoment  $M_e$ , das annähernd mit dem für Heben übereinstimmt. Somit ist für beliebige Last bzw. für Vollast

$$\text{Senkmoment } M_s = \frac{Q + F}{m} \cdot \frac{r}{i} \eta_s - M_e \quad \text{bzw.} \quad M_{sv} = \frac{Q_v + F}{m} \cdot \frac{r}{i} \eta_s - M_e.$$

Abb. 108 zeigt Beziehung zwischen  $M_h$  und  $M_s$  und  $Q$  mit den Sonderwerten  $M_{hv}$ ,  $M_{sv}$  für Vollast und  $M_{hl}$ ,  $M_{sl}$  für Leerlast. Bei einer gewissen Last  $Q_{krit}$  ist  $M_s = 0$ ; Lasten darüber heißen durchziehend, darunter selbstbemmend. Brems. Eine auf Welle  $\alpha$  sitzende Reibungsbremse hat die schwebende Last mit Sicherheit zu halten. Hierzu ist bei Vollast erforderlich Reibmoment

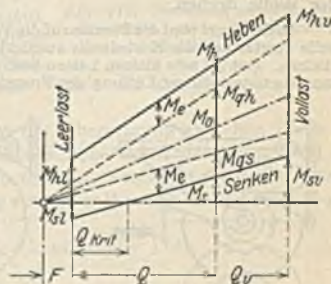


Abb. 108. Beziehung zwischen Momenten und Last bei Winden mit freiem Rücklauf.



$M_r > M'_{sv}$ , bezogen auf die Ruhe, also mit  $\eta'_s < \eta_s$  berechnet, wobei wieder  $1 - \eta'_s \approx 1,5 (1 - \eta_s)$  und  $M'_s \approx 1,5 M_c$ . Bei  $M_r = 2 M'_{sv}$  ist hinreichende Sicherheit vorhanden.

Gleichförmiges Senken erfordert dann Lüftung der Bremse derart, daß Reibmoment  $M_r = M_s$  bzw.  $M_{rv} = M_{sv}$ . Hemmende Lasten erfordern bei völlig gelüfteter Bremse Senkantrieb.

Sitzt die Bremse auf Welle 1, und ist beim Senken Welle  $a$  abgekuppelt, dann ist das entsprechende Reibmoment  $= M_s^1 = \frac{Q + F}{m} \frac{r}{i_{r1}} \eta_s^1 - M_c^1$ , worin  $\eta_s^1 = \eta_f \eta_{l\beta} \eta_{l\alpha} \eta_l \eta_{l1} \eta_1$  und  $M_c^1 \approx M_c \cdot i_{1a}$ .

## Bauarten der Winden mit freiem Rücklauf.

(1038) Bremsscheibe und Sperrrad fest auf Welle, Abb. 109.

*Heben*: Sperrklinke bleibt im Eingriff, Bremshebel ist während des Hebens vollständig zu lüften.

*Lasthalten*: Kurbel wird freigegeben, Last hängt in der Sperrklinke.

*Senken*: Bremshebel einlegen, Klinke ausheben. Durch mehr oder weniger starkes Lüften des Bremshebels kann die Last mit regelbarer Geschwindigkeit gesenkt werden.

Nachteil: unsichere Handhabung der Winde und Schlagen der Kurbeln (die gegebenenfalls ausgerückt oder abgenommen werden können).

(1039) Sperradbremse, Abb. 110. Sperrad  $S$  sitzt fest auf Welle; Klinkebolzen sitzt auf der lose umlaufenden Bremsscheibe  $B$ .

*Heben*: Der Gewichtshebel der Bremse bleibt während des Hebens auf der Scheibe, die Klinke hindert die Hubbewegung nicht.

*Lasthalten*: Kurbel wird freigegeben; die Last hängt in der Sperrklinke, die sich gegen die festgebremste Scheibe abstützt.

*Senken*: Es wird lediglich der Bremshebel gelüftet, während die Klinke in ihrer Sperrlage bleibt, wodurch sich Bremsscheibe und Sperrad gemeinsam mit der Welle drehen.

In der Regel wird die Bremse auf die Vorgelegewelle, bei kleineren Winden auf die Trommelwelle gesetzt und die Kurbelwelle ausrückbar gemacht, um das Schlagen der Kurbeln zu verhindern. Hat bei sehr kleinen Lasten bzw. bei Leerlast die Winde keinen freien Rücklauf, dann kann sie unter völliger Lüftung des Bremshebels in Senkrichtung angetrieben werden.

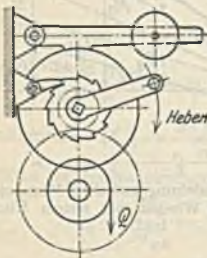


Abb. 109.  
Einfache Winde.

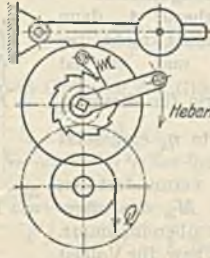


Abb. 110.  
Winde mit Sperradbremse.



Abb. 111.  
Sicherheitswinde.

(1040) Sicherheitswinde, vereinigt die Sperradbremse mit dem Vorteil stillstehender Kurbel beim Lastsenken. Der Grundgedanke einer mit Sicherheitskurbel versehenen Winde sei an einer einfachen Ausführung nach Abb. 111 gezeigt.

Bremsscheibe  $B$  sitzt fest, Sperrad  $S$  lose auf der Welle und trägt einen Bolzen als Drehpunkt des Kurbelarmes, der zugleich als Bremshebel dient und

durch eine Feder u. dgl. in der Bremslage festgehalten wird. Die im Gerüst gelagerte Klinke bleibt dauernd in Sperrlage.

**Heben:** Alle Teile machen die Kurbeldrehung mit.

**Lasthalten:** Kurbel wird freigegeben, die Feder zieht den als Bremshebel wirkenden Kurbelarm an und bremst die Welle gegen Rücklauf, Feder und Kurbeldrehbolzen stützen sich auf der festgehaltenen Sperrscheibe ab. Die Feder ist so zu bemessen, daß sie bei freier Kurbel das erforderliche Reibmoment aufbringt.

**Senken:** Die Kurbel wird lediglich etwas in Senkrichtung zurückgedrückt, bis genügend Lüftung zum Senken erreicht ist; sie macht demnach keinerlei Senkbewegung mit.

Während die beiden erstgenannten Winden bei Leerlast und mangelhaftem Rücklauf in Senkrichtung angetrieben werden können, ist dies bei den Sicherheitswinden nicht der Fall; sie erfordern daher stets reichliches Hakengewicht oder besondere Vorrichtungen zum Leerlastsenken. Näh. s. (1048).

**(1041) Selbsthemmende Winden,** wenn die Triebwerksreibungen den Lastrücktrieb derart übersteigen, daß zum Senken Welle  $a$  im Senksinne angetrieben werden muß. Dieser Fall tritt ein, wenn die Übersetzungstriebwerke ein Schneckengetriebe enthalten, das für sich schon selbsthemmend ist. Da aber nach (378) der Hubwirkungsgrad einer selbsthemmenden Schnecke selbst schon kleiner als 0,5 ist, muß der Gesamtwirkungsgrad einer selbsthemmenden Winde noch mehr unter 0,5 liegen. Durch die Eigengewichtsreibung erhält die Selbsthemmung weitere Verstärkung. Abb. 112 zeigt die Beziehungen zwischen  $Q$  und den  $M$ .

Hieraus folgt indessen nicht, daß eine Winde, deren Hubwirkungsgrad kleiner als 0,5 ist, für Senken Selbsthemmung haben muß; denn wenn die Einzeltriebwerke freien Rücklauf haben, besitzt auch die ganze Winde freien Rücklauf, wenn auch der Gesamtwirkungsgrad als Produkt der Einzelwirkungsgrade unter 0,5 liegt. Maßgebend für die Selbsthemmung der ganzen Winde ist die Selbsthemmung eines der Teilgetriebe.

Wird z. B. in der Winde nach Abb. 107 die Übersetzung zwischen Welle  $a$  und 1 durch ein selbsthemmendes Schneckengetriebe vom Steigungswinkel  $\alpha$  und dem Flankenreibungswinkel  $\varrho$  gebildet, wobei also  $\varrho > \alpha$ , dann ist in der auch hier zutreffenden  $M_h$ -Formel bei Berechnung von  $\eta_h$  der Wert  $\eta_{a1} = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)$  einzusetzen.

Beim Senken setzt die Last auf Schneckenradwelle 1 ab

$$M_{q1}^1 = \frac{Q + F}{m} \cdot \frac{r}{i_{f1}} \cdot \eta_f \eta_{l\beta} \eta_{l\alpha} \eta_t \eta_{t1} \eta_1$$

und das erforderliche Senkantriebsmoment ist

$$M_s = M_{q1}^1 \frac{1}{i_{1a}} \frac{\operatorname{tg}(\varrho - \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{1}{\eta_a} + M_e.$$

Die selbsthemmende Winde baut sich infolge des Wegfalls besonderer Brems- und Sperrvorrichtungen sehr einfach und betriebssicher und findet da Verwendung, wo es mehr auf Einfachheit als auf guten Wirkungsgrad ankommt, wie bei Auslegerhubvorrichtungen, Wagenwinden u. dgl.

Vorstehendes ist sinngemäß auf Schraubenwinden mit selbsthemmender Schraube übertragbar.



Abb. 112. Beziehung zwischen Momenten und Last bei selbsthemmenden Winden.



(1042) Winden mit Lastdruckbremse. Grundgedanke: eine an sich nicht selbsthemmende Winde ist mit einer Reibungsbremse versehen, welche ähnlich wie die Sperrbremse nur während des Lastsenkens wirkt, aber beim Heben selbsttätig ausgeschaltet wird.

Im Gegensatz zu den bisherigen Bremsen wird diese Bremse nicht durch Handdruck oder durch ein unveränderliches Bremsgewicht, sondern durch eine Kraft betätigt, die in einem durch die Abmessungen der Windenteile festgelegten Verhältnis zur jeweiligen Lastgröße steht. Die Verhältnisse werden nun so gewählt, daß dieses Reibmoment  $M_r$ , um etwa 20 bis 30% größer ist, als das Lastrücktriebmoment  $M_q$ , so daß zum Lastsenken ein Antriebsmoment  $M_s = M_r - M_q$  erforderlich ist, welches daher auch proportional zur Lastgröße ist.



Abb. 113.  
Seillastdruckbremse.

Abb. 113 zeigt ein leicht verständliches Beispiel mit Sperradbremse, die sog. Seillastdruckbremse.

**Heben:** Winde verhält sich wie die schon genannten Winden mit Sperradbremse.

**Lasthalten:** bei freier Kurbel wirkt die Last auf die Trommel mit  $M_q = Sr$ , gegen welches die Backenbremse mit Reibmoment  $M_r = N\mu b$  wirkt, worin der Backendruck  $N = Sa:c$  und  $\mu$  die Gleitreibungszahl zwischen Backen und Scheibenumfang, somit  $M_r = S\mu b a:c$ .

Soll  $M_r = (1 + s)M_q$  sein, dann ist  $S\mu b a:c = (1 + s)Sr$ , woraus die Konstruktionsformel  $\mu b a:c = (1 + s)r$ , also unabhängig von  $S$  bzw. Last  $Q$ .

**Senken:** Winde muß in Senkrichtung angetrieben werden mit Moment  $M_s = M_r - M_q = S\mu b a:c - Sr = S(\mu b a:c - r)$ .

Die in dieser Rechnung der Einfachheit wegen nicht berücksichtigten  $\eta$  beeinflussen das Ergebnis nur unbedeutend.

Wesentlicher Vorteil der Lastdruckbremsen: selbsttätige Wirkungsweise, einfachste Bedienung, größte Betriebssicherheit, daher viel bei kurzhubigen Flaschenzügen und Winden angewendet. Demgegenüber ist der Nachteil, daß die Last heruntergekurbelt werden muß und daß zum Senken Arbeit (aber wesentlich weniger als zum Heben) aufzuwenden ist, belanglos.

Über Ausführungsformen der Lastdruckbremsen bei Schnecken- und Stirnradwinden s. (1049) u. (1050).

## Reibungsbremsen für Handwinden.

(1043) Diese beruhen auf der Gleitreibung zwischen Bremsband und zylindrischer Scheibe (Bandbremsen), Bremsbacken und zylindrischer Scheibe, glatt oder mit Keilrillen (Backenbremsen),

Ringflächen oder Kegelflächen (Lastdruckbremsen und Sicherheitswinden).

(1044) **Bandbremsen.** Nach (142) wirkt bei Rechtsdrehung der Scheibe am linken Bandende die große Bandkraft  $S_g$  und am rechten die kleine Bandkraft  $S_k$ . Zwischen  $S_g$ ,  $S_k$ , Umfangsreibungskraft  $R$  oder Reibmoment  $M_r$ , Umschlingungswinkel  $\alpha$  und Gleitreibungszahl  $\mu$  zwischen Band und Scheibe besteht die Beziehung

$$S_g : S_k = e^{\alpha\mu} \quad \text{und} \quad R = S_g - S_k,$$

woraus

$$R = S_g \frac{e^{\alpha\mu} - 1}{e^{\alpha\mu}} = S_k (e^{\alpha\mu} - 1) \quad \text{und} \quad M_r = S_g r \frac{e^{\alpha\mu} - 1}{e^{\alpha\mu}} = S_k r (e^{\alpha\mu} - 1)$$

bzw.

$$S_g = \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} \quad \text{und} \quad S_k = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1}.$$

Die erforderliche Bandkraft wird durch einen Gewichtshebel hervorgebracht, der beim Lastsenken von Hand zum Zwecke des Bandlütens angehoben wird.

Die einfache Bandbremse, Abb. 114. Das  $S_g$ -Band wird mit dem Windengerüst verbunden und das  $S_k$ -Band durch den Bremshebel gespannt. Sodann ist das erforderliche Hebelmoment

$$M_h = S_k a = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} a.$$

Ist ferner  $G$  das Bremsgewicht und  $E$  das Hebeleigengewicht,  $g$  und  $e$  deren Hebelarme, dann ist

$$M_h = Gg + Ee.$$

Wird das  $S_k$ -Band mit dem Gerüst verbunden und das  $S_g$ -Band gesteuert, dann ist

$$M_h = S_g a = \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} a.$$

Die Bremswirkung ist zwar ruhiger, aber das erforderliche  $M_h$  ist größer als im vorigen Falle, obige Anordnung ist daher die übliche.

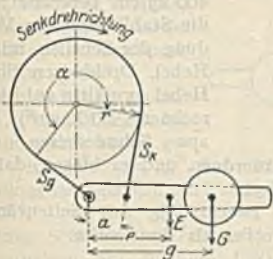


Abb. 114. Einfache Bandbremse.

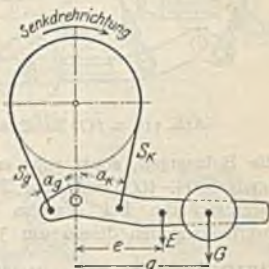


Abb. 115. Differential-Bandbremse.

Differentialbremse Abb. 115. Hierbei ist

$$M_h = S_k a_k - S_g a_g = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} a_k - \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} a_g = \frac{M_r}{r} \frac{a_k - e^{\alpha\mu} a_g}{e^{\alpha\mu} - 1}.$$

Durch Wahl des Verhältnisses  $a_k : a_g$  läßt sich zwar  $M_h$  beliebig verkleinern und bei  $a_g = a_k : e^{\alpha\mu}$  ist  $M_h = 0$ . Bei sehr kleinem  $M_h$  wirkt die Bremse stoßend, daher sei stets  $a_g$  erheblich kleiner als  $a_k : e^{\alpha\mu}$ , um Stoßwirkung zu vermeiden.

Die auf das Lasthalten bezogene Bremsicherheit sei etwa 2, d. h. es ist  $M_r \approx M'_{so}$ .

Für Handwindenbremsen genügt blankes Stahlband auf Gußscheibe; bei mäßiger Schmierung ist  $\mu \approx 0,16$ . Meist ist  $\alpha \approx 250^\circ$ , damit folgt

$$e^{\alpha\mu} = e^{4,4 \cdot 0,16} = \text{rd. } 2,0.$$

Nach Abb. 114 ist  $M_h = \frac{M_r}{r} \frac{1}{2-1} a = \frac{M_r}{r} a$  bzw.  $M_r = M_h \frac{r}{a}$ .

Nach Abb. 115 ist  $M_h = \frac{M_r}{r} \frac{a_k - 2 a_g}{2-1} = \frac{M_r}{r} (a_k - 2 a_g)$

bzw.

$$M_r = M_h \frac{r}{a_k - 2 a_g}.$$



Bremsscheibendurchmesser sei  $3 \div 400$ , äußerst 500 mm. Man setze die Bremsscheibe auf die Welle, deren Lastmoment  $2 \div 5000$ , äußerst 8000 cmkg beträgt. Die Verhältnisse sind so zu wählen, daß die zum Lüften erforderliche Handkraft in den Grenzen  $10 \div 20$  kg bleibt.

Ausführung dieser Bandbremsen sei einfach und billig. Blankes Stahlband  $2 \times 40$  bis  $4 \times 80$  mm. Alle Beanspruchungen der Stöße wegen mäßig. Das Band sei an den aufliegenden Stellen mit Berücksichtigung von etwa 1 mm Abnutzung oder an den Enden mit Berücksichtigung der Nietverschwächung aber ohne Abnutzung auf etwa  $500 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht.

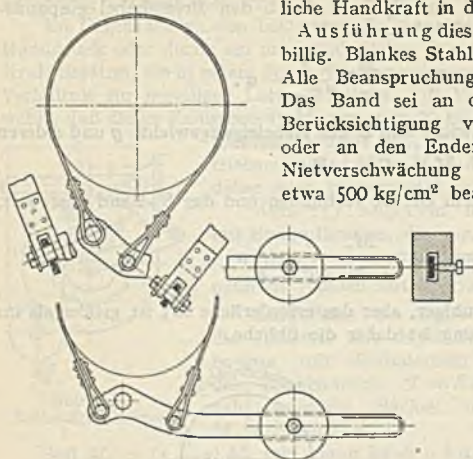


Abb. 116 u. 117. Bandbremsen.

nur die Bohrungen, sonst roh; er ist so anzuordnen und zu biegen, daß sein Handgriff  $800 \div 1000$  mm über Fußboden liegt.

Bremsscheibe bei glattem Stahlband zweckmäßig mit Seitenrändern; Lichtweite zwischen diesen um  $3 \div 5$  mm größer als Bandbreite.

(1045) Backenbremsen. Bei Handwinden nur die Einfachbackenbremse. Nach Abb. 121 und 122 ist bei Drehrichtung 1 bzw. 2 mit oberen bzw. unteren Vorzeichen das Hebelmoment

$$M_h = Na \mp N\mu c = Gg + Ee$$

und

$$M_r = N\mu r,$$

woraus

$$M_r = \frac{Gg + Ee}{a \mp \mu c} \mu r.$$

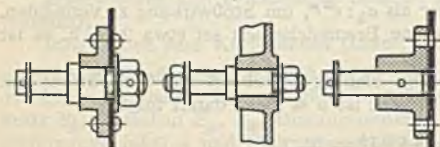


Abb. 118 bis 120.

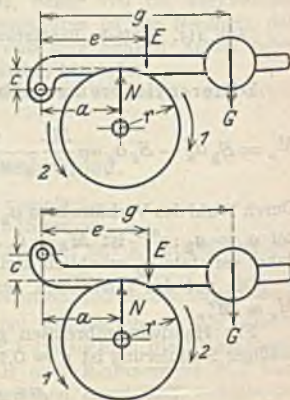


Abb. 121 u. 122. Einfachbackenbremse.

In beiden Fällen ergibt Drehrichtung 1 bei gleichem Hebelmoment ein größeres  $M_r$  und diese Anordnung wird bevorzugt. Man wähle  $c = a/3$  bis  $a/2$ .

Für Holzfutter (Pappel), etwas gefettet  $\mu = 0,25$ , für Ferrodofibre (Baumwollgewebe mit Messingdrähten)<sup>1)</sup> sehr wenig gefettet  $\mu = 0,5$ .

<sup>1)</sup> Deutsche Ferodo-Gesellschaft Töpken & Co. Berlin-Mariendorf.

Erhöhung der Bremswirkung durch Keilscheibe und genuteten Bremsbacken s. (142). Bei Keilwinkel  $2\alpha$  ist in obigen Ausdrücken  $\mu: \sin \alpha$  statt  $\mu$  einzusetzen. Ausführung: Gußscheibe mit Guß- oder Metalbacken, Flächen gefettet,  $\mu = 0,1$  bis  $0,15$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

Wegen geringerer Bremswirkung der Backenbremsen werden bei Handwinden die Bandbremsen bevorzugt.

(1046) Sperradbremse. Grundgedanke s. (1039). Die Bremsscheibe wird nach Abb. 123 und 124 zweckmäßig auf die Verlängerung des benachbarten Lagers gesetzt, um die Welle zu entlasten, oder man läßt sie nach Abb. 125 auf einer Wellenbuchse laufen.

Sperrad Guß, Zähne roh oder gefräst, bei besseren Ausführungen Schmiedestahl, ganz bearbeitet. Festigkeitsrechnung der Sperrzähne überflüssig; Pressung zwischen Zahnflanke und Klinke bei Gußrad  $< 100$ , bei Stahlrad  $< 300 \text{ kg/cm}^2$ .

Sperrzahnflanke so ausbilden, daß Klinke bei Belastung nach innen gedrückt wird, daher  $\alpha \approx 75^\circ$ , Abb. 123, neuerdings bei bearbeiteten Flanken  $\alpha = 90^\circ$ .

Klinke Schmiedeisen oder Stahl. Klinkenbolzen auf Biegung (200) und Flächenpressung ( $100 \text{ kg/cm}^2$ ) berechnen. Eine Feder sichert den Klinkeneingriff in jeder Lage.

Zur Erhöhung der Sicherheit  $2 \div 3$  Klinken; Teilung und Zahnzahl des Sperrades so, daß jeweils nur eine Klinke anliegt.

Sperrad kann auch zwecks Raumersparnis mit benachbartem Rad zusammengeworfen werden (Abb. 104b), bei Innenzähnen (Abb. 106b) ist Klinke auf dem Rade befestigt.

Geräuschlose Klinke durch Reibzaum nach Abb. 124 gesteuert, bei 2 oder mehr Klinken soll jede Klinke durch je einen Reibzaum gesteuert werden.

(1047) Flichkraftbremsen haben die Aufgabe, die Senkgeschwindigkeit bei vollständig geöffneter Bremse selbsttätig zu regeln.

Einfachste Ausführung nach Stauffer, Abb. 126. Mehrere Bleiklötze  $K$  werden durch eine belederte Feder  $F$  zusammengedrückt. Das Ganze läuft in einem festen Gehäuse  $G$  (als Fortsetzung eines Lagers gedacht) derart, daß

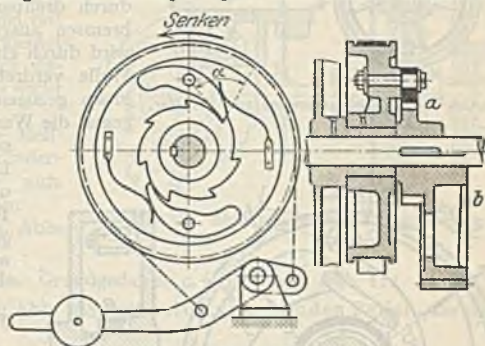


Abb. 123.

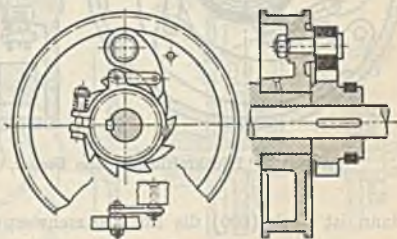


Abb. 124.

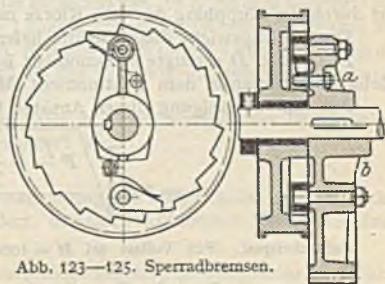


Abb. 123—125. Sperradbremsen.



zwischen Leder und Gehäusewand Spiel besteht.  $K$  und  $F$  wird durch Mitnehmer  $M$  von der Welle mitgenommen. Von einer gewissen Drehzahl an überwindet die Fliehkraft die Federkraft;  $F$  wird gegen  $G$  gedrückt und liefert ein Reibmoment gegen die Bewegung, das mit steigender Geschwindigkeit wächst.

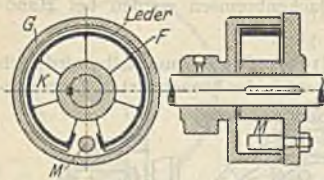


Abb. 126. Fliehkraftbremse von Stauffer.

In der Beckerschen Bremse, Abb. 127, wird die Bremswirkung gesteigert durch drehbare Klötze, die als Backenbremsen ausgebildet sind. Ein Ring  $R$  wird durch eine Spiralfeder so gegen die Welle verdreht, daß die Klötze nach innen gezogen werden und die Backen gegen die Wand Spiel haben. Bei Überschreitung der kritischen Drehzahl werden die Klötze unter Überwindung der Federkraft gegen die Wand gedrückt, wodurch Bremswirkung eintritt.

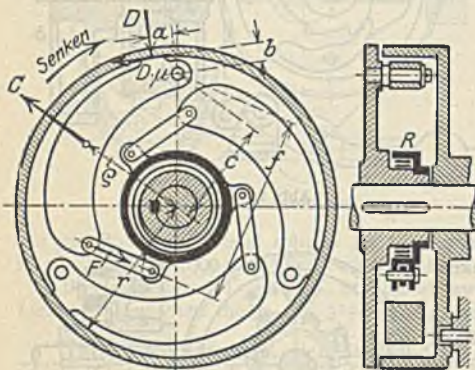


Abb. 127. Fliehkraftbremse von Becker.

Bezeichnet in kg bzw. cm  $F$  die auf jeden Klotz wirkende Federkraft,  $G$  das Klotzgewicht,  $\varrho$  dessen Schwerpunktsabstand von Wellenmitte,  $D$  den Druck zwischen Backen und Wand,  $\mu$  die Reibzahl in der Gleitfläche,  $f$ ,  $c$ ,  $a$ ,  $b$  und  $r$  die Abmessungen nach Abb. 127,  $n$  die augenblickliche Drehzahl in der Minute,

dann ist nach (190) die im Klotzschwerpunkt angreifende Fliehkraft

$$C = \frac{G}{981} \omega^2 \varrho = \frac{G}{981} \left( \frac{2\pi n}{60} \right)^2 \varrho \approx \frac{G \varrho n^2}{90000} \text{ kg.}$$

Auf den Klotz wirken drehend die Kräfte  $C$ ,  $F$ ,  $D$ , und  $D\mu$ , das Klotzgewicht  $G$  ist durch die Kupplung der drei Klötze mit dem Ring statisch ausgeglichen.

Das Gleichgewicht dieser Kräfte liefert  $Cc = Ff + Da + D\mu b$ .

Das durch  $D$  erzeugte Reibmoment ist bei drei Klötzen  $= 3D\mu r$ , das im Beharrungszustande dem Lastmoment  $M$  entspricht.

Aus der Vereinigung dieser Ansätze folgt die erreichte Drehzahl

$$n = 300 \sqrt{\frac{F \frac{f}{c} + \frac{M}{3\mu r} \left( \mu \frac{b}{c} + \frac{a}{c} \right)}{G \varrho}}$$

Zahlenbeispiel. Für Vollast sei  $M = 1000$  cm/kg. Mit  $r = 20$  cm,  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \frac{1}{8}$ ,

$\varrho = 15$  cm,  $\mu = 0,1$ ,  $G = 14$  kg,  $F = 10$  kg und  $\frac{f}{c} = \frac{3}{2}$  ist

$$n = 300 \sqrt{\frac{10 \cdot \frac{3}{2} + \frac{M}{3 \cdot 0,1 \cdot 20} \left( 0,1 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)}{14 \cdot 15}} = 300 \sqrt{0,0715 + 0,000109 M}.$$

Das liefert für Vollast, Halblast und Leerlast bei  $M = 1000, 500$  und  $0$ ,  $n = 127, 106$  und  $80$  i. d. Minute.

Demnach ist die Senkgeschwindigkeit um so höher, je größer die Last, während das Umgekehrte erwünscht wäre. Dieser Nachteil haftet sämtlichen Fliehkraftbremsen an und ist durch keine bauliche Maßnahme zu beseitigen.

Läuft die Bremse umgekehrt, dann ist  $D\mu$  entgegengesetzt gerichtet, also in obiger Formel mit  $-$  einzusetzen. Man vermeidet aber diese Anordnung, weil dadurch die Bremse ruckweise wirkt (Erzitterungen).

Dagegen kann durch Keilnuten statt der glatten Zylinderinnenwand die Reibung auf Doppelte vergrößert werden.

Weitere Ausführungen s. Abb. 132.

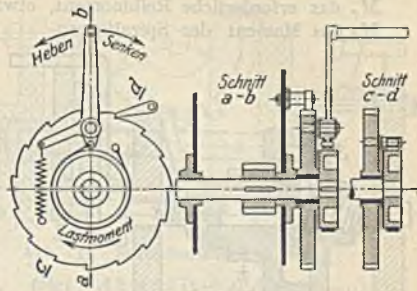


Abb. 128. Sicherheitskurbel mit Bandbremse.

### (1048) Sicherheitswinde. Grundgedanke s. (1040) und Abb. 111.

Mit Bremsband nach Abb. 128, mit selbstspannender Feder, die mit Vorspannung auf die Bremsscheibe zu bringen ist, nach Abb. 129.

Mit Gewinde, Bauart Weston, Abb. 130 und 131.

In diesen schematischen dargestellten Anordnungen bezeichnet  $T$  den mit dem Trommeltrieb verbundenen Teil,  $K$  den mit der Kurbel verbundenen Teil und  $S$  die als Mutter ausgebildete Sperrscheibe, deren Rücklauf durch Sperrklinke verhindert ist.

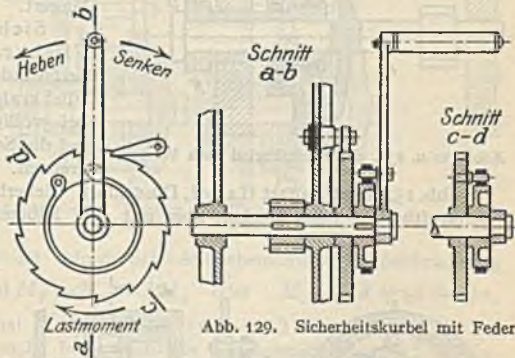


Abb. 129. Sicherheitskurbel mit Feder.

Zwischen  $S$  und  $K$  ist eine Spiralfeder eingeschaltet, die  $S$  auf dem Gewinde  $K$  in solcher Lage hält, daß dauernd eine Längsverspannung zwischen  $K$ ,  $S$  und  $T$  besteht. Diese Feder ist so zu bemessen, daß das durch diesen Druck in Fläche  $a$  hervorbrachte Reibmoment größer ist als das Lastmoment, wodurch die Last bei freier Kurbel steht.

**Heben:**  $K$  schraubt sich noch etwas tiefer in  $S$  ein, wodurch der Druck in  $a$  und damit das Reibmoment etwas gesteigert wird.

**Lasthalten:** wie oben beschrieben.

**Senken:** Kurbel wird etwas in Senkrichtung zurückgedrückt und dadurch die Längsverspannung so weit vermindert, daß das Reibmoment kleiner als das Lastmoment wird.

In nachstehender Berechnung ist die geringe Reibung der Ringfläche  $b$  und im Gewinde vernachlässigt. Reibung in  $a$  soll gegenüber der in  $b$  und im Gewinde möglichst groß sein, um mit geringer Längsverspannung auszukommen; daher wird Fläche  $a$  als Kegel- oder Keilrillenfläche oder als Lamellenfläche ausgebildet; ferner stets Flachgewinde; Feder verstellbar.



Berechnung. Bezeichnet

$\alpha$  den Gewindesteigungswinkel,  
 $r$  den mittleren Gewindehalbmesser,  
 $b$  den mittleren Halbmesser der Reibfläche,  $\mu$  die Reibzahl daselbst,  
 $M_r$  das erforderliche Reibmoment, etwa das  $1\frac{1}{8}$ fache des Lastmomentes,  
 $M_f$  das Moment der Spiralfeder,

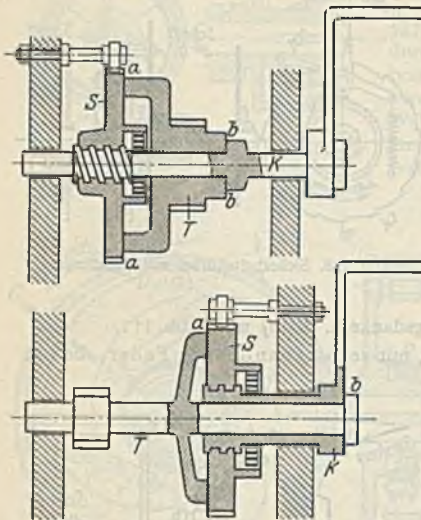


Abb. 130 u. 131. Sicherheitskurbel nach Weston.

Abb. 132 zeigt Bauart H a d e f, Düsseldorf. Sicherheitswinde mit Innenfeder, Fliehkraftbremse nach Becker, aber mit zwei Klötzen.

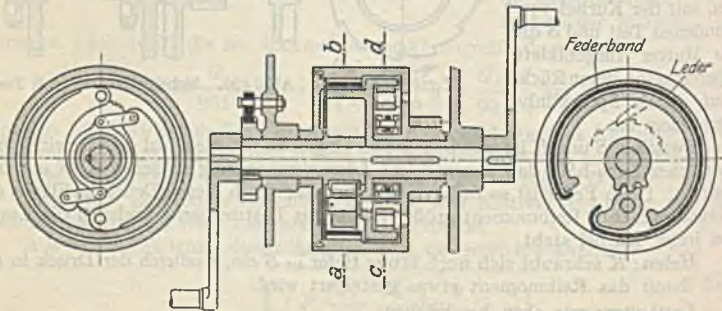


Abb. 132. Sicherheitskurbel mit Fliehkraftbremse.

(1049) Lastdruckbremsen für Schneckenwinden. Schema nach Abb. 133. Allgemeiner Grundgedanke der Lastdruckbremsen s. (1042).

Der zwischen Zahnflanke und Schneckenflanke stets vorhandene Druck geht durch Druckscheibe  $B$  und Sperrscheibe  $S$  und setzt sich am Spurzapfen im Windenrahmen ab. Sperrscheibe  $S$  wird durch Klinke gegen Senkdrehen gesperrt.

dann ist der Längsschub

$$A = M_f \operatorname{tg} \alpha : r,$$

somit bei einer Planfläche

$$M_r = A b \mu$$

und bei einer Kegelfläche mit dem Kegelwinkel  $\beta$

$$M_r = A b \mu : \sin \beta.$$

Über die Verhältnisse beim Leerlastsenken s. (1040); Ausführungsbeispiel der Sicherheitswinden s. Abb. 146; der Kurbelarm wird meist zur Aufnahme eines Gegengewichtes nach rückwärts verlängert.

Sicherheitswinde mit Fliehkraftbremse. Die Sicherheitswinde wird stets mit einer Fliehkraftbremse versehen, um bei völlig zurückgedrückter Kurbel die Senkgeschwindigkeit zu begrenzen.

**Heben:** Scheibe  $S$  macht Hubdrehung mit, die Winde arbeitet als einfache Schneckenwinde.

**Lasthalten:** Last will Schneckenrad in Senkrichtung zurückdrehen und liefert Zahndruck = Schneckenlängsschub  $A$  proportional zur Last  $Q$ .

$A$  will Schnecke zurückdrehen mit Moment

$$M_q = A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

worin  $\alpha$  der Steigungswinkel der Schnecke und  $\varrho$  der Flankenreibwinkel.

Diesem wirkt entgegen Reibmoment in Fläche  $f$   $M_r = A b \mu$ , worin  $\mu$  die Reibzahl dieser Fläche.

Aus der Forderung

$$M_r > M_q \text{ oder } M_r = (1 + s) M_q \text{ folgt } A b \mu = (1 + s) A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

und die Konstruktionsformel

$$b \mu = (1 + s) \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

also unabhängig von  $A$  bzw.  $Q$ .

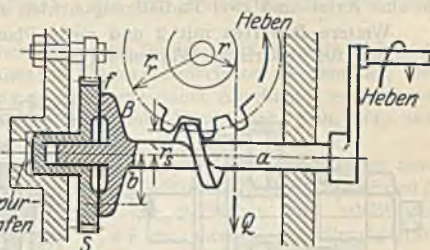


Abb. 133. Schneckenlastdruckbremse.

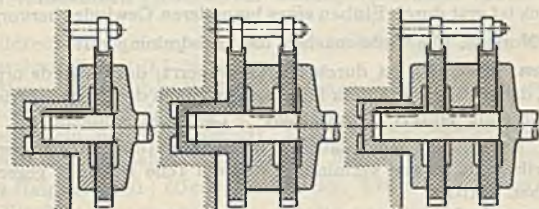


Abb. 134—136. Mehrere Reibflächen.

**Senken:** An Welle  $a$  ist erforderlich Antriebsmoment in Senkrichtung  $M_s = M_r - M_q = (1 + s) M_q - M_q = s M_q$  oder  $M_s = s A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s$ , also proportional zur Last  $Q$  und bei  $s = 0,2 \div 0,3$  etwa  $\frac{1}{4} \div \frac{1}{6}$  des Hubmomentes. Das hier nicht berücksichtigte Eigengewichtsmoment  $M_e$  beeinflusst die Ergebnisse nur unbedeutend.

Um die Bremse möglichst klein zu halten, sucht man die Bremswirkung zu steigern. Hierzu dient

Vermehrung der Reibflächen. Schema für zwei bis vier Flächen nach Abb. 134—136; bei gleichem  $b$  und  $\mu$  ist mit  $i$  Flächen

$$M_r = A i b \mu,$$

$$i b \mu = (1 + s) \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

und Senkmoment

$$M_s = i s A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s.$$

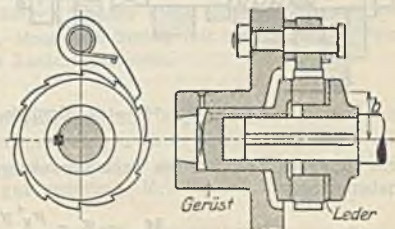


Abb. 137. Lastdruckbremse von Piechatzeck.

Ausführung nach Piechatzeck, Berlin, Abb. 137, mit zwei Flächen, davon eine beledert.



Kegel- statt Planfläche; Ausführung Becker, Berlin, Abb. 138. In den Formeln für eine Reibfläche ist  $b$  durch  $b : \sin \beta$  zu ersetzen.

Reibung in Planfläche und Zylinderinnenwand. Ausführung: Maxim-Bremse von Bolzani, Berlin, wobei der Achsdruck durch Keilflächen in eine Axial- und zwei Radialkomponenten zerlegt wird.

Weitere Bauarten mit 2 und mehr Planflächen, im Ölbad laufend, bei Bremsen für elektrische Winden s. (1116).

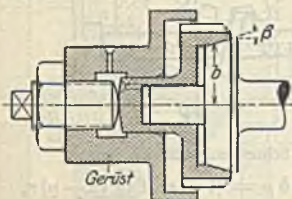


Abb. 138. Lastdruckbremse von Becker.

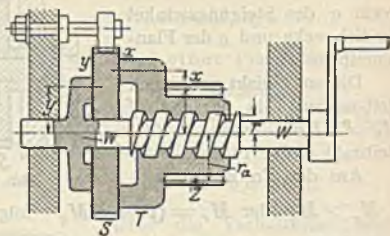


Abb. 139. Gewinde-Lastdruckbremse.

(1050) Lastdruckbremsen für Stirnradwinden. Gewindelastdruckbremse nach Weston, Abb. 139. Die bei den Stirnradwinden zunächst fehlende Axialkraft = Bremsdruck ist erst durch Einbau eines besonderen Gewindes hervorzubringen.

*Heben:* Normal; alle Teile machen die Hubdrehung mit.

*Lasthalten:* Scheibe  $S$  ist durch Klinke gesperrt, das Gewinde bringt Axialkraft hervor, die in Ringfläche  $x$  ein Reibmoment gegen den Lastrücktrieb erzeugt. Die Sperrbedingung lautet: Reibmoment  $>$  Lastrücktriebmoment.

*Senken:* Kurbelwelle wird dauernd in Senkrichtung angetrieben und dadurch der Reibschluß so weit vermindert, daß die Teile  $W$  und  $T$  gegen  $S$  gleiten und Lastsenken eintritt.

Die etwas schwierige und auf nicht ganz sicheren Annahmen beruhende theoretische Behandlung liefert folgende Ergebnisse:

Konstruktionsformel  $\mu_y y > r \operatorname{tg} \alpha$ ,

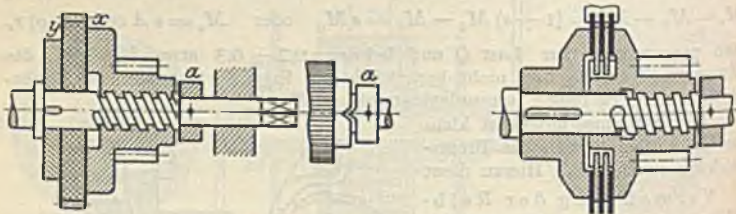


Abb. 140—142. Gewinde-Lastdruckbremse.

zum Einleiten des Senkens nach vorausgegangenem Heben ist erforderlich Antriebsmoment

$$M_{ae} = Z_h r_a \frac{\mu_y' y - r \operatorname{tg} \alpha}{\mu_y y + r \operatorname{tg} \alpha}$$

Aufrechterhaltung der Senkbewegung erfordert das Dauerantriebsmoment

$$M_a = Z_s r_a \frac{\mu_y y - r \operatorname{tg} \alpha}{\mu_x x + r \operatorname{tg} \alpha}$$

Hierin bezeichnet  $Z_h$  bzw.  $Z_s$  den Triebzahndruck für Heben bzw. Senken;  $\mu_y'$  bezieht sich auf die ruhende Reibung.

Man wähle  $\alpha = 15 \div 25^\circ$ ,  $\mu_y y = 1,3 \div 1,5 r \operatorname{tg} \alpha$  und mache  $\mu_x x$  gegen  $\mu_y y$  möglichst groß. Die Gewindereibung ist durch sorgfältige Herstellung des Gewindes (Bronzemutter und Stahlschraube) und gute Schmierung möglichst klein zu halten.

Ausführung einer einfachen Gewindebremse für Handwinden nach Abb. 140. Flächen gefettet, Gewinde geschmiert; in Fläche  $x$  Lederfutter zweckmäßig. Bei Leerlast ist Winde in Senkrichtung anzutreiben; daher Anschlag  $\alpha$  — Stellung u. dgl. — erforderlich. Ausbildung besser mit Nase nach Abb. 141, um Klemmungen zu vermeiden.

Um geringes  $M_n$  zu erhalten, sorgt man für großes  $\mu_x x$ ; daher bildet man Fläche  $x$  als Kegelfläche aus und setzt in obigen Formeln beim Kegelwinkel  $\beta$   $\mu_x x \cos \beta$  statt  $\mu_x x$ . Oder man vermehrt die  $x$ -Flächen und erhält die Lamellenbremse. Bei  $i$ -Flächen ist  $\mu_x x i$  zu setzen. Ausführung mit 3 Lamellen, d. i. 6 Flächen nach Abb. 142.

Den Gewindelastdruckbremsen haftet der Nachteil an, daß  $M_{oe}$  meist zu groß ist, daß sie also beim Senkbeginn etwas schwer aus der Sperrlage zu lösen sind und daher im Gegensatz zu den stets sicheren Schneckenlastdruckbremsen ruckweise und nicht so sicher wirken.

### Ortsfeste oder tragbare Handwinden.

(1051) Handkurbel. 35 bis 40 cm Radius, Wellenmitte 1,0 bis 1,05 m über Fußboden.

Kurbeldruck eines Mannes 10 bis 15, vorübergehend 20 kg und mehr, bei Umfangsgeschwindigkeit 0,5 bis 1,0 m/sek.

Zwei Mann an derselben Kurbel zusammen das 1,5fache, an verschiedenen Kurbeln zusammen das doppelte.

Doppelkurbeln um  $120^\circ$  versetzt. Handgriff für einmännige Kurbel 0,3, für zweimännige 0,5 m lang. Auch Kurbeln mit verstellbarem Arm üblich.

(1052) Haspelrad. 20 ÷ 60 cm Durchmesser. Übliche Annahmen für Flaschenzüge und Winden:

| Tragkraft | 0,5    | 1  | 2  | 3  | 5  | 7,5 | 10  | 12,5 t  |
|-----------|--------|----|----|----|----|-----|-----|---------|
| Kettenzug | von 25 | 30 | 40 | 45 | 60 | 70  | 75  | 80 kg   |
|           | bis 45 | 50 | 60 | 65 | 80 | 95  | 105 | 110 kg. |

Für Fahrtriebe von Laufkatzen 30 ÷ 40 kg Kettenzug.

(1053) Flaschenzüge. Bis 15 t Tragkraft üblich.

Bis 10 t kalibr. Gliederkette, darüber Gallkette.

Bis 3 t ohne oder mit Unterflasche, darüber stets Unterflasche. Früher selbsthemmende Züge nach Weston, Moore, Pickering mit sehr geringem Wirkungsgrad, jetzt nur noch Züge mit Lastdruckbremse.

Anforderungen:

1. Günstiges Verhältnis zwischen Tragkraft und Eigengewicht, daher hochwertige Werkstoffe, hohe Beanspruchungen unter Ausnutzung des Werkstoffes bei Voraussetzung, daß die Nennlast selten vorkommt.
2. Marktfähigkeit, daher stets gut genormte Reihenherstellung.
3. Guter Wirkungsgrad.
4. Einfache Bauart, einfachste Bedienung durch ungeübte Arbeiter, größte Betriebssicherheit.
5. Geringe Bauhöhe, d. h. kleinstes Maß zwischen Aufhängehaken und Lasthaken in seiner höchsten Stellung.
6. Zugänglichkeit und Schmiermöglichkeit aller Teile, Austauschbarkeit der abgenutzten Teile.



7. Gleichbleibende Lage der Flasche bei wechselnden Lasten; keine Neigungsänderung bei Voll- und Leerlast.

Durchschnittliche Eigengewichte der Züge einschließlich aller Ketten für 3 m Hub:

|           |     |     |    |    |     |     |     |     |        |
|-----------|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|--------|
| Tragkraft | 0,5 | 1,0 | 2  | 3  | 4   | 5   | 7,5 | 10  | 15 t   |
| Gewicht   | 25  | 36  | 60 | 83 | 107 | 130 | 190 | 250 | 370 kg |

Schneckenflaschenzüge. Rahmen aus Blechplatten 10 bis 15 mm durch Querbolzen vernietet, oder Stahlgußrahmen. Stahlschnecke bearbeitet, zweigängig, Schneckenrad und Kettenuß Hartguß, gegenseitig verkeilt oder aus einem Stück. Rad 20 ÷ 30 Zähne gefräst, Nuß 5 ÷ 6 Zähne.

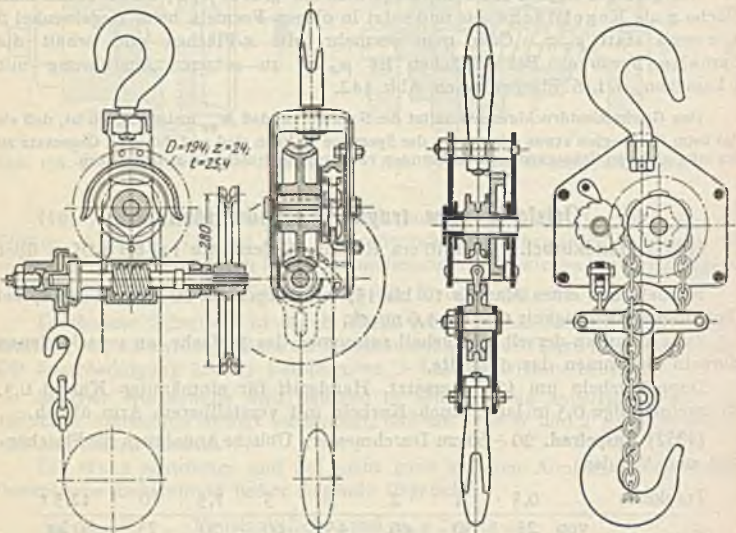


Abb. 143 a. Schneckenflaschenzug.

Abb. 143 b. Stirnradflaschenzug.

Lastdruckbremse nach (1049), Gesamt- $\eta \approx 0,55 \div 60$ . Abb. 143 a zeigt Ausführung für 2000 kg Tragkraft von E. Becker, Berlin.

Stirnradflaschenzüge. Wesentlich besserer Wirkungsgrad und kleinere Bauhöhe, aber höherer Preis als Schneckenzüge.

Stirnräder durchweg Stahl oder Stahlguß, in besonderen Fällen Nickelstahl; sorgfältige Korrektur wegen der Kleinheit des Triebes.

Abb. 143 b zeigt Ausführung für 1000 kg von „Hadeff“, Düsseldorf, mit Gewindelastdruckbremse nach Weston, s. (1050).

Doppelte Übersetzung von etwa 1500 kg Kettenzug an.

Ähnlich Bauart Bolzani mit „Rekord“-Lastdruckbremse.

Ferner: Bauart „Leheb“, Leipzig, mit Planbremscheibe, und Bauart „Mork-Planeta“, Wilhelmi, Mülheim-Ruhr, mit Planetengetriebe.

Beispiel. Nachrechnung eines Schneckenflaschenzuges nach Abb. 143. Vollast 2000 kg, Flasche 50 kg.

Kalibrierte Kette  $d = 11$  mm,  $l = 31$  mm.

Kettenuß  $z = 5$ , nach (1008) ist  $r = 4,94$  cm.

Schnecke zweigängig, Teilrißdurchm. 40 mm }  $l = 25,4$  mm

Schneckenrad  $z = 24$ , Teilkreisdurchm. 194 mm }  $i = 24/2 = 12$

für Schnecke  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cdot 2,54}{2 \cdot 2,0 \cdot \pi} = 0,405$ ,  $\alpha = 22^\circ$ ,

Flankenreibung  $\mu = 0,1$ ,  $\varrho = 60$ ,

$$\text{somit } \eta_{at} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varrho)} = \frac{0,405}{0,532} = 0,76.$$

$$\eta_h = \eta_a \eta_{at} \eta_t \eta_f = 0,96 \cdot 0,76 \cdot 0,90 \cdot 0,97 = 0,64.$$

$$\text{Heben: } M_h = \frac{2050}{20} \cdot \frac{4,94}{12} \cdot \frac{1}{0,64} = 660 \text{ cmkg, Haspelkettenzug} = \frac{660}{14} = 47 \text{ kg.}$$

$$\text{Senken: Schneckenschub } A = \frac{2050}{2} \cdot 4,94 \cdot \frac{0,97 \cdot 0,9}{9,7} = 460 \text{ kg.}$$

Beckersche Lastdruckbremse nach (1049),  $\beta = 30^\circ$ , Sicherheits  $s = 0,3$ ,  $\mu = 0,1$ .

$$\text{Mittlerer Kegelflächenradius } b = \frac{(1 + 0,3) \operatorname{tg}(22^\circ - 6^\circ) \cdot 2,0 \cdot \sin 30^\circ}{0,1} = 3,75 \text{ cm.}$$

$$M_s = 0,3 \cdot 460 \cdot \operatorname{tg}(22^\circ - 6^\circ) \cdot 2,0 = 78 \text{ cmkg, Kettenzug} = \frac{78}{14} = 5,5 \text{ kg.}$$

Der geringe Einfluß von  $M_e$  ist hier vernachlässigt.

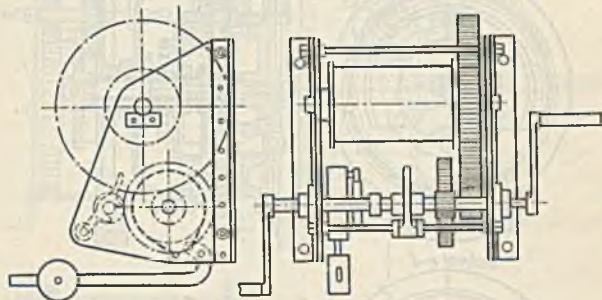


Abb. 144. Wandwinde.

**(1054) Wandwinden.** Bis 1000 kg Zug. Stets Kurbelantrieb, diese // oder  $\perp$  zur Wand. Drahtseil oder kalibrierte Kette. Guß- oder Blechschilde mit verschraubten Verbindungsstutzen. Ein- bis zweifaches Stirnradgetriebe oder Schnecke. Hemmung: Sperrad, Selbsthemmung, Lastdruckbremse, Sperradbremse, Sicherheitskurbel mit Fliehkraftbremse.

Mit Sperradbremse, Abb. 144. Diese sitzt zweckmäßig auf einer Zwischenwelle. Die Kurbelwelle wird zur Vermeidung des Kurbelschlagens beim Senken ausgerückt und in beiden Stellungen durch Stellfalle gehalten. Abb. 145 mit Wechselübersetzung für kleine und große Lasten.

Beispiel. Rechnungsgang für Entwurf einer Wandwinde nach Abb. 144 mit zwei Leitrollen und Flasche.

Vollast 2000 kg, Flasche 100 kg  $\cdot \eta_f = 0,97$ ,  $\eta_t = 0,95$ .

$$\text{Größter Seilzug} = \frac{2100}{2} \cdot \frac{1}{0,97 \cdot 0,95 \cdot 0,95} = 1200 \text{ kg, Seil blank, Festigkeit } 160 \text{ kg/mm}^2,$$

$\odot = 5, 6$  Litzen je 19 Drähte;

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{1200 \cdot 5}{114 \cdot 160} = 0,33 \text{ mm}^2, \delta = 0,65 \text{ mm.}$$

Ausführung nach DIN 655  $\delta = 0,7 \text{ mm}$ ,  $d = 11 \text{ mm}$ , rechnerische Bruchlast = 7020 kg.

Trommel  $D = 500 \cdot 0,7 = 350 \text{ mm}$ .

Antrieb durch Doppelkurbel mit 40 cm Radius.

$$M_{hv} = 2 \cdot 20 \cdot 40 = 1600 \text{ cmkg.}$$

Zweistufige Stirnradübersetzung, bearbeitete Zahnflanken.

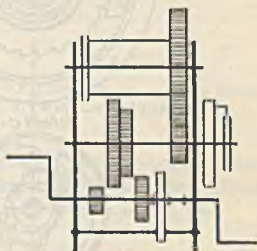


Abb. 145. Wechselübersetzung.



$$\eta_h = \eta_a \cdot \eta_{a_1} \cdot \eta_1 \cdot \eta_{1t} \cdot \eta_t \cdot \eta_l \cdot \eta_l \cdot \eta_l = 0,96 \cdot 0,96 \cdot 0,96 \cdot 0,96 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,97 = 0,70.$$

$$c = 1,07, \quad M_e = 0,07 \cdot 1600 : 1,07 = 105 \text{ cmkg.}$$

$$1600 = \frac{2100}{2} \cdot \frac{17,5}{i} \cdot \frac{1}{0,70} \cdot 1,07, \quad \text{hieraus } i = 17,5.$$

Gewählt  $i_{1a} = 4$ ,  $i_{t1} = 4,4$ , und die Zähnezahlen  $Z_t = 53$ ,  $z_1 = 12$ ,  $Z_1 = 48$ ,  $z_a = 12$ , ergibt  $i = \frac{48}{12} \cdot \frac{53}{12} = 17,7$ .

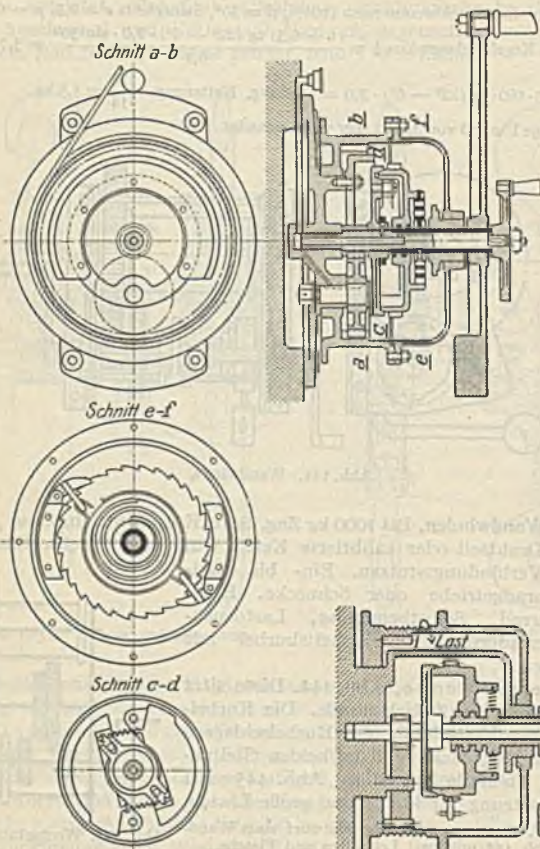


Abb. 146. Sicherheitswinde mit Fliehkraftbremse von Schüle.

Abb. 147. Schema hierzu.

Senken mit Sperradbremse auf Welle 1 bei ausgerückter Welle  $a$ : Lastmoment

$$M_{sv} = \frac{2100}{2} \cdot \frac{17,5}{4,4} \cdot 0,97 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,96 \cdot 0,96 = \text{rd. } 7\% = \text{rd. } 2900 \text{ cmkg}$$

und  $M'_{sv} = \text{rd. } 2500 \text{ cmkg.}$

Bremsscheibe  $r = 20 \text{ cm}$ . Differentialbandbremse nach (1014) mit  $a_k = 12 \text{ cm}$ ,  $e^{\alpha\mu} = 2$ ,  $a_g < 12/2$ , also  $= 4 \text{ cm}$ , liefert

$$\text{Hebelmoment } M_h = \frac{5000}{20} \cdot (12 - 2 \cdot 4) = 1000 \text{ cmkg.}$$

Hebel  $E = 5$  kg,  $e = 30$  cm,  $G = 17,5$  kg,  $g = 50$  cm, liefert  $M_h = 17,5 \cdot 50 + 5 \cdot 30 = 1000$  cmkg.

Sicherheitswinden mit Fliehkraftbremse werden neuerdings in gut gekapselter und sehr gedrängter Bauart hergestellt. Abb. 146 zeigt eine Seilwinde von Schüle in Feldkirchen bei München mit Sicherheitskurbel nach Weston (Kegelfläche) und Backenfliehkraftbremse, außerdem mit kleiner Handkurbel zum Leerlastsenken. Abb. 147 zeigt das Schema hierfür mit herausgenommener Fliehkraftbremse.

(1055) Bockwinden nach Abb. 148. Bis 4000 kg Zugkraft. Glatte Trommeln mit hohem Bordrand für mehrere Seillagen.

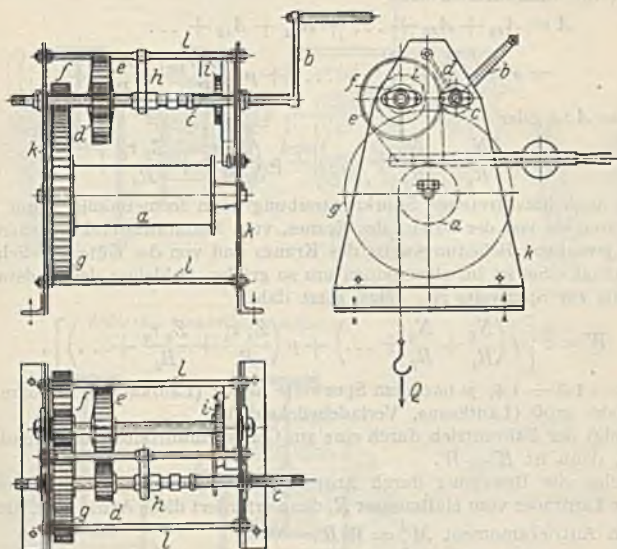


Abb. 148. Bockwinde.  $a$  Trommel,  $b$  Handkurbel,  $c$  ausrückbare Kurbelwelle,  $d-e-f-g$  Stirnräder,  $h$  Stellfalle,  $i$  Sperradbremse,  $k$  Blechschilde,  $l$  Verbindungsstutzen.

Bis 1000 kg mit einfachem, darüber mit doppeltem Stirnradgetriebe. Ausrückung der Kurbelwelle mit Wechselübersetzung wie bei Wandwinden. Meist mit Sperradbremse, zuweilen auch in Verbindung mit Fliehkraftbremse.

## Mechanik der Fahr- und Schwenkantriebe.

(1056) **Fahrbewegung** eines auf wagerechten Schienen rollenden Krangerüstes. Hierbei tritt Roll-, Zapfen- und Spurkranzreibung auf.

Das Rollreibungmoment für ein Laufrad mit Raddruck  $N$  und der Rollreibungzahl  $f$  ist  $M_r = Nf$ .

Das Zapfenreibungmoment ist bei Zapfendruck  $Z$ , Zapfenhalbmesser  $r$  und Zapfenreibungzahl  $\mu$   $M_z = Zr\mu$ .

Sieht man zunächst von der Spurkranzreibung ab, dann ergibt sich der Gesamtfahrwiderstand  $W$  aus der Arbeitsgleichung: die zum Verschieben des Gerüstes um die Strecke  $s$  cm aufzuwendende Arbeit  $A = Ws$  ist gleich der Summe der dabei zu leistenden Einzelarbeiten.



Bezeichnet

$N_1, N_2 \dots$  die Raddrücke in kg,  
 $R_1, R_2 \dots$  die Laufradhalbmesser in cm,  
 $r_1, r_2 \dots$  die Zapfenhalbmesser in cm,

dann drehen sich die Radachsen um die Winkel  $w_1 = s : R_1, w_2 = s : R_2$  usw. und liefern die Rollreib- bzw. Zapfenreiarbeiten

$$A_{r1} = M_{r1} w_1 = N_1 f s : R_1, A_{r2} = N_2 f s : R_2 \text{ usw.},$$

$$A_{z1} = Z_1 r_1 \mu s : R_1, A_{z2} = Z_2 r_2 \mu s : R_2 \text{ usw.};$$

somit ist die Gesamtreiarbeit

$$A = A_{r1} + A_{r2} + \dots + A_{z1} + A_{z2} + \dots$$

$$= s \left[ f \left( \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + \dots \right) + \mu \left( \frac{Z_1 r_1}{R_1} + \frac{Z_2 r_2}{R_2} + \dots \right) \right]$$

und  $W = A : s$  oder

$$W = f \left( \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + \dots \right) + \mu \left( \frac{Z_1 r_1}{R_1} + \frac{Z_2 r_2}{R_2} + \dots \right).$$

Die noch hinzutretende Spurkranzreibung kann formelmäßig kaum gefaßt werden, weil sie von der Bauart des Kranes, vom Radkranz- und Schienenprofil, von der jeweiligen Belastungsweise des Kranes und von der Güte der Schienelage abhängt. Sie ist im allgemeinen um so größer, je kleiner der Radstand im Verhältnis zur Spurweite ist. Man setzt daher

$$W = c \left[ f \left( \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + \dots \right) + \mu \left( \frac{Z_1 r_1}{R_1} + \frac{Z_2 r_2}{R_2} + \dots \right) \right],$$

worin  $c = 1,2 \div 1,4$ , je nachdem Spurweite mäßig (Laufkatzen, fahrbare Drehkrane) oder groß (Laufkrane, Verladebrücken<sup>1)</sup>).

Erfolgt der Fahrtrieb durch eine am Gerüst unmittelbar angreifende Zugkraft  $K$ , dann ist  $K = W$ .

Erfolgt die Bewegung durch Antrieb einer Laufachse  $l$  bzw. eines oder mehrerer Laufräder vom Halbmesser  $R$ , dann erfordert diese Achse bzw. die Laufräder ein Antriebsmoment  $M_f^l = W R$ .

Ist dieses Moment für unmittelbaren Kurbel- oder Haspelradantrieb zu groß, dann ist bei  $i$ -facher Übersetzung mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  an Antriebswelle erforderlich  $M_f = W R : i \eta$ .

Fährt das Gerüst auf einem Schienenpaar, dann ist bei Vernachlässigung des geringen Radsatzgewichtes das Gesamtgewicht des Wagens

$$G = N_1 + N_2 + \dots = Z_1 + Z_2 + \dots$$

Sind außerdem, wie meist bei Laufkatzen und fahrbaren Kranen, alle Zapfen und Räder einander gleich, dann ist bei beliebiger Verteilung von  $G$  über die Räder und Zapfen

$$K = G (f + r \mu) c : R \text{ bzw. } M_f = c G (f + r \mu) : i \eta.$$

(1057) **Schwenkbewegung** eines Drehkranes um die lotrechte Achse. Hierbei tritt ebenfalls Zapfenreibung und je nach Kranbauart auch Rollreibung auf, dagegen keine Spurkranzreibung. Diese Reibungen liefern auf die Drehachse des Kranes bezogen das Gesamtreibmoment  $M_m$ , das wieder aus der Arbeitsgleichung berechnet werden kann. Hierbei wird die für einen bestimmten Drehwinkel, zweckmäßig  $360^\circ = 2\pi$ , aufzuwendende Arbeit  $M_m 2\pi$  den Reiarbeiten der einzelnen Zapfen und Rollen gleichgesetzt. Berechnung von  $M_m$  für verschiedene Kranbauarten s. (1129) und (1134).

<sup>1)</sup> Über Versuche zur Bestimmung der Spurkranzreibung an einem elektrisch betriebenen Laufkran s. Dr.-Ing. Bülz, F. A. Heft 154/55 (I. Auszug Z. 1914, S. 1113).

Kleine Drehkrane können durch seitlichen Druck auf die hängende Last oder durch Zugseile, die vom Auslegerkopf herabhängen, gedreht werden; größere erfordern Kurbelantrieb mit Stirn- und Kegelradübersetzung.

Bei  $i$ -facher Übersetzung ist dann wie beim Fahrtrieb  $M_d = M_w : i \eta$ .

## Winden und Katzen für Handfahrwerk.

(1058) Haspelkettenzug für Fahrtriebe 30 bis 40 kg. Abb. 149 zeigt eine Unterflanschlaufkatze zum Einhängen eines Flaschenzuges. In Abb. 150 stehen

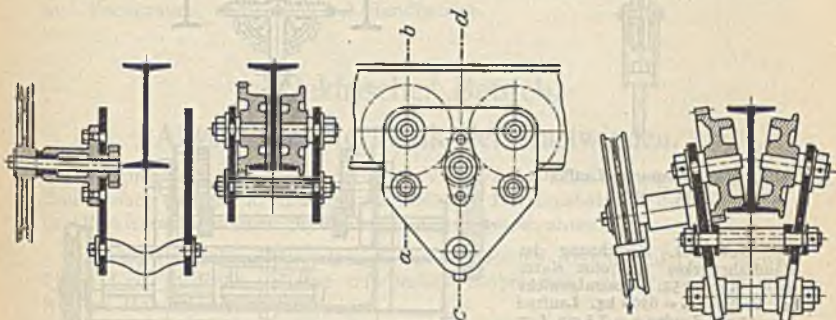


Abb. 149. Unterflanschlaufkatze.

Abb. 150. Schräge Rollen.

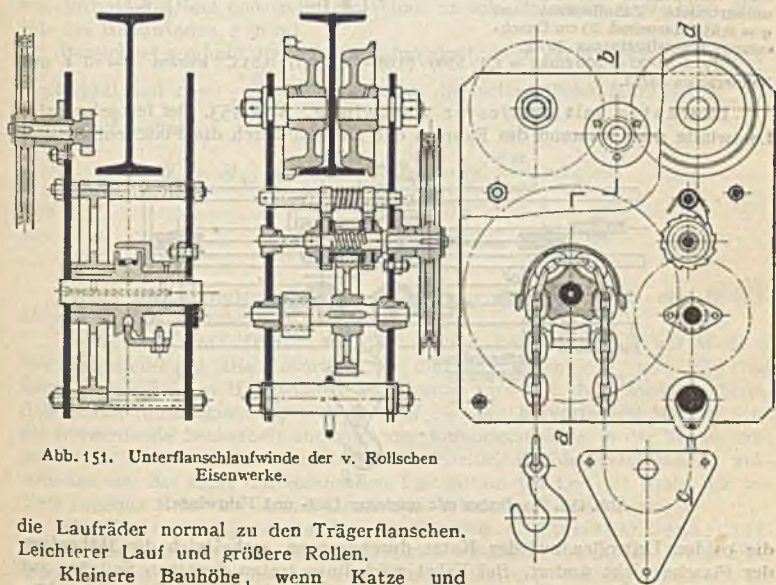


Abb. 151. Unterflanschlaufwinde der v. Rollschen Eisenwerke.

die Laufräder normal zu den Trägerflanschen. Leichter Lauf und größere Rollen.

Kleinere Bauhöhe, wenn Katze und Flaschenzug zusammengesetzt wird.

Ausführung der v. Rollschen Eisenwerke, Bern, nach Abb. 151 für 4 bzw. 2 t Tragkraft. Doppelgewindelastdruckbremse wegen wechselnder Drehrichtung.



Abb. 152 zeigt eine Laufkatze Bauart Bolzani, auf Doppelspur fahrbar, mit eingebauter Winde ähnlich Abb. 143a.

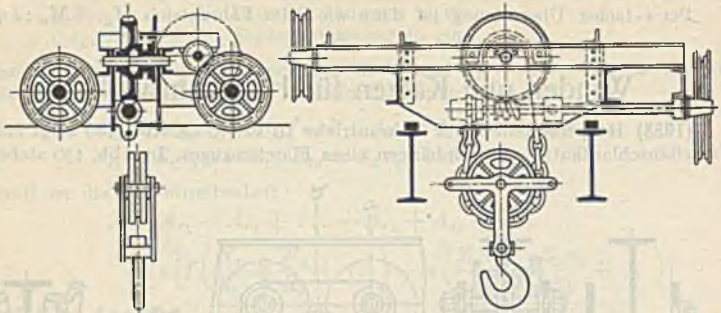
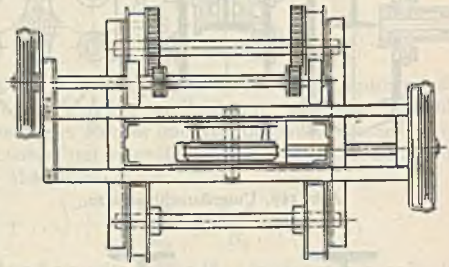


Abb. 152. Zweispurige Laufkatze von Bolzani.

Beispiel. Berechnung des Handfahrwerkes für eine Katze nach Abb. 152. Gesamtgewicht bei Vollast  $G = 6500$  kg. Laufrad  $R = 15$  cm, Zapfen  $r = 2,5$  cm,  $f = 0,05$ ,  $\mu = 0,1$ . Für einstufige Räderübersetzung zwischen Laufachse und Haspelradwelle (Welle und unbearbeitete Zahnflanken) sei  $\eta = 0,85$ . Haspelrad 20 cm Durchmesser, Haspelkettenzug 30 kg.

$M_f = 30 \cdot 20 = 600$  cmkg  $= 1,2 \cdot 6500 \cdot (0,05 + 2,5 \cdot 0,1) : 0,85$  i, hieraus  $i = rd. 4$  und Zähnezahlen 48/12.



Laufkatze mit ortsfester Lastwinde, Abb. 153. Bei festgebremster Lastwinde wird während des Fahrens das Lastseil durch die Flaschenrolle und

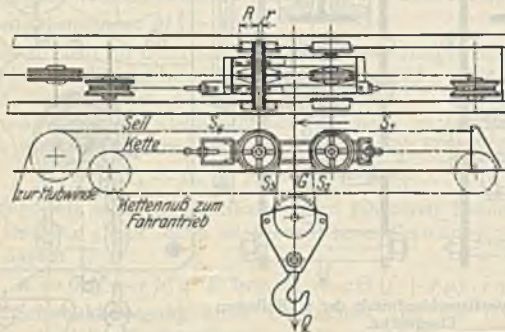


Abb. 153. Laufkatze mit ortsfester Last- und Fahrwinde.

die beiden Leitrollen auf der Katze durchgezogen, wobei sich die Höhenlage der Flasche nicht ändert. Bei Fahrt nach links treten dieselben Seilzüge auf wie bei festgehaltener Katze und Bewegung der Seile  $S_1$  und  $S_4$  nach rechts. Somit folgt

$$S_1 > S_2 > S_3 > S_4, \text{ u. zwar } S_2 = \frac{Q}{2} \frac{1}{\eta_f}, S_3 = \frac{Q}{2} \eta_f, S_1 = \frac{S_2}{\eta_1}, S_4 = S_3 \eta_1.$$

Der von den Seilzügen verursachte Fahrwiderstand ist somit

$$W_s = S_1 - S_4 = \frac{Q}{2} \left( \frac{1}{\eta_f \eta_i} - \eta_f \eta_i \right).$$

Der von der Katze selbst herrührende Fahrwiderstand ist nach (1056)

$$W_k = G(f + r\mu)c : R.$$

Somit Gesamtfahrwiderstand  $W = W_s + W_k =$  erforderlicher Kettenzug des Fahrwerks.

Verwendung dieser Anordnung bei ortsfesten Drehkränen und bei Lauf- und Bockkränen, namentlich bei Handbetrieb.

## Elektrischer Betrieb.

### Allgemeine Mechanik der Lastwinden.

Vorausgesetzt ist eine Räderwinde von der bei Handbetrieb betrachteten Bauart nach (1033) und Abb. 107. An Stelle der Handkurbel tritt hier der Anker des Elektromotors. Über Bremsanordnung s. weiter unten.

(1059) **Lasthalten.** Die stets vorhandene Reibungsbremse hält die schwebende Last in Ruhe. Hierzu erforderlich Reibmoment der Ruhe  $M'_r > M'_r$ , wie bei Handwinden.

(1060) **Gleichförmiges Heben** (Hubbeharrung). Die Reibungsbremse wird von Hand oder elektromagnetisch (Bremslüfter) völlig gelüftet; der Motor liegt am elektrischen Netz und treibt die Winde an mit Hubmoment  $M_h$  bzw.  $M_{hv}$  (wie bei Handwinden,  $r$  in m).

Bezeichnet  $v$  m/min die Hubgeschwindigkeit, dann hat Anker  $a$  die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{v m}{60 r i}$  sek<sup>-1</sup>; hieraus die erforderliche Hubleistung des Motors für Vollast

$$N_v = M_{hv} \cdot \omega = \frac{Q_v + F}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h} c \cdot \frac{v m}{60 r i} \text{ mkg/sek}$$

oder

$$N_v = \frac{(Q_v + F) v}{60 \cdot 102 \eta_h} c \text{ kW.}$$

(1061) **Gleichförmiges Senken** (Senkbeharrung). Je nach der Bremsanordnung unterscheidet man

a) Winden mit freiem Rücklauf und Reibungsbremse auf Welle  $a$  mit Handsteuerung. Die Ausdrücke für die Senkmomente  $M_s$  und  $M_{sv}$  sind dieselben wie bei den Handwinden. Die Bremse wird von Hand soweit gelüftet, daß sie das Reibmoment  $M_r = M_s$  bzw.  $M_{rv} = M_{sv}$  hervorbringt. Hierbei wird die freiwerdende Senkarbeit abzüglich der Reibungsarbeiten in der Winde umgesetzt in Reibungswärme an der Bremsscheibe, die dementsprechend auszubilden ist. Bei nicht durchziehenden Lasten und bei Leerlast treibt der am Netz liegende Motor bei offener Bremse die Winde im Senksinne an.

b) Winden mit freiem Rücklauf und elektrischer Senkschaltung. Die Reibungsbremse wird während des Senkens durch den Bremslüfter offen gehalten; der Motor erhält solche Bremsschaltung, daß der Anker auf die Winde ein Moment  $M = M_s$  ausübt, das bei durchziehenden Lasten bremsend, bei nicht durchziehenden treibend wirkt. Bei durchziehenden Lasten wird die freiwerdende Senkarbeit in elektrische Arbeit umgesetzt, die entweder ins Netz zurückgeführt, also rückgewonnen wird, oder sie wird in Vorschaltwiderständen



vernichtet, d. h. in Stromwärme umgesetzt. Dabei wird die Reibungsbremse, die die Aufgabe des Lasthaltens hat und nur bei Hub- und Senkende die Nachlaufbremse zum Teil übernimmt, geschont.

c) Winden mit Selbsthemmung oder mit Lastdruckbremse. Wie bei Handwinden treibt der Motor beim Senken die Winde an. Auch hier liegt Umsetzung der Senkarbeit in Reibung vor.

(1062) Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge. Im Gegensatz zu den langsam laufenden Handwinden treten im Triebwerk beim An- und Auslauf und bei Geschwindigkeitsregelung hohe Beschleunigungen und Verzögerungen auf, die in den Triebwerksmassen entsprechende Trägheitskräfte hervorrufen. Grundlagen hierzu s. (192). Zu beschleunigen ist die Lastmasse und die auf Welle  $l$ , 1 und  $a$  sitzenden Triebwerksmassen. Da aber die Last und die Wellen  $l$  und 1 erheblich langsamer laufen als die Ankerwelle und daher entsprechend geringere Beschleunigungen haben, kann ihre Massenwirkung gegen die des Ankers und der mit ihm umlaufenden Massen vernachlässigt werden.

Im weiteren sind ausnahmslos alle Drehrichtungen und Drehmomente im Hubsinne positiv, im Senksinne negativ angesetzt, und es gelten nachstehende Augenblickswerte:

$\varepsilon \text{ sk}^{-2}$  = Winkelbeschleunigung des Ankers, und zwar

pos.  $\varepsilon$  ist Hubbeschl. oder Senkverzög.,

neg.  $\varepsilon$  ist Hubverzög. oder Senkbeschl.

$M$  mkg ist das vom Magnetfeld auf den Anker ausgeübte Drehmoment;

pos.  $M$  wirkt im Hubsinne } gleichgültig ob Heben

neg.  $M$  wirkt im Senksinne } oder Senken vorliegt,

$M'$  gilt für Anker in Ruhe.

$M_r$  mkg ist das von der Reibungsbremse an die Winde abgegebene Reibmoment und ist stets gegen die Bewegung gerichtet, kann also positiv oder negativ sein.

$\Theta \text{ kgmsk}^2$  ist das Trägheitsmoment aller mit dem Anker umlaufenden Massen, d. i. Anker, Brems- oder Kupplungsscheibe und Zahntrieb; also  $\Theta = J_a + J_b + J_c$ . Die Motorenlisten enthalten statt der  $J_a$  die  $GD^2 \text{ kgm}^2$ , woraus  $J_a = \frac{GD^2}{4g} = \text{rd.} \frac{GD^2}{40}$ . Ferner ist i. d. Regel  $J_b = 0,5 - 1,0 \cdot J_a$ , je nach Größe und Gewicht der Scheiben, die meist gleichzeitig als Bremsscheiben dienen.

### (1063) Vorgänge beim Lastheben.

a) Lasthalten. Die geschlossene Bremse hält schwebende Last mit  $M' > M_r$ .

b) Übergang zum Heben. Bremse wird von Hand oder magnetisch gelüftet und bleibt während des Hebens offen, gleichzeitig wird der Motor ans Netz gelegt, u. zw. wie weiter unten dargelegt, über Vorschaltwiderstände. Das Motorfeld wirkt auf den Anker mit  $M'$ . Bewegungsbeginn erfordert  $M' > M_h$ .

c) Hubbeschleunigung (Hubanlauf), wenn infolge der Widerstandschaltung  $M > M_h$ . Der Überschuß  $M - M_h$  dient zur Massenbeschleunigung mit  $\varepsilon = (M - M_h) : \Theta$ . Das Anlaufmoment  $M$  kann bis zum dreifachen  $M_h$  steigen.

d) Hubbeharrung, wenn  $M$  auf den Wert  $M_h$  gesunken ist, dann  $\varepsilon = 0$ .

e) Hubverzögerung (Hubauslauf), wenn durch Schaltung  $M$  unter  $M_h$  fällt, dann  $\varepsilon$  negativ. Stärkere Verzögerung, wenn Motor vom Netz getrennt wird, dann  $M = 0$  und  $\varepsilon = -M_h : \Theta$ . Noch stärker, wenn durch Schaltung  $M$  negativ auftritt oder wenn bei  $M = 0$  Reibungsbremse einfällt und mit  $M_r$  bremst, dann  $\varepsilon = (-M_h - M_r) : \Theta$  bzw.  $\varepsilon = (-M_h - M_r) : \Theta$ .

Ist die Winde zur Ruhe gekommen, dann tritt wieder der Ausgangszustand ein.

**(1064) Vorgänge beim Lastsenken mit Reibungssenkbremse.** Für durchziehende Lasten gilt:

- a) Lasthalten wie oben.
- b) Übergang zum Senken, wenn Bremse völlig oder so weit gelüftet wird, daß  $M_r' < M_s'$ .
- c) Senkbeschleunigung, wenn Lüftung so weit, daß  $M_r < M_s$ , dann  $\varepsilon = (M_r - M_s) : \Theta$ , also negativ; stärkere Verzögerung bei völliger Lüftung, wobei  $\varepsilon = -M_s : \Theta$ ; noch stärker, wenn außerdem Motor ans Netz gelegt und auf Senkantrieb geschaltet wird, also Moment  $-M$  äußert, dann  $\varepsilon = (-M_s - M) : \Theta$ .
- d) Senkbeharrung, wenn bei stromlosem Motor Bremse soweit wieder angezogen wird, daß  $M_r = M_s$ .
- e) Senkverzögerung, wenn Bremse stärker angezogen bzw. völlig geschlossen wird, so daß  $M_r > M_s$ , dann  $\varepsilon = (M_r - M_s) : \Theta$ .

Ist die Winde zur Ruhe gekommen, dann liegt wieder der Ausgangszustand vor.

Nicht durchziehende Lasten: Bremse wird ganz geöffnet und Motor ans Netz auf Senkantrieb geschaltet, worauf Senkbeschleunigung und dann Senkbeharrung erfolgt. Für Senkauslauf wird Motor vom Netz getrennt und Bremse angezogen.

**(1065) Vorgänge beim Lastsenken mit elektrischer Senkschaltung.** Für durchziehende Lasten gilt:

- a) Lasthalten wie oben.
- b) Übergang zum Senken. Bremse offen, Motor stromlos oder auf Senkantrieb geschaltet.
- c) Senkbeschleunigung, wenn  $M < M_s$  oder  $M = 0$  oder  $M$  neg. } bei
- d) Senkbeharrung, wenn  $M = M_s$ .
- e) Senkverzögerung, wenn  $M > M_s$ . } alles
- f) Senkauslauf bis zur Ruhe teils durch pos.  $M$ , teils durch die wieder einfallende Bremse, teils durch beides. } offener Bremse

**(1066) Beanspruchung der Triebwerkstelle, Zahndrucke.** Infolge Vernachlässigung der Lastmasse und der Triebwerksmassen außer derjenigen der Welle können die Änderungen der Seilzüge, Drehmomente in Wellen und Zahndrucke während der Beschleunigung und Verzögerung gegenüber denen des Beharrungszustandes vernachlässigt werden; d. h. die Winde wird nur statisch, nicht dynamisch beansprucht.

## Allgemeine Mechanik der Fahrwerke.

**(1067)** Vorausgesetzt ist ein auf waagrechter Bahn fahrendes Gerüst mit daraufsitzendem Motor und Räderübersetzung zwischen Anker- und Laufachse. Bezeichnungen wie bei Handantrieb nach (1056), alle Größen auf kg und m bezogen, außerdem Fahrgeschwindigkeit  $v$  m/min.

**(1068) Gleichförmiges Fahren** erfordert wie bei Handbetrieb

$$\text{Fahrmoment } M_r = \frac{W R}{i \eta} \text{ mkg.}$$

Bezeichnet  $\omega$  sk<sup>-1</sup> die Winkelgeschwindigkeit des Ankers, dann ist  $v = \frac{60 \omega R}{i}$ . Somit ist die erforderliche Motorleistung bei Vollast

$$N_v = M_{rv} \cdot \omega = \frac{W_v R}{i \eta} \cdot \frac{v i}{60 R} \text{ kgm/sk} \quad \text{oder} \quad N_v = \frac{W_v v}{60 \cdot 120 \eta} \text{ kW.}$$



(1069) Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge. Vorausgesetzt ist starre Verbindung der schwebenden Last mit dem Fahrgerüst derart, daß ein Lastpendeln nicht auftritt, da solches rechnerisch kaum verfolgbare wäre. Im Gegensatz zu den Lastwinden ist hier die Wirkung der Fahrmasse (Fahrgerüst + Nutzlast) erheblich größer als die des Ankers, daher wird in Annäherung die erstere allein berücksichtigt.

Bremse ist nur zur Nachlaufbremse, d. h. Abkürzung des Fahrauslaufs bei großem  $v$  erforderlich. Wird ausgeführt als Reibungsbremse mit Fußdruckhebel im Führerstand oder mit Gewichtshebel und Bremslüfter oder durch rein elektrische Bremsschaltung oder durch beides.

a) Fahrzeug in Ruhe, etwa vorhandene Magnetbremse geschlossen, Motor stromlos.

b) Übergang zum Fahren. Motor und Bremslüfter am Netz, Bremse offen. Fahrbeginn, wenn Anker wirkt mit  $M' > M'_f$ , das wegen der ruhenden Reibung bis zu  $1,5 M_f$  betragen kann.

c) Fahrbeschleunigung, wenn infolge Widerstandsschaltung  $M > M_f$ . Erhält der Anker Winkelbeschleunigung  $\varepsilon$ , dann ist Fahrbeschleunigung  $b = \varepsilon R : i$ .

In der Fahrzeugmasse  $= G : g$  tritt Trägheitskraft  $\mathfrak{Z} = \frac{G}{g} \cdot b$  auf, diese addiert sich zum Fahrwiderstand und es gilt für Anlauf

$$M = \frac{(W + \mathfrak{Z}) R}{i \eta} = \frac{WR}{i \eta} + \frac{G \varepsilon R^2}{g i^2 \eta}$$

oder  $M = M_f + \varepsilon \Theta$ , woraus  $\varepsilon = (M - M_f) : \Theta$ , worin  $\Theta = \frac{G R^2}{g i^2 \eta}$  das auf Welle  $a$  bezogene Trägheitsmoment der Fahrzeugmasse heißt.

d) Fahrbeharrung, wenn  $M = M_f$ , dann  $\varepsilon = 0$ .

e) Fahrverzögerung, wenn durch Schaltung  $M < M_f$ , dann  $\varepsilon$  negativ. Stärker, wenn Motor stromlos, aber noch keine Bremsung (Freilauf), dann  $\varepsilon = -M_f : \Theta$ . Noch stärker, wenn außerdem Reibungsbremse auf Welle  $a$  mit  $M_f$  gegen Fahrbewegung wirkt, dann  $\varepsilon = (-M_f - M_r) : \Theta$ , oder wenn ohne Reibungsbremse der Motor durch Gegenschaltung (Bremschaltung) negatives  $M$  liefert, dann  $\varepsilon = (-M_f - M) : \Theta$ .

f) Nach vollendetem Auslauf tritt wieder Ruhe ein.

Die Fahrbremse darf nicht so stark sein, daß das Getriebe festgebremst wird und die Räder auf den Schienen gleiten. Für diesen äußersten Fall berechnet sich die Fahrverzögerung unter Annahme einer Katze oder eines Laufkranes mit vier gleichen Raddrücken je  $N = G : 4$ , von denen zwei angetrieben sind und dann nach Festbremsung gleiten, zu

$$b = \frac{\text{Reibungswiderstand}}{\text{Fahrmasse}} = \frac{2 N \mu}{G g} = \frac{2 N \mu g}{4 N} = \frac{\mu g}{2};$$

das liefert mit  $\mu = 0,14$  (Rad und Schiene trocken) und  $g = 10 \text{ msk}^{-2}$   $b = 0,7 \text{ msk}^{-2}$  und  $\varepsilon = b R : i \text{ sk}^{-2}$ . Bremsung darf also höchstens so stark sein, daß  $b$  und  $\varepsilon$  nicht über diese Werte kommen.

(1070) Beanspruchung der Getriebeteile, Zahndrucke. Wegen ausschließlicher Berücksichtigung der Fahrzeugmasse ist hier das Übersetzungsgetriebe für das gesamte Anlaufmoment  $M$  zu berechnen, das bis zum dreifachen  $M_f$  ansteigen kann.

Bei starker Fahrbremse kann das  $M_f$  maßgebend sein. Hierbei wechselt die Zahndruckrichtung, die Trägheitskraft der Gerüstmassen wirkt treibend auf die unter Bremsung stehende Ankerwelle. Bei Schneckenantrieb muß die Schnecke zwei- oder mehrgängig sein, da bei eingängiger und dann selbsthemmender Schnecke sofortiges Sperren und Radgleiten in Verbindung mit Bruchgefahr eintreten würde.

## Allgemeine Mechanik der Kranschwenkwerke.

(1071) Es bezeichnet

$M_w$  mkg das beim Schwenken auftretende Reibmoment, s. (1129),

$M_{wv}$  mkg dasselbe bei Vollast,

$\omega_d$  sk<sup>-1</sup> die Winkelgeschwindigkeit des Kranes,

$\omega$  sk<sup>-1</sup> die des Motorankers,

$i$  die Übersetzung zwischen dem Schwenkteil und dem Anker,

$\eta$  den Wirkungsgrad des Übersetzungsgetriebes.

(1072) Gleichförmiges Schwenken erfordert Ankermoment

$$M_d = \frac{M_w}{i \eta} \text{ bzw. } M_{dv} = \frac{M_{wv}}{i \eta}.$$

Erforderliche Vollastleistung

$$N_v = M_{dv} \cdot \omega = \frac{M_{wv}}{i \eta} \cdot \omega_d i = \frac{M_{wv} \cdot \omega_d}{\eta} \text{ mkg/sk}$$

oder

$$N_v = \frac{M_{wv} \cdot \omega_d}{102 \eta} \text{ kW.}$$

(1073) Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge. Auch hier ist starre Verbindung der schwebenden Last mit dem Kranausleger vorausgesetzt. Das auf Drehachse bezogene Trägheitsmoment aller am Drehteil sitzenden Massen sei  $J_d = \sum \frac{G}{g} r^2$ . Wie bei Fahrwerken kann die Ankermasse vernachlässigt werden.

Schwenkbeschleunigung, wenn  $M > M_d$ . Gilt  $\varepsilon$  für den Anker und  $\varepsilon_d$  für den Schwenkteil, dann ist  $\varepsilon_d = \varepsilon : i$ , und es folgt

$$M = \frac{M_w + J_d \varepsilon_d}{i \eta} \quad \text{oder} \quad M = \frac{M_w}{i \eta} + \frac{J_d \varepsilon}{i \eta} = M_d + \varepsilon \Theta,$$

worin  $\Theta$  das auf Ankerwelle bezogene Massenträgheitsmoment des Schwenkteils heißt. Hieraus  $\varepsilon = (M - M_d) : \Theta$ .

Schwenkbeharrung, wenn  $M = M_d$ .

Schwenkverzögerung, wenn  $M < M_d$  oder  $M = 0$ , Freilauf mit  $\varepsilon = -M_d : \Theta$ , oder  $M = 0$  und Bremsung  $M_r$  durch Fußdruck oder Magnetbremse mit  $\varepsilon = (-M_d - M_r) : \Theta$ .

Auch hier ist das Getriebe für das Anlauf- oder Bremsmoment zu berechnen, und die stets vorhandene Schnecke muß mindestens zweigängig sein, außerdem wird zweckmäßig eine Rutschkupplung in das Getriebe als Sicherung gegen Überlastung durch zu scharfes Bremsen eingebaut.

## Gleichstrommotoren.

Abkürzungen der nachstehend genannten Elektrizitätsfirmen:

AEG = Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft, Berlin, Bm = Bergmann-Elektrizitäts-Werke, A.-G. Berlin, BBC = Brown, Boveri & Co. A.-G. Mannheim, SW = Sachsenwerk-Licht- u. Kraft-Ges. Niedersiedlitz b. Dresden, SSW = Siemens-Schuckertwerke A.-G. Berlin.

(1074) Hauptstrommotor. Abb. 154 zeigt die Schaltung, wobei im Stromkreis ein abgestuft veränderlicher Vorschaltwiderstand liegt; Abb. 155 zeigt die daraus folgenden Beziehungen zwischen Moment  $M$  und Strom  $J$  bzw. zwischen  $M$  und Umlaufzahl  $n$ . Die Kurven zwischen den  $M$  und  $n$  heißen Regelkurven und jedem Vorschaltwiderstand entspricht eine besondere Regelkurve. Die letzte stark gezogene Kurve gilt für kurzgeschlossenen Vorschaltwiderstand



und heißt Selbstregelkurve. Bei abnehmendem  $M$  nimmt  $n$  zu und bei völliger Entlastung steigt  $n$  unzulässig, und der Anker wird durch Fliehkraftwirkung zerstört. Die Kurve zwischen  $M$  und  $J$  verläuft unabhängig vom Vorschaltwiderstand.

Je nach dem Zweck des Motors und den Betriebsverhältnissen unterscheidet man nach Abschn. Elektrotechnik unter Zugrundelegung der Erwärmungsverhältnisse zwischen Dauerbetrieb, kurzzeitigem Betrieb und Aussetzbetrieb. Für Lasthebemaschinen kommt nur letzterer in Frage.

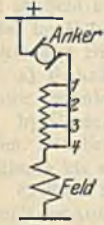


Abb. 154. Schaltung des Hauptstrommotors.

Die Angaben der Kranmotorenlisten beziehen sich auf den Aussetzbetrieb bei 15, 25 und 40% ED, heißen Nennwerte (Nennleistungen, Nennmomente, Nenndrehzahlen usw.) und werden mit AB 15, AB 25 und AB 40 bezeichnet. Sie liefern etwa die in Abb. 155 angegebene Punktfolge.

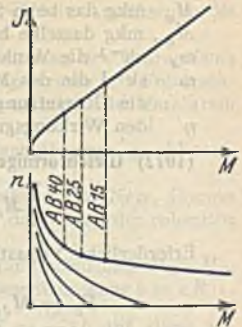


Abb. 155. Kurven zum Hauptstrommotor.

Nur während des Anlassens (s. weiter unten) dürfen die  $M$  und  $J$  die Nennwerte übersteigen und vorübergehend das 3 bzw. 2,5fache der Nennwerte für 25% ED erreichen; bei Wendepolen sind noch größere Werte zulässig.

(1075) Nebenschlußmotor. Schaltung nach Abb. 156, Regelkurven hierzu nach Abb. 157. Wesentlich: Zwischen  $M$  und  $n$  bzw. zwischen  $M$  und Ankerstrom  $J$  bestehen lineare Beziehungen; Feldstrom und Feldstärke ist unveränderlich. Bei Änderung von  $M$  ändert sich  $n$  wenig, bei völliger Entlastung stellt sich die kritische Drehzahl  $n_{krit}$  ein, bei negativem  $M$  arbeitet der Motor als Dynamo und liefert Strom ins Netz,  $n$  steigt linear weiter.

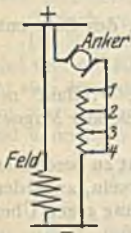


Abb. 156. Schaltung des Nebenschlußmotors.

Während des Anlassens ist ebenfalls Steigerung von  $M$  und  $J$  über die Nennwerte hinaus zulässig, aber wegen schlechterer Kommutierung nicht so hoch als bei Hauptstrommotoren.

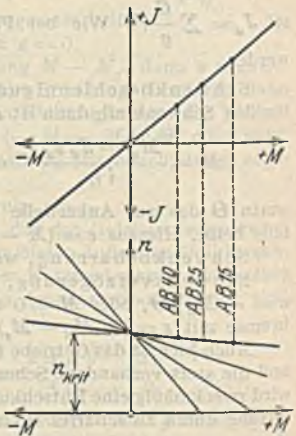


Abb. 157. Kurven zum Nebenschlußmotor.

(1076) Verwendungsbereich beider Motorarten. Hauptstrommotoren im Kranbau wegen des beim Anlassen erlaubten großen Anzugsmomentes und wegen der günstigen Selbstregelung, da kleine Lasten schnell, große langsam gehoben werden. Wegen des durch Zahnräder mit dem Triebwerk verbundenen Motors ist die Gefahr des Durchgehens selbst bei Leerlast kaum vorhanden, gegebenenfalls können besondere Sicherheitsvorrichtungen vorgesehen werden.

Nebenschlußmotoren im Aufzugsbau wegen der Möglichkeit einer völligen Entlastung und Umkehrung der  $M$ -Richtung und wegen der fast unveränderlichen Drehzahl bei wechselnder Belastung.

(1077) Die Motorwahl im Kranbau. Hierzu umstehende Tafel als Auszug aus der Kranmotorenliste der Siemens-Schuckertwerke A.-G. Berlin. Ist der Motor bei jedem Arbeitsspiel voll belastet und beträgt die ED etwa 15 bzw. 25 bzw. 40%, dann nennt man den Betrieb leicht bzw. normal bzw. schwer. Diese drei Betriebsstärken decken sich demnach mit den Nennbelastungen A B 15, A B 25 und A B 40.

Arbeitet der Motor mit wechselnder Belastung und darf angenommen werden, daß das mittlere vom Motor abzugebende Moment höchstens das 0,5- bis 0,6fache des Vollastmomentes beträgt, dann kann ein Betrieb mit vollen Lasten bei 15% ED gleichgesetzt werden einem Betrieb mit wechselnden Lasten bei 25% ED und ein Betrieb mit vollen Lasten bei 25% ED einem solchen mit wechselnden Lasten bei 40% ED. Diese Beziehungen sind nur angenäherte und schwanken mit der Ausführung des jeweiligen Motors; aber diese Ungenauigkeiten können mit Rücksicht auf die unberechenbaren Schwankungen im Wechsel der Belastung vernachlässigt werden zugunsten einer einfachen Benutzungsweise der Motorlisten.

Im Kranbau wird je nach Aufstellungsort der offene oder gekapselte Motor verwendet. Die Belastungsfähigkeit des offenen Motors ist wegen seiner Luftkühlung größer als die des gekapselten, was in den nach beiden Arten stets getrennten Listen zum Ausdruck kommt.

Motoren in warmen Räumen (Hütten- und Gießkranen) müssen besonders reichlich gewählt werden.

Bei Fahrmotoren ist zu beachten, daß einem Nutzlastwechsel nicht derselbe Wechsel in der Motorbeanspruchung entspricht, denn der Motor hat auch bei Leerlast wenigstens das Katzen- bzw. das Krangerüst zu verfahren. Entsprechendes gilt für Schwenkmotoren der Drehkrane.

Außerdem ist noch der Anlaufvorgang zu berücksichtigen. Wie weiter unten dargelegt wird, tritt während des Anlaufs vorübergehend eine besonders große Stromstärke auf. In gewöhnlichen Fällen kann diese unberücksichtigt bleiben. Wird aber der Motor sehr oft angelassen, dann tritt durch den Anlaufstrom eine zusätzliche Wärmeentwicklung auf, was einen reichlicheren Motor als sonst erfordert (z. B. bei Schwenkwerken). Rechnungen hierüber sind unsicher, der Einfluß des Anlaufs ist zu schätzen.

Bei der Motorwahl stehen schnell- und langsamlaufende Motoren zur Verfügung. Schnellaufende sind kleiner, leichter und billiger als langsamlaufende, haben aber stärkere Abnutzung und erfordern mehr Übersetzungsvorgelege als langsamlaufende.

Für Fahrmotoren dürfen in der Regel schnellaufende gewählt werden, da wie oben bemerkt, auch bei Leerlast noch keine völlige Entlastung eintritt.

Bei Hubmotoren hängt die Wahl der Drehzahl von der Schaltungsart ab. Wenn die Last ungebremst gesenkt wird, kann der Motor ein Vielfaches der normalen Hubdrehzahl annehmen; da diese aber durch die Bauart des Ankers begrenzt ist, soll die normale Drehzahl etwa 800 in der Minute nicht übersteigen. Dagegen darf bei Winden mit Lastdruckbremse und mit Selbsthemmung der Motor schnellaufend sein, da er auch beim Senken unter Last steht, also nicht leer läuft.

(1078) Beispiele für Motorwahl.

1. Elektroflasche,  $Q_v + F = 2100 \text{ kg}$ ,  $v = 4 \text{ m/min}$ ,  $\eta = 0,65$ ,

$$N_v = \frac{2100 \cdot 4}{60 \cdot 102 \cdot 0,65} \cdot 1,07 = 2,25 \text{ kW.}$$

Hierfür genügt offener Motor bei 15% ED.

Für Motor hG 6r 2,3 kW, 1200 U/min bei 15% ED ist endgültig  $v = 4 \cdot \frac{2,3}{2,25} = 4,1 \text{ m/min}$ .

2. Katzenwinde für Werkstattlaufkran,  $Q_v + F = 10300 \text{ kg}$ , wechselnde Lasten,

$v = 8 \text{ m/min}$ ,  $\eta = 0,75$ ,  $N_v = \frac{10300 \cdot 8}{60 \cdot 102 \cdot 0,75} \cdot 1,07 = 19,3 \text{ kW}$ .

Verlangt wird offener Motor. Für vorliegenden Betrieb genügt Motor für 15% ED.



## (1079) SSW-Gleichstrom-Hauptstrom-Motoren für Hebemaschinen.

Offene Ausführung für 220 Volt  
mit Wendepolen

| Type      | 15%                     |                            | 25%                     |                            | 40%                     |                            | Höchste<br>zulässige<br>Drehzahl<br>U/min | Schwung-<br>moment<br>GD <sup>2</sup><br>kgm <sup>2</sup> |
|-----------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------------|---|---|
|           | Einschaltdauer          |                            |                         |                            |                         |                            |   |   |
|           | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min |   |   |
| hG 5 r    | 0,75                    | 670                        | 0,7                     | 770                        | 0,65                    | 870                        | 3500                                      | 0,02  |
|           | 1,1                     | 1000                       | 1                       | 1150                       | 0,9                     | 1300                       |   |   |
| hG 5,5 r  | 1,1                     | 700                        | 0,95                    | 790                        | 0,85                    | 880                        | 3500                                      | 0,04  |
|           | 1,7                     | 1120                       | 1,5                     | 1250                       | 1,35                    | 1360                       |   |   |
| hG 6 r    | 1,5                     | 730                        | 1,35                    | 810                        | 1,25                    | 900                        | 3500                                      | 0,05  |
|           | 2,3                     | 1200                       | 2                       | 1300                       | 1,9                     | 1400                       |   |   |
| hG 45 r   | 2,7                     | 780                        | 2,4                     | 860                        | 2,3                     | 950                        | 3000                                      | 0,14  |
|           | 4,5                     | 1260                       | 4,1                     | 1360                       | 3,5                     | 1380                       |   |   |
| hG 65 br  | 5                       | 880                        | 4,5                     | 950                        | 4,1                     | 1000                       | 3000                                      | 0,25  |
|           | 7,8                     | 1290                       | 7                       | 1340                       | 6,4                     | 1400                       |   |   |
| hGM 85 r  | 4,6                     | 680                        | 4,3                     | 740                        | 4                       | 750                        | 2600                                      | 0,4   |
|           | 6,9                     | 880                        | 6,2                     | 950                        | 5,8                     | 970                        |   |   |
|           | 10                      | 1200                       | 9                       | 1300                       | 8,1                     | 1360                       |   |   |
| hGM 105 r | 6,5                     | 720                        | 6                       | 790                        | 5,5                     | 810                        | 2500                                      | 0,48  |
|           | 9,7                     | 900                        | 8,5                     | 980                        | 7,7                     | 1010                       |   |   |
|           | 15                      | 1320                       | 13                      | 1420                       | 12                      | 1490                       |   |   |
| hGM 125 r | 7,1                     | 570                        | 6,5                     | 620                        | 5,8                     | 640                        | 2450                                      | 0,78  |
|           | 8,5                     | 630                        | 7,6                     | 680                        | 6,7                     | 700                        |   |   |
|           | 13                      | 850                        | 11,5                    | 930                        | 10,5                    | 960                        | 2250                                      | 0,87  |
|           | 18,5                    | 1190                       | 16                      | 1290                       | 15                      | 1340                       |   |   |
| hGM 145 r | 10,5                    | 570                        | 9,4                     | 630                        | 8,5                     | 650                        | 2300                                      | 1   |
|           | 16,5                    | 800                        | 14,5                    | 880                        | 13,5                    | 900                        |   |   |
|           | 21,5                    | 980                        | 18,5                    | 1080                       | 17                      | 1110                       |   |   |
|           | 24                      | 1120                       | 21                      | 1220                       | 19                      | 1270                       |   |   |
| hGM 165 r | 12                      | 490                        | 10,5                    | 530                        | 9,5                     | 560                        | 2150                                      | 1,4   |
|           | 17,5                    | 650                        | 15,5                    | 710                        | 14                      | 750                        |   |   |
|           | 24,5                    | 850                        | 20                      | 920                        | 19                      | 980                        |   |   |
| hGM 185 r | 14                      | 430                        | 12                      | 460                        | 11                      | 490                        | 1980                                      | 2,6   |
|           | 19                      | 540                        | 16,5                    | 580                        | 15                      | 610                        |   |   |
|           | 34                      | 840                        | 20,5                    | 910                        | 27                      | 960                        | 1800                                      | 2,9   |
|           | 44                      | 1130                       | 38                      | 1230                       | 35                      | 1280                       |   |   |
| hGM 195 r | 30                      | 580                        | 26                      | 630                        | 23,5                    | 650                        | 1800                                      | 4,2   |
|           | 35                      | 670                        | 31                      | 720                        | 28                      | 750                        |   |   |
|           | 40                      | 730                        | 35                      | 790                        | 32                      | 830                        |   |   |
| hGM 235 r | 38                      | 560                        | 34                      | 610                        | 31                      | 640                        | 1680                                      | 6,4   |
|           | 45                      | 660                        | 41                      | 720                        | 37                      | 750                        |   |   |
|           | 54                      | 750                        | 46                      | 820                        | 42                      | 860                        | 1520                                      | 6,9   |
| hGM 245 r | 36                      | 440                        | 33                      | 470                        | 31                      | 500                        | 1500                                      | 9   |
|           | 53                      | 590                        | 48                      | 640                        | 45                      | 665                        |   |   |
|           | 64                      | 730                        | 58                      | 810                        | 55                      | 830                        |   |   |
| hGM 255 r | 53                      | 460                        | 49                      | 500                        | 45                      | 520                        | 1280                                      | 14,7  |
|           | 68                      | 560                        | 63                      | 620                        | 58                      | 640                        |   |   |
|           | 85                      | 720                        | 78                      | 790                        | 73                      | 820                        | 1170                                      | 15,4  |
| hGM 265 r | 72                      | 460                        | 67                      | 510                        | 62                      | 530                        | 1050                                      | 24  |
|           | 96                      | 590                        | 89                      | 640                        | 83                      | 660                        |   |   |
|           | 110                     | 660                        | 100                     | 720                        | 92                      | 750                        |   |   |

$$\text{Nennmoment in mkg} = 975 \cdot \frac{\text{Nennleistung in kW}}{\text{Nennzahl i. d. Min.}}$$

## SSW-Gleichstrom-Hauptstrom-Motoren für Hebesmaschinen.

Gekapselte Ausführung für 220 Volt  
mit Wendepolen

| Type      | 15%                     |                            | 25%                     |                            | 40%                     |                            | Höchste<br>zulässige<br>Drehzahl<br><br>U/min | Schwung-<br>moment<br>GD <sup>a</sup><br><br>kgm <sup>2</sup> |
|-----------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------------|---|---|
|           | Einschaltdauer          |                            |                         |                            |                         |                            |   |   |
|           | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min | Nenn-<br>leistung<br>kW | Nenn-<br>drehzahl<br>U/min |   |   |
| hPG 5 r   | 0,63                    | 930                        | 0,52                    | 1050                       | 0,44                    | 1250                       | 3500  | 0,02  |
|           | 0,95                    | 1300                       | 0,8                     | 1520                       | 0,7                     | 1650                       |   |   |
| hPG 5,5 r | 0,9                     | 930                        | 0,77                    | 1070                       | 0,62                    | 1250                       | 3500  | 0,04  |
|           | 1,4                     | 1360                       | 1,2                     | 1550                       | 0,95                    | 1730                       |   |   |
| hPG 6 r   | 1,35                    | 900                        | 1,1                     | 1080                       | 0,9                     | 1210                       | 3500  | 0,05  |
|           | 1,9                     | 1350                       | 1,6                     | 1520                       | 1,3                     | 1700                       |   |   |
| hPG 45 r  | 2,3                     | 920                        | 2                       | 1060                       | 1,55                    | 1200                       | 3000  | 0,14  |
|           | 3,5                     | 1350                       | 3,1                     | 1500                       | 2,5                     | 1670                       |   |   |
| hPG 65 br | 4,6                     | 925                        | 3,7                     | 1060                       | 2,9                     | 1180                       | 3000  | 0,25  |
|           | 6,7                     | 1350                       | 5,7                     | 1500                       | 4,6                     | 1650                       |   |   |
| GH 83     | 5                       | 710                        | 3,8                     | 850                        | 2,9                     | 1000                       | 3600  | 0,65  |
|           | 6                       | 855                        | 4,5                     | 1020                       | 3,3                     | 1230                       |   |   |
|           | 8,1                     | 1150                       | 6                       | 1360                       | —                       | —                          |   |   |
| GH 103    | 5,7                     | 570                        | 4,5                     | 685                        | 3,5                     | 810                        | 3400  | 0,78  |
|           | 7,7                     | 800                        | 5,8                     | 940                        | 4,2                     | 1130                       |   |   |
|           | 10                      | 1170                       | 7,2                     | 1390                       | —                       | —                          |   |   |
| GH 123    | 6,7                     | 575                        | 5,2                     | 690                        | 4                       | 835                        | 3200  | 1,32  |
|           | 10                      | 860                        | 7,4                     | 1020                       | 5,3                     | 1240                       |   |   |
|           | 14                      | 1260                       | 9,7                     | 1500                       | —                       | —                          |   |   |
| GH 143    | 7                       | 415                        | 5,5                     | 475                        | 4,2                     | 560                        | 2950  | 1,66  |
|           | 10                      | 590                        | 6,9                     | 710                        | 5,6                     | 780                        |   |   |
|           | 14,5                    | 930                        | 10                      | 1060                       | 6,8                     | 1270                       |   |   |
| GH 163    | 9,5                     | 390                        | 7,4                     | 465                        | 5,8                     | 545                        | 2700  | 2,8   |
|           | 15,5                    | 610                        | 11,5                    | 700                        | 8,5                     | 805                        |   |   |
|           | 20                      | 800                        | 14                      | 920                        | 9,5                     | 1090                       |   |   |
| GH 183    | 16                      | 440                        | 12                      | 500                        | 9,2                     | 560                        | 2450  | 4,1   |
|           | 22,5                    | 620                        | 16,5                    | 700                        | 12                      | 790                        |   |   |
|           | 26                      | 775                        | 19                      | 860                        | 12,5                    | 1000                       |   |   |
| GH 223    | 22                      | 360                        | 17                      | 410                        | 13                      | 460                        | 2250  | 7,8   |
|           | 31                      | 560                        | 23                      | 620                        | 16                      | 690                        |   |   |
|           | 39                      | 715                        | 27,5                    | 800                        | 18                      | 900                        |   |   |
| GH 243    | 28,5                    | 350                        | 22                      | 400                        | 16,5                    | 470                        | 2150  | 13,8  |
|           | 39                      | 480                        | 29                      | 550                        | 21                      | 630                        |   |   |
|           | 50                      | 620                        | 35                      | 720                        | 24                      | 860                        |   |   |
| GH 253    | 40                      | 350                        | 31                      | 385                        | 24                      | 430                        | 1850  | 21,3  |
|           | 56                      | 460                        | 40                      | 515                        | 29                      | 590                        |   |   |
|           | 63                      | 560                        | 46                      | 625                        | 31                      | 730                        |   |   |
| GH 263    | 55                      | 325                        | 41                      | 360                        | 31                      | 400                        | 1700  | 31,6  |
|           | 70                      | 440                        | 53                      | 485                        | 40                      | 545                        |   |   |
|           | 87                      | 550                        | 63                      | 620                        | 44                      | 710                        |   |   |
| GH 273    | 65                      | 300                        | 50                      | 335                        | 38                      | 380                        | 1600  | 51  |
|           | 87                      | 410                        | 65                      | 455                        | 47                      | 520                        |   |   |
|           | 110                     | 550                        | 77                      | 615                        | 53                      | 725                        |   |   |
| GH 283    | 85                      | 290                        | 65                      | 325                        | 49                      | 370                        | 1500  | 76,2  |
|           | 110                     | 375                        | 80                      | 420                        | 60                      | 480                        |   |   |
|           | 135                     | 475                        | 98                      | 530                        | 68                      | 630                        |   |   |
| GH 303    | 135                     | 350                        | 100                     | 400                        | 73                      | 475                        | 1400  | 114,2   |



Für Motor hGM 185 r 19 kW, 540 U/min bei 15% ED ist  $v = 8 \cdot \frac{19}{19,3} = 7,85$  U/min.

Wird gekapselter Motor verlangt, dann ist erforderlich

Motor GH 163 20 kW, 800 U/min bei 15% ED, mit  $v = 8 \cdot \frac{20}{19,3} = 8,3$  m/min,

oder GH 183 22,5 kW, 620 U/min bei 15% ED, mit  $v = 8 \cdot \frac{22,5}{19,3} = 9,4$  m/min.

3. Winde für Verladekran,  $Q_v + F = 10300$  kg volle Lasten,  $v = 15$  m/min,  $\eta = 0,80$ .

$N_v = \frac{10300 \cdot 15}{60 \cdot 102 \cdot 0,80} \cdot 1,07 = 33,8$  kW. Verlangt wird gekapselter Motor bei 25% ED.

Erforderlich ist Motor GH 223 31 kW, 560 U/min bei 25% ED, mit  $v = 15 \cdot \frac{31}{33,5} = 13,8$  m/min,

4. Winde für Greiferkran, Greifer mit Füllung = 6000 kg,  $v = 40$  m/min,  $\eta = 0,80$ .

$N_v = \frac{6000 \cdot 40}{60 \cdot 102 \cdot 0,80} \cdot 1,07 = 52,5$  kW. Verlangt wird gekapselter Motor für 40% ED.

Erforderlich ist Motor GH 273 53 kW, 725 U/min bei 40% ED, mit  $v = 40 \cdot \frac{53}{52,5} = 40,5$  m/min,

oder GH 283 49 kW, 370 U/min bei 40% ED, mit  $v = 40 \cdot \frac{49}{52,5} = 37,3$  m/min.

**(1080) Bauarten des Motors.** Die gewöhnlichen Ausführungen mit Füßen, durch 4 Schrauben mit dem Fundament zu verbinden. Mit Ausnahme der ganz kleinen Motoren mit geschlossenem Gehäuse haben alle Motoren horizontal geteiltes Gehäuse, wobei der Anker nach oben herausnehmbar ist. Die meisten Motoren können an der Wand oder an der Decke befestigt werden, unter Umständen nach geringer Änderung der Lager. Flanschmotoren werden bis zu etwa 10 kW hergestellt und unmittelbar mit den Radgehäusen verschraubt. Näheres s. die Maßskizzen der Motorenlisten.

**(1081) Allgemeines über Motorschaltungen. Nah- und Fernsteuerung.** Die Widerstandsschaltung erfolgt durch den von Hand zu bedienenden Anlasser, als Schaltwalze, Steuerschalter oder Schützensteuerung ausgebildet, s. (1109). Die zum Antrieb gehörende Bremse kann entweder von Hand bzw. Fuß oder vom Anlasser aus durch Gestänge oder elektromagnetisch durch den Bremslüfter gesteuert werden.

Nahsteuerung, wenn der Kranführer dauernd in der Nähe der Winde bleibt und durch Hand oder Fuß die Bremse bedienen kann.

Fernsteuerung, wenn der Abstand zwischen Kranführer und Winde groß oder veränderlich ist und die Steuerung rein elektrisch erfolgen muß.

## Gleichstrom-Fahrschaltung.

**(1082) Die einfache Fahrschaltung.** Die Widerstandsschaltung nach Abb. 154 erfolgt durch die Schaltwalze, deren Abwicklung mit zugehörigem Stromlaufbild in Abb. 158 dargestellt ist. Hierzu die Regelkurven Abb. 159 mit zugehörigen  $M_f$ -Linien für voll- und unbelastetes Fahrgerüst. Der stark ausgezogene Kurvenbereich wird benutzt bei Regelung der Fahrbeharrungsgeschwindigkeiten für Voll- bis Leerlast. Die Anzahl der Schaltstellungen richtet sich nach der verlangten Feinstufigkeit der Regelung. Die erste Stellung (Kurve 1) dient als Vorstufe. Bei Rückfahrt wird nur der Ankerstrom gewendet.

Abb. 160 zeigt den zeitlichen An- und Auslaufvorgang durch die Widerstandsschaltung. In jedem Augenblick ist  $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \operatorname{tg} \varphi = (M - M_f) : \Theta$ , worin  $\varphi =$  Neigungswinkel der  $\omega-t$ -Kurve. In der ersten Stellung tritt bei Vollast wegen des zu kleinen  $M$  noch keine Bewegung ein. Beim Umschalten auf die nächste Stellung tritt ein scharfer  $M$ -Wechsel und damit ein  $\varepsilon$ -Wechsel

ein; in letzter Stellung steigt  $\omega$  bzw.  $n$  asymptotisch auf den Beharrungswert und  $M$  sinkt asymptotisch auf  $M_f$  herab. Die gestrichelte Linie gilt für Schaltung bis Stellung 2. Der  $J$ -Verlauf (hier nicht gezeichnet) ist ähnlich dem  $M$ -Verlauf. Bei zu schnellem Schalten steigen die  $M$  und damit auch die  $J$  zu hoch an. Strombegrenzung auf  $\max J = \text{rd. } 2,5$ . Nennstrom bei 25% ED erfolgt durch Höchststromautomaten.

Die Kurven zeigen weiter das Wiedervorschalten der Widerstände, das im allgemeinen rasch erfolgen soll, und den Auslaufvorgang hierzu. Der Geschwindigkeitsrest beim Übergang von 1 auf Null verschwindet durch Freilaufreibung.

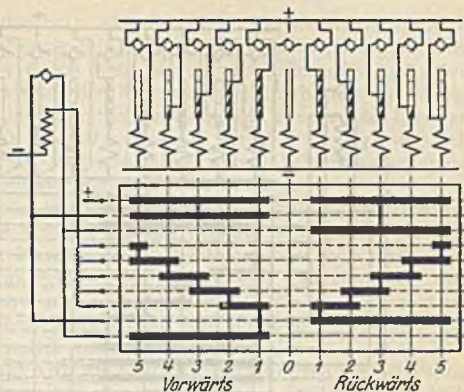


Abb. 158. Abwicklung und Stromlaufbild zur einfachen Fahrerschaltung.

(1083) **Fahrbremung**

zur Abkürzung des Auslaufs ist bei größerer Fahrgeschwindigkeit erforderlich. Sie kann erfolgen

1. durch Reibungsbremse mit Fußdruckhebel vom Führerstande aus, s. (1123) und (1134). Einfachste, billigste und wirksamste Bremung, nur für Nahsteuerung;

2. durch Reibungsbremse mit Gewichtshebel und Bremslüfter, dieser in der Regel als Nebenschlußlüfter. Schaltung hierzu nach Abb. 161.

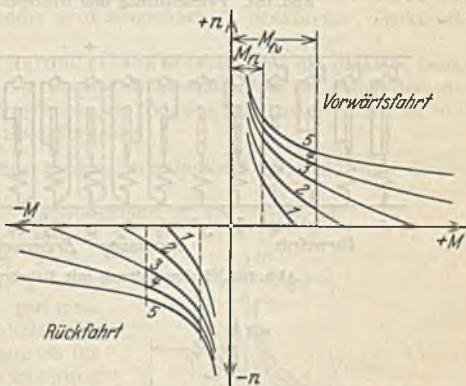


Abb. 159. Regelkurven dazu.

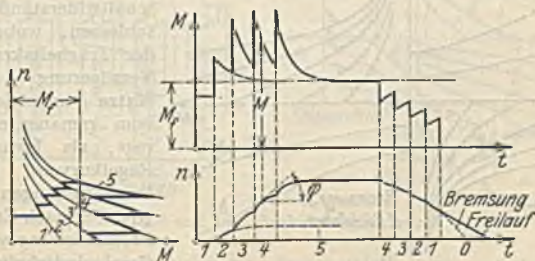


Abb. 160. An- und Auslauf beim Fahren.

Bei Benutzung der Zwischenstellungen  $f$  (Freilauf) kann stromlos unter geringem Fallen von  $v$  gefahren werden, wodurch erhebliche Stromersparnis erzielbar.



In Abb. 160 ist Auslauf mit Fahrbremmung nach 1. oder 2. gestrichelt dargestellt.

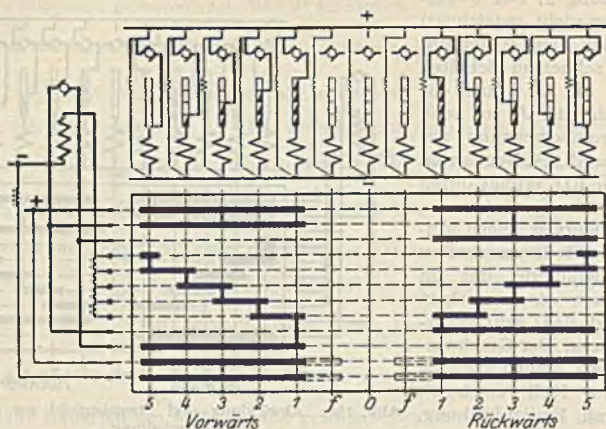


Abb. 161. Fahrschaltung und Nebenschlußbremslüfter.

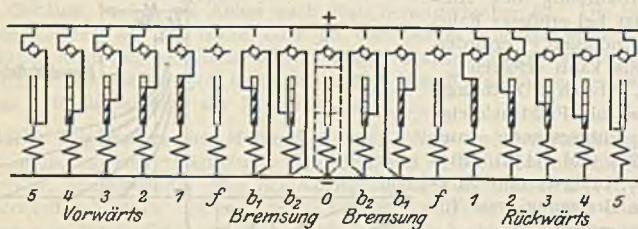


Abb. 162. Fahrschaltung mit Fahrbremsschaltung.

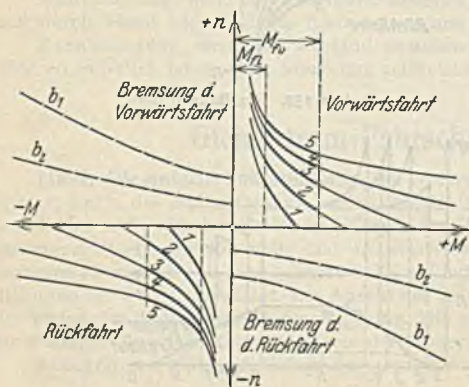


Abb. 163. Regelkurven dazu.

3. durch Fahrbremsschaltung; Stromlaufbild nach Abb. 162; hierbei wird der Motor vom Netz getrennt und über einige Vorschaltwiderstände kurz geschlossen, wobei er, von der Trägheitskraft der mit Verzögerung laufenden Katze angetrieben, und vom remanenten Feld erregt, als Dynamo läuft. Regelkurven bei zwei Bremsstellungen nach Abb. 163. Der nach Erlöschen der Bremswirkung verbleibende Geschwindigkeitsrest  $n_r$  verschwindet durch Freilauf. Bei sehr großer Fahrgeschwindigkeit wird außerdem noch eine Reibungsbremse zum genauen Halten an gewünschter Stelle vorgesehen.

Bei sehr großer Fahrgeschwindigkeit wird außerdem noch eine Reibungsbremse zum genauen Halten an gewünschter Stelle vorgesehen.

## Gleichstrom-Lastwindenschaltung.

(1084) **Allgemeines.** Bei den rein elektrischen Senkschaltungen ist die stets vorhandene Reibungsbremse nur während des Lasthaltens geschlossen, beim Heben und Senken aber durch Nebenschlußbremslüfter offen gehalten.

Die Hubregelung erfolgt wie bei der Fahrerschaltung durch einfache Widerstandsschaltung. Dagegen wird in den ersten Hubstellungen zwecks einer besseren Hubregelung von Kleinlasten ein Widerstand parallel zum Anker gelegt, wodurch die Regelkurven die gewünschte Verbesserung erfahren, jedoch unter etwas größerem Stromverbrauch gegenüber der einfachen Schaltung.

Beim Senken wird der Motor wie bei der Fahrbremsschaltung als Dynamo geschaltet und der entstehende Strom durch die Vorschaltwiderstände geführt; da aber die Selbsterregung der Maschine zu spät erfolgen oder ganz ausbleiben könnte, wird zur Sicherheit das Feld an das Netz gelegt, und zwar über den Bremslüfter (schwache Fremderregung) oder durch unmittelbaren Netzanschluß (starke Fremderregung). Der entstehende Strom wird dann ebenfalls durch das Feld geführt, wodurch dieses weiter verstärkt wird.

Beim Hub- und Senkauslauf wird die Geschwindigkeit durch die Schaltung weit herabgeregelt und erst beim Übergang von den ersten Stellungen auf Null fällt die Bremse ein und bremst den Geschwindigkeitsrest ab. Der Bremse fällt somit die Aufgabe des Lasthaltens und einer mäßigen Nachlaufbremsung zu und wird daher geschont. Vorstehendes wird ausgeführt als Senkbrem-, Senk kraft- und Senkbremsschaltung.

Bei den Schaltungen mit Reibungssenkbremse wird die gesamte Senkarbeit in Reibungswärme an der Bremse umgesetzt, diese ist daher dementsprechend auszubilden. Hierher gehören die Winden mit Lastdruckbremse und mit Handbremssteuerung für Stückgutkrane.

(1085) **Senkbremsschaltung**, hierzu Stromlaufbild Abb. 164 und Regelkurven Abb. 165.

*Heben* 1 u. 2 mit Ankerparallelwiderstand, 3, 4 u. 5 normal.

*Senken* 1 mit starker Fremderregung und Stromverbrauch, ermöglicht sehr langsames Senken; 2 bis 5 schwache Fremderregung mit geringem Stromverbrauch, aber nur durchziehende Lasten senkbar; 6 u. 7 Senkantrieb für Kleinlasten und Leerlast, ist Umkehrung der Hubstellungen 1 u. 2.

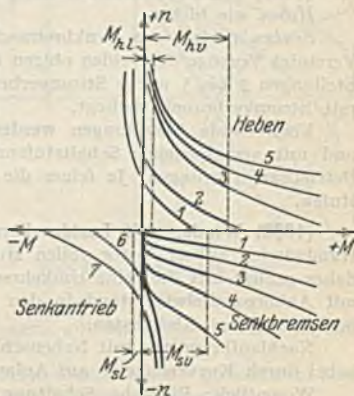
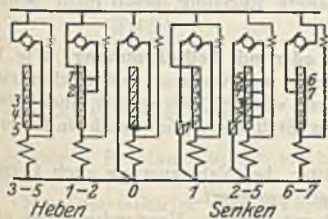


Abb. 164 und 165. Senkbremsschaltung.

In Nullstellung ebenfalls elektrische Bremsschleife, bezweckt Verhinderung des Stromabreißen beim Übergang von Senken 1 auf Null und langsames Absenken der Last beim Versagen der Bremse.

Wesentlich: In den meist gebrauchten Senkstellungen 2 bis 5 ist Stromverbrauch gering, dagegen ist geschulte Bedienung erforderlich, da beim Senken



größerer Lasten auf 6 u. 7 Motor durchgeht. Anwendung bei Verladeanlagen für Stück- und Schüttgut, wo feinstufige Regelung nicht verlangt, aber Stromersparnis gefordert wird; hierfür gut durchgebildete Winde von hohem Wirkungsgrad.

(1086) Senkkraftschaltung, hierzu Abb. 166 u. 167.

Heben wie in voriger Schaltung.

Senken 1 bis 6 gleichartig mit starker Fremderregung. Alle Kurven haben stetigen Übergang von Senkbremmung auf Senkantrieb, Senkgeschwindigkeit ist nur wenig von Lastgröße abhängig. Größte Senkgeschwindigkeit ist durch Schaltung begrenzt, somit kein Durchgehen des Motors möglich (daher auch die Bezeichnung Sicherheitsschaltung), dagegen großer Stromverbrauch

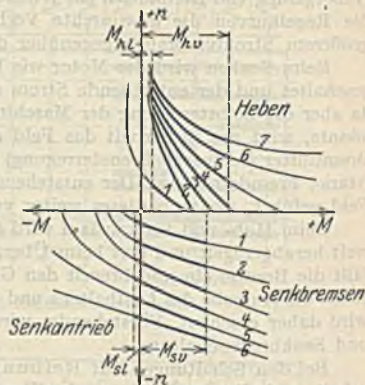
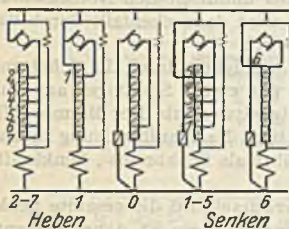


Abb. 166 und 167. Senkkraftschaltung.

in allen Senkstellungen, besonders beim Leerlastsenken. Verwendung bei Werkstatt-, Montage- und Gießereikranen, wo Stromersparnis unwesentlich, aber feinstufige und sichere Senkregelung verlangt wird.

(1087) Senkbremmkraftschaltung von SSW.

Heben wie bisher.

Senken 1 bis 5 wie Senkbremmschaltung, 6 bis 8 wie Senkkraftschaltung. Vereintigt Vorzüge der beiden obigen Schaltungen, da in den meist gebrauchten Stellungen 2 bis 5 wenig Stromverbrauch und in 6 bis 8 Sicherheitsschaltung mit Stromverbrauch vorliegt.

Vorstehende Schaltungen werden in verschiedenen Zusammenstellungen und mit verschiedener Schaltstufenzahl ausgeführt, je nach den jeweiligen Betriebsanforderungen. Je feiner die verlangte Regelung, desto mehr Schaltstufen.

(1088) Winden mit Lastdruckbremse oder mit Selbsthemmung. Wie bei Handwinden äußert Motor vollen Hubantrieb und verminderten Senkantrieb, daher genügt hier die reine Umkehrschaltung wie bei Fahrwerken, aber besser mit Ankerparallelwiderstand in den ersten Stellungen zur Geschwindigkeitsbegrenzung bei Kleinlasten.

Nachlaufbremsung mit Nebenschlußlüfter, bei Nahsteuerung auch Bremshebel durch Kurvenscheibe auf Anlasserwelle gesteuert.

Wesentlich: Einfache Schaltung, sicheres Senken, Verwendung des einfachen Fahr Schalters, aber Stromverbrauch beim Senken und Umsetzung von Senkarbeit + Bremsüberschuß in Reibungswärme. Heute nur noch für Kleinlastwinden mit Schnecke geeignet, Lastdruckbremse nach (1116).

(1089) Winden für Stückgutkrane mit Handbremse, für Nahsteuerung, namentlich in Drehkranen. Steuerungsschema nach Abb. 168. Der Motor wird durch Anlasser mit Handrad oder Hebel geregelt; der neben dem Anlasser

stehende Handbremshebel ist durch Gestänge kraftschlüssig mit dem Magnetbremshebel verbunden. Ausführung solcher Winden s. Abb. 263.

*Ruhe:* Bremse durch Gewichtshebel geschlossen, Bremshebel auf Null.

*Heben:* normal ohne oder mit Ankerparallelwiderstand in den ersten Stellungen, Bremshebel bleibt auf Null, Bremse wird durch Magnetsenkenlüfter geöffnet.

*Senken:* bei gut durchziehenden Lasten bleibt Motor und Lüfter stromlos, Senkgeschwindigkeit wird

durch Öffnen und Steuern der Bremse durch den Bremshebel von Hand geregelt, wobei die freiwerdende Senkarbeit in Reibungswärme an der Bremse umgesetzt wird, daher große Bremsflächen und möglichst Kühlrippen an der Bremscheibe zur sicheren Wärmeableitung erforderlich. Wenig oder nicht durchziehende Lasten werden bei ganz geöffneter Bremse und stromlosem Lüfter durch Senkantrieb des Motors gesenkt. Ausführung solcher Winden s. Abb. 263.

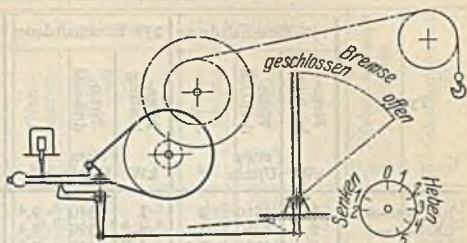


Abb. 168. Schaltung für Stückgutkrane mit Handbremse.

### Drehstrommotoren.

(1090) Der Asynchronmotor mit Schleifringen. Abb. 169 zeigt die Schaltung des dreiphasigen Schleifringmotors, wobei der Ständer unmittelbar am Netz liegt und die zwischen den Schleifringen liegenden Läufer-Vorschaltwiderstände der Reihe nach abgeschaltet werden. Abb. 170 zeigt die



Abb. 169. Schaltung des Asynchronmotors mit Schleifringläufer.

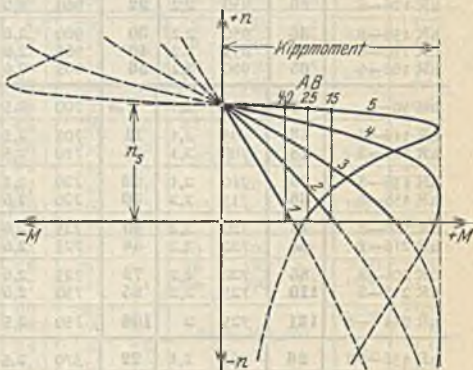


Abb. 170. Regelkurven dazu.

zugehörigen Regelkurven; die stark gezogene gilt für letzte Stellung mit abgeschaltetem Widerstand.

Bei Aussetzbetrieb werden die Nennwerte ebenso wie bei Gleichstrom nach der %ED aufgestellt; hierzu die in Abb. 170 eingetragene Punktfolge.

Umstehende Tafel zeigt einen Auszug aus der SSW-Kranmotorenliste für offene und gekapselte Motoren.

Wesentlich: Synchrondrehzahl  $n_s$  (nahezu Leerlaufdrehzahl) nur von der Polzahl und Frequenz abhängig,

$$n_s = \frac{\text{Periodenzahl in der Sekunde}}{\text{Anzahl der Polpaare}} \cdot 60 \text{ in der Minute.}$$



## (1091) SSW-Drehstrom-Asynchron-Motoren

## Kranmotoren in offener Ausführung

| Type        | 15% Einschaltdauer |               |       | 25% Einschaltdauer |               |       | 40% Einschaltdauer |               |       | Höchste zulässige Drehzahl U/min | Schwingmoment $\text{GD}^2$ $\text{kgm}^2$ |
|-------------|--------------------|---------------|-------|--------------------|---------------|-------|--------------------|---------------|-------|----------------------------------|--|
|             | Nennleistung       | Nenn-drehzahl | $\nu$ | Nennleistung       | Nenn-drehzahl | $\nu$ | Nennleistung       | Nenn-drehzahl | $\nu$ |                                  |  |
|             | kW                 | etwa U/min    |       | kW                 | etwa U/min    |       | kW                 | etwa U/min    |       |                                  |  |
| hR 34 n-4   | 1,2                | 1310          | 2     | 1                  | 1340          | 2,4   | 0,8                | 1370          | 2,7   | 3000                             | 0,035                                      |
| hR 44 n-4   | 2,6                | 1360          | 2     | 2,2                | 1390          | 2,4   | 1,0                | 1410          | 2,7   |                                  | 0,053                                      |
| hR 54 n-4   | 5                  | 1380          | 2,1   | 4,3                | 1400          | 2,5   | 3,7                | 1420          | 2,8   |                                  | 0,122                                      |
| hR 64 s-4   | 6,7                | 1400          | 2,1   | 5,7                | 1420          | 2,5   | 5                  | 1430          | 2,8   | 3000                             | 0,188                                      |
| hR 64 n-4   | 9,3                | 1410          | 2,1   | 8,2                | 1425          | 2,5   | 6,8                | 1435          | 2,8   |                                  | 0,226                                      |
| hR 76-4     | 12                 | 1400          | 2,1   | 10                 | 1420          | 2,5   | 9                  | 1430          | 2,8   | 2200                             | 0,25                                       |
| hR 96-4     | 18                 | 1415          | 2,2   | 15                 | 1430          | 2,6   | 13                 | 1445          | 3     |                                  | 0,4  |
| hR 34 n-6   | 0,7                | 850           | 2     | 0,65               | 860           | 2,4   | 0,58               | 880           | 2,7   | 3000                             | 0,045                                      |
| hR 44 n-6   | 1,6                | 890           | 2     | 1,4                | 900           | 2,4   | 1,2                | 920           | 2,7   |                                  | 0,066                                      |
| hR 54 n-6   | 3,4                | 910           | 2,1   | 3,1                | 920           | 2,5   | 2,7                | 930           | 2,8   |                                  | 0,147                                      |
| hR 64 s-6   | 4,2                | 910           | 2,1   | 3,7                | 920           | 2,5   | 3,3                | 935           | 2,8   | 3000                             | 0,224                                      |
| hR 64 n-6   | 6,3                | 915           | 2,1   | 5,4                | 925           | 2,5   | 5                  | 935           | 2,8   |                                  | 0,262                                      |
| hR 76-6     | 9                  | 930           | 2,1   | 7,5                | 940           | 2,5   | 6,5                | 950           | 2,9   | 2200                             | 0,4  |
| hR 96-6     | 13                 | 935           | 2,1   | 11                 | 945           | 2,5   | 9                  | 955           | 3     |                                  | 0,55                                       |
| hR 116-6    | 18                 | 940           | 2,2   | 15                 | 950           | 2,6   | 13                 | 960           | 3     | 2200                             | 0,85                                       |
| hR 126-6    | 26                 | 950           | 2,2   | 22                 | 960           | 2,6   | 19                 | 965           | 3     |                                  | 2000                                       |
| hR 136-6    | 36                 | 950           | 2,2   | 30                 | 960           | 2,6   | 26                 | 965           | 3     | 2000                             | 2,3  |
| hR 156-6    | 48                 | 955           | 2,2   | 40                 | 965           | 2,6   | 36                 | 970           | 2,9   |                                  | 3,4  |
| hR 166-6    | 65                 | 960           | 2,2   | 56                 | 965           | 2,6   | 50                 | 970           | 2,9   |                                  | 5,7  |
| hR 96-8     | 9                  | 690           | 2,1   | 7,5                | 700           | 2,5   | 6,5                | 710           | 2,9   | 2200                             | 0,8  |
| hR 116-8    | 13                 | 695           | 2,1   | 11                 | 705           | 2,5   | 9                  | 715           | 3     | 2200                             | 1,15                                       |
| hR 126-8    | 18                 | 700           | 2,1   | 15                 | 710           | 2,5   | 13                 | 715           | 2,9   |                                  | 2  |
| hR 136-8    | 26                 | 710           | 2,1   | 22                 | 720           | 2,5   | 19                 | 725           | 2,9   | 1500                             | 3,1  |
| hR 156-8    | 36                 | 715           | 2,2   | 30                 | 720           | 2,6   | 26                 | 725           | 3     |                                  | 5,1  |
| hR 166-8    | 48                 | 720           | 2,2   | 40                 | 725           | 2,6   | 36                 | 730           | 2,9   | 1500                             | 8  |
| hR 216-8    | 65                 | 720           | 2,2   | 56                 | 725           | 2,6   | 50                 | 730           | 2,9   |                                  | 12,5                                       |
| hR 206-8    | 85                 | 720           | 2,2   | 72                 | 725           | 2,6   | 64                 | 730           | 3     | 1500                             | 17,5                                       |
| hR 216-8    | 110                | 725           | 2,2   | 95                 | 730           | 2,6   | 85                 | 735           | 2,9   |                                  | 21,5                                       |
| hR 244 k-8  | 131                | 725           | 2     | 106                | 730           | 2,5   | 98                 | 730           | 2,7   | 1200                             | 26   |
| hR 156-10   | 26                 | 565           | 2,1   | 22                 | 570           | 2,5   | 19                 | 575           | 2,9   | 1200                             | 5,1  |
| hR 166-10   | 36                 | 570           | 2,1   | 30                 | 575           | 2,6   | 26                 | 580           | 3     | 1200                             | 8  |
| hR 186-10   | 48                 | 575           | 2,1   | 40                 | 580           | 2,6   | 36                 | 580           | 2,9   |                                  | 12,1                                       |
| hR 206-10   | 65                 | 575           | 2,2   | 56                 | 580           | 2,6   | 50                 | 580           | 2,9   | 1200                             | 17,1                                       |
| hR 216-10   | 85                 | 575           | 2,2   | 72                 | 580           | 2,6   | 64                 | 580           | 3     |                                  | 21,2                                       |
| hR 244 k-10 | 100                | 575           | 2     | 80                 | 580           | 2,5   | 75                 | 580           | 2,65  | 1200                             | 26,3                                       |
| hR 264 l-10 | 128                | 575           | 2     | 103                | 580           | 2,5   | 96                 | 585           | 2,7   | 1000                             | 40   |
| hR 264 l-10 | 150                | 575           | 2     | 120                | 585           | 2,5   | 108                | 585           | 2,8   |                                  | 45   |
| hR 284 l-10 | 200                | 575           | 2     | 160                | 585           | 2,5   | 140                | 585           | 2,8   | 1000                             | 70   |
| hR 284 n-10 | 250                | 575           | 2     | 200                | 585           | 2,5   | 173                | 585           | 2,9   |                                  | 85   |

Die letzte Ziffer bei der Typenangabe bezeichnet die Anzahl der Polpaare.

$\nu$  = Kippmoment : Nennmoment.

Nennleistung in kW  
Nennmoment in mkg = 975 ·  
Nenn-drehzahl i d. Min.

mit Schleifringläufer.

## Kran- und Rollgangmotoren in gekapselter Ausführung

| Type      | 15% Einschaltdauer |                          |     | 25% Einschaltdauer |                          |     | 40% Einschaltdauer |                          |     | Höchste zulässige Drehzahl U/min | Schwingmoment GD <sup>3</sup> kgm <sup>3</sup> |
|-----------|--------------------|--------------------------|-----|--------------------|--------------------------|-----|--------------------|--------------------------|-----|----------------------------------|--|
|           | Nennleistung kw    | Nenn-drehzahl etwa U/min | v   | Nennleistung kw    | Nenn-drehzahl etwa U/min | v   | Nennleistung kw    | Nenn-drehzahl etwa U/min | v   |                                  |  |
|           |                    |                          |     |                    |                          |     |                    |                          |     |                                  |  |
| hPR 44n-4 | 2                  | 1370                     | 2,2 | 1,6                | 1400                     | 2,8 | 1,3                | 1410                     | 3,5 | 3000                             | 0,053  |
| hPR 54n-4 | 4,3                | 1400                     | 2,2 | 3,8                | 1410                     | 2,8 | 3,2                | 1420                     | 3,3 |                                  | 0,122  |
| hPR 64s-4 | 5                  | 1400                     | 2,2 | 4,2                | 1420                     | 2,8 | 3,6                | 1430                     | 3,3 | 3000                             | 0,188  |
| hPR 64n-4 | 6,5                | 1410                     | 2,2 | 5,3                | 1430                     | 2,8 | 4,4                | 1440                     | 3,3 |                                  | 0,226  |
| DH 76-4   | 10                 | 1400                     | 2,5 | 8,3                | 1430                     | 3,4 | 6                  | 1450                     | 4,2 | 2200                             | 0,26   |
| DH 96-4   | 11                 | 1410                     | 2,6 | 11                 | 1440                     | 3,3 | 9                  | 1460                     | 4   |                                  | 0,43   |
| hPR 44n-6 | 1,4                | 880                      | 2,1 | 1,1                | 910                      | 2,7 | 1                  | 915                      | 3,3 | 3000                             | 0,066  |
| hPR 54n-6 | 3                  | 900                      | 2,1 | 2,6                | 920                      | 2,7 | 2,2                | 930                      | 3,3 |                                  | 0,147  |
| hPR 64s-6 | 3,7                | 910                      | 2,1 | 3,1                | 920                      | 2,7 | 2,4                | 930                      | 3,1 | 3000                             | 0,224  |
| hPR 64n-6 | 5                  | 920                      | 2,1 | 4,1                | 930                      | 2,7 | 3,2                | 940                      | 3,1 |                                  | 0,262  |
| DH 76-6   | 7                  | 930                      | 2,4 | 5,8                | 945                      | 3,2 | 4,5                | 955                      | 3,7 | 2200                             | 0,43   |
| DH 96-6   | 10                 | 935                      | 2,3 | 8,2                | 950                      | 3,1 | 6                  | 960                      | 3,9 |                                  | 0,65   |
| DH 116-6  | 14                 | 940                      | 2,6 | 11,5               | 955                      | 3,3 | 9                  | 965                      | 4   | 2200                             | 0,97   |
| DH 126-6  | 19                 | 945                      | 3   | 15                 | 960                      | 3,8 | 12                 | 970                      | 4,7 |                                  | 1,7  |
| DH 136-6  | 28                 | 950                      | 3   | 22                 | 965                      | 3,8 | 17,5               | 975                      | 4,7 | 2000                             | 2,8  |
| DH 156-6  | 39                 | 960                      | 2,7 | 30                 | 970                      | 3,5 | 24                 | 980                      | 4,4 |                                  | 4,3  |
| DH 163-6  | 45                 | 970                      | 2,5 | 36                 | 975                      | 3,2 | 27                 | 985                      | 4,3 | 2000                             | 6,8  |
| DH 183-6  | 63                 | 975                      | 2,6 | 50                 | 980                      | 3,3 | 36                 | 960                      | 4,5 |                                  | 11,4   |
| DH 116-8  | 10,5               | 740                      | 2,4 | 8,5                | 720                      | 3,4 | 6                  | 725                      | 4,2 | 2200                             | 1,25   |
| DH 126-8  | 15                 | 715                      | 2,2 | 12                 | 725                      | 3   | 9                  | 730                      | 3,7 |                                  | 1,8  |
| DH 136-8  | 20                 | 715                      | 2,6 | 16                 | 725                      | 3,5 | 13                 | 730                      | 4,4 | 2000                             | 3,3  |
| DH 156-8  | 29                 | 720                      | 2,9 | 23                 | 730                      | 3,8 | 18                 | 735                      | 4,6 |                                  | 5,1  |
| DH 163-8  | 40                 | 720                      | 2,2 | 30                 | 730                      | 3   | 25                 | 735                      | 3,6 | 2000                             | 9,8  |
| DH 183-8  | 62                 | 720                      | 2,1 | 45                 | 730                      | 3,2 | 32                 | 735                      | 4   |                                  | 17,7   |
| DH 203-8  | 75                 | 725                      | 2,1 | 55                 | 735                      | 3,2 |                    |                          |     | 1600                             | 24,7   |
| DH 213-8  | 90                 | 730                      | 2,2 | 66                 | 735                      | 3,1 |                    |                          |     |                                  | 28,9   |
| DH 223-8  | 120                | 735                      | 2,1 | 87                 | 740                      | 3,1 |                    |                          |     | Siehe Motoren mit Hüttenwicklung | 45,8   |
| DH 243-8  | 150                | 735                      | 2,5 | 110                | 740                      | 3,8 |                    |                          |     |                                  | 54,1   |
| DH 253-8  | 180                | 735                      | 2,8 | 135                | 740                      | 4   |                    |                          |     |                                  | 67,5   |
|           |                    |                          |     |                    |                          |     |                    |                          |     |                                  |  |
| DH 163-10 | 32                 | 575                      | 2,1 | 25                 | 585                      | 3   | 16                 | 590                      | 4,1 | 2000                             | 9,8  |
| DH 183-10 | 43                 | 580                      | 2,1 | 36                 | 585                      | 3   | 23                 | 590                      | 3,9 | 2000                             | 15,8   |
| DH 203-10 | 59                 | 580                      | 2,1 | 47                 | 585                      | 3,1 | 34                 | 590                      | 3,7 | 1600                             | 23,5   |
| DH 213-10 | 72                 | 580                      | 2,1 | 60                 | 585                      | 3   |                    |                          |     | 1600                             | 27,9   |
| DH 223-10 | 95                 | 585                      | 2,1 | 70                 | 590                      | 3,1 |                    |                          |     |                                  | 47,5   |
| DH 243-10 | 125                | 585                      | 2,3 | 88                 | 590                      | 3,6 |                    |                          |     | 1600                             | 54,1   |
| DH 253-10 | 150                | 585                      | 2,4 | 110                | 590                      | 3,7 |                    |                          |     |                                  | 67,5   |
| DH 263-10 | 185                | 585                      | 2,4 | 135                | 590                      | 3,5 |                    |                          |     | 1300                             | 100  |
| DH 283-10 | 230                | 585                      | 3,3 | 180                | 595                      | 4,8 |                    |                          |     | 1300                             | 168  |

## Motoren mit Hüttenwicklung

|           |   |   |   |     |     |     |     |     |     |      |      |
|-----------|---|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|
| DH 204-8  | — | — | — | 52  | 735 | 2,5 | 38  | 740 | 3,3 | 1600 | 24,7 |
| DH 114-8  | — | — | — | 65  | 735 | 2,6 | 48  | 740 | 3,4 |      | 28,9 |
| DH 224-8  | — | — | — | 85  | 740 | 2,5 | 60  | 740 | 3,3 | 1600 | 45,8 |
| DH 244-8  | — | — | — | 110 | 740 | 2,8 | 75  | 740 | 3,7 |      | 54,1 |
| DH 254-8  | — | — | — | 135 | 740 | 2,7 | 95  | 745 | 3,6 |      | 67,5 |
| DH 214-10 | — | — | — | 60  | 585 | 2,8 | 42  | 590 | 3,3 | 1600 | 27,9 |
| DH 224-10 | — | — | — | 70  | 590 | 2,7 | 50  | 590 | 3,4 |      | 47,5 |
| DH 244-10 | — | — | — | 88  | 590 | 2,8 | 65  | 590 | 3,4 | 1600 | 54,1 |
| DH 254-10 | — | — | — | 110 | 590 | 2,8 | 80  | 590 | 3,5 |      | 67,5 |
| DH 264-10 | — | — | — | 135 | 590 | 2,7 | 100 | 595 | 3,4 | 1300 | 100  |
| DH 284-10 | — | — | — | 180 | 595 | 2,6 | 125 | 595 | 3,3 |      | 168  |



(1092) SSW-Drehstrom-Asynchronmotoren mit Kurzschlußläufer.

| Type | 15% Einschaltdauer |                          |       |     | 25% Einschaltdauer |                          |       |     | 40% Einschaltdauer |                          |       |     | Höchste zulässige Drehzahl U/min | Schwungradmoment GD* kgm <sup>1</sup> |
|------|--------------------|--------------------------|-------|-----|--------------------|--------------------------|-------|-----|--------------------|--------------------------|-------|-----|----------------------------------|---------------------------------------|
|      | Nennleistung kW    | Nenn-drehzahl etwa U/min | $v_a$ | $v$ | Nennleistung kW    | Nenn-drehzahl etwa U/min | $v_a$ | $v$ | Nennleistung kW    | Nenn-drehzahl etwa U/min | $v_a$ | $v$ |                                  |                                       |

Geschlitzte Ausführung

|           |     |      |     |     |      |      |     |     |     |      |     |     |      |       |
|-----------|-----|------|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|-------|
| hR 34 n-4 | 1,5 | 1340 | 1,7 | 2,1 | 1,2  | 1380 | 2,1 | 2,6 | 1   | 1410 | 2,6 | 3,2 | 4000 | 0,018 |
| hR 44 n-4 | 2,8 | 1360 | 1,7 | 2,2 | 2,1  | 1390 | 2   | 2,7 | 2,1 | 1410 | 2,3 | 3   |      | 0,045 |
| hR 54 n-4 | 5   | 1410 | 1,6 | 2,2 | 4,3  | 1420 | 1,8 | 2,7 | 3,7 | 1430 | 2,1 | 3   |      | 0,106 |
| hR 64 s-4 | 6,5 | 1415 | 1,4 | 2,2 | 5,5  | 1425 | 1,6 | 2,7 | 5   | 1435 | 1,8 | 2,9 | 4000 | 0,156 |
| hR 64 n-4 | 0   | 1425 | 1,4 | 2,2 | 7,0  | 1435 | 1,6 | 2,7 | 7   | 1445 | 1,8 | 2,9 |      | 0,199 |
| hR 34 n-6 | 0,9 | 885  | 1,8 | 2,1 | 0,75 | 900  | 2,1 | 2,5 | 0,6 | 920  | 2,7 | 3,1 | 4000 | 0,023 |
| hR 44 n-6 | 1,8 | 900  | 1,8 | 2,2 | 1,5  | 910  | 2,1 | 2,6 | 1,2 | 925  | 2,6 | 3,1 |      | 0,052 |
| hR 54 n-6 | 3,7 | 915  | 1,8 | 2,2 | 3,3  | 925  | 2   | 2,6 | 2,9 | 935  | 2,2 | 2,8 |      | 0,132 |
| hR 64 s-6 | 4,6 | 920  | 1,7 | 2,2 | 4    | 930  | 1,9 | 2,6 | 3,4 | 940  | 2,2 | 2,8 | 4000 | 0,185 |
| hR 64 n-6 | 6,0 | 925  | 1,7 | 2,2 | 6    | 935  | 1,9 | 2,6 | 5,2 | 940  | 2,2 | 2,8 |      | 0,226 |

Gekapselte Ausführung

|            |     |      |     |     |     |      |     |     |     |      |     |   |      |       |
|------------|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|---|------|-------|
| hPR 44 n-4 | 2   | 1400 | 1,8 | 2,2 | 1,6 | 1410 | 2,2 | 2,6 | 1,3 | 1420 | 2,6 | 3 | 4000 | 0,045 |
| hPR 54 n-4 | 4,1 | 1410 | 1,5 | 2,2 | 3,6 | 1420 | 1,7 | 2,6 | 3   | 1430 | 2,1 | 3 |      | 0,106 |
| hPR 64 s-4 | 4,6 | 1420 | 1,4 | 2,2 | 3,8 | 1430 | 1,7 | 2,6 | 3,3 | 1440 | 2,1 | 3 | 4000 | 0,156 |
| hPR 64 n-4 | 6   | 1425 | 1,4 | 2,2 | 4,8 | 1435 | 1,7 | 2,6 | 4   | 1445 | 2,1 | 3 |      | 0,199 |
| hPR 44 n-6 | 1,4 | 910  | 2   | 2,2 | 1,1 | 920  | 2,5 | 2,6 | 0,9 | 930  | 3   | 3 | 4000 | 0,052 |
| hPR 54 n-6 | 3,2 | 925  | 2   | 2,2 | 2,7 | 935  | 2,3 | 2,6 | 2,1 | 945  | 2,8 | 3 |      | 0,132 |
| hPR 64 s-6 | 3,9 | 930  | 1,8 | 2,2 | 3,2 | 940  | 2,2 | 2,6 | 2,7 | 950  | 2,6 | 3 | 4000 | 0,185 |
| hPR 64 n-6 | 5   | 930  | 1,8 | 2,2 | 4,1 | 940  | 2,2 | 2,6 | 3,4 | 950  | 2,6 | 3 |      | 0,226 |

Die letzte Ziffer bei der Typenangabe bezeichnet die Anzahl der Polpaare.

$v_a$  = Anlaufmoment: Nennmoment,  $v$  = Kippmoment: Nennmoment,  
 Nennleistung in kW  
 Nenn-drehzahl i. d. Min.

Bei der üblichen Periodenzahl von 50 ist demnach bei

|              |      |     |     |                |
|--------------|------|-----|-----|----------------|
| $n_s = 1500$ | 2    | 3   | 4   | 5 Polpaaren    |
|              | 1000 | 750 | 600 | in der Minute. |

Das größte Drehmoment heißt Kippmoment und ist unabhängig vom Vorschaltwiderstand; das Verhältnis  $v$  = Kippmoment: Nennmoment soll wegen des sicheren Anlaufs mindestens = 2 sein.

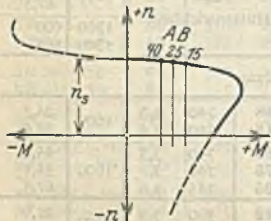


Abb. 171. Regelkurve zum Kurzschlußläufer.

Alle Kurven haben Fortsetzung über  $n_s$  hinaus und in den Bereich der  $-n$ , in Abb. 170 gestrichelt. Der Leistungsverbrauch ist ungefähr proportional zu den  $M$ , also Verbrauch für alle  $n < n_s$  und für  $-n$ , Leistungsrückgewinn ins Netz für  $n > n_s$ .

(1093) Der Asynchronmotor mit Kurzschlußläufer hat nur eine Regelkurve, s. Abb. 171, daher keine Drehzahlregelung möglich. Anzugsmoment liegt unter dem Kippmoment, dabei erheblicher Einschaltstrom, daher wegen

Netzanschlußbedingungen Beschränkung auf mäßige Leistungen. Dagegen einfache Schaltung, nur Netzanschluß. Hierzu obige SSW-Liste.

Näheres über Drehstrom s. Abschn. Elektrotechnik. Von den Stromzentralen wird heute fast nur noch Drehstrom geliefert, der somit für Lasthebemaschinen erheblich größere Bedeutung als der Gleichstrom hat.

(1094) Motorwahl erfolgt nach denselben Gesichtspunkten wie bei Gleichstrom, s. (1077). Vgl. auch Anmerkungen nach (1108).

(1095) Bauarten des Motors wie bei Gleichstrommotoren. Wesentlich ist der geringe Luftspalt zwischen Läufer und Ständer, der kräftige Ausbildung der Achsen und Lager verlangt.

## Drehstrom-Fahrschaltung.

(1096) Die einfache Fahrschaltung erfolgt durch unmittelbaren Ständeranschluß ans Netz und Widerstandsschaltung im Läuferstromkreis. Abb. 172 zeigt Abwicklung und Stromlaufbild bei symmetrischer Widerstandsschaltung, Abb. 173 die zugehörigen Regelkurven. Hieraus sind sofort die einstellbaren Motordrehzahlen bzw. Fahrgeschwindigkeiten bei wechselnder Belastung zu erkennen, also beschränkte Regelung bei Leerlastfahren.

Zur Vereinfachung der Schaltwalze (Ersparnis von Kontaktfingern bei gleicher Schaltstufenzahl) wird dagegen meist die sog. u-v-w-Schaltung (oder Kahlenberg-schaltung) nach Abb. 174 benutzt, wobei die Widerstände unsymmetrisch geschaltet werden. In den unsymmetrischen Stellungen haben die Regelkurven nicht den glatten Verlauf, namentlich bleibt das Kippmoment etwas unter dem vollen Wert. Solches bleibt aber erträglich, wenn die

Widerstandsunterschiede in den drei Phasen nicht zu groß sind, daher wird beim Übergang von der vorletzten zur letzten Stellung stets symmetrisch geschaltet.

Drehrichtungswechsel erfolgt durch umgekehrten Ständeranschluß.

Bei Kurzschlußläufern gibt es nur je eine Kurve für Hin- und Rückfahrt. Nachlaufbremsung durch Reibungsbremse mit Fußdruck oder Bremslüfter wie bei Gleichstrom. Lüfter wird ohne Änderung der Schaltwalze parallel zum Ständer gelegt.

Eigentliche Fahrbremsschaltung ist nicht möglich, aber vorübergehende Schaltung auf Gegenfahrt zulässig und üblich.

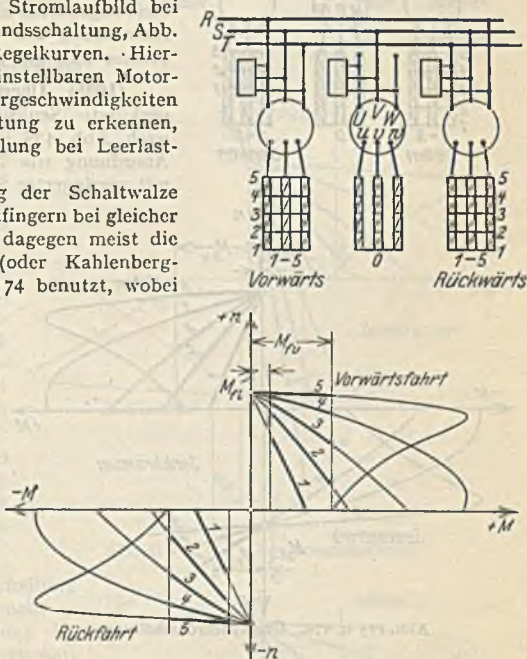


Abb. 172 u. 173. Fahrschaltung.



Abb. 174. U-V-W-Schaltung.



## Drehstrom-Lastwindenschaltung.

(1097) **Allgemeines.** Bei den rein elektrischen Senkschaltungen wird wie bei Gleichstrom die Reibungsbremse während des Hebens und Senkens durch Bremslüfter offen gehalten. Die Hubschaltung stimmt mit der Fahrtschaltung überein. Beim Senken wird die freierwerdende Senkarbeit entweder in Stromleistung umgesetzt und ins Netz zurückgeführt oder in den Widerständen vernichtet. Hierher gehört die Übersynchron-, die Gegenstrom- und die Phasenschaltung und die Zweimotoren-schaltungen.

Bei den Schaltungen mit Reibungs-senkbremse wird die Senkarbeit in Reibungswärme an der Bremse umgesetzt. Anwendung bei Winden mit Lastdruck-bremse und mit Handbremshebel.

(1098) **Übersynchronschaltung** oder verkürzte Senkschaltung. Stromlaufbild nach Abb. 175, Regelkurven Abb. 176. Anordnung wie bei Fahrtschaltung, aber mit verringerter Senkstellenzahl.

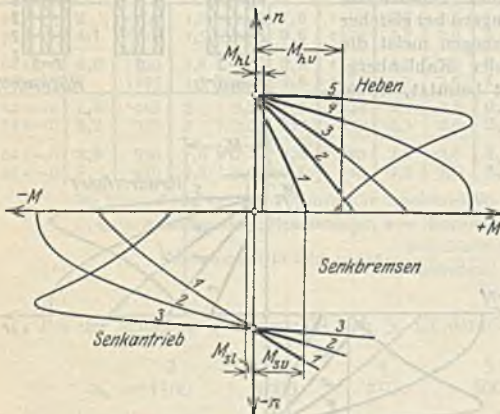
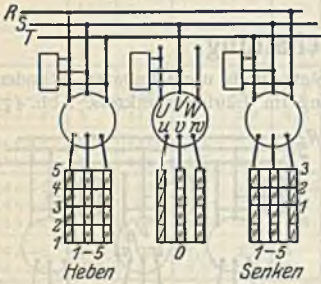


Abb. 175 u. 176. Übersynchronschaltung.

möglich. Außerdem muß bei Senkende die einfallende Reibungsbremse ein Moment  $M_r > M_{sv}$  aufbringen und die volle Senkgeschwindigkeit auf Null abbremsen, also erhebliche Reibungsarbeit leisten.

(1099) **Gegenstromschaltung**, Abb. 177 und 178.

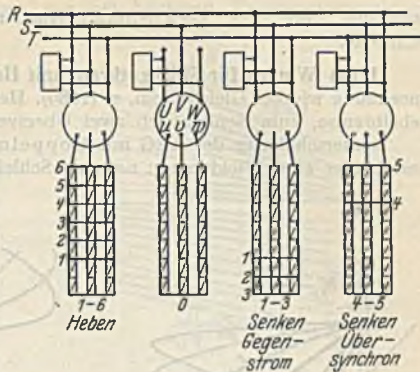
*Heben:* normal, wie oben.

*Senken:* Stellung 1–3 wie Heben, aber mit vergrößertem Widerstand, wodurch Regelkurven so tief zu liegen kommen, daß auf deren Verlängerung Lasten zwischen etwa Halb- und Vollast untersynchron und regelbar gesenkt werden können. Die weiteren Stellungen 4–5 übersynchron senkbar wie oben.

Wesentlich: Gegenstromsenken erfolgt unter Aufwand von Stromleistung, außerdem verlaufen die Kurven so steil, daß bei geringer Laständerung große Geschwindigkeitsänderung eintritt, während das Umgekehrte (wie bei Gleichstrom nach Abb. 167) erwünscht ist. Ferner tritt bei kleinen Lasten auf Gegenstrom unerwünschtes Heben ein, zu dessen Verhinderung besondere Zusatz-

apparate erforderlich sind. Kleine durchziehende und nicht durchziehende Lasten sind nur wie oben senkbar.

(1100) Phasenschaltung von SSW, Abb. 179. Heben normal. Beim Senken erfolgt Ständeranschluß zum Teil einphasig mit Vorschaltwiderstand. Senkstellung 1 gilt für Gegenstrom, 2 bis 4 für Phasenschaltung, deren Kurven verlaufen weniger steil als bei Gegenstrom, also besser; 5 für Übersynchronschaltung.



(1101) Zweimotorenschaltung von SSW. Zwei gleiche Asynchronmotoren von jeder halben Vollastleistung sind miteinander dauernd achsengleich gekuppelt und arbeiten mit stets gleicher Drehzahl auf die Winde. Die Motoren werden je nach Stellung teils gleich, teils verschieden geschaltet und ihre Drehmomente addieren sich bei jeder Drehzahl algebraisch. Abb. 180 zeigt die resultierenden Kurven mit günstigem Verlauf für feinstufiges Heben und Senken im Gegensatz zu den weniger günstigen Kurven der bisherigen Schaltungen.

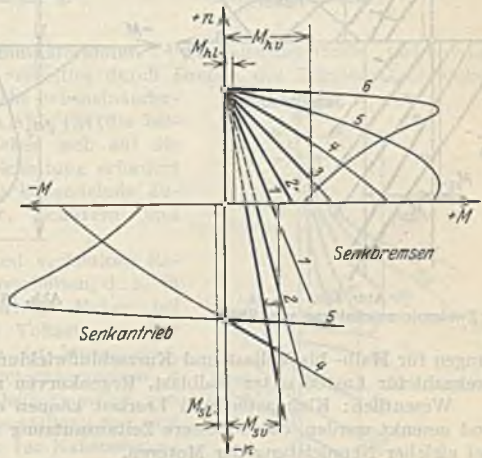
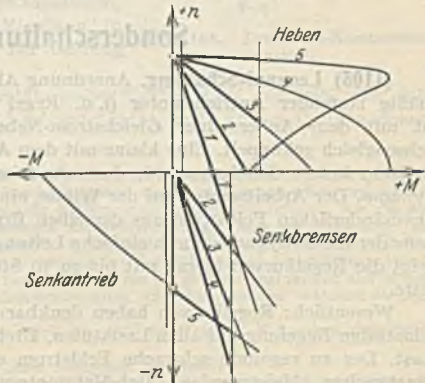


Abb. 177 u. 178. Gegenstromschaltung.

(1102) Motor-Dynamoschaltung von SW. Mit einem Asynchronmotor von voller Leistung ist eine Gleichstrom-Hauptstromdynamo achsengleich gekuppelt; diese wird in den verschiedenen Stellungen über regelbare Widerstände kurz geschlossen und beeinflusst das vom Asynchronmotor erzeugte Moment derart, daß beim Heben und Senken ähnlich günstige Regelkurven wie oben entstehen.



(1103) Winden mit Lastdruckbremse oder mit Selbsthemmung. Stets die einfache Fahrschaltung und Nachlauf-

Abb. 179. Phasenschaltung von SSW.



bremsung wie bei Gleichstrom. Nur noch für Kleinlastwinden mit Schnecke.

(1104) Winden für Stückgutkrane mit Handbremse. Schaltung und Bremsanordnung wie bei Gleichstrom, s. (1089). Heben normal, Senken durch Handhebelbremse, zum Senkantrieb zwei Übersynchronstellungen.

Sonderschaltung der AEG mit Doppelmotor. Dieser enthält im Ständer und Läufer zwei Wicklungen: normale Schleifringwicklung mit mehreren Stel-

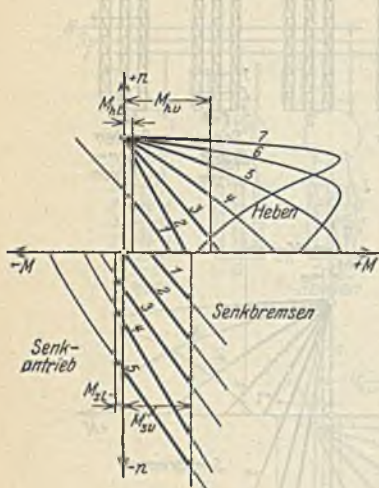


Abb. 180.

Zweimotorschaltung von SSW.

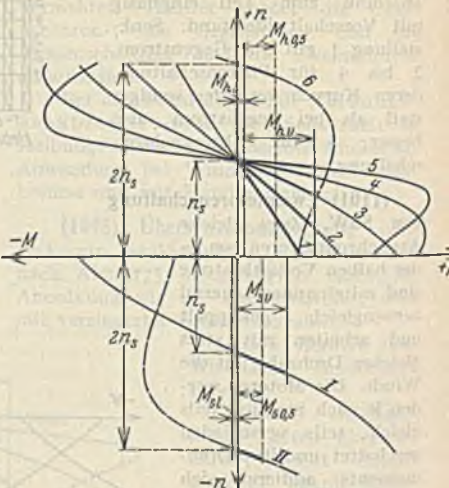


Abb. 181. Doppelmotor von AEG.

lungen für Halb- bis Vollast und Kurzschlußwicklung mit doppelter Synchrondrehzahl für Lasten unter Halblast. Regenkurven nach Abb. 181.

Wesentlich: Kleinlasten und Leerlast können doppelt so schnell gehoben und gesenkt werden, daher bessere Zeitausnutzung und größere Förderleistung bei gleicher Nennleistung der Motoren.

## Sonderschaltungen.

(1105) Leonard-Schaltung. Anordnung Abb. 182. Ein dauernd und gleichmäßig laufender Antriebsmotor (i. d. Regel ein Drehstrom-Asynchronmotor) ist mit dem Anker einer Gleichstrom-Nebenschlußdynamo (Steuerdynamo) achsengleich gekuppelt. Eine kleine mit dem Antriebsmotor gekuppelte Erregerdynamo liefert Gleichstrom für das sehr feinstufig regelbare Feld der Steuerdynamo. Der Arbeitsmotor auf der Winde, ein Nebenschlußmotor, erhält seinen unveränderlichen Feldstrom aus derselben Erregerdynamo. Sein Anker ist mit dem der Steuerdynamo durch einfache Leitung unregelmäßig verbunden. Abb. 183 zeigt die Regelkurven hierzu mit bis zu 30 Stellungen auf der Hub- und Senkseite.

Wesentlich: Regelkurven haben denkbar besten Verlauf und ergeben sehr feinstufige Regelung auf allen Laststufen, Drehzahl ist fast unabhängig von der Last. Der zu regelnde schwache Feldstrom erlaubt Benutzung eines leichten Flachreglers (Meisterwalze). Bei Mehrmotorenkränen nur ein Antriebsmotor und eine Erregerdynamo, aber für jeden Kranmotor je eine Steuerdynamo

erforderlich. Gesamttaggregat teuer, nur bei höchsten Regelungsansprüchen üblich.

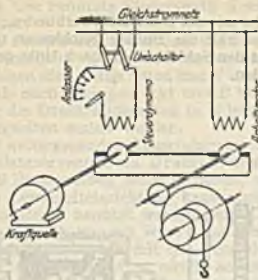


Abb. 182.  
Anordnung der Leonardschaltung.

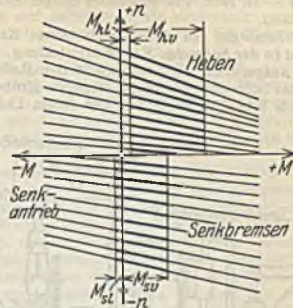


Abb. 183.  
Leonardschaltung.

(1106) Drehstrom-Kommutatormotor. Vorschaltwiderstände nicht vorhanden, Regelung erfolgt verlustlos durch Drehen des Bürstensatzes, daher stufenloses Regeln nach dicht nebeneinanderliegenden Regelkurven nach Abb. 184 (die beschriebenen Zahlen beziehen sich auf die Bürstendrehwinkel). Die Schaltung erfordert noch gewisse hier nicht zu behandelnde Zusätze, wie Transformator, Schützen und Bremslüfter.

Wesentlich: Stetige und verlustlose Regelung, ferner Gleichstromverhalten, d. h. in gleicher Bürstenstellung erfolgt Heben bei Leerlast schneller als bei Vollast, günstige Senkregelkurven. Dagegen ist Motor groß, schwer und teuer, Ankerschwungmoment 4 bis 8mal dem des Gleichstrommotors von gleicher Leistung. Bürstenverstellung nur von Hand möglich, daher nur für Nahsteuerung geeignet; erheblicher Kohlenbürstenverschleiß. Anwendung z. Zt. fast nur bei Verladekränen, wo der Vorteil der stufenlosen Regelung in Verbindung mit Stromersparnis zur Geltung kommt.

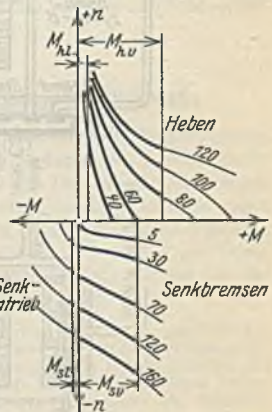


Abb. 184. Drehstrom-Kommutatormotor.

Ähnlich der Einphasenkommutatormotor System Deri von BBC, der, falls nicht Einphasenwechselstrom zur Verfügung steht, auch an das Dreiphasennetz angeschlossen werden kann.

(1107) Die Jordan-Bremse. Bei allen bisher behandelten Schaltungen läuft der Motor bei jedem Kranspiel durch die gesamte Beschleunigungs- und Verzögerungsperiode und hat zur Massenbeschleunigung das Zwei- bis Dreifache des Normalmomentes aufzubringen, was ein Anschwellen des Stromes und eine entsprechende Mehrbelastung des Motors zur Folge hat. Bei handgesteuerten Reibungsbremsen und großen Motor- und Bremsleistungen wird die erforderliche Handkraft zu groß und führt zur Ermüdung des Kranführers und zu unsicherer Handhabung. Dasselbe gilt bei elektrischer Senkschaltung für die großen Schaltwalzen und Steuerungsschalter, die zwar durch die teure Schützensteuerung umgangen werden, während die hohe Motorbeanspruchung unverändert bleibt.

Sämtliche Schwierigkeiten werden durch die 1900 von Dr.-Ing. F. Jordan eingeführte Druckluftsteuerung umgangen.

In Abb. 185 ist das Steuerschema einer Lastwinde dargestellt.

Die Druckluft wird von einem von der Winde oder einem besonderen kleinen Motor angetriebenen Kompressor erzeugt und unter Zwischenschaltung eines — hier nicht näher be-



geschrieben — Druckreglers in den Druckluftbehälter *D* geleitet. Von hier aus führt die Leitung zu dem von Hand betätigten Steuerventil *S*, das die Druckluft in den Kupplungszyylinder *K* und über den — in Abb. 186 gesondert dargestellten — Senkbremse *R* in den Bremszylinder *B* führen kann.

Beschreibung der Arbeitsweise eines Kranspiels.

**Last in der Schwebe:** *S* in Mittelstellung. *K* und *R* ist mit der freien Luft verbunden; Kupplung ist ausgerückt. Bremsgewicht der Reibungsbremse hält die Bremse geschlossen und die Last in der Schwebe; der unten liegende Kolben in *B* hat den Schieber in *R* nach links gedrückt und durch Kanal *k* ist *B* mit der freien Luft verbunden.

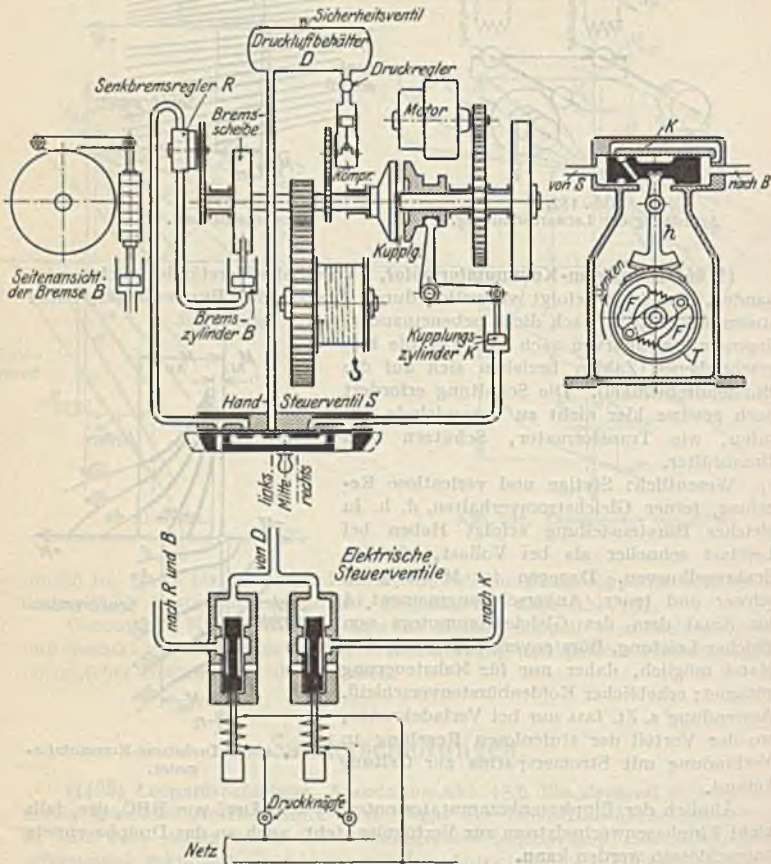


Abb. 185—187. Jordan-Bremse.

**Heben:** *S* links; *K* erhält durch Verbindung mit *D* Druckluft und schließt die Reibkupplung; gleichzeitig erhält *R* durch Verbindung mit *D* Druckluft, wodurch der Schieber in *R* nach rechts gedrückt wird und *B* durch Kanal *k* ebenfalls Druckluft erhält und die Bremse öffnet. Somit ist die Winde mit dem Motor im Hubsinne gekuppelt und die Last wird gehoben.

**Lasthalten:** *S* in Mittelstellung, Vorgang wie oben.

**Senken:** *S* rechts; *K* ist mit der freien Luft verbunden und die Kupplung öffnet sich. *R* ist mit *D* verbunden, Schieber wird nach rechts gedrückt und durch *k* wird *D* mit *B* verbunden; Bremse öffnet sich und gibt die Winde frei. Die Senkgeschwindigkeit nimmt zu, bis die Fließklötze *FF* gegen die Trommel *T* drücken, diese in Senkdrehrichtung mitzunehmen suchen und durch Hebel *h* den Schieber nach links bringen. Sofort wird *B* mit der freien Luft verbunden, die Bremse fällt wieder ein, die Geschwindigkeit verringert sich, die Klötze *F'F'* gehen durch Federkraft wieder zusammen und der links unter Druckluft stehende Schieber wird wieder nach

rechts gedrückt; *B* erhält wieder Druckluft, öffnet die Bremse, Geschwindigkeit steigt wieder usw. Das Senken erfolgt mit einer durch die Abmessungen des Reglers und besonders der Klotzfedern festbegrenzten Geschwindigkeit unabhängig von der Lastgröße. Diese Grenzgeschwindigkeit kann nach Bedarf durch Nachstellen dieser Federn auf beliebige Höhe eingestellt werden.

Das hier benutzte Steuerventil *S* wird von Hand gesteuert und ist nur bei Nahsteuerung verwendbar.

Bei Fernsteuerung werden die in Abb. 187 dargestellten elektromagnetisch gesteuerten Ventile eingebaut. Die Spulen werden durch Druckknöpfe ans Netz geschlossen; bei stromlosen Spulen liegen die Ventile unten und *B* bzw. *K* ist mit der freien Luft verbunden; bei Stromgebung werden sie nach oben gedrückt und *B* bzw. *K* wird mit *D* verbunden. Durch „Telegraphieren“ läßt sich die Druckluftpressung in *B* leicht so weit regeln, daß die kleinsten Senkwege und Geschwindigkeiten erzielt werden.

Bei weitergehenden Ansprüchen an die Regelbarkeit der Senkgeschwindigkeit wird an Stelle des Handstevens ein Bremsdruckregler eingebaut, bei dem die Druckluftpressung in *K* und *B* in demselben Maße zunimmt, wie der Handhebel aus der Nulllage ausgelegt wird.

Die Drucklufteinrichtung kann auch bei Laufkatzen und Drehkränen mit einem durchlaufenden Motor benutzt werden, wobei das Fahr- und Schwenkwerk mit dem Motor durch Wendegetriebe gekuppelt wird, das von demselben Druckluftbehälter aus gesteuert wird. Auch für Greiferwinden mit den verschiedenen Kupplungen und Bremsen verwendbar.

Die Jordan-Bremse ist nichts anderes als ein mechanisches Relais, bei dem der zum unmittelbaren Betätigen der Bremse und Kupplung sonst erforderliche große Handdruck durch die Winde selbst geleistet wird. Die Druckluft bildet ein nahezu masse- und reibungsloses Gestänge und die Bedienung des Steuerventils bzw. der Druckknöpfe erfolgt leicht und bequem und gewährt außerordentlich sichere Steuerung. Die Mehrkosten für die Drucklufteinrichtung werden durch Ersparnisse am Motor und besonders am Anlasser, der nur für Leerlauf bemessen ist, reichlich aufgewogen.

Die gesamte Drucklufteinrichtung wird von der Jordan-Bremsen-Gesellschaft, Neukölln, geliefert. Die in deren Druckschriften eingehend beschriebenen Apparate sind sehr klein und sorgfältig durchgebildet und lassen sich auch bei beschränkten Raumverhältnissen auf dem Kran- oder Katzengerüst leicht unterbringen.

## Vergleich zwischen Gleich- und Drehstrom.

(1108) Wenn bei Lastwinden nicht die Vollast und die Hubgeschwindigkeit gegeben ist, sondern eine bestimmte Förderleistung verlangt ist, wie bei Drehkränen für Stückgut- oder Greiferbetrieb, dann ist der Drehstrommotor wegen seiner bei Wechsellast fast unveränderlichen Drehzahl stark im Nachteil gegen den Gleichstrommotor, der wegen seiner Anpassung an die Wechsellast in derselben Zeit mehr Hubspiele machen kann; daher muß in diesem Fall der Drehstrommotor mit einer bis zu 50% größeren Leistung gewählt werden als der Gleichstrommotor (mit Ausnahme der Kommutatormotoren).

(1109) **Bau der Steuerapparate.** Abb. 188 zeigt den Querschnitt durch einen SSW-Anlasser. Die federnden Kontaktfinger sitzen auf einem mit Isolierschicht versehenen Vierkanteisen, sind leicht herauszuklappen und auswechselbar. Die Kontaktringe sind mittels Schellen und Schrauben auf einer ebensolchen Vierkantachse befestigt und haben auswechselbare Brennstücke *b*. Die aus dem Gehäuse ragende Achse wird durch Handrad oder Hebel usw. gesteuert. Ein auf dem Antriebsorgan angebrachter Pfeil oder eine sonstige Zeigervorrichtung auf dem Skalenring zeigt die einzelnen Schaltstellungen an; diese sind durch ein Sperrrad in Verbindung mit einem gefederten Sperrhebel fühlbar gemacht.

Im Gehäuse befindet sich ein vom Motorstrom gespeister magnetischer Funkenbläser, der für rasches und sicheres Erlöschen des Schaltfeuers sorgt; Funkenfächer *f* aus Isolierstoff verhindern ein Überschlagen des Schaltfeuers von Hammer zu Hammer.

Die Widerstände bestehen aus Draht oder Gußeisen bei kleinen bzw. großen Stromstärken; sie sind in einem vergitterten Kasten vereinigt und werden in der Regel getrennt vom Anlasser aufgestellt und zwar so, daß die aufsteigende warme Luft leicht abgeführt wird; mehrere Kästen müssen daher reichlichen Abstand voneinander haben. Kleine Anlasser können angebaute Drahtwiderstände erhalten.

Die Widerstände sind so zu bemessen, daß sie die Wärme ohne Schaden aufnehmen können; die Widerstandsmassen hängen im wesentlichen von der stündlichen Schaltzahl ab und sind besonders reichlich bei Regulierbetrieb zu nehmen, wobei die Widerstände nicht nur zum Anlassen, sondern auch zur Drehzahlregelung dienen.

Das Bedienungsorgan der Schaltwalze hängt von der Lage der Walze ab. Stehende Anlasser erhalten das Handrad, besser als die Kurbel, bei der zu schnell gesteuert wird. Hochliegende Anlasser werden durch herabhängende Steuerseile vom Fußboden aus bedient und haben Rückschnellfeder zum raschen Ausschalten; nur für Kleinanlasser geeignet. Bei Handhebelbedienung ist Kegelfradübersetzung, erforderlich; Hebel kann nach Bedarf wagrecht oder lotrecht liegen. Die nur bei Handrad vorhandene Feinfühligkeit leidet durch diese Übersetzung. Universalsteuerung, wenn zwei Anlasser gleichzeitig von einem Handhebel bedient werden.



Bei Handhebelbedienung ist die sog. sinnfällige Bewegung zwischen Hand und Last möglich und üblich. Näheres s. alle Kranausrüstungslisten.

Steuerschalter an Stelle der Schaltwalze, wenn schwerer Betrieb mit hoher Schaltzahl vorliegt. Hierbei werden die einzelnen Kontakte durch Stromschalter ersetzt, die durch Kurvenscheiben auf der Steuerwelle gesteuert werden. Abb. 189 zeigt die AEG-Ausführung. Der Steuerschalter ist teuer und bei großen Abmessungen weniger leicht beweglich als die Schaltwalze.

Bei der Schützensteuerung werden die außerhalb des Anlaser-

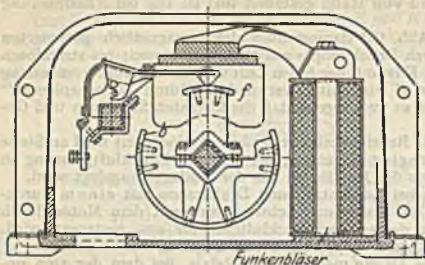


Abb. 188. Querschnitt durch einen SSW-Anlasser.

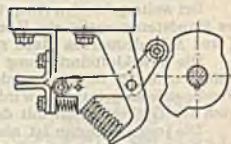


Abb. 189. AEG-Steuerschalter.

gehäuses in einem besonderen Kasten vereinigten Stromschalter (Schütz) elektromagnetisch bewegt; die Magnete werden durch einen Schwachstrom gespeist, der durch eine besondere Walze, die Meisterwalze, geregelt wird. Diese ist klein und leicht beweglich und nutzt sich beim stärksten Betrieb kaum ab, aber die ganze Einrichtung bildet die teuerste Schaltung.

(1110) Endausschaltung als Schutz gegen das Überfahren der Endstellungen.

Mechanische Endschalter hauptsächlich für Lastwinden mit Nabsteuerung, seltener für Fahr- und Schwenkwerke. Durch Gestänge, Wandermutter u. dgl. wirkt die Winde in den Endlagen unmittelbar auf die Schaltwalze ein und stellt diese zwangsläufig auf Null.

Billig, da keine stromführenden Apparate erforderlich, aber unvollkommen, da wegen des wechselnden Nachlaufes bei Belastungswechsel die Schaltwalze nicht sicher auf Null zu stehen kommt.

Elektrische Endschalter unterbrechen in den Endlagen unmittelbar den Motorstrom; für Nah- und Fernsteuerung verwendbar. Teurer als mechanische Endschaltung, aber exakt wirkend.

Abb. 190 gilt für Fahrwerke; die Hebel *e* stoßen in den Endlagen gegen Kurvenstücke *a* und unterbrechen den Motorstrom. Die Schaltwalze erfordert zusätzliche Kontaktfinger und -ringe und ist so eingerichtet, daß sofort auf Rückfahrt geschaltet werden kann. Bei Lastwinden werden die Hebel nach Abb. 191 durch eine Wandermutter gesteuert, die auf einer mit der Winde gekuppelten Spindel sitzt. Nach jeder Bewegungsunterbrechung ist der Anlasser sofort auf Null zu stellen.

Die Kontakte der Hebel liegen in einem ölgefüllten Gußkasten; eine Springfeder sorgt für augenblickliches Ein- und Ausschalten.

Bei angestrengtem Betriebe wird ein Hilfsstrom unterbrochen, der auf ein Schütz wirkt, das den Motorstrom selbst öffnet. Dieses Schütz kann an einer gut zugänglichen Stelle, gewöhnlich im Führerhaus, untergebracht und die dem Verschleiß ausgesetzten Kontakte leicht nachgesehen und ausgewechselt werden.

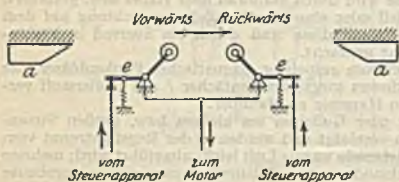


Abb. 190. Elektr. Endschalter für Fahrwerke.

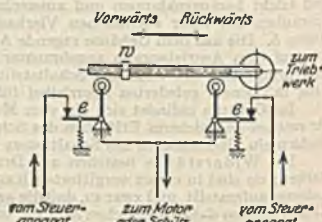


Abb. 191. Für Lastwinden.

## Bremsen für elektrische Lasthebemaschinen.

(1111) Allgemeines. Man unterscheidet Reibungsbremsen für Lastwinden und für Fahr- und Schwenkwerke.

Aufgabe der Fahr- und Schwenkwerkbremsen ist: Abbremsen des Nachlaufes und Sperrung des Getriebes gegen Winddruck und sonstige zufälligen Ein-

flüsse. Das von der Bremse hervorzubringende Reibmoment richtet sich nach der Fahrmasse und der geforderten Verzögerung beim Auslauf.

Aufgabe der Lastwindenbremsen bei elektrischer Senkschaltung: Abbremsen des Nachlaufs bei Hub- und Senkende und Sperrung bei schwebender Last; bei Reibungsbremse tritt noch Abbremsen während des Senkens hinzu. Das Reibmoment soll ein mehrfaches des Lasthaltemomentes  $M_r$  bei Vollast betragen, also  $M_r = \mathfrak{S} \cdot M_r$ , worin  $\mathfrak{S} = 2$  bis 3 für normalen Betrieb, steigend bis 6 für angestregten Betrieb und große Totlast, wie bei Greifer- und Hüttenkranen.

Reibende Flächen: Bremsband oder Bremsbacken mit Reibungsbelag auf blanker Gußeibe, und zwar

Holzfutter, mäßig gefettet,  $\mu \approx 0,22$ ,

Ferrodofibre<sup>1</sup>), d. i. imprägniertes Baumwollgewebe, wenig gefettet  $\mu \approx 0,45$  bei Flächendruck  $0,5 - 3 \text{ kg/cm}^2$ ,

bei Lastdruckbremsen blanke Metallscheiben im Ölbad laufend,  $\mu = 0,03 - 0,04$ .

(1112) **Bandbremsen für Lastwinden.** Bei Anordnung nach Abb. 192, wobei wie bei Handwinden das  $S_k$ -Band gesteuert wird, ist das erforderliche Hebelmoment

$$M_h = S_k a = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} a.$$

Wegen Abnutzung stets Stahlband mit Reibungsbelag. Meist ist  $\alpha = 250^\circ$ . Damit folgt

$$\text{bei Holzfutter } e^{\alpha\mu} \approx 3 \text{ und } M_h = \frac{M_r}{r} a \cdot 0,5;$$

$$\text{bei Ferrodofibre } e^{\alpha\mu} \approx 7,5 \text{ und } M_h = \frac{M_r}{r} a \cdot 0,16.$$

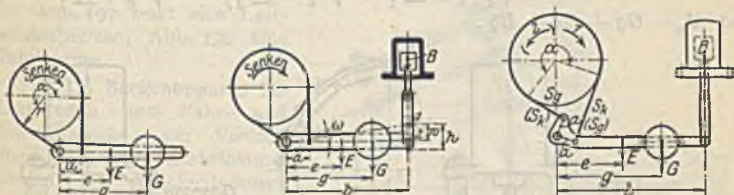


Abb. 192—194. Bandbremsen mit Handlüftung und mit Bremslüfter.

Bezeichnet  $E$  das Hebeleigengewicht und  $G$  das Bremsgewicht und  $e$  und  $g$  deren Hebelarme, dann ist bei Senkbremsen mit Handsteuerung nach Abb. 192

$$M_h = Gg + Ee.$$

Bei Bremsen mit Lüftmagnet nach Abb. 193 drückt das Bremskerngewicht  $B$  auf den Hebel, somit  $M_h = Gg + Ee + Bb$ .

Beim Lüften äußert der Bremslüfter die nach Abzug von  $B$  verbleibende Zugkraft  $Z$ , somit Lüftbedingung  $Zb = Gg + Ee$ .

Beim Abbremsen des Hubnachlaufs vertauschen sich beide Bandspannungen und es gilt

Reibungsmoment beim Heben

$$= S_g r \frac{e^{\alpha\mu} - 1}{e^{\alpha\mu}} = \frac{M_h}{a} r \frac{e^{\alpha\mu} - 1}{e^{\alpha\mu}} = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} r \frac{e^{\alpha\mu} - 1}{e^{\alpha\mu}} = \frac{M_r}{e^{\alpha\mu}},$$

<sup>1</sup> Deutsche Ferodo-Gesellschaft Töpken & Co., Berlin-Mariendorf.



d. i.  $= \frac{M_r}{3}$  bei Holzfutter und  $= \frac{M_r}{7,5}$  bei Ferrodofibre. Letzterer Wert ist mit Rücksicht auf Leerlasthubauslauf sehr gering, daher eignet sich für Lastwindenbremsen Holzbelag besser als Ferrodofibre.

Damit nach Abnutzung des Bremsbelages der Bremskern und der Hebel bei stromlosem Lüfter nicht im Lüftergestell hängen bleibt, sondern unverminderte Bremswirkung hervorbringt, ist vom gesamten Lüfterhub  $h$  nur der Teil  $w \approx 2/3h$  ausnutzbar. Sodann ist unter Voraussetzung gleichmäßigen Bandlüftens die radiale Lüftung zwischen Belag und Scheibe  $l = w \frac{a}{b} \cdot \alpha$ , worin  $\alpha$  im Bogenmaß. Es sei  $l = 0,008 - 0,012 r$ .

Die Werte  $B$ ,  $Z$  und  $h$  sind in den Bremslüfterlisten der Lieferfirmen angegeben.

(1113) Bandbremsen für Fahr- und Schwenkwerke haben dieselbe Bremswirkung für beide Drehrichtungen, daher Schema nach Abb. 194 mit Bremslüfter,

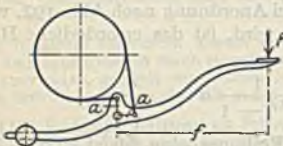


Abb. 195. Fußdruckhebel.



Abb. 196. Holzfutter.

wobei beide Bandenden am Hebel mit gleichen Hebelarmen  $a$  angeschlossen sind. Erforderliches Hebelmoment

$$M_h = (S_g + S_k) a = \left( \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} + \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} \right) a = \frac{M_r e^{\alpha\mu} + 1}{r e^{\alpha\mu} - 1} a$$

und  $M_h = Gg + Ee + Bb$ .

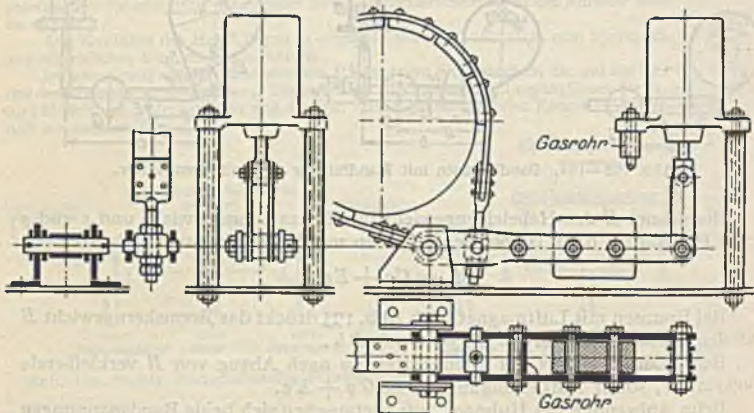


Abb. 197. Bandbremse für Lastwinde.

Das liefert bei Holzfutter  $M_h = \frac{M_r}{r} \cdot 2a$  und bei Ferrodofibre  $M_h = \frac{M_r}{r} \cdot 1,3 a$ .

Wie bei Lastwindenbremsen ist  $w \approx 2/3 h$ , dagegen radiale Lüftung  
 $l = \frac{w a}{b} \cdot 2 \alpha$ .

Abb. 195 zeigt das Schema bei Fußdruckbremsen.

(1114) Ausführung der Bandbremsen. Stahlband zwecks Steifheit reichlich, etwa 50/5 bis 100/10 mm, stets nachstellbar mit dem Bremshebel verbinden. Holzfutter nach Abb. 196. Ferrodofibrebend mindestens 8 mm dick, mit gut

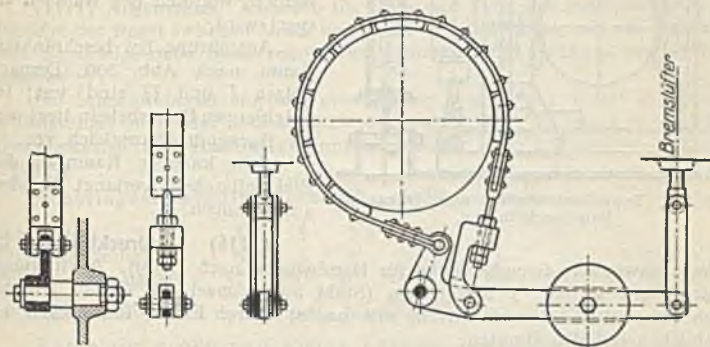


Abb. 198. Bandbremse für Fahrwerk.

versenkten Kupfernieten am Stahlband befestigen. Alle Beanspruchungen in den Hebeln, Bolzen und Schrauben mäßig wegen der durch den Lüfter verursachten Stöße.

Abb. 197 zeigt eine Lastwindenbremse, Abb. 198 eine Fahrbremse.

(1115) Backenbremsen für Lastwinden und Fahr- und Schwenkwerke, zur Vermeidung einseitiger Achsbelastung stets als Doppelbackenbremsen auszubilden. Hierbei statischer Backendruckausgleich wegen der Möglichkeit ungleicher Belagabnutzung erforderlich und stets durchführbar.

Nach Schema Abb. 199 ist Hebelmoment

$$M_h = Gg + Ee + Bb,$$

$$Z = \frac{M_h}{a}, \quad D = Z \frac{c}{k}, \quad N = D \frac{d}{l},$$

daher

$$M_r = 2 N \mu r = M_h \frac{cd}{akl} 2 \mu r \quad \text{oder} \quad M_h = M_r \frac{akl}{cd 2 \mu r}.$$

$$\text{Lüftung an jeder Backe } l = w \frac{ak}{2bc}.$$



Ausführung: Geschmiedete oder Guß- oder Stahlgußhebel mit Ferrodofibre. Obere Verbindungsstange mit Nachstellung. Lüftung wie bei Bandbremsen, durch Nachstellschrauben zu begrenzen.

Übliche Bauart nach Abb. 199. Bremslüfterbefestigung und weitere Einzelheiten richten sich nach dem verfügbaren Raum. Die Bolzen für die Bremshebel können auch fliegend in Gußnocken auf dem benachbarten Vorgelegekasten befestigt werden, wodurch der Rahmen erspart wird.

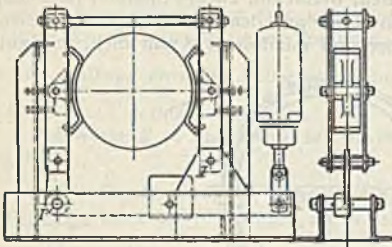


Abb. 200. Doppelbackenbremse nach Demag bei Raumbeschränkung.

Ausführung bei beschränktem Raum nach Abb. 200 (Demag). Bolzen *I* und *II* sind fest; bei gleichlangen Bremshebeln liegt wieder Backendruckausgleich vor.

Sehr knapper Raum in den Elektroflaschen verlangt Sonderausführungen.

(1116) Lastdruckbremse für Schneckenwinden; Grundgedanke für Handwinden nach (1049). Ausführungsbeispiel mit 4 bzw. 3 Reibflächen (Stahl auf Bronze), im Ölbad laufend, nach Abb. 201. Gesteuerte Klinke mit nachstellbarer Feder; Reibflächen mit reichlichen radialen Ölnuten.

Berechnung wie bei Handwinden, aber mit  $\mu \approx 0,03-0,04$ .

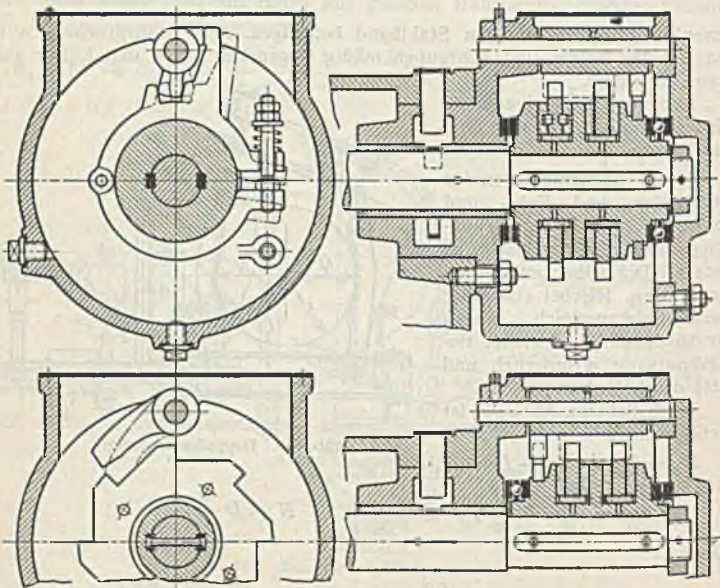


Abb. 201. Lastdruckbremse.

In Abb. 201 gilt die obere bzw. untere Anordnung für Achsdruck nach rechts bzw. links.

Bei Stirnradwinden wird die Westonsche Gewindebremse wegen ihrer nicht ganz einwandfreien Wirkung heute kaum mehr verwendet; dafür besser elektrische Senkschaltung.

Schneckenwinden mit Lastdruckbremse nur noch für Kleinhebezeuge mit Motor bis zu 5 kW.

## Elektrische Winden und Katzen.

(1117) Allgemeines. Antrieb für Hub- und Fahrwerk entweder Schnecke (diese in der Regel zwischen Motor und erster Vorgelegewelle) und ein- bis mehrfach Stirnradgetriebe oder reine Stirnradübersetzung; letzteres teurer, aber besseres  $\eta$ .

Bei Stirnradübersetzung und gewöhnlicher Ausführung Ritzel auf Motorwellenstumpf offen oder in Schutzkasten. Besser, aber viel teurer ist öldichter Getriebekasten mit elastischer Kupplung. Über Vergleich beider Bauarten s. (1025).

Arbeitsgeschwindigkeiten. Übliche Mindestwerte

|                      |    |    |     |     |    |     |           |
|----------------------|----|----|-----|-----|----|-----|-----------|
| Tragkraft            | 3  | 5  | 7,5 | 10  | 15 | 20  | 30 t      |
| Hubgeschwindigkeit   | 6  | 5  | 4   | 3,5 | 3  | 2,5 | 2 m/min   |
| Fahrtgeschwindigkeit | 32 | 30 | 30  | 25  | 20 | 20  | 15 m/min. |

Höchstwerte etwa das doppelte hiervon.

Katze für große und kleine Lasten. Bei Laufkatzen von etwa 10 t an wird dessen Windwerk bei gewöhnlichem Gebrauch in Werkstätten selten ausgenutzt und arbeitet daher mit zu geringem  $\eta$ ; daher kleineres Hilfshubwerk anfügen, das bei Gießpfannen zum Kippen dienen kann.

Meist besonderes Windwerk mit besonderem Motor; zweckmäßig denselben wie für das Haupthubwerk (wegen Lagerhaltung der Ersatzteile), dafür Hubgeschwindigkeit des Hilfshubwerkes entsprechend größer. Seltener gemeinsamer Motor mit Wechselkupplung auf beide Windwerke arbeitend.

Gewichte von gewöhnlichen doppelspurigen Laufkatzen einschl. Motoren ohne Anlasser in t für  $Q$  t Tragkraft

$$K = 1,8 + 0,2Q \text{ ohne Hilfshubwerk,}$$

$$K = 2,0 + 0,22Q \text{ mit Hilfshubwerk von } Q/4 \text{ bis } Q/6 \text{ Tragkraft.}$$

Formeln bis  $Q$  etwa 50 t gültig.

Konstruktionsforderung. Last soll stets genau in der Mittelebene zwischen beiden Kranträgern hängen, damit beide Träger gleiche Belastung erhalten; nach Möglichkeit soll die Last gleichzeitig in Radstandmitte hängen, damit die vier Laufräder gleiche Drücke erhalten.

Rahmen meist aus Profileisen und Blechen mit Eckwinkel genietet oder geschweißt; Guß- oder Stahlgußrahmen nur bei kleinen Katzen, schwerer und teurer als Profilrahmen, aber gute starre Lagerung aller Achsen. Der Rahmen soll möglichst starr sein, daher mäßige Beanspruchung aller Teile.

Zugmittel. Fast nur noch Drahtseil; Kette ausnahmsweise und nur bei geringer Geschwindigkeit und kleinem Hub.

(1118) Drahtseilführung bei zweispurigen Katzen. Last nie in einem Seil hängend, da Seil kaum drallfrei.

Zwei Stränge mit Flasche nach Abb. 202. Heben erfolgt wegen der Trommelwicklung stets in schräger Richtung, Belastungsverteilung auf die Kranträger daher von der Höhenlage der Flasche abhängig. Nur bis etwa 5 t und bei kurzen Trommeln möglich und üblich.

Der Forderung nach lotrechter Lastbewegung in Katzenmitte entsprechen nachstehende Zwillingsanordnungen.



Zwei Stränge mit Ausgleichsrolle nach Abb. 203. Flaschenrolle dient als Lastausgleichsrolle bei Pendelungen und ungleicher Seillänge und kann daher wesentlich kleiner als sonstige Flaschenrollen gehalten werden,  $D \geq 250 \delta$  statt normal  $500 \delta$ . Bis 10 t üblich.

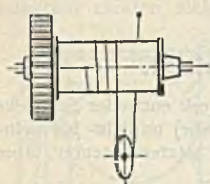


Abb. 202.

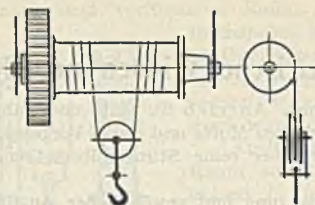


Abb. 203.

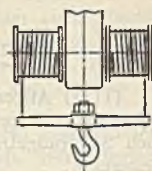


Abb. 204.

Der Ansatz für den Wirkungsgrad  $\eta$  enthält kein  $\eta_f$ , sondern nur  $\tau$ ; in der Windenberechnung gilt die Flasche als einsträngige;  $m = 1$ .

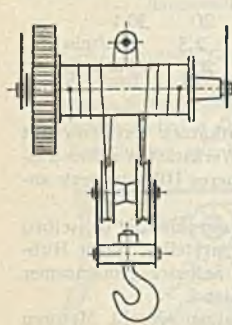


Abb. 205.

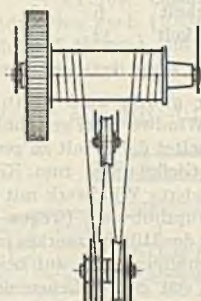
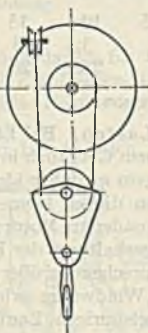


Abb. 206.



Bei großem Seilabstand auch Ausgleichsträger statt Rolle nach Abb. 204 zur Verminderung der Bauhöhe.

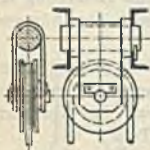


Abb. 207.

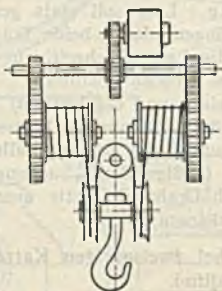


Abb. 208.

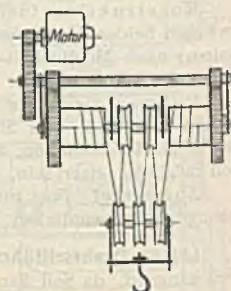


Abb. 209.

Vier Stränge nach Abb. 205 oder 206 mit oberer Ausgleichsrolle. Üblich bei 4 bis 20 t. In der Windenrechnung ist  $m = 2$  und  $\eta_f$  für eine zweisträngige Flasche einzusetzen.

Wegen des Pendelns der Flasche auch pendelnde Aufhängung der Ausgleichsrolle nach Abb. 207 zweckmäßig.

Um bei größeren Lasten nicht das gesamte Trommelmoment durch ein Trommelrad zu leiten, werden die Trommeln nach Abb. 208 geteilt, dann Flasche nach Abb. 55; diese Anordnung hat aber keinerlei Einfluß auf die Übersetzungs- und  $\eta$ -Rechnung.

F. A. Heft 177 S. 21 enthält wertvolle Hinweise auf Größe und Anordnung solcher Ausgleichsrollen.

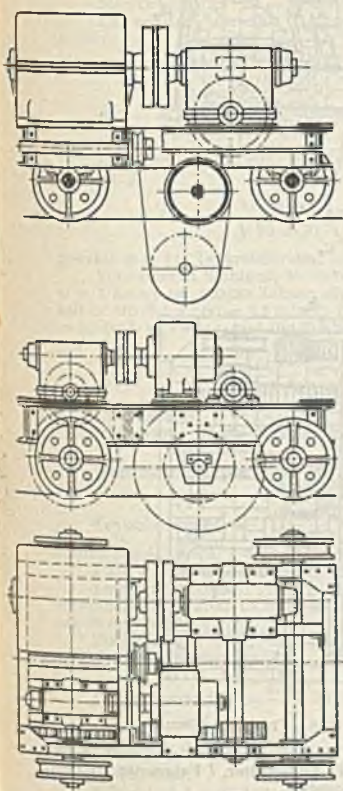


Abb. 210. Schneckenkatze.

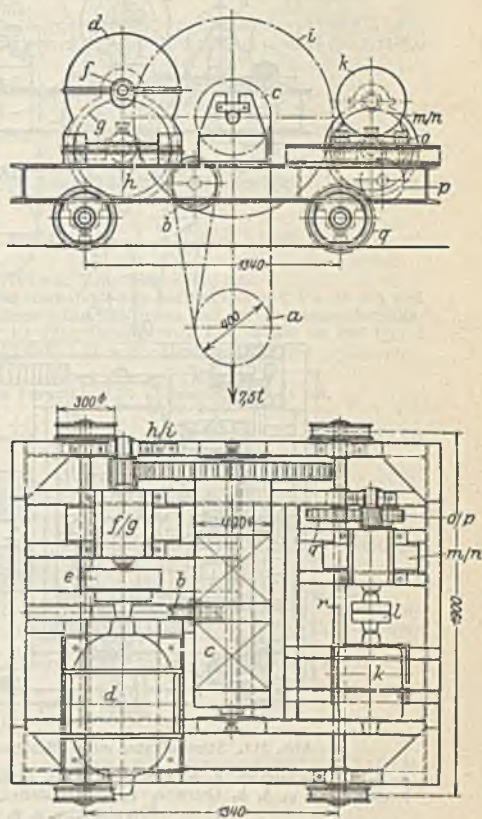


Abb. 211. Stirnradkatze 7,5 t Traglast (Demag),  
 $a$  Flasche,  $b$  Ausgleichsrolle,  $c$  Trommel,  $d$  Hubmotor,  $e$  elast. Kupplung = Bremsscheibe,  $f, g, h, i$  Getriebe,  $k$  Fahrmotor,  $l$  elast. Kupplung,  $m, n, o, p, q$  Getriebe,  $r$  Laufachse.

Sechs Stränge nach Abb. 209 mit unterer Ausgleichsrolle. Üblich für 15—40 t. Flasche hierzu nach Abb. 56. Nachteil: wegen der Seilschrägung stellt sich die Flasche schräg und liefert bei höchster Stellung starke Seilablenkung, daher breite Rillen erforderlich.

In der Windenrechnung  $m = 3$  und  $\eta_f$  für dreisträngige Flasche.

Oberrollen sitzen entweder auf durchgehender fester Trommelwelle oder besser auf besonderen Bolzen.



Acht Stränge mit oberer, zehn Stränge mit unterer Ausgleichsrolle usw. für größere Lasten; bis zu zwölf Strängen ausgeführt.

(1119) Laufkatzen, doppelspurig, ohne Hilfshubwerk, nach Abb. 210 mit Stirnrad und Schnecke, nach Abb. 211 mit Stirnrädern und Getriebekasten

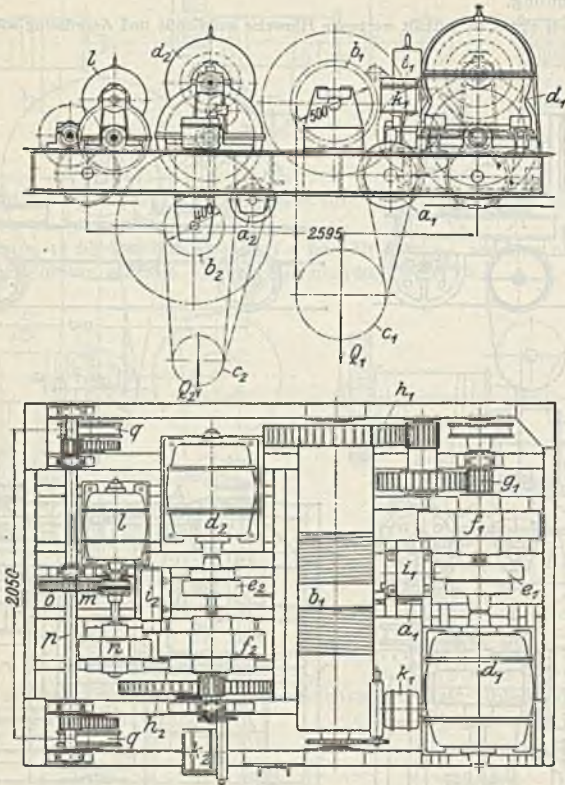


Abb. 212. Stirnradkatze mit Hilfshubwerk, 20/5 t Tragkraft (Demag).

$a_1, a_2$  Ausgleichsrollen,  $b_1, b_2$  Trommeln,  $c_1, c_2$  Flaschen,  $d_1, d_2$  Hubmotoren,  $e_1, e_2$  elast. Kuppungen,  $f_1, f_2, g_1, g_2$  Getriebe,  $h_1, h_2$  Getriebe,  $i_1, i_2$  Bremslüfter,  $k_1, k_2$  Endschalter,  $l$  Fahrmotor,  $m$  elast. Kupplung,  $n, o, p, q$  Getriebe.

(der Übersichtlichkeit wegen ohne Bremsen gezeichnet), beide mit Außenlauf­rädern.

Abb. 212 zeigt eine Katze mit Haupt- und Hilfshubwerk und mit Lauf­rädern auf kurzen festen Zapfen, vorteilhaft wegen kleineren Zapfen und klei­nerem Fahrwiderstand.

(1120) Beispiel. Rechnungsgang für Entwurf einer elektrischen Laufkatze nach Abb. 211. Vollast 7500 kg, Flasche 150 kg. Heben 12 m/min, Katzfahren 40 m/min. Drehstrom 500 V, 50 Per. Normaler Werkstattbetrieb, d. h. Wechsellasten bei 25% ED.

$$\eta = \eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{11} \eta_e \eta_f = 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,96 \cdot 0,96 \cdot 0,95 \cdot 0,975 = \text{rd. } 0,80.$$

$$\text{Größter Seilzug } S = \frac{7650}{4 \cdot 0,975} = 1960 \text{ kg.}$$

Seil blank, Fest. 160 kg/mm<sup>2</sup>,  $\odot = \text{rd. } 7$ , Seil mit 6 Litzen je 37 Drähte.

$$\frac{\pi \delta^2}{4} = \frac{1960 \cdot 7}{222 \cdot 160} = 0,385 \text{ mm}^2, \text{ gewählt } \delta = 0,7 \text{ mm}, d = 15 \text{ mm. Trommel } D = 500 \text{ bis}$$

600  $\delta$ , gewählt 400 mm.

Getriebe zweistufig, Flanken bearbeitet, Trommelvorgelege offen, Motorvorgelege im Getriebekasten.

$$\text{Erforderliche Vollastleistung } N = \frac{7650 \cdot 12}{60 \cdot 102 \cdot 0,80} \cdot 1,07 = 20,0 \text{ kW.}$$

Gewählt offener Motor für Wechsellasten bei 25% ED = Vollast bei 15% ED, aus SSW-Liste: Type hR 136—8, 26 kW bei 710 Uml.

Somit  $v = 12 \cdot 26 : 20 = 15,6 \text{ m/min}$ ;  $n_t = 15,6 \cdot 2 : 0,4 \pi = 24,8$ , und  $i = 710 : 24,8 = 28,6$ . Zahnräder. Gewählt  $z_1/z_2 = 86/15 = 5,72$ ,  $z_g/z_f = 100/20 = 5,0$ , somit  $i = 5,72 \cdot 5,0 = 28,6$ .

$$M_t = \frac{7650 \cdot 20 \cdot 1,07}{2 \cdot 0,975 \cdot 0,95} = 88500 \text{ cmkg}, M_1 = \frac{88500}{5,72 \cdot 0,96} = 16100 \text{ cmkg},$$

$$M_a = \frac{16100}{5 \cdot 0,95 \cdot 0,95} = 3450 \text{ cmkg.}$$

Trommelrad Stahlguß,  $c = 50$ , Trieb Schmiedestahl,  $c = 75$ , korrigierte Verzahnung,  $\psi = \text{rd. } 3$ .

$$t = 1,84 \sqrt[3]{\frac{88500}{86 \cdot 3 \cdot 50}} = 3,50 \text{ bzw. } t = 1,84 \sqrt[3]{\frac{16100}{15 \cdot 3 \cdot 75}} = 3,1 \text{ cm,}$$

gewählt  $m = 11$ , Teilkreisdurchm. = 946/165 mm, Zahnbreite = 105 mm.

Vorgelegerrad Stahlguß, Motortrieb Schmiedestahl. Die Annahme  $m = 5$ ,  $b = 80 \text{ mm}$  und  $\psi = 5$  liefert bei 100/20 Zähnen die Teilkreisradien 250/50 mm und die Umfangsgeschwindigkeit =  $710 \cdot 0,4 \pi : 60 = 3,7 \text{ m/sek}$ , ferner ist Eingriffdauer etwa 1,60, somit ist für Rad  $c = 50 \cdot 0,75 \cdot 1,25 = 47$ , und für Trieb  $c = 75 \cdot 0,75 \cdot 1,25 = 70$ . Hieraus

$$t = 1,84 \sqrt[3]{\frac{16100}{100 \cdot 5 \cdot 47}} = 1,62 \text{ cm bzw. } t = 1,84 \sqrt[3]{\frac{3450}{20 \cdot 5 \cdot 70}} = 1,45 \text{ cm.}$$

Umfangskraft  $P = 3450 : 5,0 = 690 \text{ kg}$ . Prüfung auf Warmlauf  $w = 690 \cdot 710 : 8,0 = 62000$ . Somit ist  $m = 5$  zulässig.

$$\text{Hubmoment } M_h = \frac{7650 \cdot 0,20}{2 \cdot 28,6 \cdot 0,80} \cdot 1,07 = 35,7 \text{ mkg}, M_c = 2,35 \text{ mkg.}$$

Senkmoment  $M_s = \frac{7650 \cdot 0,20 \cdot 0,80}{2 \cdot 28,6} = 2,35 = 19,1 \text{ mkg}$ ,  $M'_s = \text{rd. } 16,5 \text{ mkg}$ . Reibungs-  
bremse für  $M_r = \text{rd. } 3 \cdot 16,5 = 50 \text{ mkg}$  ausbilden.

Fahrwerk. Gewicht der Katze = rd. 3,3 t, Raddruck =  $(7,5 + 3,3) : 4 = 2,7 \text{ t}$ .

Laufachse: Abstand von Laufradmitte bis Lagermitte = Hebelarm = 10 cm, somit Laufachsenmoment =  $2700 \cdot 10 = 27000 \text{ cmkg}$ ,  $k_b = 800 \text{ kg/cm}^2$ ,  $W = 27000 : 800 = 33,8 \text{ cm}^2$ , hieraus 70 mm Achsendurchm.

Wirkungsgrad des Getriebes mit Zwischenrad und Getriebekasten  $\eta = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,95 = \text{rd. } 0,77$ . Laufrad 300 mm Durchm.

$$\text{Fabriderstand } W = \frac{10800}{15} (0,05 + 3,5 \cdot 0,1) \cdot 1,20 = 345 \text{ kg.}$$

$$\text{Fahrmotor } N = \frac{345 \cdot 40}{60 \cdot 102 \cdot 0,77} = 2,95 \text{ kW. Gewählt für 25\% ED Motor SSW-Type hR54 n-6;}$$

3,1 kW, 920 Uml.

$n_t = 40 : 0,3 = 42,4$ , somit  $i = 920 : 42,4 = 21,7$ .

Gewählt  $z_1/z_2 = 100/20$ ,  $i = 5,0$ ,  $z_g/z_f/z_0 = 52/35/13$ ,  $i = 4,3$ .

Die Teilungen werden hier zweckmäßig nicht vorausgerechnet, sondern mit Rücksicht auf verfügbaren Raum angenommen und wenn nötig nachgerechnet.

Räder  $mn$  Grauguß/Stahl, im Getriebekasten,  $m = 4$ ,  $\psi = 5$ ,  $b = 65 \text{ mm}$ .

Räder  $opp$  Grauguß/Grauguß/Stahl, offen,  $m = 7$ ,  $\psi = 2,5$ ,  $b = 55 \text{ mm}$ .

Nachrechnung:  $M_t = 345 \cdot 15 = 5170 \text{ cmkg}$ ,  $M_1 = 5170 : 0,9 \cdot 0,9 \cdot 4,3 = 1480 \text{ cmkg}$ ,  
 $M_a = 1480 : 0,95 \cdot 5 = 315 \text{ cmkg}$ .

Lauftraggetriebe:  $P = 5170 : 18,3 = 283 \text{ kg}$ ,  $c = 283 : 2,2 \cdot 5,5 = 23$ ,

Motorgetriebe:  $P = 1480 : 20 = 743 \text{ kg}$ ,  $c = 74 : 1,25 \cdot 6,5 = 9$  und  $w = 74 \cdot 920 : 6,5 = 10500$ . Diese drei Werte sind für die gewählten Werkstoffe zulässig.

Mit diesen Abmessungen ist die Katze probeweise aufzuzeichnen, je nach den sich ergebenden Raumschwierigkeiten sind Teilungen und Radgrößen zu ändern.

(1121) Elektro-Flaschenzüge. Heute fast ausschließlich gekapselte Bauart üblich: Flanschmotor in die Trommel ragend, Stirnradgetriebe völlig in der Trommel liegend, Trommel in großen Wälzlagern laufend.



Demag-Elektrozug: Seilführung nach Abb. 205, aber mit fest an Außenmantel geschraubtem Ausgleichsblock statt Rolle; Längs- und Querschnitt nach Abb. 213.

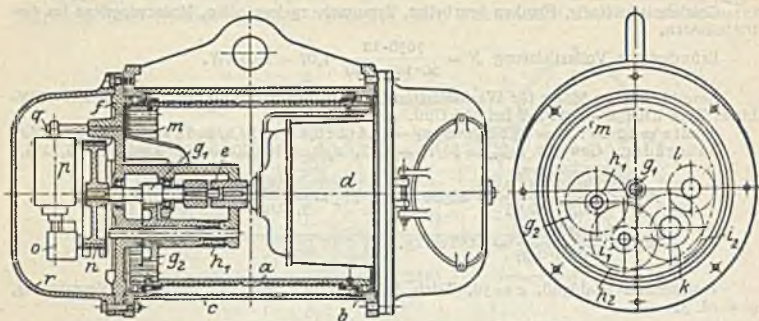


Abb. 213. Demag-Zug.

*a* Trommel, *b* Rollenlager, *c* Außenmantel, *d* Flanschmotor, *e* Muffenkupplung, *f* Flansch mit Triebwerk und Bremse, *g*<sub>1</sub>, *g*<sub>2</sub>, *h*<sub>1</sub>, *h*<sub>2</sub>, *i*, *k*, *l*, *m* Getriebe, *n* Bandbremse, *o* Belastungsgewicht, *p* Magnetlüfter, in *q* pendelnd aufgehängt.

Tafel der Demag-Züge.

|                              |      |      |           |         |
|------------------------------|------|------|-----------|---------|
| Tragkraft . . . . .          | 500  | 1000 | 2000—3000 | 5000 kg |
| Hub . . . . .                | 6,5  | 7    | 7,5       | 7,5 m   |
| Hubgeschwindigkeit . . . . . | 7    | 5    | 4         | 4 m/min |
| Hubmotor . . . . .           | 0,75 | 1,25 | 3         | 4,6 kW  |
| Eigengewicht . . . . .       | 190  | 240  | 420       | 600 kg  |

Ähnlich der Elektrozug von Eck & Schröder, Chemnitz; weitere ähnliche Bauarten von Bamag in Dessau, Schüle in Feldkirchen, Stahl in Stuttgart u. a.

Der Elektrozug kann auch unter Einbau von seitlichen Blechschilden als ortsfeste Winde stehend, hängend oder an der Wand befestigt benutzt werden; er dient auch vielfach, im Lasthaken älterer Handkrane hängend, zur Erhöhung ihrer Leistung.

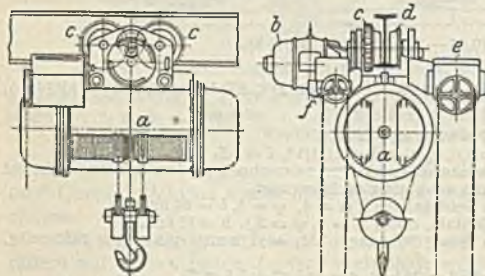


Abb. 214. Demag-Unterflanschzug.

*a* Elektrozug, *b* Fahrmotor, *c* angetriebene, *d* nicht angetriebene Laufräder, *e* und *f* Hub- und Fahrkontroller.

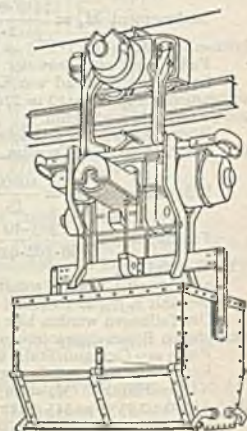


Abb. 215. Oberflanschlaufwinde.

(1122) Einspurige Katzen, Elektrohängewinden. Der Elektrozug erhält ein Fahrgerüst nach Abb. 214 und läuft auf dem Unterflansch eines an der Decke befestigten I-Trägers. Antrieb durch Hand oder motorisch.

Oberflanschkatze nach Abb. 215 mit einseitig am Fahrgerüst hängender Winde. Bei großen Fahrstrecken und reichlicher Fahrgeschwindigkeit ist einfache Stirnräderübersetzung zwischen Flanschmotor und Laufrädern ausreichend.

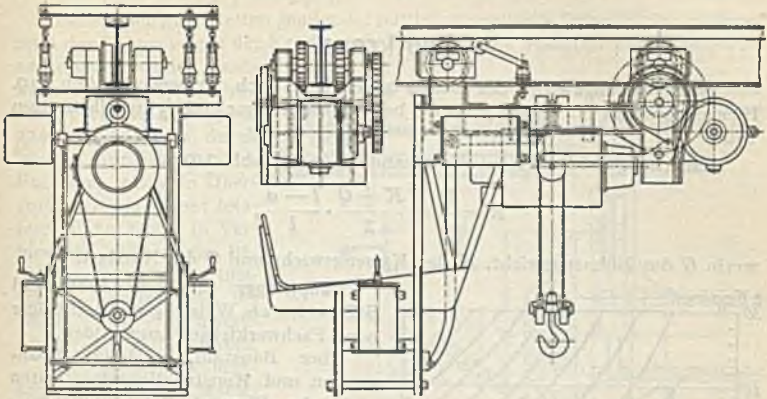


Abb. 216. Unterflansch-Führerkatze von Demag.

In beiden Fällen hat das Fahrgerüst bei hinreichend kleinem Radstande Kurvenbeweglichkeit; größerer Radstand erfordert dann Drehgestelle.

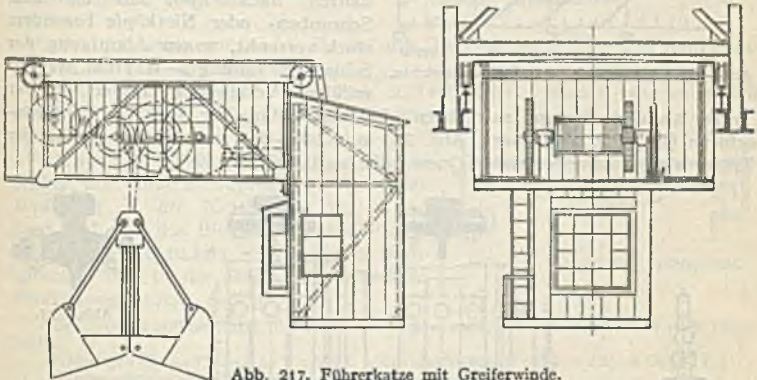


Abb. 217. Führerkatze mit Greiferwinde.

Bei kleiner Fahrgeschwindigkeit beide Anlasser auf der Katze, durch Steuerketten von unten zu bedienen; bei größerer Fahrgeschwindigkeit dienen die Katzen zum Massentransport mit Kippwagen oder Kippkübeln oder Greifern und werden von einer ortsfesten Stelle aus gesteuert; besondere elektrische Einrichtungen dienen zur Endschaltung und zur Streckenblockung bei mehreren auf derselben Bahn fahrenden Katzen.



Abb. 218.

(1123) Führerlaufkatzen erlauben wegen der Nahsteuerung hohe Arbeitsgeschwindigkeiten.

Unterflanschkatze mit eingehängter Demagflasche für gerade Fahrbahn, Abb. 216; bei Kurvenbahn Fahrgerüst mit zwei Drehsemel zu je zwei Rollenpaaren.



Abb. 217 zeigt eine Greiferkatze für Verladebrücken. Neuerdings Bauart nach Abb. 218 mit guter Zugänglichkeit der Winde vom Führerstande aus.

## Laufkrane.

(1124) Eigengewicht der Bühne angenähert nach Kurventafel Abb. 219. Hiervon kommt rund  $\frac{1}{3}$  auf jeden der beiden Hauptträger und  $\frac{1}{3}$  auf alle übrigen Teile.

Raddruck. Größtwerth bei Katzenendlage nach Abb. 219

$$R = \frac{G}{4} + \frac{K + Q}{2} \cdot \frac{l - a}{l},$$

worin  $G$  das Bühnengewicht,  $K$  das Katzensgewicht und  $Q$  die Nutzlast.

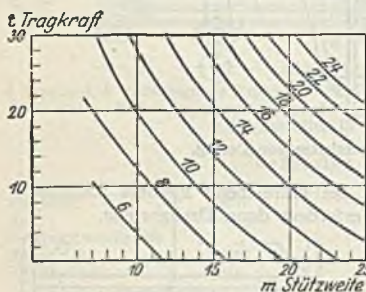


Abb. 219. Kurventafel der Bühnengewichte.

Hauptträger je nach Last und Stützweite als Walzträger, Blechträger oder Fachwerkträger auszubilden.

Über Baustahl, zulässige Spannungen und Konstruktionseinzelheiten s. Abschn. Elemente des Stahlbaues.

(1125) Walzträger. I-Profil oder I-P-Profil mit aufgeschraubter oder genieteteter Rechteckschiene mit Schrägkanten nach Abb. 220 bis 222. Schrauben- oder Nietköpfe besonders stark versenkt, wegen Abnutzung der Schienen; Teilung 3—600 mm. Wegen mäßiger Verbindung beider ist der Träger als zusammengesetzter Querschnitt zu behandeln.



Abb. 220.

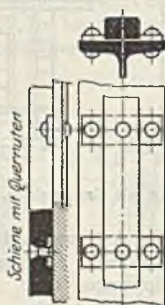


Abb. 221.

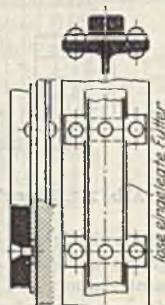


Abb. 222.



Abb. 223.



Abb. 224 u. 225.

Abb. 220—223. Schienenbefestigungen.

Bezeichnet unter Voraussetzung einer Katze mit vier gleichen Raddrücken  $l$  die Stützweite des Trägers = Schienenmittendenabstand in m,  $P$  jeden Katzenraddruck in  $t$ ,  $a$  den Katzenradstand in m,  $T$  das Trägereigengewicht in  $t$ ,

dann liefert  $T$  das Biegemoment  $M_e = Tl: 8$  und nach (223) liefern die Katzenraddrücke  $M_k = \frac{P}{2l} \left( l - \frac{a}{2} \right)^2$ , somit Gesamtmoment  $M = M_e + M_k$  mt.

Bei kleinen Stützweiten genügt der seitlich unverstärkte Träger<sup>1)</sup>, bei größeren muß der Träger wegen der Knickgefahr des auf Druck beanspruchten Obergurtes ausgesteift werden, entweder durch Verstärkung des Obergurtes nach Abb. 224 oder 225 oder durch leichtes Sprengwerk oder Fachwerk etwa in Obergurthorizontalebene; letzteres dann meist in Verbindung mit einem Bedienungssteg und Hilfsträger, ähnlich wie bei Blech- und Fachwerkträger; s. weiter unten.

Bei größerer Fahrgeschwindigkeit mit Motorbetrieb dient diese Seitenverstärkung gleichzeitig zur Aufnahme der beim Anfahren und Bremsen auftretenden Trägheitskräfte.

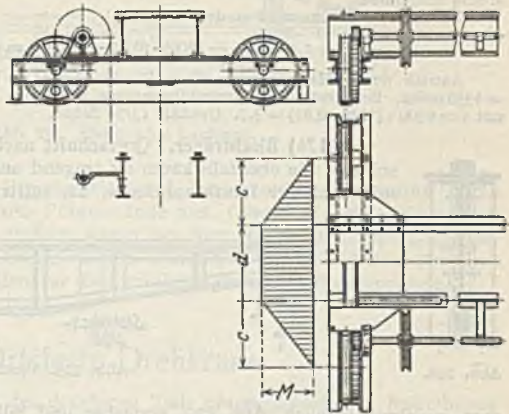


Abb. 226. Handlaufkran.

Abb. 226 zeigt eine leichte Bauart mit Haspelkettenantrieb und Radbruchstützen an den Kopfträgarenden.

Mit Sprengwerk, wie nach Abb. 227 strichiert, genügt ein wesentlich kleinerer Träger. Genaue Berechnung schwierig, da statisch unbestimmt.

Kopfträger. Nach (1022) und Abb. 66 erhält der äußere Kopfträger durch den Raddruck  $N$  die Kraft  $A = Ne_2 : e$  und nach Abb. 226 das Biegemoment  $M = A \cdot c$ . Der innere Kopfträger wird geringer beansprucht, aber in der Regel mit demselben Profil ausgeführt.

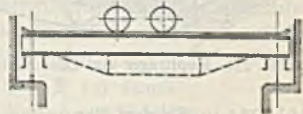


Abb. 227. Träger mit Sprengwerk.

Beispiel. Laufkranträger für Katze von 5 t Tragkraft, 1,4 m Radstand und 12 m Stützweite.

Katzen­gewicht = 1,8 + 0,2 · 5 = 2,8 t, somit Raddruck  $P = (5 + 2,8) : 4 = 1,95$  t.  
Bühnengewicht = rd. 7,5 t, somit  $T =$  rd. 2,5 t.

Gesamtmoment im Hauptträger  $M = \frac{2,5 \cdot 12}{8} + \frac{1,95}{2 \cdot 12} \left( 12 - \frac{1,4}{2} \right)^2 = 3,75 + 10,4 = 14,15$  mt = 1415000 emkg.  $\sigma_{zul} = 1000$  kg/cm<sup>2</sup>, somit  $W_{ert} = 1415$  cm<sup>3</sup>.

Gewählt I 40 oder I P 28.

Die Mittendurchbiegung unter dem Einfluß der in Trägermitte stehenden vollbelasteten Katze (ohne Berücksichtigung des Trägereigengewichtes) soll nicht über 1/500 betragen. Der Einfachheit wegen rechnet man beide Räder in Trägermitte stehend. Nach (218) Fall 4 ist bei I 40

$$f = \frac{2 \cdot 1950 \cdot 1200^3}{2450000 \cdot 29210 \cdot 48} = 2,24 \text{ cm, d. i.} = 1200/530.$$

Bei I P 28 dagegen wäre  $f = 3,16$  cm, d. i. = 1200/380, also zu hoch.

Größter Laufdruck bei 0,7 m Endabstand der Last von Laufkranschiene ist

$$N = \frac{7,5}{4} + \frac{2,8 + 5}{2} \cdot \frac{12 - 0,7}{12} = 1,875 + 3,675 = 5,55 \text{ t.}$$

<sup>1)</sup> Zur Bestimmung der Grenzbelastung und Grenzstützweite eines I-Trägers mit Mittellast bei Vermeidung des Kippens kann dienen die Kurventafel in „Eisenbau“ 1922, S. 188.



Lauftrad nach (1022) mit  $D = 40$  cm und  $b = 5$  cm liefert  $k = 5550 : 5 \cdot 40 = 27,7$  kg/cm<sup>2</sup>, für Grauguß zulässig.

Laufachse mit  $e_1 = 7$  cm und  $e_2 = 12$  cm liefert  $d = 5550 \cdot 12 : 19 = 3500$  kg; mit  $a = 5$  cm ist  $M = 3500 \cdot 5 = 17500$  cmkg. Mit  $k_b = 1000$  kg/cm<sup>2</sup> folgt  $W = 15,5$  cm<sup>2</sup> und  $d = 5,7$  cm, gewählt  $d = 6$  cm.

Äußerer Kopfträger.  $c = 80$  cm liefert  $M = 3500 \cdot 80 = 280000$  cmkg; mit  $\sigma_{zu} = 1000$  kg/cm<sup>2</sup> folgt  $W = 280$  cm<sup>2</sup>, gewählt  $W_x = 24$  mit  $W_x = 300$  cm<sup>2</sup>. Innerer Kopfträger ebenso ausgeführt.

Laufwerk. Fahrmoment an der Laufachse

$$M_f^I = 1,4 \cdot (7500 + 5800) \cdot (0,05 + 3 \cdot 0,1) = 6500 \text{ cmkg.}$$

Antrieb durch Hasepelrad von 60 cm Durchm. bei 45 kg Kettenzug, somit  $M_f = 45 \cdot 30 = 1350$  cmkg. Bei einstufiger Stirnradübersetzung mit rohen Flanken ist  $\eta = \text{rd. } 0,85$ , somit  $i = 6500 : (1350 \cdot 0,85) = 5,7$ . Gewählt 13/74 Zähne.

(1126) Blechträger. Querschnitt nach Abb. 228 mit Flacheisen-schiene, die ebenfalls kaum als tragend angesehen werden kann oder mit Aachener Laufkranschiene, als mittragend zu rechnen. Unter-



Abb. 228.

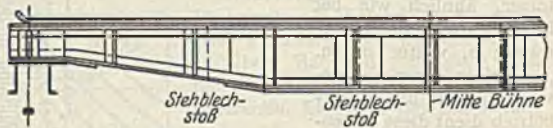


Abb. 229. Blechträger.

gurt zweckmäßig nach Abb. 229, einfacher und billiger als Kurve. Stehblech ist durch gefutterte L-Eisen auszusteiern und mehrmals zu stoßen. Anschluß an die Kopfträger bei kleineren Bühnen ähnlich wie beim Walzträger, bei größeren Bühnen mit Laufstegen und Hilfs-trägern nach Abb. 230 wie beim Fachwerkträger. Statische und konstruktive Behandlung des Blechträgers s. Abschn. Stahlbau unter (1000).



Abb. 230. Kopfträger und Seitenverband.

(1127) Fachwerkträger. Gegenwärtig übliche und zweckmäßigste Form nach

Abb. 231 in Sonderfällen, wenn oben hinreichend Raum zur Verfügung steht, auch nach Abb. 232. Über Durchfahrtsprofil, äußerste Anfahmaße und Tragkräfte, Raddrucke usw. s. DIN 698.

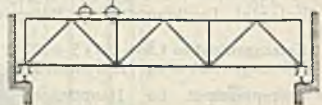
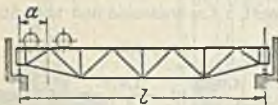


Abb. 231 u. 232. Fachwerkformen.

Ausführliche statische Berechnung des Trägers mit Zahlenbeispiel s. Abschn. Stahlbau unter (999).

Parallel zu den Hauptträgern liegen die Hilfsträger von demselben System wie die Hauptträger, aber erheblich leichter; deren Stäbe bestehen in der Regel aus einfachen L. Zur Aufnahme der wagrechten Brems- und Stoßkräfte dienen besondere in Obergurtebene liegende Verbände, die aber meist durch durchlaufende gelochte Bleche ersetzt werden und als Laufstege dienen; außerdem leichte untere Verbände und einige leichte Querverbände. Über Anschluß der Kopfträger an die gleich hohen Hauptträgerenden s. (999). Die Kopfträger haben in der Mitte geschraubte Stöße, um die Zusammensetzung beider Kranhälften am Aufstellungsort zu erleichtern.

Laufwerk nach Abb. 233. Motor stets in Bühnenmitte. Meist zweistufige Stirnradübersetzung. Durchlaufende Welle in Deckellagern und mit einfachen Scheibenkupplungen. Bremsung: entweder Doppelbackenbremse auf elastischer

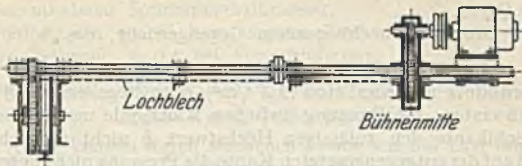


Abb. 233. Elektrisches Laufwerk.

Kupplung oder einfache Bremscheibe auf Zwischenwelle, Bremsung durch Fußdruck mit Gestänge vom Führerstande aus. Gesamtes Getriebe für etwa doppelte Vollastleistung bemessen wegen der hier stark wirksamen Trägheitskräfte, namentlich beim Auslaufbremsen. Durchlaufwelle mäßig beansprucht, etwa wie Transmissionswellen zur Beschränkung des Verdrehungswinkels.

## Ortsfeste Drehkrane.

Je nach der Lagerung des drehbaren Teils unterscheidet man freistehende Drehkrane mit fester oder mit drehbarer Säule, Wanddrehkrane, Drehscheibenkrane und Derrickkrane.

### Freistehende Drehkrane mit fester Säule.

(1128) **Allgemeiner Aufbau.** Der drehbare Teil liegt nach Abb. 234 haubenartig über der im verankerten Guß- oder Profileisenstern steckenden Schmiedestahlsäule. Bezeichnet  $Q$  die Nutzlast mit Flasche und  $E$  das Eigengewicht des drehbaren Teils, dann wird die Säule beansprucht

durch den oberen Stützzapfendruck  $V = Q + E$  auf Druck  
und durch die Zapfendrucke  $H = (Qq + Ee) : h$  auf Biegung.

Der Druck kann vernachlässigt werden;  $M$ -Linie der Säule nach Abb. 234; unterer Teil erhält Moment (das Kranmoment)  $M = Hh = Qq + Ee$ . Säule als Stab gleicher Festigkeit auszubilden, unterer Teil zylindrisch, oberer kegelig verjüngt, roh geschmiedet, nur die Lagerstellen gedreht.  $k_b = 700 - 1000 \text{ kg/cm}^2$ , wegen Durchbiegung und Federung des Ganzen nicht höher. Durchm. nicht über 300 mm, somit größtes Kranmoment etwa 26 mt, darüber Blechsäule oder Fachwerksturm.

Bei  $n$  Fundamentschrauben größter Zug in der Schraube  $Z = 2M : na$ ; im Kern  $k$ ,  $\approx 600 \text{ kg/cm}^2$ .

Gußarme des Fundamentsternes von T- oder I-Querschnitt auf Biegung durch Kraft  $Z$  nach unten oder  $D = Z$  nach oben mit  $k_b \approx 200 \text{ kg/cm}^2$  nachzurechnen.

Gegengewicht nach Abb. 235 bezweckt Verminderung des Kranmomentes.

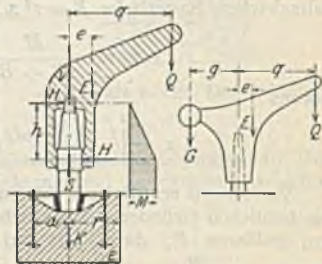


Abb. 234 u. 235. Schema zum freistehenden Drehkran ohne und mit Gegengewicht.



Bei Vollast wirkt nach vorn  $M_v = Qq + Ee - Gg$ , bei Leerlast wirkt nach hinten  $M_h = Gg - Ee$ .

Günstigste Größe von  $G \cdot g$  für Säule, Fundamentstern, Anker und Fundament, wenn  $M_v = M_h$ , woraus  $Gg = Qq : 2 + Ee$  und Kranmoment  $M_v = M_h = Qq : 2$ .

Nur anwendbar bei hochliegendem Gegengewicht, das beim Schwenken nicht stört.

Fundamentklotz aus Kiesbeton ( $2,2 \text{ t/m}^3$ ) oder Ziegelwerk ( $1,8 \text{ t/m}^3$ ) so zu ermitteln, daß erstens die Pressung zwischen Klotzsohle und Erdboden auf der astseitigen Sohlkante den zulässigen Höchstwert  $k$  nicht überschreitet, und zweitens, daß auf der entgegengesetzten Kante die Pressung nicht unter Null sinkt.

Bezeichnet (alles in  $t$  und  $m$ )

$Q, E$  und  $G$  die Werte wie oben,

$S$  das Gewicht von Säule samt Fundamentstern,

$B$  das Klotzgewicht,

$M$  das Kranmoment,

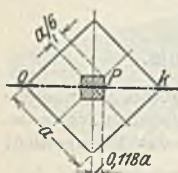
$F$  die Sohlfläche,

$W$  deren Widerstandsmoment für Achse  $\perp$  Ausleger,

und setzt man  $Q + G + E + S = R$ , dann hat die Resultierende  $P = R + B$  von der Mitte den Abstand  $p = M : (R + B)$ .

Die zweite Bedingung ist erfüllt, wenn nach (243) die Resultierende  $P$  auf dem Kernrande der Sohlfläche  $F$  sitzt. Die erste Bedingung lautet dann  $2(R + B) : F = k$ .

Das ergibt bei quadratischer Sohlfläche  $F = a^2$  nach Abb. 236 bei der maßgebenden Übereckstellung des Auslegers die Ausdrücke



woraus

$$0,118 a = \frac{M}{R + B} \quad \text{und} \quad 2 \frac{R + B}{a^2} = k,$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{2M}{0,118k}} \quad \text{und} \quad R + B = \frac{a^2 k}{2}.$$

Abb. 236. Fundamentsohle.

Kreisfläche ist wegen unbequemer Herstellung nicht üblich, bei Sechseck oder Achteck (günstiger als Quadrat) rechnet man am einfachsten mit einer gedachten inhaltsgleichen Kreisfläche  $F = r^2 \pi$ . Die entsprechende Ableitung liefert

$$0,25 r = \frac{M}{R + B} \quad \text{und} \quad 2 \frac{R + B}{r^2} = k,$$

woraus

$$r = \sqrt[3]{\frac{2M}{0,25\pi k}} \quad \text{und} \quad R + B = \frac{r^2 \pi k}{2}.$$

Vorstehend ermittelte  $F$  bilden die zulässigen Kleinstwerte. Verlangt man aus baulichen Gründen, namentlich wenn Klotz zu groß und zu hoch ausfällt, ein größeres  $F$ , dann gilt bei angenommenem  $a$  oder  $r$  für Quadrat

$$R + B = \frac{M}{0,118 a} \quad \text{und bei Kreis} \quad R + B = \frac{M}{0,25 r}.$$

Die Kantenpressung wird dann  $\sigma = 2 \frac{R + B}{F} < k$ . Wählt man aber  $R + B$  größer als vorstehend, dann ist nachzuprüfen, ob

$$\max \sigma = \frac{R + B}{F} + \frac{M}{W} \leq k \quad \min \sigma = \frac{R + B}{F} - \frac{M}{W} \geq 0.$$

Der hier nicht berücksichtigte seitliche Erddruck erhöht die Sicherheit und vermindert die Druckspannungen.

Für gewöhnlichen Baugrund ist  $k = 2$  bis  $3 \text{ kg/cm}^2 = 20$  bis  $30 \text{ t/m}^2$ .

(1129) Schwenken. Bezeichnet

$r_m$  den mittleren Spurzapfenhalbmesser,

$r_o$  bzw.  $r_u$  den oberen bzw. unteren Zapfenhalbmesser,

$\mu$  die Reibzahl,  $\approx 0,1$  bei Fettschmierung,

dann ist das auf die Drehachse des Kranes bezogene Gesamtreibmoment

$$M_w = V \mu r_m + H \mu (r_o + r_u).$$

Kleine Krane können durch seitlichen Druck auf die Last oder durch Zug an den vom Auslegerkopf herabhängenden Seilen geschwenkt werden. Größere Krane erfordern Antrieb durch Handkurbel oder Motor.

Anordnung und Einzelheiten des elektrisch betriebenen Schwenkwerkes wie bei den Drehscheibenkranen nach (1134).

Herabsetzung des Reibmomentes bei Ersatz des unteren Gleitlagers durch Wälzlager oder Druckrollen.

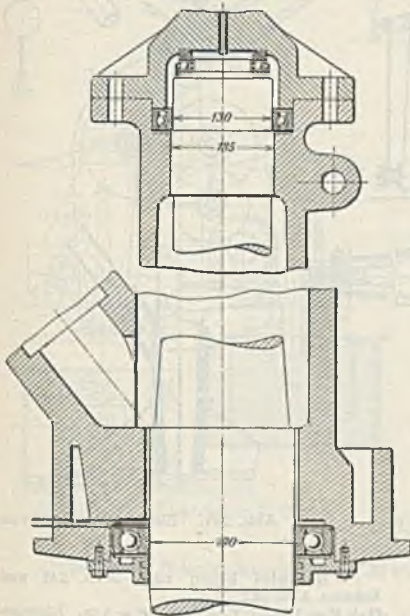


Abb. 237. Gußhaube mit Kugellager.



Abb. 238 u. 239. Druckrollen.

Kugellager bei gegossener Haube nach Abb. 237.

Einfache Druckrolle nach Abb. 238 bei Kranbauart ohne Gegengewicht, Doppelrollen nach Abb. 239 bei Gegengewichtskranen mit Druckrichtungswechsel.

$N$  den Rollendruck,

$r_u$  den Säulenhalmmesser,

$r$  den Rollenhalbmesser,

$r_s$  den Zapfenhalbmesser der Rolle,

dann ist der von einer solchen Rolle herrührende Anteil am Gesamtreibmoment<sup>1)</sup>

$$M_u = N \mu r_s \frac{r_u}{r} + N f \frac{r + r_u}{r},$$

mit  $N = H$ , und bei zwei Rollenpaaren das doppelte, worin  $N = H : 2 \cos \alpha$ .

<sup>1)</sup> Vgl. Füsgen, Z. 1914, S. 38 und 358.





Kräfte in den Auslegerstangen folgen aus Krafteck Abb. 242 zu  $Z = 4,7$  t und  $D = 9,3$  t. Zugstangen = doppeltes Rundeisen mit Augen,  $k_z = 600$  kg/cm<sup>2</sup>, Querschnitt je  $2350 : 600 = 4$  cm<sup>2</sup>, d. i. 25 mm Durchm.

Druckstange als Stahlrohr auf Knick nach (232) Fall 2 mit 4facher Knicksicherheit berechnen, Knicklänge = 570 cm.

$$J = \frac{D \cdot \sigma^2 \cdot a}{\pi^2} = \frac{9300 \cdot 4 \cdot 570^2}{\pi^2 \cdot 2150000} = 570 \text{ cm}^4.$$

Rohr 260/240 mm Durchm. hat  $J = 615$  cm<sup>4</sup>.

$$8 \text{ Fundamentschrauben mit Zug} = \frac{2 \cdot 11,54}{8 \cdot 0,75} = 3,8 \text{ t, ergibt } 1\frac{1}{4}''.$$

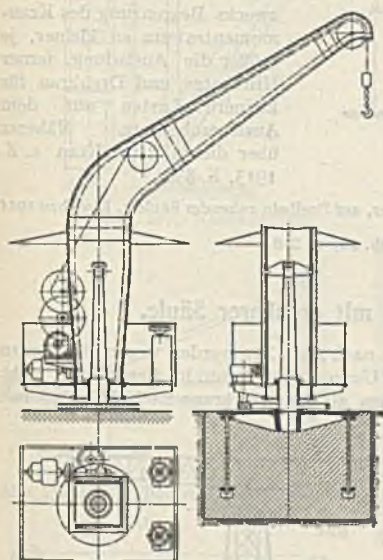


Abb. 243. Elektrischer Drehkran.

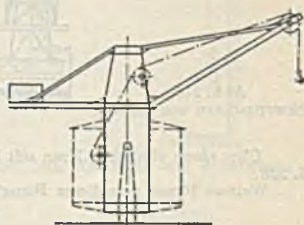


Abb. 244.

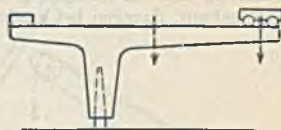


Abb. 245.

Quadratisches Betonfundament mit  $k = 20$  t/m<sup>3</sup> ergibt

$$a = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 11,54}{0,118 \cdot 20}} = 2,14 \text{ m, } 6,1 + B = \frac{2,14^3 \cdot 20}{2} = 45,8 \text{ t}$$

und  $B = 39,7$  t. Zu viel, daher  $a = 2,5$  m annehmen, woraus

$$6,1 + B = \frac{11,54}{0,118 \cdot 2,5} = 39,5 \text{ t und } B = 33,4 \text{ t.}$$

Ergibt Höhe  $h = 33,4 : 2,2 \cdot 2,5^2 = 2,4$  m.

Abb. 243 mit Blechträgerhaube und -ausleger, Plattform für den Führer und elektrisches Schwenkwerk; für größere Kranmomente. Statt des Schutzdaches auch geschlossenes Maschinen- und Führerhaus.

Abb. 244 mit Blechträgerhaube und Gegengewicht, unterer Teil wie Abb. 243.

Abb. 245, Blechträgerbauart und Katze zwecks Veränderung der Ausladung. Gegengewicht so bemessen, daß  $M_v$  für Katze mit Vollast außen  $= M_h$  für leere Katze innen. Bei größeren Kranmomenten Haube und Ausleger als Fachwerk auszubilden.



Bei sehr großen Kranmomenten ist auch die Säule als Fachwerk auszubilden. Abb. 246 zeigt die Bauart der neueren Schwerlastkrane für den Werftbetrieb (Demag).

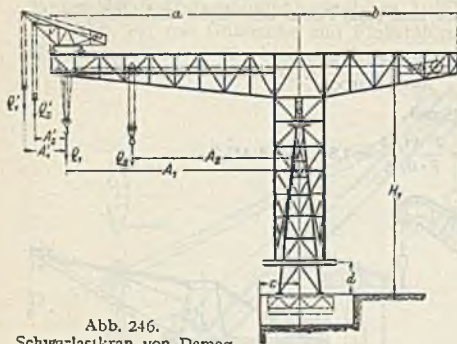


Abb. 246.  
Schwerlastkran von Demag.

Die Winde ist im hinteren Auslegerarm untergebracht, um das Gegengewicht zu unterstützen. Am Säulenkopf Gleitlager, unten Rollen auf fester Kreisschiene laufend. Zulässige Nutzlast zwecks Begrenzung des Kranmomentes um so kleiner, je größer die Ausladung, ferner Hilfskatze und Drehkran für kleinere Lasten auf dem Auslegerobergurt. Näheres über diesen 250-t-Kran s. Z. 1913, S. 830.

Über einen ähnlichen Kran mit kürzerer, auf Dreibein ruhender Säule s. Eisenbau 1914 S. 228.

Weitere Krane von dieser Bauart s. Abb. 289 u. 290.

### Freistehende Krane mit drehbarer Säule.

(1131) Die früheren Schachtkrane nach Abb. 247 werden wegen der teuren Gründung und des wenig zugänglichen Unterzapfens heute in dieser Form nicht mehr gebaut, dagegen bei großen Kränen als Hammerkrane nach Abb. 248 mit

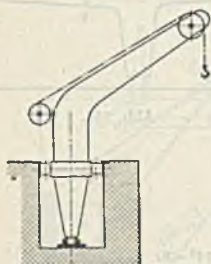


Abb. 247. Schachtkran.

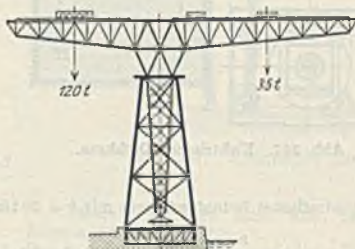


Abb. 248. Hammerkran.

offenem Fachwerksturm ausgebildet. Erfordern etwa denselben Baustoffaufwand wie die Bauarten nach Abb. 246. Unten Gleitzapfen, oben 4 ÷ 6 Führungsrollen. Gegengewichtsbestimmung wie bei den Bauarten mit fester Säule.

### Wanddrehkrane.

(1132) Allgemeine Anordnung und Zapfendrucke s. (134), Beisp. 2. Meist ohne besonderes Schwenkwerk.

Bauarten mit Winde auf der Auslegerstrebe nach Abb. 249, mit ortsfester Wand- oder Bockwinde nach Abb. 250, mit Katze und veränderlicher Ausladung nach Abb. 251; Gießereidrehkran nach Abb. 252, hierbei entweder Katze mit Haspelketten vom Fußboden aus zu bedienen oder elektrische Katze oder Handwinde und Fahrwerk nach Abb. 253 am Krangerüst.

Kranmoment durch die Festigkeit der Wand begrenzt, Schwenkbereich höchstens Halbkreis, an Gebäudeecken mehr, Vollkreis, wenn das obere Zapfenlager an der Decke angebracht werden kann.

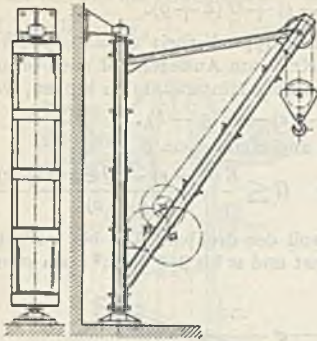


Abb. 249. Handwandkran.

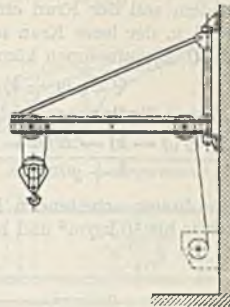


Abb. 250. Wandkran und Wandwinde.

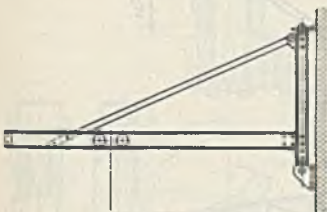


Abb. 251.

Abb. 251 u. 252. Bauarten für Wandkrane.

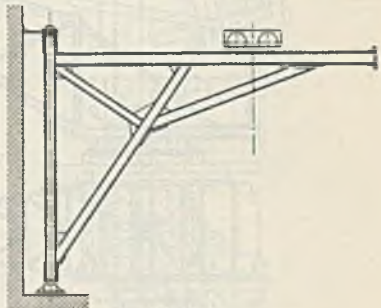


Abb. 252.

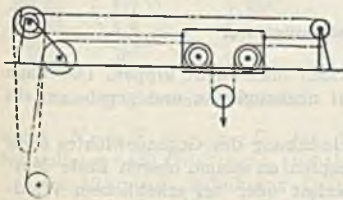


Abb. 253. Schema der Katze mit ortsfester Winde.

### Drehscheibenkrane:

(1133) **Aufbau, Standsicherheit, Gegengewicht.** Der als Profileisen-plattform ausgebildete Oberwagen ruht mit vier Drehrollen auf einer Kreisschiene, die auf einem im Fundament verankerten Untergestell befestigt ist. Der aus dem Untergestell

herausragende Mittelzapfen dient zur Zentrierung und nimmt nur die beim Schwenken auftretenden Horizontalkräfte auf, und zwar die Gegenkraft des Zahndruckes. Der Oberwagen trägt die gesamte Maschine, das Auslegergerüst und das Gegengewicht.

Der drehbare Teil muß bei Voll- und Leerlast ohne besondere Hilfsmittel standsicher sein, d. h. die Resultierende aller Gewichte des drehbaren Teils, und zwar  $D = Q + E + G$  bzw.  $D_0 = E + G$  muß nach Abb. 254 zwischen der vorderen und der hinteren Kippkante, (das ist Drehrollen-Verbindungs-linien) liegen. Somit ist bei Voll- bzw. Leerlast

$$r = \frac{Qq + Ee - Gg}{Q + E + G} < k \quad \text{und} \quad r_0 = \frac{Gg - Ee}{E + G} < k.$$



Das Gegengewicht ist für eine Vollast-Kippsicherheit  $\mathfrak{S} = 1,15$  bis  $1,20$  zu berechnen, d. h. der Kran soll mindestens die Last  $= Q \cdot \mathfrak{S}$  am Ausleger tragen können, ohne über Vorderkante zu kippen, woraus

$$Q \mathfrak{S} (q - k) \leq E (k - e) + G (k + g).$$

Außerdem soll der Kran eine Leerlast-Kippsicherheit  $\mathfrak{S}_0 = 0,15$  bis  $0,20$  aufweisen, d. h. der leere Kran soll eine Kraft am Auslegerkopf nach oben von mindestens  $Q \mathfrak{S}_0$  aufnehmen können, ohne über Hinterkante zu kippen, woraus

$$Q \mathfrak{S}_0 (q + k) \leq E (k + e) - G (g - k).$$

Aus diesen Bedingungen folgt nach angenommenem  $g$

$$G \geq \frac{Q \mathfrak{S} (q - k) - E (k - e)}{k + g} \quad \text{und} \quad G \leq \frac{E (k + e) - Q \mathfrak{S}_0 (q + k)}{g - k}.$$

Bei im Freien arbeitenden Kranen soll der drehbare Teil bei Vollast und Winddruck  $w$  bis  $50 \text{ kg/m}^2$  und bei Leerlast und  $w$  bis  $250 \text{ kg/m}^2$  noch standfest

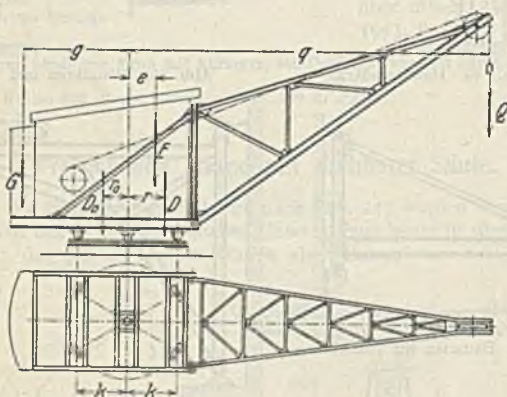


Abb. 254. Ortsfester Drehscheibenkran.

sein, also über Vorder- bzw. Hinterkante oben noch nicht kippen. Das nach obigem berechnete Gegengewicht ist hierauf nachzuprüfen und gegebenenfalls zu ändern.

Da diese Kippsicherheiten zwecks Beschränkung des Gegengewichtes stets knapp bemessen werden, erhält der Mittelzapfen an seinem oberen Ende Muttern, die bei weiterer Steigerung der Überlast oder bei erheblichem Winddruck das Kippen verhindern; der Zapfen wird dann auf Zug beansprucht.

Bei Vollast  $Q$  erhalten die vorderen Drehrollen die größten Drucke

$$N_v = \frac{D}{2} \frac{k + r}{2k},$$

bei Leerlast erhalten die hinteren Drehrollen die größten Drucke

$$N_h = \frac{D_0}{2} \frac{k + r_0}{2k}.$$

(1134) Schwenkwerk. Bezeichnet

$N_1, N_2, N_3, N_4$  die Drehrollendrucke bei Vollast oder bei Leerlast,

$R$  den Drehrollenhalbmesser,

$r$  den Drehrollenzapfenhalbmesser,

$R_s$  den Schienenkranzhalbmesser,

dann ist der in Schienenumfangsrichtung wirkende Reibungswiderstand

$$W_1 = N_1 (f + r\mu) : R, \quad W_2 = N_2 (f + r\mu) : R \text{ usw.},$$

somit ist das auf die Krandreihachse bezogene Gesamtreibmoment

$$M_w = (W_1 + W_2 + \dots) R_s = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4) (f + r\mu) R_s : R,$$

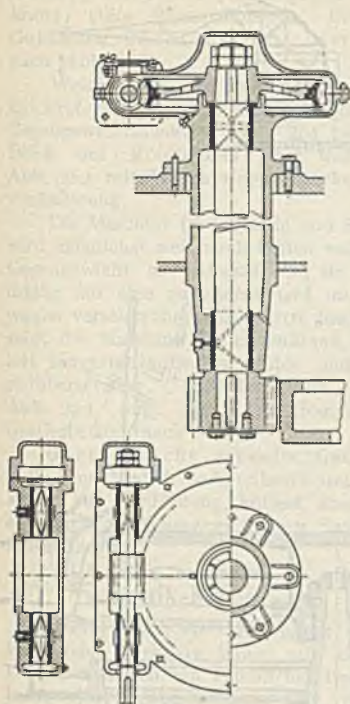


Abb. 255. Schwenkwerkschnecke.



Abb. 256. Auslegerbauart.

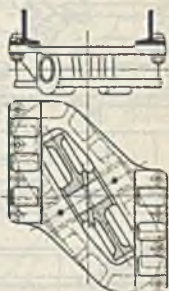
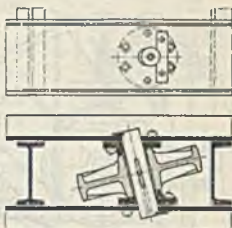


Abb. 257 und 258. Drehrollen.

worin  $N_1 + N_2 + \dots = D$  für Vollast bzw.  $= D_0$  für Leerlast. Weiterbehandlung nach (1057) und (1071).

Ausführung. Zahnkranz Grau- oder Stahlguß, zwecks Aufbringung geteilt und mit dem Untergestell durch konische Schrauben und Doppelmuttern

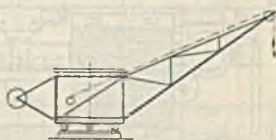
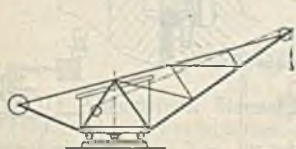


Abb. 259 und 260. Auslegerbauarten.

sorgfältig verbunden. Bei größeren Kranen besser Triebstockzahnkranz nach (364).

Schneckengetriebe nach Abb. 255, Schnecke stets zweigängig. Rutschkupplung zwischen Motor- und Schneckenwelle nach (1024), Stoppbremse mit Gestänge und Fußtritt am Führerstande.



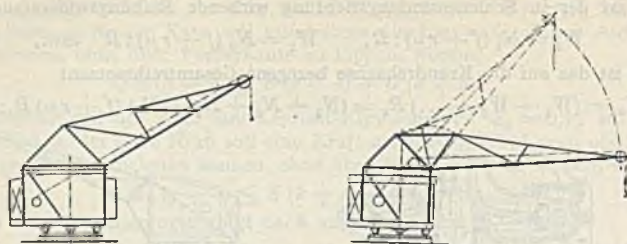
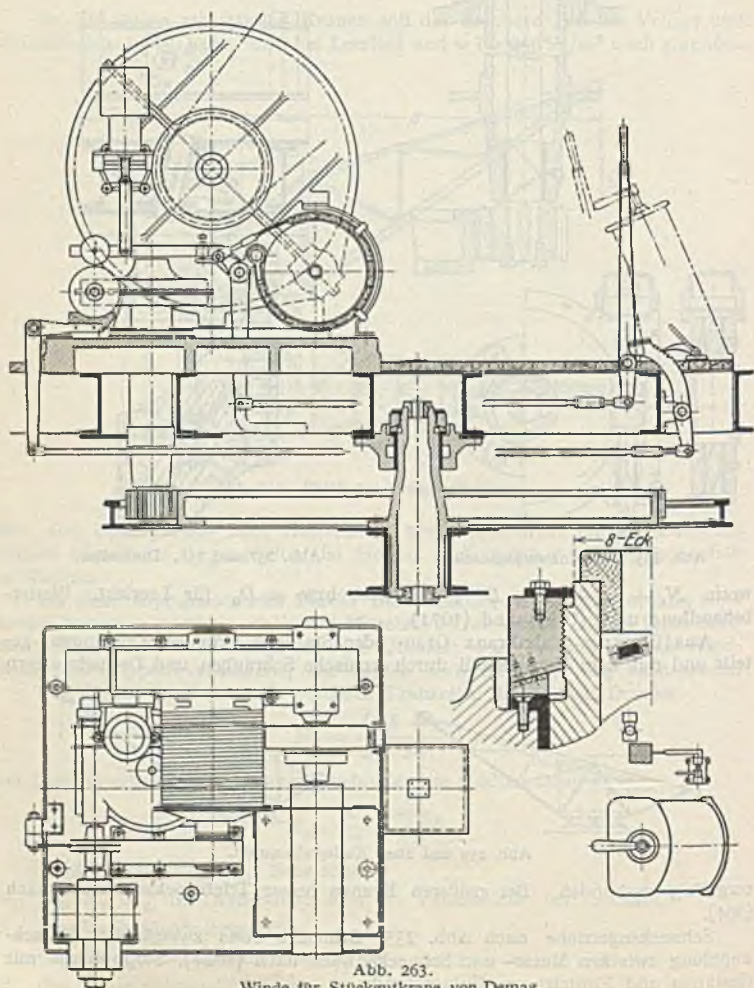


Abb. 261 und 262. Auslegerbauarten.

Abb. 263.  
Winde für Stückgutkrane von Demag.

(1135) **Bauarten.** Einfache Bauart nach Abb. 254, Ausleger in Eisenkonstruktion mit genieteten Knotenblechen. Seilführung möglichst ohne Umlenkrollen zwischen Trommel und Auslegerkopf. Drehrollen nach Abb. 257. Stahlguß, früher konisch, jetzt stets zylindrisch oder schwach ballig abgedreht, laufen auf dem gestoßenen oder besser endlos geschweißten und abgedrehten Schienenkranz, stets Eisenbahnprofil. Drehrollen mit Gußkasten (Mohr & Federhaff, Mannheim) nach Abb. 258.

Weitere Auslegerformen: Abb. 256 mit geknickter Kranbrust, Abb. 259 und 260 mit Gegengewichtsausleger, Abb. 261 bezweckt freien Blick des Kranführers über das Arbeitsfeld, Abb. 262 mit Wippausleger zwecks Ausladungsveränderung.

Die Maschine (d. i. Winde und Schwenkwerk) wird möglichst weit nach hinten verlegt, um das Gegengewicht zu unterstützen; sie wird zweckmäßig auf eine gußeisernen und mit dem Oberwagen verschraubte Grundplatte gesetzt. Abb. 263 zeigt die Maschine für Hafenkranen nach Demag mit langsam laufendem Motor und einer Stirnräderübersetzung, außerdem den Mittelzapfen. Abb. 264 zeigt eine Mehrtrommelwinde für Greiferbetrieb nach MAN.

Gegengewicht entweder Gußeisen, Herdguß ohne Modell und unbearbeitet oder Blechkasten für Sandfüllung, billiger, aber mehr Raum einnehmend (Raumgewicht von Sand etwa  $1,6 t/m^3$ ), auch Betonplatten mit Eiseneinlagen.

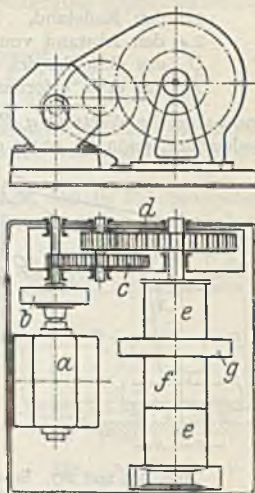


Abb. 264. Greiferwinde von MAN.

### Derrick-Krane.

(1136) Nach Abb. 265 bildet die feste oder drehbare Säule mit den beiden Schrägen ein räumliches Dreibein; Stabkraftbestimmung für die ungünstigsten Auslegerlagen nach der Raumstatik. Statt der Auslegerzugstange vielfach auch Zugseile mit Flaschenzug und Wippausleger zwecks Ausladungsveränderung. Schwenkbereich höchstens  $270^\circ$ . In England viel, in Deutschland weniger gebräuchlich.

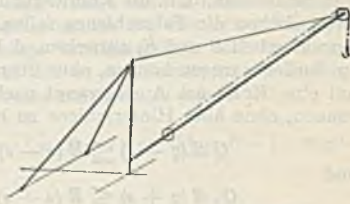


Abb. 265. Schema zum Derrick-Kran.

## Fahrbare Drehkrane.

(1137) **Allgemeines, Standsicherheit.** Die fahrbaren Drehkrane werden als Säulen- oder als Drehscheibenkrane ausgebildet. Das Fahrergerüst, d. i. der Unterwagen, trägt die feste Stahlsäule bzw. den Schienenkranz samt Mittelzapfen und den Zahnkranz für das Drehwerk.

In beiden Fällen gelten für den drehbaren Teil zunächst die bisher genannten Formeln zur Gegengewichtsbestimmung, s. (1128) und (1133); außerdem erfordert die Standsicherheit des ganzen Kranes weitere Gegengewichtsbedingungen.

Während bei den Säulenkranen der drehbare Teil mit dem Unterwagen



durch die Säule zusammenhängt, wird bei den Drehscheibenkränen dieser Zusammenhang durch den Mittelzapfen bewirkt, dessen oberer Abschluß (s. Abb. 263) ein Abheben des Oberwagens vom Schienenkranz verhindert.

Bezeichnet nach Abb. 266 u. 267

$2a$  den Radstand,

$2s$  den Abstand von Mitte bis Mitte Fahrschiene,

$U$  das Gewicht des Unterwagens, in dessen Mitte wirkend,

$B$  das etwa erforderliche Ballastgewicht im Unterwagen,

und haben die Werte  $Q, q, E, e, G$  und  $g$  die bei den ortsfesten Kränen genannte Bedeutung, dann ist unter der meist zutreffenden Voraussetzung  $2a > 2s$  die

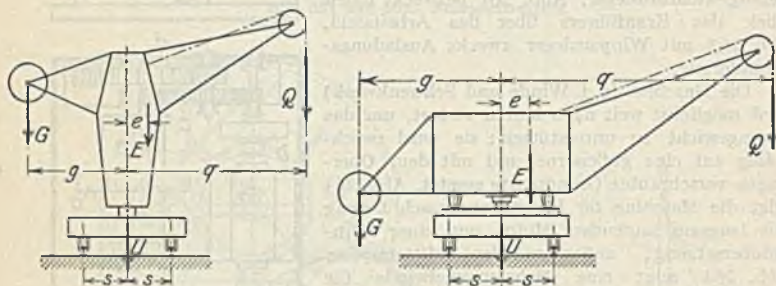


Abb. 266 und 267. Schema zum fahrbaren Säulen- und Drehscheibenkran.

Standstabilität des ganzen Kranes bei einer Auslegerstellung normal zur Fahrbahn maßgebend.

Der ganze Kran muß bei Voll- und Leerlast ohne besondere Hilfsmittel standstabil sein, d. h. die Resultierende aller Gewichte muß bei Voll- und Leerlast zwischen die Fahrschienen fallen. Der Kran muß die Voll- und Leerlastkippsicherheit  $S$  und  $S_0$  aufweisen, d. h. der Kran soll mindestens die Last  $Q \cdot S$  am Ausleger tragen können, ohne über Vorderschiene zu kippen; der leere Kran soll eine Kraft am Auslegerkopf nach oben von mindestens  $Q \cdot S_0$  aufnehmen können, ohne über Hinterschiene zu kippen. Hieraus folgt

$$Q S (q - s) \leq E (s - e) + G (s + g) + (U + B) s$$

und

$$Q_0 S (q + s) \leq E (s + e) - G (g - s) + (U + B) s.$$

Daraus folgt nach angenommenen oder aus den Bedingungen für den drehbaren Teil ermittelten Werten  $G$  und  $g$

$$B \geq \frac{Q S (q - s) - E (s - e) - G (s + g)}{s} - U$$

und

$$B \geq \frac{Q_0 S_0 (q + s) - E (s + e) + G (g - s)}{s} - U.$$

Maßgebend ist das größere der beiden  $B$ . Etwa negativ ausfallende  $B$  werden selbstverständlich nicht berücksichtigt.

|                 |     |      |     |      |               |
|-----------------|-----|------|-----|------|---------------|
| Bei $Q =$       | 2   | 3    | 5   | 7,5  | 10 t und mehr |
| sei $S$ mind.   | 1,5 | 1,45 | 1,4 | 1,35 | 1,3           |
| und $S_0$ mind. | 0,5 | 0,45 | 0,4 | 0,35 | 0,3.          |

Bei im Freien arbeitenden Kränen soll bei Vollast und Winddruck  $w$  bis  $50 \text{ kg/m}^2$  und bei Leerlast und  $w$  bis  $250 \text{ kg/m}^2$  noch Standfestigkeit vorliegen.

Das nach obigem berechnete  $G$ ,  $g$  und  $B$  ist hiernach zu prüfen und gegebenenfalls zu ändern.

Die zur Bestimmung von  $G$ ,  $g$  und  $B$  dienenden drei Bedingungen bei fahrbaren Säulenkranen bzw. vier Bedingungen bei fahrbaren Drehscheibenkranen können nicht gleichzeitig erfüllt werden, aber die verlangten Kippsicherheiten sollen mindestens vorhanden sein.

Das Kranmoment ist durch die Spurweite begrenzt.

Für Spurweite = 1 1,5 2 2,5 3 3,5 m  
ist das größte Kranmoment = rd. 10 15 22 32 50 75 mt.

Größere Kranmomente erfordern zusätzliches Ballastgewicht, das aber unter Umständen den Raddruck unzulässig steigert, außerdem läßt es sich im Unterwagen wegen Raummangel schwer unterbringen.

Bei normalspurigen Kranen wird zuweilen verlangt, daß die Fahrbewegung nur zur Ortsveränderung des Kranes dient, der aber beim Arbeiten, d. i. Heben und Schwenken, seinen Ort nicht wechselt. Der Unterwagen wird dann zwecks Erhöhung der Standsicherheit entweder durch festschraubbare Zangen mit den Schienen verbunden, die aber nur bei Überlast wirken, oder er wird außerhalb der Schienen durch Druckschrauben gegen den Erdboden abgestützt. In beiden Fällen soll jedoch der leere Kran ohne diese Mittel über Fahr-schienen hinreichend standsicher sein.

Für den größten Raddruck  $N_1$  des Unterwagens gilt bei der Auslegerstellung nach Abb. 268 für Säulen- und Drehscheibenkrane die Näherungsformel



Abb. 268. Schema zum Unterwagen.

$$N_1 = D \frac{d \sin \varphi + s}{2s} \cdot \frac{d \cos \varphi + a}{2a} + \frac{U + B}{4},$$

worin  $D$  = Gewicht des drehbaren Teils mit Vollast und  $d$  dessen Abstand von der Drehachse. Eine genaue Berechnung müßte die elastischen Verhältnisse des Unterwagens und der Schienenlage berücksichtigen und ist nicht durchführbar.  $\max N_1$  tritt bei  $\varphi \approx 45^\circ$  auf und ist der Bemessung des Rades, der Achse, des Lagers und des Schienenprofils zugrunde zu legen.

#### (1138) Beispiele.

Fahrbarer Säulendrehkran.  $Q = 5$  t,  $q = 5$  m,  $E = 6$  t,  $e = 0,5$  m,  $U = 5$  t, Regelspur,  $s = 0,75$  m;  $S = 1,45$ ,  $S_0 = 0,45$ .

Bedingungen:

$$1. Gg = 3 \cdot 5 : 2 + 6 \cdot 0,5 = 10,5 \text{ mt,}$$

$$2. B \geq \frac{3 \cdot 1,45 \cdot 4,25 - 6 \cdot 0,25 - G(0,75 + \varrho)}{0,75} = 5,$$

$$3. B \geq \frac{3 \cdot 0,45 \cdot 5,75 - 6 \cdot 1,25 + G(\varrho - 0,75)}{0,75} = 5.$$

Annahme  $G = 7$  t und  $\varrho = 1,5$  m liefert

$$B \geq \frac{18,5 - 1,5 - 15,75}{0,75} = 5 = 3,33 \text{ t,} \quad \text{und} \quad B \geq \frac{7,76 - 7,5 + 5,25}{0,75} = 5 = 2,35.$$

Demnach gewählt  $B = 2,35$  t. Damit berechnet sich das vorhandene  $S$  zu 1,78, während  $S_0 = 0,45$  bleibt.

Ferner ist Resultierende der Gewichte des drehbaren Teils bei Vollast  $D = 3 + 6 + 7 = 16$  t und dessen Abstand von der Drehachse  $r = (3 \cdot 5 + 6 \cdot 0,5 + 7 \cdot 1,5) : 16 = 0,47$  m.

Bei Radstand  $2a = 2,0$  m ergibt sich der größte Raddruck bei  $45^\circ$  Auslegerstellung zu

$$N = 16 \cdot \frac{0,47 \cdot 0,707 + 0,75}{1,5} \cdot \frac{0,47 \cdot 0,707 + 1,0}{2,0} + \frac{5 + 2,35}{4} = 7,68 + 1,84 = 9,52 \text{ t.}$$

Steht der Ausleger quer zur Fahrriichtung und wirkt auf den leeren Kran der Wind  $w$  t/m<sup>2</sup> entgegengesetzt zur Auslegerrichtung, und hat der Kran die Windflächen  $F_1 = 5$  m<sup>2</sup> und



$F_2 = 1,2 \text{ m}^2$  mit deren Schwerpunktsböhen  $h_1 = 1,5 \text{ m}$  und  $h_2 = 4 \text{ m}$  über SO, dann tritt Kippen über Hinterschiene ein, wenn

$$w(5 \cdot 1,5 + 1,2 \cdot 4) + 7 \cdot 0,75 = 6 \cdot 1,25 + 7,35 \cdot 0,75,$$

woraus  $w = 0,63 \text{ t/m}^2$ , demnach reichliche Sturmsicherheit vorhanden, bei Vollast und Rückenwind noch größer.

Fahrbarer Drehscheibenkran.  $Q = 3 \text{ t}$ ,  $q = 10 \text{ m}$ ,  $E = 10 \text{ t}$ ,  $e = 0,8 \text{ m}$ , Schienenkranz  $2,8 \text{ m}$  Durchm.,  $k = 1,24 \text{ m}$ ,  $U = 5 \text{ t}$ , Spur  $2,5 \text{ m}$ ,  $s = 1,28 \text{ m}$ .  $\mathcal{C} = 1,20$ ,  $\mathcal{C}_0 = 0,20$ ,  $S = 1,45$ ,  $S_0 = 0,45$ .

Bedingungen:

$$1. G \geq \frac{3 \cdot 1,20 \cdot 8,76 - 10 \cdot 0,44}{1,24 + g} \quad \text{oder} \quad G \geq \frac{27,2}{1,24 + g},$$

$$2. G \leq \frac{10 \cdot 2,01 - 3 \cdot 0,20 \cdot 11,24}{g - 1,24} \quad \text{oder} \quad G \leq \frac{13,65}{g - 1,24},$$

$$3. B \geq \frac{3 \cdot 1,45 \cdot 8,72 - 10 \cdot 0,48 - G(1,28 + g)}{1,28} - 5 \quad \text{oder} \quad B \geq 20,9 - G(1 + 0,781 g),$$

$$4. B \geq \frac{3 \cdot 0,45 \cdot 11,28 - 10 \cdot 2,08 + G(g - 1,28)}{1,28} - 5 \quad \text{oder} \quad B \geq -9,36 + G(0,781 g - 1).$$

Hieraus nachstehende Tafel:

|                 |                   |       |       |       |       |       |         |
|-----------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
|                 | $g = 1,8$         | 2,0   | 2,4   | 2,8   | 3,2   | 3,6   | 3,8 m   |
| liefert<br>nach | 1. $G \geq 8,95$  | 8,40  | 7,47  | 6,73  | 6,12  | 5,62  | 5,40 t  |
|                 | 2. $G \leq 24,3$  | 18,0  | 11,8  | 8,75  | 6,94  | 5,78  | 5,33 t  |
|                 | 3. $B \geq -0,6$  | -0,6  | -0,6  | -0,6  | -0,6  | -0,6  | -0,6 t  |
|                 | 4. $B \geq -5,73$ | -4,66 | -2,82 | -1,36 | -0,16 | +0,80 | +1,14 t |

Wählt man für den auf Erdbodenschienen fahrenden Kran nach Abb. 266  $g$  klein, also  $= 2,0 \text{ m}$ ,  $G = 8,4 \text{ t}$  und  $B = 0$ , dann folgt  $\mathcal{C} = 1,20$ , wie verlangt, dagegen ergeben sich alle anderen Sicherheiten größer als verlangt; die Ausrechnung liefert  $\mathcal{C}_0 = 0,415$ ,  $S = 1,48$ ,  $S_0 = 0,625$ .

Für den drehbaren Teil folgt

$$D = 3 + 10 + 8,4 = 21,4 \text{ t} \quad \text{und} \quad r = (3 \cdot 10 + 10 \cdot 0,8 - 8,4 \cdot 2) : 21,4 = 0,99 \text{ m},$$

$$D_0 = 10 + 8,4 = 18,4 \text{ t} \quad \text{und} \quad r_0 = (8,4 \cdot 2 - 10 \cdot 0,8) : 18,4 = 0,478 \text{ m}.$$

Hieraus die Drehrollendrücke

$$N_g = \frac{21,4}{2} \cdot \frac{1,24 + 0,99}{2 \cdot 1,24} = 9,62 \text{ t}, \quad N_h = \frac{18,4}{2} \cdot \frac{1,24 + 0,478}{2 \cdot 1,24} = 6,38 \text{ t}.$$

Für Radstand  $2a = 3,4 \text{ m}$  folgt größter Laufraddruck

$$N = 21,4 \cdot \frac{0,99 \cdot 0,707 + 1,28}{2 \cdot 1,28} \cdot \frac{0,99 \cdot 0,707 + 1,7}{2 \cdot 1,7} + \frac{5,0}{4} = 11,7 + 1,25 = 12,95 \text{ t}.$$

Fährt der Kran auf einer Hochbahn, Verladebrücke u. dgl., dann kann  $g$  größer als  $2 \text{ m}$  gewählt werden, darf aber wegen Bedingung 1 und 2 nicht größer als etwa  $3,7 \text{ m}$  gewählt werden, s. Tafel.  $G$  und somit auch das gesamte Krangewicht wird kleiner als bisher, was wegen Verkleinerung der Radrücke, der Fahrmasse, des Fahrwiderstandes usw. vorteilhaft ist. Daber sucht man bei solchen Hochbahnkränen durch wiederholte Proberechnungen das Krangewicht weitgehend herabzudrücken.

(1139) Fahrwerk. Bei selten und langsam fahrenden Kranen genügt die Knarre oder das Handfahrwerk mit Kurbelantrieb. Bei elektrisch betriebenem Fahrwerk richtet sich die Fahrgeschwindigkeit nach dem Zweck des Kranes,  $15 \div 30 \text{ m/min}$ , wenn der Kran nur seinen Arbeitsort wechseln soll, bis  $200 \text{ m/min}$  bei Kranen für Verladebrücken, wobei das Fahren mit Nutzlast gleichzeitig Arbeitsbewegung bilden soll. Im ersten Falle Stirnrad- und Schneckenübersetzung, im letzteren einfaches oder doppeltes Stirnradgetriebe. In der Regel wird nur eine der beiden Laufachsen angetrieben, dabei besteht aber bei Auslegerstellung in Fahrrichtung die Möglichkeit einer so starken Entlastung der angetriebenen Achse, daß die Laufräder rutschen. In solchen Fällen ist die andere Achse durch Kegelräder oder Treibgelenkketten oder Parallelschubkurbel (wie bei Lokomotiven) mit der Triebachse zu kuppeln oder es sind beide

Laufachsen durch je ein vollständiges Fahrwerk anzutreiben. Seltener erfolgt das Fahren vom Schwenkmotor aus, da hierbei Wechselkupplung, Welle durch den Mittelzapfen und mehrere Kegelräder erforderlich sind (bei Dampfkranen stets üblich).

Die sog. Lokomotivkrane dienen gleichzeitig zum Verschiebedienst auf Rangiergleisen und erfordern dementsprechend starke, zweckmäßig doppelte Fahrwerke mit Dauerleistungsmotoren. Vgl. auch die Bemerkungen über den Fahrtrieb bei Dampfkranen, s. (1151).

(1140) Ausführung der Säulenkrane. Drehbarer Teil wie bei den ortsfesten Drehkranen. Nach Abb. 269 Stahlsäule in Gußkruz steckend, dieses mit den I-Trägern verschraubt. Statt Gußkruz auch Kreuzrahmen aus L und Blechen genietet. Größte Beanspruchung eines Kreuzarmes, wenn Ausleger in dessen Richtung steht.

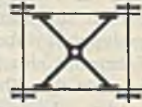


Abb. 269.  
Unterwagen zum  
Säulenkran.

(1141) Ausführung der Drehscheibenkrane. Drehbarer Teil wie bei den ortsfesten Drehkranen, sehr verschieden, je nach Zweck des Kranes.

Unterwagen nach Abb. 270 aus I-Trägern, mit Eckwinkeln und Eckblechen zusammengenietet; Profileisenkruz zur Aufnahme des Mittelzapfens und des

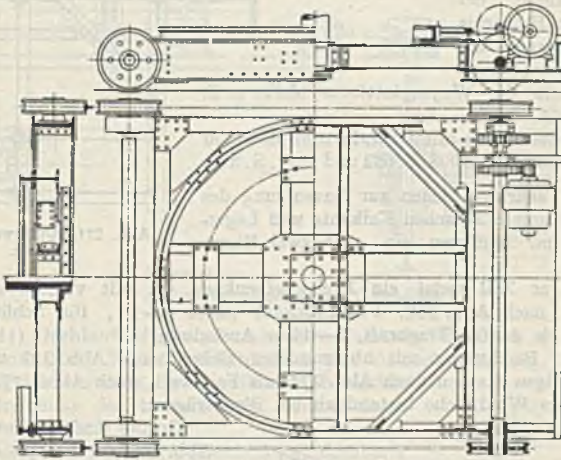


Abb. 270. Unterwagen zum Drehscheibenkran von Mohr & Federhaff.

Zahnkranzes. Zuweilen wird der fertig genietete Unterwagen auf eine große Planscheibe gespannt, der Schienenkranz abgedreht, gleichzeitig die Bohrung für den Mittelzapfen hergestellt und ein Span an den Zahnkranzaufgestellen abgenommen. Laufräder je nach Spurweite außen oder innen.

Längs- und Querträger werden durch die Drehrollendrucke auf Biegung beansprucht; ungünstigste Auslegerstellungen durch Probieren zu finden, für die Längsträger  $10-20^\circ$  gegen die Querlage, für die Querträger  $10-20^\circ$  gegen die Längsträger geneigt.

Unterwagen nach Abb. 271 (Demag) mit Blechträger und festen kurzen Zapfen für die Laufräder, wobei kleiner Zapfendurchmesser und geringerer Fahrwiderstand als nach obiger Ausführung. Fahrwerk hierzu ähnlich Laufkatze Abb. 211, Mittelzapfen ähnlich Abb. 263.

(1142) Eisenbahnwagen-Drehkrane dienen zum Einstellen in Güterzügen; der 2- bis 3-achsige Unterwagen ist eisenbahnmäßig, d. h. mit Tragtedern, Puf-



fern und Zughaken auszubilden und erhält zur Erhöhung der Stabilität Stützschauben und Schienenzangen. Bei Fahrt wird Ausleger in Fahrrichtung gestellt und heruntergeklappt, wobei das Fahrprofil einzuhalten ist; für den überhängenden Ausleger ist Schutzwagen erforderlich. Raddrücke bei Fahrt nicht höher als bei Güterwagen zulässig, beim Arbeiten wesentlich höher.

Über Handkrane, deren Ausleger bei Fahrt zwecks Ersparnis des Schutzwagens zusammengeklappt wird und innerhalb der Wagenplattform bleibt s. Z. 1914, S. 1357.

Über solche Krane mit Dampftrieb und von hoher Tragkraft s. Z. 1903, S. 632 und 1911, S. 648.

(1143) Torkrane dienen zur Ausnutzung des wertvollen Raumes zwischen Kaikante und Lager-schuppen und umfassen ein oder zwei Eisenbahnprofile.

Drehbarer Teil meist ein Drehscheibenkran, oft mit verstellbarer Ausladung wie nach Abb. 262. Für Stückgut meist 2—3 t, für Schüttgut bei Greiferbetrieb 2—6 t Tragkraft, 8—14 m Ausladung.

Tor als Blechträger mit abgerundeten Ecken nach Abb. 272 und 273, mit geradlinigen Kanten nach Abb. 274, als Fachwerk nach Abb. 275, leichter und geringere Windfläche bietend als bei Blechträgern.

Größte Raddrücke wie nach Abb. 268 für die 45°-Auslegstellungen. Fahren durch Handkurbeln oder elektrisch mit 12—20 m/min; von den 4 Lauf-rädern werden 2 von einem

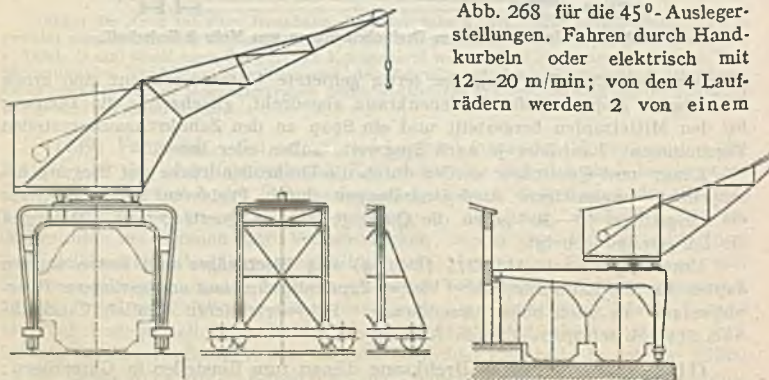


Abb. 271. Unterwagen von Demag.

Abb. 272 und 273. Voll- und Halbtorkran.

Motor angetrieben. Abb. 276 zeigt ein sorgfältig durchgebildetes Fahrwerk der Demag (s. Z. 1911, S. 287); das landseitige Laufrad hat ausnahmsweise keine Spurkränze und läuft auf dem Flansch eines einbetonierten T-Trägers, der wegen Kreuzung mit Eisenbahnschienen erforderlich war.

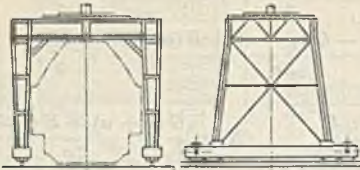


Abb. 274. Torbauarten.



Abb. 275.

Abb. 277 mit drehbarer Säule und Laufkatze, Winde in der Säule; als Hellingkran geeignet.

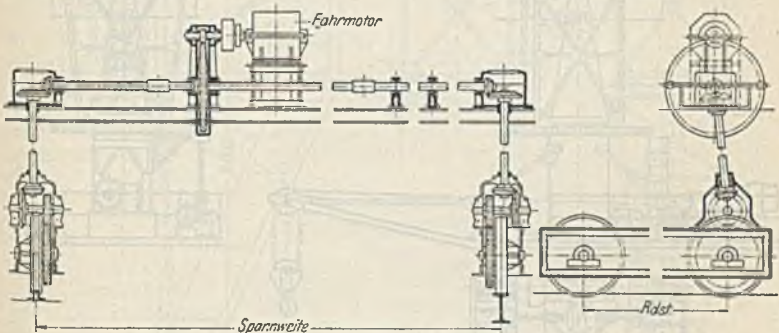


Abb. 276. Laufwerk zum Volltorkran.

(1144) Drehlaufkatzen sind umgekehrte fahrbare Drehkrane und bezwecken als Laufkran- oder Verladebrückenkatzen eine Verbreiterung und Verlängerung des Bestreichungsfeldes, bei Laufkränen besonders zur Bestreichung des benachbarten Raumes unter der Laufschiene weg.

Bauart nach Abb. 278 (Demag) mit drehbarer Fachwerksäule, Hängespurzapfen und Führungsrollen, nach Abb. 279 (Mannheimer Maschinenfabrik Mohr & Federhaff) als Drehscheibenkran mit Tragrollen und Mittelzapfen, für Greiferbetrieb, s. Z. 1908, S. 831.

Statische Behandlung wie bei den fahrbaren Drehkränen. Eigengewichte und Raddrücke bedeutend höher als bei normalen Katzen gleicher Tragkraft, daher nur zweckmäßig, wenn oben genannter Grund ausschlaggebend ist.

(1145) Einschielenkran (Velozepekrane) erfordern eine Boden- und eine Deckenschiene und sind für schmale Gänge in niedrigen Räumen bestimmt. Schema und Statik nach Abb. 280 u. 281.

Ausleger in Fahrriichtung. Stabilität und Gegengewichtsbestimmung wie bei den fahrbaren Säulendrehkränen, s. (1137). Bei Voll- und Leerlast muß Resultierende aller Gewichte zwischen den Laufrädern bleiben.

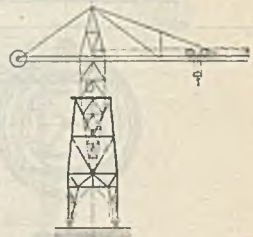


Abb. 277. Turmdrehkran mit Volltor.



Kranmoment bei Vollast  $M_v = Qq + Ee - Gg$ , bei Leerlast  $M_0 = Gg - Ee$ ;  $H_0 = H_u = M_v : h$  bzw.  $M_0 : h$ .

Raddrücke bei Vollast

$$N_1 = \frac{Q(q+a) + E(e-a) - G(g-a)}{2a} + \frac{U}{2},$$

$$N_2 = \frac{G(g+a) - Q(q-a) + E(a-e)}{2a} + \frac{U}{2},$$

Raddrücke bei Leerlast

$$N_1 = \frac{E(e-a) - G(g-a)}{2a} + \frac{U}{2}, \quad N_2 = \frac{G(g+a) + E(a-e)}{2a} + \frac{U}{2},$$

Oberrolle bleibt druckfrei.

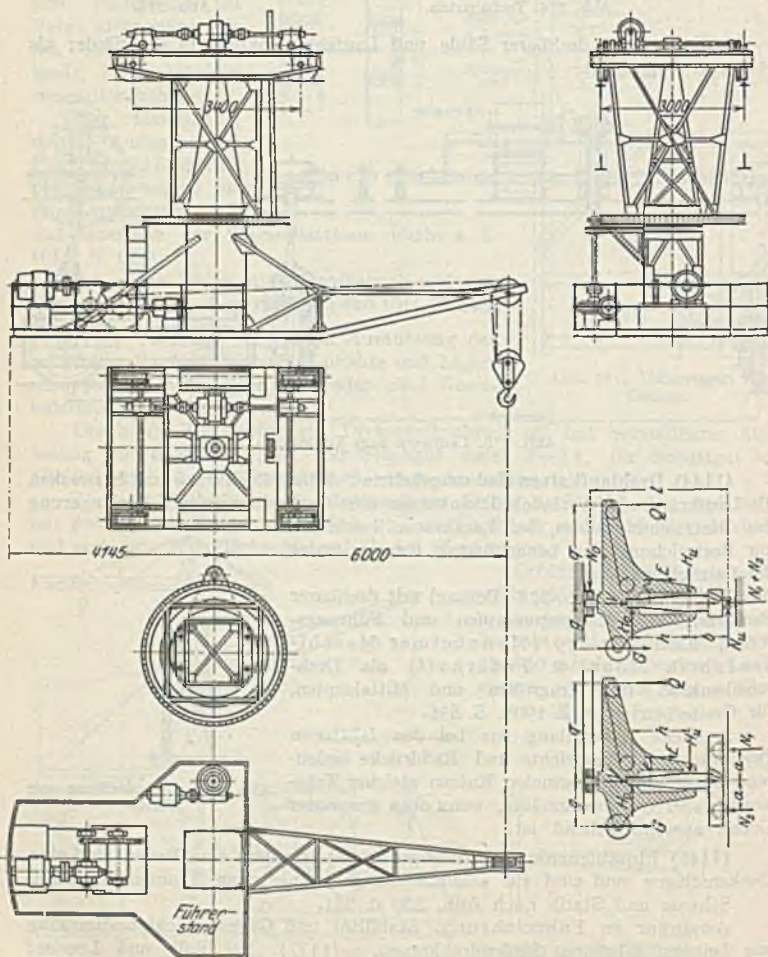


Abb. 278. Drehschleuse von Demag.

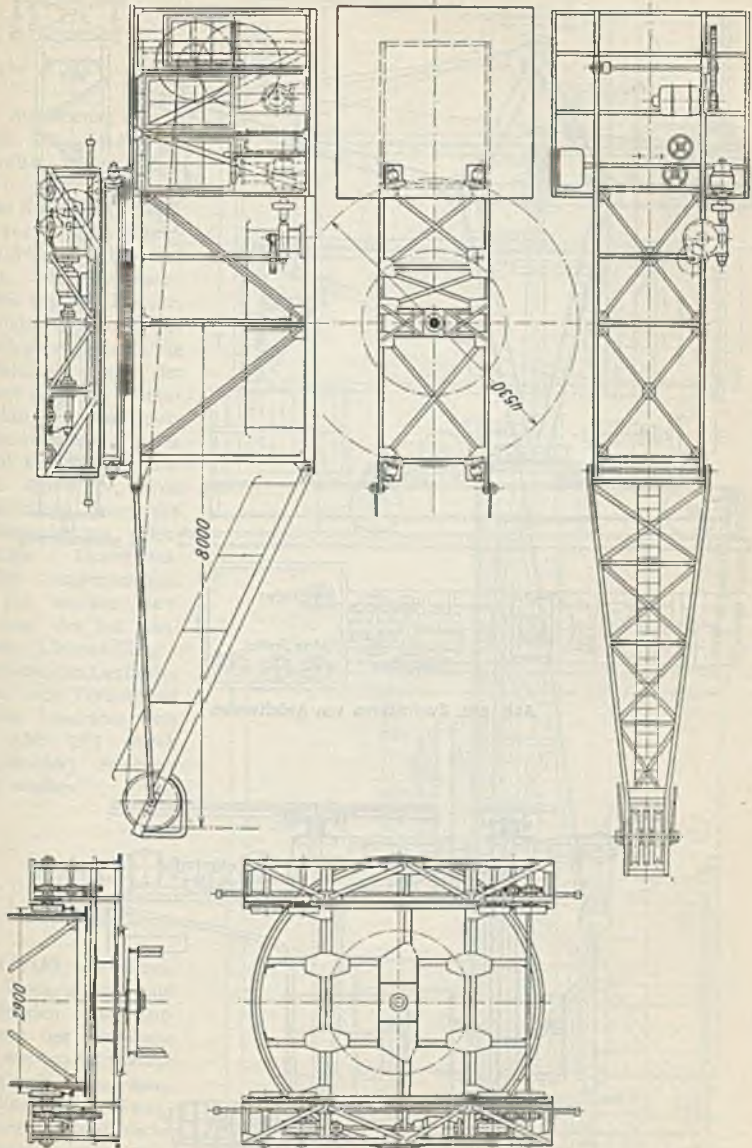


Abb. 279. Drehlaufkatze von Mohr &amp; Federhaff.

Ausleger quer dazu (vgl. Abb. 281).

Raddrücke bei Vollast  $N_1 = N_2 = (Q + E + G + U) : 2$ ,

Raddrücke bei Leerlast  $N_1 = N_2 = (E + G + U) : 2$ .

Wagrechte Raddrücke bei Vollast  $N_0 = N_u = (Qq + Ee - Gg) : l$ ,

wagrechte Raddrücke bei Leerlast  $N_0 = N_u = (Gg - Ee) : l$ .



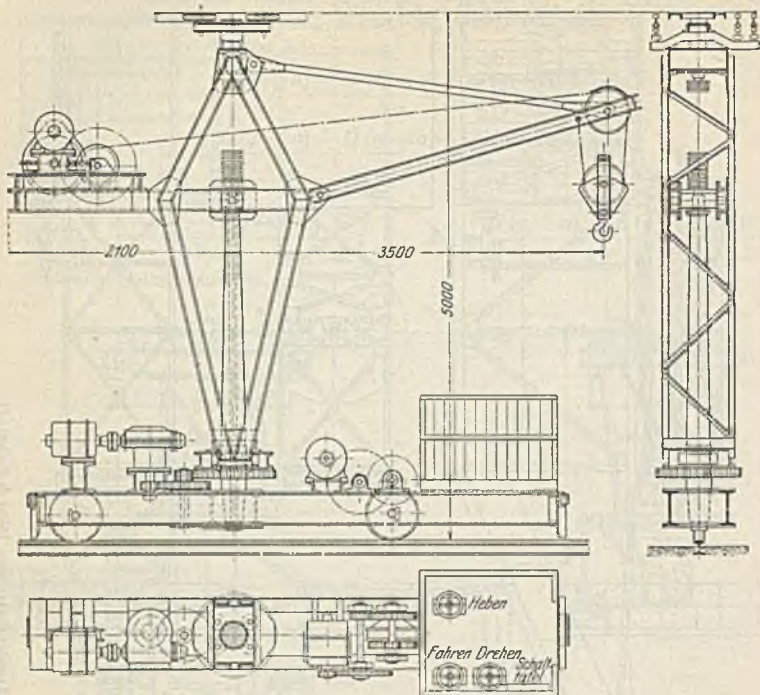


Abb. 282. Zweiradkran von Ardelwerke.

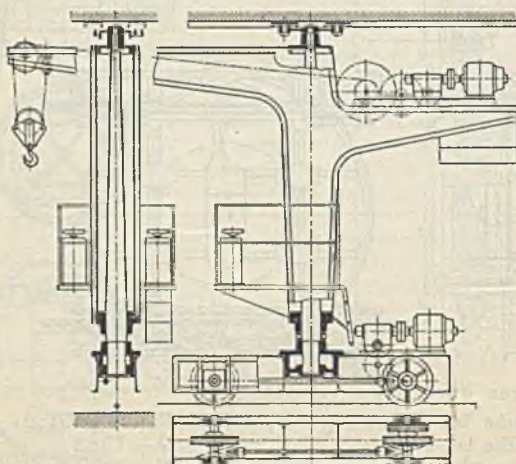


Abb. 283. Zweiradkran von Comp. Internat. Lüttich.

Für die Säule

$$H_0 = N_u a : h,$$

$$H_u = N_u (h + a) : h.$$

Ausführung nach Abb. 282 (Ardeltwerke, Eberswalde) mit Fachwerk oder Abb. 283 (Comp. Internat. d'Electricité, Lüttich) mit durchgehender Säule und Blechträger.

Fahrwiderstand bei Ausleger-Querstellung erheblich wegen der durch die  $N_u$  verursachten großen Spurkranzreibung, daher wird bei großen Kränen dieses  $N_u$  von besonderen, gegen die Schienenkanten drückenden Horizontalrollen aufgenommen.

Bei starker Entlastung des bei Ausleger-Längsstellung nachteiligen Laufrades kann eine Verbindung beider Laufräder (wie in Abb. 283 durch Kegelräder) erforderlich werden.

## Wandlaufkrane.

(1146) Sie dienen in Werkstätten und Gießereien zur Entlastung der Laufkrane und werden für mäßige Tragkraft bemessen. Die lotrechten und wagerechten Laufraddrücke erfordern verhältnismäßig schwere längs der Wand laufende Träger und beanspruchen das Gebäude ungünstig.

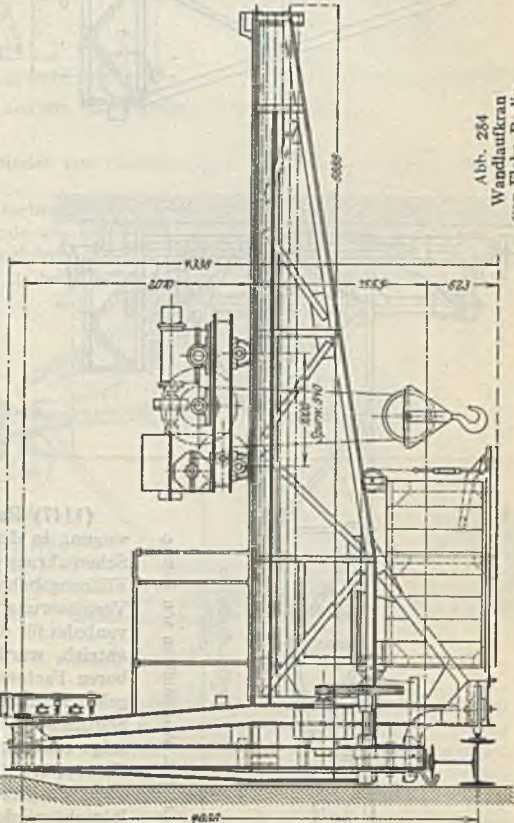
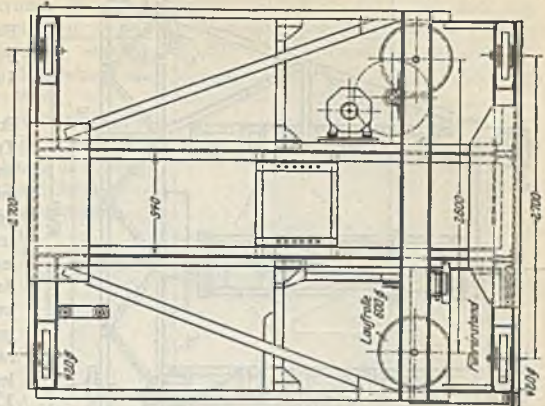


Abb. 284  
Wandlaufkran  
von Flöhr, Berlin.



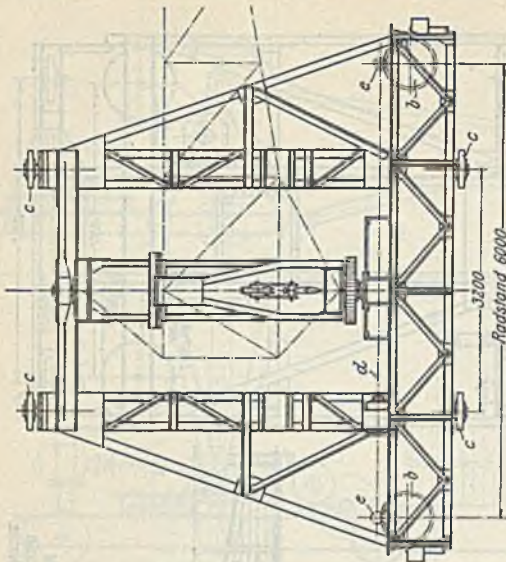


Abb. 284 (C. Flohr, Berlin) mit festem Ausleger und Laufkatze für 5 t Tragkraft.

Abb. 285 (Demag) mit Schwenkausleger für 5 t Tragkraft. Der Ausleger kann allen Hindernissen leicht ausweichen und gibt bei Nichtgebrauch und seitlich geschwenktem Ausleger das Arbeitsfeld dem darüber befindlichen Laufkran frei. Wegen Entlastung des einen Laufrades bei seitlicher Auslegerstellung werden beide Laufräder vom Motor aus durch gemeinsame Welle *d* mit Kegelrädern *e* angetrieben. Näheres s. Z. 1913, S. 2044.

Die sechs belasteten Laufräder liefern erheblichen Fahrwiderstand, der durch Kugellager ermäßigt werden kann.

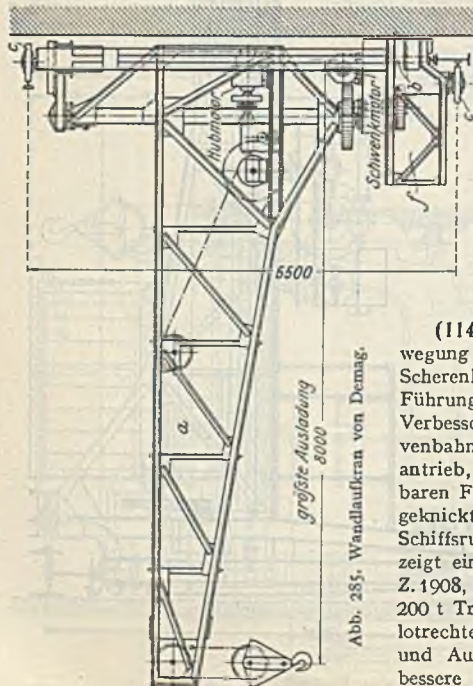


Abb. 285. Wandlaufkran von Demag.

## Wippkrane.

Die um eine Horizontalachse erfolgende Wippbewegung des Auslegers dient entweder nur zur Veränderung der Ausladung oder zur Lastbewegung in der lotrechten Wippebene.

(1147) Reine Wippkrane mit Lastbewegung in der Wippebene. Die früheren Scherenkrane mit Horizontalspindel und Führungsbahn für die Mutter und deren Verbesserung mit Wippspindel und Kurvenbahn für die Mutter, meist mit Dampftrieb, wurden ersetzt durch den wippbaren Fachwerksausleger, der mit seiner geknickten Kranbrüst dem hochbordigen Schiffsrumpf besser angepaßt ist. Abb. 286 zeigt einen 140-t-Schwimmdampfkran (s. Z. 1908, S. 281), Abb. 287 einen solchen für 200 t Tragkraft (s. Z. 1907, S. 1476) mit lotrechter Spindel zwischen Spindelmutter und Ausleger, eine für lange Spindeln bessere Anordnung, beide von Demag.

(1148) **Wippdrehkrane.** Bei Drehscheibenkranen nach Abb. 262 wird die Auslegereinziehwinde meist mit Spindel ausgebildet; Doppelspindeln bei Vierecksquerschnitt des Auslegers, einfache Spindel bei Dreiecksform. Antrieb erfolgt von Hand durch Haspelrad und Kegelrad- oder Schneckenübersetzung oder durch besonderen Motor, wie z. B. nach Abb. 288 (Demag).

Abb. 289 zeigt einen ortsfesten 250-t-Hammerwippkran für die Werft von Blohm & Voß, Hamburg (s. Z. 1919, S. 349), Abb. 290 einen 250-t-Schwimm-drehkran für die Staatswerft Wilhelms-

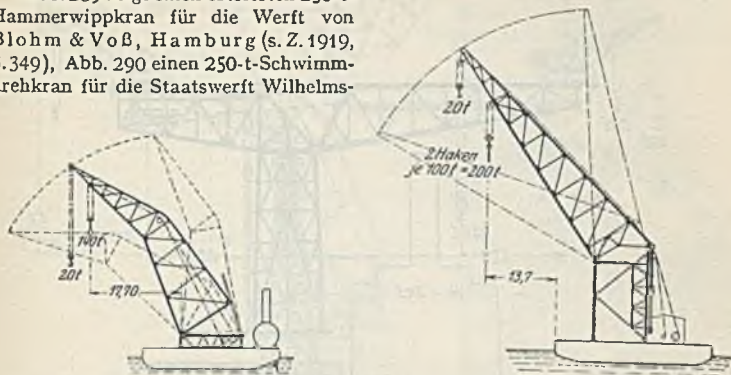


Abb. 286 und 287. Schwimmdampfkranne von Demag.

haven mit lotrechter Spindel und Gelenkstange (s. Z. 1916, S. 1602), beide von Demag.

Statt Spindel auch mehrsträngiger Seilflaschenzug mit besonderer selbsthemmender Schneckenwinde wie bei den Dampfkranen Abb. 294 bis 300.

Beide Arten von Einziehwinden sind selbsthemmend, also ohne besondere Haltebremse auszubilden, da beim Versagen einer solchen der Ausleger abstürzt.

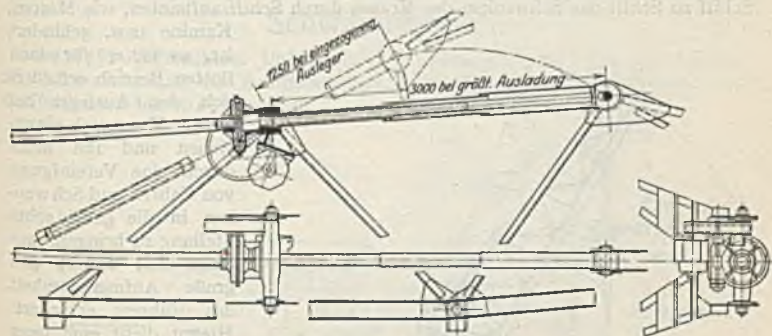


Abb. 288. Auslegerwippwerk von Demag.

Bei kleineren Kranen dient die Auslegereinziehwinde i. d. Regel nur zur Verstellung der Ausladung, bei größeren Kranen kann sie auch zur Lastbewegung wie bei obigen reinen Wippkranen, benutzt werden, was beim Arbeiten zwischen der Schiffstakelage erforderlich ist. Diese Bewegung erfolgt aber wegen der selbsthemmenden Winde langsam und unwirtschaftlich und unter erheblichem Arbeitsverbrauch, da beim Einziehen der Auslegerschwerpunkt gehoben wird. Daneben tritt noch eine unerwünschte lotrechte Lastbewegung auf, die jedoch durch besondere Seilführung behoben werden kann. Über einen hiernach ausgeführten



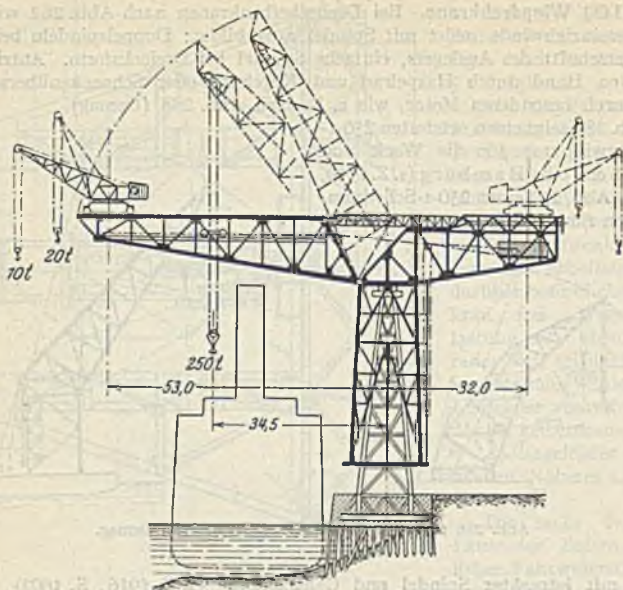


Abb. 289. Hammerwippkran von Demag.

Wippdrehkran von Demag s. Z. 1908, S. 1600; allgemeines über Seilausgleich s. Proetel, D. p. J. 1911, S. 694.

Wenn bei dem in Seehäfen häufig vorkommenden Umschlagsverkehr von Schiff zu Schiff das Schwenken des Kranes durch Schiffsaufbauten, wie Masten,

Kamine usw. gehindert ist, so ist es für einen flotten Betrieb erforderlich, den Ausleger bei jedem Kranspiel einzuziehen und ihn nicht durch eine Vereinigung von Fahren und Schwenken in die gewünschte Stellung zu bringen, was lange Zeit dauert und große Aufmerksamkeit des Führers erfordert. Hierzu dient eine neue Bauart des Wippdrehkranes der Mannheimer Maschinenfabrik Mohr & Federhaff nach Abb. 291. Das Auslegerwippen erfolgt durch besondere Winde unter gleichbleibender Höhe des Auslegerschwerpunktes und

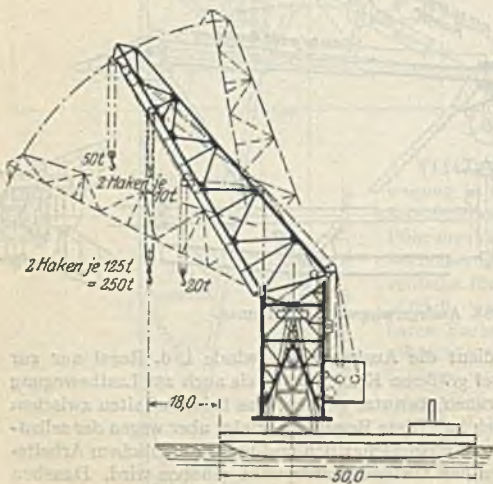


Abb. 290. Schwimmwippkran von Demag.

der Last, daher mit großer Geschwindigkeit und mit geringem Arbeitsaufwand; bei den 4-t-Kranen liefert der 7-PS-Motor eine horizontale Lastgeschwindigkeit von rd. 1 m/sek. Ausführung dieser Bauart als Ufer-, Halb- und Volltorkrane.

Ähnlich der Wippkran von Demag nach Abb. 292, wobei die

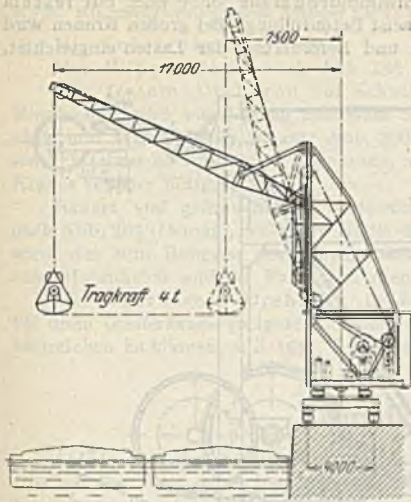


Abb. 291. Wippkran von Mohr & Federhaff.

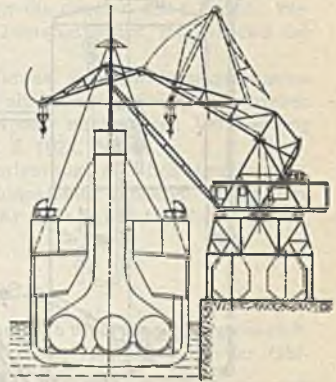


Abb. 292. Wippkran von Demag.

Auslegerteile ein Gelenkviereck bilden und Auslegerkopf und Last nahezu waagerechte Bewegung machen.

## Schwimmkrane.

(1149) Allgemeines. Unbegrenzter Arbeitsbereich. In Häfen und Werften als Schwerlastkrane zur Schiffsbestückung bis 250 t, als Verladekrane mit Greiferbetrieb bis 10 t Tragkraft.

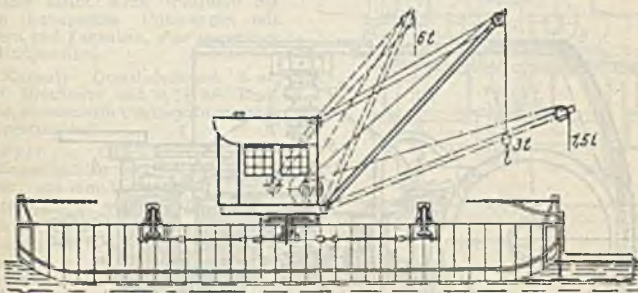


Abb. 293. Schwimmkasten mit Greiferdampfkran von Demag.

Meist Dampftrieb; bei sehr großen Kranen elektrische Dampfzentrale zur Speisung der Kranmotoren mit Leonard-Schaltung; Schiffsschrauben zur Fahrt mit eigener Kraft.

Schwimmkasten von meist Rechtecksgrundriß mit abgerundeten Ecken und vorn und hinten aufgehohlem Boden. Wird vom Schiffsbauer so be-



messungen, daß bei Vollast und ungünstiger Auslegerstellung eine gegebene Neigung (bis  $6^{\circ}$ ) erreicht wird. Hierzu erforderlich fahrbares Gegengewicht oder besser Tanks mit Pumpwerk, Schwimmdrehkrane ohne oder mit festem Gegengewicht im Schwimmkasten, meist Betonfüllung. Bei großen Kranen wird Schwimmkastendeck zur Aufnahme und Beförderung der Lasten eingerichtet.

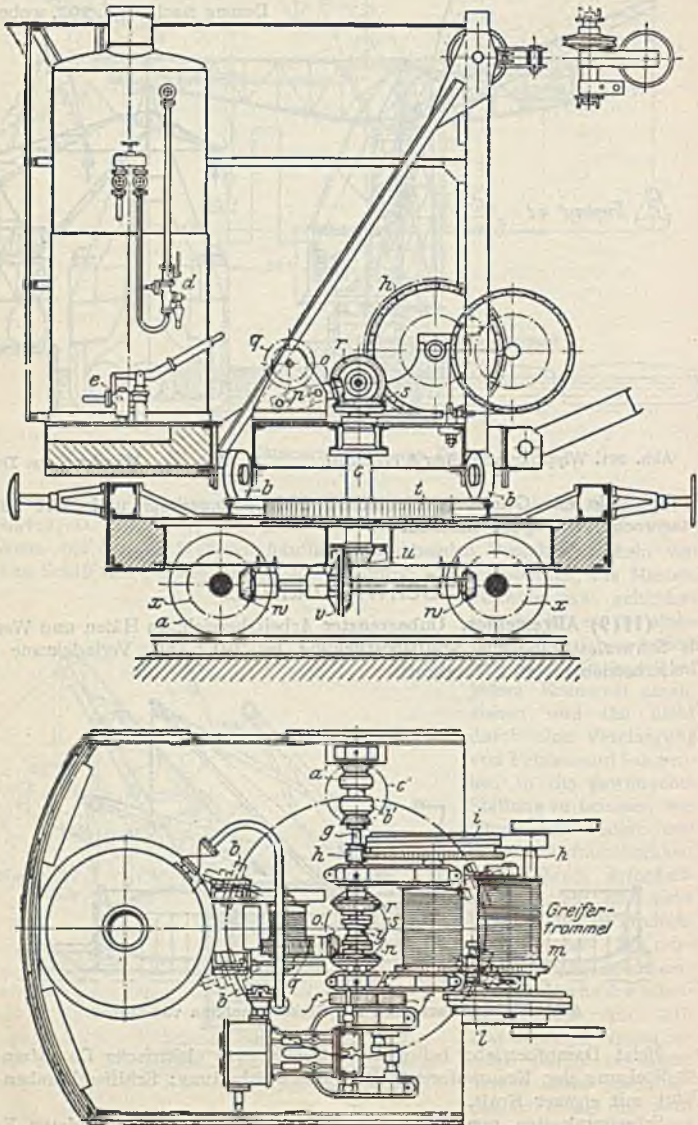


Abb. 294. Regelspuriger Normaldampfkran von Demag.

**(1150) Bauarten.** Mit festem waagrechttem Ausleger und Laufkatze; für Verladekrane wenig geeignet, da öfteres Verholen des Kranes erforderlich.

Ober einen solchen Kran für 2 mal 120 t zum Bergen gesunkener U-Boote s. Z. 1911, S. 750. Mit schräg ansteigendem Ausleger für 25 t von Demag s. Z. 1910, S. 1415.

Mit Scherenkran. Veraltet.

Mit Wippausleger nach Abb. 286 und 287, ferner Z. 1905, S. 1.

Mit festem Drehkran auf Schwimmkastenmitte oder seitlich davon. Hiernach wurden von Demag zahlreiche Schwerlastkrane mit fester Fachwerksäule und Wippausleger gebaut; Abb. 290 zeigt die neueren 250-t-Krane. Wesentlich teurer als die reinen Wippkrane, aber leistungsfähiger, da Verholen des Kranes seltener nötig.

Bauart viel gebraucht als Greiferdampfkrane auf Schwimmkastenmitte nach Abb. 293 (Demag), wobei an Stelle des Fahrwerks ein Spillpaar betrieben wird, das zum Bewegen des Schwimmkörpers oder nach dessen Verankerung zum Heranholen anderer Fahrzeuge dient, s. Z. 1922, S. 968.

Mit fahrbarem Drehkran in Längsrichtung des Schwimmkastens, für diese Greiferkrane geeignet, um ohne Verholen einen größeren Schiffsraum bestreichen zu können, s. Z. 1914, S. 1552 (Mohr & Federhaff, Mannheim).

## Dampfkrane.

**(1151)** Von den früheren Dampfkranen hat sich nach Einführung des elektrischen Betriebes neben den Schwimmdampfkranen fast nur noch der fahrbare normalspurige Dampfdrehkran erhalten, dessen wesentliche Vorzüge in der eigenen Kraftquelle und durch seine Normalspur in der freien Beweglichkeit und in der Verwendung für den Verschiebedienst liegen.

**Normaldampfkran von Demag** nach Abb. 294—296 (s. Z. 1922, S. 965).

**Aufbau:** Drehscheiben-Bauart, Wippausleger mit Flasche, bei ganz gesenktem und in Fahrrichtung stehenden Ausleger bleibt Kran innerhalb des freien Bahnprofils. Unterwagen mit Puffern und Zughaken, aber ungefederten Radgestellen.

**Kessel:** Quersiederkessel 8 at, 7 m<sup>2</sup> Heizfläche und 0,35 m<sup>2</sup> Rostfläche, abnehmbare Ummantlung gegen Wärmestrahlung.

**Antrieb:** Liegende umsteuerbare Zwillingmaschine 160 mm Zyl.-Durchmesser, 180 mm Hub, 180 Uml./min.

**Hubwerk:** Trommel von Welle  $g$  durch Stirnradvorgelege  $h$  angetrieben, dessen Ritzel beim Lastsenken durch Handhebel  $e$  (Abb. 296) ausgerückt wird. Hubbremse  $i$  wird durch Fußhebel  $f$  (Abb. 295) gelüftet. Bei Greiferbetrieb wird die vor der Hubtrommel gelagerte Entleerungstrommel durch die Räder  $k, l, m$  angetrieben.

**Drehwerk:** Kegelraderwendegetriebe  $a' b' c'$  und Vorgelege  $d' e' f'$ .

**Fahrwerk:** Kupplung  $y$  und Kegelräder  $u v w x$ .

**Einziehwerk:** Kupplung  $y$  und selbstthermendes Schneckengetriebe  $n o p q$  arbeitet auf Seiltrommel für die Flasche.

**Steuerbewegung,** Abb. 295 und 296.

Hebel  $e$ : Öffnen und Schließen des Dampfabsperrierschiebers.

Hebel  $d$ : Kulissenverstellung zur Umsteuerung der Dampfmaschine.

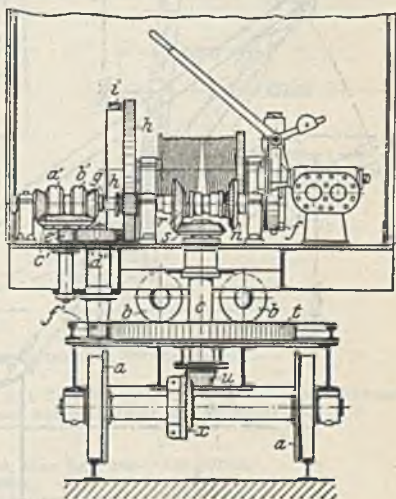


Abb. 294 a.



Hebel *b*: Aus- und Einrücken des Hubwerkritzels.

Fußhebel *f*: Lüften der Hubwerkbremse.

Hebel *a*: Umschalten des Drehwerkwendgetriebes.

Hebel *c*: Ankupplung des Fahr- oder Einziehwerks an die Hauptwelle.

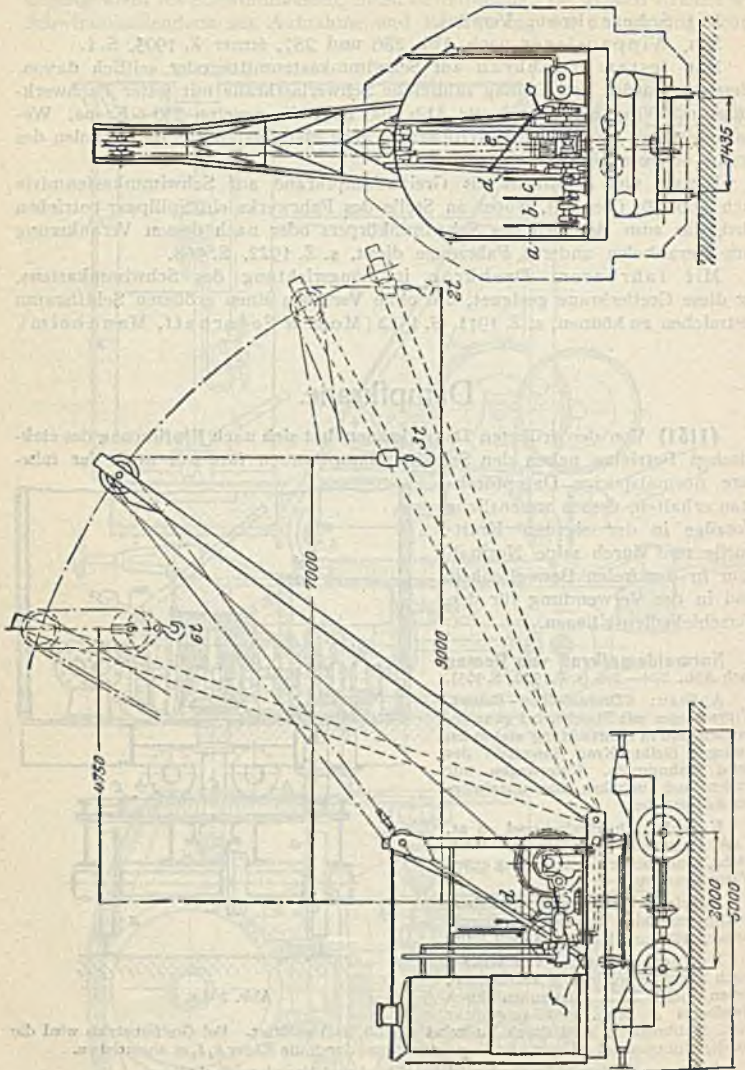


Abb. 295 u. 296. Normaldampfkran von Demag.

Kranbewegungen hierdurch gleichzeitig ausführbar:

1. Heben oder Senken und Drehen.
2. Heben oder Senken und Fahren.
3. Heben oder Senken und Einziehen oder Auslegen.
4. Drehen und Einziehen oder Auslegen.
5. Drehen und Fahren.

Lastenförderung. Nutzlast 3 t bei einem Strang oder 6 t bei eingehängter Flasche; Ausladungen je nach Last s. Abb. 295 Einrichtung für Stückgut, Greifer und Klappkübel. Hebe-  
magnete erfordern zwei Schleifringe, bewegliches Kabel mit Steckkontakt und Kabeltrommel  
am Ausleger.

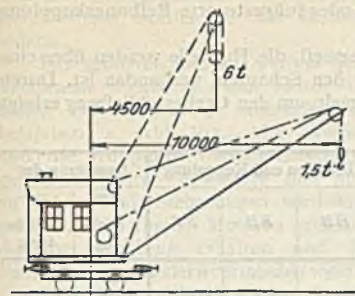


Abb. 297.

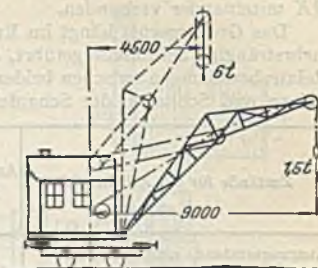


Abb. 299.

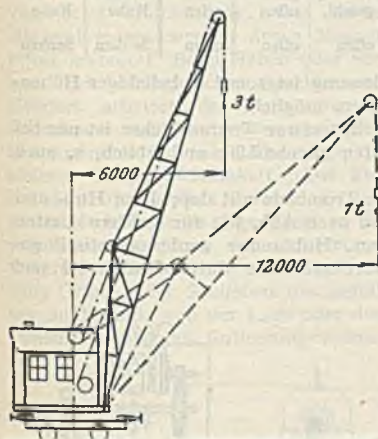


Abb. 298.

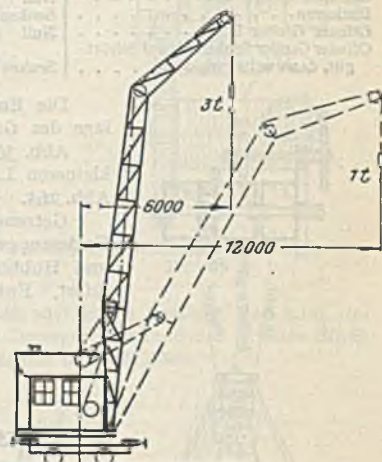


Abb. 300.

Abb. 297 bis 300. Auslegerarten zum Normaldampfkran.

Verschiebe- und Fahrbetrieb. 90 t Zugkraft zum Bewegen der Eisenbahnwagen. Größter Raddruck bei ungünstigster Auslegerstellung und Belastung etwa 15 t.

Arbeitsgeschwindigkeiten:

Heben: bei 3 t rd. 20 m/min.

Fahren: bei Vollast 50 – 60 m/min, ohne Last 100 – 120 m/min.

Drehen: 24 sek für eine volle Drehung.

Auslegerwippen 50 sek von der tiefsten zur höchsten Lage.

Andere Auslegerformen nach Abb. 297 bis 300 je nach Verwendungsort und -zweck. Über Verwendung dieses Kranes als Schwimmdrehkran s. (1149) und Abb. 293.

## Förderung von Schüttgut.

Hierzu dienen Selbstgreifer, und zwar Mehrseil-, Einseil- oder Motorgreifer für selbsttätiges Füllen oder Förderkübel für Handfüllung.

(1152) Mehrseilgreifer und Greiferwinden. Schema des Greifers mit Zweitrommelwinde nach Abb. 301. Die geteilte Hubtrommel *HT* wird vom Motor



angetrieben; Hub- und Senkschaltung hierzu wie bei einfachen Winden; Hubbremse *HB* wird durch Lüftmagnet gesteuert. Mit der lose umlaufenden Entleerungstrommel *ET* ist eine handgesteuerte Entleerungsbremse *EB* verbunden. Beide Trommeln werden durch eine hand- oder fußgesteuerte Reibungskupplung *RK* miteinander verbunden.

Das Greifergerüst hängt im Entleerungsseil, die Hubseile werden über eine mehrsträngige Seilflasche geführt, die mit den Schaufeln verbunden ist. Durch Relativbewegungen zwischen beiden Trommeln um den Greiferschließweg erfolgt Öffnen und Schließen der Schaufeln.

| Zustände für ein Arbeitsspiel   | Anlasser auf | Bremsen und Kuppelung |           |           | Bewegung der             |                          |
|---|--------------|-----------------------|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|
|   |              | <i>HB</i>             | <i>EB</i> | <i>RK</i> | <i>HT</i><br>i. Richtung | <i>ET</i><br>i. Richtung |
| Ausgangszustand: offener Greifer auf Schüttgut . . . . .                | Null         | geschl.               | offen     | offen     | Ruhe                     | Ruhe                     |
| Greifer füllen . . . . .  | Heben        | offen                 | offen     | offen     | Heben                    | Ruhe                     |
| Gefüllter Greifer Heben . . . . .                                       | Heben        | offen                 | offen     | geschl.   | Heben                    | Heben                    |
| Gefüllter Greifer Halt . . . . .  | Null         | geschl.               | offen     | geschl.   | Ruhe                     | Ruhe                     |
| Entleeren . . . . .   | Senken       | offen                 | geschl.   | offen     | Senken                   | Ruhe                     |
| Offener Greifer Halt . . . . .  | Null         | geschl.               | offen     | offen     | Ruhe                     | Ruhe                     |
| Offener Greifer Senken bis auf Schüttgut, dann weiter wie oben. . . . . | Senken       | offen                 | offen     | offen     | Senken                   | Senken                   |

Die Entleerung ist somit in beliebiger Höhenlage des Greifers möglich.

Abb. 301 mit einer Trommelachse ist nur bei kleineren Lasten zweckmäßig und üblich, s. auch Abb. 264.

Getrennte Trommeln mit doppeltem Hub- und Entleerungsseil nach Abb. 302 für größere Lasten und Hubhöhen. Hubbremse wird magnetisch gesteuert, Entleerungsbremse durch Handhebel und

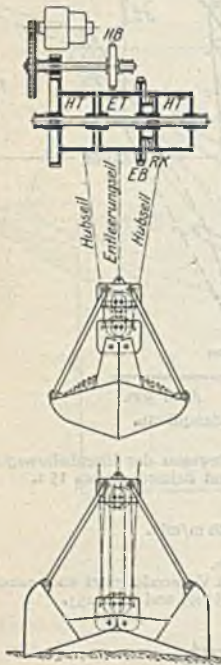


Abb. 301. Schema zum Mehrseilgreifer.

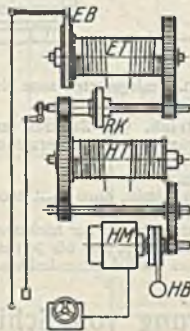


Abb. 302. Einmotoren-Greiferwinde.

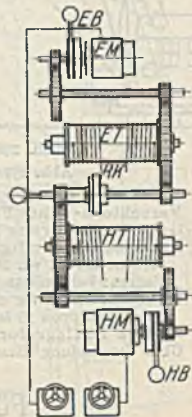


Abb. 303. Zweimotoren-Greiferwinde.

Reibungskupplung auf der Zwischenwelle durch Hand- oder Fußhebel gesteuert.

Bei magnetischer Steuerung der Entleerungsbremse und Kupplung ist reine Fernsteuerung möglich.

In allen Fällen ist die Steuerung so einzurichten, daß die Entleerungsbremse und die Reibkupplung nicht gleichzeitig geöffnet werden können, da sonst der leere offene Greifer in die Hubseile stürzt.

Bei größeren Lasten werden beide Trommeln durch je einen Motor von halber Leistung mit je einem Anlasser betrieben, s. Abb. 303. Alle Bremsen und die Kupplung werden magnetisch gesteuert. Durch besondere hier nicht zu behandelnde Sicherungen wird dafür gesorgt, daß beide Motoren ungefähr dieselbe Belastung erhalten und daß Fehlgriffe beim Steuern vermieden werden.

Sicherheit und schnellsten Betrieb gewährt die Demag-Greiferwinde nach Abb. 304 mit einem Hubmotor von Volleistung und einem Entleerungsmotor von etwa Halbleistung. Die beiden Backenbremsen werden durch Magnetslüfter gesteuert. Beim Heben oder Senken des offenen oder geschlossenen Greifers arbeitet der Hubmotor bei stromlosem und festgebremstem Entleerungsmotor auf beide Trommeln mit gleicher Seilgeschwindigkeit. Der Entleerungsmotor addiert durch das Differentialgetriebe seine Bewegung zu der jeweiligen Bewegung der Entleerungstrommel und liefert je nach Drehrichtung Öffnen oder Schließen des gefüllten oder leeren Greifers. Man kann daher unabhängig von der Lage oder dem Bewegungszustand des Greifers durch Hinzusteuern des Entleerungsmotors öffnen und schließen.

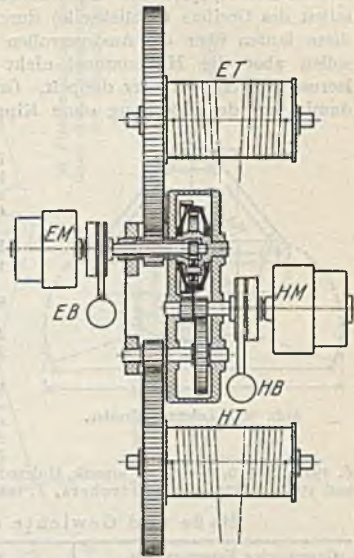


Abb. 304. Zveimotoren-Greiferwinde von Demag.

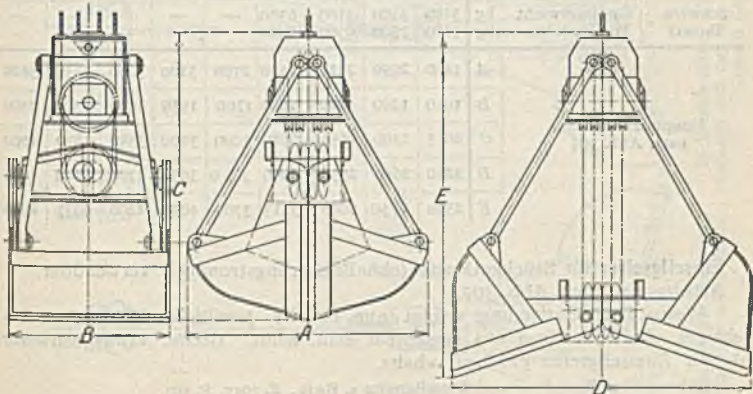
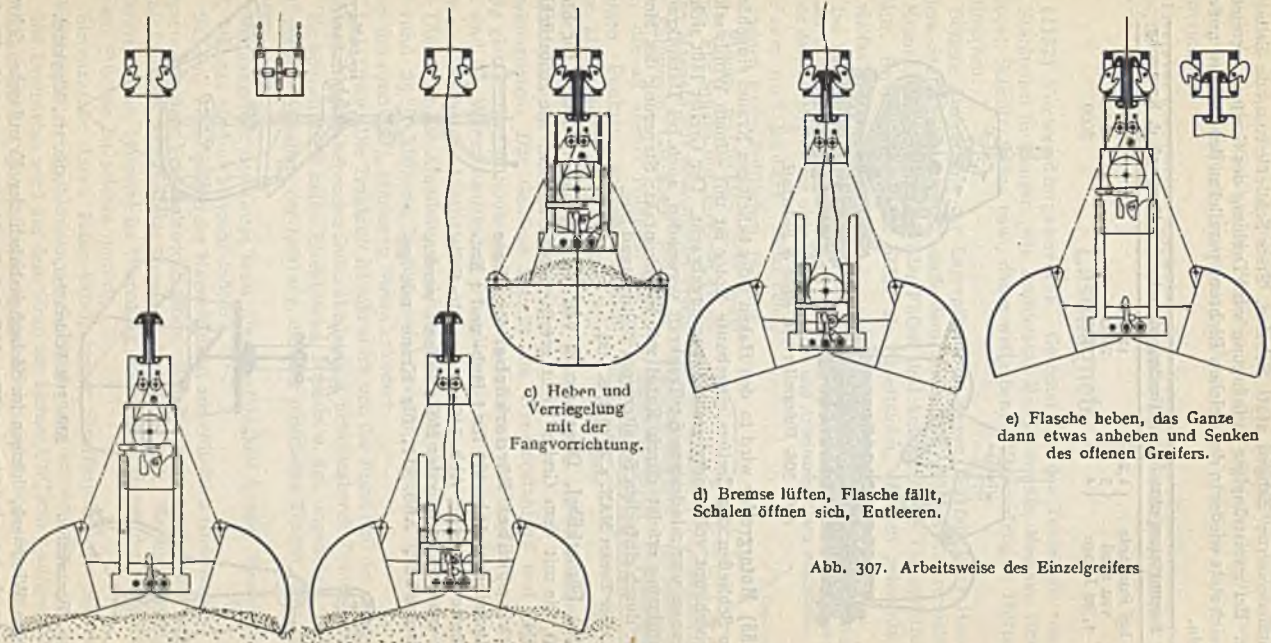


Abb. 305. Seilgreifer von Demag.

(1153) **Mehrseilgreifer.** Abb. 305 zeigt die Bauart der gegenwärtigen Seilgreifer für mineralisches Schüttgut mit 2 Hub- und 2 Entleerungsseilen.







a) Senken, Greifer geöffnet, auf Schüttgutfeld ankommend.

b) Bremse lüften, Flasche fällt und verriegelt sich mit dem Greiferquerhaupt hierauf Greifen.

c) Heben und Verriegelung mit der Fangvorrichtung.

d) Bremse lüften, Flasche fällt, Schalen öffnen sich, Entleeren.

e) Flasche heben, das Ganze dann etwas anheben und Senken des offenen Greifers.

Abb. 307. Arbeitsweise des Einzelgreifers



Schmiedeeiserne Zangen statt Schalen. Stets Schließketten, da Seile ungeeignet. Bei zweisträngiger Aufhängung wird Drehung des Greifers vermieden, er stellt sich stets wieder in der gleichen Richtung parallel zu den Hölzern auf dem Stapel ein.

| Fassungsraum cbm | Greifergewicht kg    | Tragkraft d. Kranes kg |
|------------------|----------------------|------------------------|
| bei Rundholz     | 1800<br>2600<br>3800 | 3000<br>6000<br>8000   |
| von rund         |                      |                        |
| 1,5m Länge       |                      |                        |

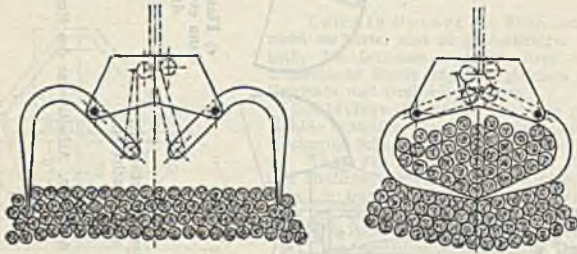


Abb. 308. Holzgreifer von Mohr & Federhaff.

(1155) **Motorgreifer** wird in den Haken jedes beliebigen Kranes eingehängt. Der zum Schließen des Greifers eingebaute Motor ist mit seinem Windwerk im Greiferquerhaupt vollständig geschützt untergebracht. Der Greifer läßt sich bei allen Kranen von mindestens 6 t Tragkraft verwenden, auch bei Dampfkranen. Stromzuführung erfolgt durch Kabel mit Steckkontakt; Steuerung des Motors geschieht durch einfachen Schalter vom Führerstand aus.

Näh. über Bauart MAN. s. Z. 1913, S. 1182.

(1156) **Förderkübel**. Diese werden von Hand gefüllt und sind für Stoffe bestimmt, die mit dem Greifer nicht gefaßt werden können, wie grobstückiges Erz u. dgl.

Aufklappkübel Förderkörbel für Krane mit Greiferwinde. Abb. 309 für 1 Hub- und 1 Entleerungskette oder Seile, Abb. 310 für doppelte Seile. Können wie Greifer in jeder Höhe entleert werden.

Kippkübel, Abb. 311, für Krane mit ge-



Abb. 309. Förderkübel.

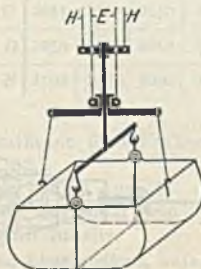


Abb. 310. Förderkübel.

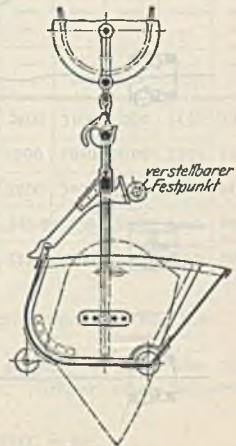


Abb. 311. Kippkübel.

wöhnlichem Windwerk, hängen im Sicherheitshaken der Kranflasche. Schwerpunktlagen derart, daß der gefüllte Kübel beim Auslösen der Verriegelung

kippt und sich selbsttätig entleert und der leere Kübel von selbst in die ursprüngliche Lage zurückkehrt. Auslösen der Verriegelung durch waagrecht verschiebbaren Anschlag. Entleerung erfolgt stets in gleicher Höhe, z. B. in Schüttrümpfe.

Literatur über Greifer und Kübel. G. v. Hanffstengel, Die Förderung von Massengütern, II. Bd., Jul. Springer 1909. — Aumund, Hebe- und Förderanlagen, I. Bd., Jul. Springer 1916. —

## Lastmagnete.

(1157) Verwendungsbereich. Geeignet für den Transport von Eisen- und Stahlteilen in Mengen, wie Profileisen, Maschinenteile, Masseln, Brammen, Knüppel, Schrott, Späne usw., daher weitgehende Verwendung in Hütten- und Stahlwerken.

Bessere Ausnutzung der Lagerplätze, da wegen Fortfall jeder Handarbeit größere Stapelhöhe möglich, außerdem bedeutend größere Leistungsfähigkeit des Kranes, da Lastanbinden oder Füllen und Anhängen des Transportbehälters entfällt. Stromkosten nicht höher als Arbeitslohn, dagegen geleistete Arbeit die vielfache eines Mannes.

Der Hauptnachteil der Lastmagnete, bei Stromunterbrechung durch Kurzschluß u. dgl. die Last fallen zu lassen, verbietet dessen Anwendung bei hochwertigen Maschinen; aus gleichem Grunde darf der Magnetkran nicht über Menschen und Arbeitsmaschinen wegfahren.

Form und Bauart. Meist rund, mit ebenen festen Polflächen, für längliche Stücke rechteckige oder ovale Form. Für Stücke mit unebener Oberfläche Magnete mit beweglichen Polen. Für Fallkugeln, Geschosse, Röhren u. dgl., die an ebener Polfläche nur in wenigen Punkten anliegen würden, feste, aber entsprechend geformte Polschuhe.

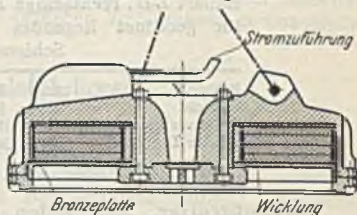


Abb. 312. Rundmagnet.

Abb. 312 zeigt den Querschnitt eines Rundmagneten. Das Gehäuse besteht aus Dynamostahlguß und soll außen völlig glatt sein. Die Spule steckt fest im Gehäuse, soll bequem herausnehmbar sein und die Wärmeausdehnung ermöglichen. Der Magnet hängt mittels dreier Ösen und Ketten im Lashaken.

Üblich ist die Aluminiumwicklung, die gegenüber der Kupferwicklung ein um rund 25 % kleineres Magnetgewicht ergibt, aber bei gleicher Tragkraft einen um rund 25 % stärkeren Strom erfordert.

Leistung. Die Tragkraft ist sehr stark von der Form und der magnetischen Eigenschaft des zu hebenden Gutes abhängig, s. nebenstehende Zusammenstellung.

Es können auch heiße Eisenblöcke, Masseln u. dgl. angehoben werden; bis 400° geringe Abnahme der Leistung, darüber unsicheres Tragen, über 700° kein Tragen mehr.

Mangengehalt des Gutes setzt die Tragfähigkeit herab, Masseln mit über 7 % Mangan sind nicht mehr faßbar.

Strom. Zum Speisen der Magnete dient ausschließlich Gleichstrom. Größere Magnete erfordern Vorschaltwiderstände. Schaltung so einzurichten, daß Selbstinduktion beim Abreißen des Stromes schadlos verläuft. Bei kleinstückigem Gut (Schrott, Späne, Masseln) ist Umpolung erforderlich, damit der Rest abfällt, bei ganzen Stücken ist solches unnötig.

Stromzufuhr durch Hängekabel, besser Straffhaltung des Kabels durch Kabeltrommel, bei Drehkränen durch Flaschenzug am Ausleger.

Bei Drehstrom wird auf dem Kran ein kleiner Umformer aufgestellt; dieser ist billiger als ein Quecksilberdampfgleichrichter, der außerdem wegen der Erschütterungen kaum zulässig ist.



Abmessungen, Gewichte, Stromverbrauch und Hubleistungen  
der Demag-Lastmagnete.

Bauart *LR*, runde Form mit festen Polen und Aluminiumspule,  
für Schrott, Masseln, unregelmäßig liegendes Material.

| Durchmesser | Gewicht | Stromverbrauch | Abreibkraft <sup>1)</sup> | Massive Blöcke | Falkugeln<br>Stahlguß | Kernschrott<br>nicht sperrig | Masseln  | Gußbruch | Drehspäne<br>Gußeisen | Drehspäne<br>Schmiedeseisen |
|-------------|---------|----------------|---------------------------|----------------|-----------------------|------------------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------------|
| mm          | kg      | kW             | kg                        | kg             | kg                    | kg                           | kg       | kg       | kg                    | kg                          |
| 400         | 170     | 0,4            | 6000                      | 1500           | —                     | —                            | —        | —        | —                     | —                           |
| 700         | 270     | 1,7            | 9000                      | 2000           | —                     | —                            | —        | —        | —                     | —                           |
| 900         | 500     | 3,0            | 15000                     | 5000           | 3500                  | 100—200                      | 100—200  | 100—300  | 150—220               | 70—110                      |
| 1100        | 800     | 4,0            | 22000                     | 10000          | 5000                  | 300—500                      | 300—550  | 350—600  | 300—400               | 100—200                     |
| 1300        | 1500    | 5,5            | 36000                     | 15000          | 6000                  | 450—550                      | 450—700  | 500—750  | 500—650               | 200—300                     |
| 1500        | 1850    | 7,25           | 60000                     | 20000          | 8000                  | 600—800                      | 650—900  | 700—1000 | 700—850               | 350—550                     |
| 1750        | 3000    | 10,0           | 76000                     | 23000          | 10000                 | 700—900                      | 850—1250 | 850—1250 | 800—950               | 400—600                     |

Bauart *LB*, rechteckige Form mit beweglichen Polen,  
für geordnet liegendes Material, Blöcke, Träger,  
Schienen u. dgl.

| Polbreite                      | mm | 800  | 1000 | 1600 | 2000 |
|--------------------------------|----|------|------|------|------|
| Gewicht                        | kg | 550  | 620  | 1000 | 1200 |
| Stromverbrauch                 | kW | 1,0  | 1,2  | 2,0  | 2,4  |
| Größte Tragkraft <sup>1)</sup> | kg | 3000 | 4000 | 5500 | 7500 |

Magnetgreifer. Zum Heben von lose zusammenhängenden Schrott-  
stücken oder Eisenspänen werden die Magnete mit Greifern versehen, die selbst-  
tätig arbeiten und keine Greiferwinde erfordern. Abb. 313 zeigt den Magnet-

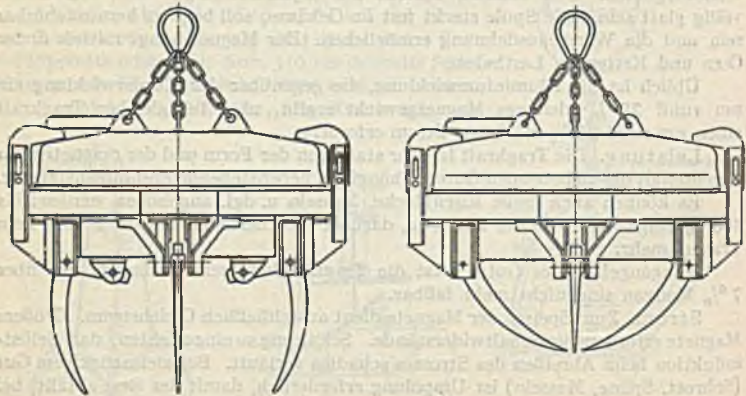


Abb. 313. Demag-Magnetgreifer.

greifer der Demag. Beim Fassen dringen die Greiferarme in den Schrott ein  
und schließen sich dabei gleichzeitig infolge ihrer eigenartigen Form. Dann

<sup>1)</sup> Diese Angaben gelten für ebene, mindestens 100 mm starke schmiedeiserne Platten.

wird der Magnet eingeschaltet und dadurch werden die Greiferarme in ihrer geschlossenen Stellung festgehalten. Auf diese Weise werden die sperrigen Schrottstücke auch mechanisch festgehalten und können aus dem verschlungenen Haufen mit Gewalt herausgezogen werden. Die Greiferarme können am Rundmagnet nachträglich bequem angebracht werden und steigern die Leistung auf ein Vielfaches gegenüber dem einfachen Magnet.

Magnetkrane für Hütten, Stahl- und Walzwerke treten den jeweiligen Aufgaben entsprechend in den verschiedensten Bauarten auf.

Lange Bleche werden von zwei oder mehr Magneten gefaßt, die auf einem an mehreren Strängen hängenden Hilfsträger sitzen. Dasselbe für Träger- und Schienenverladung, wobei die Magnete oft nur zum Beladen einer am gleichen Kran hängenden, heb- und fahrbaren Sammelpritsche dienen oder wobei Zangen selbsttätig die angehobenen Träger umfassen als Sicherung gegen Stromunterbrechung.

Näheres über solche Einrichtungen und Krane s. Aumund, Hebe- und Förderanlagen Bd. 1. Berlin 1926: Julius Springer.

## Verladeanlagen.

(1158) Sie dienen zum Umschlag von Schüttgut zwischen Schiff, Eisenbahn und Lagerplatz und werden je nach den örtlichen Verhältnissen in verschiedenartigster Weise ausgeführt.

### Fahrbare Verladebrücken.

(1159) Mit oben fahrendem Greifer-Drehkran; dieser in der Regel ein Drehscheibenkran mit Gegengewichtsausleger, s. (1137). Größte Leistungsfähigkeit, da der vom Greifer bestrichene Streifen eine Breite gleich der doppelten Kranausladung hat, daher Brückenfahren seltener erforderlich. Dagegen Brücke schwer und teuer, da für die Hauptträger nicht nur das Drehkrangewicht, sondern deren Raddrücke für Auslegerquerstellung maßgebend sind.

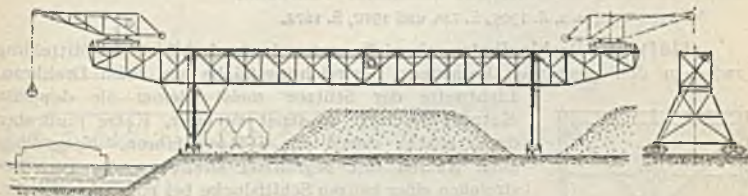


Abb. 314. Verladebrücke mit Drehkran von Mohr & Federhaff.

Eine Pendel- und eine feste Stütze, diese nimmt die Stoßkraft des Kranes an den Brückenenden und den Winddruck in Brückenrichtung auf. Obergurt wird wie bei Laufkränen gleichzeitig durch die Kranlaufraddrücke auf Biegung beansprucht, daher unterteiltes Fachwerk. Brückenraddrücke für ungünstigste Kranstellung und für Winddruck quer zur Brücke bestimmen. Größter Raddruck etwa 30 t, bei großen Brücken werden daher je 2 oder 4 oder 8 Räder in einfachem oder doppeltem Ausgleichsschemel vereinigt. Brücke auf seitliches Kippen untersuchen für Kran in ungünstigster Stellung und Winddruck je nach Standort der Brücke bis 200 kg/m<sup>2</sup>.

Abb. 314 zeigt die Bauart der Brücken von Mohr & Federhaff, Mannheim.



(1160) Mit Greiferkatze und mitfahrendem Führer auf dem Untergurt oder auf besonderer Fahrbahn zwischen den Untergurten laufend, s. (1123). Greifer bestreicht nur den Streifen unter der Brücke, daher öfteres Brückenfahren erforderlich. Außerdem wird wasserseitiger Ausleger wegen der Schiffsmasten durch elektrisches selbsthemmendes Windwerk hochgeklappt und oben durch Fanggabeln verriegelt, während die Katzfahrbahn selbsttätig abgeriegelt wird. Stützen gespreizt und höher als beim Drehkran. Dagegen wesentlich kleineres Brückengewicht, da Katzradrücke  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{1}{5}$  der Drehkranradrücke.

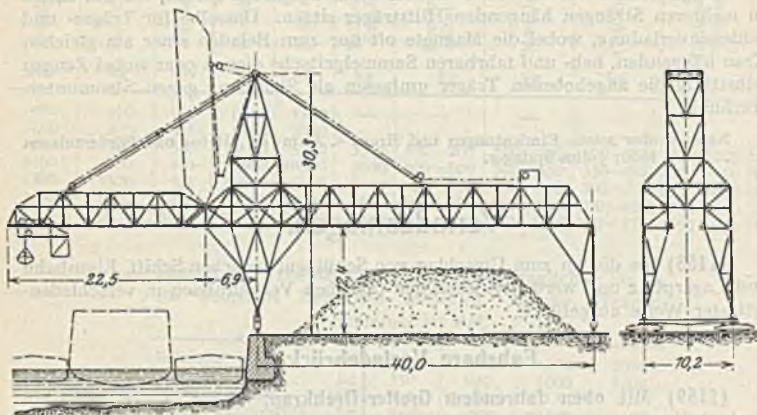


Abb. 315. Verladebrücke mit Führerkatze und Klappausleger.

Abb. 315 zeigt eine Anlage für Hamburg, s. Z. 1912, S. 619, Abb. 316 einen Brückenquerschnitt mit besonderer Fahrbahn.

Weitere Anlagen s. Z. 1909, S. 786 und 1910, S. 1672.

(1161) Mit Drehlaufkatze, ebenfalls unten laufend, bildet ein Mittelding zwischen den genannten Bauarten; Bestreichungsfläche wie beim Drehkran. Lichtweite der Stützen meist kleiner als doppelte Katzenausladung, da sonst zu breit, Katze muß aber dann schräg durch die Stützen fahren. Neuerdings auch Katzen mit begrenzter Drehbewegung zum Bestreichen einer ganzen Schiffslucke bei ruhender Brücke.

Abb. 317 für Harburg (Mohr & Federhaff), s. Z. 1911, S. 1550, Abb. 318 für Rotterdam (Demag), s. VDI.-Nachrichten 1923, Nr. 7a.

Ähnliche Anlage s. Z. 1908, S. 831 (Katze hierzu s. Abb. 271).

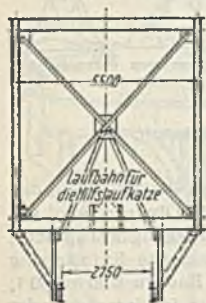


Abb. 316.  
Brückenquerschnitt.

(1162) Brückenfahrwerk. Verschiedene Bauarten üblich.

a) Motor in Brückenmitte, Bewegungsübertragung auf die Laufräder durch Wellen und Kegeiräder, Gelenk- und Ausdehnungskupplungen im Wellenstrang, um die elastischen und Wärmeformänderungen des Fachwerks vom Getriebe fernzuhalten. In der Regel wird die Hälfte aller Laufräder angetrieben. Zur Erzielung ungefähr gleichen Fahrwiderstandes an beiden Brückenfüßen wird von einigen Firmen die Schleifleitung so eingerichtet, daß Fahrwerk nur eingeschaltet werden kann, wenn Kran in Brückenmitte steht.

b) Um mit leichterem Wellenstrang auszukommen, versieht man jeden Brückenfuß mit je einem vollständigen Fahrwerk mit Motor. Zur Erzielung gleicher Fahrgeschwindigkeit bei ungleichen Fahrwiderständen oder bei der durch Abnutzung der Laufrillen hervorgebrachten Ungleichheit der Laufraddurchmesser dient ein durchlaufender Wellenstrang wie oben, der aber schwächer sein darf, da er nur den Unterschied der Fahrwiderstände ausgleicht. Nur bei sehr großen Brücken zweckmäßig.

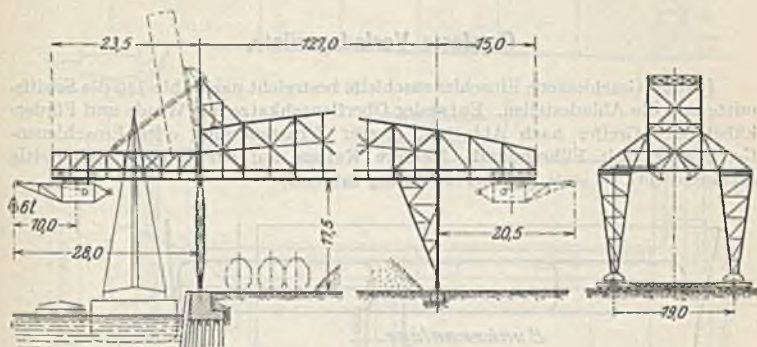


Abb. 317. Verladebrücke mit Drehlaufkatze von Mohr & Federhaff.

c) Bei getrenntem Antrieb der Brückenfüße ist Ausgleich in der Weise herstellbar, daß durch Differentialschalter u. dgl. nach Erreichung einer kleinen Schräglage der Brücke der eine Motor selbsttätig abgeschaltet wird, während der andere noch läuft und die Normallage wieder herstellt. Zuweilen wird eine starke Schräglage (bis  $10^0$ ) zugelassen, was aber besondere Durchbildung der Stützen (Drehgestelle usw.) verlangt. Selbsttätige Endschalter und Zeigervorrichtungen in der Führerhaus sorgen für Nichtüberschreitung dieser Grenzlagen.

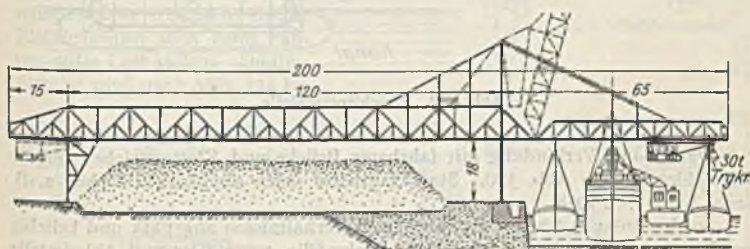


Abb. 318. Verladebrücke mit Drehlaufkatze von Demag.

Bauart a) ist am sichersten, erfordert aber schweren Wellenstrang, wird von Mohr & Federhaff, Mannheim bei den größten Brücken verwendet; Bauart b) ebenfalls bei großen Brücken viel üblich; Bauart c) erfordert umständliche Schaltung und Stützensausbildung und enthält mehrere Störungsquellen.

Bei a) ist Hauptstrommotor zulässig; bei b) und c) zweckmäßig Nebenschlußmotoren, deren Drehzahlen bei verschiedenen Leistungen wenig schwanken, Drehstrommotoren haben ohnehin fast gleichbleibende Drehzahlen.

Über Brücken nach c) s. Z. 1910, S. 797 und 1669, über Vergleich zwischen a) und c) s. Z. 1910, S. 1879.



In allen Fällen ist der Motor für Fahrt gegen mäßigen Wind zu bemessen; Nachlaufbremse mit Bremslüfter erforderlich, die die Brücke bei Stillstand gegen Antrieb durch mittelstarken Wind sichert; außerdem sorgfältigst ausgebildete Verriegelung der Brückenfüße mit den Schienen bei Außerbetriebsetzung als Sicherung gegen Sturm.

Ober große amerik. Verladebrücken s. Bergmann, Z. 1913, S. 645 und 1914, S. 322.

### Ortsfeste Verladegerüste.

(1163) Geschlossene Einschienenschleife bestreicht nach Abb. 319 die Schiffsmitte und die Abladestellen. Entweder Oberflanschkatze mit Winde und Förderkübel oder Greifer nach Abb. 307, hierfür Fernsteuerung, oder Einschiene-Greiferkatze mit Führerstand. Mehrere Katzen auf der Schleife gleichzeitig arbeitend und in stets gleicher Richtung fahrend.

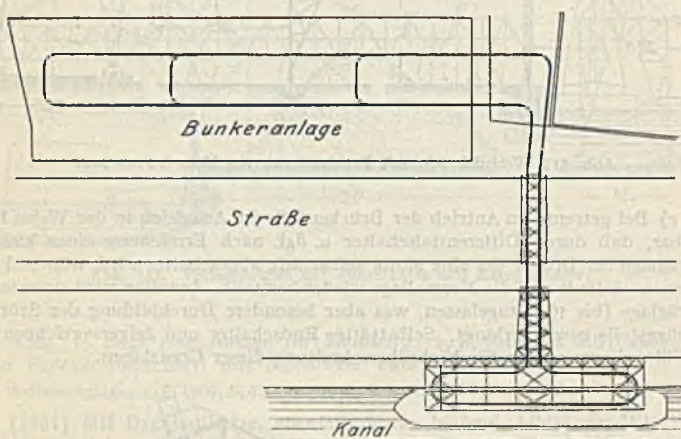


Abb. 319. Einschienenschleife.

Dasselbe in Verbindung mit fahrbarer Brücke und Kletterweichen für die Fahrachse nach Abb. 320. Statt fahrbarer auch drehbare Brücke, z. B. nach Z. 1911, S. 1058.

Solche Anlagen können den jeweiligen Verhältnissen angepaßt und beliebig erweitert werden und sind besonders zweckmäßig, wenn Ufer und Abladestelle auseinanderliegen, auch können Verkehrswege, wie Straßen und Bahngeleise, leicht überbrückt werden.

Leistungssteigerung in einfachster Weise durch Einstellung weiterer Katzen möglich.

### Verladegerüste mit fester Winde.

(1164) Wagrechte Katzenbahn. Seilführung nach Abb. 321. Heben und Senken: Trommel 2 fest, Trommel 1 vom Motor angetrieben. Fahren ohne lotrechte Lastbewegung: Trommel 1 mit 2 gekuppelt und angetrieben. Hub- und Fahrgeschwindigkeit gleich. Bei Abb. 322 Fahrgeschwindigkeit =  $2 \times$  Hubgeschwindigkeit.

Beide Anordnungen geeignet zum Einhängen eines Einseilgreifers oder eines Kippkübels. Abb. 321 auch anwendbar bei Zweiseilgreifer, wobei Trommel 1 als Hub- und Entleerungstrommel auszubilden ist.

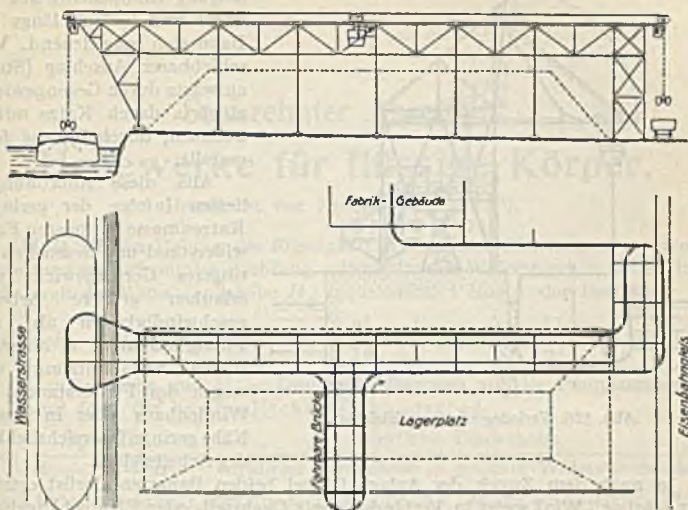


Abb. 320. Einschienenbahn mit fahrbarer Brücke.

Seilführung nach Abb. 323 mit Windentrommel 1 und Fahrtrommel 2, je durch einen Motor angetrieben, demnach lotrechte und wagrechte Lastbewegung unabhängig voneinander und gleichzeitig möglich.

Fahrwiderstand und Lastseilabnutzung erheblich, da die Flaschenrollen auch beim Fahren unter Last stehen. Abhilfe: Flasche wird nach Abb. 324 bis

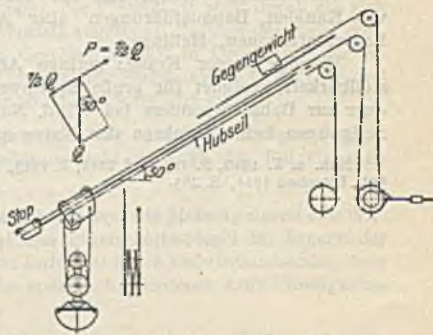
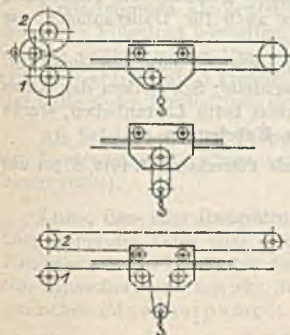
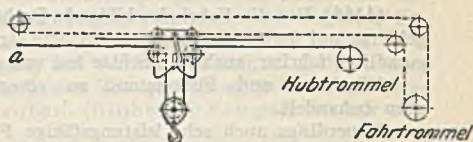


Abb. 321 bis 323. Katze mit ortsfestem Hub- u. Fahrwerk. Abb. 324 u. 325. Katze mit ortsfestem Hub- u. Fahrwerk.

zur Katze hochgezogen und dort verriegelt, so daß Lastseil spannungslos wird; geeignet für Kippkübelbetrieb bei unveränderlicher Schütthöhe.



(1165) **Schräge Katzenbahn** nach Abb. 325 für kürzere Förderwege mit Einseilgreifer oder Kippkübel: ein Hubseil mit  $P=Q:2$ , da Greifer in Losrolle hängend; bei  $30^\circ$  Bahneigung Komponente aus Gewicht und Seilzug längs der Bahn sich ausgleichend. Verschiebbarer Anschlag (Stop), aufwärts durch Gegengewicht, abwärts durch Katze mitgenommen, durch Bremse festgestellt.

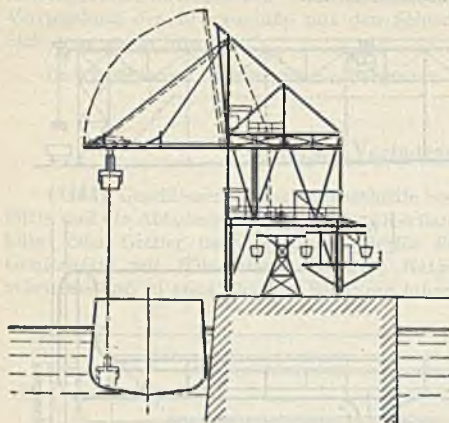


Abb. 326. Verladegerüst von Bleichert.

Alle diese Anordnungen liefern infolge der geringen Katzenmasse geringeren Fahrwiderstand und wesentlich geringeres Gerüstgewicht und erlauben größere Arbeitsgeschwindigkeiten als mit Führerlaufkatze, hingegen starke Seilabnutzung und wegen des Führerstandes im Windenhaus oder in dessen Nähe geringe Übersichtlichkeit des Arbeitsfeldes.

Je nach dem Zweck der Anlage ist bei beiden Bauarten Gerüst ortsfest oder fahrbar. Wird meist in Verbindung mit Drahtseil- oder Elektrohängebahn gebracht, wie z. B. nach Abb. 326 (Bleichert).

## Seilbahnkrane.

(1166) Das die Fahrbahn bildende Drahtseil ist an zwei Stützgerüsten aufgehängt und durch eine Spannvorrichtung straff gehalten. Stützen ortsfest oder geradlinig fahrbar, auch eine Stütze fest und die andere im Kreise fahrbar.

Windwerk und Führerstand an einer Stütze, Seilführung ähnlich wie oben behandelt.

Neuerdings auch sehr leistungsfähige Führerkatzen.

Verwendung vorzugsweise für vorübergehende Zwecke, wie Aushebung von Kanälen, Bauausführungen aller Art, aber auch für Daueranlagen wie Lagerplatzkranen, Hellinge.

Vorzüge dieser Krane: geringe Anschaffungskosten und bequeme Aufstellbarkeit, geeignet für große Spannweiten. Nachteile: Schwanken der Katze quer zur Bahn, besonders bei Wind, Nachgiebigkeit beim Lastanheben, starke Steigungen beim Anfahren der Katze nach den Kabelenden.

Näh. s. Z. 1910, S. 763 und 2214, Z. 1913, S. 117; mit Führerkatze Z. 1916, S. 501 und 551, Eisenbau 1914, S. 285.

## Sechzehnter Abschnitt.

# Hebewerke für flüssige Körper.

Bearbeitet von Prof. P. Gerlach<sup>1)</sup>.

(1167) Mit der Hebung der Flüssigkeit in vertikaler Richtung ist meist eine Fortleitung in horizontaler Richtung verknüpft; der Widerstand in der Leitung wird durch die Widerstandshöhe  $H_e$  berücksichtigt entspr. der Beziehung

$$H = H_s + H_d + H_e = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} - \left( H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} \right), \text{ vgl. (921),}$$

mit  $H_s$  = Saughöhe und  $H_d$  = Druckhöhe (bezogen auf die Pumpenachse).

Damit folgt der hydraulische Wirkungsgrad

$$\epsilon = \frac{H_s + H_d}{H_s + H_d + H_e} = \frac{\text{wirkliche Förderhöhe}}{\text{wirkliche Förderhöhe} + \text{gesamte Widerstandshöhe}}$$

der ein Urteil ermöglicht über die in der Pumpe und Leitung auftretenden Widerstände. Je nach Art der Flüssigkeitshebung werden unterschieden

**Verdrängerpumpen** als Kolbenpumpen mit hin- und hergehender oder oszillierender Bewegung des (Scheiben- oder Plunger-)Kolbens, oder als Membran- (Diaphragma-)Pumpen, bei denen der Ventilkolben durch eine Membrane (mit Kugeldruckventil) ersetzt ist; oder als Flügelumpen mit schwingender Bewegung des Ventilkolbens oder als Rotations-(Kapsel- oder Zahnrad-) Pumpen mit stetiger Drehbewegung des Verdrängers oder als Schraubenkolbenpumpen mit hin- und hergehender Bewegung unter gleichzeitiger Drehung des Kolbens oder als Schrauben- (Globoid-) Pumpen mit nur sich drehendem Kolben (Schnecke).

**Kreiselpumpen als Zentrifugalpumpen:** der Flüssigkeit wird durch ein sich drehendes Flügelrad lebendige Kraft (Wucht) zugeführt. Zufolge der mehr oder weniger vollkommenen Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck und der erzeugten (zentrifugalen) Pressung findet eine stetige Strömung im Druckrohr und (im Falle Aufrechterhaltung der Kontinuität) im Saugrohr statt.

**Als Schrauben- und Propellerpumpen** mit 2—3 schraubenförmigen Flügeln des Laufrades und nahezu axialer Strömungsrichtung (vgl. die Flügelradturbinen (954)).

**Luft-, Gas- oder Dampfdruckpumpen**, bei denen die Hebung durch die Wirkung gepreßter Gase oder Dämpfe auf den Flüssigkeitsspiegel im Innern der Pumpe erzielt wird oder aber die gepreßte Luft tritt in ein tief eintauchendes Rohr ein, expandiert und bewirkt Steigen des spezifisch leichteren Luft-Flüssigkeitsgemisches (Mammutpumpe).

**Wasser- oder Luft- oder Dampfstrahlpumpen:** der aus einer Düse tretende Flüssigkeitsstrahl wirkt saugend und reißt die sie umgebende Flüssigkeit mit.

<sup>1</sup> Mit Ausnahme der Schöpfwerke und Wasserschrauben und des Abschnittes Zentrifugalpumpen unter Benutzung von H. Berg: „Die Kolbenpumpen einschließlich der Flügel- und Rotationspumpen“, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1921.



## Kolbenpumpen.

(1168) Bestandteile: Saugleitung mit Saugkorb und Saugventil; Zylinder mit Kolben, Kolbenstange und Stopfbüchse; Druckventil und Druckleitung; Gestell mit Antrieb; Armaturen.

Nach Art der Wirkungsweise einfach oder doppeltwirkend: abwechselnd während einer Umdrehung je einmal oder bei jedem Hube saugend und drückend.

Nach Art des Kolbens Unterscheidung in (Saug- und Druck-) Pumpen mit Scheibenkolben, Plungerkolben, Differentialkolben (Differentialpumpen): einfach saugend und doppelt drückend. Und mit Ventilkolben für Saug- und Hubpumpen.

Außerdem Unterscheidung nach:

Lage der Zylinderachse: liegende und stehende Pumpen.

Art der Aufstellung: freistehende (Gestell-)Pumpen und Wandpumpen.

Zahl der Pumpenzylinder: einfache —, Zwilling-, Drillingspumpen.

Art des Antriebes: Hand-, Transmissionspumpen (unmittelbar oder durch Zahnräder, Riemen angetrieben) und motorisch angetriebene Pumpen;

Art der Verwendung: Brunnen-, Speisepumpen, Pumpen für Wasserversorgungen und Kanalisationen und solche für besondere Zwecke: Schmierpumpen, Warmwasserpumpen u. a.

(1169) Saugwirkung. Die Anwendung der erweiterten Bernoullischen Gleichung, (905), hat Aufrechterhaltung des Zusammenhanges der Saugwasser-säule zur Voraussetzung: es darf kein Abreißen derselben stattfinden, die Flüssigkeit muß in dauernder Berührung mit dem Kolben sein. Zu diesem Zwecke muß die Pressung zwischen Wasser und Kolben größer sein als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung, andernfalls Dampfbildung erfolgt. Unter Beachtung, daß Punkt *II* in der Tiefe  $(H_s - e_4 + x)$  unter Punkt *I* (im Flüssigkeitsspiegel außerhalb der Saugleitung) liegt, daß in diesen Punkten die Geschwindigkeiten  $c_x$  (Kolben) bzw.  $0$  vorhanden sind und daß die Arbeit der mit  $c_x$  veränderlichen Trägheitskraft negativ ist, folgt Abb. 1 mit  $p_a$  als Atmosphärenpressung aus

$$\gamma [-(H_s - e_4 + x) - A_s - H_{e_s}] = p_{x_s} - p_a + \gamma \frac{c_x^2}{2g},$$

$$H_s = \frac{p_a - p_{x_s}}{\gamma} - A_s - H_{e_s} - \frac{c_x^2}{2g} + e_4 - x.$$

Hiernach ist die größtmögliche Saughöhe  $H_s$  abhängig von der Wasserbarometerhöhe  $\frac{p_a}{\gamma}$  und von der Druckhöhe  $\frac{p_{x_s}}{\gamma}$ ; je größer diese, um so kleiner unter sonst gleichen Umständen  $H_s$ : heißes Wasser muß der Pumpe ohne Saugventil zulaufen. Ferner hängt  $H_s$  ab von der Geschwindigkeit  $c_x$ , der Widerstandshöhe  $H_{e_s}$ , der Beschleunigungsdruckhöhe  $A_s$ , die proportional ist der zu beschleunigenden Masse und von  $e_4 - x$ . Im Falle fehlenden Saugwindkessels kommt der gesamte Wasserweg zwischen Kolben und Saugrohereintritt in Betracht und ist zufolge Abb. 1

$$A_s = \frac{1}{g} \cdot b_x \left( x + L_1 \frac{F}{F_1} + L_2 \frac{F}{F_2} \right).$$

Im Falle horizontaler Zylinderachse, Abb. 2, gilt

$$\gamma [-(H_s - e_4 + \frac{1}{2}D) - A_s - H_{e_s}] = p_{D/2} - p_a + \gamma \frac{c_x^2}{2g}$$

und

$$p_{D/2} - \gamma(e_4 - D/2) \geq p_a.$$

Bei vorhandenem Saugwindkessel ist die Geschwindigkeit in der Saugleitung nahezu konstant, und, nach Abb. 1,

$$A_s = \frac{1}{g} b_x \left( x + L_1 \frac{F}{F_1} \right).$$

Je kleiner  $L_1 \frac{F}{F_1}$ , desto kleiner  $A_s$ , um so größer unter sonst gleichen Umständen die zulässige Saughöhe.  $c_x$  und  $b_x$  können unter Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit festgestellt werden. Die Widerstandshöhe  $H_{e_d}$  setzt sich zusammen aus dem Eintrittswiderstand ins Saugrohr; es ist etwa:

$\zeta = 0,5$  für das zylindrische Saugrohr,

$\zeta = 0,1$  für das trichterförmig ausgerichtete Rohr,

$\zeta \sim 1,5$  die Widerstandszahl für den Durchgang durch den ev. vorhandenen Saugkorb, abhängig von Lochanzahl, -weite und -form;

$\zeta \geq 2$  die Widerstandszahl für den Durchgang durch das Fußventil.

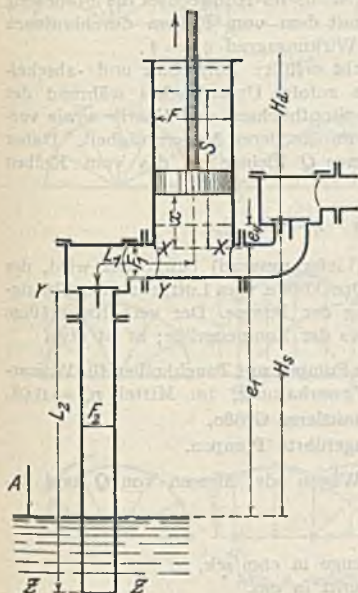


Abb. 1.

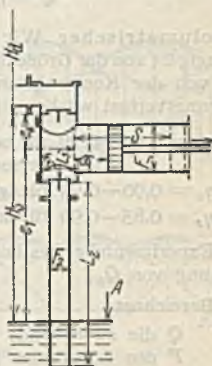


Abb. 2.

Ferner kommen in Betracht der Reibungs- und der Krümmungswiderstand, nach (909) bzw. (907) zu berechnen, die aus den mit plötzlichen Querschnittsübergängen verknüpften Widerstände, vgl. (908) und der Ventilwiderstand, vgl. (1178).

**Druckwirkung.** Für diese gilt entsprechend im Falle Ausgusses in die Atmosphäre

$$\gamma \left[ - (H_d + e_d - x) - A_d - H_{e_d} \right] = p_a - p_{x_d} + \gamma \frac{c_d^2 - c_x^2}{2g},$$

folglich

$$\frac{p_{x_d} - p_a}{\gamma} = H_d + A_d + H_{e_d} + \frac{c_d^2 - c_x^2}{2g} + e_d - x.$$

Hiernach ist die Überdruckpressung abhängig von der Druckhöhe  $H_d$ , die praktisch begrenzt ist durch die Widerstandsfähigkeit der Baustoffe bzw. Beherrschung der Abmessungen der Getriebeteile; ferner vom Zuwachs der Wucht, von der Widerstandshöhe  $H_{e_d}$ , von der Beschleunigungsdruckhöhe  $A_d$



die ähnlich wie  $A_1$  zu bestimmen ist, und von der Kolbenstellung  $\alpha$ . Je kleiner die zu beschleunigende Masse zwischen dem Kolben und dem etwa vorhandenen Druckwindkessel, hinter dem die Geschwindigkeit nahezu konstant ist, desto kleiner ist der anteilige Überdruck.

(1170) Fördermenge und volumetrischer Wirkungs- (Lieferungs-)grad. Sofern in jedem Augenblicke das vom Kolben während des Saugens freigegebene Volumen von der Flüssigkeit ausgefüllt wird und auf der Druckseite Leckverluste durch Undichtheiten (Kolben, Stopfbüchse, Rohrleitung) nicht auftreten und wenn insbesondere im Augenblick der Bewegungsumkehr des Kolbens die Ventile schließen bzw. öffnen, also keine Flüssigkeit in den Zylinder bzw. in die Saugleitung zurücktritt, d. h. im Hubwechsel die Förderung beginnt, dann stimmt die Fördermenge mit dem vom Kolben durchlaufenen Volumen überein, ist der volumetrische Wirkungsgrad  $\eta_v = 1$ .

Genannte Voraussetzungen sind nicht erfüllt: Luftgehalt und -abscheidung, Luftertritt durch die Stopfbüchse zufolge Unterdruckes während des Saugens; Undichtheiten des Kolbens, der Stopfbüchsen und Ventile sowie verspätetes Öffnen und Schließen derselben infolge deren Massenträgheit. Daher ist die tatsächlich geförderte Wassermenge  $Q$  kleiner als das vom Kolben durchlaufene Volumen. Es wird gesetzt

$$Q = \eta_v Q_0, \quad \text{worin} \quad \eta_v = Q : Q_0$$

als volumetrischer Wirkungsgrad (Lieferungsgrad) bezeichnet wird, der abhängig ist von der Größe der Saug- und Druckhöhe, vom Luftgehalt der Flüssigkeit, von der Konstruktion und Wartung der Pumpe. Der verhältnismäßige Lieferungsverlust wächst mit der Abnahme der Pumpengröße; es ist etwa

$$\begin{aligned} \eta_v &= 0,97-0,99 \text{ für beste und große Pumpen mit Tauchkolben für Wasser-} \\ &\quad \text{versorgung und Wasserhaltung, im Mittel } \eta_v = 0,98, \\ \eta_v &= 0,90-0,95 \text{ für gute Pumpen mittlerer Größe,} \\ \eta_v &= 0,85-0,90 \text{ für kleine, gut ausgeführte Pumpen.} \end{aligned}$$

Experimentelle Bestimmung durch Wägen oder Messen von  $Q$  und Berechnung von  $Q_0$ .

Bezeichnet

$$\begin{aligned} Q &\text{ die zu hebende Flüssigkeitsmenge in cbm/sek,} \\ F &\text{ den wirksamen Kolbenquerschnitt in qm,} \\ c_m &\text{ die mittlere Kolbengeschwindigkeit in m/sek,} \\ S &\text{ den Kolbenhub in m,} \\ n &\text{ die Umlaufzahl in der Minute,} \end{aligned}$$

so ist

$$Q = \eta_v F i \frac{S n}{60} = \eta_v F i \frac{c_m}{2},$$

worin  $i = 1$  für einfachwirkende,  $i = 2$  für doppeltwirkende Pumpen.

Unter Annahme von  $\eta_v = 1$  ist die elementare Fördermenge  $dQ_0 = F ds = F c_x dt$ ; im Falle Antriebes durch ein normales Kurbelgetriebe mit  $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{konst.}$  und  $L = \infty$  ist zufolge

$$s = R(1 - \cos \varphi) \quad \text{und} \quad ds = R \sin \varphi d\varphi,$$

auch  $dQ_0 = FR \sin \varphi d\varphi$ . Durch Auftragung von  $R \sin \varphi$  als Ordinaten zu den Winkeln  $\varphi$  als Abszissen, Abb. 3, wird die Lieferungskurve erhalten; die von ihr begrenzte, über  $2\pi$  stehende Fläche ist die Fördermenge je Umdrehung für  $FR = 1$ .  $Q_0$  folgt durch Planimetrierung dieser Fläche und

Multiplikation des Ergebnisses mit  $FR$ . Rechnerisch folgt für die einfach wirkende Pumpe

$$Q_0 = FR \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = 2FR = FS.$$

Die Elementarmengen sind den veränderlichen Kolbengeschwindigkeiten proportional, der Mittelwert ist die Höhe des über  $2\pi$  stehenden Rechtecks

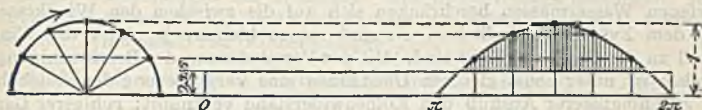


Abb. 3, einfach wirkend.



Abb. 4, doppelt wirkend.

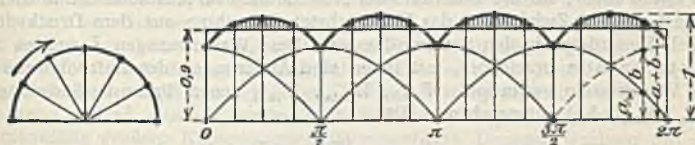


Abb. 5, einfach wirkender Zwilling.

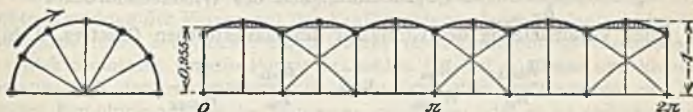


Abb. 6, einfach wirkender Drilling.

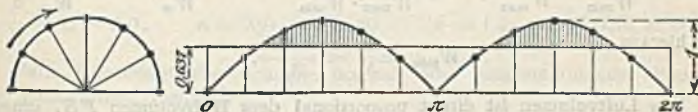


Abb. 7, Differentialpumpe.

Abb. 3—7: Lieferungskurven.

(für  $FR = 1$ ). Je kleiner die in den Abbildungen 3—7 überstehenden schraffierten Flächen sind, desto gleichförmiger ist die Förderung. Abb. 4 versteht sich für eine doppeltwirkende, Abb. 5 für zwei unter  $90^\circ$  gekuppelte einfach wirkende Pumpen, während Abb. 6 die Lieferungskurve dreier um  $120^\circ$  versetzter einfach wirkender Pumpen und Abb. 7 die einer Differentialpumpe (einfach saugend und doppelt drückend) erkennen läßt.

Der schraffierte Überschuß ( $FR = 1$ ) der Förderung über die mittlere (gleichmäßig geförderte) Menge wird in den Druckwindkessel gedrückt, die Pressung in ihm steigt; gleichmäßige Förderung wird dadurch erreicht, daß der gleich große Fehlbetrag dem Druckwindkessel entnommen wird, die Pressung in ihm sinkt.



(1171) Windkessel. Zufolge der nur wenig veränderlichen Windkessel-  
 pressungen  $h_s$  und  $h_d$  sind der Unterdruck  $\frac{p_a}{\gamma} - h_s$  bzw. der Überdruck  
 $h_d - \frac{p_a}{\gamma}$  und damit die Wassergeschwindigkeiten in der Saugleitung bis zum  
 Windkessel und in der Druckleitung von diesem ab nahezu konstant. Die  
 nach Maßgabe des Bewegungsgesetzes des Kolbens der Beschleunigung unter-  
 worfenen Wassermassen beschränken sich auf die zwischen den Windkesseln  
 und dem Zylinder befindlichen, sie sind um so kleiner, je näher die Wind-  
 kessel an die Pumpe gerückt sind. Mit der Verminderung des Beschleunigungs-  
 druckes ist unter sonst gleichen Umständen eine Vergrößerung der Saughöhe,  
 ein gleichmäßiger Ausfluß und Kolbenwiderstand verknüpft: ruhigerer Gang  
 und Verminderung der Größtbeanspruchung der Getriebeteile. Die Anordnung  
 von Windkesseln ermöglicht Steigerung der Umlaufzahl, ohne Wasser- oder  
 Ventilschlag befürchten zu müssen und erleichtert die Ingangsetzung durch  
 die mit normaler Drehzahl laufende Antriebsmaschine, deren Leistung im  
 wesentlichen vorerst von den Windkesseln aufgenommen wird.

(1172) (Statisch volumetrische) Windkessel-Berechnung. Wie  
 unter (1170) ausgeführt, strömt die in den Abb. 3—7 schraffiert angedeutete  
 Wassermenge in den Druckwindkessel bzw. wird aus dem Saugwindkessel zusätz-  
 lich entnommen; für die unterhalb der Horizontalen im Abstände der mittleren  
 Höhe liegenden Zwickel gilt das Umgekehrte: Entnahme aus dem Druckwind-  
 kessel, Einströmen in den Saugwindkessel. Diese Wassermengen  $J$  werden als  
 fluktuierende bezeichnet, mit ihnen sind Änderungen des Luftvolumens in  
 den Windkesseln verknüpft ( $W_{\max}$ ,  $W_{\min}$ ,  $W_m$ ), denen Pressungsänderungen  
 ( $h_{\max}$ ,  $h_{\min}$ ,  $h_m$ ) entsprechen. Mit

$$W_{\max} - W_{\min} = J$$

$$\text{und } \delta_p = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{h_m} = \text{Ungleichförmigkeit des Windkesseldruckes}$$

folgt unter Voraussetzung der Gültigkeit des Mariotteschen Gesetzes, d. h.

$$\frac{h_{\max}}{h_m} = \frac{W_m}{W_{\min}} \quad \text{und} \quad \frac{h_{\min}}{h_m} = \frac{W_m}{W_{\max}}$$

$$\delta_p = \frac{W_m}{W_{\min}} - \frac{W_m}{W_{\max}} = W_m \frac{W_{\max} - W_{\min}}{W_{\max} \cdot W_{\min}} \sim \frac{W_{\max} - W_{\min}}{W_m} = \frac{J}{W_m}$$

und hieraus

$$W_{\min} = \frac{J}{\delta_p} = \frac{kFS}{\delta_p}$$

Das Luftvolumen ist direkt proportional dem Hubvolumen  $FS$ , unge-  
 kehrt proportional dem Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_p$  und direkt abhängig von  
 $k$ , d. h. vom Pumpensystem. Hiernach sind die aus der Tabelle ersichtlichen  
 Werte von  $\frac{W_m}{FS}$  für verschiedene Ungleichförmigkeitsgrade  $\delta_p$  erforderlich.

| $\delta_p$ | $\frac{W_m}{FS}$                         |  |
|------------|--|--|
|            | einfach wirkende<br>Pumpe ( $k = 0,55$ ) | doppelt wirkende<br>Pumpe ( $k = 0,21$ ) |
| 0,01       | 55                                       | 21                                       |
| 0,02       | 27,5                                     | 10,5                                     |
| 0,03       | 18,3                                     | 7  |
| 0,04       | 13,7                                     | 5,2                                      |
| 0,05       | 11                                       | 4,2                                      |

In Wirklichkeit sind mit den Windkesselpressungen auch die Geschwindigkeiten in den Leitungen veränderlich, und zwar um so mehr, je größer die Pressungsänderung, je größer die mittlere Pressung, d. h. je kürzer (kleiner) die Saugleitung (-höhe) und je größer die Druckhöhe ist, je kleiner die Umlaufzahl und die mittlere Wassergeschwindigkeit ist. Über die Berechnung mit Rücksicht auf das Ingangsetzen der Pumpe vgl. H. Berg, „Die Pumpen“, S. 103 u. ff. und hinsichtlich der im Windkessel tatsächlich sich abspielenden Vorgänge, Schwingungen mit Resonanz- und Interferenzerscheinungen, siehe Z. 1911, S. 842 und F. A. Heft 129: Gramberg, „Wirkungsweise und Berechnung der Windkessel von Kolbenpumpen“.

(1173) Das vom Kolben verdrängte Volumen ist zufolge  $Q_0 = iF \frac{Sn}{60} = \frac{Q}{\eta}$ ,

abhängig von  $S$ ,  $D$  und  $n$ .

Die Umlaufzahl  $n$  ist rücksichtlich der Saugfähigkeit, rechtzeitigen Ventilschlusses, ruhigen Ganges und guten Gesamtwirkungsgrades begrenzt. Für kleine und mittlere Leistungen gelten

als langsamlaufende Pumpen solche mit  $n = 40-60$

als normallaufende „ „ „ „  $n = 60-160$

und solche mit  $n > 160$  als schnelllaufende. Mit der Umlaufzahl  $n$  nimmt bei gleichbleibender Wasserlieferung das Hubvolumen zufolge  $FS = 60 Q_0 : (in)$  ab, und sofern die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m = S \cdot n / 30$  die gleiche bleibt, folgt  $S$  umgekehrt proportional  $n$ . Je kleiner  $S$  desto größer  $F$  und damit die Kolbenkräfte: stärkeres Getriebe. Rücksichtlich normaler Abmessungen (Zapfen und Lager) desselben werden große Förderhöhen durch kleine Querschnitte und größere Hübe (und kleinere Umlaufzahlen) beherrscht. Die Beschleunigung und die Massenkräfte sind bei gegebener Umlaufzahl proportional dem Hube und wachsend mit  $n^2$ , deshalb werden schnelllaufende Pumpen kurzhubig mit verhältnismäßig großem Kolbenquerschnitt ausgeführt. Dagegen wachsen mit abnehmendem Hub die Ventilgröße und die Durchflußquerschnitte, die Abnützung der Ventile und Lebensdauer der Pumpe. Guter Gesamtwirkungsgrad spricht für direkte Kupplung der Pumpe mit der Kraftmaschine, deren Umlaufzahl im Falle großer Leistungen bei Antrieb durch Dampf- oder Verbrennungskraftmaschinen oder Elektromotoren für die Pumpe brauchbar ist. Bei mittleren und kleineren Leistungen ist dagegen entweder die Umlaufzahl der Kraftmaschine im Falle direkter Kupplung auf die der Pumpe zu ermäßigen oder es ist zwischen beide Maschinen eine Übersetzung einzuschalten. Bewährte Ausführungen zeigen

$$\frac{S}{D} = 1,3-2,0, \quad n = 250-150-40, \quad c = 1,2-0,80-0,40 \text{ m/sek}$$

im Falle Riemenantriebes schnell-, normal- oder langsamlaufender Pumpen mit selbsttätigen Ventilen;

$$\frac{S}{D} = 2,0-4,5, \quad n = 70-20, \quad c = 0,66-2,0 \text{ m/sek}$$

für Wasserwerkmaschinen mit Dampftrieb und selbsttätigen bzw. gesteuerten Ventilen, vgl. (1181) und Abb. 18;

$$\frac{S}{D} = 3,25-5,5, \quad n = 160-50, \quad c \sim 2 \text{ m/sek}$$

für Wasserhaltungsmaschinen mit Dampftrieb.

(1174) Pumpenarbeit und Wirkungsgrade. Die indizierte, d. i. die aus dem Indikatordiagramm berechnete Pumpenleistung folgt zu

$$N_i = \gamma Q (H + H_p) : 75 = \gamma Q H_i : 75,$$

die nutzbar gemachte Leistung ist  $N_n = \gamma Q H : 75$ .



Mit dem hydraulischen Wirkungsgrad  $\eta_h = H : (H + H_e)$  folgt der indizierte Wirkungsgrad zu

$$\eta_i = QH : [Q_0 (H + H_e)] = \eta_v \cdot \eta_h.$$

Die Antriebsleistung der Pumpe ist  $N = N_i : \eta_m$ , worin  $\eta_m = N_i : N$  den mechanischen Wirkungsgrad bezeichnet. Und aus  $\eta = N_n : N = \text{Gesamtwirkungsgrad}$  folgt

$$\eta = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m = \eta_i \cdot \eta_m = 0,80 - 0,90.$$

(1175) **Ventile.** Sie haben die Aufgabe, abwechselnd die Verbindung des Zylinders mit dem Saug- und dem Druckraum herzustellen und im übrigen diese Räume durch dichten Ventilschluß gegeneinander abzuschließen. Unterscheidung in selbsttätige und gesteuerte Ventile, je nachdem die Ventilbewegung selbsttätig unter Einwirkung der am Ventil tätigen Kräfte erfolgt oder die Ventilbewegung eine (durch Steuerungen) teilweise oder vollständig erzwungene ist.

Nach Art des Ventilspiels werden Hubventile und Klappenventile unterschieden. Statt der Ventile finden auch (seltener) Schieber Verwendung. Die beiden ersten Gruppen können selbsttätig arbeiten, Schieber müssen gesteuert werden.

(1176) **Ventilbelastung von Hubventilen.** Unter Hinweis auf die hierüber (wie über die Berechnung der Ventile) vorliegende Veröffentlichung Stück-

les<sup>1)</sup> sei hier das Folgende bemerkt. Das mit konstanter Geschwindigkeit  $c_1$  durch den Ventilsitz strömende Wasser übt zufolge Ablenkung durch den Ventilteller, der in der Höhe  $h$  über dem Sitz frei schwebt, eine Kraft  $P$  aus, die sich im Beharrungszustande ins Gleichgewicht setzt mit dem Gewicht  $G_w$  des Ventils samt etwaiger Feder im Wasser und dem Federdruck  $P_f$ ; der Zusammenhang zwischen beiden drückt sich nach Bach<sup>2)</sup> für die von ihm untersuchten Tellerventile mit ebener, konkaver und erhabener Unterfläche, Abb. 8, aus durch die Beziehung

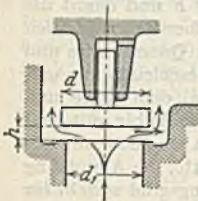


Abb. 8.

$$P_1 = G_w + P_f = \gamma f_1 \frac{c_1^2}{2g} \left[ \alpha + \left( \frac{f_1}{\mu_1 h l_1} \right)^2 \right] = \gamma f_1 \frac{c_1^2}{2g} \left[ \alpha + \left( \frac{d_1}{4 \mu_1 h} \right)^2 \right],$$

worin noch bezeichnet  $l_1 = \pi d_1$  den Umfang von  $f_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2$ , und  $\alpha$  sowie  $\mu_1$  Erfahrungszahlen, abhängig von der Ventilkonstruktion. Aus

$$h = \frac{f_1 c_1}{\mu_1 l_1 \sqrt{2g(G_w + P_f) - \alpha c_1^2}}$$

ist ersichtlich, daß bei gegebener Ventilbelastung die Hubhöhe  $h$  mit  $c_1$ , d. h. mit der Durchflußmenge zunimmt und daß mit wachsender Ventilbelastung unter sonst gleichen Umständen  $h$  abnimmt.

Wird gesetzt  $\alpha + \left( \frac{f_1}{\mu_1 h l_1} \right)^2 = \zeta_1$ , so folgt nach Berg<sup>3)</sup> für das in der Höhe  $h$  ruhig schwebende Ventil

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{\zeta_1}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f_1}}$$

<sup>1)</sup> „Die selbsttätigen Pumpenventile in den letzten 50 Jahren“. Berlin: Julius Springer 1925.

<sup>2)</sup> C. Bach, „Versuche über Ventilbelastung und Ventilwiderstand“. Berlin: Julius Springer 1884.

<sup>3)</sup> a. a. O. S. 135.

oder zufolge Proportionalität von  $c_1$  und  $c_{sp}$  (Spaltgeschwindigkeit) mit

$$\frac{G_w + P_f}{\gamma f_1} = \zeta_{sp} \frac{c^2}{2g} \quad \text{auch} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{sp}}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f_1}},$$

und für die auf  $f$  bezogene Ventilbelastung nach Maßgabe der Beziehung

$$\frac{G_w + P_f}{\gamma f} = \zeta \frac{c^2}{2g}$$

endlich

$$c = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f}},$$

worin  $\zeta$  von der Ventilkonstruktion und vom Ventilhub abhängt.

Damit folgt

$$h = \frac{f_1 c_1}{\alpha l c} = \frac{f_1 c_1}{\frac{\alpha}{\sqrt{\zeta}} l \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{f \gamma}}} = \frac{f_1 c_1}{\mu l \sqrt{2g b}},$$

sofern  $\frac{\alpha}{\sqrt{\zeta}} = \mu$  und  $\frac{G_w + P_f}{f \gamma} = b$ , d. i. die auf die Ventilfläche  $f$  bezogene Ventilbelastung in m Flüssigkeitssäule. Wegen

$$h = \frac{f_1 c_1}{\alpha l c_{sp}}$$

folgt noch

$$\alpha c_{sp} = \mu \sqrt{2g b}.$$

Für das spielende Ventil, bei dem  $h$  und die Geschwindigkeit  $c_1$  nach Maßgabe der Kontinuitätsgleichung

$$F \cdot c_x = f_1 c_1$$

veränderlich sind, treten zur Ventilbelastung noch der Trägheitswiderstand der bewegten Massen und die Führungswiderstände; die aus dem Ventilspalt  $\pi d \cdot h$  austretende Wassermenge ist kleiner, als die durch den Ventilsitz größer,

fließende bei steigendem Ventil (Westphalsches Gesetz). Bezeichnet:

$f$  den Querschnitt des Ventiltellers,

$c_v$  die Ventilgeschwindigkeit,

$\alpha$  eine von der Geschwindigkeit beim Durchfluß durch den Spalt unabhängige Kontraktionszahl,

$c_{sp}$  die Durchflußgeschwindigkeit am Umfange des Ventiltellers,

$b_v$  die Ventilbeschleunigung, so gilt

$$\alpha c l h = f_1 c_1 - f c_v, \quad \text{woraus} \quad h = \frac{f_1 c_1 - f c_v}{\alpha c l} \quad \text{folgt.}$$

Unter der Voraussetzung, daß die oben für  $h$  abgeleitete Beziehung auch für das spielende Ventil Gültigkeit besitzt, folgt für dieses

$$h = \frac{f_1 c_1 - f c_v}{\mu l \sqrt{2g b}}.$$



In der für die Ventilbelastung gültigen Gleichung

$$P_1 = G_w + P_f \pm W - M b_v = (G_w + P_f) \left( 1 + \frac{\pm W - M b_v}{G_w + P_f} \right)$$

für das <sup>steigende</sup> Ventil ist  $W$  klein und für langsam laufende Pumpen ist  $b_v$ ,  
für <sup>fallende</sup> schnelllaufende dagegen die Masse  $M$  gering; daher darf angenähert auch  
beim bewegten Ventil  $P_1 = G_w + P_f$  und  $b = \frac{G_w + P_f}{\gamma f}$  gesetzt werden.

(1177) Das Ventilbewegungsgesetz ergibt sich wie folgt: Für das Zeitelement gilt im Falle unendlich langer Schubstange

$$F R \omega \sin \varphi dt = \mu l_1 h c_{sp} \cdot \frac{d}{d_1} dt \pm f c_v dt,$$

worin

$$c_{sp} \frac{d}{d_1} = \varphi \sqrt{\kappa_1 c_1^2 + 2g \frac{p_1 - p}{\gamma}}$$

und

$$(p_1 - p) f_1 + \kappa_2 \gamma f_1 \frac{c_1^2}{2g} - G_w - P_f \mp W \mp R = M \omega^2 \frac{d^2 h}{d \varphi^2}.$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß bei geöffnetem Ventil zwischen den Sitzflächen die  
Pressung  $p_1$  wirksam ist.  $W$  bzw.  $R$  bezeichnen den mechanischen bzw. hydraulischen  
Widerstand des Ventils, der streng genommen wie  $\mu$  von  $h$  abhängig ist. Die  
Einsetzung dieser Werte in die erste (Westphalsche) Gleichung liefert eine  
nicht lösbare Differentialgleichung. Wird behufs Gewinnung eines Einblickes in  
die Bewegungsverhältnisse des Ventils  $\mu c_{sp} = \text{konst.}$ , ein masseloses Ventil  
( $M = 0$ ) und die Federkraft  $P_f$  als konstant, d. h. unabhängig von  $h$  angenommen,  
so folgt

$$h = \frac{k_1}{a^2 + b^2} [a \sin \varphi - b \cos \varphi] + k_2 e^{-\frac{a}{b} \varphi}$$

als allgemeine Lösung der sich ergebenden Differentialgleichung. Für  $\varphi = \delta$   
und  $\varphi = 180^\circ + \delta$  wird  $h = 0$  und damit  $k_2 = 0$ , so daß folgt

$$h = \frac{k_1}{a^2 + b^2} (a \sin \varphi - b \cos \varphi) = \frac{k_1}{a \left( 1 + \frac{b^2}{a^2} \right)} \left[ \sin \varphi - \frac{b}{a} \cos \varphi \right].$$

Hierin ist  $k_1 = F R \omega$ ;  $a = \mu \varphi l_1 \sqrt{\kappa c_1^2 + \frac{2g}{\gamma f_1} (G + P_f + W + R)}$   
 $= \frac{d}{d_1} \cdot l_1 \mu c_{sp}$  und  $b = f \omega$ .  $h = 0$  entspricht der Kurbeldrehwinkel  $\delta$  be-  
stimmt durch  $\tan \delta = b : a$ . Das Ventil öffnet und schließt nicht in den Kurbel-  
(Kolben-) Totlagen, sondern um einen (für gute Pumpen) kleinen Winkel  $\delta$ ,  
Verspätungswinkel, zufolge dessen Kleinheit gesetzt werden darf

$$h = \frac{k_1}{a} \left( \sin \varphi - \frac{b}{a} \cos \varphi \right),$$

d. i. aber die Gleichung von Westphal: Spaltmenge = Kolbenverdrängung —  
Ventilverdrängung, die nach O. H. Müller in Abb. 9 dargestellt ist. Es ent-  
spricht  $AJ$  dem Verspätungswinkel (bezogen auf die Deckeltotlage) und die zu  
 $180^\circ$  gehörige Ordinate dem Ventilhub in der Kurbeltotlage.

Die Ventilgeschwindigkeit ist

$$c_v = \frac{d h}{d t} = \omega \frac{d h}{d \varphi} = \omega \frac{k_1}{a} \left( \cos \varphi + \frac{b}{a} \sin \varphi \right),$$

die Ventilbeschleunigung folgt zu

$$b_v = \frac{d c_v}{d t} = \omega \frac{d c_v}{d \varphi} = \omega^2 \frac{k_1}{a} \left( -\sin \varphi + \frac{b}{a} \cos \varphi \right) = -\omega^2 h,$$

sie ist negativ (verzögertes Steigen und beschleunigtes Sinken) und proportional dem Ventilhub.  $c_v = \max$  oder  $b_v = 0$  entspricht den Winkeln  $\delta$  und  $180^\circ + \delta$ .

Aus der Nichterfüllung der oben gemachten Voraussetzungen erklären sich die Abweichungen der tatsächlichen (vom Indikator geschriebenen) Ventilhublinien

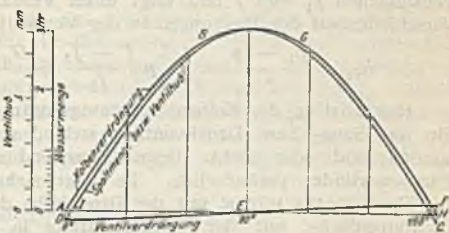


Abb. 9. Ventilhubkurve.

von der vorstehend ermittelten: beim steigenden Ventil sind die tatsächlichen fallenden

Hübe kleiner als die errechneten. Diese Unterschiede wachsen wie die größten Ventilhub und die ihnen entsprechenden Kurbeldrehwinkel unter sonst gleichen Umständen mit der Umlaufzahl der Pumpe, Abb. 10 u. 11. Beim Öffnen ( $\varphi = \delta$ ) wird das Ventil aufgestoßen, der Schluß erfolgt (hinter  $\varphi = 180^\circ$ ) sanft oder hart bei kleiner bzw. großer Umlaufzahl. Unter Umständen unter Stoßerscheinungen, wenn die den Stoß dämpfende Flüssigkeitsschicht im Spalt durch den Kolben abgesaugt wird: Ventilschlag.

Die Schlaggrenze, d. h. die Umlaufzahl, bis zu der das Ventil schlagfrei arbeitet, ist abhängig von der Ventilkonstruktion, Ventilbelastung und Ventilhub im Totpunkt.

(1178) Der Ventilwiderstand ist verschieden, je nachdem es sich um den Durchfluß durch das geöffnete Ventil oder um dessen Öffnung selbst handelt: Durchgangs- und Öffnungswiderstand. Wird ersterer allgemein mit

$\zeta_v = \zeta_v \frac{c_v^2}{2g}$  berücksichtigt, so folgt nach Bach für die untersuchten, nicht spielenden Tellerventile

$$\zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \left( \frac{d_1}{h} \right)^2 \quad \text{bzw.} \quad \zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \left( \frac{d_1^2}{(\pi d_1 - i s) h} \right)^2$$

bzw.

$$\zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \frac{d_1}{h} + \gamma_1 \left( \frac{d_1}{h} \right)^2.$$

Der Durchflußwiderstand durch das spielende Ventil ist (nach Berg) während des größten Teils des Kolbenhubes annähernd konstant und gleich dem Werte, der sich versteht für den beim Kurbeldrehwinkel  $\varphi = 90^\circ$  sich



einstellenden größten Ventilhub. Mit der Geschwindigkeit  $c_1 = \frac{F}{f_1} \omega R$  folgt der größte Ventilhub und damit  $\zeta_v$  sowie  $h_v = \zeta_v \frac{c_1^2}{2g}$ .

Der Durchflußwiderstand bestimmt den Anteil an der gesamten Widerstandshöhe; wichtiger ist der Öffnungswiderstand, besonders der des Saugventils, der die zulässige Saughöhe bzw. die Umlaufzahl der Pumpe bestimmt. Er ist verknüpft mit dem Pressungsunterschied in den benetzten Ventilflächen  $f_1$  und  $f$  und folgt unter Vernachlässigung des Einflusses der Verschiedenheit der Pressungen in der Ventilsitzfläche zu

$$h_{v_0} = \frac{p_1 - p}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \left[ p \frac{f - f_1}{f_1} + \frac{G_m + P_f}{f_1} + \frac{M F}{f_1 f_1} \cdot b_{k_0} \right].$$

Hierin ist  $b_{k_0}$  die Kolbenbeschleunigung in der Totlage und sind  $p_1$  und  $p$  für das Saug- bzw. Druckventil verschieden, je nachdem Windkessel vorhanden sind oder nicht. Dementsprechend sind auch die Pressungen im Pumpenzylinder veränderlich. Es zeigt sich, daß der Öffnungswiderstand des Druckventils wächst mit der Druckhöhe der Pumpe, mit der Breite der Dichtungsfläche, mit der Ventilbelastung in  $m$  Flüssigkeitssäule, mit der Ventilmasse und der Ventilbeschleunigung und daß derjenige des Saugventils um so größer ist, je kleiner die Saughöhe ist, während die übrigen Einflüsse sich äußern wie beim Druckventil.

Rechnungsgang. Für das Druckventil ist  $p$  bestimmt entweder durch die Druck- und Widerstandshöhe oder durch die entsprechende Pressung im Windkessel, durch den Abstand des Wasserspiegels in ihm vom Druckventil und den Beschleunigungsdruck für die Wassermasse zwischen Zylinder und Windkessel (für  $\varphi = 0$ ).

Mit der Ventilbelastung  $G_m + P_f$  und den Ventilabmessungen folgt  $p_1$  und damit  $\frac{p_1 - p}{\gamma}$ . Entsprechend folgt für das Saugventil  $p_1$  und die um den Öffnungswiderstand geringere Pressung  $p$ , die oberhalb des Wertes liegen muß, bei dem im höchsten Punkt des Pumpenraumes Dampfbildung auftritt würde (Flüssigkeitstemperatur und Dampftabellen beachten).

Die experimentelle Bestimmung des Ventilüberdruckes an ausgeführten Pumpen erfolgt mittels Indikators und Bachscher Gabel (vgl. Z. 1886, S. 1060 und F. A. Heft 250).

(1179) Klappenventile. Im Falle besonders langsam laufender Pumpen oder stark verunreinigten Wassers (Kanalisation); neuerdings nach dem Vorschlage Guter muths (D.R.P. Nr. 132429, 132844, 133196) auch für schnelllaufende Pumpen. Für die am Ventil tätigen Kräfte kommen die Momente hinsichtlich der Drehachse in Betracht. Für die nicht spielende Klappe ( $c_1 = \text{konst}$ ) gilt, Abb. 12,

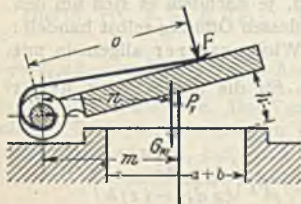


Abb. 12.

$$P_1 \cdot m = G_m \cdot n + F \cdot o.$$

Hierin ist  $P_1$ , die Wasserwirkung auf Klappe, abhängig von deren Größe, von  $c_1$  und dem Klappenöffnungswinkel. Beim spielenden Ventil ( $c_1$  ist veränderlich) sind die Momente mit dem Öffnungswinkel veränderlich infolge Änderung der Kräfte  $P_1$  und  $F$  und des Hebelarmes  $n$  von  $G_m$ .

Bach rechnet mit  $h(a+b)$  als Gesamtpaltquerschnitt; damit folgt für die ruhig schwebende Klappe

$$h = \frac{f_1 c_1}{(a+b) \alpha \cdot c_{sp}}$$

und für die spielende Klappe

$$h = \frac{f_1 c_1 - f c_v}{(\alpha + b) \alpha c_{sp}}$$

Mangels Kenntnis der Kontraktionszahl und der Spaltgeschwindigkeit  $c_{sp}$  in Abhängigkeit von der Ventilbelastung ist man zurzeit bezüglich  $h$  ebenso auf Schätzungen angewiesen wie bezüglich des Ventilwiderstandes; insoweit es sich um den Öffnungswiderstand handelt, kommt das Trägheitsmoment der Klappe hinsichtlich ihrer Drehachse in Betracht.

(1180) **Ventilberechnung.** Für das schlagfreie Arbeiten der Ventile als wesentlichster Gesichtspunkt für die Bemessung der Ventile sind verschiedene Forderungen aufgestellt worden, bez. deren auf Stückle a. a. O. verwiesen sei.

Berg hat durch Versuche mit federbelasteten Tellerventilen mit  $h_{\max} = 15$  mm und einfachen bzw. mehrfachen Ringventilen festgestellt, daß die Schlaggrenze gebunden ist an die Bedingung  $b_0 l > \lambda Q_v n$  (mit  $Q_v =$  durchschnittliche vom Ventil verarbeitete Wassermenge in l/sek), worin  $\lambda$  ein von der Ventilkonstruktion abhängiger Beiwert. Es ist

$Q_v = Q$  bei einfachwirkenden und Differentialpumpen,

$Q_v = 1/2 Q$  bei doppeltwirkenden Pumpen,

$Q_v = \frac{Q}{z}$  bzw.  $Q_v = 1/2 \frac{Q}{z}$  bei einfach- bzw. doppeltwirkenden Pumpen mit

Gruppenventilen und

$\lambda = 0,37-0,42$  beim Tellerventil,

$\lambda = 0,42-0,39$  „ einfachen Ringventil,

$\lambda = 0,51$  „ zweifachen „

$\lambda = 0,71$  „ dreifachen „

Berg empfiehlt sicherheitshalber eine Erhöhung der  $\lambda$ -Beiwerte, etwa auf das 1,25—1,50—1,75fache, wachsend mit der Umlaufzahl.

Weitere Erfahrungszahlen und Rechnungsgrundlagen. Der Beiwert  $\mu$  für den Austritt aus dem Spalt ist abhängig von der Gestalt der Sitzfläche und dem Querschnittsverhältnis  $F:F_1 = x$ . Lindner hat an Hand der Versuche von Bach und Berg ermittelt für

Teller- und Ringventile  $\mu = 1 : \sqrt{1 + 5x}$

Kegelventile  $\mu = \sqrt{0,5 + 4x}$

Zwecks Bestimmung von  $h_{\max}$  nimmt Krauss ebenfalls  $\mu = f(x)$  an und setzt<sup>1)</sup> für

|              |      |      |     |      |     |      |      |
|--------------|------|------|-----|------|-----|------|------|
| $x = 1,5$    | 1,3  | 1,2  | 1,0 | 0,8  | 0,6 | 0,4  | 0,35 |
| $\mu = 0,34$ | 0,36 | 0,37 | 0,4 | 0,45 | 0,5 | 0,58 | 0,6  |

Er gibt weiter an für die mittlere Spaltgeschwindigkeit  $c_{sp}$

|                    |       |   |
|--------------------|-------|---|
| $\mu c_{sp} = 1-2$ | m/sek | für Pumpen mit geringer Förderhöhe,       |
| $= 1,5-2,5$        | „     | für Wasserpumpen mit größerer Förderhöhe, |
| $= 2-3$            | „     | für Wasserhaltungen,                      |
| $= 3-5$            | „     | für Preßpumpen.                           |

Mit der Zunahme von  $l = \pi d$  nimmt die Ventilbelastung  $b_0$  ab: geringerer Öffnungswiderstand, größere Saugfähigkeit, geringerer Durchgangswiderstand, besserer hydraulischer Wirkungsgrad. Dagegen ergeben sich große Ventile, umfangreiche Ventilkästen und Pumpenkörper, höhere Herstellungskosten. All-

<sup>1)</sup> Dubbel, Taschenbuch f. d. Maschinenbau, 5. Aufl. II, S. 243. Berlin: Julius Springer 1929.



gemein gilt: Ventildurchmesser so klein und Ventilbelastung so groß, als Rücksichten auf Saughöhe und hydraulischer Wirkungsgrad gestatten.

Meist liegt  $b_0$  zwischen 0,25 und 0,5 m.

(1181) **Gesteuerte Ventile.** Nach Vorschlag von Riedler erfolgt die Öffnung des Gewichtsventils selbsttätig, der Niedergang zwangsläufig (Steuerung) bis nahe an die Schlußstellung und der Schluß wieder selbsttätig durch Gewicht- und Federwirkung. Sie bieten im allgemeinen keine Vorteile und sind durch selbsttätige Ventile wieder verdrängt worden, ausgenommen Kanalisationspumpen mit Klappenventilen, die wegen der stark verunreinigten Flüssigkeiten großen Hub erhalten müssen. Vgl. hierüber A. Riedler, „Schnellbetrieb“, Berlin 1899, Z. 1890, S. 537 u. ff., F. A. Heft 6 und Berg, a. a. O., S. 190.

(1182) **Ausführungen.** Abb. 13 zeigt eine einfachwirkende liegende Plungerpumpe mit Riemenantrieb, Ausführung der Maschinenbau A.-G. Balcke,

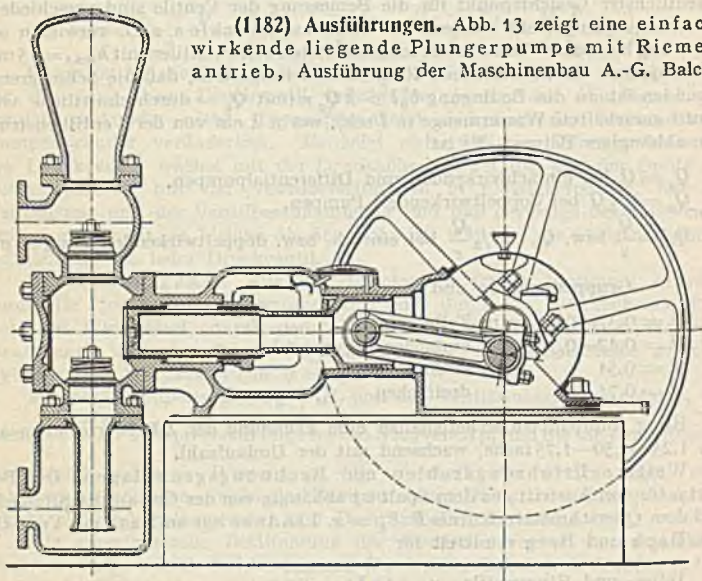


Abb. 13.

Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz), und Abb. 14 die entsprechende Wandpumpe der gleichen Firma.

Abb. 15 stellt eine freistehende einfachwirkende Plungerpumpe mit Riemenantrieb nach Ausführung der Maschinen- und Armaturenfabrik vorm. Klein-Schanzlin & Becker, Frankenthal (Pfalz) dar, Abb. 16 zeigt eine stehende Gestell-Zwillingspumpe mit Rädervorgelege und Riemenantrieb, Ausführung der Firma Weise & Monski, Maschinenfabrik, Halle/Saale, und Abb. 17 läßt eine doppeltwirkende Gestell-Zwillingspumpe nach Ausführung der Maschinenbau A.-G. Balcke, Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz) erkennen. Eine liegende Doppelpumpe nach Ausführung der Firma Gebr. Sulzer, Winterthur, zeigt Abb. 18.

Gemeinsamer Saugwindkessel als Tragkonstruktion für die Zylinder, gesteuerte Ringventile, Tauchkolben (1000 mm Hub, mit Dampfmaschinenkolbenstange gekuppelt); innen- und außenliegende Stopfbüchsen unter Wasserverschluß; Windhauben über den Druckventilen: Absperrventil, Wasserstand, Sicherheitsventil, Füllventile.

Eine liegende Tauchkolben-Doppelpumpe mit außenliegenden Stopfbüchsen nach Ausführung der Firma Haniel & Lueg, Düsseldorf-Grafenberg, zeigt Abb. 19.

Zu einer Dreifach-Expansionspumpmaschine gehörig und im Falle hoher Drücke bevorzugt (unterirdische Wasserhaltungsmaschinen) wegen Gleichheit der Lieferung und der Kräfte für Hin- und Rückgang. Gemeinsamer Saugwindkessel; getrennte Tauchkolben, durch Umföhrungsgestänge *g* kuppelt (Wegfall der Innenstopflüchse, geringere Baulänge); Spannanker *a* zum Ausgleich der Verschwächung infolge der Wandungsunterbrechung. Miteinander verbundene Druckwindhauben und gemeinsamer Druckwindkessel.

Abb. 20 gibt eine liegende Differentialpumpe mit Plungerkolben nach Ausführung der früheren Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz wieder. Einfach saugend, doppelt drückend, Hubvolumen gleich für  $F = 0,5 f$ .

Eine liegende Zwillingspumpe der Firma Weise & Monski, Maschinenfabrik, Halle/Saale, zeigt Abb. 21.

Ausführung bis 100 PS für  $n = 250-150$ ,  $Q = 120-5250$  l/min und  $H$  bis 150 m mit Rädervorgelege für elektrischen Antrieb.

Durch Anordnung von drei nebeneinander liegenden, einfachwirkenden Plungerpumpen auf gemeinsamem Rahmen und Antrieb von einer Welle wird die Drillingspumpe erhalten, in liegender Ausführung der Firma Bopp & Reuther, Mannheim-Waldhof, nach Abb. 22.

Abb. 23 zeigt eine freistehende Drillingspumpe, ausgeführt von der Maschinenbau A.-G. Balcke, Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz).

Phosphorbronzesitz *a*, Ventilführungsstift *b* mit diesem verschraubt und vernietet. Ventilteller *d* aus Delta-Metall und bronzene Schraubenfeder *c* mit Rechteckquerschnitt.

Abb. 24 zeigt das aus Stahlguß gefertigte Pumpengehäuse einer stehenden Drillings-Dampfpreßpumpe derselben Firma. Einzelheiten der Ventile läßt Abb. 24c erkennen:

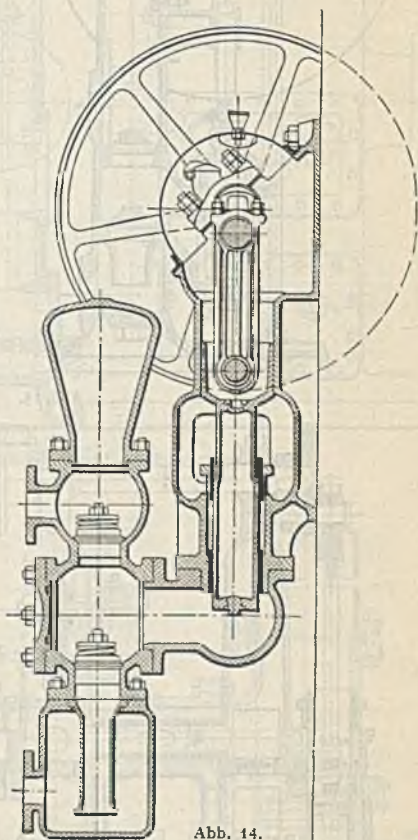
*a* und *b* Ventilsitze aus Phosphorbronze; *c* durchlöchernte Distanzbülse; *d* und *e* Hubbegrenzer; *f* Ventilteller. Befestigung des Ventilsatzes durch Druckwindkessel und Hülse *c*.

Eine liegende Dampfpeisepumpe, Ausführung der Maschinenfabriks-Aktiengesellschaft Escher Wyss & Co., Zürich zeigt Abb. 25.

Verschiedenheit der Kolbenquerschnitte bezweckt Anpassung an die Pumpenwiderstände.

Abb. 26 zeigt die sog. Una-Pumpe der Maschinen- und Armaturenfabrik vorm. Kleih, Schanzlin & Becker, Frankenthal (Pfalz).

*a* und *b* übereinanderliegende Pumpenstiefel; *c* Innenstopflüchse; *d* Gestell und gleichzeitig Druckwindkessel. Saugventil bei *g* und *f* durch Kanal *e*, Druckventil bei *h* und *i* durch Kanal *e* verbunden. Verbindung der Dampf- und Pumpenkolbenstange durch die Kleinsche Kurbelschleife.





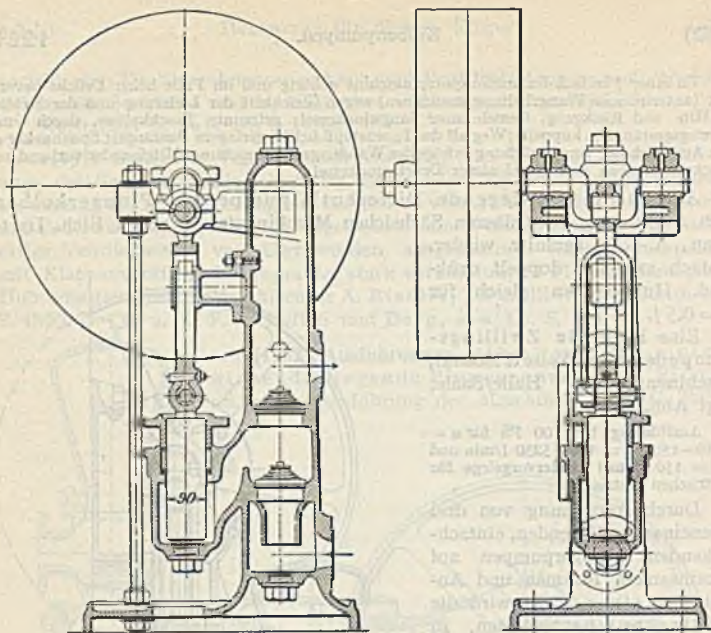


Abb. 15.

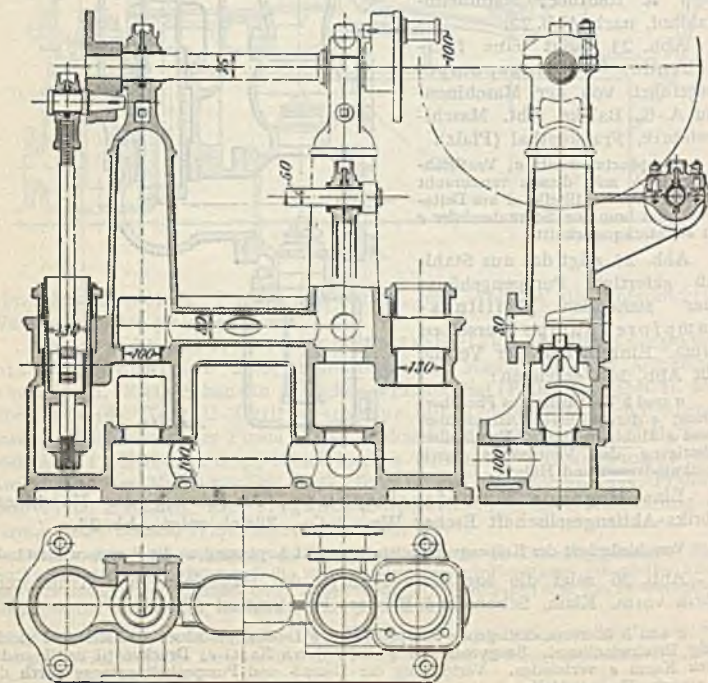


Abb. 16.

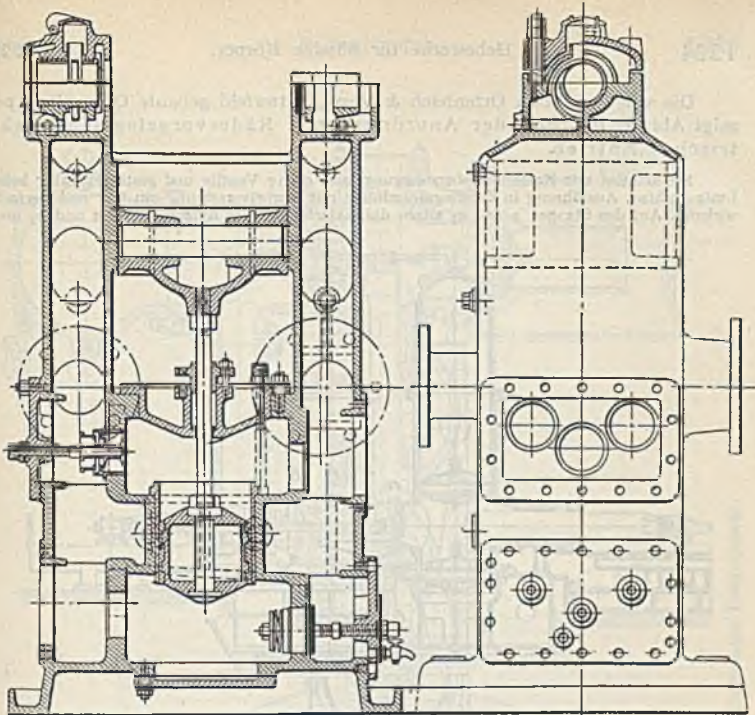
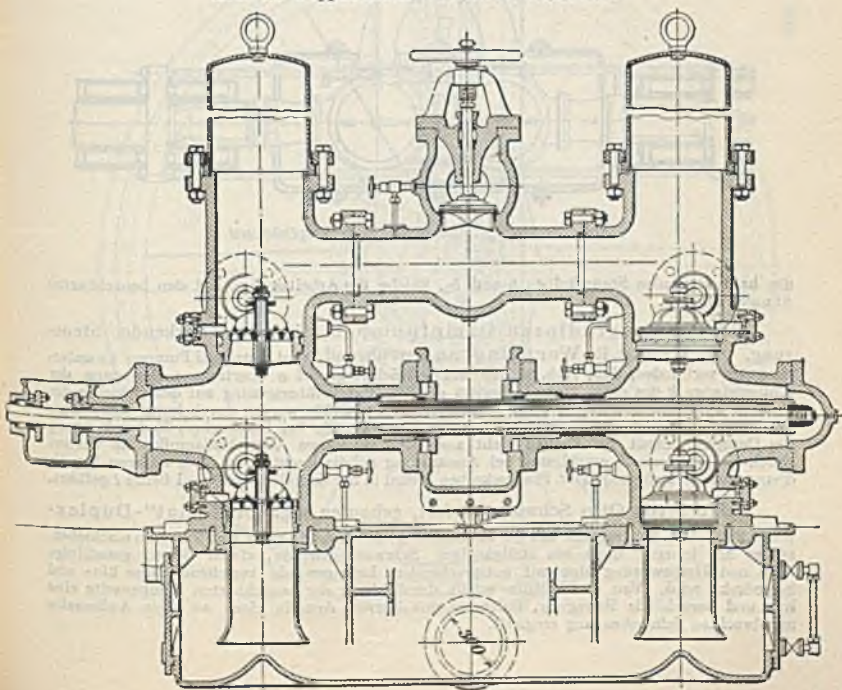


Abb. 17. Doppeltwirkende Gestell-Zwillingspumpe.





Die von der Firma Ortenbach & Vogel, Bitterfeld gebaute Orvo-Pumpe zeigt Abb. 27 in stehender Anordnung mit Rädervorgelege für elektrischen Antrieb.

Sie arbeitet mit Kolbenschiebersteuerung, also ohne Ventile und gestattet daher hohe Umlaufzahlen. Ausführung in Zwillingsanordnung mit Kurbelversetzung um  $90^\circ$  und vierfach wirkend. Auf den Stangen  $s$  und  $s_1$  sitzen die einfachwirkenden Arbeitskolben  $a$  und  $a_1$  und

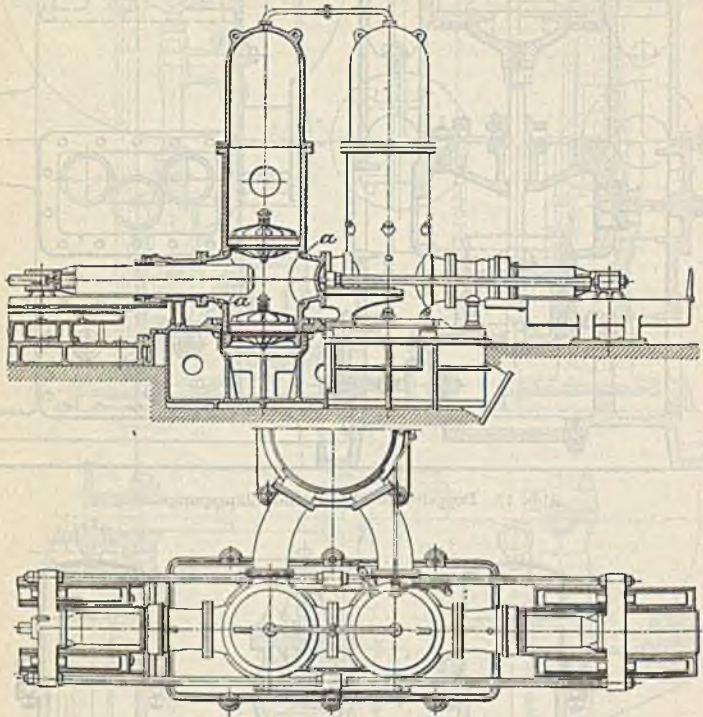


Abb. 19. Doppelpumpe mit Außenstopfbüchsen.

die halb so großen Steuerkolben  $b$  und  $b_1$ , welche die Arbeitskolben auf den benachbarten Stangen steuern.

Bei schwungradlosen Dampfpumpen mit direkt wirkender Steuerung, von Henry R. Worthington herrührend, sind stets zwei Pumpen so untereinander verbunden, daß, Abb. 28, die auf den Schwinghebel  $o$  übertragene Bewegung der Kolbenstange  $k$  des einen Dampfzylinders  $d$  mittels Hebelübersetzung auf den Schieber des anderen Zylinders übertragen wird. Wasserverlust und Stöße werden durch kurze Hubpausen am Ende des Kolbenspieles erreicht: Schließen der Ventile bei Hubbeginn; Endverdichtung des Dampfes, damit der Kolben nicht anstößt; zwei innere Ausströmdampfskanäle werden durch Kolbenüberlauf geschlossen bei Annäherung an die Endstellung. Die äußeren Kanäle dienen zur Einströmung. Der Plungerkolben  $g$  wird in der Grundbüchse  $b$  und Brille  $l$  geführt.

Bei der von Otto Schwade, Erfurt, gebauten sog. „Automat“-Duplexpumpe, Abb. 29, trägt die mit der Kolbenstange durch Arm  $s$  rarr verbundene Schieberstange am inneren Ende ein steigängiges Schraubengewinde, durch dessen geradlinige Hin- und Herbewegung eine mit entsprechendem Innengewinde versehene Hülse hin- und hergedreht wird. Von dieser Hülse erhält der Schieber der benachbarten Pumpenseite eine hin- und hergehende Bewegung, indem er mit kurzem Arm in einen an ihrer Außenseite angebrachten Schraubengang eingreift.

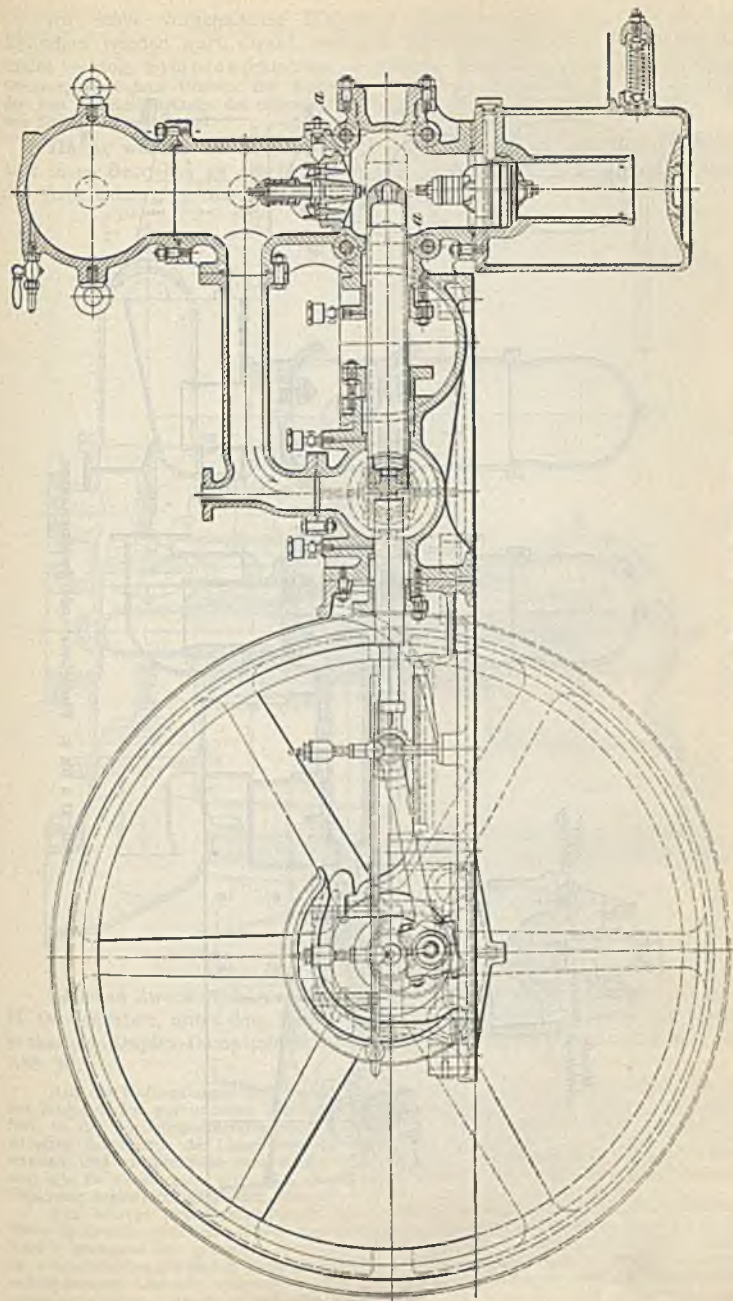


Abb. 20. Differential-Plungerpumpe.



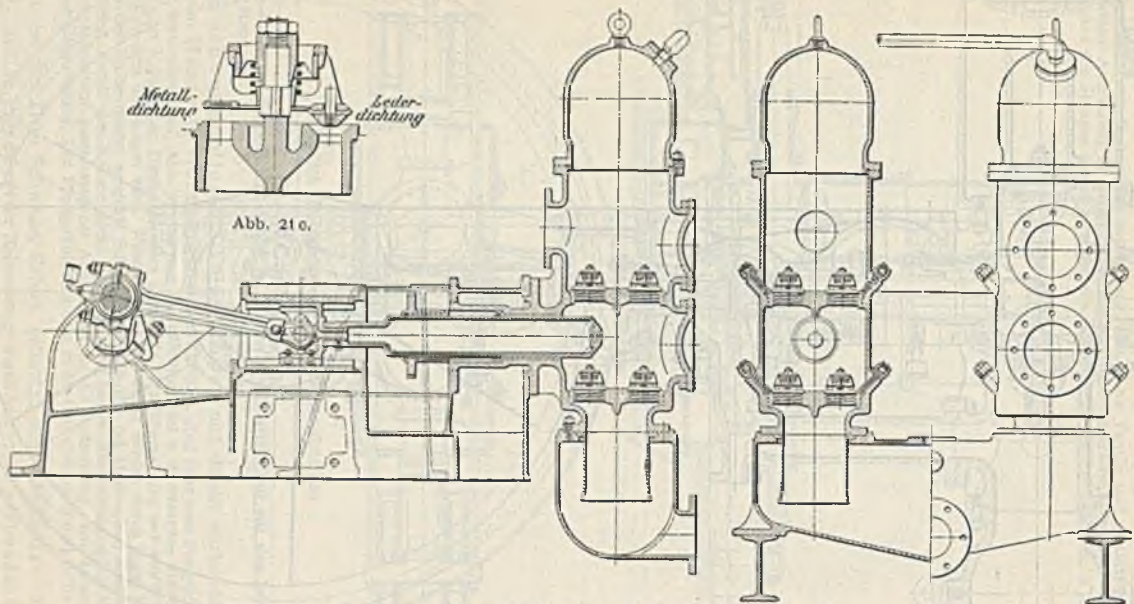


Abb. 21 a bis c. Einfachwirkende Zwillingspumpe.

An Stelle vorgenannter Duplex-Dampfmaschinen mit je zwei Zylindern werden auch direkt wirkende Dampfmaschinen mit nur einem Zylinder — sog. Simplexmaschinen — gebaut. Bei diesen erfolgt die Einstellung des Steuerorgans behufs Umkehr der Kolbenbewegung unter Mitwirkung eines Hilfschiebers, der von der Kolbenstange des eigenen Zylinders seine Bewegungen ableitet, oder aber mittels Dampfwechsels u. dgl.

Häufig werden direkt wirkende Dampfmaschinen, um die Wirtschaftlichkeit ihres Betriebes zu erhöhen, für eine zwei-, auch dreimalige Expansion des Arbeitsdampfes eingerichtet.

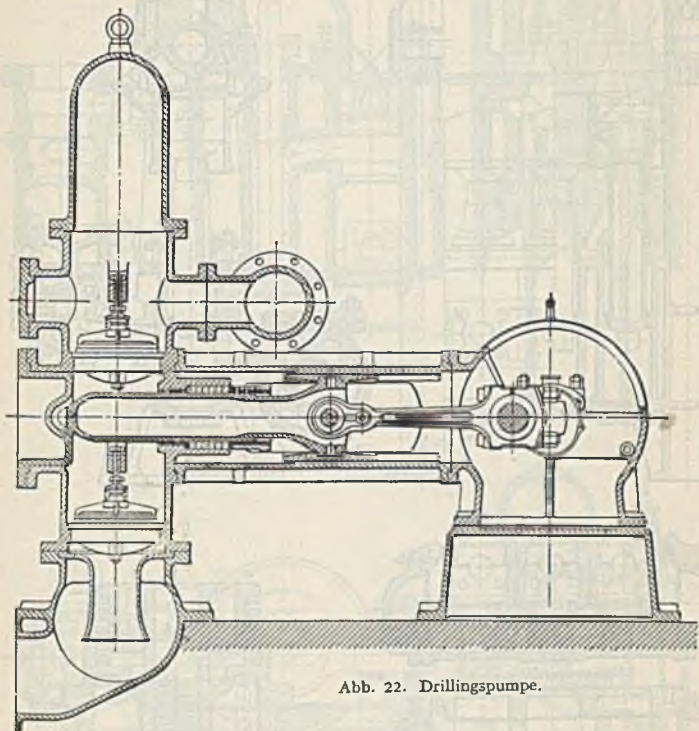


Abb. 22. Drillingspumpe.

Gleichen Zweck verfolgen die von der Maschinenfabrik „Odessa“, G. m. b. H. Oschersleben, unter dem Namen Odessa-Dampfmaschinen in den Handel gebrachten Duplex-Dampfmaschinen mit von Hand stellbarer Expansionssteuerung, Abb. 30.

Auf den Kolbenstangen sind Steuerarme *a* befestigt, mit denen Treibstangen *b* und die mit letzteren fest verbundenen Treibstücke *c* zusammenhängen. Diese besitzen eine schräge Nut, in der ein entsprechender schräger Ansatz des Grundschiebers *d* gleitet, so daß beim Arbeiten der Pumpe die Längsbewegung der Kolben in Quertbewegung der Schieber umgewandelt und entsprechend dem Winkel der schrägen Nut verkürzt wird. Auf diese Weise sind alle Zwischenorgane vermieden, durch deren Verschleiß die betriebssichere Wirkung der Steuerung beeinträchtigt werden könnte.

Der schräge prismatische Ansatz der Grundschieber hat in der Nut des Treibstückes etwas Spielraum, um beim Hubwechsel der Pumpe eine Pause zu schaffen, während der die Ventile genügend Zeit gewinnen, um sich sanft und stoßfrei zu schließen. Die auf den Rücken der Grundschieber gleitenden Expansionschieber *m* lassen sich durch Spindeln mit links- und rechtsgängigem Gewinde — genau wie bei der Meyer-Steuerung — näher zusammen- oder auseinanderstellen. Hierdurch hat man es in der Hand, der Pumpe stets nur so viel Dampf



zuzuführen, wie sie zur Erreichung der vollen Hublänge bei der jeweiligen Arbeitsleistung nötig hat. Grund- und Expansionschieber haben zentralen Antrieb, wodurch ein Klemmen und Ecken derselben vermieden wird. Zur genauen Einstellung der Expansion und Erkennung des Füllungsgrades sind äußere kleine Stellböckchen *f* mit Handrad, Zeiger und Skala angebracht.

Damit beim Hubwechsel Dampf hinter den Kolben treten kann, trotzdem der hier zugleich als Ausströmkanal dienende Einströmkanal von demselben verschlossen ist, sind an den Zylinderringen kleine Hilfskanälchen mit Rückschlagventilen *g* angebracht, die mit dem

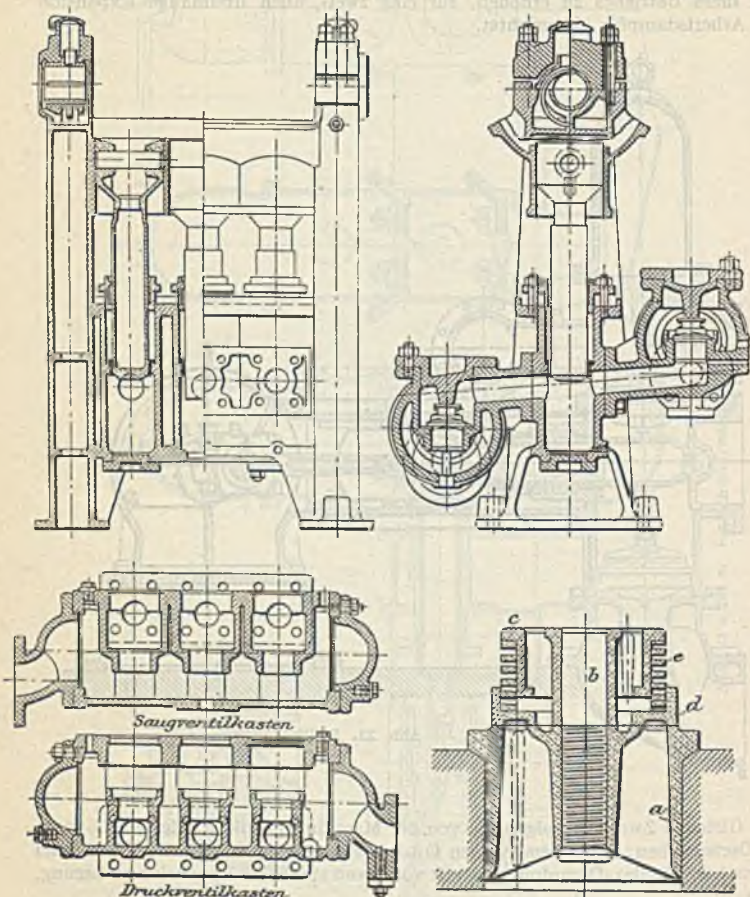


Abb. 23 a bis d. Stehende Drillingspumpe.

vom Kolben verschlossenen Kanal in Verbindung stehen und sich öffnen, sobald Frischdampf vom Schieberkasten in den Kanal strömt.

Besonders günstig wird die Dampfökonomie bei den nach dem Verbundsystem und mit Kraftausgleichern arbeitenden Odessa-Pumpen. Letztere speichern, ähnlich den Schwungrädern, die während der Dampfeintrittsperiode nicht verbrauchte Kraft auf und geben sie während der Expansionsperiode wieder an die Kolbenstange ab. Dies wird durch einen in den kräftig gehaltenen Rahmen zwischen Dampf- und Pumpenseite eingebauten Hilfszylinder und durch ein einfaches Kniehebelpaar erreicht. Als Kraftübertragungsmittel dienen Luft und Öl, wodurch gleichzeitig Reibung und Abnutzung erheblich herabgemindert

werden. Derartige Kraftausgleicher finden auch bei größeren Duplex-Dampfmaschinen Anwendung<sup>1)</sup>.

Neuerdings werden Odessa-Verbundpumpen mit von Hand stellbarer Rider-Steuerung gebaut, die auch ohne Anwendung eines besonderen Kraftausgleichers einen wirtschaftlichen Betrieb ermöglichen<sup>2)</sup>.

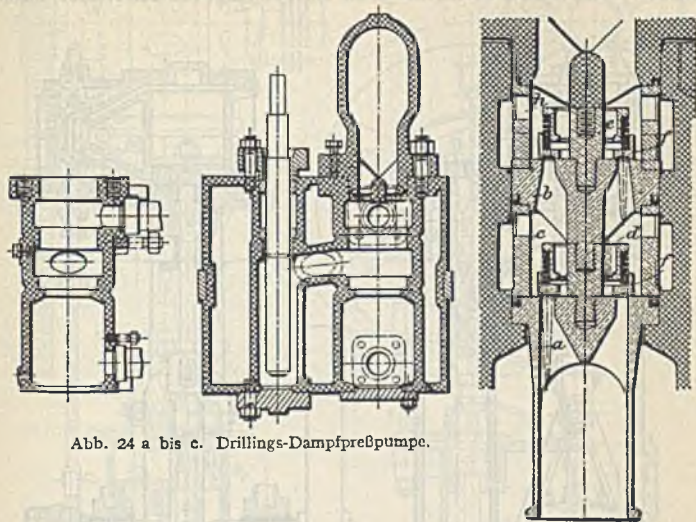


Abb. 24 a bis c. Drillings-Dampfpreßpumpe.

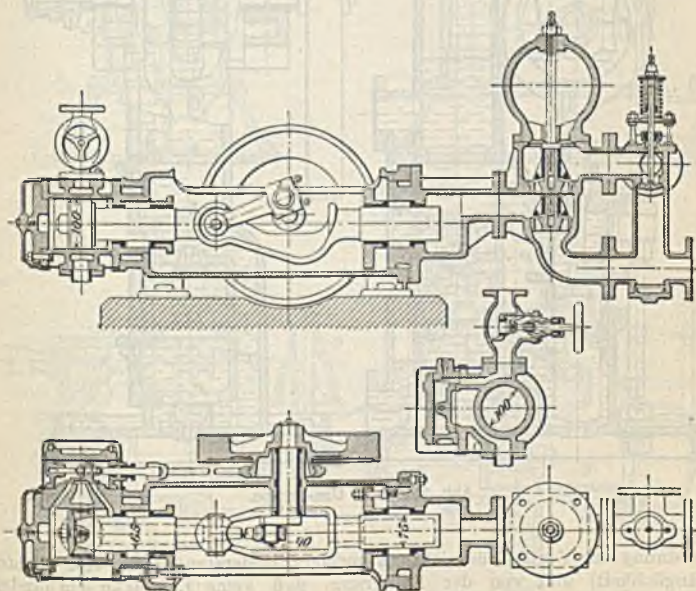


Abb. 25. Liegende Dampfpeisepumpe.

<sup>1)</sup> Z. 1905, S. 981 u. ff.

<sup>2)</sup> D. p. J. 1903.



(1183) **Konstruktive Einzelheiten. Pumpenkörper (-zylinder).** Der Werkstoff, je nach Flüssigkeit und Druck, aus Gußeisen, Stahlguß, Phosphorbronze, Flußeisen oder Stahl, Hartblei, Hartgummi, Porzellan, Ton u. a. bestehend, bestimmt die Formgebung, die auch abhängt von der Wasserführung.

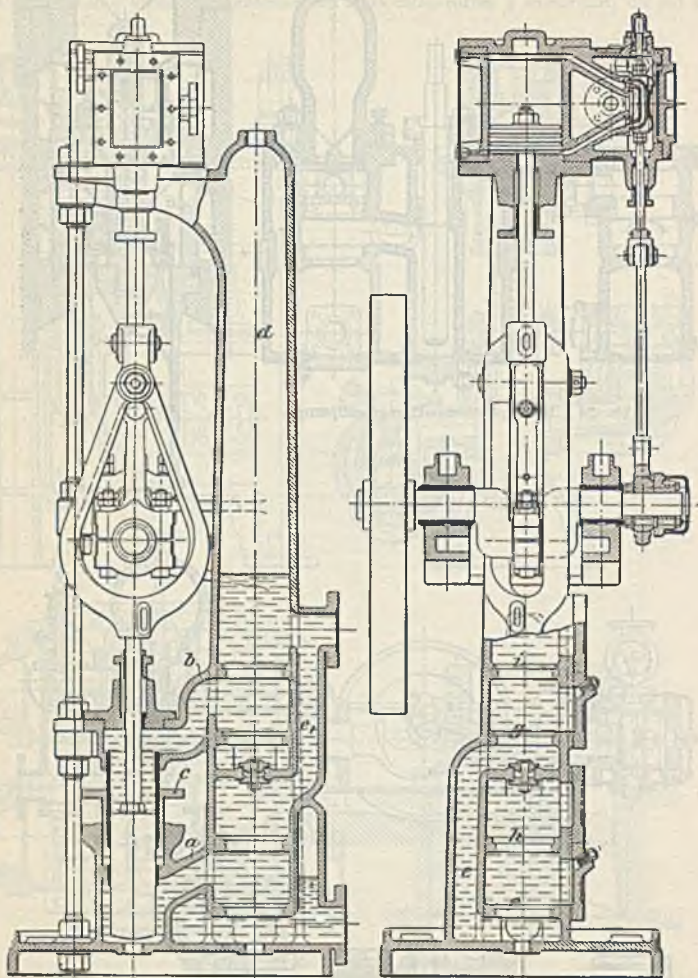


Abb. 26 a u. b. Una-Pumpe.

(Anordnung der Ventile rücksichtlich geringer Widerstandshöhe und leichter Zugänglichkeit) und von der Forderung, daß keine Luftsäcke vorhanden sind: während Saughubes eingetretene Luft darf nicht hängen bleiben, muß durch das Druckventil entweichen können, andernfalls verspätetes Öffnen und Schließen der Ventile (Ventilschlag, unruhiger Gang) und Beeinträchtigung

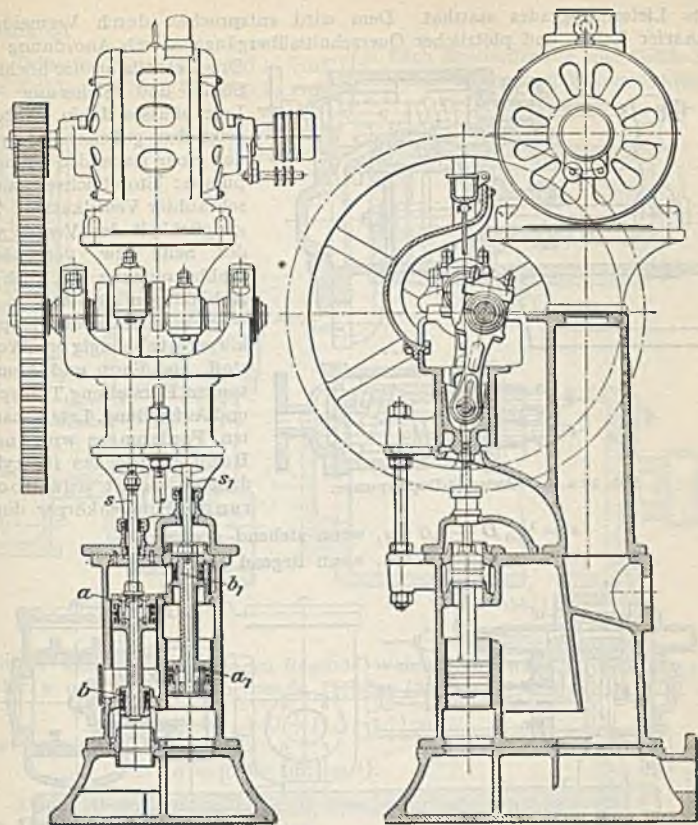


Abb. 27 a u. b. Orvo-Pumpe.

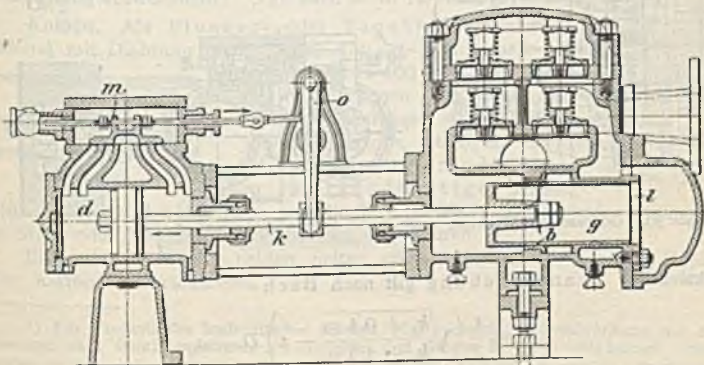


Abb. 28. Schwungradlose Dampfmaschine.



des Lieferungsgrades statthat. Dem wird entsprochen durch Vermeidung scharfer Ecken und plötzlicher Querschnittsübergänge, durch Anordnung des

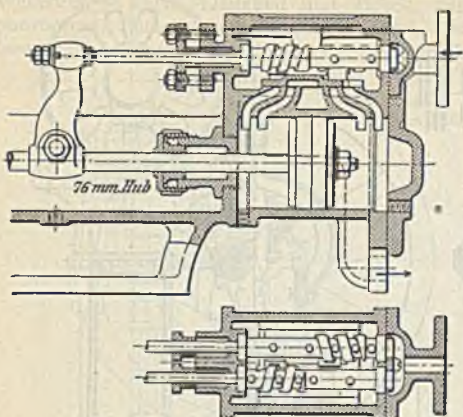


Abb. 29 a u. b. Automat-Duplexpumpe.

$$s = \frac{1}{50} D + 1,0 \text{ cm, wenn stehend gegossen,}$$

$$s = \frac{1}{40} D + 1,2 \text{ cm, wenn liegend gegossen ;}$$

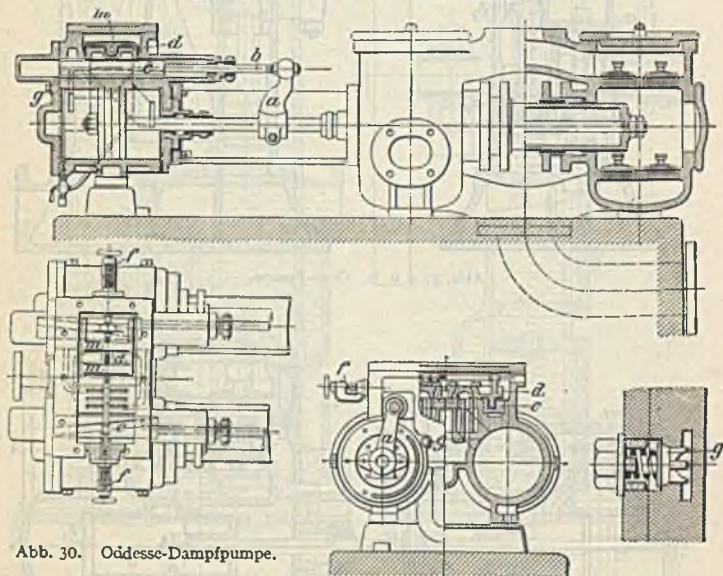


Abb. 30. Odeesse-Dampfpumpe.

rücksichtlich Beanspruchung gilt nach Bach

$$s = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{k_z + 0,4 p_t}{k_z - 1,3 p_t}} - 1 \right) D + a.$$

worin  $a = 0,3 - 0,6$  cm der Möglichkeit der Kernverlegung Rechnung trägt.

Hierin ist

für Gußeisen  $k_z = 150-250 \text{ kg/cm}^2$   
für Stahlguß  $k_z = 350-500 \text{ kg/cm}^2$

je nach Beschaffenheit und Größe der Stoßwirkungen nahekommenden Druckwechsel:

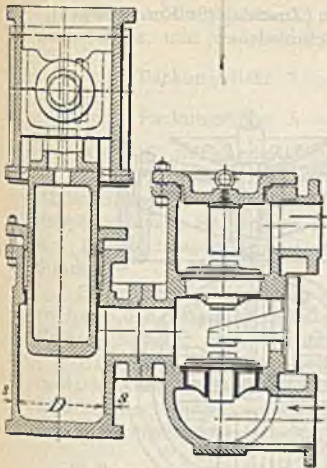


Abb. 31.

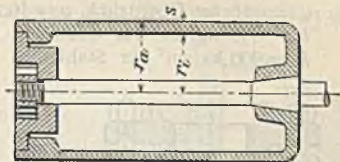


Abb. 32.

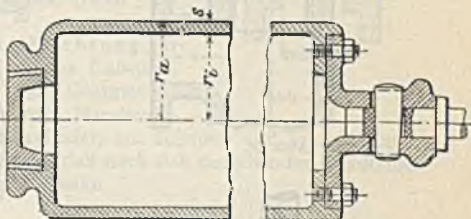


Abb. 33.

Größere aus den Gleichungen folgende Wandstärken wählen. Für ausgebohrte und ev. nachzubohrende Zylinder (Abnutzung und Abdichtung) ist

$$s = \left( \frac{1}{50} - \frac{1}{40} \right) D + (1,3 - 1,7) \text{ cm}$$

bzw.

$$a = (0,8 - 1,6) \text{ cm}^1).$$

Durch Abzweigstutzen ist u. U. eine bedeutende Erhöhung der Anstrengung bedingt, vgl. (492)

Deckel nach (260) berechnen nach dem Vorschlage von Bach und ev. Verstärkungen nicht berücksichtigen (Bruch der Verstärkung ausweichend). Vgl. auch M. E. 12. Aufl. S. 40 u. ff.

**Kolben.** Als Plunger- oder Tauchkolben, einfach wirkend mit Dichtung im Zylinder, Abb. 31—35, massiv oder hohl von etwa 100 mm Durchmesser an, aus Flußeisen oder -stahl, Gußeisen, ev. überzogen mit nahtfreiem 3-mm-Kupferrohr, Stahlguß, Bronze für sauer reagierende, Granit im Falle sandhaltiger Flüssigkeiten, (Hannibal-Pumpe von P. C. Winterhoff, Düsseldorf), Steinzeug, VA-Stahl oder Thermisilid für Laugen und Säuren.

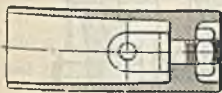


Abb. 34.



Abb. 35.

Einerseits oder auf beiden Seiten offen gegossen und durch Deckel oder Kittboden verschlossen.

<sup>1)</sup> Für Preßzylinder hydraulischer Pressen wird rücksichtlich Beschränkung der Abmessungen nach Bach zugelassen bei Gußeisen und Bronze  $k_z = 300-600 \text{ kg/cm}^2$ ; Phosphorbronze je nach Beschaffenheit,  $k_z = 500-1000 \text{ kg/cm}^2$ ; Stahlguß  $k_z = 1000-1200 \text{ kg/cm}^2$  und darüber; Flußeisen  $k_z$  bis  $1800 \text{ kg/cm}^2$  und Flußstahl, je nach Festigkeitseigenschaften  $k_z$  bis  $\frac{1}{4} K_z$ .



Wandstärke nach Bach aus

$$s = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 1,7 \frac{p_a}{k}} \right) D + a$$

mit  $p_a$  = äußerer Überdruck,  $a$  = (0,2–0,5) cm (Zuschlag für Kernverlegen),  
 $k$  = 600 kg/cm<sup>2</sup> für Gußeisen, Bronze, Schmiedeisen,  
 $k$  = 900 kg/cm<sup>2</sup> für Stahlguß.

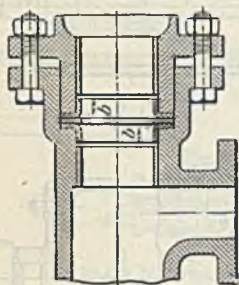


Abb. 36.

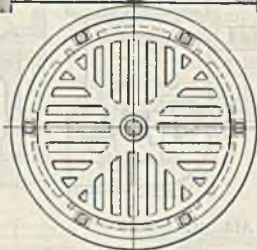
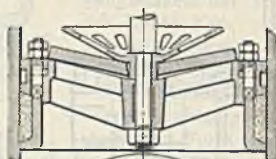


Abb. 37.

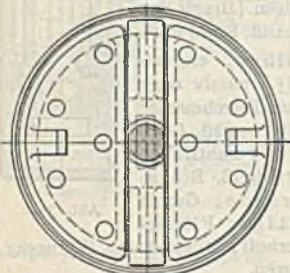
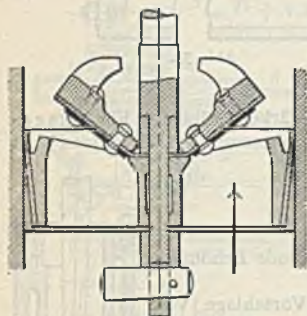


Abb. 38.

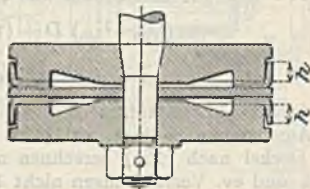


Abb. 39.

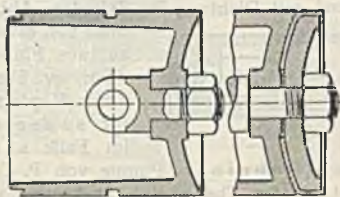


Abb. 40.

Verbindung mit der Kolben- bzw. Schubstange in der aus Abb. 31 bis 35 ersichtlichen Weise. Im Falle stehender Anordnung, Abb. 34, ohne Nische für die Mutter: Luftsack.

Abdichtung durch Manschetten oder Stulpe, Abb. 36.

Für kaltes (bis 30° C), sandfreies Wasser aus Leder, gut gefettet, 4–6 mm

stark, Höhe  $b = 12 - 20$  mm. Neuerdings auch aus geeignetem Gummi. Oder durch Packungsstopfbüchsen.

Als Liderungskolben mit Hanf, Leder, Gummi, Holz (für warme oder unreine Flüssigkeiten) als Dichtungstoff.

Vielfach durchbrochen: Ventilkolben, Abb. 37, mit Hanfliderung, nachstellbar, und Gummiklappe.

$$\text{Packungsdicke } s = \sqrt{D} \text{ mm,}$$

$$\text{Packungshöhe } h = 4 \sqrt{D} \text{ mm.}$$

Abb. 38 mit Lederliderung, 3—5 mm dicke Ringe, 8—15 mm hoch, und Lederklappenventil. Abdichtung bei Bewegung in der Pfeilrichtung für doppelwirkende Kolben mit 2 Stulpen nach Abb. 39;  $h = 12 - 20$  mm, je nach Durchmesser, Dicke 3 bis 6 mm.

Scheibenkolben mit Metalldichtung für reine Flüssigkeiten: Federnde Ringe aus Gußeisen, Bronze, Rotguß. Vgl. das unter (652) Gesagte.

Eingeschliffene Kolben für Handfeuerspritzen, Abb. 40; Bronze in Bronzeyylinder, mit Schmier- und Schmutzrinne, Abstreikkante und Formgebung derart, daß nach sich einstellender Abnutzung eine Ledermanschette eingelegt werden kann.

**Kolbenstangen.** Stahl, auf Zug oder Druck bzw. Knickung, u. U. auch auf Biegung beansprucht. Vgl. unter (651). Gegenüber Knickung gilt

$$P = \frac{\pi^2}{\mathcal{C}} \cdot \frac{1}{\alpha} \frac{J}{l^3},$$

worin  $\alpha = \frac{1}{2300000}$  und rücksichtlich der Stoßwirkungen gegen Hubende  $\mathcal{C} = 25 - 40$ , mit wachsender Umlaufzahl abnehmend. Mit Kolben und Kreuzkopf durch Keil oder Gewinde verbunden.

**Stopfbüchsen.** Vgl. auch (655). Weichpackung: Hanf, Baumwolle, Leder, Abb. 41, und Metallpackung, abhängig von Flüssigkeit und Temperatur. Hinderung der Luftpneinsaugung durch Anordnung der Stopfbüchse unter Wasser, Abb. 18 u. 20. Beschränkung der Baulänge im Falle einander zugekehrter Stopfbüchsen und Entbehrlichmachung einer derselben durch die Una-Stopfbüchse, Abb. 26. Stopfbüchsschrauben aus

$$\pi/4 (d_1^2 - d^2) 3 p_a = k_z 3 \delta^2$$

mit  $k_z \approx 200 \text{ kg/cm}^2$  bzw.  $k_z \approx 1350 \text{ kg/Quadratzoll}$ . Mutter höher als normal (häufiges Nachziehen), oder stärkere Schrauben.

**Getriebe** entsprechend den Darlegungen (644) u. ff. mit geringeren Beanspruchungen bestimmen (Stoßwirkungen). Zum Beispiel für Kurbelzapfen  $k = 30 - 40 \text{ kg/cm}^2$ , für Kurbellager  $k = 15 - 20 \text{ kg/cm}^2$ .

**Windkessel.** Saug- und Druckwindkessel getrennt, mit zylindrischer, Kugel- oder birnenförmiger Grundform, oder vereinigt (Zylinder); oder der Saugwindkessel dient gleichzeitig als Fundamentplatte: Formgebung abhängig vom Pumpenkörper.

Werkstoff: Gußeisen,  $k_z = 100 \text{ kg/cm}^2$ ; Stahlguß  $k_z = 500 \text{ kg/cm}^2$ ; gehämmertes Kupfer- bzw. Stahlblech,  $k_z = 800 \text{ kg/cm}^2$  und darüber. Für chemisch wirkende Flüssigkeiten ev. ausgefüttert mit Blei, Zinn, Hartgummi.

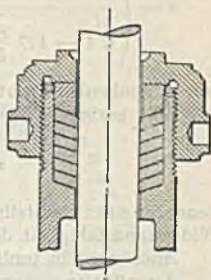


Abb. 41.



Wandstärke  $s$  nach Bach<sup>1)</sup> aus

$$s = \left( \sqrt{\frac{k_z + 0,4 p_i}{k_z - 1,3 p_i}} - 1 \right) r_i \quad \text{für inneren Überdruck} \quad \left( p_i < \frac{k_z}{1,3} \right),$$

$$s = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 1,7 \frac{p_a}{k}}} - 1 \right) r_i \quad \text{für äußeren Überdruck.}$$

sofern Einbeulen nicht zu befürchten steht.

Für geringe Wandstärken:

$$s = r_i \frac{p_i}{k_z} \quad \text{bzw.} \quad s = r_a \frac{p_a}{k}.$$

Beachtung der Herstellung (Nieten oder Schweißen) durch Berücksichtigung der Widerstandsfähigkeit der Verbindungsstellen.

Anordnung in tunlichster Nähe der Ventile, Ablenkung der Stromrichtung.

Ausrüstung der Windkessel. Entlüftung des Saugwindkessels selbsttätig: Tauchrohr, mit kleinen Löchern in der Ebene des normalen Wasserstandes,

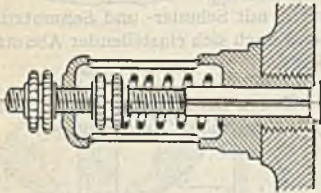


Abb. 42. Schnüffel-Ventil.

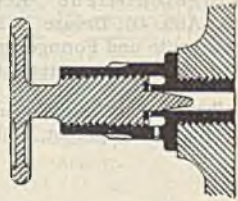


Abb. 43. Lufteinlaßschraube.

Gesamtquerschnitt  $\approx 90\%$  des Rohrquerschnittes. Luftzuführung zum Druckwindkessel (Mitreiben, Absorption) bei mittleren Druckhöhen durch Schnüffel- (Schnarch-) Ventile, Abb. 42<sup>2)</sup>, oder Lufteinlaßschrauben, Abb. 43 dicht unterhalb des Druckventils am Pumpenkörper angebracht.

Fülleleitungen: Zur Verbindung der Druckleitung mit dem Pumpenraum und des Saugwindkessels mit diesem dienen absperrbare Verbindungen, Abb. 18. Wasserstandszeiger und Sicherheitsventil an beiden



Abb. 44.

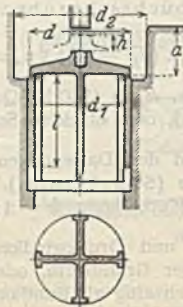


Abb. 45.

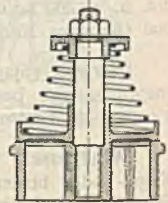


Abb. 46.

<sup>1)</sup> Z. 1880, S. 283 u. ff. und E. u. F., 9. Aufl. S. 577 u. ff.

<sup>2)</sup> Aus Berg, Pumpen.

Windkesseln, Abb. 18. Absperrventil in der Druckleitung an der Pumpe oder zwischen dieser und dem gemeinsamen Druckwindkessel. Manometer und Vakuummeter.

**Ventile.** Bedingungen: Zuverlässige Abdichtung, gesicherte Führung, geringer Durchflußwiderstand und ruhiges Ventilspiel. Art der Abdichtung ab-

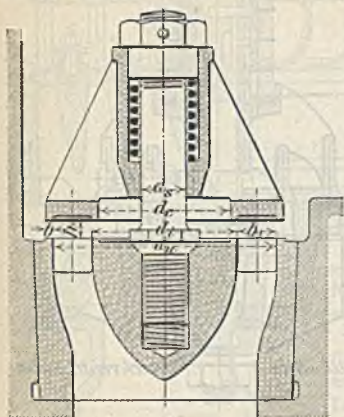


Abb. 47.

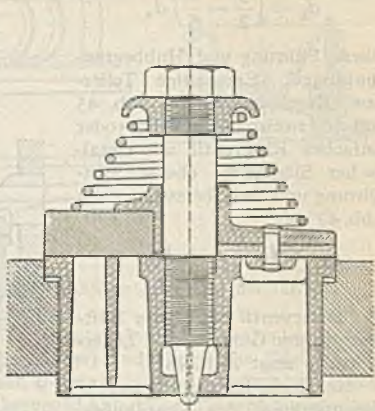


Abb. 48.

hängig von der Art und Temperatur der Flüssigkeit sowie von der Druckhöhe. Metallische Dichtungsflächen im Falle reiner Flüssigkeiten, Kautschuk, Hartgummi oder Weichgummi; Holz für sandige, schlammhaltige Flüssigkeiten und im Interesse der Milderung des Ventilschlages, Leder für kalte, chemisch indifferente Flüssigkeiten.

Dichtungsbreite rücksichtlich des Öffnungsdruckes nicht größer als die gesicherte Abdichtung bedingt, abhängig von zulässiger Pressung  $k$ , die betragen darf im Falle ruhigen Ventilschlusses für

- Rotguß bis  $150 \text{ kg/cm}^2$ ,
- Phosphorbronze bis  $200 \text{ kg/cm}^2$ ,
- Gußeisen bis  $80 \text{ kg/cm}^2$ ,
- Hartgummi oder Leder bis  $50 \text{ kg/cm}^2$ ;

nach Riedler ist bei sicherer Ventildführung bis  $85 \text{ kg/cm}^2$  für Leder und bis  $200 \text{ kg/cm}^2$  für Hartgummi zulässig.

Zuverlässige Führung des Hubventils durch Stift- oder Rippenführung senkrecht zur Dichtungsfläche. Geringer Durchflußwiderstand durch reichlichen Durchflußquerschnitt, rücksichtlich ruhigen Ventilschlusses bei um so kleinerem Ventilhub, je größer die Umlaufzahl.

Hubventile. Ausführung einspaltig oder mehrspaltig mit ebener, kegel- oder kugelförmiger Sitzfläche, Abb. 44: Bronze oder Rotgußkugel.

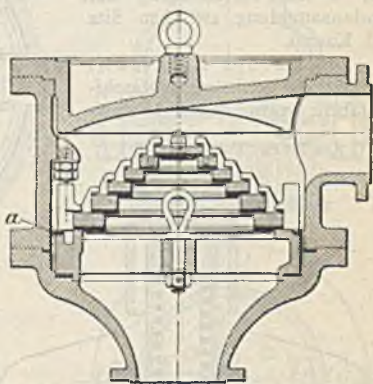


Abb. 49. Pyramiden-Ringventil.



voll oder hohl aus Kautschuk, mit Blei- oder Eisenkern für schlammhaltige Flüssigkeiten.

$$\beta \leq 45^\circ;$$

$$d_k = \left(\frac{3}{2} - \frac{8}{5}\right) d_u.$$

Obere Führung und Hubbegrenzungsbügel. Einspaltige Teller- bzw. Kegelventile nach Abb. 45 und 46, zweispaltiges Teller- oder einfaches Ringventil mit metallicher Sitzfläche, oberer Stiftführung und Federbelastung nach Abb. 47 mit

$$h = \frac{d_u - d_l}{4} = \frac{b_1}{2}.$$

Ein Tellerventil mit oberer Stiftführung und Gummi- bzw. Lederdichtung zeigt Abb. 48<sup>1)</sup>.

Mehrfache Ringventile zwecks Beschränkung des Ventilhubes. Hoffmannsches Pyramiden-Ringventil, Abb. 49 Ventil-sitzbefestigung durch 4 Schrauben, Hub-Begrenzung, Leder-ring *a* zur Verhinderung der Sandansammlung zwischen Sitz und Kasten.

Zweifaches Ringventil der früheren Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Richard Hart-

<sup>1)</sup> Aus Berg, Pumpen.

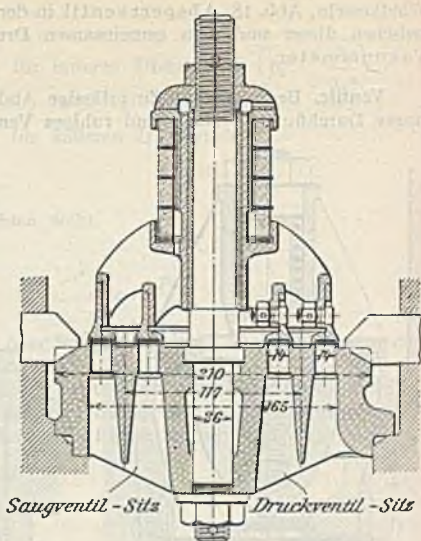


Abb. 50.

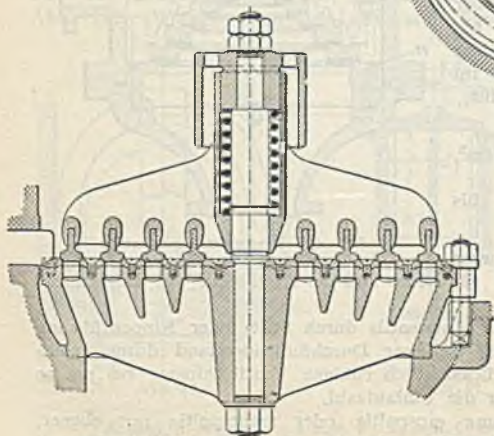


Abb. 51.

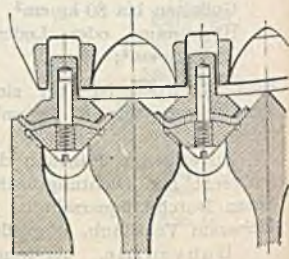


Abb. 52. Fernis-Ventil.

mann, A.-G., Chemnitz zeigt Abb. 50. Ventilsißbefestigung durch konisch abgeschrägte Bolzen, mittels Gewindes oder Flansches angepreßt, Rohgummi-

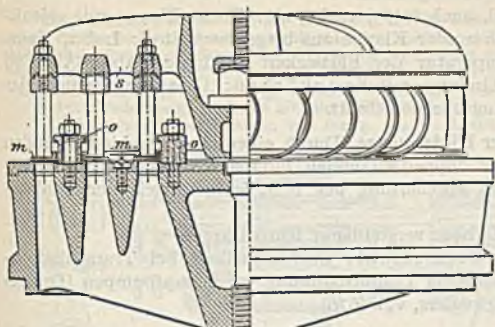


Abb. 53.

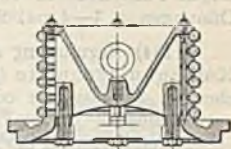


Abb. 54.

federn. Kegelförmige Sitzflächen läßt Abb. 51 erkennen.

O. Fernis hat nach Abb. 52 Dichtungsfläche (Leder) und Tragfläche (Metall) getrennt. U-förmig gebogene Federn besitzt das Lenkventil Abb. 53 der früheren Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz. Die Ringe *m*, unabhängig

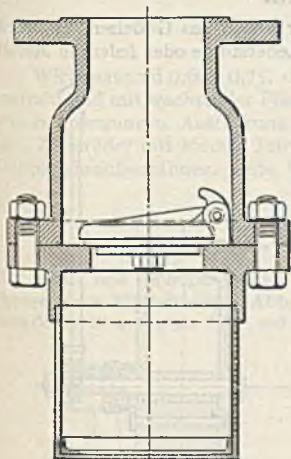


Abb. 55.

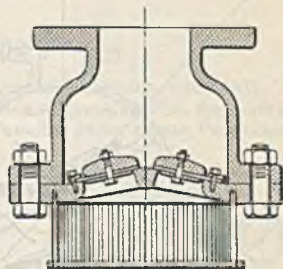


Abb. 56.

voneinander, drehen sich zufolge der Federwirkung gegenüber dem Sitz. Hubbegrenzung durch Ränder der Ringe *o*.



Gummiringventil von Gebr. Körting A.-G., Hannover, Abb. 54, für schlamm- oder sandhaltige Flüssigkeiten.

Klappenventil, vgl. auch (1179) und (712): Ebene Klappe mit gelenkartig ausgebildeter Drehachse oder Klappe aus biegsamem Stoff: Leder, Kautschuk. Von Art und Temperatur der Flüssigkeit abhängig. Abb. 55 u. 56 zeigen Fußventile in Verbindung mit Saugkörben: Gesamtquerschnitt der Öffnungen = 3—4 mal Saugrohrquerschnitt.

(1184) Regulierung der Fördermenge. Durch einen der verschieden großen Kolbenquerschnitte (der doppeltwirkenden Pumpe): Anheben des entsprechenden Druckventils oder Abschaltung der betr. Seite mittels der Umlaufvorrichtung.

Durch Änderung des Hubes: verstellbarer Kurbelzapfen.

Durch Änderung der Umlaufzahl: Stufenscheiben bei Transmissions- (Riemen-) Pumpen, Änderung der Dampfspannung bei Dampfpumpen (Drosselung) oder mittels Leistungsreglers, vgl. (676).

## Flügelpumpen.

(1185) Geschlossener oder durchbrochener Flügel aus Gußeisen, Schmiedeeisen, Bronze, gegen Gehäusewandung durch Lederstulpe oder federnde Metall-

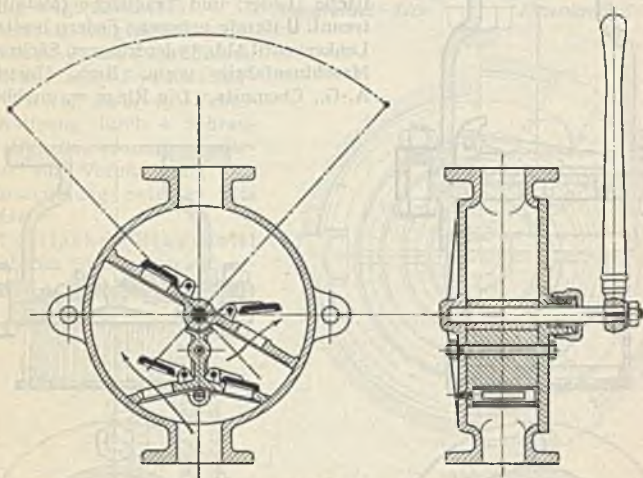


Abb. 57.

streifen abgedichtet oder eingeschliffen, schwingt um einen Winkel von  $90^\circ$  und darüber, Abb. 57, Ausführung der Firma E. C. Flader, Jöhstadt i. S.<sup>1)</sup>

Lieferungsgrad 0,8—0,9, Wirkungsgrad etwa 0,75. Für Handbetrieb bei kleinen Förderhöhen; schwierige Abdichtung.

## Rotations-(Kapsel-)Pumpen.

(1186) Förderung ohne Ventile durch Drehbewegung eines Verdrängers: Vergrößerung des Saugraumes und Verminderung des Druckraumes im Gehäuse. Mit einer zentrisch oder exzentrisch zum Gehäuse gelagerten Welle.

<sup>1)</sup> Nach Berg, Die Kolbenpumpen.

mit 2 oder 3 parallelen Wellen: Linien- bzw. Flächendichtung. Abb. 58 zeigt eine Ausführung der Firma C. H. Jaeger & Co., Leipzig-Plagwitz:

Die Verdränger  $k$  sitzen auf der Scheibe  $s$ , und die Steuerwalze ist mit 4 Kammern  $h$  versehen, durch welche die Verdränger mit reichlich Spielraum hindurchgehen unter gleichzeitigem Abschluß der Druck- und Saugseite durch die Kanten  $o$  und  $p$  der Walze: Flächendichtung. Ausbuchtungen  $m$  erleichtern den Austritt der Flüssigkeit beim Eintreten des Verdrängers in die Kammer, Aussparungen  $q_1$  und  $q_2$  entlasten die Steuerwalze.

Für Fördermengen 0,8—14 m<sup>3</sup>/min bei 250—60 Umdr./min.

Bez. weiterer Ausführungen vgl. Berg, a. a. O. S. 408.

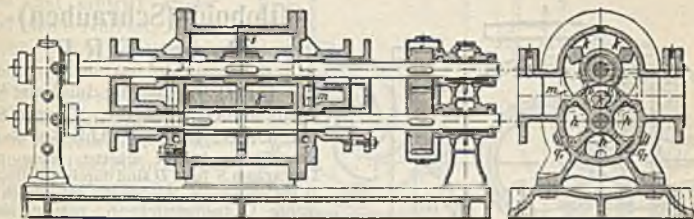


Abb. 58.

Wirkungsgrad 0,60—0,75, der Lieferungsgrad nimmt mit wachsender Umlaufzahl und mit wachsender Förderhöhe ab. Für dicke, breiige Flüssigkeiten, frei von Beimengungen. Ausführung in Gußeisen, Drehkörper u. U. in Bronze, Hartblei. Zahnräder mit kleiner Teilung und großer Breite, ev. mit einfachen oder Doppelschraubenzähnen. Gute Wellenlagerung, Ringschmierung.

## Zahnradpumpe<sup>1)</sup>

für Kühl- und Schmierzwecke (Spül- und Druckschmierung, vgl. (463)). Die theoretische Fördermenge, Abb. 59 entspricht dem Ringraum zwischen Kopf- und Fußkreis der im Eingriff gegen Saug- und Druckraum abdichtenden Räder. Zwecks Vertauschungs-

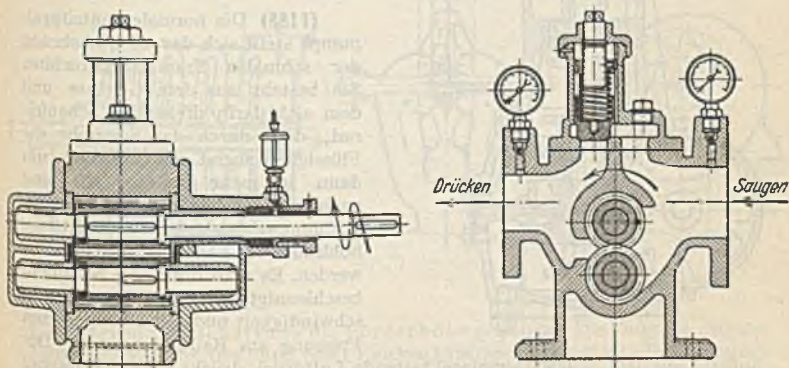


Abb. 59.

möglichkeit übereinstimmende Saug- oder Druckstutzen. Umlauf- und Sicherheitsventil an der Pumpe, Fußventil in der Saugleitung. Manometer.

<sup>1)</sup> Vgl. Falz, „Grundzüge der Schmiertechnik“, Berlin: Julius Springer 1926, S. 1901 u ff.



Es gilt  $Q_0 = \pi (R_k^2 - R_f^2) B \cdot n$  cbm/min (mit sämtlichen Abmessungen in m) und  $Q = \eta_v Q_0$ , worin der Lieferungsgrad, abhängig von der Pumpengröße, Drehzahl und Ölzähigkeit, etwa  $\eta_v = 0,95-0,8$ , im Mittel  $\eta_v = 0,9$ .

$n = 200-500$ . Anhaltspunkte:  $B = 2 R$ .

Modul  $m = (0,6-0,8) \cdot 2 R$  für größere bzw. kleinere Pumpen.

Durchflußgeschwindigkeit 5—2,5—1,5 m/sek für kurze Leitungen und kleine Saughöhen. lange Leitungen und große Saughöhen.

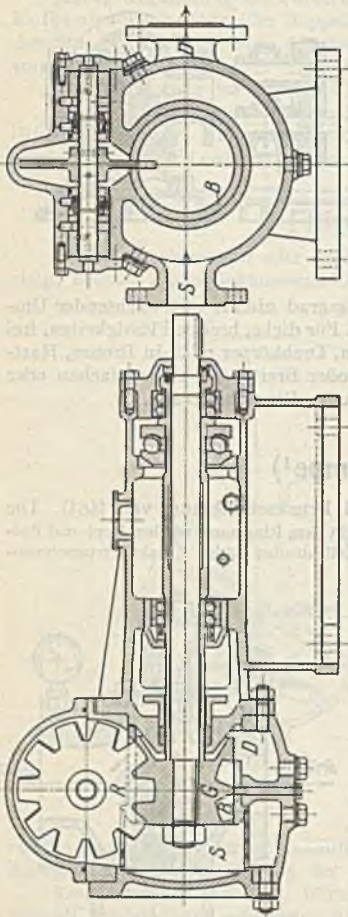


Abb. 60. Globoidpumpe

## Globoid-(Schrauben)- Pumpe, D.R.P.

(1187) Ausführung durch die Maschinenfabrik Pekrun, Coswig/Sa., eine Dickstoffpumpe, Abb. 60, die wie eine Förderschnecke arbeitet. Saug- und Druckraum S bzw. D sind durch eine Büchse B verbunden, in welcher die zylindrisch gedrehte Globoidschnecke G passend läuft. Die Drehung des die Zahnücken der Schnecke füllenden Fördergutes verhindert das Trenn-(Schnecken-) Rad R, das mit den Planseiten im Schlitz der Büchse und an den Flanken seiner Zähne in den Schneckengängen dicht geht. Das Fördergut füllt somit die durch den Eingriff des Trennrades in die Schnecke gebildeten Kammern und wird vom Saugraum nach dem Druckraum verschoben. Die Fördermenge ist bei gleichbleibender Umlaufzahl von der Förderhöhe nahezu unabhängig, die Förderung ist stetig und erfolgt auch unter Gegendruck innerhalb der Grenzen, die durch das Fabrikationsverfahren (Fördergut) gezogen sind.

## Kreiselpumpen)<sup>1</sup>.

(Zentrifugal- und Axialpumpen).

(1188) Die normale Zentrifugalpumpe stellt sich dar als Umkehrung der schmalen Francisspiralturbine. Sie besteht aus dem Gehäuse und dem sich darin drehenden Schaufelrad, dem durch das Saugrohr die Flüssigkeit zuerst axial zuströmt, um dann in mehr radialer Richtung nach dem in Zellen mit stetiger Krümmung unterteilten Rotationshohlraum des Laufrades umgelenkt zu werden. Es wird durch die Schaufeln beschleunigt und tritt mit großer Geschwindigkeit und mit einer gewissen Pressung am Radumfang aus. Der

äußere, auf dem Saugwasserspiegel lastende Luftdruck drückt sofort ebensoviel Wasser nach, als vom Laufrad in die Druckleitung gefördert wird. Die dem Wasser durch Drehung des Schaufelrades erteilte Geschwindigkeit wird in der allmählich erweiterten Wasserführung vom Laufrad zum Druckrohr, d. i. in dem das Laufrad umgebenden Spiralgehäuse, Abb. 61, oder noch in besonderen Leitkanälen, Abb. 62, zur Erreichung der erforderlichen Druckhöhe nutzbar gemacht.

<sup>1</sup>) Bearbeitet von Prof. Dr. Ing. Sandel.

(1189) Einteilung der Pumpen. Nach Zuführung und Energiezustand des Wassers. Je nach der Hauptdurchflußrichtung des Wassers durch das Rad werden Radial- (Zentrifugal-) und Axialpumpen unterschieden. Die Durchbildung der letzteren als Schrauben und Propellerpumpen für verhältnismäßig große Wassermengen und kleine Förderhöhen zielt auf die Erreichung einer hohen spezifischen Drehzahl ab. Hinsichtlich der Energieumsetzung unterscheidet man, je nachdem die Differenz der Drücke am Laufradaus- und eintritt größer oder gleich Null ist, Überdruck- oder Freistrahlpumpen. Der Ausführung der letzteren steht u. a. die Schwierigkeit der verlustlosen Umsetzung der kinetischen Energie in Druck entgegen. Auch ist die Kontinuität des Durchflusses nicht mehr gewährleistet.

Nach der Anordnung der einzelnen Laufräder in einem Aggregat unterscheidet man mehrstufige Pumpen,

Hintereinanderschaltung nach Abb. 63, und mehr-

fache Räder, Parallelschaltung, Doppelräder, Abb. 64. Zwecks Verwendung eines bewährten Laufradtypus kann auch eine Kombination von Mehrstufen- und Mehrfachanordnung in Frage kommen. Durch Parallelschaltung wird die Fördermenge, durch

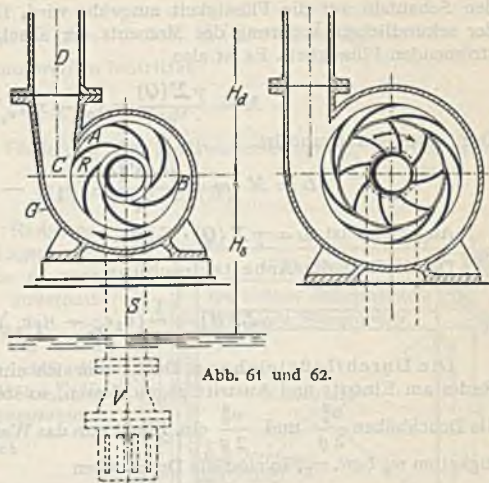


Abb. 61 und 62.

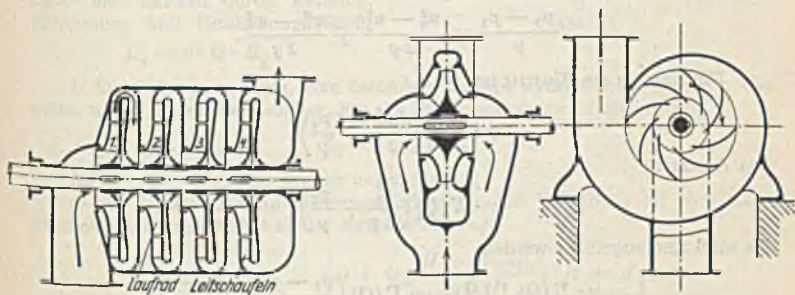


Abb. 63.

Abb. 64.

Hintereinanderschaltung die Förderhöhe gesteigert. Die Vergrößerung des Durchflußquerschnittes unter sonst gleichen Umständen bringt eine Erhöhung der Fördermenge mit sich. Diese Maßnahme verändert den Typus des Rades, der durch die spezifische Drehzahl gekennzeichnet ist.

Durch Erhöhung der Drehzahl kann die Förderhöhe in gewissen Grenzen gesteigert werden, die sowohl durch die Kavitationsgefahr als auch durch die Fliehkraftanstrengung des Werkstoffes gegeben sind.

Hiernach können für die Einteilung der Pumpenaggregate in Niederdruckpumpen (bis etwa 15 m Förderhöhe), Mitteldruckpumpen (bis etwa 40 m)



und Hochdruckpumpen (über 40 m) keine scharfen Grenzen gezogen werden. Mit einem Rad kann man bis etwa 100 m Förderhöhe erreichen.

### Hauptgleichungen.

(1190) Arbeitsgleichung, Durchflußgleichung Das Drehmoment, das von den Schaufeln auf die Flüssigkeit ausgeübt wird, findet seinen Gegenwert in der sekundlichen Änderung des Moments der absoluten Bewegungsgrößen der strömenden Flüssigkeit. Es ist also

$$M = \frac{\gamma \Sigma(Q)}{g} (r_2 c_{u_2} - r_1 c_{u_1}).$$

Der Leistungsaufwand ist

$$L = M \cdot \omega = \frac{\gamma \cdot \Sigma(Q)}{g} (u_2 c_{u_2} - u_1 c_{u_1}).$$

Andererseits ist  $L = \gamma \Sigma(Q) \cdot \Sigma(H)$ .

Damit folgt die Arbeitsgleichung

$$\Sigma(H) = \frac{1}{g} (u_2 c_{u_2} - u_1 c_{u_1}).$$

Die Durchflußgleichung. Denkt man sich eine Zelle des sich drehenden Rades am Eintritt und Austritt abgeschlossen, so stellen sich an beiden Enden die Druckhöhen  $\frac{u_1^2}{2g}$  und  $\frac{u_2^2}{2g}$  ein. Fließt nun das Wasser dort mit den Geschwindigkeiten  $w_0$  bzw.  $w_2$ , so sind die Druckhöhen

$$\frac{u_1^2}{2g} \quad \text{bzw.} \quad \frac{u_2^2}{2g}$$

Der Unterschied der Drücke am Ein- und Austritt ist also

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_0^2 - w_2^2}{2g}.$$

Die Energie am Eintritt ist

$$\gamma \cdot \Sigma(Q) \left( \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} \right),$$

am Austritt

$$\gamma \cdot \Sigma(Q) \left( \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \right).$$

Es muß also zugeführt werden:

$$L = \gamma \cdot \Sigma(Q) \Sigma(H) = \gamma \Sigma(Q) \left( \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2g} \right).$$

Setzt man vorstehenden Wert von  $\frac{p_2 - p_1}{\gamma}$  in die Gleichung ein, so erhält man die Durchflußgleichung

$$\Sigma(H) = \frac{c_0^2 - c_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_0^2 - w_2^2}{2g}$$

Die Durchflußgleichung kann mit Hilfe der aus dem Geschwindigkeitsdiagramm abzulesenden Beziehung:

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2 u c_u$$





c) Der Gesamtwirkungsgrad der Anlage, d. h. der Pumpe einschließlich Rohrleitung  $\eta = \frac{\gamma Q \cdot H_{geo}}{L}$  wobei  $H_{geo}$  die geometrische Förderhöhe bedeutet.

In Abb. 65 sind die Beziehungen zwischen Antriebsleistung, Pumpenleistung, Verlusten und Wirkungsgraden veranschaulicht. Die Höhen sind als Ordinaten, die Wassermengen als Abszissen derart aufgetragen, daß sowohl  $\Sigma(H)$  als auch  $\Sigma(Q) = 1$  gesetzt ist. Es stellt dann das ganze Quadrat die Antriebsleistung dar. Durch eine durchsichtige graphische Konstruktion sind die Wirkungsgrade  $\epsilon$  und  $\eta_p$  zur Darstellung gebracht<sup>1)</sup>.

Die „Förderhöhe“  $H$  der Pumpe ist einmal um den Druckhöhenverlust in der Rohrleitung  $H_{oL}$  größer als die geometrische Förderhöhe  $H_{geo}$ . Dazu kommt noch der Unterschied der Geschwindigkeitshöhen in Druck- und Saugleitung im Betrage von  $\frac{c_d^2 - c_s^2}{2g}$ . Wo dieser Betrag nicht in Ansatz gebracht ist, ist er zu Null angenommen. Die Höhe  $H_{geo} + H_{oL} = H_{man}$  kann durch Manometerablesung festgestellt werden aus

$$H_{man} = \frac{p_d - p_s}{\gamma} + y,$$

worin

$$\frac{p_d}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \frac{p_s}{\gamma}$$

die Manometerablesungen in m Wassersäule im Druckrohr über der Pumpe bzw. am Saugrohr vor der Pumpe,  $y$  den senkrechten Höhenunterschied der Meßstellen für  $p_d$  und  $p_s$  bedeuten.

Die Verluste werden meist auf die Förderhöhe  $H_{man}$  bezogen. Vom hydraulischen Standpunkt aus ist es jedoch vorzuziehen, sie wie im vorstehenden geschehen, mit der der Antriebsleistung entsprechenden Förderhöhe  $\Sigma(H)$  ins Verhältnis zu setzen.

Die einzelnen Verluste können auf Grund der Erfahrung im Pumpen- und Turbinenbau abgeschätzt werden. Es betragen

die hydraulischen Reibungsverluste für Pumpen mittlerer Größe etwa 8 bis 12%  
 der Spaltverlust 3 bis 7%  
 und der mechanische Reibungsverlust etwa 2%

der Antriebsleistung. Wären keine weiteren Verluste anzusetzen, so müßten die Pumpen einen Wirkungsgrad von 79 bis 87% aufweisen. In Wirklichkeit beträgt der Wirkungsgrad ausgeführter Pumpen 67 bis 75%, also etwa 12% weniger. Dieser Abmangel ist auf die „Störungsverluste“ zurückzuführen, auf die Pfeleiderer<sup>2)</sup> hingewiesen hat und die sich wie folgt ergeben.

Die Störungsverluste bei Radialrädern. Die eingangs abgeleitete Durchflußgleichung berücksichtigt nur die Hauptströmung und nimmt an, daß man ohne zu großen Fehler mit Mittelwerten eines Querschnitts rechnen kann, d. h. daß jeder Wasserfaden in der Richtung  $w_1$  eintritt und in der Richtung  $w_2$  aus dem Rade austritt. Das wäre bei unendlich vielen Schaufeln der Fall. Diese Bedingung zur Erreichung der Förderhöhe  $\Sigma(H)$  (s. die Arbeitsgleichung) ist praktisch nicht erfüllbar. Mit zunehmendem Wert von  $\frac{t}{2r\pi} = \frac{1}{z}$ , d. h. mit abnehmender Schaufelzahl gewinnt eine Nebenströmung mehr und mehr störenden

<sup>1)</sup> Man erkennt aus der Darstellung, daß es höchstens in erster Annäherung zulässig ist, die verhältnismäßigen Störungs- und Reibungsverlusthöhen  $H_{rot}/\Sigma(H)$  und  $H_o/\Sigma(H)$  von der Größe  $\epsilon$  abzuziehen, um den hydraulischen Wirkungsgrad  $\epsilon$  zu erhalten.

<sup>2)</sup> Pfeleiderer: Die Kreiselpumpen. Berlin: Julius Springer 1924.

Einfluß, die folgendermaßen zustande kommt. Da das Wasser nahezu die Eigenschaft der Reibungslosigkeit besitzt, wird es, wenn vorläufig vom Durchfluß abgesehen wird, in der Zelle des sich drehenden Rades seine absolute Lage beibehalten, also relativ zur Zelle eine Drehbewegung um eine zur Radachse parallele Achse ausführen mit der Winkelgeschwindigkeit des Rades. Es entsteht ein relativer Kanalwirbel, der sich der Strömung durch die Zelle überlagert und die Relativströmung derart verändert, daß die Geschwindigkeit der Strömung auf der Rückseite der Schaufel größer wird als auf der Vorderseite. Ein Geschwindigkeitsunterschied auf der Vorder- und der Rückseite wird aber auch dadurch erzeugt, daß das Wasser von der Richtung  $w_1$  in die Richtung  $w_2$  umgelenkt wird. Diese Umlenkung kann man sich auch dadurch entstanden denken, daß die Strömung in Richtung  $w_\infty = \frac{w_1 + w_2}{2}$  durch eine Zirkulation im Sinne der Ab-

lenkung überlagert wird.

Es müssen also drei Strömungen angenommen werden, die durch Überlagerung die Ablenkung von  $w_1$  auf  $w_2$  ergeben:

1. eine primäre Zirkulation um den Flügel im Drehsinn des Rades,

2. eine Strömung in der Richtung  $w_\infty$ ,

3. ein primärer relativer Kanalwirbel in der mit der Schaufelrichtung  $w_\infty$  gedachten Zelle mit einem der Raddrehung entgegengesetzten Drehsinn. Die Wirkung dieser resultierenden Strömung auf das Rad ist ein Unterschied des Druckes auf beiden Seiten der Schaufel, d. h. eine Widerstandskomponente entgegen der Drehrichtung, der das Drehmoment des Rades die Waage halten muß.

Ein diesem auf eine Zelle entfallenden Moment entsprechender Wirbel ist summarisch als sekundärer relativer Wirbel in der mit der Schaufelrichtung  $w$  verlaufenden Zelle anzusetzen,

wenn angenommen wird, daß dieser Wirbel die unter der Richtung  $w$  verlaufenden Stromlinien im Kanal so beeinflusst, daß der Druckunterschied auf Vorder- und Rückseite der Schaufel entsteht.

Diese summarische Annahme gestattet nun gemäß Abb. 66 die Störungsgeschwindigkeit  $w_{rot}$  in der Mitte des Austritts- bzw. Eintrittsbogens zu ermitteln. Der Kern des Wirbels kann im Abstand  $\frac{r_1 + r_2}{2}$  auf dem mittleren Wasserfaden angenommen werden. In der Entfernung  $\rho$  von der Mitte des Wirbels ist nach der Theorie der ebenen Strömungen mit genügender Annäherung zu setzen:

$$w_{rot} \rho = \frac{r_2 c_{u_1}}{z}$$

$w_{rot}$  ist senkrecht zu  $\rho$  im Drehsinn des Wirbels gerichtet. Ist  $\delta_2$  der Winkel zwischen  $w_{rot}$  und der Umfangsrichtung am Austritt, so liefert die Störungsgeschwindigkeit

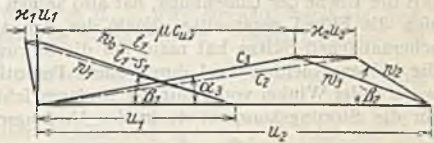


Abb. 66.



geschwindigkeit eine Komponente, die  $c_n$  entgegengesetzt ist von der Größe

$$\Delta c_{u_1} = r_2 u_2 = \frac{r_2 \cos \delta_2}{z \rho_2} \cdot c_{u_1}.$$

Für den Eintritt erhält man entsprechend

$$\Delta c_{u_1} = \frac{r_1 \cos \delta_1}{z \rho_1} c_{u_1}.$$

Man erkennt, daß die Störung am Austritt um so kleiner ist, je größer die Schaufelzahl  $z$  und die Werte  $\rho_2$  und  $\delta_2$  werden. Ein großer Wert von  $\delta_2$  entspricht einem kleinen Winkel  $\beta_2$ . Der Störungsverlust ist also klein bei stark rückwärts gebogener Schaufel und wird groß bei vorwärts gekrümmter Schaufel. Man kann sagen, er ist abhängig von dem Verhältnis  $\frac{t}{l}$  und dem Winkel  $\beta_2$ . Der Einfluß

der Störungsgeschwindigkeiten auf das Diagramm ist aus Abb. 66 zu erkennen.

Bei Axialrädern ist die Achse des relativen Kanalwirbels gleichgerichtet mit der Ebene der Umlenkung, hat also keinen Einfluß auf diese. Dagegen stören sich die Flügel gegenseitig. Nach der der Abb. 75 rechts unten beigefügten schematischen Skizze hat man, um die Störung an einem Flügel zu ermitteln, die beiden Nachbarflügel durch einen Potentialwirbel zu ersetzen und erhält, wenn  $\delta$  der Winkel von  $\rho$  mit der Umfangsrichtung ist, je am Ein- und Austritt für die Störungskomponente in der Umfangsrichtung

$$\Delta c_{u_1} = \frac{r_2 c_{u_2} \sin \delta}{z \cdot \rho} + \frac{r_2 c_{u_2} \sin \delta'}{z \cdot \rho'}.$$

Mit  $\sin \delta = \frac{h}{2 \rho}$  wird

$$\Delta c_{u_1} = \frac{r_2 h}{2 z} \left( \frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho'^2} \right) c_{u_2}.$$

Hieraus ist zu entnehmen, daß der Störungsverlust mit dem Verhältnis  $\frac{h}{l}$  zunimmt.

Die Störungskomponenten bedingen eine Übertreibung der Schaufelwinkel am Ein- und Austritt. Im Diagramm erscheinen sie als Umlenkungskomponenten, sind aber von ganz anderer Art als etwa die Stoßkomponenten. Während die Stoßverlusthöhe proportional  $\frac{w_{st}^2}{2g}$  ist, muß der Störungsverlust direkt proportional der Störungskomponente angesetzt werden.

Man erkennt aus der Arbeitsgleichung für  $c_{u_2} = 0$

$$\Sigma(H) = -\frac{u_2 c_{u_2}}{g},$$

daß unter Berücksichtigung der Störungskomponente am Austritt<sup>1)</sup>

$$H_{th} = \mu_2 \frac{u_2 c_{u_2}}{g}$$

wird, wobei  $\mu_2 = \frac{c_{u_2} - \Delta c_{u_2}}{c_{u_2}}$  ist.

<sup>1)</sup> Da die Störung am Eintritt sich auch auf den Bereich von  $c_n$  vor dem Eintritt erstreckt, hat sie auf die Leistung ebenfalls Einfluß. Es muß also genauer gesetzt werden:

$H_{th} = \frac{\mu_2 u_2 c_{u_2} - \mu_1 u_1 c_{u_1}}{g}$ . Doch werde diese Vernachlässigung, dem Umfang und Zweck der Untersuchung dieses Abschnittes entsprechend hingenommen.

Durch Division erhält man

$$\frac{H_{th}}{\Sigma(H)} = \mu_2 < 1.$$

$\mu$  ist ein Wert, der zwischen 0,7 und 0,9 liegt, im Durchschnitt etwa 0,88 beträgt, also nicht unberücksichtigt bleiben darf. Statt  $\Sigma(H)$  kann man auch mit Pfeleiderer  $H_{th\infty}$  schreiben.

### (1192) Schaufelung des Laufrades der Radialpumpe.

Einfluß von  $c_{u_1}$  auf die Förderhöhe. Aus der vereinfachten Arbeitsgleichung

$$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_{u_1}}{g}$$

geht hervor, daß bei einer angenommenen Umfangsgeschwindigkeit die Förderhöhe  $H_{th\infty}$  proportional  $c_{u_1}$  ist. Mit  $c_{u_1} = 0$  wird also  $H_{th\infty} = 0$  (wirkungslose Schaufel). Der theoretische Größtwert von  $H_{th\infty}$  wird erreicht, wenn am Radaustritt die ganze Energie als kinetische vorhanden ist (Freistrahlpumpe). Es wird dann einerseits  $H_{th\infty} = \frac{c_2^2}{2g}$ , andererseits ist nach der Arbeitsgleichung

$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_{u_1}}{g}$ . Setzt man in erster Annäherung  $c_2 = c_{u_2}$ , so folgt aus der

Gleichsetzung der Werte für  $H_{th\infty}$  für Freistrahlpumpen

$$c_{u_2, \max} = 2 u_2.$$

Die kinetische Energie des am Radumfang austretenden Wassers ist

$$H_{kin\infty} = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g}.$$

Mit  $c_0 = \sim c_{m_0} = \sim c_{m_2}$  und  $c_{u_2}^2 = c_2^2 - c_{m_2}^2$  erhält man

$$H_{kin\infty} = \frac{c_{u_2}^2}{2g}$$

und

$$\frac{H_{kin\infty}}{H_{th\infty}} = \frac{c_{u_2}}{2 u_2},$$

ferner

$$H_{th\infty} = \frac{4 H_{kin\infty}}{H_{th\infty}} \frac{u_2^2}{2g}.$$

Da die Möglichkeit, kinetische Energie in Druckenergie verlustfrei umzusetzen, bei Radialpumpen praktisch beschränkt ist, besagt vorstehende Gleichung, daß  $H_{th\infty}$  in der Hauptsache von  $\frac{u_2^3}{2g}$  abhängig ist (s. u.).

Mit zunehmendem Wert von  $\frac{c_{u_2}}{u_2}$  nimmt der Anteil der kinetischen Energie

an der Gesamtenergie zu. Einem zunehmenden Wert von  $\frac{c_{u_2}}{u_2}$  entspricht auch eine Zunahme des Winkels  $\beta_2$ .

Mit

$$\frac{c_{u_2}}{u_2} = 1 \quad \text{wird} \quad \beta_2 = 90^\circ \quad \text{und} \quad \frac{H_{kin\infty}}{H_{th\infty}} = \frac{1}{2}.$$



Praktisch bereitet es große Schwierigkeiten, einen solchen Anteil der kinetischen Energie an der Gesamtenergie durch allmähliche Erweiterung der Querschnitte in der Leitvorrichtung möglichst verlustfrei in Druck umzusetzen, so daß es sich empfiehlt,  $c_{u_2}$  stets kleiner als  $u_2$  zu halten. Überdies nehmen die Störungsverluste mit dem Winkel  $\beta_2$  zu. Andererseits will man mit Radialpumpen eine möglichst große Förderhöhe erreichen, so daß auch ein Kleinstwert des Verhältnisses von  $\frac{c_{u_2}}{u_2}$  praktisch geboten erscheint.

**Spezifische Geschwindigkeiten, Daten zum Entwurf von Radialpumpen.** Ein Rad läuft für eine andere Förderhöhe spezifisch richtig, wenn sich die Geschwindigkeiten wie die Wurzeln aus den Förderhöhen  $H_{th\infty}$  verhalten, d. h. wenn z. B.

$$\frac{u}{\sqrt{2gH_{th\infty}}} = \frac{u'}{\sqrt{2gH'_{th\infty}}} \text{ ist.}$$

Dividiert man alle Geschwindigkeiten mit  $\sqrt{2gH_{th\infty}}$ , so erhält man sogenannte spezifische Geschwindigkeiten, die bei der Förderhöhe  $H_{th\infty} = \frac{1}{2g}$  vorhanden wären.

Das Rechnen mit spezifischen Geschwindigkeiten ist bei Pumpen ebensogut möglich wie bei Turbinen, nur empfiehlt es sich, die Geschwindigkeiten nicht auf die Förderhöhe  $H$ , sondern auf  $H_{th\infty}$  zu beziehen.

Die Vorteile des Rechnens mit spezifischen Geschwindigkeiten bestehen darin, dem Konstrukteur spezifische, von der Förderhöhe unabhängige Daten zum Entwurf von Radialpumpen an die Hand geben zu können, zum andern stellen die Quadrate der spezifischen Geschwindigkeiten direkt das Verhältnis der Geschwindigkeitshöhen zur Gesamtförderhöhe  $H_{th\infty}$  dar. Vgl. Abb. 67, die sowohl den Anteil der kinetischen Energie  $H_{kin\infty}$ , als auch der Druckenergie  $H_{p\infty}$  an der Gesamtförderhöhe  $H_{th\infty}$  in Abhängigkeit von  $u$  und von  $c_u$  zur Darstellung bringt. Außerdem sind in der Abbildung die praktisch möglichen Grenzwerte für Austrittsdiagramme von Radialpumpen in spezifischen Geschwindigkeiten verzeichnet.

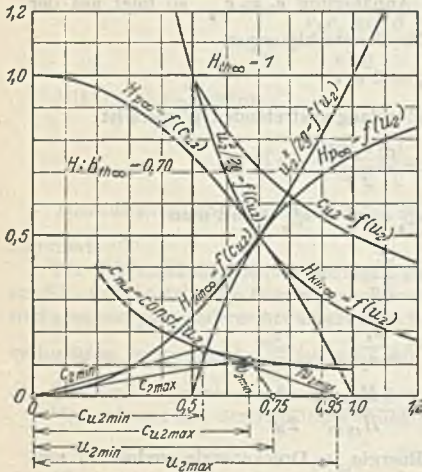


Abb. 67.

Als Umfangsgeschwindigkeit wähle man für Radialpumpen

$$u_2 = (0,75 \text{ bis } 0,95) \sqrt{2gH_{th\infty}},$$

im Mittel  $u_2 = 0,84 \sqrt{2gH_{th\infty}}$ , je nachdem man eine verhältnismäßig größere oder kleinere Förderhöhe erreichen will.

Als Meridianschwindigkeit nehme man

$$c_{m_2} = (0,8 \text{ bis } 1,0) c_{m_1} = (0,12 - 0,15 - 0,18) u_2$$

je nach der Notwendigkeit der Einschränkung des Eintrittsdurchmessers.

Gleichzeitig soll darauf gesehen werden, daß der Winkel  $\beta_2$  nicht kleiner als  $20^\circ$  und nicht größer als  $50^\circ$  wird.

$D_2$  kann sich in den Grenzen  $1,5 D_1$  bis  $2,5 D_1$  bewegen.

Weiterer Anhalt für den Entwurf:

Nach früherem ist

$$H_{th\infty} = 4 \frac{H_{k1n\infty} u_2^2}{H_{th\infty} 2g}.$$

Nach der Erfahrung weicht die erreichte Förderhöhe  $H$  nur wenig von  $\frac{u_2^2}{2g}$  ab. Es ist  $H = (0,9 \text{ bis } 1,15) \frac{u_2^2}{2g}$ .

Ist für mittlere Pumpen mit Leitrad  $H:H_{th\infty} = 0,7$ , so wird  $\frac{u_2^2}{2g}:H = 1$

für  $u_2 = 0,84 \sqrt{2g H_{th\infty}}$ . Der Wert 0,84 kann also als guter Mittelwert für die spezifische Umfangsgeschwindigkeit von Radialpumpen gelten.

Aus Festigkeitsgründen darf bei Gußeisen  $u_2$  den Betrag von 40 m/sec nicht übersteigen.

Wählt man, um eine große Förderhöhe zu erhalten,  $u_2 = 0,75 \sqrt{2g H_{th\infty}}$  und erreicht z. B.  $H = 0,72 H_{th\infty}$ , so wird

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{0,75^2}{0,72} H = 0,78 H;$$

für  $u_{2\max} = 40$  m/sec folgt  $H_{\max} = \frac{40^2}{2g \cdot 0,78} = 104$  m als maximale, mit einem Rad erreichbare Förderhöhe.

Mit dem nach vorstehenden Gesichtspunkten in spezifischen Geschwindigkeiten gezeichneten Geschwindigkeitsdiagramm für eine zu entwerfende Radialpumpe können die Laufradabmessungen berechnet werden.

1. Austrittsdurchmesser: Aus  $u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60}$  erhält man

$$D_2 = 19,1 \frac{u_2}{n}.$$

Rechnet man mit spezifischen Geschwindigkeiten, so wird

$$D_2 = \frac{84,6}{n} \sqrt{H_{th\infty}} \frac{u_2}{\sqrt{2g H_{th\infty}}}.$$

Setzt man vorbehaltlich nachträglicher Kontrollrechnung  $H = 0,716 H_{th\infty}$ , so wird

$$D_2 = \frac{100}{n} \sqrt{H} \frac{u_2}{\sqrt{2g H_{th\infty}}}.$$

Mit  $\frac{u_2}{\sqrt{2g H_{th\infty}}} = 0,84$  (s. o.) folgt für Überschlagsrechnungen

$$D_2 = \frac{84}{n} \sqrt{H}.$$

2. Austrittsbreite  $b_2$ . Für diese gilt

$$b_2 = \frac{\Sigma(Q) t_2}{\pi D_2 c_{m_2} (t_2 - \Delta_2)}.$$



Setzt man vorbehaltlich:  $\sum(Q) = 1,04 Q$ ,  $\frac{t_2 - \Delta_2}{t_2} = 1$ ,  $c_{m_2} = 0,15 u_2$   
 $= 0,15 \cdot 0,84 \sqrt{2gH_{th\infty}}$ ,  $H = 0,716 H_{th\infty}$ , so erhält man für Überschlags-  
 rechnungen

$$b_2 = 0,006 \frac{Q^n}{H}.$$

3. Eintrittsdurchmesser  $D_0$ . Nach der Kontinuitätsbedingung ist

$$b_0 = b_2 \frac{c_{m_2} D_2}{c_{m_0} D_0}.$$

Setzt man vorbehaltlich:

$$\frac{c_{m_2}}{c_{m_0}} = 1,1 \quad \text{und} \quad b_0 = 0,275 D_0,$$

so wird für Überschlagsrechnungen

$$D_0 = 2 \sqrt[3]{b_2 D_2}.$$

4. Eintrittsbreite: Es ist

$$b_0 = b_2 \frac{c_{m_2} D_2}{c_{m_0} D_0}, \quad \text{wobei} \quad c_{m_2} = c_{m_1} \frac{t_1 - \Delta_1}{t_1}.$$

Nach Festlegung der Laufradabmessungen wird das Laufradprofil aufgerissen, die Geschwindigkeiten  $c_{m_1}$  und  $c_{m_2}$  nachkontrolliert und womöglich der ganze Verlauf von  $c_m$  über die Radtiefe festgestellt.

### Form der Laufradschaufel.

a) Nach einer angenommenen Gesetzmäßigkeit der Energieabgabe über die Radtiefe (s. Abb. 68).

Es wird das Diagramm in einem solchen Maßstab aufgezeichnet, daß  $u = r$  ist. In der Abbildung ist  $u$  senkrecht angelegt. Waagrecht werden vom Anfangspunkt von  $u$  aus die Radtiefen  $r$  aufgetragen und über diesen die Energien  $H$ . Da  $H$  proportional  $c_u$  ist, gibt der Verlauf von  $c_u$  über die Radtiefe die Gesetzmäßigkeit der Energieabgabe der Schaufel an das Wasser an. Diese wird am besten so angenommen, daß die inneren Schaufelenden wirkungsfrei bleiben und die Linie  $c_u = f(r)$  in die Gerade übergeht, die dann bei der Abszisse  $r_2$  die Ordinate  $c_{u_2}$  erreicht. Nun wird im Schaufelriß ein Schaufelpunkt auf  $r_2$  angenommen und die Richtung  $w_2$  angelegt. Die Senkrechte dazu im Austrittspunkt schließt mit dem Radius den Winkel  $\beta_2$  ein. Es kann also im Schaufelriß dasselbe Austrittsdreieck wie im Diagramm eingezeichnet werden. Nun wird im Diagramm ein weiteres Geschwindigkeitsdreieck mit einem etwas kleineren  $u$  bzw.  $r$  als  $r_2$  aufgezeichnet. Von diesem ist weiter bekannt:  $c_m$  (aus dem Radprofil ermittelt) und  $c_u$  (aus der angenommenen Linie  $c_u = f(r)$ ). Dieses Dreieck wird in den Schaufelriß so eingelegt, daß die Senkrechte zu  $w$  im Endpunkt von  $u$  eine stetige Fortsetzung der Schaufelform ergibt. Durch schrittweise Wiederholung dieses Verfahrens erhält man ein die gesuchte Schaufelform einhüllendes Polygon.

b) Aus zwei Kreisbögen zusammengesetzte Schaufelform.

Die nach a) erhaltene Linie kann durch 2 Kreisbögen wie in Abb. 66 ersetzt werden. Es ist nur zu beachten, daß die beiden Mittelpunkte der Kreisbögen einmal je auf den Normalen in den beiden Endpunkten, die mit den Radien die Winkel  $\beta_1$  bzw.  $\beta_2$  einschließen, liegen müssen, zugleich aber auch auf der gemeinschaftlichen Normalen im Übergangspunkt.

c) Aus einem Kreisbogen gebildete Schaufelform (s. Abb. 69)<sup>1)</sup>.

Von Punkt  $A$  auf  $r_1$  wird die Normale, die den Winkel  $\beta_2$  mit dem Radius einschließt, angetragen. Vom Mittelpunkt  $C$  aus wird der Winkel  $\beta_1 + \beta_2$  an  $AD$  angelegt. Der freie Schenkel schneidet den Kreis mit  $r_1$  in  $B$ . Die verlängerte Gerade  $AB$  schneidet den Kreis mit  $r_1$  in  $D$ . Der

<sup>1)</sup> Aus Quantz: Kreiselpumpen, S. 18. Berlin: Julius Springer 1930.

gesuchte Mittelpunkt liegt auf dem Schnittpunkt  $M$  des Mittellotes auf  $AD$  mit der Normalen in  $A$ .

Bei breiteren Laufrädern mit doppelt gekrümmten Schaufeln, die im Profil den Francis-turbinen normaler und höherer Schnellläufigkeit gleichen, müssen die Profile durch mehrere Wasserbahnen unterteilt und die Schaufelformen für die einzelnen Wasserfäden diagrammgerecht zunächst in Meridian- und Umfangskoordinaten aufgetragen werden. Die Wasserfäden sind dann schrittweise winkeltreu in kleinen Beträgen  $\Delta u$  und  $\Delta m$  in den Grundriß zu übertragen. Bezüglich der weiteren Konstruktion darf auf den Abschnitt (948) der Wasserkraftmaschinen verwiesen werden.

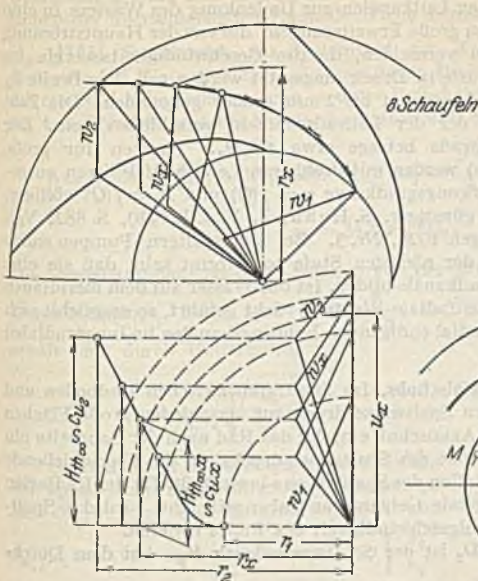


Abb. 68. Laufradschaufelung.

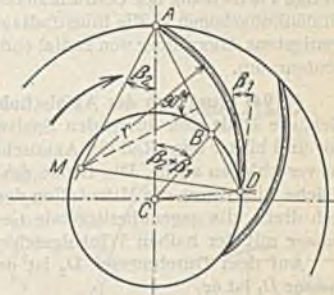


Abb. 69.

Bei sogenannten Schraubenpumpen, s. Abb. 78, fehlt der Außenkranz. Die Austrittskanten liegen nicht mehr auf einem Zylinder, sondern sind gegen die Laufradnabe eingezogen. Die Weiterentwicklung dieser Form führt zu den reinen Axial- oder Propellerturbinen.

(1193)

### Der Leitapparat.

Die Leitvorrichtung soll die aus dem Laufrad austretende Flüssigkeit stoßfrei aufnehmen. Das Wasser verläßt das Rad wegen der Störungsgeschwindigkeiten mit einer Umfangskomponente  $\mu \cdot c_{u_2}$  statt  $c_{u_2}$ , d. h. es tritt nicht mit dem diagrammgemäßen Winkel  $\alpha_2$ , sondern unter einem größeren Winkel  $\alpha_3$ , der nach Abb. 66 graphisch ermittelt werden kann, aus dem Laufrad aus. Es ist  $c_{m_2} = Q/\pi D_2 b_2$ , so daß  $\text{tg } \alpha_3 = c_{m_2} / \mu_2 c_{u_2}$ . Der weitere Verlauf erfolgt bei streifer Strömung nach dem Flächensatz  $r \cdot c_u = \text{konst.}$  In einem Rotationsbohlraum (Dilfuser) ist unabhängig von der Form der Erzeugenden

$$c_m = (Q/2\pi) \frac{1}{b(r) \cdot r},$$

$$c_u = r_2 c_{u_2} \frac{1}{r}.$$

Daraus folgt für die graphische Konstruktion der Strombahn ( $\sim$  Spirale  $\perp c_m$ )

$$\text{tg } \varphi = \frac{\Delta c_m}{\Delta c_u} = (Q r_2 c_{u_2} / 2\pi) \frac{1}{b(r)}.$$



Wird der Rotationshohlraum gebildet durch zwei parallele Wände bzw. durch zwei Kegel mit gemeinsamer Spitze auf der Rotationsachse, so ist die Strombahn eine logarithmische bzw. eine archimedische Spirale. Bei Leiträdern sind zu große Krümmungen in den Leitkanälen zur Umlenkung des Wassers in eine mehr radiale Richtung und zu große Erweiterungen, die von der Hauptströmung nicht ausgefüllt werden, zu vermeiden, da die Geschwindigkeitsenergie im Leitrad möglichst ohne Verluste in Druck umgesetzt werden soll. Die Breite  $b_3$  des Leitrades wird gleich  $b_2$  oder 1 bis 2 mm größer genommen. Die Zahl der Leitschaufeln soll von der der Leitrad-schaufeln verschieden sein. Der Außendurchmesser des Leitrades betrage etwa  $1,4 D_2$ . Pumpen für große Leistungen (Speicherpumpen) werden mit drehbaren Leitschaufelspitzen ausgeführt, dadurch wird die Wirkungsgradkurve  $\eta = f(Q)$  und  $H = f(Q)$  völliger, für kleinere Wassermengen günstiger. S. Hahn, Z. V. d. I. 1930, S. 882. Vgl. auch Escher-Wyß-Mitteilungen 1928, Nr. 3. Bei mehrstufigen Pumpen sollen die Verbindungskanäle mit der nächsten Stufe so geformt sein, daß sie eine stetige Fortsetzung der Leitradkanäle bilden. Ist das Wasser auf dem meridianen Umlenkungsbogen in die innenradiale Richtung nicht geführt, so empfiehlt sich wenigstens Anordnung von radial endigenden Führungskanälen im innenradialen Stufenraum.

(1194) **Ausgleich des Axialschubs.** Im Spaltraum zwischen Radboden und Gehäuse stellt sich durch den Spaltwasserdruck auf verschiedenen große Flächen vor und hinter dem Rad ein Axialschub ein, der das Rad nach der Saugseite hin zu verschieben sucht. Die Größe des Spaltwasserdrucks auf die überschießende Fläche wird durch die Mitrotation des Spaltwassers beeinflusst. Da der Radboden sich dreht, die gegenüberliegende Gehäusewand aber stillsteht, wird das Spaltwasser mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Rades rotieren.

Auf dem Durchmesser  $D_2$  ist der Spaltwasserdruck  $H_p$ . Auf dem Durchmesser  $D_1$  ist er

$$H_p - \frac{1}{4} \frac{u_1^2}{2g}$$

In der Radmitte wäre er

$$H_p - \frac{1}{4} \frac{u_2^2}{2g}$$

Der Spaltwasserdruck nimmt also nach der Mitte zu parabolisch ab. Da der Inhalt eines Umdrehungsparaboloids gleich Grundfläche mal halber Höhe ist, wobei

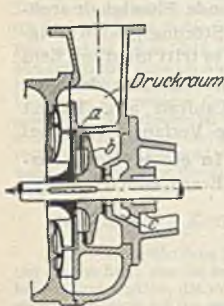


Abb. 70.  
Entlastungsscheibe.

als Grundfläche auch die um den Nabenkreis verminderte Ringfläche gilt, und der Druck auf dem Nabendurchmesser wenig von dem Druck in der Radmitte abweicht, kann der mittlere Druck des Spaltwassers auf die überschießende Fläche angesetzt werden zu

$$H_{sp} = H_p - \frac{1}{8} \frac{u_2^2}{2g} - \frac{1}{8} \frac{u_1^2}{2g}$$

Der Axialschub kann durch besondere Ausgleichsvorrichtungen aufgehoben werden, die sich bei Rädern mit zweiseitigem Einlauf erübrigen. Bei mehrstufigen Pumpen wird meist der Axialschub auf die Räder durch eine gemeinsame Entlastungsvorrichtung aufgenommen. Das Druckwasser der letzten Stufe wirkt auf die Saugseite einer auf der Welle festen Ausgleichsscheibe, s. Abb. 70, die so groß zu bemessen ist, daß der resultierende Druck auf die Scheibe dem Spaltwasserdruck das Gleichgewicht hält. Da der resultierende Druck auf die Scheibe mit der Weite des radialen Spalts zwischen Entlastungsscheibe und Gegenring am Gehäuse sich ändert, wird die

Scheibe sich einspielen. Die Größe der Entlastungsscheibe wird besser durch den Versuch als durch Rechnung (mit Hilfe des Ansatzes für  $H_{sp}$ ) ermittelt. Überschlägig kann die wirksame Fläche der Entlastungsscheibe zum anderthalbfachen der überschießenden Radbodenfläche angenommen werden.

(1195) **Systemzahl.** Als Systemzahl zur Kennzeichnung des Radtypus dient wie bei Wasserturbinen die spezifische Drehzahl  $n_s$ , d. i. die Drehzahl, die ein Rad haben würde, wenn es unter Beibehaltung der geometrischen Form bei 1 m Förderhöhe 1 PS Nutzleistung aufwies. S. (921) und (965).

$$\text{Aus } n_s = n_I \sqrt[3]{N_I} \text{ erhält man mit } \omega_I = \frac{\pi n_I}{30} \text{ und } N_I = \frac{\gamma \cdot Q_I}{75}$$

$$n_s = 34,9 \omega_I \sqrt[3]{Q_I}$$

Die Schnellläufigkeit ist also abhängig von der Winkelgeschwindigkeit und der Durchflußmenge. Setzt man  $H = v \frac{u^2}{2g}$ , so erhält man durch Umformung

$$n_s = \frac{815}{v^{3/4}} \sqrt[3]{\frac{c_{m_2} b_2}{u_2 r_2}}$$

Setzt man zur überschlägigen Bestimmung der spezifischen Drehzahl einer Radialpumpe aus deren Form die Mittelwerte  $v = 1$  und  $c_{m_2}/u_2 = 0,152$ , so ergibt sich  $n_s = 320 \sqrt[3]{\frac{b_2}{r_2}}$ . Diese Gleichung ist in Abb. 71 dargestellt, aus der sich rasch ein Bild von der spezifischen Drehzahl eines Rades aus dessen Form gewinnen läßt.

(1196) **Betriebliches Verhalten. Kennlinie.** Wird die Drehzahl einer Pumpe geändert, so wird ihr hydraulisches Verhalten gleichbleiben, wenn die spezifischen Diagrammgeschwindigkeiten nicht geändert werden. Daraus ergibt sich

$$n' = n \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H}} \quad \text{und} \quad Q' = Q \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H}}$$

Aus den beiden Gleichungen folgt durch Division

$$Q' = Q \frac{n'}{n},$$

ferner ist

$$N' = \frac{N H'^{3/2}}{H^{3/2}} \quad (\text{Affinitätsgesetz}).$$

Wird die Wassermenge einer Pumpe geändert, so ändert sich auch die Förderhöhe. Die Kurve  $H = f(Q)$  für  $n = \text{konst}$  gibt Einblick in das betriebliche Verhalten einer Pumpe. Sie kann auf dem Versuchsstand durch Drosselung der Wassermenge festgestellt werden und wird darum auch Drosselkurve genannt. S. Abb. 74. Für eine zu entwerfende Pumpe kann die Drosselkurve auch an Hand des Diagramms wie folgt abgeleitet werden, s. Abb. 72.

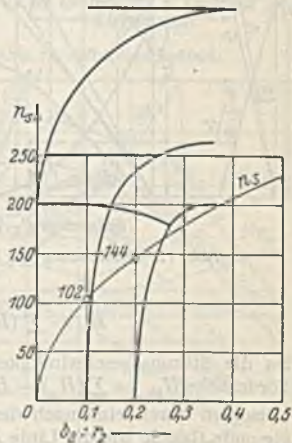


Abb. 71. Spez. Drehzahl in Abhängigkeit von  $b_2/r_2$ .



Aus der vereinfachten Arbeitsgleichung

$$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_{u_2}}{g}$$

geht hervor, daß die Förderhöhe  $H_{th\infty}$  bei konstanter Drehzahl proportional  $c_{u_2} = u_2 - w_{u_2}$  ist.

Ferner ist die Wassermenge proportional  $c_{m_2}$ . Würde nun das Wasser ohne Stoß ein- und austreten, so würde bei gegebenem Winkel  $\beta_2$  und einer der Geschwindigkeit  $c_{m_2,x}$  entsprechenden Wassermenge  $Q_x$  die Förderhöhe  $H_{th\infty x}$  proportional  $u_2 - w_{u_2,x}$ . Dar-

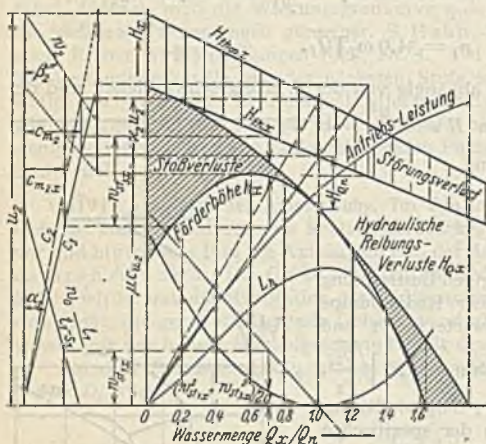


Abb. 72. Bestimmung der Drosselkurve.

aus geht hervor, daß unter den gemachten Voraussetzungen die Linie  $w_2$  im Diagramm direkt die Linie  $H_{th\infty} = f(Q)$  darstellt, wobei die Abszissen  $c_{m_2,x}$  als Wassermengen, die Ordinaten  $u_2 - w_{u_2,x}$  als Förderhöhen  $H_{th\infty x}$  erscheinen, z. B.  $u_2$  als  $H_{th\infty x}$  für die Wassermenge  $Q_x = 0$ .

Es empfiehlt sich, in einer besonderen Zeichnung die Abszissen in einem verhältnismäßig größeren Maßstab aufzutragen und die Ordinaten aus dem Diagramm zu entnehmen. Es ist nun darzustellen:

$$H_x = \sum (H_x) - H_{rot_x} - H_{el_x} - H_{st_x}$$

Da die Störungsgeschwindigkeitskomponenten proportional  $c_u$  sind, wird die Förderhöhe  $H_{th_x} = \sum (H_x) - H_{rot_x}$  proportional  $\mu c_{u_2}$  unter den gleichen Voraussetzungen durch eine nach demselben Punkt auf der Abszissenachse konvergierende Gerade wie die Linie  $H_{th\infty x}$  dargestellt.

Die hydraulischen Reibungsverlusthöhen verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Sie sind nach dem Ansatz

$$H_{el_x} = H_{el_n} \frac{Q_x^2}{Q_n^2}$$

zu ermitteln und werden von den Ordinaten  $H_{th_x}$  abgezogen. Nun ist noch die Stoßverlusthöhe zu berücksichtigen. Erfahrungsgemäß gibt der Ansatz

$$H_{st} = \varphi \frac{w_{st}^2}{2g} \quad \text{mit } \varphi = 1 \text{ zu große Verluste. Der Wert } \varphi = 0,5 \text{ deckt sich}$$

besser mit den Versuchen. Es ist die Stoßverlusthöhe am Eintritt  $\varphi \frac{w_{st,x}^2}{2g}$  und

am Austritt  $\varphi \frac{w_{st,x}^2}{2g}$ , s. Abb. 72, da die Stoßkomponente vom Endpunkt von

$c_{3_x}$  aus gerechnet um die Störungskomponente kleiner wird. Die gesamte Stoß-

verlusthöhe ist also  $\frac{\varphi}{2g} (w_{s1,x}^2 + w_{s2,x}^2)$ . Bei der Auftragung muß der Zeichnungsmaßstab für die Förderhöhen  $\frac{g}{m u_2}$  berücksichtigt werden, wobei  $\frac{1}{m}$  der

Maßstab für die Geschwindigkeiten ist. Die Auftragung der Stoßverlusthöhen allein ergibt eine Parabel mit Achse parallel zur  $H$ -Achse und der Ordinate 0 bei der Abszisse  $\frac{H_x}{H_n} = 1$ , deren Ordinaten von der Linie

$$H_{th \infty x} - H_{rot x} - H_{e x} = f(Q)$$

abzuziehen sind, um schließlich die Linie  $H_x = f(Q)$ , d. h. die Drosselkurve zu erhalten.

In dieselbe Darstellung kann noch die Linie für die Antriebsleistung  $L = \gamma H_{th \infty x} \cdot Q_x$  sowie die Linie für die Pumpenleistung  $L_h = \gamma \cdot H_x \cdot Q_x$  eingetragen werden. Der Spaltverlust und die mechanischen Verluste sind in der Abbildung der Übersicht wegen nicht berücksichtigt.

Wie aus der Konstruktion hervorgeht, ist die Drosselkurve eine Parabel mit Achse parallel zur  $H$ -Achse. Für eine andere Drehzahl ergibt sich eine zur ersten parallel verschobene mit dieser kongruente Parabel. Der geometrische Ort der Scheitel der Drosselparabeln ist eine Parabel, deren Achse die  $H$ -Achse und deren Scheitel im Ursprung ist.

Pumpen größerer Schnelligkeit (Francisbauart) zeigen einen mit zunehmender Wassermenge zuerst langsam, dann rascher abfallenden Verlauf der Drosselkurve, während diese Kennlinie bei Propellerpumpen nahezu linear mit zunehmender Wassermenge abfällt. S. Schulz, Z. V. d. I. 1930, S. 1232.

Als Wirkungsgradfeld bezeichnet man eine Darstellung  $H = f(Q)$ , in der auch die Kurven gleicher Wirkungsgrade eingetragen sind. Sie gewährt einen

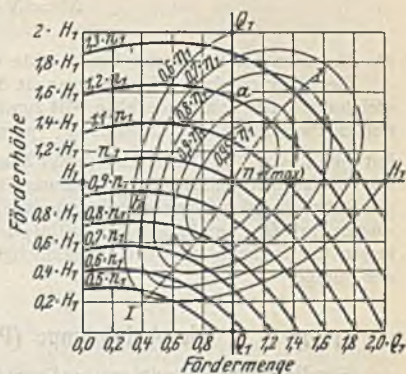


Abb. 73. Wirkungsgradfeld.

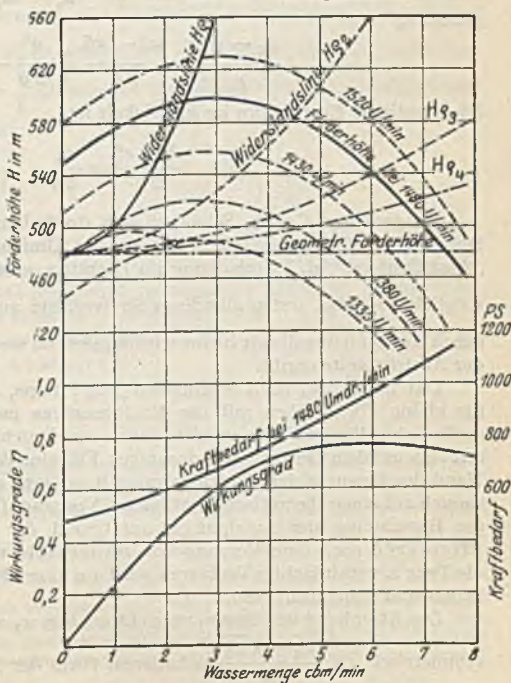


Abb. 74. Förderhöhenunabhängigkeit der Fördermenge.



umfassenden Überblick über das betriebliche Verhalten der Pumpe. Der Umstand, daß jede Pumpe einen günstigsten Betriebspunkt hat, von dem aus der Wirkungsgrad allseitig abfällt, tut dar, daß das Affinitätsgesetz

$$N' = N \frac{H'^{3/2}}{H^{3/2}}$$

für die Antriebsleistung nur beschränkte Gültigkeit hat.

Bei einer gegebenen Rohrleitung ist die Förderhöhe bei der Wassermenge  $Q$  gleich der statischen Förderhöhe. Mit zunehmender Liefermenge wird die zusätzlich zu überwindende Förderhöhe  $H_{eL}$  parabolisch wachsen (Kennlinie der Rohrleitung), s. Abb. 74. Der Betriebspunkt einer Pumpe liegt im Schnitt der Drosselkurve mit der Kennlinie der Rohrleitung. Berührt eine Drosselkurve die Kennlinie der Rohrleitung im Betriebspunkt, wie es in Abb. 74 bei der Drosselkurve  $n = 1335$  und der mit  $H_{Q_0}$  bezeichneten Kennlinie der Fall ist, so bewirkt ein kleines Nachlassen der Drehzahl oder der Wassermenge ein labiles Verhalten (Abschnappen) der Pumpe.

### (1197) Die Axialpumpe (Propellerpumpe).

Für die Pumpe mit rein axialem Durchfluß gilt  $u_1 = u_2$  und wenn, wie meist, eine Eintrittsleitvorrichtung fehlt:  $c_0 = c_{m_1} = c_{m_2}$ . Damit wird die Druckgleichung

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{w_0^2 - w_2^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} - \frac{w_{u_2}^2}{2g}$$

Die kinetische Energie pro kg Flüssigkeit ist

$$\frac{c_u^2 - c_0^2}{2g} = \frac{c_u^2}{2g}$$

Folgerung: Gerade Schaufeln mit stoßfreiem Eintritt sind wirkungslos. Durch Vergrößerung von  $u$  gegenüber der Umfangsgeschwindigkeit wird ein „Anstellwinkel“, d. i. Umlenkung im Drehsinn, erreicht und Energieabgabe ermöglicht. Hierbei treten allerdings Stoßverluste auf. Die Drucksteigerung  $\frac{u^2}{2g}$  durch die Zentrifugalkraft bleibt wirkungslos, da sie keinen Drucküberschuß auf der Austrittsseite ergibt.

Das Bestreben, nach Möglichkeit jede Pumpe, auch die Schöpfwerkpumpe, für kleine Förderhöhen mit der Kraftmaschine unmittelbar zu koppeln, also große Schnellläufigkeit zu erzielen, führte zur Durchbildung der Propellerpumpe mit rein axialem Durchfluß und wenigen Flügeln. Wenn auch hier die Praxis an Hand des Versuchs der Theorie vorseilt, so wird erstere doch gefördert, wenn sie sich auf einen theoretisch begründeten Vorgang stützt. Ein solcher ist der Weg der Berechnung der Axialpumpe auf Grund der Tragflügeltheorie, wie ihn Pfeleiderer nach dem Vorgang von Bauersfeld eingeschlagen hat<sup>1)</sup>. Ein für die Praxis vereinfachtes Verfahren wird im folgenden umrissen. Vgl. (954) Propeller- und Kaplan turbinen.

Die Ablenkung der Strömungsrichtung von  $w_1$  auf  $w_2$  rührt her von der unsymmetrisch zu  $\frac{w_1 + w_2}{2}$  gehaltenen Form der Schaufel.

Bei der idealen Schaufel, die eine allmähliche Umlenkung des Wassers nach einer Parabel mit der Achse in der Umfangsrichtung bewirkt, ist die Sehne dieser

<sup>1)</sup> S. Pfeleiderer: Die Kreiselpumpen, S. 224. Berlin: Julius Springer 1924.

Parabel parallel  $\frac{w_1 \rightarrow w_2}{2}$ , d. i. parallel zu  $w_\infty$ . Da die Umlenkung (Energieabgabe) der durchlaufenen Schaufeltiefe proportional ist, sind auch die Flächen drücke gleichmäßig über die Parabel verteilt. Der resultierende Druck steht senkrecht zu  $w_\infty$  und geht durch die Mitte der Sehne. Bei dieser Parabel ist, wie aus den geometrischen Beziehungen des Schnnentangendendreiecks zu dem Geschwindigkeitsdiagramm hervorgeht:

$$\frac{f_{u_2}}{l} = \frac{c_u}{8 w_\infty},$$

wobei

$$c_u \equiv c_{u_2} - c_{u_1},$$

$f_{u_0}$  die Pfeilhöhe der Parabel in Richtung  $u$  und  $l$  die Länge der Sehne ist.

Für profilierte parabolische Schaufeln ist die sich aus der Form ergebende Ablenkung an den Schaufelenden bedingt durch das Verhältnis

$$\frac{f_{u_2}}{l} = \frac{2}{3l} \left( f_{u_d} + \frac{f_{u_s}^2}{l_{u_s} + f_{u_d}} \right) = \frac{c_u}{8 w_\infty},$$

wobei die Zeiger  $d$  und  $s$  sich auf die Druck- bzw. die Saugseite des Profils beziehen. Die an den Schaufelenden entstehende Ablenkung ist bei größerem Verhältnis  $\frac{t}{l}$  nicht die der ganzen Wassermenge. Um die Umlenkung der ganzen Wassermenge in diagrammgemäßer Weise zu erreichen, muß die mittlere Wölbung vergrößert werden, d. h. mit einem von  $\frac{t}{l}$  abhängigen Erfahrungsbeiwert  $\psi \frac{t}{l}$  multipliziert werden, so daß zu setzen ist:

$$\frac{f_{u_2}}{l} = \frac{2}{3l} \left( f_{u_d} + \frac{f_{u_s}^2}{l_{u_s} + f_{u_d}} \right) = \psi \frac{t}{l} \frac{c_u}{8 w_\infty}.$$

Größere mittlere Wölbung bedingt nur insofern eine größere Antriebsleistung, als der hydraulische Radwiderstand  $H_\rho$  mit der mittleren Wölbung wächst und die in Förderhöhe ausgedrückte gegenseitige Störung der Flügel  $H_{rot}$  durch Übertreibung der Schaufelwinkel ebenfalls überwunden werden muß.

Wird die  $c_u$  verkleinernde Störungskomponente am Ein- und Austritt besonders ermittelt nach dem Ansatz (1190)

$$\Delta c_u = \frac{r \cdot h}{2z} \left( \frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho'^2} \right) c_u$$

und zu  $c_u$  zugeschlagen, so kann  $\psi$  entsprechend kleiner genommen werden. Soll mit  $\psi$  die durch die Störung erforderliche Übertreibung der Schaufelwinkel summarisch mitberücksichtigt werden, so kann  $\psi$  vorläufig zu 1,6 angesetzt werden.

Beispiel: Es soll eine Propellerpumpe mit  $d_t = 0,4 D_a$ ,  $u_t = 0,71 \sqrt{2g H u_\infty}$  entsprechend senkrecht rel. Austritt  $c_m = \frac{u_t}{2} = 0,35 \sqrt{2g H u_\infty}$  entworfen werden. Wegen der beschränkten Gültigkeit des Affinitätsgesetzes wird die Pumpe nur für eine durch den Versuch zu bestimmende Förderhöhe  $H$  bzw.  $H u_\infty$  den besten Wirkungsgrad zeigen, d. h. das hydraulische Verhalten ist auch bei Einhaltung der spezifischen Diagrammgeschwindigkeiten nicht unabhängig von der Förderhöhe. Diese ist besonders beschränkt durch die Rücksicht auf die Kavitationsgefahr.

Bei

$$H u_\infty = 4 \text{ m ist } \sqrt{2g H u_\infty} = 8,36 \text{ m/s.}$$

Damit folgt

$$u_m = \frac{0,71}{0,4} \cdot 8,66 = 15,6 \text{ m/s.}$$



Für einen gewählten Durchmesser  $D_a = 0,3$  m folgt

$$u = \frac{60 \cdot 15,6}{0,3 \cdot \pi} = 1000 \text{ Umdr./min.}$$

Die Eintrittsfläche  $\perp c_{m0}$  ist

$$F = \frac{\pi}{4} D_a^2 (1 - 0,4^2) = 0,059 \text{ m}^2.$$

Damit  $\Sigma(Q) = c_m F = 0,35 \cdot 8,86 \cdot 0,059 = 0,164 \text{ m}^3/\text{sek.}$  Bei dem verhältnismäßig großen Spaltverluste der Propellerpumpen wird mit einer Nutzwassermenge von etwa 145 l/sek zu

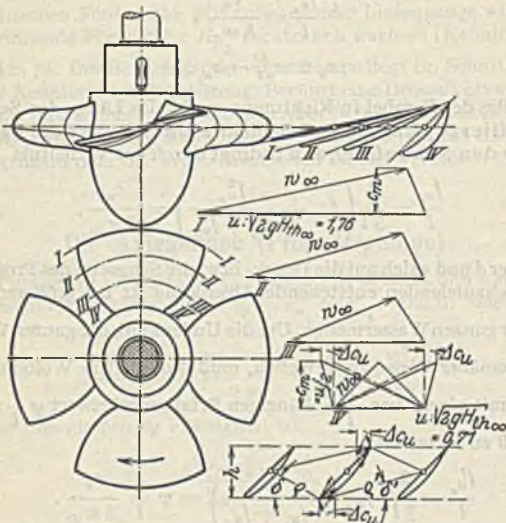


Abb. 75. Schaufelung der Axialpumpe.

rechnen sein. Mit einem Wirkungsgrad von 0,64 errechnet sich die Förderhöhe  $H$  aus

$$H \cdot Q = 0,64 \Sigma(Q) \Sigma(H) \text{ zu } H = \frac{0,64 \cdot 164,4}{145} = 2,8 \text{ m.}$$

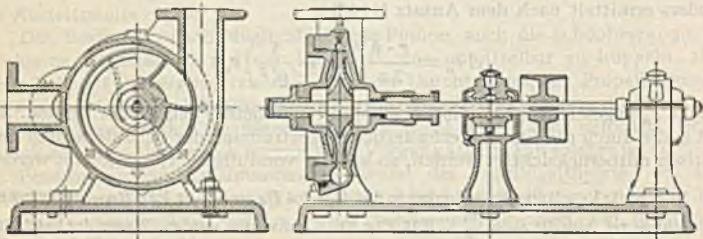


Abb. 76. Niederdruckpumpe.

Um die Kavitationsgefahr zu vermeiden, muß für Pumpen die in spezifischen Geschwindigkeiten beschriebene Bedingung

$$\frac{H_B - H_s}{H} > c_B^2 - c_B^2 + r \cdot u^2$$

erfüllt sein, s. (952).

Mit  $c_z = c_1(1 - 0,4^2)$  (Fortfall des Nabenquerschnitts) wird

$$c_1^2 - c_z^2 = 0,24 \cdot 0,35^2 = 0,032$$

und mit

$$z w^2 = \sim 2 c_a w_{\infty}^2 = \frac{2 w_{\infty}}{u}$$

erhält man aus dem Diagramm für das äußerste Profil

$$z w^2 = 1,88,$$

damit

$$H_B - H_t > 1,91 H = 1,91 \cdot 2,8 = 5,35 \text{ m,}$$

so daß eine Saughöhe von 1 m noch zulässig erscheint. Die Bestimmung der Wölbung und Stärke der Profile I bis III des Rades Abb. 75 ist in nachstehender Tabelle nach der Gleichung für

$\frac{f'_{u_s}}{l}$  mit  $\psi = 1,6$  durchgeführt. Dabei ist für Profil I zur Vermeidung der Kavitation mit

$f_{u_d} = -\frac{f_{u_s}}{2}$  auch eine kleine Wölbung der Druckseite angenommen, während für die Profile

II und III  $f_{u_d} = 0$  gesetzt ist.

| Profil Nr. | $\frac{1}{l} \left( f_{u_d} + \frac{f'_{u_s}}{f_{u_s} + f_{u_d}} \right)$ | $\frac{t}{l}$ | $\frac{u}{\sqrt{2g H t h_{\infty}}}$ | $\frac{c_u}{\sqrt{2g H t h_{\infty}}}$ | $\frac{w_{\infty}}{\sqrt{2g H t h_{\infty}}}$ | $\frac{3}{16} \psi \frac{t}{l} \frac{c_u}{w_{\infty}}$ | $\frac{f_{u_s}}{l}$ |
|------------|---|---------------|--------------------------------------|--|---|--|---------------------|
| I          | $1,5 f_{u_s}/l$   | 1,5           | 1,76                                 | 0,28                                   | 1,65  | 0,075  | 0,05                |
| II         | $f_{u_s}/l$   | 1,25          | 1,41                                 | 0,355                                  | 1,26  | 0,077  | 0,077               |
| III        | $f_{u_s}/l$   | 1,15          | 1,15                                 | 0,435                                  | 0,90  | 0,166  | 0,166               |

Mit Rücksicht auf geringeren Widerstand bei gleichem Auftrieb sind die Beträge  $f_u$  nicht in Richtung  $u$  wie bei der Turbine aufzutragen, sondern in einer mit  $u$  symmetrisch zum Sehnenmittellot (Auftrieb) verlaufenden Richtung. Diese Richtung ist auch Richtung der Achse der Parabeln, als welche die Profilbegrenzungen aufzureißen sind. Mit Rücksicht auf die Abrundung der Stirne und die endliche Stärke des Profiles ist zum Aufzeichnen der Profile  $l$  entsprechend größer als die Flügeltiefe zu nehmen.

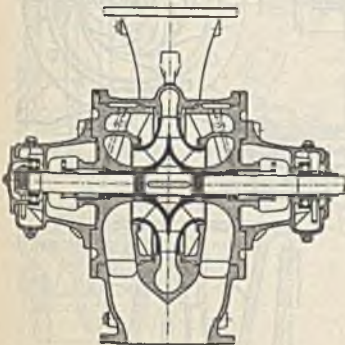


Abb. 77.

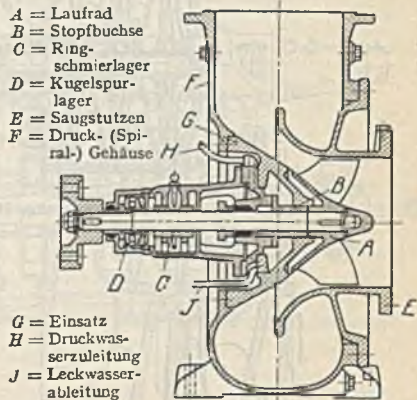


Abb. 78. Schraubenpumpe.

(1198) Ausführungen. Abb. 76 zeigt eine Niederdruckpumpe in der älteren Ausführung mit vorgebogenen Schaufeln (Bopp & Reuther, Mannheim). Zweiseitiger Einlauf, Antrieb durch Riemen. Gleitlager. Ebenfalls zweiseitigen Einlauf, aber Kugellagerung läßt die Abb. 77 erkennen, Ausführung Weise Söhne, Halle a. S. Bronzeschleifringe; Druckwasserverschluß der Stopfbüchsen; Lagerkonsole; Gleitspurzapfen mit Ringschmierung.



Eine Schraubenpumpe, Ausführung Klein, Schaufflin & Becker, Frankenthal, zeigt Abb. 78: Fliegendes Laufrad mit 2 bis 3 Schaufeln. Druckwasserverschluß der Stopfbüchse. Gleittraglager, Kugellager.

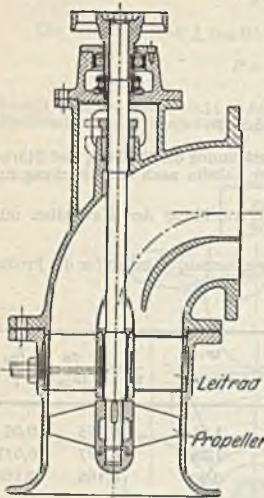


Abb. 79. Propellerpumpe.

Abb. 79 gibt die Ausführung einer Propellerpumpe seitens der Deutschen Werke, Kiel, wieder. Propeller mit 3 Flügeln (Nabendurchmesser ungefähr  $\frac{1}{3}$  Rohrdurchmesser). Wellenführung im Leitrad durch ein Gleitlager, außerhalb des Druckkrümmers durch Kugelquer- und Längslager.

Eine dreistufige Hochdruckpumpe, Ausführung C. H. Jaeger & Co., Leipzig-Plagwitz, zeigt Abb. 80. Eintritt durch den Saugstutzen in das erste Kreisrad (und Zwischenschaufeln), durch den Kanal *D* in das folgende u. s. f. Austritt durch *E* nach dem Druckstutzen *F*. Rückwärts gebogene Schaufeln, auswechselbare Dichtungsringe *p*. Entlastung des Kreisrades durch den Teller *r* und Selbsteinstellung durch den kegelförmigen Spalt *S*. Abb. 81 und 82. Im Falle einer Verschiebung des Rades, etwa infolge Abnutzung nach links, Abb. 81, erfährt der Spalt *S* eine Vergrößerung mit der Wirkung, daß der Druck auf den linken Radboden zunimmt und das Rad wieder nach rechts schiebt.

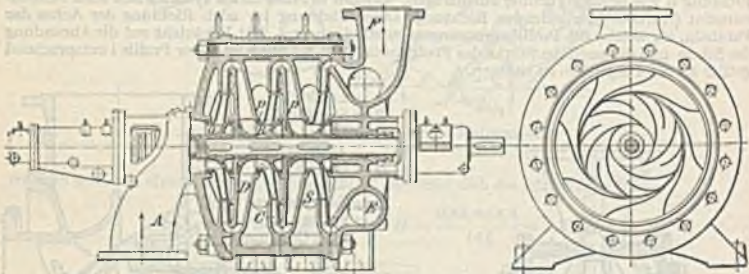


Abb. 80. Dreistufige Hochdruckpumpen.

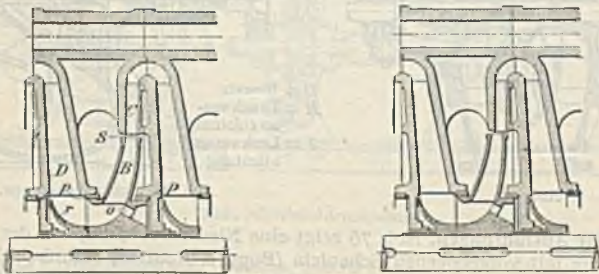


Abb. 81 und 82. Kreisradentlastung.

Aneinander gesetzte Stufen (Lauf- und Leitrad mit Gehäuse), durch kräftige Ankerschrauben zusammeng gehalten. Statt dessen werden auch die Stufen in ein

Mantelgehäuse eingeschoben und durch dessen Deckel zusammengehalten (Ausführung Gebr. Sulzer, Winterthur—Ludwigshafen).

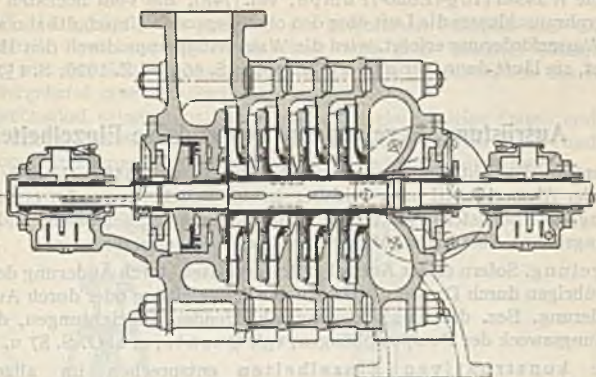


Abb. 83. Vierstufige Hochdruckpumpe.

Abb. 83 stellt eine Ausführung der Firma Weise Söhne, Halle a. S. dar. Die Scheibe hinter der letzten Druckstufe, durch D. R. P. geschützt, dient zur Entlastung: Ausgleich des Schubes in axialer Richtung. Die Wirkung derartiger Entlastungsscheiben läßt Abb. 70<sup>1)</sup> erkennen. Eine zweistufige Rohrpumpe, Ausführung Klein, Schanzlin & Becker, Frankenthal, zeigt Abb. 84. Aufhängung an der Druckleitung, in der die Welle in kurzen Abständen

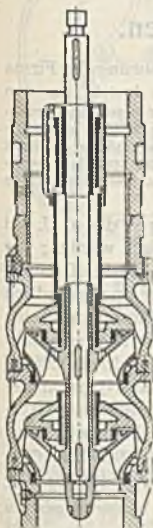


Abb. 84. Zweistufige Rohrpumpe.

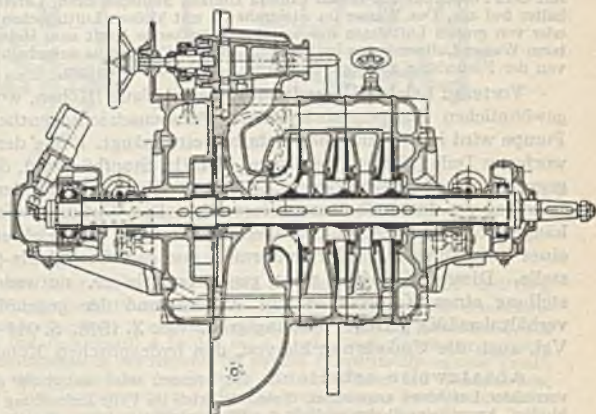


Abb. 85. Selbsttätig ansaugende Hochdruckpumpe.

gelagert ist (Pockholz, zäher Gummi mit Nuten für das Wasser). Ersatz des Leitrades durch entsprechend geformte Rippen.

<sup>1)</sup> Aus Quantz: Kreiselpumpen. Berlin: Julius Springer 1930.



Eine von der Amag-Hilpert-Pegnitzhütte in Nürnberg ausgeführte, selbst ansaugende mehrstufige Kreiselpumpe zeigt Abb. 85. Das Ansaugen wird bewirkt durch eine Wasserring-(Elmo-)Pumpe, vgl. (748), die vom höchsten Punkte des Saugrohranschlusses die Luft über den oben liegenden Umschalthahn absaugt. Sobald Wasserförderung erfolgt, wird die Wasserringpumpe durch den Hahn abgeschaltet, sie läuft dann leer mit. Vgl. Z. 1920, S. 46 und Z. 1926, S. 1573.

### (1199) Ausrüstung, Regelung und konstruktive Einzelheiten.

In erster Hinsicht sind zu nennen: Fußventil, vgl. (1183), Ventile; Rückschlag- oder Absperrventil bzw. -schieber in der Druckleitung. Im ersten Falle Fülleitung, am höchsten Punkte des Pumpgehäuses angeschlossen, andernfalls Entlüftungshahn; Ablaßhahn, Manometer und Vakuummeter.

Regelung. Sofern es der Antriebmotor gestattet, durch Änderung der Drehzahl, im übrigen durch Drosselschieber in der Druckleitung oder durch Aussetzen der Förderung. Bez. der damit zusammenhängenden Einrichtungen, die vom Verwendungszweck der Pumpe abhängen, vgl. Quantz, a. a. O. S. 87 u. ff.

Die konstruktiven Einzelheiten entsprechen im allgemeinen denen der Turbinen (958) u. ff. Besondere Leitschaufeln im Interesse guten Wirkungsgrades nur bei Hochdruckpumpen; bei Niederdruckpumpen Ersatz des Leitrades durch ein das Laufrad umschließendes Spiralgehäuse, wenn auf guten Wirkungsgrad gerechnet wird. Ev. Betonspirale statt offenen Schachtes.

### (1200) Luft-, Gas- und Dampfdruckpumpen.

Druckluft-Wasserheber, stetig arbeitend; in Ausführung der Firma A. Borsig, Berlin-Tegel, als Mammutpumpe bezeichnet. Sie besteht aus dem Steig- oder Förderrohr, dem Fußstück, mittels dessen die durch das Luftrohr zugeführte Druckluft dem Förderrohr auf dessen ganzem Umfang zufließen kann. Letzteres gießt in einen Behälter frei aus. Das Wasser im Steigrohr ist mit kleinen Luftbläschen schaumartig gemischt oder von großen Luftblasen durchsetzt. Die treibende Kraft zum Heben des spezifisch leichteren Wasser-Luftgemisches im Steigrohr ist die Wassersäule außerhalb desselben, deren Höhe von der Förderhöhe abhängt, meist das  $1\frac{1}{4}$ -fache derselben.

Vorteile: Leichte Überwindung großer (Saug-)Höhen, wodurch die u. U. bei gewöhnlichen Pumpen kostspieligen Pumpenschächte entbehrlich werden; die Pumpe wird in ein einfaches Bohrloch eingehängt. Keine dem Verschleiß unterworfenen Teile (Kolben, Membrane, Ventile, Stopfbüchsen), daher unempfindlich gegenüber sandhaltigen oder schlammigen Flüssigkeiten oder Säuren und keine Wartung zur Instandhaltung erforderlich. Die Wirkungsweise ist nahezu unabhängig von der Flüssigkeitstemperatur. Einfache Inbetriebsetzung durch Öffnen eines Lufthahnes in großer Entfernung von der Flüssigkeits-(Wasser-)entnahmestelle. Diesen Vorteilen steht gegenüber die ev. notwendig werdende Aufstellung eines Kompressors mit Antrieb und der gegenüber Kolbenpumpen verhältnismäßig geringe Wirkungsgrad. Vgl. Z. 1898, S. 981 und 1904, S. 1080. Vgl. auch die Umkehrung hiervon, den hydraulischen Kompressor (1238).

Absatzweise arbeitend. Im Brunnen wird unterhalb des Wasserspiegels ein verzinkter Luftkessel angeordnet, dessen Auftrieb im Falle Luftfüllung ein Belastungsgewicht hindert. Am unteren Boden schließt das Wassereintrittsrohr an, den oberen Boden durchdringt das bis nahe an ersteren reichende Steigrohr; an ihm ist ferner das Luftrohr angeschlossen. Die komprimierte Luft drückt das Wasser aus dem Kessel; sobald der Wasserspiegel in ihm die Steigrohrunterkante erreicht hat, erfolgt Abstellung des Kompressors und Druckausgleich im Kessel: Schließen des Rückschlagventils in der Steigleitung und Öffnen desjenigen in der Zufußleitung, Füllen des Kessels. Bez. der Vor- und Nachteile gilt das vorstehend Gesagte.

Bez. der Humphrey-Gaspumpe sei auf Z. 1911, S. 1852 verwiesen.

### Dampfdruckpumpen (Pulsometer).

(C. H. Hall, 1871.) Die Pressung des gespannten Dampfes und der Atmosphärendruck bewirken das Fortdrücken nach dem Behälter (Ausguß) bzw. Ansaugen aus dem Saugbehälter nach Maßgabe der Kondensation des Dampfes, der vorübergehend eine Druckwirkung ausgeübt hat.

Abwechselnd saugend und drückend oder gleichzeitige Saug- und Druckwirkung durch Vereinigung zweier Apparate. Steuerung für Saug- und Druckleitung und für Dampfleitung entweder von Hand oder selbsttätig.

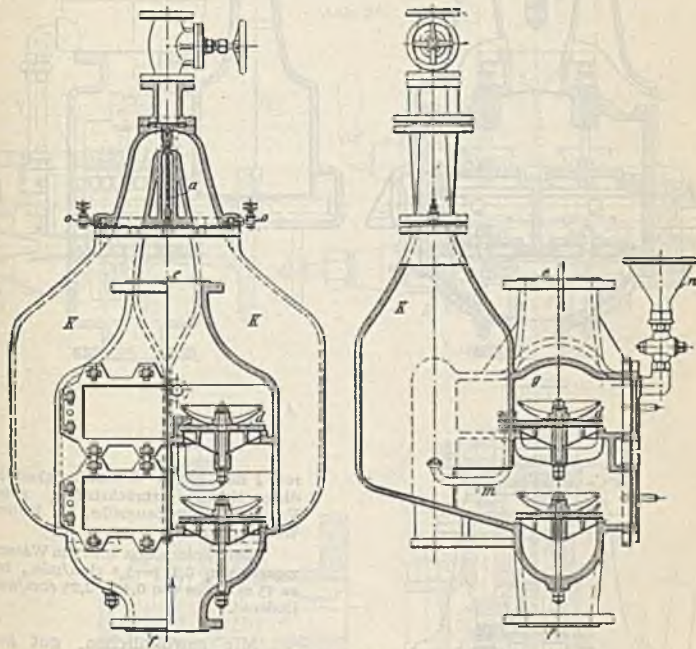


Abb. 86.

Abb. 86 zeigt den Normal-Pulsometer der Firma Gebr. Körting A.-G., Hannover-Körtingsdorf. Dampfeintritt je nach der Lage der auf dem Halbzapfen schwingenden Zungenklappe *a* in eine der beiden flaschenförmigen Kammern *K*, aus denen das Wasser durch das Druckventil *d* in das bei *e* anschließende Druckrohr gedrückt wird. Sobald der Flüssigkeitsspiegel in der Kammer bis auf die Obertrittsöffnung zum Ventilkasten *g* gesunken ist, erfolgt Mischung des Dampfes mit dem Wasser und Kondensation, die durch das Wasser aus dem Einspritzrohr *m*, mit dem Ventilkasten *g* verbunden, unterstützt wird und damit Druckminderung, zufolge deren *a* umgesteuert wird, Dampf in die andere Kammer strömt und Wasser durch das Saugventil *s* in die erste Kammer tritt. Wiederholung des Vorganges in der anderen Kammer. Die Luftventile *O* sind mit Stellmuttern zur Regelung der Lufteinströmung versehen zum Zwecke der Vermeidung von Schlägen; elastisches Kissen über dem bei der Saugwirkung rasch ansteigenden Wasserspiegel. Mit Hahn versehener Trichter *n* zur Anfüllung.

Abb. 87 zeigt den Hochdruck-Pulsometer von Gebr. Körting A.-G., Hannover-Körtingsdorf; bis 50 m Förderhöhe und darüber noch sicher arbeitend. Ein Teil des in die Druckleitung geförderten Wassers wird in eine Kammer des



Windkessels *h* gedrückt, wo es so lange verbleibt, bis der Dampfzutritt zur zugehörigen Kammer durch die Zungenklappe *a* abgesperrt ist, worauf das Wasser durch das Injektions-

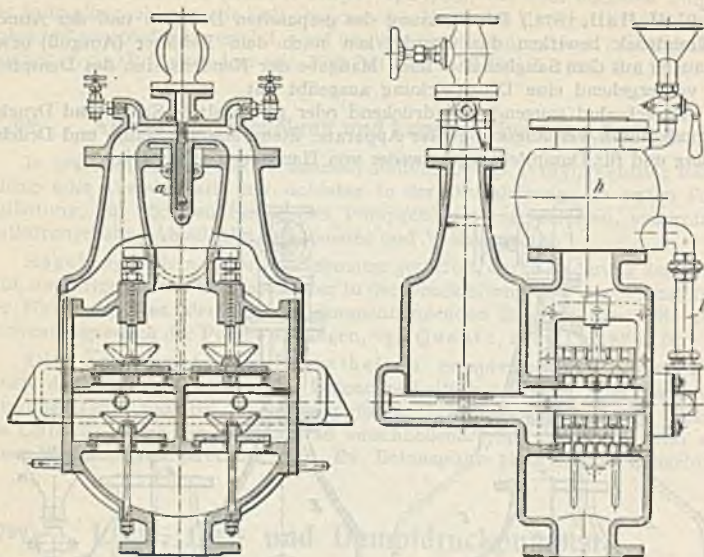


Abb. 87.

rohr *l* mit großer Geschwindigkeit in diese Kammer zurückströmt; gutes Vakuum, große Saughöhe, bei kaltem Wasser bis 8 m.

Bei Förderhöhen bis 13 m Wassermengen von 0,115—5,4 cbm/min., bis zu 53 m solche von 0,43—2,25 cbm/min fördernd.

Mit gewöhnlichen, gut gebauten Pulsometern, je nach Größe, sind mit 1 kg Dampf 3000—5000 mkg in gehobenem Wasser erreichbar, entsprechend einem Dampfverbrauch von 54 bis 90 kg für 1 PS<sub>n</sub>/st. Hochdruck-Pulsometer mit begrenzter Einspritzung leisten bis zu 8000 mkg je 1 kg Dampf.

Erhöhung der Wassertemperatur etwa 2° bis zu 10 m Förderhöhe, für je 10 m Zunahme etwa 1,5° mehr.

Bez. Versuchsergebnisse s. Z. 1885, S. 755 und Z. 1883, S. 167 (heiße Flüssigkeiten).

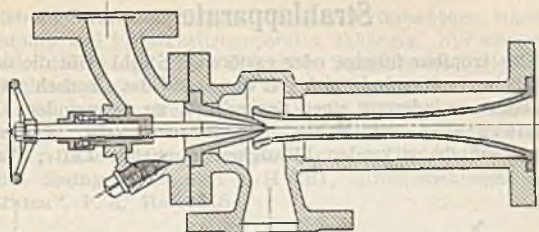


Abb. 88.

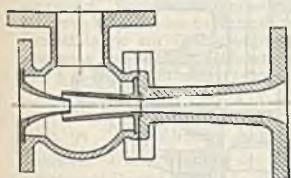


Abb. 89.

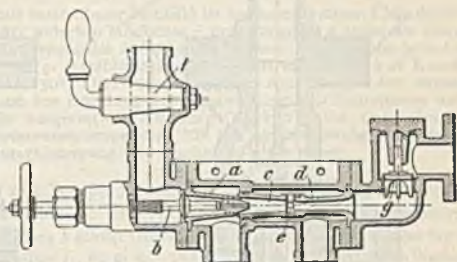


Abb. 90.

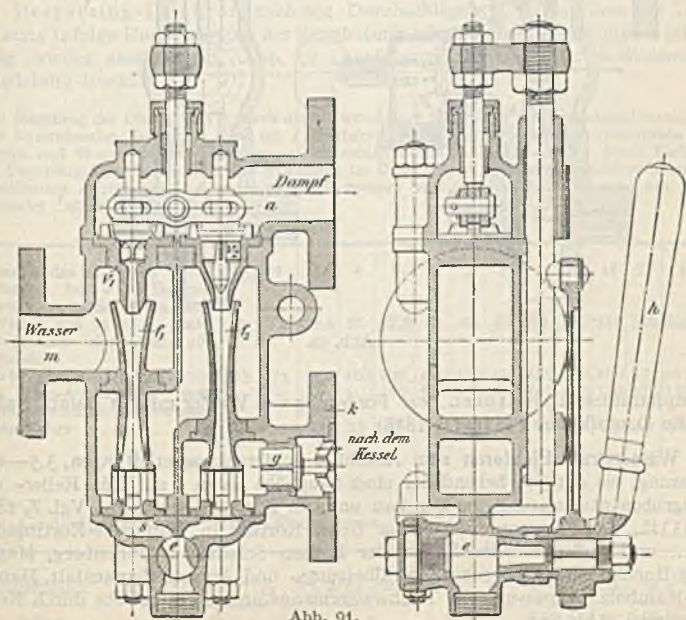


Abb. 91.



## Strahlapparate.

(1201) Der tropfbar flüssige oder gasförmige Strahl reißt die umgebenden Flüssigkeitsteilchen mit, mischt sich mit ihnen und das Gemisch vermag unter Geschwindigkeitsverminderung einen Gegendruck zu überwinden. Ejektoren oder Elevatoren, zum Heben dicker, unreiner oder, in entsprechender Ausführung, chemisch wirkender Flüssigkeiten mittels Luft-, Wasser- oder

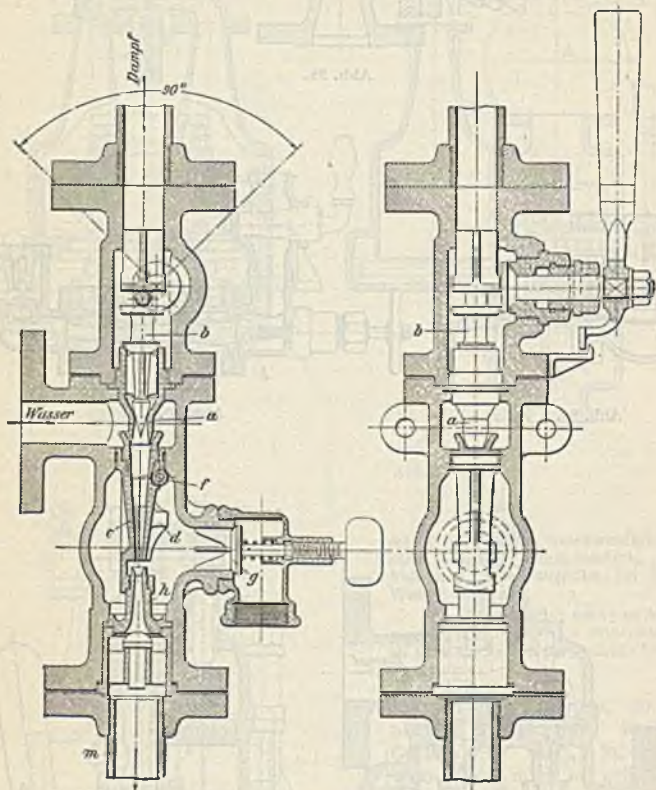


Abb. 92.

Dampfstrahles. Injektoren, zur Förderung von Wasser mittels Dampfstrahles in die Dampfkessel (Giffard 1858).

Wasserstrahl-Ejektoren zum Anschluß an Druckwasserleitungen, 3,5—4 at Pressung, bis auf 5 m hebend bei einer Saughöhe bis zu 3 m. Für Keller- und Baugrubenentwässerung, im Bergbau und für Kanalentwässerung. Vgl. Z. 1894, S. 553ff., Ausführungen der Firma Gebr. Körting in Hannover-Körtingsdorf betr., und außerdem die Listen der Firmen Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau; Hannoversche Zentralheizungs- und Apparatebauanstalt, Hannover-Hainholz. Anpassung der Triebwassermenge an die Förderhöhe durch Regulierringel, Abb. 88.

**Dampfstrahl-Ejektoren.** Abb. 89, für größere Förderhöhen, allgemein von der Dampfspannung und Flüssigkeitstemperatur abhängig. Nur saugend, oder nur drückend oder auch saugend und drückend. Saughöhe im Falle kalten Wassers bis 7 m. Vielfach zur Verdichtung des Abdampfes benutzt: Strahlkondensatoren. Ausführungen durch oben genannte Firmen, auf deren Listen bzw. der verschiedenen Formen und der Betriebsergebnisse verwiesen sei. Vgl. hierunter außerdem „Die Pumpen“, von K. Hartmann und J. W. Knoke, Berlin 1906, Julius Springer. S. auch J. Heinl, „Untersuchungen von Dampfstrahlapparaten“, F. A. Heft 256.

**Dampfstrahl-Injektoren.** Vgl. auch Schrauff, F. A. Heft 77. Abb. 90 zeigt einen einfach saugenden Injektor der Firma Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau.

Die feststehende Dampföse *a* mit verstellbarer Spindel *b* ist am kegelförmigen Ende durchbohrt zur Regelung der Dampfzufuhr: zwischen Mischdüse *c* und Fangdüse *d* liegender Oberlauf- (Schlabber-) Raum *e* dient zur Entfernung des überflüssigen Wassers oder Dampfes beim Ingangsetzen. Absperrhahn *f*, Druckventil *g*. Ausführungen für 4—150 l/min bei 3—9 at Kesselspannung. Speisewassertemperatur bis 30°. Bei nicht saugender Anordnung auch mittels Maschinenabdampfes zu betreiben und zur Erzielung von Saugwirkung mit Rohrstützen und Drosselklappe zur Frischdampfzufuhr ausgestattet: Abdampfinjektor, bis 11 at Kesselspannung verwendbar. Höchste Speisewassertemperatur 32° bei nichtsaugender Anordnung und 5 at Kesselspannung; Temperaturerniedrigung mit zunehmender Spannung.

Für zufließendes Wasser mit Temperaturen bis 70° Doppelinjektoren, Abb. 91, Ausführung von Schäffer & Budenberg, G. m. b. H., Magdeburg-Buckau. Durch Drehung des Handhebels *h* erfolgt Öffnung des kleineren Ventils *V*<sub>1</sub>; der bei *a* eintretende Dampf gelangt in die Mischdüse *f*<sub>1</sub>, wo er sich mit dem durch *m* eintretenden Wasser mischt und verdichtet wird. Abfluß der Mischung durch den Kanal *s* und den in betreffender Hebelstellung teilweise geöffneten Hahn *e*, der bei Weiterdrehung des Hebels geschlossen wird und das Gemisch unter Druck nach Düse *f*<sub>2</sub> steigt. Absaugung von hier infolge Öffnung des größeren Ventils *V*<sub>2</sub> und Abströmung durch das Rückschlagventil *g* nach dem Kessel.

Restarting-Injektor, nach sog. Durchschlagen, d. h. Aufhören der Saugwirkung infolge Undichtheiten der Saugleitung oder durch Stoßwirkungen, selbsttätig wieder anspringend. Abb. 92, Ausführung von Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau.

Regelung der Dampföse *a* durch die verschiebbare Spindel *b*; die Mischdüse besteht aus dem feststehenden Teil *c* und dem um *f* drehbaren Teil *d*, der sich beim Durchströmen von Dampf und Wasser öffnet. Das Gemisch entweicht durch Schlabberventil *g*. Nach Maßgabe der Dampfkondensation nimmt die Spannung im Düseninneren *ab*, *d* wird geschlossen und die Abströmung erfolgt durch *h* nach *m*. Liefermengen und Rohrabmessungen sind aus nachstehender Tabelle zu entnehmen.

|  |       |     |      |     |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--|-------|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nummer des Injektors . . .   | 1 1/2 | 2   | 3    | 4   | 5    | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 13  | 15  | 17  |
| Lieferung bei 4 at Dampfdruck, 1 m Saughöhe und Wasser von 15°C. . l/min | 4     | 7,5 | 12,5 | 25  | 37,5 | 50  | 65  | 80  | 96  | 120 | 150 | 200 | 300 | 375 |
| Durchmesser der Anschlußflanschen:                                       |       |     |      |     |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| in Rotguß-Ausführung mm  | 65    | 75  | 75   | 100 | 100  | 110 | 110 | 130 | 130 | 150 | 150 | 175 | 185 | 200 |
| in Eisen-Ausführung mm   | —     | —   | —    | 110 | 110  | 130 | 130 | 140 | 140 | 150 | 150 | 175 | 185 | 200 |
| Geringster lichter Durchmesser der Rohre . . . . . mm                    | 10    | 15  | 15   | 25  | 25   | 35  | 35  | 40  | 40  | 45  | 45  | 60  | 70  | 75  |

Größtmögliche Saughöhen etwa folgende:

|            |    |                 |   |             |   |   |   |   |   |   |    |
|------------|----|-----------------|---|-------------|---|---|---|---|---|---|----|
| Dampfdruck | at | 1 1/4 bis 1 1/2 | 2 | 2 1/2 bis 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Saughöhe   | m  | 2               | 3 | 4           | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6  |



Speisewassertemperatur für Saughöhen  $\leq 1$  m.

|            |    |                                     |                                     |    |    |           |           |           |
|------------|----|-------------------------------------|-------------------------------------|----|----|-----------|-----------|-----------|
| Dampfdruck | at | 2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> bis 3 | 3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> bis 4 | 6  | 7  | 8         | 9         | 10        |
| Temperatur | °C | 58 bis 62                           | 55 bis 56                           | 54 | 50 | 45 bis 48 | 40 bis 43 | 38 bis 40 |

Bei 2 bis 3 m Saughöhe und 6 at Dampfspannung kann das Speisewasser 45° C bis 50° C und bei 4 bis 5 m Saughöhe 35° bis 40° C warm sein.

Über den zu den „Dampfstrahlpumpen“ gehörigen Universal-Strahlkondensator zur Verdichtung des Abdampfes der Dampfmaschinen von Gebr. Körting A.-G. s. unter „Kondensation“.

Die Hebewerke für flüssige Körper sind in der Regel für die Saughöhe von 1 m bis 10 m ausgelegt. Die Temperatur des Speisewassers ist durch die Dampfspannung bestimmt. Bei einer Saughöhe von 1 m beträgt die Temperatur des Speisewassers 45° C bis 50° C, bei einer Saughöhe von 10 m 38° C bis 40° C.

Die Hebewerke für flüssige Körper sind in der Regel für die Saughöhe von 1 m bis 10 m ausgelegt. Die Temperatur des Speisewassers ist durch die Dampfspannung bestimmt. Bei einer Saughöhe von 1 m beträgt die Temperatur des Speisewassers 45° C bis 50° C, bei einer Saughöhe von 10 m 38° C bis 40° C.

Die Hebewerke für flüssige Körper sind in der Regel für die Saughöhe von 1 m bis 10 m ausgelegt. Die Temperatur des Speisewassers ist durch die Dampfspannung bestimmt. Bei einer Saughöhe von 1 m beträgt die Temperatur des Speisewassers 45° C bis 50° C, bei einer Saughöhe von 10 m 38° C bis 40° C.

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

## Siebzehnter Abschnitt.

# Gebläse und Kompressoren.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

## Kolbengebläse und -Kompressoren.

(1202) Theoretischer Prozeß des Kompressors. Arbeitsvorgang: Beim Hingang des Kolbens Ansaugen  $A-1$ , Abb. 1, mit dem Druck  $p_1$  (gewöhnlich Atmosphärendruck), beim Rückgang Verdichten  $1-2$  auf den Druck  $p_2$  (isotherm oder adiabatisch), dann Hinausschieben  $2-3$  in den Druckluftbehälter. Die Arbeit des Prozesses ist somit die Fläche  $A123$ , sie besteht

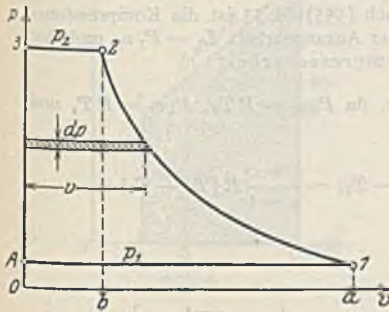


Abb. 1.

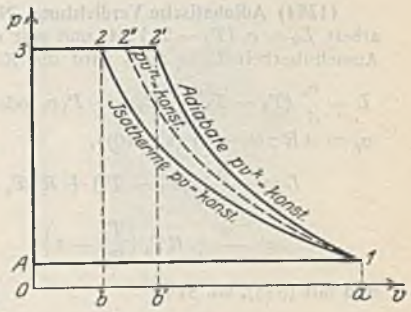


Abb. 2.

aus der Kompressionsarbeit  $L_k =$  Fläche  $a12b$ , zuzüglich der Ausschubarbeit  $L_2 =$  Fläche  $b230$ , abzüglich der Ansaugarbeit  $L_1 =$  Fläche  $0A1a$ . Die aufgewendete Kompressor- (Betriebs-) arbeit ergibt sich als Flächenintegral aus der Summe der wagerechten Flächenstreifen, Abb. 1, für 1 kg

$$L = L_k + L_2 - L_1 = \int_{p_1}^{p_2} v dp \dots \dots \dots 1$$

Die Verdichtung kann im Grenzfall nach der Isotherme (vgl. (554)) erfolgen,  $p v = \text{konst.}$ , wenn die ganze der Kompressionsarbeit äquivalente Wärme abgeführt wird, Kurve  $1-2$ , Abb. 2, oder nach der Adiabate nach dem Gesetz  $p v^k = \text{konst.}$  (vgl. (555)), Kurve  $1-2'$ , wenn keine Kühlung während der Verdichtung eintritt. Obgleich die Kompressionsarbeit bei der Isotherme größer ist als bei der Adiabate, so ist wegen der kleineren Ausschubarbeit bei ersterer



die ganze Kompressorarbeit kleiner als bei der Adiabate; somit ist isothermische Verdichtung anzustreben. Praktisch ist diese wegen der unvollkommenen Kühlung (ungenügende Kühlfläche, zu kurze Zeit) nicht erreichbar, die Verdichtung verläuft zwischen Isotherme und Adiabate als Polytrope nach dem Gesetz  $p v^n = \text{konst.}$ , wobei  $\kappa > n > 1$ .

(1203) **Isothermische Verdichtung.** Aus  $Pv = P_1 v_1$  folgt  $v = P_1 v_1 : P$  und durch Einstellen in Gl. 1 wird die Kompressorarbeit für 1 kg

$$L = \int_{p_1}^{p_2} P_1 v_1 \frac{dP}{P} = P_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2$$

Somit ist hierbei die Kompressorarbeit gleich der Kompressionsarbeit (vgl. (554) Gl. 31).

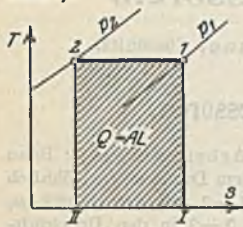


Abb. 3.

Für 1 m<sup>3</sup> Saugluft (oder Gas) ist

$$L = P_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2a$$

und für 1 m<sup>3</sup> Druckluft

$$L = P_2 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2b$$

Die abzuführende Wärme ist nach (564)  $Q = AL$ . Im Wärmediagramm, Abb. 3, ist somit die Arbeit im Wärmemaß durch die Fläche 12 II I dargestellt (vgl. Abb. 19 (564)).

(1204) **Adiabatische Verdichtung.** Nach (555) Gl. 33 ist die Kompressionsarbeit  $L_k = c_v (T_2 - T_1) : A$  und mit der Ansaugarbeit  $L_1 = P_1 v_1$  und der Ausschubarbeit  $L_2 = P_2 v_2$  wird die Kompressorarbeit

$$L = \frac{c_v}{A} (T_2 - T_1) + P_2 v_2 - P_1 v_1 \text{ oder, da } P_2 v_2 = R T_2, P_1 v_1 = R T_1 \text{ und } c_v = AR : (\kappa - 1) \text{ (s. (540)),}$$

$$L = \frac{R}{\kappa - 1} (T_2 - T_1) + R (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

und mit (555), Gl. 34c

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 v_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \dots \dots 3$$

Vergleicht man die Kompressorarbeit mit der Kompressionsarbeit (s. (555) Gl. 36b) unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens für aufgewendete Arbeit, so folgt: die Kompressor-(Betriebs-)arbeit ist  $\kappa$ -mal größer als die reine Kompressionsarbeit. Folglich ist auch

$$AL = \kappa AL_k = \kappa \cdot c_p (T_2 - T_1) = c_p (T_2 - T_1), \dots \dots 4$$

somit der Form nach gleich der bei gleichbleibendem Druck zugeführten Wärme. Im  $T_s$ -Diagramm, Abb. 4, ist demnach die Betriebsarbeit in kcal durch die Fläche a 23c dargestellt; Fläche a 24b ist die Kompressionsarbeit in kcal, somit Fläche b 23c die Differenz der Ausschub- und der Ansaugarbeit (kurz Gleichdruckarbeit genannt). Die Arbeit ist für 1 m<sup>3</sup> auf den Ansaugzustand bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3; \dots \dots 5$$

für 1 kg auf den Endzustand der Verdichtung bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_2 v_2 \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \text{ mkg/kg} \dots \dots \dots 6$$

und für 1 m<sup>3</sup> auf den Endzustand bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_2 \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ (warm)} \dots \dots \dots 6a$$

Für 1 m<sup>3</sup> vom Enddruck, jedoch auf t<sub>1</sub> abgekühlter Luft bzw. Gas ist die Arbeit im Verhältnis T<sub>2</sub>/T<sub>1</sub> größer

$$L = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P \left[ \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \cdot \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\kappa - 1} \right]$$

und da  $\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$ , so ist

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_2 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ (kalt)} \dots \dots \dots 6b$$

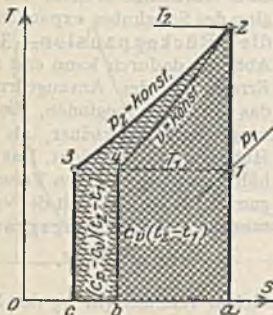


Abb. 4.

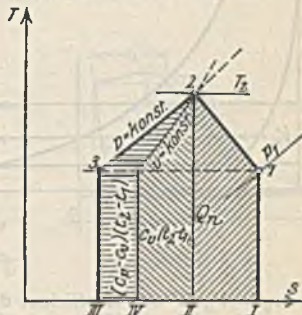


Abb. 5.

(1205) Polytropische Verdichtung. Analog ist auch hier die Kompressorarbeit gleich dem n-fachen der Kompressionsarbeit; demnach ist

$$L = \frac{n}{n - 1} P_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/kg} \dots \dots \dots 7$$

$$L = \frac{n}{n - 1} \cdot P_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ Ansaugzustand} \dots \dots \dots 7a$$

$$L = \frac{n}{n - 1} P_2 \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n - 1}{n}} \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ vom Enddruck, warm} \dots \dots \dots 7b$$

$$L = \frac{n}{n - 1} \cdot P_2 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ vom Enddruck, kalt} \dots \dots \dots 7c$$



Die während der Verdichtung abgeführte Wärme ist nach (556) Gl. 39a  $Q_n = c_n (t_2 - t_1)$  mit  $c_n$  nach (556), Gl. 40, und ist im  $Ts$ -Diagramm, Abb. 5, dargestellt durch die Fläche I 1 2 II unterhalb der Polytrope 1—2; die zur Erhöhung der inneren Energie (Eigenwärme des Gases) aufgewendete Wärme ist die Fläche II 2 4 IV, die der Kompressorarbeit  $L_k$  äquivalente Wärme ist somit nach (556) die Summe beider Flächen, d. i. Fläche I 1 2 4 IV. Um die ganze Kompressorarbeit darzustellen, ist zu beachten, daß die Differenz von Ausschub- und Ansaugarbeit  $P_2 v_2 - P_1 v_1 = R(T_2 - T_1)$ , oder im Wärmemaß  $A R (T_2 - T_1) = (c_p - c_v) (t_2 - t_1) = c_p (t_2 - t_1) - c_v (t_2 - t_1)$  ist, somit als Differenz der bei unveränderlichem Druck und bei unveränderlichem Volumen zwischen den Temperaturen  $t_2$  und  $t_1$  zu- oder abzuführenden Wärmen erscheint, Fläche IV 4 2 3 III. Demnach ist die ganze Kompressorarbeit die Summe der 3 Flächen, d. i. Fläche I 1 2 3 III. Das Verhältnis der abgeführten Wärme zur Kompressorarbeit ist mit (556), Gl. 41

$$\frac{Q}{A L} = \frac{Q}{A L_k \cdot n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\kappa - n}{\kappa - 1} \dots \dots \dots 8$$

(1206) Wirklicher Prozeß des Kompressors. Im Kompressor tritt eine Reihe von Verlusten auf, welche eine Abweichung vom theoretischen Prozeß ergeben.

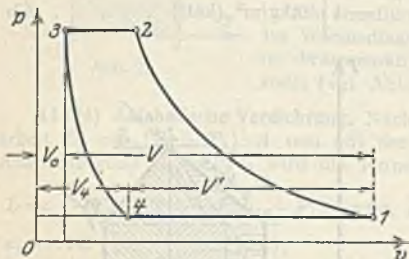


Abb. 6.

Jeder Kompressor hat einen schädlichen Raum, in welchem verdichtetes Gas am Hubende zurückbleibt und bei Beginn des Saughubes expandiert — die Rückexpansion, 3—4, Abb. 6; dadurch kann erst nach Erreichung des Ansaugdruckes das Ansaugen beginnen, die Ansaugmenge ist kleiner, als dem Hubvolumen entspricht. Das Verhältnis des angesaugten Volumens zum Hubvolumen  $V$  ist der volumetrische Wirkungsgrad

$$\lambda_0 = V' : V.$$

Ist  $\epsilon_0 = V_0 : V$  der Koeffizient des schädlichen Raumes (in % des Hubvolumens,  $V_0 = V_3 = \epsilon_0 V$ ), so wird

$$\lambda_0 = \frac{V'}{V} = \frac{V_1 - V_4}{V} = \frac{V + V_0 - V_4}{V} = \frac{V + \epsilon_0 V - \epsilon_0 V \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}}{V}$$

da aus  $\frac{V_4}{V_0} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$  — vgl. (556) —  $V_4 = V_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$ ,

wenn allgemein polytropischer Verlauf der Rückexpansion angenommen wird.

Durch Division ist dann

$$\lambda_0 = 1 + \epsilon_0 - \epsilon_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} = 1 - \epsilon_0 \left[ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \dots \dots \dots 9$$

Somit ist der volumetrische Wirkungsgrad um so kleiner, je größer der schädliche Raum und das Verdichtungsverhältnis und je kleiner  $n$ . Demnach ist isothermische Rückexpansion ungünstig, wie sie besonders bei Schieberkom-

pressoren verläuft, wo die Kanäle nicht gekühlt werden können und Wärme an das Gas abgeben, da für Ein- und Austritt derselbe Kanal benutzt wird. Die Arbeitsfläche im  $p$ - $v$ -Diagramm ist zwar kleiner, doch ist sie für eine viel geringere Menge aufzuwenden.

Ein weiterer Verlust tritt ein durch die Erwärmung der angesaugten Menge infolge Mischung mit der Restmenge und durch Wärmeaufnahme von den Wandungen des Zylinders, die Temperatur steigt von  $t_1$  auf  $t'_1$ . An der Gestalt des  $p$ - $v$ -Diagramms ändert das nichts, doch wird die Leistung verschlechtert, indem das angesaugte Gewicht bei gleichem Arbeitsaufwand kleiner wird. Auf 1 kg bezogen, würde das Volumen auf  $v' = v_1 T'_1 : T_1$  vergrößert, der Mehraufwand an Arbeit ist durch die Zunahme der Fläche im Diagramm gekennzeichnet, die Arbeiten verhalten sich wie die Temperaturen:  $L : L' = T_1 : T'_1$ .

Bei Gebläsen, die nur auf geringe Drucke verdichten, ist die Erwärmung vernachlässigbar gering; bei Kompressoren, besonders bei Schieberkompressoren, ist sie bedeutend.

Ferner ergeben sich Verluste dadurch, daß der Ansaugedruck niedriger ist, als der Außendruck, Abb. 7, und der Anschubdruck höher ist, als der Druck im Behälter, infolge der Widerstände in den Leitungen. Dadurch wird die Arbeit größer, aber auch der volumetrische Wirkungsgrad kleiner, da nur während des Hubteiles  $s'$ , Abb. 7, angesaugt wird (auf den Außendruck bezogen).

Bei Kompressoren mit selbsttätigen Ventilen muß zu Beginn des Öffnens noch ein weiterer Unterdruck bzw. Druckanstieg stattfinden um die Ventilmassen zu beschleunigen, Abb. 7.

Die Liefermenge wird auch noch durch Undichtigkeit verringert.

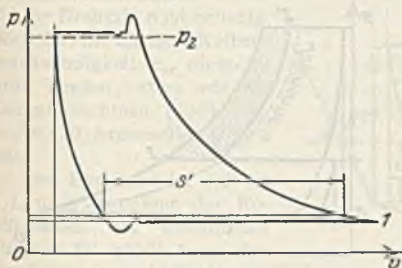


Abb. 7.

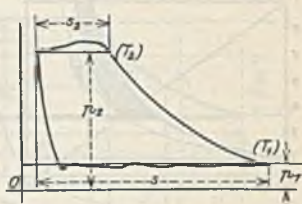


Abb. 8

(1207) **Liefergrad.** Das Verhältnis der wirklich geförderten Menge  $G_n$  zu der dem Hubvolumen entsprechenden  $G$  ist der Liefergrad

$$\lambda = G_n : G,$$

oder, da meist bequemer mit dem Volumen gerechnet wird und das wirklich angesaugte Volumen  $V_n = G_n \cdot v_0$  ist, wenn  $v_0$  das spez. Volumen bei Ansaugedruck und -temperatur,

$$\lambda = V_n : V.$$

Der Liefergrad wird durch Messung der Fördermenge (S. 1278) bestimmt; angenähert kann er aus dem aufgenommenen Indikatorgramme, Abb. 8<sup>1)</sup>, ermittelt werden;  $p_2$  ist der durch Manometer gemessene Enddruck, damit ergibt sich im Diagramm die Strecke  $s_2$ . Ist  $F$  die nutzbare Kolbenfläche,  $v_2$  das spez. Volumen im Druckrohr entsprechend dem Druck  $p_2$  und der Temperatur  $t_2$ , so ist

$$G_n = F s_2 : v_2 \quad \text{und} \quad V_n = G_n v_0 = F s_2 v_0 : v_2$$

<sup>1)</sup> Ostertag, P.: Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbokompressoren, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer.



und damit

$$\lambda = \frac{V_n}{F s} = \frac{s_2 v_0}{s v_3} = \frac{s_2 T_0 p_2}{s T_3 p_0}, \dots \dots \dots 10$$

wenn  $p_0$  und  $T_0$  Ansaugdruck bzw. Temperatur (im Saugrohr).

(1208) Wirkungsgrad des Kompressors. Das Verhältnis der Arbeit des verlustlosen Kompressors mit isothermischer Verdichtung zu der indizierten Arbeit des gegebenen Kompressors ist der Wirkungsgrad  $\eta$ . Ist  $p_m = p_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$  der mittlere Druck bei verlustfreier isothermischer Verdichtung,  $p_i$  der mittlere indizierte Druck, so ist die Arbeit, auf das gleiche Volumen bezogen:  $L = V \cdot P_m$  bzw.  $L_i = V \cdot P_i$ .

Wird die Arbeit auf das pro Hub geförderte Volumen bezogen, so ist die verlustlose Arbeit  $\lambda \cdot V \cdot P_m$ .

Somit ist

$$\eta = \frac{\lambda \cdot V \cdot P_m}{V \cdot P_i} = \lambda \frac{P_m}{P_i} = \lambda \cdot \frac{P_m}{p_i} \dots \dots \dots 11$$

Das Verhältnis der aus dem Indikatordiagramm bestimmten indizierten Arbeit zu der zugeführten ist der mechanische Wirkungsgrad.

Das Verhältnis der Arbeit des verlustlosen Kompressors bei isothermer Verdichtung zur zugeführten Arbeit wird isothermische Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  genannt.

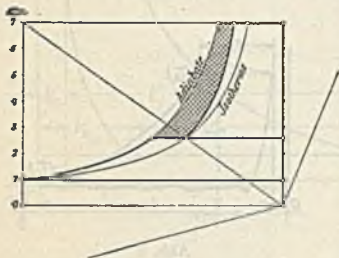


Abb. 9.

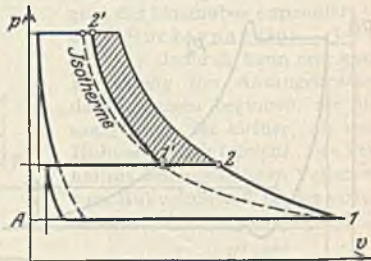


Abb. 10.

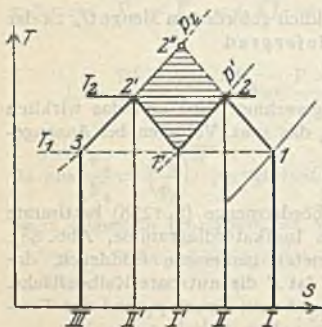


Abb. 11.

(1209) Mehrstufige Verdichtung. Um zu hohe Temperaturen zu vermeiden und den volumetrischen Wirkungsgrad zu erhöhen, d. h. die Leistung des Kompressors zu verbessern, wird die Verdichtung auf zwei oder mehrere Zylinder verteilt — Verbundkompressoren —, wobei zwischen den Zylindern Zwischenkühlung angewendet wird. Beim theoretischen Prozeß mit adiabatischer Verdichtung, Abb. 9, ergibt die Zwischenkühlung eine Arbeitsersparnis, welche gleich ist der schraffierten Fläche. Beim praktischen Prozeß ist der Vorteil noch wesentlich größer, da die Rückexpansion kleiner wird, Abb. 10, ferner ist die Erwärmung beim Ansaugen

kleiner wegen der geringeren Temperaturen. Es ist zwar noch ein zweiter Zylinder erforderlich, doch ist wegen der größeren Liefermenge beim Verbund-

kompressor die Summe der Zylinderinhalte sogar kleiner als bei einstufiger Verdichtung. Für kleinere Leistungen können billigere Einzylinder-Verbundkompressoren (s. (1220)) angewendet werden.

Im *Ts*-Diagramm, Abb. 11, zeigt sich die Arbeitersparnis im Wärmemaß, bei zweistufiger polytropischer Verdichtung durch die Fläche 22''2'1'. Die in den Zylindern durch Kühlung abgeführte Wärme ist durch die Flächen I 1 2 II bzw. I' 1' 2' II', die im Zwischenkühler abgeführte Wärme  $Q = c_p \cdot (t_2 - t_1) \cdot G$  durch die Fläche II 2 1' I' dargestellt.

Bei *m*-stufiger Verdichtung verhalten sich die Drücke in den aufeinanderfolgenden Zylindern wie  $\sqrt[m]{p_2 : p_1}$ , wenn  $p_1$  und  $p_2$  der Ansaugedruck der ersten bzw. der Enddruck der letzten Stufe ist.

### Berechnung der Abmessungen.

(1210) **Einstufige Verdichtung.** Ist  $V_n$  das nutzbare Ansaugvolumen in der Minute in  $m^3$ ,  $D, s$  und  $F$  der Durchmesser, bzw. Hub, bzw. die nutzbare Kolbenfläche in  $m^2$ ,  $n$  die Drehzahl in der Minute,  $\lambda$  der Liefergrad, s. (1207), so ist

$$V_n = i F S n \lambda = i F \cdot 30 \cdot c_m \lambda \text{ m}^3/\text{min}, \dots \dots \dots 11$$

worin  $i = 1$  bei einfach wirkenden,  $i = 2$  bei doppeltwirkenden Maschinen. Bei durchgehender Koblenstange ist  $F = \varphi \pi D^2 : 4$  worin  $\varphi \approx 0,97 \div 0,98$  gesetzt werden kann.

Die Drehzahl  $n$  ist beliebig, doch darf die mittlere Kolbengeschwindigkeit  $c_m$  nicht zu groß werden, etwa wie für Dampfmaschinen (598).  $c_m = S n : 30$ ; ferner soll  $s : D \leq 2$  sein.

Der Exponent ist 1,2 bis 1,3, nach Annahme des Koeffizienten des schädlichen Raumes (s. 1206) kann das *pv*-Diagramm, Abb. 12, entworfen werden, wobei  $p_1$  um 2 bis 3% niedriger ist als die Außenspannung  $p_0$ ,  $p_2$  um 2 bis 5% höher ist als die Spannung  $p$  im Druckraum.

$\lambda$  wird kleiner als der aus dem schädlichen Raum, dem Druckverhältnis und dem angenommenen Exponenten zu ermittelnde volumetrische Wirkungsgrad  $\lambda_0$ . Mit diesen Annahmen kann  $F$  bzw.  $D$  aus Gl. 11 bestimmt werden.

Der Arbeitsaufwand kann nach dem aus dem entworfenen Diagramm, Abb. 12, ermittelten mittleren indizierten Druck bestimmt werden

$$N_i = \frac{i F S n p_i}{60 \cdot 76} PS_i, \dots \dots \dots 12$$

oder einfacher mit dem aus dem *Ts*-, bzw. *ts*-Diagramm<sup>1)</sup> entnommenen Wärmewert der Arbeit  $AL$  für 1 kg

$$N_i = \frac{AL \cdot 427 \cdot G}{3600 \cdot 75} = \frac{AL \cdot G}{632,2} PS_i, \dots \dots \dots 12a$$

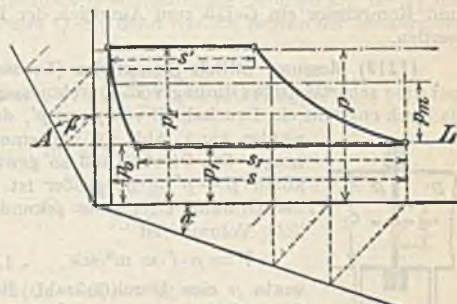


Abb. 12.

<sup>1)</sup>  $AL = c_p(t_2 - t_1) = t_2 - t_1$  für 1 kg (vgl. (567), Gl. 51) für adiabatische Verdichtung.



wenn  $G$  das stündliche Fördergewicht, das aus dem Ansaugvolumen nach (538), Gl. 6, errechnet werden kann.

(1211) **Mehrstufige Verdichtung.** Nach Wahl der Stufenzahl und Ermittlung der Zwischendrücke kann für den Niederdruckzylinder der Liefergrad (etwas kleiner als der volumetrische Wirkungsgrad) angenommen und damit  $F_1$  bzw.  $D_1$  wie für einstufige Verdichtung ermittelt werden. Nun ist es zweckmäßig, den Prozeß für adiabatische Verdichtung in das  $Ts$ - oder besser in das  $is$ -Diagramm einzutragen. Aus den Anfangspunkten der Verdichtungen erhält man die spez. Volumina  $v_1^I, v_1^{II}, \dots$  und damit die meßbaren Kolbenflächen der anderen Zylinder im Verhältnis der Volumina

$$F_2 = \frac{F_1}{v_1^I} \cdot v_1^{II}, \quad F_3 = \frac{F_1}{v_1^I} \cdot v_1^{III} \text{ usw.}$$

Der Arbeitsaufwand ist noch Gl. 12a zu ermitteln, wobei  $AL$  die Summe der Arbeitswärmern der einzelnen Stufen, die sich aus dem  $is$ -Diagramm bequem abgreifen lassen.

## Untersuchung ausgeführter Verdichter.

### Messung der Liefermenge.

(1212) **Messung mittels Gasuhr,** die am Anfang der Saugleitung angeordnet wird, ist nur bei kleinen Liefermengen anwendbar. Es muß zwischen Gasuhr und Kompressor ein Gefäß zum Ausgleich der Druckschwankungen eingebaut werden.

(1213) **Messung mittels Stauscheibe (Drosselscheibe).** Die Drosselscheibe hat eine scharfkantige Öffnung vom Durchmesser  $d$  und vom Querschnitt  $f \text{ m}^2$ ; dadurch entsteht ein Druckabfall von  $p$  auf  $p'$ , der durch Wassersäule gemessen werden kann, Abb. 13, und eine Geschwindigkeit  $w$  m/sek erzeugt. Die Öffnung soll so gewählt werden, daß der Druckabfall  $p - p'$  nicht größer ist als 100 mm W.-S. Das durch die Öffnung strömende sekundliche Volumen ist



Abb. 13.

$$V = \mu \cdot f \cdot w \text{ m}^3/\text{sek}, \dots 13$$

worin  $\mu$  eine Durchflußzahl, die durch Eichung für jede Öffnung festgestellt werden muß<sup>1)</sup> und vom Verhältnis Lochdurchmesser zu Rohrdurchmesser abhängig ist. Wegen des geringen Druckunterschiedes kann die Fläche im  $p$ - $v$ -Diagramm, Abb. 14, als Rechteck angenommen werden, so daß die

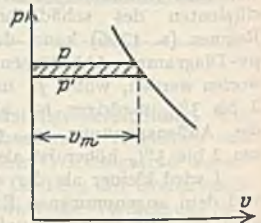


Abb. 14.

Arbeit  $L = (P - P') v_m \text{ mkg/kg}$ , wenn  $v_m$  das dem durch Manometer gemessenen Druck und der Temperatur entsprechende mittlere spez. Volumen ist (aus (538) Gl. 6). Da 1  $\text{kg/m}^3$  einer Wassersäule von 1 mm entspricht, so ist  $P - P' = h \text{ mm W.-S.}$  direkt einzusetzen, so daß

$$L = h v_m = h : \gamma_m \text{ mkg/kg ist.}$$

Vernachlässigt man die geringe Geschwindigkeit vor der Scheibe, so ist die für 1 kg (Masse = 1 : g) aus  $L$  erzeugte Strömungsenergie  $\frac{1}{g} \frac{w^2}{2} = L = h : \gamma_m$

(vgl. (585)), woraus  $w = \sqrt{2gh} : \gamma \text{ m/sek} \dots \dots \dots 14$

<sup>1)</sup> Vgl. F.A., Heft 267.

Werte für  $\mu$ .

|                   |       |      |      |      |       |
|-------------------|-------|------|------|------|-------|
| $d : D = 0,2$     | 0,4   | 0,6  | 0,7  | 0,8  | 0,9   |
| $\mu \approx 0,6$ | 0,615 | 0,65 | 0,68 | 0,74 | 0,82. |

(1214) **Messung durch Auffüllverfahren.** Die Anordnung zu diesem Meßverfahren zeigt Abb. 15. Der Behälter  $B$  ist mit Meßvorrichtungen für Druck (Quecksilbersäule  $h$ ) und für Temperatur (Thermometer  $t$ ) versehen; in die Druckleitung wird in der Nähe des Behälters ein Zwischenbehälter  $Z$  zum Massenausgleich, ein Absperrventil  $V_1$  und ein ins Freie mündendes Abzweigrohr mit einem Absperrventil  $V_2$  angeordnet. Ventil  $V_2$  ist erst offen,  $V_1$  so eingestellt, daß sich in  $Z$  ein gewünschter Druck (meist Kompressions-Enddruck) einstellt. Wird dann  $V_2$  geschlossen, so steigt der Druck in  $B$ . Zur Mengenummessung wird nun zu Beginn der Druck in  $B$  durch die Quecksilbersäule  $h_1$  und die Temperatur  $t_1$  abgelesen; nach einer bestimmten Zeit  $z$  Minuten wird wieder Druck  $h_2$  und Temperatur  $t_2$  abgelesen.

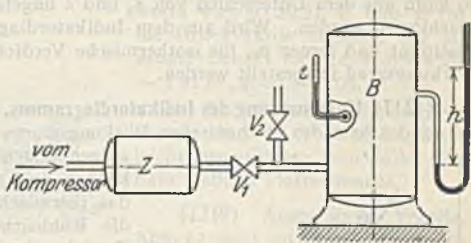


Abb. 15.

Es sei  $V$  das Volumen des Behälters  $B$  zuzüglich der Rohrleitung bis  $V_1$  und  $V_2$  und der Barometerstand  $b$  mm Q.-S., dann war zu Beginn der Messung das Luft- (bzw. Gas-) gewicht

$$G_1 = \frac{P_1 V}{R T_1}, \quad \text{worin} \quad P_1 = \frac{b + h_1}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2$$

und nach  $z$  Minuten das Gewicht im Behälter

$$G_2 = \frac{P_2 V}{R T_2} \quad \text{mit} \quad P_2 = \frac{b + h_2}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2,$$

somit in 1 Minute gefördert

$$G = (G_2 - G_1) : z \text{ kg/min}$$

oder das angesaugte Volumen, wenn  $t_a$  die Ansaug- (Außen-) temperatur,  $p_a$  der Ansaugdruck

$$V_a = \frac{G R T_a}{P_a} \text{ m}^3/\text{min}, \quad \text{worin} \quad P_a = \frac{b}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2.$$

(1215) **Messung mittels Düsen<sup>1)</sup>.** Diese Art ist bei Kolbenverdichtern wenig gebräuchlich, wird aber bei Turbokompressoren und -gebläsen viel benutzt. Bei geringen Drücken (Gebläsen), d. h. wenn  $p_2 - p_1 \leq 100$  mm WS, kann die Menge wie bei der Messung durch Stauscheibe, s. (1212), bestimmt werden.

Bei Druckunterschieden bis zum kritischen Druckverhältnis (s. (586)) kann die Geschwindigkeit nach (586), Gl. 78a oder 78 und das sekundlich ausfließende Gewicht aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt werden:

$$G = \mu \cdot f \cdot w : v \text{ kg/sek.} \quad \dots \dots \dots 15$$

wenn  $v$  das spez. Volumen im Mündungsende (aus dem  $is$ -Diagramm oder aus (538) Gl. 6 zu ermitteln).

<sup>1)</sup> Durchflußzahlen von Normaldüsen und Normalstaurändern für 100—1000 mm Durchm. s. F.-A., Heft 311.



Ist das Druckverhältnis überschritten, d. h.  $p_1 < 0,528 p_2$ , so muß mit der kritischen Geschwindigkeit  $w_k$  gerechnet werden nach (586), Gl. 82a, die sekundliche Menge ist dann

$$G = \mu \cdot f_{\min} \cdot w_k : v_k \text{ kg/sek, } \dots \dots \dots 15a$$

wenn  $f_{\min}$  der engste Querschnitt der Düse und  $v_k$  das spez. Volumen in demselben, s. F. A. Heft 267.

(1216) Ist die Luftmenge bestimmt und die Umlaufzahl gemessen, so kann der Liefergrad  $\lambda$  (s. (1207)) ermittelt werden. Wird der volumetrische Wirkungsgrad  $\lambda_0$  (1206) errechnet<sup>1)</sup> und die Erwärmung während des Ansaugens bestimmt, so kann aus dem Unterschied von  $\lambda_0$  und  $\lambda$  ungefähr auf die anderen Verluste geschlossen werden. Wird aus dem Indikatordiagramm der mittlere Druck  $p_l$  bestimmt und ferner  $p_m$  für isothermische Verdichtung errechnet, so kann der Wirkungsgrad festgestellt werden.

(1217) **Untersuchung des Indikatordiagramms.** Zur Bestimmung des Arbeitsaufwandes bzw. des mechanischen Wirkungsgrades müssen Indikatordiagramme

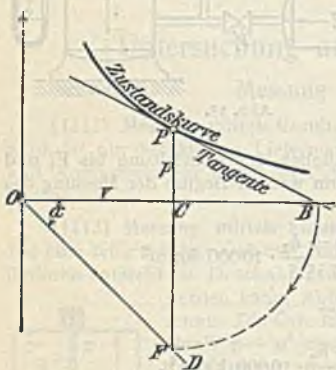


Abb. 16.

aufgenommen werden. Diese Diagramme können nun noch untersucht werden, um das thermische Verhalten des Verdichters, die Kühlwirkung u. a. m. zu ergründen. Zunächst ist der Exponent  $n$  der Kompression zu ermitteln, entweder rechnerisch, wie (637) Abb. 99, oder zeichnerisch nach dem Verfahren von Pröll, Abb. 16.

Man zieht die Tangenten in den einzelnen Kurvenpunkten  $P$ , legt die Subtangente  $CB$  um  $90^\circ$  herum und macht  $CF = CB$ . Für eine polytropische Kurve mit gleichbleibendem Exponenten liegen alle Endpunkte  $F$  auf einer Geraden  $OD$ , und der Exponent ist  $n = \cotg \alpha = OE : CF$ . Häufig sind die Werte von  $n$  im Laufe der Verdichtung verschieden. Um den Einfluß der Kühlung zu verfolgen ist es zweck-

mäßig, das Indikatordiagramm, besonders die Verdichtungsline in das  $Ts$ -Diagramm zu übertragen.

## Ausgeführte Verdichter und Teile.

Zu den wichtigsten Einzelteilen gehören die Abschlußorgane. Hinsichtlich derselben unterscheidet man Ventilkompressoren (ohne Druckausgleichsvorrichtung) und Schieberkompressoren (mit Druckausgleichsvorrichtung); erstere werden zumeist mit selbsttätigen Ventilen, und zwar doppelt oder einfach wirkend, letztere mit zwangsläufig bewegten Schiebern, und zwar nur doppelt wirkend gebaut.

### Ventilkompressoren.

(1218) **Ventile.** Der Durchgangsquerschnitt ist (vgl. Kanalabmessungen (606), Gl. 11)

$$f = F \cdot c_m : w,$$

wobei die Geschwindigkeit in den Saugventilen  $w = 20$  bis  $20$  m/sek gewählt werden kann.

1) Der schädliche Raum wird durch Füllen mit Wasser und Wägen desselben bestimmt.

Bei den Druckventilen werden meist größere Geschwindigkeiten zugelassen, doch empfiehlt es sich, diese nicht über 35 m/sek anzunehmen. Damit der Ventilschluß im Hubwechsel erfolgen kann, ist der Ventilhub möglichst klein zu halten und der erforderliche Durchgangsquerschnitt durch Umfang und hinreichende Zahl der Ventile zu erreichen. Der zur Erzeugung der größten Geschwindigkeit erforderliche Druckunterschied ergibt sich aus (586), Gl. 84 oder 84a oder aus

$$w_{\max} = \varphi \sqrt{2g(p - p') : \gamma} \quad \text{zu} \quad p - p' = \frac{w_{\max}^2}{2g} \cdot \frac{\gamma}{\varphi^2},$$

worin  $\gamma = p : 29,27 T$  und  $p$  für die Druckventile ungefähr der erzeugte Druck, für die Saugventile  $\sim 1$  at ist,  $\varphi = \sim 0,95$ .

Mit Rücksicht auf die Beschleunigung sind die Ventile möglichst leicht auszuführen; man findet deshalb vielfach Plattenventile.

#### (1219) Ausgeführte Ventile.

Abb. 17 zeigt ein Plattenventil mit federnden Lenkern von Hörbiger.

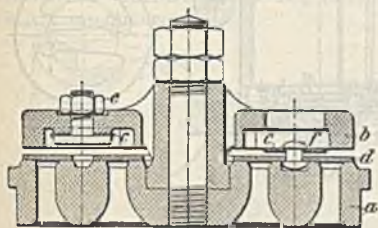


Abb. 17.

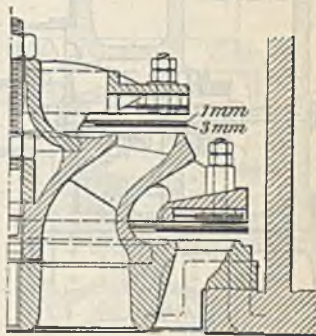


Abb. 18.

Auf dem Ventilsitze  $a$  ist der aus weichem Stahlguß gefertigte Ventilfänger  $b$  befestigt. Die Ventilscheibe  $d$  aus dünnem Stahlblech ist mittels dreier oder mehrerer Stahlblattfedern  $c$ , den sogenannten Lenkern, die einerseits durch Schrauben  $e$  mit dem Fänger, andererseits durch Niete  $f$  mit der Ventilscheibe verbunden sind, an dem ersteren aufgehängt, derart, daß sie im Ruhezustande sanft an den Ventilsitz angedrückt wird.

Durch diese Aufhängung der Ventilscheibe, bei der eine Reibung fast ganz vermieden wird, und dem geringen Ventilhub von 2 bis 3 mm ist der ruhige Gang der Ventile sowie das genaue Öffnen und Schließen derselben fast ohne wahrnehmbaren Überdruck gewährleistet.

Zur Verminderung der Stoßwirkung werden bei Hörbiger-Ventilen dicht über den Ventilscheiben noch sogenannte Polsterscheiben angeordnet, gegen die sich die Ventilscheiben etwas bewegen können. Die zwischen beiden Scheiben eingeschlossene Luft dient als Puffer.

Ein derartiges Etagen-Druckventil zeigt Abb. 18.

A. Borsig, Berlin-Tegel, verwendet bei Kompressoren Plattenventile nach System Lindemann. Abb. 19 und 20 zeigen ein Saug- und ein Druckventil dieser Bauart mit zugehörigem Deckel  $a$ , Ventilsitz  $b$  und Hubfänger  $c$ .

Die Ventilplatte  $d$  hat Führungsarme, deren Löcher in senkrechter und wagerechter Richtung Spiel haben. Mit  $e$  ist die Ventilsfeder — eine leichte Schraubenfeder von rechteckigem



Querschnitt — bezeichnet. Der in Abb. 30 (S. 1284) dargestellte Einzylinder-Stufenkompressor der genannten Firma läßt erkennen, in welcher Weise die Ventile in die Zylinderdeckel eingebaut werden.

Bei Hochofengebläsen sind die aus Stahlblech gepreßten Ventile von Ehrhardt & Sehmer, Abb. 21, und die diesen ähnlichen sogenannten „Schirmventile“ der Siegener Maschinenbau A.-G., Abb. 22, sehr verbreitet.

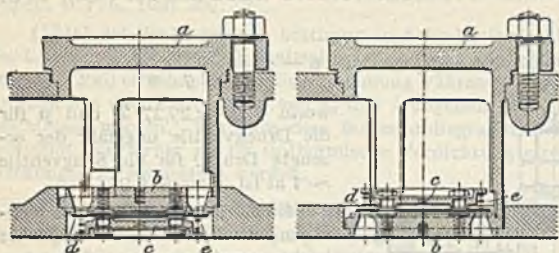


Abb. 19.

Abb. 20.

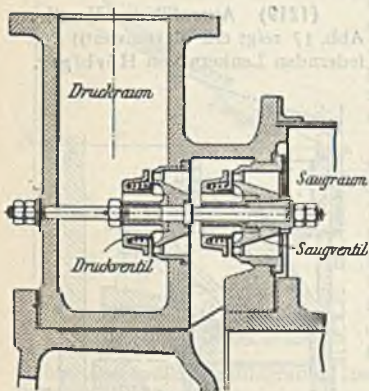


Abb. 21.

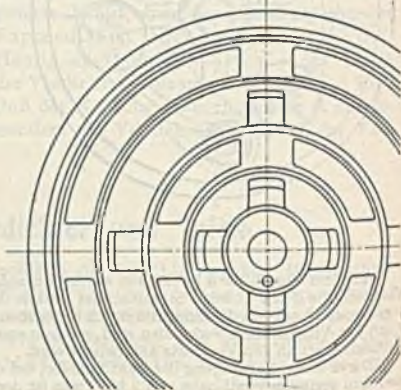
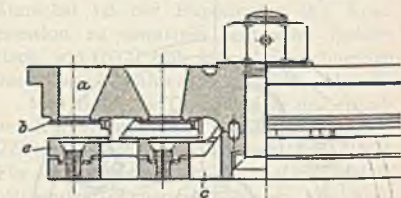


Abb. 23.

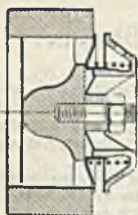


Abb. 22.

Das in Abb. 23 dargestellte Saugventil, Patent Dietrich in einer Ausführung der Sächs. Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann in Chemnitz hat im Sitz *a* zwei ringförmige Durchgangsverschnitte, welche je durch einen Stahlring *b* abgedeckt werden.

Die Stahlringe *b* haben am inneren Umfang einen aufgewickelten Rand zur Versteifung und zur losen Führung an seitlichen Rippen. Damit die Stahlplatten nicht flattern, werden sie durch Federn *d* belastet, Abb. 24, die durch Ringe *e* im Ventillänger *c* festgehalten werden.

Gut bewährt haben sich die Guter-muth-Klappen, wie sie Abb. 29, S. 1284 (*a* und *b*) im Einbau und Abb. 25 in Ansicht zeigt. Die Klappen bestehen aus Stahl- oder Bronzeblech von 1 bis 1,5 mm Stärke, die von Spiralfedern aufgewickelt sind und in einen Längsschlitz der Spindel eingreifen.

Ein besonders einfaches Blattfeder-Ventil führt die Demag (Deutsche Maschinenfabrik, A.-G., Duisburg) aus, Abb. 26. Es besteht aus dünnen Stahlplatten *P*, die sich infolge ihrer Biegsamkeit durch den atmosphärischen Überdruck der Bogenform des Plattenfängers anschmiegen.



Abb. 24.



Abb. 25.



Abb. 26.

Ein Saug- und ein Druckventil eines Ammoniak-Kompressors der Maschinenfabrik Germania, Chemnitz, zeigen die Abb. 27 und 28. Ersteres ist ein Platten-, letzteres ein Glockenventil.

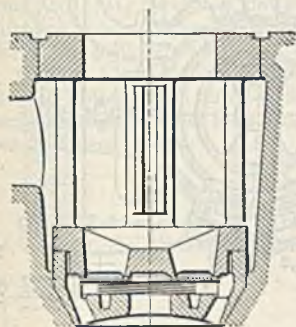


Abb. 27.

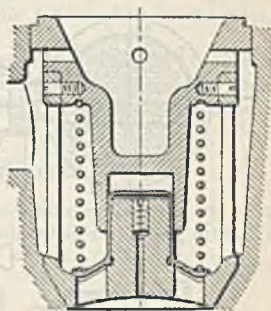


Abb. 28.



(1220) Ausgeführte Ventilkompressoren. Einstufige Kompressoren werden nur bei geringen Drücken, meist mit hohen Umlaufzahlen, als billige Maschinen ausgeführt. Abb. 29 zeigt einen solchen aus zwei gegenüberliegenden Zylindern bestehenden Kompressor für elektrischen Antrieb. Die Ventile *a* und *b* jedes Zylinders sind als Guter-muth-Klappen ausgebildet.



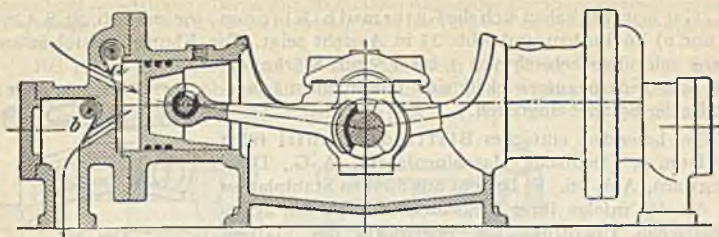


Abb. 29.

Abb. 30a.

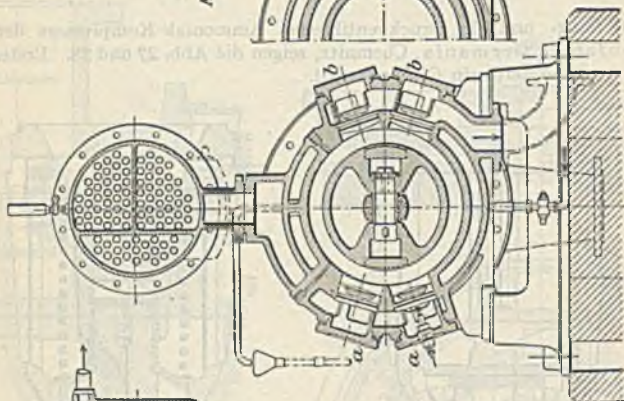
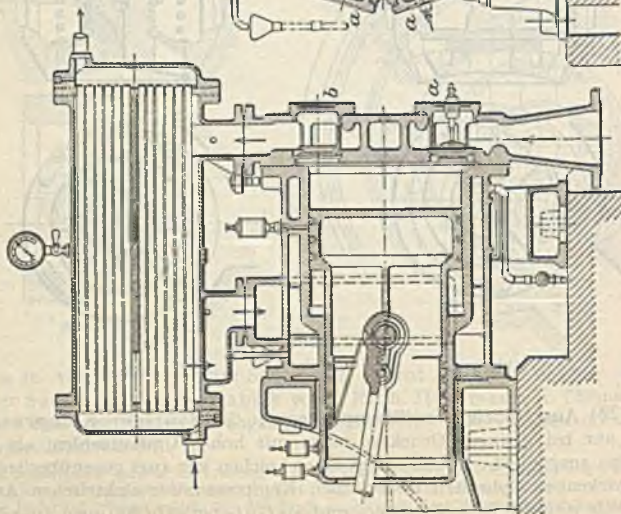


Abb. 30.



Zweistufige Kompressoren werden der billigeren Herstellung wegen häufig als schnellaufende Einzylinder-Stufenkompressoren für Drücke von 6 bis 10 at und Liefermengen von 0,2 bis 30 m<sup>3</sup>/min mit Riemen- oder elektrischem Antrieb ausgeführt.

Abb. 30 zeigt einen liegenden Einzylinder-Stufenkompressor der Firma A. Borsig, Berlin-Tegel.

Zur Steuerung auf der Saug- und Druckseite dienen ringförmige Plattenventile *a* bzw. *b* der in Abb. 19 und 20 (S. 1282) ersichtlichen Bauart.

Die Ventile der Niederdruckstufe sitzen im Deckel, diejenigen der Hochdruckstufe seitlich am Zylinder. Der gußeiserne Mantel des Zwischenkühlers ist durch Längswände derart unterteilt, daß drei Gruppen von Kühlröhren gebildet werden, an denen die Luft nacheinander vorbeistreichet. Die Messingrohre (gewöhnlich 23/25 mm Durchmesser) werden vom Kühlwasser durchflossen. In der ersten und dritten Rohrgruppe erfolgt die Bewegung von Luft und Wasser im Gegenstrom, damit der Temperaturunterschied an der inneren und äußeren Seite der Kühlfläche möglichst groß ausfällt.

Die bei dem Kompressor angeordnete Leerlaufregulierung besteht aus einem Druckregler und aus einer Greifersteuerung zum Anheben der Saugventilplatten.

Der Druckregler (Abb. 30a) setzt sich aus dem Reglergehäuse *h*, dem Kolben *k* und der Regulierfeder *r* zusammen, die durch eine Stellschraube auf den höchsten Regulierdruck eingestellt wird. Bei diesem Druck steigt der Kolben *k* und läßt die vom Windkessel kommende Druckluft nach dem Kolben der betreffenden Greifersteuerung gelangen. Durch die mit diesem Kolben in starrer Verbindung stehenden Greifer werden die Saugventilplatten geöffnet und es tritt so lange Leerlauf des Kompressors ein, bis durch Luftentnahme aus dem Windkessel die Spannung in diesem sinkt und die Feder *r* den Kolben *k* in die Anfangsstellung zurückdrückt. Die hinter dem Greiferkolben befindliche Druckluft entweicht durch eine absichtlich geschaffene Undichtigkeit ins Freie. Die Maschine fördert dann wieder in normaler Weise.

Dreistufige Kompressoren für hohe Drücke bis etwa 200 at führt die Firma A. Borsig derart aus, daß für die 1. und 2. Stufe der normale Einzylinder-Stufenkompressor Verwendung findet und die 3. Stufe dem Niederdruckzylinder desselben angegliedert wird.

Größere Kompressoren und Gebläse werden häufig direkt mittels durchgehender Kolbenstange durch Dampfmaschinen oder Gasmaschinen angetrieben. Dampfkompressoren für hohe Drücke werden fünfstufig ausgeführt, mit mehreren Zylindern.

## Schieberkompressoren.

(1221) Schiebersteuerung. Der Schieber muß die Kanäle derart steuern, daß in 1, Abb. 31, der Schieber den Eintritt genau absperrt, ferner muß er in 3 den

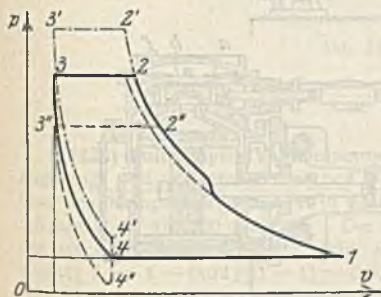


Abb. 31.

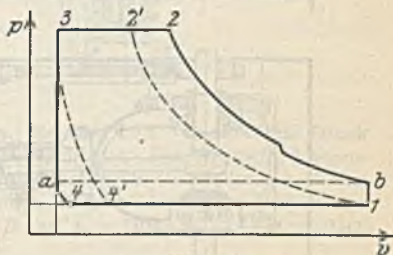


Abb. 32.

Auslaß schließen und in 4 wieder den Einlaß öffnen. Wegen der letzten Forderung sind Schiebersteuerungen nicht für verschiedene Druckverhältnisse geeignet, da der Einlaß einmal zu früh (bei höherem Enddruck), das andermal zu spät (bei tieferem Druck) öffnet (Abb. 31, 4' bzw. 4''). Da der Schieber den Kanal schon vor 2 öffnet, stürzt die in demselben befindliche verdichtete Luft in den Zylinder und erhöht den Druck etwas, was eine Arbeitsverschwendung ist. Um



das Rückströmen aus dem Druckraum zu verhindern, muß ein selbsttätiges Druckventil angeordnet werden (s. b. Abb. 33 und 34, Platte a).

Die Bewegung des Schiebers kann in einem Schieberdiagramm, wie bei den Dampfmaschinen, dargestellt werden. Häufig werden die Schieber mit Überströmung und Druckausgleich auf beiden Kolbenseiten ausgeführt (vgl. Trick-Schieber, (616)), um den volumetrischen Wirkungsgrad zu erhöhen. Die

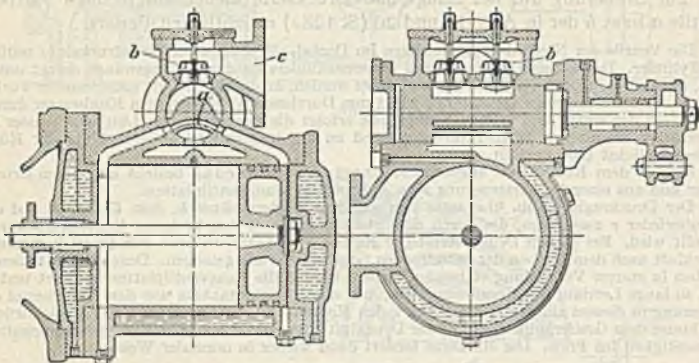


Abb. 33.

Verbindung beider Kolbenseiten muß nach Abschluß in 3 erfolgen, dann sinkt der Druck plötzlich, 3—*a*. Abb. 32, bis der Druck auf beiden Seiten ausgeglichen ist, dann folgt auf der einen Seite eine kleine Rückexpansion *a*—4, auf der anderen ein Druckanstieg 1—*b*. Die Arbeit wird größer, als ohne Überströmen,

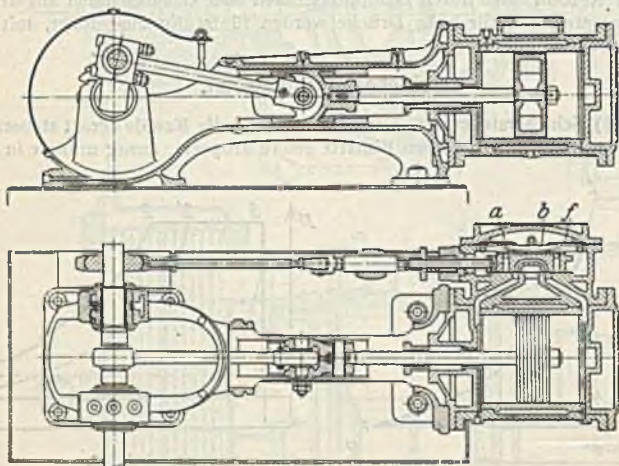


Abb. 34.

doch wird wegen des größeren volumetrischen Wirkungsgrades die geförderte Menge wesentlich größer, so daß ein Gewinn erzielt wird, der aber nur bei den Vakuumpumpen bedeutend ist, s. (1223).

(1222) **Ausgeführte Schieberkompressoren.** Einen von der Erfurter Maschinenfabrik, Franz Beyer & Co. in Erfurt ausgeführten Kompressor mit Rundschiebersteuerung zeigt Abb. 33. Der das Ansaugen der Luft regelnde

Rundschieber enthält einen Druckausgleichskanal  $a$ , der bei der gezeichneten Stellung die Verbindung zwischen beiden Zylinderseiten herstellt; über dem Schieber befindet sich die durch zwei federbelastete Ventile abgeschlossene Druckkammer  $b$ . Bei  $c$  ist die Druckluftleitung angeschlossen.

Der einstufige Schieberkompressor (auch als Luftpumpe gebaut) von Klein, Schanzlin & Becker, Frankenthal, Abb. 34, hat ebenfalls Druckausgleich. Als Druckventil dient die Gummiplatte  $a$ , die sich beim Öffnen an den Plattenfänger  $b$  anlegt; das Andrücken des Schiebers auf den Spiegel bewirkt die Gleitfedern  $f$ .

Größere Verbreitung hat auch der durch einen zwangläufig bewegten Kolbenschieber in Verbindung mit selbsttätigen Rückschlagventilen gesteuerte, von Pokorny & Wittekind in Bockenheim und von Neumann & Esser in Aachen gebaute Kompressor, System Köster (D. R. P. Nr. 76308), gefunden.

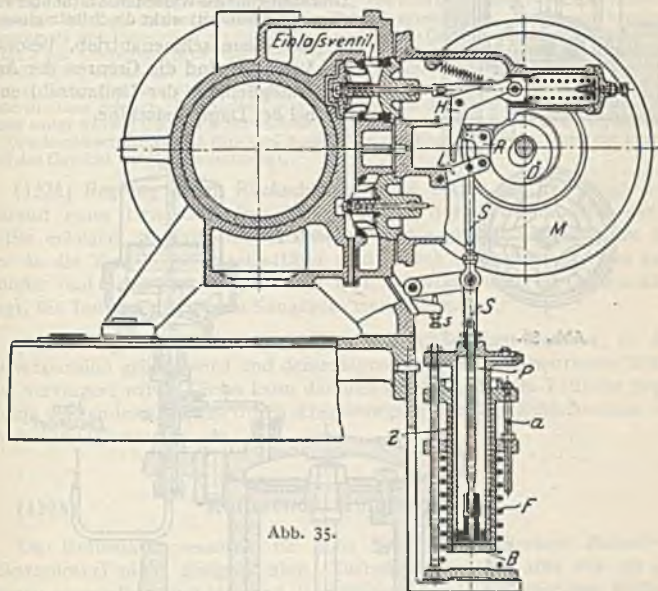


Abb. 35.

(1223) **Luftpumpen, Vakuumpumpen.** Es wird Luft von niederem Druck angesaugt und auf atmosphärischen Druck verdichtet. Der Unterschied gegenüber den Kompressoren besteht in dem meist hohen Druckverhältnis, z. B. von 7,6 mm Q.-S. auf 760 mm Q.-S. Der volumetrische Wirkungsgrad ist infolge der starken Rückexpansion niedrig, z. B. bei  $\epsilon_0 = 0,02$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_1 = 0,02$ ,  $n = 1$ ,  $\lambda_0 = 1 - 0,02 (50 - 1) = 0,02!$

Da gern Schieberpumpen verwendet werden, muß Druckausgleich angewendet werden, s. (1221). Besser ist es, die Pumpen mehrstufig auszuführen.

### Reglung der Kolbenverdichter.

(1224) **Reglung durch Änderung der Umlaufzahl.** Diese Reglungart ist bei Antrieb durch Dampfmaschine sehr bequem, bei gleichbleibendem Dampfdruck genügt Selbstreglung, der Regler soll nur Durchgehen verhüten, anderenfalls er-



folgt die Regelung von Hand. Endlich ist noch Regelung durch Druckregler möglich, der die Füllung der Maschine ändert. Die Anordnung einer solchen Regulationsart in der Ausführung der Maschinenfabrik G. A. Schütz, Wurzen i. S. zeigt Abb. 35.

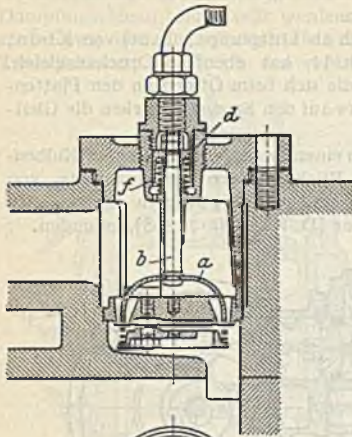


Abb. 36.

Der Luftdruck wirkt auf den Boden  $B$  des feststehenden Tauchkolben  $P$  umschließenden beweglichen Zylinders  $Z$ , der durch Gestänge  $S$  und Lenker  $L$  den Rollenhebel  $R$  derart verschiebt, daß der Hebelarm am Hebel  $H$  und damit der Ventillhub und die Umlaufzahl geändert wird. Stellschraube  $s$  dient zur Begrenzung, damit die Leerlauf-füllung nicht unterschritten wird; bei Erreichung der höchsten Umlaufzahl wirkt der Flachregler  $M$  durch den Daumen  $D$  auf die Steuerung ein. Solange die Druckänderung die Widerstände nicht überwindet (Unempfindlichkeit) wirkt die Selbstreglung.

Bei Gasmaschinenantrieb, besonders bei Viertakt, sind die Grenzen der Änderungsmöglichkeit der Umlaufzahl enger, als bei der Dampfmaschine.

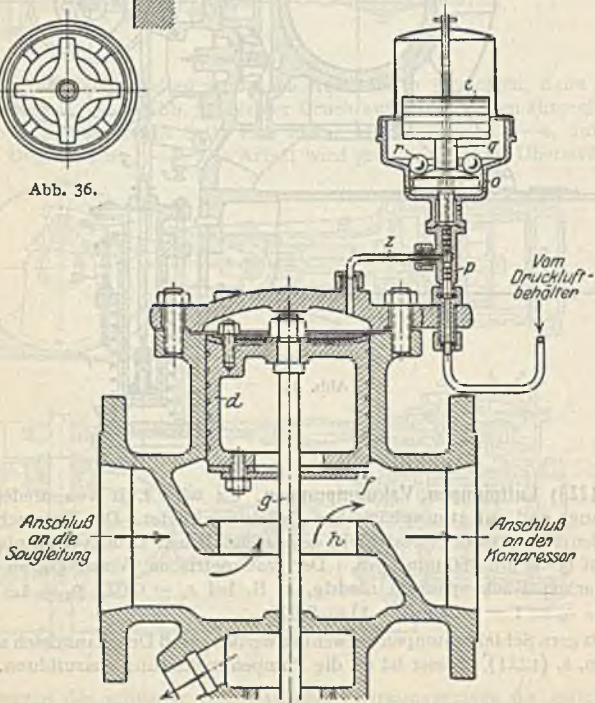


Abb. 37.

(1225) Regelung bei gleichbleibender Umlaufzahl. Diese Regulationsart ist bei Riemenantrieb, bei Gasgebläsen oder bei Antrieb durch Elektromotor in Anwendung; sie kann auf verschiedene Weise erreicht werden.

1. Regelung durch Aussetzer, d. h. Offenhalten der Saugventile und Zurückschieben der angesaugten Menge in den Saugraum, oder 2. durch Schließen der Saugleitung. Ein Ausführungsbeispiel der ersteren Art von A. Borsig, Tegel-Berlin, zeigt Abb. 36<sup>1)</sup>.

Ein Druckregler öffnet bei Überschreiten des normalen Druckes ein Notventil, das Druckluft über den Kolben *d* treten läßt, der durch die Abwärtsbewegung mittels Stange *b* und Greifer *a* das Saugventil am Schließen hindert: dadurch sinkt der Druck, das Nadelventil wird durch eine den Kolben des Druckreglers belastende Feder wieder geschlossen, die Luft über *d* entweicht allmählich durch einen in der Zuleitung zum Kolben *d* befindlichen einstellbaren Hahn, worauf durch die Feder *f* der Greifer das Saugventil freigibt.

Ein Ausführungsbeispiel der zweiten Art zeigt in der Anordnung der Demag<sup>2)</sup>, Abb. 37, mit Gewichtsdruckregler.

Bei übernormalem Druck wird der Kolben *p* gehoben, die ihn belastenden Kugeln *r* rollen vom schrägen Kugelteller in den Kugelfang *o*, durch diese Verringerung der Belastung gelangt der Kolben schnell in seine Endstellung und gibt den Zutritt der Luft durch Rohr *z* über den Kolben *d* frei, dieser bewegt sich nach unten entgegen dem Druck einer Feder und schließt durch Aufpressen der Lederdichtung *f* auf den Sitz *h* die Saugleitung ab. Um hierbei Leerlaufen des Kompressors mit Vakuum in der Saugleitung und hohem Gegendruck zu verhindern, öffnet die Stange *g* ein Oberströmventil, das die Druckluft zwischen Kompressor und Rückschlagventil ins Freie leitet. Sinkt nun der Druck im Behälter und unter *p*, so senkt sich dieser, schließt *z* ab, wobei er durch die zurückrollenden Kugeln eine Beschleunigung erfährt und schnell in seine tiefste Stellung gelangt. Der Kolben *d* wird nun durch die Feder wieder gehoben, der Kompressor saugt wieder; die über *d* befindliche Druckluft strömt durch eine Bohrung in *p* ins Freie. Der Druckunterschied für das Ein- und Ausschalten des Kompressors ist durch die Bleigewichte *t* und das Gewicht der Kugeln festgelegt.

(1226) Regelung durch Rückschieben eines Teiles der angesaugten Menge während eines Druckhubteiles. Dieses kann durch Offenhalten der Saugventile erfolgen, so daß die Verdichtung erst nach Schluß derselben beginnt oder da die Ventile meist selbsttätig sind, durch einen Schieber, der zwischen Zylinder und Saugraum eingebaut ist und, von Hand oder durch Druckluft betätigt, die Luft wieder in den Saugraum treten läßt.

(1227) Regelung durch Vergrößerung des schädlichen Raumes, so daß die Rückexpansion größer wird und dementsprechend der volumetrische Wirkungsgrad verringert wird. Dieses kann dadurch erfolgen, daß im Zylinder besondere Räume vorhanden sind, die durch Absperrorgane mit dem Zylinderraum verbunden werden können.

## (1228) Rotierende Kompressoren.

Da Kolbenkompressoren für hohe Umlaufzahl (direkter Antrieb durch Elektromotor) nicht geeignet sind, Turbokompressoren aber nur für größere Mengen anwendbar sind, so sind Kompressoren mit umlaufendem Kolben ausgeführt worden, welche die gewünschte Menge auf normale Drücke verdichten. Eine Ausführungsform eines solchen Kompressors der Demag zeigt Abb. 38, für Leistungen von 25 bis 2500 m<sup>3</sup>/st (oder 5000 m<sup>3</sup>/st bei Zwillinganordnung).

In dem allseitig gekühlten Gehäuse dreht sich ein exzentrisch gelagerter Läufer *a* aus Gußeisen, der in radialen Einschnitten dünne Stahllamellen *b* trägt. Diese Lamellen werden durch die Fliehkraft nach außen geschleudert und unterteilen dabei den durch die exzentrische Lagerung des Läufers entstehenden sichelförmigen Arbeitsraum in verschieden große Kammern. Bei der Drehung in Pfeilrichtung wird die bei *c* eintretende Luft bzw. das Gas in den sich verkleinernden Kammern verdichtet und in den Druckraum *d* hinausgefördert. Der untere Punkt *e* trennt Saugraum *c* vom Druckraum *d* durch die Lamellen. Der Druckunterschied in zwei benachbarten Kammern ist infolge des geringen Raumunterschiedes klein, so daß die Abdichtung durch die Lamellen genügt.

Zur Aufnahme der Fliehkkräfte und zur Verringerung der Abnutzung der Lamellen an der Zylinderwand werden die Lamellen in Ringen *f* geführt, die in Aussparungen der Gehäusewand mitlaufen.

<sup>1)</sup> Aus P. Ostertag, s. Fußnote S. 1275.

<sup>2)</sup> Deutsche Maschinenfabrik A.-G., Duisburg.



Der Kraftbedarf beträgt für einstufige Rotations-Kompressoren:

|                        | $n = 1450$ | 1450 | 980  | 735 | 585  | 485 Umdr./min           |
|------------------------|------------|------|------|-----|------|-------------------------|
| Ansaugleistung         | 1,7        | 4,5  | 10   | 17  | 28,8 | 41 m <sup>3</sup> /min. |
| Kraftbedarf { 1 at Ob. | 5,5        | 12   | 25,5 | 41  | 66   | 93 PS                   |
| bei Ver-               | 8          | 19   | 40   | 66  | 109  | 155 "                   |
| dichtung auf { 3 " "   | 10         | 23   | —    | —   | —    | "                       |

Zweistufige Rotationskompressoren (mit Zwischenkühlung)

|                          | $n = 2450$ | 1450 | 980 | 735 | 585  | 485 Umdr./min           |
|--------------------------|------------|------|-----|-----|------|-------------------------|
| Saugleistung (indiziert) | 1,7        | 4,5  | 10  | 17  | 28,8 | 40 m <sup>3</sup> /min. |
| Kraftbedarf { 4 at Ob.   | 13         | 29   | 60  | 102 | 170  | 244 PS                  |
| bei { 5 " "              | 14         | 32,5 | 65  | 109 | 182  | 261 "                   |
| Verdichtung { 6 " "      | 15         | 34   | 69  | 116 | 194  | 278 "                   |
| auf { 7 " "              | 16         | 36   | 74  | 124 | 206  | 296 "                   |

Auch Vakuumpumpen werden als rotierende Maschinen ausgeführt und können bis 90% Vakuum erzeugen.

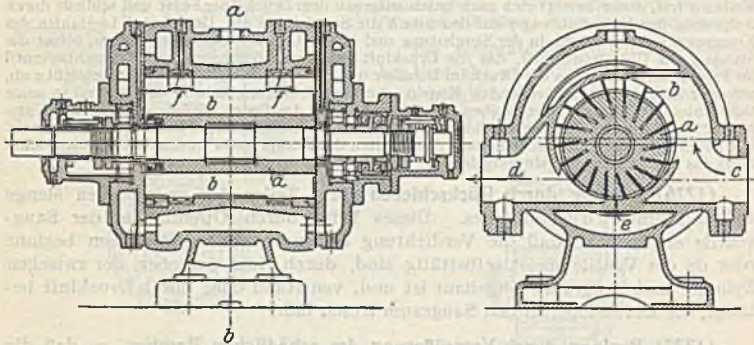


Abb. 38.

## Turbokompressoren und -gebläse.

(1229) Allgemeines. Die Turbogebläse stimmen in ihrer Berechnung und den Konstruktionsgrundlagen im allgemeinen mit den Kreiselpumpen überein; sie erzeugen höhere Drücke als die Ventilatoren und liefern u. a. Wind für Erzröstöfen u. dgl. Ferner haben sie als Gasansauger für Koksofengase große Bedeutung erlangt.

Turbokompressoren mit direktem Antrieb durch Elektromotor oder Dampfturbine erzeugen noch höhere Drücke, wie sie bisher nur Kolbenkompressoren erzielten. Die neueren Ausführungen haben sich auch hinsichtlich der Wirtschaftlichkeit den Kolbenmaschinen gleichwertig erwiesen.

Während bei den Kolbenkompressoren die mehrstufige Verdichtung in erster Linie wegen der Zwischenkühlung und zur Erhöhung der Leistung ausgeführt wird, verlangt der Turbokompressor wegen der nur geringen Wirkung jeder einzelnen Kompressionsstufe eine große Zahl solcher Stufen. Infolge der zur Kompression erforderlichen hohen Luftgeschwindigkeiten weisen die Turbokompressoren erhebliche Lufttreibungsverluste auf, die sich bei einem ungekühlten Kompressor in einer Erhöhung der Lufttemperatur noch über diejenige adiabatischer Kompression bemerkbar machen würde. Um die hierdurch herbeigeführten Arbeitsverluste zu verringern, ist eine wirksame Kühlung der Luft im Kompressor selbst erforderlich.

Die Temperaturzunahme ist in den ersten Stufen am größten, der Exponent der polytropischen Verdichtung kann  $n = 1,5$  bis  $1,6$  betragen und sinkt in den letzten Stufen infolge wirksamerer Kühlung (wegen der größeren Dichte) bis auf 1 oder darunter.





Wie in (925) folgt an Hand der Geschwindigkeitspläne, Abb. 39, mit  $c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1$ ,  $c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2$  als Umfangskomponenten der absoluten Geschwindigkeit

$$H = (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) : g = (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) : g . . . 18a$$

Die wirkliche Druckhöhe  $H_1$  ist natürlich kleiner, da Widerstände zu überwinden sind. Es entstehen Druckhöhenverluste im Laufrade  $\zeta_1 \omega_2^2 : 2g$  und im Leitrade  $\zeta_2 c_2^2 : 2g$ , wobei  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  Verlustkoeffizienten sind, deren Größe nicht sicher ist und etwa im Mittel  $\zeta_1 = 0,4$ ,  $\zeta_2 = 0,36$  genommen werden kann. Das Verhältnis  $\eta_h = H_1 : H$  ist der hydraulische (Druck-) Wirkungsgrad.

(1231) Ermittlung der Querschnitte<sup>1)</sup>. Ist  $G$  das sekundliche Gasgewicht,  $v_1$  und  $v_2$  das spez. Volumen beim Ein- und Austritt aus dem Laufrade,  $F_1$  und  $F_2$  die Ein- bzw. Austrittsquerschnitte, auf dem Umfang der inneren bzw. äußeren Zylinderfläche gemessen, so muß nach der Stetigkeitsbedingung

$$F_1 c_{1r} = G v_1, \quad F_2 c_{2r} = G v_2$$

sein, wenn  $c_{1r}$ ,  $c_{2r}$  die Radialkomponenten von  $c_1$  bzw.  $c_2$ , oder

$$F_2 = \frac{G v_2}{c_{2r}} = \frac{V v_2}{v_1 c_{2r}} m^2 . . . . . 19$$

Das Volumen kann aus dem  $p v$ -Diagramm entnommen werden, in welchem die Verdichtungsline als Polytrope gezeichnet wird, jedoch näher an die Isotherme und das man in so viel flächen gleiche Teile teilt, als Stufen ausgeführt werden sollen. Das Volumen kann in einer Stufe als konstant angenommen werden (wegen der geringen Druckunterschiede).

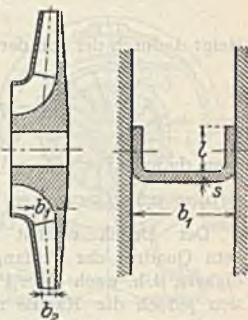


Abb. 40.

Ist  $b_1$ ,  $b_2$  die axiale Breite der Schaufeln,  $s_1$ ,  $s_2$  die Schaufelstärke,  $z_1$ ,  $z_2$  die Schaufelzahl<sup>2)</sup>,  $l_1$ ,  $l_2$  die Länge der zwecks Vernietung umgebogenen Enden, Abb. 40, so ist

$$F_2 = \left( \pi D_2 - \frac{z_2 s_2}{\sin \beta_2} \right) b_2 - z_2 \frac{l_2 s_2}{\sin \beta_2} . . . . . 20$$

oder

$$F_2 = \pi D_2 \cdot r_2 b_2 - z_2 \frac{l_2 \cdot s_2}{\sin \beta_2} . . . . . 20a$$

wenn  $r_2 = 1 - \frac{z_2 s_2}{\pi D_2 \sin \beta_2}$  der Verengungsfaktor.

Bei Vernietung der Schaufeln durch an den Seiten derselben ausgefräste oder gestanzte Zapfen kommt das letzte Glied der Gl. 20 bzw. 20a in Fortfall. Der Wert für  $r_2$  liegt zwischen 0,85 und 0,95. Aus Gl. 20 bzw. 20a kann  $b_2$  ermittelt werden, wenn  $F_2$  nach Gl. 19 ermittelt ist.

Analog ist

$$F_1 = \left( \pi D_1 - \frac{z_1 s_1}{\sin \beta_1} \right) b_1 - z_1 \frac{l_1 s_1}{\sin \beta_1} . . . . . 20b$$

Setzt man nach Abb. 39

$$c_{2u} = u_2 + c_{2r} \operatorname{ctg} \beta_2$$

$$c_{1u} = u_1 + c_{1r} \operatorname{ctg} \beta_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} + c_{2r} \frac{F_2}{F_1} \operatorname{ctg} \beta_1$$

in Gl. 18a ein, so wird

$$H = \frac{u_2^2}{g} \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] + \frac{u_2}{g} c_{2r} \left[ \operatorname{ctg} \beta_2 - \frac{D_1}{D_2} \frac{F_2}{F_1} \operatorname{ctg} \beta_1 \right], . . . . . 21$$

<sup>1)</sup> Vgl. P. Ostertag, s. Fußnote S. 1275.

<sup>2)</sup> Da die Schaufeln häufig nur zum Teil bis zum Eintrittsumfang reichen, ist  $z_1$  gleich  $1/2 z_1$ .

woraus für gegebene Schaufel- und Laufradabmessungen  $H$  errechnet werden kann.

Bei radialem absoluten Eintritt ergeben sich wegen  $\alpha_1 = 90^\circ$   $c_{1u} = 0$  Vereinfachungen. Die Schaufeln können gerade oder gekrümmt ausgeführt werden, sie können radial gerichtete, nach vorwärts oder nach rückwärts gekrümmte Enden haben; letztere ergeben bei starker Rückwärtsneigung Schwierigkeiten hinsichtlich Festigkeit. Vorwärts gekrümmte ergeben zwar größere theoretische Druckhöhe, doch haben sie größere Verluste im Diffusor, da der größere Teil der Geschwindigkeit in diesem in Druck umgesetzt wird.

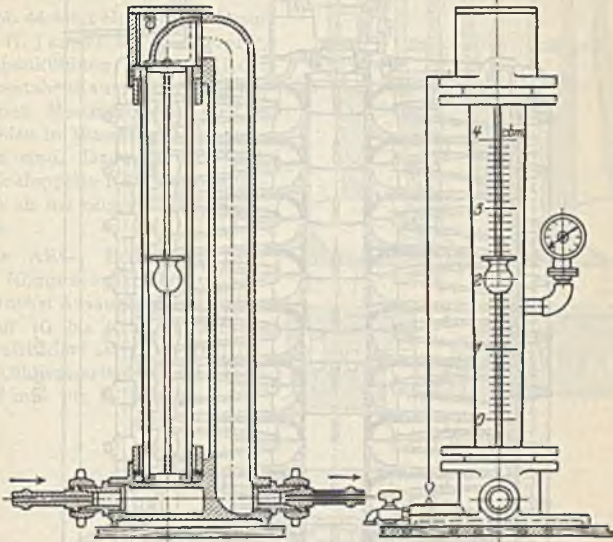


Abb. 41.

**(1232) Regelung der Turbokompressoren.** Regelung zur Erhaltung gleichbleibenden Druckes wird angewendet bei Erzeugung von Druckluft für Druckluftmaschinen. Hierbei kann die Liefermenge sehr verschieden sein. Bei Antrieb durch Drehstrom-Elektromotor ist die Umlaufzahl unveränderlich; soll nun die Menge verringert werden, so steigt der Druck und muß in der Leitung durch Drosseln verringert werden.

Bei Antrieb durch Dampfturbine läßt sich durch Änderung der Drehzahl eine viel weitgehendere und wirtschaftlichere Regelung erreichen. Die Einstellung der Drehzahl erfolgt durch einen Druckregler, der die Dampfzufuhr beeinflusst, der Fliehkraftregler dient nur zur Begrenzung der Drehzahl.

Regelung zur Erhaltung gleichbleibender Liefermenge wird angewendet für Hoch- und Kupolöfen, bei denen zum Einschmelzen einer bestimmten Einsatzmenge eine unveränderliche Luftmenge verlangt wird, wogegen der Druck sich nach den Widerständen im Ofen richtet. Hierzu ist nicht nur die Drehzahl zu ändern, sondern auch zu drosseln.

**(1233) Messung der Liefermenge.** Die beste Meßart ist diejenige mittels Düsen, s. (1215). Für große Gebläse kann die Messung durch Bestimmung der Geschwindigkeit in einem bestimmten Querschnitt erfolgen, am besten im Langrohr. Die Geschwindigkeit kann durch direkt anzeigende Instrumente oder durch Staegeräte — Pitot-Rohr oder Mikromanometer — ermittelt werden. Neuerdings



werden Instrumente ausgeführt, die unmittelbar die durchströmende Menge anzeigen und dadurch für die Überwachung des Betriebes geeignet sind. Ein Beispiel solcher Geräte ist der Demag - Luftmesser, System „Heinrichs“, Abb. 41.

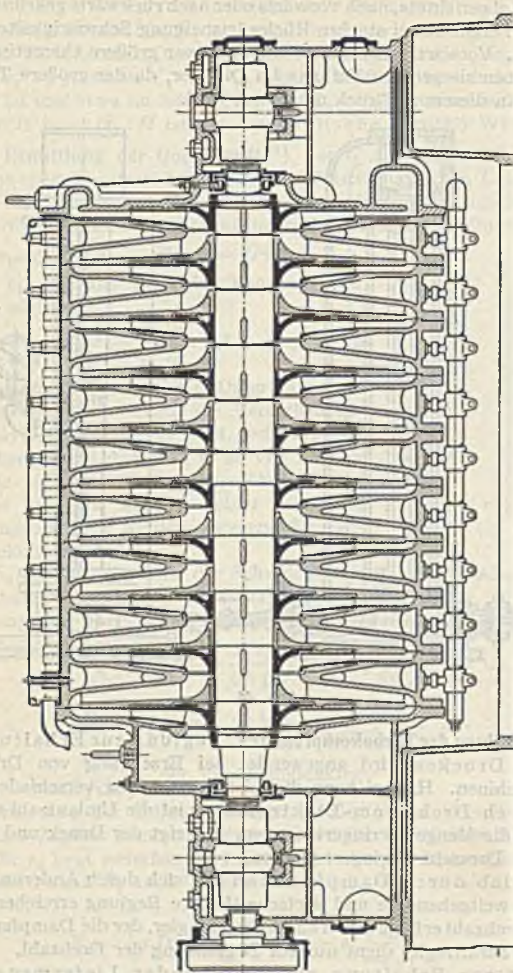


Abb. 42.

Den Hauptteil dieses Luftmessers bildet ein konisches, sich nach oben erweiterndes, geeichtes Glasrohr, in welchem sich ein Aluminiumschwimmer auf und ab bewegt und je nach der durchströmenden Preßluftmenge in einer bestimmten Höhenlage stehenbleibt. Die am Glasrohr angebrachte Teilung gestattet die der Preßluftmenge entsprechende angesaugte Menge von atm. Spannung in Kubikmeter in der Minute unmittelbar abzu lesen; es wird ein Genauigkeitsgrad von  $\pm 1\%$  gewährleistet. Für andere Drücke, als der Eichung zugrunde gelegt, müssen die Ablesungen nach beigegebenen Schaulinien umgerechnet werden.

(1234) Ausgeführte Turbokompressoren. Einen Turbokompressor<sup>1)</sup>, Bauart Rateau, zeigt Abb. 43; das Kühlwasser wird durch ein gemeinsames Rohr unten

<sup>1)</sup> A.-G. Kühnle, Kopp & Kausch, Frankenthal.

in die Kühlräume geführt und läuft oben ab.

Ein Teil eines Kompressors der „Gutehoffnungshütte“ ist in Abb. 43 dargestellt, die auch die Abdichtung erkennen läßt. Die Rippen in den Zwischenwänden zwingen das Kühlwasser einen bestimmten Weg von unten nach oben zu nehmen.

Abb. 44 zeigt einen Kompressor von C. H. Jaeger & Cie., Leipzig, mit Innenkühlung zwischen jeder Stufe, bestehend aus halbkreisförmig gebogenen Messingrohren, die an den Enden in Wasserkammern eingewalzt sind. Dadurch läßt sich etwa die doppelte Kühlfläche unterbringen als bei eingegossenen Kühlräumen.

Die AEG., Berlin, hat sehr große Kompressoren gebaut, die 100000 m<sup>3</sup>/st Ansaugleistung haben und auf 10 bis 12 at verdichten; der Kraftbedarf ist 12—13000 PS. Der Kühlwasserbedarf ist etwa 0,75 m<sup>3</sup>/min für je 1000 PS.

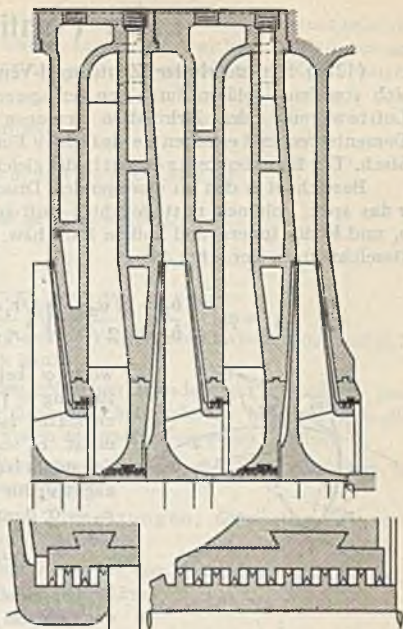


Abb. 43.

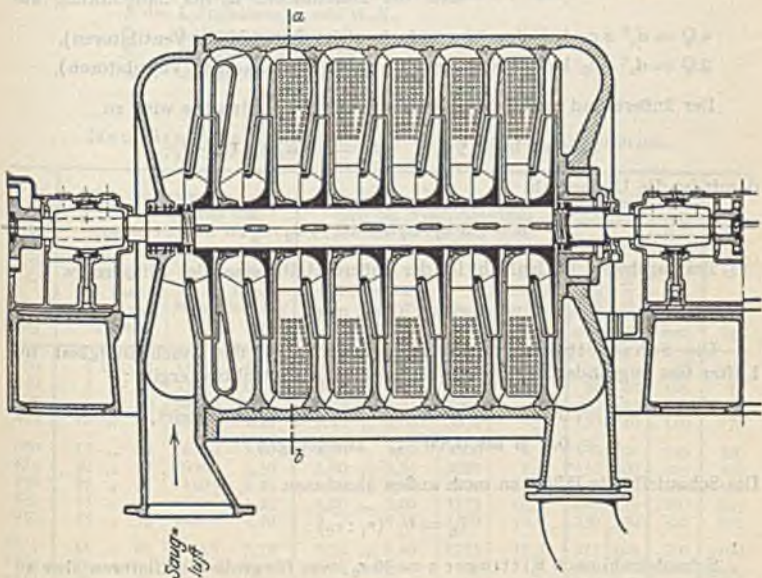


Abb. 44.



## Lüfter (Ventilatoren).

(1235) **Schleudlüfter (Zentrifugal-Ventilatoren).** Die Lüfter unterscheiden sich von den Gebläsen durch den geringeren Druck; häufig sollen sie nur eine Luftbewegung oder Zirkulation erzeugen ohne wesentliche Druckzunahme. Dementsprechend erhalten sie einfachere Form, leichte Gehäuse, meist aus Eisenblech. Der Energieumsatz erfolgt in der gleichen Weise wie bei den Turbogebbläsen.

Bezeichnet  $h$  den zu erzeugenden Druckunterschied in mm W.-S. ( $\text{kg/m}^2$ ),  $v$  das spez. Volumen mittelfeuchter Luft in  $\text{m}^3/\text{kg}$  (im Mittel  $v = 0,8 \text{ m}^3/\text{kg}$ ),  $b_1$  und  $b_2$  die innere und äußere Rad- bzw. Schaufelbreite in m, so ist mit den Bezeichnungen der Abb. 45

$$u_2 = \varphi \left[ \frac{r_1}{r_2} \frac{b_1}{b_2} c_1 \frac{\text{tg } \alpha_2}{2} + \sqrt{\left( \frac{r_1}{r_2} \frac{b_1}{b_2} c_1 \frac{\text{tg } \alpha_2}{2} \right)^2 + ghv} \right] \dots 22$$

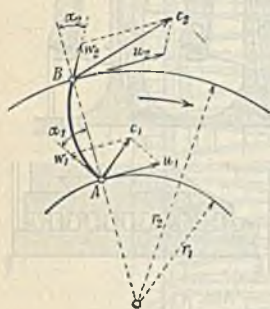


Abb. 45.

worin  $\varphi$  bei größeren Ventilatoren guter Ausführung  $= 1,2 \div 1,4$ , bei kleineren  $\varphi = 1,4 \div 1,7$  zu setzen ist,  $\alpha_2$  soll nicht größer sein als  $60^\circ$ , meist  $\alpha_2 = 45^\circ$ . Für rückwärts gekrümmte Schaufeln ist  $\alpha_2$  positiv, für vorwärts gekrümmte negativ; für radial auslaufende Schaufeln ist  $\alpha_2 = 0$ , dann geht Gl. 22 über in

$$u_2 = \varphi \sqrt{ghv} = 2,8 \varphi \sqrt{h} \dots 22a$$

Die Geschwindigkeit  $c_0$ , mit der die Luft in das Gehäuse tritt, wird meist  $c_0 = 8$  bis  $10 \text{ m}/\text{sek}$  angenommen.

Ist  $Q$  die Windmenge in  $\text{m}^3/\text{sek}$ , so ergibt sich der Durchmesser  $d_s$  der Saugöffnung aus

$$4Q = d_s^2 \pi c_0 \text{ bei einseitigem Luftzutritt (saugende Ventilatoren),}$$

$$2Q = d_s^2 \pi c_0 \text{ bei zweiseitigem Luftzutritt (blasende Ventilatoren).}$$

Der äußere und innere Halbmesser des Flügelrades wird zu

$$r_2 = d_s \text{ bis } 1,5 d_s, \quad r_1 = 0,5 d_s \text{ bis } 0,75 d_s;$$

damit ist die Umlaufzahl

$$n = 30 u_2 : r_2 \pi = 9,55 u_2 : r_2.$$

Bei gegebener Umlaufzahl ist der äußere Halbmesser des Flügelrades

$$r_2 = 30 u_2 : \pi n.$$

Die Schaufelbreite wird so gewählt, daß die Geschwindigkeit im Lüfter fast ungeändert bleibt, was rücksichtlich Kontraktion ergibt:

$$b_1 = 0,25 d \text{ bis } 0,4 d \text{ für einseitigen Luftzutritt,}$$

$$b_1 = 0,5 d \text{ bis } 0,8 d \text{ „ zweiseitigen „}$$

Die Schaufelbreite läßt man nach außen abnehmen

$$b_2 = b_1 (r_1 : r_2).$$

Schaufelzahl nach Rittinger  $z = 30 r_2$ , was für große Ventilatoren aber zu große Schaufelzahl gibt.

Eine bestimmte Schaufelform läßt sich als die zweckmäßigste nicht bezeichnen, man führt sie gerade oder rückwärts gekrümmt aus; letztere sind nur am inneren Umfange gekrümmt, sonst radial, oder aus verschiedenen Krümmungen zusammengesetzt.

Für stoßfreien Eintritt muß sein

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0,104 n r_1 : c_1 \text{ mit } \alpha_1 \text{ nach Abb. 45.}$$

Es kann  $\alpha_1$  zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  gewählt werden.

Die Betriebsarbeit ist

$$N = Q \cdot h : (75 \eta) \text{ PS}_e,$$

wenn  $\eta$  der Wirkungsgrad, der bei großen Ventilatoren zwischen 0,4 und 0,7, bei kleinen zwischen 0,3 bis 0,5 liegen kann.

Die Flügel sind zumeist mit den seitlichen Wänden fest verbunden und außen von einem spiralförmigen Gehäuse umgeben, oder es bewegen sich die seitlich offenen Flügel in einem sich außen eng anschmiegendem Gehäuse.

Rücksichtlich der erzeugten Pressung  $h$  werden die Schleuderrüfter in Niederdruck- und in Hochdrucklüfter eingeteilt.

Aus den folgenden Tabellen sind Abmessungen, Gewichte usw. der Hochdruck-Schleudergebläse zu entnehmen.

Die weitere Tabelle enthält Angaben über die von Gebr. Sulzer in Winterthur gebauten gewöhnlichen Schleudergebläse.

Es bezeichnet

- $D$  den Flügelrad-Durchmesser in mm,
- $d$  den Durchmesser der Antrieb-Riemenscheibe in mm,
- $h$  die Luftpressung in mm W.-S.,
- $Q$  „ Luftmenge in cbm/sek,
- $N$  „ Betriebsleistung in PS,
- $n$  „ minutliche Umlaufzahl.

#### Hochdruckgebläse von G. Schiele & Co., Bockenheim.

| Flügelrad-Durchmesser<br>$D$<br>mm | Zum Schmieden bei Windpressungen von 120 bis 160 mm W.-S. |            |                        | Zum Schmelzen in Kupolöfen bei Windpressungen von 280 bis 320 mm W.-S. |            |                      | Riemenscheiben    |              | Durchmesser der Ausblasseöffnung<br>mm | Gewicht<br>kg |
|------------------------------------|---|------------|------------------------|--|------------|----------------------|-------------------|--------------|--|---------------|
|                                    | Anzahl der Feuer mit 30 mm Düse                           | $n_{\max}$ | Betriebsleistung<br>PS | Schmelzleistung<br>t/st  | $n_{\max}$ | Betriebsarbeit<br>PS | Durchmesser<br>mm | Breite<br>mm |  |               |
| 300                                | 1 bis 3   | 3500       | 0,25                   |  |            |                      | 70                | 50           | 90                                     | 60            |
| 350                                | 3 „ 6   | 3350       | 0,75                   | 0,50 bis 0,75  | 4750       | 1,8                  | 80                | 60           | 105                                    | 75            |
| 400                                | 6 „ 10  | 3050       | 1,35                   | 0,75 „ 1,25  | 4000       | 2,9                  | 100               | 70           | 120                                    | 115           |
| 475                                | 10 „ 15   | 2350       | 2,20                   | 1,25 „ 2,00  | 3250       | 4,5                  | 120               | 80           | 150                                    | 170           |
| 600                                | 15 „ 20   | 1800       | 3,20                   | 2,00 „ 3,00  | 2500       | 6,5                  | 150               | 90           | 200                                    | 320           |
| 675                                | 20 „ 25   | 1600       | 3,50                   | 3,00 „ 3,25  | 2250       | 7,0                  | 150               | 100          | 225                                    | 400           |
| 750                                | 25 „ 35   | 1450       | 4,25                   | 3,25 „ 4,00  | 2000       | 8,5                  | 200               | 100          | 250                                    | 500           |
| 850                                | 35 „ 45   | 1300       | 5,25                   | 4,00 „ 5,00  | 1775       | 10,0                 | 225               | 125          | 290                                    | 625           |
| 950                                | 45 „ 55   | 1100       | 6,50                   | 5,00 „ 6,75  | 1550       | 12,0                 | 250               | 150          | 320                                    | 800           |
| 1075                               | 55 „ 80   | 975        | 7,75                   | 6,75 „ 8,00  | 1375       | 13,5                 | 275               | 160          | 370                                    | 1100          |
| 1200                               | 80 „ 100  | 850        | 9,00                   | 8,00 „ 10,00   | 1200       | 15,5                 | 300               | 180          | 400                                    | 1600          |
| 1350                               | 100 „ 120   | 775        | 10,50                  | 10,00 „ 12,25  | 1015       | 17,5                 | 325               | 200          | 460                                    | 1850          |
| 1500                               | 120 „ 150   | 675        | 12,00                  | 12,25 „ 17,50  | 950        | 20,0                 | 350               | 200          | 500                                    | 2200          |



## Hochdruckgebläse von Danneberg &amp; Quandt, Berlin.

| Modell-<br>bezeich-<br>nung | Größe<br>der<br>Aus-<br>blase<br>öffnung<br>in mm | Für<br>Rohr-<br>anschlus<br>von mm<br>Durch-<br>mes-er<br>passend | Für Schmelzofenbetrieb  |   |  |   |  |  |                                  |
|-----------------------------|---|---|-------------------------|---|--|---|--|--|----------------------------------|
|                             |   |   | Touren<br>pro<br>Minute | Pressung<br>des<br>Windes<br>in mm<br>W.-S. | Gesamt-<br>Quer-<br>schnitt<br>der<br>Wind-<br>düsen<br>in qcm | Durch-<br>neler.st.<br>Quer-<br>schnitt<br>geförd.<br>Windm.<br>in cbm<br>p. Min. | Lichter<br>Durch-<br>messer<br>des<br>Ofens<br>in cm | Schmelz-<br>fähigkeit<br>des<br>Guß-<br>eisens<br>in kg<br>p. Std. | Kraft-<br>bedarf<br>in PS<br>ca. |
| HGV 12                      | 120 Ø   | 120   | 2900                    | 200   | 35   | 12  | 40   | 700  | 1,75                             |
| HGV 15                      | 150 Ø   | 150   | 2300                    | 200   | 50   | 18  | 45   | 1000   | 2                                |
| HGV 20                      | 200 Ø   | 200   | 2500                    | 300   | 80   | 38  | 50   | 2300   | 6,5                              |
| HGV 25                      | 250 Ø   | 250   | 2525                    | 325   | 125  | 55  | 60   | 3300   | 8                                |
| HGV 30                      | 300×220   | 300   | 2250                    | 350   | 175  | 75  | 70   | 4500   | 12                               |
| HGV 35                      | 350×260   | 350   | 1970                    | 375   | 225  | 100   | 80   | 6000   | 17                               |
| HGV 40                      | 400×300   | 400   | 1800                    | 400   | 300  | 140   | 95   | 8400   | 25                               |

## Gewöhnliche Schleudergebläse von Gebr. Sulzer, Winterthur.

| n    | D = 600,<br>d = 180 |     |      | D = 750,<br>d = 220 |     |     | D = 900,<br>d = 260 |     |     | D = 1050,<br>d = 290 |     |      | D = 1200<br>d = 320 |     |      | n    |
|------|---------------------|-----|------|---------------------|-----|-----|---------------------|-----|-----|----------------------|-----|------|---------------------|-----|------|------|
|      | h                   | Q   | N    | h                   | Q   | N   | h                   | Q   | N   | h                    | Q   | N    | h                   | Q   | N    |      |
| 1400 | 72                  | 2,3 | 4,5  | .                   | .   | .   | .                   | .   | .   | .                    | .   | .    | .                   | .   | .    | 1400 |
| 1200 | 38                  | 2,0 | 2,5  | 92                  | 3,0 | 6,5 | .                   | .   | .   | .                    | .   | .    | .                   | .   | .    | 1200 |
| 1000 | 32                  | 1,5 | 1,75 | 65                  | 2,4 | 4,0 | 75                  | 5   | 9   | .                    | .   | .    | .                   | .   | .    | 1000 |
| 900  | 30                  | 1,3 | 1,5  | 56                  | 2,0 | 3,0 | 60                  | 4,5 | 7   | 84                   | 7,1 | 13,5 | 114                 | 10  | 25   | 900  |
| 800  | .                   | .   | .    | 48                  | 1,6 | 2,5 | 48                  | 4   | 5   | 63                   | 6,5 | 10   | 96                  | 8,8 | 18,5 | 800  |
| 700  | .                   | .   | .    | 37                  | 1,4 | 2   | 37                  | 3,5 | 3,5 | 54                   | 5,3 | 7    | 75                  | 7,6 | 12,5 | 700  |
| 600  | .                   | .   | .    | .                   | .   | .   | 27                  | 3   | 2,5 | 37                   | 4,7 | 4,5  | 56                  | 6,4 | 8,5  | 600  |
| 500  | .                   | .   | .    | .                   | .   | .   | .                   | .   | .   | 31                   | 3,5 | 3    | 37                  | 5,6 | 5,0  | 500  |
| 400  | .                   | .   | .    | .                   | .   | .   | .                   | .   | .   | 29                   | 2   | 2    | 27                  | 4   | 3    | 400  |

(1236) **Schraubenradlüfter (Schraubenventilatoren)**. Die Schraubenradgebläse sind zur Förderung größerer Luftmengen bei nur geringer Pressung desselben geeignet und finden hauptsächlich zu Lüftungszwecken für Gebäude usw. Verwendung, wobei dieselben je nach der Umlaufrichtung des Flügelrades entweder saugend oder blasend wirken können.

Die an schräg gestellten Armen einer mit der Treibwelle verbundenen Nabe oder dgl. befestigten Flügel sind entweder gerade oder nach Art der Schiffschraube gekrümmt.

Der äußere Durchmesser des Flügelrades ergibt sich aus

$$D = 1,3 \sqrt{Q : c_0},$$

worin  $Q$  die geförderte Luftmenge in  $\text{cm}^3/\text{sek}$ ,  $c_0$  die Eintrittsgeschwindigkeit der Luft ( $c_0 = 8$  bis  $10$  m/sek) bedeutet.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Flügelrades beträgt für Windpressungen  $h$  (in mm W.-S.) nach Gl. 164

$$u_2 = 2,8 f \sqrt{h},$$

worin für gerade Schaufeln  $f = 2,8$  bis  $3,5$ ,

„ gekrümmte „  $f = 2,2$  „  $2,9$

zu setzen ist.

Der Wirkungsgrad schwankt zwischen  $0,2$  und  $0,3$ .

## Schraubenradgebläse

von G. Schiele & Co. in Bockenheim bei Frankfurt a. M.<sup>1)</sup>Windpressungen  $h = 2$  bis  $6$  mm W.-S.

| D    | n         | 60 Q                 | N         | Riemenscheiben   |        | Gewicht<br>angenähert |
|------|-----------|----------------------|-----------|------------------|--------|-----------------------|
|      |           |                      |           | Durch-<br>messer | Breite |                       |
| mm   |           | cm <sup>3</sup> /min | in PS     | in mm            |        | in kg                 |
| 200  | 1750—2500 | 10—12                | 0,02—0,05 | 60               | 50     | 12                    |
| 250  | 1400—2300 | 15—25                | 0,03—0,11 | 60               | 50     | 20                    |
| 300  | 1150—2000 | 23—40                | 0,06—0,2  | 80               | 60     | 27                    |
| 400  | 870—1500  | 35—65                | 0,1—0,3   | 100              | 60     | 40                    |
| 500  | 700—1200  | 60—105               | 0,2—0,5   | 125              | 60     | 80                    |
| 650  | 520—900   | 110—190              | 0,3—0,9   | 160              | 80     | 130                   |
| 800  | 460—800   | 160—280              | 0,5—1,5   | 200              | 100    | 190                   |
| 1000 | 350—600   | 260—450              | 0,7—2,2   | 250              | 125    | 300                   |
| 1200 | 290—500   | 372—650              | 0,9—3     | 300              | 121    | 425                   |
| 1500 | 230—400   | 570—1000             | 1,2—4     | 400              | 150    | 770                   |
| 1750 | 200—350   | 800—1400             | 1,6—5,5   | 500              | 150    | 985                   |
| 2000 | 175—300   | 1000—1800            | 2—7       | 550              | 150    | 1200                  |
| 2250 | 150—260   | 1800—2325            | 3—9,1     | 650              | 150    | 1550                  |
| 2500 | 135—230   | 1600—2850            | 3,5—11,5  | 700              | 160    | 1940                  |
| 3000 | 115—200   | 2300—4150            | 5—17      | 850              | 200    | 2730                  |

Der Steigungswinkel der Schraube der Schieleschen Lüfter beträgt  $35^\circ$ . Die geraden Flügel sind nach dem äußeren Umfange hin verbreitert und füllen das Gehäuse vollkommen aus.

## Kapselgebläse.

(1237) Die Kapselgebläse finden zur Beschaffung der Verbrennungsluft für Schmiedefeuer, Schmelz- und Kupolöfen sowie zur Grubenlüftung Anwendung.



Abb. 46.

Als wichtigster Vertreter dieser Art von Gebläsen ist dasjenige von Root (Roots-Blower) zu bezeichnen. Dasselbe besteht in seiner einfachsten Form aus zwei in einem Gehäuse eingeschlossenen eisernen Flügel der in Abb. 46 ersichtlichen Gestalt mit Liniendichtung; dieselben sind auf zwei neben- oder übereinanderliegenden Wellen befestigt, die sich in entgegengesetzter Richtung drehen, was durch gleich große außerhalb des Gehäuses liegende Zahnräder bewirkt wird.

Um eine einfache Form für die Flügel zu erhalten, nimmt man die große Achse  $a_1$ , Abb. 46, derselben 7 mal so groß als die kleine Achse  $b_1$ , zieht durch den Schnittpunkt  $o$  beider Achsen, unter  $45^\circ$  geneigt, die Linien  $c_1 c_3$ , und  $c_2 c_4$  und macht  $oc_1 = oc_2 = oc_3 = oc_4 = \frac{oa + ob}{2}$ . Man erhält dann in  $a_1, b_1, c_1, c_2, c_3$  und  $c_4$  Punkte der äußeren Flügelgestalt, die in der in Abb. 46 ersichtlichen Weise zu verbinden sind.

Getattet die Größe des Gebläses das Achsenverhältnis  $1 : 7$  nicht, so sind nur die konkaven Bogen nach obiger Regel aufzuzeichnen, während die konvexen Bogen durch Abwälzen beider Flügel mit gleicher Winkelgeschwindigkeit

<sup>1)</sup> Wie das Schielesche Schraubenradgebläse sind im wesentlichen die Ventilatoren von Beck & Henckel in Cassel, J. C. Kämpf in Frankfurt a. M. und anderen Firmen ausgeführt.



erhalten werden. Zum Zwecke besserer Abdichtung, leichterer Bearbeitung der Flügeloberfläche und um möglichst geräuschlosen Gang zu erzielen, werden die Flügel zuweilen mit einer Holzbekleidung versehen.

Die geförderte Windmenge ist angenähert

$$Q = \lambda \frac{n}{60} \pi R^2 b \text{ cm}^3/\text{sek},$$

wenn  $n$  die Anzahl der minutlichen Umdrehungen,  $R$  den größten Halbmesser und  $b$  die Breite (axiale) der Flügel in m,  $\lambda$  den Lieferungsgrad des Gebläses bezeichnet; letzterer ist der Umlaufzahl des Gebläses direkt, der Luftpressung umgekehrt proportional.

Bei neueren Root-Gebläsen, wie sie z. B. von Mohr & Federhaff in Mannheim für Luftpressungen von 300 bis 400 mm W.-S. und für 300 bis 250 Uml. min gebaut werden, schwankt  $\lambda$  zwischen 0,57 und 0,70 und beträgt im Mittel 0,62.

Der Wirkungsgrad der mit Liniendichtung arbeitenden Gebläse beträgt (nach Ledebur) für Pressungen bis zu 400 mm W.-S. im Mittel  $\eta = 0,45$ .

Höhere Drücke erzielt man durch Kapselgebläse mit Flächendichtung; bei diesen ergeben sich auch für den Lieferungs- und Wirkungsgrad erheblich höhere Werte als bei den nur mit Liniendichtung arbeitenden Gebläsen.

Ein hierher gehöriges sog. Präzisions-Gebläse der Aerzener Maschinenfabrik A. Meyer in Aerzen (Hannover) für Luftpressungen bis 3000 mm W.-S. zeigt Abb. 47.

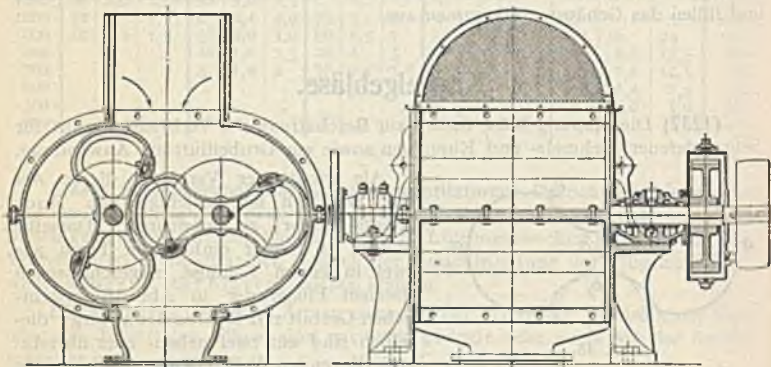


Abb. 47.

In dem aus zwei ausgebohrten Zylinderhälften bestehenden Gehäuse bewegen sich auf nebeneinanderliegenden, in entgegengesetzter Richtung umlaufenden Wellen befestigte Flügel derart, daß die Luft durch den auf dem Gehäuse angebrachten, mit feinem Drahtgitter zum Abhalten des Staubes versehenen Kasten angesaugt und durch ein unteres Mundstück in die anschließende Leitung gedrückt wird. Zuzufolge dieser Luftbewegung kommt die Eigengewichtswirkung der Flügel, die von der Preßluft gewissermaßen getragen werden, in Fortfall, und es werden die zur Führung der Wellen dienenden Ringschmierlager nahezu entlastet. Die als Hohlgußkörper ausgebildeten Flügel legen sich mit genau abgedrehten breiten Dichtungsflächen gegen die Gehäusewandung; ihre gegenseitige Abdichtung erfolgt durch angeschraubte Stahlleisten mit elastischer Filzunterlage.

Die Ergebnisse von Versuchen, die mit einem Root-Gebläse Nr. 1 der Aerzener Maschinenfabrik im Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule in Charlottenburg angestellt wurden, sind aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.

Versuchsergebnisse eines Root-Gebläses, Bauart  
„Aerzen-Meyer“.

| Luftpressung in mm W.-S.                         | 400   | 600   | 800   | 1000  | 1200  | 1500  | 1800  | 2000  |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Betriebsarbeit einschließlich Vor-<br>gelege PS  | 3,5   | 4,92  | 5,97  | 7,41  | 8,62  | 10,66 | 12,81 | 14,0  |
| Delieferte Luftmenge m <sup>3</sup> /min         | 31,68 | 31,50 | 30,60 | 30,18 | 29,52 | 28,80 | 28,64 | 27,90 |
| Lieferungsgrad                                   | 0,964 | 0,953 | 0,910 | 0,588 | 0,861 | 0,850 | 0,821 | 0,797 |
| Minutliche Umlaufzahl                            | 403   | 403   | 405   | 406   | 406   | 398   | 403   | 403   |
| Nutzleistung in geförderter Luft PS <sub>n</sub> | 2,615 | 3,90  | 4,94  | 5,98  | 7,03  | 8,51  | 10,00 | 10,80 |
| Mechanischer Wirkungsgrad                        | 0,748 | 0,793 | 0,825 | 0,810 | 0,815 | 0,800 | 0,780 | 0,770 |

In Abb. 48 ist ein Kapselgebläse für hohe Drücke der Firma Jäger & Co. in Leipzig-Plagwitz dargestellt.

Die auf der Welle *a* sitzende Scheibe *l* ist in der Längsmittedes Gehäuses beiderseits mit drei zur Achse parallelen Kolben *b*<sub>1</sub>, *b*<sub>2</sub>, *b*<sub>3</sub> versehen, die gegen zwei mit den Deckeln des Gehäuses *d* zusammengenossene Zylinder *c* abdichten und im Verein mit dem letzteren einen ringförmigen Arbeitsraum einschließen. Die von der Welle *a* mittels Zahnräder (1 : 1) angetriebene Welle *e* trägt den sog. Steuerkörper *f* — einen gußeisernen Hohlzylinder mit Aussparungen *g*<sub>1</sub>, *g*<sub>2</sub>, *g*<sub>3</sub>, dessen Durchmesser und Abstand von der Welle *a* so gewählt ist, daß die Schnittfläche *h*—*i* an den Zylindern *c* die Aussparungen *g* gerade noch überdeckt.

In der Mitte seiner Länge ist der Steuerkörper mit einem Spalt zum Durchtreten der Scheibe *l* versehen, der, soweit ihn letztere nicht ausfüllt, durch ein stillstehendes Scheibenstück *k* verschlossen wird.

Beim Drehsinn der in Abb. 48 ersichtlichen Pfeile werden die in die Aussparungen tretenden Kolben infolge der Überdeckungsflächen *h*, *i* von der Saugseite auf die Druckseite gebracht, ohne daß Luft unmittelbar zurückströmen kann: sie saugen unter zunehmender Vergrößerung des Saugraumes Luft an und drücken sie auf der anderen Seite unter Verkleinerung des Druckraumes zusammen. Da drei Kolben angeordnet sind, werden etwaige Undichtheiten derselben nur geringe Verluste zur Folge haben.

In den Deckeln angebrachte Aussparungen *l*<sub>1</sub>, *l*<sub>2</sub> dienen dazu, die in den Ausschnitten *g* noch verbleibende verdichtete Luft zum Teil wiederzugewinnen, bevor dieselben nach der Saugseite hin geöffnet werden.

Nach Angabe der Firma haben diese Gebläse bei einer Luftpressung von

3000 mm W.-S. einen Lieferungsgrad von über 90 %,

5000 „ „ „ „ „ 75 bis 80 %.

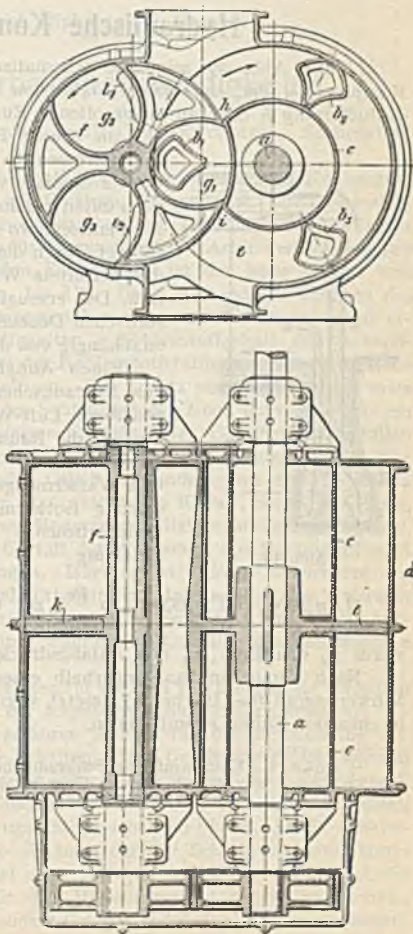


Abb. 48.



Auf einem ähnlichen Prinzip wie das Hochdruckgebläse von Jäger & Co. beruht auch das Präzisionsgebläse von Enke<sup>1)</sup>.

Die von der Firma Krigar & Ihssen in Hannover gebauten, mit verhältnismäßig niedrigen Umlaufzahlen arbeitenden Krigarschen Schrauben-Gebläse zeichnen sich durch einen ruhigen, fast geräuschlosen und gleichmäßigen Gang aus: sie haben schraubenförmig gestaltete Flügel, wodurch die zwischen ihnen und dem Gehäuse befindliche Luft in axialer Richtung verdrängt wird, sonach dem letzteren stets unter denselben Druckverhältnissen entströmt. Versuche, die Hartig anstellte, ergaben für den Lieferungsgrad eines Krigarschen Gebläses bei einer Pressung von 500 mm W.-S. noch 83 bis 88<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

## Hydraulische Kompressoren<sup>2)</sup>.

(1238) Abb. 49 zeigt die schematische Anordnung eines hydraulischen Kompressors, der ein Wassergefälle von der Höhe  $h$  ausnutzt. Das an eine Zuflußleitung  $b$  oder an einen offenen Zuflußkanal angeschlossene Fallrohr  $a$  hat am oberen Ende Düsen  $c$ , durch die Luft vom niederströmenden Wasser angesaugt wird. Das Luft-Wasser-Gemisch wird in dem Fallrohr auf dem Wege nach unten zusammengepreßt und in den Luftabscheider  $d$  entleert, wo sich Luft und Wasser trennen; erstere gelangt durch die Luftleitung  $e$  zur Verbrauchsstelle, das entlüftete Wasser durch ein Steigrohr zum Abfluß. Der erzeugte Luftdruck entspricht dem hydrostatischen Drucke der Rücklaufwassersäule  $p$ , ist aber unabhängig von der Gefällhöhe des Treibwassers.

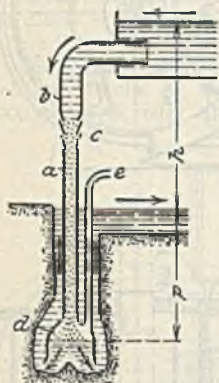


Abb. 49.

Einen Anhaltspunkt bei der Vorausberechnung von hydraulischen Kompressoren bietet das jeweils erzielbare Luft-Wasser-Verhältnis, d. h. die Menge der auf die Raumeinheit Wasser angesaugten Raumeinheiten Luft. Bei gegebener Gefällhöhe  $h$  (in m) und Wassermenge  $Q$  (in m<sup>3</sup>/sek) folgt unter Voraussetzung isothermischer Kompression die gelieferte Druckluftmenge  $Q'$  (in m<sup>3</sup>/sek) aus der Arbeitsgleichung

$$Q h \eta 1000 = Q' 10000 p_2 \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{zu} \quad Q' = Q h \eta : [10 p_2 \ln (p_2 : p_1)],$$

worin  $p_2$  den End-,  $p_1$  den Anfangsdruck der Luft (in at abs.) bedeutet.

Nach Versuchen kann innerhalb eines Gefälles von 4 bis 120 m für den Wirkungsgrad  $\eta \sim 0,6$  bis 0,7 gesetzt werden. Größere Gefälle als 100 m sind in einzelnen Stufen zu unterteilen.

<sup>1)</sup> Enke, C.: Maschinenfabrik, Schkeuditz bei Leipzig.

<sup>2)</sup> Näheres über Ausführung und Versuche s. Z. 1910, S. 1903.

## Achtzehnter Abschnitt.

# Werkzeugmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. M. Coenen.

## Werkzeuge und Arbeitsgeschwindigkeiten.

(1239) Stoffe für Schneidwerkzeuge sind: Kohlenstoffstahl, Schnellstahl und Hartmetall.

Kohlenstoffstahl (Werkzeugstahl) enthält 0,6 bis etwa 1,6% Kohlenstoff und geringe Mengen anderer Stoffe, wie Silizium, Mangan usw. Mit steigendem Kohlenstoffgehalt nehmen Härte und Festigkeit zu, Dehnung und Zähigkeit ab. Hiernach ist die Wahl des Stahles für die verschiedenen Arten der Bearbeitung zu treffen<sup>1)</sup>. Charakteristisch für den Schnellstahl ist der hohe Gehalt von Wolfram, bis 25%, und von Chrom, bis 8%. Diese Bestandteile erhöhen die Wärmebeständigkeit des Werkzeugs gegenüber dem aus Kohlenstoff und ermöglichen höhere Schnittgeschwindigkeiten. Kohlenstoffgehalt des Schnellstahles ist meist etwas geringer als der des Kohlenstoffstahls. Der handelsübliche Schnellstahl enthält 16 bis 18% Wolfram. Ein Zusatz von Vanadin, bis etwa 1,8%, erhöht die Schneidhaltigkeit des Schnellstahles. Noch höhere Leistungen zeigen die mit Kobalt, bis 10%, legierten Schnellstähle. Bei den Hartmetallen unterscheidet man die Stellitegruppe und die Wolframkarbidgruppe<sup>2)</sup>. Zur ersten gehören Stellite, Akrit, Caedit, Celsit und andere; zur zweiten Widia und Miramant. Stellite besteht in der Hauptsache aus Kobalt, bis 55%, Chrom, bis 35%, Wolfram, bis 13%, und kleinen Mengen von Silizium, Mangan, Eisen usw. Kohlenstoffgehalt 0,5 bis 3%. Die Gestalt der Werkzeuge aus Hartmetall wird durch Gießen und Schleifen gewonnen. Härtung ist zufolge Naturhärte der Hartmetalle nicht nötig. Die Schneidhaltigkeit von Hartmetallen der Wolframkarbidgruppe ist größer als die der Stellitegruppe. Schneiden aus Widia vertragen auch stoßartige Beanspruchung, während z. B. Stelliteschneiden dagegen sehr empfindlich sind.

Die mittleren Schnittgeschwindigkeiten für die drei Werkzeugstoffe verhalten sich etwa wie 1 : 2 : 5 und sind aus der folgenden Zahlentafel zu ersehen.

Die Zahlentafel gibt einen ungefähren Anhalt für die Bestimmung der Schnittgeschwindigkeiten für normale Arbeiten. Diese Geschwindigkeiten können gegebenenfalls über- oder unterschritten werden. Die für das Fräsen mit Schnellstahl und Hartmetall angegebenen Geschw. sind zwar möglich, man geht jedoch meist nicht viel über die mit Werkzeugstahl erreichbaren hinaus, da die Arbeitszeit hier vom minutlichen Vorschub abhängt, der bei Schnellstahl und Hartmetall größer genommen werden darf als bei Kohlenstoffstahl. Sodann ist die Schneidhaltigkeit eine größere. Für das Hobeln mit Hartmetallwerkzeugen oder von Leichtmetallen wären weit höhere Geschw. möglich als die angegebenen, doch sind die normalen Maschinen den dann auftretenden Massendrücken bei der Bewegungsumkehr nicht gewachsen. Bei entsprechend eingerichteten Maschinen hat man Geschw. von 40 bis 60 m/min erreicht.

<sup>1)</sup> Refa Bl. XI—2.

<sup>2)</sup> Drescher: M. B. 1928, S. 52.



Mittlere Schnittgeschwindigkeiten in m/min.

|   |               |        | Gußeisen | Stahl  | Nickelstahl, Chromnickelstahl | Bronze, Rotguß, Messing | Elektron, Silumin, Aluminium |
|---|---------------|--------|----------|--------|-------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| 1. Drehen . . . . .                                   | Werkzeugstahl | 6—18   | 10—20    | 7—15   | 15—28                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 15—24  | 16—32    | 12—24  | 20—40                         | 200—500                 |                              |
|   | Hartmetall    | 30—70  | 60—130   | 45—100 | 90—150                        | —                       |                              |
| 2. Abstechen . . . . .                                | Werkzeugstahl | 5—8    | 5—10     | 4—8    | 12—15                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 15—18  | 12—18    | 9—13   | 18—22                         | 150—300                 |                              |
|   | Hartmetall    | 30—40  | 45—65    | 30—45  | 80—100                        | —                       |                              |
| 3. Bohren . . . . .                                   | Werkzeugstahl | 8—12   | 10—18    | 7—12   | 16—22                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 16—24  | 18—30    | 12—24  | 25—35                         | 60—100                  |                              |
|   | Hartmetall    | 32—48  | 68—100   | 55—80  | 110—150                       | —                       |                              |
| 4. Planfräsen . . . . .                               | Werkzeugstahl | 10—16  | 12—22    | 9—18   | 25—40                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 25—40  | 25—50    | 19—38  | 45—70                         | 500—1000                |                              |
|   | Hartmetall    | 70—120 | 60—160   | 45—120 | 90—180                        | —                       |                              |
| 5. Zahnfräsen . . . . .                               | Werkzeugstahl | 9—12   | 12—16    | 8—12   | 20—40                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 15—20  | 15—24    | 11—18  | 40—60                         | —                       |                              |
|   | Hartmetall    | —      | —        | —      | —                             | —                       |                              |
| 6. Hobeln, Stoßen . . . . .                           | Werkzeugstahl | 6—12   | 6—14     | 6—12   | 10—16                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 10—15  | 10—16    | 10—15  | 15—25                         | 25—40                   |                              |
|   | Hartmetall    | 20—30  | 20—30    | 20—30  | 20—30                         | —                       |                              |
| 7. Gewindeschn. mit Stichel . . . . .                 | Werkzeugstahl | 5—8    | 6—12     | 5—10   | 10—15                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 10—15  | 12—18    | 10—16  | 18—22                         | —                       |                              |
|   | Hartmetall    | 20—30  | 45—60    | 35—50  | 80—100                        | —                       |                              |
| 8. Gewindeschn. mit Bohrer u. Schneid-eisen . . . . . | Werkzeugstahl | 2—5    | 2—6      | 2—5    | 6—8                           | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 4—8    | 5—10     | 4—8    | 8—12                          | 40—60                   |                              |
|   | Hartmetall    | —      | —        | —      | —                             | —                       |                              |
| 9. Sägen . . . . .                                    | Werkzeugstahl | 6—10   | 8—15     | 5—10   | 12—20                         | —                       |                              |
|   | Schnellstahl  | 12—20  | 12—25    | 9—18   | 22—35                         | 150—300                 |                              |
|   | Hartmetall    | 30—60  | 30—80    | 25—60  | 45—90                         | —                       |                              |

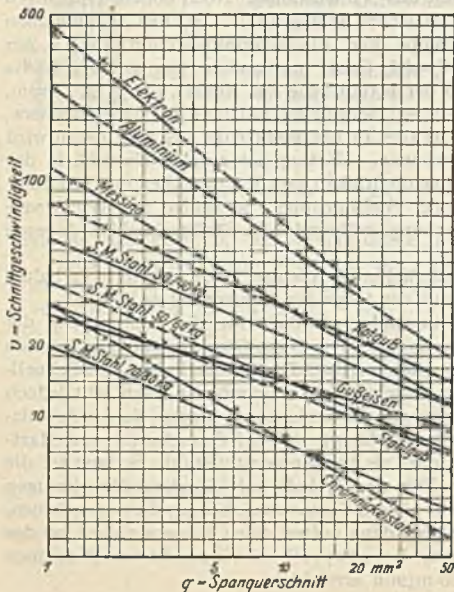


Abb. 1.

Die von Taylor<sup>1)</sup> und Friedrich<sup>2)</sup> angegebenen Formeln zur Erfassung der günstigsten Schnittgeschwindigkeit für das Drehen in Abhängigkeit vom Werkstoff, dem Werkzeug, Spanquerschnitt und der Lebensdauer der Schneide haben eine praktische Bedeutung nicht erlangt, weil sie nicht einfach genug sind. Brauchbarer ist die von Kronenberg<sup>3)</sup> aufgestellte Formel:

$$v = \frac{C_v}{\sqrt[q]{q}}$$

Hierin bedeutet  $C_v$  die Schnittgeschwindigkeit in

<sup>1)</sup> Taylor-Wallichs: Über Drehearbeit und Werkzeugstahl, S. 60.  
<sup>2)</sup> Friedrich: Z. 1909, S. 860.  
<sup>3)</sup> Kronenberg: Grundzüge der Zerspanungslehre, S. 34.

m/min für einen Spanquerschnitt = 1 mm<sup>2</sup> und  $q$  den Spanquerschnitt.  $C_v$  und  $\varepsilon_v$  hängen ab vom Werkstoff, dem Werkzeugstoff und von der Lebensdauer der Schneide. Für das Arbeiten mit Schnellstahl von 16 bis 18% Wolfram und eine Stahllebensdauer von 60 Minuten können die Schnittgeschwindigkeiten für ein bestimmtes Material und einen bestimmten Spanquerschnitt dem Schaubild Abb. 1 entnommen werden, das auf Grund der Richtwerte des A. W. F. angefertigt wurde. Auch die Werte der Abb. 2 gelten für eine Lebensdauer der Schneide von 60 Minuten<sup>1)</sup>. Das Hartmetall A ist ein solches der Stellitegruppe, und das Hartmetall B gehört der Wolframkarbidgruppe an.

Die Größen des Vorschubs hängen bei gleicher Schnitttiefe von den Leistungen der betr. Maschinen ab. Die Vorschübe betragen bei Drehbänken, Ausbohrmaschinen und Hobelmaschinen 0,1 bis 15 mm/Umdr. bzw. Hub und darüber und 0,1 bis 2 mm/Umdr. bei Bohrmaschinen. Bei Fräsmaschinen betragen die Vorschübe 3 bis 300 mm/min.

Die Grundform für alle Schneiden spanabhebender Werkzeuge ist ein Keil. In den Abb. 3 bis 6 sind die vom A. W. F. festgelegten Bezeichnungen für die Winkel des Drehstahls wiedergegeben. Die Fläche, auf welcher der Span

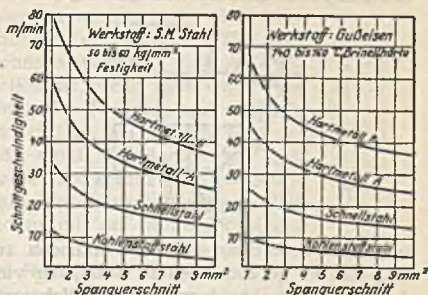


Abb. 2.



Abb. 3—6.

$\alpha$  Anstellwinkel,  $\beta$  Meißelwinkel,  $\gamma$  Spanwinkel,  $\delta$  Schneidwinkel,  $\varepsilon$  Einstellwinkel,  $\zeta$  Schneidkantenwinkel,  $\varphi$  Koptzuspitzungswinkel,  $\tau$  Hinterschleifwinkel.

gleitet, heißt die Spanfläche; die Fläche der Schneide, die dem Werkstück zugewandt ist, Freifläche (Abb. 3). Diese Flächen schließen den Winkel  $\beta$  ein. Im Interesse eines geringen Schnittwiderstandes seien die Winkel  $\alpha$  und  $\gamma$  groß, wobei  $\gamma$  von größerem Einfluß ist, und der Meißelwinkel  $\beta$  klein<sup>2)</sup>. Je kleiner allerdings  $\beta$ , um so geringer ist die Widerstandsfähigkeit der Schneide, und bei zu großem Anstellwinkel  $\alpha$  tritt die Gefahr des Hakens der Schneide ein. Die Größe der Winkel sind dem Werkstoff und der Art der betreffenden Arbeit entsprechend zu wählen. Geeignete Werte enthält die folgende Tafel.

|                       |                         |                         |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| Für Hartguß . . . . . | $\alpha = 3-8^{\circ}$  | $\beta = 90^{\circ}$    |
| „ Stahl . . . . .     | $\alpha = 3-10^{\circ}$ | $\beta = 50-87^{\circ}$ |
| „ Stahlguß . . . . .  | $\alpha = 5-10^{\circ}$ | $\beta = 67-74^{\circ}$ |
| „ Gußeisen . . . . .  | $\alpha = 3-10^{\circ}$ | $\beta = 55-87^{\circ}$ |
| „ Bronze . . . . .    | $\alpha = 6-12^{\circ}$ | $\beta = 60-80^{\circ}$ |
| „ Messing . . . . .   | $\alpha = 6-12^{\circ}$ | $\beta = 60-80^{\circ}$ |
| „ Aluminium . . . . . | $\alpha = 6-12^{\circ}$ | $\beta = 50-55^{\circ}$ |
| „ Elektron . . . . .  | $\alpha = 6-12^{\circ}$ | $\beta = 45-55^{\circ}$ |
| „ Silumin . . . . .   | $\alpha = 5-10^{\circ}$ | $\beta = 30-40^{\circ}$ |

<sup>1)</sup> Drescher: M. B. 1928, S. 52.

<sup>2)</sup> M. B. 1928, S. 809.





Querschnitte wird durch Anspitzen verkleinert. Das Nachschleifen der Spiralbohrer sollte nur auf Sonderschleifmaschinen erfolgen, damit die Gleichheit der Schneidlippen und die Richtigkeit der Schneidwinkel gewahrt bleiben. Spiralbohrer werden entweder aus dem Vollen gefräst oder — bei größeren Durchmessern — gepreßt und dann bearbeitet. Gepreßte Bohrer haben eine größere Festigkeit. Günstigere Schneidwinkel als der Spiralbohrer weist das Spiralbohrmesser von Sasse nach Abb. 11 auf, bei dem die Schnittgeschwindigkeit deshalb um etwa 50% höher genommen werden kann. Die Verwendung des Spiralbohrmessers erfordert ein vorgebohrtes Loch.

Mit Reibahlen werden Bohrungen geglättet und auf genaues Maß gebracht, was unentbehrlich ist, wenn nach einer Passung gearbeitet wird. Die Zahnteilung der Reibahle soll ungleich sein, weil die Bohrung dann glatter wird als bei gleicher Teilung; ferner sei die Zahl der Zähne gerade, damit der Durchmesser mit dem Mikrometer gemessen werden kann. Die gerade genutete Reibahle ist der spiralgenuteten in den meisten Fällen vorzuziehen. Bei Maschinenreibahlen muß die Verbindung mit der Maschinenspindel derart sein, daß sich die Reibahle in die Achse der Bohrung einstellen kann. Feste und nachstellbare Reibahlen. Bei letzteren eingesetzt Messer. Schnittgeschwindigkeit beim Reiben ungefähr  $\frac{1}{3}$  geringer als die des Drehens mit Werkzeugstahl (s. Tafel).

Fräser mit gefrästen (spitzen) Zähnen, Abb. 12, wegen ihres genauen Rundlaufes hauptsächlich für ebene Flächen. Grobgezahnte Fräser zum Schruppen, feingezahnte zum Schlichten. Nachschleifen an der Freifläche  $F$ . Hinterdrehte Fräser, Abb. 13, für Formfräsarbeiten. Freifläche nach logarithmischer Spirale gekrümmt, Nachschleifen an der Spanfläche  $A$ . Bei feingezahnten Fräsern gesamter Schnittdruck groß, da viele Zähne zugleich arbeiten. Bei grobgezahnten Fräsern Schnittwiderstand geringer, jedoch Belastung jeden Zahnes groß, daher zweckmäßig Schnellstahl. Zahnteilung bei Schruppfräsern derart, daß möglichst wenig Zähne, aber mehr als ein Zahn im Schnitt stehen<sup>1)</sup>. Zähne unterschneiden, Spanfläche also nicht radial, wie in Abb. 12, sondern mit der Radialen einen Winkel von  $8^\circ$  bis  $10^\circ$  bildend. Arbeit bei Verwendung von Fräsern mit geraden Zähnen oder solchen mit geringer Neigung ungünstiger als beim Drehen oder Hobeln, weil dabei nur Stauchspäne erzeugt werden. Zur Erzielung eines schälenden Schnittes Fräser mit Spiralzähnen. Für allgemeine



Abb. 11.



Abb. 12.



Abb. 13.



Abb. 14.

Zwecke Spiralwinkel  $15^\circ$  bis  $25^\circ$ . Schruppfräser werden auch mit stark gewundenen Spiralen ausgeführt; Steigungswinkel hierbei  $45^\circ$  und darüber. Je größer die Steigung, um so geringer sind die Schnittdruckschwankungen<sup>2)</sup>. Hierbei Fräser aus zwei Teilen mit gegenläufigen Spiralen, um den Längsdruck aufzuheben, Abb. 14. Sonst Spirale so wählen, daß der Achsdruck auf den Spindelkopf wirkt. Breite Fräser mit Spanbrechernuten. Fräser mit entgegengesetzten Spiralen auf demselben Grundkörper zeigen einen sehr geringen Energieverbrauch pro kg Späne und Stunde, sind aber schwierig herzustellen

<sup>1)</sup> Beckh: M. B. 1926, H. 11/12.

<sup>2)</sup> Technisches Hilfsbuch von Schuchardt und Schütte. S. 417. 1928.



und nachzuschleifen<sup>1)</sup>. Der spezifische Leistungsverbrauch ist beim Fräsen stets höher als beim Drehen. Nach Versuchen von Beckh<sup>2)</sup> ist für das Bearbeiten harter Werkstoffe die Verwendung hochlegierter Stähle wirtschaftlich, für Werkstoffe mittlerer Festigkeit genügen niedrig legierte von etwa 3 bis 4% Wolfram. Schnittgeschwindigkeiten und Vorschübe nach diesen Versuchen:

Für Stahl von etwa 70 kg Festigkeit  $v = 10-15$  m/min,  $c = 50-100$  mm/min,  
 „ „ „ „ 50 „ „  $v = 15-30$  m/min,  $c = 100-150$  mm/min,  
 „ „ „ „ 36 „ „  $v = 20-35$  m/min,  $c = 150-200$  mm/min.

Größere Schnittgeschwindigkeiten sind nicht wirtschaftlich, da dann der spezifische Leistungsverbrauch steigt<sup>3)</sup>. Für die Bearbeitung größerer Flächen Messerköpfe mit eingesetzten Messern nach Abb. 15. Nach Einsetzen Nachschleifen der Messer auf Sondermaschinen, um genaues Rundlaufen zu erzielen.

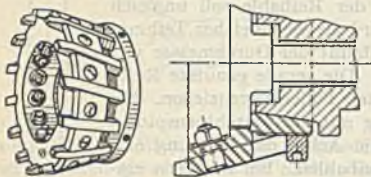


Abb. 15.

Die Werkzeugbefestigung an Fräsmaschinen ist unter DIN 2200 bis 2207 genormt.

Für die Herstellung von Keilnuten in Schieberädern, welche auf Keilwellen verschoben werden, wird vielfach die Räumnadel verwendet. Mit dieser können die verschiedensten Formen, wie Vierkante, Sechskante usw., erzeugt werden.

Grundstoffe für Schleifscheiben, heute meist künstlich gewonnen, sind kristallisiertes Aluminiumoxyd (Korund, Alundum, Elektrorubin usw.) und Siliziumkarbid (Karbörundum, Karbolit usw.). Bindung meist keramisch, bei dünnen Scheiben, die sehr fest und außerdem elastisch sein sollen, vegetabil (Ölbindung). Für feinen zarten Schliff Silikatbindung.

Korundscheiben für das Schleifen von Stahl, Karborundumscheiben zum Schleifen von Gußeisen. Körnungsgrad wird festgelegt nach der Zahl der Siebmaschen auf 1". Genormt ist die Körnung nach Maschenzahl auf 1 cm unter DIN 1171. Grobkörnige Scheiben zum Schrumpfen, feingekörnte zum Schlichten, Kombinationsscheiben mit grobem und feinem Korn für beide Zwecke. Scheibe immer so grob nehmen, daß sie nicht verschmiert.

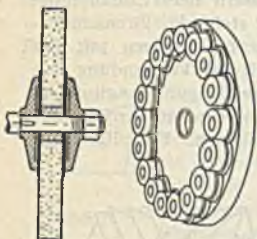


Abb. 16.

Abb. 17.

Unter Härte wird bei Schleifscheiben nicht die Härte des Schleifmittels, sondern die Widerstandskraft des Schleifkorns gegen Ausbrechen aus der Bindung verstanden. Zu harte Scheiben halten

die stumpf gewordenen Körnchen zu lange fest und hören auf zu schneiden; zu weiche stoßen die Körnchen zu schnell ab, nutzen sich daher rasch ab und werden unrund. Allgemein gilt: Für harte Werkstoffe weiche Scheiben und für weiche Werkstoffe harte Scheiben. Sehr weicher und leicht schmierender Werkstoff wie Kupfer erfordert besonders weiche Scheiben. Bei größerer Berührungsfläche zwischen Werkstück und Scheibe wie beim Plan- und Innenschliff weiche Scheiben, ebenso bei hohen Schnittgeschwindigkeiten. Werkstücke mit großem Durchmesser erfordern weichere Scheiben als solche mit kleinem.

Kühlmittel zum Schrumpfschleifen 5%iges Sodawasser, bei Maschinenstahl Sodawasser mit Ölzusatz, bei Gußeisen kein Ölzusatz wegen des Schmierens.

<sup>1)</sup> Refa Bl. XI—16.

<sup>2)</sup> Beckh: M. B. 1926, H. 11/12.

<sup>3)</sup> Siehe auch Hilfsbuch von Schuchardt und Schütte. S. 416. 1928.

Form und Abmessungen der Scheiben nach DIN 181 bis 185. Befestigung nach Abb. 16. Zwischen Flanschen und Scheibe Pappscheiben einlegen. Abb. 17 zeigt das Schleifrad der Diskus-Werke Frankfurt für das Planschleifen. Es besteht aus einer Stahlscheibe mit aufgesetzten Schleifkörpern.

### Geschwindigkeiten für den Rundschliff.

| Stahl                          |                                 |                             |                                     |  |
|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|--|
| Umfangsgeschwindigkeit         |                                 |                             | Anstellung der Schleifscheibe<br>mm | Vorschub der Schleifscheibe bei einer Umdrehung des Arbeitsstückes |
| des Arbeitsstückes bei         |                                 | der Schleifscheibe<br>m/sek |                                     |  |
| Durchmesser bis 50 mm<br>m/min | Durchmesser bis 150 mm<br>m/min |                             |                                     |  |
| 10—12                          | 15                              | 25—35                       | 0,01—0,05                           | $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ der Scheibenbreite                     |
| Gußeisen                       |                                 |                             |                                     |  |
| Umfangsgeschwindigkeit         |                                 |                             | Anstellung der Schleifscheibe<br>mm | Vorschub der Schleifscheibe bei einer Umdrehung des Arbeitsstückes |
| des Arbeitsstückes bei         |                                 | der Schleifscheibe<br>m/sek |                                     |  |
| Durchmesser bis 50 mm<br>m/min | Durchmesser bis 150 mm<br>m/min |                             |                                     |  |
| 12—15                          | 18—20                           | 25                          | 0,01—0,1                            | $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ der Scheibenbreite                     |

Die Umfangsgeschwindigkeiten der Schleifscheibe gelten für den Außenschliff. Für den Innenschliff kann man etwa die Hälfte dieser Werte annehmen. Umfangsgeschw. des Werkstückes für Schlichtarbeiten 3 bis 10 m/min. Für das Planschleifen beträgt die Geschw. 20 bis 26 m/sek. Die höheren Werte für schmale zylindrische Scheiben, die geringeren für breite zylindrische und für Topscheiben. Bei den Diskusrädern gl. Geschw. wie beim Außenschliff.

Schnitt- und Stanzwerkzeuge aus Werkzeugstahl oder besser, weil haltbarer, aus Sonderstahl mit etwa 2% Wolfram und 1% Chrom. Abb. 18 zeigt einen Lochstempel mit Matrize.  $D_1$  ist bei kleineren Durchmessern 1 mm größer als  $D$ , bei mittleren 1,5 mm, bei größeren 2 mm<sup>1)</sup>.  $D$  richtet sich nach den Nietnormen.

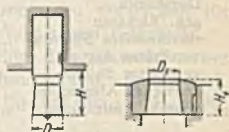


Abb. 18.

Der Berechnung von Scheren, Pressen und Lochmaschinen legt man die Zahl der minutlichen Hübe zugrunde, da die Schnittgeschwindigkeit von der Hublänge abhängt und dementsprechend sehr verschieden ist. Die Hubzahl ist dadurch bedingt, daß zwischen den einzelnen Hüben Zeit bleibt zum Verschieben des Werkstückes.

Hubzahl bei Maschinen mit Exzenterantrieb etwa 10—30/min,  
 " " " " Hebelantrieb " 30/min,  
 " " Tafelblechscheren 3—11/min, je nach Größe der Maschine.

Die angegebenen Zahlen gelten für die im Schiff- und Eisenbau verwendeten größeren Maschinen. Bei Maschinen für die Metallwarenherstellung, wo der

<sup>1)</sup> Siehe auch M. B. 1927, S. 948.



Vorschub der Arbeitsstücke häufig selbsttätig erfolgt, werden höhere Werte genommen, z. B. bei Exzenterpressen mit Rädervorgelege 25 bis 60/min, je nach Maschinengröße, bei Exzenterpresse ohne Rädervorgelege 80 bis 150/min.

Walzen und Backen sind die für das Richten und Biegen von Blech verwendeten Werkzeuge. Um bei stärkerem Blech dessen Mitnahme zu sichern, werden die angetriebenen Walzen vielfach mit Längsriefen ausgeführt. Walzenumfangsgeschwindigkeit 2,4 bis 4,2 m/min, Anstellgeschw. 30 mm/min.

## Arbeitswiderstände.

### Bei Dreh- und Hobelstählen.

(1240) Schnittwiderstand  $W_1$  (siehe Abb. 3),  $q$  = Spanquerschnitt in  $\text{mm}^2$ ,  $K_s$  = Zugfestigkeit in  $\text{kg/mm}^2$ ,  $K$  = Stoffzahl = spez. Schnittwiderstand.  $q = s \cdot t$ , wobei  $s$  = Vorschub je Umdreh. bzw. Hub und  $t$  = Schnittiefe.

$W_1 = q \cdot K$ . Hierin  $K = a \cdot K_s$ ,  $a = 2,5$  bis  $3,2$  für Stahl,  $a = 4,5$  bis  $5,5$  für Gußeisen.

$K_s = 34$ — $100$  bei Stahl.

$K_s = 20$  bei Rotguß

$K_s = 45$ — $70$  bei Stahlguß

$K_s = 15$  bei Gußmessing

$K_s = 12$ — $24$  bei Gußeisen.

Nach Hegner<sup>1)</sup> ist:

Für Maschinenstahl von 40 kg Festigkeit  $K = 2,5 \cdot 40 = 100 \text{ kg/mm}^2$

„ „ „ 50 „ „ „  $K = 2,6 \cdot 50 = 130$  „

„ „ „ 60 „ „ „  $K = 2,7 \cdot 60 = 162$  „

„ „ „ 70 „ „ „  $K = 2,8 \cdot 70 = 196$  „

„ „ „ 80 „ „ „  $K = 2,9 \cdot 80 = 232$  „

„ „ „ 90 „ „ „  $K = 3,0 \cdot 90 = 270$  „

„ „ „ 100 „ „ „  $K = 3,2 \cdot 100 = 320$  „

Nach Versuchen des Verfassers<sup>2)</sup> beträgt im Mittel:

| Für Stahl            | von 41,7 kg Festigkeit, | 116,5 kg Brinellhärte | $K = 163 \text{ kg/mm}^2$ |
|----------------------|-------------------------|-----------------------|---------------------------|
| Preß-Messing         | 39,5 „ „                | 104 „ „               | $K = 62$ „                |
| Duralumin            | 38,4 „ „                | 113 5 „ „             | $K = 70$ „                |
| geg. Elektron        | 16,7 „ „                | 53,2 „ „              | $K = 21$ „                |
| unveredeltes Silumin | 14,6 „ „                | 48,6 „ „              | $K = 65$ „                |
| veredeltes Aeron     | 34 „ „                  | 95,2 „ „              | $K = 54$ „                |
| veredeltes Skleron   | 45 8 „ „                | 121,3 „ „             | $K = 45$ „                |
| deutsches Aluminium  | 21,6 „ „                | 112 „ „               | $K = 49$ „                |
| amerik. Aluminium    | 15 „ „                  | 75 „ „                | $K = 44$ „                |

Der vorstehenden Rechnungsart liegt die Annahme zugrunde, daß der spezifische Schnittwiderstand  $K$  konstant ist, was aber nicht zutreffend ist.  $K$  ist in Wirklichkeit bei kleinem Spanquerschnitt größer als bei größerem. Außerdem besteht noch eine Abhängigkeit von der Form des Spanquerschnittes. Bei flachen Spänen, bei welchen der Vorschub größer ist als die Schnittiefe, ist der Schnittwiderstand geringer als bei hohen, die den gleichen Querschnitt haben. Um den tatsächlichen Verhältnissen Rechnung zu tragen, stellte Friedrich<sup>3)</sup> die folgenden Formeln auf:

$$K = k + \frac{\beta}{q} \cdot w \quad \text{und} \quad K = k + \frac{w_1}{|q|}, \quad \text{wobei} \quad w_1 = \frac{\beta}{|q|} \cdot w.$$

<sup>1)</sup> Lehrbuch der Vorkalkulation S. 134.

<sup>2)</sup> M. B. 1926, S. 944; 1928, S. 75; 1928, S. 809.

<sup>3)</sup> Z. 1909, S. 860.

In diesen Formeln bezeichnet  $k$  den Materialwiderstand für 1 mm<sup>2</sup> Spanquerschnitt,  $\beta$  die Schnittbogenlänge und  $w$  die Widerstandsarbeit für 1 mm<sup>2</sup> Spanschnittfläche. Nach Versuchen von Nicolson ergibt sich folgende Zahlentafel:

| Werkstoff       | Festigkeit | Konst. $k$<br>kg/mm <sup>2</sup> | Konst. $w_1$<br>mmkg/mm <sup>2</sup> |
|-----------------|------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| Gußeisen . . .  | 8,6        | 55                               | 71                                   |
|                 | 12,6       | 57                               | 210                                  |
|                 | 17,8       | 81                               | 151                                  |
| Stahl . . . . . | 41,5       | 167                              | 51,2                                 |
|                 | 45,6       | 145                              | 55,5                                 |
|                 | 73,8       | 209                              | 62                                   |

Nach umfangreichen Untersuchungen über die Dreharbeit kam Klops tock<sup>1)</sup> zu folgenden Ergebnissen:

- $W_1 = q^{0,802} \cdot 229$  für Stahl von 45 bis 50 kg Festigkeit,
- $W_1 = q^{0,805} \cdot 95,5$  für Gußeisen von 18 kg Festigkeit,
- $W_1 = q^{0,802} \cdot 367$  für Chromnickelstahl von 80 kg Festigkeit.

Auf Grund der Richtwerte des A. W. F. stellte Kronenberg<sup>2)</sup> das Gesetz auf:  $K = \frac{C_k}{\epsilon_k \sqrt{q}}$ . Hierin bedeutet  $C_k$  den Schnittwiderstand für einen Span

von einem Querschnitt = 1 mm<sup>2</sup>, wobei  $C_k$  und  $\epsilon_k$  vom Werkstoff abhängen.

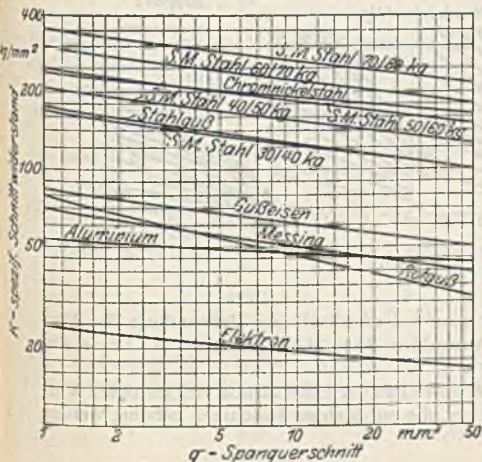


Abb. 19.

Für einen bestimmten Werkstoff und einen bestimmten Spanquerschnitt können die spezif. Schnittwiderstände dem Schaubild Abb. 19 entnommen werden. Nach dem heutigen Stand ist die Formel von Kronenberg die beste, weil genügend genau und nicht zu verwickelt für den praktischen Gebrauch.

Für den Entwurf einer Maschine kann man nach Abb. 20 den Druck  $W_2 = W_1$



Abb. 20.

annehmen und den Schalldruck = 0,5  $W_1$ . Das Drehmoment ist  $M = W_1 \cdot \frac{D}{2}$ .

Zu bemerken ist noch, daß die Schnittgeschw. nicht auf diesen Durchmesser, sondern auf den abzdrehenden bezogen wird.

<sup>1)</sup> W.T. 1923, S. 654.

<sup>2)</sup> Grundzüge der Zerspanungslehre, S. 76.



## Bei Bohren.

Nach Fischer<sup>1)</sup> ist für Bohrer mit einem Spitzenwinkel von  $120^\circ$  der Schaltdruck in der Achsenrichtung:  $P = 0,433 \cdot d \cdot s \cdot K$  und das Drehmoment:  $M = \frac{d^2}{8} \cdot s \cdot K$  in kgmm. Hierin bedeutet  $d$  den Lochdurchmesser in mm und  $s$  den Vorschub in mm je Umdrehung.  $K$  ist als konstant angenommen. Mit diesen Formeln errechnete Werte sind nach Versuchsergebnissen zu klein. Es empfiehlt sich daher, zum Schaltdruck einen Zuschlag von 50% und zum Drehmoment 75 ÷ 100% zu nehmen.

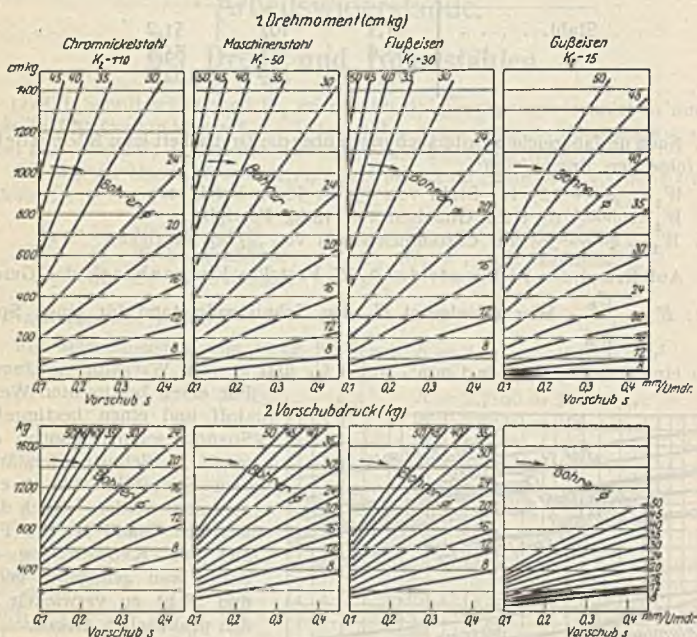


Abb. 21.

Zuverlässigere Werte erhält man bei unmittelbarer Verwendung der Versuchsergebnisse, von denen eine Auswahl in Abb. 21 dargestellt sind. Diese Angaben stammen von Schlesinger<sup>2)</sup>.

Bei vorgebohrten Löchern ist besonders der Schaltdruck viel geringer. Vorbohren ist daher für größere Löcher, die auf kleinen Maschinen gebohrt werden sollen, stets zu empfehlen.

## Bei Fräsen.

Spannerschnitt und damit Schnittwiderstand von veränderlicher Größe. Fräsmaschinen erhalten deshalb zweckmäßig Schwungräder. Zur Vermeidung stoßenden Arbeitens sei stets mehr als ein Zahn des Fräasers im Schnitt.

<sup>1)</sup> W. M. 1905, S. 16.

<sup>2)</sup> W. T. 1926 S. 643.

Bedeutet  $b$  die Spanbreite in mm,  $t$  die Schnitttiefe in mm,  $v$  die Schnittgeschw. in m/min,  $c$  den Vorschub in mm/min,  $D$  den Fräsdurchmesser in mm und  $Z$  die Zähnezahl, so ist nach Fischer<sup>1)</sup> der mittlere Schnittwiderstand:

$$W_m = \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot b \cdot t \cdot K \text{ in kg,}$$

das Drehmoment  $M = W_m \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{10}$  in kgcm, der auf die Fräserwelle biegend.

wirkende Druck kann zu

$$R = 1,4 W_m \text{ genommen werden.}$$

Bei Langloch-Fräsern und Bohrern  $D$  statt  $t$  einsetzen.

Nach den Versuchen von Beckh<sup>2)</sup> ist im Mittel:

$$\text{Für Stahl von 36 kg Festigkeit } K = 250 \text{ kg/mm}^2.$$

$$\text{„ „ „ 50 „ „ } K = 300 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{„ „ „ 70 „ „ } K = 350 \text{ kg/mm}^2.$$

Diese Werte liegen um etwa 130% höher als die für das Drehen angegebenen.

Auch bei diesen Formeln, die für Überschlagsrechnungen ausreichen, wird vorausgesetzt, daß der spezifische Schnittwiderstand von gleicher Größe bleibt, während er in Wirklichkeit von dem veränderlichen Spanquerschnitt abhängt. Salomon<sup>3)</sup> berücksichtigt dieses durch Aufstellung des Gesetzes:

$$K = \lambda \cdot s_x.$$

Hierbei ist  $s_x$  die veränderliche Spanstärke, während  $\lambda_x$  und  $x$  vom Werkstoff abhängen. Von der Fräsbreite ist  $K$  praktisch unabhängig. Nach Abb. 22 ist

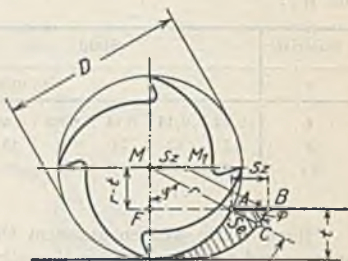


Abb. 22.

die größte Spanstärke  $s_x = \frac{s}{z} \cdot 2 \sqrt{\frac{t}{D} - \frac{t^2}{D^2}}$ ,  $s = \frac{c}{n}$  = Vorschub je Umdrehung,

$\frac{s}{z} = s_z$  = Vorschub je Zahn.

Nach Salomon ist die Arbeit je Umdrehung des Fräasers:

$$A_n = \frac{2^{\kappa+1}}{\kappa+2} \cdot \lambda \cdot b \cdot t^{\frac{\kappa+2}{2}} \cdot s^{\kappa+1} \cdot z^{-\kappa} \cdot D^{-\frac{\kappa}{2}}.$$

Für Stahl von 50 bis 60 kg Fest. ist  $\lambda = 170$  und  $\kappa = -0,28$ . Wenn  $b = 195$  mm,  $t = 3,5$  mm,  $Z = 8$ ,  $D = 136$  mm,  $v = 14$  m/min,  $c = 15,9$  mm/min, dann ist

$$s = \frac{15,9 \cdot 0,136 \cdot \pi}{14} = 0,485 \text{ mm}$$

und

$$A_n = \frac{2^{0,72}}{1,72} \cdot 170 \cdot 195 \cdot 3,5^{0,86} \cdot 0,485^{0,72} \cdot 8^{0,28} \cdot 136^{0,14},$$

$$A_n = 198000 \text{ kgmm, } W_m = \frac{198000}{136 \cdot \pi} = 465 \text{ kg.}$$

<sup>1)</sup> Fischer: W. M. 1905, S. 19. <sup>2)</sup> M. B. 1926, H. 11/12. <sup>3)</sup> Z. 1928, Nr. 45.  
Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.



Zur Erleichterung des Ausrechnens bedient man sich zweckmäßig eines Nomogramms<sup>1)</sup>. Im Interesse wirtschaftlichen Arbeitens seien die Zähnezahl, der Fräsdurchmesser, die Schnittbreite und die Schnitttiefe möglichst klein und der Vorschub je Zahn möglichst groß.

Die nach obiger Formel errechneten Werte sind reichlich hoch.

## Bei Schleifscheiben.

Nach den Versuchen von Schlesinger<sup>2)</sup> wächst der Schnittwiderstand am Umfang der Schleifscheibe mit zunehmendem Vorschub und zunehmender Schnitttiefe und fällt mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit der Schleifscheibe. Es sei  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe in m/sek,  $s$  der Vorschub des Werkstücks in mm,  $t$  die Schnitttiefe in mm,  $W_1$  der Schnittwiderstand in kg,  $c$  die Umfangsgeschwindigkeit des Werkstücks in m/min. Die letztere betrug bei allen Versuchen 30 m/min. Es ergaben sich folgende Mittelwerte für  $W_1$ :

| Material | Stahl    |      |      |          |      |      | Gußeisen |      |      |          |      |      |
|----------|----------|------|------|----------|------|------|----------|------|------|----------|------|------|
|          | 25 m/sek |      |      | 35 m/sek |      |      | 25 m/sek |      |      | 35 m/sek |      |      |
| $v$      |          |      |      |          |      |      |          |      |      |          |      |      |
| $t$      | 0,02     | 0,14 | 0,14 | 0,02     | 0,14 | 0,14 | 0,02     | 0,14 | 0,14 | 0,02     | 0,14 | 0,14 |
| $s$      | 12       | 12   | 24   | 12       | 12   | 24   | 12       | 12   | 24   | 12       | 12   | 24   |
| $W_1$    | 12       | 28   | 45   | 7        | 23   | 40   | 11       | 27   | 42   | 8        | 24   | 32   |

Diese Werte wurden aus dem Unterschied des Leistungsbedarfes für Belastung und für Leerlauf der Versuchsmaschine festgestellt, also mittelbar bestimmt.

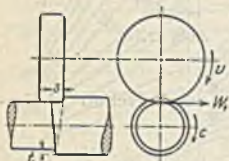


Abb. 23.

Nach dem Vorgang von Friedrich<sup>3)</sup> kann man die Schleifscheibe als einen Fräser mit sehr viel kleinen Zähnen auffassen und daher den Schleifwiderstand (Abb. 23) nach der Formel berechnen:

$$W_1 = \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{60} \cdot s \cdot t \cdot K \text{ in kg.}$$

Hierbei ist  $K$  in  $\text{kg/mm}^2$  keine Konstante, sondern von  $s$  und  $t$  abhängig. Für Schnitttiefen von 0,05 mm bis 0,14 mm können die Werte  $K$  den Kurven in Abb. 24 a und 24 b entnommen werden. Die Werte sind aus den oben erwähnten Versuchen von Schlesinger errechnet.

Beispiel: Schnitttiefe = 0,05 mm,  $v = 32$  m/sek,  $c = 15$  m/min, Arbeitsstück Stahl, Scheibenbreite = 50 mm, Vorschub = 25 mm, dann ist:

$$W_1 = \frac{15}{32} \cdot \frac{1}{60} \cdot 25 \cdot 0,05 \cdot 1400 = 13,7 \text{ kg.}$$

Bei den Versuchen von Schlesinger und Uber<sup>4)</sup> an zwei Wellen von rund 37 bzw. 70 mm Durchm. wurden die Durchbiegungen der Werkstücke gemessen und hieraus die Schleifkräfte berechnet. Ergebnisse in folg. Tafel.

<sup>1)</sup> Technisches Hilfsbuch von Schuchardt und Schütte 1928, S. 412.

<sup>2)</sup> Schlesinger: Versuche über die Leistung von Schleifscheiben. F. A. 1907, Heft 43.

<sup>3)</sup> Z. 1909, S. 864.

<sup>4)</sup> W. T. 1920, S. 489.

| Dünne Welle  |       |       |      | Dicke Welle  |       |       |       |
|--------------|-------|-------|------|--------------|-------|-------|-------|
| Schnitttiefe | $W_1$ | $W_2$ | $R$  | Schnitttiefe | $W_1$ | $W_2$ | $R$   |
| 0,01         | 3,51  | 2,63  | 4,4  | 0,01         | 4,18  | 3,34  | 5,40  |
| 0,02         | 4,39  | 3,51  | 5,65 | 0,02         | 6,27  | 5,57  | 8,40  |
| 0,03         | 6,57  | 3,51  | 7,53 | 0,03         | 8,36  | 10,30 | 13,30 |
|              |       |       |      | 0,04         | 9,75  | 11,14 | 15,10 |
|              |       |       |      | 0,05         | 9,75  | 17,30 | 19,80 |
|              |       |       |      | 0,06         | 11,14 | 23,70 | 26,60 |
|              |       |       |      | 0,07         | 12,50 | 31,20 | 33,50 |
|              |       |       |      | 0,08         | 18,10 | 39,00 | 41,00 |

Geschw. der Schleifscheibe  
 $v = 30$  m/sek

Hierbei ist  $W_2$  der zu  $W_1$  (Abb. 23) senkrechte Druck und  $R$ , die Resultierende aus  $W_1$  und  $W_2$ , der auf die Schleifscheibenwelle biegender wirkende Druck.

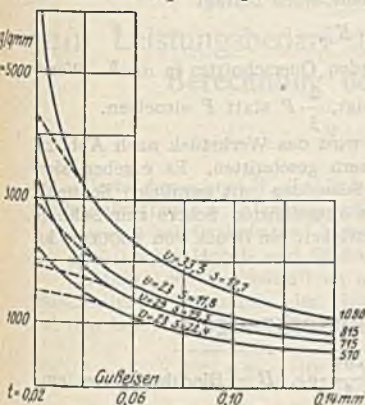


Abb. 24a.

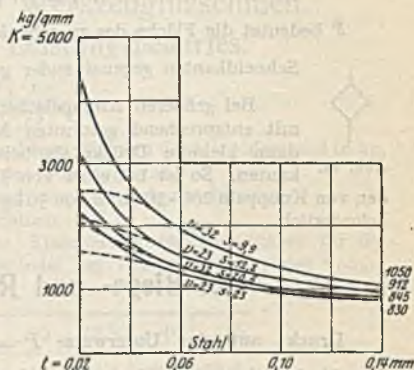


Abb. 24b.

Eine Auswahl der von Kurrein<sup>1)</sup> unmittelbar gemessenen Schleifkräfte ist nachstehend zusammengestellt. Werkstück aus S. M. Stahl von 65 kg Fest., Schleifscheibe aus Norton L 46,  $v = 25$  bis 30 m/sec,  $c = 14,5$  bis 16 m/min.

| t    | s = 6,0 mm/U |       | s = 7,5 mm/U |       | s = 9,5 mm/U |       | s = 11,8 mm/U |       | s = 15,2 mm/U |       |
|------|--------------|-------|--------------|-------|--------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
|      | $W_1$        | $W_2$ | $W_1$        | $W_2$ | $W_1$        | $W_2$ | $W_1$         | $W_2$ | $W_1$         | $W_2$ |
| 0,01 | 3,4          | 5,1   | 4,0          | 6,6   | 4,5          | 7,6   | 5,7           | 10,2  | 6,8           | 9,3   |
| 0,02 | 5,3          | 7,7   | 6,3          | 9,3   | 7,7          | 12,8  | 10,0          | 20,0  | 11,4          | 23,9  |
| 0,03 | 7,0          | 12,9  | 8,4          | 16,8  | 10,2         | 21,0  | 13,6          | 29,7  |               |       |
| 0,04 | 9,1          | 18,6  | 10,4         | 20,7  |              |       |               |       |               |       |

### Bei Scherwerkzeugen.

Schnittwiderstand der Lochwerkzeuge  $W_1 = d \cdot \pi \cdot \delta \cdot 1,1 \cdot K_z$ . Hierbei Lochdurchmesser  $d$  in mm, Fest.  $K_z$  in  $\text{kg/mm}^2$ , Bleckstärke  $\delta$  in mm.

Bei Schnitten berechnet sich der Widerstand zu

$$W_1 = F \cdot 1,1 \cdot K_z = U \cdot \delta \cdot 1,1 \cdot K_z.$$

<sup>1)</sup> W. T. 1927, S. 585.



Hierbei  $F$  = Schnittfläche = Umfang des Schnittes mal Blechstärke.  
Bei Scherblättern mit parallelen Schneidkanten rechnet man:

$$W_1 = b \cdot \delta \cdot 1,1 \cdot K_s,$$

wobei  $b$  die Breite des zu schneidenden Querschnittes in mm und  $\delta$  die Stärke bedeutet.

Bei geneigten Schneidkanten kann man setzen:

$$W_1 = 0,5 \cdot \frac{\delta^2}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot 1,1 \cdot K_s.$$

$\alpha$  = Neigungswinkel der Schneidkanten, gewöhnlich  $5 \div 12^\circ$ .

Der Schnittwiderstand nach Fischer<sup>1)</sup>:  $W_1 = 0,225 \cdot \frac{\delta^2}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot K$ . Hierbei ist  $K = 1,7 K_s$  und  $K_s$  die Scherfestigkeit. Beim Entwurf ist mit dem ersten, größeren Wert zu rechnen.

Bei Winkeleisen und sonstigen Profileisenschere beträgt

$$W_1 = F \cdot 1,1 \cdot K_s.$$

$F$  bedeutet die Fläche des zu schneidenden Querschnittes in mm<sup>2</sup>. Wenn Schneidkanten gegeneinander geneigt,  $\frac{2}{3} F$  statt  $F$  einsetzen.



Abb. 25.

Bei größeren Knüppelscheren wird das Werkstück nach Abb. 25 mit entsprechend geformten Messern geschnitten. Es ergeben sich dann kleinere Drücke als beim Schneiden mit parallelen Schneidkanten. So ist bei einer von Pels ausgeführten Schere zum Schneiden von Knüppeln 200 · 200 mm von 50 kg Festigkeit ein Druck von 1600000 kg erforderlich.

## Bei Biege- und Richtwerkzeugen.

Druck auf eine Unterwalze  $P = \frac{B \cdot \delta^2}{6 \cdot l} \cdot \sigma_f$ .  $B$  = Blechbreite in cm;  $\delta$  = Blechstärke in cm;  $l$  = Hebelarm in cm;  $\sigma_f$  = Spannung an der Fließgrenze in kg/cm<sup>2</sup>;  $\sigma_f = 2800 \div 3500 \div 4000$  kg/cm<sup>2</sup>;  $R$  = Druck auf die Oberwalze ist die Mittelkraft aus den Unterwalzendrücken. (Abb. 26.)

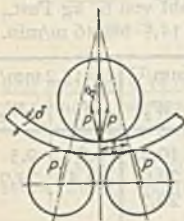


Abb. 26.

Soll der Werkstoff im erwärmten Zustand gebogen oder gerichtet werden, so kann man bei einer Erwärmung von 600° etwa  $\frac{1}{4}$  der obigen Werte von  $\sigma_f$  in die Formeln einsetzen. Nach Versuchen beträgt z. B. die Spannung an der Fließgrenze bei einem Werkstoff von 75 kg Festigkeit und einer Erwärmung von 580° rund 1000 kg/cm<sup>2</sup>. Zander<sup>2)</sup> setzt an die Stelle des Widerstands-Momentes  $\frac{B \cdot \delta^3}{6}$  das statische Moment



Abb. 27.

$\frac{B \cdot \delta^2}{4}$ , da die obige Biegeformel eigentlich nur für Spannungen innerhalb der Proportionalitätsgrenze gilt. Hierbei wird bei Kesselblech  $\sigma_f = 2200$  kg/cm<sup>2</sup> gegenüber 2800 kg/cm<sup>2</sup> bei obiger Rechnungsmethode.

<sup>1)</sup> Fischer: Werkzeugmaschinen 1905, S. 538.

<sup>2)</sup> Zander: W. T. 1912, S. 314. Siehe auch Walther: Vers. üb. den Arbeitsbedarf u. d. Widerstände beim Blechbiegen. F. A. 1912, Heft 113.

Den bei Trägerbiege- und Richtmaschinen erforderlichen Stößeldruck bestimmt man nach der Formel:  $\frac{P \cdot l}{4} = W \cdot \sigma_f$ , wobei  $l$  die Entfernung der Auflager in cm und  $W$  das Widerstandsmoment des Trägers ist.

Widerstand beim Blechrichten.

$$\text{Druck auf Walzen 1 u. 3: } P_1 \cdot l \cdot \frac{3}{16} = \frac{B \cdot \delta^2}{6} \cdot \sigma_f, \quad (\text{Abb. 27.})$$

$$\text{,, ,, Walze 2: } P_2 \cdot \frac{l}{7,5} = \frac{B \cdot \delta^2}{6} \cdot \sigma_f,$$

$$\text{,, ,, Walzen 4 u. 7: } P_4 = \frac{5}{16} P_1,$$

$$\text{,, ,, Walzen 5 u. 6: } P_6 = \frac{11}{16} P_1 + \frac{1}{2} P_2.$$

## (1241) Leistungsbedarf der Werkzeugmaschinen.

### Berechnung des Leistungsbedarfes.

$$N = \frac{W_1 \cdot v}{60 \cdot 75} \cdot \frac{1}{\eta}$$

Hierbei bezeichnet  $W_1$  (bei Fräsmaschinen  $W_m$ ) den Schnittwiderstand in kg,  $v$  die Schnittgeschw. in m/min und  $\eta$  den Wirkungsgrad.

$\eta \sim 0,7$  bei Drehbänken, Bohrmaschinen und Fräsmaschinen;

$\eta \sim 0,6$  bei Hobel- und Stoßmaschinen.

Versuche des Verfassers<sup>1)</sup> an einer Einscheibendrehbank ergaben für die verschiedenen Drehzahlen der Hauptspindel bei Vollast bzw. 0,7 der Vollast bei den beiden kleinsten Drehzahlen:

|               |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|
| Für $n =$     | 10   | 14   | 20   | 27,5 | 40   | 56   |
| $\eta$ in % = | 57,2 | 65,7 | 71,0 | 57,4 | 78,8 | 65,6 |
| Für $n =$     | 80   | 110  | 160  | 220  | 320  | 440  |
| $\eta$ in % = | 60,5 | 48,1 | 50,6 | 45,0 | 54,3 | 40,0 |

Salomon<sup>2)</sup> empfiehlt bei Fräsmaschinen mit Einzelantrieb  $\eta = 0,50$  anzunehmen. Wirkungsgrad eines Schleifscheibenantriebes nach Kurrein<sup>3)</sup> = 0,60.

Die Vorschubleistung ist wegen der geringen Geschwindigkeit meist sehr klein gegenüber der Schnittleistung.

Bei der Berechnung aus dem Drehmoment ergibt sich:

$$N = \frac{M \cdot n}{71620 \cdot \eta},$$

wenn  $M$  das Drehmoment in kgcm,  $n$  die minutliche Drehzahl bedeutet.

Bei Lochmaschinen und Scheren mit parallelen Scherblattkanten beträgt die Arbeit für einen Schnitt:

$$A = W_1 \cdot \frac{\delta}{2} \text{ kgm},$$

<sup>1)</sup> M. B. 1928, S. 806.

<sup>2)</sup> Technisches Hilfsbuch von Schuchardt und Schütte 1928, S. 413.

<sup>3)</sup> W.T. 1927, S. 594.



wobei  $\delta$  in  $m$ , daher

$$N = \frac{A \cdot n}{60 \cdot 75 \cdot \eta} \quad \eta \sim 0,7.$$

Man nimmt vielfach Motoren kleinerer Leistung, als die Rechnung ergibt, weil gewöhnlich nicht bei jedem Hub geschnitten wird. Bei den Blechscheren mit geneigten Schneidkanten beträgt die Schnittarbeit  $A = W_1 \cdot B \cdot \text{tg } \alpha = 1,1 \cdot 0,5 \cdot \delta^2 \cdot K_s \cdot B$  in  $\text{kgm}$ ,  $B$  = Schnittbreite in  $m$ .

Leistungsbedarf einer Blechbiegemaschine mit drei Walzen, Abb. 26:

$$N_{th} = (2 \cdot P + R) \cdot \mu_s \cdot \frac{d_1}{D_1} \cdot \frac{v}{60} \cdot \frac{1}{75} + \left( \frac{2P}{D_1} + \frac{R}{D_2} \right) \cdot f \cdot \frac{v}{60} \cdot \frac{1}{75}; \quad N = \frac{N_{th}}{\eta};$$

$\mu_s$  = Zapfenreibungszahl,  $d_1$  = Zapfendurchmesser einer Unterwalze in  $cm$ ,  $D_1$  = Durchmesser einer Unterwalze in  $cm$ ,  $D_2$  = Durchmesser der Oberwalze in  $cm$ ,  $v$  = Biegegeschwindigkeit in  $m/min$ ,  $f$  = Rollziffer in  $cm$ ,  $\mu_s = 0,08 \div 0,1$ ;  $f \sim 0,08$ ;  $\eta \sim 0,6$ .

In ähnlicher Weise ist der Leistungsbedarf von Blechrichtmaschinen zu berechnen. Durch Wälzlager könnte der Leistungsbedarf wohl noch verringert werden.

## (1242) Überschlagswerte des Leistungsbedarfes in PS für den Entwurf von Werkstätten.

|                            |  |
|----------------------------|--|
| Spitzendrehbänke           | $\sim \frac{1}{100} \times$ Spitzenhöhe in $mm$ ;                          |
| Plandrehbänke              | $\sim \frac{1}{300} \div \frac{1}{500} \times$ Drehdurchmesser in $mm$ ;   |
| Karusseldrehbänke          | $\sim \frac{1}{140} \times$ Druckdurchmesser in $mm$ ;                     |
| Revolverbänke              | $\sim \frac{1}{10} \times$ Rohstangendurchmesser in $mm$ ;                 |
| Bohrmaschinen              | $\sim \frac{1}{10} \times$ Lochdurchmesser in $mm$ ;                       |
| Fräsmaschinen              | $\sim \frac{1}{1000} \times$ Tischfläche in $cm^2$ ;                       |
| Räderfräsmaschinen         | $\sim \frac{1}{2} \times$ Modul;   |
| Hobelmaschinen             | $\sim \frac{1}{150} \times$ Hobelbreite in $mm$ ;                          |
| Shaping- und Stoßmaschinen | $\sim \frac{1}{100} \times$ Hub in $mm$ ;                                  |
| Rundschleifmaschinen       | $\sim \frac{1}{30} \div \frac{1}{50} \times$ Scheibendurchmesser in $mm$ ; |
| Walzendrehbänke            | $\sim \frac{1}{80} \div \frac{1}{100} \times$ Walzendurchmesser in $mm$ ;  |
| Radsatzdrehbänke           | $\sim \frac{1}{100} \times$ Raddurchmesser in $mm$ .                       |

Wenn ein Gruppenantrieb vorliegt, dann ist die Zahl der PS zu bestimmen durch Addieren und ein Motor von  $\frac{3}{4}$  dieser Zahl Normalleistung zu nehmen.

## Teile der Werkzeugmaschinen.

### Getriebe.

(1243) Die Getriebe der Werkzeugmaschinen, besonders derjenigen mit kreisender Hauptbewegung, müssen einen Geschwindigkeitswechsel in weiten Grenzen gestatten vor allem dann, wenn nicht nur verschiedene Werkstoffe und verschiedene Durchmesser bearbeitet, sondern auch Werkzeuge aus verschiedenen Stoffen verwendet werden sollen. Es ist somit wünschenswert, daß innerhalb der Enddrehzahlen eine möglichst große Anzahl von verschiedenen Zwischendrehzahlen zur Verfügung steht. Eine unendlich große Anzahl von Drehzahlen ist nun mit Hilfe von direkten oder indirekten Reibgetrieben, ferner durch Verwendung von kegelförmigen Trommeln bei Riementrieben zu erreichen. Bezüglich dieser Getriebe vgl. den Abschnitt über Maschinenteile. Trotz des erwähnten großen Vorzugs werden die Reibgetriebe im Werkzeugmaschinenbau nur wenig verwendet wegen ihrer geringen Durchzugsleistung und der Unsicherheit der Kraftübertragung. Verwendung beschränkt sich auf den Antrieb von Vorschüben, abgesehen von den Reibspindelpressen. Bei den indirekten Reibgetrieben tritt ein sehr starker Riemenverschleiß ein. Auch mit Riementrieben, die mit kegelförmigen Trommeln ausgestattet sind, können nur kleinere Leistungen übertragen werden, da die Riemen nur schmal sein dürfen. Ferner genügen die hierbei erreichbaren Übersetzungsverhältnisse den Anforderungen des Werkzeugmaschinenbaues nicht, wenn die Trommeln nicht sehr breit ausfallen sollen.

Mehr Bedeutung haben die hydraulischen Getriebe erlangt. Abb. 28 zeigt einen Schnitt durch das Sturmgetriebe.

Das Getriebe besteht aus zwei Flügelumpen *B* und *C*, die in ein gemeinschaftliches Gehäuse *A* eingebaut sind. Der Antrieb der Pumpe *B* erfolgt über die Welle *D* durch Elektromotor oder Transmission. Die Pumpe *C* arbeitet als Flüssigkeitsmotor entweder unmittelbar auf die Hauptspindel *E* der Werkzeugmaschine oder über ein Rädervorgelege. Beide Pumpen haben radial durch Exzenter *H* und *J* verstellbare Laufgehäuse. Hierdurch wird die Treibmittelmenge und damit die Umlaufzahl der getriebenen Welle geändert. Die Flügel beider Pumpen sind

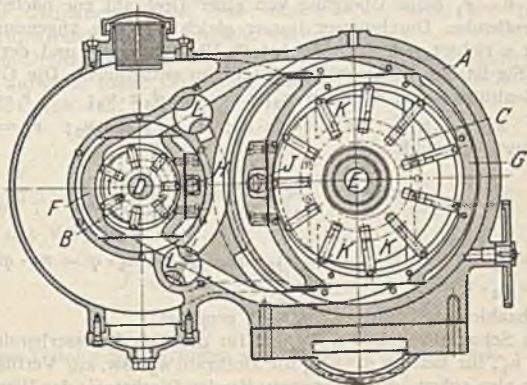


Abb. 28.

radial verschiebbar. Das Treibmittel — Maschinenöl — wird auch unter die Flügel geleitet, wodurch sie vollkommen abdichtend an die Laufwand des Gehäuses angelegt werden. Die Führung der Flügel erfolgt dadurch, daß die Laufbolzen *K* seitlich über die Flügel vorstehen und auf Ansätzen der beiden Stirnwände aufliegen. Wenn der Regelbereich des Flüssigkeitsgetriebes  $\approx 1:8$ , der des Rädervorgeleges  $\approx 1:8$ , dann kann der Hauptspindel eine stufenlose Dreh-



zahlenreihe im Bereich von 1:64 gegeben werden, was für die meisten Werkzeugmaschinen wohl ausreichend ist. Durch die Drehschieber  $L$  kann die getriebene Pumpe plötzlich still gelegt oder umgesteuert werden so daß das Getriebe auch für den Antrieb von Shaping-Hobel- und Stoßmaschinen, deren Stößel oder Tisch durch Zahnstange bewegt wird, verwendet werden kann.

An weiteren Konstruktionen derartiger Getriebe seien erwähnt das Lauf-Thoma-Kolbengetriebe der Magdeburger Werkzeugmaschinenfabrik und das Enor-Getriebe der Fortunawerke in Stuttgart-Cannstatt. Viel verwendet werden diese Getriebe zum Antrieb des Tisches von Schleifmaschinen und Fräsmaschinen. Auch für den unmittelbaren Tischantrieb von Hobelmaschinen kommen diese Getriebe in Betracht.

Stufenlose Drehzahlregelung bei zwangsläufiger Kraftübertragung erreicht man mit dem P.J.V.-Kettengetriebe.

Fast ununterbrochene Drehzahlenreihen lassen sich mit Hilfe von Regelmotoren erzielen. Vgl. (1261) über elektrischen Einzelantrieb.

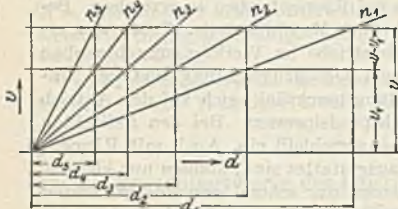


Abb. 29.

tenden Durchmesser genügend Drehzahlen zur Verfügung. Dies ergibt sich aus dem Drehzahlschaubild (Abb. 29), auch Sägendigramm genannt.

Hauptgleichung des Werkzeugmaschinenbaues  $v = d\pi n$ . Diese Gleichung stellt eine gerade Linie durch den Koordinatenanfangspunkt dar, wenn  $n$  konstant ist und  $v$  und  $d$  die Veränderlichen sind. Die jeweiligen  $n_1, n_2, n_3$  usw. sind bei stufenförmiger Reihe natürlich konstant.

Im Schaubild sind die Drehzahlenlinien so gezeichnet, daß der Geschwindigkeitsabfall  $v - v_1$  beim Übergang von einer Drehzahl zur nächst kleineren für den betreffenden Durchmesser immer gleich ist. Die angenommene Geschwindigkeit  $v$  richtet sich nach Werkstoff, Werkzeugstoff und der betreffenden Arbeit. Sie ist der Geschwindigkeitstafel zu entnehmen. Die Gleichungen der Drehzahlenlinien sind:  $v = d_2\pi \cdot n_2$ ;  $v = d_3\pi \cdot n_3$ ;  $v = d_4\pi \cdot n_4$ ;  $v = d_5\pi \cdot n_5$ ;  $v_1 = d_2\pi \cdot n_1$ ;  $v_1 = d_3\pi \cdot n_2$ ;  $v_1 = d_4\pi \cdot n_3$ ;  $v_1 = d_5\pi \cdot n_4$ .

Durch Division erhält man:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{n_4}{n_3} = \frac{n_5}{n_4} = \varphi$$

und hieraus:

$$n_2 = n_1 \cdot \varphi, \quad n_3 = n_2 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^2, \quad n_4 = n_3 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^3, \\ n_5 = n_4 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^4.$$

Die Drehzahlen sind also geometrisch geordnet.

Aus dem Schaubild ersieht man, daß für den Durchmesserbereich  $d_1 \div d_2$  die Drehzahl  $n_1$ , für Bereich  $d_2 \div d_3$  die Drehzahl  $n_2$  usw. zur Verfügung steht. Es ergibt sich also sofort, ob für den betreffenden Werkstoff, das Werkzeug und die Arbeit die richtige Drehzahl gewählt ist.

Aus  $\frac{v}{v_1} = \varphi$  erhält man  $\frac{v - v_1}{v} = \frac{\varphi - 1}{\varphi}$  oder Geschwindigkeitsabfall  $v - v_1 = v \left( \frac{\varphi - 1}{\varphi} \right)$ ; der Abfall in Prozent von  $v$ :  $A = \frac{\varphi - 1}{\varphi}$ .

Bei Drehbänken z. B. wird ein Abfall von 20 bis 33,3% zugelassen, was einem  $\varphi$  von 1,25 bis 1,5 entspricht.  $\varphi$  ist die Steigerungszahl der geometrischen Reihe. Je mehr sich  $\varphi$  der 1 nähert, um so kleiner ist der Geschwindigkeitsabfall, um so größer muß aber auch die Zahl der verfügbaren Drehzahlen sein.

Als Norm sind die folgenden Werte von  $\varphi$  vorgeschlagen:

|                   |                   |                    |                     |                    |                     |
|-------------------|-------------------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| 1,06              | 1,12              | 1,26               | 1,41                | 1,59               | 2                   |
| $= \sqrt[40]{10}$ | $= \sqrt[20]{10}$ | $= \sqrt[10]{10}$  | $= \sqrt[6,66]{10}$ | $= \sqrt[5]{10}$   | $= \sqrt[3,33]{10}$ |
| $= \sqrt[1,2]{2}$ | $= \sqrt[1,1]{2}$ | $= \sqrt[1,05]{2}$ | $= \sqrt[1,02]{2}$  | $= \sqrt[1,01]{2}$ | $= 2$               |

Die Drehzahlenreihe arithmetrisch zu ordnen ist nicht wirtschaftlich, da die kleinen Drehzahlen für die Bearbeitung größerer Durchmesser zu weit auseinanderliegen und die großen Drehzahlen zu eng. Sodann kann eine arithmetrische Reihe auf einem Vorgelegegetriebe, z. B. dem nach Abb. 31, nicht erzielt werden, was sich leicht beweisen läßt<sup>1)</sup>.

Das letzte gilt auch für die von Kronenberg<sup>2)</sup> vorgeschlagene logarithmische Abstufung, die noch wirtschaftlicher ist als die geometrische.

Aus der Reihe:

$$n_1; n_2 = n_1 \cdot \varphi; n_3 = n_1 \cdot \varphi^2; n_4 = n_1 \cdot \varphi^3; \dots; n_z = n_1 \cdot \varphi^{z-1}$$

ergibt sich die Steigerungszahl oder der Quotient

$$\varphi = \sqrt[z-1]{\frac{n_z}{n_1}}$$

Hierbei ist  $z$  die Anzahl der Drehzahlen,  $n_1$  die Anfangs- und  $n_z$  die Enddrehzahl. Aus der Gleichung  $n_z = n_1 \cdot \varphi^{z-1}$  erhält man ferner:

$$\log \frac{n_z}{n_1} = (z-1) \log \varphi$$

oder

$$z = 1 + \frac{\log \frac{n_z}{n_1}}{\log \varphi}$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß  $z = \infty$ , wenn  $\varphi = 1$ . Dies kann nur bei stufenfreien Reihen erreicht werden.

Soll die Drehzahlenreihe mit Hilfe eines Vorgeleges erzeugt werden, was von  $z = 6$  an aufwärts meist der Fall ist, so teilt man die Reihe in 2 Gruppen. Dann ergibt sich aus:

$$n_1; n_1 \cdot \varphi; n_1 \cdot \varphi^2; \dots; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}-1}$$

$$n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}+1}; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}+2}; \dots; n_1 \cdot \varphi^{z-1} = n_z$$

der Wert des Vorgeleges zu:

$$J = \frac{n_1}{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}} = \frac{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}-1}}{n_1 \cdot \varphi^{z-1}} = \frac{1}{\varphi^{\frac{z}{2}}}$$

Ist eine Teilung in 3 Gruppen erforderlich, wenn z. B. mit einer 4stufigen Scheibe 12 Drehzahlen erreicht werden sollen, dann ist  $J = \frac{1}{\varphi^3}$ . Bei Teilung in 4 Gruppen  $J = \frac{1}{\varphi^4}$ .

<sup>1)</sup> Coenen: Elemente des Werkzeugmaschinenbaues, S. 22.

<sup>2)</sup> Kronenberg: Zerspanungslehre, S. 216.



Die Gleichung der geometrischen Reihe ist  $y = a \cdot \varphi^x$ , wobei  $x$  die Werte 1, 2, 3 usw. erhält. Diese Gleichung stellt eine Kurve dar. Bringt man die Gleichung in die Form  $\log y = \log a + x \log \varphi$  oder  $Y = A + B \cdot x$ , so erhält man eine gerade Linie. Die Ordinate ist hierbei logarithmisch geteilt, die Abszisse in normaler Weise. Man trägt in das in dieser Weise geteilte Koordinatenpapier die Enddrehzahlen ein und verbindet die so erhaltenen Punkte durch eine Gerade. Die Zwischendrehzahlen erhält man dann durch Abgreifen. (Abb. 30.)

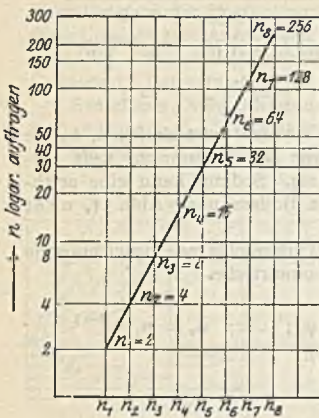


Abb. 30.

Wertvoll<sup>1)</sup> ist diese Darstellung besonders dann, wenn die Drehzahlen einer vorhandenen Maschine darauf untersucht werden sollen, ob sie geometrisch geordnet sind. Dies ist nur dann der Fall, wenn die Punkte auf einer geraden Linie liegen. Verhält sich das nicht so, kann man mit Hilfe des Schaubildes sehen, wie das Getriebe geändert werden muß.

Vorschubreihen dürfen arithmetisch geordnet sein. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn die Schaltung durch Ratsche erfolgt wie bei den Plandrehbänken, Radsatzbänken, Walzdrehbänken. Handelt es sich aber um eine Dauerschaltung, die durch Stufengetriebe mit Vorgelege hervorgebracht wird, so empfiehlt sich die geometrische

Ordnung der Reihe, um ihre Stetigkeit zu wahren. Unter Umständen ergibt sich die Ordnung aus der zu leistenden Arbeit. Wenn nämlich mit Hilfe des Vorschubräderkastens auch Gewinde geschnitten werden soll, ist die Reihe weder geometrisch noch arithmetisch.

## Stufenscheibengetriebe.

(1244) Stufenscheibengetriebe werden ohne und, für Antriebszwecke meistens, mit Rädervorgelegen ausgeführt. Die Berechnung der Stufenscheibengetriebe sei an einem Beispiel erläutert. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die beiden Stufenscheiben gleich groß sind wie es gewöhnlich ausgeführt wird. Das Getriebe nach Abb. 31 gestattet 6 Drehzahlen zu geben also ist  $z = 6$ . Aus

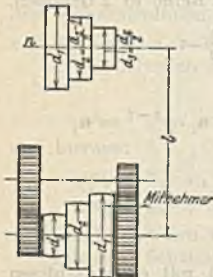


Abb. 31.

den Enddrehzahlen wird zuerst  $\varphi$  berechnet.  $\varphi = \sqrt[5]{\frac{n_2}{n_1}}$ .

Der Wert des Vorgeleges berechnet sich dann zu  $J = \frac{1}{\varphi^2}$ , da die Reihe in 2 Gruppen geteilt ist.

$n_2$  berechnet sich aus dem kleinsten zu bearbeitenden Werkstücksdurchmesser und der größtzulässigen Geschwindigkeit,  $n_1$  aus dem größten Werkstücksdurchmesser und der kleinsten Schnittgeschwindigkeit, die durch Material und Werkzeugstoff gegeben ist.  $n$  ist die Drehzahl der treibenden Scheibe. Liegt bei ausgerücktem Vorgelege, also direktem Gang, der Riemen auf  $d_3$  an der Maschine, so erhält man die größte

<sup>1)</sup> Toussaint: W. M. 1917. S. 302.

Drehzahl. Es ist dann:  $\frac{n}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$ . Wenn der Riemen auf  $d_1$  an der

Maschine, dann:  $\frac{n}{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}} = \frac{d_1}{\frac{d_2}{2}}$ . Vereintigt man diese beiden Gleichungen, so

erhält man

$$n = \sqrt{n_2 \cdot n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}}$$

Ersetzt man noch  $n_1$  durch  $\frac{n_2}{\varphi^{\frac{z}{2}-1}}$ , so folgt:

$$n = \frac{n_2}{\sqrt{\varphi^{\frac{z}{2}-1}}}$$

Die Scheibendurchmesser berechnen sich dann aus  $d_1 = d_2 \sqrt{\varphi^{\frac{z}{2}-1}}$ ,

$\frac{d_2}{2}$  ergibt sich aus dem Aufbau der Maschine. Je größer der kleinste Durchmesser gemacht werden kann, um möglichst hohe Riemengeschwindigkeit zu erzielen, um so besser ist es. Das Verhältnis der beiden mittleren Scheiben berechnet sich aus:

$$\frac{d_2}{\frac{d_2}{2}-1} = \sqrt{\varphi^{\frac{z}{2}-3}}$$

Hat das Getriebe kein Vorgelege, so tritt  $z$  an die Stelle von  $\frac{z}{2}$ . Wenn 2

Vorgelege vorhanden sind, dann ist  $\frac{z}{3}$  statt  $\frac{z}{2}$  in die Formeln einzusetzen; bei Teilung der Drehzahlenreihe in 4 Gruppen  $\frac{z}{4}$  usw.

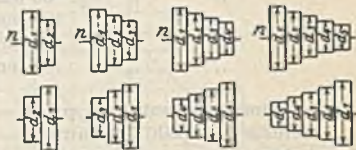


Abb. 32a—d.

Zur Ergänzung dieser Formeln sei noch die von Toussaint angegebene Berechnungsart der Übersetzungsverhältnisse für die praktisch vorkommenden Fälle von Stufenzahlen angeführt<sup>1)</sup>. Diese Werte gelten für Stufenscheibengetriebe mit und ohne Rädervorgelege.

Nach Abb. 32a  $n_2 = n \cdot \frac{d_2}{d_1}$  und  $n_1 \cdot \varphi = n \cdot \frac{d_1}{d_2}$ . Hieraus ergibt sich:

$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\varphi}$  und  $\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{\sqrt{\varphi}}$ . In der gleichen Weise berechnen sich die Durchmesser verhältnisse für die anderen Fälle, so daß man die folgende Tafel aufstellen kann.

<sup>1)</sup> Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau. 4. Aufl., II. S. 578.



| Abb. 32 a         |                            | Abb. 32 b         |                   |                     | Abb. 32 c          |                   |                            |                              | Abb. 32 d         |                   |                   |                     |                       |
|-------------------|----------------------------|-------------------|-------------------|---------------------|--------------------|-------------------|----------------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|-----------------------|
| $\frac{d_1}{d_2}$ | $\frac{d_2}{d_1}$          | $\frac{d_1}{d_3}$ | $\frac{d_2}{d_2}$ | $\frac{d_3}{d_1}$   | $\frac{d_1}{d_4}$  | $\frac{d_2}{d_3}$ | $\frac{d_3}{d_2}$          | $\frac{d_4}{d_1}$            | $\frac{d_1}{d_5}$ | $\frac{d_2}{d_4}$ | $\frac{d_3}{d_3}$ | $\frac{d_4}{d_2}$   | $\frac{d_5}{d_1}$     |
| $\sqrt{\varphi}$  | $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$ | $\varphi$         | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{\varphi}$ | $\sqrt{\varphi^3}$ | $\sqrt{\varphi}$  | $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$ | $\frac{1}{\sqrt{\varphi^3}}$ | $\varphi^2$       | $\varphi$         | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{\varphi}$ | $\frac{1}{\varphi^2}$ |
| $\frac{1}{1}$     |                            | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{\varphi}$ | $\frac{1}{1}$      | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$ | $\frac{1}{\sqrt{\varphi^3}}$ | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{1}$     | $\frac{1}{\varphi}$ | $\frac{1}{\varphi^2}$ |

Für die Bestimmung der Zwischenstufendurchmesser geht man aber vielfach in der Weise vor, daß man gleichmäßig abstuft. Es ist dann  $d_1 - d_2 = d_2 - d_3 = d_3 - d_4$  usw. Dadurch kann allerdings eine Abweichung von der geometrischen Reihe eintreten. Diese Abweichung darf nicht größer als  $2 \text{ vH}$  sein. Ferner ist die Riemenlänge nachzurechnen, wenn der Achsenabstand  $l \leq 10 \left( \frac{d_1 - d_z}{2} \right)$  ist, und zwar nach der Formel

$$L \sim \frac{\pi}{2} (d_1 + d_z) + 2l + \frac{(d_1 - d_z)^2}{4l}. \quad (\text{Abb. 31})$$

Sodann ist zu prüfen, ob sich für die Zwischenstufen gleiche Längen ergeben, andernfalls sind die Durchmesser zu ändern, natürlich unter Beibehaltung der Übersetzungsverhältnisse. Die angegebene Formel für die Riemenlänge gilt für offene Riemen. Gekreuzte Riemen sollte man bei Stufenscheiben vermeiden, weil das Umlegen des Riemens zu schwierig ist. Das Verhältnis von  $d_1$  zu  $\frac{d_z}{2}$

sei kleiner als  $2:1$ , damit der Unterschied in der Durchzugsleistung des Riemens in den beiden äußeren Lagen nicht zu groß wird.

Berechnung der Riemenbreite an Hand folgender Werte bei Stufenscheiben nach Hegner<sup>1)</sup>:

|                  |        |                                  |
|------------------|--------|----------------------------------|
| Für Riemenbreite | 50 mm  | $p = 10 \text{ kg je cm Breite}$ |
| " "              | 60 mm  | $p = 12 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |
| " "              | 70 mm  | $p = 12 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |
| " "              | 80 mm  | $p = 13 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |
| " "              | 100 mm | $p = 15 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |
| " "              | 125 mm | $p = 15 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |
| " "              | 150 mm | $p = 16 \text{ kg ,, ,, ,,}$     |

Bei Einscheibenantrieben  $p = 8 - 10 \text{ kg/cm}$ .

Kleinste Zähnezahzahl für Antriebe = 20, jedenfalls nicht unter 17 gehen. Bei Vorschubgetrieben 14 und weniger. Räder unter 22 Zähnen korrigieren.

Berechnung nach der Formel  $P = f \cdot m^2 \cdot 0,1 \cdot \psi \cdot k_b^2$ .

Hierin  $m$  = Modul in mm,  $f$  abhängig von der Zähnezahzahl,  $k_b$  in  $\text{kg/mm}^2$ , sodann Zahnbreite  $b = \psi \cdot m$ , normal  $\psi = 10$ , so daß dann:

$$P = f \cdot m^2 \cdot k_b.$$

$$\text{Aus } P = \frac{M_d}{r} \text{ erhält man } m = \sqrt[3]{\frac{200 \cdot M_d}{z \cdot f \cdot \psi \cdot k_b}} = 5,85 \sqrt[3]{\frac{M_d}{z \cdot f \cdot \psi \cdot k_b}}$$

Hierbei  $M_d$  in  $\text{kgcm}$ .

<sup>1)</sup> Lehrbuch der Vorkalkulation.

<sup>2)</sup> Coenen: Elemente des Werkzeugmaschinenbaues, S. 28 und M.K. 1928, S. 110.





Beispiel: Spindelstock einer Drehbank für 15 Drehzahlen, 5stufige Scheibe mit 2 Vorgelegen,  $n_1 = 10$  und  $n_{15} = 400$ . (Abb. 34.)

Bei einem Drehdurchmesser von 500 ist  $v_{\min} = 0,5 \pi \cdot 10 = 15,7$  m/min und bei 20 mm Durchmesser ist  $v_{\max} = 0,02 \pi \cdot 400 = 25$  m/min. Der kleinste Stufendurchmesser sei zu 250 mm angenommen. Leistung 5 mm<sup>2</sup> Spanquerschnitt in Stahl von 50 kg Festigkeit und 20 m Schnittgeschwindigkeit.

$$\varphi = \sqrt[14]{\frac{400}{10}} = 1,3. \quad \text{Geschwindigkeitsabfall } \Delta = \frac{\varphi - 1}{\varphi} = \frac{1,3 - 1}{1,3} = 0,23 = 23\%$$

Reihe der Drehzahlen:

|                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $n_1 = 10$     | $n_2 = 13$     | $n_3 = 16,9$   | $n_4 = 22$     | $n_5 = 28,5$   |
| $n_6 = 37$     | $n_7 = 48,2$   | $n_8 = 62,8$   | $n_9 = 81,5$   | $n_{10} = 106$ |
| $n_{11} = 138$ | $n_{12} = 180$ | $n_{13} = 235$ | $n_{14} = 305$ | $n_{15} = 400$ |

$$d_1 = d_5 \sqrt[3]{\frac{15}{\varphi^3 - 1}} = d_5 \cdot \varphi^2; \quad d_1 = 250 \cdot 1,3^2 = 422;$$

$$d_4 = 250 + \frac{422 - 250}{4} = 293; \quad d_3 = 293 + 43 = 336; \quad d_2 = 336 + 43 = 379.$$

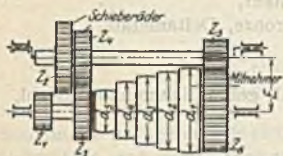


Abb. 34.

Umdrehungszahl der Antriebsscheibe

$$n = \sqrt[14]{400 \cdot 138} = \frac{400}{\sqrt[3]{1,3^3 - 1}} = 235.$$

Der Leistungsbedarf ( $W_1$  aus Abb. 19)

$$N = \frac{W_1 \cdot v}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{5 \cdot 200 \cdot 20}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{0,7} = 6,3 \text{ PS.}$$

Die kleinste Riemengeschwindigkeit ergibt sich, wenn der Riemen auf der kleinsten Stufe der antreibenden Scheibe liegt.

$$v_r = \frac{0,25 \cdot \pi \cdot 236}{60} = 3,1 \text{ m/sek.}$$

$$N = \frac{P_r \cdot v_r}{75}; \quad 6,3 = \frac{P_r \cdot 3,1}{75}. \quad \text{Hieraus der Riemenzug } P_r = 152 \text{ kg.}$$

Riemenbreite  $b = \frac{152}{15} \approx 10$  cm. Das Übersetzungsverhältnis eines Vorgeleges

$$J_1 = \frac{1}{z} = \frac{1}{1,3^5} = \frac{1}{3,7} = \frac{n_1}{n_6} \quad \text{bzw.} \quad J_2 = \frac{1}{z} = \frac{1}{1,3^{10}} = \frac{1}{13,7} = \frac{n_1}{n_{11}}. \quad \text{Die Teil-}$$

lungen der Vorgelegeäder und deren Breiten kann man zunächst annehmen und dann nachrechnen. Wenn möglich  $Z_3 = Z_4$ . Wird dann  $Z_1$  zu klein, so muß man  $Z_3 > Z_4$  nehmen und etwas ins Schnelle treiben.

$$J_1 = \frac{Z_2 \cdot Z_5}{Z_4 \cdot Z_6} = \frac{1}{3,7}$$

$$J_2 = \frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_6} = \frac{1}{3,7} \cdot \frac{1}{3,7} = \frac{1}{13,8}; \quad Z_6 \approx d_1 \quad \text{hieraus } Z_5 \approx \frac{422}{3,7} = 114 \text{ mm.}$$

Nimmt man  $Z_5$  mit 17 Zähnen und 7-z Teilung an, so wird sein Teilkreisdurchmesser 119 mm, also etwas größer.  $Z_6$  erhält dann  $3,7 \cdot 17 \approx 63$  Zähne. Die Breite dieser Räder sei gleich 120 mm. Der größte Zahndruck tritt auf, wenn der Riemen auf  $d_1$  und mit den Vorgelegen  $\frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_6}$  gearbeitet wird. Wirkungsgrad einer Räderübersetzung = 0,9.

$$\text{Zahndruck:} \quad P_d = 152 \cdot \frac{422 \cdot 441}{119 \cdot 119} \cdot 0,9 = 1820 \text{ kg.}$$

$$\text{Für } Z_6 \text{ ist dann die Beanspruchung } k_b = \frac{P_d}{f \cdot m^2 \cdot 0,1 \cdot \psi}.$$

$$k_b = \frac{1820}{2,03 \cdot 7^2 \cdot 0,1 \cdot \frac{120}{7}} = 10,8 \text{ kg/mm}^2. \quad Z_6 \text{ demnach aus Stahl (St 50).}$$

$$\text{Für Rad } Z_1: k_b = \frac{1820}{2,83 \cdot 7^2 \cdot 0,1 \cdot \frac{120}{7}} = 7,7 \text{ kg/mm}^2.$$

Dieses Rad muß aus Stahlguß hergestellt werden.

Rad  $Z_1$  erhalte 20 Zähne und  $6\pi$  Teilung, Rad  $Z_2$  74 Zähne und die Räder  $Z_3$  und  $Z_4$  je 47 Zähne bei  $6\pi$  Teilung. Die Achsenentfernung  $E$  wird dann  $= 47 \cdot 6 = 282$  mm, während die beiden Räder  $Z_3$  und  $Z_4$  nur  $\frac{17+63}{2} \cdot 7 = 280$  mm erfordern. Diesen Unterschied kann man dadurch ausgleichen, daß man  $Z_3$  (mit korrigierter Verzahnung ausführt und ihm einen Außendurchmesser von 137 mm gibt statt des normalen von 133 mm, wodurch dann auch die Unterscheidung gemildert und die Eingriffsverhältnisse verbessert werden. Zahndruck  $P_1$  auf Rad  $Z_1$  ist  $P_1 = 152 \cdot \frac{422}{119} \approx 540$  kg. Bei einer Radbreite von 70 mm berechnet sich die Beanspruchung

$$\text{von } Z_1 \text{ zu } k_b = \frac{540}{2,14 \cdot 6^2 \cdot 0,1 \cdot \frac{70}{6}} = 6 \text{ kg/mm}^2. \text{ Material S.-M.-Stahl (St 50).}$$

$$\text{Für } Z_2 \text{ erhält man } k_b = \frac{540}{2,83 \cdot 6^2 \cdot 0,1 \cdot \frac{70}{6}} = 4,5 \text{ kg/mm}^2.$$

Rad aus Stahlguß. Eine Nachrechnung der Räder  $Z_3$  und  $Z_4$  erübrigt sich, da der Zahndruck  $P_2 = 152 \cdot \frac{422}{282} = 228$  kg ist. Diese Räder können aus Gußeisen hergestellt werden und brauchen nur 60 mm breit zu sein, wodurch an Baulänge gespart wird.

Bei diesem Berechnungsbeispiel ist das Übersetzungsverhältnis der Rädervorgelege  $J_1 = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{3,7}$  und  $J_2 = \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{1}{13,8}$ .

Soll die Bank auch zum Schneiden steiler Gewinde eingerichtet sein, so müssen die Nenner der Übersetzungsverhältnisse ganze Zahlen sein. Es müßte dann sein  $J_1 = \frac{1}{4}$  und  $J_2 = \frac{1}{14}$ , wodurch aber eine Unstetigkeit in der geometrischen Anordnung der Drehzahlenreihe entsteht.

Soll diese vollständig vermieden werden, so müßte  $J_1 = \frac{1}{4}$  und  $J_2 = \frac{1}{16}$  sein. Aus

$$J_1 = \frac{1}{\frac{x}{\varphi^2}} = \frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{4} \text{ bzw. } J_2 = \frac{1}{\frac{2}{\varphi^{12}}} = \frac{1}{\varphi^{12}} = \frac{1}{16} \text{ würde sich dann } \varphi = 1,32 \text{ bestimmen,}$$

wodurch bei Beibehaltung von  $n_1 = 10$  die Enddrehzahl  $n_{16} = 485$  sich ergäbe.

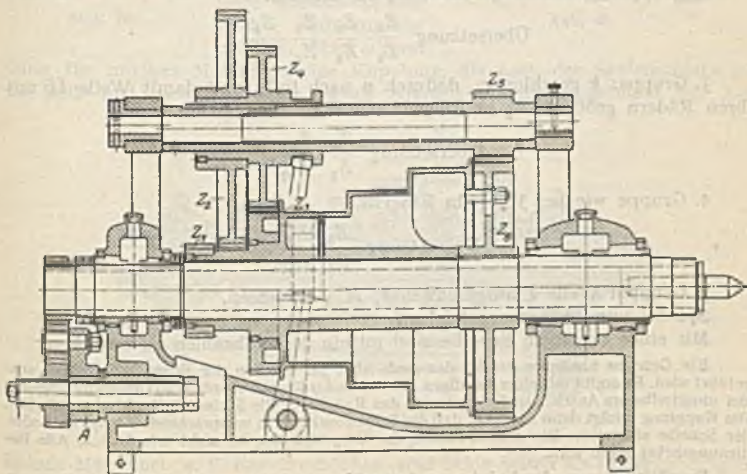


Abb. 35.

Abb. 35 zeigt einen Spindelstock für 9 Drehzahlen. Bei unmittelbarem Antrieb der Hauptspindel wird die exzentrisch gelagerte Vorgelegewelle



augeschwenkt und die Stufenscheibe und Rad  $Z_6$  durch einen Mitnehmer verbunden.

Erteilt man dem Deckenvorgelege 2 Geschwindigkeiten, indem man, wie Abb. 36 zeigt, 2 Fest- und 2 Losscheiben darauf anordnet, so kann man eine Verdopplung der Drehzahlenreihe an der Maschine erreichen. Der Stufenscheibenriemen erhält dadurch 2 Gruppen von Geschwindigkeiten, wodurch die Unterschiede in seiner Durchzugsleistung noch größer werden, als sie ohnedies schon sind. Will man von diesem immerhin billigen Mittel Gebrauch machen, so sollten die Abmessungen so gewählt werden, daß die geometrische Ordnung der Drehzahlen eingehalten wird, und daß die kleinste Geschwindigkeit des Stufenscheibenriemens nicht kleiner als  $\frac{1}{2}$  mal größter Geschwindigkeit ist (s. auch S. 1331). Das erwähnte Mittel wird auch angewendet, um eine Umkehrung der Maschinen-drehrichtung zu erreichen. Einer der das Deckenvorgelege antreibenden Riemen wird dann gekreuzt.

Soll die Erweiterung der Drehzahlenreihe in anderer Weise als mit Hilfe des Deckenvorgeleges erfolgen, so müssen am Spindelstock weitere Rädervorgelege vorgesehen werden. Abb. 37 gibt ein Stufenscheibengerät wieder, welches 5 Drehzahlgruppen hat.

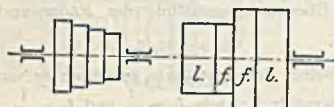


Abb. 36.

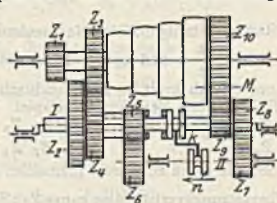


Abb. 37.

1. Gruppe:  $k$  und  $M$  geöffnet,  $Z_2$  im Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_5 \cdot Z_7 \cdot Z_9}{Z_2 \cdot Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10}}$$

2. Gruppe:  $k$  und  $M$  geöffnet,  $Z_4$  im Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_3 \cdot Z_5 \cdot Z_7 \cdot Z_9}{Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10}}$$

3. Gruppe:  $k$  geschlossen, dadurch  $n$  nach links und damit Welle II mit ihren Rädern geöffnet,  $Z_2$  in Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_9}{Z_2 \cdot Z_{10}}$$

4. Gruppe wie bei 3,  $Z_4$  im Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_3 \cdot Z_9}{Z_4 \cdot Z_{10}}$$

5. Gruppe: Welle I ausgeschwenkt,  $M$  geschlossen.

Spindel unmittelbar angetrieben.

Mit einer 4stufigen Scheibe sind mithin 20 Drehzahlen zu erreichen.

Ein Getriebe ähnlicher Art ist das nach Abb. 38, das von der Firma Wohlenberg ausgeführt wird. Es ergibt mit einer 4stufigen Scheibe und 9 Rädern ebenfalls 20 Geschwindigkeiten. Bei unmittelbarem Antrieb der Spindel wird das Rad  $Z_2$ , in die Stufenscheibe hineingeschoben. Die Kupplung erfolgt dann dadurch, daß die Schraubenköpfe in entsprechende Löcher im Boden der Scheibe eingreifen. Ein Ausschwenken der Vorgelegeräder ist nicht erforderlich. Alle Bedienungshebel liegen vorn.

Der Mitnehmer, der bei den anderen Konstruktionen die Stufenscheibe und das auf der Spindel aufgekeilte Rad verbindet, wird häufig als Schnappstift ausgebildet, wie Abb. 39 zeigt. Doch wird die ältere Art der Verbindung nach Abb. 35 auch heute noch ausgeführt. Eine andere Bauart zeigt Abb. 164.

Hierbei kann die Gabel, zur Bewegung der Stiftscheibe noch in Verbindung mit der Ausrückung des Rädervorgeleges gebracht werden, wodurch auch beide Bewegungen gegeneinander gesichert sind<sup>1)</sup>.

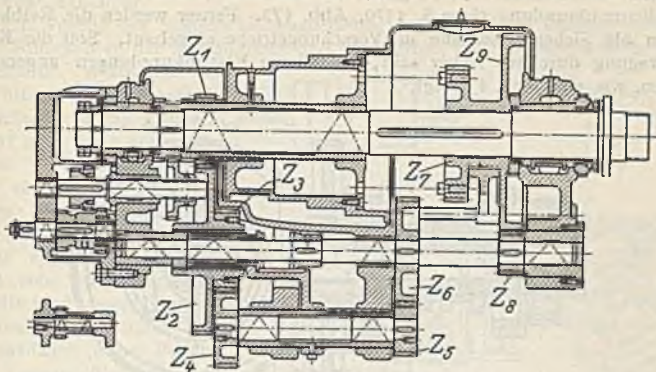


Abb. 38.

Einfache Bedienung durch Anordnung einer Kupplung zwischen Stufenscheibe und Spindelrad gemäß Abb. 40. Ein Ausschwenken der Vorlegeräder ist auch hier nicht nötig. Das ganze Getriebe

wird etwas länger wie bei üblichen Bauarten, wenn man auch bestrebt ist, den Raum zwischen Scheibe und Spindelrad so klein wie möglich zu machen. Statt angedeuteter Klauenkupplung auch Reibkupplung möglich. Man nimmt

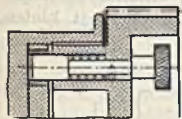


Abb. 39.

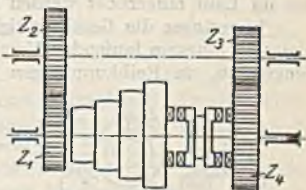


Abb. 40.

dann für mittlere Maschinen eine Kupplung, die nach der Stufenscheibe zu als Reib- und nach dem Rade zu als Klauenkupplung ausgebildet ist. Bei

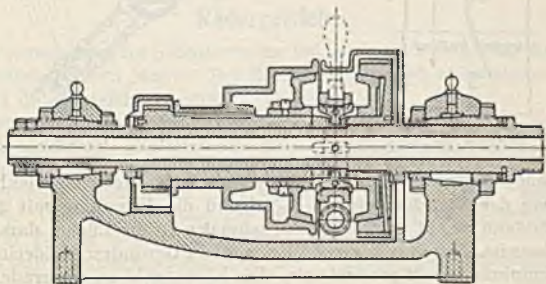


Abb. 41.

kleinen Maschinen, z. B. Revolverbänken, sind beide Seiten als Reibkupplungen ausgebildet. Eine Konstruktion dieser Art zeigt Abb. 41. An Stelle der Kegelreibkupplungen können auch Spreizringkupplungen verwendet werden,

<sup>1)</sup> Coenen: Elemente des Werkzeugmaschinenbaues, S. 35.



wie Abb. 42 darstellt, bei denen Axialdrücke nicht auftreten. Reibkupplungen können während des Ganges eingerückt werden und werden bei großen Geschwindigkeiten und kleineren Umfangskräften mit Vorteil verwendet. Beispiel einer Lamellenreibkupplung siehe S. 1379, Abb. 172. Ferner werden die Reibkupplungen als Sicherheitsorgane in Vorschubgetriebe eingebaut. Soll die Kraftübertragung durchaus sicher sein, so müssen Klauenkupplungen angeordnet werden, wie eine Abb. 43 zeigt.

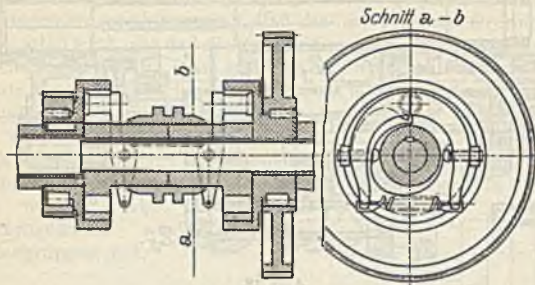


Abb. 42.

Die Umfangsgeschwindigkeit dieser Kupplung nicht über 1,5 m/sk, wenn sie im Lauf eingerückt werden soll.

Je geringer die Geschwindigkeit, um so größer muß die Klauenzahl sein. Bei sehr langsam laufenden Vorschubgetrieben wendet man vielzählige Kupplungen an, da Reibkupplungen keine genügende Durchzugssicherheit bieten.

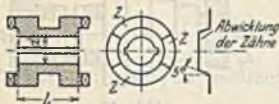


Abb. 43.



Abb. 44.

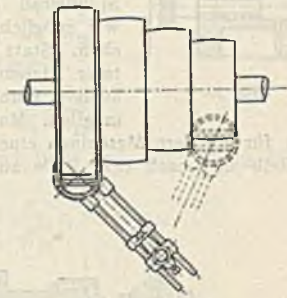


Abb. 45.

Wenn Ausrückung unter Last, Zähne abschrägen (siehe Abwicklung). Zur Erleichterung der Verschiebung sei  $l \geq d$  und die Kupplung mit zwei Nuten versehen. Sodann macht man den Zahn schmäler als die Lücke, damit das Einrücken leichter ist. Nur in wenigen Fällen, z. B. bei Gewindecnideeinrichtungen muß die Kupplung genau passend sein. Die Klauenzahl sei ungerade wegen der Herstellung, wenn nicht die Einrückung stets an der gleichen Umfangsstelle erfolgen soll, wobei die Klauen vielfach von verschiedener Größe gemacht werden. Die Kupplungen werden aus weichem Stahl hergestellt und nach der Bearbeitung im Einsatz gehärtet. Bei der Kupplung nach Abb. 43 ist die Drehrichtung gleichgültig, auch kann die Kupplung treiben oder getrieben werden. Wird sie dagegen mit geschweiften Klauen ausgeführt, wodurch das Einrücken erleichtert wird, so ist die Drehrichtung und weiter zu beachten, welcher Teil

treibend und welcher getrieben ist. Abb. 44 stellt die Abwicklung einer Kupplung mit geschweiften Klauen dar. Derartige Kupplungen sind nur für eine Drehrichtung brauchbar.

Ein Vorzug des Stufenscheibenantriebes gegenüber dem Rädergetriebe ist seine Billigkeit in der Anschaffung und im Betrieb, da die Stufenscheibe nicht verschleißt. Wenn auf der Maschine auch Fertigarbeiten erledigt werden sollen, so hat man beim gebräuchlichen Stufenscheibenantrieb eine Reihe von Drehzahlen zur Verfügung, die ohne Räder erzeugt werden. Räder ergeben, wenn sie nicht sehr sorgfältig hergestellt sind, leicht Rattermarken am Werkstück. Das ist natürlich ohne Bedeutung, wenn die Schlichtarbeiten auf der Schleifmaschine vorgenommen werden.

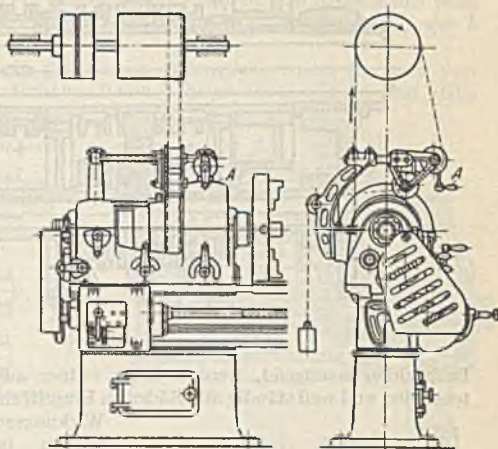


Abb. 46.

Nachteilig beim Stufenscheibenantrieb ist die schon erwähnte ungleiche Leistung des Riemens auf den verschiedenen Stufen.

Ferner ist das Umlegen des Riemens lästig und zeitraubend. Zur Erleichterung des Umlegens dienen Riemenrücker verschiedener Konstruktion; Ausführung der Bamag in Abb. 45.

Beide Nachteile vermeidet die Sawa-Auri-Schaltung der Firma Sauerwald, Barmen nach Abb. 46. Der Riemen hat hier stets die gleiche Geschwindigkeit, und die Verschiebung um eine Stufe erfolgt leicht und schnell während des Ganges durch einmaliges Drehen der Kurbel A. Der Antrieb hat auch noch die Vorteile des Spannrollenriebes gegenüber dem Vorspannungsriebe (siehe Maschinenteile).

## Rädergetriebe.

(1245) Anwendung für Schnitzzwecke bei Leistungen von mehr als 5 PS und für Einzelantrieb durch Motor. Bei Einscheibenantrieb stets gleiche Riemen- und daher gleiche Leistung. Dabei größere Geschw. als beim üblichen Stufenscheibenantrieb. Bei letzterem größere Geschw., wenn Stufenscheibe nicht auf Hauptspindel, sondern auf einer Vorgelegewelle<sup>1)</sup>. Leichtes Wechseln der Geschw. ist ein Vorzug des Räderantriebes. Sodann Fortfall des Deckenvorgeleges, da in der Einscheibe meist Reibungskupplung.

Grundsätzlich unterscheidet man Grundgetriebe zur Erzielung der Grundreihe und Vervielfachungsgetriebe (meist Vorgelege), sodann Zweiwellengetriebe und Dreiwellengetriebe. In konstruktiver Beziehung Ausführung als Kupplungsrädergetriebe, als Schieberäder-, Schwenkräder- und Ziehkeilrädergetriebe.

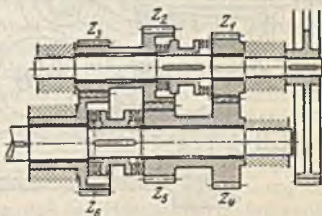


Abb. 47.

<sup>1)</sup> W. M. 1926, S. 289.



Reine Kupplungsrädergetriebe, wie das nach Abb. 47, mit 6 Rädern 4 Geschw. oder das Ruppert-Getriebe nach Abb. 48, mit nur 8 Rädern 8 verschiedene

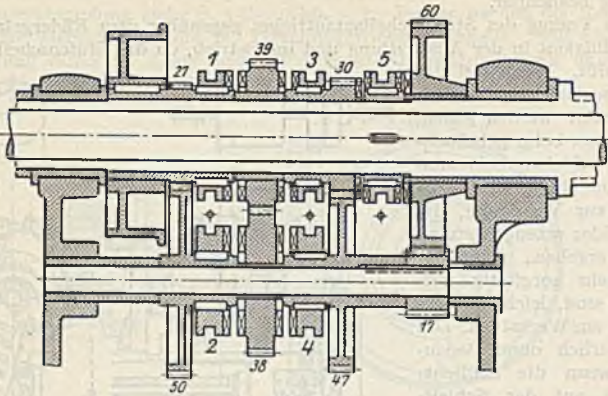


Abb. 48.

Drehzahlen erzeugend, werden heute seltner ausgeführt, weil diese Getriebe teuer sind und weil ständig alle Räder im Eingriff sind, wodurch sich ein schlechter Wirkungsgrad ergibt. Bei diesen Getrieben ist das Zurücktreiben ins Schnelle möglichst zu vermeiden. Ist überhaupt ein Treiben ins Schnelle erforderlich, so sollte das Verhältnis 1,5 : 1 bis 2 : 1 nicht überschritten werden, was für alle Arten von Rädergetrieben zu empfehlen ist.

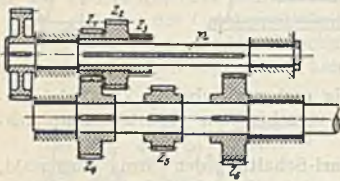


Abb. 49.

Läßt man bei dem Getriebe nach Abb. 47 die Kupplungen fort und führt die Räder  $Z_1$  und  $Z_6$  als aufgefederte Schieberäder aus, so erhält man ein Mittelglied zwischen Kupplungs- und Schieberädergetriebe, das billiger ist als das gezeichnete<sup>1)</sup>.

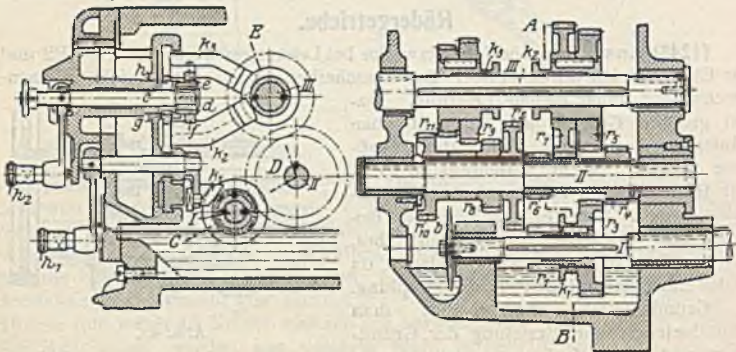


Abb. 50.

Ein Zweiwellengetriebe mit Schieberädern, mit welchem eine Grundreihe von 3 Drehzahlen erreicht wird, zeigt Abb. 49. Zur Schaltung nur ein Verschiebe-

<sup>1)</sup> Coenen: Elemente des Werkzeugmaschinenbaues, S. 40.

organ nötig; Sicherungen nicht erforderlich. Abb. 50 stellt ein einfach gebundenes Dreiwellegenriebe, Ausführung der Firma J. E. Reinecker A. G., Chemnitz, dar. Bindung der Räder  $r_3, r_4, r_5$ , die in ihrer Größe voneinander abhängig sind. An Welle *II* 2 verschiedene Drehzahlen, die vervierfacht werden, so daß der Welle *III* 8 Drehzahlen gegeben werden können. Hierbei Sicherung der Verschiebungen beider Räderblöcke auf Welle *III* gegeneinander dadurch, daß Ritzel  $d$  sich beim Verschieben eines Blockes immer in einem Ausschnitt des Sperrklotzes  $f$  oder  $h$  des andern befindet.

Abb. 51 zeigt ein doppelt gebundenes Dreiwellegenriebe für vier verschiedene Drehzahlen. Geometrische Reihe schwer zu erreichen (Ber. siehe

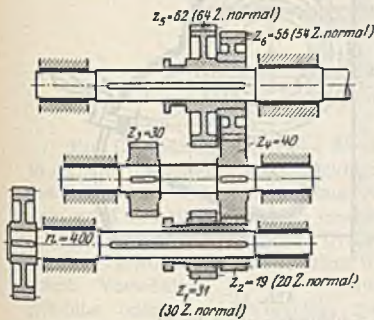


Abb. 51.

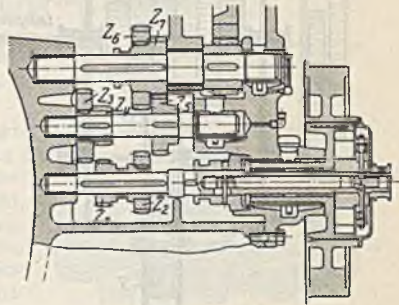


Abb. 52.

unten). Räder werden leicht groß. Deshalb Anwendung korrigierter Verzahnung, wie Abb. zeigt. Mit den eingeschriebenen Zähnezahlen und  $n = 400$  ergibt sich:

$$n_1 = 400 \cdot \frac{z_2}{z_4} \cdot \frac{z_3}{z_5} = 92; \quad n_2 = 400 \cdot \frac{z_2}{z_6} = 136;$$

$$n_3 = 400 \cdot \frac{z_1}{z_5} = 200; \quad n_4 = 400 \cdot \frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 284.$$

Geometrisch geordnet und mit gleichen Enddrehzahlen müßte sein:

$$n_1 = 92; \quad n_2 = 134; \quad n_3 = 194; \quad n_4 = 284.$$

Das einfach gebundene Getriebe ist dem doppelten im allgemeinen vorzuziehen, trotzdem es ein Rad mehr hat, weil es kleiner wird. Eine Ausführung der Deutschen Werkzeugmaschinenfabrik vorm. Sondermann & Stier A. G., Chemnitz, den Antrieb einer Stoßmaschine zeigt Abb. 52. Auch dreifach gebundene Dreiwellegenriebe sind möglich, geometrische Reihen lassen sich aber nicht damit erzielen<sup>1)</sup>. Der Vorteil der Schieberädergetriebe ist die Einfachheit, da keine lose laufenden Räder und keine Kupplungen erforderlich sind. Zahnflanken an den Einschiebeseiten abrunden. Dies auf besonderen Maschinen, z. B. den von J. E. Reinecker, A. G.<sup>2)</sup>.

Die Schwenkrädergetriebe zeichnen sich durch ihre kurze Bauart aus und dadurch, daß sie keine leerlaufenden Räder aufweisen. Die Drehrichtung der treibenden Welle ist möglichst derart zu wählen, daß das Zwischenrad im Schwenkhebel in die getriebenen Räder und der Schwenkhebel in seine Rastenschlitze hineingedrückt wird. Drehrichtung des Rades auf Welle *I* des Getriebes Abb. 53 also entgegengesetzt dem Uhrzeigersinne. Hierdurch wird ein ruhiger Gang gewährleistet. Schwenkrädergetriebe angewendet für Schnittantriebe, besonders

<sup>1)</sup> W.T. 1925, S. 766.

<sup>2)</sup> M. B. 1927, S. 913.



aber für Vorschübe und für das Gewindeschneiden. Erreichbare Gesamtübersetzung des Getriebes etwa 1 : 5.

Der von der Firma Hahn & Koplowitz, Neisse, ausgeführte Antrieb nach den Abb. 54 bis 56 ist eine sinnreiche Erweiterung des einfachen Schwenkrädergetriebes. Am Ende der Handrad-

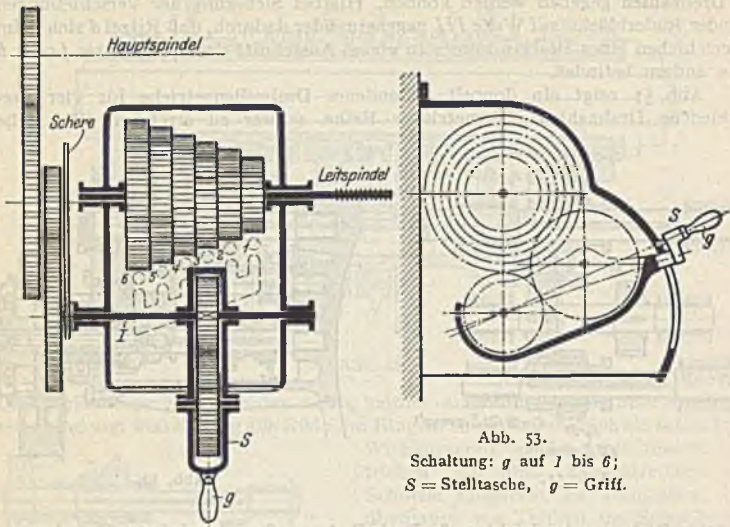


Abb. 53.

Schaltung:  $g$  auf 1 bis 6;  
 $S$  = Stelltasche,  $g$  = Griff.

welle (Abb. 55) sitzt ein Ritzel, welches in eine drehbar gelagerte Zahnstange eingreift. Die Welle ist außerdem mit Gewinde versehen. Die entsprechende Mutter sitzt in der Zwischenradtasche. Durch Drehen am Handrad wird die Tasche längs verschoben und gehoben bzw. gesenkt. Die

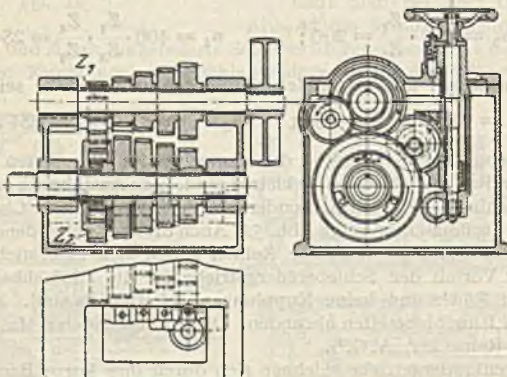


Abb. 54—56.

feste Übersetzung  $Z_1:Z_2$  wirkt dann, wenn das Schwenkrädergetriebe nicht arbeitet. In dem auf der angetriebenen Welle lose laufenden Rad  $Z_2$  ist eine Freilaufrollenkupplung angeordnet. Einrichtung hat den Zweck, das Einrücken zu erleichtern.

Ziehkeilgetriebe, nach Abb. 57 für 8 Drehzahlen, werden wegen ihrer gedrängten Bauart dort angewendet, wo es sich, wie bei Vorschüben, um die Übertragung geringer Kräfte handelt. Der Ziehkeil soll in der getriebenen Welle

angeordnet werden, um das Zurücktreiben ins Schnelle zu vermeiden. Übersetzung  $Z_1:Z_2$  in Abb. 57 nicht größer als 1,5:1.

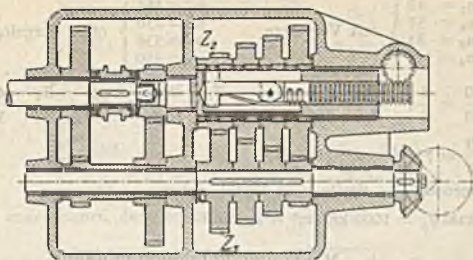


Abb. 57.

Ein Doppelziehkeilgetriebe der Magdeburger Werkzeugmaschinenfabrik ist in Abb. 58 dargestellt. Der Verschiebeweg des Ziehkeils beträgt etwa die Hälfte des der gebräuchlichen Anordnung. Außerdem wird die Welle nicht so geschwächt.

Die durch Zwei- oder Dreiwellengetriebe gewonnenen Grundreihen werden durch Vorschalten weiterer Zweiwellengetriebe oder durch Vorgelege vervielfacht, wie aus Abb. 57 ersichtlich. Für Schnittantriebe empfiehlt sich die Vorgelegekonstruktion nach Abb. 59, bei welcher das große Rad aufgekeilt ist und eingreifende Ritzel verschoben wird. Diese Verschiebung und die der Kupplung sind gegeneinander gesichert und geschehen durch das gleiche Handrad.

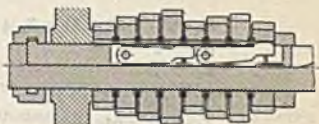


Abb. 58.

Die durch Zwei- oder Dreiwellengetriebe gewonnenen Grundreihen werden durch Vorschalten weiterer Zweiwellengetriebe oder durch Vorgelege vervielfacht, wie aus Abb. 57 ersichtlich. Für Schnittantriebe empfiehlt sich die Vorgelegekonstruktion nach Abb. 59, bei welcher das große Rad aufgekeilt ist und eingreifende Ritzel verschoben wird. Diese Verschiebung und die der Kupplung sind gegeneinander gesichert und geschehen durch das gleiche Handrad.

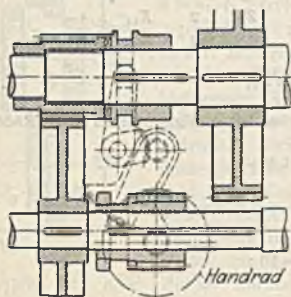


Abb. 59.

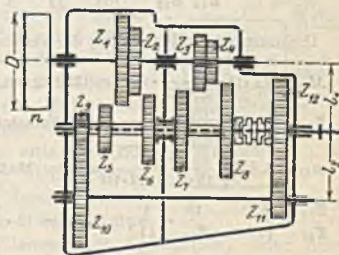


Abb. 60.

## Berechnung von Stufenrädergetrieben.

1. Beispiel: Stufenrädergetriebe nach Abb. 60

$n_1 = 40$ ,  $n_2 = 480$ , Einscheibe 320 mm Durchmesser,  $n = 360$ , Leistung 6 PS.

Riemenscheibe: 
$$v_r = \frac{0,32 \cdot \pi \cdot 360}{60} = 6 \text{ m/sek.}$$

Riemenzug: 
$$P_r = \frac{N \cdot 75}{v_r} = \frac{6 \cdot 75}{6} = 75 \text{ kg.}$$

Riemenbreite: 
$$b = \frac{P_r}{p} = \frac{75}{8} \approx 9 \text{ cm.}$$



Riemenscheibe:  $D = 320$  mm Durchmesser, 100 mm Breite,  $n = 360$  Umdr./min.  
Reihe der Drehzahlen:

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 40 \\ n_2 = 57 \\ n_3 = 81 \\ n_4 = 116 \end{array} \right\} \text{ mit Vorgelege} \quad \left. \begin{array}{l} n_5 = 165 \\ n_6 = 236 \\ n_7 = 336 \\ n_8 = 480 \end{array} \right\} \text{ ohne Vorgelege}$$

$$\frac{Z_1}{Z_6} = \frac{480}{360} = \frac{4}{3}; \quad \frac{Z_2}{Z_6} = \frac{336}{360} = \frac{14}{15}; \quad \frac{Z_3}{Z_7} = \frac{236}{360} \sim \frac{2}{3}; \quad \frac{Z_4}{Z_8} = \frac{165}{360} = \frac{11}{24};$$

$$M_d = P_r \cdot \frac{D}{2} = 75 \cdot 16 = 1200 \text{ kg/cm};$$

$Z_4 = 20$  angenommen. Breite = 10 · Modul, daher  $\psi = 10$ .

Werkstoff Stahl  $k_b = 1000 \text{ kg/cm}^2 = \text{kg/mm}^2$

$$m_4 = 5,85 \sqrt{\frac{M_d}{Z \cdot f \cdot \psi \cdot k_b}} = 5,85 \sqrt{\frac{1200}{20 \cdot 2,14 \cdot 10 \cdot 10}} = 3,85$$

Modul der Teilung = 4 angenommen.

$$\frac{Z_4}{Z_8} = \frac{11}{24}; \quad \frac{Z_5}{Z_8} = \frac{Z_1 \cdot 24}{11} = \frac{20 \cdot 24}{11} \approx 44;$$

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| $Z_4 + Z_8 = 20 + 44 = Z_3 + Z_7;$ | $Z_2 + Z_6 = 64$   |
| $\frac{Z_3}{Z_7} = \frac{2}{3}$    | $\frac{Z_2}{Z_6} = \frac{14}{15}$                            |
| $Z_3 = 26; \quad Z_7 = 38;$        | $Z_2 = 31; \quad Z_6 = 33;$                                  |
| $Z_1 + Z_5 = 64$                   | Achsenabstand $l_1 = \frac{64 \cdot 4}{2} = 128 \text{ mm.}$ |
| $\frac{Z_1}{Z_5} = \frac{4}{3}$    |  |
| $Z_1 = 37; \quad Z_5 = 27;$        |  |

Ausrückbares Vorgelege:

$$\frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{40}{165} = \frac{8}{33} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 11}; \quad \frac{Z_9}{Z_{10}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{4}{11};$$

Drehmoment zur Berechnung der Teilung von  $Z_{11}$ :

$$M_d = 75 \cdot 16 \cdot \frac{44}{20} \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,9^2 = 3220 \text{ kg/cm, wobei } 0,9 = \text{Wirkungsgrad eines Räderpaares.}$$

$Z_{11} = 18$  angenommen,  $\psi = 12$ , Werkstoff St 50.

$$m_{11} = 5,85 \sqrt{\frac{3220}{18 \cdot 2,03 \cdot 12 \cdot 10}} = 5,3; \quad \text{Modul} = 5 \text{ genommen.}$$

$$\frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{4}{11}; \quad \frac{18}{Z_{12}} = \frac{4}{11}; \quad Z_{12} = 18 \cdot \frac{11}{4} = 50;$$

$$\text{Achsenabstand } l_2 = \frac{(18 + 50) \cdot 5}{2} = 170 \text{ mm}$$

$$\frac{r_9 + r_{10} = 170, \quad \frac{r_9}{r_{10}} = \frac{Z_9}{Z_{10}} = \frac{2}{3}}{r_9 = 68 \text{ mm}; \quad r_{10} = 102 \text{ mm}}$$

Wenn Modul der Teilung = 4, dann  $Z_9 = 34$  und  $Z_{10} = 51$ .

Nachahmung:

$$\text{Zahndruck } P_s = P_r \cdot \frac{D}{Z_4 \cdot m_4} \cdot \frac{Z_4 \cdot m_4}{Z_9 \cdot m_9} \cdot \eta_r,$$

$$P_s = 75 \cdot \frac{320}{20 \cdot 4} \cdot \frac{44 \cdot 4}{34 \cdot 4} \cdot 0,9 = 350 \text{ kg};$$

$$k_b = \frac{P}{f \cdot m^2} = \frac{350}{2,48 \cdot 4^2} = 8,8 \text{ kg/mm}^2, \text{ Rad aus St 50.}$$

2. Beispiel: Schieberrädergetriebe nach Abb. 61 für  $n = 300$ ,  $n_1 = 45$ ,  $n_4 = 120$ .

$$\varphi = \sqrt[4]{\frac{120}{45}} = 1,386$$

$$n_1 = 45; \quad n_2 = 63; \quad n_3 = 87; \quad n_4 = 120;$$

$$1. \quad \frac{Z_1 \cdot Z_4}{Z_2 \cdot Z_3} = \frac{45}{300};$$

$$2. \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{63}{300};$$

$$3. \quad \frac{Z_2}{Z_3} = \frac{87}{300};$$

$$4. \quad \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_4} = \frac{120}{300};$$

$$5. \quad Z_1 + Z_3 = Z_2 + Z_4;$$

$$6. \quad Z_3 + Z_5 = Z_4 + Z_6;$$

$$Z_1 \text{ wird } = 18 \text{ angenommen, dann aus 2.) } Z_2 = \frac{18 \cdot 300}{63} = 86.$$

Aus 5. und 6. erhält man  $Z_1 - Z_5 = Z_2 - Z_6$  oder  $18 - 86 = Z_2 - Z_6$ ;  $Z_6 - Z_2 = 68$ ;  $\frac{Z_2}{Z_6} = \frac{87}{300}$ . Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich:  $Z_6 = 96$  und  $Z_2 = 28$ . Erhaltene Werte in 1. eingesetzt

$$\frac{18 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot 96} = \frac{45}{300}; \quad \frac{Z_4}{Z_3} = 0,8; \quad Z_4 = 0,8 \cdot Z_3;$$

$$18 + Z_3 = 28 + Z_4; \quad Z_3 - Z_4 = 10; \quad Z_3 - 0,8 Z_3 = 10.$$

Hieraus ergibt sich  $Z_3 = 50$  und  $Z_4 = 40$ .

Erscheinen die für  $Z_3$  und  $Z_4$  erhaltenen Werte zu groß für die praktische Ausführung, so können die Zähnezahlen unter Beibehaltung des Verhältnisses von  $Z_3$  kleiner genommen werden. Die dadurch entstehenden Unterschiede in den Achsenabständen können durch korrigierte Verzahnung ausgeglichen werden. So können im vorliegenden Falle  $Z_3 = 40$  und  $Z_4 = 32$  gemacht werden. Die Räder  $Z_1$ ,  $Z_3$  und  $Z_5$  sind dann mit entsprechend vergrößertem Durchmesser unter Beibehaltung der errechneten Zähnezahlen auszuführen.

Wenn geometrische Reihe erreicht werden soll, dann stets  $n > n_1$ ,  $l_2 > l_1$ !).

Erfolgt der unmittelbare elektr. Antrieb einer Werkzeugmaschine durch Motor mit gleichbleibender Drehzahl, dann Räderkasten wie für Einscheibenantrieb. Zwischen Motor und Rädergetriebe eine der Drehzahl des Motors entsprechende feste Übersetzung. Übertragung der Bewegung durch Räder, wobei häufig ein Zwischenrad

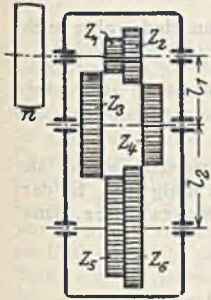


Abb. 61.

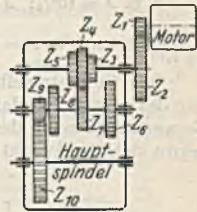


Abb. 62.

erforderlich ist, oder durch kurzen Riemen mit Spannrolle, oder durch Kette.

Wenn Antrieb durch polumschaltbaren Drehstrommotor oder Gleichstromregelmotor, dann besondere Ausbildung der Räderkasten. Polumschaltbare Drehstrommotoren für Werkzeugmaschinen haben meist 2 Nenn Drehzahlen, also 1500/3000, 750/1500, 500/1000 bei gleicher Leistung. Infolge des Schlupfes sind Drehzahlen in Wirklichkeit kleiner. Steigerungszahl der Drehzahlenreihe an der Hauptspindel gleich  $\sqrt[4]{2} = 1,41$  oder  $\varphi = \sqrt[3]{2} = 1,26$  oder  $\varphi = \sqrt[4]{2} = 1,19$ .

Abb. 62 zeigt einen Antrieb für 6 Geschw. Wenn kleinste Drehzahl z. B. = 20, dann Reihe: 20; 25,2; 31,8; 40; 50,4; 63,6. Die eingekreisten sind die

!) Coenen: El., S. 49.



durch Polumschalten gewonnenen.  $\varphi = \sqrt[3]{2} = 1,26$ . Wenn Übersetzung  $\frac{Z_4}{Z_7} = \frac{1}{1}$  angenommen, dann

$$\frac{Z_3}{Z_6} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{1}{1,59}, \quad \frac{Z_5}{Z_8} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{1,26}.$$

Ist das Schieberädergetriebe für 2 Geschw. gebaut, dann 4 Drehzahlen an der Hauptspindel mit  $\varphi = \sqrt{2} = 1,41$ , wenn für 4 Geschw., dann 8 an der Hauptspindel mit  $\varphi = \sqrt[4]{2} = 1,19$ . Wird noch ein Vorgelege mit  $J = \frac{1}{4}$  vorgeschaltet, dann Verdopplung der Grundreihe, durch ein weiteres mit  $J = \frac{1}{4}$  wird sie verdreifacht.

Beim Gleichstromregelmotor Vergrößerung der Drehzahl meist durch Feldschwächung. Hierbei Leistung in PS bei allen Drehzahlen gleich. Regelbereich häufig 1:3. Höher als 1:4 geht man gewöhnlich nicht, weil Motor sonst in äußeren Abmessungen zu groß<sup>1)</sup>.

Die Drehzahlen des Regelmotors werden nach der geometrischen Reihe abgestuft und die Stufenzahl berechnet sich nach der Formel

$$z = 1 + \frac{\log \frac{n_z}{n_1}}{\log \varphi} \quad (\text{S. 1321}).$$

$\frac{n_z}{n_1}$  ist hier der Regelbereich des Motors, also vielfach gleich 3. Für den Geschwindigkeitsabfall kann man 5 — 10%<sup>0</sup> zulassen. Man findet aber auch kleinere Werte. Aus diesem Abfall bestimmt sich dann  $\varphi$ .

Z. B.  $A = 10\%_0$ ;  $A = \frac{\varphi - 1}{\varphi} = 0,1$ . Hieraus  $\varphi = 1,11$ ; Regelbereich =  $\frac{3}{1}$ ;  $z = 1 + \frac{\log 3}{\log 1,11} \approx 12$ . Für  $A = 5\%_0$  erhält man  $z = 22$ .

Der Gesamtregelbereich einer Werkzeugmaschine ist meistens größer als der des Motors, so daß zur Übertragung noch Räderstufen nötig sind. Ist der Gesamtregelbereich der Maschine = 1:R, der Bereich des Motors = 1:r, dann ergibt sich die Anzahl x der Räderstufen wie folgt:

$$\begin{array}{ll} n_1 - r \cdot n_1 & \text{— erste Räderstufe.} \\ r \cdot n_1 - r^2 \cdot n_1 & \text{— zweite Räderstufe,} \\ r^2 \cdot n_1 - r^3 \cdot n_1 & \text{— dritte Räderstufe,} \\ \dots & \text{—} \\ r^{x-1} \cdot n_1 - r^x \cdot n_1 & \text{— x-te Räderstufe.} \end{array}$$

$$\text{Hieraus } \frac{n_1}{r^x \cdot n_1} = \frac{1}{R}; \quad r^x = R; \quad x = \frac{\log R}{\log r}.$$

$$\text{Z. B. } 1:R = 1:25; \quad 1:r = 1:3; \quad x = \frac{\log 25}{\log 3} = 3.$$

Es tritt dann kein Geschwindigkeitsabfall zwischen den Räderstufen ein. Läßt man das aber zu, so kann man dadurch den Gesamtregelbereich erweitern. Diese Berechnung gilt auch bei Verw. eines AEG-Reguliergetriebes<sup>2)</sup>, das für konstante Leistung oder konstantes Drehmoment gebaut wird.

Der Motor des Antriebes nach Abb. 63 mache 1000 bis 3000 Umdrehungen

<sup>1)</sup> Motor von F. Böhm & Co., Stuttgart, hat einen Regelbereich von 1:8.

<sup>2)</sup> AEG-Mitt. 1930, Heft 3.

Die Hauptspindel soll mit folgenden Drehzahlen laufen:

$$\begin{aligned} 18 & -54, \\ 57,6 & -173, \\ 183 & -550. \end{aligned}$$

Die Räderübersetzungen berechnen sich einfach zu:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{183}{1000} = \frac{1}{5,46},$$

$$\frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_7}{Z_8} = \frac{57,6}{183} = \frac{1}{3,2},$$

$$\frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_5}{Z_6} = \frac{18}{183} = \frac{1}{10,2},$$

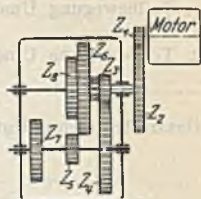


Abb. 63.

Die Regelung der Drehzahlen des Gleichstrommotors außer durch Feldschwächung durch Änderung der Klemmenspannung. Das Drehmoment bleibt dabei konstant, Leistung daher mit zunehmender Drehzahl größer. Anwendung dieser Regelung bei mittelbaren elektrischen Hobelmaschinenantrieben, die in Leonardschaltung gesteuert werden<sup>1)</sup>.

Zur Erzielung von Höchstleistungen beim Schruppdrehen schlägt Baltz<sup>2)</sup> vor, die erwähnte Art der Regelung des Motors zu verwenden, zum Antrieb eines normalen Räderkastens für Einscheibe. Regelbereich des Motors bei gleichbleibendem Drehmoment z. B. 1 : 2,5, Steigerungszahl der Reihe an der Hauptspindel der Maschine  $\varphi = 1,3$ .

### Umlaufgetriebe.

(1246) Werden im Werkzeugmaschinenbau verwendet zur Erreichung großer Übersetzungen, zur Bewegungsumkehr und zur Erzielung von Zusatzbewegungen, wie sie z. B. bei Hinterdrehbänken und Schraubenräderfräsmaschinen, die nach dem Abwälzverfahren arbeiten, erforderlich sind.

Es gibt eine ganze Reihe von Verfahren, um die Übersetzungsverhältnisse von Umlaufgetrieben abzuleiten. Von diesen Verfahren sei hier nur eins gebracht. Es ist das auf der Anschauung beruhende von Swamp<sup>3)</sup> an Hand von Abb. 64. Abb. 64 stellt ein Umlaufgetriebe mit Außenverzahnung dar. Die Einleitung der Bewegung geschehe durch den Arm, der  $n$  Umdrehungen machen soll, während das Rad  $Z_1$  festgehalten wird. Bestimmung der Umlaufzahl des Rades  $Z_4$ .

Es sei zunächst angenommen, daß Rad  $Z_1$  nicht festgehalten wird, und daß der Arm und das Rad  $Z_2$  durch einen Riegel  $r$  verriegelt sind. Läßt man nun den Arm eine Umdrehung in der Richtung des Pfeiles machen, so macht das Rad  $Z_4$  ebenfalls eine Umdrehung in dieser Richtung und ebenso Rad  $Z_1$ .

Nun wird der Riegel  $r$  entfernt und das Rad  $Z_1$  durch Zurückdrehen, also im Sinne des gestrichelten Pfeiles in seine ursprüngliche Lage gebracht, während der Arm festgehalten wird. Das Rad  $Z_1$  macht demnach  $-1$  Umdrehung und

das Rad  $Z_4$ :  $-1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}$  Umdrehung.

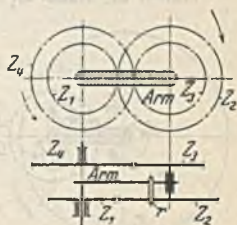


Abb. 64.

<sup>1)</sup> W. M. 1920, S. 271.

<sup>2)</sup> Siehe auch W. M. 1929, S. 285. M. B., Sonderheft Zerspanung 1926, S. 12.

<sup>3)</sup> W.T. 1910, S. 271.



Durch Zusammensetzen der beiden Teilbewegungen erhält man die Gesamtbewegung laut Aufgabe, bei welcher der Arm eine Drehbewegung ausführt, während das Rad  $Z_1$  festgehalten wird nach folgendem Schema:

|                           | Arm | Rad $Z_1$ | Rad $Z_4$                                   |
|---------------------------|-----|-----------|---|
| 1. Teilbewegung Umdreh. = | + 1 | + 1       | + 1   |
| 2. Teilbewegung Umdreh. = | 0   | - 1       | - 1 · $\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$ |
| Gesamtbewegung Umdreh. =  | + 1 | 0         | 1 - $\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$   |

Macht der Arm  $n$  Umdrehungen, dann ergibt sich für Rad  $Z_4$ :

$$n_4 = n \left( 1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right).$$

Wenn das Rad  $Z_1$  nicht festgehalten wird, sondern sich im gleichen Sinne wie der Arm mit  $n$  Umläufen dreht, so entsteht eine dritte Teilbewegung und das Endresultat für  $Z_4$ :

$$n_4' = n \left( 1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) + n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}.$$

Erfolgt die Drehung von  $Z_1$  im entgegengesetzten Sinne wie die des Armes, dann ist

$$n_4' = n \left( 1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) - n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}.$$

Haben die Räder  $Z_1$  und  $Z_4$  beide Innenverzahnung, so gelten die gleichen Beziehungen wie vorstehend.

Wenn nur  $Z_1$  Innenverzahnung nach Abb. 65, ergibt sich<sup>1)</sup>:

$$n_4 = n \left( 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right).$$

Wenn auch bei diesem Getriebe das Rad  $Z_1$  mit  $n_1$  Umläufen im gleichen Sinne wie der Arm sich dreht, dann ist:

$$n_4' = n \left( 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) + n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}.$$

Ist der Drehsinn von  $Z_1$  dem des Armes entgegengesetzt, dann:

$$n_4' = n \left( 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) - n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}.$$

Nach v. Dobbeler<sup>2)</sup> ist der Reibungsverlust eines Umlaufgetriebes mit Innenverzahnung immer geringer als der eines gewöhnlichen, aus 2 Zahnräderpaaren bestehenden Vorgeleges. Dagegen kann er bei Außenverzahnung je nach der gewünschten Drehzahländerung weit höher sein.

<sup>1)</sup> Andere Art der Ableitung siehe Coenen: El., S. 62.

<sup>2)</sup> Betrieb 1919, S. 173.

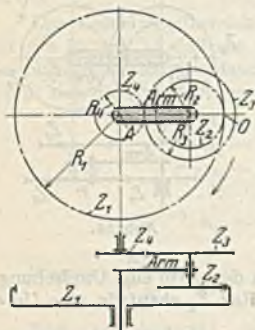


Abb. 65.

Bei dem Umlaufgetriebe mit Kegelrädern (Differentialgetriebe) nach Abb. 66 erhält man unter Anwendung der vorstehenden Formeln, wenn  $Z_1$  festgehalten wird und der Arm  $n$  Umdrehungen macht:

$$n_4 = n \left( 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) = n (1 + 1) = 2n.$$

Wenn  $Z_1$  mit  $n_1$  im gleichen Sinne wie der Arm, dann:

$$n_4' = 2n - n_1.$$

Bei entgegengesetztem Drehsinn:

$$n_4' = 2n + n_1.$$

Zahndrücke, Momente und Arbeitsleistungen<sup>1)</sup>: Abb. 67.

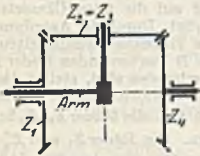


Abb. 66.

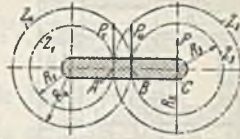


Abb. 67.

1.  $Z_1$  wird festgehalten, dann Drehpunkt bei A:

$$-P \cdot R_2 - P_4 (R_2 - R_3) = 0; \quad P \cdot R_2 = -P_4 (R_2 - R_3);$$

$$\frac{P_4}{P} = -\frac{R_2}{R_2 - R_3}.$$

2.  $Z_4$  festgehalten, dann Drehpunkt bei B:

$$-P \cdot R_3 + P_1 (R_2 - R_3) = 0; \quad P \cdot R_3 = P_1 (R_2 - R_3);$$

$$\frac{P_1}{P} = \frac{R_3}{R_2 - R_3}.$$

3. Arm festgehalten, dann Drehpunkt bei C:

$$P_1 \cdot R_2 + P_4 \cdot R_3 = 0; \quad P_1 \cdot R_2 = -P_4 \cdot R_3;$$

$$\frac{P_1}{P_4} = -\frac{R_3}{R_2}.$$

Addition von 1. und 2. ergibt:

$$\frac{P_4 + P_1}{P} = \frac{-R_2 + R_3}{R_2 - R_3} = -1; \quad P + P_1 + P_4 = 0.$$

Addition von 2. und 3. oder von 1. und 3. ergibt dasselbe.

$$4. \quad \frac{M_4}{M_1} = \frac{P_4 \cdot R_4}{P_1 \cdot R_1} = -\frac{R_2 \cdot R_4}{R_3 \cdot R_1} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot Z_1}.$$

$$5. \quad \frac{M}{M_1} = \frac{P (R_2 + R_1)}{P_1 \cdot R_1} = \frac{(R_2 - R_3) (R_2 + R_1)}{R_3 \cdot R_1}$$

$$= \frac{R_2 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_1 - R_3 \cdot R_1}{R_3 \cdot R_1};$$

$$\frac{M}{M_1} = \frac{R_2 (R_2 - R_3 + R_1)}{R_3 \cdot R_1} - 1 = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_3 \cdot R_1} - 1 = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} - 1.$$

<sup>1)</sup> Betrieb 1919, S. 173.



(4) und (5) addiert:

$$\frac{M_3 + M}{M_1} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} + \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} - 1 = -1;$$

$$\underline{M + M_1 + M_4 = 0.}$$

Summe der zu- und abgeführten Arbeitsleistungen muß gleich Null sein.

$$\underline{M \cdot n + M_1 \cdot n_1 + M_4 \cdot n_4 = 0; \quad N + N_1 + N_4 = 0.}$$

Abb. 68 zeigt die zweimalige Anwendung des Umlaufgetriebes mit Außenverzahnung zum Antrieb einer Stößelholmaschine der Firma Lange & Geilen in Halle. Die Welle A wird durch Einscheibe oder durch Motor angetrieben. Auf dieser Welle kann eine Kupplung verschoben werden, die die Bewegung auf die feste Übersetzung links oder rechts überträgt. Durch die Anordnung werden zwei verschiedene Hobelgeschwindigkeiten erreicht. Die auf der Welle B lose laufenden Räder  $Z_1$  und  $Z_4$ , die miteinander verbunden sind, stellen das dar, was in Abb. 64 mit Arm bezeichnet ist. Diese Räder tragen Bolzen, auf denen sich die Räder  $Z_2, Z_3$  bzw.  $Z'_2, Z'_3$  frei drehen können. Die Räder  $Z_1$  und  $Z'_1$  sind mit Bremstellern C bzw. C' fest verbunden, sie laufen lose auf Welle B, auf der die Räder  $Z_4$  und  $Z'_4$  fest aufgekittet sind. Die Drehbewegung der Welle B wird durch die Räder  $Z_1$  und  $Z_2$  auf die Welle D übertragen, auf der die Ritzel  $Z_3$  sitzen, die durch Vermittlung von Zwischenrädern in die Stößelzahnstangen eingreifen. Der — nicht gezeichnete — Stößel bewegt sich also in der Richtung senkrecht zur Bildebene. Bei der Arbeit des Stahles wird durch besondere Steuerorgane der linke Bremsteller und damit Rad  $Z_1$  festgehalten und die Übertragung der eingeleiteten Bewegung geschieht durch das linke Umlaufgetriebe. Bei der Umsteuerung wird die Bremsung des Tellers C gelöst und der rechte Teller gebremst. Es erfolgt der Rücklauf, wobei die Bewegung über das rechte Umlaufgetriebe geleitet wird. Es laufe nun die Welle A mit 300 Umdrehungen in der Minute. Die Kupplung wird links eingerückt. Die Übersetzung beträgt 1:3, so daß das Rad  $Z_1$  100 Umdrehungen macht. Die Zahnzahlen der Umlaufgetriebe sind  $Z_1 = 30, Z_2 = 26, Z_3 = 18, Z_4 = 38$ , weiter  $Z'_1 = 38, Z'_2 = 18, Z'_3 = 26, Z'_4 = 30$ . Beim Arbeitsgang des Stößels wird demnach die Drehzahl der Welle  $B = n_1 = n \left(1 - \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_4}\right)$ ;

$$n_1 = 100 \left(1 - \frac{30 \cdot 18}{26 \cdot 38}\right) = 100(1 - 0,55) = 45.$$

Die feste Übersetzung  $Z_1 : Z_2 = 1 : 2$  und die Ritzel  $Z_3$  haben 20 Zähne bei  $8 \pi$  Teilung. Die Arbeitsgeschwindigkeit beträgt demnach  $c_a = 45 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 8 \pi = 11,4$  m/min.

Beim Rücklauf arbeitet das rechte Umlaufgetriebe. Man erhält dann:

$$n_1 = 100 \left(1 - \frac{38 \cdot 26}{18 \cdot 30}\right) = 100(1 - 1,82) = -82.$$

Das — Zeichen läßt erkennen, daß sich die Welle B nun im entgegengesetzten Sinne dreht wie das Rad  $Z_1$ . Die Rücklaufgeschwindigkeit beträgt also:

$$c_r = 82 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 8 \cdot \pi = 20,5 \text{ m/min.}$$

Bei dem Getriebe Abb. 64 kann natürlich auch das Rad 4 festgehalten werden. Die Drehzahl  $n_1$  des Rades  $Z_1$  ist dann:

$$n_1 = n \left(1 - \frac{Z_4 \cdot Z_2}{Z_3 \cdot Z_1}\right).$$

Die vom Arm eingeleitete Bewegung kann also an zwei Stellen weitergeleitet werden. Von dieser Eigenschaft des Umlaufgetriebes wird Gebrauch gemacht,

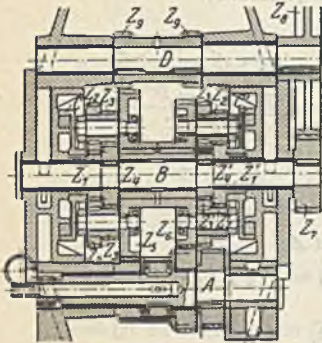


Abb. 68.

um zwei aufeinanderfolgende Bewegungen zu erzielen, wobei einmal das Rad  $Z_1$  und dann das Rad  $Z_4$  festgehalten wird<sup>1)</sup>.

Abb. 69 zeigt das Differentialgetriebe einer Hinterdrehbank. Wenn  $n_1 = 0$  und  $n_4 = 10$ , dann ist  $n_4 = 2n$ , also  $10 = 2n$ , woraus  $n = 5$ .

Wenn die Bewegung nicht nur von  $Z_4$  aus erfolgen soll, sondern auch von  $Z_1$  aus, wobei  $n_1 = 6$  angenommen werde und die Drehrichtung im gleichen Sinne wie die von  $Z_4$ , dann  $n_4' = 2n - n_1$ , also  $10 = 2n - 6$ , woraus

$$n = \frac{10 + 6}{2} = 8.$$

Wenn bei  $n_1 = 6$  die Drehrichtung im entgegengesetzten Sinne wie die von  $Z_4$ , dann  $n_4' = 2n + n_1$ , also

$$10 = 2n + 6, \text{ woraus } n = \frac{10 - 6}{2} = 2.$$

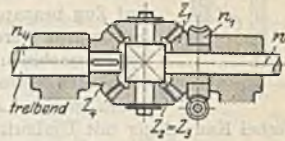


Abb. 69.

Das letzte Beispiel zeigt, daß bei den Umlaufgetrieben auch der Arm angetrieben sein kann, wobei die Einleitung der Bewegung durch Rad  $Z_4$  oder  $Z_1$  geschehen kann.

### Antriebsteile für gerade Bewegungen.

(1247) Eine geradlinige Bewegung kann durch Schnecke und Zahnstange hervorgebracht werden. Diese Bauart wird jetzt wohl seltener ausgeführt, hauptsächlich wegen der Schwierigkeit der Herstellung — zueinander schrägliegende Wellen — und wegen des kleinen Eingriffsfeldes der Schnecke. Liegen die Zähne der Zahnstange unter dem Reibungswinkel, so ist der Seitendruck auf den getriebenen Teil aufgehoben<sup>1)</sup>. Da die Größe der Reibzahl aber sehr unsicher ist, erscheint dieser Vorzug zweifelhaft. Das Antriebsrad der Schneckenwelle kann bei dieser Bauart groß gemacht werden.

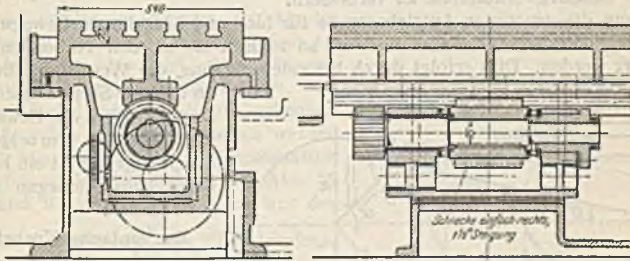


Abb. 70/71.

Liegt die Schneckenachse parallel der Achse des zu treibenden Teiles, so werden vor allem die Eingriffsverhältnisse weit besser, da die Zahnstange, die man hier als Langmutter bezeichnen kann, die Schnecke teilweise umfaßt. Allerdings kann das die Schnecke antreibende Rad nicht größer gemacht werden, als der Kerndurchmesser der Schnecke. Dieser Antrieb, der in Abb. 70/71 dargestellt ist, wird bei den Langfräsmaschinen für den Vorschub des Tisches viel verwendet.

Antrieb durch Schraube und Mutter unterscheidet sich von dem vorhergehenden eigentlich nur dadurch, daß die Mutter verhältnismäßig kürzer ist als die Schraube und daß in vielen Fällen die Mutter die Schraubenspindel ganz umfassen kann. Diese Art wird sowohl für Haupt- als auch für Vorschubbewegungen verwendet, so z. B. werden die Schnittbewegungen der Hobelmaschinen

<sup>1)</sup> Schieß-Nachrichten 1922/23, S. 59.



mit ruhendem Werkstück stets durch Schraubenspindel und Mutter erzeugt. Müssen die Spindeln wegen ihrer Länge unterstützt werden, so müssen Ausweichlager vorgesehen werden oder die Muttern können die Spindeln nur teilweise umfassen, wie Abb. 72 zeigt. Die Spindeln werden zweckmäßig stets mit Leitspindelgewinde ausgeführt, um sie fräsen zu können. Die Schraubenspindeln sollen möglichst nur auf Zug beansprucht werden und dieser durch Kugellager aufgenommen werden, was bei den langen Spindeln der Gruben-hobelmaschinen usw. Schwierigkeiten bereitet, weil die Spindeln sich beim Arbeiten etwas erwärmen, sich dehnen und dann in den Lagern schlottern. Vielfach wendet man deshalb



Abb. 72.

hierbei Kammlager mit Umlaufschmierung an. Soll der Verschleiß ausgeglichen werden, so muß die Mutter geteilt werden oder man versieht die Mutter mit einem Weißmetallfutter, welches erneuert werden kann.

Antrieb durch Zahnstange und Rad wird sowohl für Haupt- als auch für Schaltbewegungen verwendet, z. B. bei den Tischhobelmaschinen für den Schnitt und bei der Drehbank für den Vorschub. Der Wirkungsgrad ist ein besserer als der der vorhin erwähnten Antriebsarten. Jedoch sind meist mehr Übersetzungsglieder erforderlich, wodurch ein Teil des Gewinnes wieder verlorengeht. Das in die Zahnstange eingreifende Ritzel muß vielfach mit sehr kleiner Zähnezahl ausgeführt werden und erhält deshalb zweckmäßig korrigierte Verzahnung, um den Unterschnitt zu vermeiden und die Eingriffsverhältnisse zu verbessern.



Abb. 73.

Wenn die genannten Antriebsorgane für hin- und hergehende Bewegungen, z. B. Hobelzwecke, verwendet werden, so müssen sie an den Hubenden umgesteuert werden. Dies erfolgt durch besondere Organe, die Wendegetriebe, die an anderer Stelle besprochen werden. Wird die Bewegung aber durch ein Kurbelgetriebe erzeugt, so ist ein besonderes Umsteuerorgan nicht erforderlich.

Der einfache Kurbeltrieb wird im Werkzeug-Maschinenbau für kleine Stoß- und Shapingmaschinen, für Exzentrerschere und Pressen und im ausgedehnten Maße für den Schaltantrieb verwendet. Aus Abb. 73 kann man ablesen:

$$P = \frac{T \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$
 wobei  $T$  die Drehkraft am Kurbelzapfen und  $P$  den Stößel-  
druck bedeutet. Sodann besteht die Arbeitsgleichung:  $T \cdot v = P \cdot c$ , worin  $v$   
gleich Kurbelzapfengeschwindigkeit und  $c$  gleich Stößelgeschwindigkeit. Hieraus  
ergibt sich:  $c = v \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$ . In Abb. 74 sind in den jeweiligen Stößel-  
stellungen die Geschwindigkeiten als Ordinaten aufgetragen. Die Konstruktion  
der Geschwindigkeitsgrößen ist aus der Abb. 74 zu ersehen.  $c = \max$  für  
 $\alpha + \beta \cong 90^\circ$ .

$v = 2\pi r n = h \pi n$ . Hierbei sind  $r$  und  $h$  in  $m$  einzusetzen, um die Geschwindigkeit in  $m/min$  zu erhalten. Die mittlere Schnittgeschwindigkeit

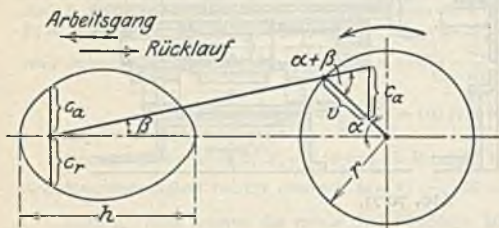


Abb. 74.

$c_m = 2hn$ . Soll diese bei den verschiedenen Hüben gleich sein, so muß  $n$  geändert werden können.

Aus dem Geschwindigkeitsplan geht hervor, daß die Geschwindigkeit bei dem einfachen Kurbeltrieb sich während des Hubes stark ändert. Ferner ist die Arbeitsgangzeit gleich der Rücklaufzeit. Der Antrieb ist daher für Schnitzzwecke nicht sonderlich geeignet. Man verwendet deshalb meist die folgenden Abarten des einfachen Kurbeltriebs.

Abb. 75 zeigt den Antrieb durch Kurbelschwinge. Hierbei ist

$$\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$$

Dieses Verhältnis wird um so ungünstiger, je kleiner der Hub ist. Die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit

$$c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\alpha^0}$$

und die mittlere Rücklaufgeschwindigkeit

$$c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\beta^0}. \text{ Das Verhältnis } \frac{t_a}{t_r} \text{ für}$$

größten Hub etwa 1,7 – 2. Die zeichnerische Gewinnung der wirklichen Geschwindigkeit für die verschiedenen Stellungen des Stößels geht aus Abb. 75 hervor.

$$\cos \frac{\beta}{2} = \frac{r}{e} = \frac{h}{2l}; \quad \alpha + \beta = 360^\circ;$$

$$\frac{c_{a \max}}{v} = \frac{l}{e+r} \text{ für den Arbeitsgang;}$$

$$\frac{c_{r \max}}{v} = \frac{l}{e-r} \text{ für den Rücklauf. Der}$$

Rücklauf erfolgt in kürzerer Zeit als der Arbeitsgang, und die Geschwindigkeit ist beim Arbeiten eine viel gleichmäßigere als beim einfachen Kurbeltrieb, wie Geschwindigkeitsplan (Abb. 76) erkennen läßt. Aus den Geschwindigkeiten werden die Beschleunigungen durch Konstruktion der Subnormalen genommen, wie Abb. 76 zeigt und für die Umkehrpunkte aus der Radialbeschleunigung  $\frac{v^2}{r}$  des Kurbelzapfens,

Abb. 75. In Abb. 77 sind die Beschleunigungen nach oben und die Verzögerungen nach unten abgetragen.

Ausgeführt wird der Antrieb auch in der Weise, daß das Gleitgelenk bei  $S$  nach  $M_2$  verlegt wird; bei  $S$  dann festes Gelenk. Oder es wird die Stange mit dem Stößel durch eine kurze Schubstange verbunden, Abb. 192 S. 1388. Schließlich kann auch bei  $M_2$  eine Gelenkstange vorgesehen werden, wenn bei  $S$  festes Gelenk.

Der in Abb. 78 dargestellte Antrieb durch Umlaufschleife weist ebenfalls gleichmäßige Arbeitsgeschwindigkeit und schnellen Rücklauf auf.

Auch hier gilt wieder die Beziehung  $\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$ . Dieses Verhältnis bleibt aber konstant, da die Veränderung des Hubes durch die Verstellung des Zapfens  $Z_2$  erfolgt, während  $r$  seine Größe stets beibehält. Die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit ist wieder  $c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\alpha^0}$  und die mittlere

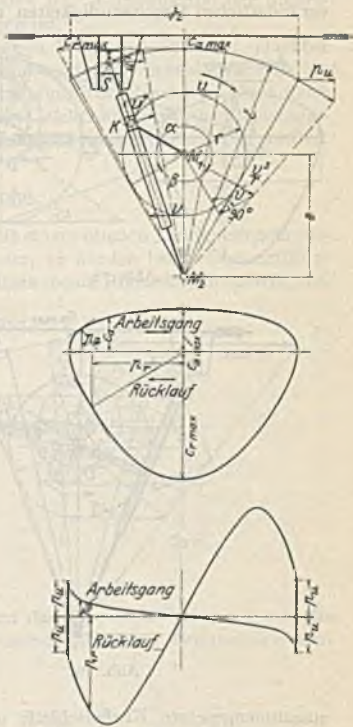


Abb. 75—77.



Rücklaufgeschwindigkeit  $c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\beta^\circ}$ . Wie bei allen Kurbeltrieben muß  $n$  verändert werden, wenn bei den verschiedenen Hübren die Arbeits-Geschwindigkeit gleichbleiben soll. Aus der Abbildung geht hervor, daß  $\cos \frac{\beta}{2} = \frac{e}{r}$  und  $\alpha + \beta = 360^\circ$  ist.  $\frac{v_1'}{v} = \frac{R}{r+e}$  für den Arbeitsgang und  $\frac{v_2'}{v} = \frac{R}{r-e}$  für den Rücklauf. Die jeweiligen Stößelgeschwindigkeiten werden aus den veränderlichen Geschwindigkeiten  $v'$  des Zapfens  $Z_2$  in der gleichen Weise gewonnen, wie beim einfachen Kurbeltrieb in Abb. 74 gezeigt. Der Zapfen  $Z_1$  erhält seine konstante Geschwindigkeit  $v$  vom Antrieb aus.

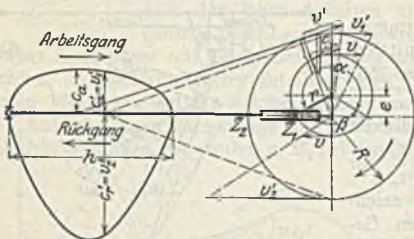


Abb. 78.

Angewendet wird die Umlaufschleife für den Antrieb von Stoßmaschinen, aber auch bei Zahnradhobelmaschinen, während bei den Shapingmaschinen meist die Kurbelschwinge genommen wird, weil sie sich bei diesen Maschinen bequem einbauen läßt.

Abb. 79 zeigt die aus Umlaufschleife und Kurbelschwinge

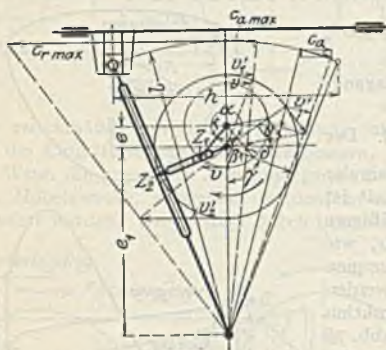


Abb. 79.

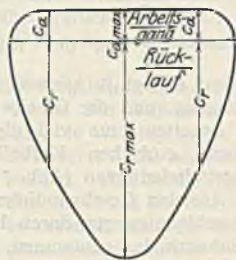


Abb. 80.

zusammengesetzte Kurbelschleife und Abb. 80 den dazu gehörigen Geschwindigkeitsplan.

Durch diese Anordnung kann ein stark beschleunigter Rücklauf erzielt werden.

$$\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$$

Man findet Ausführungen, bei denen das Verhältnis  $\frac{t_a}{t_r} = 3,5$ .

Sodann ist die Arbeitsgeschwindigkeit eine sehr gleichförmige, wie aus Abb. 80 zu ersehen. Nachteilig sind die Verwickeltheit des Getriebes und die hohen Massendrucke beim Rücklauf, daher schneller Verschleiß der Gelenke. Deshalb reichliche Bemessung von Zapfen und Gleitflächen. Weiterer Nachteil ein hoher Kraftverbrauch beim Rücklauf. Wie bei den vorhergehenden Getrieben

ist die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit  $c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\alpha^\circ}$  und die mittlere Rücklaufgeschwindigkeit  $c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\beta^\circ}$ .

Aus Abb. 79:  $\cos \gamma = \frac{R}{e_1}$  und  $\frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = \frac{e}{r}$ , hieraus  $\frac{\beta}{2} = \gamma - \delta$ ;  $\frac{v_1'}{v} = \frac{R}{r+e}$  und  $\frac{c_{\sigma \max}}{v_1'} = \frac{l}{e_1 + R}$  für den Arbeitsgang. Für den Rücklauf:  $\frac{v_2'}{v} = \frac{R}{r-e}$  und  $\frac{c_{r \max}}{v_2'} = \frac{l}{e_1 - R}$ . Zapfen  $Z_1$  erhält seine unveränderliche Geschwindigkeit  $v$  vom Antrieb aus, während die Geschwindigkeit  $v'$  des Zapfens  $Z_2$ , je nach seiner Stellung verschieden ist. Konstruktion der Stoßgeschwindigkeiten aus  $v'$ , wie in Abb. 75 gezeigt.

Verwendung der Kurbeltriebe bis zu einem Hube von 800 mm. Darüber ist der Antrieb durch Zahnstange oder Schraubenspindel vorzuziehen. Als ein Vorzug der Kurbeltriebe ist die genaue Umsteuerung zu betrachten. Doch kann dies auch durch neuzeitliche Ausführungen mit elektromagnetischer Umsteuerkupplung oder mit Umkehrmotor bei den anderen Antriebsarten erreicht werden.

### Wendegeräte.

(1248) Riemenwendegeräte arbeiten mit einem offenen und einem gekreuzten Riemen. Erfolgt die Umsteuerung seltener, so werden beide Riemenführer auf der gleichen Stange angeordnet und mithin beide Riemen gleichzeitig ver-

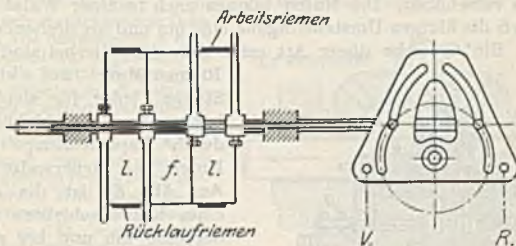


Abb. 81.

schoben. Hierbei müssen die Losscheiben von der doppelten Breite sein wie die Festscheiben und der Verschiebeweg der Riemen ist gleich zweimal Riemen-

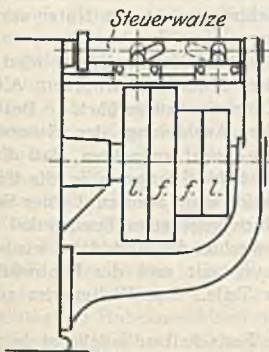


Abb. 82.

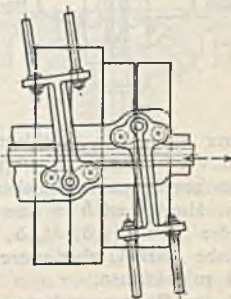


Abb. 83.

breite. Beim Antrieb von Hobel- und Stoßmaschinen, also sehr häufiger Umsteuerung verwendet man deshalb Anordnungen, bei denen die Riemen nach-



einander verschoben werden, d. h. wenn der eine Riemen von seiner Losscheibe auf die Festscheibe und wieder zurückgebracht wird, bleibt der andere in seiner Lage und umgekehrt. Bei diesen Konstruktionen sind die Losscheiben nicht breiter als die Festscheiben, Verschiebeweg der Riemen gleich einmal Riemenbreite, wodurch unnötiger Verschleiß vermieden wird. Die Riemenführer sind

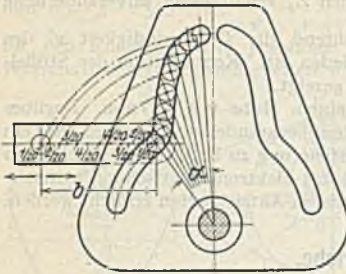


Abb. 84.

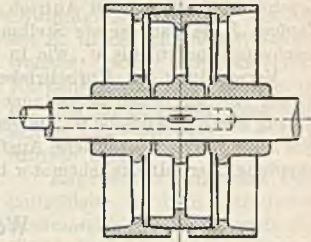


Abb. 85.

auf zwei Stangen angeordnet, wie in Abb. 81 dargestellt. Sie werden hier durch Nutenscheibe verschoben. Die Nuten können auch in einer Walze angeordnet sein, der durch die übrigen Umsteuerorgane eine hin und her drehende Bewegung erteilt wird. Ein Getriebe dieser Art zeigt Abb. 82. Hierbei sind die beiden

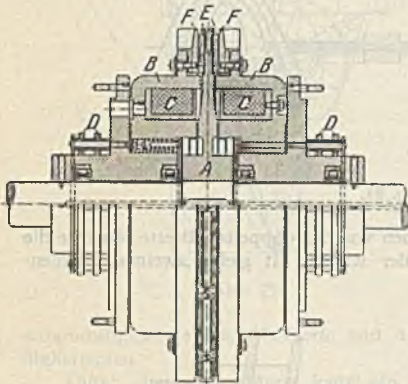


Abb. 86.

Riemenführer auf einer festen Stange, jeder für sich verschiebbar. Die Verschiebung erfolgt durch Zapfenrollen, die in die Nuten der Steuerwalze eingreifen. Aus Abb. 83 ist die Anwendung eines Kurvenschiebers zu sehen, der eine hin und her gehende geradlinige Bewegung ausführt und dadurch die in diesem Falle schwingenden Riemenleiter betätigt. Jeder Riemenführer hat zwei Zapfenrollen und deshalb braucht der Schieber nicht mit Nuten versehen zu sein.

Die Konstruktion wird von den Zimmermannwerken A.G. in Chemnitz ausgeführt. Bezüglich der Ausbildung der Steuernuten ist darauf zu achten, daß die Riemenführer allmählich beschleunigt und zum Schluß langsam in die Endlage gebracht werden.

Abb. 84 zeigt die Konstruktion einer Steuerrutenscheibe für einen gegebenen Verschiebeweg  $b$  und einen gegebenen Drehwinkel  $\alpha$  der Scheibe. Hierbei ist  $b$  in eine Reihe zuerst wachsender und dann wieder abnehmender Teile  $\frac{1}{20}b$ ,  $\frac{2}{20}b$ ,  $\frac{3}{20}b$  usw. eingeteilt und der Drehwinkel in die gleiche Anzahl, aber unter sich gleicher Teile. Das Weitere ist aus der Abb. 84 zu erkennen.

Bei den Riemenwendegetrieben sind die Festscheiben möglichst leicht zu halten, damit die umzusteuernenden Massen möglichst klein sind. Die Festscheiben werden daher vielfach aus Leichtmetall hergestellt. Die stets in einer Richtung sich drehenden Losscheiben dagegen sind zweckmäßig als Schwungscheiben auszubilden.

Ein Kupplungswendegetriebe mit Antrieb durch offenen und gekreuzten Riemen unter Verwendung einer Reibkupplung ist in Abb. 85 dargestellt. Die Verschiebung der Kupplung erfolgt hierbei durch mechanische Mittel. Der Vorteil gegenüber den oben behandelten Wendegetrieben besteht darin, daß die Riemen ihre Lage behalten. Das Einrücken der Reibkupplung kann auch auf

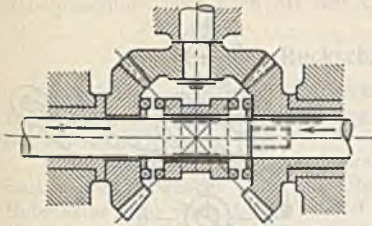


Abb. 87.

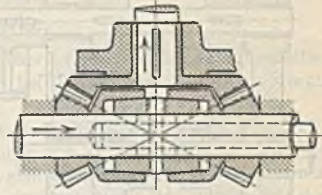


Abb. 88.

elektrischem Wege geschehen. Abb. 86 zeigt eine Reversierkupplung des Magnet-Werkes Eisenach.

Beiderseits der aufgekeilten Ankerscheibe *A* sitzen die durch Riemen oder Zahnräder im entgegengesetzten Drehsinn angetriebenen Magnetkupplungen *B*, deren Erregerspulen *C* durch die Schleifringe *D* zugeführt wird. Die Ankerscheibe *A* trägt leicht auswechselbare Reibbeläge *E*, durch welche die Kraftübertragung von den mit den Kupplungen *B* verbundenen Reibringen *F* erfolgt. Wenn die eine Magnethälfte Strom erhält, so preßt sie sich mit der Reibfläche an die Ankerscheibe, wodurch diese und damit die Welle in der gleichen Drehrichtung mitgenommen werden. Wird die eine Kupplungshälfte stromlos und die andere eingeschaltet, so läßt die erste los und die andere preßt sich mit ihrer Reibfläche wiederum gegen die Ankerscheibe, wodurch diese im entgegengesetzten Drehsinn mitgenommen wird.

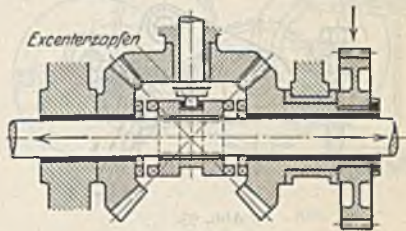


Abb. 89.

Mit derartigen Kupplungen ausgerüstete Maschinen zeichnen sich durch genaue und stoßfreie Umsteuerung aus. Für leichte und mittlere Maschinen ist die Kupplung sehr brauchbar.

Die Abb. 87 bis 90 zeigen verschiedene Kegelräderwendegetriebe mit Reib- bzw. Klauenkupplungen. Diese Getriebe werden hauptsächlich für Vorschub-

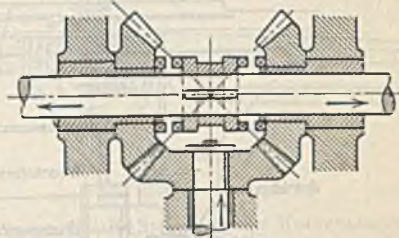


Abb. 90.

und Eilbewegungen angewendet. Die Pfeile in den Abbildungen sollen die Richtung der Kraftübertragung angeben. In Abb. 91 ist ein Stirnräderwendegetriebe dargestellt. Bei diesem treibt  $Z_1$  auf  $Z_3$  durch ein Zwischenrad  $Z_2$ , während  $Z_4$  mit  $Z_5$  im unmittelbaren Eingriff steht. Dient ein solches Getriebe der Schnellverstellung bei Hobelmaschinen usw., so ordnet man vielfach die Kupplung auf der treibenden Welle an. Wenn dann auch während der wenigen Minuten des Betriebes ein Zurücktreiben ins Schnelle stattfindet, so wird doch in der übrigen Zeit das dauernde Laufen der Räder vermieden.

Stirnräderwendegetriebe ohne Kupplungen sind in den Abb. 92, 93 u. 94 dargestellt. Anordnungen dieser Art bezeichnet man als Wendeherz.



Der Vorteil der Konstruktion nach Abb. 94 besteht darin, daß der Winkel, um den das Wendeherz gedreht werden muß, kleiner ist als bei den beiden anderen, und daß das Moment des Zahndruckes, welches das Wendeherz zu drehen sucht, gleich Null ist. Bei elektrischem Antrieb geschieht die Umkehrung der Drehrich-

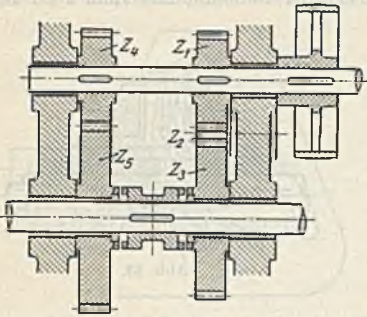


Abb. 91.

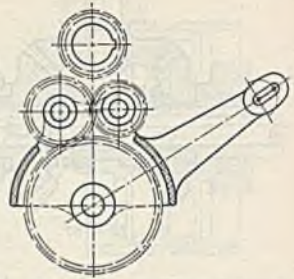


Abb. 92.

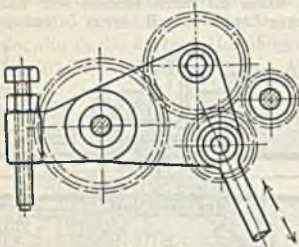


Abb. 93.

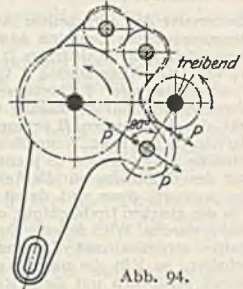


Abb. 94.

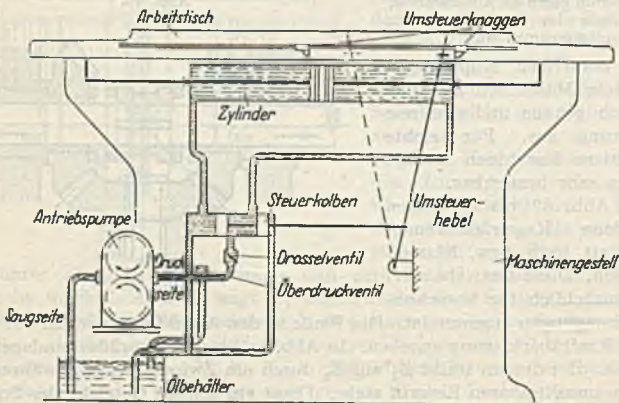


Abb. 95.

tung von Hand mit Hilfe eines Wendeanlassers. Von dem Antrieb von Hobelmaschinen durch Umkehrmotor soll später die Rede sein.

Ein hydraulisches Wendegetriebe zur Bewegung des Tisches einer Schleifmaschine ist in Abb. 95 dargestellt. Durch Umsteuerknaggen wird ein Steuer-

kolben betätigt, der den Ölstrom der Pumpe einmal auf die eine und dann auf die andere Seite des Tischantriebskolbens leitet. Regelung der Tischgeschwindigkeit geschieht durch Drosselung. An Stelle der hier vorgesehenen Pumpe für gleichbleibende Fördermenge kann auch eine für regelbare Fördermenge treten. Ferner kann Antrieb ähnlich dem S. 1319 Abb. 28 ausgebildet werden, wobei der Tischantrieb durch Ritzel und Zahnstange erfolgt<sup>1)</sup>. Auch der Tischantrieb von Hobelmaschinen wird nach Art der Abb. 95 ausgeführt.

### Ruckschaltwerke.

(1249) Bewegung dieser Schaltwerke wird hervorgebracht durch Hubscheibe, Kurvenrolle, Kurvenscheibe, Reibzeug oder bei Hobelmaschinen auch durch den Stiefelknecht.

Abb. 96 zeigt eine ständig sich drehende Hubscheibe, wie sie bei Plandrehbänken usw. verwendet wird. Die Übersetzung von der Hauptspindel auf die Hubscheibe wird vielfach zu 2:1 und 3:1 genommen, so daß während einer Umdrehung der Hauptspindel zweimal bzw. dreimal geschaltet wird. Bei der Scheibe nach Abb. 97 kann der Zapfen mit Hilfe einer Spindel verstellt werden zur Veränderung der Schaltungsgröße. Diese Art findet Anwendung bei Hobelmaschinen. Die Hubscheibe führt hier nur eine schwingende Bewegung aus, die ihr von einem Reibzeug oder vom Stiefelknecht erteilt wird.

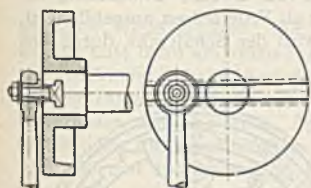


Abb. 96.



Abb. 97.

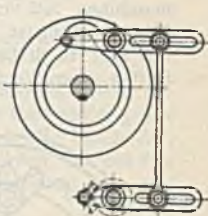


Abb. 98.

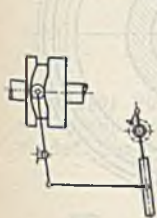


Abb. 99.



Abb. 100.

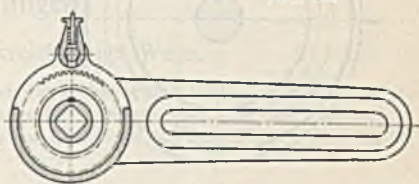


Abb. 101.

In Abb. 98 ist die bei Stoßmaschinen übliche Steuerung mit Kurvenscheibe dargestellt. Für die zweckmäßige Ausbildung der Steuernut gilt das bei den Wundgetriebenen bereits Angeführte. Aus Abb. 99 ist Schaltungsantrieb durch Kurvenrolle zu ersehen. Soll die Schaltung von einer Welle abgeleitet werden, die sich einmal in dem einen und dann in dem anderen Sinne dreht, so kann man sich eines Reibzeuges wie in Abb. 100 bedienen. Hierbei wird der Ring  $r$  von der Scheibe  $s$  durch Reibung mitgenommen bis der Hebel  $h$  gegen einen der Anschläge stößt. Dadurch wird der Ring gespreizt und so die weitere Mitnahme beendet. Ein Schnitt durch eine derartige Einrichtung ist auch in der Abb. 254 der Hobelmaschine von Boehringer zu erkennen.

<sup>1)</sup> W.T. 1928, H. 10.



Die Weiterleitung der erzeugten Bewegungen auf den eigentlichen Schaltmechanismus erfolgt durch Stangen und Wellen, Ketten oder Zahnstange. Eine Schaltratsche für den Antrieb durch Stange zeigt Abb. 101. Diese Ratsche ist für die Schaltung in beiden Drehrichtungen geeignet. Sie besteht in der Hauptsache aus Hebel, Schaltrad und Federklinke. Der Bolzen, auf welchem letztere sich dreht, ist an drei Stellen abgeflacht. Gegen diese Stelle legt sich der Federbolzen

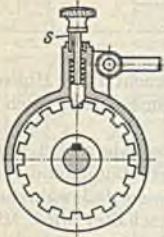


Abb. 102.

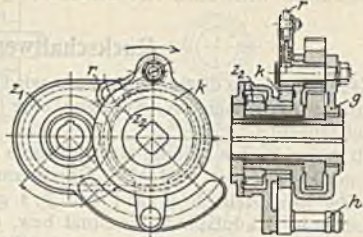


Abb. 103.

der Klinke, je nachdem in dem einen oder anderen Sinne geschaltet werden oder ob die Klinke wie in der Abb. 101 dargestellt, ausgerückt sein soll. Eine bei Shapingmaschinen viel verwendete Ratsche zeigt Abb. 102. Zwecks Umkehrung der Schaltrichtung ist hier der Schaltzahn, der gleich als Federbolzen ausgebildet ist, um  $180^\circ$  zu drehen. Während des Schaltens wird der Schaltzahn durch den Stift *s* gegen Verdrehen gesichert.

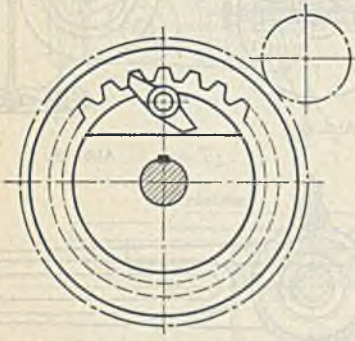


Abb. 104.



Abb. 105.

Bei den erwähnten Einrichtungen erfolgt die Änderung der Schaltungsgrößen durch Verändern des Hubes an den Hubscheiben oder durch Verstellen der Stangenangriffspunkte, so bei Abb. 98, 99 und 100. Die Änderung kann aber auch durch Beschränkung des Wirkungsbogens der Sperrklinke geschehen. Dieser Gedanke ist bei der Ratsche nach Abb. 103 verwirklicht. Hierbei führt das Gehäuse *g*, welches den Sperrklinkenbolzen trägt, eine schwingende Bewegung aus, die ihm vom Zahnrad  $Z_2$ , angetrieben von  $Z_1$ , erteilt wird. Die mit Hilfe des Handgriffes *h* einstellbare Kurvenscheibe *k* hat sodann eine Erhöhung, auf welche die Rolle *r* bei der Bewegung in Pfeilrichtung aufläuft und damit die Sperrklinke ausbebt. Beim Schalten kann daher die Klinke nur auf dem Teil ihres Weges wirken, der von der Kurvenscheibe freigegeben ist.

Führt man das Schaltrad mit Innenverzahnung aus, so kann der Mechanismus verdeckt angeordnet werden. Dies ist bei der bekannten Schaltdose von Gray

der Fall, die in Abb. 104 schematisch dargestellt ist. Die Sperrklinke wird durch eine äußere oder innere Feder in der Rechtsschaltungs-, Linksschaltungs- oder Mittellage gehalten. Soll von der Schaltdose die Bewegung zweier Supporte abgeleitet werden, so wird sie wie z. B. nach Abb. 105 nur für eine Drehrichtung ausgeführt. Die Bewegungsumkehr erfolgt dann durch Wendegetriebe. Wenn der Winkelausschlag der Sperrklinke von unveränderlicher Größe ist, so kann die Änderung der Schaltungsgrößen in

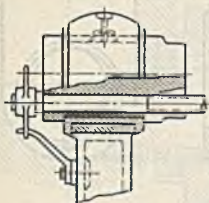


Abb. 106.



Abb. 107.

ähnlicher Weise erfolgen, wie in Abb. 103 gezeigt. An die Stelle der Kurvenscheibe tritt dann ein einstellbarer Kurvenring.

Ruckweise Schaltung wird auch durch Anwendung eines Sternes erzielt, der auf dem Ende der Vorschubspindel aufkeilt ist und bei jeder Umdrehung gegen einen festen Anschlag stößt. Änderung der Schaltungsgröße ist hier durch Verschieben des Anschlags möglich. Derartige Sternschaltwerke werden, wie aus den Abb. 106 und 107 ersichtlich, bei Zylinderbohrmaschinen verwendet.

## Führungen.

### Führungen für kreisförmige Wege.

(1250) Führungen dieser Art sind die Lager, vgl. S. 462. Im Werkzeugmaschinenbau wird außerdem die einfache Lagerbüchse nach Abb. 108 viel verwendet. Das Verhältnis  $l : d = 1,2$  bis 2 und darüber, die Wandstärke gleich 4 bis

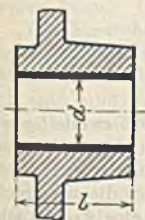


Abb. 108.

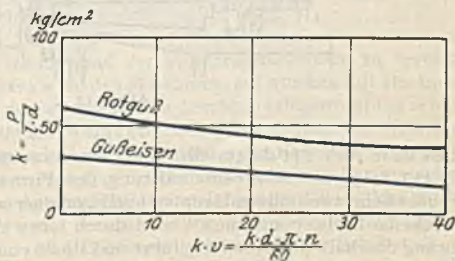


Abb. 109.

7,5 mm bei Bronzebüchsen, je nach dem Durchmesser. Wenn keine Kantenpressung auftritt und für dauernd gute Schmierung gesorgt wird, können die Büchsen auch aus Lagergußeisen gemacht werden bei entsprechend größerer Wandstärke. Ob Gußeisen verwendet werden kann, hängt auch noch von der



spez. Lagerpressung  $k = \frac{P}{l \cdot d}$  und der Lagergeschwindigkeit ab. Einen Anhalt gewähren die Kurven<sup>1)</sup> der Abb. 109. Die spez. Pressung wird bei den spanabhebenden Maschinen selten höher als  $50 \text{ kg/cm}^2$ , bei den Drehbankhauptspindeln u. a. gleich  $30 \text{ kg/cm}^2$  genommen. Bei den Exzenterzapfen von Pressen geht man bis  $450 \text{ kg/cm}^2$ . In Räderkasten läßt man die Büchsen nicht mit den Warzenstirnflächen abschneiden, sondern etwas überstehen, wie Abb. 110 zeigt. Es brauchen dann die Stirnflächen der Warzen nicht bearbeitet zu werden und die

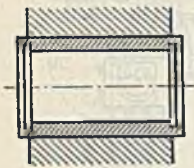


Abb. 110.

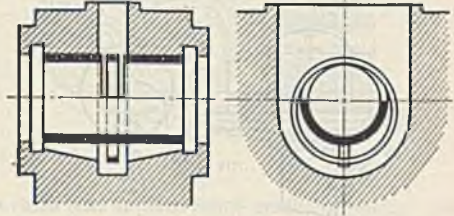


Abb. 111.

- Wellen, die aufzunehmen sind, können in genauen Längen hergestellt werden, da das sogenannte Vergleichen in Wegfall kommt. Anwendbar aber nur dort, wo keine Drücke in der Achsenrichtung auftreten, z. B. nicht, wenn ein Kegelrad neben der Büchse angeordnet ist. Den Eindrehungen der Büchse entsprechen Spritzringe auf der Welle. Beträgt die Zapfengeschwindigkeit mehr als  $1,5 \text{ m/sek}$ , so sind die Lager mit Ringschmierung auszustatten. Eine einfache Ringschmier-

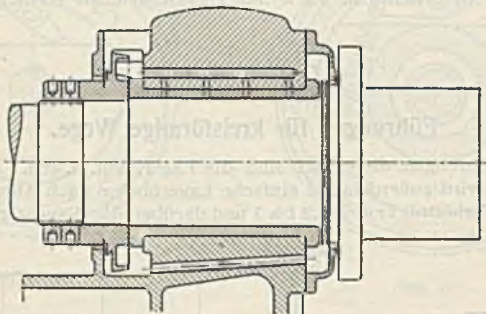


Abb. 112.

büchse ist in Abb. 111 dargestellt. Das Lager kann natürlich auch zweiteilig sein. Abb. 112 zeigt die Scheibenschmierung der Firma Schiess, Düsseldorf, angewendet beim zweiteiligen Hauptspindellager einer schweren Drehbank. Das von der Scheibe hochgenommene Öl wird durch einen Abstreifer in die wagerechte Bohrung oberhalb der Spindel geführt und fließt von da durch eine Anzahl senkrechter Löcher auf die Spindel. Der Vorteil dieser Schmierung besteht in geringem Raumbedarf. Sie kann auch bei Kammlagern Verwendung finden. Bei sehr schweren Maschinen Druckölschmierung. Soll eine Spindel dauernd genau laufen, so müssen ihre Lager nachstellbar sein, um den Verschleiß ausgleichen zu können. In Abb. 113 ist die viel angewendete Kegelschlitzbüchse für zylindrische Bohrung

<sup>1)</sup> Z. 1915, S. 461.

dargestellt, die leicht nachgestellt werden kann. Bei diesen Konstruktionen erfolgt die Schmierung mit Hilfe des Filzpolsters von unten. Ringschmierung ist aber auch hier möglich, wie aus Abb. 35 S. 1327 zu ersehen ist. Um die Kegelbohrung im Spindelstock zu vermeiden, setzt man eine besondere, außen zylindrische Büchse mit Kegelbohrung ein, wie Abb. 141 S. 1362 erkennen läßt. Schwere Drehbänke haben zweiteilige Lagerschalen nach Abb. 112, Nachstellung erfolgt durch Anziehen der Deckelschrauben. Bei sehr großen Drehbänken werden die Hauptspindellager mit vierteiligen Schalen ausgeführt und die Nachstellung der Seitenschalen durch Keile bewirkt wie bei den Kurbelwellenlagern von Dampf-

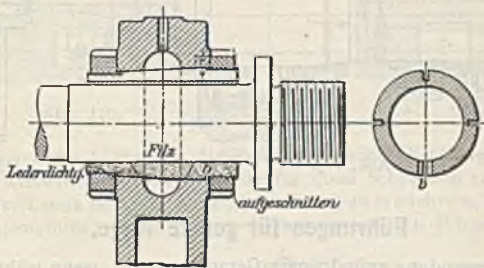


Abb. 113.

maschinen. Bei den Lagern der Drehbankspindel nimmt man  $l:d = 1,5$  bis höchstens 2.

Während die Zapfen der Drehbankspindeln meist zylindrisch ausgeführt werden, macht man den Hauptzapfen einer Frässpindel kegelig, wie in Abb. 114 dargestellt, weil bei dieser Spindel eine verhältnismäßig große Kegelbohrung am Kopfende zur Aufnahme des Fräasers oder Dornes erforderlich ist. Durch die Mutter *A* wird das Kugellager eingestellt und durch Anziehen der Mutter *B* der Verschleiß der kegelig gebohrten Büchse *C* ausgeglichen. Der andere Zapfen der Spindel ist zylindrisch, aber in einer Kegelschlitzbüchse gelagert, die durch die Mutter *D* nachgezogen werden kann.

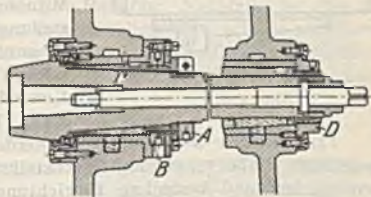


Abb. 114.

Das Bestreben, den Wirkungsgrad der Werkzeugmaschinen zu verbessern und die hohen Drehzahlen, wie sie bei den Maschinen, auf welchen mit Hartmetallwerkzeugen gearbeitet wird und wie sie bei der Leichtmetallbearbeitung erforderlich sind, führen zu immer weitergehender Verwendung von Wälzlagern an Stelle von Gleitlagern, besonders nach Einführung der Kegelrollenlager. Diese Lager nehmen nicht nur Längs- und Querdrücke auf, sondern sind auch nachstellbar und daher für die Lagerung von Hauptspindeln geeignet, wie Abb. 115, eine Konstruktion zeigt. Abb. 116 gibt die Anwendung eines Zylinderrollenlagers bei einem Drehbankantrieb von Gebr. Böhlinger wieder. Ist ein Schiefstellen der Welle z. B. durch Durchbiegung zu befürchten, so sind Tonnenlager zu empfehlen (S. 475 Abb. 330). Weitere Beispiele der Verwendung von Wälzlagern zur Aufnahme von Längs- und Querkräften siehe unter Aufbau der Werkzeugmaschinen S. 1361. Für lose laufende Räder usw. nimmt man vorteilhaft Federrollenlager (S. 481) an Stelle von Büchsen, wenn es sich um hohe Drehzahlen handelt. Beim Einbau von Wälzlagern ist zu beachten, daß die Lager gegen das Eindringen von Staub durch



Filzringe zu schützen sind, die in entsprechende Eindrehungen der Lagergehäuse eingelegt werden. Wenn eine Welle in mehreren Querlagern läuft, so ist nur einer der Lager am Außenring gegen Längsverschiebung festzuhalten.

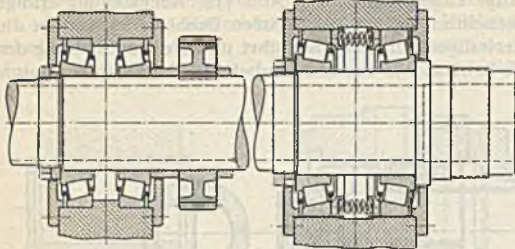


Abb. 115.

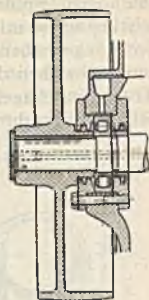


Abb. 116.

### Führungen für gerade Wege.

(1251) Verwendung zylindrischer Geradfürungen, wenn während der Verschiebung keine Drücke quer zur Achse auftreten. Nachstellbarkeit ist meist nicht vorgesehen. Eintretendem Verschleiß begegnet man durch Ausbüchsen.

Gegenseitige Verdrehung der Führungsteile wird durch Nut und Feder verhindert. Bei den Spindeln der Horizontalbohrmaschinen wird durch die Feder — bei großen Maschinen sind gewöhnlich zwei vorgesehen — auch die Mitnahme bewirkt. Nachstellung bzw. Feststellung der Spindel. An größeren Maschinen genannter Art nach Abb. 117. Eine Schlitzbüchse wird durch eine Mutter  $m_1$ , die zwei Gewinde verschiedener Gangzahl hat, verstellt. Die Mutter  $m_2$  dient nur als Sicherung.

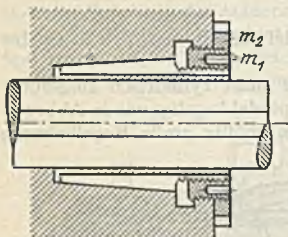


Abb. 117.

Prismatische Geradfürungen werden im Werkzeugmaschinenbau im ausgedehnten Maße verwendet. Nachstellung läßt sich hier leicht durch Leisten ermöglichen und besondere Einrichtungen zur Verhütung gegenseitiger Verdrehung sind nicht nötig. Die in Abb. 118 dargestellte Führung mit quadratischem Querschnitt wird bei Kaltsägen angewendet, während man die Führung nach

Abb. 119 mit achteckigem Querschnitt bei den Stößeln der Karussellbänke und Vertikalfräsmaschinen findet. Bei eingetretenem Verschleiß werden in beiden Fällen die Fugenflächen nachgearbeitet wie bei zweiteiligen Lagern. In den folgenden Abbildungen sind bewährte nachstellbare Schlittenführungen dargestellt. So zeigen Abb. 120 und 121 solche mit schiefwinkligem Prismen-Querschnitt. Den Prismenwinkel nimmt man meistens zu  $55^\circ$ .

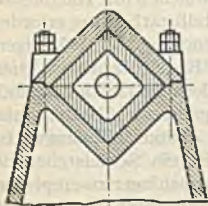


Abb. 118.

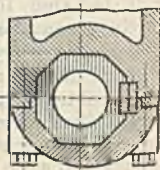


Abb. 119.

Die Nachstelleisten sind hier von gleichbleibender Stärke und die Nachstellung erfolgt durch Schrauben, die zweckmäßig durch Gegenmuttern gesichert werden.

Es empfiehlt sich bei dieser Art der Nachstellung, den Arbeitsdruck, der parallel der Hauptebene der Führung wirkt, an der festen Leiste aufzunehmen wie in der Abbildung durch Pfeilrichtung kenntlich gemacht. Aus diesem Grunde ordnet man die Nachstelleisten an Bettschlitten der Drehbänke vorne an. Der Druck  $W_0$  auf den Rücken des Werkzeugs wird dann an der festen Leiste aufgenommen. Bei der Nachstellung durch Keilleiste, die in Abb. 122 für rechtwinkligen Prismenquerschnitt dargestellt ist, ist man von der genannten Druckrichtung unabhängig. Bei der Führung nach

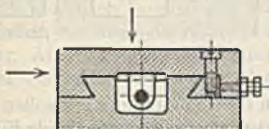


Abb. 120.

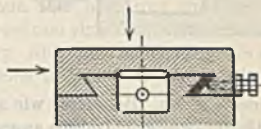


Abb. 121.

Abb. 120 müssen die Löcher für die Befestigungsschrauben länglich sein, damit nachgestellt werden kann. Das Gewinde für diese Schrauben soll wenn irgend möglich in der Leiste sein, um den Zusammenbau zu erleichtern, wie auch in der Abb. 120 angenommen. Ein Vorteil des schiefwinkligen Prismenquerschnittes

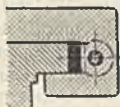


Abb. 122 a.



Abb. 122 b.



Abb. 123.

gegenüber dem rechtwinkligen ist die geringere Bauhöhe. Nachteilig ist aber die unvermeidliche Keilwirkung, die bei dem rechtwinkligen Querschnitt nicht auftritt. Führungen nach Art der Abb. 120 werden auch mit Keilleisten ausgeführt, die dann den Querschnitt der Abb. 123 haben. Ebenso kann die Führung nach

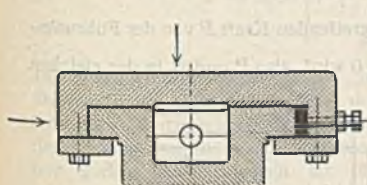


Abb. 124.

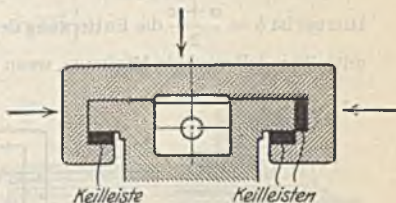


Abb. 125.

Abb. 121 mit Keilleiste ausgeführt werden. Die Abb. 124 und 125 zeigen Führungen mit rechtwinkligem Prismenquerschnitt. Bei der nach Abb. 124 wird die Nachstelleiste durch Zapfen an den Schrauben mitgenommen. An ihre Stelle kann natürlich wiederum die Keilleiste treten. Die solideste Führung ist dann wohl die nach Abb. 125, bei der der Schlitten aus einem Stück besteht. Allseitige Nachstellbarkeit ist hier durch Keilleisten gesichert, während die unteren angeschraubten Leisten der Abb. 124 bei entstehendem Verschleiß nachgearbeitet werden müssen. Auch tritt bei dieser Führung allmählich ein Lockern der Befestigungsschrauben ein, deren Muttergewinde in dem Gußeisen eingeschnitten sind. Führungen nach Abb. 125 sind auch für Shaping- und Stoßmaschinen zu



empfehlen, wobei dann der Schlitten der Abbildung zur festen Führung und das Bett der Abbildung zum Stößel wird. Abb. 126 und 127 zeigen sodann Führungen, wie sie für die Querbalkensupporte von Hobelmaschinen und Karussellbänke

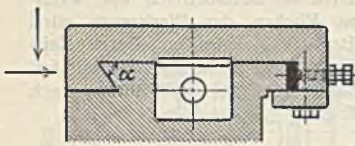


Abb. 126.

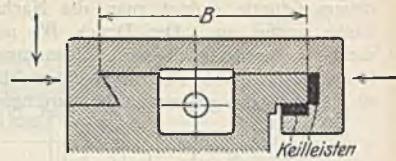


Abb. 127.

verwendet werden. Bei dieser wie auch bei den übrigen Abbildungen sollen durch die Pfeile die Druckrichtungen angedeutet werden, für die die betreffende Führung hauptsächlich in Frage kommt. Bei der Führung nach Abb. 128 ist das Maß  $B$  kleiner als bei der nach Abb. 127. Die eigentliche Führung ist also schmäler. Sollen derartige Führungen zeitweise auch Kräfte aufnehmen, die von unten

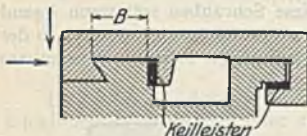


Abb. 128.

wirken, so wird die linke Seite zweckmäßig nach Abb. 129 ausgeführt. Ob eine Führung schmal oder breit sein muß, hängt ganz von der Lage derjenigen Kräfte ab, die parallel der Führungsmittellinie wirken. Es bezeichne in Abb. 130  $R$  den äußeren Widerstand z. B. den Schalldruck und  $P$  die angreifende Kraft. Sodann ist zur Vereinfachung angenommen, daß  $R$  und  $P$  in der gleichen Ebene  $S$  liegen und  $T$  reibungslos ist. Dann gelten die Beziehungen:

$$N \cdot \mu \cdot c + N \cdot \mu \cdot a + R d - N L = 0 \quad \text{und} \quad P = R + 2 N \mu,$$

wobei  $\mu$  die Reibziffer ist. Aus den beiden Gleichungen erhält man nach einigen Umformungen:

$$P = R \left[ 1 + \frac{d}{\frac{L}{2\mu} - b} \right].$$

Hierbei ist  $b = \frac{a+c}{2}$  die Entfernung der angreifenden Kraft  $P$  von der Führungsmittellinie.  $P$  wird ein Minimum, wenn  $d=0$  wird, also  $P$  und  $R$  in der gleichen



Abb. 129.

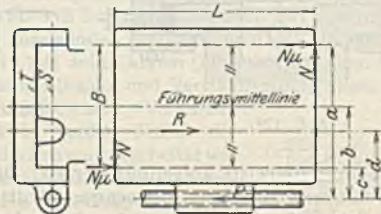


Abb. 130.

Richtung liegen, und wenn  $b=0$  wird, der Antrieb also in der Führungsmittellinie liegt. Die beiden anderen Fälle, die  $P$  zu einem Minimum machen,  $L = \infty$  und  $\mu = 0$ , kommen praktisch nicht in Betracht. Selbsthemmend wird die Führung, wenn  $b = \frac{L}{2\mu}$ , dann muß  $P = \infty$  sein. Unter der Annahme einer Reibziffer

von 0,1, würde das bei  $b = 5L$  eintreten. Greifen  $R$  und  $P$  wie in Abb. 130 an der gleichen Seite der Führungsmittellinie an, ist aber die Entfernung von  $R$  von der Mittellinie größer als die von  $P$ , so lautet die entsprechende Formel:

$$P = R \left[ 1 + \frac{d}{\frac{L}{2\mu} + b} \right].$$

Ein praktisch erreichbares Minimum kann hier also nur eintreten, wenn  $d = 0$  wird. An Hand der Abb. 131 a und 131 b sei nun eine Vergleichsrechnung ausgeführt. Abb. 131 a zeigt die schmale Führung, Abb. 131 b die breite, die übrigen Größen wie auch der äußere Widerstand  $R$  seien in beiden Fällen gleich.

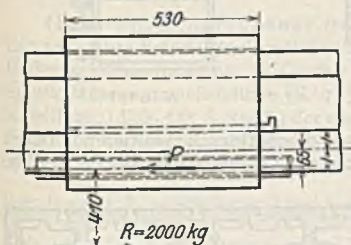


Abb. 131 a.

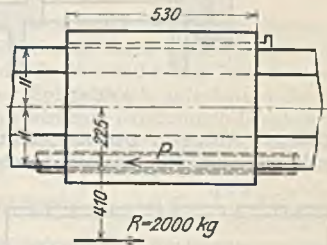


Abb. 131 b.

Im ersten Falle ist dann

$$P = 2000 \left[ 1 + \frac{410}{\frac{530}{2 \cdot 0,1} + 65} \right] = 2302 \text{ kg.}$$

Im zweiten Falle erhält man

$$P = 2000 \left[ 1 + \frac{410}{\frac{530}{2 \cdot 0,1} + 225} \right] = 2286 \text{ kg.}$$

Die Vergleichsrechnung fällt in diesem Falle nicht zugunsten der schmalen Führung aus, wenn auch der Unterschied in den Ergebnissen nur gering ist. Dagegen ist die schmale Führung in bezug auf Schiefstellung des Schlittens besser als die breite. Das Verhältnis von  $L : B$  (Abb. 127) kann man für die „breite“ Führung gleich 3 : 2 nehmen. Eine Nachrechnung auf Pressung ist meist nicht erforderlich, da die Abmessungen durch andere Umstände gegeben sind. Man kann nach Fischer mit Pressung bis 10 kg/cm<sup>2</sup> gehen.

Abb. 132 zeigt einen Bettquerschnitt mit rechteckigen Prismen und Schmalführung für eine Drehbank von 230 mm Spitzenhöhe. Auch der Bettschlittenschieber und der Obersupport haben rechteckige Führungen. Die Bahnen sind geschliffen, wodurch die teure

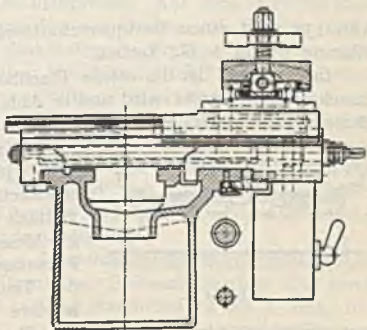


Abb. 132.



Schabearbeit in Fortfall kommt. Bei großen Maschinen wird der rechteckige Bettquerschnitt stets verwendet. In Abb. 133 ist die Dach- oder Schweinsrückenführung dargestellt, bei der eine seitliche Nachstelleiste nicht erforderlich ist. Wie bei Abb. 132 ist auch hier die Führungsbahn des Reitstocks von der des Supports getrennt, wodurch eine dauernde Genauigkeit ersterer erzielt wird. Die hintere Bahn des Supports wird manchmal auch flach ausgeführt, Abb. 141 S. 1363. Die Führung des Bettschlittens wird dadurch sehr schmal. Ihre Breite ist dann

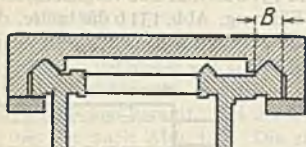


Abb. 133.

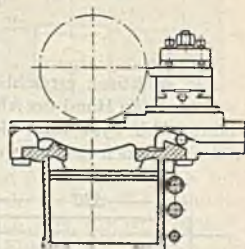


Abb. 134.

gleich  $B$ , Abb. 133. Der aus Schnittdruck und Schaftdruck resultierende Druck soll von der nach rechts ansteigenden Fläche des Daches aufgenommen werden.

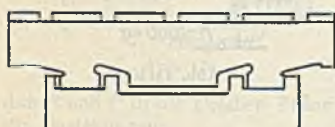


Abb. 135.

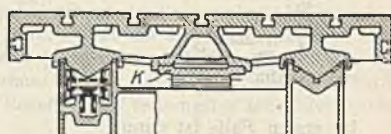


Abb. 136.

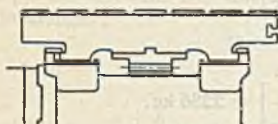


Abb. 137.



Abb. 138.

Abb. 134 zeigt einen Bettquerschnitt mit steil ansteigender Dachfläche, Ausführung Braun A. G., Zerbst.

In Abb. 135 ist die offene Flachbahnführung dargestellt, die bei Hobelmaschinen verwendet wird und in Abb. 136 die offene V-Bahnführung für den gleichen Zweck. Bei der letzteren ist eine Nachstelleiste nicht erforderlich. Sie ist aber schwieriger herzustellen. Aus der Abb. 136 ist auch die Art der Schmierung zu erkennen. Den Winkel der Führung nimmt man vielfach zu  $90^\circ$ . Die Abb. 137 und 138 zeigen geschlossene Tischführungen für Hobel- bzw. Fräsmaschinen. Das Aufkippen und Entgleisen des Tisches ist hierbei sicher verhütet. Das letztere kann bei den offenen V-Bahnführungen eintreten, wenn der seitliche Druck sehr groß wird. Bei neueren Ausführungen steigen die äußeren Flächen der V-Bahnen unter einem steilen Winkel von etwa  $70^\circ$  an, während der Winkel der Führung selbst zu  $90^\circ$  genommen wird<sup>1)</sup>. Die Schmierung erfolgt statt durch Rollen durch eine be-



Abb. 139.

<sup>1)</sup> Schiess-Defries-Nachrichten 1929, S. 44.

sondere Pumpe<sup>1)</sup>. Die Gefahr des Aufkippens, die bei beiden Arten der offenen Führung nicht ausgeschlossen ist, kann durch geeignetes Aufspannen gemildert werden. Für leichte Maschinen sind geschlossene Führungen vorzuziehen. Doch werden solche auch bei schweren Maschinen angewendet, wie aus Abb. 139 ersichtlich, die vierbahnige Führung einer sehr schweren Maschine der Maschinenfabrik Schiess darstellend.

## Aufbau der Maschinen und Ausführungen.

### Drehbänke.

(1252) Spitzendrehbänke tragen das Werkstück zwischen zwei Spitzen. Einzelteile: Spindelstock mit Drehspindel, Antrieb durch Stufenscheibe und Rädervorgelege für 6 bis 28 Geschw. oder durch Einscheibe und Räderkasten. Spindellagerung nachstellbar (S. 1355). Der Spindelruck aufgefangen durch Kugellager (Abb. 141 S. 1362); der nach rechts wirkende Druck durch Druckring. Größter Spindelruck etwa zweifacher Schnittdruck. Zugfestigkeit der Spindel 60 bis 65 kg/mm<sup>2</sup>, bei kleineren Bänken 70 bis 80 kg/mm<sup>2</sup>. Berechnen auf

Biegung mit  $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$  und auf Durchbiegung. Hierbei  $f = \frac{\alpha \cdot W_1}{J} \cdot \frac{a^2 \cdot b}{3}$ ,

Abb. 140.  $\alpha =$  Maß bis zur vorderen Werkstückskante, das frei eingespannt sei. Drehdurchmesser berechnet aus kleinster Schnittgeschw. und kleinster Drehzahl. Aus Leistung und Drehdurchmesser wird  $W_1$  bestimmt. Bei großen

Maschinen ist das Gewicht des Werkstücks maßgebend. Für  $f$  etwa  $\frac{1}{1500} (b - a)$

zulässig. Prüfung der Spindel in unbelastetem Zustand siehe Schlesinger:

Prüfbuch für Werkzeugmaschinen. Reitstock bei kleinen und mittleren Maschinen vielfach mit innerer, bei schweren Bänken meist mit äußerer Spindel. Reitstockoberteil quer verschiebbar für das Drehen schlanker Kegel. Werkzeugschlitten: Grundform ist Kreuzschlitten mit Bettschlitten für das Lang-



Abb. 140.

dreheren und Bettschlittenschieber für das Plandrehen. Auf dem Bettschlittenschieber das Drehteil mit Gradeinteilung für das Drehen von Kegeln. Dann Drehteilschieber mit Stahlhalter. Der Stahlhalter ist drehbar und wird auch als Revolverkopf ausgebildet. Bei manchen Maschinen erfolgt das Kegeldrehen nach Leitlineal. Steuerung des Werkzeugschlittens bei Leitspindelbank durch Leitspindel mit Wechselräderschere und bei Leit- und Zugspindelbank durch Leit- und Zugspindel, erstere für das Gewindeschneiden, letztere für Dreharbeiten. Die Kraft zum Verschieben des Bettschlittens kann man gleich dem Schnittdruck  $W_1$  annehmen, um sicher zu gehen. Vorschübe zwischen 0,05 und 5 mm/Umdr. und mehr. Verriegelung der einzelnen Züge der Schloßplatte, Selbstausrückung für das Langdrehen. (Siehe untenstehendes Beispiel.)

Breite des Bettes etwa gleich  $1,5 \times$  Spitzenhöhe, Höhe des Bettes bei normalen Maschinen ebenfalls  $1,5 \times$  Spitzenhöhe. Spitzenhöhe über Flur etwa 1100 mm. Wandstärke der Betten bei kleinen Maschinen 12 bis 15 mm, bei mittleren 18 bis 20 mm, bei größeren 22 bis 25 mm. Verbindung der Wangen zweckmäßig durch Zickzackverrippung, die eine große Widerstandsfähigkeit gegen Verdrehung hat<sup>2)</sup>. Führungsprismen in Kokillenguß ausführen, um eine vollkommen dichte und harte Oberfläche zu erhalten.

<sup>1)</sup> Coenen: El., S. 134.

<sup>2)</sup> Coenen: El., S. 137.



## Schnelldrehbank von Gebr. Boehringer, Göppingen.

Abb. 141 zeigt einen Schnitt durch den Spindelstock. Hauptspindel durchbohrt, läuft in nachstellbaren Büchsen. Sie wird von der Stufenscheibe unmittelbar angetrieben, wenn die Muffe, auf dem Rad  $Z_1$ , nach rechts verschoben wird und dadurch Rad  $A$  und die Segmente  $B$  in Eingriff gelangen. Sodann kann mit Übersetzung  $\frac{Z_1 \cdot Z_7}{Z_2 \cdot Z_8} = \frac{1}{4}$  oder  $\frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5 \cdot Z_7}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_8} = \frac{1}{16}$  gearbeitet werden.

Durch 2 Geschw. am Deckenvorgelege werden die 9 Drehzahlen verdoppelt.  $\varphi = 1,26$ . Bedienung durch zwei Hebel vorn am Spindelkasten. Ausschwenken von Vorgelegen nicht erforder-

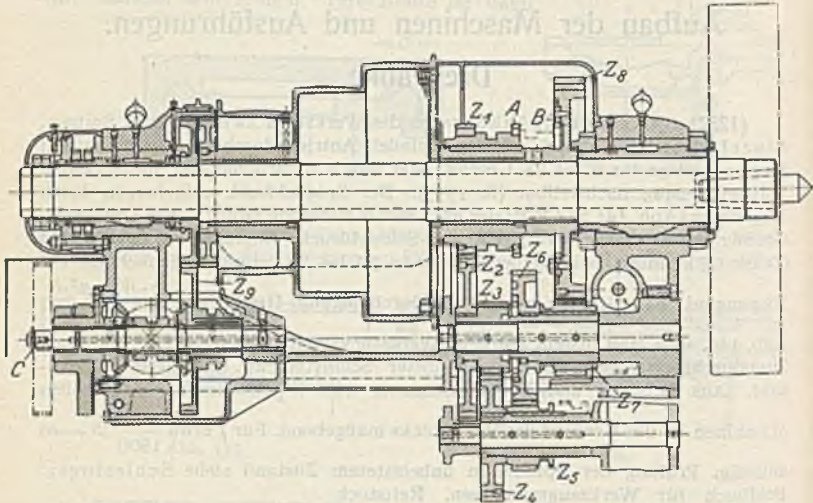


Abb. 141.

lich. Soll Steilgewinde geschnitten werden, wird Rad  $Z_9$  nach rechts verschoben. Der Wechselraderbolzen  $C$ , über Kegelerwendegetriebe angetrieben, läuft dann 4 bzw. 16mal schneller als das Werkstück. Der unter dem Spindelkasten angeordnete Vorschubräderkasten ist in Abb. 142 dargestellt. Leitspindel  $D$  wird über Wechselräder vom Bolzen  $C$  (Abb. 141) angetrieben,

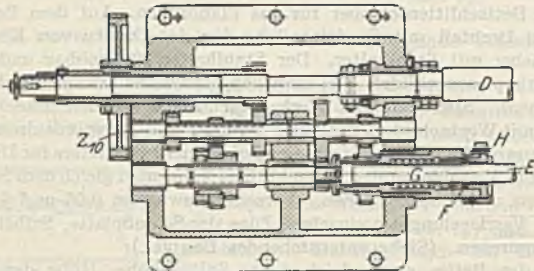


Abb. 142.

während Rad  $Z_{10}$ , von welchem die Zugspindel  $E$  angetrieben, über Zwischenräder seinen Antrieb vom Wendegetriebe erhält (in Abb. 141 nicht dargestellt). Wie aus Abb. 142 ersichtlich, können sechs verschiedene Vorschübe gegeben werden. Ausrückung des Langzuges selbsttätig durch einen auf  $E$  verstellbaren Anschlag, der  $E$  verschiebt und dadurch Kupplung  $F$  ausrückt. Wiedereinrückung durch Feder  $G$ , wenn Support zurückgezogen wird. Zur Sicherung gegen Überlastung Scherstift  $H$ . Antrieb von Lang- und Planzug von der Zugspindel  $E$  aus über ein Wendegetriebe auf Rad  $Z_{11}$  (Abb. 143 u. 145). Von hier aus über  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{14}$ ,  $Z_{15}$ , Zahnstange-Langzug oder  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{16}$ ,  $Z_{17}$ ,  $Z_{18}$ ,  $Z_{19}$ , Spindel im Bettschlitten-Planzug. In  $Z_{12}$  und  $Z_{16}$  Reibungskupplungen,

die durch die Knöpfe *J* und *K* betätigt werden. Die Sicherung der geschlossenen Leitspindel-  
mutter gegen Einrücken des Längs- oder Planzuges ist aus Abb. 143 zu erkennen. Zur Nach-  
stellung der Schieber sind Keilleisten angeordnet. Spindel zur Verschiebung des Drehteilschiebers  
in diesem selbst gelagert und liegt dadurch geschützt. An Stelle des Vorschubrüderkastens kann

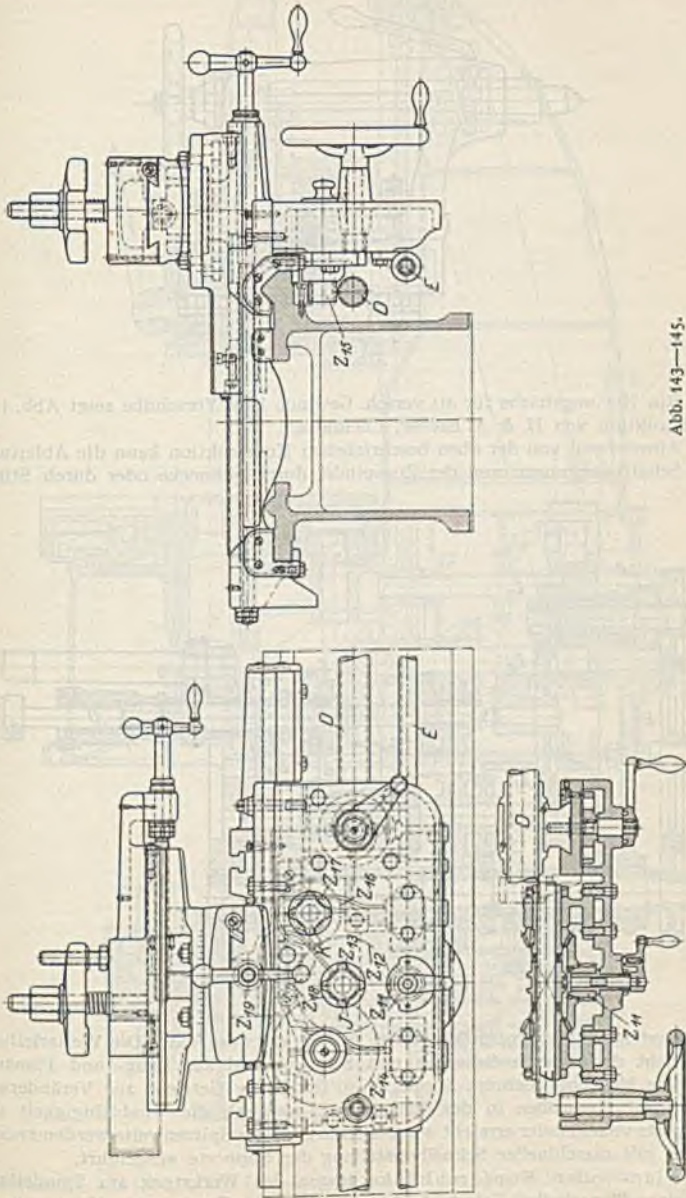


Abb. 143—145.



auch ein Nortongetriebe angebaut werden, das eine große Zahl von Gewinden ohne Umstecken von Wechselrädern zu schneiden gestattet. Für Werkstattmaschinen, auf denen größere Reihen gleicher Stücke gefertigt werden, ist der einfachere Vorschubrädernkasten vorzuziehen. Der mit innerer Spindel versehene kräftige Reitstock ist in Abb. 146 dargestellt.

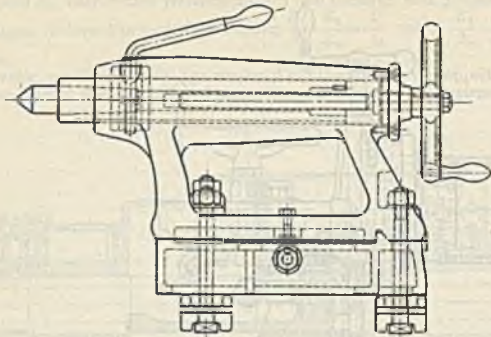


Abb. 146.

Ein Nortongetriebe für 40 versch. Gewinde bzw. Vorschübe zeigt Abb. 147 Konstruktion von H. & A. Escher, Chemnitz.

Abweichend von der oben beschriebenen Konstruktion kann die Ableitung der Schaltbewegungen von der Zugspindel durch Schnecke oder durch Stirn-

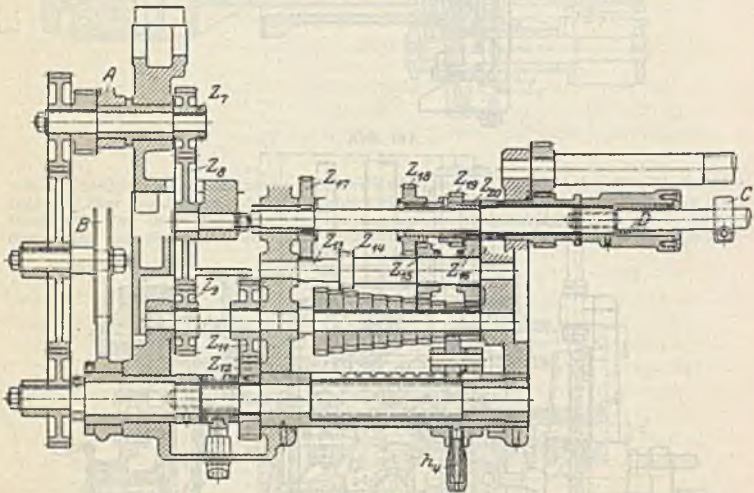


Abb. 147.

räder erfolgen. Bei großen Maschinen ist dies stets der Fall. Die Weiterleitung geschieht dann durch Schnecke und Schneckenrad auf Lang- und Planzug. Hat die Maschine mehrere Supporte, so liegen die Getriebe zur Veränderung der Schaltungsgrößen in der Räderplatte, wodurch die Unabhängigkeit der Supporte voneinander erreicht wird. Bänke größerer Spitzenweite werden zweckmäßig mit maschineller Schnellverstellung der Supporte ausgeführt.

Plan- oder Kopfdrehbänke tragen das Werkstück am Spindelkopf mit einer Planscheibe. Spindelstock auf besonderem Fundament. Meist mehrere

Werkzeugschlitten auf Querbett. Reitstock fehlt vielfach. Senkrechte Dreh- und Bohrwerke mit senkrechter Drehspindel und liegender Planscheibe

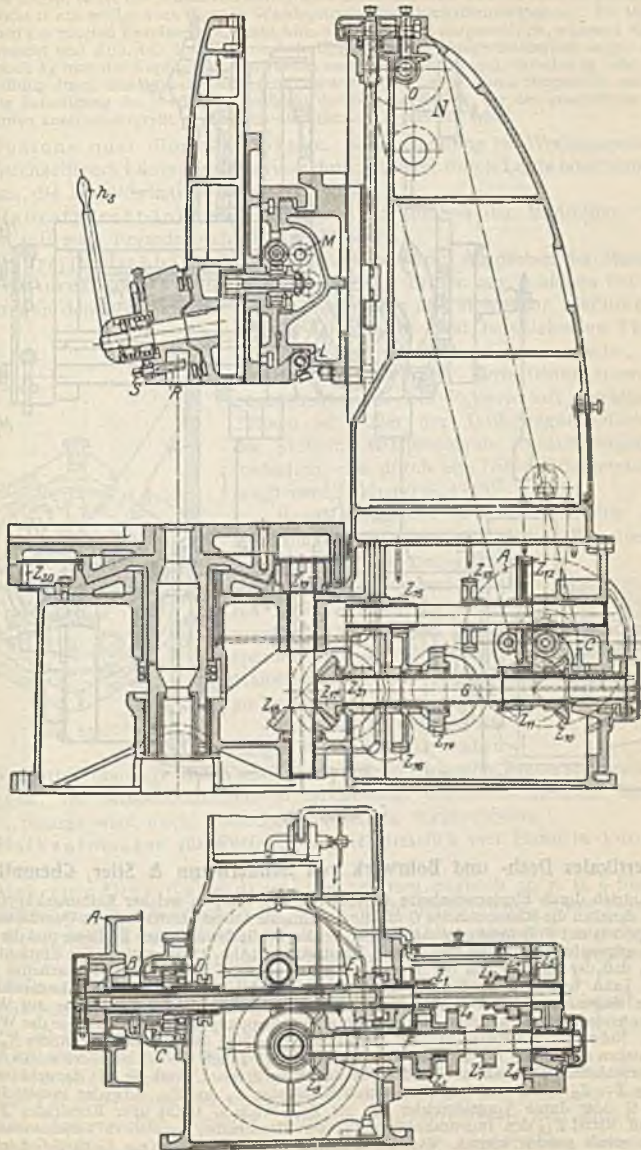


Abb. 148 und 149.

(Karussell), auf Querbalken 1 bis 2 Supporte für das Drehen und Bohren, häufig auf den Seitenständern 1 oder 2 Werkzeugschlitten für Seitenarbeiten.



Vorzüge: bequemes Aufspannen, Drehen und Bohren. Drehwerke für Massenarbeit haben Revolverkopf.

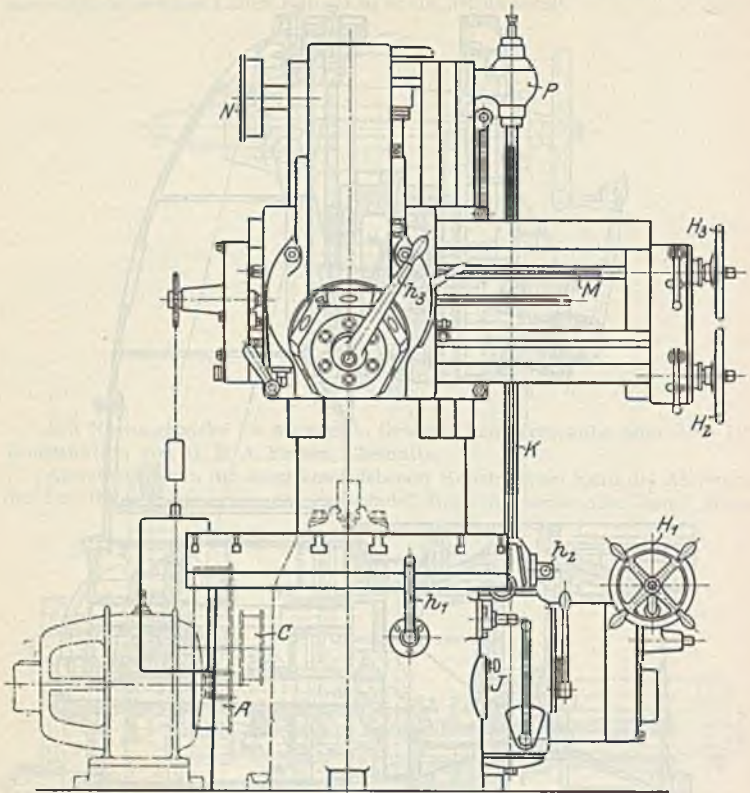


Abb. 150.

### Vertikales Dreh- und Bohrwerk von Sondermann & Stier, Chemnitz.

Antrieb durch Einriemenscheibe *A* (Abb. 148, 149, 150), in welcher Reibungskupplung *B*. Gleich daneben die Riemenscheibe *C* für die maschinelle Schnellverstellung des Querbalkens und des Supports mit Reibungskupplung *D*. Auf gleicher Welle dann Bremse *E*. Diese und die beiden Reibungskupplungen werden durch einen Handhebel *h*<sub>1</sub> (Abb. 150) betätigt. Die Einrichtung ist derart, daß der Antrieb von der Transmission aus auch bei stillgesetzter Planscheibe weiterlaufen kann und daß die Schnellverstellung sowohl bei ruhender als auch laufender Planscheibe eingerückt werden kann. Fest aufgekeilt ist dann Rad *Z*<sub>1</sub>, das auf Welle *F* lose laufende Rad *Z*<sub>2</sub> antreibt, in dem sich eine Schleppkupplung zur Mitnahme der Welle befindet. Neben *Z*<sub>1</sub> Schieberräderblock *Z*<sub>3</sub> bis *Z*<sub>5</sub> eingreifend in entsprechende Räder *Z*<sub>6</sub> bis *Z*<sub>9</sub>, Verschieben des Blocks durch Handrad *H*<sub>1</sub> (Abb. 150). Durch die Schieberäder erhält Welle *F* drei verschiedene Drehzahlen. Findet hier kein Eingriff statt, läuft sie mit der größten Übersetzung *Z*<sub>1</sub> : *Z*<sub>2</sub>. Weiterleitung dann durch Kegelräder *Z*<sub>9</sub> und *Z*<sub>10</sub> entweder unmittelbar auf Welle *G* oder durch Vorgelegerräder *Z*<sub>11</sub> bis *Z*<sub>18</sub>. Welle *G* treibt über Kegelräder *Z*<sub>11</sub> und *Z*<sub>14</sub> und Rittell *Z*<sub>19</sub> den Innenzahnkranz *Z*<sub>20</sub> der Planscheibe, der also 12 verschiedene Drehzahlen erteilt werden können. Vorschubableitung von Rad *Z*<sub>21</sub> auf ein Ziehkeil-Getriebe, das sich in Kasten *J* (Abb. 150) befindet. Durch Ziehkeilgetriebe erhält Welle *K* 8 verschiedene Drehzahlen pro Planscheibenumdrehung. Welle *K* treibt über ein Kegelrädergetriebe und einige Stirnräder die Spindel *L* für den horizontalen Vorschub des Supports und die Welle *M*, von der der vertikale Vorschub des Stößels abgeleitet wird. Antrieb von *L* und *M* auch durch die Handräder *H*<sub>2</sub> bzw. *H*<sub>3</sub> möglich. Schnellverstellung von *C* aus über Riemen-

scheibe  $N$  auf Welle  $O$ ; von hier über Wendegetriebe  $P$  auf Welle  $K$ . Betätigung durch Hebel  $h_2$ . Steht dieser in Mittelstellung, so ist der Vorschub eingerückt. Befindet er sich in den anderen Lagen, so ist die Schnellverstellung nach der einen oder anderen Richtung eingerückt. Von Welle  $O$  aus erfolgt auch über ein Wendegetriebe die Querbalkenverstellung. Die Maschine hat einen geschützten Revolverkopf, der in Abb. 148 im Schnitt dargestellt ist, während Abb. 151 eine Ansicht und Abb. 152 die Werkzeugbefestigung und die Knaggensicherung zeigt. Mittels des Hebels  $h_3$  wird der Kopf gelöst, geschwenkt und wieder festgezogen, wobei er in jeder Werkzeugstellung durch eine doppelte Knaggensicherung  $Q$  (Abb. 152) genau festgestellt wird. Die zentrale Befestigung des Werkzeugs geschieht durch einen Keil  $R$ , der den geschlitzten Werkzeugzapfen auseinanderpreßt und durch die Schraube  $S$  verstellt wird.

Fasson- oder Formdrehbänke. Kennzeichnung ist Werkzeugschlitten mit gleichzeitigem Längs- und Planvorschub; letzterer durch Lehre oder Schablone erzeugt, die am Werkstück abgeformt wird.

Radsatzdrehbänke zum Vor- und Nachdrehen der Radreifen. Nachdrehen mit zwei Formdrehschlitten nach Lehre.

Radreifendrehbänke sind Plandrehbänke zum Ausdrehen der Radreifen.

Hinterdrehbänke zum Hinderdrehen der Fräser usw. schieben bei jedem Fräserzahn den Stahl um die Hinderdrehung vor und ziehen ihn hierauf schnell zurück. Diesen hin- und herspielenden Planvorschub erzeugt meist eine Kurvenscheibe, gegen die der Support unter Vermittlung einer Rolle angedrückt wird. Bei Fräsern mit spiralgenuteten Zähnen ist außer der Teilbewegung noch eine der Steigung entsprechende Zusatzbewegung erforderlich, die durch ein Differentialgetriebe erzeugt wird, Abb. 69 S. 1343.

Revolverbänke für Massenformteile. Kennzeichnungen: Stahlwechsel durch Revolverkopf, der beim Zurückziehen selbst umspringt; Abstechschlitten für fertige Stücke, Werkstoffvorschub in hohler Drehspindel für die Rohstange. Handrevolver vom Arbeiter zu bedienen.

Automaten oder selbsttätige Revolverbänke haben für Werkstoffvorschub und Vorschub des Revolverkopfes Steuertrommeln mit Knaggen, für Abstechschlitten Steuerdaumen. Ganzautomaten für Stangenarbeit, Stange wird nach Abstechen selbsttätig vorgeschoben.

Halbautomaten für Futterarbeit, Arbeitsstück von Hand in Futter gespannt.

Mehrspindlige Ganzautomaten arbeiten zugleich an z. B. 4 Stangen. Spindeltrommel mit 4 Spindeln für die Stangen umschaltbar, ihnen gegenüber steht Revolverkopf mit 4 Werkzeughaltern verschiebbar, aber nicht umschaltbar; nach jedem Hin- und Rückgang des Revolverschlittens ein Arbeitsstück fertig.

Mehrspindlige Halbautomaten arbeiten zugleich mit z. B. 4 Werkzeugspindeln, ein umschaltbarer Spannkopf hält die Arbeitsstücke bereit, dabei können an der Vorderseite Arbeitsstücke ohne Zeitverlust und Stillsetzen der Maschine ein-, um- und ausgespannt werden.

Vielstahlbänke mit einer Anzahl von Stählen auf vorderem Support, der nur Längsvorschub und einer Anzahl von Stählen auf hinterem Support, der nur Quervorschub ausführt. Supporte auf getrennten Bettbahnen.

Wellendrehbänke. Kennzeichnung: niedrige Spitzenhöhe, Antrieb der Welle am Spindel- und Reitstock, um ein Umspannen zu vermeiden, kleiner Geschwindigkeitswechsel, gleichzeitiges Vorschuppen, Nachschuppen und Schlachten mit mehreren Stählen. Wellendrehbänke mit kreisendem Messerkopf ziehen die Welle mit Rollen durch die Maschine und glätten zugleich.

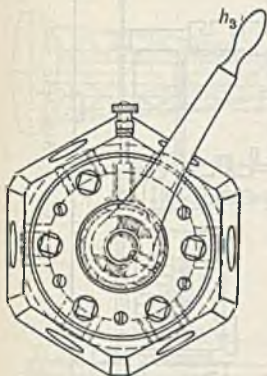


Abb. 151.

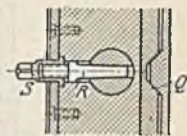


Abb. 152.



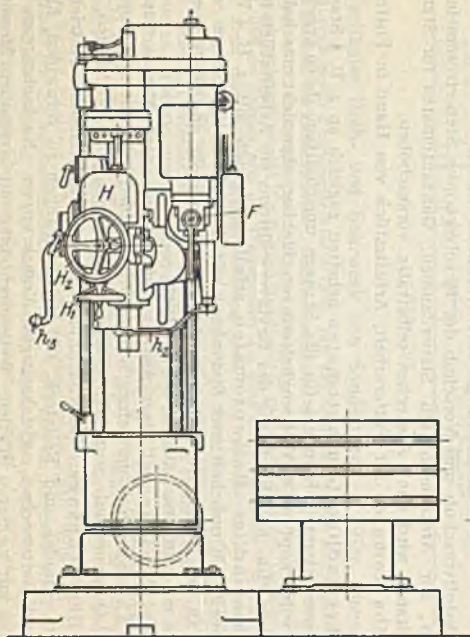


Abb. 153.

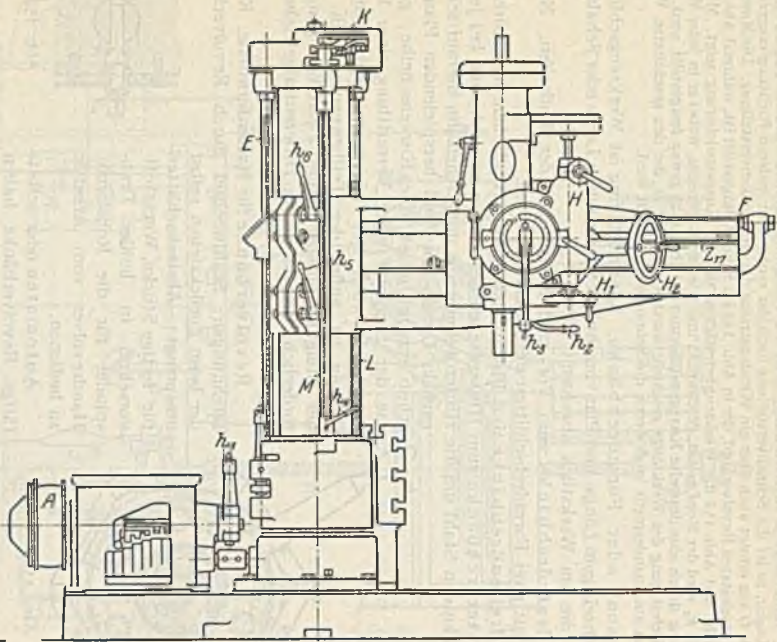


Abb. 154.

Kurbelwellendrehbänke haben einen ringförmigen Messerkopf, der in einem Gehäuse läuft und den Kurbelzapfen umkreist.

Abstechbänke mit rotierendem Werkstück haben 1 bis 10 Stähle vorn und die gleiche Anzahl hinten. Stähle möglichst schmal. Supporte mit Quervorschub, Längsvorschub nur von Hand. Beim Fortschreiten des Durchstechens wird entweder die Drehzahl des Werkstücks geändert um die Schnittgeschwindigkeit konstant zu erhalten, oder der Vorschub. Antrieb zweckmäßig durch Stufenmotor, da hierbei die Drehzahl leicht während des Ganges geändert werden kann. Arbeits-

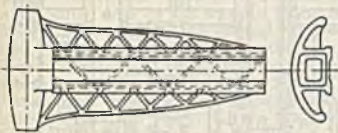


Abb. 156.

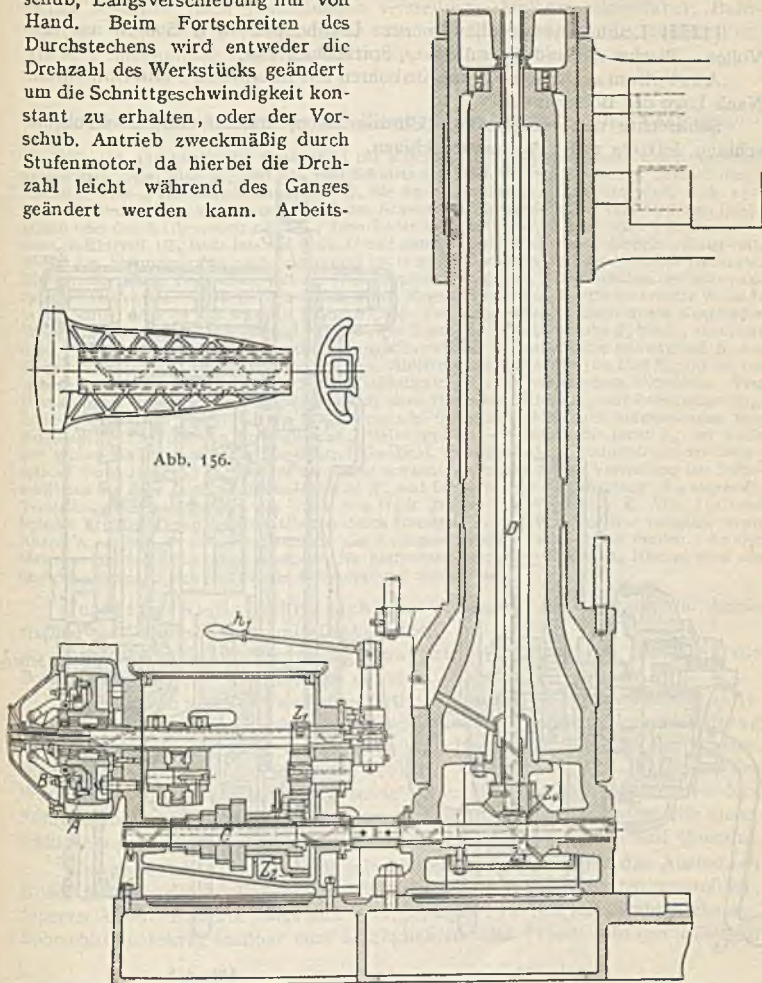


Abb. 155.

bedarf der Abstechbänke bedeutend, z. B. bis 120 PS bei Blockabstechbänken für Radsatzherstellung.

Bohrbänke arbeiten mit Kronen- oder Kernbohrer, der im Bohrstock eingespannt ist und den Vorschub ausführt. Entfernung der Späne mittels durch den Bohrer hindurchgepreßten Kühlwassers. Vorschub kann nur klein sein, da die Späne stark zerkleinert werden müssen. Zum Anbohren besonderer Support, der



während der eigentlichen Bohrarbeit zum Überdrehen des Arbeitsstückes verwendet wird.

## Bohrmaschinen.

(1253) Lochbohrmaschinen zum Lochbohren, d. i. Bohren aus dem Vollen. Werkzeuge sind: Spiralbohrer, Spitzbohrer usw.

Ausbohrmaschinen für das Ausbohren mit Bohrmessern und Aufbohrern. Nach Lage der Bohrspindel:

Senkrechte und waagerechte Bohrmaschinen, erstere meist Lochbohrmaschinen, letztere meist Ausbohrmaschinen.

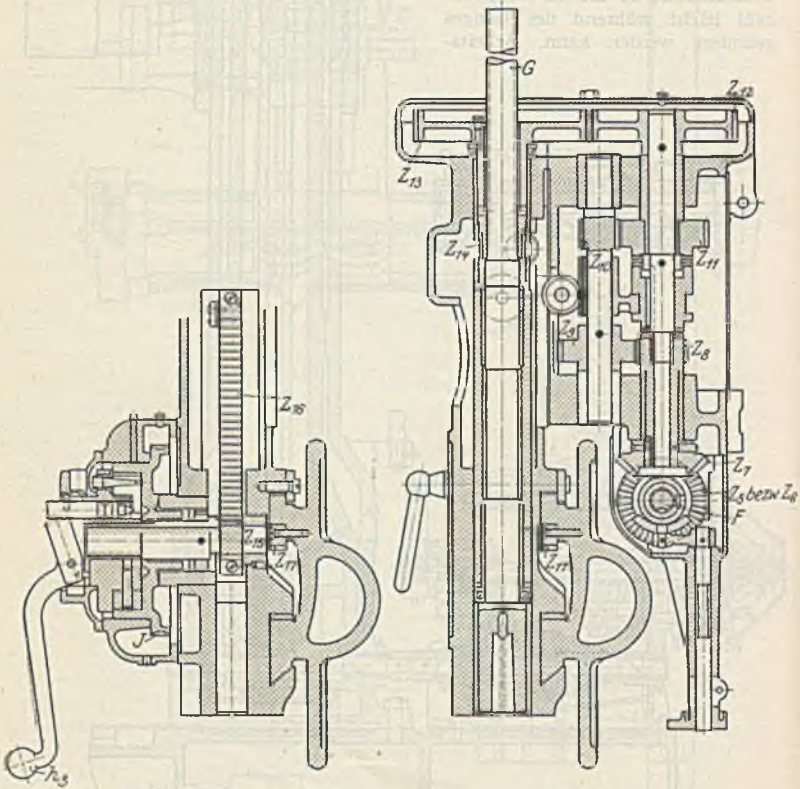


Abb. 157.

Abb. 158.

Säulen- und Ständerbohrmaschinen. Antrieb mit Stufenscheibe und Rädervorgelege, wegen des häufigen Bohrerwechsels Stufenräder bevorzugt, Steuerung eingerichtet für schnelles Hochschlagen des Bohrers, Bohren von Hand und selbsttätiges Bohren.

Vorschubwechsel: etwa 8 Vorschübe zwischen 0,1 und 1 mm mit Ziehkeilschaltung, Selbstausrückung für Bohrtiefe.

Bohrtisch manchmal mit Kreuzschlitten, ausschwenkbar für das Festspannen großer Teile auf Grundplatte.

Schwere Ständerbohrmaschine wie senkrechte Fräsmaschine gebaut.

Wandbohrmaschine hat an Stelle des Ständers eine Wandplatte zum Befestigen an der Wand.

Radial- oder Auslegerbohrmaschine zum Bohren schwerer Stücke; hierzu Maschine nach 3 Richtungen verstellbar: Ausleger schwenkbar, Bohrschlitten auf Ausleger verschiebbar, Ständerschlitten am Ständer hochstellbar, Ausleger zweckmäßig mit Zickzackverrippung nach Abb. 156.

### Säulen-Radialbohrmaschine der Zimmermann-Werke A.-G., Chemnitz.

Abb. 153, 154 bieten das Gesamtbild der Maschine, Abb. 155 den Schnitt durch Antriebskasten und Säule, Abb. 157 und 158 zwei Schnitte durch den Bohrspindelkasten. Antrieb durch Riemenscheibe *A* mit Reibkupplung *B*, die durch Handhebel *h*<sub>1</sub> betätigt wird, Abb. 155. Welle *C* wird sodann angetrieben durch das Schwenkrädergetriebe mit 5 verschiedenen Drehzahlen oder durch Übersetzung *Z*<sub>1</sub>:*Z*<sub>2</sub>; diese Räder sind durch Vermittlung eines Zwischenrades stets in Eingriff. *Z*<sub>2</sub> läuft lose auf Welle *C* und nimmt diese durch eine Schleppkupplung mit. Wenn das Nortongetriebe nicht eingerückt ist, läuft die Welle also mit der kleinsten Drehzahl. Einrichtung hat in Verbindung mit der Reibkupplung den Zweck, das Einrücken der Schwenkräder zu erleichtern. Welle *C* treibt dann durch Kegelräder *Z*<sub>3</sub> und *Z*<sub>4</sub> die senkrechte Welle *D* in der Säule. Von da aus wird die Welle *E*, Abb. 154, angetrieben; sodann durch Kegelräder Welle *F* im Ausleger, Abb. 154 und 158. Weiter durch ein Wendegetriebe *Z*<sub>5</sub> bis *Z*<sub>11</sub>, (betätigt durch *h*<sub>2</sub>) ein Doppelvorgelege *Z*<sub>6</sub> bis *Z*<sub>11</sub>, und Übersetzung *Z*<sub>12</sub> auf *Z*<sub>13</sub> die Bohrspindel *G*, der also 12 verschiedene Drehzahlen erteilt werden. Ableitung des Vorschubs von Rad *Z*<sub>11</sub> auf ein im Kasten *H*, Abb. 153 und 154, befindliches Ziehkeilgetriebe für 6 verschiedene Vorschübe. Von hier aus über Schnecke auf Schneckenrad *J*, Abb. 157, über Ritzel *Z*<sub>14</sub> auf Zahnstange *Z*<sub>15</sub>, Zahnstange *Z*<sub>16</sub> an der Hülse, die die Bohrspindel *G* umfaßt. Bohrdruck aufgenommen von Kugellager (Abb. 158). In Schneckenrad *J* Reibkupplung, die durch Handgriff *h*<sub>3</sub>, der auch der groben Handverstellung der Bohrspindel dient, betätigt wird. Feineinstellung der Bohrspindel durch Handrad *H*<sub>1</sub>, das auf die vorhin erwähnte Schnecke wirkt. Verstellung des Bohrschlittens auf dem Ausleger durch Handrad *H*<sub>2</sub> und Schnecke, die in Zahnstange *Z*<sub>11</sub> eingreift. Verstellung des Auslegers an der Säule von Welle *D* über ein Wendeherz *K*, Abb. 154, auf Spindel *L*. Einrückung des Wendeherzes durch Handgriff *h*, und Welle *M* nur möglich, wenn Knebel *h*<sub>5</sub>, *h*<sub>6</sub>, die für die Festklemmung des Auslegers bestimmt sind, gelöst werden. An der Maschine ist auch selbsttätige Auslösung für bestimmte Bohrtiefe vorgesehen. Hierbei wird die im Schneckenrad *J* sich befindende Reibkupplung ausgerückt.

Universal-Radialbohrmaschine, Ausleger um waagerechte Achse drehbar und Bohrschlitten mit Drehscheibe.

Ortsbewegliche Radialbohrmaschinen werden mit Kran an die Bohrstellen schwerer Arbeitsstücke getragen.

Waagerechtes Bohrwerk mit festliegender Spindel zum Ausbohren mittlerer Werkstücke. Antrieb der Bohrspindel meist mit Stufenrädern, Schaltung mit Zahnstange, sämtliche Schalthelbe und Handräder auf der Vorderseite, Bohrstange im Lager des Rahmens geführt. Arbeitstisch zum Einstellen des Werkstücks, daher Hochstellung, sowie Kreuz- und Rundschlitten, vordere Führung im Rahmen gegen Erschütterungen. Selbstgang mindestens für Querschlitten zum Fräsen, vielfach auch Selbstgang für Hoch-, Längs- und Querzug.

Waagerechtes Bohrwerk mit verstellbarer Spindel für das Ausbohren großer Werkstücke (Zylinder). Bohrspindel an dem Bohrschlitten verstellbar, dagegen Arbeitstisch nur längs und quer. Spindel zuweilen mit Drehscheibe auf Bohrschlitten schräg stellbar zum Schrägbohren oder Fräsen schräger Flächen.

### Waagrecht-Bohr- und Fräswerk der Werkzeugmaschinenfabrik „Union“, Chemnitz.

Wie aus dem Horizontalschnitt Abb. 159 hervorgeht, erfolgt der Antrieb durch Einscheibe mit Reibkupplung. Änderung der Drehzahlen sodann durch Schieberäder, wodurch 6 verschiedene möglich sind. Ober das Kegelräderpaar *Z*<sub>1</sub>, *Z*<sub>2</sub> geht es dann auf die senkrechte Welle *A*, Abb. 160. Von hier über ein Kegelräderpaar und einen nochmaligen Wechsel durch Schieberäder auf die Bohrspindelhülse, die der Bohrspindel *B* 12 verschiedene Drehzahlen erteilen kann. Ableitung des Vorschubes von Rad *Z*<sub>3</sub> aus, welches über einige Zwischenräder und ein Schieberädergetriebe, Abb. 159, dem Rad *Z*<sub>4</sub> 9 verschiedene Drehzahlen für den Vorschub geben kann. Weiterleitung von hier aus auf Welle *C*, wenn die Kuppelmuffe *D* nach links eingerückt wird. Wird die Muffe nach rechts gedrückt, so ist die Reibkupplung *E* eingerückt für die Eilbewegung,



die von der Hauptantriebswelle  $F$  durch die beiden Kettenräder  $Z_3, Z_8$  und daher stets mit konstanter Größe eingeleitet wird und stets im entgegengesetzten Sinne wie der Vorschub. Veränderung der Vorschubgrößen durch Hebel  $h_1$  und  $h_2$  (Abb. 160), Verschieben der Kuppelmuffe  $D$  durch Hebel  $h_3$ . Von Welle  $C$  aus Weiterleitung des Vorschubs oder der Eilbewegung über ein Wendgetriebe — Bedienung durch  $h_1$  auf Welle  $G$  (Abb. 161) über ein Zwischenrad auf Rad  $Z_7$  (Abb. 161). Wird dieses Rad nach links geschoben, so treibt es

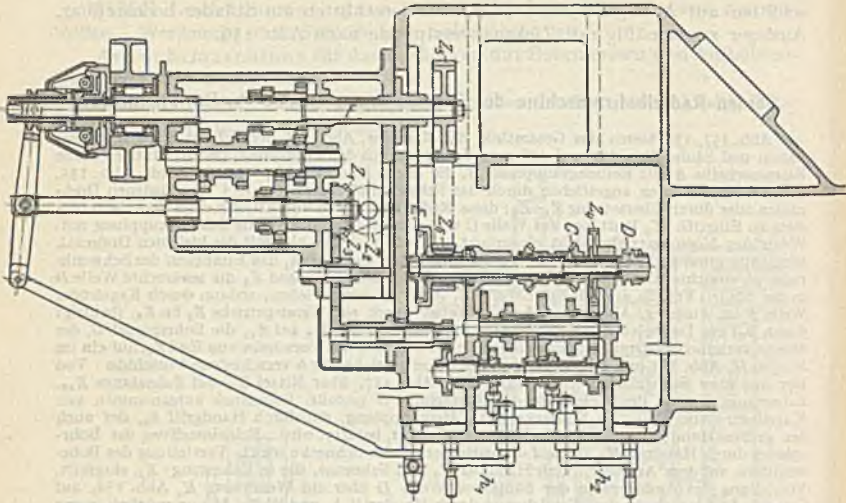


Abb. 159.

unter Vermittlung der Hülse  $H$  und eines Kegelröderpaars die senkrechte Welle  $J$ , die wiederum über ein Kegelröderpaar die waagerechte Welle  $K$  treibt, auf der sich eine Schnecke befindet, die auf ein im Kasten  $L$  befindliches ausrückbares Schneckenrad wirkt, das schließ-

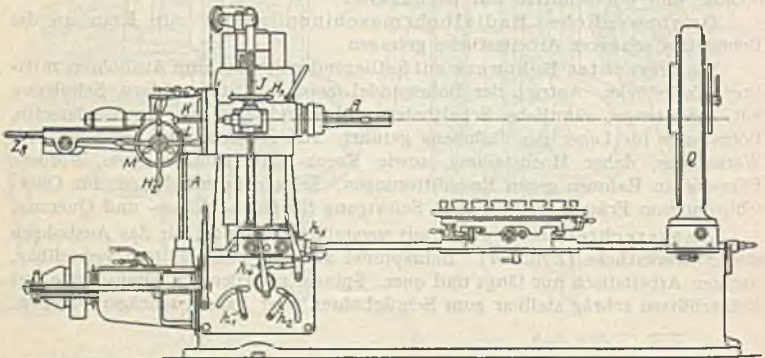


Abb. 160.

lich durch einige Zwischenglieder ein Ritzel antreibt, das die Zahnstange  $Z$ , verschiebt; letztere befindet sich an dem Schlittenlager, das das Bohrspindelende faßt. Die Vorschubbewegung der Bohrspindel kann dann auch von Hand geschehen, und zwar fein durch Handrad  $H$ , und grob durch Handkreuz  $H_2$ , nachdem der Knebel  $M$  gelöst ist. Wird das Rad  $Z$ , (Abb. 161) nach rechts verschoben, so wird die Welle  $N$  damit gekuppelt, die durch Kegelräder die Spindel  $O$  zur Verstellung des Bohrspindelkastens antreibt. Von dem Kegelrad  $Z$ , für den Antrieb dieser Spindel wird dann die Welle  $P$  in Abb. 162, die einen Horizontalschnitt darstellt, angetrieben. Die Welle liegt im Bett der Maschine und treibt eine im Setzstock  $Q$ , Abb. 160, befindliche Spindel zur Verstellung des Setzstocklagers. Verstellung von Spindel-

kasten und Setzstocklager sind also zwangsläufig miteinander verbunden. Rad  $Z_7$  treibt dann noch Rad  $Z_{11}$  und dieses die Schaftwelle  $R$ , Abb. 162, und diese bewirkt unter Vermittlung eines Schneckentriebes den Quervorschub des Tisches, der natürlich auch von Hand möglich ist. Von Rad  $Z_{10}$  über Rad  $Z_{11}$  und Spindel  $S$  Längsvorschub des Tisches. Die Bewegungen der Wellen  $P$  und  $R$  und der Spindel  $S$  sind gegeneinander gesichert, so daß ein gleichzeitiges Einrücken ausgeschlossen ist.

Waagerechtes Bohrwerk mit verstellbarer Spindel und verstellbarem Ständer auf Bett für sehr große Werkstücke, die auf Platte aufgespannt werden.

Alle Schnitt- und Vorschubbewegungen werden vom Werkzeug ausgeführt. Auch bei diesen Maschinen Spindel zuweilen mit Drehscheibe auf Bohrschlitten schrägstellbar.

Zylinderbohrmaschine mit wanderndem Bohrkopf. Letzterer wird von der Bohrspindel gedreht und von der inneren Leitspindel vorgeschoben. Vorzug: kurze Bauart; Nachteil: geschwächte Spindel.

Zylinderbohrmaschine mit wandernder Bohrstange, die mit einem Gleitschuh vorgeschoben und dabei den Bohrkopf dreht. Vorzug: volle Stange aus Schmiedestahl; Nachteil: lange Maschine.

Schnellbohrmaschinen für Löcher bis 20 mm Durchmesser. Kennzeichnung: einfache Handhebelschaltung der Bohrspindel, Hochschlagen des Bohrers mit Spiralfeder oder Gegengewicht am Hebel; für tiefe Löcher Hebel nachklinkbar; Hubgrenze für gleiche Bohrtiefen.

Neuere Schnellbohrmaschinen mit elektr. Antrieb haben sehr hohe Drehzahlen, bis 12000, damit auch kleine Löcher mit der richtigen Schnittgeschwindigkeit gebohrt werden können.

Bohrpresse von Wessellmann hat zwei Säulen, die durch eine Kopfbrücke und die Grundplatte verbunden sind. Bohrspindel in der Mitte. Bohrdruck wird von beiden Säulen gleichmäßig aufgenommen, keine Durchbiegung, kein Schiefstellen des Bohrers, daher kann mit großem Vorschub gearbeitet werden.

Handbohrmaschinen für Montagezwecke elektrisch und mit Preßluft betrieben, werden mit der Hand angesetzt, größere sind fahrbar.

Mehrspindlige Bohrmaschinen dienen zum Bohren, Aufreiben, Versenken, Gewindeschneiden usw.

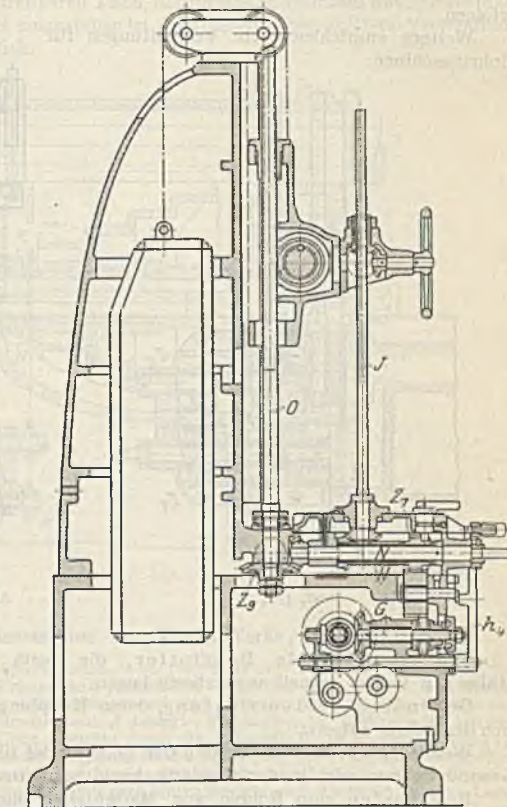


Abb. 161.



Lochreihenbohrmaschinen mit einer Reihe nebeneinanderliegende Bohrspindeln mit gemeinsamer Schaltung für das Bohren von Nietlöchern.

Flanschenbohrmaschinen zum Bohren von Schraubenlöchern in Flanschen mit 4 bis 6 Bohrspindeln auf Schraubenkreis einstellbar und gemeinsam schaltbar.

Das Bohren von Flanschlöchern kann auch auf gewöhnlicher Bohrmaschine unter Verwendung eines Bohrkopfes nach Abb. 163 erfolgen.

Weitere empfehlenswerte Vorrichtungen für Bohrmaschinen:

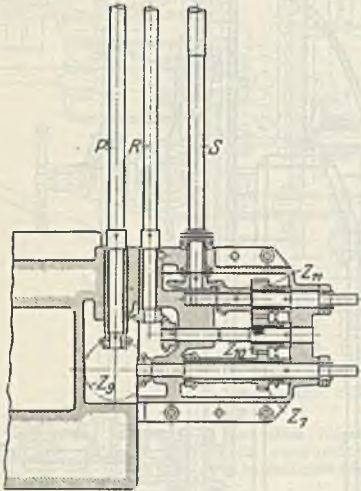


Abb. 162.

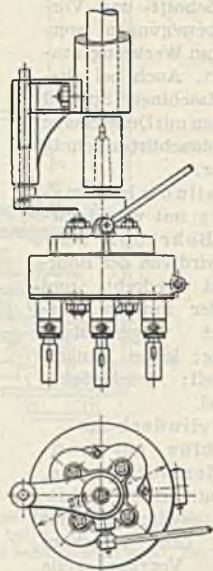


Abb. 163. Bohrkopf.

Schnellspannende Bohrfutter, die beim Festhalten der äußeren Hülse den Bohrer schnell auswechseln lassen.

Gewindeschneidvorrichtung, deren Kupplung ausgerückt wird, sobald sich der Bohrer aufsetzt.

Wendegetriebe in dem Antrieb der Bohrspindel für schnellen Rücklauf des Gewindebohrers oder in der Gewindeschneidvorrichtung.

Bohrkasten zum Bohren von Massenteilen ohne Anreißen. Kann auch auf mehrspindligen Sonderbohrmaschinen geschehen.

## Fräsmaschinen.

(1254) Arbeitsweise: Fräser erhält von der Frässpindel die Hauptbewegung, das Werkstück vom Arbeitstisch den Vorschub entgegen dem Drehsinn des Fräasers.

Nach der Lage der Frässpindel: waagerechte und senkrechte Fräsmaschinen.

Einfache Fräsmaschine für gerade Schnitte, Vorschub des Querschlittens daher nur senkrecht zur Frässpindel.

Antrieb der Frässpindel bei leichten Maschinen durch Stufenscheibe im oberen Ständer, bei schweren Maschinen durch Stufenräder. Gegenhalter zum Abstützen des Dornes, Verstrebung des Winkeltisches mit Gegenhalter und Grundplatte.

Arbeitstisch: Winkeltisch mit Teleskopspindel zum Einstellen des Werkstückes an den Fräser. Querschlitzen und Längsschlitzen mit Selbstgang und Selbstaurückung, Schnellverstellung von Hand. Antrieb des Tisches mit Gelenkwellen oder sich schneidenden Wellen. 6 bis 8 Vorschübe von 13 bis 260 mm/min und mehr; meist Ziehkeilschaltung oder Nortonschaltung oder Schieberäder.

Universal- oder Allgemeine Fräsmaschine unterscheidet sich von der einfachen durch den drehbaren Tisch, der für das Spiralfräsen auf Spiralwinkel  $= 90^\circ$  — Steigungswinkel einzustellen ist. Bei diesen Arbeiten ist die Verwendung eines Teilkopfes erforderlich.

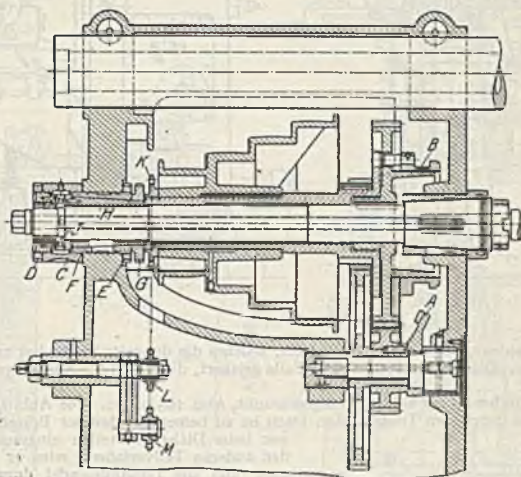


Abb. 164.

### Universal-Fräsmaschine der Wotan-Werke, Chemnitz.

Der Schnitt durch den Spindelkasten, Abb. 164, zeigt eine vierstufige Scheibe und ein Rädervorgelege, wodurch der Frässpindel 8 verschiedene Drehzahlen erteilt werden. Das letztere ist unter der Frässpindel, nicht seitlich gelagert und wird durch den Hebel  $h_1$ , Abb. 166, ein- und ausgeschwenkt, der das Kegelradsegment  $A$  bewegt. Verbindung der Stufenscheibe mit der Spindel beim unmittelbaren Gang geschieht durch die Stiftmuffe  $B$ , die durch den Hebel  $h_2$ , Abb. 166, bewegt wird. Besonders sorgfältig ist die Einstellung der Frässpindel ausgebildet. Sie erfolgt durch eine Kapselmutter  $C$ , Abb. 164, durch welche nach Lösen der Mutter  $D$  und  $E$  die Büchse  $F$  und damit die Spindel so weit nach hinten gezogen wird, bis sie im vorderen Lager dicht geht. Dann werden die Muttern wieder angezogen und es kann nun das hintere Lager nachgestellt werden durch Mutter  $G$ , welche die Schlitzbüchse  $H$  verstellt. Aufnahme des Längsdruckes durch den Druckring  $J$ , der mit einer Nase auf der Spindel festgehalten wird. Die Ableitung des Vorschubes geschieht von der Stufenscheibe nicht von der Hauptspindel aus. Diese Art der Ableitung ist für Fräsmaschinen richtiger als die ältere Art. Man hat dann für große langsam laufende Fräser genügend große Vorschübe pro Minute zur Verfügung und andererseits werden für kleine schnelllaufende Fräser die minutlichen Vorschübe nicht zu groß. Das auf der Stufenscheibe sitzende Kettenrad  $K$  treibt über die beiden Spannrollen  $L, M$  ein Kettenrad im Vorschubkasten. Dieser ist als ein Ganzes für sich in den Ständer der Maschine eingesetzt,  $N$ , Abb. 166. Abb. 167 zeigt den herausgenommenen Kasten. Hieraus ist das erwähnte Kettenrad zu erkennen und ferner ein Schwenkrädergetriebe für 6 und damit verbunden ein Schieberädergetriebe für 3 Drehzahlen, so daß auf eine Umdrehung der Stufenscheibe 18 verschiedene Vorschübe gegeben werden können. Veränderung der Vorschübe durch Hebel  $h_3$  und  $h_4$ , Abb. 166. Untenstehende Tafel zeigt die Auswahl der Spindelumdrehungen und die zugehörigen minutlichen Vorschübe. Die Weiterleitung der Schaltung vom Rad  $Z$ , erfolgt sodann über ein Zwischenrad auf eine Gelenkwelle, welche ihrerseits die im Kasten  $O$ , Abb. 165, am Tischkonsol sich befindenden Verteilungsräder für die Vorschübe antreibt. Von hier aus werden angetrieben die Teleskopspindel  $P$  für die Senkrechtstellung des Tisches, eine Schaftwelle  $Q$ , Abb. 165 u. 163, die dem Antrieb des Tischoberteiles dient und die Spin-



del  $R$  zur Verschiebung des ganzen Tisches in der Richtung der Frässpindel. Der Verteilungsräderkasten  $O$ , Abb. 165, in dem auch die erforderlichen Wendegetriebe liegen, wird bedient durch die Hebel  $h_1$  und  $h_2$ . Im Tischoberteil, Abb. 168, ist die Spindel  $S$  fest eingespannt. Auf der im Drehteil gelagerten Mutter  $T$  läuft das von  $R$  angetriebene Kegelrad  $U$  und das damit verbundene Ritzel  $V$  lose, während das gleichgroße Ritzel  $W$  fest aufgekeilt

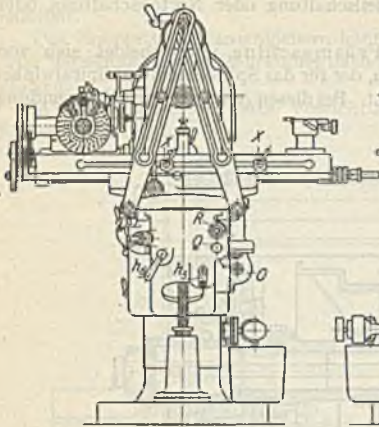


Abb. 165.

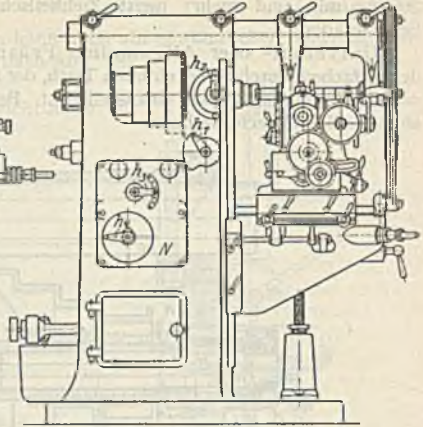


Abb. 166.

ist. In diese beiden Ritzel greift ein drittes, welches die doppelte Breite hat und stellt so die Verbindung her. Dieses Ritzel ist in einer Falle gelagert, die durch die Anschläge  $X$ , Abb. 165, ausgelöst wird.

Auf dem Tisch wird der Teilkopf aufgeschraubt, Abb. 165 u. 166. Die Abb. 169, 170 u. 171 stellen Schnitte durch den Teilkopf dar. Dazu ist zu bemerken, daß der Bolzen  $F$ , Abb. 169, nur beim Differentialteilen eingesetzt wird. Bei den anderen Teilverfahren wird er herausgenommen und die Teilkopfspindel durch eine Dornschraube geschlossen. Auf der Spindel sitzt eine Teilscheibe  $A$ , die beim Direktteilen Verwendung findet. Bei diesem Verfahren wird die exzentrisch gelagerte Schnecke  $B$  herausgeschwenkt. Beim Indirektteilen wird die Schnecke wieder in das Schneckenrad, welches 60 Zähne hat, eingeschwenkt und ihre Lagerung festgestellt. Das Ende der Schneckenwelle ist als Ritzel herausgebildet, in welches das gleiche große Ritzel  $Z_1$ , Abb. 170, der Kurbelwelle eingreift. Dadurch, daß die Kurbel und die Teilscheibe  $C$  nicht unmittelbar auf der Schneckenwelle sitzen, wird die ganze Bauart des Teilkopfes viel gedrängter und die Teilscheibe steht nicht nach unten über die Aufschraubfläche des Teilkopfes. Die Spindellagerung kann um das Mittel der Kurbel geschwenkt und so die Teilspindel aus ihrer horizontalen Lage verstellbar werden. Die Teilscheibe  $C$  hat auf beiden Seiten Löcher und wird beim gewöhnlichen Indirektteilen durch den Stift  $D$  festgehalten. Bei diesem Teilverfahren gilt die Beziehung  $n = \frac{Z}{z}$ ,

wobei  $n$  die Anzahl der Umdrehungen der Teilkurbel,  $Z$  die Anzahl der Zähne des Schneckenrades,

hier also gleich 60, und  $z$  die Anzahl der Zähne des zu teilenden Arbeitsstückes. Es sei z. B. die Zahl 23 zu teilen,  $z$  also = 23, dann ist  $n = \frac{60}{23} = 2 \frac{14}{23}$ . Es ist also die Teilkurbel auf den 23er

Lochkreis einzustellen, sie hat dann 2 volle Umdrehungen zu machen und dann ist sie noch um 14 Löcher weiterzudrehen. Zur Erleichterung des letzteren sitzt auf der Schneckenwelle lose eine Stellschere, die in Abb. 170 zu erkennen ist. Sie wird durch eine Blattfeder an die Teilscheibe gedrückt. Die Schenkel der Schere können gegeneinander verstellbar werden. Man nimmt die Anzahl der Löcher, um die die Kurbel weiterzudrehen, im vorliegenden Falle also 14, zwischen die

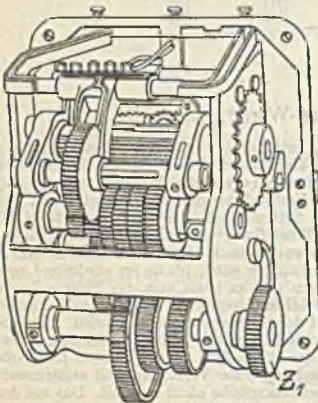


Abb. 167.

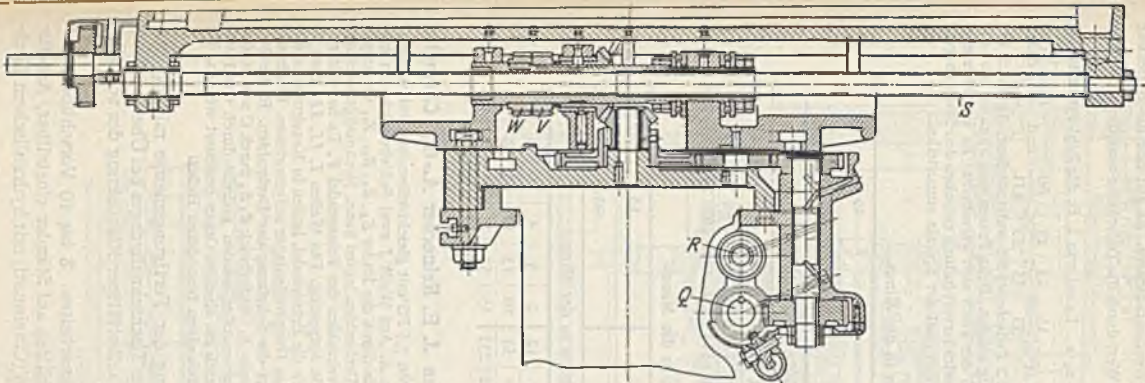


Abb. 168.

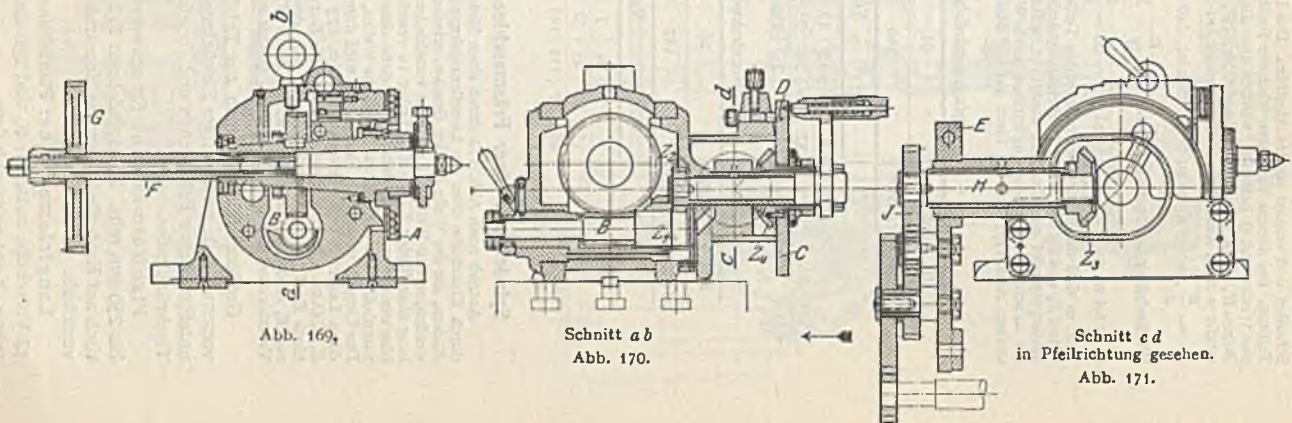


Abb. 169.

Schnitt a b  
Abb. 170.Schnitt c d  
in Pfeilrichtung gesehen.  
Abb. 171.



Schenkel und erspart so das Abzählen. Das Differentialteilverfahren ermöglicht jede beliebige Teilung. Bei diesem Verfahren wird der Radbolzen  $F$ , Abb. 169, eingesetzt. Auf diesem wird das Wechselrad  $G$  befestigt, welches über die Räder der Wechselräderschere  $E$ , Abb. 171, den Bolzen  $H_1$  treibt, der über die Kegelräder  $Z_3, Z_4$  der Teilscheibe eine Zusatz- oder Abzugsbewegung erteilt je nach Anzahl der Zwischenräder auf der Wechselradschere. Es gilt hier die Beziehung  $n_1 \sim \frac{Z}{z}$ , wobei  $n_1$  so zu bestimmen ist, daß der Wert durch die Teilscheibe ausführbar ist. Die

Wechselräder bestimmen sich dann zu  $\frac{G}{J} = Z - n_1 \cdot z$ . Es sei nun z. B. die Zahl 131 zu teilen, dann ist  $n_1 = \frac{15}{33} \sim \frac{60}{131}$  und  $\frac{G}{J} = 60 - \frac{15}{33} \cdot 131 = \frac{15}{33} = \frac{25}{55}$ ;  $\frac{15}{33} < \frac{60}{131}$  und  $\frac{G}{J}$  daher  $> 0$ ; es sind daher für den vorliegenden Teilkopf 2 Zwischenräder aufzustecken, da durch die Ritzel  $Z_1$  und  $Z_2$  schon eine Drehrichtungsänderung erfolgt. Beim Fräsen von Spiralen muß die Teilkopfspindel eine Drehung ausführen, während der Tisch sich verschiebt. Es ist daher eine der zu schneidenden Steigung entsprechende Wechselräderverbindung zwischen den beiden herzustellen, Abb. 171, und der Tisch auf 90°-Steigungswinkel der Spirale einzustellen.

Spindelumdrehungen in der Minute

|                         |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| Mit Vorgelege           | 61  |     |     |     |     |     | 40  |     |     |     |     |  |
| Ohne Vorgelege          | 340 |     |     |     |     |     | 220 |     |     |     |     |  |
| Vorschübe in der Minute |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
| 8                       | 10  | 13  | 17  | 22  | 28  | 5   | 7   | 9   | 11  | 14  | 18  |  |
| 37                      | 46  | 58  | 75  | 95  | 123 | 23  | 30  | 38  | 49  | 62  | 80  |  |
| 157                     | 201 | 257 | 330 | 420 | 544 | 102 | 131 | 167 | 213 | 273 | 354 |  |

Spindelumdrehungen in der Minute

|                         |     |     |     |     |     |    |    |    |    |     |     |  |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|-----|-----|--|
| Mit Vorgelege           | 26  |     |     |     |     |    | 18 |    |    |     |     |  |
| Ohne Vorgelege          | 147 |     |     |     |     |    | 95 |    |    |     |     |  |
| Vorschübe in der Minute |     |     |     |     |     |    |    |    |    |     |     |  |
| 4                       | 5   | 6   | 7   | 9   | 12  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | 8   |  |
| 15                      | 20  | 25  | 32  | 41  | 53  | 10 | 13 | 17 | 21 | 27  | 35  |  |
| 68                      | 87  | 111 | 143 | 182 | 235 | 45 | 57 | 73 | 94 | 120 | 155 |  |

### Spindelstock einer Fräsmaschine von J. E. Reinecker A.-G., Chemnitz.

Antrieb nach Abb. 172 durch einen Motor von 7,5 PS mit gleichbleibender Drehzahl oder durch Einscheibe über die Lamellenreibkupplung  $A$ . Auf Welle  $I$  zwei Schiebelöcke zu zwei Rädern, die der Welle  $II$  vier Geschw. erteilen, die durch die Räder  $Z_1, Z_2, Z_{12}, Z_{11}$  verdoppelt werden, so daß Welle  $III$  mit acht verschiedenen Drehzahlen laufen kann. Nochmalige Verdoppelung über Räder  $Z_{13}$  bis  $Z_{16}$ . Daher 16 versch. Drehzahlen der Frässpindel  $V$ . Es handelt sich hier um ein reines Schieberädergetriebe ohne jede Kupplung. Die Wellen  $I, II, III$  sind als Sternkeilwellen ausgeführt. Sämtliche Wellen, auch die Frässpindel, laufen in Kegelrollenlagern. Der Längsdruck auf die Frässpindel wird durch das Hauptrollenlager aufgenommen. Ein besonderes Lager ist nicht erforderlich. Abb. 173 zeigt die Schaltung der Drehzahlen. Räderblock  $Z_1, Z_2$  (Abb. 172) wird gesteuert durch die Kurvenrolle  $B$ , Räderblock  $Z_3, Z_4$  durch  $C$  und Räderblock  $Z_{10}, Z_{11}$  durch Kurvenrolle  $D$ . Alle drei Kurvenrollen werden gedreht durch das Handrad  $E$ , so daß die acht Geschw. der Welle  $III$  durch ein einziges Organ gesteuert werden. Die Verschiebung des Blockes  $Z_{13}, Z_{14}$  geschieht durch einen besonderen Hebel.

Größere Fräsmaschinen zur Erhöhung der Fertigungsmenge mit Sprungvorschub, d. h. selbsttätiger Einrückung des Tischschnellganges bei Überbrückung unterbrochener Fräsflächen und ebenfalls selbsttätiger Einrückung des schnellen Tischrücklaufes.

Planfräsmaschine für schwere Planarbeiten. 8 bis 10 Vorschübe von 8 bis 250 mm/min. Frässpindel mit Frässlitten auf Ständer einstellbar, Arbeitstisch auf Kastenbett. Neuere Konstruktion (Cincinnati) mit hydraulischem Tischvorschub.

Langfräsmaschine: Planfräsmaschine mit langem Tisch für großen Hub, 12 Vorschübe zwischen 10 und 250 mm/min; 2 bis 4 Frässlitten, 2 auf Quertträger, 2 auf Seitenständern.

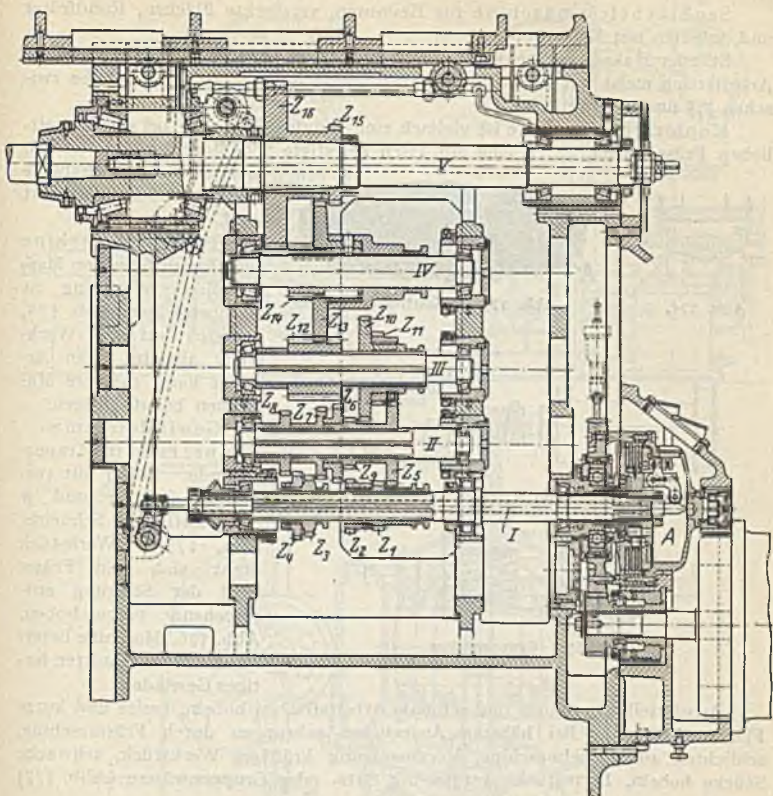


Abb. 172.

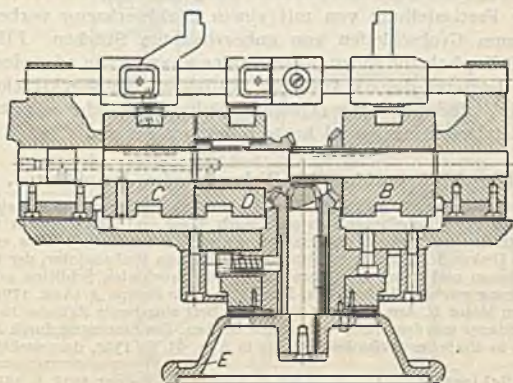


Abb. 173.



Senkrechtfräsmaschine für Keilnuten, versteckte Flächen, Rundfräser und Arbeiten mit Messerkopf.

Ständer Hakenform, senkrechte Frässpindel am Ständer zum Feineinstellen. Arbeitstisch meist mit Rundtisch für das Rundfräsen. 6 bis 12 Vorschübe zwischen 7,5 und 250 mm/min.

Kopierfräsmaschine ist vielfach eine Langfräsmaschine, bei der die seitlichen Frässlitten durch eine am Tisch befestigte Schablone geführt werden, so daß die Schablone am Werkstück abgeformt wird.

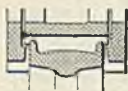


Abb. 174.



Abb. 175. A-Kontrollzahn.

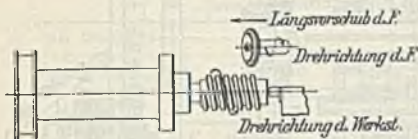


Abb. 176.

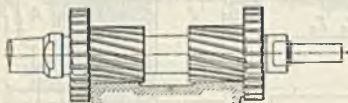


Abb. 177. Gruppenfräser.

Rundfräsmaschine zum Rundfräsen von Masenteilen. Werkzeug ist ein Formfräser, Abb. 174, der sich auf dem Werkstück abwälzt. Ein Arbeiter kann mehrere Maschinen beaufsichtigen.

Gewindefräsmaschine: meist für Trapezgewinde. Fräser mit versetzten Zähnen und je einer seitlichen Schneide, Abb. 175. Werkstück dreht sich und Fräser wird der Steigung entsprechend vorgeschoben, Abb. 176. Maschine liefert mit 1 oder 2 Schnitten fertiges Gewinde.

Arbeitsteilung: Lange und schmale Arbeitsflächen hobeln, breite und kurze Flächen fräsen<sup>1)</sup>. Bei höheren Ansprüchen schruppen durch Fräsmaschine, schlichten auf Hobelmaschine, Voraussetzung kräftiges Werkstück, schwache Stücke hobeln. Formstücke werden mit Satz- oder Gruppenfräsern (Abb. 177) gefräst.

## Schleifmaschinen.

(1255) Flächenschleifmaschinen zum Schleifen von ebenen Flächen, entweder zur Fertigstellung von mit einem Stahlwerkzeug vorbehandelten Teilen oder zum Grobschleifen von unbearbeiteten Stücken. Flächenschleifmaschinen mit Topfscheibe haben entweder eine waagerechte oder eine senkrechte Spindel. Bei letzterer Bauart Auf- und Abspannen der Werkstücke einfacher. Maschinen mit Zylinderscheibe waagerechte Spindel. Maschinen mit Rund- oder Langtisch. Letztere Bauart wird heute meist vorgezogen.

### Flächenschleifmaschine der Diskus-Werke, Frankfurt a. M.

Abb. 178 und 179 zeigen die Außenansichten der Maschine, während Abb. 180 einen Senkrechtschnitt durch den Schleifscheibenantrieb und durch Tisch und Bett darstellt und Abb. 181 einen Senkrechtlängsschnitt durch die letzteren Teile. Wie aus Abb. 180 zu ersehen, erfolgt der Antrieb des Diskus-Schleifrades unmittelbar durch einen Einbaumotor, der in einem senkrecht verschiebbaren und durch ein Gegengewicht ausgewuchteten Schlitten gelagert ist. Die Tischlängsbewegung geschieht hydraulisch. Der Antrieb der Pumpe A (Abb. 179) erfolgt durch einen besonderen Motor B. Aus Abb. 181 ist der im Bett eingebaute Zylinder zu erkennen und der durch eine Stange mit dem Tisch verbundene Kolben. Die Steuerung durch Anschläge oder von Hand wird in ähnlicher Weise bewirkt wie in Abb. 95, S. 1350, dargestellt<sup>2)</sup>. Die Haupt-

<sup>1)</sup> S. auch Schlegelmilch: Hobel- oder Fräsmaschine. Betrieb 1922, S. 385.

<sup>2)</sup> W.T. 1928, H. 10.

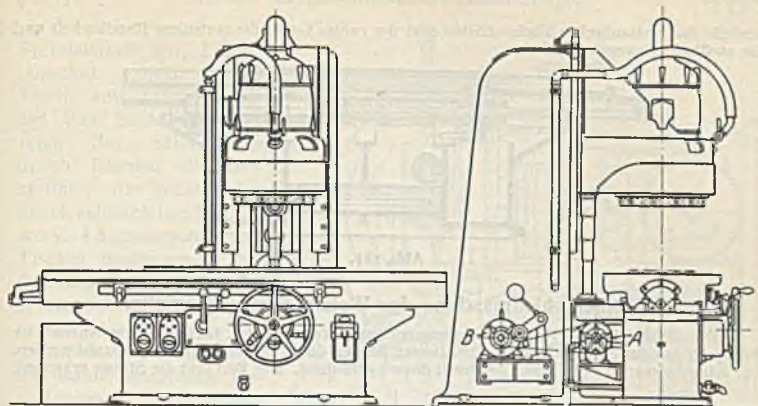


Abb. 178 und 179.

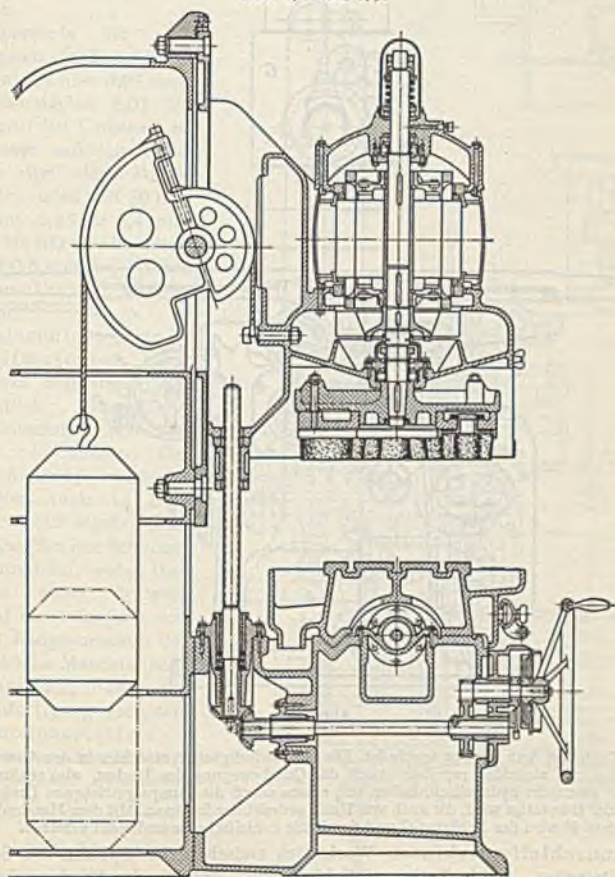


Abb. 180.



vorteile des hydraulischen Tischantriebes sind der ruhige Gang, die stufenlose Regelbarkeit und die stoßfreie Bewegungsumkehr.

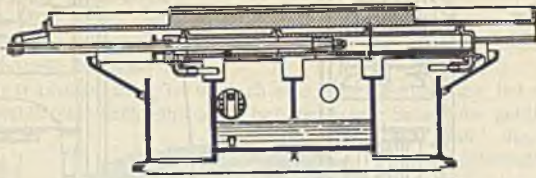


Abb. 181.

### Flächenschleifmaschine der Wotan-Werke, Chemnitz.

Von der durch einen Flanschmotor angetriebenen Welle *A* (Abb. 182) erfolgt der Antrieb der Pumpe *B* und der Schleifscheibe *C*. Die Riemen können durch Spannrollen nachgespannt werden. Die Längsbewegung des Tisches geschieht dann hydraulisch. Das Bild läßt die Stange erkennen,

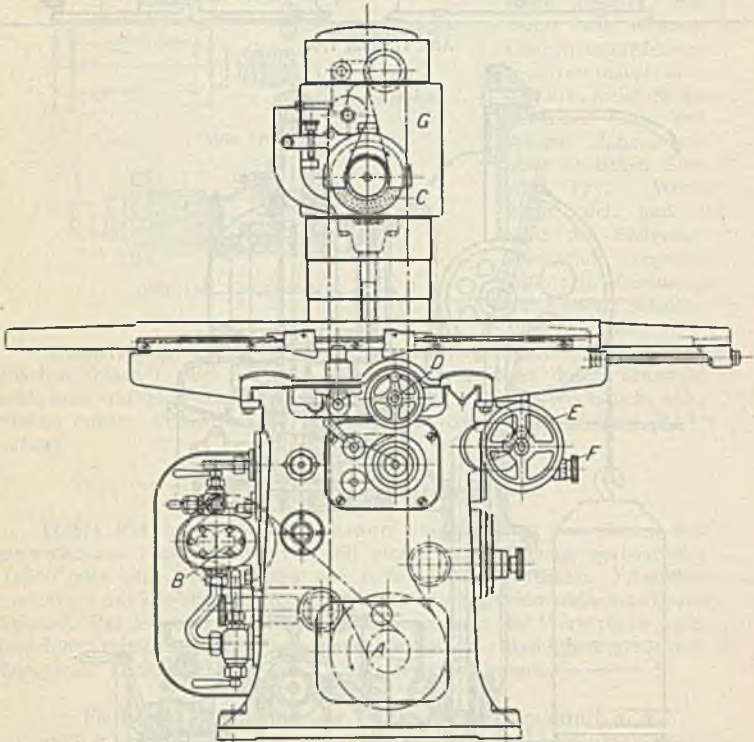


Abb. 182.

die den Tisch mit dem Kolben verbindet. Die Geschwindigkeiten sind hier in den Grenzen von 0,5 bis 18 m/min stufenlos regelbar. Auch die Querbewegung des Tisches, also senkrecht zur Bildebene, geschieht hydraulisch, indem von einem durch die Pumpe getriebenen Drehschieber eine Spindel *D* betätigt wird, die auch von Hand gedreht werden kann. Mit dem Handrad *E* bzw. dem Griffrad *F* wird der Schlitten *G* und damit die Schleifscheibe senkrecht verstellt.

Rundschleifmaschinen. Werkstück zwischen den Spitzen des Spindel- und Reitstockes. Beide Teile auf Schleiftisch. Antrieb des Werkstückes vom

Spindelstock aus, Längsvorschub meist vom Tisch ausgeführt, seltener vom Schleifrad. Antrieb des Schleifrades durch Riemen, Feinbeeinstellung des Schleifrades durch selbsttätiges Schaltwerk. Längsvorschub des Tisches heute meist hydraulisch. Antrieb des Werkstückes durch Regelmotor oder ebenfalls hydraulisch. Das Werkstück ist durch Setzstücke abzustützen, die an bearbeiteten Stellen angesetzt werden.

Spantiefe für das Schrappen von Maschinenstahl nicht über 0,05 mm, am günstigsten 0,03 bis 0,04 mm; bei Gußeisen so groß wie möglich. Zugaben für das Rundschleifen seien bei 50 mm Durchm. 0,25 bis 0,4 mm, bei 50 bis 100 mm Durchm. 0,5 bis 0,6 mm, bei 100 bis 300 mm Durchm. 0,7 bis 0,9 mm.

Spitzenlose Rundschleifmaschine. Hierbei zwei Schleifscheiben, Werkstück dazwischen auf Unterlage. Scheiben haben verschiedene Geschwindigkeit, wodurch das Werkstück in Drehung versetzt wird. Durch Schrägstellen der Scheiben gegeneinander, wobei ihre Achsen unter spitzem Winkel einander kreuzen, erfolgt Längsvorschub des Werkstücks. Maschine sehr leistungsfähig, daher für Massenfertigung geeignet.

Innenschleifmaschine zum Ausschleifen von Büchsen, Zylindern, Rädern u. dgl. Arbeitsweise: Schleifspindel auf Tisch führt Längsbewegung aus. Werkstück nur Drehbewegung.

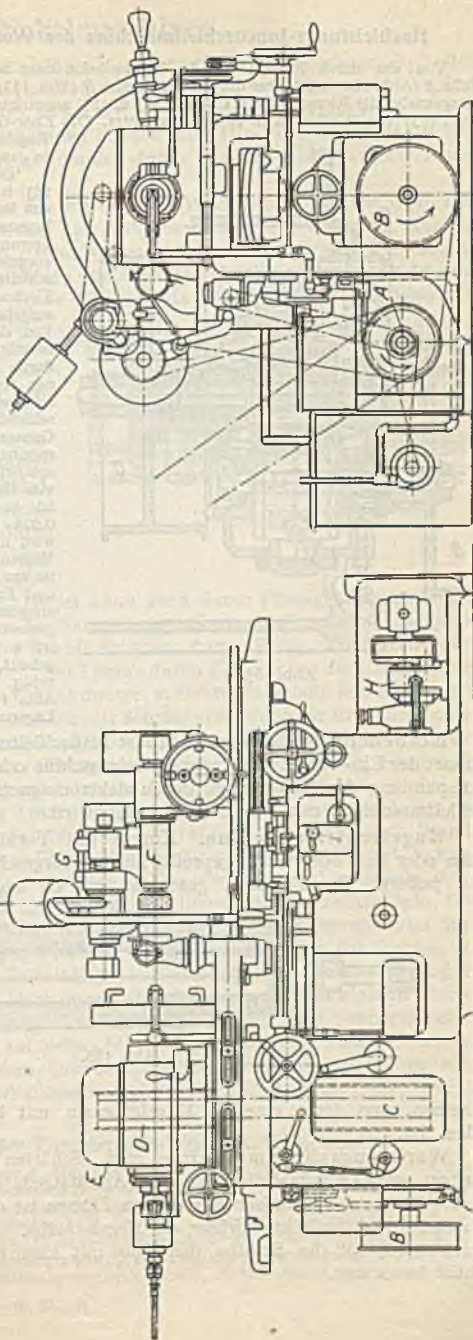


Abb. 183 und 184.



### Hochleistungs-Innenschleifmaschine der Wotan-Werke, Chemnitz.

Von der durch Riemen von der Transmission oder durch Flanschmotor angetriebenen Welle *A* (Abb. 184) wird über die Riemenscheibe *B* (Abb. 183, 184 u. 185) und ein Enor-Flüssigkeitsgetriebe die Riemenscheibe *C* (Abb. 183 u. 185) angetrieben, die über die Riemenscheibe *D* (Abb. 183) das Werkstück in Drehung versetzt. Das Enor-Getriebe ermöglicht ein stufenloses Regeln der Werkstückspindel-Geschw. in den Grenzen von 0 bis 500 U/min.

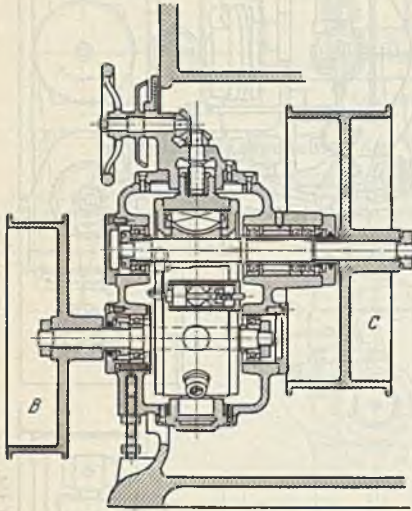


Abb. 185.

Der Werkstückspindelstock *E* (Abb. 183) ist bis  $15^\circ$  drehbar zum Schleifen von kegeligen Bohrungen. Antrieb der Innenschleifspindel *F* erfolgt von einer Trommel auf Welle *A* über ein Zwischenvorgelege, ebenso der Antrieb der Planschleifspindel *G*. Der Längsvorschub des Tisches, auf dem der Schleifapparat aufgebaut ist, geschieht hydraulisch. Von der Welle *A* wird die Pumpe *H* betätigt. Der Vorschub geschieht dann durch einen mit dem Tisch verbundenen Kolben, der sich in einem in Maschinenbett befestigten Zylinder verschiebt. Die Tischgeschw. ist in den Grenzen von 0,3 bis 12 m/min stufenlos regelbar. Die Zustellung der Schleifspindel gegen das Arbeitsstück kann von Hand oder selbsttätig erfolgen und ist in den Grenzen von 0,002 bis 0,028 mm einstellbar. Die Maschine wird mit halb- oder vollautomatischer Meßeinrichtung ausgestattet. Bei beiden ist ein Stillstehen der Werkstückspindel und Entfernen der Schleifspindel nicht erforderlich, wodurch sehr viel an Zeit gewonnen wird. Die Planschleifspindel ist an einem schwenkbaren Arm angebaut. Das Werkstück wird gleichzeitig innen und außen geschliffen. Abb. 186 zeigt einen Schnitt durch die Lagerung der Innenschleifspindel.

Kolbenringschleifmaschine ist Planschleifmaschine mit Drehtisch nach Bauart der Ein- oder Zweiständer-Hobelmaschine oder der Stößelhobelmaschine. Aufspannung der Kolbenringe durch elektromagnetisches Spann Futter, das bei Schleifmaschinen mit Vorteil verwendet wird.

Kugelschleifmaschine. Kugeln mit Formstahl vorgedreht, abgestochen oder kalt oder warm gepreßt, hierauf vorgeschliffen, gehärtet, geschliffen und poliert. Das Schleifen geschieht mit Öl und Schmirgel zwischen zwei



Abb. 186.

Scheiben, von deren eine als Kugelmagazin mit konzentrischen Nuten versehen ist.

Werkzeugschleifmaschine zum Schärfen der Werkzeuge, Fräser. Aufbau wie Universalfräsmaschine. Arbeitstisch mit Teilkopf und Spitzenbock. Werkzeug für Fräser mit spitzen Zähnen ist die Flachscheibe oder Topfscheibe, für hinterdrehte Fräser die Kegelscheibe. Damit das Werkzeug nicht weich wird, soll die Scheibe den Zahn mit kleinster Fläche berühren; Naßschliff bevorzugt.

## Hobelmaschinen.

(1256) Arbeitsweise: Geradlinige Hauptbewegung und Ruckvorschub meist bei Beginn des Schnittes. Bei großen und sperrigen Werkstücken hat der Stahl Hauptbewegung und Vorschub, so bei den Blechkanten-, Gruben-, Seitenhobelmaschinen. Diese Maschinen hobeln beim Hin- und Rücklauf. Hierbei also gleiche Geschw. Antrieb gewöhnlich durch Umkehrmotor, s. elektr. Einzelantrieb.

Tischhobelmaschinen für mittelgroße Werkstücke, die auf dem Tisch aufgespannt werden. Hobeltisch hat Hauptbewegung und schnellen Rücklauf und der Stahl den Vorschub. Rücklaufgeschw. zur Schnittgeschw. bei leichten Maschinen gleich 4 : 1, bei mittleren und schweren gleich 3 : 1 bis 2 : 1. Zu große Rücklaufgeschw. verursacht große Zeitverluste durch An- und Auslauf des Tisches und großen Kraftaufwand beim Umsteuern. Normale Hobelmaschinen haben eine Schnittgeschw. von etwa 9 m/min. Leistungsfähigere Maschinen haben 2 bis 4 Geschw. in den Grenzen von etwa 8,4 bis 16,8 m/min bei gleichbleibender Rücklaufgeschw. von 24 bis 30 m/min. Bei Einzelantrieb hat man durch elektr. Beschleunigung bzw. Verzögerung größere Geschw., 40 bis 60 m/min, erreichen können. Dieses kann auch durch Flüssigkeitsgetriebe oder unmittelbaren hydraulischen Tischantrieb erzielt werden<sup>1)</sup>. Geschwindigkeitswechsel durch 2 Hobel- und 1 Rücklaufriemen, durch Rädergetriebe oder durch regelbaren Motor. Umsteuerung des Tisches durch Verschieben der Riemen, durch Magnetkupplung oder durch Umkehrmotor, s. elektr. Einzelantrieb. Tischantrieb durch Zahnstange und Rad, vielfach mit Schrägverzahnung zur Erzielung ruhigen Laufes. Zahnstange und Schnecke, Mutter und Spindel werden heute weniger angewendet. Abb. 187 zeigt das Tischgetriebe der Firma Waldrich, Siegen. Die durch die Schrägverzahnung entstehenden Längsdrücke heben sich hierbei zum Teil auf. Bettlänge 1,6 bis 2 mal der Tischlänge. Bett oben geschlossen, abgesehen von der Stelle, wo das Getriebe sich befindet. Bett wie auch Ständer, Querbalken und Ausleger (bei Einständermaschinen) zweckmäßig mit Zickzackverrippung. Support mit Querschlitzen auf Querbalken für das Hobeln waagerechter Flächen, möglichst langer Senkrechtschlitzen zum Senkrechthobeln, Drehteil für das Schräghobeln, Klappenträger drehbar zum Schrägstellen des Stahls bei senkrechten und schrägen Flächen, Klappe zum Abheben des Stabes, feststellbar beim Schlichten. Selbsttätige Meißelabhebung. Schaltsteuerung entweder durch Knaggen vom Tisch angetrieben kurz vor dem Umsteuern oder von einer Tischwelle durch Reibung. Zur Erhöhung der Leistung 2 Supporte auf dem Querbalken und 1 Support auf jedem Ständer, manchmal ein Frässhlitzen, zum Bohren oder Fräsen, auf dem Querbalken. Schwere Maschinen haben selbsttätige Verstellung des Querbalkens und der Supporte auf dem Querträger und Ständer.

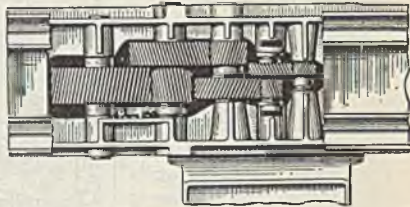


Abb. 187.

### Hobelmaschine der Zimmermann-Werke A.-G., Chemnitz.

Antrieb vom Deckenvorgelege *A*, Abb. 188, aus auf die Scheiben *B*, Abb. 188 u. 190, bzw. *C* für den Arbeitsgang und auf die Scheiben *D* für den Rücklauf, dann von Welle *E*, Abb. 190, über die Räder *Z*<sub>1</sub> bis *Z*<sub>8</sub> auf das Zwischenrad *Z*<sub>9</sub>, welches in die Tischzahnstange eingreift. Die Umsteuerung geschieht durch den Stiefelknecht *F*, Abb. 189, der zur Beschleunigung der Umsteuerung mit einem Gewicht versehen ist. Der Umsteuerstiefelknecht betätigt durch die Stange *G*, Abb. 189 u. 190, die Räder *Z*<sub>7</sub>, *Z*<sub>8</sub>, Kegelradsegmente *Z*<sub>9</sub>, *Z*<sub>10</sub> und das Stirnradsegment *Z*<sub>11</sub> den Steuerstrieber *H*, welcher die Riemengabeln bewegt in der Weise, wie aus Abb. 83 Seite 1347 ersichtlich

<sup>1)</sup> W. T. 1929, S. 613; Z. 1930, S. 345.



ist. Die Umsteuerung und das Stillsetzen kann auch von Hand mit Hilfe der Hebel  $h_1$  und  $h_2$ , Abb. 189 u. 190, erfolgen. Neben dem Umsteuerstiefelknecht  $J$ , Abb. 189 u. 191, sitzt ein besonderer Schaltstiefelknecht  $J$ , Abb. 189 u. 191, der durch die gezahnte Stange  $K$ , Ritzel  $Z_{12}$ , Kegelräder  $Z_{13}$ ,  $Z_{14}$  die senkrechte Welle  $L$ , Abb. 189 u. 191, antreibt. Von dieser Welle werden die Schaltungen für die beiden Querbalkensupporte und den Ständersupport abgeleitet unter Vermittlung der verstellbaren Schaltdosen  $M$  bzw.  $N$ . Zum Einrücken und Umsteuern der Vorschübe der Querbalkensupporte dienen die am rechten Querbalkenende angeordneten Hebel. Die Supporte können auch schnell verstellt werden, wenn durch den Fußtritt  $O$  die Welle  $L$  angehoben und dadurch unten entkuppelt und oben mit dem Schneckenrad  $P$ , Abb. 191, gekuppelt wird. Letzteres

Abb. 188.

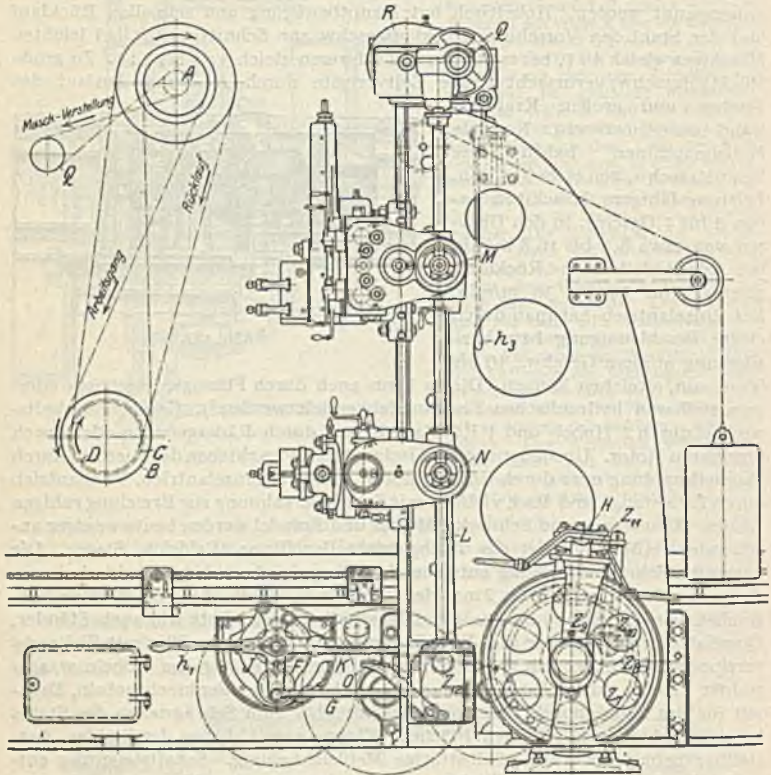


Abb. 189.

wird angetrieben durch die Riemenscheibe  $Q$ , Abb. 188 u. 191, die vom Deckenvorgelege  $A$  ihre Bewegung erhält. Der Querbalken wird ebenfalls durch die erwähnte Scheibe gehoben und gesenkt unter Vermittlung eines Stirnräderwendegetriebes, das sich im Kasten  $R$ , Abb. 189 u. 191, befindet und über die Welle  $S$  und die Kegelräderpaare  $Z_{15}$ ,  $Z_{16}$  die Spindeln  $T$  antreibt, die der Bewegung des Querbalkens dienen. Einleitung dieser Bewegung durch Handhebel  $h_2$ , Abb. 189 u. 191.

Einständerhobelmaschine für sperrige Werkstücke, die auf Freiseite überhängen. Weit ausladende Stücke werden durch eine Rollenbahn unterstützt.

Stößelhobelmaschinen oder Shapingmaschinen für leichte Werkstücke. Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung, Werkstück Ruckvorschub. Äußere Kennzeichen: waagerechter Stößel mit Hobelsupport am Stößel; Stößelführung im oberen Kastenbett.

Arbeitstisch: Kreuzschlitten zum Hochstellen und Querschalten. Aufspannkasten mit Spannuten an 3 Seiten, vielfach drehbar zum Hobeln keilförmiger Stücke.

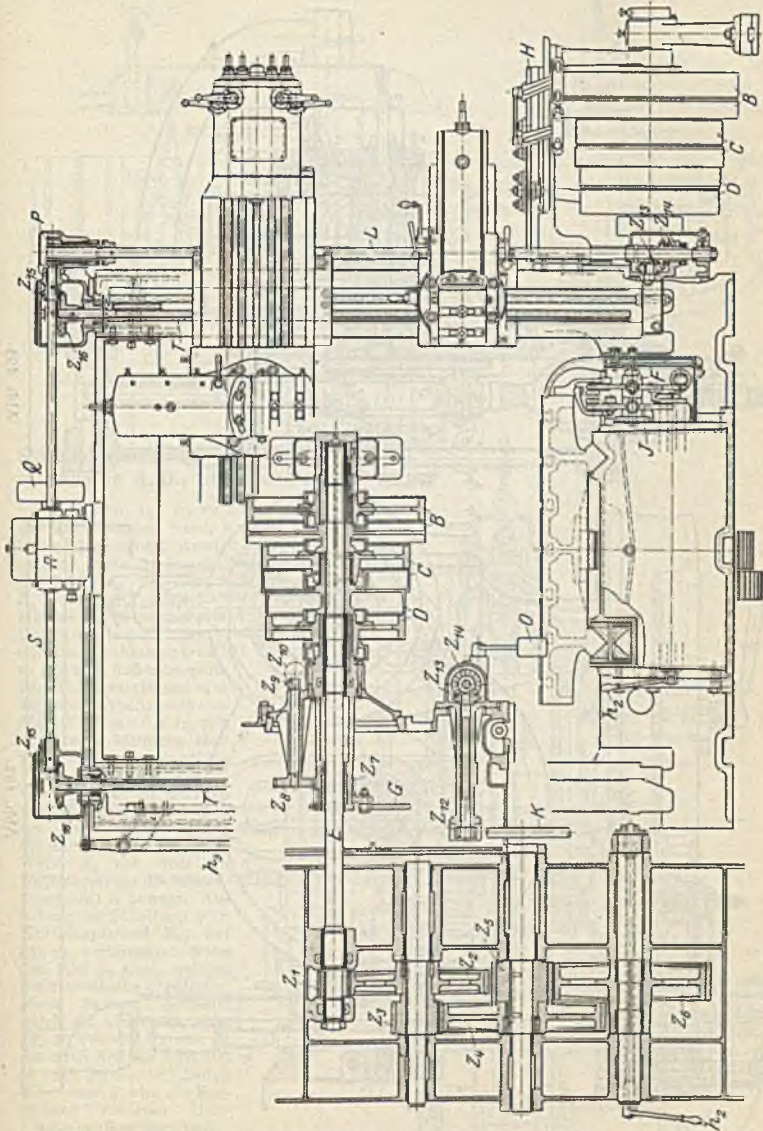


Abb. 191.

Abb. 190.

Stößelantrieb heute meist Kurbelschwinge im Kastenbett. Die Geschwindigkeitsverhältnisse der Kurbeltriebe sind auf S. 1344 u. f. bereits eingehend behandelt worden. Soll bei den verschiedenen Hüben die Arbeitsgeschwindigkeit



gleich bleiben, so muß  $n$  geändert werden. Antrieb muß daher durch Stufenscheibe, Stufenräder oder Regelmotor erfolgen. Hubänderung verlangt Verstellen des Kurbelzapfens und Verlegen des Riemens oder Verstellen der Stufenräder oder

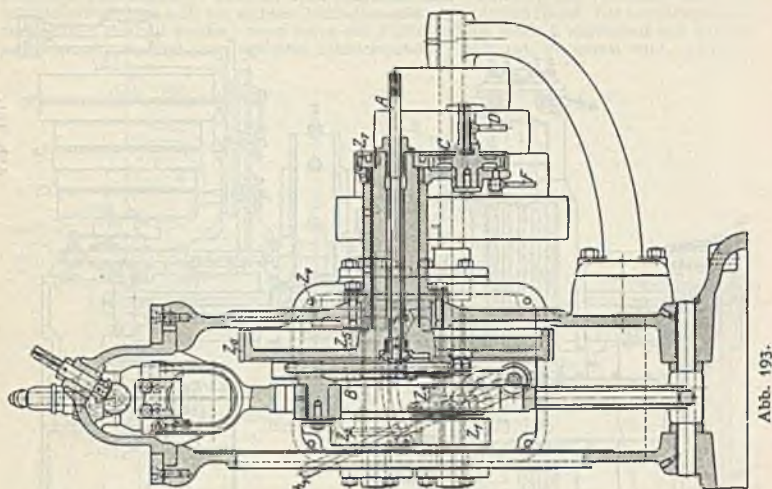


Abb. 193.

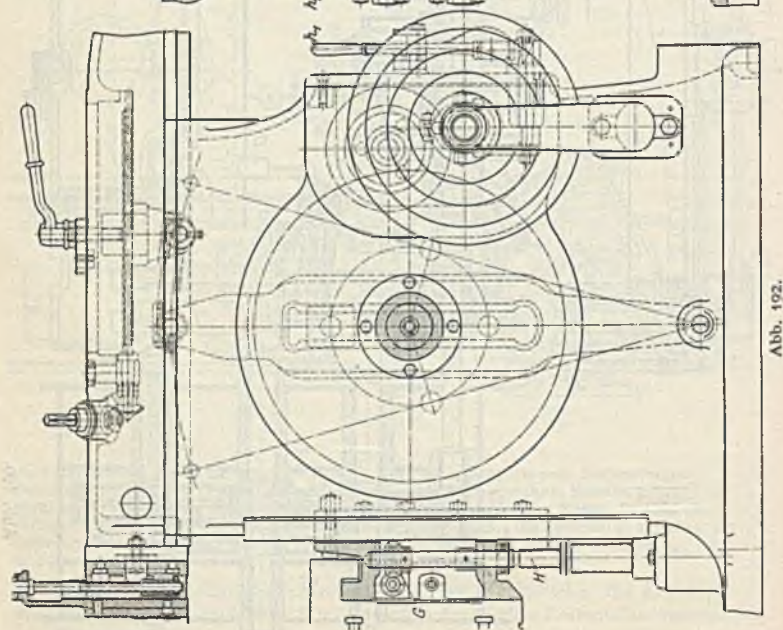


Abb. 192.

des Stufenmotors. Schnittgeschwindigkeit 5 bis 15 m/min, Vorschub 0,1 bis 2,5 mm. Zahnstangenantrieb bei Maschine mit größerem Hub bevorzugt, Hubverstellung verlangt nur Einstellen der Anschläge. Umsteuerung meist mit Doppelkegelkupplung nach Abb. 85, die durch den Stößel beim Umsteuern in

den Hobelgang in die Hobelscheibe und beim Umsteuern in den Rücklauf in die Rücklaufscheibe eingerückt wird. Rückdruck wird durch Blattfedern aufgefangen. Umsteuerung auch durch Umlaufräderwerk, Abb. 68.

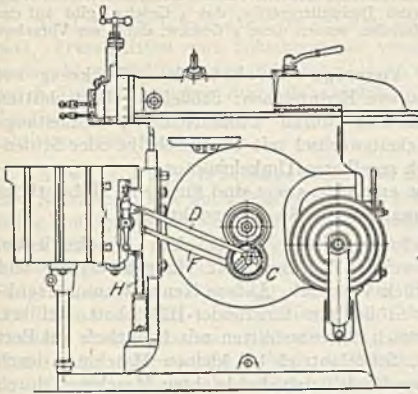


Abb. 194.

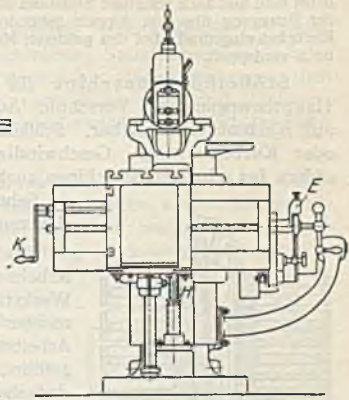


Abb. 195.

### Stößelhobelmaschine der Wotan-Werke A.-G., Glauchau.

Aus Abb. 192 ist zu ersehen, daß der Stößelantrieb durch einfache Kurbelantrieb erfolgt. Antrieb des Kurbelzapfens durch Stufenscheibe, die über die Räder  $Z_1, Z_2$ , Abb. 193, bzw.  $Z_3, Z_4$  und  $Z_5, Z_6$  den Zapfen antreibt. Hierbei Räderwechsel durch Hebel  $h_1$ . Der Kurbelzapfen kann daher 8 verschiedene Drehzahlen erhalten. Diese sind so gewählt, daß beim größten Hub von 580 mm eine kleinste Arbeitsgeschwindigkeit von 6,7 m/min und beim kleinsten Hub von 125 mm eine größte

Arbeitsgeschwindigkeit von 17,3 m/min gegeben werden kann. Verstellen des Kurbelzapfens durch die mit Vierkant versebene Welle  $A$ , die über ein Kegelräderpaar die Schraubenspindel  $B$  bewegt. Ableitung der Schaltung vom Kurbelzapfenrad  $Z_7$ , auf dessen verlängerter Nabe das Rad  $Z_8$  sitzt, welches die Hubscheibe  $C$  antreibt. Diese bewegt ihrerseits durch die Stange  $D$ , Abb. 193 u. 194, die Ratsche  $E$ , die nach Art der Abb. 102 S. 1352 gebaut ist. Durch die Stange  $F$  wird die Entfernung zwischen Hubscheibenlagerung und Ratsche gewahrt. Senkrechte Handverstellung des Aufspanntisches, der mit einer Abstützung versehen

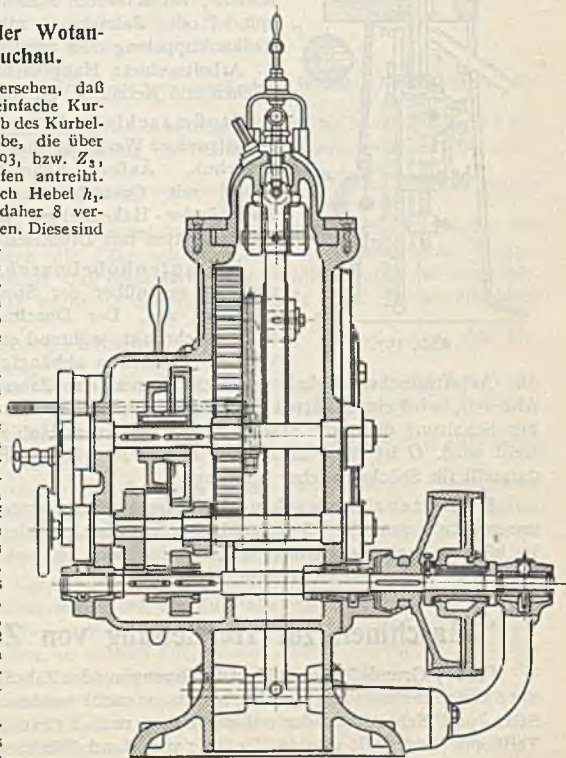


Abb. 196.



ist, mit Hilfe der Kurbel *k*, Abb. 195, welche über das Schneckengetriebe *G*, Abb. 192, die Teleskopspindel *H* dreht.

Abb. 196 zeigt den Antrieb der Maschine durch Einscheibe, Ausführung der gleichen Firma. In der Einscheibe ein Reibkegel, der mit einem Bremskegel verbunden ist. Mit dem Einrückhebel wird also auch sofortiger Stillstand der Maschine erreicht. Von der Einscheibe Weiterleitung der Bewegung über ein doppelt gebundenes Dreiwelgenretriebe, das 4 Geschw. gibt auf das Kurbelschwingenrad. Bei den größeren Modellen werden diese 4 Geschw. durch ein Vorgelege noch verdoppelt.

**Stößelhobelmaschine für sperrige Werkstücke.** Werkzeug hat Hauptbewegung und Vorschub. Äußere Kennzeichen: Stößel mit Bettschlitten auf Kastenbett schaltbar. Stößelantrieb durch Umlaufschleife, Zahnstange oder Kurbelschwinge. Geschwindigkeitswechsel mit Stufenscheibe oder Stufenrädern bei schweren Maschinen auch regelbaren Umkehrmotor.

Sehr empfehlenswert sind für kleine Hobelstücke elektromagnetische Spannvorrichtungen.

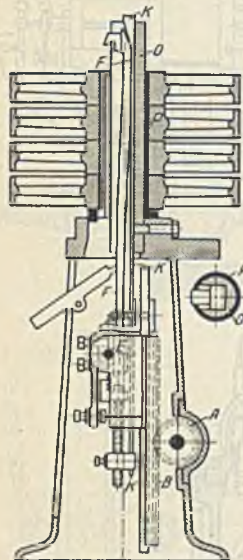


Abb. 197.

**Stoßmaschinen für leichte Werkstücke.** Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung und Werkstück Vorschub. Äußere Kennzeichnung: senkrechter Stößel am Einständer-Hakenbett geführt. Arbeitstisch: Kreuzschlitten mit Drehtisch auf Bett geführt. Stößelantrieb bei kleinen Maschinen durch einfachen Kurbeltrieb, bei leichten Maschinen durch Kurbelschwinge oder zusammengesetzte Umlaufschleife, bei schweren Maschinen durch Schraubenspindel oder Zahnstange mit Umsteuerung durch Vulkankuppelung oder regelbaren Umkehrmotor.

Arbeitsgebiet: Hauptsächlich versteckte Innenflächen und Keilnuten, Zahnräderstoßen.

**Stoßmaschinen für schwere Werkstücke:** Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung und Vorschub. Äußere Kennzeichnung: senkrechter Stößel mit Querschlitten auf Querträger eines Zweiständer-Hakenbettes geführt. Arbeitstisch: Längsschlitten mit Drehtisch.

**Keilnutenhobelmaschine, Abb. 197<sup>1)</sup>,** zeichnet sich gegenüber der Stoßmaschine durch ihre Kleinheit aus. Der Durchmesser des Werkstücks ist unbeschränkt, während er bei der Stoßmaschine von der Ausladung abhängig ist. Sodann ist auch die Arbeitsgeschwindigkeit größer. Durch ein Zahnstangengetriebe *A*, *B*, Abb. 197, wird ein Schlitten *C* bewegt, in dem die Messerstange *F* befestigt ist. Zur Schaltung dient die Stange *K*, die bei jedem Hub gegenüber *F* etwas verstellt wird. *O* ist die Führung für *K* und *F*, während *P* eine Aufspannbüchse darstellt für Stücke gleicher Bohrung.

**Keilnutenziehmaschine für massenweises Herstellen gleicher Keilnuten** unter Verwendung der Räumnadel. Die Nut wird in 1 oder 2 Durchzügen erzeugt. Es können auch vierkantige, sechskantige oder sonstwie geformte Löcher auf der Maschine hergestellt werden.

## Maschinen zur Herstellung von Zahnrädern.

(1257) Grundsätzliches über die Erzeugung der Zahnflanken ist im Abschnitt über Maschinenteile S. 354 u. ff., bereits gebracht worden. Zahnräder können als Stirn- und Schraubnräder auf der Universal-Fräsmaschine mit Hilfe des Teilkopfs hergestellt werden. Teilung von Hand, Werkzeug: Scheibenfräser. Es

<sup>1)</sup> Entnommen aus Preger: Werkzeuge und Werkzeugmaschinen.

gibt auch Zusatzapparate zu dieser Maschine, wodurch automatisches Teilen möglich ist ebenso kann durch Zusatzapparate die Verwendung des Wälzfräasers auf der Universal-Fräsmaschine ermöglicht werden, wodurch dann auch Schneckenräder hergestellt werden können.

Teil-Räderfräsmaschine arbeitet selbsttätig. Kennzeichnung: Kastenbett, Frässchlitten mit Scheibenfräser verschiebbar, Spindelstock an Ständer senkrecht verstellbar, ebenso Setzstocklager, dazwischen Räderdorn, angetrieben durch Teilrad, welches durch Wechselräder, nach jedem Hin- und Rückgang des Frässchlittens um den Betrag der Teilung gedreht wird. Rücklauf des Frässchlittens beschleunigt.

Abwälz-Räderfräsmaschine. Auf dieser Maschine können außer Stirn- und Schraubenräder auch Schneckenräder hergestellt werden, ebenso können beliebig korrigierte Räder erzeugt werden, ohne daß dazu besondere Fräser erforderlich sind. Sodann können unter Verwendung besonderer Vorrichtungen Außen- und Innenverzahnungen mit Scheiben- und Fingerfräser erzeugt werden, wobei die Teilung von Hand erfolgt. Die Flanken der Stirnräder werden ebenso sauber wie die auf der Teilräderfräsmaschine hergestellten. Voraussetzung ist allerdings ein einwandfreies Werkzeug. Aufspannung der Räder meist auf Tisch mit senkrechtem Dorn. Tisch waagrecht verschiebbar zur Einstellung der Zahntiefe. Frässchlitten an Ständer senkrecht verschiebbar. Bei Stirn- und Schnecken-

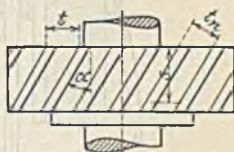


Abb. 198.

rädern: Tisumdrehungen : Fräserumdrehungen =  $\frac{G}{Z}$ , wobei  $G$  die Anzahl der

Fräsergänge und  $Z$  die Zähnezahzahl des zu erzeugenden Rades bedeutet.  $G = 1$  für Stirnräder. Auch für die Herstellung von Schraubenrädern verwendet man ein-

gängige Fräser. Aus Abb. 198 geht hervor  $s = \frac{t_n}{\sin \alpha} = \frac{\text{Modul} \cdot \pi}{\sin \alpha}$ , wobei man  $s$

als Teilung in Richtung der Achse bezeichnen kann. Es muß das Rad außer der Teilbewegung, die durch die Zähnezahzahl bestimmt wird, noch eine Zusatzbewegung ausführen, derart, daß diese Bewegung dividiert durch die Vorschubbewegung des Fräasers in Richtung der Achse gleich  $\text{tg } \alpha$  ist. Ferner gilt hier:

Tisumdrehungen : Fräserumdrehungen =  $\frac{n_v}{n_r Z \pm 1}$ . Hierbei ist  $n_v$  die An-

zahl der Umdrehungen, die der Tisch macht, während der Fräser um den Weg  $s$  vorgeschoben wird.  $s = v \cdot n_v$  und  $v$  der Vorschub des Fräasers pro Tisumdreh-

ung, daher  $n_v = \frac{s}{v} = \frac{\text{Modul} \cdot \pi}{v \cdot \sin \alpha}$ . Das  $+$ -Zeichen in obiger Formel gilt, wenn

Rad und Fräser entgegengesetzten Gangsinn haben, das  $-$ -Zeichen, wenn beide gleichen Gangsinn haben, z. B. beide rechtsgängig sind. Die Radzusatzbewegung wird bei der unten beschriebenen Maschine von H. Pfauter, Chemnitz, durch ein Differentialgetriebe erzielt. Es können aber Schraubenräder auch auf Maschinen ohne dieses Getriebe gefertigt werden. Die der Teilung dienenden Wechselräder müssen dann auch noch die Zusatzbewegung hervorbringen. Die Berechnung der erforderlichen Wechselräder ist ziemlich umständlich. Soll der Vorschub geändert werden, so müssen auch wieder andere Teilwechselräder aufgesteckt werden. Wird die Zusatzbewegung aber durch ein Differentialgetriebe erreicht, so ist der Teilwechsel völlig unabhängig davon. Bei einer Änderung des Vorschubes ändert sich die damit zusammenhängende Zusatzbewegung proportional, so daß die Zahnschräge erhalten bleibt. Eine Maschine mit Differentialgetriebe muß als universaler bezeichnet werden, als eine ohne solches.



### Abwälz-Räderfräsmaschine von H. Pfauter, Chemnitz.

Durch den Antrieb, Abb. 199 u. 200, können der Frässpindel über die Räder  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8$  sechs verschiedene Drehzahlen in den Grenzen von 25 und 68 erteilt werden. Ableitung des Vorschubs und der Tischbewegung von  $Z_2$  über  $Z_9, Z_{10}$  und  $Z_{11}$  auf das Dif-

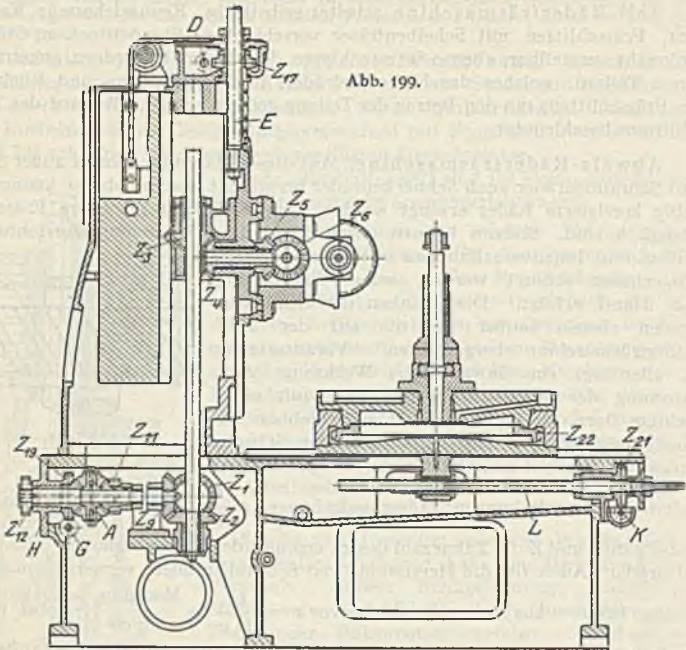


Abb. 199.

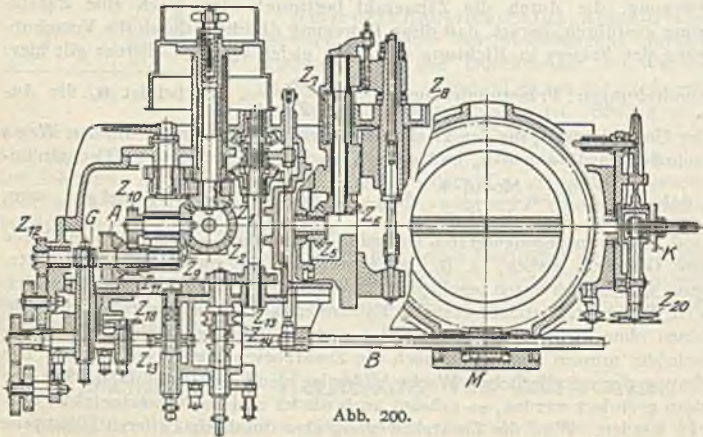


Abb. 200.

erentialgetriebe *A*, sodann über  $Z_{12}$  auf die Teilwechsellräder, Abb. 200 und 201 die die Schneckenwelle *B* antreiben. Weiterleitung für den Vorschub von der Schnecke *C* über das Schneckenrad  $Z_{13}$  und die Vorschubwechsellräder, Abb. 200, auf die Kettenräder  $Z_{14}$  und  $Z_{15}$ , Abb. 200.  $Z_{14}$  treibt dann  $Z_{16}$ , Abb. 201, und dieses über Schnecke *D*, Schneckenrad  $Z_{17}$ , Abb.

199, die Spindel  $B$ , die den Vorschub des Frässchlittens bewirkt. Von  $Z_{14}$  wird durch die Kette  $F$ , die auf  $Z_{16}$  wirkt, auch das Kettenrad  $Z_{14}$ , Abb. 200, getrieben, welches die Differentialwechselräder beeinflusst. Diese wirken über die Schnecke  $G$ , Abb. 199, und das Schneckenrad  $Z_{19}$ , Abb. 199, auf das Differentialgetriebe, diesem die erforderliche Zusatzbewegung erteilend. Soll das Differentialgetriebe nicht arbeiten, so wird zunächst die exzentrisch gelagerte Schnecke  $G$  ausgeschwenkt und dann das Rad  $Z_{22}$ , welches zwei Kuppelzähne hat, herumgedreht. Diese Kuppelzähne greifen in entsprechende der Radbüchse ein, wodurch das Differentialgetriebe kurzgeschlossen wird. Das Kettenrad  $Z_{15}$  treibt durch die Kette  $J$ , Kettenrad  $Z_{20}$ , Fallschnecke  $K$ , Schneckenrad  $Z_{21}$  die Tischvorschubspindel  $L$ . Die Drehung des Tisches wird von der Welle  $B$ , der Schnecke  $M$  und dem Schneckenrad  $Z_{22}$  bewirkt. Der Tisch wird bei den

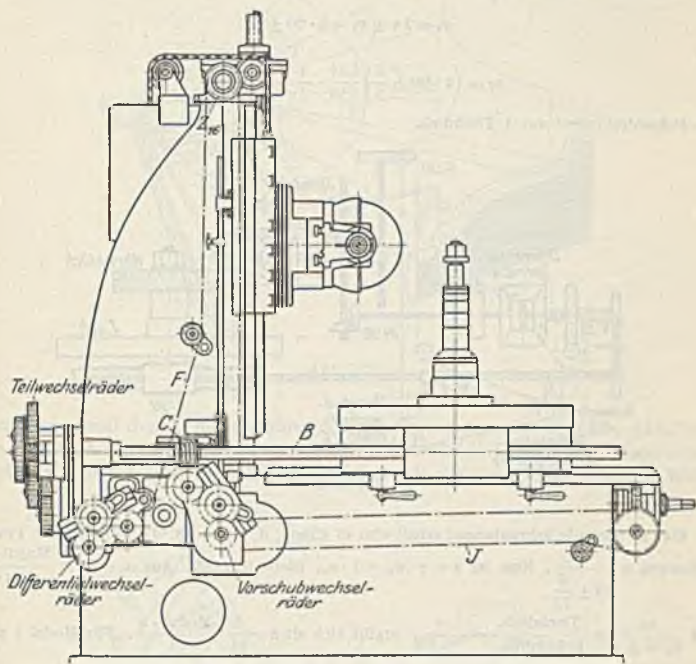


Abb. 201.

größeren Maschinen hydraulisch entlastet (D. R. P.). Wenn auf den Maschinen Schneckenräder nach dem Tangentialverfahren mit zugespitztem Schneckenfräser oder mit dem Schlagzahn erzeugt werden sollen, so ist eine besondere Quervorschubeinrichtung erforderlich. Hierdurch wird dem Fräser eine Bewegung in seiner Längsrichtung erteilt, und zwar durch die entsprechend verlängerte Kette  $F$ . Bei diesem Verfahren muß das Differentialgetriebe eingerückt sein, da der Tisch eine der Längsbewegung des Fräses entsprechende Zusatzbewegung ausführen muß.

Bei den neueren Ausführungen der Maschine sind die Ketten  $F$  und  $J$  durch Wellen ersetzt.

Abb. 202 zeigt das Schema einer Abwälzfräsmaschine. Mit den eingeschr. Maßen bzw. Übersetzungen ergibt sich bei kurz geschlossenem Differential auf 1 Tischdrehung:

$$1 \cdot 90 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{24}{30} \cdot \frac{1}{3} = 24 \text{ Fräserdrehungen.}$$

Es kann also ein Stirn- oder Schneckenrad von 24 Zähnen gefräst werden, wenn der Teilwechsel =  $\frac{1}{1}$ . Der senkrechte Vorschub des Frässchlittens auf 1 Tischdrehung beträgt

$$v = 1 \cdot 90 \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{30} \cdot 7,5 = 3 \text{ mm,}$$





Kegelr aderhobelmaschinen arbeiten unter Verwendung einer Schablone oder nach dem Wälzverfahren. Die Kegelräder-Hobelautomaten der Zimmermannwerke A.-G., Chemnitz, arbeiten mit 2 St hlen. Die Bewegung der Kopierrolle überträgt sich auf den oberen Stahl; der untere bewegt sich spiegelbildlich

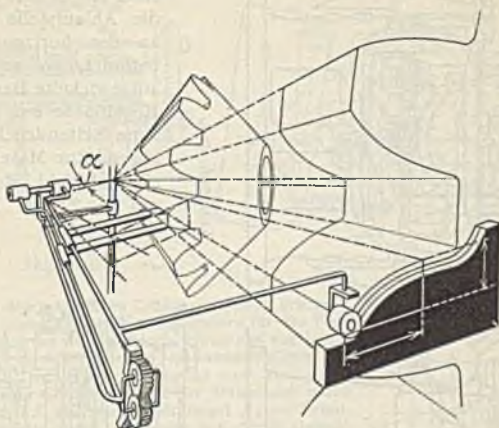


Abb. 204.

zum oberen, mit dem er durch Zahnräder und Segmente verbunden ist, Abb. 204. Die Teilung erfolgt nach beendetem Schnitt selbsttätig. Die mit Schablone arbeitenden Maschinen sind zwar leistungsfähiger als die nach dem Bilgram-W lz-

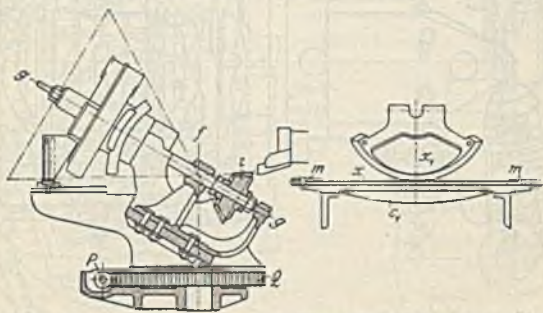


Abb. 205.

verfahren arbeitenden, doch liefern die letzteren genauere Verzahnungen.  ber das letztere Verfahren sei an Hand von Abb. 205 folgendes bemerkt<sup>1)</sup>:

Die durch  $f-f$  gehende R aderachse  $g-g$  mit dem Kegelrad  $i$  wird um die Achse  $f-f$  geschwenkt durch Drehung des Schneckenrades  $Q$ . Mit dieser Schwenkung ist durch die Wirkung des Rollbogens  $X_1$  und der Stahlbänder  $X$  eine Drehung des Kegelrades  $i$  um die eigene Achse  $g-g$  verbunden. Beide Bewegungen zusammen ergeben für das zu erzeugende Kegelrad eine Bewegung derart, daß sich letzteres an einem Planrad abrollt, von dem jeweilig eine Zahn-

<sup>1)</sup> Nach J. E. Reinecker, Chemnitz.



flanke durch den Hobelstahl gebildet wird. Je nach der Neigung der Schneidkante entsteht hierbei eine nach bestimmtem Neigungswinkel gekrümmte Evolventenform der Zahnflanke. Der Rollbogen ist ein Abschnitt einer Kegelfläche, und da sich die Ablaufstelle des Bandes an der horizontalen Ebene befindet, so kann sich das aufgewickelte Bandteil an die Kegelfläche frei anschmiegen, ohne Seitendrucke zu veranlassen. Zur Maschine gehören eine Anzahl Rollbögen, die um je  $2^{\circ}$  bis  $3^{\circ}$  abgestuft sind.

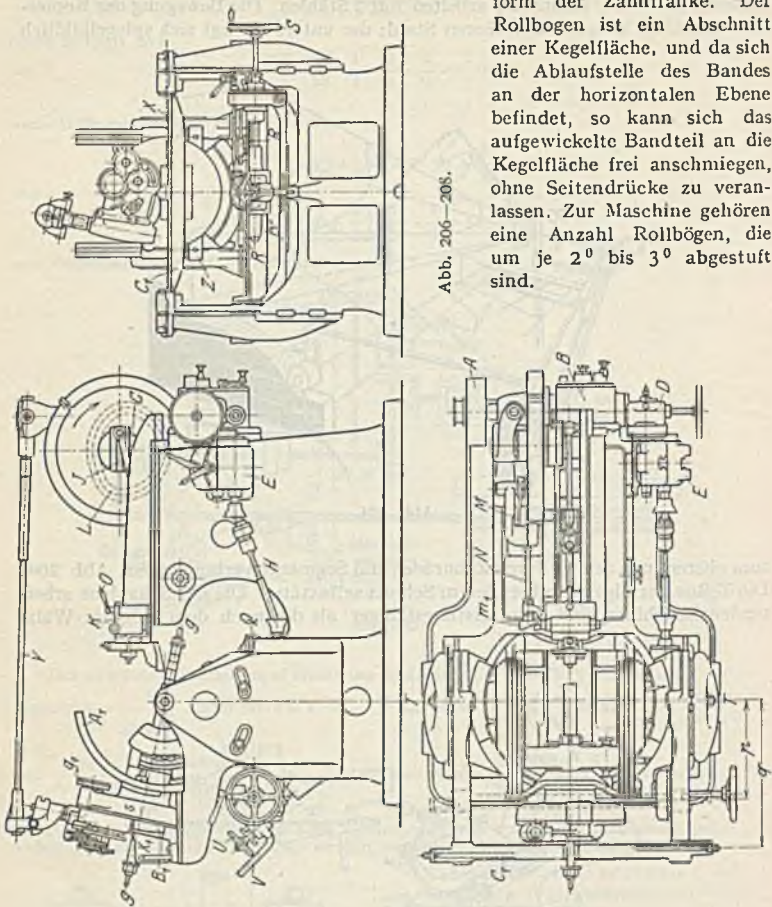


Abb. 206—208.

### Automatische Kegelrad-Hobelmaschine von J. E. Reinecker A.-G., Chemnitz.

Die Riemenscheibe *A*, Abb. 208, treibt auf ein im Räderkasten *B* eingebautes Schieberädergetriebe für 6 verschiedene Drehzahlen, welches so gebaut ist wie das auf S. 1332, Abb. 50 dargestellte. Von hier wird die Hubscheibe *C* angetrieben, die Vorschub- und Wälzbewegung über das Wendegetriebe *D* und den Vorschubräderkasten *E* auf die Gelenkwelle *H* abgeleitet; ebenso die automatische Weiterteilung des zu hobelnden Rades auf die Gelenkwelle *P*. Die Stößelbewegung kann in ihrer Hubgröße durch Verstellen der Hubstange *J* je nach zu hobelnder Zahnbreite eingestellt werden. Die Hubstange läßt sich am Stößel in der Längsrichtung verschieben, je nach dem Durchmesser des Werkstücks. Während des Stößelrückganges wird der Stahlhalter *K* von der im großen Antriebsrad sitzenden Kurvennut *L* aus, durch Hebel *M*, Hubgestänge *N* und Exzenter *m*, aus der Zahnücke herausgehoben. Der Stahlhalter läßt sich außerdem in ausgehobener Stellung durch Handgriff *O* halten. Die Gelenkwelle *H* erhält vom Vorschubräderkasten 12 verschiedene Drehzahlen pro 1 Stößelhub. Von dieser Gelenkwelle aus wird durch Schnecke *P* und Schneckenrad *Q* der ganze Aufspannapparat mit dem Teilkopf langsam ununterbrochen während des Hobelns um die senkrechte Achse geschwenkt. Durch einstellbare Anschläge *R* läßt sich die Schwenkbewegung selbsttätig ausrücken. Im ausgerückten Zustand kann

die Schwenkbewegung auch durch Handstellung vom Handrad  $S$  aus geschehen. Der ganze Aufspannapparat ist fernerhin noch um die horizontale Achse  $T - T$  vom Handrad  $U$  nach Gradskala  $V$  schwenkbar für die Einstellung des Zahnfußwinkels. Auf dem Aufspannapparat ist der Teilkopf um die Achse  $T - T$  durch Ratsche, Schnecke und Schneckenkranz verstellbar, um die

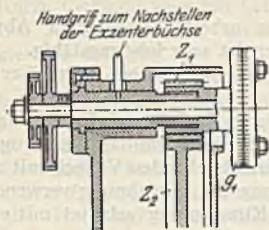


Abb. 209.

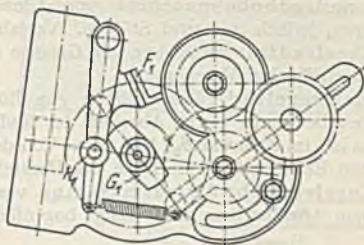


Abb. 210.

Achse  $g - g$  in den geforderten Teilkegelwinkel zu bringen. Im Teilkopf ist die Teilspindel gelagert mit dem auswechselbaren Aufspanndorn für das Werkstück. Zwei Führungslager dienen zur Unterstützung des Aufspanndorns hinter und vor dem Werkstück. In die Teilspindel werden 2 Bewegungen eingeleitet, einmal in zwangsläufigen Zusammenhang mit der Schwenkbewegung eine Verdrehung des ganzen oberen Gehäuses  $s$  mit der Teilspindel durch den am Stahlband  $X$  ablaufenden Rollkegel  $X_1$ , zur Erzeugung der Evolvente und als zweite den durch Gelenkwelle  $Y$  eingeleitete Weiterteilung der Teilspindel nach jedem Stößelhub. Die größeren Rollkegel werden an der Traverse  $Z$ , die von den Segmenten  $A_1$  getragen ist, befestigt. Die kleineren Rollkegel sitzen am Rollbogen-

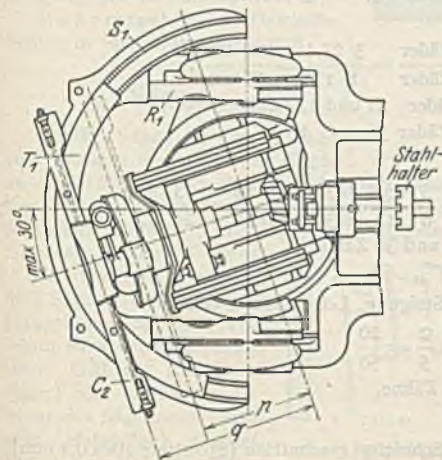


Abb. 211.

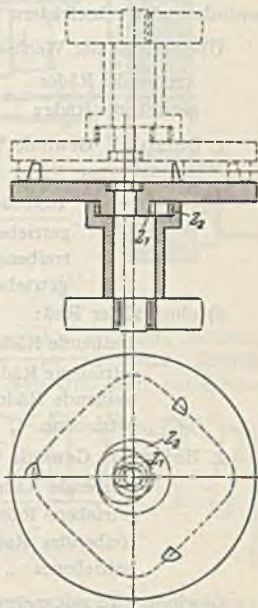


Abb. 212.

schieber  $B_1$ , der ebenfalls einstellbar ist. Je nach Verwendung kleiner oder großer Rollkegel sitzt die das Stahlband haltende Traverse  $C$ , in Stellung  $p$  oder  $q$ . Für die Weiterteilung nach jedem Stößelhub treibt die Gelenkwelle  $Y$  durch Schnecke und Schneckenrad auf eine periodisch laufende Kreuznutscheibe (Malteserkreuz) und durch Wechselradübersetzung über Rad  $Z_1$ , das auf der Teilspindel sitzende Rad  $Z_2$ , Abb. 209. Zur Arretierung nach jeder Teilung dient Sperrklinke  $F_1$ . Zur Beseitigung von Spiel in den Zähnen ist das Stirnradgetriebe  $Z_1, Z_2$  durch Verdrehen einer exzentrischen Büchse nachstellbar. Das Stirnradgetriebe ist lösbar gekuppelt mit den Wechselrädern, damit von letzteren unabhängig das Teilrad zum Übergang vom rechten zum linken Seitenschnitt nach Skala, wozu Teilstückscheibe  $q_1$  dient, verdreht werden kann. Auf der Maschine können auch Kegelräder mit Spiralzähnen unter



Verwendung einer durch D. R. P. geschützten Einrichtung gehobelt werden. Es wird die für gerade Zähne gültige Rolltraverse  $C_1$  abgenommen und auf den Auflagen  $R_1$ , Abb. 211, das Bogensegment  $S_1$  aufgeschraubt. In demselben ist einstellbar der Bogenschieber  $T_1$  angeordnet, auf welchen die die Rollbandtraverse  $C_2$  im Abstand  $p$  oder  $q$  befestigt wird. Der Winkel ist nach Skala und Nonius einstellbar.

Kegelradhobelmaschine von Gleason arbeitet nach dem Abwälzverfahren, jedoch mit zwei Stählen. Verfahren ist sehr leistungsfähig.

Kegelradfräsmaschine von Gleason erzeugt mit einem Stirnfräser eine kreisbogenförmige Verzahnung.

Pfeilkegelradfräsmaschine von Böttcher & Gessner. Erzeugung der Werkzeugbewegung durch Abrollen des Rades  $Z_1$ , mit dem das Werkzeug verbunden ist, im Zahnrad  $Z_2$ , Abb. 212. Von dem entstehenden Viereck mit abgerundeten Ecken wird eine Ecke zur Herstellung der Verzahnung verwendet<sup>1)</sup>.

Kegelrad-Abwälzfräsmaschine von Klingenberg arbeitet mit einem kegeligen Abwälzfräser und erzeugt bogenförmige Verzahnungen<sup>2)</sup>.

## Maschinen für das Gewindeschneiden.

(1258) Gewöhnliche Drehbank. Bolzen zwischen Spitzen gespannt, Gewindestahl in den Werkzeugschlitten. Vorschub bei jeder Umdrehung gleich Gewindesteigung. Antrieb der Leitspindel mit Wendecherz für Rechts- und Linksgewinde und Wechselrädern für die verschiedenen Steigungen des Gewindes.

Übersetzung der Wechselräder:

$$\frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{\text{Gewindesteigung}}{\text{Leitspindelsteigung}} = \frac{\text{Leitspindelgangzahl}}{\text{Gewindegangzahl}}$$

1. Beispiel. Gewinde  $\frac{3}{8}$ " Steigung, Leitspindel 12 mm:  
 α) mit 127er Rad:

$$\frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{3 \cdot 25,4}{8 \cdot 12} = \frac{21 \cdot 127}{56 \cdot 60}$$

treibende Räder 21 und 127 Zähne,  
 getriebene Räder 56 „ 60 „

- β) ohne 127er Rad:

$$\frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{3 \cdot 25,4 \cdot 6,5}{8 \cdot 12 \cdot 6,5} = \frac{11 \cdot 15}{8 \cdot 26} = \frac{33 \cdot 30}{24 \cdot 52}$$

treibende Räder 33 und 30 Zähne,  
 getriebene „ 24 „ 52 „

2. Beispiel. Gewinde  $\frac{1}{8}$ " Steigung, Leitspindel 2 Gänge:

$$\frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{2}{5} = \frac{20}{50}$$

treibendes Rad 20 Zähne,  
 getriebenes „ 50 „

Gewinde wird mit mehreren Schnitten geschnitten (Spantiefe etwa 0,1 mm). Einrücken des Stahles geschieht am besten nach Gewindeuhr, die Steigung am schnellsten mit Ziehkeil- oder Norton-Getriebe eingestellt.

Selbsttätige Gewindedrehbank macht alle Schnitte bis zur vollen Gewindetiefe selbsttätig; sie kann nebenbei bedient werden und ist daher für Massenarbeiten geeignet.

Schraubenschneidmaschinen liefern mit einem Schnitt fertiges Gewinde, genaueres Gewinde erfordert noch einen Schlichtgang. Werkzeug für Bolzengewinde ist Schneidkluppe mit sich selbst öffnendem, kreisendem Schneid-

<sup>1)</sup> M. B. 1927, S. 103.

<sup>2)</sup> Z. 1927, S. 255.

kopf. Bolzen in Spannstock mit Vorschub durch Leitspindel. Werkzeug für Muttergewinde ist Gewindebohrer.

Revolverbank und Automat. Kurze, dünne Gewinde mit Gewindegewindeschneidkopf im Revolverkopf, Muttergewinde mit Gewindebohrer.

Kurze Gewinde auch mit Leitapparat. Vorschub durch Patrone von gleicher Steigung.

Gewindewalzmaschinen haben zwei Gewindebacken mit Rillen, Abb. 213, unter Steigungswinkel stehend. Bolzen  $G$  wird vom beweglichen Backen  $B_1$  unter Druck über  $B_2$  gerollt. Dabei wälzt sich der Werkstoff in die Rillen auf. Bolzendurchmesser = mittlerem Gewindedurchmesser, Abb. 214.

Maschine macht bis 75 Hübe in der Minute.

Gewindefräsmaschine bereits unter Fräsmaschinen erwähnt.

Kurze Gewinde werden in Geschosse und auf Gewehrläufe mit Rillenfräser, d. i. runder Gewindestrehler, geschnitten. Der schnelllaufende Rillenfräser macht bei einer Umdrehung des Werkstückes einen Vorschub von der Steigung des Gewindes, Abb. 215.

Bohrmaschinen: Gewindebohrer in Spannfutter gespannt.



Abb. 213.

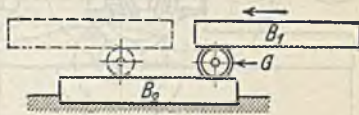


Abb. 214.

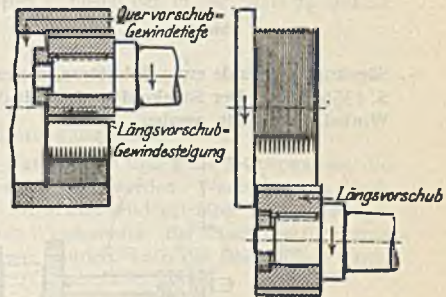


Abb. 215.

## Sägen.

(1259) Sägen verwendet man zum Absägen der verlorenen Köpfe an Gußstücken, zum Ausschneiden von Schmiedestücken und zum Zerteilen von Walzeisen. Werkzeug: verzahnte Kreisscheibe oder Sägeband. Schnellstahlzähne werden in die Sägescheibe eingesetzt. Abb. 216 zeigt ein solches Sägeblatt, Patent Wagner.

Kreissägen erteilen dem Sägeblatt die kreisende Hauptbewegung, der Vorschub wird entweder durch einen Schlitten (Schlittensägen) oder durch das Gewicht des Sägearmes (Arm- oder Hebelsäge) erzeugt. Wegen der ungleichen Querschnitte muß sich der Vorschub selbst regeln, damit

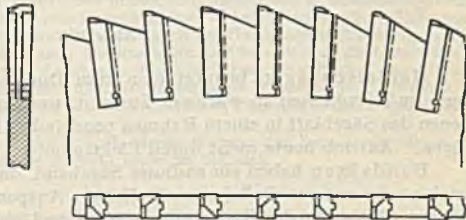


Abb. 216.

die Säge nicht überlastet wird. Abb. 217 und 218 zeigen den Schlitten einer Säge für rechtwinklige Abschnitte, die von der Firma G. Wagner, Reutlingen, gebaut wird. Das Sägeblatt hat einen Zweischneckenantrieb D. R. P., bei dem der Schneckenenddruck durch zwei gegenläufige Schnecken in Nutzarbeit umgesetzt wird. Hierbei kann das Schneckenrad, welches auf der Sägeblattachse sitzt, verhältnismäßig klein gemacht und der Werkstücksdurchmesser ent-



sprechend groß genommen werden. Die Maschinen werden für 1, 2 und auch 4 verschiedene Drehzahlen des Sägeblattes gebaut. Letztere Anordnung zeigt Abb. 219. Die Drehzahlenänderung geschieht mit Hilfe eines Schieberädergetriebes. Bei den Sägen, die für Gehrungsschnitte bestimmt sind, sitzt der

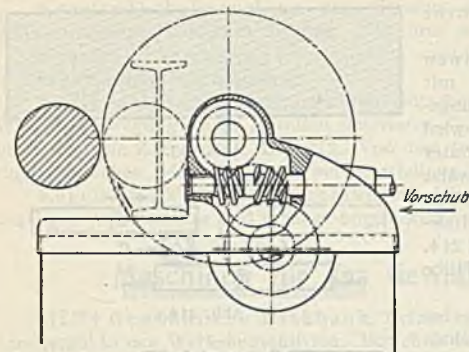


Abb. 217.

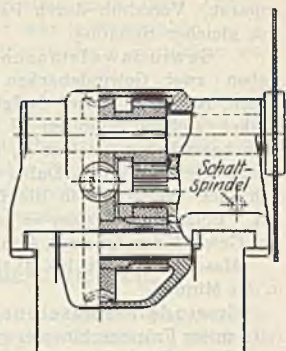


Abb. 218.

Sägekopf am Ende eines Schlittens, der einen Querschnitt hat, wie ihn Abb. 118 S. 1356 zeigt. Der Sägekopf und somit das Sägeblatt kann in einem beliebigen Winkel eingestellt werden.

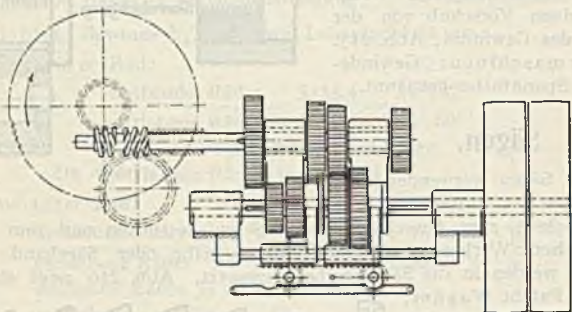


Abb. 219.

Heißeisensägen benutzt man zum Durchschneiden von Schienen, Trägern und Profileisen in warmem Zustand, werden gebaut als Pendelsägen, bei denen das Sägeblatt in einem Rahmen pendelnd aufgehängt ist oder als Schlittensägen. Antrieb heute meist durch Elektromotor.

Bandsägen haben ein endloses Sägeband, das über zwei Rollen läuft. Antrieb an der unteren Rolle, obere Rolle zum Anspannen und Ausrichten des Sägebandes. Führung des Sägebandes seitlich und im Rücken durch Rollen, Tisch als Auflage für das Werkstück, vielfach mit selbsttätigem Vorschub.

Hubsägen haben das Sägeband in einem Gatter, das durch Kurbel angetrieben wird und durch Gewicht die Schnitttiefe erzeugt.

Metalltrennmachines, wie sie von den Mars-Werken in Nürnberg gebaut werden, arbeiten mit einer zahnlosen Trennscheibe, die mit hoher Umfangsgeschwindigkeit läuft. Die Trenndauer ist bei diesen Maschinen eine sehr kurze, so wird z. B. ein  $\Gamma$ -Eisen N. P. 45 in 55 sek durchgeschnitten. Der Energieaufwand ist aber größer als bei den Kaltsägen.

## Blecbearbeitungsmaschinen.

(1260) Blechrichtmaschinen und Blechbiegemaschinen werden meist mit Walzen ausgeführt. Nach Bestimmung der Drücke werden die Walzen mit einem  $k_b \leq 900 \text{ kg/cm}^2$  auf Biegezugfestigkeit berechnet. Sodann ist noch eine Nachrechnung auf Durchbiegung vorzunehmen. Diese sei kleiner als  $\frac{1}{1500}$  der freitragenden Länge. Sind die Walzen nach Art des Kragträgers, Abb. 220, abgestützt, wie es z. B. bei den Kielplattenbiegemaschinen ist, so sei  $c = 0,223 l$ ;

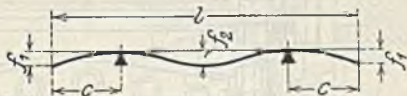


Abb. 220.

dann ist die Durchbiegung an den Enden  $f_1$  gleich der in der Mitte  $f_2$  und ist dann am kleinsten<sup>1)</sup>, nämlich

$$f_1 = \frac{\alpha P}{J} \cdot \frac{c}{24} \left[ \frac{c^3}{l} - \frac{1}{2} l^2 + 6 \left( \frac{l}{2} - c \right)^2 \right].$$

Hierbei ist  $P = q \cdot l$  die Gesamtbelastung der Walze.

Richtmaschinen haben 3 bis 4 Unterwalzen und 2 bis 3 Oberwalzen, die nach jedem Durchgang des Bleches tiefer gestellt werden. Wenn Antrieb durch Riemen, Riemenwendegetriebe oder Stirnräderwendegetriebe mit Reibungskupplung. Bei elektrischem Einzelantrieb Wendemotor. Bei Maschinen für dünne Bleche werden nicht nur die Unterwalzen, sondern auch die Oberwalzen durch Gelenkwellen angetrieben.

### Blechrichtmaschine der Maschinenfabrik Schless, Düsseldorf.

Diese Maschine, Abb. 221 bis 223, ist bestimmt für Bleche von 2 m Breite und 25 mm Stärke. Der Antrieb erfolgt durch einen 30-PS-Umkehrmotor, der über verschiedene Räderübersetzungen und die in einem am linken Ständer angegossenen Kasten sich befindenden Kammwalzen die Unterwalzen antreibt. Die Oberwalzen sind in Schlitten gelagert, die durch einen besonderen 6-PS-Motor unter Vermittlung von Räder- und Schneckengetrieben und 4 Schraubenspindeln verschoben werden. In diesem Antrieb ist eine Rutschkupplung und ein Abscherstift zur Sicherung gegen Überlastung eingebaut. Die Oberwalzen können auch von Hand angestellt werden, außerdem jede der beiden äußeren Walzen für sich. Die sowohl für die Ober- als auch die Unterwalzen vorgesehenen Unterstützungsrollen sind derart angeordnet, daß auch ein seitliches Ausweichen der Walzen verhindert wird. Außerdem sind diese Rollen gegen die Walzen durch Keile einstellbar, Abb. 223, so daß die Durchbiegung der Walzen auch bei den stärksten Drücken aufgehoben wird.

Alle Bedienungsriffe und die Steuerapparate für die Motoren sind vorn an der Maschine angeordnet, Abb. 223, wo sich auch ein Blechstärkenzeiger befindet.

Dreiwalzen-Blechbiegemaschinen haben 2 Unterwalzen und 1 verstellbare Oberwalze. Die Unterwalzen werden angetrieben in der Weise wie bereits bei den Richtmaschinen erwähnt. Soll die Maschine zur Herstellung von Rohren aus einem Stück dienen, so muß die Oberwalze aufklappbar sein, damit das fertige Rohr abgezogen werden kann. Bei dieser Art von Maschinen können wohl für die Unterwalzen Stützrollen angeordnet werden, nicht aber für die Oberwalze. Für Bleche von großer Breite und Stärke erhält auch die Oberwalze Stützrollen. Ein Rohr aus einem Stück kann dann allerdings auf

<sup>1)</sup> M. K. 1922, Heft 34.



der Maschine nicht mehr hergestellt werden. Derartige Dreiwalzen-Biegemaschinen werden hauptsächlich im Schiffbau verwendet.

### Dreiwalzen-Blechbiegemaschine der Maschinenfabrik Schiess, Düsseldorf.

Diese sehr große Maschine, die in den Abb. 224 und 225 dargestellt ist, biegt Bleche von 9 m Breite und 50 mm Stärke und hat einen Hauptantriebsmotor von über 100 PS. Dieser treibt über einige Übersetzungen die Kammwalzen für die Unterwalzen an. Diese Kamm-

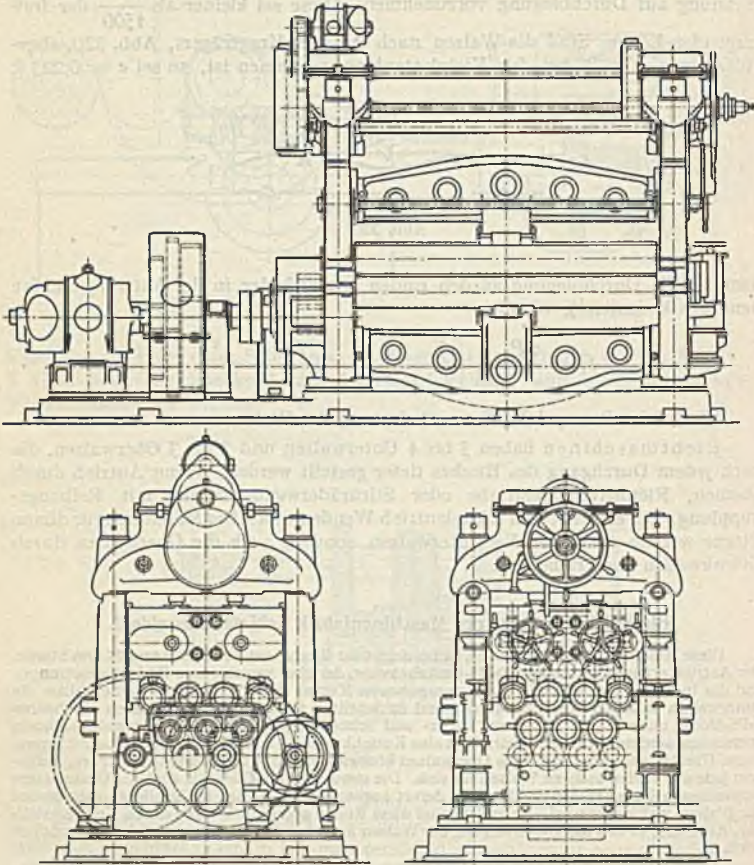


Abb. 221—223.

walzen sind in dem Kasten unter dem Motor angeordnet. Die bei älteren Konstruktionen üblichen großen Antriebsräder für die Unterwalzen und die dadurch notwendige unter der Maschine liegende starke Welle sind vermieden. Der ganze Antrieb liegt über Flur. Die beiden Stützrollenbügel sind gelenkig mit den Ständern verbunden. Die letzteren werden daher nur auf Zug beansprucht. Der obere Bügel kann schräg gestellt werden zum Biegen konischer Schüsse. Anstellung der Oberwalze erfolgt durch 2 Motoren, die oben auf der Steuerbühne angeordnet sind.

Die auf den Dreiwalzen-Biegemaschinen gebogenen Bleche weisen den Uebelstand auf, daß sie an den beiden Enden ein gerades Stück haben, dessen Breite etwa der halben Mittenentfernung der Unterwalzen entspricht. Wesentlich bessere Ergebnisse lassen sich auf der Vierwalzen-Biegemaschine

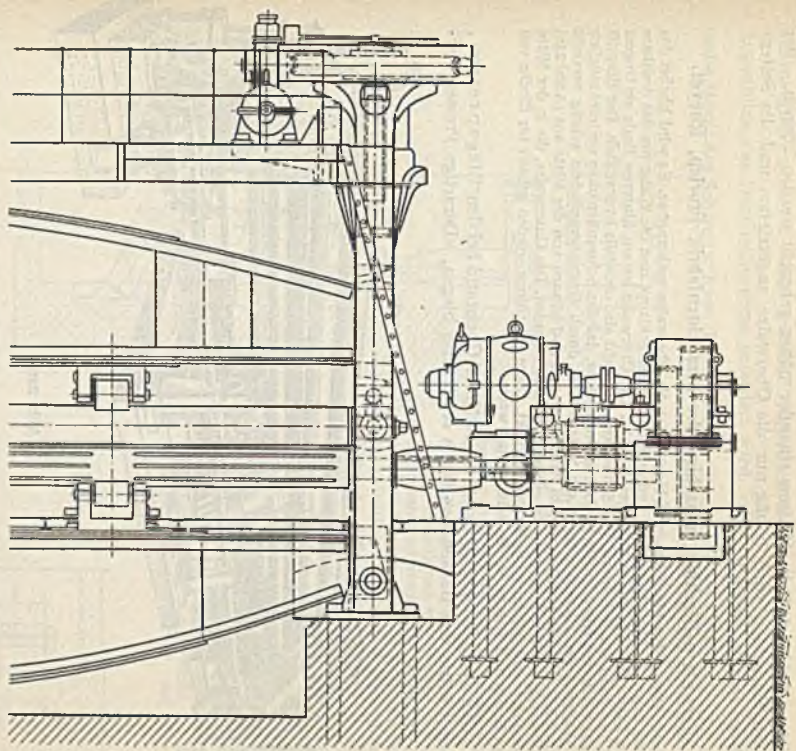


Abb. 225.

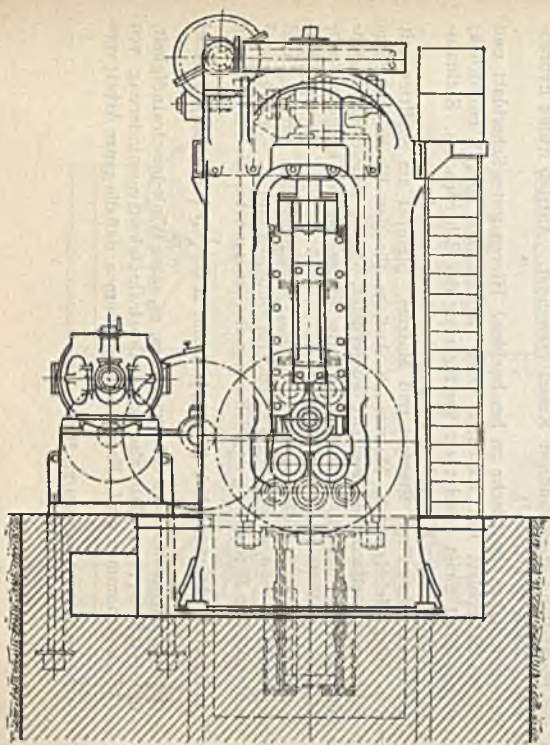


Abb. 224.



erzielen, da hierbei die Walzen einander näher gebracht werden können. Bei diesen Maschinen wird häufig nur die Oberwalze angetrieben und die Seitenwalzen werden verstellt.

### Vierwalzen-Blechbiegemaschine der Maschinenfabrik Forlep, Rheydt.

Bei dieser Maschine (Abb. 226 bis 229) ist die Oberwalze aufklappbar. Es wird hierbei das rechte Lager *A* (Abb. 226 u. 227) hydraulisch heruntergeklappt und die Walze um das drehbare linke Lager *B* (Abb. 226 u. 229) geschwenkt. Die Oberwalze ist am hinteren Ende verlängert und hier greift ein Kolben an. Das Schwenken geschieht also ebenfalls hydraulisch. Der Eingriff des die Walze antreibenden Rades *C* ist so eingerichtet, daß das Schwenken ohne weiteres möglich ist. Während des Biegens werden die Seitenwalzen durch Schraubenspindeln schräg verstellt (Abb. 229). Die Seitenwalzen sind in Armen gelagert und können von der Mitte aus (Abb. 228) den jeweiligen Anforderungen entsprechend, gesteuert werden. Die Unterwalze, die in der Mitte unterstützt wird, wird hydraulisch angedrückt. Diese Maschinen werden gebaut für Bleche von 12 m Breite und 50 mm Stärke kalt, 70 mm warm.

Ganz vermieden wird der oben erwähnte Übelstand bei den Biegepressen, die mit Hilfe von Backen das Blech stückweise biegen. Derartige Pressen wer-

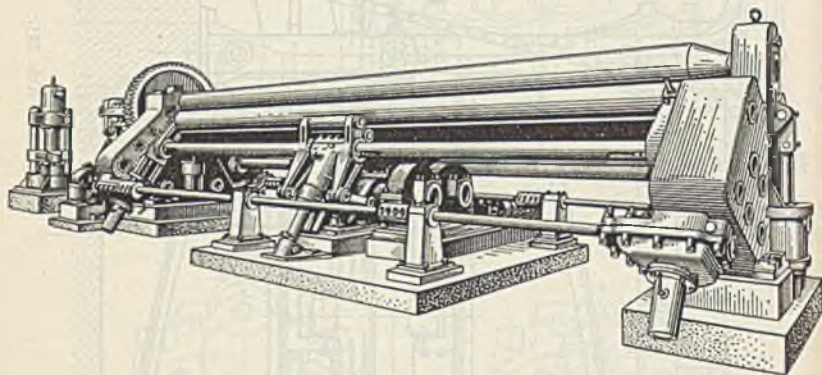


Abb. 226.

den zur Herstellung starkwandiger Kessel verwendet. Antrieb früher hydraulisch, heute auch elektrisch<sup>1)</sup>.

Scheren haben die Bleche zu beschneiden. Hierzu festes Scherblatt und bewegliches Scherblatt mit Exzenter- oder Hebelantrieb oder Wasserdruck; bewegliches Blatt meist geneigt zur Verringerung des Scherdruckes. Steinausrückung am Stößel oder Klauenkupplung an der Exzenterwelle.

Lochmaschinen mit Stempel und Matrize. Stempel am Schlitten mit Exzenter- oder Hebelantrieb, Matrize als Auflage für das Blech. Maschine zum Stillsetzen vielfach mit Fußtritt ausgerüstet. Meist Schere und Lochmaschine in einem Gestell, an der einen Seite Schere, an der anderen Lochmaschine, in der Mitte noch Formeisenschere.

Berechnung des Ständers einer Schere oder Lochmaschine auf Zug und Biegung, wobei  $\sigma_r = \sigma_a + \sigma_b \leq 300 \text{ kg/cm}^2$  für Gußeisen und  $\sigma_r \leq 650 \text{ kg/cm}^2$  für Stahlguß. Zur Berechnung des Schwungrades ist zunächst die Bestimmung

der Schnittarbeit *A* erforderlich (S. 1317). Dann  $A = \frac{1}{2} J (\omega_1^2 - \omega_2^2)$ . Hierbei

ist *J* das Trägheitsmoment des Schwungringes,  $\omega_1$  seine Winkelgeschwindigkeit,  $\omega_2 = 0,9 \div 0,85 \omega_1$ , so daß also eine Geschwindigkeitsverminderung von  $10 \div 15\%$  angenommen wird. Ferner ist angenommen, daß die ganze Arbeit vom

<sup>1)</sup> Schiess-Nachrichten 1921/22, Heft 3.

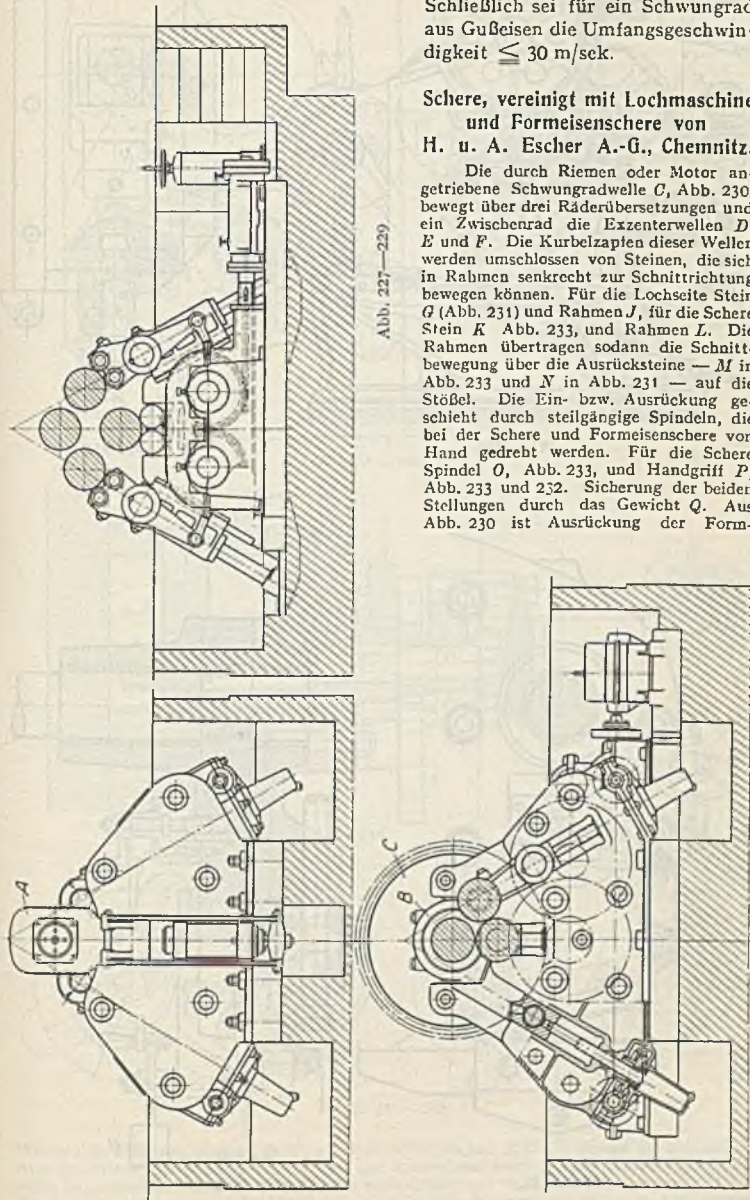
Schwungrad geleistet wird, während eigentlich nur die Überschußarbeit im Augenblick des Durchschneidens gefordert wird.  $J = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2)$ , wobei  $m$  die Masse des Schwungringes,  $R$  sein äußerer Radius,  $r$  sein innerer Radius ist.

Schließlich sei für ein Schwungrad aus Gußeisen die Umfangsgeschwindigkeit  $\leq 30$  m/sek.

### Schere, vereinigt mit Lochmaschine und Formeisenschere von H. u. A. Escher A.-G., Chemnitz.

Die durch Riemen oder Motor angetriebene Schwungradwelle  $C$ , Abb. 230, bewegt über drei Räderübersetzungen und ein Zwischenrad die Exzenterwellen  $D$ ,  $E$  und  $F$ . Die Kurbelzapfen dieser Wellen werden umschlossen von Steinen, die sich in Rahmen senkrecht zur Schnitttrichtung bewegen können. Für die Lochseite Stein  $G$  (Abb. 231) und Rahmen  $J$ , für die Schere Stein  $K$  Abb. 233, und Rahmen  $L$ . Die Rahmen übertragen sodann die Schnittbewegung über die Ausrücksteine —  $M$  in Abb. 233 und  $N$  in Abb. 231 — auf die Stößel. Die Ein- bzw. Ausrückung geschieht durch steilgängige Spindeln, die bei der Schere und Formeisenschere von Hand gedreht werden. Für die Schere Spindel  $O$ , Abb. 233, und Handgriff  $P$ , Abb. 233 und 232. Sicherung der beiden Stellungen durch das Gewicht  $Q$ . Aus Abb. 230 ist Ausrückung der Form-

Abb. 227—229.





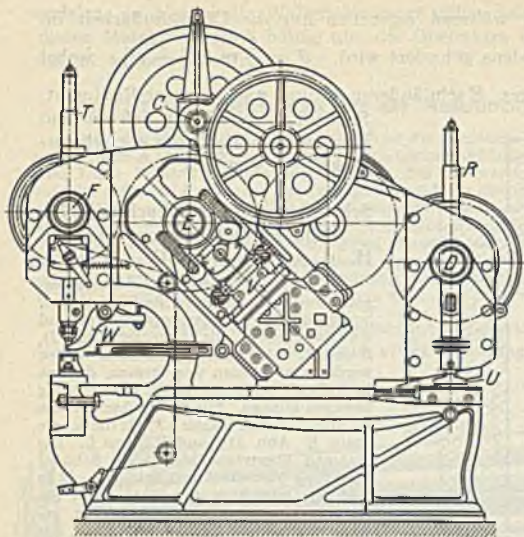


Abb. 230.

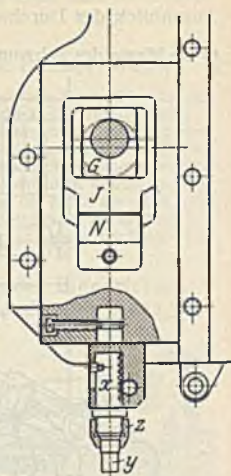


Abb. 231.

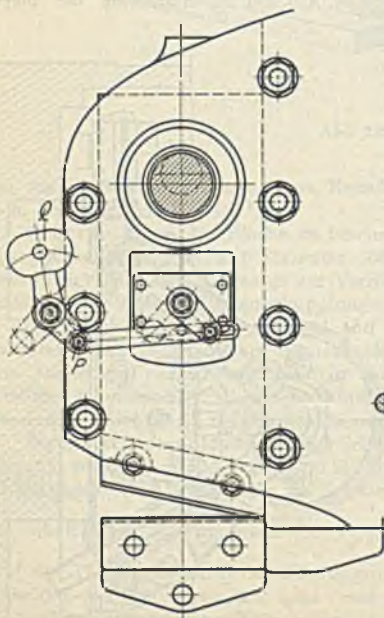


Abb. 232.

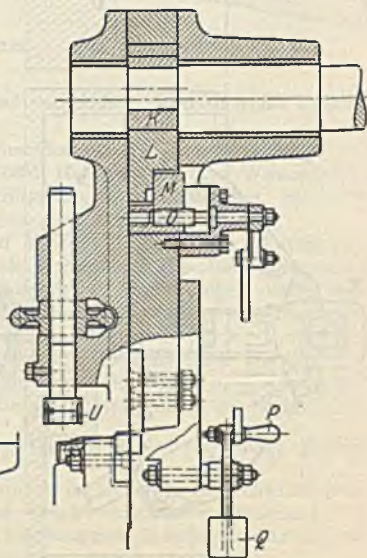


Abb. 233.

eisenschere zu ersehen. Zurückholung der Stößel, wenn ausgerückt, erfolgt durch Schraubenfedern, die für Schere und Lochmaschine in Gehäusen *R* und *T*, Abb. 230, untergebracht sind. Für alle 3 Werkzeuge sind verstellbare Niederhalter, die das Aufkanten der

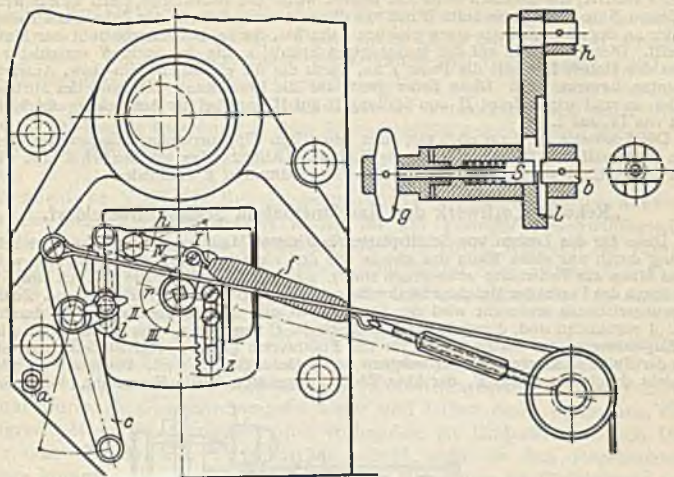


Abb. 234 und 235.

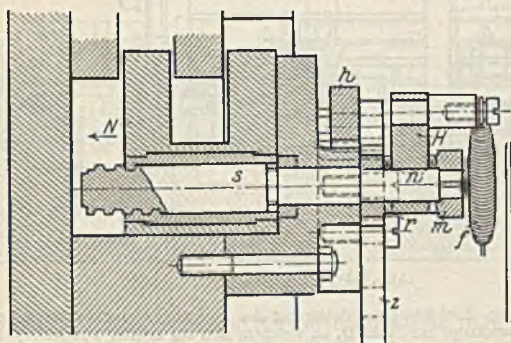


Abb. 236.



Abb. 237 und 238.

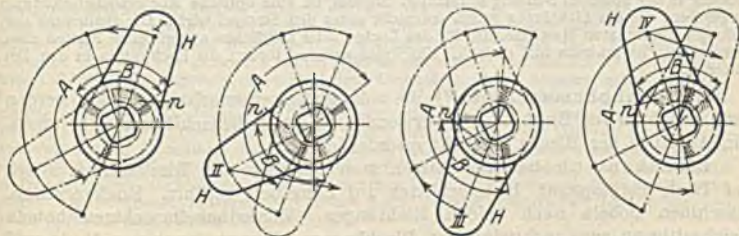


Abb. 239—242.

Werkstücke verbüten, vorgesehen *U*, *V*, *W* in Abb. 230 und 233. Während die Lochseite in Abb. 230 mit der bekannten Art der Ein- und Ausrückung durch Handgriff und Fußtritt versehen ist, zeigen die Abb. 234 bis 342, die neue durch DRP. geschützte Einrichtung. Durch Handgriff oder Zugseil wird der Hebel *c* bewegt, der unter Vermittlung der Lasche *l* den doppel-



armigen Hebel *h* dreht. Hebel *c* und Lasche *l* können entkuppelt werden durch Zurückziehen des Federstiftes *S*, der dann um 90° gedreht wird. Führung bleibt erhalten durch Bolzen *b*, der im Schlitz von *l* spielen kann. Hebel *h* hat ein Schlitzauge, in das ein Bolzen der Zahnstange *z* eintritt, die demnach senkrecht bewegt wird. Die Zahnstange greift in das Ritzel *r* ein, dessen Nabe einen Ausschnitt *B* hat. In diesen Ausschnitt tritt der Zahn *n* des Hebels *II* ein, der an der anderen Seite einen gleichen Zahn hat, der in den Ausschnitt *A* der Muffe *m* eingreift. Diese sitzt fest auf der steilgängigen Spindel *s*, die den Stein *N* verschiebt. Am Bolzen des Hebels *II* greift die Feder *f* an, durch die die eigentliche Ein- bzw. Ausrückung momentan bewirkt wird. Diese Feder greift für die Einrückung unterhalb des Mittels der Spindel an und wirft Hebel *II* von Stellung II auf III und bei der Ausrückung oberhalb der Mitte von IV auf I.

Die Lochseite ist dann noch mit einer neuartigen Tippvorrichtung ausgestattet, bei der durch Handgriff und Ritzel der gezahnte Bolzen *X*, Abb. 231, verschoben wird. Mit diesem ist der austauschbare Lochstempel *Y* durch Oberwurfmutter *Z* verbunden.

### „Rekord“-Lochwerk der Maschinenfabrik Schiess, Düsseldorf.

Diese für das Lochen von Schiffsplatten bestimmte Maschine, Abb. 243, leistet bei Bedienung durch nur einen Mann das gleiche wie drei einfache Hebellochstanzen, bei welchen je drei Mann zur Bedienung erforderlich sind<sup>1)</sup>. Es wird hierbei das Blech durch einen Rollgang durch das Portal der Maschine hindurchgeschoben, also senkrecht zur Bildebene. Zu dieser Bewegungsrichtung senkrecht wird der Stößelkasten und der Matrizenhalter, die durch den Bügel *A* verbunden sind, durch Motor *B* und Spindel *C* verschoben. Der Stößelkasten wird in der Kopftraverse, der Matrizenhalter in der Fußtraverse geführt. Am Stößelkasten ist sodann der Stuhl *D* angebracht, auf welchem der Bedienungsmann sitzt. Bewegung des Stößels geschieht durch den Motor *E*, der über Räder die genutete Welle *F* antreibt. Von hier aus

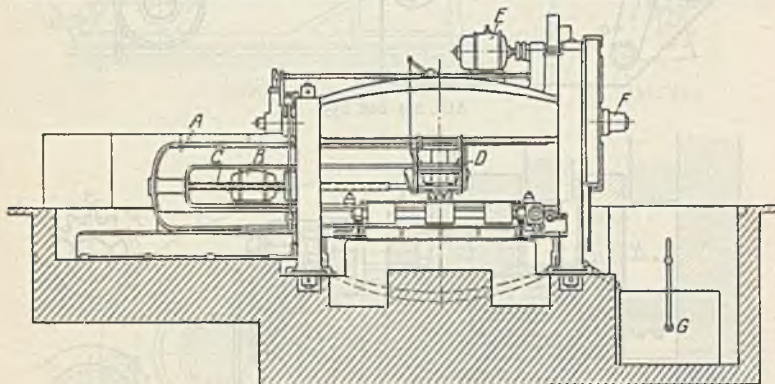


Abb. 243.

Ableitung der Stößelbewegung. Einleitung der Bewegung des Rollgangs, der einen besonderen Motor hat, durch einen Druckknopf am Stuhl *D*, an welchem sich ein zweiter Druckknopf für den Motor *B* befindet.

Ferner befindet sich dort ein Fußtritt, durch den der Stößel eingerückt wird. Ausrückung in der höchsten Stellung selbsttätig. Sodann ist eine optische Körnersuchrichtung vorgesehen, die ein Lichtkreuz genau senkrecht unter den Stempel wirft. Die Bedienung der mehrfach geschützten Maschine, die für das Lochen aller möglichen angerissenen Platten usw. geeignet ist, ist mühelos und einfach. Ein Transportband fördert die Lochputzen in den Behälter *G*.

Viellochbohrmaschinen<sup>2)</sup>, die vollständig automatisch arbeiten, werden für das Bohren von Blechpaketen verwendet, die im Reihenschiffbau vorkommen. Ein Anreißen der Bleche ist nicht erforderlich.

Blechkantenhobelmaschinen zum Behobeln der Blechkanten. Blech auf Tisch festgespannt, Hobelschlitten auf Längsbett geführt. Ruckvorschub. Maschinen hobeln nach beiden Richtungen. Winkelhobelmaschinen hobeln gleichzeitig an zwei rechtwinkligen Blechkanten. Festspannung von Hand und hydraulisch. Auch magnetische Aufspannung möglich, wenn nicht Nickelstahlbleche bearbeitet werden. Antrieb heute meist durch Wendemotor.

<sup>1)</sup> Schiess-Nachrichten 1920/21, 1921/22, 1923/24.

<sup>2)</sup> Schiess-Nachrichten 1923/24, Heft 1.

## Elektrischer Einzelantrieb.

(1261) Vorteile dieses Antriebes: Fortfall der Stufenscheiben, der langen Riemen und der Deckenvorgelege. Daher mehr Licht und Luft und geringere Gefährlichkeit. Ferner ungehinderte Verwendung von Hebezeugen. Leichtere Deckenkonstruktionen, was bei Gegenüberstellung von Kostenberechnungen wohl zu beachten ist. Bequeme Möglichkeit der Einrückung von jeder Stelle aus. Gleichbleibende Leistung auf allen Stufen wie bei Antrieb durch Einscheibe. Leichte Ortsveränderlichkeit der Maschinen, da nicht an Transmissionen gebunden.

Besondere Vorteile des Regelmotorantriebes: Einstellen auf wirtschaftliche Schnittgeschwindigkeit leicht, da nur geringer Geschwindigkeitsabfall zwischen den einzelnen Stufen und die Einstellung während des Ganges möglich ist, und zwar mit Hilfe mechanischer Mittel oder elektrischer Fernsteuerung. Geringere Zahl der mechanischen Übertragungsglieder im Antrieb daher besserer Wirkungsgrad.

Als Stromart für den Antrieb von Werkzeugmaschinen ist Gleichstrom vorzuziehen, der auch erforderlich ist, wenn magnetische Aufspanvorrichtungen oder Kupplungen verwendet werden sollen. Drehstromregelmotoren sind 2- bis  $2\frac{1}{2}$ -mal teurer als Gleichstromregelmotoren und haben einen schlechten Wirkungsgrad. Wenn Drehstromanschluß vorhanden, ist Umformung durch Umformer oder Gleichrichter wirtschaftlich sobald mehr als drei Regelantriebe in Frage kommen. Auch für den Betrieb der Hebezeuge ist Gleichstrom vorzuziehen. Verw. eines AEG-Reguliergetriebes<sup>1)</sup> bei Dreh- oder Gleichstrom.

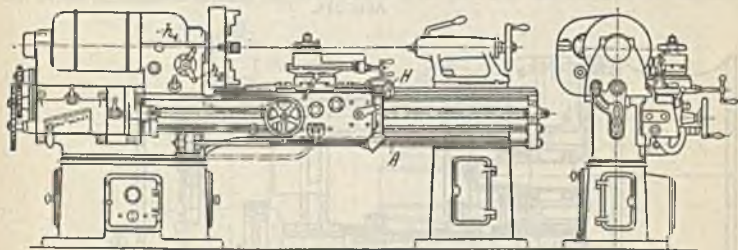


Abb. 244.

### Drehbank mit eingebautem Regelmotor von Gebr. Boehringer, Göppingen Elektrischer Teil von den Siemens-Schuckertwerken, Berlin.

Diese in den Abb. 244 und 245 gezeigte Bank zeichnet sich vor anderen Bänken mit unmittelbarem elektrischen Antrieb dadurch aus, daß der Motor in den Spindelstock eingebaut wurde und mit der Maschine ein Ganzes bildet. Die Drehbankspindel geht durch die hohle Ankerwelle hindurch, die auf Kugellagern im Motorgehäuse läuft, Abb. 245. Die Drehzahlen des Motors sind von 750 - 2250 in 8 Stufen regelbar und ergeben mit den aus Abb. 245 erkennbaren 3 Räderstufen insgesamt 24 verschiedene Drehzahlen, deren Steigerungszahl  $\varphi = 1,14$  ist. Die erwählten Räderwechsel werden durch die Hebel  $h_1$  und  $h_2$ , Abb. 244, betätigt, während die Anlaß- und Regelwalze, die im Spindelstockfuß eingebaut ist, vom Support aus mit Hilfe des Handrades  $H$ , das auf die Welle  $A$  wirkt, bedient wird. Jede Drehzahl ist mit höchstens zwei Griffen einstellbar. Sehr vorteilhaft für das Gewindeschneiden ist die elektrische Bremsung, die schnelles Stillsetzen und Umkehr der Drehrichtung gestattet. Die Schalttafel ist ebenfalls im Spindelstockfuß eingebaut und sämtliche Verbindungsleitungen liegen geschützt im Inneren der Drehbank. Leistung des Motors 3 PS. Gesamtwirkungsgrad bei Vollast von  $70-80\%$  ist als sehr günstig zu bezeichnen.

### Spindelstock mit Flanschmotorantrieb von Gebr. Boehringer, Göppingen.

Aus dem Schnitt (Abb. 246) ist ersichtlich, daß der Motor über eine feste Übersetzung ein Grundgetriebe für 4 Geschw. antreibt. Durch ein weiteres Schieberädergetriebe wird dann diese Zahl verdoppelt, so daß die auf der Hauptspindel lose laufende Hülse mit 8 verschiedenen

<sup>1)</sup> AEG-Mitt. 1930, Heft 3.



Drehzahlen laufen kann. Diese treibt dann die Hauptspindel unmittelbar oder über ein Vorgelege an, daher an der Hauptspindel 16 verschiedene Drehzahlen. Der Motor, Drehstrom oder Gleichstrom, hat hierbei eine gleichbleibende Drehzahl. Bei Antrieb durch polumschaltbaren Drehstrommotor stehen 32 Drehzahlen zur Verfügung. Wenn Gleichstrommotor, der im Verhältnis von 1 : 2 regelbar ist, erhält das Grundgetriebe nur ein Schieberäderpaar. Hat der Motor 7 Regelstufen, dann 56 verschiedene Drehzahlen an der Hauptspindel. Wie aus der Abb. 246 ersichtlich, ist das rechte Lager des Motors im Spindelstock eingebaut. Die Schieberäder sind auf Sterokeilwellen angeordnet. Einrichtung zum Schneiden von Steilgewinden ist vorgesehen, wie Abb. 246 zeigt, aus der auch der Antrieb des Vorschubrüderkastens und der Leitspindel hervorgeht.

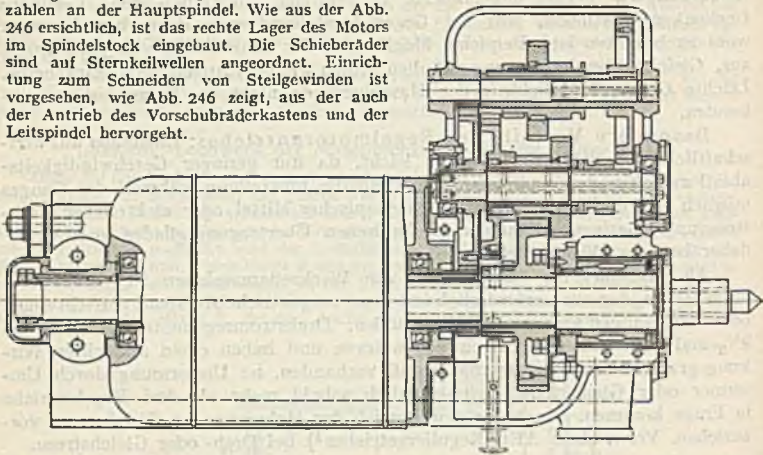


Abb. 245.

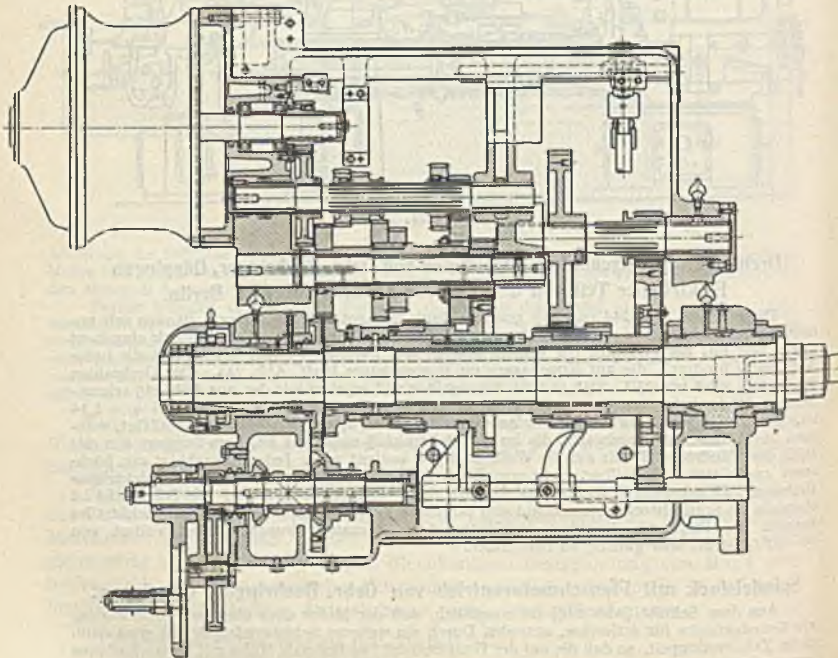


Abb. 246.

### Spindelstock einer Drehbank für Leichtmetalle.

Antrieb nach Abb. 247 durch einen im Verhältnis 1:3 regelbaren Flanschmotor, der über eine elektromagnetische Reibungskupplung die Hauptspindel unmittelbar oder über die Räder

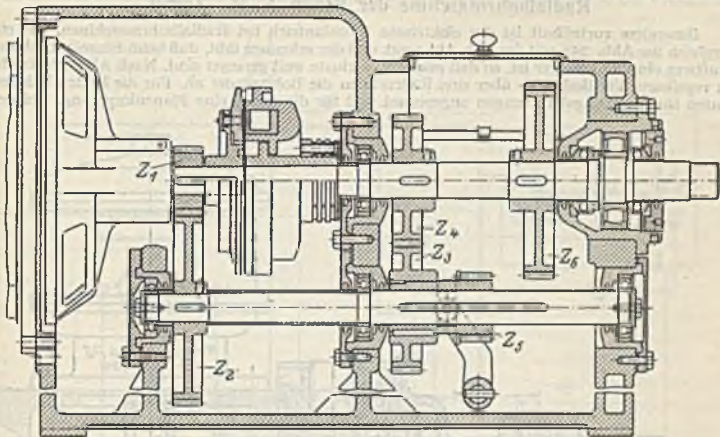


Abb. 247.

$\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$  bzw.  $\frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_6}$  antreibt. Der Handhebel, der den Räderblock  $Z_3, Z_5$  verschiebt, schaltet auch den Strom zur Magnetkupplung ein, so daß diese in der Mittellage des Räderblocks eingerückt

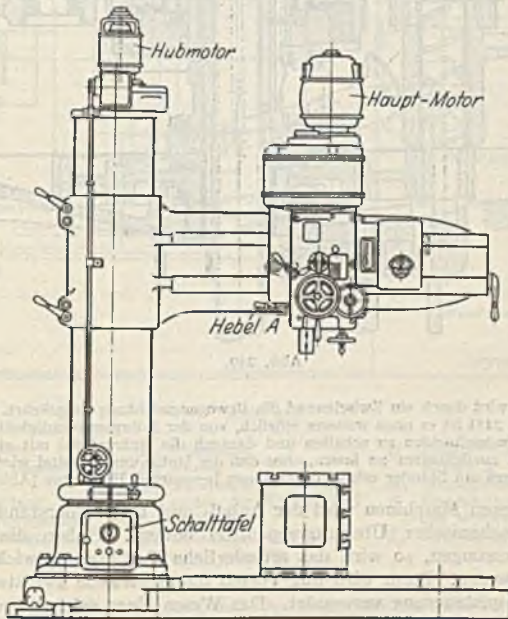


Abb 248.

ist. Die Drehzahlen der Hauptspindel sind von 60 bis 1800 veränderlich. Den hohen Drehzahlen entsprechend laufen Hauptspindel und Vorgelegewelle in Wälzlagern. Zur Aufnahme des Quer-



druckes ist als vorderes Lager ein Tonnenlager vorgesehen, während der Längsdruck, der beim Drehen entsteht, durch Kugellager aufgenommen wird. Rad  $Z_1$  besteht aus Novotext.

### Radialbohrmaschine der Braun A.-G., Zerbst.

Besonders vorteilhaft ist der elektrische Einzelantrieb bei Radialbohrmaschinen, wie ein Vergleich der Abb. 248 mit der Abb. 154 zeigt und der erkennen läßt, daß beim Einzelantrieb der Kraftweg ein viel kürzerer ist, so daß auch die Verluste weit geringer sind. Nach Abb. 249 treibt ein regelbarer Vertikalmotor über drei Räderstufen die Bohrspindel an. Für die beiden höheren Stufen sind Reibungskupplungen angeordnet und für die dritte eine Planenkupplung. Bei der

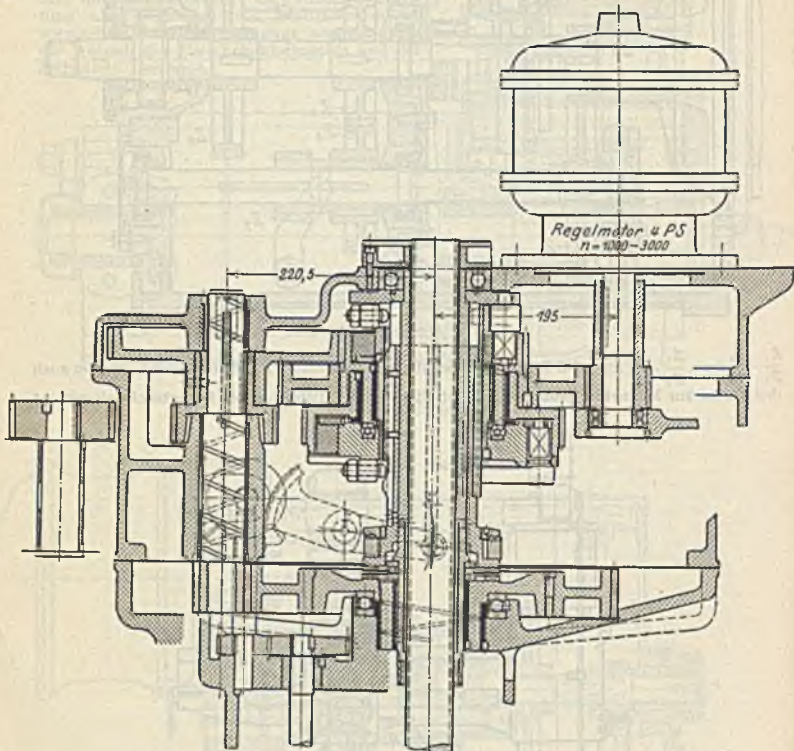


Abb. 249.

mittleren Stufe wird durch ein Zwischenrad die Bewegungsrichtung umgekehrt. Mit Hilfe des Hebels  $A$  (Abb. 248) ist es ohne weiteres möglich, von der Bohrgeschwindigkeit auf die langsame zum Gewindeschneiden zu schalten und darnach die Bohrspindel mit etwa dreifacher Geschwindigkeit zurücklaufen zu lassen, ohne daß der Motor umgeschaltet wird. Die Verstellung des Auslegers am Ständer erfolgt durch einen besonderen Hubmotor (Abb. 248).

Bei kleineren Maschinen wird der Anlaß- und Regelwiderstand von Hand mit Hilfe mechanischer Übertragungsmittel bewegt. Haben die Maschinen größere Abmessungen, so wird das erforderliche Gestänge verwickelt und ist schwer zu bewegen. Dann wird mit Vorteil die elektrische Fernsteuerung, die sog. Druckknopfsteuerung verwendet. Das Wesen einer solchen besteht darin, daß der Anlaß- und Regelwiderstand durch einen kleinen Hilfsmotor betätigt wird, der durch Druckknöpfe gesteuert wird.

Abb. 250 zeigt das Schaltbild einer Druckknopfsteuerung. Die Kurbel  $K_0$  des Anlaß- und Regelwiderstandes und die Steuerwalze  $K$  werden von dem kleinen Hilfsmotor  $K$  bewegt.

Drückt man auf einen der Arbeitsknöpfe „ein und schneller“, so fließt der Steuerstrom vom positiven Pol über 7, durch Relais  $B_4$ , Haupt- und Bremsschutz  $B_1$ , 15, 11, durch den betr. Druckknopf, durch die beiden Haltdruckknöpfe über 8 zum negativen Pol. Das Haupt- und Bremsschutz schaltet den Ankerstrom des Antriebsmotors  $A$  bei 2,2 ein, ebenso die Verbindung

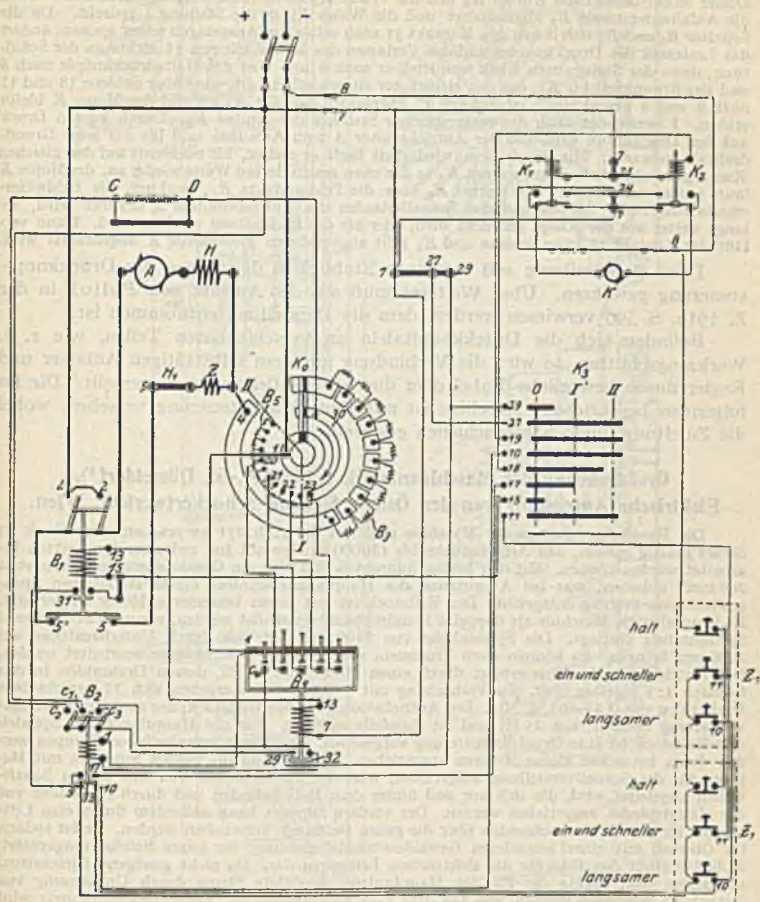


Abb. 250.

$A$  Antriebsmotor  
 $B_1$  Haupt- und Bremsschutz  
 $B_2$  Feldschütz  
 $B_3$  Anlaßwiderstand  
 $B_4$  Feldverstärkungsrelais  
 $B_5$  Feldregelwiderstand  
 $C, D$  Erregung

$K$  Hilfsmotor  
 $K_0$  Kurbel  
 $K_1, K_2$  Relais für den Hilfsmotor für Rechts- und Linkslauf  
 $K_3$  Ordnungs- und Grenzschtaltwalze für  $K$

$II$  Hilfspolwicklung des Motors  $A$   
 $H_1$  Bremswiderstand  
 $Z$  Zusatz lämpolwicklung des Motors  $A$   
 $Z_1$  Druckknopftafeln

bei 31 und hebt die Verbindung bei 5'5 auf. Der Ankerstrom fließt also vom positiven Pol über 2,2,  $A$ , die Hilfspolwicklung  $H$  zur Schiene 4 des Anlassers, dann durch die Anlaßwiderstände  $B_3$  über  $K_0$  zur Schiene 1 und zum negativen Pol. Am Relais  $B_4$  befindet sich ein Kontakt 32, der durch den Steuerstrom geschlossen wird. Strom von 7, 27, 29 über 32, 17, 1 zum negativen Pol. Hierdurch Wirken des Feldschützes  $B_2$  und Schließen der Verbindung  $c_1, c_2$ , wodurch das Feld  $CD$  eingeschaltet wird. Strom hierfür vom positiven Pol über  $c_1, c_2, CD$



nach Schiene 30, über die Kurbel  $K_0$  und Schiene 1 zum negativen Pol. Durch das Anziehen des Feldverstärkungsrelais  $B_3$  wird der Kurzschluß der Regelwiderstände  $B_5$  stufenweise aufgehoben. Schließlich Steuerstrom von 7 über 25 und  $K_1$  über 18, 11 über die Druckknöpfe zum negativen Pol. Durch  $K_1$  wird dann der Hilfsmotor  $K$ , ein Haupttrommmotor, eingeschaltet. Dieser Motor bewegt die Kurbel  $K_0$  und die Walze  $K_3$  in der Pfeilrichtung. Dadurch werden die Anlaufwiderstände  $B_3$  abgeschaltet und die Walze  $K_3$  in die Stellung 1 gedreht. Da die Schalter  $B_3$  und  $B_4$  sich durch den Kontakt 31 nach erfolgtem Anspringen selbst speisen, ändert das Loslassen des Druckknopfes und das Verlassen des Kontaktfingers 15 nichts an der Schaltung, denn der Steuerstrom fließt unmittelbar nach 9 und über die Halte-Druckknöpfe nach 8 und der Stromkreis für  $K_1$ , das den Hilfsmotor eingeschaltet hält, wird über Schiene 18 und 17 nach 9 und 8 geschlossen. Ist Schiene 17 abgelaufen, so fällt  $K_1$  ab und der Motor  $K$  bleibt stehen. 1 bezeichnet auch die entsprechende Stellung der Kurbel  $K_0$ . Durch kurzen Druck auf den Druckknopf wird also der Antriebsmotor  $A$  zum Anlaufen und bis auf seine Grunddrehzahl gebracht. Mit dieser Geschwindigkeit läuft er weiter, bis nochmals auf den gleichen Knopf gedrückt wird. Dann springt  $K_1$  in der oben geschilderten Weise wieder an, der Motor  $K$  läuft weiter und bewegt die Kurbel  $K_0$  über die Feldkontakte  $B_3$ , wodurch die Feldwiderstände eingerückt werden und das Schnellerlaufen des Antriebsmotors  $A$  bewirkt wird, solange weiter wie der Knopf gedrückt wird, oder bis die Endstellung erreicht wird. Dann verläßt der Kontakt 18 seine Schiene und  $K_1$  fällt ab, wodurch gleichzeitig  $K$  abgebremst wird.

Diese Beschreibung soll nur einen Einblick in das Wesen der Druckknopfsteuerung gewähren. Über Weiteres muß auf den Aufsatz von Pollok in der Z. 1916, S. 390 verwiesen werden, dem die Darstellung entnommen ist.

Befinden sich die Druckknopftafeln an verschiebbaren Teilen, wie z. B. Werkzeugschlitten, so wird die Verbindung mit dem selbsttätigen Anlasser und Regler durch bewegliche Kabel oder durch Schleifleitungen hergestellt. Die im folgenden beschriebene Maschine ist mit Druckknopfsteuerung versehen, wobei die Zuleitung durch Schleifschienen geschieht.

### Großdrehbank der Maschinenfabrik Schiess A.-G., Düsseldorf<sup>1)</sup>.

#### Elektrische Ausrüstung von den Österr. Siemens-Schuckertwerken, Wien.

Die Hauptabmessungen der Maschine sind aus der Abb. 251 zu ersehen. Die Bank ist derart kräftig gebaut, daß Arbeitsstücke bis 120000 kg Gewicht frei zwischen den Spitzen bearbeitet werden können. Mit den beiden Supporten läßt sich ein Gesamtquerschnitt von etwa 200 mm<sup>2</sup> abheben, was bei Ausnutzung des Hauptantriebsmotors einem stündlichen Spangewicht von 1100 kg entspricht. Der Reitstock ist mit einem besonderen Motor ausgerüstet. Es kann also die Maschine als doppelte Plandrehbank verwendet werden, wenn nicht genügend Spitzenarbeit vorliegt. Die Spitzenhöhe von 2400 mm läßt sich durch Unterbaustücke auf 2900 mm bringen. Es können dann Trommeln von 5500 mm Durchmesser bearbeitet werden. Der Antrieb der Maschine erfolgt durch einen Motor von 80 PS, dessen Drehzahlen in den Grenzen 1:3 regelbar sind. In Verbindung mit 5 Räderstufen ergeben sich 75 verschiedene Drehzahlen von 0,2—40 i. d. Min. Der Antriebsmotor für den Reitstock, der auch dessen Längsverstellung bewirkt, hat 25 PS und ist ebenfalls regelbar. Für die Hauptlager von Spindel und Reitstock ist eine Druckölschmierung vorgesehen. Die hierzu erforderlichen Pumpen werden durch besondere kleine Motoren angetrieben. Sodann sind die beiden Supporte mit Motoren für die Schnellverstellung ausgerüstet, während der Vorschub von den beiden Schafwellen abgeleitet wird, die sich vor und hinter dem Bett befinden und durch Stirnräder von der Hauptspindel angetrieben werden. Der vordere Support kann außerdem durch eine Leitspindel für das Gewindeschneiden über die ganze Bettlänge verschoben werden. Er ist sodann im Oberteil mit einer besonderen Gewindeschneideinrichtung für kurze Stücke ausgerüstet. Abb. 252 stellt den Plan für die elektrischen Leitungen dar. Da nicht genügend Gleichstrom vorhanden war, mußte der für den Hauptantrieb benötigte Strom durch Umformung von Drehstrom gewonnen werden, wie aus dem Plan zu erkennen ist. Dem Gleichstromnetz wird der Strom für die übrigen Motoren und die Druckknopfsteuerung entnommen. Ein- und Ausschalten und Regeln der Drehzahlen des Hauptantriebes kann von allen Stellen der Maschine erfolgen, wie die Verteilung der Druckknopftafeln erkennen läßt. Diese Tafeln haben vier Druckknöpfe, da auch eine Bewegungsumkehr vorgesehen ist. Für Vorschub und Schnellverstellung sind besondere Tafeln vorhanden. Es ist möglich, vom Vorschub auf die Schnellverstellung und umgekehrt überzugehen durch einfaches Drücken auf die betreffenden Knöpfe. Anlassen und Regeln des Reitstockmotors geschieht durch einen mitfahrenden Steuerschalter. Nur das Stillsetzen dieses Antriebes kann durch Druckknöpfe geschehen. Am Reitstock und an den Supporten sind Endschalter befestigt, die im Falle des Anrennens den betr. Antrieb stillsetzen. Die Schleifleitungen befinden sich in abgedeckten Kanälen vor und hinter dem Bett und die Zuleitung zu den Supporten und dem Reitstock geschieht durch Stromabnehmer.

Hat eine Maschine zwei Hauptantriebsmotoren, wie es z. B. bei Winkelblechkantenhobelmaschinen der Fall ist, so können diese in Abhängigkeit voneinander gebracht werden, so daß ein Anrennen der Schlitten gegeneinander

<sup>1)</sup> Schiess-Nachrichten 1920/21, H. 2.

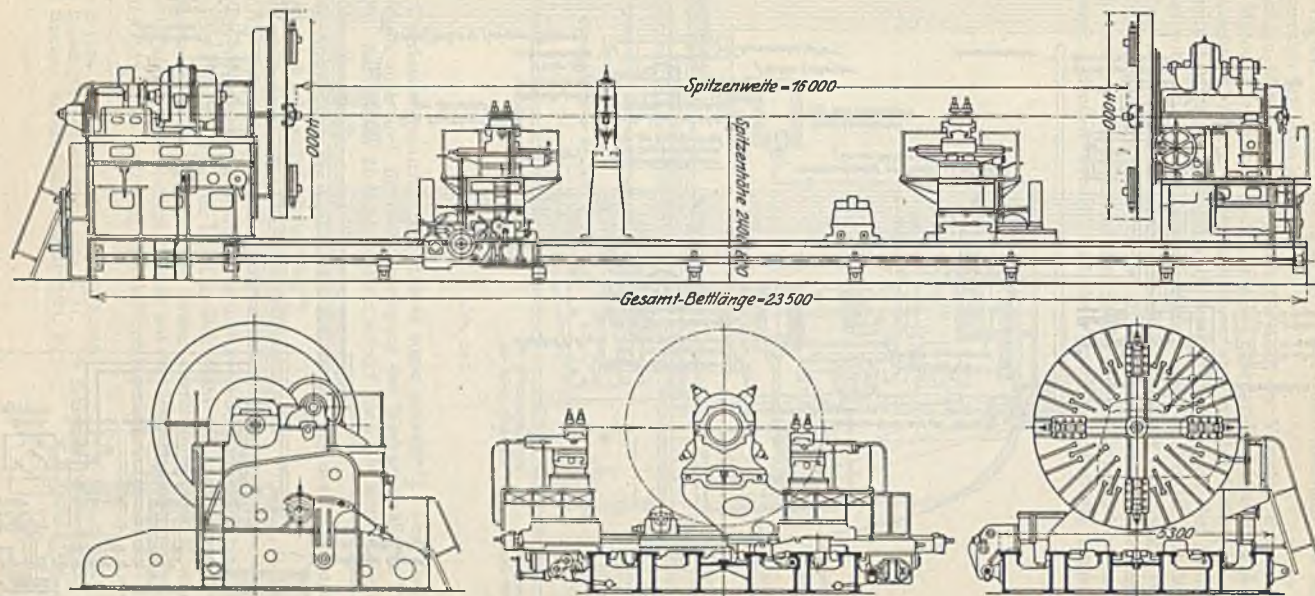


Abb. 251.



Umformerhaus

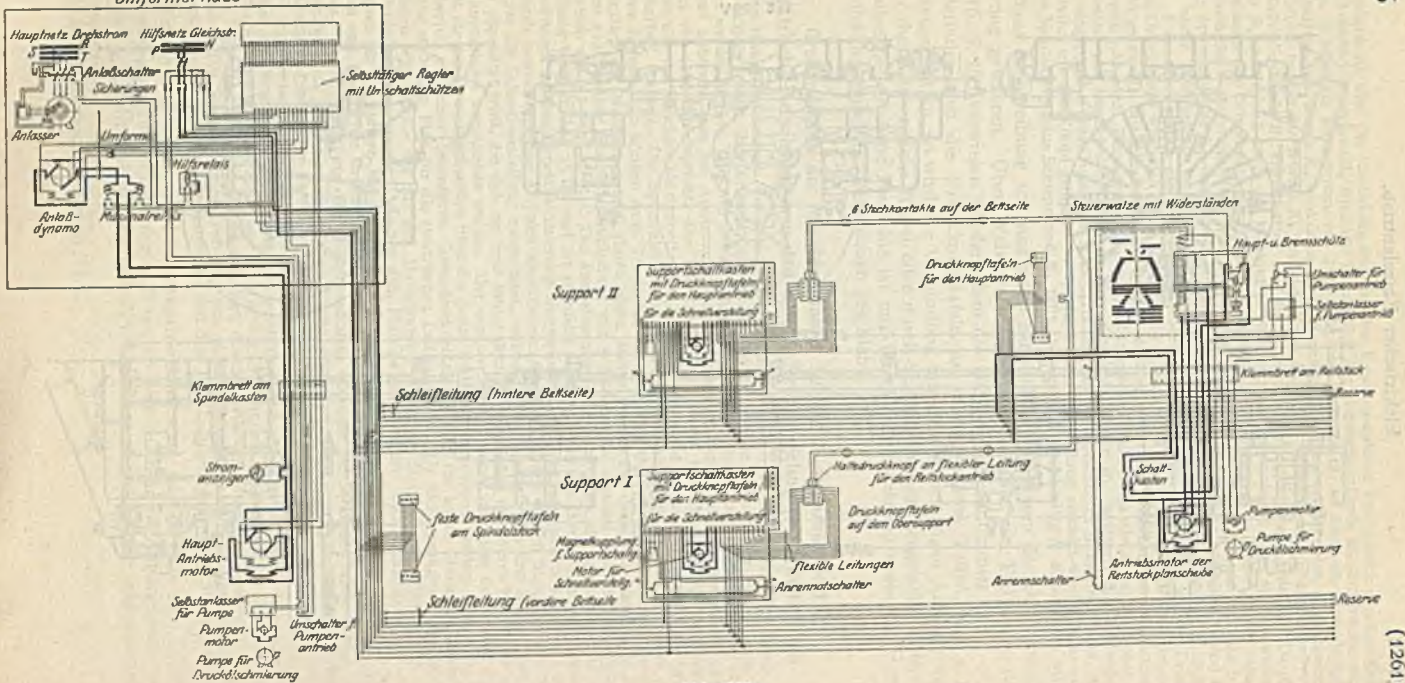


Abb. 252.

verhindert wird in der Art, daß ein Schlitten langsamer läuft bis der andere vorbei ist und die Gefahr beseitigt ist<sup>1)</sup>. Mit einem mechanischen Antrieb wird das kaum zu erreichen sein.

Sodann kann bei vielen Maschinen auch der Vorschub durch einen besonderen Motor angetrieben werden, wie bei Schrupp-Drehbänken, Fräsmaschinen, Bohrmaschinen, Sägen, Schleifmaschinen, also in allen Fällen, in denen nicht eine ganz bestimmte Abhängigkeit des Vorschubes von der Hauptbewegung verlangt wird, wie es z. B. beim Gewindeschneiden nötig ist. Ist der Vorschub besonders angetrieben, so ist er in seiner Größe völlig unabhängig vom Schnitt. Der Vorschubmotor wird gegen den Hauptmotor elektrisch verriegelt, so daß er stehen bleibt, wenn letzterer zum Stillstand kommt<sup>2)</sup>. Es können ferner Einrichtungen getroffen werden, daß der Vorschub selbsttätig langsamer läuft,

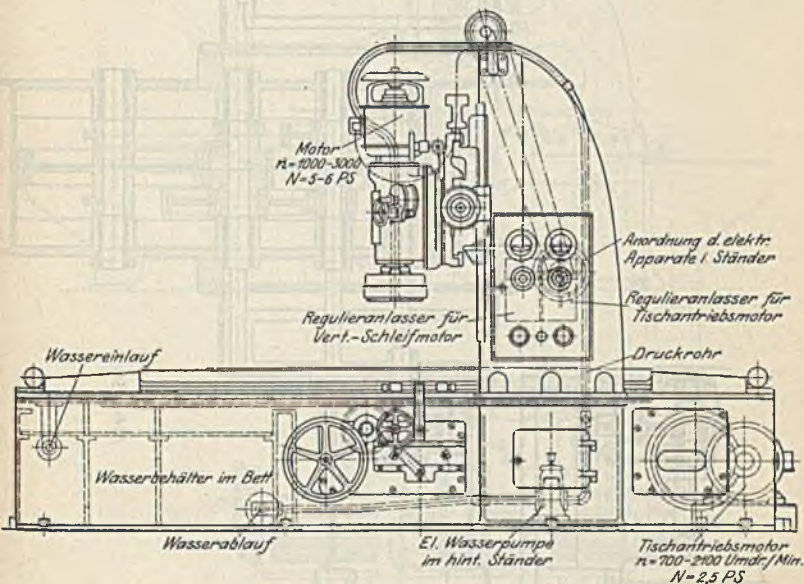


Abb. 253.

wenn Überlastung eintritt, oder daß er sogar umkehrt<sup>3)</sup>. Der Vorschubmotor kann dann auch noch für die Eilbewegung der Werkzeugschlitten Verwendung finden<sup>4)</sup>. Bei großen Hobelmaschinen erfolgt auch die Meißelabhebung durch besondere Motoren<sup>5)</sup>.

Die Anwendung der Elektrizität für die Zwecke des Werkzeugmaschinenbaues ist noch sehr entwicklungsfähig<sup>6)</sup>.

Abb. 253 zeigt eine Flächenschleifmaschine der Firma J. E. Reinecker in Chemnitz. Bei dieser Maschine erfolgt der Antrieb der Schleifscheibe unmittelbar durch einen regelbaren Flanschmotor und der Vorschub durch einen besonderen Motor, der ebenfalls regelbar ist. Der elektrische Teil stammt von den Siemens-Schuckertwerken, Berlin. Bei den neuen Ausführungen der Maschine ist der Motor ein Spindelmotor, dessen Anker auf der Schleifwelle sitzt. Sodann ist zur Vereinfachung der Bedienung Druckknopfsteuerung vorgesehen<sup>7)</sup>.

<sup>1)</sup> Z. 1920 S. 1033.

<sup>2)</sup> Z. 1915, S. 945.

<sup>3)</sup> Z. 1916, S. 430.

<sup>4)</sup> Schiess-Defries-Nachrichten 1929, S. 41.

<sup>5)</sup> Schiess-Defries-Nachrichten 1929, S. 41.

<sup>6)</sup> Becker, Schiess-Nachrichten 1920/21, H. 3.

<sup>7)</sup> W.T. 1926, S. 475.



Für den Antrieb von Pressen, Scheren u. dgl., die mit Schwungrad arbeiten, müssen Motoren verwendet werden, die nachgiebig sind in den Drehzahlen, damit das Schwungrad wirken kann. Bei Gleichstrom daher Motoren mit Verbundwicklung, bei Drehstrom Einschaltung von Widerständen in den Rotorstromkreis, was aber mit Verlust verbunden ist.

Bei schwungradlosen Maschinen kann der Antrieb durch Hauptstrommotoren erfolgen. Besser aber ist die Verwendung von Nebenschlußregelmotoren in Ver-

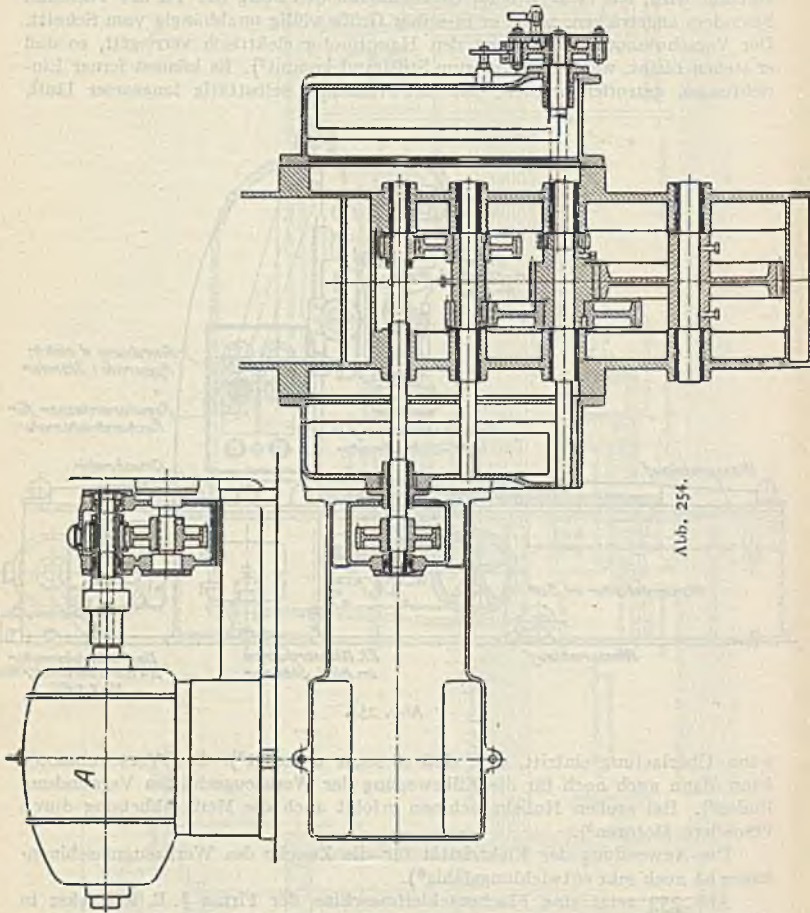


Abb. 254.

bindung mit einem Arbeitsregler<sup>1)</sup>. Die sich ergebenden Vorteile sind folgende:  
 1. Die Arbeitsgeschwindigkeit stellt sich selbsttätig nach der Belastung ein.  
 2. Die eingestellte Höchstgeschwindigkeit wird nicht überschritten. 3. Überlastungen durch zu große Leistungsabgabe sind ausgeschlossen. 4. Es ist sofortige Umkehrung der Drehrichtung möglich, was wichtig ist, wenn der Schnitt falsch angesetzt ist. 5. Es wird keine Arbeit verbraucht, wenn keine zu leisten ist.

Eine besondere Bedeutung hat der unmittelbare Antrieb von Hobel- und

<sup>1)</sup> Pollok, Z. 1920, S. 500.

Stoßmaschinen durch regelbaren Umkehrmotor gewonnen. Der mechanische Aufbau wird durch den Wegfall der Wendegetriebe sehr einfach, wie aus Abb. 254 zu ersehen ist. Durch die elektrische Bremsung werden die Zahnflanken der Räder schon vor der Bewegungsumkehr umgelegt und dadurch ein schnelles

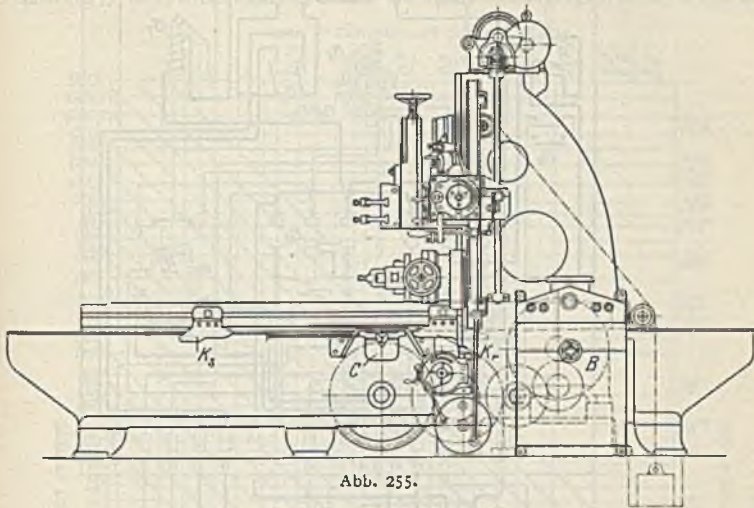


Abb. 255.

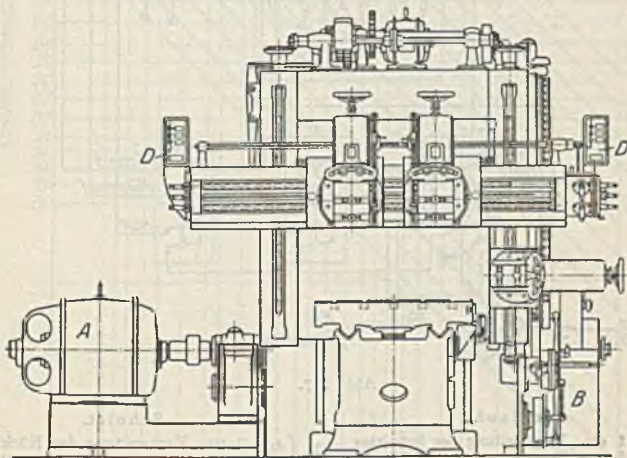


Abb. 256.

und stoßfreies Umsteuern erzielt. Hierbei wird der Motor bis auf seine Grunddrehzahl nur durch Feldverstärkung abgebremst und daher der größte Teil des Arbeitsvermögens der bewegten Massen zurückgewonnen und an das Netz zurückgegeben, während bei anderen Arten der Umsteuerung dieses Arbeitsvermögen durch Reibung vernichtet werden muß<sup>1)</sup>. Sodann ist bei Regelmotorantrieb eine leichte Anpassung an irgendeine verlangte Schnittgeschwindigkeit möglich.

<sup>1)</sup> Z. 1914, S. 643.



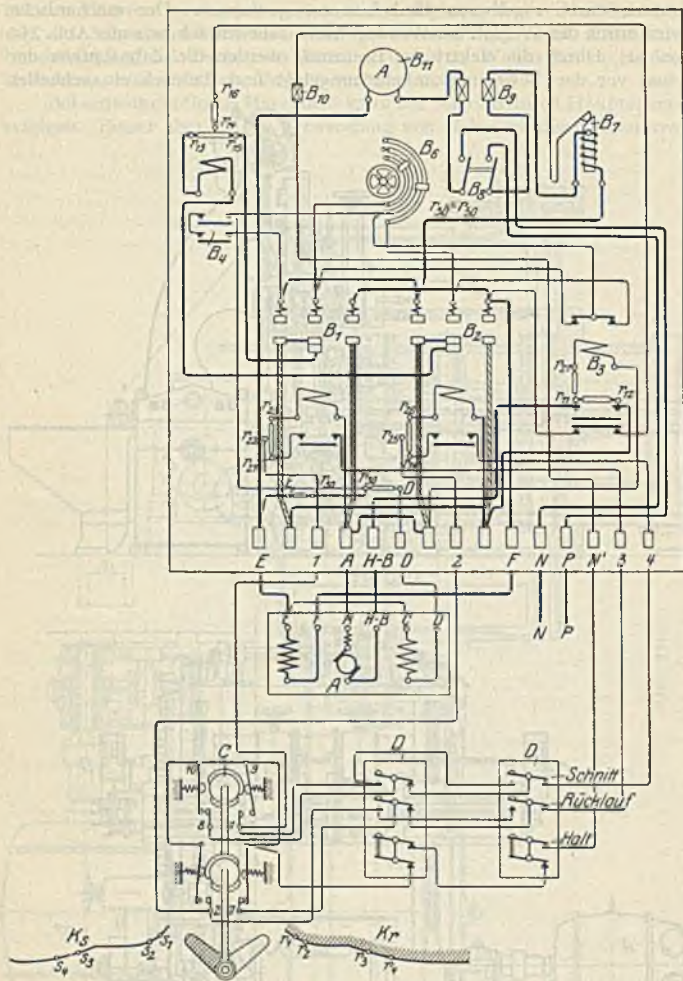


Abb. 257.

Rücklauf.

Schnitt.

- Ende Rücklauf
- $r_1 = 1$  ein Vorbereitung des Schnittes
  - $r_2 = 8$  aus Beendigung des Rücklaufes Einleitung des Schnittes
  - $r_3 = 7$  aus Notschaltung bei Drücken eines falschen Knopfes
  - $r_4 = 1$  aus Vollständige Unterbrechung des Steuerstromes.

- Ende Schnitt
- $s_1 = 2$  ein Vorbereitung des Rücklaufes
  - $s_2 = 7$  aus Beendigung der Schnittbewegung Einleitung des Rücklaufes
  - $s_3 = 8$  aus Notschaltung bei Drücken eines falschen Knopfes
  - $s_4 = 2$  aus Vollständige Unterbrechung des Steuerstromes.

- A Motor
- B Selbsttätiger Umkehranlasser
- B<sub>1</sub> Fernschalter für Schnitt
- B<sub>2</sub> Fernschalter für Rücklauf
- B<sub>3</sub> Anlaßrelais
- B<sub>4</sub> Bremsfeldstromwächter
- B<sub>4</sub> Doppelnebenschlußregler

- B<sub>7</sub> Motorschutzvorrichtung
- B<sub>8</sub> Hauptschalter
- B<sub>9</sub> Hauptsicherungen
- B<sub>10</sub> Steuerstromsicherungen
- B<sub>11</sub> Amperemeter
- C Anstoßsteuerschalter
- D Betätigungsdruckknöpfe.

Hobelmaschine von Gebr. Boehringer, Göppingen.  
Elektr. Ausrüstung von der AEG., Berlin.

Abb. 254 läßt den Antrieb der Maschine erkennen und Abb. 255 den Gesamtaufbau. Die Drehzahlen des Motors *A* sind von 315 bis 1000 Min. regelbar und die Schnittgeschwindigkeit kann von 7,8 bis 15 m/min eingestellt werden. Die Rücklaufgeschwindigkeit beträgt 24,6 m/min

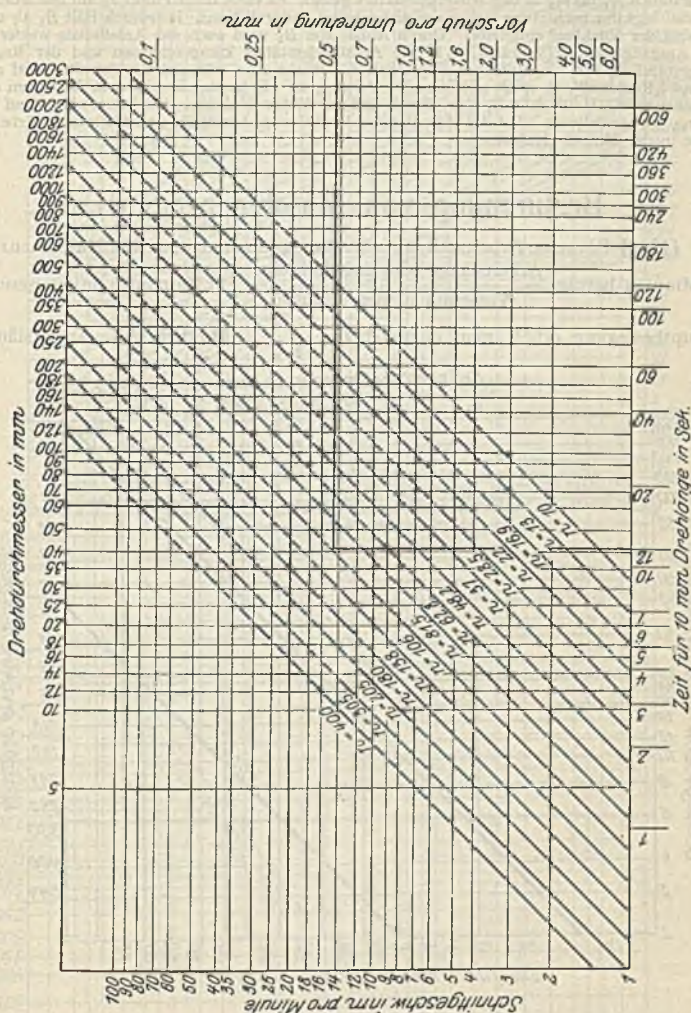


Abb. 258.

und ist ebenfalls einstellbar. Die Eilbewegung der Werkzeugschlitten und die Querbalken, verstellung geschieht durch einen besonderen kleinen Motor, der oben auf der Maschine steht, Abb. 257 stellt die durch D.R.P. geschützte Schaltung des Antriebs dar. Es sei der Umkehrverlauf vom Schnitt zum Rücklauf betrachtet. Hierbei ist  $B_1$  eingeschaltet und der Knaggen  $K_8$ , Abb. 255 und 257, bewegt sich nach rechts und stößt mit Punkt  $s_1$  auf den entsprechenden Flügel des Stiefelknechts am Anstoßteuerschalter  $C$ . Der Stiefelknecht wird dadurch nach rechts umgelegt und 2 eingeschaltet. Der Steuerstrom betätigt nun das Anlaßrelais  $B_3$ , das den Nebenschlußregler  $B_6$  kurzschließt. Hierdurch wird das Feld des Motors entsprechend verstärkt, der aber wegen der Massenergie zunächst seine Drehzahl beizubehalten sucht.



Die hierbei erzeugte Gegenspannung übersteigt die Netzspannung, es wird Strom an das Netz zurückgegeben und der Motor auf seine Grunddrehzahl abgebremst. Damit der Bremsstrom nicht zu stark wird, ist ein Stromwächter  $B_4$  vorgesehen, der im gegebenen Falle die Widerstände von  $B_4$  wieder einschaltet. Durch den über 2 fließenden Steuerstrom wird sodann  $B_2$  eingeschaltet und der Ankerstrom über die Bremswiderstände  $r_{13}$  bis  $r_{15}$  kurzgeschlossen und dadurch ein fast sofortiger Stillstand des Motors erreicht. Von  $B_2$  werden dann die Anlaufwiderstände  $r_{11}$  bis  $r_{12}$  in den Ankerstromkreis gelegt. Es stößt dann Punkt  $s_2$  auf den Stiefelknecht, legt ihn noch etwas weiter um und schaltet dadurch 7 aus. Hierdurch fällt  $B_1$  ab und es wird der Rücklauf eingeleitet. Durch Abfall von  $B_1$  wird auch das Anlaufrelais wieder in die Ausgangsstellung gebracht, d. h. die Anlaufwiderstände kurzgeschlossen und der Regelwiderstand  $B_6$  für den Rücklauf eingeschaltet. Drückt man während des Schnittes auf den Knopf „Rücklauf“, so spielt sich derselbe Vorgang ab wie beschrieben. Durch Betätigen des Druckknopfes „Halt“ fällt  $B_1$  bzw.  $B_2$  ab und der Motor wird über den Bremswiderstand  $r_{13}$  bis  $r_{15}$  kurzgeschlossen. Auf der Maschine werden bei einer Hublänge von 180 mm 24 Arbeitshübe in der Minute erreicht.

### Bestimmung von Maschinenzeiten<sup>1)</sup>.

(1262) Die reine Arbeitszeit einer Werkzeugmaschine oder ihre Maschinenzeit in Minuten beträgt  $\frac{\text{Arbeitslänge oder Arbeitsbreite}}{\text{Vorschub in der Minute}}$ . Für Maschinen mit kreisender Hauptbewegung erhält man demnach  $t_h = \frac{L}{n \cdot s}$ . Hierbei  $L$  = Arbeitslänge

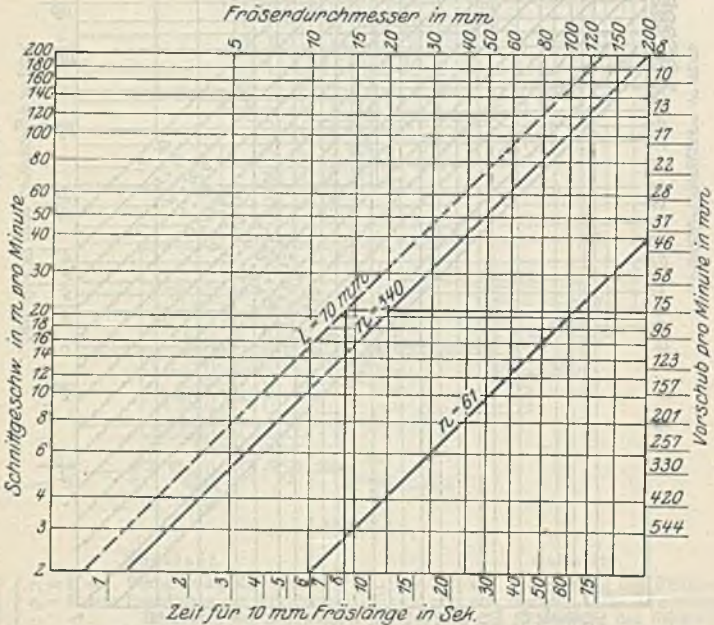


Abb. 259.

in mm,  $n$  die minutliche Drehzahl und  $s$  der Vorschub pro Umdrehung in mm.  $t_h \cdot s = \frac{L}{n}$ . Für eine bestimmte Länge z. B.  $L = 10$  mm und eine bestimmte Drehzahl ist  $\frac{L}{n}$  eine Konstante und die Gleichung stellt daher eine gleichseitige

<sup>1)</sup> Siehe Maschinenkarten des AWF.

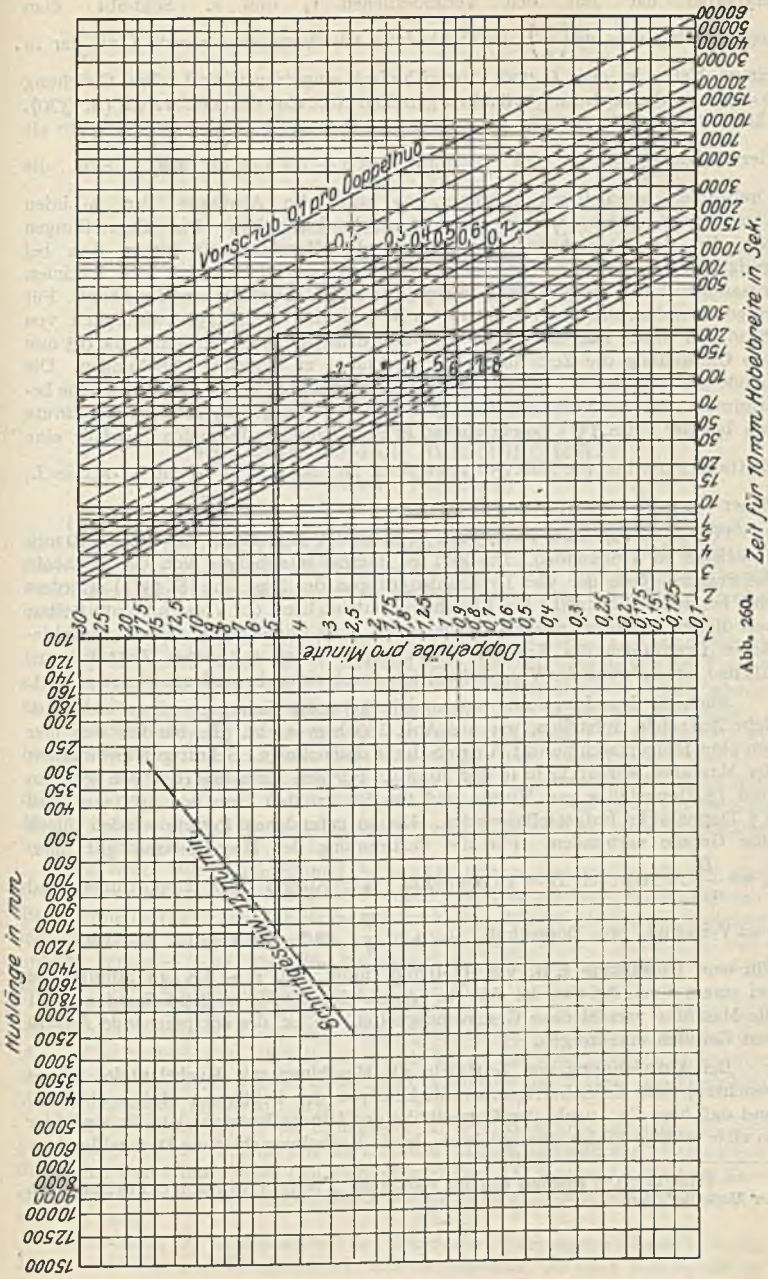


Abb. 260. Zeit für 10mm Hobelbreite in Sek.



Hyperbel dar mit den Veränderlichen  $t_h$  und  $s$ . Schreibt man  $\log t_h + \log s = \log \left( \frac{L}{n} \right)$ , so stellt diese Gleichung eine gerade Linie dar in einem Netz, in dem  $t_h$  und  $s$  logarithmisch eingetragen sind. Die Gleichung  $v = d \pi n$ , die auch im gewöhnlich geteilten Netz eine Gerade darstellt (S. 1320), läßt sich ebenfalls im log. geteilten Netz einzeichnen, und zwar wiederum als Gerade, da  $\frac{v}{d} = \pi n$  und demnach  $\log v - \log d = \log (\pi n)$ . Sind die Drehzahlen geometrisch geordnet, so sind die Abstände der  $n$ -Linien voneinander gleich, was sich leicht nachweisen läßt. Die Darstellungen für die Schnittgeschwindigkeit  $v$  und die Maschinenzeit lassen sich bei geeigneter Auftragung der Koordinaten so vereinigen, daß die  $n$ -Linien zusammenfallen. So zeigt Abb. 258 eine solche Zeittafel für eine Drehbank. Für einen Drehdurchmesser von 60 mm z. B. und eine Schnittgeschwindigkeit von 20 m/min findet man sofort  $n = 106$  und dann für einen Vorschub von 0,5 mm pro Umdrehung die Zeit für 10 mm Drehlänge zu ungefähr 12 Sekunden. Die Größe des Vorschubs wird für Schrupparbeiten zweckmäßig durch Versuche bestimmt<sup>1)</sup>. Ist der Vorschub nicht pro Umdrehung gegeben, sondern pro Minute wie bei der auf S. 1375 beschriebenen Fräsmaschine, so läßt sich ebenfalls eine Zeittafel aufstellen wie Abb. 259 zeigt, denn hier ist  $t_h = \frac{L}{s_{\min}}$  und  $t_h \cdot s_{\min} = L$ , daher  $\log t_h + \log s_{\min} = \log L$ .

Für einen Vorschub von 75 mm z. B. findet man leicht die Zeit für 10 mm Fräslänge zu 8 Sekunden. Die Zeit ist hierbei unabhängig von der Drehzahl des Fräfers. Jede der vier Drehzahlgruppen der Maschine (S. 1378) erfordert eine besondere Zeittafel. Bei Einscheibenantrieb kann der Vorschub unmittelbar von diesem abgeleitet werden und ist dann ganz unabhängig von den verschiedenen Drehzahlen des Fräfers. Dann kommt man mit einer Zeittafel aus. Ebenso ist es, wenn der Vorschubantrieb durch einen besonderen Motor erfolgt.

Auch für Maschinen mit hin- und hergehender Bewegung lassen sich ähnliche Zeittafeln aufstellen, wie aus Abb. 260 hervorgeht. Es handelt sich hier um eine Hobelmaschine mit Antrieb durch Zahnstange. Schnittgeschwindigkeit der Maschine beträgt 12 m in der Minute. Für den kleinsten Hub von 300 mm sind 15 Doppelhübe pro Minute und für den größten Hub von 2500 mm sind 2,5 Doppelhübe festgestellt worden. Die so gefundenen Punkte werden durch eine Gerade verbunden. Für die Bestimmung der Maschinenzeit gilt dann

$t_h = \frac{B}{n \cdot s}$ . Hierbei  $B =$  Hobelbreite,  $n =$  Anzahl der Doppelhübe und

$s =$  Vorschub pro Doppelhub.  $t_h \cdot n = \frac{B}{s}$  und  $\log t_h + \log n = \log \left( \frac{B}{s} \right)$ .

Für eine Hobellänge z. B. von 1150 mm findet man  $n \sim 4,8$  pro Minute und bei einem  $s$  von 0,6 mm die Zeit für 10 mm Hobelbreite zu 210 Sekunden. Hat die Maschine verschiedene Geschwindigkeiten, so ist die entsprechende Anzahl von Geraden einzutragen.

Bei Aufzeichnung von Zeittafeln für Maschinen mit Kurbelantrieb ist zu beachten, daß die Schnittgeschwindigkeit von der Größe des Hubes abhängt, und daß hier die Anzahl der Doppelhübe pro Minute konstant ist. Es sind hier so viele schräge Linien einzuzeichnen als die Kurbel verschiedene Drehzahlen hat.

<sup>1)</sup> Hippler: Die Dreherei und ihre Werkzeuge. 2. Aufl., S. 40 und Hegner: Lehrbuch der Vorkalkulation.

## Neunzehnter Abschnitt.

# Elektrotechnik.

Bearbeitet von Prof. A. Schmidt, Chemnitz

## Physikalische Grundlagen.

### Die elektrischen Maßeinheiten.

(Technische Einheiten.)

(1263) **Begriffserklärungen.** Das Ampere — gesprochen Ampár, abgek. A — ist die Einheit der elektrischen Stromstärke ( $I$  oder  $i$ ). Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, der beim Durchgang durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt.

Das Ohm ( $\Omega$ ) ist die Einheit des elektrischen Widerstandes ( $R$  oder  $r$ ). Es wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem,  $1 \text{ mm}^2$  gleichzuchtendem Querschnitte, 106,3 cm und deren Gewicht 14,4521 g beträgt.

Das Siemens (S) ist die Einheit des elektrischen Leitwertes ( $G, g$ ). Der Leitwert ist der reziproke Wert des elektrischen Widerstandes:  $g = 1 : r$ .

Das Volt (V) ist die Einheit der elektromotorischen Kraft ( $E, e$ ) oder der Spannung ( $U, u$ ). Es wird dargestellt durch diejenige elektromotorische Kraft oder Spannung, die in einem Leiter von  $1 \Omega$  Widerstand eine Stromstärke von 1 A erzeugt.

Das Watt (W) ist die Einheit der elektrischen Leistung ( $N$ ). Sie wird bei Gleichstrom gemessen durch das Produkt aus Stromstärke  $\times$  Spannung einer Energiequelle (bzw. eines Energieverbrauchers). Bei Wechselstrom bedeutet dieses Produkt allgemein nur die Scheinleistung, die in  $V \times A$ , d. h. Volt-ampere gemessen wird. Die Wirkleistung — kurz Leistung genannt — erhält man erst durch Multiplikation der VA mit dem Leistungsfaktor  $\leq 1$ .

Die Wattstunde (Wh) ist die Einheit der elektrischen Arbeit ( $A$ ). Sie kommt zustande durch die Wirkung eines Wattes während 1 Stunde:  $A = N \times t$ ; dauert die Arbeit wesentlich kürzer als eine Stunde, so benutzt man oft die Sekunde als Zeiteinheit und bezeichnet die Einheit des Produktes Watt  $\times$  Sekunde als Joule (J).

Das Coulomb (C) ist die Einheit der Elektrizitätsmenge ( $Q$ ). Sie wird gemessen durch das Produkt aus der Zahl der Ampere, die während  $t$  Sekunden durch den Querschnitt eines Leiters hindurchfließen:  $Q = I \times t$ . Wird als Zeiteinheit die Stunde benutzt, so heißt die Einheit eines solchen Produktes Ampere-stunde (Ah).

Das Farad (F) ist die Einheit des elektrischen Fassungsvermögens oder der Kapazität ( $C$ ) eines Kondensators. Ein Kondensator, der bei 1 Volt Spannung zwischen beiden Belegungen 1 Coulomb aufnehmen kann, hat die Kapazität 1 F.



Das Henry (H) ist die Einheit für die Induktivität einer Wicklung. Die Induktivität ist ein Maß für die Zahl der Verkettungen zwischen allen einzelnen Windungen einer Wicklung und den Kraftlinien des Feldes, das die Stromstärke von 10 Ampere entweder in der betrachteten Wicklung selbst oder in einer benachbarten anderen Wicklung erzeugt. Im ersteren Falle spricht man von Selbstinduktion ( $L$ ), im zweiten von gegenseitiger Induktion ( $M$ ).

Das Hertz (Hz) ist die Einheit für die Frequenz, d. h. die Periodenzahl in 1 Sekunde.

Da diese „Einheiten“ für die Bedürfnisse der Praxis oft zu klein oder zu groß sind, so werden deren Vielfache oder Teile benutzt und zwar nach folgendem Schema:

Als Vorsätze vor dem Namen einer Einheit bedeuten:

|                              |                                   |
|------------------------------|-----------------------------------|
| M (Mega oder Meg.) . . . . . | das millionenfache, d. i. $10^6$  |
| k (Kilo) . . . . .           | das tausendfache, „ $10^3$        |
| m (milli) . . . . .          | den tausendsten Teil, „ $10^{-3}$ |
| „ (Mikro). . . . .           | den millionsten Teil, „ $10^{-6}$ |

z. B. 1 kWh = 1000 Wh = 1 Kilowattstunde, 1 mH =  $10^{-3}$  Henry = 1 millihenry.

(1264) Beziehungen der technischen zu den absoluten elektrischen Einheiten im elektromagnetischen (EME) und im elektrostatischen (ESE) System.

|              |                        |                               |     |
|--------------|------------------------|-------------------------------|-----|
| 1 Ampere     | = $10^{-1}$            | EME = $3 \cdot 10^9$          | ESE |
| 1 Ohm        | = $10^9$               | „ = $\frac{10}{9} 10^{-12}$   | „   |
| 1 Siemens    | = $10^9$               | „ = $\frac{10}{9} 10^{-12}$   | „   |
| 1 Volt       | = $10^8$               | „ = $\frac{1}{3} 10^{-2}$     | „   |
| 1 Watt       | = $10^7$               | „ = $10^7$                    | „   |
| 1 Joule      | = $10^7$               | „ = $10^7$                    | „   |
| 1 Wattstunde | = $3600 \cdot 10^7$    | „ = $3600 \cdot 10^7$         | „   |
| 1 Coulomb    | = $10^{-1}$            | „ = $3 \cdot 10^9$            | „   |
| 1 Ampstunde  | = $3600 \cdot 10^{-1}$ | „ = $3600 \cdot 3 \cdot 10^9$ | „   |
| 1 Farad      | = $10^{-9}$            | „ = $9 \cdot 10^{11}$         | „   |
| 1 Henry      | = $10^9$               | „ = $\frac{10}{9} 10^{-12}$   | „   |

(1265) Beziehungen zwischen den elektrischen, mechanischen und kalorischen Einheiten für Arbeit und Leistung.

|                      |   |
|----------------------|---|
| 1 Joule = $10^7$ Erg | = 0,2390 cal = $\frac{1}{9,8062}$ mkg             |
| 1 Wattstunde         | = 3600 Joule = 860,4 cal = 367,128 mkg,           |
| 1 Kilowattstunde     | = 860,4 Cal = 367 128 mkg,                        |
| 1 Pferdekraftstunde  | = $75 \cdot 3600$ mkg = 736 Wh,                   |
| 1 Cal                | = 1000 cal = 426,9 mkg = 4184 Joule,              |
| 1 Watt               | = 1 Joule/sek = $10^7$ Erg/sek = 0,2390 cal/sek = |
|                      | = $\frac{1}{9,8062}$ mkg/sek,                     |
| 1 Kilowatt           | = 0,2390 Cal/sek = 101,98 mkg/sek = 1,360 PS      |
| 1 mkg/sek            | = 9,8062 Watt = 2,345 cal/sek,                    |
| 1 PS                 | = 75 mkg/sek = 736 Watt = 0,17600 Cal/sek,        |
| 1 Cal/sek            | = 426,9 mkg/sek = 4184 Watt.                      |

## Der Magnetismus.

### Das magnetische Feld.

(1266) Die magnetische Feldstärke. Magnetisches Feld heißt der Raum in der Umgebung magnetischer Körper, innerhalb dessen auf andere magnetische Körper Kräfte ausgeübt werden (Faraday). Diese magnetischen Kräfte lassen sich auf einen gewissen Zwangs- oder Polarisationszustand des Äthers zurückführen, der sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet und in Zug- und Druckspannungen äußert, von denen erstere in der Richtung der sog. Kraftlinien, letztere rechtwinklig dagegen stattfinden (Maxwell).

Der einfachste, allerdings nur gedachte, nicht wirklich bestehende magnetische Körper ist der punktförmige Magnetpol. Es gibt zwei Arten von Polen, die sich durch ihr entgegengesetztes Verhalten gegenüber einem gegebenen Feld unterscheiden — Nord- und Südpole. Ein solcher Magnetpol würde in einem gegebenen magnetischen Felde sich auf einer Kraftlinie bewegen, und zwar ein Nordpol in der einen (positiven), einen Südpol in der entgegengesetzten (negativen) Richtung.

Zwei punktförmige, gleichnamige Magnetpole stoßen sich ab, zwei ebensolche entgegengesetzte Pole ziehen sich an mit einer Kraft, die in der Verbindungsgeraden beider liegt und dem Quadrat ihres Abstandes  $r$  umgekehrt proportional ist; außerdem ist diese Kraft proportional dem Produkt der Polstärken (Coulombsches Gesetz).

Messen wir die Kraft  $P = \frac{MM'}{r^2}$  in Dyn,  $r$  in cm, so bestimmt diese Gleichung die absolute Einheit der Polstärke als Stärke eines Pols, der auf einen gleich starken aus 1 cm Abstand eine Kraft von 1 Dyn ausübt.

Die Kraft, die an verschiedenen Orten des magnetischen Feldes auf einen Pol von der Polstärke  $M'$  ausgeübt wird, ist also verschieden. Um nun diese Kräfte untereinander vergleichen zu können, muß man bei ihrer Ermittlung stets denselben Pol von derselben Stärke verwenden und man ist daher überein gekommen, die Stärke eines solchen Maßpoles gleich 1 zu setzen. Die alsdann auf einen solchen Einheitsnordpol ausgeübte Kraft, gemessen in Dyn an einem beliebigen Punkte des magnetischen Feldes, nennt man die Stärke des magnetischen Feldes an dem betreffenden Orte. Die Einheit der Feldstärke ist das Gauß (1  $G$ ); sie wird mit  $\mathfrak{H}$  bezeichnet.

Die Feldstärke ist eine Richtungsgröße oder Vektor und Feldstärken werden daher geometrisch, d. h. nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte addiert; mehrere Feldstärken an einem Punkte können daher durch eine einzige Resultierende dargestellt werden, wie auch umgekehrt eine gegebene Feldstärke in mehrere Komponenten zerlegt werden kann.

Denkt man sich durch die Kraftlinien eine Fläche so gelegt, daß die Kraftlinien überall senkrecht auf ihr stehen, so kommt einer solchen Normalfläche eine besondere Bedeutung zu: da nämlich die Tangentialkomponente der Feldstärke überall gleich Null ist, so kann man den Einheitspol auf einer solchen Fläche verschieben, ohne Arbeit zu leisten; man nennt sie daher auch Äquipotentialfläche.

Denkt man sich weiter auf einer solchen Normalfläche eine beliebige geschlossene Kurve gezeichnet und durch jeden Punkt dieser Kurve die Kraftlinien gezogen, so wird dadurch ein röhrenartiges Gebilde aus dem Felde herausgeschnitten, das man eine Kraftrohre nennt. Die Feldstärke innerhalb der Kurve, die die Fläche  $F$  cm<sup>2</sup> einschließen möge, kann von Ort zu Ort verschieden sein. Dagegen ist der Wert  $\int \mathfrak{H} dF$  für die ganze Kraftrohre auf jeder beliebigen durch



sie gelegten Normalfläche konstant und wird als Kraftfluß  $\Phi$  bezeichnet und in Maxwell als Einheit gemessen. Eine Kraftrohre mit Fluß gleich 1 wird Einheitsrohre genannt und man kann daher den Wert  $\Phi$  eines Flusses auch durch die Zahl der Einheitsröhren messen, und umgekehrt ist die Dichte der Einheitsröhren auch ein Maß für die Feldstärke; denn es ist  $\mathfrak{H} = \frac{d[\int \mathfrak{H} dF]}{dF}$ . Es

hat sich eingebürgert, statt die Zahl der Einheitsröhren anzugeben, diese durch ihre jeweilige Röhrenachse ersetzt zu denken, diese Achsen als Kraftlinien schlechtweg zu bezeichnen und darum die Feldstärke auch durch die Zahl der Kraftlinien, die durch eine Fläche von  $1 \text{ cm}^2$  an jener betreffenden Stelle senkrecht hindurchtreten, zu messen. Um für beide Meßmethoden der Feldstärke in Dyn einerseits und in Kraftliniendichten andererseits — dieselbe Maßzahl zu bekommen, muß man von einem Einheitspol  $4\pi$  Einheitsröhren oder Kraftlinien ausgehen lassen. Ein Pol von der Stärke  $\mathfrak{M}$  erzeugt daher einen Fluß  $\Phi = 4\pi \mathfrak{M}$  Kraftlinien oder Maxwell.

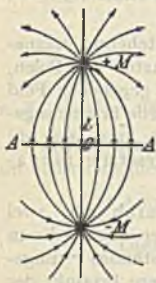


Abb. 1.

Ein ungleichnamiges Polpaar  $\pm \mathfrak{M}$  erzeugt ein Feld, von dessen Feldlinienverlauf in einem Meridianschnitt, Abb. 1, ein Bild gibt. Der Kraftfluß ist auch hier  $\Phi = 4\pi \mathfrak{M}$ .

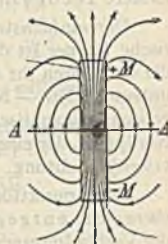


Abb. 2.

Eine ähnliche Form besitzt das magnetische Feld eines zylindrischen Magnetstabes, Abb. 2; die Fernwirkungen eines solchen lassen sich also durch die zweier Pole  $+\mathfrak{M}$  und  $-\mathfrak{M}$  ersetzen, die im Innern des Stabes auf seiner Achse im Abstand  $l$  liegen; dabei ist sehr nahe  $l = \frac{5}{6}$  der geometrischen Länge des Zylinders.

$\mathfrak{M}l = m$  nennt man das magnetische Moment des Stabes (Gauß).

Ein Feld, dessen Kraftlinien überall dieselbe Dichte haben und parallel verlaufen, heißt ein homogenes Feld; andernfalls spricht man von zylindrischen oder gar konischen Feldern, wenn nämlich die Kraftlinien nicht parallel verlaufen.

Eine ähnliche Form besitzt das magnetische Feld der Erde, die sich so verhält, als wenn in ihrem Innern in der Nähe des geographischen Nordpols ein magnetischer Südpol, in der Nähe des geographischen Südpols ein magnetischer Nordpol wirksam wäre, wobei die magnetische Achse nicht mit der Drehachse der Erde zusammenfällt: Erdmagnetismus. — Magnetische Felder erhält man aus dem in der Natur sich vorfindenden Magnetisenstein, dessen magnetisierende Kraft sich durch einfaches Streichen auf Stahlstäbe übertragen läßt, die man dann als Dauerstahlmagnete bezeichnet und je nach ihrer Form Stab- oder Hufeisenmagnete nennt; sie können auch mit mehr als 2 Polen, z. B. 4-, 6-polig angefertigt werden.

(1267) Die magnetische Induktion. Die hauptsächlich dem Eisen zukommende Eigenschaft, im magnetischen Felde selbst magnetisch zu werden, nennt man magnetische Induktion — auch Ferromagnetismus. Die wichtigsten Eisensorten sind das Gußeisen und das Schmiedeeisen, das wieder als weiches Schmiedeeisen — aus dem das Dynamoblech hergestellt wird — oder, wenn härter, als Stahl unterschieden wird. Für den Dynamobau werden die Magnetgestelle aus Stahlguß hergestellt, während für Dauermagnete besonders der Wolfram- und Kobaltstahl Verwendung findet; neuerdings gibt es auch unmagnetische Stahlsorten (durch Legieren mit Nickel und Chrom).

Kommt Eisen in ein magnetisches Feld, so treten zu den  $\mathfrak{H}$ -Linien noch Induktionslinien hinzu, so daß die Dichte sämtlicher Feldlinien alsdann auf  $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$  steigt, wobei  $\mathfrak{B}$  magnetische Induktion oder Dichte genannt wird und  $\mu$  die Durchlässigkeit oder Permeabilität. Durchlässigkeit  $\mu$  des Eisens ist sowohl für die einzelnen Sorten verschieden, besonders aber auch bei der nämlichen Sorte sehr stark von  $\mathfrak{H}$  abhängig. Für Luft wird  $\mu = 1$  gesetzt, während es bei weichem Schmiedeeisen bis auf  $> 3000$  steigen kann;  $\mu$  kann auch  $< 1$  werden, z. B. für Kupfer, Wismut usw., welche Stoffe man dann diamagnetisch nennt im Gegensatz zu den paramagnetischen, zu denen außer Eisen noch insbesondere Nickel und Kobalt gehören. Da die Zahl der induzierten Linien bei einer bestimmten Eisensorte einen gewissen Grenzwert nicht überschreiten kann, so nimmt  $\mu$ , nachdem es seinen Höchstwert erreicht hat, wieder ab und nähert sich asymptotisch dem Wert 1: magnetische Sättigung. — Die Beziehung zwischen  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{B}$  kann nur durch Kurven für die verschiedenen Eisensorten dargestellt werden — die sog. Magnetisierungskurven, s. (1273). Die Gesamtzahl aller  $\mathfrak{B}$ -Linien bildet den Induktionsfluß oder das Feld  $\Phi = \mathfrak{B} \times F$  Feldlinien. — Treten solche Feldlinien aus einem Stoffe mit der Durchlässigkeit  $\mu_1$  in einen Stoff mit der Durchlässigkeit  $\mu_2$  über, so erleiden sie an der Trennfuge eine Brechung, und zwar verhalten sich die  $\text{tg}$  der Einfallswinkel  $\alpha$  und  $\beta$  wie die zugehörigen Werte von  $\mu_1$  bzw.  $\mu_2$

$$\frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Da für Eisen  $\mu$  stets sehr groß gegen Luft ist, so treten die Feldlinien immer fast senkrecht in den Luftraum aus und in das Eisen ein, Abb. 3.

(1268) Die Energie eines magnetischen Feldes. Zur Erzeugung eines magnetischen Feldes muß Arbeit aufgewandt werden, die in dem Felde gespeichert bleibt, solange sich dieses nicht ändert. Die magnetische potentielle Energie eines Volumelementes  $dv$  ist:

$$dA = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} d\mathfrak{B} \cdot dv \text{ Erg, Abb. 4,}$$

oder mit  $d\mathfrak{B} = \mu d\mathfrak{H}$  u. mit  $\mu = 1$  für Luft wird

$$A = \frac{v}{8\pi} \mathfrak{H}^2 10^{-7} \text{ Joule.}$$

Verringert sich das Feld, so wird ein entsprechender Anteil der magnetischen Energie in irgendeine andere Energieform (Elektrizität, mechanische Arbeit oder Wärme) umgewandelt.

(1269) Die magnetische Hysterese. Die Beziehungen zwischen  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{H}$  werden durch die 1878 von Warburg entdeckten Nachwirkungserscheinungen (von Ewing mit dem Namen Hysteresis belegt) verwickelter; hier-nach liegen die  $\mathfrak{B}$  höher, wenn man von höheren  $\mathfrak{H}$ -Werten zu niederen, tiefer, wenn man umgekehrt geht. Ändert man  $\mathfrak{H}$  zwischen den Grenzwerten  $-\mathfrak{H}_1$  und  $+\mathfrak{H}_1$ , indem man erst von  $-\mathfrak{H}_1$  über  $O$  nach  $+\mathfrak{H}_1$  geht (aufsteigende Magnetisierung), dann wieder von  $+\mathfrak{H}_1$  über  $O$  nach  $-\mathfrak{H}_1$  zurück (absteigende Magnetisierung), so erhält man schleifenförmige Kurven, die in diesem Falle symmetrisch zu den Koordinatenachsen liegen. Von diesen Hysteresis-

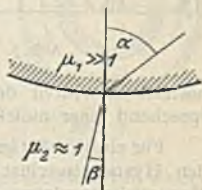


Abb. 3.

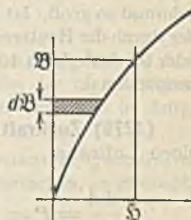


Abb. 4.



schleifen sind in Abb. 5 die positiven Hälften für weiches Eisen, gehärteten Stahl und Gußeisen dargestellt. Der absteigende Ast liegt um so höher über dem aufsteigenden, je härter in magnetischem Sinne das Material ist. Selbst wenn  $\mathfrak{H} = 0$  geworden ist, bleiben, wenn äußere Störungen fern gehalten werden, beträchtliche Werte  $\mathfrak{B}_r$  zurück, die man als zurückbleibende (remanente) Magnetisierung bezeichnet, und es bedarf einer Gegenwirkung  $-\mathfrak{H}_0$ , um diesen Magnetismus auf Null zu bringen, die um so größer sein muß, je härter das Material ist (beim weichen Eisen ungefähr  $-1$ , bei Gußeisen und nicht gehärtetem Stahl  $-13$ , bei hartem Wolframstahl  $-50$  bis  $-80$ ); diese  $\mathfrak{H}_0$ -Werte sind

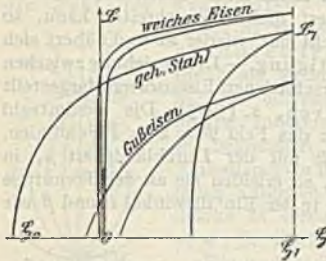


Abb. 5.

Maße für die Koerzitivkraft, je höher sie sind, um so besser eignet sich das Material für Dauermagnete.  $\mathfrak{B}_r$  sowohl wie  $\mathfrak{H}_0$  wachsen mit wachsendem Grenzwert  $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{B}_1$ , nähern sich aber bestimmten oberen Grenzen.

Eine solche vollständige Ummagnetisierung nennt man einen magnetischen Kreisprozeß, und zwar, wenn die Grenzwerte  $\pm \mathfrak{H}_1$  und  $\pm \mathfrak{B}_1$  nach oben und nach unten dieselben sind, einen symmetrischen.

Die Hysterese hat nun zur Folge, daß sich bei jeder Umänderung des Feldes ein bestimmter Anteil der frei werdenden Energie in Wärme verwandelt entsprechend einer molekularen Reibungsarbeit: Hysteresisverlust.

Für einen vollständigen Kreisprozeß und für  $1 \text{ cm}^3$  des Materials erhält man den Hysteresisverlust  $(V_{1,h})$ , wenn man den Flächeninhalt der Schleife der Magnetisierungskurve  $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$  durch  $4\pi$  dividiert, und zwar in Erg, wenn man  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{B}$  in Gauß gemessen hat. Nach Steinmetz kann man für einen symmetrischen Kreisprozeß  $V_{1,h} = \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$  setzen, wo der Hysteresiskoeffizient  $\eta$  bei weichstem Eisen ungefähr  $0,001$  beträgt; bei hartem Stahl ist er mehr als zehnmal so groß. Ist  $f$  die Anzahl der in 1 sek stattfindenden Kreisprozesse, so ist der durch die Hysterese hervorgerufene Leistungsverlust in  $1 \text{ cm}^3 f \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$  Erg/sek, oder im  $\text{dm}^3$  gleich  $10^{-4} f \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$  Watt. Der Hysteresisverlust ist dem Volumen proportional.

(1270) Zugkraft von Magneten Aus der obigen Energiegleichung folgt für einen Luftraum

$$\frac{dA}{dl} = P = \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi} \frac{dv}{dl} \quad \text{oder} \quad P = \frac{\mathfrak{H}^2 F}{8\pi} \text{ Dyn} = \frac{\mathfrak{H}^2 F}{8 \cdot 980600 \pi} \text{ kg},$$

d. h. die Zugkraft zwischen 2 Normalflächen, zwischen denen sich Luft befindet und ein Feld von  $\mathfrak{H}$ -Kraftlinien für  $1 \text{ cm}^2$  gleichmäßig verteilt über ein Flächenstück von  $F \text{ cm}^2$ , beträgt  $P = 4,04 \cdot 10^{-8} \mathfrak{H}^2 F \text{ kg}$ , so daß also z. B. die Feldstärke im Luftspalt für eine Zugkraft von  $1 \text{ kg/cm}^2$  betragen muß

$$\mathfrak{H} = \sqrt{\frac{10^9}{4,04}} = 5000 \text{ I},$$

womit sich folgende handliche Formel ergibt:

$$P = \left(\frac{\mathfrak{H}}{5000}\right)^2 F = \left(\frac{\mathfrak{B}}{5000}\right)^2 F \text{ kg}.$$

## Elektromagnetismus.

(1271) **Magnetische Wirkung des elektrischen Stroms.** Magnetische Felder finden sich auch innerhalb und außerhalb von Leitern, die von elektrischen Strömen durchflossen werden (Oersted, Ampère). Außerhalb eines sehr langen, geradlinigen Leiters mit einem elektrischen Strom von der Stärke  $J$  verlaufen die Kraftlinien in Form von Kreisen, deren Mittelpunkte in der Achse des Stromleiters liegen, und deren Ebenen auf dieser rechtwinklig sind, Abb. 6. Die Feldstärke ist proportional  $J$  und umgekehrt proportional dem Abstand  $a$  von der Leiterachse (Biot und Savart). Die Richtung des Feldes bestimmt sich nach der Korkzieherregel, wonach der Drehsinn eines in der Stromrichtung eingebohrten Korkziehers die Richtung der Feldlinien angibt.

Daraus folgen die Sätze: Parallele Leiter mit gleichgerichteten Strömen ziehen sich an, mit entgegengesetzt gerichteten stoßen sich ab; sich kreuzende Leiter suchen sich so zu verdrehen, daß ihre Ströme gleichgerichtet werden.

(Vgl. Elektrodynamometer, Hörnerblitzschutzapparat.)



Abb. 6.

### (1272) Der magnetische Kreis.

Längs einer Feldlinie wird auf den Einheitspol eine Kraft von  $\mathfrak{H}$  Dyn ausgeübt, und wenn er sich dabei um die Strecke  $dl$  verschiebt, wird die Arbeit  $\mathfrak{H} dl$  geleistet. Da die Feldlinien stets geschlossene Kurven sind, so ist die längs der ganzen Kurve geleistete Arbeit  $\oint \mathfrak{H} dl$  und heißt das Linienintegral der Feldstärke. Sein



Abb. 7.

Wert ist offenbar  $= 0$ , wenn die Feldkurve keinen stromdurchflossenen Leiter umschlingt. Werden dagegen ein oder  $w$  Leiter mit dem Strom  $J$  Amp. umschlungen, so hat die Arbeit vielmehr in allen Fällen den feststehenden Wert  $0,4 \pi J w$  und es ist dann

$$\oint \mathfrak{H} dl = 0,4 \pi J w = 0,4 \pi D.$$

Der Ausdruck  $J w$  heißt die elektrische Durchflutung  $D$  und wird dargestellt durch die algebraische Summe aller durch jenes von der magnetischen Feldlinie umschlossene Fenster hindurchtretenden Ströme, gemessen in Amp, oder auch Amperewindungen (AW).

Auf einen geschlossenen Eisenring, Abb. 7, von konstantem Querschnitt und gleichmäßig mit einer Spiralfeldlinie von  $w$  Windungen versehen, angewandt, folgt, da nun  $\mathfrak{H}$  längs der ganzen Feldlinie konstant ist,

$$\oint \mathfrak{H} dl = \mathfrak{H} l = 0,4 \pi J w$$

oder

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi J w}{l} \Gamma,$$

worin  $l$  die mittlere Länge aller in dem Eisenringe verlaufenden Feldlinien darstellt, gemessen in cm. Ist der betrachtete magnetische Kreis nicht homogen, sondern nach Form und Materialbeschaffenheit wechselnd, jedoch so, daß auf gewisse Strecken der mittleren Feldlinie  $l_1, l_2, l_3, l_4$  usw. Material und Form und damit auch  $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2, \mathfrak{H}_3$  als jeweils zugehörige Werte gleichbleiben, so geht das Integral in eine Summe über

$$\mathfrak{H}_1 l_1 + \mathfrak{H}_2 l_2 + \mathfrak{H}_3 l_3 + \dots = \sum_1^n \mathfrak{H} l = 0,4 \pi J w.$$



Bezeichnen  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$  die den verschiedenen Stoffen zukommenden Permeabilitäten, so ist

$$\frac{\mathfrak{B}_1}{\mu_1} l_1 + \frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} l_2 + \frac{\mathfrak{B}_3}{\mu_3} l_3 + \dots = \sum_1^n \frac{\mathfrak{B} l}{\mu} = 0,4 J w$$

und

$$J w = \frac{\mathfrak{B}_1}{0,4 \pi \mu_1} l_1 + \frac{\mathfrak{B}_2}{0,4 \pi \mu_2} l_2 + \frac{\mathfrak{B}_3}{0,4 \pi \mu_3} l_3 + \dots = \sum_1^n \frac{\mathfrak{B}}{0,4 \pi \mu} l.$$

Ist das den magnetischen Kreis durchflutende Feld  $\Phi$  und sind  $F_1, F_2, F_3, \dots$  die Querschnitte der einzelnen Teile, so ist

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{\Phi}{F_1}, \quad \mathfrak{B}_2 = \frac{\Phi}{F_2}, \quad \mathfrak{B}_3 = \frac{\Phi}{F_3}, \dots,$$

daraus folgt schließlich

$$\Phi = \frac{0,4 \pi J w}{\sum_1^n \frac{l}{\mu F}}$$

welche Beziehung als Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises bekannt ist, weshalb man auch  $0,4 \pi J w$  als magnetomotorische Kraft (MMK),  $\frac{l}{\mu F}$  als magnetischen Widerstand des von den  $\Phi$  Induktionslinien erfüllten Raumes bezeichnet. Wegen

der Veränderlichkeit von  $\mu$  ist diese Beziehung für praktische Größenbestimmungen nicht brauchbar; auch kann und muß man praktisch bei allen Berechnungen am magnetischen Kreis von  $\Phi$  als dem Gegebenen ausgehen, zu dem  $J w$  gesucht wird, hierfür dienen die obigen Summenbeziehungen, wobei man die den einzelnen Abteilungen zukommenden  $\mathfrak{H}$  mittelst der berechneten  $\mathfrak{B}$  der Magnetisierungskurve des betreffenden Stoffes entnimmt. Da aber die  $\mathfrak{H}$ -Werte sämtlich durch  $0,4 \pi$  zu teilen sind, so geben die praktischen Magnetisierungskurven, Abb. 8<sup>1)</sup>, unmittelbar

$\mathfrak{H} : 0,4 \pi$  in Abhängigkeit von  $\mathfrak{B}$ .  
 $\mathfrak{H} : 0,4 \pi \approx 0,8 \mathfrak{H}$  stellt gleichzeitig die für jeden Abschnitt nötige Durchflutung für 1 cm Kraftlinienlänge dar und wird oft mit  $aw$  bezeichnet, so daß man auch schreiben kann

$$A W_k = a w_1 l_1 + a w_2 l_2 + a w_3 l_3 + \dots = \sum_1^n a w l.$$

Ist ein Teil des magnetischen Kreises Luft, so wird der dafür nötige Durchflutungsanteil

$$A W_L = 0,8 \mathfrak{B}_L \delta,$$

<sup>1)</sup> Die Kurven geben Mittelwerte; für Berechnung und Ausführung sind für das jeweils zu benutzende Material Versuchsergebnisse vom Hersteller einzuholen! A-Kurven gelten für Dynamoblech, S-Kurven für Dynamostahl und G-Kurven für Gußeisen.

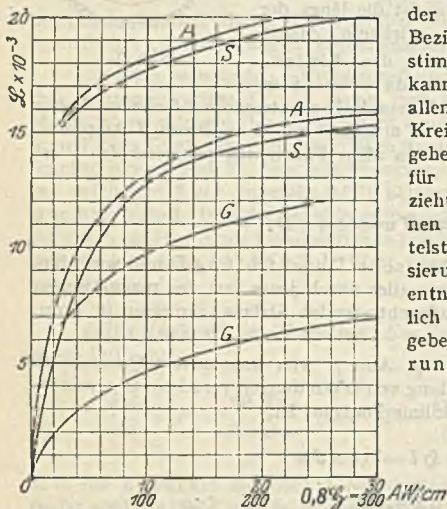


Abb. 8.

wobei  $\mathfrak{B}_L$  die im Luftspalt von der Länge  $\delta$  cm herrschende magnetische Dichte bezeichnet; meist benötigt der Luftspalt — der oft zweimal auftritt —  $60 \div 85\%$  der Durchflutung für den gesamten Kreis. — Die bisherigen Betrachtungen setzten voraus, daß die Stromwindungen den magnetischen Kreis gleichförmig umgeben. Dies ist meist nicht der Fall, indem die Erregerwindungen an einigen wenigen passenden Stellen zusammengedrängt werden — als Magnetspulen —; dies hat zur Folge, daß die Kraftlinien nicht nur den vom Eisen vorgeschriebenen Weg befolgen, sondern auch alle nur denkbaren Bahnen daneben ausnutzen, welche Erscheinung man als Streuung bezeichnet. Die Streuung ist namentlich an den Luftspalten groß und es können je nach Form und Sättigung 5—25% des Gesamtfeldes als Streufeld durch die Luft verlaufen. Da die Streuung einen größeren Aufwand von Eisen und Kupfer und eine Verschlechterung der Betriebseigenschaften eines elektromagnetischen Apparates zur Folge hat, muß man stets darnach trachten, sie so klein wie möglich zu halten.

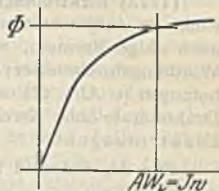


Abb. 9.

Hat man unter Berücksichtigung der Streuungsverhältnisse für einen magnetischen Kreis zu verschiedenen  $\Phi$  die  $AW_k$  berechnet, so kann man die Beziehung zwischen beiden in Kurvenform, Abb. 9, darstellen — magnetische Kennlinie eines nach Form und Material bestimmten magnetischen Kreises. Mit deren Hilfe kann dann — aber nur für den zugrunde liegenden besonderen Kreis — auch ohne weiteres für jede elektrische Durchflutung ( $AW_k$ ) die magnetische Durchflutung ( $\Phi$ ) gefunden werden.

Ist der zu berechnende magnetische Apparat etwa 4- oder 6-, allgemein  $2p$ -polig ausgeführt, so ist die gesamte Durchflutung für sämtliche —  $2p$  — Kreise bei der für technische Induktoren, s. (1285), üblichen Anordnung nach Abb. 10, bei der eine Windung stets 2 magnetische Kreise umschlingt:

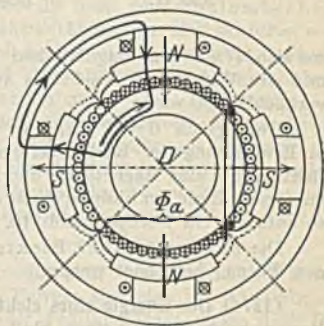


Abb. 10.

$$AW_r = p AW_k .$$

Beispiel: Die Magnetgestelle aller „Induktoren“ setzten sich aus Joch, Polkernen, Polschuhen, Luftspalt und Anker mit Zähnen- und Kernschicht zusammen. Sie werden nach Form und Material als gegeben vorausgesetzt und es wird nun für eine Reihe von Flüssen im Anker  $\Phi_a$  (Nutzfeld) die für 1 magnet. Kreis erforderliche Durchflutung ermittelt und danach die magn. Kennlinie festgestellt. Es betrage z. B. für obige Maschine  $\Phi_a = 5 \cdot 10^6$  und die Streuungsvorzahl 1,2, dann ist der Fluß im Polkern  $\Phi_{in} = 1,20 \Phi_a = 6 \cdot 10^6$ . Zur weiteren Berechnung ermittelt man sich aus der Zeichnung die Querschnitte  $F$ , die mittlere Länge der Kraftlinie  $L$  und das Material der einzelnen Teile, so daß man die jeweiligen magn. Dichten  $\mathfrak{B}$  und aus den Magnetisierungskurven für das zugehörige Material  $aw$  finden kann. Die Ausführung geschieht am besten in Tafelform:

| Teil des magn. Gestells | Material       | Querschnitt $F$ in $\text{cm}^2$ | $\Phi$           | $\mathfrak{B}_{\max}$ | $aw$ | $L$ cm | $AW$ | %   |
|-------------------------|----------------|----------------------------------|------------------|-----------------------|------|--------|------|-----|
| Luftspalt . . .         | Luft           | 950                              | } $5 \cdot 10^6$ | 5250                  | 4200 | 1,1    | 4260 | 69  |
| Zähne } Anker           | } Dynamo-blech | 257                              |                  | 19400                 | 230  | 7,0    | 1610 | 24  |
| Kern . . .              |                | 555                              |                  | 9000                  | 3,4  | 25     | 76   | 1,2 |
| Polkern . . .           | } Stahlguß     | 500                              | } $6 \cdot 10^6$ | 12000                 | 7    | 26,5   | 185  | 2,8 |
| Joch . . . . .          |                | 600                              |                  | 10000                 | 4    | 50     | 200  | 3,0 |

$$AW_k = 6691 \quad | \quad 100$$



Für eine 4polige Maschine wird dann  $AW_l = 2 \cdot 6691 = 13\,382$ . Das gibt bei einem Magnetisierungsstrom von 20 Amp.  $w = 669$  Windungen im ganzen und für 1 Pol  $669 : 4 = 167$ .  $\frac{AW_k}{0,8 \cdot \mathfrak{B} L_{\max}} = \frac{6691}{0,8 \cdot 5250} = 1,59$  cm heißt der reduzierte Luftspalt  $\delta''$  eines magn. Kreises.

(1273) **Elektromagnete.** Wird der oben besprochene Eisenring mit Spiralkwicklung aufgeschnitten und gerade gestreckt, so gelten auch für diese Form noch obige Formeln, wenn nur die Länge der Spule groß ist gegenüber dem Windungsdurchmesser; denn dann ist auch das Feld im Innern der Spule nahezu homogen (s. Abb. 11) und also  $\mathfrak{H}$  längs der mittleren Feldlinie  $\approx$  konstant. Die Drahtspirale ohne Kern heißt Solenoid oder Magnetspule, das Ganze ist ein Elektromagnet.

Für das Solenoid berechnet sich

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi J w}{l} \Gamma, \text{ für einen Elektromagnet mit Eisenkern vom Querschnitt } F$$

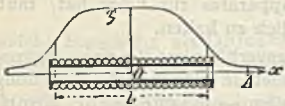


Abb. 11.

wird

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi J w}{l} \mu$$

und

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = \frac{0,4 \pi J w}{l} \mu F$$

oder

$$\Phi = \frac{0,4 \pi J w}{l / \mu F}$$

wo also  $l / \mu F$  den magnetischen Widerstand des Innern der Spule bedeutet und der Widerstand des Feldes außerhalb der Spule als sehr gering daneben vernachlässigt wird.

Bezüglich der Polarität von Solenoiden und Elektromagneten gelten in Erweiterung der Korkzieherregel folgende Sätze: Blickt man in der Achsrichtung auf eine Magnetspule und fließt der Strom im Uhrzeigersinn, so entsteht an diesem Ende ein Südpol; fließt aber der Strom entgegen dem Uhrzeigersinne, so entsteht ein Nordpol, Abb. 10.

Die Zugkraft eines Elektromagneten kann nach der (1270) gegebenen Formel berechnet werden.

(1274) **Die Energie eines elektromagnetischen Systems.** Eine stromdurchflossene Spule, die mit einem Fluß von  $\Phi$  Kraftlinien verkettet ist, stellt ein mit potentieller Energie versehenes System dar, und zwar ist der Energieinhalt

$$dA = -i w d \Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule} \quad \text{und} \quad A = -\frac{1}{2} J w \Phi \cdot 10^{-8} = -\frac{1}{2} L J^2 \text{ Joule}$$

stellt die Arbeit dar, die von dem von 0 an bis  $J$  wachsenden Strome geleistet werden muß, bis er das seiner Größe  $J$  entsprechende Feld  $\Phi$  erzeugt hat; an Stelle von  $\Phi$  kann diese Arbeit auch in Abhängigkeit von der Induktivität  $L$  der Spule ausgedrückt werden.

Wird umgekehrt das mit einer Spule verkettete Feld verringert, so wird Energie frei, die sich als elektrische oder mechanische Arbeit äußern kann. Soll das letztere geschehen, so muß sich die Spule unter einem mechanischen Druck  $P$  eine Strecke  $ds$  bewegen können, so daß also  $dA = P ds = i w d \Phi$  wird. Legt man der Betrachtung eine Spule mit nur 1 Windung zugrunde, die bei rechteckiger Form auf die Länge  $l$  cm als Mantellinie eines zylindrischen Ankers im Feld  $\mathfrak{H}$  liegt, Abb. 10; so ist der Druck  $P$  auf einen einzigen derartigen vom Strom  $i$  durchflossenen Leiter im Feld von der Dichte  $\mathfrak{B}$

$$P = \frac{dA}{ds} = \frac{i d \Phi}{ds} = \frac{i d (\mathfrak{B} l s)}{ds} = i \mathfrak{B} l \text{ Dyn}$$

oder  $P = 10,2 i \mathfrak{B} l \cdot 10^{-8} \text{ kg}$ , mit  $i$  in Amp.

## Das elektrische Feld.

(1275) **Elektromotorische Kraft.** Um elektrische Erscheinungen hervorzu-  
bringen, muß die den elektrisch neutralen Zustand eines Körpers kennzeichnende  
Menge und Verteilung von Elektronen durch irgendeine Ursache so gestört  
werden, daß dadurch seine Elektronenzahl im ganzen etwa vermindert (oder  
wenigstens anders auf die einzelnen Stellen desselben Körpers verteilt) und dafür  
auf einem zweiten Körper (oder einer anderen Stelle desselben Körpers) vermehrt  
wird. Die Verminderung bewirkt dann — um mit der überkommenen Bezeich-  
nungsweise in Übereinstimmung zu bleiben — eine Ladung mit positiver (+),  
die Vermehrung eine Ladung mit negativer (—) Elektrizität (Belegungen).  
Jede Ursache, die derartige Elektronenverschiebungen bewirkt, heißt Elektro-  
motorische Kraft (EMK). Eine solche Verschiebung ist natürlich stets mit einer  
Arbeitsleistung verbunden, die sich als potentielle Energie aufspeichert, solange  
die Verschiebung aufrechterhalten bleibt, andererseits aber einem Kleinst-  
(Null-)Wert zustrebt mit dem Ziel einer rückläufigen Verschiebung (Ausgleich).  
Dieses Bestreben bezeichnet man als elektrische Spannung und sie ist ihrem  
Größenwert nach der EMK gleich und in derselben Einheit wie diese zu messen.

(1276) **Die Feldstärke.** Der Raum zwischen einer + - und - - Belegung mit den  
Elektrizitätsmengen  $+Q$  und  $-Q$  ist also in einem eigentümlichen Zwangs-  
zustand und heißt darum elektrisches Feld. Da punktförmig gedachte,  
ungleichnamige Elektrizitätsmengen sich ebenfalls nach dem Coulombschen  
Gesetze anziehen — bzw. gleichnamige Elektrizitätsmengen sich abstoßen —,  
so kann man sich auch das elektrische Feld mit Kraftlinien durchsetzt denken.  
Die elektrischen Kraft- oder Feldlinien sind aber nicht wie die magnetischen  
stets geschlossene Kurven, sondern beginnen an einer — laut Festsetzung —,  
positiven Ladung und endigen an einer gleich großen negativen. Ebenso kann  
man die Feldstärke  $\mathcal{E}$  entweder durch die auf die punktförmige Elektrizitäts-  
menge 1 an irgendeiner Stelle des Feldes wirkende Kraft in Dyn messen oder  
durch die Zahl der Feldlinien (= Einheitsröhren), welche an der  
fraglichen Stelle des Feldes durch eine Fläche von  $1 \text{ cm}^2$  senkrecht  
hindurchtreten.

(1277) **Elektrische Spannung.** Das Linienintegral der Feldstärke  $\int \mathcal{E} dl$   
heißt allgemein elektrische Spannung. Bewegt sich eine unveränderliche  
Elektrizitätsmenge  $Q$  von einem Punkte  $A$  der Feldlinie längs dieser nach  $B$ ,  
so wird die Arbeit

$$A = Q \int_A^B \mathcal{E} dl = Q(V_A - V_B) = Q U \text{ Erg}$$

geleistet, wobei  $V_A$  und  $V_B$  die Werte des  $\int$  in  $A$  bzw.  $B$  bedeuten und die  
Potentiale der Punkte  $A$  bzw.  $B$  heißen. Die Potentialdifferenz  $V_A - V_B$   
ist gleich der Spannung  $U$  zwischen  $A$  und  $B$ . Die absolute Einheit der Spannung  
zwischen 2 Punkten ist also dann vorhanden, wenn die Verschiebung der  
absoluten Elektrizitätsmenge 1 die Arbeit von 1 Erg erfordert. Die praktische  
Spannungseinheit im EMS ist 300 mal kleiner als die absolute elektro-  
statische —  $ES$  — Einheit und  $10^9$  mal größer als die absolute elektromagne-  
tische —  $EM$  — Einheit und heißt 1 Volt (in Anpassung an die früher ge-  
bräuchliche empirische Spannungseinheit von 1 Daniell  $\approx 1,1$  Volt).

(1278) **Leiter, Nichtleiter, Dielektrikum.** Die elektrische Spannung bleibt nur  
dann bestehen, wenn die sofortige Ausgleichung der beiden Elektrizitätsarten  
dadurch verhindert wird, daß die zwischen beiden Belegungen befindliche  
Schicht — die entweder einem und demselben Körper angehören oder aus einem



dritten Stoffe bestehen kann — der Verschiebung der Elektronen einen so großen Widerstand entgegensetzt, daß höchstens nur ein verschwindend kleiner Ausgleich auch nach sehr langer Zeit zustande kommen kann. Stoffe solcher Art nennt man Isolatoren: Das vollkommene Vakuum, Luft und Gase in kaltem Zustand, Öle, Harze, Glas, Gummi, Porzellan. Stoffe, die umgekehrt dem Durchgang der Elektronen nur einen verhältnismäßig geringen Widerstand entgegenzusetzen, für die also deren Durchlässigkeit kennzeichnend ist, heißen Leiter: alle Metalle, einige Metalloxyde, Kohle, Wasser, Luft und Gase in stark erhitztem oder verdünntem Zustande.

Einen isolierenden Stoff zwischen 2 Belegungen nennt man auch Dielektrikum. Da in einem solchen so gut wie kein Ausgleich stattfindet, macht sich das Bestreben nach Vereinigung der beiden Elektrizitätsarten innerhalb des Gefüges des Stoffes als dielektrische Beanspruchung geltend, d. h. die elektrische Spannung sucht die Stoffe zu zerreißen, dem sich aber die elektrische Elastizität widersetzt, solange sie ausreicht. Anderenfalls erfolgt der Ausgleich plötzlich und mit großer Heftigkeit, der dann meist noch mit Hitze- und Lichterscheinungen verbunden ist (Funke — Durchschlag). — Der Größenwert der dielektrischen Beanspruchung, der im allgemeinen von Art zu Art verschieden ist, ergibt sich aus folgender Überlegung:

Die Spannung zwischen 2  $\infty$  nahe nebeneinanderliegenden Normalflächen einer Feldröhre von dem konstanten Querschnitt  $df$  und der mittleren Länge  $dl$  ist  $\mathcal{E} dl = dU$ , und damit die an dieser Stelle angreifende Kraft  $\mathcal{E} = \frac{dU}{dl}$ , d. h.  $\mathcal{E}$  stellt auch die Spannungsänderung auf 1 cm Feldlinienlänge dar und heißt dann auch Spannungsgradient oder dielektrische Beanspruchung.

Analog den Verhältnissen im magnetischen Felde setzt man für eine solche Röhre: elektrischer Fluß =  $\frac{\text{elektromotorische Kraft}}{\text{dielektrischen Widerstand}} = \Psi$  und: gesamter von der Elektrizitätsmenge  $Q$  ausgehender Fluß, der den Querschnitt  $df$  durchsetzt:

$$\Psi = 4 \pi Q.$$

Der dielektrische Widerstand  $S$  ist von Länge  $dl$  und Querschnitt  $df$  sowie von der Art des Dielektrikums abhängig. Letzterem Umstande trägt man durch Einführung der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  (analog der Permeabilität) Rechnung, deren Wert für das Vakuum = 1 gesetzt wird. Danach ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\Psi = \frac{4 \pi U}{S} = 4 \pi Q = \int D df$$

$$\text{und } S = \frac{4 \pi dl}{\epsilon df} \text{ und damit } Q = \frac{\epsilon df}{4 \pi dl} U = C U;$$

hierin bedeutet  $D$  die dielektrische Induktion oder Verschiebung, die analog der magnetischen Induktion mit der Feldstärke  $\mathcal{E}$  in Beziehung gesetzt wird durch die Gleichung  $D = \epsilon \mathcal{E}$ . Daraus ergibt sich schließlich folgende Formel, die die Grundlage für alle elektrischen Festigkeitsrechnungen bildet:

$$\frac{dU}{dl} = \mathcal{E} = \frac{D}{\epsilon} \text{ ESE} \quad \text{oder} \quad = 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{D}{\epsilon} = \frac{4 \pi dQ}{\epsilon df} 9 \cdot 10^{11} \text{ Volt/cm.}$$

(1279) Der Kondensator. Das betrachtete Röhrenstück stellt einen sog. Kondensator vor, d. h. ein aus 2 Belegungen (in Gestalt von Metallflächen) mit dielektrischer Zwischenschicht bestehendes Gerät, das nach obigem bei der Spannung  $U$  die Elektrizitätsmenge  $Q = C U$  aufnehmen kann, wobei  $C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon df}{4 \pi dl}$  seine Kapazität bedeutet, d. h. seine Aufnahmefähigkeit für

eine ES Spannungseinheit. Die Kapazität eines Kondensators bzw. eines Leitergebildes hängt also von seiner Form und dem Dielektrikum ab und ist für einen gegebenen Kondensator eine feste kennzeichnende Größe.

Die Einheit der Kapazität ist das Farad =  $9 \cdot 10^{11}$  abs. ESE. — Die einfachsten Kondensatoren bestehen aus 2 parallelen Metallplatten, die durch irgend einen Isolator (Luft) in einem gewissen Abstand gehalten werden. Die Kapazität eines solchen Plattenkondensators ist dann

$$C \approx \frac{\epsilon F}{9 \cdot 4 \pi d} \cdot 10^{-11} \text{ Farad,}$$

wenn  $F$  die Plattenfläche in  $\text{cm}^2$  ist und groß gegenüber dem Abstand  $d$  in cm. Andere Formen sind die Leydener Flasche, Kabel mit Bleimantel, Freileitungsdrähte. Über den Wert von  $\epsilon$  für die verschiedenen Stoffe gibt nachstehende Tafel Auskunft; für Luft und die meisten Gase kann  $\epsilon \approx 1$  gesetzt werden.

Tabelle der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$   
(nach Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik).

|  |         |                                     |         |
|--|---------|-------------------------------------|---------|
| Colophonium . . . . .                                  | 2,6     | Paraffin, fest . . . . .            | 2,1—2,2 |
| Ebonit . . . . .                                       | 2—3     | Paraffinöl . . . . .                | 2,0—2,5 |
| Glas (verschieden) . . . . .                           | 5—8     | Petroleum . . . . .                 | 2,0—2,2 |
| „ (weißes Spiegelglas) . . . . .                       | 7,1     | Porzellan . . . . .                 | 4,4     |
| Glimmer . . . . .                                      | 5—8     | Rapsöl . . . . .                    | 2,3     |
| Guttapercha . . . . .                                  | 3—3,2   | Rizinusöl . . . . .                 | 4,7     |
| Starkstromkabelisolation (getränktes Papier oder Jute) | 4,3     | Rüböl . . . . .                     | 3       |
| Fernsprechkabelisolation (Papier und Luft) . . . . .   | 1,6     | Schellack . . . . .                 | 2,7—3,7 |
| Kautschuk, braun . . . . .                             | 2       | Schwefel . . . . .                  | 3,6—4,3 |
| „ vulkanisiert, grau . . . . .                         | 2,7     | Siegellack . . . . .                | 4,3     |
| Mikanit . . . . .                                      | 4,5—5,5 | Terpentinöl . . . . .               | 2,2     |
| Oliveneröl . . . . .                                   | 3       | Transformatoröl (Mineral) . . . . . | 2,2     |
| Papier . . . . .                                       | 1,8—2,6 | „ (Harz) . . . . .                  | 2,5     |
|  |         | Wasser . . . . .                    | 80      |

Ladungsarbeit: Um einen Kondensator mit der Elektrizitätsmenge  $Q$  zu laden — d. h. diese von 0 an wachsende Elektrizitätsmenge längs der Feldlinie einer Feldröhre zu verschieben — und damit ein elektrisches Feld  $\Psi = 4 \pi Q$  zu erzeugen, ist die Arbeit  $dA = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{\epsilon Q^2}{8 \pi} dv$  Erg nötig und die Anziehungskraft zwischen den beiden Belegungen beträgt darum

$$P = \frac{\epsilon U^2}{8 \pi} \frac{df}{(dl)^2} \approx \epsilon \frac{U^2 F}{8 \pi d^2} \text{ Dyn} = 0,45 \cdot 10^{-12} \frac{\epsilon U^2 F}{d^2}$$

für einen Plattenkondensator in kg und Volt.

Lade- oder Verschiebungsstrom. Ändert sich die Spannung  $U$  um  $+dU$  während der Zeit  $dt$ , so ist die verschobene Elektrizitätsmenge

$$dQ = C dU \quad \text{und} \quad \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt},$$

wobei  $C$  die Kapazität des an die veränderliche Spannung  $U$  angeschlossenen Leitergebildes, d. h. Kondensators vorstellt und  $\frac{dQ}{dt}$  die in der Zeiteinheit diesem zufließende Elektrizitätsmenge, d. i. den Ladestrom, der also

$$J_L = C \frac{dU}{dt} \text{ ist.}$$



(1280) **Dielektrische Hysterese.** Wechselt die Spannung periodisch nach irgendeinem Gesetz zwischen 2 gleich großen Scheitelwerten, so muß sich auch das elektrische Feld in gleicher Weise ändern und man spricht dann von einem symmetrischen Kreisprozeß des elektrischen Feldes. Auch diese Umelektrisierung geht gleich dem Ummagnetisierungsprozeß nicht ohne dielektrische Verluste ab und man nennt daher diese Erscheinung auch dielektrische Hysterese, die aber wegen der Geringfügigkeit der Verluste, außer in Kabeln, fast keine Rolle spielt.

(1281) **Elektrische Festigkeit** eines Stoffes ist der Wert des Spannungsfalles, bei dem der Durchschlag erfolgt. Diese Werte hängen stark von den Versuchsbedingungen ab. Für Luft und die meisten Gase ist dann das sog. Durchschlagsgefälle rund 29 kV/cm bei Atmosphärendruck und Zimmertemperatur. Für die wichtigsten Isolatoren gibt nachstehende Tafel Anhalte.

Durchschlagsgefälle für Isolatoren.

|                       | kVolt/cm |                              | kVolt/cm |
|-----------------------|----------|------------------------------|----------|
| Luft . . . . .        | 21       | Transf. Öl . . . . .         | 80-100   |
| Hartgummi . . . . .   | 100-380  | Gewöhnliches Glas . . . . .  | 80-90    |
| Weichgummi . . . . .  | 185      | Flintglas . . . . .          | 55       |
| Stabilit . . . . .    | 90-175   | Glimmer . . . . .            | 175-285  |
| Kolophonium . . . . . | 110      | Gewöbnl. Porzellan . . . . . | 75-95    |
| Wachs . . . . .       | 115      | Hartporzellan . . . . .      | 90-105   |
| Paraffin . . . . .    | 115      | Marmor . . . . .             | 65       |

Die Zahlen sind die Effektivwerte einer sinusartigen Wechselstromspannung, s. (1298).

## Die Erzeugung elektromotorischer Kräfte.

Zur Verschiebung der Elektronen braucht man EMKe, die auf verschiedene Weise sich erzeugen lassen. Vorrichtungen, die diesem Zwecke dienen, heißen Spannungserzeuger; die wichtigsten sind:

(1282) **Die Reibungselektriermaschinen,** die auf der Tatsache beruhen, daß zwei physikalisch verschiedenartige Körper durch Reiben miteinander elektrisch werden. Durch den konstruktiven Kunstgriff, die hin und her gehende Bewegung beim Reiben durch eine Drehbewegung eines der beiden Körper von der Form einer Scheibe zu ersetzen, wird eine solche Vorrichtung zur Maschine. Eine wesentliche Verbesserung der Reibungselektrizitätsmaschine wird durch Benutzung des Influenzprinzips erreicht (Maschinen von Holtz, Töpler, Wimshurst, Wommelsdorf). Die so erzeugten EMKe sind von der Größenordnung mehrerer kVolt. Geladene Kondensatoren können auch als sekundäre Spannungsquellen aufgefaßt werden.

(1283) **Die galvanischen Elemente (Primärelemente).** In diesen wird die Elektronenverschiebung durch die chemisch-physikalischen Erscheinungen des Lösungsdruckes und der Osmose zwischen Elektroden und Elektrolyten hervorgerufen. Sie bestehen aus 2 Leitern (Elektroden) aus chemisch verschiedenen Stoffen, die in eine wässrige verdünnte Lösung von Salzen, Säuren oder Basen (Elektrolyt) tauchen und deren Enden die Pole heißen. Die wirksame Schicht ist die jeweilige Berührungsfläche zwischen Leiter und Flüssigkeit, welche letztere nur die Überführung der an materielle Atome gebundenen Elektronen — beide zusammen bilden die Ionen — zu besorgen hat. Die Elektrode, an die die Ionen herantreten — die Kathode — wird + elektrisch und an ihr muß sich gleichzeitig der Atomrest des Iones abscheiden; die negative Elektrode ist die Anode, die in Lösung gehen muß. Solange ein Ausgleich der beiden Elektrizitätsarten durch eine leitende Verbindung zwischen den Polen außerhalb

des Elements (äußerer Schließungskreis) nicht stattfindet (offenes Element), kommt die Ionenwanderung rasch zum Stillstand, indem dem Antrieb von seiten des Lösungs- und des osmotischen Druckes der elektrostatische Gegendruck der in den beiden Elektroden angesammelten Elektrizitätsmengen entgegenwirkt. Die Größe der so erzeugbaren EMKe beträgt 1—2 Volt.

(1284) **Die Thermoelemente.** Die Ursache der Elektronenverschiebung bildet hier das Temperaturgefälle längs zweier chemisch verschiedenartiger Leiter, z. B. zwischen 2 Wismut- und Kupferstäben, die an der Verbindungsstelle erhitzt werden. Die EMKe sind von der Größenanordnung einiger mVolt für 1° Temperaturunterschied.

(1285) **Die Induktoren und Begriff der elektromagnetischen Induktion.** Induktoren sind Vorrichtungen zur Erzeugung EMKe nach dem Prinzip der elektromagnetischen Induktion.

Diese Erzeugungsweise EMKe ist neben der in den galvanischen Elementen nach dem heutigen Stande der Technik die wichtigste, teils weil der Größenwert der EMKe einen sehr weiten Bereich — von mVolt bis zu vielen kVolt — umfaßt, teils weil dieses Verfahren sich in technischer und wirtschaftlicher Beziehung einer bemerkenswerten Vervollkommnung zugänglich erwiesen hat.

Zur elektromagnetischen Induktion gehört 1. ein geschlossener Leiter, 2. ein magnetisches Feld, dessen Feldlinien den Leiter kettengliederartig umschließen — oder kurz gesagt die Möglichkeit einer Verkettung zwischen Leiter und magnetischem Feldlinien, 3. eine Änderung der Größe der Verkettung: Solange die Änderung anhält, solange findet eine Elektronenverschiebung im Leiter statt, d. h. wirkt in ihm eine EMK oder wird eine EMK induziert. Die Größe der Verkettung wird gemessen durch die Zahl der Feldlinien (Einheitsröhren), die den geschlossenen Leiter kettengliederartig umschließen. Der geschlossene Leiter kann die Form einer einzigen Windung haben oder er kann in mehreren  $w$  Windungen angeordnet sein. Im letzteren Falle muß die Verkettung  $\Phi$  jeder einzelnen Windung festgestellt werden und  $\sum_1^w \Phi$  bildet dann die Gesamtverkettung des geschlossenen Leiters.

Liegen die  $w$  Windungen sehr nahe beieinander — d. h. liegt eine Spule vor —, so kann die Verkettung  $\Phi$  für alle einzelnen Windungen nahezu gleich und darum die Gesamtverkettung  $= w \Phi$  sein.

Schließlich kann der geschlossene Leiter aus mehreren Spulen bestehen, die dann räumlich verteilt sind, d. h. eine Wicklung bilden; dann muß die gesamte in einer solchen Wicklung induzierte EMK für jeden Augenblick aus der Summe der in den einzelnen Spulen induzierten EMK ermittelt werden, s. (1356). — Wesentlich ist 1. die Größe der Verkettung für jede einzelne Windung in einem bestimmten Augenblick, nicht aber deren räumliche Verteilung, d. h. die kettengliederartige Umschlingung braucht sich nicht etwa auf die ganze Ausdehnung des Leiters gleichmäßig zu erstrecken, sie kann auch — wie praktisch meist der Fall — auf eine kurze Strecke zusammengedrängt sein; 2. die Änderung der Verkettung, nicht aber die Art, wie eine solche Änderung herbeigeführt wird; 3. die Raschheit der Änderung, d. h. die Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung. Ist  $d\Phi$  die Änderung der Verkettung für 1 Windung während der Zeit  $dt$ , so ist  $\frac{d\Phi}{dt}$  die Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung in dem gerade betrachteten Augenblick;  $\frac{d\Phi}{dt}$  wird auch magnetischer Schwund genannt.

(1286) **Gesetze der elektromagnetischen Induktion.** I. Das Grundgesetz der (elektromagnetischen) Induktion lautet: a) Die in 1 geschlossenen Leiter indu-



zierte augenblickliche EMK ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung in diesem Augenblick:

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \text{ EME} = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ Volt,}$$

für eine Spule mit  $w$  Windungen wird  $e = - w \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ Volt.}$

Das — Zeichen wird gesetzt, um die Richtung von  $e$  in Übereinstimmung mit der früheren Festsetzung über Strom- und Feldrichtung und dem tatsächlichen Versuchsergebnis zu bringen; für den einzelnen Fall wird die Richtung der induzierten EMK bestimmt nach dem Gesetz: b) Blickt man durch den geschlossenen Leiter in der Richtung der Kraftlinien, so wird bei deren Verminderung eine EMK im Uhrzeigersinne induziert und umgekehrt.

II. An Stelle dieses Grundgesetzes mit der Betonung der Änderung der Verkettung für den ganzen Leiter, kann das Gesetz über das Schneiden von Feldlinien treten, wenn sich die Betrachtung nur auf das Leiterstück bezieht, auf das im Sonderfalle allein die kettengliederartige Verstrickung mit dem Feld zusammengedrängt ist, zweckmäßigerweise aber nur dann, wenn 1. das betrachtete Leiterstück gerade ist, 2. es  $\perp$  steht auf der Richtung der Feldlinien und 3. es sich  $\perp$  zur Richtung der Feldlinien bewegt, d. h. sie  $\perp$  schneidet. Unter diesen ganz besonderen, aber in der Technik sehr vielfach zutreffenden

Bedingungen kann der Ausdruck  $e = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8}$  in die Worte gefaßt werden:

a) die in einem solchen Leiter induzierte EMK ist gleich der Zahl der geschnittenen Feldlinien in der Sekunde oder auch gleich der Schnittgeschwindigkeit. b) Läßt man das Feld durch die Fläche der rechten Hand eintreten und bringt den Daumen in die Richtung der Bewegung (vielfach gleichbedeutend mit der Drehrichtung) des Leiters, so geben die Finger die Richtung der EMK — Rechte-Hand-Regel; oder statt deren: Bringt man den Zeigefinger der rechten Hand in die Richtung der Feldlinien und den Daumen in die Bewegungsrichtung des Leiters, so gibt der Mittelfinger die Richtung der EMK — Dreifingerregel der rechten Hand; oder: Stellt man sich vor das Magnetgestell eines „Induktors“ so, daß sich der Anker im Uhrzeigersinne dreht, so tritt unter dem Nordpol der Strom in die Leiter ein, unter dem Südpol aus — Polregel (s. auch Abb. 10).

III. Für viele Zwecke kann man das Lenzsche Gesetz anwenden: Die Wirkung der Induktion ist immer so, daß sie der Ursache der Induktion entgegenwirkt. — In dieser Form läßt sich in vielen Fällen außer dem Richtungssinn der EMK leicht auch die pondermotorische (Kraft-)Wirkung der Induktionserscheinungen feststellen.

(1287) **Bewegungsinduktion.** Besonders einfache Form nimmt die Formel für  $e$  dann an, wenn im Falle II die geschnittenen Kraftlinien einem homogenen Felde von der magnetischen Dichte  $\mathfrak{B}$  angehören und der Leiter von  $l$  cm Schnittlänge sich mit der konstanten Geschwindigkeit von  $v$  cm bewegt; denn dann ist die Zahl der geschnittenen Kraftlinien in der Sekunde  $= v l \mathfrak{B}$  und  $E = v l \mathfrak{B} 10^{-8} \text{ Volt.}$

Annähernd verwirklichen läßt sich dieser Fall in der Homopolar-Maschine, Abb. 12 u. 13 die aus einer Kupferscheibe besteht, die sich innerhalb der Pole eines Hufeisenmagnets bewegt. Jeder Scheibenradius schneidet Kraftlinien und zwar in demselben Sinne, so daß die Richtung der EMK in allen Radien dieselbe ist und also in nebenstehender Abbildung nach obigen Regeln der Scheibenrand  $+$ , die Welle — elektrisch werden muß. Die mittlere Bewegungsgeschwindigkeit  $v$  im Abstand  $\frac{D}{4}$  von der Achse beträgt bei  $n$  Drehungen die Minute

$$v = \frac{2\pi n D}{60 \cdot 4} \text{ cm und } E = \frac{2\pi n D}{60 \cdot 4} \times \frac{D}{2} \times \mathfrak{B} 10^{-8} = 1,31 \cdot 10^{-10} n \mathfrak{B} D^2 = \frac{v_n \mathfrak{B} D}{4 \cdot 10^8} \text{ Volt}$$

z. B. wird für  $n = 3000$  Dreh./min,  $l = 40$  cm  $= \frac{D}{2}$  (entsprechend  $v_u \approx 120$  m am Scheibenrand) und  $\mathfrak{B} = 20000$ ,  $E = 50$  V.

Diese Spannung, die also das Höchste ist, was aus der Maschine bei alleräußerster mechanischer und magnetischer Beanspruchung herauszubolen ist, ist für die Praxis zu klein; sie hat deshalb keine technische Bedeutung gewonnen, zumal die Stromabnahme durch die Bürsten und deren Reibungsverluste auch Betriebssicherheit und Wirkungsgrad sehr herabdrücken; dagegen findet sie als magnetische Bremse ausgedehnte Anwendung.



Abb. 12.

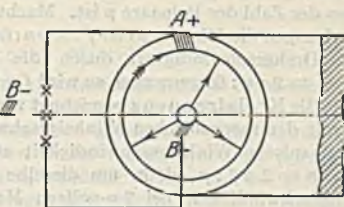


Abb. 13.

Sehr erweiterungsfähig wird diese Formel, wenn man nur eine unendlich kleine Bewegung  $ds$  des Leiters in der Zeit  $dt$  in Betracht zieht, also  $v = \frac{ds}{dt}$  setzt. Auf eine solche kleine Strecke  $ds$  kann stets  $\mathfrak{B}_s$  an der gerade ins Auge gefaßten Stellung des Leiters während der Zeit  $dt$  konstant angenommen werden, so daß also die in diesem Augenblick induzierte EMK wird

$$e = \frac{ds}{dt} \mathfrak{B}_s \cdot 10^{-8} = v l \mathfrak{B}_s \cdot 10^{-8} \text{ Volt für 1 Leiter (Augenblickswert).}$$

Ist nun  $\mathfrak{B}_s$  nicht nur während der Zeit  $dt$ , sondern während der endlichen Zeit  $t$ , in der die endliche Strecke  $s$  vom Leiter bestrichen wird, konstant, so ist auch die während dieser Zeit induzierte EMK konstant; im anderen Falle aber, d. h. wenn  $\mathfrak{B}_s$  eine stetige Funktion von  $s$  ist, entsprechend dem jeweiligen Werte von  $\mathfrak{B}$ , veränderlich aber diesem stets proportional, wenn die Bewegungsgeschwindigkeit  $v$  konstant ist, d. h.  $e = C \mathfrak{B}_s$ . Dieser Fall liegt

stets vor bei den technischen Induktoren, Abb. 10 (Dynamomaschinen): dort ist die Felddichte  $\mathfrak{B}$  auf dem Ankerumfang von einer neutralen Zone zur anderen, d. h. innerhalb des magnetischen Beaufschlagungsbereichs eines Poles stets veränderlich und läßt sich in der sogenannten Feldkurve, Abb. 14, die Abhängigkeit der magnetischen Dichte  $\mathfrak{B}$ , von  $s$  darstellen. Die  $e$ -Kurve muß dann dieselbe Form wie die Feldkurve annehmen,

da man durch den Maßstab der Zeichnung jederzeit  $e = \mathfrak{B}_s$  machen kann, d. h. die EMK-Kurve ist gleich der Feldkurve — nämlich für 1 Windung oder eine sehr schmale Spule. Die EMK aber für eine solche Spule ist

$$e = 2 w v l \mathfrak{B}_s \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

gleiche Feldkurven für alle Pole und eine Spulenweite gleich einer Polteilung  $\tau$  vorausgesetzt.

Man erkennt ohne weiteres, daß, so oft die Leiter die Scheidelinie zweier Pole — d. h. die neutrale Zone — überschreiten, ein Richtungswechsel



Abb. 14.



der EMK eintritt und daß, wenn man die Windung an sämtlichen Polen vorbeidreht, in ihr eine Wechsel-EMK induziert wird. Die Zahl der Wechsel ist = der Zahl der Pole  $2p$  des Magnetgestells. Da nach dem Überschreiten 1 Polpaares der Induktionsvorgang sich in genau derselben Weise abspielt — konstante Bewegungsgeschwindigkeit vorausgesetzt —, so wird also bei jeder Umdrehung eine periodische Wechsel-EMK induziert, deren Periodenzahl = der Zahl der Polpaare  $p$  ist. Macht dabei eine Windung (oder auch Spule)  $n$  Drehungen die Minute, so ist  $f = pn : 60$  die sekundliche Periodenzahl. Wird die Drehgeschwindigkeit durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\omega' = 2\pi n : 60$  gemessen, so wird  $f = p \omega' : 2\pi$  und  $p \omega' = 2\pi f = \omega$ , wobei  $\omega$  als die Kreisfrequenz bezeichnet wird, die also nur bei 2-poligen Magnetgestellen mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit gleichwertig ist, sonst ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit stets kleiner als die Kreisfrequenz  $\omega' = \omega : p = 2\pi f : p$ , d. h. um dieselbe Periodenzahl zu erhalten, braucht die Drehgeschwindigkeit bei  $2p$ -poligen Magnetgestellen nur  $1/p$  derjenigen für ein 2-poliges Gestell zu sein, s. (1353). Der reziproke Wert von  $f$  stellt die Zeitdauer einer Periode dar  $\frac{1}{f} = T = \frac{1}{p} \frac{60}{n} = \frac{2\pi}{p\omega'} = \frac{2\pi}{\omega}$  Sekunden,

Abb. 14. — Da  $e$  veränderlich ist, so findet außer dem Augenblickswert  $e$  auch der Größt- oder Scheitelwert der EMK  $\mathcal{E}$  und der Mittelwert aller  $e$  während einer  $1/2$  Periode  $E_m$  besondere Beachtung. Für  $E_m$  findet man offenbar  $= \frac{2\Phi_a}{T/2} 10^{-8}$  Volt für 1 Windung, also  $E_m = 4f\Phi_a 10^{-8}$  Volt.

Andererseits ist in der Zeit  $T/2$  die Gesamtänderung der Verkettung für eine Windung, nämlich von  $+\Phi_a$  auf  $-\Phi_a$ , gleich der Summe aller Änderungen  $d\Phi$  während der Zeit  $dt$ , d. h.

$$2\Phi_a = \int_0^{T/2} d\Phi = \int_0^{T/2} \frac{d\Phi}{dt} dt = 10^8 \int_0^{T/2} e dt = 10^8 \times \text{Fläche der EMK-Kurve}$$

daraus folgt mit

$$\frac{2\Phi_a}{T/2} 10^{-8} = E_m = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} e dt$$

der Satz: Die mittlere EMK  $E_m$  ist gleich der mittleren Höhe der EMK-Kurven oder der Flächeninhalt des Rechtecks  $E_m \times T/2 =$  Flächeninhalt der EMK-Kurve.

Während für Gleichstrom-Induktoren die Feldkurve meist jene oben dargestellte trapezförmige Form hat, gibt man ihr bei Wechselstrom-Induktoren eine sinusförmige Gestalt, so daß also zwischen  $\mathfrak{B}$ , und  $s$  die nachgenannte Beziehung besteht, wenn man noch berücksichtigt, daß zur Zurücklegung des Weges  $s$  am Ankerumfang die Zeit  $t$  und gleichzeitig eine Drehung des Ankers um den elektrischen Winkel  $\alpha = \frac{2\pi s}{2\tau} = \frac{2\pi t}{T} = \omega t$  erforderlich ist, und ferner den Scheitelwert der sinusförmigen Feldkurve mit  $\mathfrak{B}_{\max}$  bezeichnet:

$$\mathfrak{B}_s = \mathfrak{B}_{\max} \sin \omega t;$$

damit wird der Augenblickswert der EMK einer Spule

$$e = 2wvl\mathfrak{B}_s 10^{-8} = 2wvl\mathfrak{B}_{\max} \sin \omega t 10^{-8} = \mathcal{E} \sin \omega t,$$

wo  $\mathcal{E}$  den Scheitelwert der EMK-Kurve darstellt, die ja nun gleichfalls eine Sinuslinie ist mit dem Wert:

$$\mathcal{E} = 2wvl\mathfrak{B}_{\max} 10^{-8} = w\omega\Phi_a 10^{-8} \text{ Volt Scheitelwert,}$$

also

$$e = \omega \omega \Phi_a 10^{-8} \sin \omega t \text{ Volt Augenblickswert}$$

oder

$$E_m = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \omega \omega \Phi_a 10^{-8} \sin \omega t = \frac{2}{\pi} \mathfrak{E} = 4 \omega f \Phi_a 10^{-8} \text{ Volt Mittelwert.}$$

(Über den quadratischen Mittelwert  $E$  s. (1298).)

Die Fassung II des Induktionsgesetzes ist, wie ersichtlich, für die Fälle, in denen die Verkettungsänderung durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld unter den oben genannten 3 Bedingungen geschieht, ausreichend zur Bestimmung von Größe und Richtung der induzierten Augenblicklichen EMK. Aber auch dann, wenn der Leiter (und mit ihm der Anker als sein Träger) stillsteht und das erregte Magnetgestell sich mit konstanter Geschwindigkeit dreht, wie das bei den Wechselstrom-Induktoren (Alternatoren, Generatoren) der Fall ist, gelten alle oben entwickelten Beziehungen. Ein solches bewegtes Magnetgestell führt dann den Namen Polrad, das in der Regel mit sehr vielen Polen ausgestattet ist, z. B. 20 bei 300 Drehungen in der Minute. — Selbst wenn Leiter und Feld sich bewegen, bleiben obige Beziehungen bestehen, nur muß dann als mechanische Geschwindigkeit  $v$ ,  $\omega'$ ,  $n$  usw. die Relativgeschwindigkeit beider Systeme eingesetzt werden.

Wie bei der Reibungselektroskopmaschine ist auch hier bei sämtlichen „Induktor-Maschinen“ die fortschreitende oder die hin und her gehende Bewegung durch eine Drehbewegung ersetzt worden, als der mechanisch und konstruktiv am leichtesten zu beherrschenden Bewegungsart. Das Ergebnis der Untersuchung über die Induktionserscheinungen an einer solchen Induktormaschine läßt sich also in die Sätze zusammenfassen:

1. Bewegen sich eine Windung und ein konstantes Feld durch Drehung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit relativ so gegeneinander, daß sich die Verkettung der Windung stetig ändert, so wird eine periodische Wechsel-EMK induziert.

2. Die Form der EMK-Kurve  $e = f(t)$  ist bestimmt durch die der Feldkurve. Ist das Feld homogen, so wird die Feldkurve eine Sinuslinie, desgleichen die EMK-Kurve.

3. Der Mittelwert der EMK  $E_m$  ist stets  $= 4 f \Phi 10^{-8}$  Volt, bei sinusförmigem Übergang kann auch gesetzt werden:

$$E_m = \frac{2}{\pi} \mathfrak{E} \quad \text{und} \quad \text{der Scheitelwert } \mathfrak{E} = \omega \Phi 10^{-8} = 2 \pi f \Phi 10^{-8} \text{ Volt.}$$

(1288) **Wechselinduktion.** Außer durch Bewegung läßt sich aber eine Verkettungsänderung dadurch herbeiführen, daß man das Feld seinem Größenwert nach ändert. Die hieraus sich ergebenden Erscheinungen bezeichnet man als Wechselinduktion. Denkt man sich das Feld durch eine stromdurchflossene Spule erzeugt, so wird sein Größenwert bestimmt durch die Beziehung  $\Phi = 0,4 \pi i w : R$  (s. (1272)) und man kann also 1. bei konstanten  $R$  und  $w$  durch Änderung von  $i$ , 2. bei konstanten  $i w$  durch Änderung von  $R$  das Feld  $\Phi$  ändern. Da man es aber im Falle der Wechselinduktion mit 2 Spulen zu tun hat: der das Feld erzeugenden und der induzierten, so sollen zur klaren Unterscheidung die erstere das „erstseitige Windungssystem“, die zweite das „zweitseitige Windungssystem“ genannt werden (auch Primär- und Sekundär-Spule).

Fall 1. Änderung der Verkettung mit der zweitseitigen Spule durch Änderung des Stromes in der erstseitigen.

a) Geschieht dies dadurch, daß ein Gleichstrom  $i$ , zeitweise unterbrochen und geschlossen wird, so entsteht der sogenannte Funkeninduktor, bei dem die Stromunterbrechung vielfach durch einen Neefschens Hammer oder andere noch rascher unterbrechende Hilfsmittel (Turbinenunterbrecher, Wehnelt-Unterbrecher) herbeigeführt wird.



Da  $e = w_2 \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} = \frac{4\pi w_1 w_2}{R} 10^{-9} \frac{di}{dt}$ , so wird  $e$  und auch der Mittelwert während einer Schließungs- oder Öffnungsperiode um so größer, je rascher die Stromänderung erfolgt und je größer die Windungszahl  $w_2$  der Zweitspule ist. Dadurch ist man in den Stand gesetzt, mit Hilfe von Gleichstrom sehr hohe Wechselspannungen, wie solche z. B. zum Betrieb von Röntgenröhren gebraucht werden, zu erzeugen.

b) Wird der Strom  $i_1$  dagegen stetig und periodisch zwischen 2 gleich großen  $+$ - und  $-$ -Scheitelwerten geändert — Wechselstrom —, so wird auch in der Zweitspule eine Wechselspannung erzeugt von derselben Frequenz wie die des erstseitigen Wechselstromes, aber von einer Größe, die von dem Windungszahlenverhältnis  $\frac{w_2}{w_1}$  der beiden Spulen abhängt, so zwar, daß  $E_2 = \frac{w_2}{w_1} E_1$  ist.

Ein solcher Apparat gestattet also Wechselspannungen beliebig zu verändern nach oben oder nach unten und heißt darum Umspannungs-Induktor oder kurzweg Umspanner oder Transformator. (Weiteres s. (1401).)

Fall 2. Der magnetische Widerstand bei konstanter MMK wird geändert.

Dies kann z. B. dadurch geschehen, daß vor den Polen eines Hufeisenmagnetes ein eisernes Zahnrad, dessen Zähne so breit sind, daß sie die Pole magnetisch kurzschließen, vorbeigedreht wird. Jeder Zahn erzeugt in der auf den Schenkeln des Magneten angebrachten Zweitspule einen Induktionsstoß, desgleichen jede Zahnücke aber in entgegengesetztem Sinne, so daß für jede Umdrehung des Zahnrades soviel Perioden entstehen als dieses Zähne hat. Apparate dieser Art dienen meist zur Erzeugung sehr hoher Frequenzen und heißen Hochfrequenz-erzeuger, wenn sie für Meßzwecke oder für drahtlose Telegraphie benutzt werden, Sirenen, wenn sie zur Erzeugung hoher Töne in Telefonen Anwendung finden.

Auch das Bellsche Telefon beruht auf dem Prinzip der Änderung des magnetischen Widerstandes, hervorgerufen durch die Schwingungen der Eisenmembran vor den Polen eines Dauerstahlmagnetes.

Es kommt auch der Fall vor, daß sich das Feld ändert und gleichzeitig die Spule sich in der oben geschilderten Weise dreht, nämlich bei den Wechselstromkollektormotoren (s. (1398)).

(1289) **Selbstinduktion.** Die Betrachtungen über die Wechselinduktion sind aber insofern noch unvollständig, als noch nicht berücksichtigt wurde, daß ja, sobald das Feld sich ändert, auch die erstseitige Spule einer Verkettungsänderung mit ihrem eigenen Feld unterworfen ist, sie sich also durch ihr eigenes Feld induzieren muß; eine Erscheinung, die man als Selbstinduktion bezeichnet und namentlich für die Wechselstromtechnik von höchster Bedeutung ist.

Es ist die in einem bestimmten Augenblicke in der Spule erzeugte EMK der Selbstinduktion

$$e_s = -w \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} = -\frac{4\pi w^2}{R} 10^{-9} \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt} \text{ V};$$

es ist also  $L = \frac{4\pi w^2}{R} 10^{-9}$  und für eine Spule ohne Eisen eine feststehende

Größe, da ihr Wert nur von der (unveränderlich vorausgesetzten) Konstruktion der Spule abhängt.  $L$  heißt die Selbstinduktionsvorszahl oder kurz die Induktivität; ihre praktische Einheit ist das „Henry“, das gleich  $10^{-9}$  EMEn ist. Die Induktivität kann auch anschaulicher erklärt werden als „spezifische Verkettungsfähigkeit“ einer Spule, indem die Zahl  $10^9 L$  angibt, wieviel Verkettungen die Spule für 10 Ampere (= 1 abs. Stromeinheit) schaffen kann.  $di/dt$  ist die Stromänderungsgeschwindigkeit oder Schwund.

Nach dem Lenzschen Gesetz ist die EMK der Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet, mit dem abnehmenden Strome gleichgerichtet.

Im ersten Fall verhindert sie also das Anwachen eines Stromes, im letzterem Falle, der z. B. beim Ausschalten eines Stromes eintritt, verstärkt sie die Spannung an der Unterbrechungsstelle oft so bedeutend, daß bei großem  $L$

— z. B. bei den fast eisengeschlossenen Kreisen der Magnetgestelle großer Maschinen — eine Unterbrechung ohne besondere Hilfsmittel (z. B. Magnet-schalter mit Hilfskontakt; s. (1269), Abb. 89) oft nicht möglich ist, mindestens nicht ohne Schaden für die Isolation der Magnetwicklung (Überspannung). Die große in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge macht sich als starker Unterbrechungsfunke bemerkbar.

Will man für ein Leitergebilde  $L$  recht klein machen, so muß man die Entstehung kräftiger Felder möglichst verhindern, was am besten durch bifilare Wicklung geschieht.

(1290) **Gegenseitige Induktion.** Führt auch die zweiseitige Spule Strom, so erzeugt sie ebenfalls ein Feld, das sich mehr oder weniger (je nach Streuung) wiederum mit der erstseitigen verketten, auch auf diese induzierend wirken und also in ihr eine EMK der gegenseitigen Induktion

$$e_{1,2} = -w_1 \frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{4\pi w_1 w_2}{R_{1,2}} 10^{-9} \frac{di_2}{dt} \text{ Volt}$$

erzeugen wird.

$$\frac{4\pi w_1 w_2}{R_{1,2}} 10^{-9} = M_{2,1}$$

heißt die gegenseitige Induktivität; ebenso ist

$$M_{1,2} = \frac{4\pi w_2 w_1}{R_{2,1}} 10^{-9} \text{ Henry.}$$

Für den Fall vollständiger (streuungsloser) Verkettung beider Felder mit beiden Spulen wird

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R \text{ und damit } M^2 = M_{1,2} \times M_{2,1} = \left(\frac{4\pi w_1 w_2}{R}\right)^2 = L_1 \times L_2;$$

bei Streuung dagegen ist  $M^2 < L_1 L_2$ .

## Der elektrische Ausgleich.

(1291) **Begriff des elektrischen Ausgleichs.** Die Spannung führt zur Wiedervereinigung der beiden Elektrizitätsmengen, d. h. zu deren Ausgleich, die je nach der Beschaffenheit des trennenden Stoffes (Isolatoren, feste und flüssige Leiter, verdünnte Gase), der Größe der ins Spiel tretenden Elektrizitätsmengen und der Höhe der Spannung sowie deren Dauer oder Veränderlichkeit die verschiedensten Formen elektrischer und mechanischer Natur annimmt.

### Metallische Leitung.

(1292) **Der elektrische Strom.** Die Leitung durch Bewegung von Elektronen allein, die hauptsächlich in Metallen, aber auch in Isolatoren und Flüssigkeiten vorkommt, ist insbesondere dann von größter Wichtigkeit, wenn die wirksame EMK dauernd genügende Elektrizitätsmengen in Bewegung zu setzen vermag, so daß der Ausgleich ununterbrochen vor sich gehen kann und ein elektrischer Strom entsteht. Ist die Spannung nach Richtung und nach Größe wenigstens annähernd konstant, so spricht man von Gleichstrom, wechseln dagegen beide, dann entsteht Wechselstrom.

(1293) **Wirbelströme.** Hat man es mit Leitern großen Querschnittes im Verhältnis zur Länge zu tun — mit massiven Leitern — so gehen die Strombahnen wirr durcheinander und ändern auch beständig ihre Lage; es kommt zur



Bildung von Wirbelströmen. Diese treten in den praktisch wichtigsten Fällen meist dadurch auf, daß sich z. B. Kupferleiter oder Eisenkörper großen Querschnitts so durch ein ruhendes magnetisches Feld bewegen, daß die an verschiedenen Stellen induzierten Spannungen sich infolge Größenverschiedenheit nicht aufheben und darum Wirbelströme in ihnen hervorrufen werden, oder daß solche massiven Körper in Wechselfelder geraten. Da Wirbelstrombildungen stets mit unerwünschter Wärmeerzeugung und entsprechendem Energieverlust verbunden sind, vermeidet man große Querschnitte durch Unterteilung sowohl für den eigentlichen elektrischen Leiter (Paralleldrähte, Litze, verdrehte Stäbe), wie insbesondere für Eisenkörper in magnetischen Kreisen: Anker in Induktormaschinen und Gestelle für Wechselfelder, die stets aus elektrisch gegenseitig isolierten Eisenblechen von  $0,3 \div 0,5$  mm Dicke zusammengebaut werden.

(1294) **Stromstärke in Drähten.** Die zur Leitung des elektrischen Stromes meist verwandten Drähte haben im Verhältnis zur Länge geringen Querschnitt, so daß die Stromlinien parallel verlaufen und sich auch — von noch besonders zu besprechenden Fällen abgesehen — gleichmäßig über den ganzen Drahtquerschnitt verteilen. Geht nun durch einen beliebigen Querschnitt in der Zeit  $dt$  die Elektrizitätsmenge  $dQ$  hindurch, so wird  $dQ/dt$ , d. h. Elektrizitätsmenge in der Sekunde, die Stromstärke  $J$  oder  $i$  genannt. Die Einheit ist das Ampere =  $10^{-1}$  EME.

## Gleichstromkreise.

Verbindet man die beiden Pole eines Spannungserzeugers durch einen oder mehrere Leiter (Draht), so fließen die Elektronen dauernd in dem so geschaffenen elektrischen Kreis, den man in einen inneren Schließungskreis — die an der Spannungserzeugung beteiligten Glieder umfassend — und einen äußeren Schließungskreis — auch Netz- oder Verbraucherkreis genannt — zu trennen pflegt.

(1295) **Das Ohmsche Gesetz.** Die Stromstärke in einem solchen Kreise ist abhängig von der konstanten EMK.  $E$  in Volt und dem Leitungswiderstand  $r_k$  in Ohm des gesamten Kreises, und zwar gemäß dem Ohmschen Gesetz in der Weise, daß  $J = \frac{E}{r_k}$  wird. Die Gleichungen  $E = J r_k$  und  $E - J r_k = 0$  dagegen besagen: Das Produkt Strom  $\times$  Widerstand ist eine Spannung, die gleich  $E$  ist, aber im Kreiswiderstand beim Durchfließen des Stromes verzehrt wird. Im inneren Schließungskreis mit dem inneren Widerstand  $r_i$  ist der Spannungsverbrauch oder -abfall  $J r_i$ , so daß an den Polen oder Klemmen für den äußeren Schließungskreis nur noch die Klemmspannung  $U = E - J r_i$  zur Verfügung steht. Ist der Widerstand des äußeren Schließungskreises  $r_a$ , so ist also  $U = J r_a$  und  $J = U : r_a$ . Dieses  $r_a$  kann nun auch wieder zerlegt werden, nämlich in den Widerstand der Leitungen  $r_L$  und den der zusammengedrängt gedachten Verbraucher  $r_v$ , dann ist  $\Delta p = J r_L$  der Spannungsabfall in den Leitungen und  $J r_v = U - \Delta p$  die den Verbrauchern zur Verfügung stehende Spannung (Grundgleichungen zur Berechnung von Leitungen nach dem Spannungsabfall). Es ist

$$E = J r_i + J r_L + J r_v = J r_k$$

und

$$r_k = r_i + r_L + r_v \text{ Ohm (s. Abb. 15).}$$

Solcherart in einen Kreis hintereinander (in Serie — in Reihe —) geschaltete Widerstände ergeben also durch Addition den Gesamtwiderstand.

Sind dagegen im äußeren Stromkreise die Widerstände so geschaltet, daß der äußere Schließungskreis in mehrere — parallele — Bahnen, Abb. 16, zerfällt mit den jeweiligen Widerständen  $r_1, r_2$  usw., bzw. den Leitwerten  $g_1 = \frac{1}{r_1}$  Siemens,  $g_2 = \frac{1}{r_2}$  Siemens usw., so ist offenbar für solche parallel geschaltete Leiter der Gesamtleitwert = der Summe der Einzelleitwerte.

$$g = \sum_1^n g_1 + g_2 + \dots = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots \text{ Siemens.}$$

Für den besonders wichtigen Fall zweier parallel geschalteter Leiter mit den Widerständen  $r_1$  und  $r_2$  wird  $g = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_c}$ ,  $r_c = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$  (Wert des Ersatz- oder Kombinationswiderstandes); ist  $r_1 = r_2 = r$ , dann wird  $r_c = \frac{r_1}{2} = \frac{r_2}{2} = \frac{r}{2}$  allgemein für  $n$  parallel geschaltete gleiche Widerstände  $r_c = \frac{r}{n}$ .

Die Stromstärke in netzförmigen Leiterverbindungen mit beliebig darin verteilten EMKn bestimmt man nach den beiden Kirchhoffschen Sätzen:

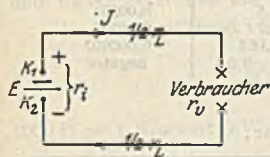


Abb. 15.



Abb. 16.

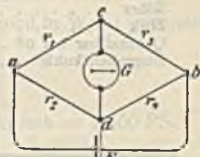


Abb. 17.

1. Für jeden Knotenpunkt des Netzes ist die algebraische Summe der Stromstärken in den daselbst zusammentreffenden Leiterstrecken gleich Null.

2. Für jede geschlossene Masche ist die algebraische Summe der Produkte  $J \times r$  für die einzelnen Leiterstücke gleich der Summe der in der Masche liegenden elektromotorischen Kräfte, wobei die ersteren in der Stromrichtung negativ einzusetzen sind.

Die Anwendung auf die in Abb. 17 dargestellte Schaltung, die als Wheatstonesche Brücke bezeichnet wird und für Widerstandsmessungen gebraucht werden kann, ergibt: Wenn zwischen den Punkten  $c$  und  $d$  keine Spannung vorhanden ist, d. h. wenn ein als Brücke zwischen  $c$  und  $d$  geschaltetes Galvanoskop  $G$  keinen Strom anzeigt, so ist  $r_1 \times r_4 = r_2 \times r_3$ . Ist also z. B.  $r_3$  gegeben und das Verhältnis  $r_2 : r_1$  bekannt, so ist  $r_4 = r_3 \frac{r_2}{r_1}$ .

(1296) **Leitungswiderstand.** Der Widerstand eines Drahtes von der Länge  $l$  (m) und dem Querschnitt  $F$  (mm<sup>2</sup>) ist  $r = \rho \frac{l}{F}$ .  $\rho$  ist der spezifische Widerstand des Materials.  $\frac{1}{r}$  nennt man den Leitwert,  $\frac{1}{\rho} = \kappa$  die Leitfähigkeit. Für die metallischen Leiter nimmt  $\rho$  mit wachsender Temperatur zu, dagegen z. B. für Kohle sowie für chemisch zusammengesetzte, leitende Flüssigkeiten ab; dabei kann angenähert

$$\rho = \rho_0 (1 \pm \alpha t)$$

gesetzt werden, worin  $t$  den Temperaturunterschied,  $\alpha$  den Temperaturkoeffizienten bedeutet (Temperaturmessung mittels Widerstandsbestimmung).



Bei den Isolatoren nimmt  $\rho$  ebenfalls mit wachsender Temperatur, besonders stark aber auch mit wachsendem Spannungsgefälle ab, so daß schließlich bei einer bestimmten Größe des letzteren der Durchbruch der Elektrizität in Funkenform erfolgt.

In untenstehenden Tafeln sind die elektrischen Eigenschaften der wichtigsten Leiter zusammengestellt.

## Metallische Leiter.

| bei 15°                      | $\rho$ in $\Omega$ für $L = 1$ m<br>u. $F = 1$ mm <sup>2</sup> | $\kappa = \frac{1}{\rho}$ | $\alpha$            |
|------------------------------|--|---------------------------|---------------------|
| Aluminium . . . . .          | 0,029  | 34,5                      | 0,004               |
| Blei . . . . .               | 0,208  | 4,8                       | 0,004               |
| Chromnickelstahl . . . . .   | 0,7  | 14,14                     | 0,0002              |
| Eisen . . . . .              | 0,10   | 10,0                      | 0,0057              |
| Gold . . . . .               | 0,022  | 45,5                      | 0,00365             |
| Konstantan . . . . .         | 0,5  | 2                         | + 0                 |
| Kruppin . . . . .            | 0,85   | 1,18                      | 0,0007              |
| Kupfer . . . . .             | 0,01725  | 58                        | 0,004 <sup>1)</sup> |
| Manganin . . . . .           | 0,4  | 2,5                       | + 0                 |
| Nickelin . . . . .           | 0,5  | 2                         | 0,00024             |
| Nickelmanganstahl . . . . .  | 0,7  | 14,14                     | 0,0013              |
| Platin . . . . .             | 0,094  | 10,20                     | 0,0039              |
| Platinsilber . . . . .       | 0,25   | 4                         | 0,0003              |
| Silber . . . . .             | 0,016  | 62,5                      | 0,0038              |
| Zink . . . . .               | 0,06   | 16,7                      | 0,00365             |
| Quecksilber bei 0° . . . . . | 0,942  | 1,063                     | 0,000907            |
| Bogenlichtkohle . . . . .    | 13—100   | 0,077—0,01                | negativ             |

## Elektrolytische Leiter.

| bei 18°                            | $\rho$ in $\Omega$ für $L = 1$ cm<br>u. $F = 1$ cm <sup>2</sup> | $\kappa = \frac{1}{\rho}$ | $\alpha$ |
|------------------------------------|---|---------------------------|----------|
| Bittersalzlösung 15—20 % . . . . . | 20,9  | 0,0479                    | — 0,026  |
| Kupfervitriol 15 % . . . . .       | 24,1  | 0,0415                    | — 0,023  |
| Zinkvitriol 20—25 % . . . . .      | 21,6  | 0,0463                    | — 0,025  |
| Salmiaklösung 25 % . . . . .       | 2,5   | 0,400                     | — 0,015  |
| Kalilauge 25—30 % . . . . .        | 1,85  | 0,540                     | — 0,022  |
| Schwefelsäure 30 % . . . . .       | 1,36  | 0,735                     | — 0,0162 |
| Salpetersäure 80 % . . . . .       | 3,76  | 0,266                     | — 0,013  |

## Isoliermaterialien.

|                       | $\rho$ in $10^8 \Omega$ (Megohm) für<br>$L = 1$ cm u. $F = 1$ cm <sup>2</sup> | Spannungsgefälle<br>Volt für 1 cm |
|-----------------------|---|-----------------------------------|
| Vulkanfiber . . . . . | 53  | 3 700                             |
| Marmor . . . . .      | 495   | 500                               |
| Preßspan . . . . .    | 11 000  | 9 400                             |
| Zelluloid . . . . .   | 75 000  | 30 000                            |
| Linoleum . . . . .    | $1 \cdot 10^6$  | 5 700                             |
| Glimmer . . . . .     | $2,3 \cdot 10^6$  | 40 000                            |
| Glas . . . . .        | $7,4 \cdot 10^6$  | 5 500                             |
| Hartgummi . . . . .   | $4200 \cdot 10^6$   | 5 400                             |
|                       | $3600 \cdot 10^6$   | 9 100                             |
| Paraffin . . . . .    | $3900 \cdot 10^6$   | 4 350                             |
|                       | $240 \cdot 10^6$  | 28 600                            |
| Mikanit . . . . .     | $6500 \cdot 10^6$   | 12 500                            |

<sup>1)</sup> Für genauere Berechnung setzt man  $1/\alpha = 235 + t$ , um die Veränderlichkeit von  $\alpha$  mit der Temperatur zu berücksichtigen.

(1297) **Arbeit und Leistung** Nach den Ausführungen über das elektrische Feld (1277) ist die Arbeit, die von der konstanten Elektrizitätsmenge  $Q$  geleistet wird, wenn sie um die Spannung  $U$  herabgleitet,

$$A = Q U = \int_0^t i dt U = J U t \text{ Joule,}$$

wenn  $i = J$  und konstant ist, die Stromstärke in Ampere, die Spannung in Volt und die Zeit in Sekunden gemessen wird; ist die Zeit groß, so benutzt man als Einheit die Stunde  $h$  und mißt dann die Arbeit in Wattstunden  $Wh$  bzw. in Kilowattstunden:  $1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh}$  bzw. Megawattstunden:  $1 \text{ MWh} = 10^6 \text{ Wh}$ . Da an den Enden eines Widerstandes  $r$  die Spannung  $U = J r$  herrschen muß, so wird die Arbeit, die nötig ist, um den Strom  $J$  während  $t$  Sekunden durch einen Widerstand  $r$  durchzudrücken,

$$A = J^2 r t = t U^2 : r \text{ Joule.}$$

Als Äquivalent für die Arbeit erscheint Wärme — auch Strom- oder Joulesche Wärme genannt. Da  $1 \text{ Joule} = 0,239 \text{ cal}$  ist, wird die dabei entwickelte Wärmemenge

$$Q = 0,239 J^2 r t = 0,239 t U^2 : r \text{ cal}$$

und  $1 \text{ kWh}$  setzt sich um in  $0,239 \cdot 3600 \cdot 1000 = 860400 \text{ cal} = 860,4 \text{ Cal}$ .

Die Arbeit während 1 Sekunde heißt Leistung und wird in Watt gemessen

$$N = J U = J^2 r = \frac{U^2}{r} \text{ Watt.}$$

$1000 \text{ W} = 1 \text{ Kilowatt (kW)} = 0,239 \text{ Cal/sek} = 101,98 \text{ mkg/sek} = 1,360 \text{ PS}$ .

## Wechselstromkreise.

(1298) **Begriff und Darstellung.** Wirkt eine Wechselspannung (s. (1287)) auf einen Leiterkreis, so entsteht ein Wechselstrom, der zwar dieselbe Periodenzahl hat, aber einem anderen Zeitgesetz  $i = f(t)$  folgen kann, Abb. 18.

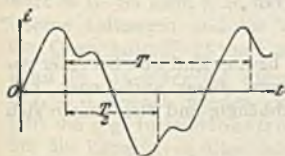


Abb. 18.



Abb. 19.

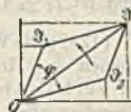


Abb. 20.

Da  $i$  bzw.  $e = f(t)$  stets eine periodische Funktion ist, so kann sie nach dem Fourierschen Problem (111) stets in eine sinusförmige Grundschwingung und in mehrere harmonische Schwingungen höherer Ordnung zerlegt werden. Im folgenden wird stets nur sinusförmiger Verlauf vorausgesetzt, also

$e = \mathcal{E} \sin \frac{2\pi t}{T}$  und  $i = \mathcal{I} \sin \left( \frac{2\pi t}{T} \pm \varphi \right)$ , wobei der Winkel  $\varphi$  die zeitliche Vor-

oder Nacheilung gegenüber den Augenblickswerten der Wechselstromspannung, gemessen im „elektrischen Winkelmaß“, darstellt: diesog. Phasenverschiebung. Jede nach einem Sinusgesetz sich ändernde Größe  $z$ . B.  $i$  kann durch einen Vektor oder Leitstrahl, Abb. 19, dargestellt werden, dessen Länge gleich dem Scheitelwert  $\mathcal{I}$  der Sinuskurve ist und der sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$ , d. h. der Kreisfrequenz in entgegengesetz-



tem Sinne des Uhrzeigers dreht. Die jeweiligen Projektionen des Vektors auf die senkrechte Achse geben die Augenblickswerte von  $i$  an. Eine Phasenverschiebung zwischen zwei solchen sinusförmig veränderlichen Größen stellt sich dann dar als der kleinere Winkel, den die beiden Vektoren miteinander einschließen, Abb. 20.

In einem Wechselstromkreise können gleichzeitig mehrere nach Scheitelfwert und Phasenverschiebung unterschiedene Wechselströme und Spannungen von gleicher Periodenzahl wirksam sein; dann findet man den resultierenden Strom- bzw. Spannungs-Vektor stets durch geometrische — d. h. nach Analogie vom Parallelogramm der Kräfte ausgeführte — Addition der gleichartigen Vektoren; in derselben Weise lassen sich Vektoren in „Komponenten“ zerlegen; sehr zweckmäßig ist oft die Zerlegung in zwei aufeinander  $\perp$  stehende Komponenten, z. B. nach den Achsrichtungen, Abb. 20.

Eine Wechselstromgröße — Strom, Spannung oder Feld — ist also bei sinusförmigem Verlaufe durch Scheitelfwert und Frequenz eindeutig bestimmt. Für die technische Praxis hat aber der quadratische Mittelwert  $J$  bzw.  $E$  deshalb ganz besondere Bedeutung, weil er von allen technischen Meßinstrumenten unmittelbar angegeben wird und für Leistungsberechnungen unentbehrlich ist. Aus diesem letzteren Grunde heißt dieser Wert auch Effektivwert und wird seiner Begriffsbestimmung nach mit den Augenblickswerten einer Halbperiode in Beziehung gesetzt durch die Gleichung

$$J = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} i^2 dt} \quad \text{bzw.} \quad E = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} e^2 dt}.$$

Für sinusförmigen Verlauf wird  $J = \mathfrak{S}/\sqrt{2}$  und das Verhältnis  $\mathfrak{S}:J = \sqrt{2}$  heißt Scheitelfaktor, der für nicht sinusförmigen Verlauf je nach Form größere oder kleinere Werte annehmen kann und allgemein mit  $\sigma$  bezeichnet wird: also  $J = \mathfrak{S}:\sigma$ . Die Abweichung von der Sinuslinie wird auch gekennzeichnet durch das Verhältnis  $\frac{\text{quadratischer Mittelwert}}{\text{einfachen Mittelwert}}$ , es heißt Formfaktor  $f_i$  bzw.  $f_e$  oder  $f_{\mathfrak{S}}$ .

Für Sinuslinien ist

$$f_i = \mathfrak{S} \pi : \sqrt{2} \cdot 2 \mathfrak{S} = 1,111,$$

sonst ist  $f_i \leq 1,11$ .

(1299) Die Widerstandsarten. Die Werte von  $\mathfrak{S}$  bzw.  $\varphi$  sind nun bei einer gegebenen im Kreise wirksamen WEMK außer von dieser auch noch von den Verhältnissen des Leiterkreises selbst abhängig und diese lassen sich folgendermaßen kennzeichnen:

1. er besitzt einen elektrischen Widerstand, der durch Messung mit einem Gleichstrom  $J_g$  und der Gleichspannung  $U_g$  zu  $r_g = \frac{U_g}{J_g} \Omega$  ermittelt wird und darum Gleichwiderstand heißt;

2. er besitzt eine von seiner Bauart abhängige Induktivität  $L$  und demgemäß den induktiven Blindwiderstand  $\omega L = r_{bl} \Omega$ , früher induktive Reaktanz genannt;

3. er besitzt eine von seiner Bauart abhängige Kapazität  $C$  und demgemäß den kapazitiven Blindwiderstand  $-\frac{1}{\omega C} = -r_{bc} \Omega$ , früher kapazitive Reaktanz genannt;

4. drahtförmige Leiter zeigen bei Widerstandsmessungen mit Wechselstrom entsprechend dem Verfahren unter 1 einen größeren Widerstand als bei An-

wendung von Gleichstrom, infolge Stromverdrängung oder Hautwirkung; der auf diese Weise ermittelte Leitungswiderstand heißt Echtwiderstand  $r_E$ :

5. muß außer Stromwärmearbeit infolge des Gleich- bzw. Echtwiderstandes des Kreises noch Arbeit anderer Art, insbesondere für Hysterese und Wirbelströme in Eisen, geleistet werden, so heißt der aus der gesamten verbrauchten Leistung nach der Beziehung  $r_w = N:J^2$  ermittelte Widerstand unter dem Gesichtspunkte des Arbeitsverbrauchs: Wirkwiderstand  $r_w =$  (Gleich- bzw.) Echtwiderstand + Arbeitswiderstand;

6. Blindwiderstände und Wirkwiderstände geben zusammen den Scheinwiderstand  $r_s$ , früher Impedanz  $z$  genannt.

Alle sechs Widerstandsarten sind Vektoren, d. h. sind durch Größe und Richtung bestimmt und zwar haben die Wirkwiderstände unter sich stets dieselbe Richtung — nämlich gemäß Vereinbarung die der  $+y$ -Achse — desgleichen die Blindwiderstände, die aber, je nachdem es sich um induktive oder kapazitive handelt,  $+$  oder  $-$  sein können, die Richtung der  $x$ -Achse. Blind- und Wirkwiderstandsvektoren stehen also  $\perp$  aufeinander und ihre Summe, d. i. der resultierende Scheinwiderstand (oder Impedanz), wird durch geometrische Addition gefunden, Abb. 21:

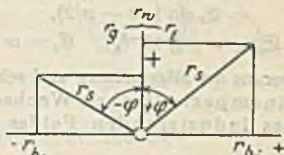


Abb. 21.

$$r_s = r_w + \rightarrow r_b = \sqrt{r_w^2 + r_b^2}.$$

(1300) Die Stromstärke im Wechselstromkreis. Darnach wird also die Stromstärke im Wechselstromkreis allgemein

$$\mathfrak{I} = \frac{\mathfrak{E}}{r_s} = \frac{\mathfrak{E}}{\sqrt{r_b^2 + r_w^2}}$$

bzw.  $J = \frac{E}{r_s}$  (Ohmsches Gesetz des Wechselstromkreises)

und  $\operatorname{tg} \varphi = r_b : r_w$  bzw.  $\cos \varphi = r_w : r_s$ ,

ferner  $r_w = r_s \cos \varphi$ ,  $r_b = r_s \sin \varphi$ .

In Sonderfällen wird sehr häufig der eine oder andere Widerstandswert  $\approx 0$ . So kann z. B. für Kupfer- und Aluminiumleitungen — nicht aber für eiserne Leitungen und für Wicklungen von Maschinen in Nuten —, solange der Querschnitt  $\geq 25 \text{ mm}^2$  und  $f \leq 50$  ist,  $r_E \approx r_g$  gesetzt werden. Ebenso kann in eisenfreien Stromkreisen bzw. Spulen mit nur wenig Windungen  $\omega L \approx 0$  gesetzt werden, insbesondere bei geringer Frequenz  $f \leq 100$ ; dies gibt die sog. induktionsfreien Kreise. In ähnlicher Weise kann man sehr oft die kapazitiven Eigenschaften eines Stromkreises vernachlässigen, wenn z. B. die Leitungsgebilde geringe Ausdehnung und dazu noch großen Abstand unter sich und von der Erde besitzen und  $f \geq 100$  ist. Dagegen wird sich im allgemeinen der Wirkwiderstand eisenhaltiger Kreise auch bei  $f \leq 50$  schon sehr stark vom Gleichwiderstand unterscheiden.

(1301) Reihenschaltung von Wirk- und induktiven Blindwiderständen. Nach

(1289) ist  $e_s = -L' \frac{di}{dt}$  und demnach für einen sinusförmigen Strom  $i = \mathfrak{I} \sin \omega t$

$$e_s = +\omega L' \mathfrak{I} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \mathfrak{E}_s \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

also  $\mathfrak{E}_s = \omega L' \mathfrak{I}$  bzw.  $E_s = \omega L' J$  Volt und die Spannung zur Überwindung des Wirk- und Blindwiderstandes

$$U = J r_w + \omega L' J = J \sqrt{r_w^2 + (\omega L')^2}.$$



Daraus folgt: der Vektor der Selbstinduktionsspannung eilt hinter dem feld-erzeugenden Stromvektor um  $90^\circ$  her. Dabei ist aber  $L'$  nur in eisenlosen Kreisen mit der oben (1289) definierten Induktivität  $L = \frac{4\pi w^2}{R} 10^{-9}$  H identisch; in eisenhaltigen Kreisen dagegen ist  $L' = L \cos^2 \delta$ , wo  $\delta$  den sogen. Verlustwinkel darstellt, nämlich den Winkel zwischen dem gesamten in einer Leitung fließenden Strom  $J$  und der Komponente von ihm, die praktisch allein magnetisierend wirkt und daher Magnetisierungsstrom  $J_\mu$  genannt wird, s. Abb. 22<sup>1)</sup>. Dieses  $J_\mu$  erzeugt das wirklich vorhandene Wechsel(strom)-feld mit dem Scheitelwert  $\mathfrak{F} = \frac{0,4\pi J_\mu w}{R}$  und damit die Wechselstrom-EMK

$$e_s = -w \frac{df}{dt} 10^{-8} = -w \frac{d(\mathfrak{F} \sin \omega t)}{dt} 10^{-8} = \omega w \mathfrak{F} 10^{-8} \sin(\omega t - \pi/2) = \mathfrak{E}_s \sin(\omega t - \pi/2),$$

$$\mathfrak{E}_s = \omega w \mathfrak{F} 10^{-8}, \quad \mathfrak{E}_s = \omega L J_\mu, \quad E_s = 4,44 f w \mathfrak{F} 10^{-8} = \omega L J_\mu \text{ Volt,}$$

woraus der allgemeinere und sehr wichtige Satz folgt: Der Vektor einer von einem periodischen Wechselfeld induzierten EMK eilt dem Vektor des induzierenden Feldes um  $90^\circ$  nach.

Jede der Seiten des schraffierten  $\triangle$  stellt eine Spannung und  $ng$  dar:  $OP = U = Jr_s$ ,  $OB = Jr_w$  (= Wirkspannung) und  $BP = Jr_b$  (= Blindspannung); denkt man sich jede der 3 Seiten durch  $J$  geteilt, so entsteht das „ähnliche“ Widerstandsdreieck mit den Seiten  $r_s$ ,  $r_b$  und  $r_w$ .

Wie die Spannung  $U$  kann auch der Strom  $J$  in 2 Komponenten zerlegt werden; man nennt dann die in Richtung der Spannung fallende Komponente den Wirkstrom  $J_w$ , die  $\perp$  auf der Spannung stehende den Blindstrom  $J_b$ . Eine andere Bedeutung hat die Zerlegung von  $J$  in eine Komponente der Rich-

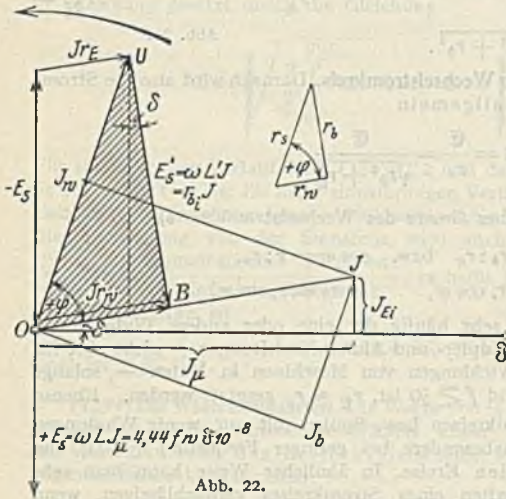


Abb. 22.

tung von  $E_s$  und  $\perp$  dazu. Die letztere stellt, wie gesagt, den Magnetisierungsstrom  $J_\mu$  dar, die erstere den Strom, der zusammen mit  $E_s$  die Arbeit leistet, die zur Deckung der Hysterisis- und Wirbelstromverluste im Eisen — und etwaiger anderer (auch etwa mechanischer) Leistungen — erforderlich ist, und im ersteren Falle auch Eisenverlustkomponente heißt.

Ist der Kreis eisenfrei, so wird der Verlustwinkel  $\delta = 0$  und damit der Wirkwiderstand = Echtwiderstand  $r_E$  bzw.  $\approx$  Gleichwiderstande  $r_g$ , ferner wird auch der Spannungsabfall in den Leitungen des Kreises nur  $Jr_g$ , d. h.  $< Jr_w$ . — In allen Fällen wirkt also die Induktivität derart, daß zum Durch-

<sup>1)</sup> In Abb. 22 sind die Vektoren den Effektivwerten gleich gemacht, statt den Scheitelwerten. Dies wird vielfach gemacht, weil das Bild sich ja ähnlich bleibt. Denn es ist  $\mathfrak{F} = \sqrt{2} J$ . Nur für Wechselfelder wird stets — auch in Formeln — der Scheitelwert benutzt.

treiben desselben Stromes, wie in einem Gleichstromkreise desselben Gleichwiderstands, eine wesentlich höhere Wechselstromspannung benötigt wird und der Strom in der Phase gegenüber der Spannung nach rückwärts verschoben wird um den  $\varphi$ , dessen Größe von der Induktivität und Frequenz sowie dem Wirkwiderstand des Kreises abhängt.

(1302) Reihenschaltung von Wirk-, Induktivitäts- und Kapazitätswiderständen. Um den Ladestrom in einem Kondensator, Abb. 23, hin- und herzutreiben, muß an diesem eine Ladespannung  $E_c$  wirken. Es war (1294)

$$dQ = C dE_c = i dt, \text{ also } i = C \frac{d e_c}{dt} \text{ und mit}$$

$$e_c = \mathcal{E}_c \sin \omega t \text{ folgt Ladestrom } i = \omega C \mathcal{E}_c \sin \left( \frac{\pi}{2} + \omega t \right),$$

d. h. der Ladespannung um  $90^\circ$  voreilend; ferner

$$J = \omega C E_c$$

$$\text{und } E_c = -\frac{1}{\omega C} J.$$

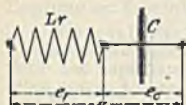


Abb. 23.

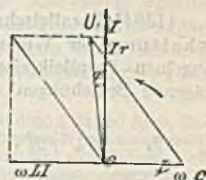


Abb. 24.

Das sich hieraus ergebende Vektordiagramm zeigt Abb. 24.

Darnach ist

$$U = J r \rightarrow \left( \omega L J - \frac{1}{\omega C} J \right) \text{ und } J = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{U}{r_i}.$$

Für den besonderen Fall, daß  $\omega L J = \frac{1}{\omega C} J$  wird, ist  $U = J r$  und  $\varphi = 0$ ,

d. h. der Kreis verhält sich wie ein solcher mit alleinigem Wirkwiderstand; dies ist der Fall der Resonanz, in dem also für eine gegebene Spannung der Strom am größten wird, weil sich induktiver und kapazitiver Blindwiderstand gegenseitig aufheben. Was bei gegebenem  $L$  und  $C$  für die Frequenz  $f = 1 : 2 \pi \sqrt{LC}$  eintritt.

Es sei z. B.  $U = 100$  V,  $L = 225 \cdot 10^{-5}$  H und  $C = 1,11 \cdot 10^{-9}$  F und  $r = 10 \Omega$ , dann wird für  $f = 500$  Hertz.

$$J = \frac{100}{\sqrt{10^2 + \left( 2\pi \cdot 500 \cdot 2,25 \cdot 10^{-5} - \frac{10^9}{2\pi \cdot 500 \cdot 1,11} \right)^2}} = 0,34 \text{ mA.}$$

Resonanz tritt ein für

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{2,25 \cdot 1,11 \cdot 10^{-14}}} = 10^5 \text{ Per./Sek.}$$

Dann wird  $J_{\max} = \frac{U}{r} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A} = 10000 \text{ mA}$ ; andererseits wird aber  $E_s = E_c = 2\pi \cdot 10^5 \cdot 2,25 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \approx 1414 \text{ V}$  und  $\mathcal{E}_s = \mathcal{E}_c = \sqrt{2} \cdot 1414 = 2000 \text{ V}$ .

Man erkennt daraus die ungeheure Steigerung des Stromes im Resonanzfall, gleichzeitig aber auch die nicht minder bedeutsame Spannungssteigerung am Kondensator bzw. der Induktionsspule, die leicht zu Durchschlägen führen kann, wenn nicht schon bei deren Konstruktion darauf Rücksicht genommen wurde.

(1303) Elektromagnetische Schwingungen. Im Resonanzfall tritt Pendeln ein zwischen der im elektrischen Feld des Kondensators aufgespeicherten Energie, und der, die in dem von der Induktionsspule geschaffenen magnetischen Felde liegt; dieses einmal durch die Spannung  $U$  angeregte Pendeln kann unter Umständen weiterbestehen auch ohne diese und von kräftigen Wechselströmen im Leiterkreise begleitet sein, ein Zustand, den man als elektromagnetische Schwingung bezeichnet, die also mit der Frequenz  $f = 1 : 2 \pi \sqrt{LC}$  erfolgt, deren Schwingungsdauer  $T = 1 : f = 2 \pi \sqrt{LC}$  ist und die bei entsprechen-



der Länge des Kreises mit der Wellenlänge  $\lambda = 3 \cdot 10^{10} \cdot T$  cm — d. i. in obigem Beispiel  $= 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}$  cm  $= 300$  m — vor sich geht. Für den Fall  $r = 0$  hört das Pendeln nie auf und der Wechselstrom behält stets denselben Scheitelwert — ungedämpfte Schwingungen —; ist aber  $r > 0$ , so wird jedesmal ein Teil der Schwingungsenergie in Wärme umgesetzt, geht damit für den Schwingungskreis verloren und die Strom-Scheitelwerte nehmen ab — gedämpfte Schwingungen —, so lange, bis die ganze im Verlaufe des Aufschaukelns durch die Spannungsquelle zugeführte Energie in Wärme verwandelt ist; die Schwingungen klingen ab.

(1304) Parallelschaltung von Widerständen. Für den Fall der Parallelschaltung der Widerstände sind zur Ermittlung der Stromstärken in den einzelnen Parallelkreisen deren Leitwerte einzuführen; für diese bestehen folgende Beziehungen

$$\frac{1}{r_s} = g_s = \sqrt{g_w^2 + g_b^2}, \text{ Scheinleitwert oder Admittanz}$$

$$g_w = \frac{r}{r_s^2}, \text{ Wirkleitwert oder Konduktanz, Abb. 25}$$

$$g_b = \mp \frac{r_b}{r_s^2}, \text{ Blindleitwert oder Suszeptanz und } \operatorname{tg} \varphi = \frac{g_b}{g_w}$$

in Siemens.

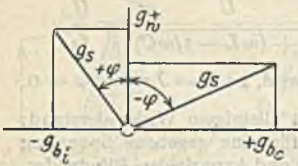


Abb. 25.

Auch die Kirchhoffschen Sätze behalten ihre Gültigkeit für Augenblickswerte. Für Effektivwerte von Strömen und Spannungen muß aber an Stelle der algebraischen Summe deren geometrische treten, d. h. die aus den Strom- und Spannungsvektoren  $J r_s$  und  $E$  gebildeten Vielecke müssen sich schließen.

Statt der zeichnerischen Darstellung durch Vektoren kann man sich auch der Regeln über das Rechnen mit komplexen Zahlen bedienen und z. B. schreiben

$$r_s = r_w \pm i r_b \quad \text{und} \quad g_s = g_w \mp i g_b, \text{ wo } i = \sqrt{-1} \text{ ist,}$$

weiter kann man schreiben:

$$r_s = r_s \cos \varphi \pm i r_s \sin \varphi = r_s e^{\pm i \varphi} \text{ bzw. } g_s = g_s \cos \varphi \mp i g_s \sin \varphi = g_s e^{\mp i \varphi}.$$

(1305) Die Leistung im Wechselstromkreis. Während einer Periode wird offenbar die Arbeit

$$A = \int_0^T i u dt = \int_0^T \Im \sin(\omega t \pm \varphi) \times \Re \sin \omega t dt$$

vollbracht und damit die (mittlere) Leistung

$$N = \frac{1}{T} A = \frac{\Im \Re}{2} \cos \varphi = J U \cos \varphi \text{ Watt.}$$

$J U$  heißt Scheinleistung  $N_s$ , gemessen in Voltampere,

$\cos \varphi$  heißt Leistungsfaktor =  $\frac{\text{(Wirk-)Leistung}}{\text{Schein-Leistung}}$ ,

$J U \sin \varphi$  heißt Blindleistung  $N_b$ , gemessen in Watt,

$\sin \varphi$  heißt Blindleistungsfaktor =  $\frac{\text{Blind-Leistung}}{\text{Schein-Leistung}}$ .

Die Phasenverschiebung verringert also die wirkliche Leistung eines Wechselstromapparates, während die Stromwärmeverluste dem Quadrat dieses Stromes  $J$ , und die magnetischen (Eisen-)Verluste fast dem Quadrate der induzierten Spannung  $U$ , bzw.  $U$  proportional bleiben, so daß also das Verhältnis  $\frac{\text{Verluste}}{\text{Leistung}}$  immer ungünstiger wird, je größer die Phasenverschiebung ist und damit auch die Ausnutzungsmöglichkeit eines solchen. Die Phasenverschiebung wird bestimmt durch den Blindwiderstand und positiv gewertet, d. h. Strom nacheilend, wenn dieser induktiver Natur ist, also wenn irgendwo im Kreise magnetische Wechselfelder erzeugt werden, andererseits negativ gewertet, d. h. Strom voreilend, wenn sich Kapazitäten darin befinden; nur im Falle der Resonanz wird  $\varphi = 0$  und damit der Leistungsfaktor  $= 1$  bzw. Leistung  $=$  Scheinleistung.

Beispiel: Ein Wechselinduktor gibt bei einer Spannung von 6000 Volt 200 Amp, dann ist seine größtmögliche Leistung, d. h. die Scheinleistung  $N = 1200000$  W, die einem induktions- und kapazitätsfreien Verbraucher zugeführt und von dem Erzeuger ohne Schaden abgeben werden können, wozu ihm — ohne den Anteil zur Deckung von Umsetzungsverlusten — 1200 kW mechan. Leistung zugeführt werden müssen. Hat aber der Verbraucher, weil er z. B. für seine Wirksamkeit magn. Wechselfelder benötigt — wie etwa Motoren usw. —, einen gewissen ihm eigentümlichen indukt. Blindwiderstand und darum eine Phasenverschiebung mit dem entsprechenden Leistungsfaktor etwa  $\cos \varphi = 0,6$ , so kann er nur

$$200 \times 6000 \times 0,6 = 720000 \text{ Watt}$$

aufnehmen, während alle Verluste dieselben bleiben und der Wechselstromerzeuger nebst Antriebsmaschine in demselben Verhältnis weniger ausgenutzt werden; dies gilt in noch höherem Maße auch von Zuleitungen. Man muß also stets nach einem guten Leistungsfaktor trachten.

Mit Bezug auf Abb. 22 kann man auch schreiben:

$$N_b = JU \sin \varphi = J_{\mu} E_s = 1/4 f \mathfrak{B}_{L_{\max}}^2 \partial F_L 10^{-7} \text{ Watt};$$

nach der letzteren Formel ist die Magnetisierungsarbeit zur Schaffung eines Wechselfeldes in dem Luftspalt  $\partial \cdot F_L$  eines magnet. Kreises bei der Frequenz  $f$  zu berechnen, die aber nicht mit den in (1306) zu besprechenden Eisenverlusten zu verwechseln ist, weil die letztere vielmehr eine Wirkleistung bedeuten.

(1306) Eisenverluste. Eine sehr wichtige Rolle spielt in allen Wechselstromapparaten der Arbeitsverlust für Ummagnetisierung des Eisens und die unzertrennbar damit verbundene Stromwärmearbeit der Wirbelströme im Eisen, die ja durch Unterteilung des Eisens in elektrisch isolierte Blechscheiben nur stark vermindert aber nicht aufgehoben werden kann. Die Hysteresisverluste folgen dem bereits oben angeführten Gesetze (1269)

$$N_{r_h} = 10^{-4} f \eta \mathfrak{B}_1^{1,6} V_{\text{edm}} \text{ Watt},$$

wo  $\eta$  für das technisch allein wichtige Dynamoblech etwa  $= 0,0015$  gesetzt werden kann.

Die Wirbelstromverluste müssen offenbar dem Gesetze

$$N_{v_w} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{e^2}{r} dt$$

folgen, worin  $r$  den elektrischen Widerstand des Eisenkörpers bezeichnet, berechnet nach Länge des mittleren Wirbelstromfadens und des mittleren Querschnitts längs dieses.  $N_{v_w}$  hängt also sehr wesentlich von der Form insbesondere der Dicke  $d$  in mm und dem Volumen des Eisenkörpers und natürlich von dem spezifischen Widerstande des Eisenmaterials ab. Diesen kann man dem gewöhnlichen Dynamoblech gegenüber durch Zusatz von Silizium von  $2 \div 4\%$  — schwach bzw. hochlegiertes Blech — erhöhen und zugleich die Hystereseverluste herabsetzen. Andererseits beeinträchtigt ein solcher Zusatz von Si die Magnetisierbarkeit



und die Festigkeit durch Vermehrung der Sprödigkeit, die auch die Bearbeitung erschwert; legiertes Blech wird daher nur für ruhende Magnetgestelle von rechteckiger Form (Umspannergestelle) verwendet. Die allgemeine obige Formel läßt sich für Körper aus Blechen auf die Form bringen:

$$N_{v_w} = \sigma_w \left( \Delta \frac{f}{100} \frac{\mathfrak{B}}{1000} \right)^2 V_{\text{cdm}} \text{ Watt,}$$

wo  $\sigma_w$  für gewöhnliches Blech etwa den Wert 2, für legiertes Blech von 1,5 ÷ 1,0 hat.

Da aber das Steinmetzsche Gesetz und auch die Formel für  $N_{v_w}$  nur annäherungsweise gilt und beide Verlustarten stets zusammen auftreten, so faßt man beide Verluste zusammen und kennzeichnet die Güte einer Eisensorte und -form durch die Verlustziffer  $V$ , die die aus Versuchen gefundene gesamte Eisenarbeit

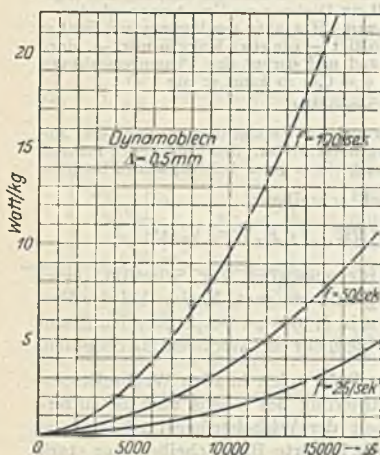


Abb. 26.

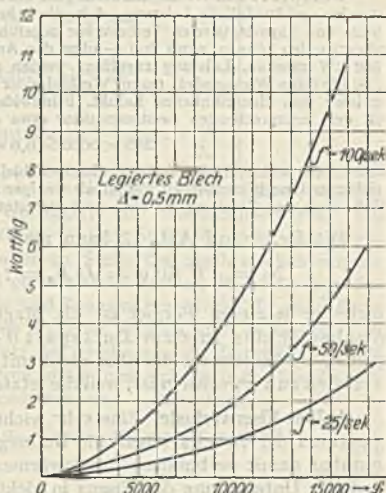


Abb. 27.

für 1 kg gemessen in Watt für 50 Hertz angibt. Die Werte von  $\mathfrak{B}$ , für die diese Zahlen gelten, werden als Index von  $V$  angegeben, in der Weise, daß  $V_{15}$  bedeutet für Werte von  $\mathfrak{B} = \pm 15000$ . Am besten erfolgt die Darstellung in Form von Kurven, Abb. 26 u. 27. Da Eisenverluste stets auftreten, sobald Eisen in ein Wechselfeld tritt, in den meisten Apparaten aber das Eisen zugleich der Träger einer Wicklung ist, in der von dem Wechselfeld eine Spannung induziert wird, so sind die Eisenverluste bei allen Induktorapparaten bereits an das Vorhandensein einer Spannung geknüpft, auch wenn nur ein geringer blinder Magnetisierungsstrom in der Wicklung fließt, d. i. im Leerlauf. Die Eisenverluste sind daher in Induktoren stets ein sehr wesentlicher Teil der Leerlaufverluste und können z. B. in Umspannern einander geradezu gleichgesetzt werden.

Mit Bezug auf das Diagramm, Abb. 22, kann man auch schreiben

$$\text{Eisenverlustleistung } N_{Ei} = E_s J_{Ei} \text{ und } \text{tg } \delta = \frac{J_{Ei}}{J_{\mu}}$$

(1307) Die Erzeugung von Mehrphasenwechselströmen. Dreht man  $m$  gleiche Spulen eines Ankers, die gegeneinander räumlich um den Winkel  $\frac{360^\circ}{m}$  versetzt

sind, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit durch ein konstantes, homogenes, 2-poliges Magnetfeld, so wird in jeder einzelnen Spule eine periodische Wechselstrom-EMK bzw. ein Wechselstrom erzeugt. Die Augenblickswerte sind in jeder Spule verschieden, werden aber in den einzelnen Spulen der Reihe nach erreicht mit einer zeitlichen Verschiebung, die sich zur räumlichen Versetzung



Abb. 28.

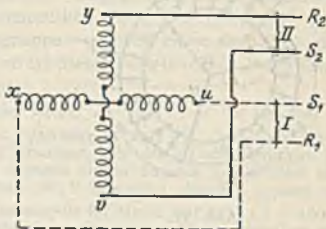


Abb. 29.

verhält wie die Dauer 1 Periode zu  $2\pi$ ; gemeinsam ist allen die Periodenzahl und der Scheitelwert, und solche Spulen bilden daher insgesamt ein Mehrphasenwechselstromsystem, dessen einzelne Spannungs- bzw. Stromabläufe zeitlich-, d. h. phasenverschoben sind. Am wichtigsten ist das 2- und 3-Phasen-

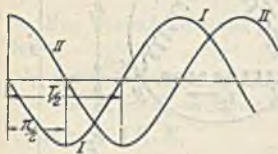


Abb. 30.



Abb. 31.

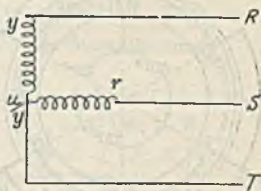


Abb. 32.

system, beim ersteren sind 4 Spulen um je  $90^\circ$ , beim letzteren 3 Spulen um je  $120^\circ$  versetzt.

(1308) Zweiphasensystem. Die schematische Darstellung eines zweiphasigen Ankers zeigt Abb. 28, der Schaltung Abb. 29, das Diagramm der Spannungen

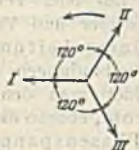


Abb. 33.



Abb. 34.

bzw. Ströme Abb. 30, das der Vektoren Abb. 31. Verbindet man die beiden Spulen an je einem Ende miteinander, so genügen 3 Drähte zur Fortleitung der Ströme; in diesem verketteten Zweige ist dann der Strom  $= \sqrt{2}J$ , Abb. 32.

(1309) Dreiphasensystem. Abb. 33 gibt das Vektorbild und Abb. 34 das Zeitkurvenbild; aus letzterem erkennt man, daß in jedem Augenblick die Summe aller Ströme (bzw. Spannungen) gleich Null ist, was aber auch das Vektorbild lehrt, indem das Summenbild aller 3 Vektoren ein gleichseitiges  $\Delta$  ergibt, also



die Resultante in jedem Augenblick = 0 ist. Man kann daher die Rückleitungen sparen, wenn man die 3 Zuleitungen so durch die Spulen des Ankers und durch die Verbraucher miteinander verbindet, daß jederzeit der zufließende Strom eine Rückleitung findet, was man kurzweg verketteten nennt. Es gibt dafür 2 Mög-

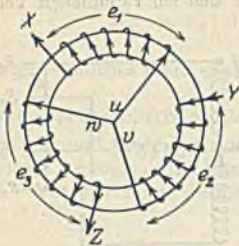


Abb. 35.

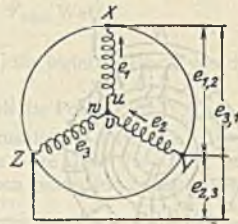


Abb. 36.

lichkeiten, entweder schaltet man nach der Abb. 35 und 36 in Stern, oder nach Abb. 37 und 38 in Dreieck. Man kann aber auch z. B. den Erzeuger in Dreieck und den Verbraucher in Stern schalten oder umgekehrt. Abb. 35 gilt für eine

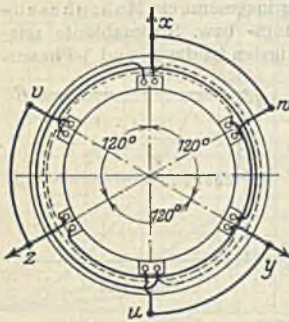


Abb. 37.

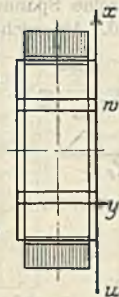


Abb. 38.

Ring-, Abb. 37 für eine Trommelwicklung, wie gebräuchlich im Innern eines Hohlzylinders angeordnet, s. a. Abb. 72, (1354).

Man nennt die 3 Zu- oder Verbindungsleitungen zwischen Erzeuger und Verbraucher die Außen- oder Linien-Leitungen, die 3 Dreiecks- oder Sternverbindungen die Phasen; daher unterscheidet man den Linienstrom vom Phasenstrom, ebenso die Linienspannung von der Phasenspannung; der gemeinsame Verkettungspunkt der Sternschaltung heißt Stern- oder Null- oder neutraler Punkt.

Bei der Sternschaltung setzt sich nach Abb. 36 im Erzeuger die Spannung je zweier Phasen zur Linienspannung zusammen bzw. verteilt sich im Verbraucher die Linienspannung auf

2 Phasen, und zwar so, daß in jedem Augenblick z. B.  $e_{1,2} = e_1 - e_2$  ist, was sich im Vektorbild nach Abb. 39 darstellt. Es ist dann  $E_{1,2} = E_{2,3} = E_{3,1} = \sqrt{3} E$  und  $\sphericalangle (E_1, E_{1,2}) = 30^\circ$ ; also Linienspannung =  $\sqrt{3}$  Phasenspannung bzw.  $E = 0,578 E_{1,2}$ .

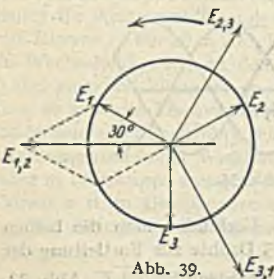


Abb. 39.

Dagegen ist stets Phasenstrom gleich Liniensstrom und umgekehrt.

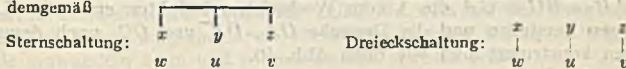
Bei der Dreieckschaltung setzt sich im Erzeuger der Strom je zweier Phasen zum Liniensstrom zusammen bzw. dieser verteilt sich im Verbraucher auf 2 Phasen, und zwar, daß nach Abb. 38 gilt

$$i_{1,2} = i_2 - i_1 \quad \text{bzw.} \quad J_{1,2} = J_1 \rightarrow J_2 = \sqrt{3} J, \quad \angle (J_2/J_{1,2}) = 30^\circ,$$

also Liniensstrom  $= \sqrt{3}$  Phasenstrom. Dagegen ist stets Phasenspannung  $=$  Linienspannung. Werden die Sternpunkte eines Erzeugers und eines Verbrauchers — bzw. einer Verbrauchergruppe — durch einen sog. Null- oder neutralen Leiter miteinander verbunden, so ist dieser bei gleicher Belastung aller 3 Phasen stromlos, anderenfalls nicht.

Beispiel: Die Linienspannung eines Netzes sei 380 V, so ist für eine in Stern geschaltete Gruppe von Glühlampen deren Spannung  $= 380 : \sqrt{3} = 220$  V zwischen einem Außen- und dem gemeinsamen Nulleiter; brauchen jede der 3 Lampengruppen 100 A, so ist auch der Liniensstrom 100 A. Wird dagegen ein in Dreieck geschalteter Motor angeschlossen, so hat er für 1 Phase ebenfalls 380 V Spannung, dagegen kommt bei einem Liniensstrom von 173 A auf die einzelne Phasenspule im Motor nur  $173 : \sqrt{3} = 100$  A. —

Um einen Verbraucher oder Generator rasch von Dreieck auf Stern umschalten zu können, ordnet man die 6 Klemmen der Spulenanfänge bzw. -enden räumlich wie folgt an und verbindet demgemäß



### (1310) Leistung eines Dreiphasensystems bei gleichbelasteten Phasen.

$$N = J_1 E_1 \cos \angle (J_1, E_1) + J_2 E_2 \cos \angle (J_2, E_2) + J_3 E_3 \cos \angle (J_3, E_3) = 3 J_1 E_1 \cos \varphi \text{ Watt.}$$

Für Dreieckschaltung

für Sternschaltung

ist

$$J_{1,2} = \sqrt{3} J_1 = J$$

Liniensstrom

$$J_{1,2} = J_1 = J_2 = J_3 = J$$

$$= E_1 = E_2 = E_3 = E \text{ Linienspannung}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{3} E_1 = E$$

$$\varphi = \angle (J_1, E_1)$$

Phasenverschiebung

$$\varphi = \angle (J_1, E_1),$$

d. h.  $\angle$  zwischen Phasenstrom und Phasenspannung,

damit

$$N = \sqrt{3} J E \cos \varphi$$

Leistung

$$= \sqrt{3} J E \cos \varphi \text{ Watt.}$$

### (1311) Leistung bei ungleich belasteten Phasen ohne Nulleiter.

Es ist z. B. für Sternschaltung mit Bezug auf Abb. 35 die Arbeit aller 3 Phasen während der Zeit  $dt$

$$dA = (i_1 e_1 + i_2 e_2 + i_3 e_3) dt,$$

da ferner  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  wegen Fehlens des Nulleiters, folgt

$$N_{\text{ang}} = \frac{dA}{dt}$$

$$= i_1 (e_1 - e_2) - i_3 (e_3 - e_2)$$

$$= i_1 e_{1,2} - i_3 e_{2,3} \dots$$

Die Gesamtleistung läßt sich also darstellen als algebraische Summe zweier Wechselstromleistungen aus je einem Liniensstrom und der zugehörigen verketteten Spannung

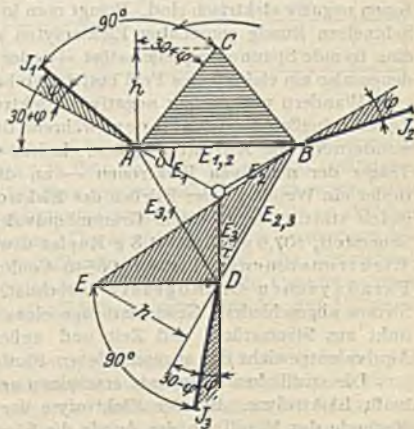


Abb. 40.



und — für Effektivwerte — des  $\cos$  des entsprechenden Phasenverschiebungswinkels. Diese Winkel sind nach Abb. 40

$$\text{zwischen } J_1 \text{ und } E_{1,2} \quad \delta + \varphi,$$

$$\text{zwischen } J_3 \text{ und } E_{2,3} \quad \tau - \varphi.$$

Damit wird in Effektivwerten

$$\begin{aligned} N &= J_1 E_{1,2} \cos(\delta + \varphi) + J_3 E_{2,3} \cos(\tau - \varphi) = \\ &= 2 \text{ Fläche } \triangle (ABC + DBE). \end{aligned}$$

Für den Sonderfall **gleichbelasteter Phasen** wird nach Abb. 40  $\delta = \tau = 30^\circ$ . Diese  $\triangle$ -Flächen sind aber abhängig vom  $\angle \varphi$  und deren Wert ändert sich also mit  $\varphi$  (s. auch Nr. 1253).

**Leistung bei ungleich belasteten Phasen mit Nulleiter.** Der obige Flächensatz läßt sich verallgemeinern. Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} N &= J_1 E_1 \cos \varphi_1 + J_2 E_2 \cos \varphi_2 + J_3 E_3 \cos \varphi_3 = \\ &= 2 \text{ Fläche } \triangle (AOD + BOE + COF), \end{aligned}$$

wobei  $AB = BC = CA$  die 3 vom Wechselstrominduktor erzeugten Linienspannungen darstellen und die Dreiecke  $OA$ ,  $OB$  und  $OC$  nach demselben Verfahren konstruiert sind wie oben Abb. 40.

## Die Leitung durch Konvektion.

(1312) **Begriff der Konvektion.** Außer durch Bewegung der Elektronen allein, kann ein Ausgleich auch noch dadurch herbeigeführt werden, daß sich die Elektronen an stoffliche Teilchen hängen und diese mitschleppen, welchen Vorgang man als Konvektion bezeichnet, während die mit Elektronen beladenen Atome Ionen heißen. Die Ionen finden sich sowohl in Flüssigkeiten — Elektrolyten — als auch in Gasen bzw. Dämpfen.

## Leitung im Elektrolyten.

(1313) **Elektrolyse.** Vornehmlich Wasser hat die Eigenschaft, die aufgelösten Stoffe innerhalb des Molekularverbandes zu spalten (dissoziieren) in Ionen und elektronenfreie Atomgruppen, die also + geladen erscheinen, während die Ionen negativ elektrisch sind. Bringt man in einen solchen wässrigen oder durch Schmelzen flüssig gemachten Elektrolyten zwei Leiter (Elektroden), die durch eine fremde Spannungsquelle selbst + oder negativ geladen sind und zwischen denen also ein elektrisches Feld besteht, so bringt dieses die beiden Atomgruppen zum Wandern und die zur negativen Elektrode — der Kathode — wandernden Teilchen heißen dann Kationen, während die zur + Elektrode — der Anode — wandernden die Anionen heißen. Indem die Anionen — als die eigentlichen Träger der negativen Elektronen — an die Anode ihre Elektronen abgeben, findet ein Wandern oder Fließen der Elektronen und zugleich der erstrebte Ausgleich statt. Die in einem Grammäquivalent (d. h. z. B. 1 g Wasserstoff, 8 g Sauerstoff, 107,9 g Silber, 31,8 g Kupfer usw.) auf diese Weise mitgeschleppte Elektronenmenge beträgt 96540 Coulomb, welche Zahl sich aus dem Faradayschen Grundgesetz berechnet, das lautet: Die vom elektrischen Strome abgeschiedene Gewichtsmenge eines und desselben Stoffes ist dem Produkt aus Stromstärke und Zeit und außerdem für verschiedene Stoffe dem Äquivalentgewicht der abgeschiedenen Stoffe proportional.

Die stofflichen Atomreste erscheinen an beiden Elektroden; dieser Vorgang heißt Elektrolyse. Bei der Elektrolyse der Schwermetalle erscheint an der Kathode das Metall, an der Anode die Säure (Anwendung: galvanische Metallüberzüge, Galvanoplastik, elektrolytische Darstellung von Reinformen, z. B.

Kupfer). Die Salze der Alkalimetalle geben an der Kathode das Alkalihydrat oder die Base, an der Anode die Säure. Verdünnte Sauerstoffsäuren, z. B. Schwefelsäure geben an der Kathode Wasserstoff (2 Vol.), an der Anode Sauerstoff (1 Vol.), d. h. sie verhalten sich so, als ob nur das Wasser zersetzt würde. Die Vorgänge werden meist dadurch, daß die abgeschiedenen Substanzen chemisch auf die Lösung einwirken, sehr verwickelt (sekundäre Wirkungen). Dazu kann man z. B. auch die Erscheinung rechnen, daß bei Verwendung von Aluminium-Anoden in verdünnter Schwefelsäure der an der Anode auftretende Sauerstoff sich mit dem Aluminium verbindet, eine isolierende Schicht aus Aluminiumsuperoxyd darüber bildet und so schließlich jeden weiteren Stromdurchgang verhindert (Ventilwirkung). — Andererseits kann der vielfach an der Kathode auftretende Wasserstoff chemisch derartig auf sie einwirken, daß zwischen der so veränderten Elektrode und der ursprünglichen Anode eine Gegen-EMK entsteht — Polarisation. — Dieser in galvanischen Elementen störenden Wasserstoffpolarisation tritt man durch sauerstoffabgebende Depolarisatoren entgegen (Braunstein im Leclanché-Element usw.). Von besonderer Bedeutung ist die Polarisation von Bleielektroden, bei denen unter gewissen Bedingungen die Polarisation so weit getrieben werden kann, daß eine solche aus 2 Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure bestehende Zelle, die während der Polarisation an beiden Elektroden aufgespeicherte chemische Energie wieder in elektrische Energie umwandeln kann und so eine Sammlerzelle bildet.

**(1314) Bleisammler.** Durch entsprechende Behandlung und Formgebung der Bleiplatten (Formierung, Großoberfläche- und Masseplatten) kann man erhebliche elektrische Energiemengen durch Laden in potentielle chemische Energie überführen und durch Entladen wieder in elektrische Energie verwandeln, also scheinbar Elektrizität aufspeichern (Akkumulatoren). Die beim Entladen abgegebene Elektrizitätsmenge in Amperestunden heißt die Kapazität einer Zelle; sie kann bis zu 95% der hineingeladenen Elektrizitätsmenge betragen (elektrochemischer Wirkungsgrad). Verhalten beim Laden: Die Spannung steigt von ca. 2,1 Volt zu Beginn allmählich an bis ca. 2,35 Volt, dann rascher auf 2,7–2,75 Volt. Gleichzeitig steigt die Dichte der verdünnten Schwefelsäure vom spezifischen Gewicht 1,18 bis auf 1,21 — die Werte schwanken je nach Herkunft und Plattenart. Bei 2,35 Volt sieht man Gasblasen aufsteigen, die gegen Ende der Ladezeit immer häufiger werden und schließlich, wenn keine elektrochemische Umsetzung mehr stattfinden kann wegen Mangels an aktivem Material, in eine Art „Kochen“ ausarten. Die so entweichenden Gasmengen bedeuten natürlich Energieverluste, weshalb zu empfehlen ist, die Ladestromstärke — ihre höchst zulässige Größe gibt der Fabrikant für jede Type an — nach Eintritt lebhafter Gasentwicklung allmählich zu verringern bis auf  $\frac{1}{3}$  gegen Ende, Abb. 41.



Abb. 41.

Verhalten beim Entladen: Die Spannung der offenen Zelle beträgt ca. 2,1 Volt; bei Entnahme des zulässigen Entladestromes, der gleichfalls durch die Type bedingt ist, sinkt sie sofort auf 1,98 und dann langsam bis 1,9 und zuletzt wieder rascher bis etwa 1,83–1,80. Weiter darf die Zelle nicht entladen werden. Auch die Säuredichte sinkt wieder und zwar nahezu proportional der



entnommenen Elektrizitätsmenge, die also umgekehrt aus dem spezifischen Gewicht errechnet werden kann und so — namentlich bei langsamer Entladung — einen Anhalt über den Ladezustand der Zelle gibt. Je langsamer entladen wird, um so besser wird der chemische Wirkungsgrad und damit auch die Kapazität. Man unterscheidet Zellen für rasche — d. i. mindestens 1stündige — und für langsame — d. i. mindestens 3stündige — Entladezeit, die aber stets länger sein kann, was der Lebensdauer und dem Wirkungsgrade zugute kommt. Eine entladene Zelle muß baldigst wieder aufgeladen werden, sonst überziehen sich die Bleiplatten mit dem fast nichtleitenden Bleisulfat und der Sammler ist rettungslos zerstört.

Eine Zelle besteht aus mehreren unter sich je parallel geschalteten  $+$ - und  $-$ -Platten, wobei stets eine negative Platte mehr angewandt wird, damit die  $+$ -Platten sich so weniger leicht verziehen. Damit durch dieses im Laufe längerer Zeit — namentlich infolge von zu großer Stromentnahme — unvermeidliche Krümmen nicht zum Kurzschluß mit einer der ziemlich nahe daneben befindlichen negativen Platte führt, werden beide Platten am besten durch besonders präparierte Brettchen aus dünnem Eichenholz getrennt gehalten. In kleinen Zellen werden die Platten in Glasgefäßen aufgehängt, die vielfach durch solche aus Zelluloid oder auch Hartgummi ersetzt werden; große feststehende Zellen werden aus Holz mit Bleiverschlag ausgeführt. Zwecks guter Isolation der Zellen von der Erde werden sie auf Sonderporzellanrollen gesetzt und womöglich auch nochmal das ganze Gerüst.

Durch die Zahl der Platten für 1 Zelle und deren Fläche läßt sich für die jeweiligen Zwecke stets eine geeignete Type vom Fabrikanten zusammenstellen.

Bei der geringen Spannung müssen für technische Zwecke stets mehrere Zellen hintereinandergeschaltet werden, z. B. bis zu 60 Stück bei 110 Volt usw., wodurch die sog. Sammlerbatterien entstehen. Die Verbindung der einzelnen gleichnamigen Platten sowohl wie die ganzer Zellen erfolgt durch Bleistreifen, die durch Lötung in der Wasserstoffflamme gegenseitig verschmolzen werden. Wegen der Entwicklung von Knallgas müssen solche Sammlerzellenräume gut lüftbar sein und darf die Beleuchtung nur mittelst Glühlampen erfolgen, die noch eine besondere Schutzglocke besitzen müssen. Die Bleisammler sind für ruhende Batterien auch heute noch die besten Speicherapparate, namentlich bei sorgfältiger Wartung.

**(1315) Eisen-Nickel-Sammler.** Wegen seiner größeren Leichtigkeit und der Unempfindlichkeit gegen Stöße wendet man für transportable Batterien jetzt vielfach den basischen Nickel-Eisen-Akkumulator (Jungener-Edison) an, dessen wirksame Massen am positiven Pol aus Nickeloxyd, am negativen im wesentlichen aus feinzerteiltem Eisen bestehen; als Flüssigkeit dient Kalilauge. Die wirksamen Massen werden unter starkem Druck in Taschen aus vernickeltem siebartigem Stahlblech eingepreßt und letztere dann in Rahmen aus vernickeltem Stahl eingedrückt. Auch die vollständig geschlossenen Gefäße bestehen aus vernickeltem Stahlblech. Beim Laden steigt die Spannung von 1,6 bis 1,8 Volt, während sie beim Entladen von 1,3 bis 1,1 sinkt und im Mittel 1,23 Volt beträgt. Der Edison-Akkumulator liefert von der hineingeladenen Elektrizitätsmenge weniger zurück, als der Bleiakкумуляtor; besonders ungünstig verhält er sich hinsichtlich der zurückgelieferten Leistung, von der nicht ganz 50% wiedergewonnen werden. Dagegen ist er sehr unempfindlich gegen Laden und Entladen mit zu starkem Strom und gegen Stehenlassen in unbenutztem Zustand.

## Leitung in Gasen.

**(1316) Begriff und technische Anwendung.** Die metallische und die Flüssigkeits-Leitung haben miteinander das gemeinsam, daß sich die Elektronen durch das dichte Gefüge fester bzw. flüssiger Stoffe nur mühsam und langsam

( $\ll 1$  cm/sek.) hindurchbewegen und daß eben infolge des großen Widerstandes unter dem dauernden Antriebe der Spannung keine beschleunigte, sondern eine Bewegung konstanter Geschwindigkeit der Ionen bzw. Elektronen zustande kommt. Anders verhalten sich verdünnte Gase und Dämpfe, deren relativ großer Abstand von Molekül zu Molekül den Elektronen freie Bahn zu beschleunigter Bewegung läßt, so daß diese Geschwindigkeiten annehmen können bis zur Größenordnung der des Lichtes. Die Elektronen treten bei sehr starker Verdünnung an der Kathode als sog. Kathodenstrahlen aus, die dann gleich einem elektrischen Strom im magnetischen bzw. elektrischen Felde nach bekannten Regeln abgelenkt werden (Braunsche Röhre). Treffen sie auf eine Metallfläche (Antikathode) auf, so erzeugen sie die Röntgenstrahlen. In mäßig verdünnten Gasen und Dämpfen beladen sich aber die Elektronen mit Stoffteilchen und bilden die Molionen, die sich infolge ihrer sehr viel größeren Masse auch sehr viel langsamer bewegen (etwa 100 m/sek.); es ist also auch hier Konvektion vorhanden.

Die Aufrechterhaltung eines dauernden Ausgleiches in Gasen und Dämpfen ist außer an eine genügend hohe Spannung an die Bedingung einer sehr starken Erwärmung der Kathode an der eigentlichen Ausstrahlungsstelle gebunden, während die Anode nur ca. 600–700° warm wird und deshalb aus Eisen bestehen kann.

Wird als Kathode Quecksilber benutzt, so wird dieses an der Ausbruchsstelle der an Quecksilbermolekülen haftenden Elektronen, dem Kathodenfleck, hoch erhitzt und stark leuchtend (Quecksilberdampf Lampe, auch Quarzlampe oder Höhen Sonne genannt). Es ist aber dann nicht möglich, bei diesem Zustand einen Strom in der anderen Richtung durch eine solche mit verdünntem Quecksilberdampf gefüllte Röhre zu senden, daher rührt die Ventil- bzw. Gleichrichterwirkung des Quecksilberlichtbogens. Denn von einem dem Gleichstrom überlagerten Wechselstrom könnten offenbar nur die mit dem Gleichstrom gleichsinnigen Halbwellen einen Durchgang finden, während die entgegengesetzten Halbwellen abgedrosselt werden, worauf die Wirkungsweise und technische Verwendung des Quecksilberdampfgleichrichters beruht, s. (1413).

In nicht verdünnten Gasen geschieht der Ausgleich meist in Form eines Funkens und zwar dann, wenn durch die verhältnismäßig gut leitende Funkenbahn der Ausgleich — der dann übrigens meist ein oszillierender ist — so rasch vorstatten geht, daß die wirksamen EMKe nicht genug Elektronen herbeischaffen können, um einen dauernden Strom zu unterhalten. Der Ausgleich hört auf, um erst dann wieder einzusetzen, wenn unter fortgesetzter Verschiebungsarbeit der EMK der Spannungsgradient zwischen den beiden Elektroden einen solchen Wert erreicht hat, daß die Gasstrecke durchbrochen wird.

## Technische Meßgeräte.

### Strommesser oder Amperemeter.

(1317) **Hitzdrahtgeräte.** Die Einrichtung eines Hartmann und Braunschen Strommessers ist in Abb. 42 schematisch dargestellt. Dem aus Platiniridium hergestellten Hitzdraht  $P$  fließt der zu messende Strom — bzw. meist nur ein kleiner Teil davon — zu und die durch dessen Widerstand bedingte Erwärmung und Ausdehnung wird durch geschickte Anwendung eines doppelten Kniehebels in vergrößertem Maße auf den Zeiger  $Z$  übertragen. Der Ausschlag  $\alpha$  dieses ist offenbar von  $J$  abhängig, und zwar so, daß  $\alpha = CJ^2$  und  $C$  eine Konstruktionskonstante des Gerätes ist, die durch Vergleichung mit einem Normalgerät bzw. durch Eichung mit dem Silbervoltmeter festgestellt wird. Infolge der quadratischen Beziehung zu  $J$  ist  $\alpha$  unabhängig von der Stromrichtung



und deshalb ist das Hitzdrahtamperemeter auch für Wechselstrommessungen zu gebrauchen, eine Überlegung, die auch für alle sonstigen Meßgeräte mit diesem Zusammenhang zwischen  $J$  und  $\alpha$  gilt. Temperaturänderungen bringen Nullpunktverschiebungen hervor, diese können aber durch verschiedene technische Kunstgriffe fast zum Verschwinden gebracht werden.

(1318) Die Weicheisen- oder elektromagnetischen Geräte. Diese beruhen wie alle folgenden auf den magnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes, indem ein möglichst kleines Stück weichen Eisens — um Fehler durch Hysteresis und Wirbelströme möglichst auszuschließen — in eine Magnetspule hineingezogen und dessen Bewegung in geeigneter Weise auf einen Zeiger übertragen wird. Als Gegenkraft wirkt ein Gewicht oder besser eine Feder, weil dann die Lage des Gerätes eine beliebige sein kann. Da nach (1270) die Zugkraft  $P = C J^2$  ist, so muß offenbar auch sein  $\alpha = C J^2$ ; diese Geräte sind also auch für Wechselströme brauchbar, allerdings geringe Abhängigkeit auch von Kurvenform und Frequenz, deshalb nur in besonderen Ausführungen für Gleich- und Wechselstrom ohne beachtlichen Fehler brauchbar; billig in der Herstellung, aber von außen durch magnetische Felder — etwa von starken Strömen in der Nähe befindlicher Leiter herrührend — beeinflussbar.

(1319) Drehspulgeräte. Benutzen die zwischen Dauerstahlmagneten und Solenoiden auftretenden mechanischen Kräfte zur Verdrehung eines durch Feder-

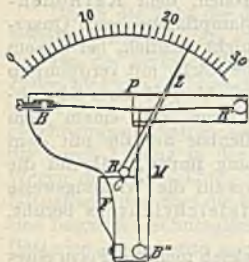


Abb. 42.

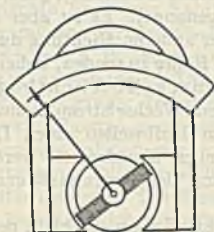


Abb. 43.

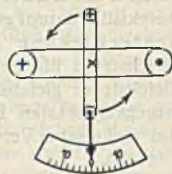


Abb. 44.

kraft gehemmten Zeigers. Bei den alten, nur physikalischen Zwecken dienenden Nadelgalvanometern stand das Solenoid fest und die Magnetnadel war gleichzeitig Zeiger. Bei den technischen Galvanometern nach Deprez steht der hufeisenförmige Dauermagnet still, während sich das als eisenlose Flachspule ausgeführte Solenoid zwischen dessen Polen dreht, Abb. 43. Bei diesen Geräten ist  $\alpha = C J$  also abhängig von der Stromrichtung und deshalb nur für Gleichstrommessungen geeignet (für zweierlei Stromrichtungen kommt der Nullpunkt auf die Mitte der Skala zu liegen). Wird die Drehspule recht leicht gemacht und sorgfältig gelagert, so ist diese Type für Präzisionsmessungen geeignet, freilich auch teurer als die Weicheisengeräte. Da zur direkten Messung nur für kleine Ströme (mA) geeignet, stets in Verbindung mit Nebenschluß (s. unten Nr. 1323).

(1320) Elektrodynamische Geräte — Dynamometer — sind ebenfalls Drehspulgeräte, bei denen jedoch der Stahlmagnet durch ein Solenoid ersetzt ist. Es ist daher, da derselbe Strom durch beide Spulen geht,  $\alpha = C J^2$ , Abb. 44. Für Gleich- und Wechselstrom geeignet, in praxi jedoch nur für Wechselstrommessungen in Anwendung, aber Eichung mit Gleichstrom. Wegen des höheren Drehmomentes neuerdings auch mit Eisen in der Festspule ausgeführt, wodurch auch die störende Beeinflussung durch fremde magnetische Felder verringert wird.

(1321) Drehfeld- (Ferraris-) Geräte sind kleine Drehfeldmotoren und daher nur für Wechselstrom geeignet mit der Beziehung  $\alpha = C J^2$ . Das Drehfeld (1385)

wird durch eine Kunstphase hervorgebracht, den Kurzschlußanker bildet eine Aluminiumtrommel mit Zeiger, Abb. 45. Infolge großen Drehmomentes sehr genau zeigend und wenig durch äußere Felder beeinflussbar. Wegen des großen Eisenvolumens stark von Frequenz, Kurvenform und auch Temperatur abhängig und daher nur gemäß Eichung zu benutzen.

(1322) **Dämpfungseinrichtungen.** Alle vor genannten Typen bedürfen einer Dämpfungseinrichtung, um die Zeiger rasch zur Ruhe zu bringen, da sie sonst zum starken Pendeln neigen. Die Dämpfungseinrichtung ist teils mechanischer Natur — Kolben, der sich in einer eng anschließenden Röhre oder Kapsel bewegt, d. i. die sog. Luftdämpfung —, teils elektromagnetischer — Wirbelstrombremse als Aluminiumscheibe zwischen den Polen eines Dauereisenmagneten.

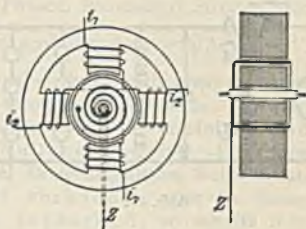


Abb. 45.

(1323) **Nebenschlüsse.** Da die Hitzdraht- und die Drehspulgeräte nur für Ströme  $i$  von einigen Milliampere gebaut werden, so muß durch einen Nebenschluß eine Teilung des zu messenden Stromes herbeigeführt werden in der Weise, daß der größte Teil des Stromes über den Nebenschluß — d. i. ein zum Hitzdraht bzw. zur Drehspule parallel geschalteter verhältnismäßig kleiner Widerstand — hinwegfließt und nur etwa 100 bis 200 mA durch das eigentliche messende System gehen. Ist der Widerstand des Nebenschlusses  $\frac{1}{n}$  desjenigen des

Hitzdrahts bzw. der Drehspule, so ist der durch beide fließende, also der zu messende Strom  $J = (n + 1) i$ , welche Gleichung besagt, daß trotz der kleinen Meßströme  $i$  doch beliebig große Leitungsströme mit diesen beiden Typen gemessen werden können, wovon man insbesondere bei den Drehspulengeräten ausgedehnten Gebrauch macht, da obige Beziehung ja streng nur für Gleichstrom gilt (Wechselströme verteilen sich nach Maßgabe der Scheinwiderstände!).

(1324) **Effektivwerte.** Alle für Wechselstrom wirksamen Strommesser haben einen dem  $J^2$  proportionalen Ausschlag und geben daher nur einen Mittelwert an, der dem Quadrate aller Augenblickswerte während einer halben Periode proportional ist; die Wurzel aus diesem quadratischen Mittelwerte ist dann der sogenannte Effektivwert, s. (1398).

### Spannungsmesser oder Voltmeter.

(1325) **Indirekte Methode.** Spannungen zwischen 2 Punkten mißt man meist indirekt durch Strommesser, deren Meßstrom  $i$  sehr klein gehalten wird, etwa 5 ÷ 50 mA bei vollem Ausschlag. Die Strommesser werden zu diesem Zweck mit sehr hohen Vorschaltwiderständen  $r$  versehen, die meist in das Gerät organisch eingebaut, teils aber auch getrennt beigegeben sind. Deshalb kann ein Spannungsmesser ohne Gefahr zwischen die beiden Punkte geschaltet werden, deren Potentialdifferenz oder Spannung gemessen werden soll; denn es besteht ja dann — auch für Wechselstrom mit sehr großer Annäherung — die Beziehung  $U = ir$ .

Durch Veränderung von  $r$  kann der Meßbereich eines Voltmeters in sehr einfacher Weise geändert werden.

(1326) **Statische Geräte.** Zur direkten Messung verwendet man elektrostatische Geräte, jedoch fast nur für sehr hohe Spannungen in Wechselstromanlagen. Sie beruhen auf dem Prinzip der Anziehung ungleichnamiger geladener Körper und verbrauchen keinen Strom. (Bezüglich der Strom- und Spannungsmeßwandler s. diese.)



## Leistungsmesser oder Wattmeter.

(1327) Für Einphasenstrom sind nur für Wechselstromanlagen nötig, weil in diesen die Leistung durch die 3 Größen: Strom, Spannung und Leistungsfaktor

bestimmt wird. Sie sind ihrem Prinzip nach Dynamometer, Abb. 46, deren feste Spule in der Regel vom Leistungsstrom  $i$  bzw.  $J$ , deren bewegliche Spule von einem der Spannung proportionalen Strom  $i_b$  bzw.  $J_b$  — von der Größenordnung von etwa 30 mA unter Zuhilfenahme entsprechender großer Vorschaltwiderstände  $r_v$  — durchflossen wird. Es ist dann das augenblickliche Drehmoment auf die Drehspule  $= C i \times i_b$  und der mittlere Ausschlag während einer Periode

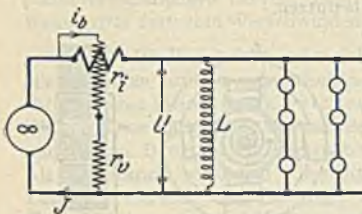


Abb. 46.

$$\alpha = C \frac{1}{T} \int_0^T i \times i_b dt.$$

Für sinusförmige Änderung von  $i$  und  $i_b = u / (r_i + r_v)$  wird der Wert des Integrals  $= C / J U \cos(J, U) (r_i + r_v)$ , d. h. proportional der Leistung des Wechselstromes und damit also  $N = \alpha (r_i + r_v) / C$ . Bei manchen technischen Wattmetern ist z. B. der Widerstand der beweglichen Spule  $r_i = 1000 \Omega$  und  $C = 1000$ , während  $r_v$  der Wert des Vorschaltwiderstandes so bestimmt wird, daß

$$J_b = U / (r_i + r_v) \leq 0,03 \text{ A}$$

wird; dann ist z. B. für  $U = 120 \text{ Volt}$ ,  $r_v = 3000 \Omega$  und

$$N = 0,001 \cdot (1000 + 3000) \alpha = 4 \alpha \text{ Watt.}$$

Es ist stets darauf zu achten, daß eine Spannungs- und eine Stromklemme unmittelbar und nicht etwa über den Vorschaltwiderstand miteinander verbunden werden, während der Vorschaltwiderstand stets an den anderen Pol des Erzeugers oder Verbrauchers zu legen ist, um gefährliche Potentialdifferenzen zwischen den beiden Spulen zu vermeiden. Welche der beiden Stromklemmen dagegen zur Verbindung mit der Spannungsspule benutzt wird, ist prinzipiell gleichgültig, wenn nur die Verluste in der Spannungsspule  $J_b^2 (r_i + r_v)$  und in der Stromspule  $J^2 r_A$  sinngemäß in Anrechnung gebracht werden, wenn man sie überhaupt berücksichtigen will, was angesichts ihrer Geringfügigkeit nur bei sehr genauen Messungen nötig ist.

(1328) Für Mehrphasenstrom. Bei Mehrphasen-Wechselströmen muß man prinzipiell die Leistung jeder einzelnen Phase mittels eines solchen Watt-

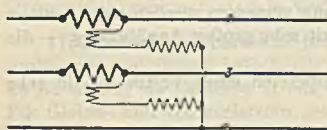


Abb. 47.

meters messen und die Einzelwerte addieren. Dies muß stets dann geschehen, wenn ein Null-Leiter vorhanden ist, zwischen welchen und je einem Außenleiter die Spannungsspulen zu legen sind. Fehlt der Nulleiter, so kann man im Dreiphasensystem mit 2 Wattmetern auskommen (1311), deren algebraische Summe die Gesamtleistung mißt, selbst

dann, wenn die einzelnen Phasen ungleich belastet sind. Die Angaben solcher nach Abb. 47 geschalteter Wattmeter sind im allgemeinen nicht gleich,

sondern selbst dann, wenn die Phasen gleich belastet sind, in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung verschieden, ja teils negativ (Aronsche Schaltung).

Welcher Art diese Abhängigkeit ist, zeigt am deutlichsten Abb. 48, die die Ausschläge  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  der beiden Wattmeter in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung  $\varphi$  bzw. von  $\cos \varphi$  darstellt sowie deren Summenwert  $\alpha_1 + \alpha_2$  unter der Voraussetzung gleichbelasteter Phasen, konstanten Stromes und

konstanter Spannung und reiner Sinusform; ferner wird dann  $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$ .

In diesem Falle — also besonders bei Motoren — kann man aber auch mit 1 Wattmeter auskommen, das man zwischen einen Außenleiter und den Nullpunkt schaltet. Ist jedoch

wie bei Dreieckschaltung kein Nullpunkt vorhanden oder ist dieser nicht zugänglich, so schafft man sich einen durch 3 in Stern geschaltete Widerstände von solcher Größe, daß der Strom in ihnen nur gegen 30 mA beträgt; die Spannungsspule kann dann hierzu mit benutzt werden und braucht in dieser Phase liegende Restwiderstand nur noch so groß zu sein, daß beide zusammen gleich den Widerständen in den beiden andern Phasen sind, Abb. 49. Bei diesen Schaltungen

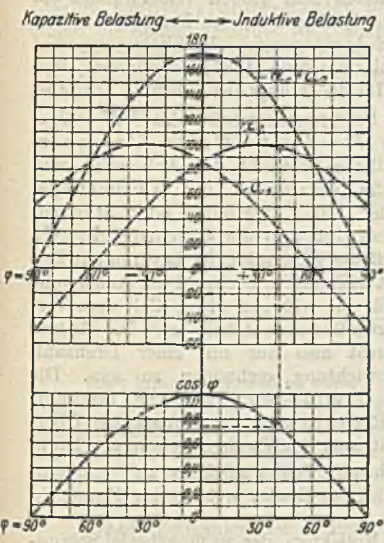


Abb. 48.

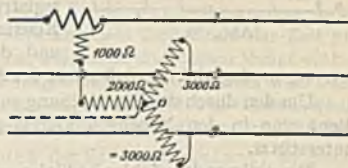


Abb. 49.

mißt das 1 Wattmeter die Leistung nur 1 Phase, so daß seine Angaben mit 3 zu multiplizieren sind; bei Schalttafel-Wattmetern ist dies aber stets bei den Skalenergebnissen schon berücksichtigt. Bei Anwendung zweier Wattmeter nach Abb. 47 kann auch die Blindleistung, gleiche Phasenbelastung vorausgesetzt, aus Beziehung  $N_b = \sqrt{3} (N_2 - N_1) = \sqrt{3} C (\alpha_2 - \alpha_1)$  bestimmt werden. Entsprechendes gilt für Zähler.

An Stelle des dynamischen Wattmeters kann auch ein Drehfeldinstrument nach Ferraris' Prinzip benutzt werden und geschieht dies auch für Schalttafelgeräte sehr häufig.

(1329) Phasenmesser. Aus der Schein- und der Wirkleistung kann jederzeit der Leistungsfaktor ermittelt werden:  $\cos \varphi = \frac{\text{(Wirk-)Leistung}}{\text{Schein-Leistung}}$ . Es gibt

auch Geräte — sog. Phasenmesser —, die den Leistungsfaktor selbst messen; es sind das Wattmeter, deren bewegliche Spule aus 2  $\perp$  aufeinander stehenden Spulen bestehen, die sich dann in der Richtung von  $\varphi$  gegen die Nulllage einstellt, während die Skala nach  $\cos \varphi$  geeicht ist.

### Zähler.

(1330) Arbeitsmesser für Gleichstrom. Zähler sind Leistungsmesser in Verbindung mit Zeitmessern, weil im allgemeinen Strom, Spannung und Leistungs-



faktor in jedem Augenblick verschieden sind; daher müssen auch alle diese Größen in jedem Augenblick gemessen werden und die Dynamometer nehmen die Form kleiner Motoren an, die mit einer Wirbelstrombremse belastet werden als Energieverbraucher und natürlich nur einen sehr kleinen Bruchteil der zu messenden Energie in Anspruch nehmen dürfen.

Von den vielen Arten seien hier nur die Motorzweileiterzähler für Gleichstrom eingehender besprochen. Abb. 50 stellt einen solchen schematisch dar. Der Leitungsstrom erzeugt in den zwei Spulen auf beiden Seiten des Ankers ein nahezu homogenes Feld, das dem Stromwert  $J$  direkt proportional ist. Durch den Anker fließt infolge eines vorgeschalteten sehr großen Widerstandes ein der Spannung  $U$  proportionaler Strom. Infolgedessen ist das Drehmoment am Anker  $M = C_1 J U = C_1 N$ . Die dadurch hervorgerufene Drehbewegung wird durch die unterhalb angebrachte Homopolarmaschine (1287) abgebremst, und zwar ist das Bremsmoment  $M_B = C_2 \omega$ . Im Beharrungszustande muß Antriebsmoment = Bremsmoment sein, also  $C_1 N = C_2 \omega$

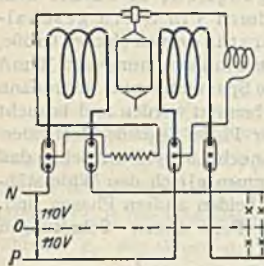


Abb. 50.

und  $A = Nt = C' \omega t = C n' t = Cz$ , wo  $n'$  die sekundliche Drehzahl der Ankerwelle und  $n't = z$  die Gesamtzahl der Umdrehungen während der Zeit  $t$  (Sekunden oder Stunden) bedeutet, so daß also die Gleichung  $A = Cz$  besagt, daß die während einer bestimmten Zeit  $t$  insgesamt ausgeführte Drehzahl der Ankerwelle ein Maß für die während dieser Zeit dem Verbraucher zugeflossenen Arbeit ist. Die Ankerwelle braucht also nur mit einer Drehzahlregistrierung verbunden zu sein. Die Konstante  $C$  wird durch Versuche bestimmt und das Registrierwerk durch passende Über-

setzung so eingerichtet, daß sofort der Arbeitswert in kWh abgelesen werden kann.

Um den durch die Eigenreibung entstehenden Fehler möglichst zu verringern, dient eine in den Nebenschlußkreis geschaltete Spule, welche das Hauptfeld unterstützt.

Die rotierenden Zähler bedürfen eines Kollektors, der zu mancherlei Störungen Veranlassung geben kann, weshalb man ihn zu vermeiden sucht, was in den oszillierenden Zählern geschehen ist, deren Anker nach einer knappen Halbdrehung durch Stromwendung jedesmal sich selbsttätig umsteuert. Die Zahl der Umsteuerungen ist dann ebenfalls ein Maß für die Arbeit und wird registriert; Bremsung wie oben.

Die Aronschen Pendelzähler beruhen auf dem Prinzip, daß die Schwingungszahl eines Pendels durch Veränderung seiner Direktionskraft geändert werden kann. Die Direktionskraft ist bei den Aronschen Zählern nicht allein die Erdanziehung, sondern wird vornehmlich durch magnetische Kräfte erzeugt, indem das Pendel aus einer Spannungsspule am Stabende besteht und im Felde einer feststehenden Stromspule schwingt. Indem die Schwingungszahl eines so, d. h. von  $J \times U$  beeinflussten Pendels, mit einem normalen Pendel verglichen, und diese Differenz registriert wird, kann eine solche Vorrichtung ebenfalls zur Arbeitsmessung herangezogen werden, weil diese Differenz der Leistung  $JU$  und der Zeit  $t$ , innerhalb deren eine solche Differenz erreicht wurde, d. h. also der Arbeit proportional ist.

(1331) **Arbeitsmesser für Wechselstrom.** Die Wechselstromzähler sind fast durchweg auf dem Ferraris-Prinzip beruhende Motorzähler mit Bremscheibe, Abb. 51. Für Dreiphasenwechselstrom müssen in allen den Fällen, in denen für die Leistungsmessung 2 Wattmeter nötig sind, auch 2 Zähler angewandt werden, deren Summe dann die Gesamtarbeit mißt. Vielfach werden die beiden Zähler in einem einzigen Geräte in der Weise vereinigt, daß die

beiden Motoren auf eine einzige Drehachse wirken, deren Drehzahl registriert wird; in derselben Weise werden auch Dreifachzähler gebaut.

(1332) **Amperestunden-Zähler.** Ist in einem Netze die Spannung hinreichend konstant, so kann auf deren dauernde Messung verzichtet werden. Die Arbeit ist dann gegeben durch

$$A = U \int_0^t i dt = \text{Spannung} \times \text{Amperestundenzahl} = U \times Ah.$$

Es genügt dann eine Vorrichtung, die die Amperestunden registriert und darum Amperestundenzähler heißt. In allen genannten Apparaten fällt dann die Spannungsspule weg, wodurch sie sehr viel einfacher und vor allem billiger werden, weshalb man sie vielfach den — freilich stets genaueren — Arbeitszählern vorzieht; sie sind aber nur für Gleichstromanlagen ausführbar.

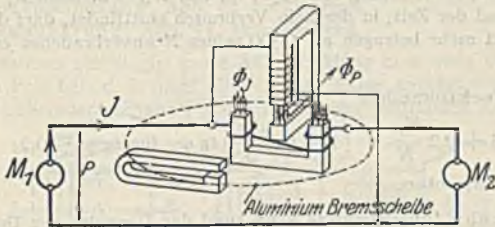


Abb. 51.

Dort können dann auch elektrolytische Zähler verwendet werden, indem die aus einer passenden Lösung gefällte Substanz dem Strom und der Zeit proportional ist. Im Stiazähler wird Quecksilber ausgefällt und dessen Menge einfach in einer graduierten Röhre gemessen; das ausgeschiedene Quecksilber wird durch Kippen dem verarmten Elektrolyten wieder zugeführt und von diesem wieder chemisch resorbiert, so daß der Anfangszustand jedesmal wieder erreicht wird.

(1333) **Zeitähler.** Ist schließlich auch der Strom konstant, so genügt ein einfacher Zeitmesser, der nur vom elektrischen Strom bei Beginn eingeschaltet und bei dessen Aufhören wieder zur Ruhe gebracht zu werden braucht.

(1334) **Zähler für Blind- und Scheinarbeit.** Außer der Registrierung der wirklich geleisteten bzw. verbrauchten Arbeit hat sich neuerdings bei Wechselstrommotoren als Verbrauchern auch das Bedürfnis nach Messung der Blind- bzw. der Scheinarbeit herausgestellt, um den das Werk schädigenden Einfluß der Phasenverschiebung bei der Verrechnung der elektrischen Arbeit mit hereinzuziehen. Es geschieht dies in der Weise, daß die Wirkarbeit während einer bestimmten Zeit verglichen wird mit der Blind- bzw. Scheinarbeit, die in derselben Zeit vom Werk an den Verbraucher geliefert werden mußte. Dieses Verhältnis ist ein Maß für den mittleren Leistungsfaktor, mit dem die Anlage des Verbrauchers in der Zwischenzeit gearbeitet hat, also auch ein Maß für die daraus veranlaßten Mehrverluste in Maschinen und Leitungen.

Je nachdem dieser mittlere Leistungsfaktor von dem vereinbarten nach oben oder unten abweicht, kann dem Verbraucher ein entsprechender Ab- bzw. Zuschlag verrechnet werden.

Demselben Zwecke, nämlich den Verbraucher an einem guten Leistungsfaktor seines Netzes zu interessieren, dienen die Amperequadratstundenzähler, die dadurch aus den normalen Zählern entstehen, daß deren Spannungsspule durch eine dickdrähtige Wicklung ersetzt und der Stromspule parallel geschaltet wird. Die Angaben dieses Zählers sind ein Maß für die Stromwärmeverluste in den Werksanlagen, die durch den Verbraucher veranlaßt werden; sie sind um so geringer, je besser der Leistungsfaktor des Verbrauchernetzes ist.



(1335) **Fehlergrenzen der Zähler.** Da die Zähler die Unterlage für die Verrechnung schaffen, müssen sie in bezug auf Genauigkeit der Messung bestimmten gesetzlichen Bedingungen genügen. Nach den neuesten Vorschriften (Nr. 135 der Phys.-Techn. Reichsanstalt)<sup>1)</sup> darf der Beglaubigungsfehler höchstens betragen: für Gleichstromzähler

a) zwischen 100 und 5% der Nennlast bzw. über 10 W Belastung:  
 $\pm F = 3 + 0,3 \frac{N_N}{N} \%$ , wo  $N_N$  die Nennbelastung,  $N$  die Versuchsbelastung des Zählers bedeutet;

b) wird die Nennstromstärke  $J_N$  um  $x\%$  überschritten, so darf  $F$  um  $\frac{x}{10} \%$  größer sein, falls  $J \geq 1,25 J_N$ ;

c) die kleinste Belastung muß  $\geq 1\%$  von  $N_N$  sein können;

d) während der Zeit, in der kein Verbrauch stattfindet, darf der Vor- oder Rücklauf nicht mehr betragen als 1/500 seines Nennverbrauches entspricht für  $U \geq 1,1 U_N$ .

Für Wechselstromzähler

a)  $F = 3 + 0,2 \frac{N_N}{N} + \left(1 + 0,2 \frac{J_N}{J}\right) \operatorname{tg} \varphi$  für  $\operatorname{tg} \varphi \geq 0,2$ ;

b) bis d) wie oben.

Die Verkehrsfehlergrenze kann rund das Doppelte der Beglaubigungsfehlergrenze betragen.

Der Fehler eines Zählers in % ist:

$$\pm \frac{\text{registrierter Verbrauch} - \text{wirklicher Verbrauch}}{\text{wirklicher Verbrauch}} \times 100.$$

## Frequenzmesser.

(1336) **Prinzip.** Sie beruhen darauf, daß von einer Reihe schwingungsfähiger Stahlfedern, die dem Einfluß eines magnetischen Wechselfeldes ausgesetzt sind, diejenige, die mit der Schwingungszahl, d. i. Frequenz des Wechselfeldes in Resonanz ist, am heftigsten schwingt, was durch geeigneten Aufbau leicht erkennbar zu machen ist. Sie werden wie Spannungsmesser zwischen 2 Pole geschaltet. — Da bei einem gegebenen Wechselstromerzeuger die Frequenz der Drehzahl proportional ist, so kann ein solches Gerät bei entsprechender Eichung auch als Drehzahlzeiger (Tachometer) benutzt werden, der selbst in weiter Entfernung von der drehenden Welle deren minutliche Drehzahl festzustellen gestattet (Ferntachometer).

## Elektrische Maschinen. Erzeuger.

### Gleichstrom-Erzeuger.

#### Der Aufbau.

(1337) **Prinzip.** Die Gleichstrommaschinen beruhen auf dem Prinzip der Spannungserzeugung mittelst der elektromagnetischen Induktion. Da aber die Induktoren nur periodische Wechselspannungen liefern, so muß zu deren beiden Hauptbestandteilen: dem Anker mit der Wicklung und dem Magnet-

<sup>1)</sup> S. ETZ 1921, S. 134 u. 1924, S. 380.

gestell mit den Erregerspulen noch eine Stromwendevorrichtung hinzukommen, um wenigstens im äußeren Kreise Spannung und Strom gleicher Richtung zu erzeugen; diese Aufgabe besorgt der Kommutator. Um Strom und Spannung aber auch konstant zu machen, muß die Ankerwicklung aus mehr als einer Spule bestehen, die dann, räumlich gegeneinander versetzt, zeitlich verschobene Spannungen erzeugen. Durch passende Schaltung dieser Spulen mit dem nunmehr gleichfalls vierteiligen Kommutator oder Kollektor werden diese einzelnen Spannungen so zusammengesetzt, daß die Spannung des Induktors, der dann Gleichstromerzeugermaschine heißt, praktisch konstant wird.

(1338) **Die Ankerwicklungen.** Nach der Form des Ankers unterscheidet man Scheiben-, Ring- und Trommelanker, von denen jedoch nur der letztere heutzutage noch Bedeutung besitzt und darum allein besprochen werden soll.

Man unterscheidet 2 Arten von Ankerwicklungen:

1. Schleifenwicklung, Abb. 52, rücklaufend,
2. Wellenwicklung, Abb. 53, fortschreitend.

Bei der ersteren zerfällt die ganze Ankerwicklung in so viele Zweige, als das Magnetgestell Pole hat; d. h. nicht alle auf dem Anker angebrachten Spulen erscheinen hintereinandergeschaltet, sondern nur eine bestimmte Anzahl, so daß

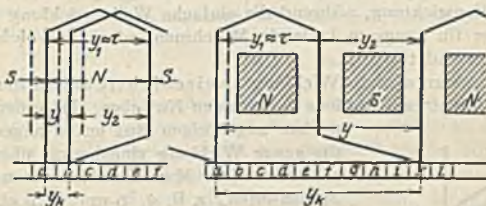


Abb. 52.

Abb. 53.

also Gruppen — d. h. Ankerzweige — entstehen, die aus mehreren hintereinandergeschalteter Spulen gebildet sind. Die einzelnen Ankerzweige werden außerhalb des Ankers durch leitende Verbindung gleichnamiger Kollektorbürsten parallel geschaltet.

Da man eine  $2p$ -polige Maschine fassen kann, als aus  $p$  zweipoligen Maschinen bestehend, so erscheinen hier also die  $p$  zweipoligen Maschinen parallel geschaltet und diese Schleifenwicklung führt also stets zur Parallelschaltung mit  $2a = 2p$  Ankerzweigen.

Bei der Wellenwicklung hingegen gibt es stets nur 2 Ankerzweige, d. h.  $2a = 2$ ; die Ankerspulen erscheinen also innerhalb der beiden Gruppen je zur Hälfte hintereinander, die beiden Ankerzweige parallel geschaltet oder die  $p$  zweipoligen Maschinen sind innerhalb der Ankerwicklung hintereinandergeschaltet. Die Wellenwicklung führt also zur Reihenschaltung.

Die Spulen werden heutzutage nicht mehr auf die glatte Trommelfläche gelegt, sondern in Nuten des Ankers, s. (1339), nachdem sie vorher als sog. Schablonen massenfertigungsmäßig hergestellt worden sind. Die lichte Weite der Spulen  $y_1$  muß einestheils ein ganzzahliges Vielfaches der Nutenteilung  $\tau_n$  sein, andererseits nahezu einen Polbogen umfassen, woraus sich für gegebene Blechschnitte, Abb. 54, und Ankerlängen die Abmessungen der Schablonen leicht bestimmen lassen. Die Verbindungen mit den Kollektorlamellen müssen aus der Kollektorlamellenzahl  $K$ , der Polzahl und der Schaltungsart jeweils berechnet werden. Für Schleifenwicklung ist der am Kollektorumfange in Kollektorsegmenten gemessene Bogen, um den man nach Durchlaufen einer Spule vor- oder rückwärts schreiten muß, d. h. der Kollektorschritt  $y_k$  stets gleich  $\pm 1$ , dagegen bei der Wellenwicklung bestimmt



durch  $y_k = (K \pm 1) : p$ ;  $y_k$  muß eine ganze Zahl sein und darf mit  $K$  keinen gemeinsamen Teiler haben; darnach ist also  $K$  endgültig festzulegen; für Zahnanker ist  $K$  ein Vielfaches der Zähnezahl.

Man kann sich auf einen Anker außer der 1. noch weitere Wicklungen von derselben Schaltungsart angebracht und deren Kollektorlamellen zwischen denen der 1. Wicklung eingeschoben denken, man erhält dann die mehrfachen Wicklungen. Also die  $m$ -fache Parallelwicklung bzw. die  $m$ -fache Reihenwicklung, welche letztere meist Reihen-Parallel-Wicklung genannt wird. Die  $m$  verschiedenen Wicklungen werden durch die Bürsten, die dann gleichzeitig  $m$  Lamellen überdecken müssen — sei es durch entsprechende Breite der einzelnen Bürste, sei es durch Staffelung mehrerer schmaler Bürsten auf 1 Bürstenbolzen —, parallel geschaltet. Die  $m$  Wicklungen können sich entweder jeweils einzeln schließen — mehrfach geschlossene Wicklungen — oder erst nach Durchlaufen sämtlicher  $m$  Wicklungen — einfach geschlossene Wicklungen, was von dem Verhältnis  $K : y_k$  abhängt. Für Parallelwicklungen wird dann  $y_k = \pm m$  und  $2a = 2mp$ ; für Wellenwicklungen  $y_k = (K \pm a) : p$ . Die Zahl der Ankerzweige  $2a$  ist bei der  $m$ -fachen Wellenwicklung unabhängig von der Polzahl frei wählbar, was für die Querschnittsbestimmung der Ankerleiter großer Maschinen von Vorteil sein kann und ein Hauptgrund für die Wahl der Reihen-Parallel-Wicklung ist. Weitauß die häufigste Wicklungsart ist die einfache Schleifenwicklung, während die einfache Wellenwicklung nur entweder für kleine oder für langsam laufende Maschinen oder für solche sehr hoher Spannung angewendet wird.

Bei Nutenankern wird die Wicklung zweischichtig angeordnet in der Weise daß die eine Seite einer Schablone in der einen Nut oben, die andere Seite in der nächst zugehörigen Nut unten angeordnet und so die ganze Wicklung ringsherum übereinander geschichtet wird. Man kann jedoch auch mehr als 2 Spulenseiten, z. B. 4, 6 und 8 in eine Nut legen, dann faßt man jedoch stets 2, 3 oder 4 Spulenseiten in einer Schablone zusammen, so daß die zweischichtige Anordnung gewahrt bleibt. Die Schablonenwicklung hat den Vorteil der billigen maschinenmäßigen Herstellung, der vollkommenen Gleichheit aller Schablonen und besserer Isolationsmöglichkeit. Letzteres hauptsächlich durch das Tränken jeder einzelnen Schablone in einem geeigneten Isolierlack im Vakuum bei erhöhter Temperatur, so daß alle Lücken zwischen den einzelnen Drähten vollständig ausgefüllt sind und keine Luftblasen übrigbleiben können.

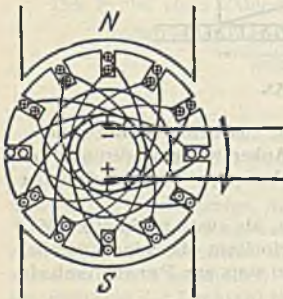


Abb. 54.

Die zeichnerische Darstellung einer Wicklung ist entweder die kreisförmige als Schnitt  $\perp$  zur Ankerachse, Abb. 54, oder in Abwicklung, Abb. 55, die eine Wellenwicklung zeigt mit  $y_k = 8$ ,  $2p = 4$  und  $K = 17$ .

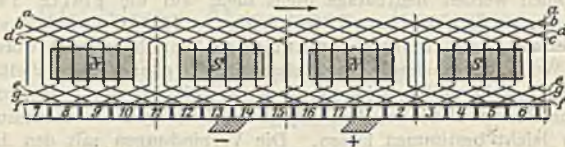


Abb. 55.

Die Zahl der Bürsten im Schema bzw. der Bürstenbolzen auf der Bürstenbrille der Ausführung muß stets mindestens gleich der Zahl der Ankerzweige sein, kann aber auch gleich der Zahl der Pole sein, was aus Symmetrie-

gründen stets bevorzugt wird. — Da die Parallelschaltung der  $p$ -Maschine in einem  $2p$ -poligen Gestell nur dann einen sicheren Betrieb ergibt, wenn die Spannung der Einzelmaschinen, d. h. der Ankerzweige, vollkommen gleich ist, so muß jeder Spannungsunterschied zwischen den einzelnen Ankerzweigen bereits im Entstehen beseitigt werden, um nicht zu Ausgleichsströmen über die Bürsten und damit zu deren Überlastung Veranlassung zu geben. Dies geschieht durch Ausgleichs-(Äquipotential-)Verbindungen zwischen Punkten gleichen Potentials in den einzelnen Ankerzweigen; meist werden zu diesem Zwecke die entsprechenden Kommutatorlamellen durch ein System von Drähten großen Querschnitts miteinander verbunden und dieses an geeigneter Stelle untergebracht.

(1339) Der Anker, Abb. 56. Der Wirbelstrombildung wegen, die durch die beim Drehen im Magnetfeld induzierten Spannungen im Ankereisen hervorgerufen werden, wird der Ankerkörper aus einzelnen durch Papier elektrisch gegenseitig isolierten Blechscheiben von 0,3—0,5 mm Dicke zusammengesetzt. Diese werden bei kleinem Ankerdurchmesser unmittelbar auf die Welle, bei größerem auf eine gußeiserne Nabe geschoben; bei sehr großen Ankerdurchmessern werden die Blechringe aus einzelnen Segmenten zusammengesetzt und beim Aufschieben die einzelnen Trennfugen entsprechend versetzt, damit ein genügend starrer Ring entsteht.

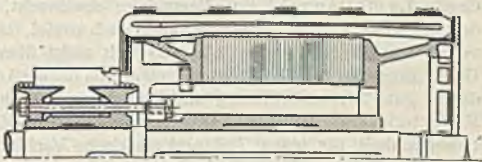


Abb. 56.

Der Zusammenhalt des Blechpakets wird bei kleineren Maschinen lediglich durch kräftige gußeiserne Spannplatten hervorgebracht, die ihrerseits nach dem mit irgendeiner Presse bewirkten Zusammendrücken des Pakets durch Keile am Zurückgehen gehindert werden; meist ist eine Spannplatte an die Nabe angegossen. Bei großen Maschinen müssen insbesondere auch wegen der Teilung in Segmente Schraubenbolzen zum Zusammenziehen der Spannplatten zuhilfenommen werden, bei hohen Drehzahlen auch noch schwalbenschwanzförmige Keile auf dem Nabenumfange. Die Spannplatten tragen, wie bei großen Umfangsgeschwindigkeiten nötig, angegossen oder angeschraubt die Wicklungsteller zum Tragen der Wicklungsköpfe, d. h. der Verbindungen der induzierten Seiten der einzelnen Schablonen. Wo es an Platz zu deren Anordnung auf einer Trommeloberfläche — daher die Bezeichnung Oberflächenwicklung — mangelt, können diese auch auf die Stirnseiten der Trommel heruntergedrückt werden — Stirnwicklungen z. B. für Bahnmotoren.

Die Nuten zur Aufnahme der Schablonen werden meist parallelförmig und rechteckig ausgeführt und am besten in ihrer Gesamtheit aus der vollen Blechscheibe ausgestanzt; bei Blechsegmenten müssen sie einzeln eingestanzt werden und bei abnormalen Ausführungen nachträglich aus dem Blechpaket ausgefräst werden. Sie sollen schmal und tief sein und auf eine Polteilung mindestens 8 bis 12 Nuten vorgesehen werden. Zum Einlegen der Schablonen sind die Nuten meist oben offen, werden aber oft nachträglich durch einen Holz- oder Faserkeil verschlossen. Vor dem Einlegen der Schablonen müssen sie mit Isolationsstoff ausgekleidet werden. Gegen Herausschleudern aus den Nuten werden Drahtbandagen am Ankerumfang angebracht, nötigenfalls noch Nutenverschlußkeile; dasselbe gilt für die Wicklungsköpfe, bei sehr großen Umfangsgeschwindigkeiten werden an diesen Stellen die Bandagen durch Bronzekappen ersetzt — z. B. bei Turbodynamos.

Zur Wärmeabführung des Ankereisens sind radiale und axiale Lüftungsschlitze vorzusehen, und zwar so reichlich, daß die einzelnen Blech-



pakete in der Achsrichtung gemessen nicht dicker als 40—60 mm werden. Es hat sich bewährt, zum Zwecke reichlicher Lüftung die Wicklungsteller mit Ventilationsflügeln bzw. ein besonderes Flügelrad vorzusehen.

**(1340) Der Kollektor.** Die einzelnen Segmente bestehen aus gezogenem Kupfer von mindestens 1,5 mm Dicke am Grunde. Sie werden gegenseitig und gegen die eiserne Nabe durch Glimmer oder ein gleichwertiges Material isoliert; Zwischenisolation 0,6—1,0 mm; der Zusammenhalt wird durch eine zweiteilige Nabe mit Doppelkonus bewirkt, Abb. 56. Die Abnutzungshöhe muß selbst bei kleinen Stücken 25—30 mm betragen. Aus diesen beiden Zahlenwerten und der Lamellenzahl bestimmt sich der kleinste Durchmesser. Die Länge wird durch die Zahl und Länge der Bürsten auf einem Bürstenbolzen bestimmt und durch das Verlangen nach genügender Kühlfläche; die Bürstenlänge und Bürstenzahl richtet sich nach der abzuführenden Stromstärke (1341). Große Lamellenzahl im allgemeinen erwünscht, aber teuer, jedenfalls mindestens 20—25 für 1 Polteilung; aber auch soviel, daß die mittlere Spannung von 1 Lamelle zur andern etwa 20 Volt nicht überschreitet. Durchmesser und Umfangsgeschwindigkeit begrenzt einesteiis durch Ankerdurchmesser, andernteils durch gute Stromabführung und Reibungsarbeit:  $v_n$  ca. 10—25 m. Sehr lange Kollektoren erhalten Schrumpfringe, nötigenfalls zweiteilige Ausführung mit Längsbeweglichkeit für jeden Teil und elastische Verbindung zwischen den einzelnen Lamellenstücken, z. B. für Turbodynamos. Genaueste Ausführung, glatte Oberfläche und vollkommener Rundlauf mechanische Bedingung funkenfreier Stromwendung.

**(1341) Die Bürsten.** Zur Stromabnahme werden Bürsten aus Metall oder Kohle verwendet. Erstere nur noch bei geringen Spannungen und hohen Stromstärken üblich, sonst stets Kohlebürsten, und zwar um so härter — d. h. graphitärmer — je höher die Spannung ist. Die zulässige Strombelastung für 1 cm<sup>2</sup> kann bei Kupferbürsten 20—30, bei weichen Kohlenbürsten 8—15 und bei harten 4—8 Ampere betragen, woraus sich also die Bürstenfläche bestimmt. Die Dicke wird so gewählt, daß 2—4 Lamellen bedeckt werden; die Länge der handelsüblichen Marken<sup>1)</sup> schwankt zwischen 1,5 und 5 cm, aus

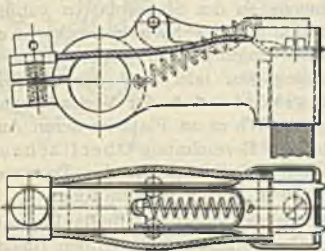


Abb. 57.

welchen beiden Angaben sich die Zahl der für jeden Bürstenbolzen erforderlichen Bürsten errechnet. Müssen mehr als 4 Lamellen gleichzeitig von der Bürste zwecks Parallelschaltung der einzelnen Wicklungssysteme überdeckt werden, so staffelt man die Bürsten jedes einzelnen Bolzens. Für eine funkenfreie Stromwendung ist die Größe der Übergangsspannung zwischen Kollektorkupfer und Bürste sehr wichtig und ist für Kohlebürsten mit 0,5—1,5 Volt je nach Härte wesentlich höher als für Kupferbürsten mit 0,1—0,25 Volt; eine hohe Übergangsspannung begünstigt die Stromwendung, weshalb die Kohle trotz Verteuerung des Kollektors infolge größerer axialer Länge bevorzugt wird. Die Bürstenhalter, Abb. 57, sollen den Bürsten freies Spiel gestatten, damit sie sich gut an den Kollektor anlegen können, ferner leichte Auswechselbarkeit der Bürsten und sie sollen die Bürsten mit leicht regelbarem Druck — 100 bis 400 g/cm<sup>2</sup> — anpressen. Sie werden auf den vom Gestell isolierten Bürstenbolzen oft in großer Zahl aufgereiht und einzeln eingestellt.

**(1342) Das Magnetgestell.** Es erhält meist die in Abb. 10 dargestellte Form und wird meist aus Stahlguß hergestellt. Der Jochquerschnitt muß einesteiis so

<sup>1)</sup> S. Normen ETZ 1922.

groß sein, daß er das Feld mit einer Kraftliniendichte von 8—12000 Gauß führen kann, andererseits aber auch mechanisch so kräftig bemessen und geformt sein, daß keine Deformation eintreten kann, weshalb er oft durch Rippen oder bei gußeiserner Ausführung durch kastenförmigen Hohlguß verstärkt wird. Gleichmäßiger, blasenfreier Guß und genaue Polteilung sind sehr wichtig. Die Pole werden entweder angegossen oder angeschraubt, namentlich dann, wenn sie nicht massiv, aus Blechen zusammengebaut verwendet werden; die Querschnittsform kann kreisförmig oder rechteckig sein, für große Maschinen Kreis bevorzugt. Der Polschuh, der gleichzeitig die Wicklung mit halten muß, wird bei angegossenen Polen angeschraubt, bei angeschraubten Polen wird er entweder mit dem Polkern zusammengegossen oder, was häufiger, ebenfalls angeschraubt und kann massiv oder lamelliert sein, letzteres namentlich bei grober Nutenteilung, um die Wirbelstrombildung in den Polschuhen möglichst zu vermindern; neuerdings macht man der einfacheren Herstellung wegen oft den ganzen Pol aus Blechpaketen, sogar das ganze Gestell.

Die kreisrunde Jochform gemäß Abb. 10 erleichtert die Bearbeitung und sichert genaues Zentrieren mit der Wellenachse, was des gleichmäßigen Luftspaltes wegen erforderlich ist. Große Gestelle erhalten eine besondere Grundplatte, die auch die Lager aufzunehmen hat; kleinere Typen bis etwa 100 kW erhalten Lagerschilde. Da Stromerzeuger fast stets in trockenen und staubfreien Räumen aufgestellt werden, sind Schutzverkleidungen gegen Wasser usw. entbehrlich und kann der Forderung freien Luftzutrittes zu allen Teilen zum Zweck der Wärmeabführung in weitestem Maße Rechnung getragen werden.

(1343) Die Erregerwicklung wird selten mehr erst auf Spulenkasten aufgewickelt, die dann auf die Polkerne geschoben und durch die Polschuhe gehalten werden, sondern in gebündelten Spulen unmittelbar auf den zuvor isolierten Polkern gebracht und zwar stets mehrere für 1 Pol, wo sie durch Zwischenlagen aus Mikanit und ähnlichem im richtigen gegenseitigen Abstand und vom Polkern nötigenfalls unter Verschnürung festgehalten werden. Diese Anordnung gestattet infolge erleichteter Wärmeabführung eine höhere Strombelastung für den  $\text{mm}^2$  Querschnitt und damit Ersparnis an Kupfer. Die bei Doppelschlußmaschinen erforderliche zweite Hauptstromwicklung besteht meist nur aus sehr wenig Windungen, die sich unschwer unterbringen und befestigen lassen.

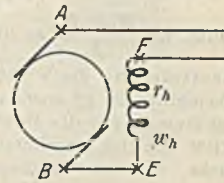


Abb. 58.

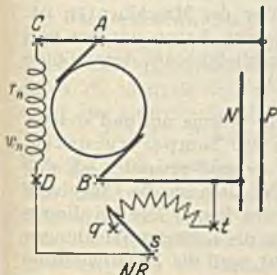


Abb. 59

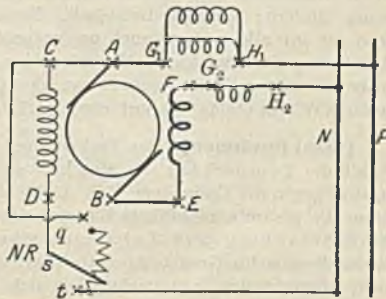


Abb. 60.

(1344) Die Schaltung der Erregerwicklung normaler Maschinen. Man unterscheidet magnet-elektrische Maschinen mit Stahldauermagnet als Feldträgern, fremd- und selbsterregte Maschinen mit Elektromagneten, deren



Spulen ihren Strom entweder aus irgendeiner fremden Stromquelle oder aus dem eigenen Anker erhalten; die letzteren sind die eigentlichen Dynamomaschinen (d. h. auf Siemens elektro-dynamischem Prinzip beruhend). Je nach der Schaltungsart zwischen Anker und Erregung unterscheidet man 1. Hauptstrom oder Reihenschlußmaschinen nach Abb. 58, 2. Nebenschlußmaschinen, Abb. 59, und 3. Doppelschluß- oder Verbund- bzw. Compoundmaschinen, Abb. 60. Die Schaltungsart ist von tiefgreifendstem Einflusse auf die Eigenschaften einer Dynamo (1350).

### Verluste und Wirkungsgrad; Erwärmung.

(1345) Ursachen der Verluste. Die Gleichstromerzeuger sollen mechanische Energie in elektrische umwandeln, was aber bekanntermaßen nie in vollkommener Weise zu erreichen ist, weil stets ein gewisser Teil der zugeführten mechanischen Energie sich in Wärme umsetzt oder wie man in Hinsicht des Zweckes der Maschine sagt, verloren geht. Ursachen dieser Verluste sind: 1. die mechanische Lager-, Luft- und Bürstenreibung, 2. die Hysteresis- und Wirbelstromerscheinungen im Anker- und Polschuh-Eisen, 3. die Stromwärmeverluste in den Anker- und Magnetwicklungen. Bezeichnet man die Summe aller Verluste mit  $N_v$ , die zugeführte mechanische Leistung mit  $N_z$ , so ist der in nutzbare elektrische Leistung übergeführte Anteil  $N_n = N_z - N_v$  Watt.

Das Verhältnis  $\eta = \frac{N_n}{N_z} 100$  heißt Wirkungsgrad der Maschine in  $\%$ ;  $\eta$  ist auch gleich  $100 \frac{N_z - N_v}{N_z} = 100 \left( 1 - \frac{N_v}{N_z} \right)$ , welche Gleichung für die indirekte

Bestimmung des Wirkungsgrades aus den Verlusten wichtig ist, weil dieses Verfahren das genauere und darum am meisten angewandte ist (vgl. § 53 u. ff. der Regeln für die Bewertung und Prüfung elektrischer Maschinen — REM künftige abgekürzte Bezeichnung hierfür). Sie erklärt ferner die Tatsache, daß der Wirkungsgrad für verschiedene Belastungen verschieden ist,

weil das Verhältnis  $\frac{N_v}{N_z}$  nicht konstant ist, sondern für eine bestimmte Belastung ein Kleinstwert wird und bei geringerer oder größerer Belastung zunimmt bis zum Wert 1 bei Leerlauf oder Kurzschluß; die Nennbelastung soll in der Nähe jener Belastung liegen, die dem höchsten Wirkungsgrad entspricht, und bei guten Maschinen soll sich der Wirkungsgrad in der Nähe der Nennleistung wenig ändern; s. auch Betriebsk. für Motoren, Abb. 79. Der Wirkungsgrad ist im allgemeinen auch um so größer, je größer der Maschinentyp ist. Während  $\eta$  für sehr kleine Maschinen bis auf 70% sinkt, haben mittlere und große Maschinen Wirkungsgrade von 80 ÷ 90%, um schließlich bei den größten (1000 KW und mehr) bis auf etwa 94% zu steigen<sup>1)</sup>.

(1346) Erwärmung. Der Verlustanteil setzt sich in Wärme um und steigert damit die Temperatur der Maschine so lange, bis der Temperaturunterschied gegen die Umgebung, d. i. die Erwärmung, so groß geworden ist, daß dabei die gesamte zugeführte Wärmemenge  $Q = C_1 N_v$  auch an die Umgebung durch Strahlung und Leitungen abgegeben werden kann. Die bei diesem Zustande erreichte Grenztemperatur darf rund 100° für die isolierten Wicklungen nicht überschreiten (genaue Angaben siehe REM § 39), weil die Isolationsstoffe sonst Schaden leiden. Die bei dieser Grenztemperatur abgegebene Wärmemenge hängt in erster Linie von der Abkühlungsfläche ab, da die Temperatur der Umgebung wenig schwankt und nach den REM mit 35° anzunehmen ist. Luftige — offene — Bauweise ist daher anzustreben, da eine solche die

<sup>1)</sup> Für den jeweiligen Einzelfall ist der Wirkungsgrad den Preislisten zu entnehmen.

Leistungsfähigkeit einer Maschinentype erhöht, denn es ist  $N_n = \frac{\eta}{1-\eta} N_v = C_s Q$  z. B. für  $\eta = 90\%$  wird  $N_n = 9 N_v$ , d. h. die Nutzleistung eines bestimmten Maschinentyps kann das 9fache der Verlustleistung betragen,  $N_n$  wird also um so größer werden, je mehr Wärme das Modell abzuführen befähigt ist; ein Gesichtspunkt, dessen Berücksichtigung die so außerordentliche Steigerung der Leistungsfähigkeit neuzeitlicher Maschinen zu danken ist. Wo die Rücksichten auf Gefahren aus der Umgebung wie z. B. staubige Luft, ätzende Säuredämpfe, Feuchtigkeit und ähnliches eine offene Bauweise nicht gestatten, muß zur Vergrößerung der Wärmeabfuhr der gekapselten Maschine zu künstlicher Lüftung gegriffen werden. Wird dabei die Kühlluft durch einen Ventilator etwa auf der Ankerachse ständig erneuert, so darf bei großem Bedarf deren Reinigung von Staub nicht unterlassen werden. Aus diesem Grunde zieht man es neuerdings vielfach vor, die erwärmte Luft nach Rückkühlung wieder zu verwenden.

### Die Betriebseigenschaften der Gleichstromerzeuger.

(1347) Die EMK der Ankerwicklung hängt ab von Drehzahl  $n$  in der Minute, der Zahl der induzierten Stäbe  $z$ , der Schaltung des Ankers (Reihen- oder Parallelwicklung), gekennzeichnet durch das Verhältnis zwischen Zahl der Pole und der Ankerzweige  $p/a$ , und schließlich von dem Kraftfluß  $\Phi$ , der im Augenblick des Kurzschlusses der Spulen durch die Kollektorbürsten mit einer Ankerspule verkettet ist; hierbei ist zu beachten, daß der Wert von  $\Phi$  nur dann gleich  $\Phi_a$  — d. h. gleich dem in den Anker pro Pol wirklich eintretenden Kraftfluß — ist, wenn der Kurzschluß in der neutralen Zone erfolgt und die Spulenweite nahezu 1 Polteilung umfaßt; sonst ist stets  $\Phi < \Phi_a$ .

$$\text{Es ist dann } E = \frac{n}{60} \frac{p}{a} z \Phi 10^{-8} \text{ Volt,}$$

für einfache Parallelwicklungen ist  $p/a = 1$ ,

für einfach Reihenwicklungen  $p/a = p$ .

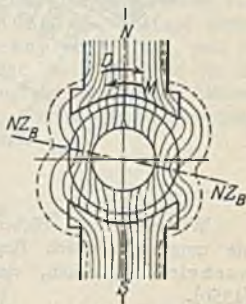


Abb. 61.

(1348) Die Ankerrückwirkung. Im stromlosen Zustand des Ankers, d. h. bei Leerlauf ist die Klemmspannung einer Dynamo gleich der EMK  $E$ , wobei das Feld  $\Phi$  allein von der Erregerwicklung hervorgebracht wird — Erregerfeld.

Bei Belastung, d. h. wenn der Anker Strom  $J_a$  abgibt, erzeugt auch er ein Feld — das Ankerfeld. Beide Felder setzen sich zusammen zu dem allein wirklichen und nachweisbaren Betriebsfeld, Abb. 61. Dies hat zur Folge, daß 1. die neutrale Zone sich im Sinne der Drehrichtung verschiebt; 2. das Feld unter der eintretenden Polspitze geschwächt, unter der austretenden verstärkt wird, 3. daß der Betriebsfluß  $\Phi_B$  abnimmt, wodurch auch die EMK abnimmt, also  $\Phi_B < \Phi_0$  und  $E_B < E_0$  (Spannungsabfall durch Ankerrückwirkung). Deshalb und weil Folgeerscheinung 1. eine erhöhte Aufmerksamkeit und Bedienung im Betriebe, namentlich bei schwankender Belastung erfordert, strebt man, die Ankerrückwirkung möglichst zu vermindern, was sich erreichen läßt: 1. durch nicht zu geringen Luftspalt, insbesondere aber durch dessen Erweiterung nach den Polkanten zu; 2. durch sehr hohe Sättigung der Zähne und Polspitzen; 3. durch hohe Luftinduktion und hohe Sättigung des gesamten Gestells, so daß der betriebsmäßige magnetische Zustand oberhalb des Knies der magnetischen Kennlinie liegt; 4. durch Anordnung einer Kompensationswicklung, d. h. einer am Polumfang untergebrachten, den Anker konzentrisch umschließenden Wicklung mit genau derselben aber entgegengesetzt



wirkenden Durchflutung wie der des Ankers, die also das Ankerfeld aufhebt. — Für gewöhnlich genügen die unter 1—3 genannten Maßnahmen, um eine Bürstenverstellung während des Betriebes überflüssig zu machen und den Spannungsunterschied zwischen Leerlauf und Nennlast auf etwa  $10\%$  der Leerlaufspannung herunterzusetzen. Nur für Maschinen mit sehr starken Schwankungen des Stromes oder der Spannung z. B. für Bahnbetrieb oder für Leonardschaltung, oder mit sehr großen Drehzahlen wie z. B. Turbodynamos wendet man die zwar sehr wirksame, aber auch sehr teure Kompensationswicklung an; bei Turbodynamos besonders in der von Déri angegebenen Ausführung, wonach das ebenfalls aus Blechen hergestellte Magnetgestell am Umfange mit Nuten versehen wird zur Aufnahme sowohl der verhältnismäßig sehr verringerten Erreger- wie auch der Kompensations- und Hilfspolwicklung, Abb. 62 u. Abb. 60 G—H.

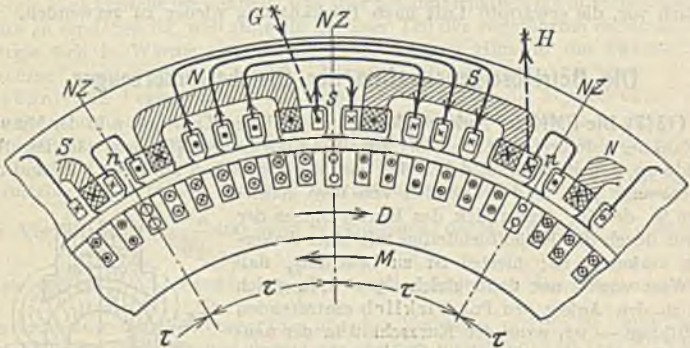


Abb. 62.

Während man solcherart die Dynamos künstlich versteift, kann man sie umgekehrt durch Begünstigung der Ankerrückwirkung auch besonders nachgiebig machen, wenn dies durch Betriebsverhältnisse erfordert wird (1350).

(1349) Die Stromwendung. Die vom Kommutator zu besorgende Wendung des Stromes bei Durchgang einer Spule durch die neutrale Zone geht nicht immer in vollkommener Weise vor sich, sondern ist manchmal von starker Funkenbildung begleitet, was einesteils eine rasche Zerstörung des Kollektors, anderen-teils eine Verminderung der Stromausbeute und damit der Nutzleistung, jedenfalls aber stets eine Herabsetzung der Betriebssicherheit zur Folge hat. Die Ursachen sind teils mechanischer Art: der bewegliche Kontakt ist gegen Stöße sehr empfindlich, wie solche z. B. durch unrunde Kollektoren (Schlagen), durch vortretende Isolation zwischen den Kollektorlamellen oder zu schwache Bürstenträgerkonstruktion hervorgerufen werden können; teils elektrischer Natur: die während etwa  $\frac{1}{1000}$  bis  $\frac{1}{2000}$  Sekunden sich vollziehende Stromumkehr hat infolge Selbstinduktion der kommutierten Spule die Entstehung einer EMK in ihr zur Folge, die im Mittel mehrere Volt — bei raschlaufenden Dynamos bis zu 20 Volt — betragen kann und nach dem Lenzschen Gesetze so gerichtet ist, daß sie der Umkehr des Stromes entgegenwirkt, also seine rechtzeitige — d. i. während der Zeit des Lamellenkurzschlusses durch die Bürste — Wendung verzögert. Dann muß diese im Augenblick des Ablaufens der Bürste von der Lamelle erzwungen werden, dabei kann der Augenblickswert dieser sog. Reaktanzspannung einen sehr viel größeren Betrag annehmen als deren Mittelwert und gleichzeitig ist die in Wärme sich umsetzende Energie des verschwindenden Magnetfeldes der kurzgeschlossenen Spule noch sehr groß, welche beiden Umstände zu einer kräftigen Funkenentladung führen können.

Zur Verhütung des Kommutatorfeuers hat man folgende Mittel: 1. Ersatz der ursprünglichen Metallbürsten durch Kohlebürsten, deren günstige Wirkung auf dem großen Übergangswiderstand beruht, der der Berührungsfläche zwischen Kollektorkupfer und Kohle eigen ist und der mit zunehmender Härte, d. i. mit fallendem Graphitgehalt steigt; 2. Verdrehen der Wendezone, d. h. also der Bürsten über die neutrale Zone hinaus im Sinne der Drehrichtung in das hier vorhandene Betriebsfeld, das eine der Reaktanzspannung entgegengesetzte EMK induziert und so die Stromwendung beschleunigt; 3. Verminderung der Ankerrückwirkung, die gemäß dem oben unter 2. Gesagten den gewünschten Erfolg vereiteln kann; 4. Schaffung eines besonderen Wendefeldes, wenn das nach 2. vorhandene natürliche nicht genügt. Dies kann durch Anordnung besonderer Hilfs- oder Wendepole zwischen den Hauptpolen des Magnetgestelles geschehen; ihre Erregung muß durch eine dem Ankerstrom proportionale Durchflutung geschehen bei schwacher Sättigung, damit das Feld gleichmäßig dem erregenden Ankerstrom und der Reaktanzspannung folgt, Abb. 63 u. Abb. 60  $G_1-H_1$ . Um die richtige Folge der verschiedenen Pole stets nachprüfen zu können, merke man sich, daß im Sinne der Drehrichtung gelesen das Wort *SonNe* sich bilden lassen muß, wobei die großen Buchstaben die Haupt-, die kleinen die Hilfspole und *o* und *e* Einschießel bedeuten.

Durch die Wendepole lassen sich alle Kommutationsschwierigkeiten beseitigen und ergibt sich für den Betrieb noch der Vorteil, daß die Bürsten fest in der geometrisch-neutralen Zone stehen bleiben können, gleichzeitig läßt sich eine große Ersparnis an Erregerkupfer erreichen, weil der Luftspalt stark verringert werden kann, so daß die Mehrkosten für die Hilfspolwicklung mehr als ausgeglichen werden, zumal sich oft bei guter Lüftung die Strombelastung erheblich erhöhen läßt. Darum werden neuerdings alle größeren Maschinen mit Wendepolen ausgerüstet.

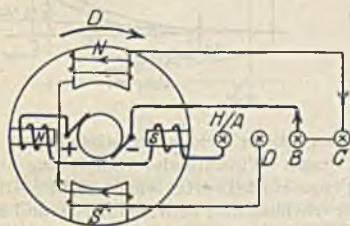


Abb. 63.

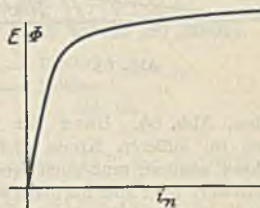


Abb. 64.

**(1350) Kennlinien.** Zur Veranschaulichung der je nach Schaltart der Erregung verschiedenen Eigenschaften bedient man sich der Kennlinien, die insbesondere über das Verhalten der Klemmspannung einer Dynamo Auskunft geben:

1. Leerlaufkennlinie, Abb. 64, gibt den Verlauf der EMK bei veränderlichem Erregerstrom; der Anker ist dabei stromlos, weshalb mit Fremderregung aufzunehmen, die Bürsten fest in der geometrisch-neutralen Zone, Drehzahl bleibt konstant. Da unter diesen Umständen  $E = C \Phi_a$  ist, stellt die Linie auch die Beziehung zwischen dem durch die jeweilige Erregung erreichbaren Feld und der elektrischen Durchflutung dar, ist also mit der oben ((1272), Abb. 9) erläuterten magnetischen Kennlinie gleichbedeutend,

2. Belastungskennlinien geben Aufschluß entweder über den Verlauf der Klemmspannung  $U$  — dann äußere genannt — oder der EMK  $E_B$  — dann innere geheißen — bei veränderlichem Ankerstrom  $J_a$ . Sie geben, weil stark von der Schaltart abhängig, bezeichnende Bilder für die einzelnen Typen.



Für Reihenschlußmaschinen, wo Erregerstrom gleich Ankerstrom ist, gibt Abb. 65 ein typisches Bild, wobei die bekannte Formel  $U = E - [J(r_a + r_h) + 2 \Delta U]$ , in der  $r_a$  bzw.  $r_h$  den Anker- bzw. Erregerspulwiderstand und  $2 \Delta U$  den Spannungsabfall durch Bürsten- und Übergangswiderstand zwischen Kollektor und Bürsten darstellt, die Beziehung zwischen der durch unmittelbare Messung von  $U$  erhaltenen äußeren und der danach errechneten inneren Kennlinie gibt. Maßgebend ist hier, daß der Erregerstrom nicht konstant ist, was zu Anfang einen langsamen Anstieg der Spannung zur Folge hat, die dann bei einem bestimmten Strome einen Höchstwert erreicht als Folge des bekannten Verlaufs der magnetischen Kennlinie und schließlich durch den überwiegenden Einfluß der Ankerrückwirkung bei noch höheren Strömen wieder fällt. Die starke Abhängigkeit der Spannung vom Belastungsstrom ist also für die Reihenschlußmaschinen wesentlich und sie finden eben diesethalben kaum mehr praktische Anwendung. — Bei der Nebenschlußmaschine wird der Widerstand des Erregerstromkreises konstant gehalten und dieser meist so eingestellt, daß die Maschine bei Nennspannung die Nennleistung erreicht. Infolge der von Anfang an sehr hohen Erregung nimmt die Spannung sofort einen Wert an, der höher als die Nennspannung ist, sie sinkt dann teils infolge Ankerrückwirkung, teils infolge verminderter Erregung immer

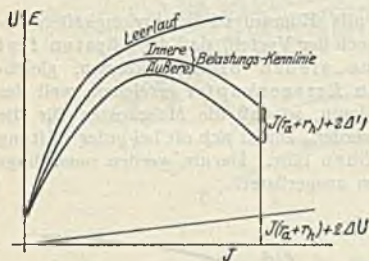


Abb. 65.

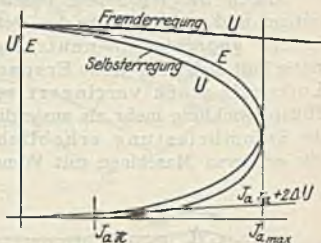


Abb. 66.

rascher, Abb. 66. Unter der Einwirkung dieser beiden Ursachen kann der Strom im äußeren Kreise nicht mit dessen Widerstandsverminderung stetig wachsen, sondern muß nach Erreichung eines Höchstwertes wieder fallen. Dieser Höchstwert liegt aber normalerweise sehr erheblich über dem Nennstrom und kann vielfach ohne besondere Maßregeln — z. B. Herabsetzung der Anfangsspannung — gar nicht erreicht werden. Die Spannung bei Nennstrom wird also im allgemeinen nicht viel unter der bei Leerlauf bzw. geringer Belastung liegen, so daß man sagen kann: die Nebenschlußmaschine hält ihre Spannung nahezu konstant auch bei wechselnder Belastung, und in dieser Eigentümlichkeit liegt die hohe Bedeutung dieses Typs für Verbraucher konstanter Spannung in Parallelschaltung. Die geringen tatsächlichen Änderungen lassen sich mittelst des Nebenschlußreglers, in Abb. 59 mit  $NR$  bezeichnet, leicht ausgleichen. Der prozentuale Spannungsabfall, d. i.  $\frac{U_{\text{Leer}} - U_{\text{Nenn}}}{U_{\text{Leer}}} 100$ , beträgt etwa  $8 \div 20\%$  und ist für neue und große Maschinen kleiner als für ältere und kleine.

Bei der Doppelschlußmaschine, die in der Regel der Hauptsache nach eine Nebenschlußmaschine ist, dient die feldverstärkend wirkende Hauptstromwicklung dazu, deren natürlichen Spannungsabfall bei Nennlast gerade aufzuheben — zu kompensieren — und es genügen dann bei dem hohen Strom einige wenige Windungen, um die nötige zusätzliche elektrische Durchflutung zu erzeugen, Abb. 67. Da oft das Bedürfnis besteht, bei hoher Belastung auch

mit höherer Spannung zu fahren, so werden solche Maschinen durch Vermehrung der Hauptstromwicklung überkompoundiert.

Ein Nebenschlußregler wird stets beigegeben. Diese können von Hand bedient werden oder unter Verwendung eines Hilfselektromotors so in Abhängigkeit von der Spannung gebracht werden, daß das Verstellen des Reglerhebels bei Abweichung von der Nennspannung selbsttätig und jeweils im erforderlichen Sinne erfolgt; besonders beliebt sind neuerdings die selbsttätigen Schnellregler.

**(1351) Maschinen für Sonderzwecke.** Während von den normalen Maschinen verlangt wird, daß sie im allgemeinen bei konstanter Drehzahl auch konstante Spannung geben, gibt es eine Reihe von Sonderfällen, bei denen entweder die Drehzahl innerhalb erheblicher Grenzen schwankt, wie z. B. bei den Lichtmaschinen für Auto- und Bahnwagenbeleuchtung, und deren Stromstärke und Spannung trotzdem konstant bleiben soll, oder solche, bei denen der äußere Widerstand bis fast zum Kurzschluß heruntersinkt und deren Strom darum doch einen fest einstellbaren Grenzwert bei konstanter Drehzahl nicht überschreiten soll, was z. B. für Schweißmaschinen zutrifft. Bei all diesen Maschinen wird der gewünschte Zweck entweder durch besonders starke Ausbildung der Ankerrückwirkung erreicht oder durch Anwendung einer feld-

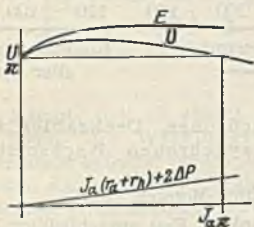


Abb. 67.

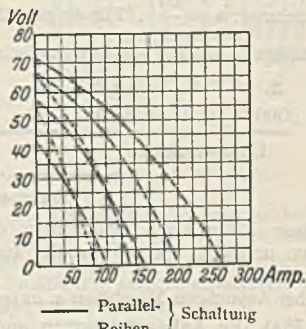


Abb. 68.

schwächenden Kompoundwicklung. Zur Unterstützung dieser Selbstregulierung werden meist noch künstliche Regler mit oder ohne automatische Betätigung herangezogen. Dazu gehören die Querfeldmaschine von Rosenberg (s. Rosenberg, Die Gleichstrom-Querfeldmaschine. Berlin: Julius Springer. Dgl. Arnold, Die Gleichstrommaschinen) und andere. Abb. 68 gibt die Kennlinie einer Lichtbogen-Schweißmaschine des Sachsenwerkes, die mit einer in 2 Teile zerlegten Gegenverbundwicklung ausgestattet ist, die je nach Bedarf parallel oder hintereinander geschaltet werden können. Die übliche Schweißspannung ist 25 Volt, der Strom kann dabei zwischen 50, 150 und 200 Ampere eingestellt werden mittelst des Nebenschlußreglers der fremderregten Maschine und des Umschalters für die erwähnte Verbundwicklung. Im Kurzschluß steigt der Strom um etwa 30%; im Leerlauf die Spannung auf höchstens 55 bis 75 Volt (s. auch Sachsenwerk-Mittlg. 1929, H. 1).

**(1352) Die Untersuchung von Dynamos** soll deren Eigenschaften feststellen, was geschehen kann einesteiis durch Aufnahme der erläuterten Kennlinien, andererseits durch Belastung bis zur Nennleistung und Messung der Temperatur im Dauerbetriebe. Wenn die Stromwendung Schwierigkeiten macht muß auch diese eingehend untersucht werden.



## Wechselstrom-Erzeuger.

### Aufbau.

(1353) **Prinzip der Synchron-Maschinen.** Dem Prinzip der Spannungserzeugung nach auf den Erscheinungen der elektromagnetischen Induktion beruhend, bestehen sie aus Magnetfeld und Anker als dem Träger der induzierten Windungen, die relativ gegeneinander bewegt werden. Mit geringen Ausnahmen ist es üblich, das Magnetfeld zu bewegen und den Anker stillstehend anzuordnen, weil diese Bauweise gestattet, die meist hochgespannten Ströme dem ruhenden Anker unmittelbar zu entnehmen; dafür muß dann der Erregerstrom für die Elektromagnete des Feldes diesen über Bürsten und Schleifringe zugeführt werden, was aber der geringen Spannung wegen leichter und einfacher ist, als der umgekehrte Fall. Da die Zahl der Erregerpole meist sehr viel größer ist als 2, so nimmt das bewegte Magnetgestell hier die Form eines Rades an, das mit einer Reihe von Polen besetzt ist und darum passend Polrad genannt wird; der stillstehende Anker wird entsprechend vielfach auch Ständer geheißen. Zwischen Polzahl  $2p$ , Periodenzahl  $f$  und minutlicher Drehzahl  $n$  besteht die Beziehung:  $n = \frac{60f}{p}$ . Für die praktisch wichtigste Frequenz 50 ergeben sich

daher folgende Zusammenhänge zwischen Drehzahl und Polzahl

|        |                |      |      |                |     |     |     |                              |     |    |
|--------|----------------|------|------|----------------|-----|-----|-----|------------------------------|-----|----|
| $2p =$ | 2              | 4    | 6    | 8              | 10  | 20  | 40  | 50                           | 60  | 75 |
| $n =$  | 3000           | 1500 | 1000 | 750            | 600 | 300 | 150 | 120                          | 100 | 80 |
|        | Dampfturbinen  |      |      | Wasserturbinen |     |     |     | Kolbenmaschinen<br>aller Art |     |    |
|        | Riemenantriebe |      |      |                |     |     |     |                              |     |    |

Diese Zahlenwerte nennt man die synchronen Drehzahlen für 50 Perioden und man spricht deshalb auch von synchronen Wechselstrommaschinen.

Über Asynchron-Maschinen s. unter Asynchron-Motoren (1385).

(1354) **Die Ankerwicklungen und der Anker.** Fast ausschließlich üblich ist die Trommelwicklung im Hohlraum eines Zylinders mit Nuten und zwar mindestens  $2 \div 3$  für 1 Pol und jede Phase; die  $p$  bzw.  $2p$  Gruppen von Spulen sind stets hintereinandergeschaltet. Die einzelnen Spulenseiten können von Nut zu Nut entweder rücklaufend zu Schleifen oder stetig weiterschreitend zu Wellen verbunden werden, Abb. 69 u. 70. Die erstere ist für alle Hoch-



Abb. 69.



Abb. 70.

spannungsmaschinen allein gebräuchlich, die Wellenwicklung wird fast nur für Niederspannungsmaschinen mit großem Strom und damit auch großem stabförmigem Leiter-Querschnitt angewandt. Bei Mehrphasenwicklungen ist zu beachten, daß eine Polteilung gleich 180 elektrischen Graden zu setzen ist und daher die der nächstfolgenden Phase zugehörige Spulengruppe um einen elektrischen Winkel zu versetzen ist, der für Zweiphasenstrom  $90^\circ$ , für Dreiphasenstrom  $360:3 = 120^\circ$  beträgt, Abb. 28 u. 72 sowie 71 bzw. 37, wobei bezüglich der Abb. 72 noch zu bemerken ist, daß in Wirklichkeit jede der Spulen I, II usw. auf  $q = 2 \div 4$  Nuten verteilt wird, weil dadurch die Maschine günstigere Eigenschaften in bezug auf sinusförmige Spannung, d. h. Unterdrückung der höheren Harmonischen, Wärmeverteilung und Spannungsabfall erhält. Die Nutenzahl wird  $Z = 6pq$  für Dreiphasenwicklungen.

Da die in die Nuten geschobenen Isolierhülsen geschlossen sind, so müssen die Spulen Draht für Draht eingefädelt und bündelweise isoliert werden. Da diese Arbeitsweise teuer ist und keine sorgfältige Isolation zuläßt, fertigt man entweder die Spulen einzeln an, isoliert sie gut durch Eintauchen in eine isolierende Füllmasse und legt sie in die offenen Nuten ein, oder, da offene Nuten vielfach unerwünscht sind, so stellt man die Spulen nur auf der Kopfseite in der beschriebenen Weise fertig und schiebt sie, da sie so eine gabelartige Gestalt bekommen, seitlich in die halbgeschlossenen Nuten ein, worauf erst die Schlußverbindungen hergestellt werden. Bei großen Leistungen muß man zu Stäben greifen. Auch aus diesen werden Spulen schablonenmäßig hergestellt und mit Mikanit umpreßt. In Leitern von großen Querschnitten entstehen aber sehr starke Wirbelströme, denen man allerdings durch Unterteilung in mehrere parallele Leiter (Litze) entgegenwirken kann, was aber viel Platz erfordert; deshalb ordnet man in solchen Fällen die Stäbe so an, daß die innerhalb eines Stabes induzierten und auf Wirbelströme hinwirkenden EMKe sich aufheben, wodurch man zu den sog. Kunststäben mit Verdrellung gelangt (s. Näheres

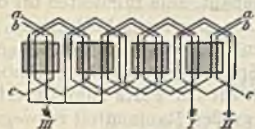


Abb. 71.

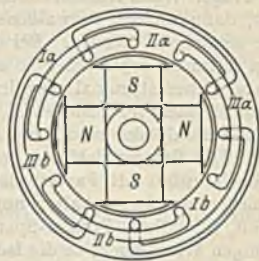


Abb. 72.

El. u. Maschb. 1921, S. 485ff.). — Die aus den Nuten hervorragenden Teile einer Spule, die Wicklungsköpfe, müssen sehr gut am Gehäuse und gegeneinander befestigt werden, da bei Kurzschlüssen sehr große Kräfte in ihnen auftreten, die bei der Plötzlichkeit der Entstehung solcher schlagartig wirken und deshalb große Zerstörungen im Gefolge haben können.

An Stelle dieser eigentlichen Wechselstromwicklungen kann man auch die geschlossenen Gleichstromwicklungen verwenden. Je nach der Stromart müssen sie an Punkten angezapft und mit den Schleifringen verbunden werden, die bei Einphasenstrom um  $180^\circ$  (elektrische Grade), bei Zweiphasenstrom um  $90^\circ$  und beim Dreiphasenstrom um  $120^\circ$  gegeneinander verschoben sind, s. auch Abb. 28 u. 35. Außer diesen unveränderten Gleichstromwicklungen kann man aber durch Aufschneiden der Wicklung und passende Zusammensetzung bzw. Schaltung der einzelnen Teile neue Wechselstromwicklungen herstellen.

Die einzelnen Spulenseiten werden in die Nuten des Ankerkörpers eingelegt und nötigenfalls durch Verschlusskeile darin festgehalten. Der Ankerkörper wird ebenfalls aus einzelnen gegenseitig durch Papier voneinander isolierten Blechscheiben aufgebaut und als Träger für diesen Blechring dient das gußeiserne Gehäuse, auf dessen Rippen er aufliegt und durch dessen Seitenwände er fest zusammengepreßt wird. Da es sich oft um Gehäuse von sehr großem Durchmesser handelt, so muß dieses sehr steif gebaut werden, damit es nicht die kreisrunde Form verliert, daher die kastenförmige Ausbildung solcher Gehäusequerschnitte oder die innere Verstrebung durch ein radiales Armsystem bei großen Maschinen. Letzteres ist namentlich dann angebracht, wenn es möglich sein soll, das Gehäuse so zu drehen, daß der untere in einer Grube befindliche Teil nach oben kommt zwecks etwaiger Auswechslung einer schadhaften Spule; es müssen dann die Füße abschraubbar gemacht werden. Es ist auf reichliche Lüftungsmöglichkeit zu achten und darum auch vor allem das Blechringpaket durch Luftschlitze ausgiebig zu unterteilen.



(1355) Das Polrad. Für größere Leistungen kommt nur noch die Ausführung mit aufgesetzten Kernen wechselnder Polarität vor, Abb. 72. Bei langsam laufenden Maschinen mit vielen Polen erweitert sich die Nabe zum Schwungrad, in dessen Radkranz Schwungmassen untergebracht werden können, die zu einem geordneten Parallelbetrieb (s. diesen: Störungen des P.-Betriebs) nötig sind. Bei den großen Umfangsgeschwindigkeiten und den großen Gewichten der Pole treten außerordentlich hohe Zentrifugalkräfte auf, die sich bei raschen Erhöhungen der Drehzahlen — wie solches bei plötzlichen Entlastungen oder Versagen der Regulierung insbesondere bei Wasserturbinenantrieb vorkommen kann — weit über die Werte bei normalen Betriebsverhältnissen steigern können. Es ist daher dem Zusammenbau zwischen Polen und Schwungradkranz ganz besondere Aufmerksamkeit zu widmen unter Berücksichtigung der beim „Durchgehen“ höchstmöglichen Drehzahl; darum kommt auch nur hochwertiger Stahlguß für das Schwungrad in Frage. Wenn Aufschrauben der Pole durch mehrere Schrauben nicht mehr genügt, dann müssen schwalbenschwanzförmige Verbindungen mit Verkeilung zur Hilfe genommen werden. Bei den geringen Polzahlen der Turbogeneratoren werden mitunter sogar die Pole aus dem Vollen herausgeschnitten, was freilich teuer aber sicher ist, zumal wenn der Radkörper aus Scheiben, deren gleichartige Beschaffenheit leicht festzustellen ist, aufgebaut wird. Die Pole sind massiv (Schmiedeeisen oder Stahl) oder werden aus Blechen aufgebaut, zum mindesten oft die Polschuhe. Die Erregerwicklung besteht meist aus massivem hochkantig gestelltem Flachkupfer mit Papierisolation zwischen den einzelnen Windungen, alle Pole hintereinandergeschaltet mit niedriger Spannung, also für 110 höchstens 220 Volt, für höhere Erreger-Spannungen fehlt oft der Platz zum Unterbringen der nötigen Windungen, da die Isolation einen großen Raumanteil vorwegnimmt. Wenn sehr große Schwungmomente erforderlich werden wie bei Gasmotoren, ordnet man auch die Pole im Innern des Radkranzes seitlich des Armkreuzes an und die Ankerwicklungen liegen dann auf dem Mantel einer Trommel; doch setzt diese Anordnung Tandem- oder stehende Maschinen zum Antrieb voraus.

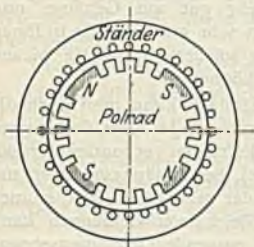


Abb. 73.

Bei Turbogeneratoren ist man der konstruktiven Schwierigkeiten wegen vielfach ganz von den Rädern mit aufgesetzten Einzelpolen ab- und zu Volltrommeln übergegangen nach Abb. 73, die dadurch gekennzeichnet ist, daß die Erregerwicklung in Nuten, die parallel zur Achse verlaufen, untergebracht ist und durch Keilverschluß festgehalten wird. Die Wicklungsköpfe werden an Stelle einfacher Drahtbandagen durch Bronzekappen festgehalten, die gleichzeitig den Ventilator zur Beschaffung der Kühlluft für die Wicklungen tragen.

Die Polräder werden meist von einer besonderen Gleichstrom-Maschine — Erregermaschine genannt — gespeist, deren Anker mit dem Polrad auf derselben Welle sitzt. Oft ist für mehrere Polräder nur eine gemeinsame Erregermaschine oder irgendeine andere Gleichstromquelle — z. B. Sammlerbatterie — vorhanden. Es gibt allerdings auch selbsterregende Wechselstrommaschinen — komponentierte Maschinen —, doch haben diese keine praktische Bedeutung erlangt.

## Das Verhalten der synchronen Wechselstromerzeuger im Einzelbetrieb.

(1356) Die EMK der Ankerwicklung. Der Effektivwert ist gemäß der Gleichung  $E = f_E E_m$ , in der  $f_E$  den Formfaktor der EMK-Kurve, s. (1299) bedeutet und  $E_m = 4 f \mathfrak{F} 10^{-8}$  den in einer Windung erzeugten Mittelwert der EMK, hervorgerufen dadurch, daß sich der aus 1 Pol des Polrades austretende Fluß, der

infolge der Drehung für die Ankerspulen ein Wechselfeld mit dem Scheitelwert  $\mathfrak{F}$  und der Frequenz  $f$  ist, mit ihr verkettet. Es ist also — im Gegensatz zum Gleichstromanker — auch die Form der Feldkurve von Einfluß auf die Größe der EMK einer Ankerwicklung, da ja für jeden einzelnen Leiter die EMK-Kurve gleich der Feldkurve ist. Ferner muß berücksichtigt werden, daß die einzelnen Spulen einer Phase meist auf mehrere Nuten verteilt und daher jeweils in anderem Zustand (Phase) der Induktion sind, also die in den einzelnen Spulen erzeugten EMKe nicht einfach algebraisch addiert werden dürfen. Diesem letzteren Umstande trägt man dadurch Rechnung, daß man die in einer Wicklung von  $q$  Spulen für 1 Phase induzierte resultierende EMK  $E_r$  nicht gleich  $qE_a$  setzt, wo  $E_a$  die in einer Spule, deren  $w$  Drähte in 1 Nut beisammen liegen, erzeugte EMK bedeutet, sondern

$$E_r = f_n q E_a \text{ Volt,}$$

wo  $f_n$  die der Verteilung der Wicklung Rechnung tragende Beizahl — darum Wicklungsfaktor genannt — bedeutet, die je nach deren Anordnung verschieden ist und deren Berechnung von Arnold oder Pichelmayr<sup>1)</sup> gezeigt wird. Nach Arnold ist

für dreiphasige Wicklungen

| $q=2$         | Lochwicklungen |       |       |       |                          | verteilte Wicklungen |  |
|---------------|----------------|-------|-------|-------|--------------------------|----------------------|--|
|               | 3              | 4     | 5     | 6     | $S/\tau = 1/3 \quad 2/3$ |                      |  |
| $f_n = 0,966$ | 0,960          | 0,958 | 0,957 | 0,957 | 0,956                    | 0,830                |  |

Darnach wird also die EMK der  $p$ , 1 Phase bildenden Spulengruppen:

$$E' = 4 f_n f_E f p q w \mathfrak{F} 10^{-8} = 4 k f w' \mathfrak{F} 10^{-8},$$

wo also  $k = f_n f_E$  den sog. Kappschen Faktor und  $q p w = w'$  die Zahl der in einer Phase insgesamt hintereinandergeschalteten Windungen bedeutet.

Beispiel: Der Anker eines 4poligen Dreiphasen-Generators hat für 1 Pol und 1 Phase  $q = 4$  Nuten mit je 10 Drähten; die Feldkurve hat den Formfaktor  $f_n \approx f_E = 1,235$  und die Periodenzahl ist  $f = 50$ ; der aus einem Pol des Rades austretende Fluß sei  $\mathfrak{F} = 5,12 \cdot 10^6$ . Wie groß ist Klemmspannung im Leerlauf bei Sternschaltung des Ankers?

$$w' = 2 \cdot 4 \cdot 10 = 80, \quad E' = 4 \cdot 0,958 \cdot 1,235 \cdot 50 \cdot 80 \cdot 5,12 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8}$$

$$E' = 4 \cdot 1,18 \cdot 20,48 = 96,0 \text{ Volt Phasenspannung,}$$

$$E = \sqrt{3} E' = 167 \text{ Volt verkettete Spannung bei Sternschaltung.}$$

Hierzu ist noch zu bemerken, daß infolge der Verteilung der Wicklung auf mehrere Nuten die höheren Harmonischen, die etwa in der Feldkurve enthalten sind, nur wesentlich abgeschwächt in der EMK-Kurve der Wicklung auftreten können, so daß man deren Einfluß auf Größe und Form der EMK vernachlässigen darf, d. h. es genügt, nur die EMK der sinusförmigen Grundwelle zu berechnen. Denselben Zwecke dienen Schrittverkürzungen und Bruchlochwicklungen. Es wird sogar in einer Dreiphasenwicklung mit gerader Nutenzahl für Pol und Phase die dritte Oberschwingung, falls die Feldkurve eine solche hat, in der verketteten Spannung ausgelöscht.

Die Leerlaufspannung ist also vom Polradfeld abhängig und steigt und fällt mit der Vergrößerung oder Verminderung der Erregung. Die Beziehung zwischen Erregung und Feld ist genau wie bei Gleichstrommaschinen gegeben durch die magnetische Kennlinie, die auch in derselben Weise wie dort berechnet wird und zugleich auch die Leerlaufkennlinie darstellt. Zur Spannungsregelung dient der vor die Magnetspulen zwischen die Stromquelle geschaltete Magnet- oder Hauptstromregler.

(1357) Die Ankerrückwirkung. Diese spielt bei der Wechselstrommaschine noch eine wichtigere Rolle als bei der Gleichstrommaschine, teils weil sie zahlenmäßig größer ist, teils weil sie die Eigenschaften einer Wechselstrommaschine

<sup>1)</sup> s. Arnold, E. Die Wechselstromtechnik, III. u. IV. Bd., oder Pichelmayr: Dynamobau.



tiefgreifender beeinflußt. Dieser Einfluß ist ferner sehr verschieden, je nachdem man es mit einer Ein- oder Mehrphasenmaschine zu tun hat und außerdem je nach Ausführung mit Einzelpolen oder mit Volltrommel.

Bei Mehrphasenmaschinen mit Volltrommel sind die Verhältnisse am leichtesten zu übersehen und es soll daher von ihnen hier allein die Rede sein, da die Auswirkung der Ankerrückwirkung dem Wesen nach bei allen derselben Art und nur nach der Größe verschieden ist.

Das im Betrieb sich bildende Ankerfeld ist bei Dreiphasenstrom nahezu konstant, dreht sich aber synchron mit dem Polrad und in dessen Sinne (s. (1385), Das Drehfeld phasenversch. Ströme), wobei aber die Polachsen beider Felder im allgemeinen nicht zusammenfallen, sondern um einen Winkel  $\psi$  gegeneinander verschoben sind. Die Kraftlinien dieses Ankerfeldes schließen sich zum Teil über den Luftspalt  $\delta$  und die Trommel — dieser Teil sei darum Ankerhauptfeld genannt  $\mathfrak{F}_A$  — zum Teil bereits über die Nuten des Ständers — es wird darum als Ankernutenstreufeld  $\mathfrak{F}_{r_n}$  unterschieden — und schließlich zum Teil um die Wicklungsköpfe der Ständerwicklung — darum Ankerstirnstreufeld  $\mathfrak{F}_s$ , geheißen. Bestimmend für alle diese Felder ist der durchsetzte Luftraum, also  $\delta$  und Nutenbreite  $b$ . Es ist nun das Ankerhauptfeld (1385)

$$\mathfrak{F}_A = \frac{0,18 f_m z J_a l \tau}{\delta'' p},$$

worin  $\delta''$  den mit Rücksicht auf die Nuten und Eisenwege vergrößerten wirklichen Luftspalt  $\delta$  in cm bedeutet (s. darüber z. B. Arnold, Wechselstromtechn. Bd. 4),  $f_m$  den Wicklungsfaktor,  $z$  die Gesamtzahl aller induzierten Drähte des Ständers,  $J_a$  den Ankerstrom, der in einem solchen Drahte fließt,  $l$  die axiale Länge des Ankers in cm zwischen den Spannplatten ausschließlich der Luftschlitze,  $\tau$  Polteilung in der Ankerbohrung in cm gemessen,  $p$  die Zahl der Polpaare. Indem dieser Teil des Ankerfeldes über den Anker hinwegläuft, induziert er in dessen Wicklung eine EMK für 1 Phase und  $p$  Polpaare

$$E_A = 4 k f W' \mathfrak{F}_A 10^{-8} = 0,74 f_m f z \mathfrak{F}_A 10^{-8} \text{ Volt,}$$

d. i. die Ankerhauptreaktanzspannung  $= x_A J_A$ , wo also  $x_A$  die Ankerhauptreaktanz bedeutet.

In ähnlicher Weise (Näheres s. bei Arnold und Pichelmayr wie oben) kann die Ankerstreuspannung  $E'_s$  berechnet werden und aus der Beziehung  $E'_s = x_{A_s} J_A$  die gesamte Ankerstreureaktanz  $x_{A_s}$ . Außer diesen Reaktanzen wirkt noch der Wirkwiderstand der Ankerwicklung einer Phase spannungsverzehrend; doch ist der dafür einzusetzende Wert nicht gleich dem Gleichwiderstand  $r_{a_0}$  der Ankerwicklung, sondern der 1,2—1,5 mal so große Echtwiderstand infolge der Wirbelströme in den Ankerleitern und in den massiven Metallteilen des Ankers und Polrades:

$$r_a = (1,2 \div 1,5) r_{a_0} \Omega.$$

Damit wird der gesamte Scheinwiderstand der Ankerwicklung

$$z_a = \sqrt{r_a^2 + (x_A + x_{A_s})^2},$$

wofür man auch, da  $r_a$  stets  $\ll \Sigma x$ ,  $z_a = (x_A + x_{A_s}) = x_a$  setzen kann, welchen Wert man für Volltrommelmaschinen mit hinreichender Genauigkeit als konstant betrachten darf.

Damit erhält man folgendes einfachstes Vektorenschaubild, Abb. 74. Das Polradfeld  $\vec{B}_E$  erzeugt im Leerlauf die um  $90^\circ$  nacheilende EMK  $E$ . Wird die Maschine belastet, d. h. führt der Anker einen Strom  $J_a$  und speist dabei einen induktiven Kreis, so muß er seiner EMK nacheilen und gleichzeitig im Anker die Reaktanzspannung  $J_a x_a$  erzeugen. Diese, als innerhalb der Maschine wirkend, schwächt die äußere, d. h. die Klemmspannung  $U$  der Maschine, die

$$E \pm J_a x_a = U$$

ist; die Spannung der Maschine fällt also bei induktiver Belastung, dagegen steigt sie bei kapazitiver. Gleichzeitig erkennt man, daß das Polrad aus seiner Leerlaufstellung um den Winkel  $\theta$  nach vorwärts verschoben werden muß, um dem Anker Stromabgabe zu ermöglichen; wobei aber zu beachten ist, daß die Stärke des Polradfeldes nicht geändert worden ist. Ermittelt man unter dieser Voraussetzung die Klemmspannung einer Maschine für verschiedene Werte von  $J_a$  bei einer bestimmten unveränderlichen Phasenverschiebung  $\varphi$ , so erhält man die äußere Belastungskennlinie. Führt man denselben Versuch für andere Werte von  $\varphi$  durch, so erhält man eine Schar von Kennlinien, die über Spannungsabfall bzw. -erhöhung bei Be- oder Entlastung Auskunft geben, Abb. 75, und erkennt daraus, daß die Spannungsänderungen im Gefolge einer Stromveränderung bei induktiver Belastung besonders groß sind, und um so größer, je größer  $z_a$  ist. — Wird der äußere Stromkreis allmählich kurzgeschlossen, so arbeitet die EMK  $E$  schließlich nur auf die eigene Ankerreaktanz und der Strom wird ein Höchstwert. Er heißt Dauerkurzschlußstrom  $J_K = E : z_a$

und wird also um so größer, je kleiner  $z_a$  ist, d. h. kleine Ankerreaktanz führt zu großem Kurzschlußstrom, der natürlich bei Nenn-Erregung des Polrades bedeutend größer ist als der Dauernennstrom, und zwar etwa das 2- bis 5 fache.

Da Kurzschlüsse in ausgedehnten Zentralen nicht zu vermeiden sind, ein großer Kurzschlußstrom aber zu weitläufigen Beschädigungen an Maschinen und Apparaten führen kann, so baut man neuerdings Wechselstrommaschinen nicht mehr mit besonders kleiner Ankerreaktanz, obwohl dies hinsichtlich der Spannungsregulierung erwünscht wäre, sondern hält diese zum Zweck der Verminderung des Kurzschlußstromes verhältnismäßig hoch und läßt die Spannungsregulierung durch selbsttätige Schnellregler besorgen. Erfolgt ein solcher Kurzschluß aber plötzlich, so tritt der sogenannte Stoßkurzschlußstrom auf, der bei alten Maschinen 20- bis 30 mal, bei neueren 10- bis 15 mal größer ist als der Scheitelwert des Nennstroms, weil erst einige Zeit, freilich nur Bruchteile von Sekunden, vergehen muß, bis sich das dem Dauerkurzschlußstrom entsprechende Ankerfeld ausgebildet hat. Trotz seiner Kürze ist dieser Strom wegen seiner explosionsartigen Kraftwirkungen sehr gefürchtet.

Wird der Anker kurz geschlossen, das Polrad in verschiedener Stärke erregt, jedesmal der dabei auftretende Dauerkurzschlußstrom gemessen und dieser in

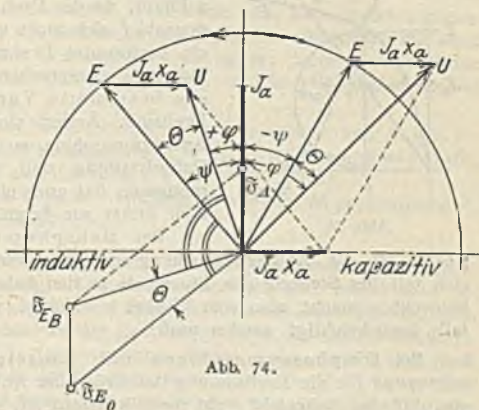


Abb. 74.

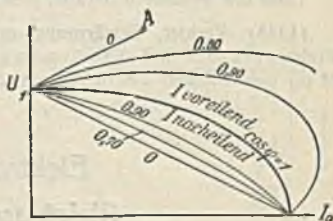


Abb. 75.



Abhängigkeit der Polraderregung aufgetragen, so erhält man die Kurzschlußkurve, die unter den vereinfachenden Annahmen eine Gerade wird, aber auch praktisch nicht viel davon abweicht. Aus diesem Schaubild läßt sich auch  $x_a$  für jeden Strom  $J_a$  berechnen, Abb. 76, wenn man sie mit der Leerlaufkennlinie zusammenzeichnet.

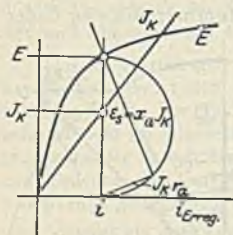


Abb. 76.

Die Leistung der Maschine ist  $J_a U \cos \varphi$  für 1 Phase; da die Drehzahl wegen konstanter Periodenzahl  $f$  sich nicht verändert, muß jeder Leistung ein bestimmtes Drehmoment seitens der Antriebsmaschine entsprechen und jedem Drehmoment eine bestimmte Verstellung  $\theta$  des Polrades im Drehsinn. Ändert sich also das Drehmoment der Antriebsmaschine, so ändert sich auch die relative Polradstellung und ein Pendeln des Antriebsmomentes hat auch ein Pendeln des Polrades relativ zum Anker zur Folge.

Bei Mehrphasenmaschinen mit Einzelpolen ist die Ankerrückwirkung insofern verwickelter, als ihre Auswirkung sich mit der Stellung der Einzelpole zu den Ankerpolen in verschiedener Weise bemerkbar macht, also vom Winkel  $\psi$  abhängt, was im Vektorschaubild ebenfalls berücksichtigt werden muß.

Bei Einphasenmaschinen mit Einzelpolen tritt eine weitere Erschwerung für die Bestimmung der Größe der Ankerrückwirkung noch dadurch ein, daß das Ankerfeld nicht mehr konstant ist, sondern eben ein Wechselfeld, also die gegenseitige Einwirkung von Polrad und Anker auch noch von des Ankerfeldes jeweiliger Größe abhängt.

Zum Studium der in diesen beiden Fällen auftretenden Größenwerte muß auf Sonderlehrbücher (Arnold, Pichelmayer u. a.) verwiesen werden, während das Verhalten dieser Maschinen genau dem oben erläuterten entspricht.

Über das Verhalten parallel geschalteter Wechselstrommaschinen s. (1418).

(1358) **Verlust, Erwärmung und Untersuchung.** Bezüglich Verluste, Wirkungsgrad und Erwärmung, sowie hinsichtlich der Untersuchung gilt im wesentlichen das für Gleichstrommaschinen Gesagte, s. auch (1352).

## Elektromotoren.

### Gleichstrom-Motoren.

#### Wirkungsweise und Grundlagen.

(1359) **Das Drehmoment.** Als Gleichstrommotor ist jeder Gleichstromerzeuger verwendbar, nur muß ihm gemäß seiner Bestimmung, elektrische Energie in mechanische zu verwandeln, diese durch Anschluß an eine Gleichstromquelle von der Spannung  $U$  mit dem Strom  $J$  zugeführt werden. Wird durch geeignete Schaltung (1362) dieser Strom ganz oder teilweise zur Erregung des Magnetgestells und zur Speisung des Ankers über die Bürsten verwendet, so entsteht zwischen jedem einzelnen von dem Strom  $i_a$  durchflossenen Ankerleiter und der Feldstärke  $\mathfrak{B}$  an dem Ort des Leiters eine Kraft  $P = 10,2 i_a \mathfrak{B} l 10^{-8}$  kg, wobei  $l$  die axiale, im Bereich des Feldes liegende Leiterlänge in cm darstellt. Die Richtung dieser senkrecht zum Leiter angreifenden Kraft bestimmt sich aus der linken Handregel, die ganz entsprechend den verschiedenen Abarten der rechten Handregel, s. (1286), lautet. Da die Verteilung des Feldes am Ankerumfang gemäß der Feldkurve, Abb. 14 (1287), von Leiter zu Leiter sich ändert, ist die auf jeden einzelnen Leiter ausgeübte Kraft

und damit auch sein Drehmoment verschieden nach Maßgabe eben der Feldkurve. Das Drehmoment aller unter einem Pol liegenden Leiter findet man daher am einfachsten, wenn man sich die Fläche der Feldkurve in ein Rechteck über der Polteilung  $\tau$  verwandelt denkt, dessen Höhe also der mittleren Feldstärke und damit auch dem mittleren, für alle Leiter gleichen Drehmoment entspricht. Dessen Wert kann nach obiger Formel ausgerechnet werden und ergibt mit der Zahl aller Leiter  $z$  vervielfacht das Gesamtdrehmoment:  $M = 3,25 p i_a z \Phi 10^{-10}$  mkg des Ankers, worin  $\Phi$  die Gesamtzahl der mit einer Windung im Augenblick des Kurzschlusses durch die Bürsten verketteten Kraftlinien bedeutet und meist nahezu gleich  $\Phi_a \approx$  dem Flächeninhalt der Feldkurve ist (s. auch (1347)).

Führt man an Stelle des Leiterstromes  $i_a$  den gesamten dem Anker zuströmenden Strom  $J_a$  ein, der sich im allgemeinen ja über  $2a$  Ankerzweige verteilt, so erhält man schließlich  $M = 1,625 (p/a) z \Phi 10^{-10} \times J_a$  mkg.

Für unveränderliches  $\Phi$  (d. h. unabhängig von  $J$ ) ist  $M$  proportional  $J_a$  und daher durch eine Gerade darstellbar.

(1360) Die gegenelektromotorische Kraft. Dieses Drehmoment erteilt nun, sofern es größer als das verlangte Lastdrehmoment ist, dem Anker eine beschleunigte Drehbewegung, so daß seine Drehzahl zunächst zunimmt. Dadurch findet aber gleichzeitig ein Schneiden der Kraftlinien durch die Ankerleiter statt, wodurch in ihnen eine EMK induziert wird. Deren Größe ergibt sich nach genau derselben Formel wie in (1347) angegeben und deren Richtung nach der rechten Handregel; und zwar findet man so, daß sie jederzeit der Stromrichtung entgegen wirken muß in Übereinstimmung mit dem Lenzschen Gesetze. Man bezeichnet daher die in einem Motoranker induzierte EMK als Gegenelektromotorische Kraft, abgekürzt GEMK

$$E_g = (n/60) (p/a) z \Phi 10^{-8} \text{ V.}$$

Bei konstantem Feld wächst sie mit zunehmender Drehzahl und vermindert den Strom so lange, bis dieser auf eine Größe gefallen ist, die dem verlangten Drehmomente nach obiger Formel entspricht, Abb. 77. Dann ist kein überschüssiges Drehmoment für Beschleunigungszwecke mehr vorhanden und der Motor muß mit der in diesem Augenblick erreichten Drehzahl weiterlaufen. In dem aus Stromquelle und Anker gebildeten Kreise wirken also die Klemmspannung  $U$  und die GEMK  $E_g$  einander entgegen und der Überschub dient dazu, den Strom  $J_a$  durch den jeweiligen Widerstand  $r$  des Stromkreises zu treiben, so daß also stets die Beziehung besteht:

$$U - E_g = J_a r \quad \text{oder} \quad U = E_g + J_a r,$$

$r$  kann dabei außer dem Ankerwiderstand  $r_a$  auch noch den Widerstand der Magnetwicklung  $r_h$  (bei Hauptstrom- und Verbundmotoren) und schließlich noch Vorschaltwiderstände umfassen.

Für  $n = 0$ , d. h. im Stillstand, wird  $J = U/r$  ein Größtwert: für  $r = r_a$  der Kurzschlußstrom  $J_k$ , der zwar infolge Selbstinduktion auch im Augenblick des Einschaltens in dieser Höhe nicht erreicht wird, aber im allgemeinen so sehr viel größer ist als der Nennstrom, daß er ohne Schaden nicht auftreten darf. Für  $E_g = U$  wird  $J_a = 0$ , womit aber auch das Drehmoment verschwindet; dies tritt bei einer bestimmten Drehzahl  $n_k$  ein, die die kritische heißt, weil die Maschine nur unter ihr ein Motor ist, darüber würde die Maschine Strom herausgeben, also ein Erzeuger sein, zu welchem Zwecke sie freilich angetrieben

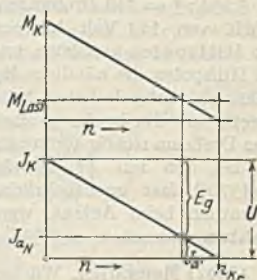


Abb. 77.



werden muß gegen das sich nun wieder entwickelnde Drehmoment, d. h. mechanische Leistung verbraucht.

Beispiel. Ein Anker mit  $z = 190$  Leitern,  $l = 50$  cm Länge befinde sich in einem konstanten Felde mit  $\phi = 5,654 \cdot 10^6$  Kraftlinien für 1 Pol. Das Feld sei zweipolig, der Anker habe einen Widerstand  $r_a = 0,1 \Omega$  und werde an eine unveränderliche Spannung  $U = 120$  V gelegt. Es ist dann der rechnerische Kurzschlußstrom  $J_k = 120:0,1 = 1200$  A. Mit diesem Strom würde der Anker unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung ein Drehmoment von  $M_k = 1,625 \cdot 190 \cdot 5,654 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 10^{-10} = 209,50$  mkg ergeben und sich damit sehr rasch in Gang setzen. Er habe nun ein Drehmoment von  $13,95$  mkg zu überwinden; dann wird sich seine Drehzahl so lange steigern, bis der Strom auf die diesem Wert entsprechende Größe — d. s.  $1200 \times 13,95:209,50 = 80$  A — gefallen ist. Dann aber muß sein  $120 - E_g = 80 \cdot 0,1$ , d. h.  $E_g = 112$  V, welche Spannung bei

$n = \frac{112 \cdot 60 \cdot 10^6}{190 \cdot 5,654 \cdot 10^6} = 625$  Drehungen/Minute erreicht wird, mit welcher Drehzahl er nun unverändert weiterläuft. Die kritische Drehzahl wird dagegen für  $E_g = 120$  V erreicht, also  $n_{kr} = 625:120:112 = 672$  Drehungen/Minute.

Das solcherart berechnete Drehmoment ist das Bruttodrehmoment, das nicht in voller Größe an der Ankerwelle zu nutzbarer Arbeit zur Verfügung steht, sondern das noch zu einem Teil von Reibungs- und Eisenverlusten verbraucht wird, s. (1364).

**(1361) Ankerrückwirkung und Stromwendung** wirken sich in genau derselben Weise aus, wie bei den Erzeugern, so daß die Abb. 61 (1347) auch für einen Motor gelten kann, nur ist eben dann der Drehsinn der umgekehrte. Deshalb verschieben sich bei einem Motor neutrale Achse und Wendezone entgegen dem Drehsinne. Die Schwächung des Betriebsfeldes hat aber beim Motor eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Denn wäre in dem obigen Beispiele das Betriebsfeld auf etwa  $5 \cdot 10^6$  Kraftlinien herabgedrückt worden, so müßte der Motor eben  $625 \cdot 5,654:5 = 710$  Drehungen in der Minute machen, um die benötigte GEMK von 112 Volt hervorzubringen. Ferner kann man auch Motoren mit Hilfspolen ausrüsten und gilt bezüglich der Aufeinanderfolge von Haupt- und Hilfspolen die nämliche Regel wie für Erzeuger, aber für den umgekehrten Drehsinn. Hilfspole haben bei Motoren für beiderlei Drehrichtung den weiteren Vorteil, daß die in der geometrisch-neutralen Zone feststehenden Bürsten für jeden Drehsinn richtig kommutieren und sind außer bei diesen Motorarten namentlich bei den mit Feldschwächung arbeitenden Nebenschlußreguliertmotoren (s. (1370)) fast unentbehrlich. Sehr große Motoren mit starker Belastung, namentlich beim Anlauf, werden zweckmäßig auch mit Kompensationswicklung versehen, s. (1348).

**(1362) Motorarten.** Wie bei den Erzeugern können auch die Motoren zwecks Erregung als Reihenschluß-, Nebenschluß- oder Doppelschluß-Maschinen ausgeführt werden; auch Fremderregung durch eine andere Stromquelle als die des Ankers und mit anderer Spannung kommt zuweilen vor, s. (1374).

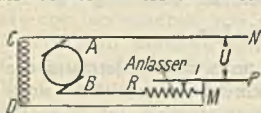


Abb. 78.

Je nach Schaltung zeigen sie sehr verschiedene Eigenschaften, die sich aber hier hauptsächlich durch die Beziehung zwischen Minutendrehzahl und Drehmoment auswirken, welche Erscheinung man als Selbstregelung bezeichnet. Je nach Art der Selbstregelung ist das Anwendungsgebiet ein sehr verschiedenes.

a) Der Nebenschlußmotor, Abb. 78, hat ein — abgesehen von dem Einflusse der Ankerrückwirkung — fast unveränderliches Feld und ändert daher seine minutliche Drehzahl nur wenig. Denn es ist  $n = \frac{60 \cdot 10^6 (U - J_a r_a)}{z \phi p' a}$ , d. h.

der Zähler und Nenner dieses Bruches sind beide nahezu unabhängig vom Ankerstrom und damit vom Drehmoment, bzw. sie ändern sich mit diesem beide in

gleichem Sinne, so daß dessen Wert fast unverändert bleibt und in der Ausführung die Drehzahl bei Belastung nur ca.  $5 \div 10\%$  abfällt, Abb. 79. Infolge dieser fast unveränderlichen Drehzahl eignet sich der Nebenschlußmotor besonders zum Antrieb von Wellensträngen, einzelnen Werkzeugmaschinen usw. und wo die Möglichkeit einer vollständigen Entlastung berücksichtigt werden muß (z. B. bei Aufzügen). Bei Leerlauf nimmt er nur einen geringen Strom auf, da außer dem stets verhältnismäßig kleinen Erregerstrom — ca.  $1-2\%$  des Ankernennstromes — nur ein geringes Drehmoment zur Überwindung der magnetischen und mechanischen Verluste nötig ist. Mit wachsender Belastung steigt der Ankerstrom proportional an (s. Stromkurve in Abb. 79 der Belastungskennlinie eines Pöge-Motors).

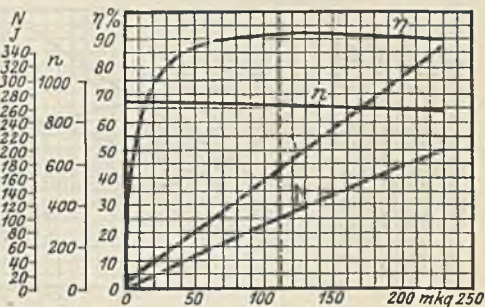


Abb. 79.

b) Der Reihenschluß- oder Hauptstrommotor, Abb. 80, hat ein mit dem Ankerstrom stark veränderliches Feld und zeigt daher eine ausgesprochene Selbstregelung in dem Sinne, daß seine Drehzahl mit abnehmender Belastung bzw. Drehmoment und d. h. Ankerstrom, erheblich zunehmen muß, Abb. 81. Bei Leerlauf wird diese so hoch, daß eine mechanische Gefährdung des Ankers zu befürchten wäre, weshalb das Anwendungsgebiet des Hauptstrommotors alle Möglichkeiten hierzu — d. h. zum sog. Durchgehen — ausschließen muß (z. B. unbeabsichtigter Riemenabfall) und eine unlösbare Antriebsmaschine Bedingung ist (direkte Kupplung oder Ritzel-Antrieb). Andererseits ist er befähigt, weil Ankerstrom und Feld gleichzeitig wachsen, bei geringer Drehzahl ein sehr großes Drehmoment auszuüben, das dasjenige der Nennleistung und Nenn-drehzahl um das 3- bis 4fache übertreffen kann, wenn der Motor etwas reichlich im Eisen gehalten ist, damit er bei Nennleistungen noch mäßige Sättigung zeigt (s. auch Kennlinien Abb. 81 eines Pöge-Motors). Infolge des mit dem Strom wachsenden Erregerfeldes wird auch die Stromwendung erleichtert, so daß ein Hauptstrommotor in bezug auf den Ankerstrom mehr überlastet werden darf, als ein Nebenschlußmotor derselben Nennleistung. Diese selbsttätige Anpassung mit seiner Drehzahl an die Belastung macht ihn — genau wie das Pferd — besonders zur Lastenbeförderung aller Art (Straßenbahnwagen, Lokomotiven, Hebezeuge) besonders geeignet.

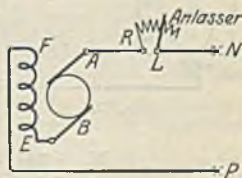


Abb. 80.

c) Der Doppelschluß- oder Verbundmotor, Abb. 82, zeigt bald mehr Eigenschaften eines Nebenschluß- oder eines Hauptstrommotors, je nach dem Überwiegen der einen oder der anderen Schaltungsweise. Meist wird er mit überwiegendem Nebenschlußcharakter ausgeführt, so daß zwar ein Durchgehen bei Entlastung dieserhalb ausgeschlossen ist, er andererseits beim Anlauf ein wesentlich kräftigeres Drehmoment ausüben kann, wenn nämlich Nebenschluß- und Hauptstromwicklung so geschaltet sind, daß sie beide gleichsinnig auf das Feld wirken und der Motor beim Nenn-drehmoment



noch schwach gesättigt ist. Ein so geschalteter Motor zeigt dann immer noch eine erhebliche Selbstregelung, die aber für gewisse Betriebe (z. B. Spills, Zerkleinerungsmaschinen, Schwungradwirkungen) sehr erwünscht ist. Will man umgekehrt die Selbstregelung noch mehr verringern, als sie der Nebenschlußmotor zeigt, so müssen beide Erregerwicklungen einander entgegenwirken;

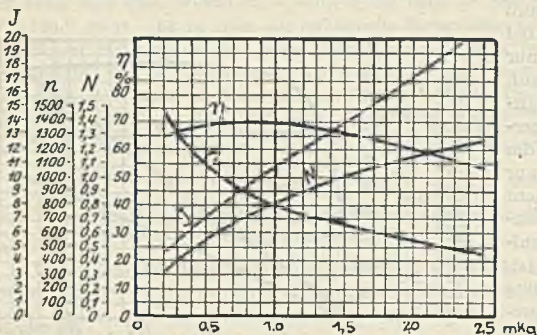


Abb. 81.

linken Handregel folgt. Ob das eine oder das andere geschieht, ist praktisch ziemlich gleichgültig, wenn auch die Umkehrung des Ankerstromes bevorzugt wird. Zur Umkehr des Magnetisierungs- bzw. des Ankerstromes dient jederzeit ein zweipoliger Umschalter, der freilich sehr verschiedene Formen annehmen kann, Abb. 89.

(1364) Verlust und Wirkungsgrad. Auch beim Motor geht die Umsetzung elektrischer Energie in mechanische nicht verlustlos vonstatten, sondern aus denselben Gründen wie bei den Erzeugern verwandelt sich ein kleiner Teil (etwa 5—20 %) der zugeführten elektrischen Leistung  $N_z$  in Wärme. Das Verhältnis: Nutzleistung/zugeführte Leistung gibt wieder mit 100 vervielfältigt den Wirkungsgrad<sup>1)</sup> in Prozent. Einem Motor von  $N_n$  PS mechanischer Nutzleistung sind also  $N_z = 735 N_n : \eta$  Watt zuzuführen, und danach ist die Stromaufnahme bei  $U$  Volt Netzspannung

$$J = \frac{N_z}{U} = \frac{735 N_n}{\eta U} \approx \left( \frac{880}{U} \right) N_n \quad \text{Ampere (für } \eta \approx 84\% \text{).}$$

Der Wirkungsgrad ändert sich mit der Belastung, wie dies aus den Betriebschaulinien der Abb. 79 und 81 zu ersehen ist, von denen die erstere für einen Nebenschlußmotor, die letztere für einen Hauptstrommotor gilt. (Motoren der Pöge-El.A.G., Chemnitz.)

(1365) Erwärmung, Betriebsweise und Leistung. Die während des Betriebs erfolgende Zufuhr von Wärme infolge der Umsetzungsverluste  $N_w$  hat eine Erwärmung des Motors zur Folge, d. i. eine Erhöhung seiner Temperatur um  $\theta^0$  über die seiner Umgebung  $\theta_u$ . Diese Erwärmung erfolgt in Abhängigkeit von der Zeit nach Art der Kurven in Abb. 83 und erreicht nach Verlauf einer bestimmten Zeit einen Höchstwert, weil einmal der Zustand eintreten muß, daß die augenblickliche Wärmezufuhr auch jeden Augenblick wieder abgegeben werden kann — Beharrungszustand. Die Endtemperatur, bei der dieser Ausgleich eintritt, liegt bei derselben Belastungsdauer verschieden hoch je nach der nutzbaren Leistung

<sup>1)</sup> Den Wirkungsgrad für den Einzelfall entnimmt man am sichersten Motoren-Preislisten.

diese Ausführungsart kommt also für solche Antriebe in Frage, wo eine möglichst gleichbleibende Drehzahl trotz Belastungsschwankungen gefordert wird.

(1363) Umkehrung des Drehsinnes eines Motors kann durch Umkehrung entweder des Betriebsfeldes oder der Ankerstromrichtung geschehen, was aus der

$N_{nu}$ . Die Grenztemperatur bzw. Grenzerwärmung aber, die die verschiedenen Teile eines Motors annehmen dürfen, ohne Beschädigungen im Gefolge zu haben, sind durch deren Materialbeschaffenheit begrenzt und dürfen erfahrungsgemäß die in § 39 der REM, s. (1425), festgelegten Werte nicht überschreiten. Ein erwärmter Motor kühlt sich umgekehrt bei Stillstand (oder Leerlauf) wieder ab nach Abb. 84.

Diese Erwärmungsgrenze in Verbindung mit der Betriebsweise eines Motors bestimmen nun die nutzbare Leistungsfähigkeit eines Motors und die REM geben an, in welcher Weise diese 3 Begriffe miteinander zu verbinden sind; es sollen deshalb die wichtigsten hierauf bezüglichen Abschnitte hier wiedergegeben werden:

§ 5. Der Nennbetrieb ist gekennzeichnet durch die Größen, für die die Maschine gebaut ist: Nennleistung, Nennstrom, Nennspannung, Nenndrehzahl, Nennmoment usw.

§§ 28 bis 30. Es werden unterschieden: DB. Dauerbetrieb, bei dem die Betriebszeit so lang ist, daß die dem Beharrungszustande entsprechende Endtemperatur erreicht wird.

KB. Kurzzeitiger Betrieb, bei dem die durch Vereinbarung bestimmte Betriebszeit kürzer ist, als die zum Erreichen der Endtemperatur erforderliche Zeit. Die Betriebspause ist lange genug, um die Abkühlung auf die Temperatur des Kühlmittels zu ermöglichen.

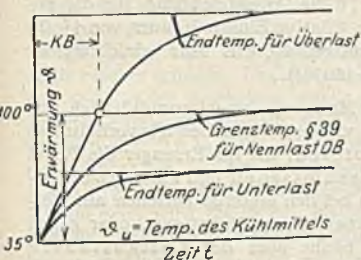


Abb. 83.

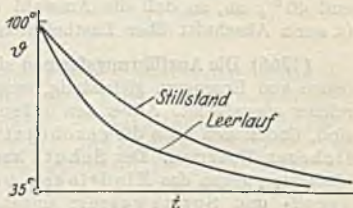


Abb. 84.

AB. Aussetzbetrieb, bei dem Einschaltzeiten und stromlose Pausen abwechseln und die gesamte Spieldauer, d. i. Einschaltdauer + stromlose Pause, höchstens 10 Min. beträgt.

Zu § 28. Bei Dauerbetrieb muß die Nenn-(Dauer-)leistung beliebig lange Zeit hindurch abgegeben werden können. Temperatur und Erwärmung dürfen hierbei die in § 39 angegebenen Grenzen nicht überschreiten.

Zu § 29. Bei kurzzeitigem Betrieb muß die Nenn-(Zeit-)leistung die vereinbarte Betriebszeit hindurch abgegeben werden können ohne Überschreitung der in § 39 angegebenen Erwärmungsgrenzen.

Zu § 30. Der aussetzende Betrieb wird durch die relative Einschaltdauer, d. i. das Verhältnis von Einschaltdauer zu Spieldauer gekennzeichnet. Bei einem regelmäßigen Aussetzbetrieb muß die Nenn-(Aussetz-)leistung mit der angegebenen relativen Einschaltdauer beliebig lang abgegeben werden können ohne Überschreitung der Erwärmungsgrenzen des § 39. Als Nennwerte der relativen Einschaltdauer gelten 15, 25 und 40%.

§ 31. Erwärmung eines Maschinenteils ist der Unterschied zwischen seiner Temperatur und der des Kühlmittels.

§ 39. (Auszugsweise). Die unten angegebenen Grenzwerte für die Erwärmung gelten unter der Voraussetzung, daß die Kühlmitteltemperatur 35° nicht überschreitet. Je nach Art der Isolierstoffe und Verbindung mit dem Wicklungsträger schwanken die Grenzerwärmungen zwischen 40 bis 80° und demgemäß die Grenztemperaturen zwischen 75 und 115°.

§ 82. Auf dem Leistungsschild ist außer der Nennleistung, -spannung, -strom, -drehzahl usw. auch die Betriebsart anzugeben und zwar

- für Dauerbetrieb: kein Vermerk,
- für kurzzeitigen Betrieb: KB und vereinbarte Betriebszeit,
- für Aussetzbetrieb: AB und relative Einschaltdauer.

Der Aussetzbetrieb ist von ganz besonderer Bedeutung deshalb, weil er für alle Maschinen zum Lastentransport (Fahrzeuge, Hebezeuge, Rollgänge) und für gewisse Werkzeugmaschinen, z. B. Scheren, Sägen, im Walzwerkbetrieb kennzeichnend ist und damit von großer Bedeutung für die Wahl des Motormodells. Auch bei Aussetzbetrieb erreicht der Motor eine Enderwärmung, die er bei noch so langer Fortsetzung der Einzelspiele nicht überschreitet,



was offenbar bedeutet, daß er dann die während der Einschaltdauer  $a$  aufgenommene Wärmemenge in der Ruhepause  $b$  wieder abgeben kann, was aus Abb. 85 deutlich hervorgeht.

Natürlich darf auch in diesem Falle die Enderwärmung die festgesetzten üblichen Grenzwerte des § 40 nicht überschreiten. Die Abb. 85 zeigt aber auch, daß der Motor, wenn er mit der Aussetzleistung dauernd belastet wäre, eine

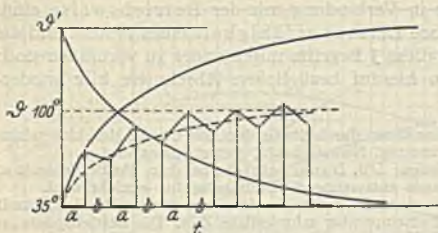


Abb. 85.

sehr viel höhere Erwärmung  $\vartheta'$  annehmen würde, oder mit anderen Worten: dasselbe Motormodell, das bei Dauerleistung  $N_{DB}$  kW hergeben kann, darf bei Aussetzbetrieb mit bedeutend größerer Leistung  $N_{AB}$  kW beansprucht werden. Neuerdings geben die Preislisten für jedes einzelne Motorenmodell neben der Dauerleistung auch die Aussetzleistung für die relative Einschaltdauer von 15, 25

und 40 % an, so daß die Auswahl des richtigen Modells sehr erleichtert ist (s. auch Abschnitt über Lasthebemaschinen (1074)).

(1366) Die Ausführungsformen sind für Motoren, obwohl grundsätzlich mit denen von Erzeugern gleichartig, wegen der vielgestaltigen Betriebsverhältnisse reicher ausgebildet. Außer den offenen Motoren, die für Erzeuger die Regel sind, finden sich noch die geschützten, geschlossenen und schlagwetter-sicheren Bauarten. Der Schutz kann sich bei den ersteren beziehen auf Verhinderung gegen das Eindringen von festen Fremdkörpern, oder gegen Tropf- und Spritzwasser; ungehindert bleibt aber der Luftaustausch zum Zweck der Kühlung. Die geschlossenen Formen schützen außerdem gegen Staub, Feuchtigkeit und Säuregehalt des Motorraumes. Zum Zweck der Lüftung sind entweder besondere Rohranschlüsse vorgesehen, oder die Kühlung erfolgt durch Eigenbelüftung der Außenfläche — Mantelkühlung; in schwierigen Fällen kann auch Wasser zur Kühlung herangezogen werden. Bei den gekapselten Maschinen, die für Betriebe im Freien, auf Kranen und Straßenbahnwagen hauptsächlich in Betracht kommen, erfolgt die Wärmeabfuhr lediglich durch Strahlung, Leitung und natürlichen Zug, ist also jedenfalls gegenüber der offenen sehr beschränkt und die Nennleistung muß demgemäß stark herabgesetzt werden. Die schlagwetter-sicheren Motoren sind für den Bergwerksbetrieb bestimmt und müssen Explosionen im Innern aushalten, ohne sie auf die Umgebung zu übertragen. — Zur Verminderung der Drehzahl werden auch Motoren mit angebautem Zahnradvorgelege ausgeführt (Zentrator-kuppelung). Für den Kranbau bestehen Sonderausführungen (s. dort).

### Anlassen und Anlasser.

(1367) Anlaßvorgang, Anlaßstrom und Anlaßwiderstand. Das Beispiel in (1360) zeigt, daß ein Motor nicht unmittelbar an die volle Netzspannung gelegt werden kann. Dem Anker wird deshalb ein Widerstand vorgeschaltet, der so bemessen wird, daß der Einschaltstrom  $J_E$ , Abb. 86, wie insbesondere der Anlaßspitzenstrom  $J_s$ , in mäßigen Grenzen bleiben, die neuerdings normalisiert sind (s. ETZ 1922, Heft 11, S. 369). Der Mindestwert des Anlaßspitzenstromes wird durch das zum Anziehen und Beschleunigen erforderliche Anlaufdrehmoment bestimmt, das, sofern nicht Leer- oder besonders leichter Anlauf vorliegt, im allgemeinen größer ist als das Nenn-drehmoment und mitunter auf das 2- bis 3fache dessen steigen kann, namentlich wenn große Massen und

noch dazu rasch zu beschleunigen sind, wie häufig im Kranbau. Sobald der Anker läuft, fällt die Stromstärke allmählich auf  $J_1$ , worauf ein Teil des Widerstandes kurzgeschlossen werden darf, der aber so bemessen sein muß, daß der nun wiederum ansteigende Strom den Wert  $J_2$  nicht überschreitet. Dieser Widerstandsanteil  $\varrho$  ist dem jeweiligen wagerechten Abstand zwischen den Stromspitzen proportional und kann so Stufe für Stufe dem Anlaßdiagramm entnommen werden. Dieses läßt sich nach dem in (1360) Gesagten leicht entwerfen und nimmt insbesondere für konstante Erregung die in Abb. 86 gezeichnete Form an. Dieser Vorgang ist so oft zu wiederholen, bis sämtlicher Widerstand kurzgeschlossen ist; diesem Zwecke dient ein Stufenschalter, dessen Stufenzahl durch das gewählte Verhältnis  $J_2:J_1$  bestimmt ist. Das Anlassen muß anfangs langsam und kann gegen Ende rascher erfolgen. Das Ausschalten soll stets rasch geschehen, damit der Unterbrechungsfunke klein wird. Widerstand und Stufenschalter bilden zusammen den Anlasser. Als Widerstandsmaterial kann Wasser — Flüssigkeitsanlasser — oder Metall benutzt werden — Metallanlasser. Je nach Kühlungsart scheidet man letztere in luft-, öl- oder sandgekühlte. Die Kühlungsart wird durch das jeweilige Betriebsbedürfnis bestimmt; indem die luftgekühlten Arten ein sehr oftmaliges Anlassen rasch hintereinander zulassen, wohingegen öl- und sandgekühlte nur ein seltenes Anlassen gestatten, wenn erst einmal der gesamte Ölinhalt heiß (etwa  $80^\circ$ ) geworden ist. Für Fahr- und Hebezeugmotoren, die ja fast nie aus dem Anlaßzustand herauskommen, dürfen also nur luftgekühlte Metallwiderstände Verwendung finden, die auch gegen Erschütterungen geschützt sein müssen, was häufig durch Anwendung gußeiserner Widerstandselemente bewirkt wird. Die luftgekühlten Anlaßwiderstände sind schwerer und umfangreicher und darum auch teurer als die ölgekühlten.

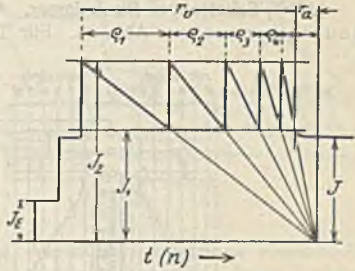


Abb. 86.

(1368) Der Stufenschalter hat in zweckmäßiger Anpassung an die jeweiligen Verhältnisse eine vielgestaltige Aus- und Durchbildung erfahren, um den teilweise sehr großen Ansprüchen an Leistungsfähigkeit, Betriebssicherheit und Dauerhaftigkeit genügen zu können. Für wenig angestrenzte Betriebe genügt der Flachbahnanlasser, bei dem die feststehenden Kontakte in einer Ebene liegen und von dem beweglichen Kontakt bestrichen werden. Besser, wenn auch teurer, sind die Steuerwalzen, die infolge der Unabhängigkeit der einzelnen Kontakte (Finger) voneinander, der Möglichkeit des bequemen Anbaues einer Funkenblasvorrichtung und der leichten Austauschbarkeit der Einzelteile, den erheblichen Anforderungen, wie sie der Kran- und Rollgangsbetrieb beispielsweise aufweist, allein gewachsen sind. Für sehr große Motoren erfordern sie durch ihre großen Abmessungen allerdings auch einen beträchtlichen Aufwand an Körperkraft, weshalb man in diesen Fällen zur Schützensteuerung greift. Schützen sind elektromagnetisch betätigte Schalter zum Kurzschließen der einzelnen Widerstandsstufen; sie werden durch Stromgebung aus- und eingeschaltet, welche letztere wiederum durch eine Steuerwalze (Meisterwalze) eingeleitet wird. Eine solche Meisterwalze kann sehr leicht gebaut werden, da der Steuerstrom nur die Größe von einigen Ampere zu haben braucht. — Oftmals werden mit dem Stufenschalter Sicherungsvorrichtungen — sog. Wächter — verbunden, wie z. B. Ausschalter, die bei Rückgang der Spannung wirken





genügen meist Flachbahnanlasser. Ist aber wegen Drehsinnumkehrung eine Steuerwalze erwünscht, so wird der Nebenschluß nicht jedesmal auf der Ruhestellung ausgeschaltet, sondern erst am Ende der Betriebszeit durch einen besonderen Magnetausschalter außerhalb der Walze, Abb. 89.

Der Verbundmotor wird wie ein Nebenschlußmotor geschaltet; seiner Anwendungsweise wegen wird gerade er oft mit Steuerwalze ausgerüstet, die z. B. bei Spills sehr zweckmäßig durch einen Fuß-Tritt-Schalter bewegt wird. Der dabei verwandte Magnetausschalter *O* besitzt einen Hilfshebel *OK'*, der durch eine Feder mit dem Haupthebel gekuppelt ist und beim Ausschalten in dem Augenblick auf seinen Kontakt *K'* schnappt, in dem der Haupthebel seinen Kontakt *Q* verläßt; durch Leitung *KD* wird die Nebenschlußmagnetwicklung *CD* kurzgeschlossen.

Für Motoren, die nicht schwer, aber sehr rasch anlaufen sollen, z. B. für Schleuderpumpen, kann man auf einen Anlasser verzichten und ihn durch einen Anlaßschalter ersetzen, der nach dem Anlauf die behelfsmäßig verwandte Hauptstromwicklung kurzschließt, Abb. 90.

Andererseits wird für große vielpolige Motoren neuerdings empfohlen, zum Anlauf alle Bürsten bis auf 2 abzuheben und im Verlauf des Drehzahlanstieges die übrigen der Reihe nach durch eine passende mechanische Vorrichtung aufzulegen (s. ETZ 1921, S. 1096).

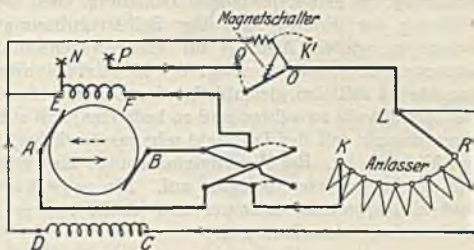


Abb. 89.

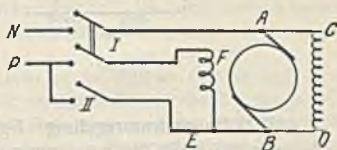


Abb. 90.

## Drehzahlregelung.

(1370) **Regelungsarten.** Jeder Motor hat bei seiner Nennleistung bzw. dem entsprechenden Nenndrehmoment eine bestimmte Drehzahl, wobei auch Anker- und Magnetwicklung an ihrer Nennspannung liegen, und sie ist nach Formel für *n* in (1362) bedingt durch Ankerspannung und Betriebsfeld. Ändert man eine der beiden Größen, so ändert sich auch bei unverändertem Drehmoment die Drehzahl; einen willkürlichen Eingriff in dieser Richtung bezeichnet man als Drehzahlregelung. Es wird von ihr verlangt, daß sie einfach auszuführen, in weitem Umfange möglich, eindeutig und wirtschaftlich sei, 4 Bedingungen, die sich freilich nicht leicht vereinigen lassen, jedenfalls nicht ohne höhere Anlagekosten.

(1371) **Nebenschlußregelung.** Am einfachsten auszuführen ist die Verminderung des Betriebsfeldes bei Nebenschlußmotoren, indem man durch einen großen regelbaren Widerstand  $r_R = \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \dots$  — Nebenschlußregler — vor der Magnetwicklung den Nennerergerstrom schwächt (s. auch Abb. 88 „R“). Eine solche Feldschwächung hat eine Drehzahl-erhöhung zur Folge, weil eben der Anker stets eine feste GEMK hervorbringen muß. Sie ist auch wirtschaftlich, weil bei dem geringen Erregerstrom der Stromwärmeverlust im Regelwiderstand gering



bleibt. Der Regelungsumfang kann bei Wendepolmotoren bis aufs 3- bis 4fache getrieben werden. Infolge der geringen Selbstregulierung der Nebenschlußmotoren ist sie auch fast eindeutig, d. h. einer bestimmten Stellung des Hebels am Regler entspricht auch eine bestimmte Drehzahl des Motors fast unabhängig von seiner jeweiligen Belastung. Den besten Überblick über die Einwirkung der Fremd- und der Selbstregulierung geben die Regelkurvenscharen, wie sie Abb. 91 für einen Nebenschlußmotor zeigt. — Bei unverändertem Drehmoment steigt die Motorleistung entsprechend der Drehzahl, umgekehrt fällt bei gleichbleibender Leistung das Drehmoment. Darauf ist bei der Modellwahl zu achten und zu bedenken, daß z. B. bei Schleudermaschinen das Drehmoment mit der Drehzahl sehr rasch wächst, also bei der größten Drehzahl am höchsten ist. Bei Werkzeugmaschinen aber tritt oft das größte Drehmoment bei der langsamsten Gangart auf. Ein regelbarer Motor muß nach Eisen- und Kupfergewicht schwerer und damit teurer werden, als einer mit fester Drehzahl gleicher Leistung.

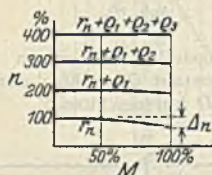


Abb. 91.

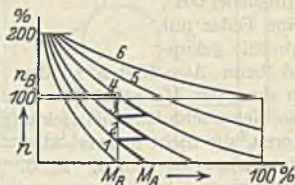


Abb. 92.

**(1372) Hauptstromregelung.** Bei Nennleistung und -drehzahl ist die Ankerspannung gleich der Netzspannung; es handelt sich also nur um Verringerung der Ankerspannung und damit der Nennzahl. Das einfachste Mittel hierzu ist wieder die Vorschaltung eines Widerstandes vor den Anker zum Abdrosseln des Spannungsüberschusses; ein solches Verfahren bezeichnet man als Hauptstromregulierung. Dazu kann gleichzeitig der Anlaßwiderstand dienen, vorausgesetzt, daß er der viel höheren Wärmebeanspruchung gewachsen ist. Denn infolge des hohen Ankerstromes sind auch die Stromwärmeverluste im Reglerwiderstand groß, und zwar entsprechend der Drehzahlverminderung, die also auf unwirtschaftliche Weise erkauft wird. Ferner ist sie nicht eindeutig, indem der abgedrosselte Spannungsanteil mit dem Ankerstrom schwankt und darum bei Leerlauf so gering wird, daß kaum eine Verminderung zu bemerken ist, während bei großem Drehmoment nach Bedarf bis zum Stillstand heruntergeregelt werden kann. Daraus folgt, daß der Reglerwiderstand groß sein muß, wenn mit fallender Drehzahl auch das Drehmoment fällt, und auch teuer. Für ortsfeste Motoren sind daher Flüssigkeitswiderstände mit Wassererneuerung beliebt. Trotz dieser Mängel wird die Hauptstromregelung ihrer Einfachheit wegen besonders für Hauptstrommotoren viel angewandt, weil diese ja hauptsächlich für Transport- und Hebemaschinen angewandten Motoren sich fast dauernd im Regelzustand befinden und dessen Beherrschung mit einfachen und zuverlässigen Mitteln bei den meist beschränkten Platzverhältnissen wichtiger ist, als die Wirtschaftlichkeit. Regler und Anlasser sind dabei in einer Steuerwalze vereinigt. Abb. 92 gibt die Regelkurvenschar für einen Kranhubmotor mit Hauptstromregulierung; bei Kurve 6 ist aller Widerstand ausgeschaltet, bei Kurve 1 aller vorgeschaltet; die Abbildung zeigt auch den Anlaßvorgang bei einem Anlaufmoment  $M_A < M_{nL} > M_B$  und deshalb mit einer höheren Betriebsdrehzahl  $n_B$  als der 100% Nennzahl entspricht; es bleibt daher auch noch ein gewisser Widerstand vorgeschaltet.

(1373) **Regelung durch Veränderung der Netzspannung.** Sind sehr viele Motoren für lange Zeit mit verminderter Drehzahl zu betreiben, wie dies bei großem Werkzeugmaschinenpark (Dreherei) vorkommt, so verbietet sich die Hauptstromregelung ihrer Unwirtschaftlichkeit wegen und man kann durch Verlegen eines Mehrleiternetzes mit verschiedenen Spannungen den Zweck mit billigeren Betriebskosten erreichen. Abb. 93 zeigt eine oft angewandte Spannungsaufteilung, die entsprechend den 6 Spannungsmöglichkeiten auch 6 Drehzahlstufen ohne Vorschaltwiderstand an Hand gibt. Durch einen ebenfalls in Steuerwalzenform gebauten Schalter kann der Motor an die jeweils passende Spannung gelegt und Zwischenstufen durch Nebenschlußregelung erreicht werden, so daß z. B. zwischen etwa 120 und 800 jede Drehzahl eingestellt werden kann. Die Spannung wird in 3 Dynamos erzeugt, die durch einen gemeinsamen (Hochspannungsdrehstrom-) Motor angetrieben werden. Eine solche Umformeranlage nebst dem 4 fachen Verteilungsnetze setzt natürlich erhöhte Anlagekosten voraus.

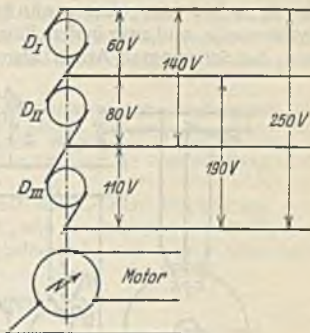


Abb. 93.

(1374) **Die Leonardschaltung.** Liegt umgekehrt der Fall so, daß nur ein sehr großer Motor, sei es sehr lange Zeit mit verminderter Drehzahl, sei es mit langdauernder, umfangreicher und genauer Regelung betrieben werden muß, wie der erstere Fall bei Pumpen, Grubenventilatoren, Papiermaschinen und ähnlichen, der zweite namentlich bei großen Hebezeugen, z. B. Wagenkippern, Fördermaschinen und Walzenzugmaschinen vorkommt, so ist auch die unständlichere von Ward Leonard angegebene Betriebsweise gerechtfertigt, die zu dem zu regelnden Motor auch eine besondere Dynamomaschine vorsieht. Die Regelung, die sich auch bis auf das Anlassen und Bremsen erstrecken kann, geschieht dann, Abb. 94, dadurch, daß die Spannung der Steuer-Dynamo durch Beeinflussung der Erregung in weiten Grenzen geändert wird und damit auch die Drehzahl des fremderregten Motors, dessen Anker unmittelbar mit der Steuer-Dynamo verbunden ist, die gleichfalls von einer gemeinsamen Erregemaschine ihren Magnetisierungsstrom über einen besonders zweckentsprechend gebauten Regelwiderstand erhält. Die Dynamomaschine kann je nach Umständen durch einen Elektromotor (für hochgespannten Drehstrom) wie meist üblich, oder durch irgendeinen anderen Motor (z. B. Dampfturbine) angetrieben werden. Da meist auch eine Änderung des Drehsinns gefordert wird, so enthält der Steuerapparat gleichzeitig einen Umschalter zur Umpolarisierung der Steuerdynamo. Abb. 95. Der verlangten Regelfeinheit wegen ist der Regler meist vielstufig. Die Leonard-Anordnung gestattet eine sehr feine und genaue Einstellung der Drehzahl nur abhängig von dem Ausschlag des Handhebels am Regler, ferner Anlassen, Stillsetzen und Umkehren des Drehsinns, und zwar alles mit großer Wirtschaftlichkeit. Sollen mehrere Motoren — die jedoch nicht gleichzeitig laufen — von einer einzigen Steuerdynamo beherrscht werden, so muß ein entsprechendes System von Umschaltbahnen vorgesehen werden.

Die Dynamo kann raschlaufend gebaut werden, so daß sie (nebst dem Antriebsmotor) klein und billig ausfällt, muß aber Hilfspole und häufig auch Kompensationswicklung erhalten wegen des beim Anlaufen mit Last sehr hohen Ankerstromes bei schwachem Felde. Bei elektrischem Antriebe fällt die Umformergruppe unter Umständen so klein aus, daß sie auf dem Hebezeuge selbst Platz finden kann.



Um die stark schwankende Belastung eines solchen Arbeitsmotors vom Netz oder der sonstigen Antriebsmaschine fernzuhalten, hat Ilgner den Steuersatz mit einem Schwungrad versehen, das die Belastungsstöße aufnehmen soll. Dies erfordert aber eine veränderliche Drehzahl der Schwungrad- bzw. Dynamowelle, und zwar in dem Sinne, daß deren Geschwindigkeit abnehmen muß, wenn das Schwungrad Arbeit abgeben soll zur Deckung des Betriebsbedarfes.

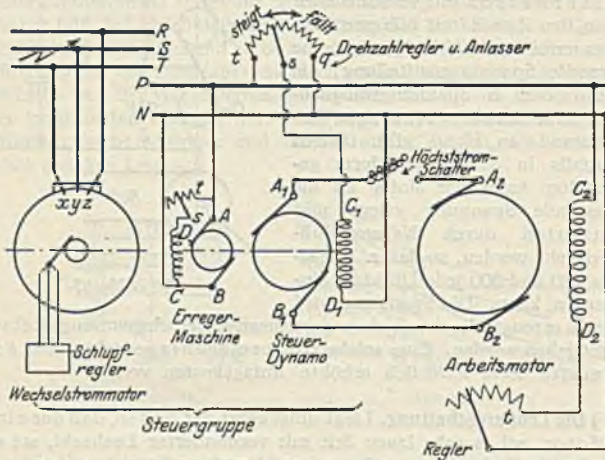


Abb. 94.

Umgekehrt soll in den Betriebspausen das Schwungrad nun aufgeladen, d. h. beschleunigt werden, um wieder auf seine richtige Drehzahl zu kommen, und dazu die augenblicklich überschüssige (Netz-)Energie verwenden, eine Forderung, die durch Ausbildung besonderer selbsttätiger Regelvorrichtungen sich in vollkommener Weise hat erfüllen lassen. Diese Ilgner-Leonard-Steuer-

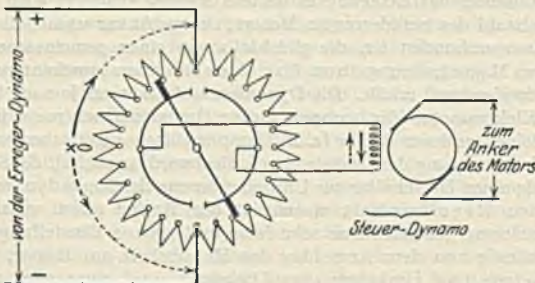


Abb. 95.

vorrichtung wird für Fördermaschinen und Walzenzugmaschinen ihrer Leistungsfähigkeit und Betriebssicherheit wegen besonders bevorzugt.

**(1375) Tandemanordnungen.** Die Spannungsverminderung am Motoranker läßt sich schließlich noch dadurch erreichen, daß für halbe Drehzahl 2 gleiche Motoren hintereinander, für volle aber parallel geschaltet werden, was sich besonders für Bahnmotoren, deren meist 2 für 1 Wagen vorhanden sind, leicht

ausführen läßt. Zwischenstufen erhält man durch Hauptstromregelung. Die Schaltung geschieht durch Steuerwalzen zwangsläufig, so daß Versehen ausgeschlossen sind. Für ortsfeste Motoren kann dieses Verfahren in der Weise verwendet werden, daß man den Anker mit 2 verschiedenen Wicklungen nebst Kollektoren ausbildet und nun je nach Bedarf teils die einzelnen Wicklungen für sich allein, teils beide zusammen, und zwar einmal in Reihen-, ein andermal in Gegenschaltung benutzt.

Ein Anker habe z. B. eine Wicklung mit  $z_1 = 300$  Stäben und mache dabei 400 Umdrehungen in der Minute, ferner eine 2. mit  $z_2 = 100$  Stäben, die demnach  $3 \cdot 400 = 1200$  Drehungen in der Minute ergibt. Schaltet man die beiden Wicklungen, so daß die wirksame Stabzahl  $= z_1 + z_2 = 400$  wird, so macht der Anker 300, und bei Gegenschaltung, d. h.  $z_1 - z_2 = 200$  Stäben 600 Drehungen in der Minute.

Zwischenstufen können durch Nebenschluß- oder Leonard-Regulierung oder beides zusammen erreicht werden, so daß z. B., wie dies insbesondere für Papiermaschinenantriebe erwünscht wird, ein Regelbereich von 1:60 beherrscht werden kann.

### Bremsschaltungen.

(1376) Elektrisches Bremsen, Bremsschaltungen von Motoren kommen hauptsächlich im Kran- und Bahnbetrieb vor und man unterscheidet zwischen Nachlauf- und Senkbremsung, die erstere soll den Auslaufweg von Katze und Kranwagen oder auch Lokomotiven, Motorwagen usw. möglichst verringern, die 2. das sichere Absenken von Lasten ermöglichen. In beiden Fällen kann man die mechanischen Bremsen ersetzen dadurch, daß man den Motor aus der Bewegungsenergie des Fahrzeuges oder der Last antreibt und den Anker über einen Widerstand kurzschließt — Kurzschlußbremsung —: Der Motor wird Dynamo, setzt mechanische Energie in elektrische und diese wieder im Widerstand in Wärme um. Man kann auch die elektrische Energie wiederum als solche ins Netz zurückschicken; jedoch lohnt sich dies nur bei langdauernder Bremsung und großen Energiemengen, wie solche wohl mitunter im Bahnbetriebe, namentlich bei Gefällen  $> 150/00$ , sehr selten aber bei Hebezeugen vorkommen, auch erfordert dieses Verfahren verwickeltere Einrichtungen, als sie im Hebezeugbetrieb technisch und wirtschaftlich zugänglich sind. Trotzdem hat sich die elektrische Bremsung durchweg der mechanischen überlegen gezeigt infolge größerer Schonung der Maschinen, Einheitlichkeit der Ausrüstung und Sicherheit im Betrieb.

(1377) Das Bremsmoment einer elektrischen Maschine hängt von der Konstruktion, d. h. Ankerbemessung, Polzahl, Stabzahl und Schaltung, vom Betriebsfeld, vor allem aber von dem Bremswiderstand  $r_b$  zwischen den Ankerpolen und der Drehzahl ab. Bei konstantem Felde ist zunächst  $M_b = 1,625 (p/a) z \Phi J_a \cdot 10^{-10}$  mkg brutto und mit  $J_a = \frac{E}{r_a + r_b}$  folgt, da  $E = n/60 \times p/a \times z \Phi 10^{-8}$  ist

$$M_b = 2,71 \cdot 10^{-20} \times \left( \frac{p}{a} z \Phi \right)^2 \frac{n}{r_a + r_b} = C f(n, r_b) \text{ mkg,}$$

man erhält danach für verschiedene Werte von  $r_b$  eine Schar von Geraden laut Abb. 96. Um das mit fallender Drehzahl abnehmende Bremsmoment wieder auf die ursprüngliche Größe zu bringen, muß der Bremswiderstand stufenweise vermindert werden, wozu also ebenfalls ein Stufenschalter benötigt wird. Hierzu dient dieselbe Steuerwalze, die auch zum Anlassen, Regeln und Umkehren verwendet wird, wie auch der Anlaßwiderstand ganz oder teilweise als Bremswiderstand ausgenützt wird. Die Bremsschaltstufen befinden sich dabei stets zwischen Rechts- und Linkslaufstellung, damit durch den notwendigen Übergang über die Bremsschaltungen ein allzu schroffes Umkehren vermieden wird. Aus den Bremslinien ersieht man, daß die Umschaltung auf einen geringeren



Bremswiderstand erst geschehen darf, nachdem die Drehzahl infolge der Selbstregelung der Bremsmaschine auf einen gewissen Wert gesunken ist und auch dann nur ein ganz bestimmter, aus dem Diagramm ebenfalls ablesbarer Widerstand ausgeschaltet werden darf. Wird zu früh oder zu viel Widerstand umgeschaltet, so tritt ein sehr viel größeres Bremsmoment auf und auch ein zu großer Ankerstrom; das erstere führt zu gefährlichen Stößen im gesamten Triebwerk, und der Überstrom hat Kollektorfeuer und Motorschäden im Gefolge. Da es nun für den Motorführer schwer erkennbar ist, wann der richtige Zeitpunkt zum Umschalten gekommen ist und man sich andererseits für die Bremsung auf 2 bis 3 Stufen aus Platzmangel und Preisrücksichten beschränken muß, sieht man bei größeren Motoren vielfach Stromwächter vor,

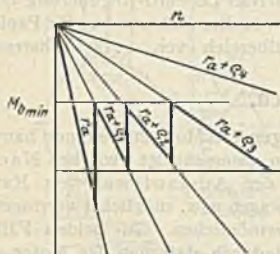


Abb. 96.

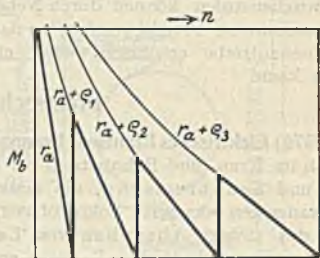


Abb. 97.

das sind elektromagnetische Schalter, die den größeren Bremswiderstand so lange unvermindert im Stromkreise belassen, bis die Stromstärke auf einen gewissen unschädlichen Wert gesunken ist.

Die Bremsung mit konstantem Felde läßt sich nur bei Fremderregung verwirklichen, die jedoch der umständlicheren Schaltung wegen nur in schwierigeren Fällen vorkommt und auch da oft nur vorübergehend am Anfange, um ohne den Zeitaufwand für eine kräftige Selbsterregung rasch ein starkes Feld zu schaffen. Wird alsdann oder von Anfang an auf Selbsterregung übergegangen, so nimmt natürlich die Bremswirkung mit fallender Drehzahl noch sehr viel rascher ab, d. h. die Kennlinien sind stark gekrümmte Kurven und die Bremswirkung hört auf, noch ehe die Drehzahl 0 geworden ist, und zwar um so früher, je größer der Bremswiderstand ist, Abb. 97.

(1378) Die Nachlaufbremsung ist dadurch gekennzeichnet, daß bei ihr der Motor seine Drehrichtung behält und im Kurzschlusse infolge magnetischer Remanenz nur einen Strom im Sinne der motorischen GEMK abgibt. Dieser ist also dem früheren Motorstrom entgegengesetzt und würde bei einem Hauptstrommotor das remanente Feld zerstören, statt es zu verstärken: es muß daher der Anschluß der Magnetwicklung für Bremswirkung umgepolt werden, was mit Hilfe der Steuerwalze geschieht. Es genügen für beide Drehrichtungen dieselben Bremsstellungen, wenn man durch Einbau einer besonderen Umschaltwalze die Anordnung so trifft, daß deren Umschaltung beim Einfahren in die Bremsstellung bewirkt und vom Drehsinn der Steuerwalze in Abhängigkeit gebracht wird. Da bei Kurzschlußbremsung mit Selbsterregung die Bremswirkung bald sehr gering wird, muß bei größeren Fahrgeschwindigkeiten und der Forderung genauen Anhaltens oft noch eine mechanische Bremse zugezogen werden.

(1379) Senkbremsschaltungen sind dem Kranbetrieb eigentümlich und mit dem mechanischen Teil so eng verbunden, daß deren Besprechung besser in Anschluß an die der Krane usw. erfolgt, s. (1085).

## Wechselstrom-Motoren. Synchronmotoren.

(1380) **Begriff dieser Motorart.** Wie jeder Gleichstromerzeuger als Motor verwendet werden kann, so auch jeder Ein- oder Mehrphasen-Wechselstromerzeuger. Nur leiden Motoren dieser Art an den beiden Übelständen, daß sie

1. einer Gleichstromquelle zur Erregung des Polrades bedürfen,
2. ein Drehmoment erst bei voller Drehzahl entwickeln und daher nicht selbst anlaufen, sondern durch noch zu besprechende Hilfsmittel erst auf die erforderliche Drehzahl gebracht werden müssen.

Der erstere Umstand, obwohl den Betrieb etwas erschwerend und verteuern, kann stets durch Anbau einer Erregermaschine behoben werden, wenn keine andere Gleichstromquelle zur Verfügung steht.

Der Grund für den zweiten Übelstand liegt in dem raschen Polwechsel des Ankerstromes, der ein ruhendes Polrad höchstens zum Erzittern bringen kann. Damit ein stets gleichsinnig gerichtetes Drehmoment entsteht, muß das Polrad im Leerlauf in dem Augenblick durch die Mitte einer Ankerspule hindurchgehen, in dem der Polwechsel des Ankerstromes stattfindet, d. h. es muß eine solche Drehgeschwindigkeit besitzen, daß es während einer halben Periode von einem Pol zum anderen fortschreitet. Also  $v T/2 = \tau$ , oder dafür die Polzahl  $2p$ , die minutl. Drehzahl  $n$  und die Periodenzahl  $f$  des Ankerstromes eingeführt

gibt  $n = \frac{60f}{p}$ , d. h. die synchrone Drehzahl, s. a. (1353). Darum bezeichnet man diese Motoren als Synchronmotoren.

(1381) **Der Anlaufvorgang.** Die synchrone Drehzahl kann der Maschine am einfachsten durch mechanischen Antrieb seitens irgendeines andern Motors beigebracht werden; doch kann bis zu diesem Zeitpunkt der Anker nicht ans Netz gelegt werden, weil sonst infolge fehlender GEMK ein unzulässig hoher Strom entstände — der Kurzschlußstrom, s. a. (1357). Aber auch dann darf der Netzstrom nicht einfach zugeschaltet werden, weil ja zwischen der jeweiligen Stellung des Polrades zu den Ankerspulen und der Phase des Stromes die oben genannte Bedingung bestehen muß, die Synchronismus zwischen diesen beiden Änderungen mit der Zeit erfordert. Ob dieser vorhanden ist, kann daran erkannt werden, daß die Netzspannung in jedem Augenblicke der EMK, welche die angetriebene und erregte Maschine in der Ankerwicklung erzeugt, gleich und entgegengesetzt ist, und man kann sich dazu also derselben Mittel bedienen, die man zum Synchronisieren von parallel zu schaltenden Wechselstrommaschinen verwendet (s. Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen (1418)).

Erst wenn die Maschine auf solchem Wege mit dem Netze elektrisch verbunden ist, kann ihre mechanische Verbindung mit der Antriebsmaschine gelöst und sie als Motor belastet werden, was mit einer Strom- und Energieaufnahme aus dem Netze verbunden ist.

(1382) **Der belastete Motor.** 1. Während im Leerlauf das Polrad die oben bezeichnete ganz bestimmte Stellung zu den Ankerpolen hat und dabei die EMK des Synchronmotors und die Netzspannung sich jeden Augenblick das Gleichgewicht halten, wird diese sogenannte Leerlaufsynchrostellung sofort gestört, sobald die antreibende mechanische Kraft aufhört und noch gar ein Lastmoment bremsend einwirkt. Dadurch wird das Polrad verzögert und um den  $\sphericalangle \theta$ , Abb. 98, nach rückwärts verstellt, aber damit auch das zeitliche Gleichgewicht zwischen jenen beiden Spannungen gestört, d. h. eine Differenzspannung  $\Delta E$  hervorgerufen, die nun ihrerseits wieder einen Strom erzeugt in dem Kreise, in dem sie wirksam ist, d. i. Generatoranker — Netz — Motoranker. Dieser Kreis ist infolge der Reaktanz der beiden Ankerwicklungen wesentlich induktiver Natur und der Stromvektor  $J$  muß daher senkrecht nacheilend



zur Spannung  $E$  stehen. Der Strom  $J$  hat aber bezogen auf das Netz die Wirkkomponente  $J \cos \varphi_1$  und infolgedessen ist die vom Netze in den Motor geschickte Leistung  $N_1 = J U \cos \varphi_1$ , die nun eben in der Synchronmaschine in mechanische Arbeit umgewandelt wird. Der Differenzspannung wird von der Reaktanzspannung des Motorankers das Gleichgewicht gehalten, die von dem durch den Ankerstrom erzeugten Ankerwechselfeld hervorgerufen wird und nach (1357) berechnet werden kann.

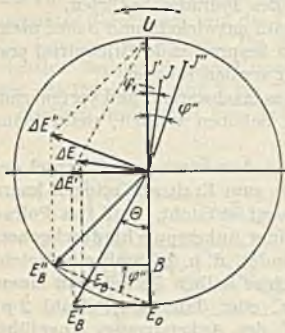


Abb. 98.

2. Wird bei konstantem Lastmoment die Erregung des Polrades verstärkt und damit auch die EMK von  $E_B$  auf  $E_B''$ , so kann die Differenzspannung  $\Delta E$  auf  $U$  senkrecht zu stehen kommen und damit  $J'$  mit  $U$  zusammenfallen, d. h. die induktive Phasenverschiebung des Netzstromes beseitigt werden. Bezeichnet man die für diesen Zustand erforderliche Polraderregung als Nennerregung, so erkennt man weiter, daß bei Untererregung eine Phasennachteilung, bei Übererregung eine Phasenvoreilung des Netzstromes eingestellt werden und also dem Motor nach Wunsch ein induktiver oder ein kapazitiver Charakter verliehen werden kann.

3. Wird bei unveränderter Erregung das Lastmoment vergrößert, so wächst auch der Verstellungswinkel des Polrades auf  $\Theta''$ , damit der Netzstrom auf  $J''$  und die Leistungsaufnahme aus dem Netz auf  $J'' U \cos \varphi''$ . Da die Ankerreaktanzspannung  $\overline{E_B'' E_0}$  jeweils dem Strom proportional und  $\sphericalangle B E_B'' E_0 = \varphi''$  ist, so stellt  $\overline{E_B'' B}$  den Wirkstrom des Motors dar und ist — da  $U$  konstant vorausgesetzt — der im Motor umgesetzten mechanischen Bruttogleistung:  $N_2 = J'' U \cos \varphi''$  proportional und damit auch dem Bruttodrehmoment des Motors  $M = \frac{60 N_2}{9,81 \cdot 2 \pi n} = C J'' \cos \varphi'' \sim \overline{E_B'' B}$ , d. h.

das Drehmoment des Motors ist mit Vergrößerung des Verstellungswinkels ebenfalls gewachsen und wächst auch noch weiter bis  $\Theta \approx 90^\circ$ , d. h. eine halbe Polteilung geworden ist: dann ist das größte sog. Kippmoment erreicht und damit die Grenze stabilen Betriebes. Jenseits, d. h. für  $\Theta > 90^\circ$ , wird das Motormoment wieder kleiner und das Polrad von dem weiter gewachsenen Lastmoment bis in die Kurzschlußstellung  $\Theta = 180^\circ$  getrieben, womit jedes Drehmoment seitens des Motors verschwindet und dieser stehen bleibt, d. h. außer Tritt fällt und den vollen Dauerkurzschlußstrom aufnimmt — instabiler Betrieb —. Bei guten Motoren kann das Kippmoment das zweifache des Nennmoments betragen.

4. Man erkennt weiter: Jede Be- oder Entlastung hat eine Verstellung des Polrades zur Folge; erfolgt eine solche Belastungsveränderung rhythmisch wie etwa beim Antrieb einer Kolbenpumpe, so kann ein Pendeln des Polrades eintreten. Sind diese aufgezwungenen Schwingungen in Resonanz mit den Eigenschwingungen des Polrades, so kann der Ausschlag so groß werden, daß  $\Theta_{\max} > 90'$  wird, was nach obigem ein Außertrittfallen und Kurzschluß zur Folge hat. Eine solche Schwingungsresonanz ist also ebenso zu vermeiden, wie beim Parallelbetrieb von Wechselstromgeneratoren, und zwar mit denselben Mitteln (s. Störungen d. Parallelbetriebs (1420)).

5. Wäre umgekehrt wie bei 1. das Moment der Antriebsmaschine vergrößert worden, so würde das Polrad beschleunigt und im Sinne der Drehrichtung nach vorwärts verstellt worden sein. Dies hat aber zur Folge, daß nunmehr der Strom aus der Maschine herausfließt, d. h. daß diese zum Generator wird.

(1383) Anwendungsgebiet des Synchronmotors ist infolge der umständlichen Ingangsetzung — des sogen. Anwerfens — und seiner starren Drehzahl beschränkt. Wärme- und Wasserkraftmaschinen eignen sich weniger zum Anwerfen und machen meist eine kostspielige lösbare Kupplung nötig, wohl aber Elektromotoren. Verwendet man einen Drehstrommotor, so muß sein Höchstdrehmoment etwa  $\frac{1}{10}$  des Nenndrehmomentes des Synchronmotors sein, was zur leeren Ingangsetzung meist genügt, und er braucht nur für kurzzeitigen Betrieb bemessen zu sein; seine Drehzahl muß aber über der synchronen liegen, weil sie sich durch die einfache Widerstandsregelung im Läuferkreise, s. (1394), nur vermindern läßt: d. h. er muß mit mindestens einem Polpaar weniger ausgeführt werden als der Synchronmotor. Ein solcher von beispielsweise 100 kW Leistung erfordert bei 50 Hz und 600 Umdr./min 10 Pole und hat ein Nenndrehmoment von rund 100000  $600 \approx 165$  rkg. Der sog. Anwurfsmotor muß also ein Kippmoment von ca. 17 mkg und ein Nenndrehmoment von rund 7 mkg aufbringen können; er muß mit 8 Polen entsprechend einer Drehzahl von 720 in der Minute bei  $4\frac{1}{2}\%$  bzw.  $n = 600$  bei  $20\frac{1}{2}\%$  Schlüpfung gebaut werden und seine Dauer-Nennleistung muß danach also 5,0 kW betragen. Der Anwurfsmotor fällt also bezüglich der Leistung klein aus; bei geringer Drehzahl des Synchronmotors kann aber bei der großen Polzahl das erforderliche Modell doch sehr groß ausfallen, damit recht kostspielig und Raum versperrend werden. Der Schlupfwiderstand muß reichlich bemessen werden, weil der Antrieb infolge der großen Massen des Polrades leicht einige Minuten dauern kann.

Beim Fehlen einer Gleichstromquelle ist man auf solche asynchronen Anwurfmotoren angewiesen; der benötigte Gleichstrom für das Polrad kann einer angebauten Erregermaschine entnommen werden.

Sehr geeignet sind Gleichstrommotoren, sie setzen aber eine Gleichstromquelle voraus, welcher Bedingung stets dann am besten genügt ist, wenn die Gleichstrommaschine gleichzeitig als vom Synchronmotor zu betreibende Dynamo benutzt wird und eine Sammlerbatterie vorhanden ist. Von diesen kann dann die Synchronmaschine zwecks Synchronisierung angetrieben werden. Eine solche Maschinengruppe bezeichnet man als Motorumformer, wobei man die beiden Maschinen zwecks Platzersparens unmittelbar miteinander zu kuppeln pflegt.

Das Anwendungsgebiet wird weiter dadurch eingeschränkt, daß der Antrieb leerlaufend zu erfolgen hat, was sich bei vielen Antrieben jedenfalls nicht ohne weiteres ermöglichen läßt und andernfalls den Einbau einer kostspieligen Kupplung (s. auch (1390)), nötig macht, was bei großen Motoren aber aus technischen Gründen ausgeschlossen ist. Die starre Drehzahl läßt auch einen Leistungsausgleich durch Schwungradmassen nicht zu und dies macht den S.M. untauglich für alle Betriebe mit stoßartigen Belastungsänderungen (Blockwalzen usw.).

Sein Hauptanwendungsgebiet ist daher der Motorumformer, besonders für Drehstrom in Gleichstrom, namentlich für Bahnbetriebe, und man hat es trotz der scheinbaren Umständlichkeit des Anlassens erreicht, daß solche Motorumformer (bzw. Einankerumformer, s. diese) sich ganz selbsttätig, je nach Bedarf zu- oder abschalten und wochenlang ohne jede Aufsicht im Betrieb bleiben (s. z. B. Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen, 1921, S. 6. Schema und Beschreibung eines selbsttätigen Umformerwerkes).

Daß hierfür der Synchronmotor vor dem einfacheren Drehstrommotor bevorzugt wird, beruht auf der unter 2. in (1382) gekennzeichneten Eigenschaft, bei Übererregung voreilenden Blindstrom erzeugen zu können, was ermöglicht, den nachteiligen Blindstrom eines Netzes zu vermindern oder gar aufzuheben, damit den Leistungsfaktor zu verbessern und Generatoren, Umspanner und Fernleitungen besser auszunutzen, Abb. 99 und auch (1395); unter Ums'änden kann diesen Zweck auch ein leerlaufender Synchronmotor erfüllen.



(1384) Der Synchronmotor mit asynchronem Anlauf. Die letztere immer mehr geschätzte Eigenschaft lies darauf sinnen, die Anlaufverhältnisse zu verbessern, da dann dem Synchronmotor ein sehr viel größeres Anwendungsgebiet gesichert wäre, so z. B. für Kreiselpumpen und -gebläse, Wellenstränge, Schleifermotoren, Walzwerke für Bleche, Draht und Röhren usw.

Dieses Ziel läßt sich für Dreiphasenmotoren bei gering belastetem Anlauf erreichen durch Anordnung einer Dämpferwicklung im Polrad (s. (1420)), die dann als Kurzschlußläufer wirkt (s. (1388)), und durch Verminderung der Netzspannung auf  $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}$ , was durch Anzapftransformatoren mit Umschalter (s. (1405)) leicht geschehen kann. Dann kann — namentlich wenn noch Drosselspulen vor dem Anker vorgesehen werden — ein 30% Anlaufmoment mit dem nur 1,5fachen Nennstrom erreicht und die Handhabung auf das Umlegen des Spannungsumschalters und das Einschalten des Erregergleichstroms beschränkt werden. Die Polradwicklung wird während des Anlaufs kurzgeschlossen, damit in ihr keine gefährlich hohen Spannungen induziert werden; doch kann dadurch auch ein „Kleben“ bei der halben Drehzahl eintreten.

Wird aber volles oder gar erhöhtes Anlaufmoment gefordert, dann muß das Polrad eine Sonderausbildung erfahren und der Luftspalt vermindert werden, so daß dann eine nur als Motor verwendbare Sondertyp entsteht.

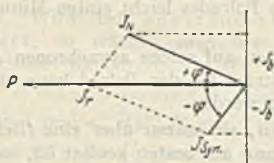


Abb. 99.

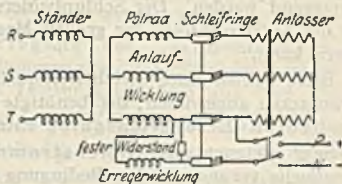


Abb. 100.

Es wird entweder das Polrad durch Verbreiterung der Polschuhe und Einbau einer ordentlichen Dreiphasen-Läuferwicklung mit Schleifringen bei starker magnetischer Sättigung der Polkerne in einen regelrechten Drehfeldläufer verwandelt, oder der Läufer des Asynchronmotors durch Speisung mit Gleichstrom einem Polrad (Volltrommel, s. (1355)) angenähert. Die erstere Lösung scheint für Neukonstruktionen die günstigere zu sein, während die 2. Anordnung besonders für den Umbau vorhandener Asynchronmotoren sich eignet (s. z. B. ETZ 1921, Heft 43, S. 1217 und B.B.C.-Mitteilungen 1923, Heft 3/4).

Abb. 100<sup>1)</sup> zeigt das Schaltschema für einen solchen Motor. Das Anlassen erfolgt genau wie beim Asynchronmotor durch Verminderung des Läuferkreiswiderstandes durch einen dreiphasigen Anlasser, der aber auf der letzten Stufe zwangsläufig den Schalter für die Gleichstromerregung einlegt und damit den Läufer aus dem asynchronen in den synchronen Lauf überführt. Es hat sich als vorteilhaft herausgestellt, die Gleichstromerregung fest einzustellen, und zwar so, daß einesteils ein Einspringen in den Synchronismus auch bei starker Überlastung noch sicher erfolgt, andererseits der Leistungsfaktor über einen großen Bereich in der Nähe der Nennleistung  $\approx 1$  wird. Bei geringerer Belastung ist dann der Motor übererregt und gibt voreilenden Blindstrom ab, der erst bei starker Überlastung in nachteiligen übergeht. Sollte der Motor außer Tritt fallen, so bleibt er nicht stehen, sondern läuft asynchron weiter bis etwa die Überlast vermindert ist, worauf er von selbst wieder in Synchronismus springt. Die ausgedehnte Verwendung solcher Motoren für oben genannte Zwecke ist möglichst zu erstreben.

<sup>1)</sup> Aus Siemens-Zeitschrift 1922, H. 4.

### Asynchrone Wechselstrom-Motoren.

(1385) Das Drehfeld phasenverschobener Ströme. Ordnet man eine Dreiphasenwechselstromwicklung nach Abb. 37 u. 71 im Innern eines Hohl-

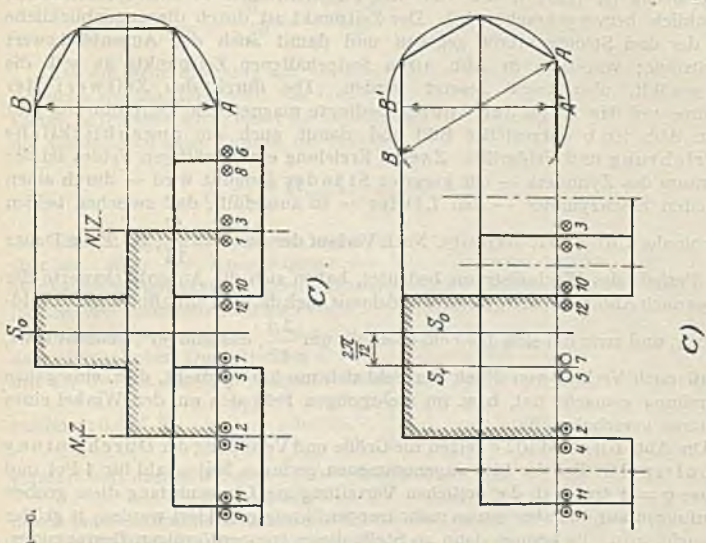
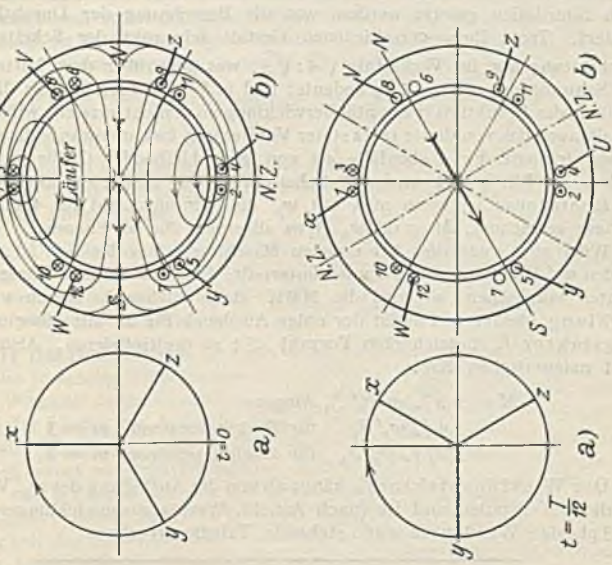


Abb. 101 a—c.

Abb. 102 a—c.



zylinders an und speist die in Stern oder Dreieck geschaltete Wicklung (s. (1354)) durch einen Dreiphasenstrom, so erzeugen die magnetomotorischen Kräfte der 3 Wicklungen ein einziges Feld, dessen Lage im Raum aber veränderlich ist, indem es seine Richtung in demselben Rhythmus, in dem sich die Augenblickswerte



der Wechselströme ändern, zu verdrehen scheint. Es entsteht auf diese Weise ein Drehfeld, das im 2poligen Feld mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$  umläuft und dessen Größe fast unveränderlich ist. Abb. 101 b zeigt die elektrische Durchflutung (s. (1272)), die von drei Phasenströmen in einem bestimmten Augenblick hervorgebracht wird. Der Zeitpunkt ist durch die augenblickliche Lage der drei Stromvektoren gegeben und damit auch der Augenblickswert der Ströme; von dem in Abb. 101 a festgehaltenen Zeitpunkte an soll die Zeit gezählt, also  $t=0$  gesetzt werden. Die durch den Zeitwert der Ströme und die Lage der Spulen bedingte magnetische Durchflutung gibt das in Abb. 101 b dargestellte Bild und damit auch die augenblickliche Feldrichtung und Feldgröße. Zwecks Erzielung eines kräftigen Feldes sei der Hohlraum des Zylinders — der kurzweg Ständer genannt wird — durch einen drehbaren Eisenzylinder — den Läufer — so ausgefüllt, daß zwischen beiden ein schmaler Luftspalt verbleibt. Nach Verlauf der Zeit  $t = \frac{T}{12}$ , wo  $T$  die Dauer

einer Periode des Wechselstroms bedeutet, haben sich die Augenblickswerte der Ströme nach Abb. 102 a u. b geändert und damit auch die der Durchflutung und Feldrichtung, und zwar hat sich das Feld ebenfalls um  $\frac{2\pi}{12}$ , das sind  $30^\circ$ , gedreht usw., so daß nach Verlauf von  $T$  sek das Feld sich um  $2\pi$  gedreht, d. h. eine ganze Umdrehung gemacht hat, bzw. im mehrpoligen Feld sich um den Winkel eines Polpaares verschoben hat.

Die Abb. 101 c und 102 c zeigen die Größe und Verteilung der Durchflutung im Luftspalt. Bei der hier angenommenen geringen Nutenzahl für 1 Pol und 1 Phase  $q=1$  treten in der örtlichen Verteilung am Läuferumfang diese groben Abstufungen auf, die aber um so mehr treppenförmig gemildert werden, je größer  $q$  gemacht wird. Es können dann an Stelle dieser treppenförmigen Begrenzungslinien Sinuslinien gesetzt werden, was die Berechnung der Durchflutung erleichtert. Trotz ihrer verschiedenen Gestalt schwankt der Scheitelwert der Durchflutung nur im Verhältnis  $\sqrt{4}:\sqrt{3}$ , was gegenüber dem Mittelwert nur eine Schwankung von  $\pm 7\%$  bedeutet und in Wirklichkeit infolge dämpfender Einflüsse der Induktivität der Ständerwicklung noch nicht erreicht wird. Es kann deshalb auch das von dieser trotz steter Verdrehung fast unveränderlichen Durchflutung erzeugte Feld ebenfalls als von gleichbleibender Größe angenommen werden. — Für  $q=1$  wird der Scheitelwert der magnetomotorischen Kraft der Ersatzsinuslinie, wenn man mit  $w_p'$  die Windungszahl für 1 Polpaar und 1 Phase bezeichnet,  $M = 0,8 w_p' \mathfrak{S}_1 m$  allgemein für  $m$  Phasen.

Wird aber, wie dies bei neueren Maschinen stets der Fall ist, die Spule mit den  $w_p'$  Windungen in  $q$  Spulen unterteilt, d. h. also für jede Phase und 1 Pol  $q$  Nuten vorgesehen, so wird die MMK einer solchen in Nuten verteilten Wicklung kleiner und es ist der obige Ausdruck für  $M$  mit einer als Wicklungsfaktor  $f_w$  bezeichneten Vorzahl  $< 1$  zu multiplizieren. Also allgemein für 1 magnetischen Kreis

$$\begin{aligned} M &= 0,8 f_w m w_p' \mathfrak{S}_1 \text{ Ampere} \\ &= 3,4 f_w w_p' J_1 \quad \text{für Dreiphasenstrom } m=3 \\ &= 2,27 f_w w_p' J_1 \quad \text{für Zweiphasenstrom } m=2. \end{aligned}$$

Der Wicklungsfaktor  $f_w$  hängt ab von der Aufteilung der  $w_p'$  Windungen auf die  $q$  Teilspulen und ist (nach Arnold, Wechselstromwicklungen, Bd. III) für 3phasige Wicklungen untenstehende Tabelle errechnet.

| $q=2$         | 3     | 4     | 5     | 6     | $\infty$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $f_w = 0,966$ | 0,960 | 0,958 | 0,957 | 0,957 | 0,956    |

(Weitere Tabellen für 1- und 2-Phasenstrom usw. s. Arnold a. a. O.)

Indem nun diese Durchflutung auf den Luftspalt wirkt, wird, wenn man dessen räumliche wirkliche Größe  $\delta$  mit Rücksicht auf die Nutenteilung und den Verlauf des Feldes im Eisen des Ständers und Läufers auf den Wert  $\delta''$  entsprechend vergrößert, die Felddichte im äquivalenten Luftspalt  $\delta''$

$$\mathfrak{B}_{\max} = \frac{M}{2\delta''} = \frac{1,7 f_m w_p' J_1}{\delta''} \quad \text{für 3-Phasenstrom.}$$

Da die Feldverteilung am Umfang des Läufers auch als sinusförmig angenommen werden darf, wird das Gesamtfeld, wenn mit  $l$  die wirksame axiale Länge bezeichnet wird, mit  $\tau$  die Polteilung je in cm und mit  $z_1 = w_p' \times 2 \times 3 \cdot p$  die Gesamtzahl aller Drähte im Ständer

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{2}{\pi} \mathfrak{B}_{\max} \tau \times l = 0,18 f_m \frac{J_1 z_1 \tau l}{\delta'' p}.$$

Dieser Eigenschaft wegen: nämlich ein nahezu unveränderliches Feld, das sich mit einer der Kreisfrequenz des Wechselstromes nahezu proportionalen Winkelgeschwindigkeit  $\omega'$  dreht, hervorzubringen, heißt der symmetrische dreiphasige Wechselstrom auch kurzweg Drehstrom. Im 2-poligen Feld ist  $\omega' = 2\pi f$ , im mehrpoligen dagegen  $\omega' = 2\pi f/p$ . Ferner stellt  $2 \times 0,8 \delta'' \mathfrak{B}_{\max}$  den Größtwert der erforderlichen Durchflutung  $D$  für 1 magnetischen Kreis dar, also wenn man mit  $D_t$  die für eine  $2p$ -polige Maschine erforderliche Gesamtdurchflutung be-

zeichnet;  $0,8 \delta'' \mathfrak{B}_{\max} = \frac{D_t}{2p}$  oder  $= \frac{\sqrt{2} f_m z_1 J_1}{2\pi p}$ , wenn man für  $\mathfrak{B}_{\max}$  obigen Wert

einsetzt und daraus  $J_u = \frac{\pi D_t}{\sqrt{2} f_m \mathfrak{R}_1}$ ; d. h. sind  $D_t$  Ampere Durchflutung nötig, um

durch jeden magnetischen Kreis eines solchen aus einem dreiphasig bewickelten Ständer und eisernem Läufer bestehenden Maschinengestells  $\mathfrak{F}_1$  Kraftlinien hindurchzutreiben, so ist der dafür nötige magnetisierende Strom  $J_u$  durch obige Formel zu berechnen. Da ein solcher rein magnetisierender Strom eine gegenüber der Sinuslinie stark verzerrte Kurvenform zeigt mit einem Scheitel-

faktor  $\sigma > \sqrt{2}$ , so schreibt man besser  $J_u = \frac{\pi D_t}{\sigma f_m \mathfrak{R}_1}$ , wobei  $\sigma$  etwa  $= 1,47$  gesetzt werden kann.

Ähnlich wie 3-Phasenstrom wirkt auch 2- und 6-Phasenstrom, überhaupt jedes symmetrische Mehrphasensystem bei entsprechender räumlicher Verschiebung der einzelnen Phasenspulen.

(1386) Umkehrung des Drehsinnes eines Drehstrommotors erfolgt einfach in der Weise, daß zwei Ständerzuleitungen vertauscht werden, was sich ohne weiteres aus den Abb 101 und 102 ergibt. Diese Umschaltung geschieht durch einen zweipoligen Umschalter meist in Form einer Steuerwalze.

(1387) Das Drehmoment. Das Drehfeld induziert in dem Eisen des Läufers EMKe, die ihrerseits Wirbelströme hervorbringen. Nach dem Lenzschen Gesetze muß die Wirkung dieser Induktion so sein, daß sie der Ursache entgegenwirkt, d. h. daß der Läufer das drehende Feld in bezug auf sich selbst zum Stillstand bringen will. Da er nun selbst drehbar angeordnet ist, so kann er dies dadurch, daß er sich selbst mit dem Drehfeld zu drehen sucht, d. h. durch das Drehfeld wird auf die Wirbelströme des Läufers ein Drehmoment im Sinne des Drehfeldes ausgeübt und er damit in Bewegung gesetzt, wodurch gleichzeitig die Geschwindigkeit des Drehfelds relativ zu der des Läufers vermindert wird. Jedoch kann der Läufer nie die Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes bekommen, solange er ein Lastdrehmoment zu überwinden hat, denn dann, d. h. im Synchronismus, gäbe es für den Läufer kein Drehfeld mehr, damit würden auch die Wirbelströme verschwinden und damit auch das Läuferdrehmoment: Der Läufer



kann daher nur asynchron — genauer untersynchron —, d. h. mit geringerer Winkelgeschwindigkeit als das Drehfeld umlaufen, er bleibt relativ zum Drehfeld zurück, welche Erscheinung man als Schlüpfung bezeichnet.

(1388) **Der Aufbau des Läufers.** Um ein recht kräftiges Drehmoment zu erzeugen, muß also die Ausbildung von Läuferströmen unterstützt werden, was am besten in der Weise geschieht, daß der Läufer am Umfang mit in Nuten versenkten Kupferstäben ausgerüstet wird, die ihrerseits auf beiden Seiten durch Kupfer- oder Bronzeringe kurzgeschlossen werden. Auf diese Weise entsteht der Kurzschluß- oder Käfigläufer, Abb. 103. Neuerdings werden diese Läufer zwecks verbesserten Anlaufes mit in schmalen Nuten hochkant gestellten Kupferstäben, sog. Wirbelstromläufern von Rüdberg oder mit Doppelkäfigen versehen, von denen der außen liegende mit hohem Widerstande den Anlauf, der innenliegende dem Betriebe dient (s. auch Siemens-Zeitschrift 1925, H. 2 und 3). Man kann aber auch dem Läufer eine normale



Abb. 103.

3-Phasenwicklung von der Polzahl des Ständers geben und entweder die 3 Anfänge und Enden je kurzschließen — oder aber die letzteren mit Hilfe von 3 Schleifringen aus dem Läufer herausführen, um deren Kurzschluß erst über einen außerhalb befindlichen veränderlichen Widerstand (Anlasser oder auch Schlupfwiderstand genannt) herbeizuführen, was bei großen Motoren erwünscht ist, um deren Anlaufstrom unter Last zu vermindern, oder was zum Zweck der Drehzahlregelung nötig werden kann. Dies führt zu den sog. gewickelten oder Schleifring-Läufern. Für kleine Motoren werden die Läufer auch zweiphasig gewickelt. Der Läufer wird stets aus Blechscheiben wie die Gleichstromanker aufgebaut<sup>1)</sup>. Motoren dieser Art heißen: Drei-phasen-Wechselstrom-Asynchron-Motoren, auch Induktions- oder kurzweg Drehstrom-Motoren.

(1389) **Drehmoment und Schlüpfung.** Die relative Drehzahl des Läufers, geteilt durch die synchrone des Ständerfeldes, ist ein Maß für die Schlüpfung und wird meist in Prozenten angegeben, so daß also 100% Schlüpfung: Stillstand, 0% Schlüpfung: Synchronismus bedeuten. Im regelrechten Betrieb beträgt die Schlüpfung  $2 \div 6\%$ , je nach Modellgröße, meist jedoch 4%. Offenbar besteht zwischen Drehmoment und Schlüpfung ein Zusammenhang, den man darstellen kann durch die Gleichung

$$M = 0,01625 (p / \sigma f_1) m_2 \mathfrak{S}_2'^2 r_2' = 0,0724 f_{r_2} m_2 p w_2' \mathfrak{S}_2' \mathfrak{S}_g' \sin(90 - \alpha) 10^{-8} \text{ mkg}$$

brutto. Hierin bedeutet  $\sigma$  die Schlüpfung  $= \frac{n_1 - n_2}{n_1}$  und  $n_1$  und  $n_2$  die Drehzahlen

des Ständerdrehfeldes bzw. des Läufers,  $f_1$  die Periodenzahl des Ständerwechselstromes,  $J_1'$  den Strom in der Wicklung des gewickelten Läufers,  $r_2'$  den Widerstand 1 Phase der Läuferwicklung,  $m_2$  die Phasenzahl derselben.  $m_2 J_1'^2 r_2'^2$  bedeutet den Stromwärmeverlust der im Läufer induzierten Ströme, also den Anteil der zugeführten elektrischen Energie, der nicht in mechanische Leistung umgesetzt wird, und zwar ist dieser Betrag der Schlüpfung proportional; denn bei festgehaltenem Läufer  $\sigma = 100\%$  würde die ganze zugeführte elektrische Energie in Stromwärmearbeit umgewandelt werden; dagegen ist bei Synchronismus  $\sigma = 0$  keine Stromwärmearbeit im Läufer möglich. Vom obigen Bruttodrehmoment gehen noch ab das für Überwindung der mechanischen Reibung und der Eisenverluste nötige Drehmoment, der Rest stellt das nutzbare Drehmoment dar (s. auch (1391)).

<sup>1)</sup> S. indes: ETZ 1927, S. 328 und Arch. Elektrot. Bd. 16, S. 168.

Das Läuferdrehmoment entsteht dadurch, daß seine stromdurchflossenen Leiter sich im Bereich des konstanten Drehfeldes befinden, auf die alsdann (s. (1274)) ein mechanischer Druck ausgeübt wird. Das fragliche Feld ist aber nicht mehr das Ständerdrehfeld allein, sondern das in bekannter Weise (siehe Abb. 104) aus Ständer- und Läufer-Drehfeld zusammengesetzte Betriebsfeld  $\mathfrak{F}'$ ; s. auch obige Formel für  $M$ . Von großem Einflusse auf die Motoreigenschaften ist dabei die als Streuung bekannte Erscheinung, wonach kleine Teile des Ständerfeldes sowohl wie des Läuferfeldes an der Bildung des gemeinsamen Betriebsfeldes nicht teilnehmen, sondern je ein Eigendasein führen und durch Verkettung nur mit ihren eigenen Windungen in bekannter Weise (siehe Abb. 104) aus Ständer- und Läufer-Drehfeld zusammengesetzte Betriebsfeld  $\mathfrak{F}'$ ; s. auch obige Formel für  $M$ . Von großem Einflusse auf die Motoreigenschaften ist dabei die als Streuung bekannte Erscheinung, wonach kleine Teile des Ständerfeldes sowohl wie des Läuferfeldes an der Bildung des gemeinsamen Betriebsfeldes nicht teilnehmen, sondern je ein Eigendasein führen und durch Verkettung nur mit ihren eigenen Windungen in bekannter Weise (siehe Abb. 104) aus Ständer- und Läufer-Drehfeld zusammengesetzte Betriebsfeld  $\mathfrak{F}'$ ; s. auch obige Formel für  $M$ .

$E_1'$  ist die im Ständer vom gemeinsamen Betriebsfeld erzeugte GEMK  
 $= 4,44 f_{w_1} w_1' p f_1 \mathfrak{F}' 10^{-8}$ ,

$E_2'$  ist die im Läufer erzeugte EMK  $= 4,44 f_{w_2} w_2' p f_2 \mathfrak{F}' 10^{-8}$ ,

$E_s'$  = die im Ständer vom Streufeld  $\mathfrak{F}_s$  erzeugte Streuspannung  
 $= 2 \pi f_1 L_s' J_1' = \omega_1 L_s' J_1'$

und

$E_s'$  = die Läuferstreuung  
 $= \omega_2 L_s' J_2'$ .

Der Läuferstrom  $J_2'$  wird nun hervorgerufen dadurch, daß die in den Läuferwicklungen für 1 Phase induzierte EMK  $E_2'$ , auf deren Scheinwiderstand wirkt, also  $J_2' = E_2' / r_2'$ . Die räumliche Winkelgeschwindigkeit des Betriebsfeldes ist die des reinen Ständerfeldes  $\omega_1' = 2 \pi f_1 / p$ , diejenige dagegen relativ zur mechanischen Läuferwinkelgeschwindigkeit

$\omega_1' - \omega_2' = 2 \pi f_1 \sigma / p = 2 \pi f_2 / p$ ,

wo also  $f_2 = \sigma f_1$  die Frequenz der EMK und damit auch des Stromes im Läufer bedeutet.

Der Scheinwiderstand der Läuferwicklung für 1 Phase  $r_2'$  setzt sich zusammen aus dem Echt- (bzw. Gleich)widerstand  $r_2'$  und der Streureaktanz

$\omega_2 L_s' = 2 \pi f_2 L_s' = 2 \pi \sigma f_1 L_s'$ .

Damit wird

$$J_2' = \frac{(4,44 f_{w_2} f_1 w_2' p \mathfrak{F}' r 10^{-8}) s}{\sqrt{r_2'^2 + (2 \pi f_1 L_s')^2 \sigma^2}} = \frac{C_1 \sigma}{\sqrt{r_2'^2 + \sigma^2 C_2^2}}$$

und in die Gleichung für  $M$  eingesetzt, gibt eine Gleichung der Form

$$M = C' \frac{\sigma}{r_2'^2 + C_2 \sigma^2}$$

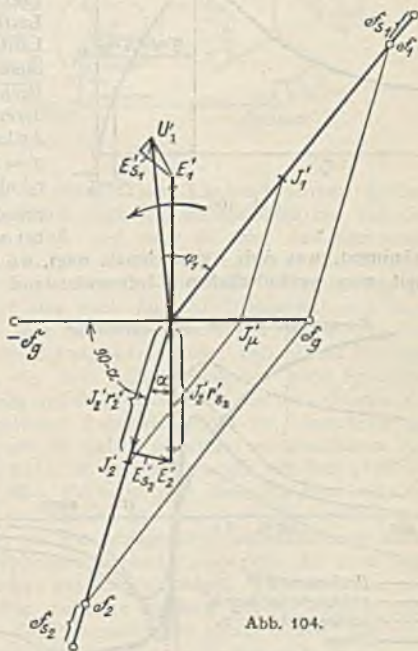


Abb. 104.



da alle anderen Größen konstant sind, d. h. zum Teil vom Aufbau, zum Teil von der aufgedrückten Spannung abhängen. Die durch diese Funktion bestimmte Kurve hat die in Abb. 105 dargestellte Form mit einem Größtwert von  $M$  für

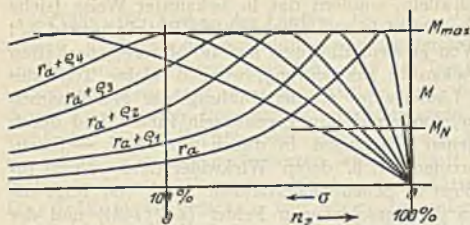


Abb. 105.

$$\sigma = \frac{r_2'}{\omega_1 L_{s2}'}$$

Für jeden Wert von  $r_2'$  ergibt sich eine andere Kurve und jedesmal wird  $M_{max}$  — das sog. Kippmoment — bei einem anderen und zwar größeren Wert für  $\sigma$  erreicht, je größer  $r_2'$  wird. Da die Stromwärmeverluste im Läufer mit  $r_2'$  zunehmen, so macht man den Widerstand  $r_a$  der

Läuferwicklung selbst für Dauernennbetrieb so klein wie irgend möglich, womit man dann bei einem Nutzdrehmoment von dem 0,5 ÷ 0,4fachen des Kippmomentes eine Schlüpfung von etwa 4%, d. h. einen guten Wirkungsgrad und eine 2- bis 2,5fache Überlastungsfähigkeit erhält.

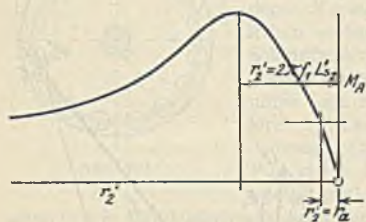


Abb. 106.

Wird das Lastmoment über den Höchstwert des Läuferdrehmomentes gesteigert, so bleibt der Motor nach einem starken Drehzahlabfall schließlich stehen. Andererseits zeigt die Abb. 105, daß das Anlaufdrehmoment, d. h. für  $\sigma = 100\%$ , zunächst mit zunehmenden  $r_2'$  ebenfalls wächst, bei  $r_2' = 2 \pi f_1 L_2'$  gerade den Höchstwert erreicht und bei weiterer Zunahme von  $r_2'$  wieder

abnimmt, was Abb. 106 nochmals zeigt, wo das Anlaufmoment in Abhängigkeit vom veränderlichen Läuferwiderstand  $r_2'$  dargestellt ist. Die  $M$ -Kurve der Abb. 105 hat aber auch jenseits des Bereichs von  $\sigma = 0$  bis  $\sigma = 100$  noch eine physikalische Bedeutung:

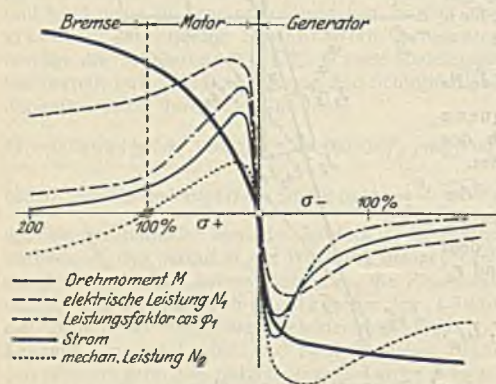


Abb. 107.

zunächst wird für  $n_2$  negativ  $\sigma > 100$ , was bedeutet, daß beim Antrieb des Läufers durch ein äußeres Drehmoment rückwärts, d. h. entgegen dem Sinn des Ständerdrehfeldes, auch ein bremsend wirkendes Drehmoment auftritt, wobei dann nicht bloß die dem Ständer zugeführte elektrische Energie, sondern auch die mechanische Bremsarbeit

im Läuferwiderstand in Wärme verwandelt wird, weil  $m \cdot J_2^2 \cdot r_2' \sim \sigma > 100\%$  ist. Die Maschine wird also für den Bereich  $\sigma > 100$  zur Bremse. Wird ebenfalls durch ein äußeres Drehmoment der Läufer übersynchron betrieben  $\sigma < 0$ , d. h. negativ, so tritt ein diesen Drehsinn verhinderndes — also

ebenfalls bremsend wirkendes — Drehmoment im Läufer auf; aber es wird nun die äußere mechanische Arbeit in elektrische Energie umgewandelt und in das Netz — von dem die Maschine nicht getrennt werden darf — zurück geschickt, d. h. die Maschine wird zum asynchronen Generator. Abb. 107 zeigt die Betriebskurven auch für diese Anwendungsweisen der Maschine und außer dem Verlauf von  $M$  noch den vom Ständerstrom  $J_1$ , von  $N_2$ , d. h. der dem Läufer als Motor nutzbar entnommenen bzw. als Bremse oder Generator zugeführten mechanischen Leistung, ferner von  $N_1$ , d. h. von der dem Ständer als Motor oder Bremse zugeführten oder als Asynchron-generator entnommenen elektrischen Energie und schließlich vom Leistungsfaktor  $\cos \varphi$ , der bei einer bestimmten Leistung einen Höchstwert von etwa  $0,8 \div 0,95$  annimmt, sonst aber wesentlich darunter bleibt, namentlich im Anlauf und im Leerlauf.

(1393) Anlassen und Anlasser. Ständer- und Läuferstrom stehen, da ja durch  $E_1'$  bzw.  $E_2'$  bedingt, miteinander im Zusammenhange, und zwar darf mit genügender Annäherung (s. (1402)) gesetzt werden  $J_1 w_1 = J_2 w_2$ , wo  $w_1$

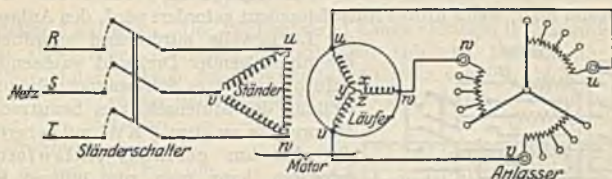


Abb. 108.

und  $w_2$  die Gesamtwindungszahlen des Ständers bzw. Läufers bedeuten. Solange der Läufer steht, ist die Ständer-GEMK Null und infolgedessen der Ständer- und auch der Läuferanlaufstrom groß, und zwar so sehr, daß nur kleine Motoren mit dem betriebsmäßigen Läuferwiderstand oder Doppelkäfig-, bzw. Wirbelstromläufer unmittelbar an die volle Netzspannung gelegt werden dürfen. Man bedarf also auch für den Drehstrommotor eines Anlассers, doch schaltet man den Anlaßwiderstand nur selten zwischen Netz und Ständer, sondern in den Läuferkreis, teils weil es bei Wechselstrom auch andere Mittel gibt, die zum Anlauf gefährlich hohe Spannung herabzusetzen, als Widerstände, teils weil das Drehmoment mit dem Quadrat der Ständerspannung sinkt. Ein regelbarer Anlaßwiderstand im Läuferkreis gestattet dagegen den Ständerstrom im Anlauf selbst bei unmittelbarem Anschluß an die volle Netzspannung klein zu halten, ja sogar mit dem größten Drehmomente anzufahren wie Abb. 106 lehrt, und dieses bis zum Ende des Anlaufs beizubehalten, d. h. also einen raschen und damit verlustarmen Anlauf zu erzielen, außerdem, wenn nur auf genügende Wärmeabführung Rücksicht genommen ist, auch die Drehzahl herunterzulegen bis zum Stillstand, Eigenschaften, die insbesondere aus Abb. 105 folgen. (Weiteres über den Anlaßvorgang s. auch (1367).) Für derartige Anlассer gilt im übrigen alles, was unter (1368) und (1369) über Gleichstromanlассer gesagt wurde; natürlich muß der Stufenschalter wie der eigentliche Widerstand für 3 bzw. 2 Phasen ausgebildet sein, Abb. 108. Doch brauchen nicht notwendigerweise alle 3 Phasenwiderstände gleichmäßig abgeschaltet zu werden, sondern es ist auch eine unsymmetrische Schaltung zulässig, wodurch sich die Zahl der Schaltkontakte verringern läßt, weshalb man besonders bei Verwendung von Steuerwalzen hiervon Gebrauch macht. Im Gegensatz zum Gleichstromanlассer gibt es hier keine Unterbrechung des Läuferkreises, weil sowohl unnötig als gefährlich. Aus- und Einschalten des Motors geschieht nur durch den Ständerschalter; damit keine Fehlschaltungen gemacht werden können in dem Sinn, daß der Ständer-



schalter bei kurzgeschlossenem Anlaßwiderstand eingelegt wird, kann man beide mechanisch oder elektrisch gegeneinander verriegeln. Ersteres bei Motoren mittlerer Größe bis etwa 500 Volt Spannung am besten in der Weise, daß der Anlasser an das Ständergehäuse angebaut wird und beide Schaltvorrichtungen mechanisch in Abhängigkeit gebracht werden; letzteres hauptsächlich bei sehr großen und bei Hochspannungsmotoren durch Verriegelungskontakte am Anlasser, die auf den elektromagnetisch betätigten Ständerschalter wirken. Um die Stromwärmeverluste in den Leitungen zwischen Schleifringen und Anlasser und auch die für Bürstenreibung zu ersparen, schließt man bei Motoren für Dauerbetrieb die Schleifringe selbst durch eine besondere Schaltvorrichtung kurz und hebt dann die Bürsten ab. Diese Kurzschluß- und Bürstenabheber müssen ebenfalls in zwangsläufige Abhängigkeit gebracht werden, um gefährliche Fehlschaltungen zu vermeiden, was wiederum am einfachsten und sichersten bei angebauten Anlassern möglich ist, indem mit dessen Handrad auch diese Vorrichtungen mechanisch verbunden werden.

Da Schleifringanker stets teuer werden, sucht man besonders bei kleineren Motoren mindestens die Schleifringe zu vermeiden. Zu dem Zwecke kann man, wenn hohes Anlaufmoment gefordert wird, den Anlasser auf

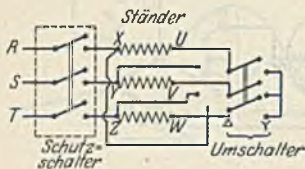


Abb. 109.

der Läuferwelle mitdrehend anordnen und die mit steigender Drehzahl wachsende Zentrifugalkraft eines Schwungpendels zur Verstellung des Stufenschalters benutzen. Bei Motoren bis zu etwa 5 KW und bei größeren, die aber nur geringes Anlaufmoment erfordern, kann man zum billigen Käfigläufer übergehen, muß dann aber die Netzspannung nur stufenweise auf den Ständer schalten. Zu diesem Zwecke werden für erstere, außer den wenig empfehlenswerten Ständeranlassern mit Widerstandsabschaltung, hauptsächlich Anlaßschalter gebraucht, die den Ständer zuerst in Stern an das Netz schalten, so daß also eine Phase nur  $1/\sqrt{3} \times$  Netzspannung erhält, und dann, wenn der Läufer nahezu auf volle Drehzahl gekommen ist, in Dreieck, also auf volle Netzspannung für 1 Phase: Stern-Dreieckschalter. Es genügt hierfür nach Abb. 109 ein dreipoliger Hebelumschalter, doch empfiehlt sich auch hier die Steuerwalzenform, zumal dann auch die Ständerschaltung zwangsläufig verbunden werden kann. Das Anlauf-Drehmoment sinkt dabei freilich auf  $1/3$  dessen bei voller Netzspannung, aber auch der Anlaßstrom von etwa dem 6- bis 7fachen des Nennstroms auf das  $2 \div 2,5$  fache. Beim Umschalten von Stern auf Dreieck tritt freilich nochmals ein oft recht erheblicher Stromstoß auf, der aber wegen seiner kurzen Dauer weniger stört. Indes bauen die S.-S.-W. Stern-Dreieck-Umschalter ohne Unterbrechung, wodurch auch dieser Stromstoß sehr heruntergedrückt wird.

Bei dem großen Unterschiede zwischen Anlauf- und Dauer-Nennstrom lassen sich diese Käfigläufer mit Schmelzsicherung nicht mehr ausreichend schützen — was übrigens auch für alle anderen Motoren gilt. Man benutzt deshalb immer mehr selbsttätige Schalter mit thermischer Auslösevorrichtung gegen Überhitzung und magnetischer gegen Kurzschlüsse; zweckmäßig und einfach lassen sich damit weitere Schutzvorrichtungen gegen Ausbleiben der Spannung gegen Einphasenlauf und Körperschluß der Ständerwicklung verbinden.

Die stufenweise Schaltung auf Netzspannung mit mehr als 2 Stufen und besonders bei Hochspannung läßt sich auch in sehr befriedigender Weise mit Anlaßtransformatoren erreichen (s. (1405)). Für stark belasteten Anlauf empfiehlt sich für diese beiden Anlaßarten, wenn technisch ausführbar, der Anbau einer Kupplung zwischen Motor und Arbeitsmaschine, die deren allmählichen Anlauf gestattet (Fliehkraftkupplung).

Schließlich kann man auch den Motor zugleich mit einem ihm allein

zugehörigen Drehstromerzeuger durch dessen Antriebsmaschine anlassen, von welchem Verfahren man z. B. zum Anlassen von Grubenpumpenmotoren von über Tag aus Gebrauch macht. Es darf dann an dem zum Anfahren benutzten Stromerzeuger kein weiterer Motor mehr angeschlossen sein und dieser muß von Anfang an volle Erregung besitzen, weshalb Erregung aus besonderer Stromquelle vorzusehen ist.

(1391) Verluste, Wirkungsgrad und Leistungsfaktor. Die bei der Energieumsetzung auftretenden Verluste sind von derselben Art wie bei Gleichstrommotoren (s. (1364)) und lassen sich in bekannter Weise berechnen. Aus dem Wirkungsgrad  $\eta$  berechnet sich die zuzuführende elektrische Leistung

$$N_z = \frac{N_n}{\eta} = \frac{735 \text{ PS}^1)}{\eta} \approx 880 \text{ PS} = \sqrt{3} J P \cos \varphi,$$

damit

$$J = \frac{735 \text{ PS}}{\sqrt{3} \cos \varphi \eta U} \approx \frac{880 \text{ PS}}{1,5 U} \approx \frac{585 \text{ PS}}{U}$$

für mittlere Leistungen. Der Wirkungsgrad hängt ebenfalls in bekannter Weise mit der abgegebenen Nutzleistung zusammen, Abb. 110, Belastungskennlinien eines Pöge-Motors. Auch der Leistungsfaktor ist von ihr abhängig und im Leerlauf oder schwacher Belastung recht klein, besonders bei Schleifringläufern. Abb. 111<sup>2)</sup>, und bei geringer Drehzahl.

Bei kleinen Motoren mit Kurzschlußläufern empfiehlt es sich, bei schwacher Belastung die Sternschaltung, in der der Motor angelaufen ist, beizubehalten, weil dann entsprechend der geringeren Phasenspannung der Blindstrom kleiner und damit der Leistungsfaktor größer wird.

Großer Luftspalt ergibt geringeren Leistungsfaktor; doch erfordert die Rücksicht auf Betriebssicherheit bei Motoren mit stark

schwankender Belastung und häufiger Drehsinnänderung oftmals größeren Luftspalt, als für leichte Betriebsverhältnisse zulässig.

Die Größe des Leistungsfaktors ist letzten Endes bedingt durch die Streuungsverhältnisse und die werden bei großem Luftspalt, und kleiner Polteilung ungünstiger; kleine Polteilung bedeutet aber viele Pole und damit geringe Drehzahl. Der verhältnismäßig große Blindstrom, den ein Drehstrommotor erfordert, ist ein Mangel, da dadurch ein Netz, namentlich wenn es viele kleine oder schwach belastete Motoren zu speisen hat, einen schlechten Gesamtleistungsfaktor bekommen kann, z. B. bis herunter  $\cos \varphi = 0,45!$  Über die Aufhebung des Blindstromes s. (1384) u. (1395).

(1392) Das Heyland-Diagramm macht von der theoretisch wie auch praktisch genügend genau zutreffenden Tatsache Gebrauch, daß die Endpunkte der Ständerstromvektoren, wenn diese ihrer durch  $\cos \varphi$  bedingten Richtung gemäß an den

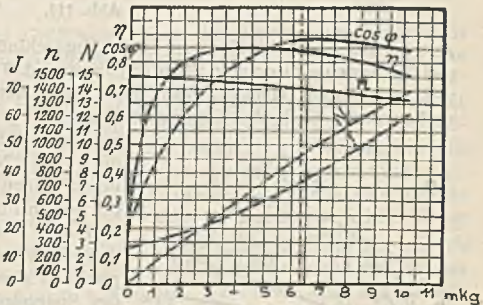


Abb. 110.

<sup>1)</sup> PS = Nutzleistungswert gemessen in Pferdestärken.

<sup>2)</sup> In Abb. 111, die einer Veröffentlichung der S.-S.-We. entnommen ist, beziehen sich die gestrichelten Kurven auf Käfig-, die anderen auf gewickelte Läufer.



Spannungsvektor angetragen werden, alle auf einem Kreise liegen — dem Heylandkreis. Es gestattet einen guten Überblick über das Verhalten des Motors in Anlauf und Betrieb, ja auch als Bremse und als übersynchroner Generator. (s. auch Sumec ETZ 1910, S. 110 u. Hemeter, Arch. Elektrot. 1927, S. 29 u. S. 257).

Mißt man nämlich an einem ausgeführten Motor a) im Leerlauf und bei offenem Läuferkreis von Schleifringläufern oder im Synchronismus durch fremden

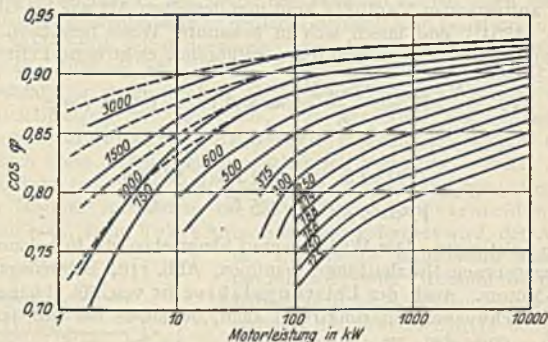


Abb. 111.

Antrieb bei Kurzschlußläufern, b) im Kurzschluß bei stillstehendem Läufer und gleichzeitig so erniedrigter Ständerspannung, daß der Ständerstrom seinen Nennwert mindestens erreicht, beide Male Ständerstrom, -spannung und Leistung

und zeichnet die beiden Stromvektoren von  $O$  gegenüber dem Spannungsvektor auf, wobei der des Kurzschlußstromes auf die volle Nennspannung verhältnismäßig umzurechnen ist, so erhält man (Abb. 112) die beiden Punkte  $A_0$  und  $A_k$ , den Leerlauf und den Kurzschlußpunkt und damit auch den Heylandkreis, da dessen Mittelpunkt  $M$  einmal auf dem Lot im Punkte  $O'$  des Spannungsvektors, das andere Mal auf dem Mittellot  $A_0 A_k$  gelegen ist. Die Strecke  $OA$  ist dann ein Maß für den Ständerstrom einer beliebigen Belastung und Winkel  $AOP$  gibt die zugehörige Phasenverschiebung  $\varphi$ . Das Lot  $AU$  auf die Abszissenachse stellt den Wirkstrom dar und seine Maßzahl multipliziert mit der Linienspannung  $U$  gibt die für 3 Phasen zugeführte elektrische Leistung

$\sqrt{3} J U \cos \varphi = N_e$  Watt. Das Stück  $AS$ , das von der sog. Leistungslinie  $A_0 A_k$  von dem Lot  $AW$  auf den Durchmesser abgeschnitten wird, ist der Nutzleistung  $N_n$  gleich in demselben Verhältnis wie  $AU$  dem  $N_e$ . Ferner ist das Stück  $AV$ , das von der sog. Drehmomentenlinie  $A A_\infty$  abgeschnitten wird, dem Nutzdrehmoment  $M$  verhältnismäßig. Den Punkt  $A_\infty$  findet man, indem man die Ordinate  $A_\infty U_\infty$  berechnet aus der Beziehung  $A_\infty U_\infty = \sqrt{3} \overline{OA_\infty} r_1 / U$ , wobei  $A_\infty$  in erster Annäherung in der Mitte auf dem Bogen  $A_k F$  angenommen wird. Erhält man nach obiger Beziehung einen von der Zeichnung abweichenden Wert für  $A_\infty U_\infty$ , so muß durch einen zweiten Versuch eine bessere Übereinstimmung erstrebt werden.

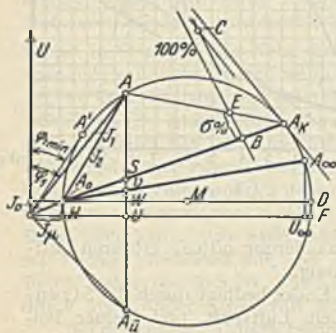


Abb. 112.

Des weiteren stellt  $A_0 A$  den Läuferstrom dar und das Verhältnis  $AS : AU$  gibt den Wirkungsgrad. — Ist  $CA_k$  Tangente an den Kreis in  $A_k$  und zieht man durch einen beliebigen Punkt  $B$  auf der Leistungslinie eine Parallele zu  $A_\infty A_k$ , welche die Tangente in  $C$  schneidet, so ist  $BC$  die Schlüpfungslinie. Denn die Gerade  $A A_k$  schneidet auf ihr ein Stück  $BE$  ab, das der jeweiligen Schlüpfung  $\sigma$  in % gleich ist, wenn die Strecke  $BC = 100$  angenommen wird. Fällt  $A$  auf  $A_k$ , so wird  $\sigma = 100\%$  entsprechend dem Stillstand; Betriebszustände mit  $A$  zwischen  $A_k$  und  $A_\infty$  ergeben Schlüpfungen  $> 100\%$ , entsprechen also dem Bremsbetriebe. Für alle Lagen von  $A$  noch über  $A_\infty$  hinaus wird  $\sigma$  negativ; d. h. vornehmlich der untere Halbkreis ist das Gebiet des übersynchronen Generatorzustandes. Auch hierfür lassen sich alle Betriebsgrößen nach Abb. 112 entnehmen, wenn man nur die Bedeutung der Linien  $HF$  und  $A_0 A_k$  vertauscht.

Ist  $m$  der Maßstab für den Ständerstrom in A/mm, so ist also

$$J_1 = m \times \overline{OA} \text{ der Ständerlinienstrom in Amp.},$$

$$J_2 = \frac{w_1}{w_2} J_2 = m'' \times \overline{AA_0} \text{ der Läuferstrom.},$$

$$N_2 = \sqrt{3} m \overline{AU} \times U = m''' \times \overline{AU} \text{ die zugeführte Leistung,}$$

$$N_n = \sqrt{3} m \overline{AS} \times U = m'''' \overline{AS} \text{ die Nutzleistung in Watt,}$$

$$M = \frac{\sqrt{3} m U P}{2\pi f_1 9,81} \overline{AV} = 0,28 \frac{U P}{f_1} m \overline{AV} = m'''''' \overline{AV} \text{ das Nutzdrehmoment in mkg.}$$

Der Leistungsfaktor wird ein Größtwert, wenn der Stromvektor den Kreis berührt (in  $A'$ ); ebenso haben Drehmoment und Nutzleistung Größtwerte, die aber nicht gleichzeitig auftreten.

Auch bei generatorischem Betrieb wächst das Gegendrehmoment zunächst mit steigendem Übersynchronismus bis zum Kippmoment, bei weiterer Drehzahlsteigerung fällt aber das Gegenmoment und die Maschine geht durch, weshalb sie gegen Überschreitung dieser kritischen Drehzahl gesichert werden muß.

Wird in den Läuferkreis Widerstand  $\rho$  eingeschaltet nach Abb. 108, so wird der Kurzschlußstrom kleiner, und der Punkt  $A_k$  wandert auf dem Kreise nach  $A_0$  hin, damit nimmt das Anlaufmoment  $m'''' A_k \overline{V_k}$  zunächst zu, bis bei einem gewissen Werte von  $\rho$  das Kippmoment erreicht wird, um alsdann mit steigendem  $\rho$  wieder abzunehmen, s. Abb. 106. Das heißt aber andererseits auch: um kräftige Bremswirkungen zu erzielen, muß man viel Widerstand in den Läuferkreis schalten. Zeichnet man die zu diesen verschiedenen Kurzschlußpunkten gehörigen Leistungslinien ein, so ergibt sich, daß zwar bei gleichem Ständerstrom die Nutzleistung kleiner geworden ist, während Läuferstrom, zuzuführende Leistung  $N_2$  und Nutzdrehmoment gleich geblieben sind; gleichzeitig hat die Schlüpfung zu und die Drehzahl abgenommen. Man kann daher aus dem Diagramm sowohl die einzelnen Stufen für den Anlaßwiderstand entnehmen, als auch diejenigen für eine gewünschte Drehzahlenregelung.

In Abb. 112 stellt  $OH$  den Magnetisierungsstrom  $J_\mu$  dar. Der Kreisdurchmesser ist  $\frac{J_\mu}{\tau}$ , wo  $\tau$  den gesamten Streukoeffizienten darstellt. Die

Streukoeffizienten für Ständer und Läufer sind definiert durch das Verhältnis Ständerstreufuß  $\mathfrak{F}_{s1} = \tau_1$  und entsprechend  $\tau_2$ ;  $\tau$  wird gleich  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2$  Ständerhauptfuß  $\mathfrak{F}_1$  gesetzt. Da der Durchmesser des Heylandkreises um so größer wird, je kleiner die Streuung ist, und er das Kippmoment und damit die Überlastungsfähigkeit und auch den Leistungsfaktor bestimmt, so erkennt man den Wert einer geringen Streuung. Der größte Leistungsfaktor, in dessen Nähe sich ja der Nennbetrieb



abspielt, wird um so größer, je näher  $O$  am Kreise liegt, d. h. je geringer  $J_\mu$  und damit der Luftspalt wird, der ja die Größe des Magnetisierungsstromes hauptsächlich bestimmt.

(1393) **Der Ossannakreis.** Die Übersichtlichkeit des obigen Diagrammes ergibt sich aus der teilweisen Vernachlässigung des Ständerwiderstandes. Zuerst Ossanna und andere haben gezeigt, daß er sich berücksichtigen läßt und sich



Abb. 113.

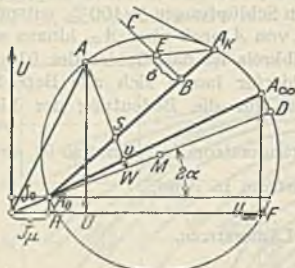


Abb. 114.

im Diagramm in der Weise bemerkbar macht, daß der Durchmesser  $HD$  einmal kleiner wird, andernteils sich um einen gewissen Winkel  $2\alpha$  um  $A_0$  dreht. Dieser  $\angle 2\alpha$  läßt sich aus dem in Abb. 113 dargestellten  $\Delta$  ermitteln und nach obigem Verfahren der Ossannakreis zeichnen, dessen Durchmesser sich ergibt zu  $A_0 D = \frac{J_\mu}{\tau + \sin^2 \alpha}$

(Abb. 114). Der Winkel  $\alpha$  ist bei Motoren etwa über 5 kW sehr klein und daher von geringem

Einfluß auf die Ergebnisse, so daß man praktisch mit dem Heylandkreis dasselbe mit geringerer Mühe erreicht.

(1394) **Drehzahlregelung.** Die Drehzahl eines Drehstrommotors ist gegeben durch die Beziehung  $n_2 = n_1 (1 - \sigma) = 60 (f/p) \times (1 - \sigma)$ . Die Selbstregelung beruht auf der Änderung der Schlüpfung mit der Belastung und ist zwischen Leerlauf und Nennleistung nur sehr gering — ca. 4% — Abb. 105 u. 107, Kurve für kleinsten Läuferwiderstand  $r_2' = r_a$ .

Eine willkürliche Regelung kann nur durch Änderung von  $\sigma$  oder  $p$  erfolgen und man unterscheidet demgemäß Regelung durch Vergrößerung des Schlupfes und durch Vermehrung der Polzahl durch Polumschaltung; beide Arten bewirken stets nur Drehzahlverminderung.

#### A. Vergrößerung des Schlupfes.

I. Durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis gemäß Abb. 105 u. 108 kann die Drehzahl bis zum Stillstand verringert werden, doch wächst im Maße der Verminderung der Stromwärmeverlust im Läufer. Diese allerdings einfachste Regelart hat also die Nachteile der Unwirtschaftlichkeit und auch der Unbestimmtheit in bezug auf Drehzahlabfall, da die Vermehrung des Schlupfes stark von dem jeweilig gewünschten Drehmoment abhängt; darum versagt sie im Leerlauf fast völlig und erfordert für geringes Drehmoment einen großen und teuren Regelwiderstand. Trotzdem findet sie im Kranbau und überhaupt bei kleineren Motoren mit nur kurz andauernder Regelung allgemeine Anwendung; sie erfordert freilich einen gewickelten Läufer mit Schleifringen, einen Regelwiderstand nebst Stufenschalter — Schlupfregler —, der auch zum Anlassen benutzt werden kann, wogegen ein Anlasser im allgemeinen nicht auch als Regler dienen kann.

II. Durch Einschalten der EMK irgendeiner anderen elektrischen Maschine entgegen der Läuferspannung. Eine solche GEMK wirkt auf die Vermehrung des Schlupfes wie ein Widerstand, jedoch mit dem Unterschiede, daß die Schlupfenergie  $E_g' J_2'$  des Läufers nicht in bloße Stromwärme umgesetzt wird, sondern je nach der Art dieser Hintermaschine größtenteils zurückgewonnen wird und zwar als elektrische Energie zur Rückführung ins Netz bei generatorischer und frequenzumformender Wirkung dieser, als mechanische Energie mit Hintermotor. Diese Verbindung 2 (oder mehrerer) Maschinen miteinander führt zum Regelsatz und zur Kaskadenschaltung.

Wegen ihrer Umständlichkeit, Platzbedarfs und Kostspieligkeit in der Anlage finden diese Regelsätze nur bei großen Motoren langdauernder und umfangreicher Regelung Anwendung, z. B. für Pumpen- und Ventilatormotoren auf Gruben, Förderhaspel, Walzwerke usw.

1. Rückführung der Schlupfenergie ins Netz kann mittels des Heylandschen Frequenzumformers nebst Stufentransformator geschehen oder mittels eines Dreiphasen-Kollektor-Generators, s. (1398), dessen Kollektor als Frequenzumformer wirkt.

2. Umwandlung der Schlupfenergie in mechanische Arbeit durch einen Hintermotor. Die so gewonnene mechanische Leistung kann entweder der des Vordermotors zugefügt werden — durch direkte Kupplung bei schnell laufendem oder durch Riemenübersetzung bei langsam laufendem Vordermotor — oder mit Hilfe eines Generators — am einfachsten eines asynchronen — wieder ins Netz als elektrische Energie zurückgeführt werden. Der Hintermotor kann sein:

a) Wiederum ein Drehstrommotor (Kaskadenschaltung im engeren Sinne, Abb. 115). Sind beide Motoren direkt gekuppelt, haben ihre Ständerwicklungen die Polpaarzahlen  $p_1$  und  $p_2$  und ist  $\sigma$  die Schlüpfung des Motors im Einzelbetrieb, so ist die Drehzahl der Kaskade  $n_3'' = \frac{60f}{p_1 + p_2}$  und die

des Vordermotors allein  $n_3' = (1 - \sigma) 60f/p_1$ . Es sind also die 2 Drehzahlen  $n_3'$  und  $n_3''$  möglich ohne wesentlich größere Verluste; dagegen werden Überlastungsfähigkeit und Leistungsfaktor der Kaskade merklich kleiner, so daß auch dieses Verfahren bei seiner größeren Umständlichkeit so selten Anwendung findet, wohl aber in Verbindung mit Polumschaltung (s. unten).

b) Vorteilhafter wird als Hintermaschine ein Einankerumformer benutzt (s. (1412)), der vom Schlupfdrehstrom als Synchronmotor (s. (1380)) angetrieben wird und am Kollektor Gleichstrom abgibt, der entweder als solcher verwendet werden kann, oder wieder einem Gleichstrommotor zugeführt wird (Regelsatz von Krämer). Diese Anordnung gestattet eine weitgehende und feinstufige Regelung der Drehzahl und außerdem eine Verbesserung des Leistungsfaktors bis auf 1.

c) Die Anordnung läßt sich durch Anwendung eines Drehstrom-Kollektor-Motors (s. (1398)) vereinfachen. Dieser kann seine mechanische Leistung entweder der des Motors zufügen (direkte Kupplung bei hoher, mit Riemenantrieb bei geringer Drehzahl des Vordermotors) oder sie kann mittels Asynchrongenerators wieder als elektrische Leistung ins Netz zurückgeführt werden (Regelsatz von Scherbius). Da Drehstrom-Kollektor-Motoren mit Reihen-, Neben- oder Doppelschluß Eigenschaften gebaut werden können und der Hintermotor den Regelcharakter des ganzen Satzes bestimmt, so hat man es in der Hand, diesen durch entsprechende Auswahl zu bestimmen.

Diese Regelsätze finden für Antriebe von großen Grubenventilatoren, Pumpen und Walzenstraßen vielfach Anwendung.

### B. Veränderung der Polzahl durch Polumschaltung.

Man kann im Ständer in denselben Nuten 2 Wicklungen mit verschiedener Polzahl unterbringen:  $Z = 6 p_1 q_1 = 6 p_2 q_2$ , womit 2 Drehzahlen verlustlos, bei unvermindertem Wirkungsgrad und Leistungsfaktor erhältlich sind und auch die beiden Nutzleistungen unabhängig voneinander gewählt werden können.

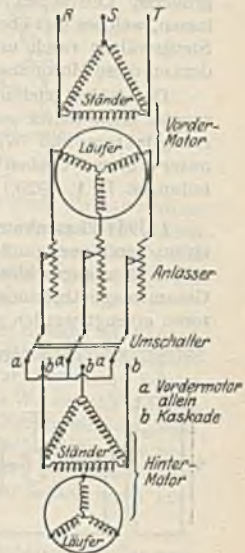


Abb. 115.



Um den Läufer nicht auch mit 2 Wicklungen und demgemäß 6 Schleifringen ausstatten zu müssen, wird bei diesem Regelverfahren der Käfiganker weitaus bevorzugt.

2 getrennte und darum verteuerte Wicklungen kann man vermeiden, wenn man sich auf das Drehzahlverhältnis 2:1 beschränkt. Dann kann nämlich die einzige Wicklung ohne bedeutsame Nachteile durch Umschaltung für 2 verschiedene Polzahlen verwendet werden, wobei allerdings die Leistungen bei der höheren Drehzahl um etwa  $10 \div 20\%$  steigen gegenüber der niedrigeren. Beim gewickelten Läufer kann man sogar auf Umschaltung verzichten und mittelst Verfahren nach A I den Regelbereich weiter vergrößern bzw. mit Anlasser in Gang setzen. Durch Anwendung einer 2. nicht umschaltbaren Wicklung kann man 3, durch eine 2. umschaltbare gar 4 Drehzahlen erhalten. Bei großen Motoren wird man den Kurzschlußläufer mit Doppelkäfig ausführen und bei noch größeren Leistungen das Anlassen durch Stern-Dreieck-Verfahren besorgen lassen, welches hier ebenfalls noch möglich ist. Da diese Umschaltungen mittelst Steuerwalzen rasch und leicht geschehen und unter Vollast zulässig sind, so decken diese Motoren einen weiten Bedarfsbereich.

Die früher vielfach angewandte Verbindung mit der Kaskadenschaltung zwecks noch weiter gehender Drehzahlabstufung ist wegen ihres geringen Leistungsfaktors und Wirkungsgrades durch Ausbildung und Verbesserung der unter 2b und c oben angeführten Regelsätze überholt. (S. Sachsenwerk-Mitteilungen H. 1. 1929.)

**(1395) Phasenkompensation.** Da Drehstrommotoren einen Magnetisierungsstrom benötigen, muß der Leistungsfaktor stets  $< 1$  sein. Die große Zahl der an ein Netz angeschlossenen Motoren erfordert schließlich einen sehr erheblichen Gesamtmagnetisierungs-, d. h. nachteiligen Blindstrom, der von den Generatoren erzeugt werden muß und sie wie auch das Leitungsnetz belastet. Abhilfe

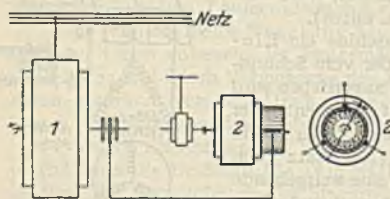


Abb. 116.

dagegen können untererregte Synchrongeneratoren oder übererregte Synchronmotoren schaffen, s. (1417) und (1382). Aber besser wäre die Aufhebung der Phasenverschiebung möglichst an der Quelle, d. h. eben Phasenkompensation am Motor selbst. Diese ist möglich, wenn man den Motor seinen Blindstrom selbst erzeugen läßt mit Hilfe eines mechanischen und elektrisch mit ihm verbundenen Blindgenerators und ihn über den Läufer magnetisiert; dann braucht das Netz keinen Magnetisierungsstrom mehr zu liefern, ja es kann sogar voreilenden Blindstrom aus dem Motor empfangen.

Der Blindgenerator, auch Drehstrom-Erregermaschine genannt, besteht (s. Abb. 116) in seiner einfachsten Form aus einem Gleichstromanker mit Kommutator, der von irgend woher — z. B. auch von dem zu kompensierenden Motor — angetrieben wird und aus dessen Läufer über Schleifringe und 3 um  $120^\circ$  (bezogen auf das 2polige Feld) versetzte Bürsten Strom  $J_2$  empfängt. Dieser erzeugt in dem Anker ein Drehfeld von der Drehzahl  $n_c = 60 f_2 : p$ . Wird nun der Kommutatoranker im Sinne dieses Drehfeldes und schneller als dieses gedreht, so wird in ihm eine EMK  $= E_c$  mit der Frequenz  $f_2$  erzeugt, die, senkrecht voreilend auf  $J_2$  stehend, sich mit der im Läufer induzierten EMK  $E_2$  zusammensetzt. Diese result. EMK bestimmt nun zusammen mit dem Widerstand des Läufers  $r_a$  und des Ankers  $r_A$  Größe und Richtung des Stromes  $J_2$ , wobei sein Vektor nach vorwärts gedrückt wird und er damit auch den von  $J_1$  so weit vorschiebt, daß  $\varphi_1 = 0$  oder gar  $< 0$  wird, wenn nur  $E_c$  recht groß wird (s. Abb. 117); die Größe von  $E_c$  kann bei fremd angetriebenen Maschinen

Der Blindgenerator, auch Drehstrom-Erregermaschine genannt, besteht (s. Abb. 116) in seiner einfachsten Form aus einem Gleichstromanker mit Kommutator, der von irgend woher — z. B. auch von dem zu kompensierenden Motor — angetrieben wird und aus dessen Läufer über Schleifringe und 3 um  $120^\circ$  (bezogen auf das 2polige Feld) versetzte Bürsten Strom  $J_2$  empfängt. Dieser erzeugt in dem Anker ein Drehfeld von der Drehzahl  $n_c = 60 f_2 : p$ . Wird nun der Kommutatoranker im Sinne dieses Drehfeldes und schneller als dieses gedreht, so wird in ihm eine EMK  $= E_c$  mit der Frequenz  $f_2$  erzeugt, die, senkrecht voreilend auf  $J_2$  stehend, sich mit der im Läufer induzierten EMK  $E_2$  zusammensetzt. Diese result. EMK bestimmt nun zusammen mit dem Widerstand des Läufers  $r_a$  und des Ankers  $r_A$  Größe und Richtung des Stromes  $J_2$ , wobei sein Vektor nach vorwärts gedrückt wird und er damit auch den von  $J_1$  so weit vorschiebt, daß  $\varphi_1 = 0$  oder gar  $< 0$  wird, wenn nur  $E_c$  recht groß wird (s. Abb. 117); die Größe von  $E_c$  kann bei fremd angetriebenen Maschinen

durch Änderung der Drehzahl geregelt werden. Motoren mit einer derartigen ein- oder angebauten Erregermaschine können etwa von 30% der Nennlast an mit  $\cos \varphi = 1$  arbeiten; darunter und insbesondere im Leerlauf versagt die Kompensation. Zum Anlassen werden die Schleifringe durch einen Umschalter mit einem Anlasser verbunden, alsdann auf den Erreger umgeschaltet. Die kompensierten Motoren zeichnen sich außerdem durch hohe Überlastbarkeit — 3 — 3,5  $\times$  Nennmoment — aus; sind aber natürlich teurer. — Um auch im Leerlauf Kompensation zu ermöglichen, ist man zu den fremderregten Blindleistungsmaschinen übergegangen (s. ETZ 1924, S. 456 u. 1265 u. 1925, S. 142, sowie El. u. Maschinenb. 1924, S. 601). Auch diese Maschinen können eingebaut werden oder getrennt, aber mechanisch verbunden ausgeführt werden. Nebenschlußerregte Erregermaschinen können getrennt aufgestellt werden (s. Sachsenwerk-Mitteilungen 1929, S. 7). Drehstrommaschinen mit derartigen Erregermaschinen können sowohl als kompensierte Motoren, wie auch als asynchrone Blindleistungsmaschinen verwendet werden. Sie bilden in beiden Fällen einen vollwertigen Ersatz für Synchronmaschinen und haben vor diesen noch den Vorteil größerer Stabilität und besserer Kurzschlußverhältnisse voraus, insofern als der Stoß wesentlich geringer ausfällt und rasch auf 0 abklingt.

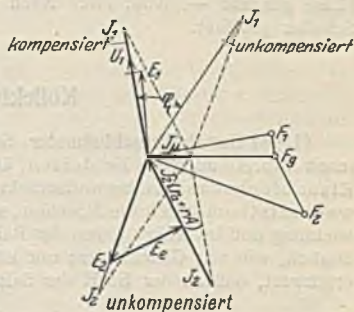


Abb. 117.

(1396) Ausführungsarten von Drehstrommotoren. Der Ständer wird genau wie der Anker eines Dreiphasen-Wechselstromerzeugers (s. (1354)) ausgeführt. Das Gußgehäuse, das den Ständerblechring zu halten hat, kann mit Lagergehäusen versehen werden oder bei Motoren etwa über 100 kW-Leistung auf eine mit den Lagern gemeinsame Grundplatte gesetzt werden. Ferner werden genau dieselben Schutzvorrichtungen gegen Fremdkörper, Wasser, schädliche Gase usw. vorgesehen wie bei Gleichstrommotoren und darum als offene, geschlossene und gekapselte Typen, bzw. mit gegen Schlagwetter geschützten Schleifringen ausgeführt (s. (1366)).

(1397) Einphasen-Induktionsmotoren. Unterbricht man bei einem laufenden Drehstrommotor eine der Phasen des Ständers, so entsteht im Ständer ein einfaches Wechselstromfeld; trotzdem läuft der Motor nahezu synchron weiter, wenn auch mit entsprechend verminderter Leistung. Dagegen läuft der Läufer im einfachen Wechselstromfeld nicht an; er bedarf erst einer gewissen Drehzahl, um ein genügendes Drehmoment zu entwickeln. Die Erklärung dafür ist: Das durch die Ständerwicklung erzeugte Feld liefert mit dem im drehenden Läufer entwickelten Querfeld zusammen ein Drehfeld, in welchem nunmehr der Läufer wie beim eigentlichen Drehfeldmotor umläuft. Das Drehmoment des Läufers ist bei Stillstand Null, wächst dann langsam mit wachsender Geschwindigkeit bis zu einem Höchstwert, um dann rasch wieder auf Null abzufallen, welchen Wert es beim synchronen Gang erreicht.

Da der einphasige Induktionsmotor erst ein nennenswertes Drehmoment entwickelt, nachdem sein Läufer eine größere Geschwindigkeit erlangt hat, muß der Ständer da, wo diese Umlaufgeschwindigkeit nicht auf mechanischem Wege, z. B. durch eine Transmission, auf welche der Motor nachher arbeiten soll, erzielt werden kann, eine Hilfswicklung er-

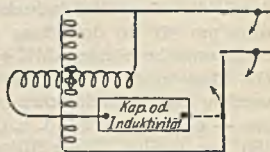


Abb. 118.

Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 8. Aufl.



halten derart, daß diese mit der Hauptwicklung zusammen ein zweiphasiges Drehfeld erzeugt, wenn durch sie ein gegen den Hauptstrom in der Phase möglichst um  $90^\circ$  verschobener Strom geschickt wird. Ein solcher wird durch Abzweigung vom Hauptstrom unter Einschaltung eines vorwiegend Kapazität oder Induktivität enthaltenden Wechselstromwiderstandes erhalten — Kunstphase genannt —, Abb. 118. Nach vollendetem Anlauf wird der punktierte Schalter geöffnet.

### Kollektormotoren.

(1398) Der Reihenschlußmotor. Stellt man bei einem Hauptstrommotor (nach Abb. 80) auch das Feldeisen, ähnlich wie das Ankereisen, aus isolierten Eisenblechscheiben her und schickt statt des Gleichstroms einen Einphasenwechselstrom durch die Maschine, so läuft sie, da die Ströme in der Erregerwicklung und im Anker wegen der Reihenschaltung in gleicher Phase sind, ganz ähnlich, wie mit Gleichstrom; nur ist die funkenfreie Kommutierung dadurch erschwert, daß zu der EMK der Selbstinduktion bei der Stromumkehr in der

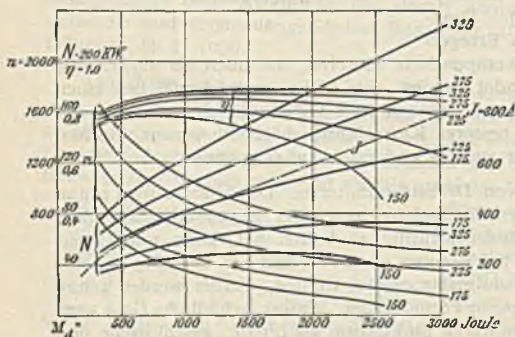


Abb. 119.

kurzgeschlossenen Spule noch eine durch das Wechselfeld induzierte EMK hinzukommt, indem die kurzgeschlossene Spule sich diesem gegenüber ähnlich verhält, wie die Sekundärwicklung eines Transformators (s. (1401)). In der Ankerwicklung entsteht bei der Drehung eine elektromotorische Gegenkraft, die aber entsprechend den periodischen Änderungen des Feldes ebenfalls periodisch und mit dem Feld, d. h. dem Strom, in gleicher Phase ist. Außerdem sind die Magnetwindungen und der Anker Widerstände mit Induktivität, es entsteht also in ihnen gleichzeitig eine EMK, deren Vektor gegen  $J$  um  $90^\circ$  in der Phase zurück ist. Die Selbstinduktion im Anker, welche durch das vom Anker allein erzeugte Feld (Ankerrückwirkung) hervorgerufen wird, läßt sich durch eine vom Ankerstrom durchflossene Kompensationswicklung aufheben (s. (1348)); hierdurch wird die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung vermindert, also  $\cos \varphi$  vergrößert. Außerdem aber bedarf es noch eines Querfeldes, durch welches einmal die obenerwähnte, in den kurzgeschlossenen Spulen durch das Hauptfeld induzierte EMK  $e_k$  vernichtet wird, welche gegen letzteres um  $90^\circ$  in der Phase zurück ist, zweitens muß dieses Querfeld die zur Stromumkehr nötige EMK  $e_u$  erzeugen, die in der Phase mit  $J$  übereinstimmt. Die Phase eines durch Hilfswicklung erzeugten Querfeldes muß also so gewählt werden, daß die in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte EMK die Resultierende aus  $-e_k$  und  $e_u$  wird, d. h. dem Hauptfeld um mehr als  $90^\circ$  und weniger als  $180^\circ$  vorausseilen. Diese Hilfswicklung wird auf Wendepolen (s. (1349)) untergebracht, während die Kompensationswicklung gleichmäßig am Umfang des Feldeisens verteilt wird, welches bei dieser Art von Motoren keine ausgeprägten Polansätze erhält, sondern genau so aufgebaut wird wie der Ständer, Abb. 69 bis 72, während der Anker eine normale Gleichstromwicklung (s. (1338)) trägt. — Abb. 119 zeigt die Kennlinien eines nach diesen Grundsätzen gebauten Motors der Siemens-Schuckert-Werke. Besonders die Kurven, die  $n$  als

Funktion von  $M_{ii}$  darstellen, besitzen genau denselben Verlauf wie diejenigen für den entsprechend geschalteten Gleichstrommotor. Die Zahlen am Ende der Kurven geben die Spannung an, die hier durch einen Regeltransformator abgestuft wird; die so erzielte Regelung der Drehzahl ist, entgegen der Widerstandsregelung des Reihenschluß-Gleichstrommotors, verlustlos. Dieser Motor wird hauptsächlich zum Antrieb von Hauptbahnlokomotiven verwandt und bis zu tausenden PS Leistung ausgeführt (s. auch Dr. J. Döry, Bahnmotoren u. El. u. Maschinenb. 1923).

**(1399) Der einphasige Repulsionsmotor.** Bei einem mit Wechselstrom betriebenen Reihenschlußmotor kann man die zur Kompensation der Ankerrückwirkung dienende Wicklung  $K$  des Ständers, anstatt sie mit den Windungen des Feldes  $F$  und dem Anker in Reihe zu schalten, ausgezogene Linien

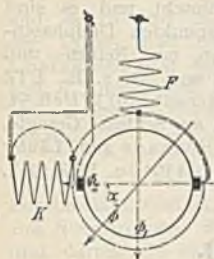


Abb. 120.

in Abb. 120, auch in sich kurzschließen und so durch die Induktionswirkung des Ankerstroms die kompensierenden Amperewindungen erzeugen, gestrichelte Verbindungen in Abb. 121. Dann können aber auch Anker- und Kompensationswicklung vertauscht werden, d. h. ersterer kurzgeschlossen und  $K$  mit  $F$  in Reihe geschaltet werden (strichpunktierte Verbindungen). In diesem Falle setzt sich das von  $F$  erzeugte Feld  $\mathfrak{F}_1$  mit dem von  $K$  erzeugten  $\mathfrak{F}_2$  zu einem resultierenden Feld  $\mathfrak{F}$  zu-

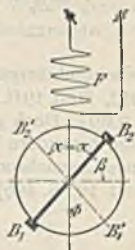


Abb. 121.

sammen, dessen Achse mit der Verbindungslinie der Bürsten den Winkel  $\alpha$  einschließt; beide Wicklungen können also durch eine einzige Ständerwicklung  $F$  ersetzt werden, mit deren Feldachse die Verbindungslinie der kurzgeschlossenen Bürsten  $B_1 B_2$  den spitzen Winkel  $\alpha$  einschließt, Abb. 121. Dies ist die Schaltung des Thomsonschen Repulsionsmotors, der den Vorteil besitzt, daß der umlaufende Anker ganz außer Verbindung mit den Strom zuführenden Leitungen steht, so daß die Ständerwicklung ohne Gefahr an ein Hochspannungsnetz angeschlossen werden kann. Der Motor hat Reihenschlußcharakter und seine Kennlinien entsprechen denen der Abb. 119. Der große Vorteil dieser Type besteht in der einfachen und verlustlosen Drehzahlregelung in dem weiten Bereich von Stillstand bis zum etwa 1,2fachen des Synchronismus durch bloße Bürstenverschiebung, durch die auch sogar der Drehsinn sich umkehren läßt.

Eine weitere Verbesserung hat der Thomsonsche Motor durch Déri erfahren, der die Kurzschlußbürste eines jeden Poles in 2 gespalten hat, von denen aber der eine Satz feststeht, während der andere gedreht werden kann; hierdurch wird der Verstellungswinkel doppelt so groß, die Einstellung verfeinert und das Bürstenfeuer namentlich in der Nähe des Synchronismus vollständig behoben.

Das Hauptanwendungsgebiet des Déri-Motors ist der Antrieb von Textil-, insbesondere der Ringspinnmaschinen; auch zu Kran- und Aufzugszwecken hat er verschiedentlich Anwendung gefunden (s. ETZ 1918, Heft 35 u. 47).

**(1400) Der einphasige Nebenschlußmotor.** Latour, Winter und Eichberg haben durch Doppelspeisung, nämlich der Ständerwicklung und des Ankers nicht allein die Rückwirkung des Anker- sondern auch die des Erregerfeldes aufgehoben und damit den Leistungsfaktor auf 1 gebracht, ferner durch Anschluß des Ankerkreises parallel zur Netzspannung, Abb. 122, dem Motor Nebenschlußcharakteristik gegeben. Die Drehzahl ist dabei durch einen Regeltransformator in weiten Grenzen veränderbar. Durch Öffnen des Schalters  $S$  kann der Motor



beim Anlauf als Reihenschlußmotor ein großes Drehmoment entwickeln. Anlassen geschieht durch einen gewöhnlichen Anlasser wie Abb. 80, in dessen Schlußstellung der Schalter  $S$  geschlossen wird. Trotz seiner wertvollen Betriebseigenschaften findet aber diese Motorenart wegen ihres hohen Beschaffungspreises, verursacht durch den Kollektor und Regeltransformator, wenig Anwendung und ist in bezug auf Regelfähigkeit, Überlastungsfähigkeit und Betriebssicherheit dem Gleichstrom-Nebenschlußregelmotor (1371) nicht ebenbürtig.

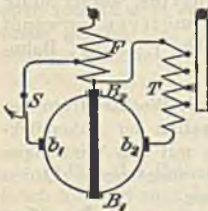


Abb. 122.

**Drehstrom-Kollektor-Motoren.** Bei großen Motor-einheiten ist der einphasige Anschluß obiger Motor-arten durch ungleichmäßige Netzbelastung des meist-verbreiteten Drehstroms unerwünscht und es sind deshalb nach denselben Gesichtspunkten Dreiphasen-Kollektormotoren gebaut worden mit Reihen- und Nebenschlußeigenschaften und einem Leistungsfaktor  $\approx 1$  (s. z. B. ETZ 1912, Heft 19ff., ferner ETZ 1907, S. 730ff. u. El. Maschinenb. 1913, Heft 51, S. 1089). Doch gilt von ihnen dasselbe wie unter (1399) am Schlusse Gesagte. Eine besondere Verwendung stellt deren Einordnung in Kaskade zum Läufer eines Asynchronmotors dar zwecks Drehzahlregelung (s. (1394) u. ETZ 1913, Heft 19, S. 496).

## Umspanner (Transformatoren).

**(1401) Zweck und Begriff.** Die Spannungswandler sind entstanden aus dem Bedürfnis nach hohen Spannungen zwecks wirtschaftlicher Verteilung der elektrischen Energie; sie sollen am Erzeugungsorte die Maschinenspannung auf die wesentlich höhere Fernleitungsspannung heraufsetzen und andererseits am Verwendungsorte auf die ungefährliche Gebrauchsspannung wieder heruntersetzen. In einfachster Weise läßt sich dieser Zweck mit Wechselstrom mit Hilfe des vom Funkeninduktor her längst bekannten Prinzips (s. (1288)) erreichen. Diese Möglichkeit der einfachen Spannungswandlung hat dem Wechselstrom seine Bedeutung in der Elektrotechnik gegeben.

Der Spannungswandler besteht ganz allgemein aus mindestens 2 Wicklungen, die durch ein gemeinsames magnetisches Feld miteinander verkoppelt sind. Er verwandelt im allgemeinen nicht elektrische Energie in eine andere Energieform und gleicht daher einer gebremsten Maschine, da mechanische Kräfte wohl vorhanden sind, Bewegungen aber unterbunden werden. Läßt man solche zu, so wird ein mehr oder minder großer Teil in mechanische Energie umgesetzt, wie dies bei sämtlichen Wechselstrommotoren der Fall ist, die alle aus ein besonderer Fall des allgemeinen Transformators aufgefaßt werden können.

**(1402) Theorie und Vektordiagramm.** Um die für die Zwecke der Starkstrom-technik erwünschte möglichst vollkommene Kopplung der verschiedenen Wicklungen zu erreichen, bringt man diese auf einen geschlossenen Eisenkörper auf, so daß der von jeder einzelnen Wicklung geschaffene Kraftfluß möglichst vollständig zusammengehalten und zur Verkettung mit der anderen Wicklung übergeführt wird. Trotz der großen Permeabilität des Eisens gelingt dies bekanntlich nur unvollkommen, indem stets ein Teil der Kraftlinien seinen Weg durch die Luft nimmt und den sog. Streufluß bildet. Von den beiden Wicklungen ist die eine an den Generator oder Spannungserzeuger angeschlossen und heißt deshalb die erstseitige, die 2. (und unter Umständen auch eine 3. usw.) speist den Verbraucherkreis und heißt die zweitseitige Wicklung. Will man die beiden Seiten nach der Höhe der Spannungen unterscheiden, so spricht man von der Unter- bzw. Oberspannungsseite, deren Rolle aber sowohl von der Erst- wie auch von der Zweitwicklung übernommen werden kann.

Im Leerlauf unterscheidet sich der Wandler in keiner Weise von einer Drosselspule (s. (1301)) und wie in dieser wird die gegenelektromotorische Kraft durch Selbstinduktion hervorgebracht. In dem Diagramm Abb. 123 ist nur im Unterschiede von Abb. 22 die induzierte EMK  $E_{g_2}$  entsprechend dem auch mit der Zweitspule verketteten im Eisen verlaufenden Hauptfeld  $F'$  dargestellt und  $E_1$  in die beiden Vektoren  $E_{g_1}$  und  $E_{s_1}$  aufgelöst. Damit der Strom  $J_{1_0}$  fließen kann, müssen von seiten des Generators, die EMKe  $E_{g_1}$ ,  $E_{s_1}$  und  $J_{1_0} r_1$  überwunden werden, wozu die Spannung  $U_1 = E_{g_1} + E_{s_1} + J_{1_0} r_1$  nötig ist, wobei  $r_1$  den Gleichwiderstand der Erst-,  $r_2$  den der Zweitwicklung darstellt. Die in den beiden Wicklungen vom gemeinsamen Fluß  $\mathfrak{F}'$  induzierten EMKe sind:

$$E_{g_1} = 4 k f w_1 F' 10^{-8} \quad \text{bzw.} \quad E_{g_2} = 4 k f w_2 F' 10^{-8}$$

und es ist also  $E_{g_2} : E_{g_1} = w_2 : w_1$ , wo  $w_1$  und  $w_2$  die Windungszahlen der Unter- und Oberspannungsseiten sind, deren Verhältnis  $w_2 : w_1$  die Übersetzung  $\bar{u}$  heißt. Da im Leerlauf  $J_{1_0} r_1$  und  $E_{s_1}$  meist sehr klein gegen  $E_{g_1}$  sind und andererseits  $E_{g_2} = U_{2_0}$  ist, so gilt genügend genau

$$U_{2_0} : U_{1_0} \approx w_2 : w_1 = \bar{u}.$$

Der Leerlaufstrom  $J_{1_0}$  ist sehr klein (ca.  $2 \div 5\%$  des Nennstromes), Phasenwinkel  $\varphi_{1_0}$  sehr groß und darum die aufgenommene Leistung  $N_{1_0} = J_{1_0} U_1 \cos \varphi_{1_0}$  sehr klein, denn es brauchen nur die Stromwärmeverluste  $J_{1_0}^2 r_1$  und Eisenverluste  $J_E E_{g_1}$  gedeckt zu werden. Leerlaufstrom  $J_{1_0}$  ist gegen Magnetisierungsstrom  $J_\mu$  um den Verlustwinkel  $\delta$  (s. (1306)) verschoben. Da in allen diesen Vektorenbildern die EMKe der Erstseite weniger interessieren als deren Gegenkomponenten  $-E_s$  und  $-E_{g_1}$ , zeichnet man in der Regel nur diese ein.

Im Belastungsfall — d. h. sobald die Zweitwicklung über den Verbraucherkreis mit dem Wirkwiderstand  $r_v$  und dem Blindwiderstand  $x_v = +\omega L_v$  bzw.  $-1/\omega C_v$  geschlossen wird und damit unter dem Einfluß der EMK  $E_{g_2}$  der Strom  $J_2 = E_{g_2} / \sqrt{(r_v + r_2)^2 + (\pm x_v + \omega L_{s_2})^2}$  zu fließen beginnt, der um irgendeinen  $\alpha \pm \alpha$  gegen  $E_{g_2}$  verschoben sein wird, wobei  $\text{tg } \alpha = \frac{\pm x_v + \omega L_{s_2}}{r_v + r_2}$  — wirkt die Summe der magnetomotorischen Kräfte

$0,4 \pi \mathfrak{F}_1 w_1 + 0,4 \pi \mathfrak{F}_2 w_2 = 0,4 \pi \mathfrak{F}_\mu w$ , magnetisierend und erzeugt damit auf den magnetischen Widerstand des Eisenkörpers wirkend das gemeinsame Feld  $\mathfrak{F}_g$ , Abb. 124; außerdem erzeugen dieselben MMKe je einzeln die Streufelder  $\mathfrak{F}_{s_1}$  und  $\mathfrak{F}_{s_2}$ .

Konstante Spannung  $U_1$  vorausgesetzt kann man auch bis zur Nennlast die Spannungsabfälle in dem Gleich- und Blindwiderstand der Erstwicklung gegen  $U_1$  vernachlässigend — weil nur etwa  $1-2\%$  betragend —  $U_1 \approx E_{g_1}$  setzen, woraus folgt, daß auch  $\mathfrak{F}_g$  von Leerlauf bis Nennlast als nahezu konstant betrachtet werden darf und damit auch  $0,4 \pi \mathfrak{F}_\mu w_1$ , d. h. es muß für diesen Belastungsbereich stets sein  $\mathfrak{F}_1 w_1 + \mathfrak{F}_2 w_2 = \mathfrak{F}_\mu w_1 \approx \text{Const.}$  Daraus folgt aber weiter, daß mit Verminderung des Scheinwiderstandes des Verbraucherkreises  $J_2$  und auch  $J_1$  beständig wachsen müssen und auch die Leistungsfaktoren ferner also auch zugeführte und abgegebene Leistung. Der  $\alpha$  ( $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2$ ) ändert sich von  $90^\circ$  im Leerlauf auf fast  $180^\circ$  bei Nennlast und das Verhältnis  $J_1 w_1 : J_2 w_2$  wird  $\approx 1$ , so daß etwa von Halbblast an mit hinreichender Genauigkeit gilt  $J_1 w_1 = J_2 w_2$ , während  $U_2 : U_1 < w_2 : w_1 < \bar{u}$  wird.

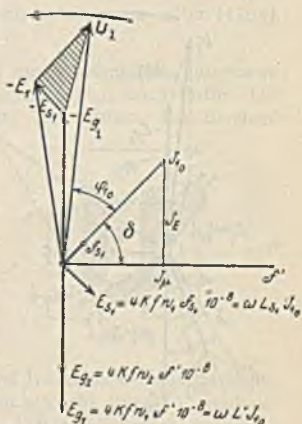


Abb. 123.



Der gesamte Spannungsabfall auf der Zweitseite  $\Delta U = U_1 - U_2$  bezogen auf  $\ddot{u} = 1$  ist:  $J_1 z_1 \rightarrow J_2 z_2$  und  $\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_1} 100$  ist der prozentuale Spannungsabfall, der etwa zwischen  $1-5\%$  schwankt, hervorgerufen hauptsächlich durch die Streuspannungen; geringe Streuung gibt deshalb geringen Spannungsabfall, d. h. gute Selbstregelung bei Belastungsänderungen. — Wird der Scheinwiderstand des Verbraucherkreises 0, so tritt Kurzschluß ein; die Ströme wachsen ungeheuer an (bis auf das 10—30fache des Nennwertes) und die gesamte in der Zweitspule induzierte EMK  $E_{g_2}$  wird im Scheinwiderstande  $z_2$  aufgezehrt, so daß die Klemmspannung  $U_2 = 0$  wird. Auch der größte Teil der erstseitigen Spannung  $U_1$  wird bereits in der Erstwicklung verbraucht, damit  $E_{g_1}$  und auch  $\delta_{g_1}$  sehr klein, d. h. das Eisenfeld verschwindet fast vollständig, während sich sehr kräftige Streufelder ausbilden. Diese bringen starke mechanische Kräfte hervor, die im Verein mit der außerordentlichen Stromwärmewirkung eine Zerstörung des Umspanners herbeiführen, wenn er nicht durch besondere Maßnahmen, z. B. durch gute mechanische Verspannung der Spulen unter sich und gegen den Eisenkörper und insbesondere durch Klein-

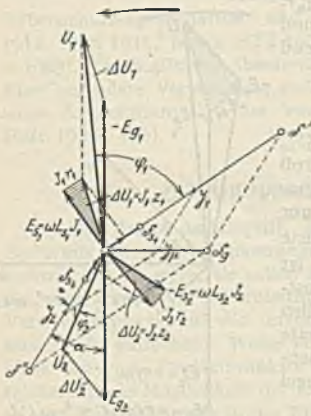


Abb. 124.



Abb. 125.

halten des Kurzschlußstroms — kurzschlußsicher gebaut ist. Im Kurzschlusse gehen die beiden in Abb. 124 schraffierten  $\Delta$  in das in Abb. 125 gezeichnete Kurzschluß- $\Delta$  über, da  $\sphericalangle (J_1, J_2) \approx 180^\circ$  wird. Es ist dann  $U_k = (J_1 r_1 + J_2 r_2) + \omega (L_{s_1} J_1 + L_{s_2} J_2)$  die sogenannte Kurzschlußspannung, d. h. diejenige Spannung, die im Wandler selbst verbraucht wird, um die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  bei  $U_2 = 0$  hindurchzutreiben; sie stellt also den Spannungsabfall  $\Delta U$  dar, der zur Spannung  $U_2$  geometrisch addiert werden muß, um  $U_1$  bei  $\ddot{u} = 1$  zu erhalten und kann durch Versuche leicht für die Nennströme ermittelt werden. Für eine beliebige zweiseitige Phasenverschiebung  $\varphi_2$  wird dann  $\Delta U_{\varphi_2} \approx (J_1 r_1 + J_2 r_2) \cos \varphi_2 + \omega (L_{s_1} J_1 + L_{s_2} J_2) \sin \varphi_2$  und  $\varepsilon \approx 100 \frac{U_k}{U_1} (\cos \varphi_k \cos \varphi_2 + \sin \varphi_k \sin \varphi_2) \approx 100 \frac{U_k}{U_1} \cos (\varphi_k - \varphi_2)$ ; der Spannungsabfall wird also ein Höchstwert für  $\varphi_2 = \varphi_k$  und nimmt dann wieder ab. Dasselbe gilt für negative Phasenverschiebung, d. h. kapazitive Verbraucherbelastung, bei  $-\varphi_2 = (90^\circ - \varphi_k)$  wird  $\Delta U = 0$  und darüber hinaus tritt sogar Spannungserhöhung ein (s. auch die diesbezüglichen Angaben der Normalvorschriften für Transformatoren, d. h. der RET).

Tritt durch einen Unglücksfall der Kurzschluß plötzlich ein, so erzeugt die zunächst noch vorhandene EMK  $E_{g_2}$  einen außerordentlich hohen Kurzschlußstrom, der zwar rasch abklingt, in dem Maße als das Eisenfeld verschwindet und

sich in erst- und zweiseitiges Streufeld verwandelt; er wird Stoßkurzschlußstrom genannt im Gegensatz zu dem nachher sich einstellenden Dauerkurzschlußstrom, dessen Größe  $J_{k1} \approx \frac{U_1}{U_k} J_1$  wird und der immer noch 3- bis 5mal kleiner bleibt als der Stoßkurzschlußstrom; beide lassen sich durch vermehrte Streuung klein halten, welchen Zweck man auch durch Vorschalten von Drosselspulen erreichen kann, die darum oft nachträglich als Sicherheitsmaßnahmen eingebaut werden.

Verluste entstehen nur durch Stromwärmearbeit  $J_1^2 r_1 + J_2^2 r_2$ , durch Eisenarbeit  $G \times V_{93}$  und durch zusätzliche Verluste 1. der Streufelder durch Wirbelstrombildung im massiven Leitungskupfer und sonstigen Metallmassen, 2. durch Isolationsmängel.

Sie lassen sich stets sehr klein halten, so daß der Wirkungsgrad groß, bis zu 95—99%, wird. Die durch die Verlustarbeit entstehende Wärme muß abgeführt werden und gilt bezüglich der zulässigen Temperaturen das unter (1365) Gesagte (s. auch RET der Normen).

(1403) Der Aufbau. Das Eisengestell muß aus Blechplatten aufgebaut werden; um die Eisenverluste möglichst herunterzudrücken, wird dafür das legierte Blech (mit ca. 4% Silizium) verwendet. Der Aufbau aus Blechen



Abb. 126.



Abb. 127.

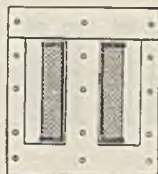


Abb. 128.

führt zum rechteckigen Querschnitt der Kerne und Joche; da der quadratische Querschnitt den kreisrunden Querschnitt der Spulen schlecht ausnützt, wird an dessen Stelle vielfach der kreuzförmige nach Abb. 126 benutzt, namentlich für große Leistungen, wo die kreisrunde Spule bevorzugt wird gegenüber der rechteckigen. Die Form des Gestells wird meist nach Abb. 127 als Kern- oder seltener nach Abb. 128 als Manteltype ausgebildet. Die Wicklungen können entweder nach Art konzentrischer Röhren übereinander geschoben werden — Röhren- oder Zylinderwicklung, Abb. 129, oder aber hoch- und niederspannungsseitig in flache Spulen aufgelöst, abwechselnd über-



Abb. 129.



Abb. 130.

einander geschichtet werden — Scheibenwicklung, Abb. 130. Hoch- und Niederspannungsspulen müssen stets sorgfältig gegen Eisen und gegeneinander isoliert werden, was durch röhren- bzw. scheibenförmige Papierkörper geschieht. Zwecks Verbesserung der Isolation und auch zum Schutz gegen Feuchtigkeit und mechanische Beschädigung wird oft der gesamte Umspanner in Öl gestellt. Schaltung: Die Hochspannungswicklung wird stets in mehrere Spulen unterteilt und diese, je für sich isolierten Spulen, hintereinandergeschaltet. Die Niederspannungswicklung bei der Röhrenanordnung und großer Stromstärke aus einer einlagigen hochkant gewickelten Spirale mit rechteckigem Kupferquerschnitt bestehend, wird, um große massive Kupferquerschnitte zu vermeiden, bei der dann bevorzugten Scheibenwicklung in mehrere parallel geschaltete Spulen aufgelöst. Bei Umspannern für Mehrphasen- insbesondere Drehstrom kann so verfahren werden, daß 3 Einphasenumspanner in Dreieck oder Stern geschaltet werden, und zwar Ober- und Unterspannungsseite je in der von den Umständen geforderten



Weise, also unabhängig voneinander. Man kann aber die einzelnen Gestelle auch magnetisch miteinander verketteten und kommt so zu der heute ausschließlich üblichen Form der Abb. 131. Außer der Dreieck- und Stern-Schaltung verwendet man bei Umspannern noch die sog. Zickzackschaltung nach Abb. 122, die zwar im Verhältnis  $2:\sqrt{3}$  mehr Kupfer erfordert, aber eine bessere Verteilung der Belastungen auf der Oberseite bewirkt, wenn die einzelnen Phasen der Netzseite ungleiche Belastungen z. B. durch Lampen aufnehmen mußten. Die Wicklungen nebst Eisenkörper müssen gegen die namentlich bei Kurzschlüssen auftretenden sehr großen mechanischen Kräfte gehörig verspannt und versteift sein, zu welchem Zwecke gern Holzkonstruktionen verwandt werden.

Zwecks Abkühlung ist eine bestimmte Oberfläche erforderlich, die je nach dem Abkühlungsmittel verschieden groß sein muß. Für Luftkühlung bei den sog. Trockenumspannern sind etwa 20—25 cm<sup>2</sup> für 1 Watt Leistungsverlust erforderlich; für Ölumspanner genügen 10—15 cm<sup>2</sup>/Watt. Die Wärme muß dann durch die Oberfläche des Ölgefäßes abgegeben werden und dieses wird deshalb meist mit Taschen versehen. Bei sehr großen Apparaten muß zu künstlicher Kühlung mit Luft oder Wasser gegriffen werden.

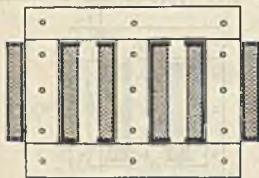


Abb. 131.

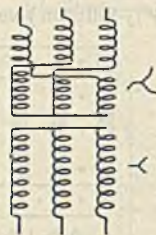


Abb. 132.

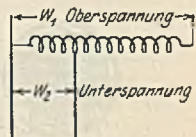


Abb. 133.

(1404) Sparumspanner sind eine besondere Ausführungsart des allgemeinen Umspanners mit scheinbar nur 1 Wicklung nach Abb. 133. Da in jeder Windung vom gemeinsamen Feld eine bestimmte Spannung  $e$  induziert wird, so wird die Oberspannung  $E_1 = ew_1$  in die Unterspannung  $E_2 = ew_2$  umgewandelt und es verhalten sich also die Spannungen der beiden Seiten angenähert wie die zugehörigen Windungszahlen. Da beide Seiten einen Pol gemein haben, kann der Sparumspanner nur angewandt werden für Umwandlung gleichartiger Spannung, z. B. 120 V Niederspannung in 40 V Niederspannung etwa zum Betrieb einzelner Lampen, oder etwa von 10 kV in 8 oder 12 kV Hochspannung. Er ist einfacher, billiger und hat noch etwas geringere Verluste — daher seine Benennung — und darum für genannte Zwecke besonders geeignet ebenso als Regel- und Anlaßumspanner.

(1405) Regelumspanner dienen dazu, die Zweitspannung in gewissen Grenzen zu verändern, was z. B. durch Veränderung der Windungszahl geschehen kann vermittelt eines entsprechenden Stufenschalters. Zum Anlassen von Motoren mit vermindertener Spannung genügen meist 2—3 Stufen (Anlaßumspanner). Vielfach werden hierzu Sparumspanner verwendet und bei Drehstrom oft nur 2 Phasen regelbar gemacht. Da die Schaltvorrichtungen bei Hochspannungen und großen Strömen teuer werden und nur stufenweise Regelung gestatten, verwendet man oft Drehumspanner, die prinzipiell einem Drehstrommotor gleichen, mit dem Unterschiede, daß dem mechanisch festgehaltenen Läufer elektrische Energie entnommen wird, deren Spannung je nach der relativen Stellung von Läufer und Ständer alle Werte zwischen einem  $+$ - und  $-$ -Höchstwert annehmen kann; durch Sparschaltung läßt sich alsdann die Ständer-, d. i.

Netzspannung um die Läufer Spannung vermehren oder vermindern. Die Drehumspanner (Potentialregler) werden auch einphasig ausgeführt.

**(1406) Meßwandler.** Um hohe Spannungen von Schaltvorrichtungen und Meßgeräten fernzuhalten, werden sie durch Spannungswandler genannte Umspanner auf etwa 100—110 V heruntergedrückt und die Skalen der Voltmeter nach Hochspannungswerten geeicht. Die Leistung dieser Spannungswandler ist natürlich sehr klein; große Sorgfalt ist aber auf gute Isolation gegen Erde und Niederspannung zu legen; hochspannungsseitig Sicherungen gegen Überstrom bei Kurzschluß unbedingt erforderlich, ebenso Erdung des Gehäuses.

Auch die Ströme in Leitungen hoher Spannungen mißt man meist nicht direkt, sondern mittels Stromwandler. Diese sind ebenfalls Umspanner; sie formen den geringen Spannungsverbrauch in der Erstseite, die von dem

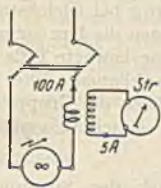


Abb. 134.

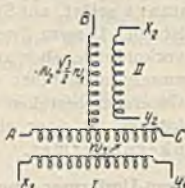


Abb. 135.

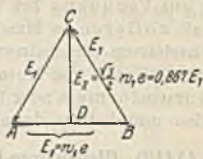


Abb. 136.

zu messenden Strome durchflossen wird und meist nur aus wenigen Windungen besteht, vermittelt der Zweitwicklung auf eine solche Spannung um, daß in den angeschlossenen Meßgeräten wie Strommessern, Wattmetern, Zählern, Wächtern und Schützen ein Strom von 5 oder auch 2 Amp. entsteht, Abb. 134; die Skala wird nach wahren Stromwerten geeicht. Stromwandler erfordern gute Isolation gegen das stets zu erdende Gehäuse und kräftige Versteifung der Erstseite gegen die mechanischen Beanspruchungen des Stoßkurzschlußstromes (kurzschlußsichere Bauart s. auch ETZ 1922). Nach Wegnahme der Meßgeräte darf der Zweitstromkreis nicht geöffnet bleiben, sondern er muß kurzgeschlossen werden, weil der Wandler sonst verbrennt.

**(1407) Übergangsumspanner.** Es entsteht mitunter das Bedürfnis von 2- auf 3-Phasenstrom überzugehen und umgekehrt. Dies ermöglicht die Schaltung von Skott nach Abb. 135, deren Wirkung sich aus dem Diagramm der Abb. 136 erklärt.

**(1408) Untersuchung von Umspannern.** Sie bezweckt zunächst die Feststellung der Verluste; die Eisenverluste werden im Leerlauf bei voller Spannung durch Leistungsverbrauchmessung gefunden mit Wattmeter, Ampere- und Voltmeter zur Berechnung des Leistungsfaktors und des Leerlauf- bzw. Magnetisierungsstromes. Die Widerstände der beiden Wicklungsseiten werden mit Gleichstrom gemessen und auf Betriebstemperatur umgerechnet. Danach erfolgt die Bestimmung der Kupferverluste durch Kurzschließen der Unterspannungsseite durch einen Strommesser und Anschluß der Oberspannungsseite über Ampere-, Volt- und Wattmeter an die Spannungsquelle der vorgeschriebenen Frequenz. Deren Spannung wird vorsichtig von Null an soweit gesteigert, bis die Unterspannungsseite den Betriebsnennstrom führt. Das Wattmeter mißt alsdann den Verbrauch für sämtliche Kupferverluste und einen ganz geringen Anteil für restliche Eisenverluste, die bei hohen Sättigungen für Nennbetrieb im Kurzschluß noch etwa 10—15% betragen und durch Abzug berücksichtigt werden können. Die Summe beider Verlustmessungen im Leerlauf und Kurzschluß gibt den Gesamtverlust bei Nennbetrieb. Aus der Kurzschlußmessung erhält man das Kurzschlußdreieck und daraus den sehr wichtigen



Spannungsabfall. Das Übersetzungsverhältnis im Leerlauf bestimmt man mit Hilfe genau geeichter Spannungsmeßwandler. Zum Schlusse wird die Isolation der beiden Spulen gegen Eisen und gegeneinander mittels Hochspannungsregeltransformators nach den Bestimmungen der RET geprüft. Neue Typen müssen auch auf Erwärmung nachgeprüft werden durch einfache oder künstliche Belastung. Dasselbe Verfahren wird bei sämtlichen Wechselstrommaschinen angewandt, insbesondere bei Drehstrommotoren (s. (1365)).

## Umformer.

**(1409) Zweck und Einteilung.** Oft kann die elektrische Energie in der Form, wie sie etwa das städtische oder Überlandnetz bietet, nicht verwendet werden, und zwar in bezug auf die Stromart selbst, auf Spannung bei Gleichstrom, oder auf Frequenz bei Wechselstrom. Diesem Zweck dienen die Umformer, die als rotierende Maschinen vorkommen, aber auch ohne bewegte Teile für Wechselstrom-Gleichstrom-Umformung ausgeführt werden können. Die Maschinen können aus Motor und Generator bestehen und bilden die Gruppe der Motorumformer oder beide können in einer einzigen Maschine vereinigt werden und heißen dann Einankerumformer.

**(1410) Gleichstrom-Gleichstrom-Umformer** zum Zweck der Spannungsabänderung bestehen aus einem Motor für die vorhandene Spannung und einer Dynamo für die gewünschte Spannung. Sie kommen nur für kleinere Leistungen vor, zum Betrieb von Kinolampen, medizinischen und galvanoplastischen Geräten, zur Ladung kleiner Sammlerbatterien usw.

**(1411) Wechselstrom-Gleichstrom-Motorumformer** haben namentlich für den Betrieb von elektrischen Bahnen und elektrochemischen Scheideanlagen z. B. für Kupfergewinnung große Bedeutung; sie gestatten einen sehr sicheren, einfachen Betrieb allerdings auf Kosten des Raumbedarfs, des Anlagekapitals und Energieverbrauchs; letzteres wegen der Verluste in beiden Maschinen in jeweils unverminderter Größe, was namentlich bei geringer Belastung ins Gewicht fällt. Der Motor kann ein synchroner oder ein asynchroner sein. Während man früher für größere Leistungen den Synchronmotor bevorzugte, ist bei Verwendung einer Wechselstrom-Erregermaschine (s. (1395)) der Asynchronmotor vorteilhafter, zumal er einfacher, rascher und sicherer angelassen werden kann. Der Synchronmotor kann bei vorhandener Sammlerbatterie von dieser mittelst der Gleichstrommaschine auf synchrone Drehzahl gebracht und dann in üblicher Weise synchronisiert werden (s. (1418)) oder asynchron vom Wechselstromnetz (s. (1383)) aus angelassen werden.

Die Umformung von Gleichstrom in Wechselstrom ist bei beiden Anordnungen ebensogut möglich, z. Z. als Ersatzmaschine für schwache Belastung bei Nacht oder an Feiertagen, wobei der Asynchrongenerator noch den Vorteil hat, stark nachteilende Blindströme abzugeben, um den kapazitiven Einfluß langer Hochspannungsfreileitungen auszugleichen.

**(1412) Einanker-Umformer.** Dreht man einen Trommel- oder Ringanker in einem 2 poligen Felde und zapft ihn an 2 um 1 Polteilung entfernten Punkten an, so gibt er an den damit verbundenen Schleifringen 1 Phasen-Wechselstrom ab, während man an deren Kommutator gleichzeitig Gleichstrom abnehmen kann. Eine solche Maschine gibt also — mechanisch von außen her angetrieben — mit einem Anker zwei Stromarten. Führt man ferner eine Stromart, etwa Wechselstrom, zu, so läuft die Maschine als Wechselstrommotor, setzt aber gleichzeitig die so von innen her zugeführte mechanische Arbeit in elektrische Gleichstromenergie um, d. h. sie formt den Wechselstrom in Gleichstrom um und heißt Einankerumformer, der natürlich auch umgekehrt benutzt werden kann. Eine solche

Maschine muß sich offenbar wesentlich leichter, billiger, gedrängter und mit höherem Wirkungsgrad — 90—95% — herstellen lassen, als ein Motorumformer.

Freilich erfordert er für Anlassen und Betrieb erhöhte Aufmerksamkeit und Wartung, wird aber trotzdem namentlich für Drehstromumformung sehr zahlreich und bis zu Ausführungen von 5000 kW Gleichstromleistung und 1500 Volt Gleichspannung verwendet. Das Anlassen geschieht genau wie das eines Synchronmotors entweder von der Gleichstromseite her oder besser von der Wechselstromseite mit Stufenumspanner. Ein Umspanner ist nämlich ohnedies nötig, da die jeweilige Gleichspannung nicht mit der für den Wechselstrommotor nötigen übereinstimmen wird. Diese ist nämlich von der gewünschten Gleichstromspannung abhängig, in der Weise wie dies Abb. 137 zeigt. Es ist nämlich bei sinusförmiger Feldkurve<sup>1)</sup> für



Abb. 137.

Einphasenwechselspannungen: Scheitelwert  $\mathcal{E}_I = E_g$ , d. h. d. Gleichspannung  
 Dreiphasen „ „ „  $\mathcal{E}_{III} = \sqrt{3/2} \times E_g$   
 Sechspannen „ „ „  $\mathcal{E}_{VI} = 1/2 \times E_g$ .

Damit werden Effektivspannungen für

Einphasenspannungen:  $E = \mathcal{E}_I / \sqrt{2} = E_g / \sqrt{2} = 0,707 E_g$   
 Dreiphasen „ „  $E = \mathcal{E}_{III} / \sqrt{2} = 1/2 E_g / \sqrt{3/2} = 0,612 E_g$   
 Sechspannen „ „  $E' = \mathcal{E}_{VI} / \sqrt{2} = E_g / 2 \sqrt{2} = 0,354 E_g$ .

Soll also z. B. Drehstrom von 2000 Volt in Gleichstrom von 700 Volt umgeformt werden, so ist wechselstromseitig für dreiphasige Ankerwicklungen eine Spannung von  $0,612 \cdot 2000 \approx 1224$  V erforderlich, auf welchen Wert also der benötigte Umspanner die Netzspannung herabsetzen muß.

Ähnlich wie für die Spannungen besteht auch für die beiderseitigen Ankerwirkströme ein bestimmtes Verhältnis, das sich für den Fall verlustfreier Umsetzung ergibt aus der Beziehung: Wechselstromleistung = Gleichstromleistung, d. h.

$$m J_w E' = J_g E_g,$$

wo  $m$  die Phasenzahl und  $E'$  die Wechselspannung zwischen einem Außenleiter und dem Potentialmittelpunkt bedeutet und wofür  $E_g : E' = 2\sqrt{2}$  ist. Unter Berücksichtigung der Leerlaufverluste, welche etwa eine 5%ige Erhöhung des wechselstromseitigen Ankerwirstromes erfordern, erhält man danach für

$$J_w : J_g = 1,485 \left| \begin{array}{c} 3 \\ 0,99 \end{array} \right| 0,742 \left| \begin{array}{c} 4 \\ 0,99 \end{array} \right| 0,494 \left| \begin{array}{c} 6 \\ 0,99 \end{array} \right|,$$

d. h. für Ein-, Drei-, Zwei-, Sechspannen-Ankerwicklung.

Führt aber die Wechselstromseite außer dem Wirkstrom noch Blindstrom, so ist der resultierende Wechselstrom um dessen — geometrisch zu addierenden — Wert größer.

Der im Anker selbst fließende Strom ist die Resultante des Motor- und des Dynamostromes, die sich beide mehr oder weniger aufheben, je nach Phasenzahl und Phasenverschiebung; am günstigsten wird dieser Umstand bei sechspannisiger am ungünstigsten bei einphasiger Ankerwicklung. Dieser resultierende Anker-

<sup>1)</sup> Bei nicht sinusförmigem Felde sind die Zahlenwerte mit dem Formfaktor  $f_B$  der Feldkurve zu multiplizieren.



strom bestimmt nämlich die Stromwärmeverluste im Anker, die sonach bei Sechsstromwicklung am kleinsten sind. Die kleineren Stromwärmeverluste lassen aber für einen Anker gegebenen Leiterquerschnittes und Abkühlungsfläche (s. (1345) u. (1365)) größere Belastung zu, so daß also ein solcher Einankerumformer gegenüber einem reinen Gleichstromanker z. T. sehr stark überlastbar wird, und zwar kann man die Überlastbarkeit, wenn man die Leistungsfähigkeit des Ankers für reinen Dynamobetrieb = 100 setzt, rechnen zu

|           |        |        |                             |
|-----------|--------|--------|-----------------------------|
| 85        | 134    | 164    | 196                         |
| für Ein-, | Drei-, | Zwei-, | Sechststufen-Ankerwicklung. |

Das ist der Grund, weshalb man besonders große Umformer sechststufenig ausführt und die zwar mehr Raum, aber kaum mehr Kosten erfordernden 6 Schleifringe in Kauf nimmt. Indes wird die Leistungsgrenze meist durch Kommutationschwierigkeiten und nicht durch die Erwärmung bestimmt.

Wechselstromseitig verhält sich die Maschine wie ein Synchronmotor — d. h. sie kann je nach Erregung vor- oder nachteiligen Blindstrom aufnehmen, bzw. blindstromfrei, d. h. mit dem Leistungsfaktor 1 belastet werden, was ihr großer Vorzug ist, unterliegt aber auch allen den Schwierigkeiten, welche dem Synchronbetrieb eigen sind (Pendeln, Außertrittfallen s. (1420)).

Da Wechselstrom- und Gleichstromspannung in einem geometrischen Verhältnis zueinander stehen und Veränderungen der Erregung nur die Entstehung von Blindströmen im Gefolge hat, kann man die Gleichstromspannung nicht den Betriebsbedürfnissen entsprechend regeln, da ihr Wert ja zunächst wie der der Wechselspannung festliegt. Da aber die Unterspannung eines Umspanners im Betrieb um den Spannungsverlust gegenüber der bei Leerlauf kleiner ist und dieser je nach Größe und Phasenverschiebung + oder — sein kann, so kann also auch die Gleichspannung verändert werden, zumal der — nach Belieben vermittels des Nebenschlußreglers zu erzeugende Blindstrom — je nach Sinn eine feldverstärkende oder -schwächende Wirkung ausübt. Auf diese Weise kann man unter Zuhilfenahme eines stark streuenden Umspanners oder von Drosselspulen zwischen diesem und dem Anker auch durch Verstellung des Nebenschlußreglers eine Spannungsänderung von etwa 15% erreichen, was meist genügt.

Andernfalls muß man die Wechselstromnetzspannung verändern, was am besten aber freilich auch teuersten mit einem Drehumspanner (1405) zu erreichen ist.

Zur Verbesserung des Leistungsfaktors ist der Einankerumformer nur in bescheidenem Maße geeignet, da er ohne wesentliche Erniedrigung des Wirkungsgrades keinen größeren Blindstrom führen kann.

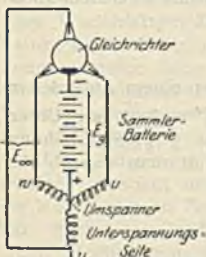


Abb. 138.

(1413) Quecksilberdampfgleichrichter. Die Gleichrichtung von Wechselstrom in Gleichstrom läßt sich auch ohne drehende Maschinen auf elektrolytischem Wege (s. (1313)) oder durch den Lichtbogen des Quecksilberdampfes erreichen, welches letztere Verfahren durch Ausbildung der Quecksilberdampfgleichrichter Abb. 138 große technische Bedeutung erlangt hat. Seine Wirkungsweise ist in (1316) bereits berührt (s. auch AEG-Mitteilungen 1925, Heft 3).

Gemäß dieser ist erzeugter Gleichstrom bzw. -spannung nicht konstant, sondern zeigt Schwankungen zwischen Höchst- und Kleinstwerten, d. h. eine mehr oder weniger große Welligkeit. Je nach Anordnung, Abb. 139a bis c, wird die Welligkeit um so geringer, je mehr Phasen zugeführter Wechselstrom hat, weshalb die Verhältnisse für Dreiphasenstrom günstiger werden als für Einphasenstrom; durch Kunstschaltungen spaltet man Drehstrom in 6 oder gar 12 Phasen. Die Frequenz des dem Gleichstrom überlagerten Wechselstromes ist

aber = Netzfrequenz  $\times$  Phasenzahl bzw. ein 2-, 3-, 4faches davon; also für die üblichen 50 Hz bei Dreiphasenstrom = 150 bzw. 300 Hz, bei 6 Phasen = 6  $\cdot$  50 = 300 bzw. 600 bzw. 900 Hz.

Zufolge der Welligkeit ergeben Strom- und Spannungsmesser verschiedene Werte, je nachdem man im Gleichstromkreis ein Drehspul- oder ein elektrodynamisches Gerät verwendet; im ersten Falle mißt man den Mittelwert, im zweiten den Effektivwert. Als Maß der Welligkeit kann man das Verhältnis des effektiven Spannungswertes der überlagerten Wechselwelle zum Mittelwert der Gleichspannung einführen, also  $W = 100 E_m : E_{g_m} \%$ .

Abgegebene Gleichspannung  $E_{g_m}$  im Verhältnis zur aufgedrückten Netzspannung  $E_a$  zwischen Anoden bzw. Phasen ist bei Leerlauf, d. h. bei geringem Strom und neutralem Gleichstromkreis nur von Phasenzahl abhängig, dasselbe gilt für das Verhältnis zwischen dem in Anodenzuleitung auftretenden Wechselstrom vom Effektivwert  $J_a$  zum Mittelwert des Gleichstromes  $J_{g_m}$ .

Über Größenwerte dieser 3 Verhältnisse gibt nachstehende Tafel Auskunft, die auch die Bilder der entstehenden Gleichwerte und der umgesetzten Anodenwerte zeigt.

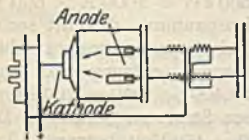
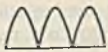

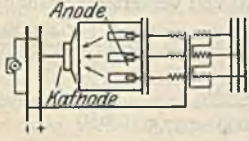
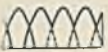

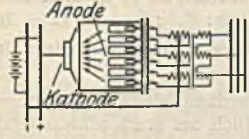





| Schaltung u. Stromart   | Gleichspannung  |               | Anodenstrom   |               | Welligkeit in % |
|---|---|---------------|---|---------------|-----------------|
|   | Bild  | $E_a/E_{g_m}$ | Bild  | $J_a/J_{g_m}$ |                 |
| 139a    |    | 1,111         |    | 0,785         | 47,4            |
| 139b   |   | 0,855         |   | 0,587         | 17,7            |
| 139c  |  | 0,740         |  | 0,409         | 4,06            |

Abb. 139.

Bei Belastung sind Gleichspannungen um Spannungsabfall im Lichtbogen des Quecksilberdampfes zu kürzen, der je nach Bauart und Belastung 12 bis 20 Volt ausmacht.

Ist keine zur verlangten Gleichspannung passende Netzspannung vorhanden, so muß Netzspannung durch Umspanner auf nötigen Wert umgewandelt werden. Soll Gleichspannung in gewissen Grenzen veränderlich sein, so ist ein Regelumspanner (1405) zu benutzen. — Da Wechselstrom nur teilweise in Gleichstrom umgewandelt wird, muß Umspanner für größere Leistung, als der Gleichleistung  $J_{g_m} \cdot E_{g_m}$  entspricht, bemessen werden, und zwar je nach Schaltung, gemäß den Angaben der folgenden Tafel:



| Phasen-<br>zahl | Schaltung   | Transformator-<br>leistung |                | Trans-<br>form.<br>Typen-<br>größe<br>‰ |
|-----------------|---|----------------------------|----------------|---|
|                 |   | primär<br>‰/ε              | sekund.<br>‰/ε |   |
| 1 (2)           |  | 123                        | 174            | 148                                     |
| 3               |  | 150                        | 250            | 150                                     |
| 6               |  | 128                        | 181            | 155                                     |

Der dem Umspanner zuzufließende Linienstrom  $J_e$  ist infolge Stromverzerrung bei  $\Delta/\star$ -Schaltung und Übersetzungsverhältnis 1:1 um 4,7‰ größer als der aus Gleichstromleistung berechnete.

Der Leistungsfaktor, d. h. Verhältnis von Gleichleistung in Watt zu Wechselstromscheinleistung in VA wird deshalb  $< 1$ ; ihm entspricht jedoch keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, so lange gesamter Kreis induktionsfrei ist. In Wirklichkeit bedingt aber Umspanner stets einen Blindstrom, desgleichen etwaige weitere Induktivitäten; dann wird der Leistungsfaktor um den  $\cos$  der nun tatsächlich auftretenden Phasenverschiebung weiter vermindert.

Beispiel: Verlangt eine Gleichstromleistung von 600 kW = 1000 A  $\times$  600 V; verfügbar Dreiphasenwechselstrom von 10 kV Linienspannung, der mit sechsphasigem Gleichrichter umgewandelt werden soll: Bei einem Spannungsverlust im Lichtbogen von 20 Volt sind 620 Volt zu erzeugen, entsprechend einer Gleichleistung von 620 kW. Der Anodenstrom wird  $0,409 \times 1000 = 409$  Amp., d. h. die Zweitwicklung des Umspanners ist für diesen Strom zu bemessen. Die Phasenspannung am Gleichrichter muß  $0,74 \times 620 = 459$  Volt betragen. Der erstseitige Spulenstrom bei  $\Delta$ -Schaltung ist bei 10000 Volt verketteter Spannung

$$J_1 = \frac{1,28 \times 620000}{3 \times 10000} = 26,5 \text{ Amp.}, \text{ der Liniensstrom dagegen } 1,047 \frac{620000}{\sqrt{3} \times 10000} = 37,5 \text{ Amp.}$$

Der Leistungsfaktor ist  $\frac{620000}{\sqrt{3} \times 10000 \times 37,5} = \frac{620}{650} = 0,955$ .

Der Wirkungsgrad der Gleichrichtung ist  $\eta = 100(600:620) = 97\%$ , d. h. unabhängig von Belastung, allein abhängig vom Verhältnis:  $E_{g_m} : E_{g_m} + (12 \div 20)$ , also um so höher, je höher  $E_{g_m}$  ist, denn der Lichtbogenverlust ist einziger Umsetzungsverlust.

Hierin ist der große Vorteil der Quecksilberdampfgleichrichter gegenüber rotierenden Gleichrichtern begründet, namentlich bei stark schwankender Belastung.

Die Welligkeit ist schon bei Sechshephasenschaltung so unbedeutend, daß sie auf Betrieb von Motoren — namentlich Reihenschlußmotoren — einflußlos ist, obwohl sich überlagerte Wechsellistung nicht in Arbeit umsetzt, sondern erhöhte Stromwärmeverluste und — wenigstens bei Nebenschlußmotoren — verschlechterte Stromwendung am Kommutator zur Folge hat.

Dagegen kann hohe Frequenz dieser Wechselströme, 300, 600, 900 Hz, Störungen in Schwachstromnetzen hervorbringen, deren Beseitigung erwünscht ist. Möglich durch 1. Drosselspulen im Gleichstromkreis. Diese sog. Glättungsdrosseln mit Eisen werden entweder eigens in Leitung zur Kathode eingebaut, oder sie werden durch Motoren vertreten. 2. Anordnung eines Querkreises, d. h. einer Verbindungsleitung mit Induktivität nebst Kapazität und geringem Gleichwiderstand der beiden Sammelschienen, die in Resonanz (1302) mit zu unterdrückender hochfrequenter Schwingung ist, d. h. diesem Wechsel-

strom geringsten Widerstand zur Ausgleichung, dem Gleichstrom aber keinen Durchgang gewährt. (Bezgl. Theorie siehe ETZ 1920, Heft 8—10; Bergmann-Mitteilungen 1924, Heft 4 und 5; für 12 Phasenrichter ETZ 1929, Heft 9; für Glättung El. Bahnen 1926, Heft 7 und Siemens-Zeitschr. 1929, Heft 1.)

Hinsichtlich konstruktiver Durchbildung nebst Hilfsgeräten vgl. außer genannter Literatur noch BBC. und AEG-Mitteilungen der letzten Jahre. Es sei noch erwähnt, daß bei einem gewissen geringsten Strome die Lichtbogen erlöschen — etwa 5 Amp. bei Großgleichrichtern —, weshalb Hilfsanoden angeordnet werden, die über einen Widerstand dauernd geschlossen sind, den Mindeststrom stets führen und damit auch zugehörige Lichtbogen, an denen sich die der Hauptanoden stets wieder bilden können, falls sie einmal erloschen sein sollten.

Bei großen Leistungen ist Gefäß aus Eisen statt aus Glas, deshalb muß die Luftleere ständig überwacht werden, was durch dauernd laufende (mechanische und Quecksilberdampfstrahl-) Pumpen mit Meßvorrichtungen erreicht wird. Der Druck ist etwa 0,01 bis 0,03 mm Hg-Säule, in Glasgefäßen noch geringer.

Die Leistungsfähigkeit scheint bezüglich Spannung fast unbegrenzt zu sein — Ausführungen bis 15000 Volt Gleichspannung — in bezug auf Strom können die größten Apparate neuerdings bis 1000 Amp., bei 750 Volt, verarbeiten. Da sie sich leicht parallel schalten lassen — sowohl unter sich als auch mit Dynamos und Sammlerbatterien —, so ist ihrer Verwendungsfähigkeit keine Grenze gesetzt; nur können sie keinen Blindstrom zur Phasenkompensation erzeugen, zeigen im Gegenteil immer einen Leistungsfaktor von 0,9 bis 0,95 je nach Belastung.

(1414) **Frequenzumformer** sollen Wechselstrom auf eine andere Frequenz (und oft gleichzeitig auch andere Spannung) umformen. Sie bestehen aus 2 ineinander gebauten Synchronmaschinen mit verschiedener, der Frequenz und Drehzahl entsprechender (s. (1353)) Polzahl, also mit je 2 Wicklungen auf dem gemeinsamen Polrad ohne ausgeprägte Pole und Ständer; die eine Maschinenhälfte läuft als Motor, die andere als Generator. Ingangsetzung und Betrieb geht also wie bei Synchronmaschinen vor sich. Sie sind z. Z. auf dem europäischen Festland wenig verbreitet, weil Bedürfnis nach Frequenzverwandlung nur gering, mehr dagegen in Amerika. Für den künftigen elektrischen Hauptbahnbetrieb, der mit Einphasenwechselstrom von 50/3 Hz erfolgen soll, dürfte ihre Verwendung vielleicht zunehmen.

## Parallelbetrieb von Elektrogeneratoren.

(1415) **Begriff und Anwendung.** Unter Parallelbetrieb von elektrischen Energieerzeugern versteht man eine Betriebsweise, bei der verschiedene Erzeuger von gleicher Spannung ihren Strom gemeinsam einem Verbraucherkreis (Netz) zuführen. Zur Erfüllung dieser Forderung müssen die Erzeuger so geschaltet sein, daß jederzeit gleiche Pole verbunden sind — Parallelschaltung — und keine Ströme innerhalb der Erzeugerkreise — Ausgleichsströme — auftreten, da solche nicht ins Netz gelangenden Ströme nur Verluste und Beschädigungen im Gefolge hätten. Anwendung findet der Parallelbetrieb bei Vergrößerung bestehender Anlagen durch Beschaffung weiterer Erzeuger oder zwecks Anpassung der Erzeugung an den veränderlichen Bedarf der Verbraucher durch Benutzung der jeweils geeignetsten Erzeuger. Bei Gleichstrom handelt es sich um Parallelschaltung von Dynamos, Sammlerbatterien und Gleichrichter entweder nur unter sich oder untereinander gemischt. Bei Wechselstrom können entweder einzelne Generatoren oder ganze Zentralen parallel arbeiten, in welchem letzterem Fall man auch von der Fernkupplung von Großkraftwerken spricht.



## Parallelbetrieb von Gleichstromerzeugern.

(1416) Parallelschaltung von Dynamos erfordert zunächst die Verbindung aller  $+$ - und  $-$ - Pole je durch gemeinsamen Leiter, als welche die Sammelschienen der Schalttafel dienen. Ob die Verbindungen richtig ausgeführt wurden, muß einmal vor der ersten Parallelschaltung geprüft werden, entweder durch Verfolgen der Leitungen oder durch Anlegung eines Spannungsmessers an den geöffneten Schalter  $M_2$ , Abb. 140; bei richtiger Schaltung und gleicher

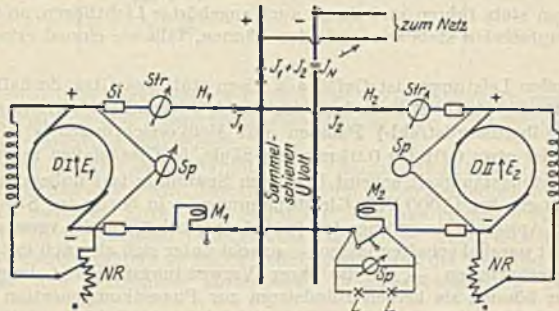


Abb. 140.

Spannung der alten und der neuen Dynamo muß dieser Spannungsmesser 0 Volt zeigen, bei Fehlschaltung tritt die doppelte Spannung auf, worauf bei der Wahl des Meßbereichs zu achten ist. An Stelle eines Spannungsmessers können auch 2 in Reihe geschaltete Glühlampen der einfachen Dynamospannung treten, was einfacher ist und meist genügt, indem ihr helles Aufleuchten die Fehlerhaftigkeit der Schaltung deutlich anzeigt.

Damit keine Ausgleichsströme innerhalb des Maschinenkreises entstehen, müssen die Klemmspannungen  $U_1$  und  $U_2$  der beiden Maschinen I und II gleich sein. Sind  $E_1$  und  $E_2$  die in den Anker erzeugten EMKe, so muß also die Beziehung bestehen (s. (1350))

$$U_1 = E_1 - J_1 r_{a_1} = U = E_2 - J_2 r_{a_2} = U_2.$$

Diese Gleichung kann für gegebene verschiedene Werte von  $E_1$  und  $E_2$  durch entsprechende Werte von  $J_1$  und  $J_2$  erfüllt werden, was also bedeutet, daß der Strom, den die einzelnen Maschinen ins Netz liefern, abhängt von der jeweiligen Erregung, die ja wieder den Wert der EMK bedingt, und durch den Ankerwiderstand, dessen Wert man sich etwas mit der Stromstärke wachsend vorstellen muß, um auch der Erscheinung der Ankerrückwirkung (s. (1348)) Rechnung zu tragen. Wird z. B. Maschine II nur so stark erregt, daß  $E_2 = U$  ist, dann kann sie keinen Strom abgeben (Leerlauf); dies ist auch der Zustand, in dem die Parallelschaltung einer neu heranzuziehenden Maschine erfolgt. Soll die Maschine II belastet werden, so muß sie stärker erregt werden und dann erst beteiligt sie sich im Maße des Überschusses an der Stromlieferung. Dieses setzt aber voraus, daß ihre Drehzahl nicht oder wenigstens nur um einige wenige Prozente abfalle, da sonst die betriebsmäßige EMK  $E_{2B}$  sich gegenüber der bei Leerlauf  $E_{20}$  verringern würde und einen Überschuß über  $U$  nicht aufkommen ließe. Diese erforderliche Nachregelung der Drehzahl übernimmt aber der Zentrifugalregler der Antriebsmaschine, indem er entsprechend dem durch das Auftreten von Strom vergrößerten Drehmoment der Dynamo und der damit herbeigeführten Bremsung und Verminderung der Drehzahl für erhöhte Zufuhr des Betriebsstoffes (Dampf, Wasser, Benzin, Öl usw.) sorgt. Dieser sehr

wesentliche aber fast unauffällige Eingriff des Zentrifugalreglers darf nicht übersehen werden und auf eine sichere und rasche Wirkung seinerseits ist bei dessen Ausführung wohl zu achten.

Man kann also durch bloßes Verstellen der Nebenschlußregler die Netzbelastung  $J_N$  nach Belieben auf die beiden bzw. mehrere Dynamos verteilen und so neu zuzuschaltende Maschinen allmählich belasten, bereits belastete entlasten und aus dem Betriebe herausziehen. Bei der Entlastung einer Dynamo ist nur darauf zu achten, daß deren EMK nicht kleiner als  $U$  wird, weil sonst ein in umgekehrter Richtung fließender Ausgleichsstrom auftritt, der diese als Motor antreibt, was natürlich nicht sein darf. Dasselbe würde sich auch ereignen, wenn der Antrieb einer Dynamo Störungen irgendwelcher Art (z. B. Riemenabfall) erführe. Um in allen derartigen Fällen gefährliche Rückströme zu vermeiden, wird in eine der Verbindungsleitungen mit den Sammelschienen ein selbsttätiger Rückstromausschalter  $M$  eingebaut, der schon ausschaltet, sobald der Belastungsstrom auf einen gewissen Mindestwert gefallen ist. Er besteht aus einer Magnetspule, durch deren magnetische Zugkraft das Schaltmesser festgehalten wird, während ihn eine Feder oder ein Gewicht stets auszuschalten strebt; sobald der Strom nicht mehr genügend groß ist, um eine größere magnetische Klebekraft als diese Gegenkräfte hervorzubringen, fällt der Schalter heraus und schaltet seine Dynamo ab.

Setzt man  $J_1 + J_2 = J_N = \text{Netzstrom}$ , so findet man aus dieser und der obigen Gleichung

$$J_1 = \frac{(E_1 - E_2) + J_N r_{a2}}{r_{a1} + r_{a2}} \quad \text{und} \quad J_2 = \frac{(E_2 - E_1) + J_N r_{a1}}{r_{a1} + r_{a2}},$$

d. h. der Netzstrom verteilt sich in Abhängigkeit von der Erregung der Dynamos und dem Ankerwiderstand der anderen Maschine. Dies kommt besonders auffällig zum Ausdruck, wenn die beiden Maschinen zwar gleich erregt sind, aber, etwa infolge verschiedener Größe oder Bauart, verschiedenen Ankerwiderstand bzw. Ankerrückwirkung besitzen. Es wird dann  $J_1 = \frac{J_N}{r_{a1} + r_{a2}} r_{a2}$

und  $J_2 = \frac{J_N}{r_{a1} + r_{a2}} r_{a1}$ , und es verhält sich  $J_1 : J_2 = r_{a2} : r_{a1} = 1/r_{a1} : 1/r_{a2}$ ,

d. h. umgekehrt wie die Ankerwiderstände. Diese Tatsache tritt selbst bei ungleicher Erregung dann in Erscheinung, wenn der Netzstrom sich verändert um  $\pm \Delta J_N$ . Dann müssen sich beide Maschinen darein teilen, so daß  $(J_1 \pm \Delta J_1) + (J_2 \pm \Delta J_2) = J_N \pm \Delta J_N$  wird und, wenn die Dynamos während der Stromschwankung nicht nachgeregelt werden, so folgt für

$$\Delta J_1 = \pm \frac{\Delta J_N}{r_{a1} + r_{a2}} r_{a2} \quad \text{und} \quad \Delta J_2 = \pm \frac{\Delta J_N}{r_{a1} + r_{a2}} r_{a1}, \quad \text{d. h.} \quad \Delta J_1 : \Delta J_2 =$$

$= r_{a2} : r_{a1} = 1/r_{a1} : 1/r_{a2}$ . Das bedeutet aber, daß die Maschine mit dem größeren Ankerwiderstande oder der ausgeprägteren Ankerrückwirkung dem Stromstoß ausweicht, d. h. sie ist die nachgiebigere, während die steifere den größeren Stromanteil auf sich nimmt. Zum Parallelbetrieb müssen also die Dynamos eine gewisse Nachgiebigkeit besitzen und es ist erfahrungsgemäß ein etwa 10%iger Spannungsabfall zwischen Leerlauf- und Vollastspannung bei unveränderter Erregung ausreichend, um eine befriedigende Lastverteilung zu erhalten.

Das Schaltschema der Abb. 140 gilt für Nebenschlußmaschinen, die sich für den Parallelbetrieb besonders gut eignen. Aber auch Verbundmaschinen lassen sich parallel schalten, wenn man nur diejenigen Bürstenpole, von denen die Hauptstromwicklung abzweigt (s. (1344)), durch eine Leitung möglichst geringen Widerstandes miteinander verbindet, damit nicht etwaige Ausgleichsströme eine Umpolarisierung der Maschine herbeiführen, was einen Kurzschluß



zur Folge hätte. — Hauptstrommaschinen lassen sich nicht parallel schalten, es sei denn, daß ihre Anker starr auf einer Welle säßen.

**(1417) Parallelbetrieb von Dynamos mit Sammlerbatterien oder Gleichrichtern.** Hierfür gelten dieselben Schaltregeln und Betriebserscheinungen. Eine Sammlerbatterie kann dadurch zu erhöhter Strombeteiligung herangezogen werden, daß ihre Zellenzahl erhöht wird, was durch den Zellenwechsler (s. (1314)) geschehen kann, und zwar im Falle eines Doppelzellenschalters durch den Entladehebel. Sammlerbatterien zeichnen sich namentlich gegenüber älteren Dynamos durch einen sehr geringen inneren Widerstand  $r_i$  aus, der hier die Stelle des Ankerwiderstandes vertritt. Sie sind also sehr steif und nehmen Stromstöße besonders rasch und kräftig auf, entlasten also die Dynamos davon. Diese Wirkung bezeichnet man als Pufferung, und Batterien, die weniger der Stromentnahme als der Pufferung dienen heißen, Pufferbatterien und werden in unruhigen Betrieben, z. B. für Straßenbahnen, mit großem Erfolg zur Schonung der Dynamos verwendet. — Quecksilbergleichrichter (s. (1413)) verhalten sich genau wie Dynamos und die Belastung geschieht hier entweder durch Erhöhung der Wechselstromspannung durch einen Drehumspanner (s. (1405)) oder durch Veränderung der Induktivität vorgeschalteter Drosselspulen.

## Parallelbetrieb von Wechselstromgeneratoren.

**(1418) Parallelschaltung von Einphasengeneratoren.** Für Wechselstrom sind die Verhältnisse wesentlich verwickelter, sowohl hinsichtlich der schematischen Verbindung, als auch der eigentlichen Parallelschaltung, wie auch des Betriebes, der mannigfachen Störungsmöglichkeiten ausgesetzt ist. So genügt es auch nicht, wenn man die neue Maschine auf die Sammelschienenenspannung  $U$  bringt, denn die Spannungsmesser geben nur Mittelwerte der Spannungen während 1 Periode (s. (1324)). Die Forderung lautet nun: die Spannungen beider Maschinen müssen sich in jedem Augenblick aufheben, soll die Ausbildung von Ausgleichsströmen vermieden werden, was ja Grundbedingung für den Parallelbetrieb ist.

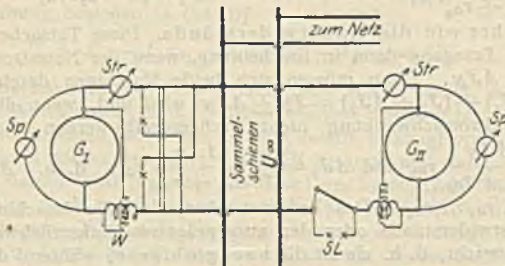


Abb. 141.

Ferner kann man die Polaritäten nicht von vornherein erkennen bzw. die entsprechenden Pole verbinden, da ja die Polarität eines jeden Generators von der jeweiligen Stellung des Polrades zu seinen Ständerwicklungen abhängt. Es bleibt daher gar nichts anderes übrig, als die beiden Generatoren nach Schema der Abb. 141 zu verbinden und durch Glühlampen (bzw. einen Spannungsmesser) bei  $SL$  zu untersuchen, ob ein Ausgleichsstrom vorhanden ist oder nicht, dessen Größe auf diese Weise unter allen Umständen auf einem unschädlichen Werte gehalten werden kann. Dunkle Lampen zeigen, daß kein (oder nur ein sehr

geringer) Ausgleichsstrom vorhanden ist, worauf auch dieser Schalter geschlossen werden dürfte. Je größer aber der Ausgleichsstrom, d. h. die Spannung zwischen den beiden Kontakten des Schalters ist, um so heller werden die Lampen aufleuchten und diese Spannung kann ebenfalls bis auf den doppelten Wert der Klemmspannung ansteigen, aber auch jeden beliebigen Zwischenwert annehmen. Abb. 142 stellt das Vektordiagramm der Spannungen dar für einen beliebigen Augenblick bzw. eine bestimmte relative Stellung der Polräder und der daraus herrührenden Spannung  $E_A$ , die den Ausgleichswechselstrom  $J_A$  erzeugt. Drehen sich beide Vektoren mit derselben Kreisfrequenz, was gleiche Frequenz für beide Generatoren voraussetzt, so bleibt die Spannung  $E_A$  dauernd bestehen, was sich durch dauerndes Leuchten der Lampen kundgibt, und es kann niemals parallel geschaltet werden. Ist aber die Frequenz des zweiten Generators etwa kleiner, so hat sich nach einiger Zeit der Vektor  $E_2$  dem Vektor  $E_1$  genähert und etwa die Lage  $E_2'$  angenommen, dann ist aber  $E_A$  größer und damit auch  $J_A$ , d. h. die Lampen leuchten heller, und zwar hat die Helligkeit allmählich zugenommen, wird weiter wachsen bis  $E_A = E_1 + E_2$  geworden ist und dann wieder abnehmen bis zur Dunkelheit. Dieses Spiel wiederholt sich so oft als der Vektor  $E_2$  von  $E_1$  überholt wird, was stets nach

$2\pi / (\omega_1 - \omega_2) = 60 / (n_1 p_1 - n_2 p_2)$  sek der Fall ist. Die Lampen zeigen also ein periodisches Aufleuchten — Schwebung. Innerhalb jeder solcher Periode muß einmal der Zustand eintreten, daß die Lampen dunkel sind, und jeder dieser Augenblicke kann zur Einlegung des Schalters, d. h. zum Parallelschalten benutzt werden,

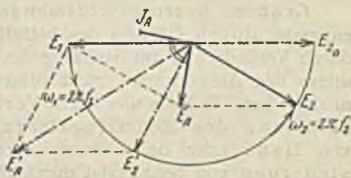


Abb. 142.

wobei man nur durch möglichst große Annäherung der Frequenz  $f_2$  an  $f_1$  für eine genügend lange Periode zu sorgen hat: das Synchronisieren eines Wechselstromgenerators. Den Augenblick der Einschaltung zeigen jene Synchronisierlampen bzw. das Synchronisiervoltmeter an. Statt mit dunklen Lampen kann man auch mit hellen Lampen synchronisieren, wenn man sie auf beide Schalter verteilt und über Kreuz schaltet, wie das Abb. 141 auf der linken Seite in Verbindung mit einem zweipoligen Hebelwähler zeigt.

Sobald aber die beiden Generatoren synchronisiert sind, so bleiben sie auch im Synchronismus, selbst dann, wenn der eine Generator unmittelbar vor dem Parallelschalten noch eine geringe Abweichung von der Nennfrequenz hatte. Denn sollte etwa der eben zugeschaltete Generator weiterhin vor- oder nach-eilen wollen, so tritt sofort wieder ein Ausgleichsstrom, und zwar nunmehr von erheblicher Größe schon bei ganz geringer Winkelabweichung  $\theta$ , weil ja der Scheinwiderstand der Bahn des Ausgleichstromes über die beiden Ständerwicklungen sehr klein ist, und zwar vorwiegend in Form von induktivem Blindwiderstand. Ein Voreilen des Polrades gegenüber der Leerlaufsynchrostellung hat zur Folge, daß die Maschine sich mit einem Wirkstrom belastet. Denn als solcher erscheint der Ausgleichsstrom für die voreilende Maschine lt. Abb. 74 und (1357), wodurch sie also gebremst und in ihrer Geschwindigkeit so lange verzögert wird, bis ihre Frequenz auf den Nennwert gefallen ist.

Ein Zurückbleiben des Polrades würde die Maschine nach Abb. 98 und (1382) sofort zum Motor machen und beschleunigend wirken. Jede Abweichung vom Synchronismus wird also durch eine synchronisierende Kraft verhindert und die Leerlaufsynchrostellung festgehalten.

Bei richtiger Erregung, d. h. so, daß  $E_2 = U$  ist, gibt aber die parallel geschaltete Maschine keinen Strom und keine Leistung ab. Um sie zu belasten



genügt aber nicht eine Vergrößerung der Erregung wie bei Gleichstromerzeugern. Denn eine solche hätte zwar eine Erhöhung der EMK zur Folge; aber der durch diese Differenzspannung erzeugte Strom ist, wie aus Abb. 74 und Abb. 98 folgt, ein reiner Blindstrom, der weder eine elektrische Leistung bewirkt, noch eine mechanische Bremsung zur Folge hat, also auch den Zentrifugalregulator der Antriebsmaschine nicht zum Ansprechen bringen, d. h. zu Zufuhr größerer Mengen Betriebsstoff nicht veranlassen kann. Der erzeugte Blindstrom ist nachteilig bei Über-, vorteilhaft bei Untererregung; der Zentrifugalregulator aber bleibt unwirksam.

Soll der Generator belastet werden, so muß vielmehr seiner Antriebsmaschine auf irgendeine Weise mehr Betriebsstoff zugeführt werden, so daß diese ein größeres Drehmoment entwickeln und dadurch das Polrad aus der Leerlaufsynchrongstellung im Drehsinn vorstellen kann. Dies hat nach (1357) das Auftreten eines Wirkstromes zur Folge und damit auch elektrische Leistungsabgabe und mechanischen Leistungsbedarf, so daß sich wieder Gleichgewicht zwischen dem Antriebsmoment und dem Bremsmoment des Generators einstellen muß, wodurch dann auch die Voreilung des Polrades zu Ende kommt und dieses in einer neuen Lage festgehalten wird.

Größere Betriebsstoffmengen als für den bloßen Leerlauf lassen sich entweder durch Öffnen des betreffenden Absperrorgans zuführen, oder durch Veränderung am Stellzeug des Zentrifugalregulators in dem Sinne, daß dieses das Absperrorgan mehr öffnet, trotzdem die Drehzahl sich nicht erniedrigt hat. Es kann dies durch Veränderung der Gewichts- oder Federbelastung des Zentrifugalregulators (s. (673)) geschehen, und zwar von Hand oder besser noch durch einen kleinen Motor mit Fernsteuerung von Schalttafel durch den Schalttafelwärter.

Da also der Schalttafelwärter aus den Angaben des Strommessers allein sich kein Bild über den Belastungszustand seiner Generatoren machen kann, muß jeder Generator noch mit einem Wattmeter oder mit einem Phasemesser (s. (1327)) ausgerüstet werden. Er ist dann in der Lage die Erregung stets so einzustellen, daß entweder nur Wirkstrom auftritt, was für die Ausnutzungsfähigkeit seines Generators am günstigsten ist (1305) oder je nach Bedarf außer dem reinen Wirkstrom noch ein vor- oder nachteiliger Blindstrom durch Unter- bzw. Übererregung des Polrades, vgl. auch (1382) das entgegengesetzte Verhalten der Synchronmotoren.

Da das Synchronisieren Ruhe und Geschicklichkeit erfordert, hat man neuerdings Vorrichtungen gebaut, die dies selbsttätig besorgen und die sich gut bewährt haben.

Bei Hochspannungsanlagen müssen sämtliche Meß- und Synchronisiervorrichtungen über Strom- und Spannungswandler (1406) angeschlossen werden. Da in diesem Falle die Verfolgung der Leitungen für die Synchronisierereinrichtung sehr erswerlich, die Feststellung aber, ob bei hellen oder dunklen Lampen parallel geschaltet werden soll, stets nötig ist, so kann man zur Klärung dieser Frage in allen Fällen folgende Prüfung vornehmen: Man löse die Verbindungen an den Generatorklemmen, lege den 2poligen Schalter ein, so daß alle Leitungen bis unmittelbar vor dem Generator unter Sammelschienspannung kommen. Leuchten nun die Lampen hell auf, so muß bei hellen Lampen geschaltet werden, und umgekehrt. Nach dieser Feststellung öffnet man den Schalter wieder und schließt die Verbindungsleitungen wieder an den Generator an.

(1419) Parallelschaltung von Drehstromgeneratoren geht genau in derselben Weise vor sich, indem man die 3. Phase zunächst abtrennt (mittels des Trennschalters) und mit den beiden übrigen Phasen die oben beschriebene Lampenprüfung vornimmt und regelrecht parallel schaltet. An der Trennstelle der 3. Phase

prüft man dann in bekannter Weise mit Lampen, ob zwischen den getrennten Kontakten Spannung vorhanden ist oder nicht; bleiben die Lampen dunkel, so darf der Trennschalter eingelegt werden. Leuchten aber die Lampen hell auf (entsprechend der doppelten Phasenspannung), so müssen 2 der Verbindungsleitungen am Generator gekreuzt werden. Bei wiederholter Prüfung müssen diese Lampen dunkel bleiben. Diese Erscheinung hat ihren Grund darin, daß einer bestimmten Reihenfolge der Phasen auch ein bestimmter Drehsinn des Drehfeldes entspricht (s. (1385)). Nun müssen natürlich die parallel zu schaltenden Maschinen nicht nur synchron laufen, sondern auch denselben Drehsinn auf angeschlossene Drehstrommotoren ausüben; sobald dies nicht der Fall ist, tritt zwischen den 3. Phasen der Sammelschiene und des neuen Generators jene doppelte Phasenspannung auf. Durch Vertauschen zweier Leitungen aber wird nach (1386) der Sinn des Drehfeldes umgekehrt, womit auch jene Spannung verschwinden muß. Diese Prüfung der 3. Phase ist nur einmal vor der ersten Parallelschaltung vorzunehmen. Man kann jedoch jene Prüflampen an der 3. Phase auch dauernd liegen lassen; ordnet man die 3 Prüflampen (bzw. -gruppen) im gleichschenkligen  $\triangle$  so an, daß oben die der 3., rechts und links die der beiden ersten Phasen liegen, so muß also in dem Augenblicke geschaltet werden, in dem die obere dunkel, die beiden unteren hell aufleuchten. Solange aber Synchronismus noch nicht erreicht ist, zeigen alle 3 Lampen ein periodisches Aufleuchten, wobei der Eindruck entsteht, als drehe sich der Lichtschein über die 3 Lampen hinweg. Der Drehsinn hängt dabei davon ab, ob die neue Maschine zu schnell oder zu langsam läuft. Diese Beziehung, die leicht auszuprobieren ist, gibt dann gleichzeitig zu erkennen, ob die Drehzahl der neuen Maschine bereits zu hoch oder noch zu gering ist. Die Lampen lassen sich auch durch Magnetspulen, die auf einen mit einem Zeiger verbundenen Kurzschlußanker wirken, ersetzen. Die Ruhstellung des Zeigers läßt dann den Synchronismus erkennen, sein Drehsinn die abweichende Drehzahl.

**(1420) Störungen des Parallelbetriebes.** Das Parallelschalten und -arbeiten macht keine Schwierigkeiten bei Generatoren, die von Dampf- oder Wasserturbinen oder mittels Riemenübersetzung angetrieben werden, wohl aber beim Antrieb in unmittelbarer Kupplung durch Kolbenmaschinen aller Art, insbesondere bei Viertaktgasmaschinen infolge des veränderlichen Drehmomentes während 1 Umdrehung (s. (662)). In (1357) ist bereits darauf hingewiesen worden, daß jedem Wert des Antriebsmomentes eine bestimmter Wert des  $\angle \theta$  entspricht, der die Abweichung des Polrades gegenüber der Leerlaufsynchrostellung mißt, und daß bei periodisch schwankendem Drehmomente damit dem Polrad bereits im Einzellauf ein periodischer Antrieb aufgezwingen wird, der es in erzwungene Schwingungen versetzen kann. Um sich ein Bild von den Schwankungen des Drehmomentes während 1 (bzw. 2) Umdrehungen zu machen, zeichnet man sich bekanntlich das Tangentialdruckdiagramm auf, s. z. B. Abb. 4 (662). Ein solches läßt sich nach dem Fourierschen Problem, s. (111), stets in eine Grundschwingung mit der Periode gleich der Zeit 1 Umlaufes und in mehrere Harmonische 2., 3. usw. Ordnung zerlegen, wobei aber meist der Scheitelwert der 2. Harmonischen bei Dampfmaschinen (oder gar der  $\frac{1}{2}$  Harmonischen bei Viertakt-Gasmotoren) wesentlich größer als der der Grundschwingungen und der übrigen Harmonischen zu sein pflegt und taktangebend ist.

Die großen Schwankungen des Tangentialdruckdiagramms pflegt man durch Schwungmassen zu vermindern, so daß der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta$  ein erträgliches Maß annimmt, wobei zwischen diesem, der Leistung in PS, der Drehzahl und der Bauart der Kolbenmaschine, die in (663) u. (664) gegebene Beziehung besteht. Danach wächst  $1/\delta$  proportional dem Schwungmoment  $GD^2$  und dieses ist andererseits in hohem Grade von der Zahl und Anordnung der Zylinder, sowie der Arbeitsweise (Zweitakt, Viertakt) abhängig. Der erforderliche



Gleichförmigkeitsgrad  $1/\delta$  hängt beim elektrischen Betrieb von der Art der Verbraucher ab und darf nach Angaben von M. Gaze<sup>1)</sup>

|  |         |
|--|---------|
| für reinen Lichtbetrieb . . . . .            | 70—150  |
| für Kraftbetriebe mit vielen kleinen Motoren | 70—100  |
| „ „ „ „ großen „                             | 100—150 |

nicht unterschreiten. Die Schwungmassen legt man in das Polrad, wobei man das Produkt  $GD^2$  zweckmäßig aufteilen muß. Der Polraddurchmesser, den man mit Rücksicht auf kleines Gewicht, geringe Lagerdrücke und Materialkosten zunächst möglichst groß zu machen bestrebt sein wird, ist aber begrenzt durch die Rücksicht auf die Zentrifugalkräfte, den Ständerdurchmesser und die Ausladung der FüÙe, die den Raumbedarf bestimmen.

Für den Parallelbetrieb von Generatoren ist das auf diese Weise für den Einzellauf berechnete  $GD^2$  nicht maßgebend, einmal, weil die Gleichförmigkeit der parallellaufenden Maschine nur etwa halb so groß ist wie im Einzellauf, und dann, weil die Störungsursachen mit dem Gleichförmigkeitsgrade gar nichts zu tun haben. Störungen, d. h. heftige Pendelungen des Polrades, die unter ungünstigen Umständen bis zum Außertrittfallen nebst Kurzschluß führen können, werden vielmehr dadurch herbeigeführt, daß beim Parallelbetrieb das Polrad unter dem Einflusse der synchronisierenden Kraft Eigenschwingungen ausführt, die sich den aufgezwungenen Schwingungen von seiten des Tangentialdruckdiagramms überlagern und dann zu Schwebungen bzw. im Resonanzfall zu so großen Schwingungsweiten des Polrades führen, daß dadurch nach (1382) ein Außertrittfallen bzw. Kurzschluß des Generators herbeigeführt wird.

Die Eigenschwingungszeit eines Polrades unter dem Einflusse des synchronisierenden Momentes  $D_s$  ist  $T = 2\pi\sqrt{J:D_s}$ , wo  $J$  das Trägheitsmoment bedeutet (s. (185)) bzw.  $T = 1,003\sqrt{GD^2:D_s}$ ; sobald dieser Wert sich dem



Abb. 143.

Zeitwert einer aufgezwungenen Schwingung —  $\dot{i}$  sei es der Grundschwingung oder einer höheren (oder tieferen) Harmonischen — nähert oder gar zusammenfällt, tritt Resonanz ein. Diese Gefahr ist bei Dampf- und Zweitaktgasmaschinen besonders groß für die 2. und für Viertaktgasmaschinen für die ( $1/2$ ). Oberschwingung, also für die Schwingungszeit gleich einer halben bzw. 2 Umdrehungen. Im Resonanzfall ist der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta = \infty$  und die Beziehung zwischen  $\delta$  und  $GD^2$  ist für einen parallel geschalteten Generator eine wesentlich andere als für einen einzellaufenden. Abb. 143<sup>2)</sup> gibt für einen Viertaktgasmotor ein anschauliches Bild für das oben Gesagte, wobei die Breite

<sup>1)</sup> S. AEG-Mitteilungen, Heft 11 u. 12, 1922.

<sup>2)</sup> Aus der AEG-Druckschrift: Elektrizität im Eisenhüttenwerk.

der Gefahrenzone den Scheitelwerten der aufgezwingenen Schwingungen annähernd proportional eingezeichnet ist; man erkennt, daß die Gleichförmigkeit eines parallellaufenden Generators (Linie 2) kleiner, höchstensfalls fast nur  $\frac{1}{2}$  so groß ist wie die eines einzellaufenden (Linie 1) und daß daher ein Generator, der auch für Parallelbetrieb bestimmt ist, für rund die doppelte Gleichförmigkeit gebaut sein muß, um im Parallelbetrieb tatsächlich die oben genannten Mindestwerte zu erreichen. Das allein nach dem Gesichtspunkte der Ungleichförmigkeit bestimmte Schwungmoment  $GD^2$  bietet aber noch keine Gewähr für störungsfreien Parallellauf, denn es ist möglich, daß gerade mit diesem  $GD^2$ -Werte, die Eigenschwingungszeit sich der einer aufgezwingenen Schwingung nähert, und deshalb die besagten Störungen eintreten. Man muß daher diese Prüfung vornehmen und nötigenfalls das Schwungmoment soweit vergrößern, daß die Eigenschwingungszeit wesentlich größer wird, als die der aufgezwingenen Schwingung größten Scheitelwertes. Setzt man mit dem Verfasser der erstgenannten Abhandlung<sup>1)</sup> die Eigenschwingungszeit = 1,28fachen der gefährlichsten aufgezwingenen Schwingungszeit, was erfahrungsgemäß genügt, um gefährliche Schwebungen zu vermeiden, so kann man das für einen sicheren Parallellauf nötige  $GD^2$  berechnen nach der Formel  $GD^2 = 12 \cdot 10^8 f a^2 N_{90} : n^4$ , wo  $N_{90}$  die Nennleistung des Generators in kVA und  $a$  die Anzahl der Umdrehungen bedeutet, bei der eine Zylinderseite einen neuen Kraftimpuls erhält; für Dampf- und Zweitaktgasmotoren ist also  $a = 1$ , für Viertaktgasmotoren  $a = 2$ .

Eine Übersicht über den Unterschied der für  $\delta = 1/200$  nötigen  $GD^2$ , einmal für Einzellauf und das andere Mal für störungsfreien Parallelbetrieb, gibt für Kolbendampfmaschinen untenstehende Tafel:

| Betriebsart        | Bauart             | Kurbelwinkel | Umdrehungen in der Minute |      |       |      |      |
|--------------------|--------------------|--------------|---------------------------|------|-------|------|------|
|                    |                    |              | 107                       | 125  | 150   | 167  | 187  |
| $\delta = 1 : 200$ | 1 Zylinder         | —            | 294                       | 184  | 106,5 | 77,5 | 55   |
|                    | Tandem             | —            | 220                       | 138  | 80    | 58   | 41,5 |
|                    | Verbund            | 90°          | 130,5                     | 82   | 47,5  | 34,4 | 24,5 |
|                    | Zwilling           | 90°          | 98                        | 61,5 | 35,5  | 25,8 | 18,3 |
| Parallelbetrieb    | jede Dampfmaschine | —            | 197                       | 106  | 51    | 33,1 | 21,1 |

und zwar Schwungmomente in  $10^{-3} \text{ kgm}^2$  für eine 500-PS-Dampfmaschine gekuppelt mit einem 430-kVA-Drehstromgenerator. Die eingerahmten Zahlenwerte für  $GD^2$  reichen für Parallelbetrieb nicht aus und müssen auf die der untersten Zeile erhöht werden, wobei dann im Einzelbetrieb  $\delta$  kleiner als 1 : 200 wird.

Da namentlich für Gasmotoren das erforderliche Schwungmoment sehr groß werden kann, so trachtet man danach, die Eigenschwingungen möglichst zu unterdrücken oder zu dämpfen. Vorrichtungen dieser Art sind die sogenannten Dämpferwicklungen, die aus einer in den Anker eingebauten Kurzschlußwicklung bestehen, etwa in der Art wie die Käfigläufer der Drehstrommotoren und die nach dem Lenzschen Induktionsgesetze hemmend auf die Pendelungen des Polrades wirken.

Ähnliche Betrachtungen gelten für Störungsursachen beim Betrieb von Synchronmotoren.

<sup>1)</sup> S. AEG-Mitteilung 1922, Heft 11 und 12, Abhandlung von M. Gaze.



## Beleuchtungsberechnungen

(nach Unterlagen der Osram-Gesellschaft Berlin).

(1421) **Lichttechnische Grundbegriffe und Einheiten.** a) **Lichtstärke:** Jede punktförmige Lichtquelle hat eine bestimmte Lichtstärke ( $J$ ), deren Größe durch Vergleich mit einer anderen, als Einheit gewählten Lichtquelle bestimmt wird. Als Einheit der Lichtstärke gilt in Deutschland die Hefner-Kerze (HK), das ist die horizontale Lichtstärke einer von Hefner-Alteneck angegebenen Amylacetatlampe bestimmter Abmessungen. (Über andere Einheiten der Lichtstärke und ihren Zusammenhang mit der Hefner-Kerze siehe Bloch: Lichttechnik.)

b) **Lichtstrom:** Die gesamte von einer punktförmigen Lichtquelle ausgestrahlte, den Raum gleichmäßig erfüllende Lichtleistung heißt ihr Lichtstrom ( $\Phi$ ), die Einheit des Lichtstromes ist das Hefner-Lumen (HLM).

Eine im Mittelpunkt einer Kugel von 1 m Halbmesser befindliche punktförmige Lichtquelle, welche nach allen Richtungen gleichmäßig die Lichtstärke von 1 HK besitzt, sendet auf einen Quadratmeter der Kugeloberfläche, d. h. also in die Einheit des Raumwinkels ( $\omega$ ) den Lichtstrom 1 HLM. (Da die Oberfläche der Kugel von 1 m Halbmesser die Größe  $4\pi \cdot 1^2 = 4\pi$  besitzt, so sendet eine Lichtquelle von der nach allen Richtungen gleich großen Lichtstärke  $i$  HK einen Gesamtlichtstrom von  $4\pi \cdot i$  HLM aus.)

Ist die Lichtquelle nicht punktförmig, so ist ihre Lichtstärke nach verschiedenen Richtungen ungleich. Bezeichnet man die (z. B. durch photometrische Messung bestimmte) mittlere räumliche Lichtstärke einer solchen Lichtquelle mit  $J_0$  HK, so beträgt ihr Lichtstrom  $4\pi \cdot J_0$  HLM. Der Lichtstrom einer Lampe ist die für ihre Bewertung wichtigste Größe.

c) **Beleuchtungsstärke:** Fällt ein Lichtstrom von  $\Phi$  HLM auf eine Fläche  $F$  m<sup>2</sup>, so nennt man das Verhältnis  $\Phi/F$  die Beleuchtungsstärke ( $E$ ). Die Einheit der Beleuchtungsstärke ist das Lux (Lx). Fällt ein Lichtstrom von 1 HLM auf eine Fläche von 1 m<sup>2</sup>, so erhält diese eine Beleuchtungsstärke von 1 Lx.

Zur deutlichen Erkennbarkeit von Gegenständen müssen diese einen gewissen Mindestwert der Beleuchtungsstärke erhalten (s. Tabelle). Da die Beleuchtungsstärke praktisch die einzig meßbare Größe einer Beleuchtungsanlage ist, so bildet sie eine der Grundlagen für die Beurteilung einer Beleuchtungsanlage. Die Beleuchtungsstärke wird entweder auf der Arbeitsfläche selbst oder in der Meßebene, 1 m über dem Boden, gemessen.

d) **Leuchtdichte:** Die Leuchtdichte einer Fläche in einer bestimmten Richtung ist das Verhältnis ihrer Lichtstärke in dieser Richtung zur scheinbaren Größe der Fläche in dieser Richtung.

Die Leuchtdichte beleuchteter Flächen kann aus ihrer Beleuchtungsstärke und dem Reflexionskoeffizienten der Fläche bestimmt werden.

e) **Lichtausbeute:** Die Lichtausbeute einer elektrischen Glühlampe ist das Verhältnis ihrer Lichtleistung (Lichtstrom in HLM) zu der von ihr aufgenommenen elektrischen Leistung (Watt). Die Lichtausbeute und Lichtstromwerte der für allgemeine Beleuchtungszwecke hauptsächlich in Frage kommenden Lampen der international genormten Einheitsreihe (von 15 ... 100 Watt) sowie der nächstgrößeren Osram-Nitra-Lampen zeigt die folgende Tabelle:

| Watt | Volt | Lichtstrom<br>Hefner-<br>Lumen<br>etwa | Licht-<br>ausbeute<br>HLM/Watt<br>etwa | Watt | Volt | Lichtstrom<br>Hefner-<br>Lumen<br>etwa | Licht-<br>ausbeute<br>HLM/Watt<br>etwa |
|------|------|--|--|------|------|--|--|
| 15   | 110  | 145                                    | 9,5                                    | 75   | 110  | 1100                                   | 14,5                                   |
|      | 220  | 125                                    | 8,5                                    |      | 220  | 890                                    | 12,0                                   |
| 25   | 110  | 255                                    | 10,0                                   | 100  | 110  | 1500                                   | 15,0                                   |
|      | 220  | 230                                    | 9,0                                    |      | 220  | 1300                                   | 13,0                                   |
| 40   | 110  | 470                                    | 12,0                                   | 150  | 110  | 2550                                   | 16,5                                   |
|      | 220  | 395                                    | 10,0                                   |      | 220  | 2200                                   | 14,5                                   |
| 60   | 110  | 820                                    | 13,5                                   | 200  | 110  | 3450                                   | 17,0                                   |
|      | 220  | 660                                    | 11,0                                   |      | 220  | 3000                                   | 15,0                                   |

Die Lichtausbeute  $\left(\frac{H L_m}{W}\right)$  bildet ein Maß für die technische Wirtschaftlichkeit der Lampe und ist eines der beiden hauptsächlichsten Qualitätsmerkmale zur Beurteilung der Güte einer Lampe; das zweite Qualitätsmerkmal ist die Lebensdauer. Lebensdauer und Lichtausbeute sind voneinander abhängig und dürfen daher nur in Verbindung miteinander bewertet werden. In welcher Weise Lichtausbeute und Lebensdauer untereinander und von der Betriebsspannung abhängen, zeigt Abb. 144.

### (1422) Beleuchtungsgüte.

Zur Erzielung einer guten Beleuchtung durch künstliches Licht müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: angemessene Beleuchtungsstärke, vor allem am Arbeitsplatz (Platzbeleuchtung) bzw. auf der horizontalen Meße Ebene; genügende Gleichmäßigkeit der Beleuchtung, namentlich, wenn das Auge nicht nur an ein Arbeitsstück gefesselt ist (Allgemeinbeleuchtung); geeignete Verteilung von Licht und Schatten (Unterstützung des körperlichen Sehens); unbedingte Blendungsfreiheit; Möglichkeit, Farbenunterschiede zu erfassen (ohne daß jedoch die Farben genau so auszusehen brauchen wie bei Tageslicht); schließlich Vermeidung schwankenden und zuckenden Lichtes.

Die Erfüllung dieser Bedingungen erfordert viel Erfahrung und Geschmack; der objektiven Berechnung ist nur die Beleuchtungsstärke in gewissen Grenzen zugänglich.

(1423) Mindestwerte der Beleuchtungsstärke in geschlossenen Räumen. Nach Angaben der Osram-Gesellschaft sind folgende Werte der mittleren Beleuchtungsstärke für Allgemeinbeleuchtung erwünscht:

Erwünschte Werte der mittleren Beleuchtungsstärke, erzielt durch Allgemeinbeleuchtung.

| Lux     | Fabriken und gewerbliche Räume   | Wohnungen und Aufenthaltsräume  |
|---------|--|---|
| 10—20   | Verkehrsbeleuchtung<br>Nebeneingang, Nebenräume, Lager-<br>räume, Treppen und Gänge, Durch-<br>fahrten | Allgemeinbeleuchtung<br>Korridor, Nebenräume, Keller, Boden,<br>Treppen             |
| 20—40   | Arbeitsbeleuchtung<br>grobe Arbeit<br>Walzwerke, Schmiede, Grobmontage                                 | Waschküche  |
| 40—75   | normale Arbeit<br>Schlosserei, Dreherei, Montage, Tisch-<br>lerei, Klempnerei, Spinnsäle               | Küche, Bad, Schlafzimmer, Emp-<br>fangszimmer                                       |
| 75—150  | feine Arbeit<br>Restaurants, Hörsäle, Druckereien,<br>Technische Büros, Verkaufsräume,<br>Zeichensäle  | Wohnzimmer, Herrenzimmer (Schreib-<br>arbeiten, Lesen, Nähen von hellen<br>Stoffen) |
| 150—300 | feinste Arbeit<br>Uhrmacher- und Graveurarbeit, Set-<br>zerei, Webereien, Operationssäle               | (Nähen von dunklen Stoffen, feine<br>Handarbeiten)                                  |

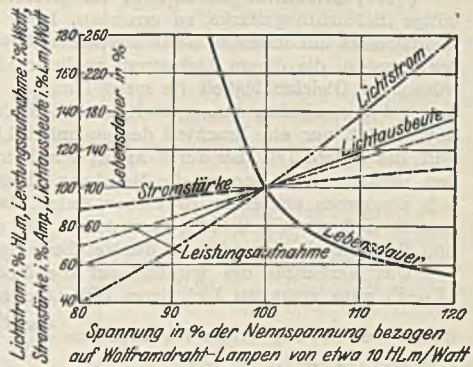


Abb. 144.



Werden die Arbeitsplätze durch besondere Arbeitsplatzleuchten beleuchtet, so können die Werte der Allgemeinbeleuchtung um 30% niedriger gewählt werden.

Bei Platzbeleuchtung lassen sich durch eine Glühlampe von 40 bis 60 Watt leicht 150 bis 300 Lux erzielen.







(1424) **Beleuchtungsberechnung für geschlossene Räume.** Um die jeweils nötige Beleuchtungsstärke zu erreichen, kann die Größe des erforderlichen Lichtstromes auf folgende Weise angenähert bestimmt werden, wobei die Zahl der Lampen, die diesen Lichtstrom zu liefern haben, vor allem von der gewünschten Gleichmäßigkeit (je mehr Lampen, um so besser erreichbar) und der architektonischen Raumgestaltung abhängt. Die Berechnung gründet sich darauf, daß nur ein Bruchteil des gesamten Lichtstromes auf die Meßebene fällt, der andere Teil aber durch Absorption, hauptsächlich an Decke und Wänden, verloren geht. Der auf die Meßebene fallende Teil des Lichtstromes setzt sich zusammen aus einem direkten Anteil, der von den Lichtquellen direkt kommt und aus einem indirekten Anteil, der erst nach Reflexion an Decke und Wänden (also indirekt) auf die Meßebene gelangt.

Das Verhältnis des wirklich auf die Meßebene fallenden Lichtstromes ( $E_M \cdot F$ ) zum gesamten Lichtstrom ( $\Phi$ ) bezeichnet man als Wirkungsgrad















der Beleuchtung eines Raumes  $\eta = \frac{E_M \cdot F}{\Phi}$ , wobei  $F$  die Größe der Meßebene in  $m^2$ ,  $E_M$  ihre mittlere Beleuchtungsstärke in Lux bezeichnet, von der die wirkliche an verschiedenen Stellen der Meßebene (je nach der Lage zur Lampe usw.) mehr oder weniger abweicht.  $\Phi = \frac{E_M \cdot F}{\eta}$  ist der insgesamt von allen

Glühlampen zu liefernde Lichtstrom, aus dem dann Lampengröße und -anzahl nach den Angaben der folgenden Tabelle bestimmt werden können.

Abb. 145. Wirkungsgradtabelle.

| Beleuchtungs-körper   | Licht-verteilung  | $\Phi = \begin{cases} \Phi_D \\ \Phi_W \end{cases}$<br>in % | Raum-breite | Decke hell (70%) mittel (50%) dunkel (30%) |            |            |            |            |            |
|---|---|---|-------------|--|------------|------------|------------|------------|------------|
|   |   |   |             | Wände                                      |            |            |            |            |            |
|   |   |   |             | hell 50%                                   | mittel 35% | dunkel 20% | mittel 35% | dunkel 20% | dunkel 20% |
| Holophane<br><br>mattierte Lampe    |  | $87 \begin{cases} 22 \\ 65 \end{cases}$                     | 1           | 0,42                                       | 0,38       | 0,35       | 0,36       | 0,34       | 0,33       |
|   |   |   | 1,5         | 0,50                                       | 0,46       | 0,43       | 0,44       | 0,42       | 0,41       |
|   |   |   | 2           | 0,56                                       | 0,52       | 0,49       | 0,50       | 0,47       | 0,45       |
|   |   |   | 3           | 0,63                                       | 0,59       | 0,55       | 0,56       | 0,53       | 0,51       |
|   |   |   | 5           | 0,70                                       | 0,66       | 0,63       | 0,63       | 0,60       | 0,57       |
| dünnes Opal<br><br>mattierte Lampe  |  | $85 \begin{cases} 35 \\ 50 \end{cases}$                     | 1           | 0,31                                       | 0,27       | 0,24       | 0,24       | 0,21       | 0,18       |
|   |   |   | 1,5         | 0,37                                       | 0,33       | 0,30       | 0,30       | 0,27       | 0,24       |
|   |   |   | 2           | 0,43                                       | 0,39       | 0,35       | 0,34       | 0,31       | 0,27       |
|   |   |   | 3           | 0,49                                       | 0,45       | 0,41       | 0,39       | 0,36       | 0,31       |
|   |   |   | 5           | 0,56                                       | 0,52       | 0,48       | 0,45       | 0,42       | 0,36       |
| dichtes Opal<br><br>mattierte Lampe |  | $80 \begin{cases} 20 \\ 60 \end{cases}$                     | 1           | 0,41                                       | 0,37       | 0,34       | 0,35       | 0,33       | 0,32       |
|   |   |   | 1,5         | 0,49                                       | 0,45       | 0,42       | 0,43       | 0,41       | 0,39       |
|   |   |   | 2           | 0,54                                       | 0,50       | 0,47       | 0,48       | 0,46       | 0,44       |
|   |   |   | 3           | 0,60                                       | 0,56       | 0,53       | 0,53       | 0,51       | 0,49       |
|   |   |   | 5           | 0,67                                       | 0,63       | 0,59       | 0,59       | 0,57       | 0,54       |

Wirkungsgradtabelle (Fortsetzung).

| Beleuchtungs-<br>körper   | Licht-<br>verteilung  | $\Psi = \begin{matrix} \phi \\ \phi \end{matrix}$<br>in % | Raum-<br>breite | Decke hell (70%)        |               |                 | mittel (50%)    |                 |                 | dunkel (30%)    |
|---|---|---|-----------------|-------------------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|   |   |   |                 | Wände                   |               |                 |                 |                 |                 | dunkel (30%)    |
|   |   |   |                 | Licht-<br>punkt<br>höhe | hell<br>(50%) | mittel<br>(35%) | dunkel<br>(20%) | mittel<br>(35%) | dunkel<br>(20%) | dunkel<br>(20%) |
| tiefer Blechrefl.<br><br>emailiert          |    | 65 $\begin{matrix} 0 \\ 65 \end{matrix}$                  | 1               | 0,38                    | 0,36          | 0,34            | 0,35            | 0,33            | 0,33            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,45          | 0,43            | 0,41            | 0,42            | 0,40            | 0,40            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,49          | 0,47            | 0,45            | 0,46            | 0,44            | 0,44            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,54          | 0,52            | 0,50            | 0,51            | 0,49            | 0,49            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,59          | 0,57            | 0,55            | 0,56            | 0,54            | 0,54            |
| flacher Blechrefl.<br><br>emailiert         |    | 80 $\begin{matrix} 0 \\ 80 \end{matrix}$                  | 1               | 0,43                    | 0,40          | 0,38            | 0,39            | 0,37            | 0,37            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,52          | 0,49            | 0,47            | 0,48            | 0,46            | 0,46            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,57          | 0,54            | 0,52            | 0,53            | 0,51            | 0,51            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,63          | 0,60            | 0,58            | 0,59            | 0,57            | 0,57            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,69          | 0,66            | 0,64            | 0,65            | 0,63            | 0,63            |
| indirekt<br><br>versilb. Glas               |    | 80 $\begin{matrix} 80 \\ 0 \end{matrix}$                  | 1               | 0,22                    | 0,19          | 0,17            | 0,14            | 0,12            | 0,07            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,27          | 0,24            | 0,22            | 0,17            | 0,15            | 0,09            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,31          | 0,28            | 0,26            | 0,20            | 0,18            | 0,11            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,36          | 0,33            | 0,31            | 0,24            | 0,22            | 0,13            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,42          | 0,39            | 0,37            | 0,28            | 0,26            | 0,16            |
| halbindirekt<br><br>dünnes Opal             |    | 85 $\begin{matrix} 60 \\ 25 \end{matrix}$                 | 1               | 0,27                    | 0,24          | 0,21            | 0,20            | 0,17            | 0,14            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,34          | 0,30            | 0,27            | 0,25            | 0,22            | 0,18            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,39          | 0,35            | 0,32            | 0,29            | 0,26            | 0,21            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,45          | 0,41            | 0,38            | 0,34            | 0,31            | 0,25            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,51          | 0,47            | 0,44            | 0,40            | 0,37            | 0,29            |
| halbindirekt<br><br>dichtes Opal          |  | 80 $\begin{matrix} 70 \\ 10 \end{matrix}$                 | 1               | 0,24                    | 0,21          | 0,19            | 0,16            | 0,14            | 0,10            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,30          | 0,27            | 0,24            | 0,20            | 0,18            | 0,13            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,34          | 0,31            | 0,28            | 0,23            | 0,21            | 0,15            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,39          | 0,36            | 0,33            | 0,27            | 0,25            | 0,18            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,45          | 0,42            | 0,39            | 0,32            | 0,30            | 0,21            |
| Glocke<br><br>dünnes Opal                 |  | 75 $\begin{matrix} 35 \\ 40 \end{matrix}$                 | 1               | 0,23                    | 0,20          | 0,17            | 0,18            | 0,16            | 0,14            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,30          | 0,26            | 0,23            | 0,24            | 0,21            | 0,19            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,35          | 0,31            | 0,28            | 0,28            | 0,25            | 0,22            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,41          | 0,37            | 0,34            | 0,33            | 0,30            | 0,26            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,48          | 0,44            | 0,41            | 0,39            | 0,36            | 0,31            |
| halbindirekt<br>mit Reflektor<br><br>Opal |  | 80 $\begin{matrix} 20 \\ 60 \end{matrix}$                 | 1               | 0,32                    | 0,28          | 0,26            | 0,27            | 0,25            | 0,23            |                 |
|   |   |   |                 | 1,5                     | 0,40          | 0,36            | 0,33            | 0,34            | 0,32            | 0,30            |
|   |   |   |                 | 2                       | 0,45          | 0,41            | 0,38            | 0,39            | 0,37            | 0,35            |
|   |   |   |                 | 3                       | 0,52          | 0,47            | 0,44            | 0,45            | 0,42            | 0,40            |
|   |   |   |                 | 5                       | 0,59          | 0,54            | 0,51            | 0,51            | 0,48            | 0,46            |

Der Wirkungsgrad hängt in erster Linie von der Art der verwendeten Leuchte sowie der Beschaffenheit von Decke und Wänden ab. Abb. 145 zeigt die von Harrison in der General Electric Review 1918 angegebene Tabelle des Wirkungsgrades der Raumbeleuchtung, welche außer den genannten Punkten



auch noch die Aufhängehöhe der Lampe berücksichtigt; auch ist die Lichtverteilung der verschiedenartigen Leuchten nebst Angabe des nach oben und unten geworfenen Anteils des Lichtstromes aufgeführt; die Tabelle gilt streng nur für quadratische Räume.

Rechnungsbeispiel: Eine Schreibstube mit 6.6 m<sup>2</sup> Bodenfläche soll eine mittlere Beleuchtungsstärke von 80 Lux (s. Tabelle der Beleuchtungsstärken) erhalten unter Verwendung halbindirekt wirkender Leuchten mit dünnem Opalglas; die Decke sei hell, die Wände dunkel. Die Lampen sollen 3 m über dem Boden hängen.

Wieviel Lampen (und von welcher Größe) sind nötig?

Das Verhältnis von Raumbreite zu Lichtpunkthöhe ist 6:3 = 2. Für diesen „Raumfaktor“ liefert die Tabelle bei den oben angegebenen Verhältnissen (helle Decke, dunkle Wände) und bei Verwendung der beschriebenen Leuchte, welche 60% des Lichtstromes nach oben und 25% nach unten wirft, einen Wirkungsgrad von 32%. Der Nutzlichtstrom muß lt. Aufgabe

$$E_M \cdot F = 80 \cdot (6 \cdot 6) = 2880 \text{ Hlm}$$

betragen, mithin müssen die Lampen insgesamt  $\frac{2880}{0,32} = 9000 \text{ Hlm}$  erzeugen.

Nach obiger Tabelle erzeugt eine Lampe 110 Volt 150 Watt einen Lichtstrom von 2550 Hlm.

Man wird daher zweckmäßig 4 Leuchten mit je einer 150 Watt-Lampe verwenden; dann ist der Gesamtlichtstrom  $4 \times 2550 = 10200 \text{ Hlm}$  und die erzielte Beleuchtungsstärke bei dem errechneten Wirkungsgrad von 32% beträgt

$$\frac{10200}{6 \cdot 6} \cdot 0,32 = 90 \text{ Lux.}$$

## (1425) Vorschriften und Normen

sind deren neuerdings so viele geworden, daß dem praktischen Elektrotechniker nur noch die Beschaffung des „Vorschriftenbuches des Verbandes Deutscher Elektrotechniker“ empfohlen werden kann. Am 1. Jan. 1929 ist die sechzehnte Auflage erschienen. Die einzelnen Teile erscheinen auch gesondert, s. Verzeichnis der Sonderabdrucke VDE 433 v. Febr. 1929.

Auch die „Erläuterungen“ von Weber und die „Wegweiser“ von Dettmar sind sehr zu empfehlen.



# Sachverzeichnis.

ie Ziffern bedeuten die Seitenzahlen.

- Abdampf-Injektor 1269.  
 Abdampf-Kraftanlage 925, 931.  
 Abdampfleitung 770.  
 Abdampfsammler 931.  
 Abdampfspeicher 925, 931.  
 Abdampfturbine 934.  
 Abdampfverwertung 924.  
 Abflußregler 1044.  
 Abhitzeanlagen 798.  
 Abkühlungsverlust (Dampf-m.) 580.  
 — (Dampfturb.) 718.  
 Ablaufvorrichtung (Dampf-kessel) 836.  
 Abnutzungscharakteristik (Zahnrad) 346, 351.  
 Abschaltung (Dampfturb.) 732, 746.  
 Abschnittsgleichung der Geraden 114.  
 Absolutbewegung 193.  
 Absol. Feuchtigkeit 534.  
 Absol. Gasarbeit 552.  
 Absolutes Maßsystem 200.  
 Absolute Temperatur 525.  
 Absperrvorrichtungen 507.  
 Absperrvorrichtung, Durchflußwiderstand 523.  
 Absperrschütze 960.  
 Absperrverfahren (Zahnrad) 356.  
 — Räderfräsmaschine 1391.  
 Abwärmedampfmaschine 934.  
 Abwärmeverwertung 924, 937.  
 Abzusaugende Luftmenge 761, 762, 764.  
 Achsen 439.  
 Achsenregler 697, 708.  
 Adiabatische Verdichtung (Kompressor) 1272.  
 Adiabate 539, 547, 561.  
 AEG-Dampfturbine 723, 751, 755.  
 — Verzahnung 358.  
 Änderung der Umlaufzahl bei Dampfturb. 747.  
 Äquivalent, mech. Wärme- 528.  
 A-Gestell 944.  
 Ampere 1425.  
 Anblaseventilator 873.  
 Drehvorrichtung f. Schwungrad 695.  
 — elektrische 696.  
 Anker (elektr.) 1433.  
 Ankerplatte 328.  
 Ankerrückwirkung 1477, 1485, 1490.  
 Ankerschiene 483.  
 Anlasser 1494, 1513.  
 — für Hebezeuge 1149.  
 Anlaßgefäß 922.  
 Anlaßventil 916.  
 Anpreßvorrichtung 415.  
 Anstrengung, zulässige 300.  
 Anthrazit (Kraftgas) 872.  
 Antriebe, Berechnung der — von Werkzeugmaschinen 1319.  
 Antriebsnocken 914.  
 Anzapfturbine 928.  
 Arbeit 202.  
 Arbeitsaufwand (Kompr.) 1277.  
 Arbeitsgleichung i. Dynamik 201.  
 — b. Kreiselpumpen 1244.  
 — b. Turbinen 971, 973.  
 Arbeitsüberschuß (Schwungrad) 689.  
 Arbeitsvermögen (Dampfmaschine) 573.  
 — (Regler) 699, 703.  
 Archimedische Spirale 128.  
 Arithmetische Reihen 42.  
 Astatischer Punkt (Regler) 701.  
 Astatischer Regler 697, 701.  
 Astroide 128.  
 Asymptotengleichung d. Hyperbel 119.  
 Asynchroner Wechselstrommotor 1507.  
 Atomgewicht 531.  
 Auflagerkräfte 168.  
 Aufnehmer (Receiver) 588.  
 Aufteilung des Gefalles 723, 735.  
 Auftrieb 943.  
 Ausdehnung durch Wärme 447.  
 Ausdehnungshub 866.  
 Ausdehnungskupplung 447.  
 Ausfluß, tatsächlicher 947.  
 — theoretischer 945.  
 Ausflußdüse (Wasserdampf) 723.  
 Ausflußgeschwindigkeit 566, 713.  
 Ausflußmenge 566.  
 Ausflußzahl (hydr.) 947.  
 Ausgleichvorrichtungen 505.  
 Ausklinksteuerung 613, 621.  
 Auslaßventil 916.  
 Auspuffkanal (Dampf-m.) 594.  
 Auspuffleitung 922.  
 Auspufftopf 922.  
 Ausrücker (Riemen) 415.  
 Ausrüstung, Kessel- 835.  
 Ausschubhub 867.  
 Außenleiter 1457, 1466.  
 Aussetzregelung 885.  
 — (Kompressor) 1289.  
 Aussetzleistung 1130.  
 Ausströmen (Dampfmaschine) 572, 582.  
 Ausströmen aus Mündungen 566.  
 Ausströmgeschwindigkeit (Turbine) 713.  
 Austrittsverlust 717, 972.  
 Automat-Duplexpumpe 1224.  
 Automatische Düsenregelung 750.  
 Avogadro (Gesetz) 531.  
 Axialpumpe 1258.  
 Axialschub (Dampfturb.) 738.  
 Axialturbine 974.  
 Bajonnetrahmen 672.  
 Balata-Riemen 403.  
 Balcke-Kaminkühler 775.  
 — Wärmespeicher 933.  
 Bamag-Ringschmierlager 466.  
 Bandkupplung 449.  
 Bandreibung 178.  
 Bandsäge 1400.  
 Batteriekessel 808.  
 Baumwollriemen 403.  
 Baumwollseil 423.  
 Baumwollseiltrieb 421.  
 Bauvorschriften für Landdampfessel 854.  
 BBC-Dampfturbine 750, 758.  
 Beanspruchung, zulässige 301.  
 Becherturbine, Freistrah- 1032.  
 Befestigungskeile 302.  
 Befestigungsschraube 319.  
 Behälter-Nietung 334.  
 Beharrungsregler 697, 709.  
 Beilke-Kupplung 454.



- Belastungsspannung (Riemen-Seil) 409, 424.  
 Beleuchtung 1544.  
 Benn-Kupplung 457.  
 Benzin 876.  
 Benzinmotor 862, 891.  
 Benzol 876.  
 Benzinmotor 862, 891.  
 Bergmann-Turbinen 753.  
 Berieselungskondensator 767.  
 Bernoullische Gleichung (hydr.) 945, 948.  
 — Zahlen 85.  
 Beschleunigung, allgemein 184.  
 — gleichförmig 182.  
 Beschleunigungsdruck 637.  
 — -kurve 638, 688.  
 Bestimmtes Integral 86, 95.  
 Betriebswirkungsgrad 719.  
 Bewegung, geradlinige 181.  
 —, krummlinige 191.  
 —, Relativ- 193.  
 Bewegungslehre 181.  
 Bewegungsschraube 323.  
 Bian-Reiniger 871.  
 Biegemoment 224.  
 Biegeprobe 276.  
 Biegespannungen 229.  
 Biegeversuche 229, 276.  
 Biege widerstand (Werkzeug-masch.) 1316.  
 Biegsame Welle 444.  
 Biegung gerader Stäbe 224.  
 Biegefeder 266.  
 Biegefestigkeit 229.  
 Bilgram-Hobelmaschine 1395.  
 Binomische Reihe 86.  
 Binomischer Satz 39, '86.  
 Bituminöse Brennstoffe 871, 874.  
 Blechbearbeitungsmasch. 1401.  
 Blechdicke der Dampfessel (Berechnung) 330, 854.  
 Blechschornstein 799.  
 Blechkantenhobelmaschine 1408.  
 Blechträger 1065.  
 Blindleistung, 1454, 1469, 1489.  
 Blindstrom 1452, 1469, 1489.  
 Blindwiderstand 1451.  
 Bogenmaß eines Winkels 46.  
 Bogenprojektion 598.  
 Bohrer 1306.  
 Bohrmaschinen 1370.  
 Bohrung, Einheits- 297.  
 Bolinders-Motor 896.  
 Bolzenkupplung 452.  
 Borda-Carnotsche Formel 951.  
 Borsig-Stopfbüchse 670.  
 Bosch-Zündung 882.  
 Boyle-Mariotte 538.  
 Brauer, Verfahren von 540.  
 Braunkohlendestillate 877.  
 Braunkohlengenerator 874.  
 Braunkohlensäure 877.  
 Braunkohlen-Schwelgas 874.  
 Brechung von Kraftlinien 1429.  
 Bremse 1105, 1106, 1108, 1150.  
 —, Backen- 1110, 1153.  
 —, Band- 1108, 1151.  
 —, elektrische 1135, 1137, 1144.  
 —, Lastdruck- 1108, 1114, 1154.  
 —, Magnet- 1151.  
 —, Sperrad- 1106, 1111.  
 Bremsen der Turbine 1049.  
 Bremsluftmagnet 1151.  
 Brennpunkt 877.  
 Brennstoffe 869.  
 Brennstoffbehälter 922.  
 Brennstoffdüse 917.  
 Brennstoffpumpe 918.  
 Brennstoffpumpendiagramm 904.  
 Brennstoffventil 917.  
 Brinell-Kugeldruckprobe 276.  
 Brix'sches Verfahren 599.  
 Brons-Motor 896.  
 Brown-Boveri-Dampfturbine 757.  
 Bruchdehnung 275.  
 Bruchsicherheit 294.  
 Brücke, Wheatstonesche 1447.  
 Bündeldiagramme 630.  
 Bürste (Dynamo) 1474.  
 Cachin-Kupplung 450.  
 Carnotscher Kreisprozeß 544, 548.  
 — Vergleichsprozeß 576.  
 Cartesisches Blatt 82.  
 Celsius 525.  
 Charakteristik (Regler) 701.  
 Citron-Räder 371.  
 C-Kurve (Regler) 701.  
 Clapeyronsche Gleichung (Wärme) 555.  
 — Gleichungen (Statik) 249.  
 Clausius 544, 545.  
 Clausius-Rankine 576.  
 Collmann-Steuerung 622.  
 Compoundmaschine 588.  
 Coriolisbeschleunigung 195.  
 Corlissteuerung s. Drehschieber-Steuerung.  
 Coulomb 1425.  
 Coulombsches Gesetz 1427, 1435.  
 Cremonaplan 172.  
 Curtisrad 722, 752, 757.  
 D'Alembertsches Prinzip 205.  
 Daltonsches Gesetz 531, 760.  
 Dampfabsperrventil 516, 836.  
 Dampfdiagramm 572.  
 Dampfdruckpumpe 1265.  
 Dampfgehalt 551.  
 Dampfgeschwindigkeit 566.  
 Dampfmaschine 1224.  
 Dampfessel 806.  
 —, Ausrichtung der 835.  
 —, Berechnung der Blech-dicken der 330, 854.  
 — -feuerungen 786.  
 — -nietung 330, 854.  
 Dampfkolben 661.  
 Dampfkrane 1191.  
 Dampflassigkeitsverlust 580, 718.  
 Dampfmantel 586.  
 Dampfmaschine (Berechnung) 563, 592.  
 Dampfpresspumpe 1221.  
 Dampfschieber 512.  
 Dampfstrahl-Luftpumpe 774.  
 Dampfstrahlpumpe 1268.  
 Dampfströmung 564.  
 Dampftabelle 555, 558.  
 Dampfturbine 713.  
 Dampfüberhitzer 824.  
 Dampfverbrauch (Dampf-m.) 579, 600.  
 — (Turbine) 721.  
 Dampfzylinder 664.  
 Dauerleistung 1493.  
 Dauerversuche (Festigkeit) 278.  
 Daumenrolle 1088.  
 Dehnung 221, 290.  
 Dehnungsrohre 505.  
 Dehnungsspannung (Riemen, Seil) 407, 423.  
 Dehnungstheorie (Festigkeit) 292.  
 Dehnungszahl 222.  
 de Laval-Dampfturbine 722.  
 — -Düse 723.  
 Deutz-Generator 874.  
 Deutzer Kleingasmotor 887.  
 Diagramm, Dampf- 572.  
 — Entwurf (Einzyl.-Masch.) 580.  
 — Entwurf (Mehrzyl.-Masch.) 589.  
 — für Axialturbinen 974.  
 — für Radialturbinen 977.  
 — Turbinen- 973.  
 Dichtungen 494.  
 Dielektrikum 1435.  
 Dieselmachine 862.  
 Dieselverfahren s. Gleichdruck-Differentialbremse 1109.  
 Differentialgleichungen 102  
 Differentialkurve 75.  
 Differentialpumpe 1221.  
 Differentialquotienten 72.  
 Differentialquotienten höh. Ord-nung 74, 77.  
 Differentiationsregeln 73.  
 Direkte Regelung 749.  
 Diskusgetriebe 395.  
 Doerfel-Luftpumpe 771.  
 — -Steuerung 607.

- Dohmen-Leblanc-Kupplung 454.  
 Doppelfeuer 874.  
 Doppelflammrohrkessel 814.  
 Doppelhaken 1090.  
 Doppelinjektor 1269.  
 Doppelkäfing-Motoren 240.  
 Doppelkegelkupplung 453, 454.  
 Doppelkolbenmotor 905.  
 Doppelleiter 139.  
 Doppelpumpe 1220.  
 Doppelpunkt 82.  
 Doppelschiebersteuerung 604.  
 Doppelschlußmaschine 1476.  
 Doppelsitzventil 608, 748.  
 Dowsongas 874.  
 Drahtseil 989.  
 Drahtseile im Kranbau 1079.  
 Drahtseiltrieb 401, 421.  
 Drahtseiltrommel 1082.  
 Drehbänke 1361.  
 Drehbewegung des Körpers 212.  
 Drehfeld 1507.  
 Drehfeldmeßgerät 1464.  
 Drehkran, fahrbar 1175.  
 —, ortsfest 1165.  
 Drehkraftkurve 687.  
 Drehmoment 213, 256.  
 Drehrostgenerator 875.  
 Drehschaukel 1018.  
 Drehschiebersteuerung 625.  
 Drehsulgeräte 1464.  
 Drehstäble 1306.  
 Drehstrom 1457.  
 Drehstrommotor 1507.  
 Drehstromtechnik (Hebezg.) 1139.  
 Drehung 212.  
 Drehungsfeder 267.  
 Drehungsfestigkeit 256.  
 Drehversuche 260.  
 Drehzahländerung (Regler) 708.  
 Drehzahlenreihe 1320.  
 Drehzahlregler 697.  
 Drehzahlreglung, elektr. 1497, 1518, 1522.  
 Drehzahlverstellung 747.  
 Dreieck 50, 52.  
 Dreieckschaltung 1459.  
 Dreiflammrohrkessel 816.  
 Dreiphasenstrom 1458.  
 Dreiweghahn 511.  
 Drillingspumpe 1221.  
 Drosselklappe 522.  
 Drosselkurve 563.  
 Drosselreglung 745, 746, 749.  
 Drosselscheibe 1278.  
 Drosselventil 748.  
 Droßlung 548, 563.  
 Druckeinspritzung 897.  
 Druckfestigkeit 222.  
 Druckgasanlage 873.  
 Druckhöhe, hydraulische 945.  
 —, hydrostatische 939.  
 Druck, kritischer 550, 567, 723.  
 Drosselkurve 563, 1255.  
 Druckluftbehälter 922.  
 Druckluftleitung (zum Anlassen von Verbrennungsmotoren) 923.  
 Druckmittelpunkt (hydr.) 940.  
 Druckölsteuerung 750.  
 Druckregler 1045.  
 Druckspannung 222.  
 Druckstäbe im Stahlbau 1056.  
 Druckstufung 722.  
 Druckventil (Kompressor) 1281.  
 Druckverhältnis, kritisches 570.  
 Druckverlust in Wasserrohrleitungen 952.  
 Druckversuch 222.  
 Druck-Volumendiagramm 537, 562.  
 Druckwirkung, Pumpen- 1209.  
 Druckzerstäubung 897.  
 Düse (Dampfturb.) 723.  
 Düsenregelung 745, 750.  
 Düsenverlust 714, 716.  
 Düsenpaltzerstäuber 897.  
 Dunstsättigung 534.  
 Duplex-Pumpe 1227.  
 Durchbiegung (Festigkeit) 230.  
 Durchfluß d. Mündungen u. Leitungen 564.  
 Durchflußgleichung bei Kreiselpumpen 1244.  
 — b. Turbinen 973.  
 Durchflußkühlung 893.  
 Durchflußwiderstand (Ventil) 1218.  
 Durchflutung, elektrische 1431.  
 Durchlaufträger 248.  
 Durchmesser, Normal- 299.  
 Dynamik 199.  
 Dynamische Werkstoffprüfung 277.  
 Ebene 132.  
 Ebene Kurven 80.  
 Ebene Scheibenbewegung 195.  
 Ebene Wandungen (Dampfkessel) 856.  
 Echtwiderstand 1451.  
 Effektive Leistung (Dampfturb.) 718.  
 Effektivwert eines Wechselstromes 1449.  
 Eigenreibung (Regler) 698, 704, 706.  
 Eigenschwingung 1446.  
 Ejektoren 1268.  
 Ejektorschütze 964.  
 Einankerumformer 1530.  
 Einblasegefäß 922.  
 Einblasepumpen 921.  
 Einfeuerverfahren 874.  
 Einflammrohrkessel 808.  
 Eingriffdauer (Zahnrad) 345, 349.  
 Eingrifflinie 339.  
 Einheitsbohrung 297.  
 Einheitsgetriebe 388.  
 Einheitswelle 297.  
 Einheitsgewinde, metrisches 312.  
 Einkammerkessel 819.  
 Einkammersteuerung 604, 606.  
 Einlaßschütze 960.  
 Einlaßventil 916.  
 Einphasenmotor 1521.  
 Einschnürung 222, 275.  
 Einschieber-Expansionssteuerung 602.  
 Einseilgreifer 1196.  
 Einspritzkondensation 760.  
 Einspritzverhältnis 865.  
 Einstellring (Kugellager) 475.  
 Eintrittskondensation 585.  
 Eisenverluste 1455.  
 Einzylinder-Masch. (Berechnung) 583.  
 Ekonomiser, Greenscher 827.  
 Elastische Bolzenkupplung 448.  
 — Isolationskupplung 448.  
 — Linie 230.  
 — Nachwirkung 276.  
 — Schwingung 202.  
 Elastizitätsgrenze 275.  
 Elastizitätsmodul 222.  
 Elastizität u. Festigkeit 221.  
 Elektroturbinen 750.  
 Elektrische Bremsung 1135, 1137, 1144.  
 — Beleuchtung 1544.  
 — Winden 1155.  
 Elektrischer Einzelantrieb 1409.  
 Elektrizitätsmenge 1425.  
 Elektrizitätszähler 1467.  
 Elektrodampfkessel 823.  
 Elektrodynamische Geräte 1464.  
 Elektrofilter 872.  
 Elektroflasche 1159.  
 Elektrohängebahn 1160.  
 Elektrolyse 1460.  
 Elektromagnet 1434.  
 Elektromotor 1488, 1563, 1507, 1521, 1522.  
 Elektromotorische Kraft 1425, 1438, 1477, 1484.  
 Element, galvanisches 1438.  
 Ellipsoid 137.  
 Elevatoren 1268.  
 Ellipse 117.  
 Endausrückung (Kran) 1150.  
 Energie der Dämpfe 551.  
 — der Gase 528, 530.  
 — (Regler) 698, 706.  
 Energieumsatz (Kompr.) 1291.  
 Energieverlust (Dampfturb.) 714.  
 Entflammung 877.



- Entlasteter Schieber 601.  
 — Spurzapfen (Turbine) 1023.  
 Entlastungskolben (Dampf-  
 turb.) 738.  
 Entropie 545, 554.  
 Entropiediagramme 545, 554.  
 Entropietafel 548.  
 Entnahmeturbine 928.  
 Epizykloide 127, 344.  
 Erdölestillate 876.  
 Erstarrungspunkt 877.  
 Erwärmung elektr. Maschinen  
 1476, 1492.  
 Erzeugungswärme 551.  
 Erzwungene Schwingung 204.  
 Escha-Hochkantriemen 404.  
 Evolvente 128, 349.  
 Evolventenverzahnung 341, 349,  
 352.  
 Eulersche Knickformel 251.  
 Eulerscher Multiplikator 105.  
 Expansionsarbeit 572.  
 — -exponent 582, 589, 631, 867.  
 — -linie (Dampf.) 574, 582.  
 — -schieber 604.  
 — -steuerung 602.  
 Exponentialgleichungen 69.  
 Exponentialreihe 85.  
 Exzenter 595, 648.  
 Exzenterstange 650.  
 Exzentrischer Zug und Druck  
 261.  
 Fachwerk 171.  
 —, Kräftepläne 172.  
 — Kranbau 1061.  
 Fachwerksbau (allgem. Regeln)  
 1059.  
 Fadentriebe 399.  
 Fahrwerke 1121, 1127.  
 Farad 1425.  
 Füllungsungleich 600.  
 Federn 308.  
 — Festigkeit 266.  
 Federregler 697, 698, 705.  
 Feinrechnen 961.  
 Feld, elektrisches 1435.  
 —, magnetisches 1427.  
 Feldkurve 1441.  
 Feldstärke, elektrische 1435.  
 Fellow-Verfahren 356, 1394.  
 Fernsventil 1238.  
 Ferranti-Schieber 514.  
 Ferraris-Geräte 1464.  
 Feuerbuchskessel 806.  
 Festigkeit 221.  
 —, elektrische 1438.  
 —, zusammengesetzte 261.  
 Festigkeitszahlen 282.  
 Fettschmierung 416, 460.  
 Feuchte Luft 534.  
 Feuchter Dampf 551.  
 Feuchtigkeit 534.  
 Feuchtung (Dampfkessel) 786.  
 Fingerfräser 373.  
 Filter, Elektro- 872.  
 Finksche Drehschaufel 1018.  
 Fischleiter, -Paß 960.  
 Flachgewinde 319.  
 Flachkeil 307.  
 Flachregler 697, 708.  
 Flachschieber 594.  
 Flächeninhalte ebener Figuren  
 97.  
 Flächenträgheitsmoment 236.  
 Flammpunkt 877.  
 Flammrohrkessel 808.  
 Flammrohrversteifung 855.  
 Flanschen-Formstücke 489.  
 Flanschenrohr, gußeisernes, Ta-  
 belle 486.  
 Flanschverbindungen 492, 498.  
 Flasche (Geschirr) 1089.  
 Flaschenzug (Hand-) 1147.  
 — (elektr.) 1159.  
 Fliehkraft 217.  
 Fliehkraftbremse 1111.  
 Fliehkraftregler 697.  
 —, Analytische Berechnung  
 699.  
 —, Untersuchung ausgef. Reg-  
 ler 703.  
 Fließgrenze 221, 275.  
 Fließvermögen 877.  
 Floßgasse 960.  
 Fluchtentafeln 144.  
 Flügelpumpe 1240.  
 Flügelräder 1002.  
 Flüssige Brennstoffe 876.  
 Flüssigkeitsdruck 940.  
 Flüssigkeitswärme 550, 554.  
 Förderhöhe 1207, 1243.  
 Förderkübel 1198.  
 Fördermenge (Pumpen) 1210.  
 Förderung von Schüttgut 1193.  
 Formänderungen (Festigkeit)  
 290.  
 Formdrehbank 1367.  
 Formfaktor 1451.  
 Formfräser (Zahnräder) 355,  
 373.  
 Formstücke 488.  
 Formverfahren 355.  
 Fouriersche Reihen 151.  
 Fräser 1307.  
 — für Zahnräder 355, 373.  
 Fräsmaschinen 1374.  
 Francis-Turbine 989.  
 Freie Schwingung 188, 203.  
 Freifall 186.  
 Freiflußventil 519.  
 Freihängen (Turbine) 977.  
 Freistehende Drehkrane 1165.  
 Freistrahlturbine 975, 1032.  
 Frequenz eines Wechselstromes  
 1451.  
 Frischdampf-Abdampf-Turbine  
 935.  
 Führerkatzen 1161.  
 Führungen f. Werkzeugm. 1353.  
 Führungsbock (Steuerung) 678.  
 Füllung 572, 574, 579, 581.  
 Füllungsungleich 600.  
 Füllungsline 574, 581.  
 Füllungsregelung 745, 747, 886.  
 Fundamentanker 328.  
 Funktionen des Winkels 46.  
 — mehrerer Veränderl. 75, 79.  
 —, unentwickelte 77.  
 Funktionsleiter 138.  
 Gabelrahmen 671.  
 Gallsche Lastkette 1087.  
 — Treibkette 398.  
 Galvanisches Element 1438.  
 Garbe-Kessel 821.  
 Garrard-Getriebe 393.  
 Gasarbeit 537.  
 Gay-Lussacsches Gesetz 529.  
 Gasgemische 531.  
 Gasgesetze 529.  
 Gasgewinde 317.  
 Gaskonstante 531, 532.  
 Gasleitung 922.  
 Gasmaschine 862, 881.  
 Gasöl 876.  
 Gebläse 1211.  
 Gedämpfte Schwingung 203.  
 Gefäße, Festigkeit 269.  
 Gefahrenklasse flüss. Brennst.  
 877.  
 Gefälle 963, 967.  
 Gefällsaufteilung (Dampfturb.)  
 723.  
 Gefällvermehrter 964.  
 Gegendruckanlage 925.  
 Gegendruckturbine 730, 753,  
 757.  
 Gegengewicht 640.  
 — (Kran) 1165, 1174.  
 Gegenkurbel 641.  
 Gegenstromkondensator 760,  
 762.  
 Gekröpfte Kurbelwelle 644.  
 Gelenkkette 397, 398.  
 Gelenkviereck 198.  
 Gemeines Logarithmensystem  
 40.  
 Gemeine Zykloide 129.  
 Gemischbildung 881, 891, 894,  
 897.  
 Gemischregelung 885.  
 Generator, Deutz- 874.  
 Generator-Fassungsraum 876.  
 Generatorgas 872.  
 Geometrische Reihe 44.  
 Gerade (in der Ebene) 114.  
 — (im Raume) 133.  
 Geradführung 671.  
 Geradführungsteile 678.  
 Geradlin. Punktbeziehung 181.

- Gesättigter Wasserdampf 549, 556.  
 Gesetz, Coulombsches 1427, 1435.  
 —, Joulesches 1449.  
 —, Lenzsches 1440.  
 —, Ohmsches 1425, 1466.  
 Gesetze, Kirchhoffsche 1447.  
 Geschweißtes Rohr 501.  
 Geschwindigkeit 181.  
 Geschwindigkeitsdreieck 714.  
 —koeffizient (Dampfturb.) 714, 717.  
 —plan (Dampfturb.) 714.  
 —regler 697.  
 —stufung 722, 735.  
 —wechsel (Werkzeugm.) 1319.  
 —zahl (hydr.) 947.  
 Gestell (Verbrenn.-Motor) 913.  
 Getriebekasten für Zahnräder 1097.  
 Geweberiem 403.  
 Gewindedrehbank 1398.  
 —, Flach- 319.  
 —, metrisches 313.  
 —normen, Anwendung 317.  
 —, Rund- 318.  
 —schneiden 1398.  
 —system 312.  
 —, Sägen- 318.  
 —, Trapez- 318.  
 —, Whitworth- 315.  
 —, Whitworth-Rohr- 317.  
 Gewöhnliche Differentialgleichung 403.  
 Gezungene Bewegung 208.  
 Gichtgas 871.  
 Gleichdruckmotor 897.  
 Gleichdruckturbine 713, 715, 719, 722, 723.  
 Gleichdruckverfahren 862, 864.  
 Gleichförmige Bewegung 184.  
 Gleichstromkondensator 760.  
 Gleichstromdampfmaschine 611, 678, 685.  
 Gleichstrom im Kranbau 1129.  
 Gleichstromerzeuger 1470.  
 Gleichstrommotor 1488.  
 Gleichung, Bernoullische 945, 998.  
 Gleitbahn 670.  
 Gleiten des Fadens 401.  
 Gleitmodul 254.  
 Gleitreibung 175.  
 Gleitschuhe (Kreuzkopf) 657.  
 Gleitverhältnisse (Zahnrad) 346, 351.  
 Gleitwiderstand 331.  
 Gliederkette 1084.  
 Gliederriemen 404.  
 Globoid-Schneckengetriebe 385.  
 Globoidpumpe 1242.  
 Glockenspeicher 933.  
 Glühkopfmachine 862, 894.  
 Glührohrzündung 882.  
 Glyco-Skelett 464.  
 GMA-Turbine s. Wumag.  
 Gnomkupplung 455.  
 Goniometrische Gleichungen 67.  
 — Reihen 85.  
 Grabenanlage 960.  
 Grabeneinlauf 960.  
 Gradierwerk 775.  
 Gradmaß des Winkels 46.  
 Graphische Differentiation 75.  
 — Integration 98.  
 Greifer 1193.  
 Grenzkurve (Dämpfe) 549, 554.  
 Grissongetriebe 368.  
 Grobrechen 960.  
 Grundplatte 913.  
 Grundschieber 604.  
 Großwasserraumkessel 807.  
 Grundablaß 960.  
 Grundschwingung 1449.  
 Gewichtsregler 697, 698, 699, 704.  
 Guldinsche Regel 57.  
 Gummiriemen 404.  
 Gußeisen (Festigkeitszahlen) 284.  
 Gutermuthsches Klappenventil 252.  
 Hähne, Absperr- 509.  
 Haken 1089.  
 Halbgasfeuerung 793.  
 Halbkreuztrieb 406.  
 Halblogarithmische Tafel 144.  
 Halbmesser, Rundungs- 299.  
 Halbwinkelsatz 51.  
 Handkatzen 1117.  
 Handwinden 1117, 1119.  
 Hanfseil 422.  
 Hanfseiltrieb 421.  
 Hanfseilscheibe 425.  
 Hängebock 472.  
 Hängeearmlager 470.  
 Hannibal-Pumpe 1233.  
 Harlé-Balcke-Wärmespeicher 933.  
 Harmonische Schwingung 109, 160, 188, 203.  
 Härteprüfung 276.  
 Hartung-Regler 706.  
 Hauptachsen 236.  
 Hauptsatz, erster 528.  
 —, zweiter 544.  
 Hauptspannungen 289.  
 Haupttragemomente 236.  
 Hebermaschinen 1078.  
 Heißdampf 551.  
 Heißdampf-Lokomobile 685.  
 Heißdampfmaschine 685.  
 Heizfläche, Vorwärmer 831, 835.  
 —, Überhitzer 825.  
 Heizkanal 798.  
 Heizrohrkessel 814.  
 Heizwert 537, 549, 878, 880.  
 Henry 1426.  
 Henschel-Jonval-Turbine 965, 975, 976.  
 Hessesche Normalform der Geraden 115.  
 Heusinger-Umsteuerung 628.  
 Heyland-Diagramm 1515.  
 Hildebrandt-Zahnkupplung 452.  
 Hill-Büchse 416.  
 Hill-Kupplung 456.  
 Hinterdrehbank 1367.  
 Hobelmaschinen 1385.  
 Hochdruckdampf 574, 587, 593.  
 Hochdruck-Kreiselpumpe (Turbinenpumpe) 1262.  
 Hochdruckpumpe 1244, 1262.  
 Hochleistungsgetriebe 389, 390.  
 Hochleistungskessel 821.  
 Hochofengas 871.  
 Höchstwerte 78.  
 Hochwaldschieber 678.  
 Hohlkeil 307.  
 Hohlwelle 443.  
 Holzfuernriemen 404.  
 Holzkamm 368, 388.  
 Holzschrauben 319.  
 Homogene Differentialgleichung 103.  
 Hookesches Gesetz 222.  
 Hörbliger-Ventil 1281.  
 Horizontaldruckdiagramm 688.  
 Howaldt-Packung 670.  
 Hubmagnet 1199.  
 Hubsäge 1400.  
 Hubventil 1214.  
 Hülsenkupplung 445.  
 Hülsmeier-Spülung 766.  
 Hydraulischer Kompressor 1302.  
 Hydraulische Regler 712.  
 — Tischantrieb 1350.  
 — Getriebe 1319.  
 Hydrodynamischer Druck 945.  
 Hydrostatik 939.  
 Hydrostatischer Druck 939.  
 Hyperbel 119.  
 Hyperbelfunktionen 120.  
 Hyperboloid 137.  
 Hypozykloide 128, 340.  
 Hysteresis, magnetische 1429.  
 —, dielektrische 1438.  
 Ideelle Spannung 264.  
 Impedanz s. Scheinwiderstand.  
 Indikator 628.  
 — -Diagramme (fehlerhafte) 632.  
 — -Versuche 630.  
 Indirekte Regelung 747, 749.  
 Indizierte Spannung 584.  
 Induktion, elektromagnetische 1439.



- Induktion, gegenseitige 1445.  
 —, magnetische 1428.  
 Induktivität 1444.  
 Injektoren 1269.  
 Innenfeuerung 789.  
 Innenverzahnung 356.  
 Innere Energie 528, 551.  
 — Leistung (Dampftrüb.) 718.  
 Integralformeln 88.  
 Integralkurven 96.  
 Integralrechnung der irrationalen Funktionen 92.  
 — der rationalen Funktionen 90.  
 — der transzendenten Funktionen 94.  
 Integration, graphische 96.  
 Integrationsregeln 89.  
 Integrierender Faktor 105.  
 Irrationale Funktionen (Integration) 92.  
 $i$ - $s$ -Diagramm 549, 563, 586.  
 Isfort-Kupplung 457.  
 Isobare s. Zustandsänderung  $p = \text{const.}$   
 Isochore s. Zustandsänderung  $v = \text{const.}$   
 Isotherme 538, 559.  
 — Verdichtung (Kompr.) 1272.  
 Jonval-Turbine 965, 975, 976.  
 Joulesches Gesetz 1449.  
 Junkers-Motor 905.  
 Käfiganker s. Kurzschlußanker.  
 Kalibrierte Kette 1084.  
 Kalorimeter 537.  
 Kamelhaarriemen 403.  
 Kamin s. Schornstein.  
 Kaminkühler 775.  
 Kammlager 470, 473.  
 — (Dampftrüb.) 742.  
 Kammzapfen 437.  
 Kanal (Wasserlauf) 960.  
 Kanalschieber (Trick-) 602.  
 Kapazität eines Kondensators 1425, 1437.  
 — von Sammlerzellen 1461.  
 Kaplanturbine 1010.  
 Kapselgebläse 1299.  
 Kapselpumpe 1240.  
 Kardioide 128.  
 Kaskadenschaltung 1519.  
 Kastengestell 913.  
 Katzen (Hand-) 1123.  
 — (elektr.) 1155.  
 Kaufmännische Arithmetik 44.  
 Kavitationsgefahr 1005.  
 Kegel 56.  
 —, Morse 300.  
 —, normale 299.  
 — feder 268.  
 — fläche 138.  
 Kegelpkupplung (Sellersche) 446.  
 — rad 374.  
 — räderhobelmaschine 1395.  
 — regler 697.  
 — scheiben-Riementrieb 419.  
 — schnitte 1417.  
 Keilrad 393.  
 Keile 302.  
 —, Befestigungs- 303.  
 —, Längs- 306.  
 —, Stell- 305.  
 —, Verwendungsgebiet 309.  
 Keilnutenhobelmaschine 1390.  
 Keilnutenziehmaschine 1390.  
 Keilregelung 903.  
 Keilreibung 176.  
 Keilwellen 444.  
 Kennlinien Gleichstromerz. 1479.  
 — Wechselstromerz. 1487.  
 — Gleichstrommot. 1491.  
 — Drehstrommot. 1515.  
 — Kollektormot. 1522.  
 — magnetische 1433.  
 Kennzahl (Dampftrüb.) 720.  
 Kerbschlagprobe 277.  
 Kerbstift 309.  
 Kerzbähigkeit 277.  
 Kerchove-Steuerung 623.  
 Kernfläche 262.  
 Kesselbauarten 806.  
 Kesselmauerwerk 824.  
 Ketten 1084.  
 — linie 108, 125, 400.  
 — nietung 332.  
 — rad 398.  
 — rolle 1085.  
 — rostfeuerung 790.  
 — triebe 397.  
 — trommel 1085.  
 Kilowattstunde 202, 1426.  
 Kirchhoffsche Gesetze 1442.  
 Klappenventil 1218, 1239.  
 Klauenkupplung 452.  
 Kleingasmotor 888.  
 Kleinturbinen 722, 728, 750.  
 Kleinwasserraumkessel 806.  
 Knickfestigkeit 251.  
 Knickstäbe in Stahlbau 1056.  
 Knickzahlen 1057.  
 Knieröhrenwiderstand (hydr.) 951.  
 Knotenbleche 1059.  
 Knotenpunkt (Fachwerk) 1059.  
 — verfahren 172.  
 Koerzitivkraft 1436.  
 Kohlenstaubfeuerungen 794.  
 Koksofengas 870.  
 Kolben, Berechnung der 661.  
 — beschleunigung 636.  
 — bolzen 909.  
 — gebläse 1271.  
 — geschwindigkeit 584, 593, 635.  
 Kolbenhub 580, 593.  
 — kompressor 1271.  
 — kühlung 911.  
 — luftpumpe 767.  
 — Pumpen- 1233.  
 — ring 663, 912.  
 — schieber 594, 601, 667.  
 — stange 661.  
 — tragende 662.  
 — ventil 610.  
 — (Verbrenn.-Motor) 909.  
 — weg 594, 634.  
 Kollektor 1474.  
 Kombinierte Regelung 745, 746.  
 Kompensationswicklung 1478.  
 Kompression (Dampftrüb.) 575, 582.  
 — (Verbrenn.-Motor) 862.  
 Kompressor 1271, 1280, 1285, 1289, 1290.  
 — Untersuchung 1278.  
 Komprimierte Welle 444.  
 Kondensation, Misch- 760.  
 —, Oberflächen- 763.  
 Kondensator 765.  
 —, elektrischer 1436.  
 — luftpumpe 767, 768.  
 —, naß 761, 768.  
 —, trocken 767.  
 —, trockierend 771.  
 —, Wasserstrahl 774.  
 —, Dampfstrahl 774.  
 Konische Trommel 419.  
 Konizitäten 299.  
 Konsolkran 1185.  
 Kontinuierlicher Träger 248.  
 Kontinuitätsgleichung 945.  
 Kontraktion (hydr.) 947.  
 Kontraktionszahl (hydr.) 947.  
 Konusturbine 995.  
 Koordinatensysteme 112.  
 — transformation 112.  
 Körperinhalt 56.  
 Körperoberfläche 56.  
 Korrektion, Zahnrad- 358.  
 Kosinusreihe 85.  
 Kosinussatz 51.  
 Kotangensreihe 85.  
 Krafteck im Raume 161.  
 — in der Ebene 156.  
 Kräftepaar im Raume 162.  
 — in der Ebene 157.  
 Kräfteplan 172.  
 Kräfte, Zusammensetzung und Zerlegung der 156.  
 Kraftfluß 1428.  
 — linie, elektrische 1435.  
 —, magnetische 1427.  
 — maschinenkupplung 458.  
 Kraftgas 872.  
 — Erzeugung 873.  
 — Heizungsanlage 924, 925.  
 Kran 1162.  
 —, Dampf- 1191.

- Kran, Dreh- 1165.  
 —, Lauf- 1162.  
 —, Wandlauf- 1185.  
 —, Wipp- 1186.  
 —, Schwimm- 1189.  
 —, dynamik 1127.  
 —, lastmagnet 1199.  
 Kranzspaltverlust 982.  
 Kreis 54, 117.  
 —, elektrischer 1446, 1451.  
 —, magnetischer 1431.  
 Kreiselpumpe 1242.  
 Kreisevolvente 128, 342.  
 —, frequenz 1442, 1449.  
 —, funktionen (Tafel) 24.  
 —, prozeß 543, 548.  
 — (Dampfmasch.) 572.  
 — (Verbrenn.-Motor) 863.  
 —, riementrieb 406.  
 —, säge 1399.  
 —, seiltrieb 422.  
 Kreuzgelenkkupplung 450.  
 Kreuzkopf 657.  
 —, führung 671.  
 —, zapfen 657.  
 Kreuzscheibenkupplung (Oldham) 448.  
 Krigar-Gebläse 1302.  
 Kritische Geschwindigkeit 567, 724.  
 —, Temperatur 550.  
 —, Umlaufzahl 741.  
 —, Winkelgeschwindigkeit 442, 740.  
 Kritischer Druck 567, 724.  
 Krumme Punktbeugung 191.  
 Kugellager 474.  
 —, schieber 515.  
 —, ventil 521.  
 Kühler (Gas) 871.  
 Kühlwasserleitung (bei Verbrennungsmotoren) 923.  
 Kühlflächenbeanspruchung 764.  
 Kühlteich 775.  
 Kühlwasserbedarf 760.  
 Kühlwasserleitung 922.  
 Kühlwassermenge 760, 762, 763.  
 Kulissensteuerung 626.  
 Kupfer und Kupferlegierungen (Festigkeitszahlen) 285.  
 Kupferrohr 502.  
 Kupplungen 445.  
 —, Band- 449.  
 —, elastische 448.  
 —, Elektromagnetische 458.  
 —, Kraftmaschinen- 458.  
 —, Kreuzgelenk- 450.  
 —, Reibungs- 453.  
 —, Schubkeil- 457.  
 —, starre 445.  
 —, Zahn- 449, 452.  
 Kurbel 641.  
 —, arm 642, 645.  
 —, druck 639.  
 Kurbelkräfte 639.  
 —, kröpfung 644.  
 —, scheibe 643.  
 —, trieb 634.  
 —, wellenlager 673.  
 —, zapfen 641, 644.  
 Kurbelkastenspülpumpe 894, 896.  
 Kurbeltrieb, Theorie 189.  
 Kurbeltriebe für Werkzeuge 1343.  
 Kurbelwelle 643, 645, 913.  
 Kurven zweiter Ordnung 122.  
 Kurzschlußanker 1510.  
 Labiler Regler 701.  
 Labyrinth-Stopfbüchse 743.  
 Ladepumpe (Zweitaktmotor) 862, 867, 891.  
 Ladestromstärke (elektr.) 1437, 1453.  
 Längskeil 306.  
 Längskugellager 476.  
 Lässigkeitsverlust (Dampf.) 580.  
 Lässigkeitsverlust (Dampfturb.) 718.  
 Lager (Dampfturb.) 742.  
 —, bügel 471.  
 —, Federrollen- 481.  
 —, Kamm- 470.  
 —, Kurbelwellen 673.  
 —, Längs- 476.  
 —, metall 463.  
 —, Michell- 473.  
 —, Nadel- 482.  
 —, Querkugel- 474.  
 —, Rollen- 481.  
 —, Spur- 472.  
 —, Trag- 462.  
 —, Wälz- 474.  
 Laschennietung 333.  
 Lastbügel 1090.  
 Lastdruckbremse 1108, 1114, 1154.  
 Lasthaken 1089.  
 Lastmagnete 149.  
 Laufkatze 1123, 1155.  
 Laufkrane 1162.  
 Laufkranträger 1061, 1162.  
 Lauftrad (Dampfturb.) 738.  
 —, Francis- 995.  
 Laufräder 1094.  
 Laufriingsysteme 474.  
 Laufschaufel 726, 736.  
 Lederbolzenkupplung 448.  
 Lederlinderung (Kolben) 1234.  
 Ledermanschette 1234.  
 Lederriemen 402.  
 Lederscheibenkupplung 448.  
 Lederstulpdichtung 1234.  
 Leerlaufbüchse 415, 416.  
 —, Verlust (Dampfturb.) 718.  
 Leerscheibe 415.  
 Leerscheibenträger 417.  
 Leerschütze 961.  
 Leibungsdruck (Niet) 334.  
 Leitungswiderstand in Röhren 952.  
 —, in Kanälen 955.  
 Leistung am Radumfang (Dampfturb.) 715.  
 Leistung, indizierte — (D.M.) 575; (D. T.) 718.  
 —, elektr. 1425, 1449, 1454, 1459.  
 Leistungsbedarf der Werkzeug-  
 masch. 1317.  
 —, faktor (elektr.) 1451.  
 —, messer 1466.  
 Leistungsregler 697, 711.  
 Leitkanal 725.  
 —, rolle 406, 1085.  
 Leitrad, Francis- 1017.  
 Leitradverlust 716.  
 Leitschaufel 736, 1018.  
 Leitung, metallische 1445.  
 —, durch Konvektion 1460.  
 —, in Gasen 1462.  
 Leitungswiderstand 1425, 1446, 1450.  
 Leitwert 1425, 1447, 1454.  
 Lemniskate 83.  
 Lenix-Spannrollengetriebe 419.  
 Lenz-Regler 709.  
 —, Steuerung 615, 617, 683.  
 —, Stopfbüchse 671.  
 Leuchtgas 869.  
 —, leitung für Motoren 923.  
 —, motor 886.  
 Lichtstrahlindikator 630.  
 Liderungsring 663, 909, 1235.  
 Liderungs-Stopfbüchse 744.  
 Liefermenge (Kompressor) 1278.  
 Liefergrad 1210.  
 — (Kompressor) 1275.  
 Lineares Voreilen 595.  
 Lineare Differentialgleichung erster Ordnung 103.  
 —, nter Ordnung 109.  
 Lochmaschine 1405.  
 Lochplattenzerstäuber 897.  
 Lötens 336.  
 Logarithmen 40.  
 Logarithmische Gleichungen 69.  
 —, Reihen 85.  
 —, Spirale 129.  
 —, Tafel 144.  
 Lokomobile 685.  
 —, kessel 817.  
 Losscheibe 415.  
 Lünemann'sche Leerlauf-  
 büchse 416.  
 Lüfter 1296.  
 Luftbedarf (Verbrennung) 534, 781.  
 — (Verbrenn.-motor) 870.



- Luftdiagramm (Kompressor) 1285.  
 Luftdruckpumpe 1264.  
 Luftspritzung 897, 902.  
 Luftleitung 922.  
 Luftlose Einspritzung 897.  
 Luftmenge, abzugsaugende 761, 762, 764.  
 Luftmesser 1278.  
 Luftpumpe 767.  
 —, Dampfstrahl 774.  
 —, nasse 761, 768.  
 —, rotierende 771.  
 —, Schleuder- 772.  
 —, trockene 767.  
 —, Wasserstrahl- 774.  
 Luftstrahlpumpe 1268.  
 Lux 1544.
- Maag-Verfahren** 360, 374.  
**Maclaurin, Reihe von** 84.  
**Magnetische Induktion** 1428.  
**Magnetisches Feld** 1427.  
**Magnetischer Kreis** 1431. •  
 — Kreisprozeß 1430.  
 — Widerstand 1432.  
**Magnetisierungskurve** 1432.  
 — strom 1452.  
**Magnetismus** 1427.  
**Magnetzündung** 882.  
**Magnetomotorische Kraft** 1432.  
**Mammutpumpe** 1264.  
**MAN-Dampfturbine** 723.  
**M-Kurven (Regler)** 682.  
**Mannesmannrohr** 496.  
**Manometer** 839.  
**Manschette** 1234.  
**Mantelheizung** 589.  
**Mariotte-Gay-Lussacsches Gesetz** 529.  
**Mariottesches Gesetz** 529.  
**Maschinenrahmen** 671.  
**Maschinenzeiten** 1422.  
**Maßbezeichnung** 296.  
**Maßeinheiten, elektrische** 1425.  
**Massenausgleich** 640, 643.  
 — begriff 199.  
 — punkt 201.  
 — trägheitsmoment 213, 215.  
**Maßsystem, absolutes** 199, 1056.  
 — technisches 199.  
**Masut** 876.  
**Mauerkasten** 471.  
**Maxwellscher Satz** 273, 276.  
**Maxima und Minima** 78.  
**Mayer, Rob. (1. Hauptsatz)** 528.  
**Mechanik der Gase** 529.  
 — des Wasserdampfes 549.  
 — flüssiger Körper 939.  
**Mechanischer Reiniger** 871.  
 — Verlust (Dampfturb.) 728, 729.  
 — Wirkungsgrad 558, 695.  
 — (Dampfturb.) 729.
- Mechanischer Wirkungsgrad (Dampfmasch.)** 576, 584, 593.  
**Mehrfachexpansion** 587.  
**Mehrfach statisch unbestimmt** 278.  
**Mehrphasenströme** 1456.  
**Mehrstoffkraftmaschine** 934.  
**Melms-Pfenninger-Turbine** 757.  
**Membranpumpe** 1207.  
**Mengenregelung (Dampfturb.)** 745.  
 — v. Gasmasch. 886.  
**Metalle (Festigkeitszahlen)** 282.  
 — packung (Kopfstücke) 669, 670.  
 — rohre 502.  
 — schluche 504.  
**Methode der kleinsten Quadrate** 151.  
**Meyer-Steuerung** 605.  
**Michell-Lager** 473.  
**Mischkondensation** 760.  
**Mischungsdruck** 533.  
 — temperatur 533.  
**Mischventil** 881.  
**Mittelbare Belastung** 228.  
**Mittelpunkt paralleler Kräfte** 163.  
**Mittelwert** 1442, 1450.  
**Mittl. indiziert. Druck** 584.  
**Mischkondensation** 760.  
**Mischungsdruck** 533.  
 — temperatur 533.  
**Mischventil** 881.  
**M-Kurve (Regler)** 708.  
**Missongschieber** 512.  
**Modul** 343.  
**Mol** 531.  
**Molekulargewicht** 531.  
 —, scheinbares 532.  
**Molekularvolumen** 531.  
 — wärme 533.  
**Mollier-Dampftabelle** 558, 559.  
 — Diagramm 549.  
**Moment, statisches** 157.  
**Momentenlinie** 225.  
**Monograph** 630.  
**Morse-Kette** 398.  
**Muffendruck (Regler)** 698.  
 — kupplung 445.  
 —, rohr, gußeisernes 487.  
**Muffenverbindungen** 496.  
**Müller-Regleaux-Diagramm** 596.  
**Mutterschlüssel** 325.
- Nachdampfen** 585.  
**Nachlaufbremse** 1135, 1143.  
**Nadelregelung** 903, 1034.  
**Nadelschmierbüchse** 461.  
**Näherungsberechnung des bestimmten Integrals** 97.  
**Näherungslösung von Gleichungen** 70.
- Nahtloses Rohr** 500.  
**Naphthalin** 876.  
 — betrieb 891.  
 — motor 842.  
**Nasenkeil** 307.  
**Naßdampf (s. feuchter —)** 551.  
**Naßluftpumpe** 761, 768.  
 — (Kond.) 739.  
**Naßreiniger** 876.  
**Natürliche Logarithmen, Tafel** 22.  
**Nebenschlußmaschine** 1476.  
**Nebenschlußmotor** 1490.  
**Nennleistung** 1493.  
**Nepersche Gleichungen** 51.  
**Netztafel** 142.  
**Newtonsche Methode** 71.  
**Nichteisenmetalle, Festigkeitswerte** 285.  
**Nichtleiter** 1435.  
**Niederdruckpumpe** 1243.  
**Niete** 329.  
**Nieten im Stahlbau** 1053.  
**Nietung, dichte, Berechnung** 334.  
 — für Dampfkessel 330.  
 —, Wahl der — 334.  
**Nocken** 914.  
**Nockensteuerung** 615.  
**Nomographie** 140.  
**Normalbeschleunigung** 192.  
**Normaldruck (Kreuzkopf)** 639.  
**Normale an eine Kurve** 80.  
**Normalebene einer Raumkurve** 140.  
**Normalien zu Rohrleitungen f. Dampf von hoher Spannung** 497.  
**Normalprofile (Walzeisen)** 1068.  
**Normalspannung** 221.  
**Normung** 296.  
**Nulllinie** 228.  
**Nullräder** 359.  
**Numerus** 40.  
**Nutenkeil** 307.  
**Nutzeffekt s. Wirkungsgrad.**  
**Nutzleistung (Dampfturb.)** 718.  
 — (Dampfmasch.) 576.  
**Nutzwirkungsgrad (Dampfm.)** 576.  
 — (Dampfturb.) 720.
- Obelisk** 59.  
**Oberfläche eines Körpers** 58.  
**Oberflächenkondensation** 760, 763, 765.  
**Obergraben** 960.  
**Oberwasserzapfen** 1023.  
**Odesse-Pumpe** 1227.  
**Öffnungswiderstand (Ventil)** 1218.  
**Öldämpfe** 869, 878.  
**Öleinspritzmaschine** 862.  
**Ölgase** 878.

- Ölmotor 862.  
 Ölpumpe 742.  
 Ölschmierung 460.  
 Ölumspanner 1528.  
 Obnesorge-Kupplung 459.  
 Ohm 1425.  
 Oldham-Kupplung 447.  
 Orvo-Pumpe 1224.  
 OV-Kondensator 766.  
  
 Parabel 121.  
 — (kubische) 124.  
 — (semikubische) 124.  
 Paraboloid 137.  
 Paraffinöl 877.  
 Parallelbetrieb von Generatoren 1535.  
 Parallelkoordinaten 112.  
 Parallelogramm der Kräfte 156.  
 Parallelstrom-Kondensation 760.  
 Paralleltrieb 421, 424.  
 Parallelverbundmaschine 588.  
 Parameterdarstellung 83, 138.  
 Parsons-Turbine 723.  
 Parsons Kennzahl 720.  
 Partialdruck 532. [76.  
 Partielle Differentialquotienten  
 Partielle Integration 89.  
 Pascalsches Dreieck 39.  
 Passung 296.  
 Paßsystem 297.  
 Peet-Ventil 514.  
 Pekrun-Getriebe 385.  
 Peltonturbine 966.  
 Pendel, mathemat. 203.  
 —, physisches 216.  
 Pendeln der Wechselstrommaschine 1542.  
 Pendelregler 894.  
 Periodenzahl 1441.  
 Permeabilität 1428.  
 Petroleum 876.  
 — motor 891, 896.  
 Pfeilzähne 371.  
 Pflanzenöle 877.  
 Phasenkompensation 1520.  
 Phasenmesser 1467.  
 — verschiebung 1449.  
 Physisches Pendel 216.  
 Planrost 789.  
 Platten, Festigkeit 270.  
 Plungerkolben 1233.  
 Plungerpumpe 1220.  
 Poissonsches Gesetz 540.  
 — Zahl 222.  
 Polares Trägheitsmoment 213.  
 Polarisation, galvanische 1461.  
 Polarkoordinaten 113.  
 Politzdichtung 765.  
 Polrad 1484.  
 Polytropische Kurve 125, 541.  
 — Zustandsänderung 541, 547.  
 Poncelet (Dehnungstheorie) 292.
- Ponceletsche Grundgleichung 970.  
 — -Verfahren (Zahnrad) 339.  
 Porter-Regler 699.  
 Potenzkurven 124.  
 Preßpumpe 1221.  
 Preßzylinder 1233.  
 Prinzip des d'Alembert 205.  
 Probierhahn 838.  
 Proell-Regler 700, 710.  
 — -Schwabesteuerung 618.  
 — -Stopfbüchse 670.  
 Profiltafeln 1068.  
 Profilverschiebung 359.  
 Projektionssatz 51, 114, 131, 132.  
 Projektive Funktionsleiter 439.  
 Pronyscher Zaum 1049.  
 Propellerturbine 1010.  
 Proportionalitätsgrenze 221.  
 Pseudoastatischer Regler 697.  
 Psychrometer 532.  
 Pulsometer 1265.  
 Pumpen, Ausführungen von — 1220.  
 —, Axial 1258.  
 —, Brennstoff- 918.  
 —, Dampfdruck- 1265.  
 —, Dampfstrahl- 1268.  
 —, Differential- 1221.  
 —, Duplex- 1227.  
 —, Gasdruck- 1264.  
 —, Kapsel- 1240.  
 —, Kolben- 1208.  
 —, Kreisel- 1242.  
 —, Luft- 767.  
 —, Luftdruck- 1264.  
 —, Luftstrahl- 1268.  
 —, Odessa- 1227.  
 —, Orvo- 1224.  
 —, Preß- 1221.  
 —, Wasserstrahl- 1268.  
 —, Zentrifugal- 1242.  
 Pumpenzylinder 1230.  
 Punktverzahnung 348.  
 Pyramidenringventil 1237.  
 Pyrometer 525.
- Quadratische Gleichung (Nomogramm) 1471.  
 Quadratseil 423.  
 Qualitätsregelung s. Drosselregl.  
 Qualitätsziffer s. Kennzahl.  
 Quantitätsregelung s. Mengenregl.  
 Quecksilberdampfgleichrichter 1463, 1532.  
 Querkeil 302.  
 Querkraft 225, 255.  
 Querkugellager 474.  
 Querstrom-Kaminkühler 775.  
 — -Oberflächenkondens. 766.  
 Quetschgrenze 222.
- Rabitz-Getriebe 371.  
 Radialbohrmaschine 1371.  
 Radialturbine 750.  
 Radkörper (Zahnrad) 385.  
 Radreibungsarbeit 692.  
 Radreibungsverlust 717.  
 Radreifendrehbank 1367.  
 Radsatzdrehbank 1367.  
 Räderfräsmaschine 1390.  
 Rädergetriebe (Werkzeugm.) 1331.  
 Rahnen (Verbr.-Masch.) 913.  
 — (Dampfmasch.) 671.  
 Rankinisieren 633.  
 Rateau-Turbine 722.  
 — -Speicher 931.  
 Rationale Funktion (Integration) 89.  
 Raundiagramm (Dampfmasch.) 590.  
 Rauminhalt von Körpern 56 bis 59, 137.  
 Raumkurven 140.  
 Raumspeicher 934.  
 Reaumur 525.  
 Rechen 961.  
 Rechtwinkliges Dreieck 50.  
 Receiver (Aufnehmer) 588.  
 Reduzierte Spannung 264.  
 Reduzierventil 522.  
 Regelmäßiges Vieleck 54.  
 Regelung der Dampfmasch. 602, 697.  
 — der Dampfturb. 745.  
 —, elektr. 1497, 1518.  
 — von Gasmasch. 885, 891.  
 — von Glühkopfm. 894.  
 — von Gleichdruckm. 902.  
 — (Verbrenn.-Mot.) 837, 856.  
 — der Wasserturbinen 1044.  
 Regler 697.  
 Regula falsi 70.  
 Regulatoren, Turbinen- 1044.  
 Regelventil 748.  
 Regelvorrichtung (Dampfturb.) 747.  
 Reibahlen 1307.  
 Reibräder, Berechnung u. Ausführg. 392, 396.  
 Reibung, gleitende 175.  
 — (hydr.) 952.  
 — (Kugellager) 477.  
 — rollende 180.  
 Reibungsarbeit (Zapfen) 427.  
 Reibungskupplung 453.  
 Reibungsverluste, mechanische 982.  
 Reibungszahlen 179.  
 Reihen (arithmet.) 41.  
 Reihen (geometr.) 43.  
 — (Potenzreihen) 85.  
 Reihenschlußmasch., elektr. 1476, 1491, 1522. [374.  
 Reinecker-Verfahren (Zahnrad)



- Reihenverbundmasch. 588.  
 Reiniger-Bian 871.  
 Reiniger, (Gas-) 820.  
 —, mechanischer 871.  
 Reinigungswasser 876.  
 Relativbewegung 193.  
 Relativexzenter 605.  
 Rentenrechnung 45.  
 Repulsionsmotor 1523.  
 Restarting-Injektor 1184.  
 Resonanz, Schwing. 204.  
 —, elektrische 1453.  
 Restformeln 84.  
 Reuleaux-Schieberdiagramm 596.  
 — -Verfahren (Zahnrad) 338.  
 Revolverdrehbank 1367.  
 Reziproke Gleichungen 66.  
 Richtungsgleichung der Geraden 114.  
 Richtungsregeln, elektr. Strom 1440.  
 Rider-Steuerung 606.  
 Riemen, Balata, Gummi- 403.  
 —, Gewebe- 403.  
 —, Glieder- 404.  
 —, Keilnut- 404.  
 —, Leder- 402.  
 Riementrieb 401, 402, 405.  
 — (Berechnung) 407.  
 — (halbgeschränkt) 406.  
 Riemenscheiben 411.  
 Riemenverbindung 404.  
 Ringschmierlager 465.  
 Ringschmierung 461.  
 Ringschütze 1029.  
 Ringventil 1166.  
 Ring, zylind. (Math.) 58.  
 Ritterisches Schnittverfabr. 174.  
 Rohhaut (Zahnrad) 366.  
 Rohölmotor 862.  
 — mit Glühkopfzündung 846.  
 Rohre 484.  
 —, Berechnung der 490.  
 —, genietete 502.  
 —, geschweißte 501.  
 —, gußeiserne 485.  
 —, Flanschen- 486.  
 —, Muffen- 487.  
 —, nahtlose 500.  
 —, Flußstahl- 496.  
 —, Kupfer-, Messing-, Bronze- 502.  
 —, Kennfarben für 507.  
 Rohrleitungen, Normen für 486, 497.  
 Rohrreibung (hydr.) 952.  
 Rohrventil 608.  
 Rohrverschraubungen 503.  
 Rollenkette 397, 398.  
 Rollreibung 180.  
 Rollenquerlager 481.  
 Rollkörper (Dynamik) 219.  
 Root-Gebläse (-Blower) 1301.  
 Rost 789.  
 Rotationspumpe 1240.  
 Rotierende Luftpumpe 771.  
 Rotierende Kompressoren 1289.  
 Ruckschaltwerk 1351.  
 Rückkehrpunkt (Math.) 82.  
 Rückkühlanlage 774.  
 Rundeisenkette 1084.  
 Rundführung (Kreuzkopf) 671.  
 Ruths-Speicher 932.  
 Rutschkupplung 1096.  
 Sägen 1399.  
 Sägespänerreiniger 876.  
 Sammlerzellen 1461.  
 Sandfang 961.  
 Sankey-Diagramm 924.  
 Satttdampf 549, 556.  
 Sättigungskurve s. Grenzkurve.  
 Satzrad 348.  
 Sauerstoffbedarf 534.  
 Sauggasanlage 873.  
 Saughub 866.  
 Saugkorb 1209, 1239.  
 Saugrohr 993, 1005.  
 Saugüberfall 961.  
 Saugwirkung, Pumpen- 1208.  
 Saugzug (Dampfkessel) 800.  
 Säulenarmlager 470.  
 Schäd. Raum (Dampfmasch.) 574.  
 — (Kompressor) 1274, 1280.  
 Schalenkupplung 445.  
 Schallgeschwindigkeit 567.  
 Schaltwerke 1351.  
 Schaltwerk (Schwungrad-) 695.  
 Schaufel (Dampfurb.) 726, 736.  
 Schaufelklotz 996, 1001.  
 Schaufelprofil (Dampfurb.) 727.  
 Schaufelung der Axialpumpen 1258.  
 — der Axialturbine 976.  
 — für Becherturbinen 1037.  
 — der Radialturbine 981.  
 — der Francisturbine 995, 999.  
 — für Kaplanurbinen 1017.  
 — der Radialpumpe 1252.  
 Schaufelverlust 717.  
 Scheibenfräser 355.  
 Scheibenkette 398.  
 Scheibenkupplung 446.  
 Scheinbares Molekulargewicht 532.  
 Scheinwiderstand 1451.  
 Scheitelfaktor 1450.  
 Scheitelkurve (Steuerung) 603.  
 Scheitelwert 1442, 1449.  
 Scherdruck (Nomogramm) 145.  
 Schere 1405.  
 Scherkeil 328.  
 Scherring 328.  
 Scherversuch 254.  
 Schieber, Absperr- 511.  
 —, Kugel- 515.  
 Schieberabmessungen 600.  
 Schieberdiagramm 596.  
 Schieberellipse 598.  
 Schieberkasten (Wandstärke) 665.  
 Schieberkompressor 1285.  
 Schieberstangenführung 651.  
 Schiebersteuerung (Dampfms.) 594, 679.  
 Schieberweg 594.  
 Schieberhub 594, 603.  
 Schieberkreis 597.  
 Schieber Spiegel 600.  
 Schiefe Ebene 175.  
 Schiefwinkliges Dreieck 51.  
 Schienenprofile 1077.  
 Schienarbeit 277.  
 Schlaggrenze (Ventil) 1217.  
 Schlagzahn (Zahnrad) 381.  
 Schleifenwicklung 1471  
 Schleifmaschinen 1380.  
 Schleifscheiben 1308.  
 Schleuderbremse 1111.  
 Schleudergebläse 1296.  
 Schleuderluftpumpe 772.  
 Schleuse 960.  
 Schlupf 401.  
 Schlüpfung eines Drehfeldmotors 1510.  
 Schmelzwärme 527.  
 Schmierung 432, 460.  
 Schneckengetriebe 378, 1098.  
 —, Bearbeitung der 379.  
 —, Berechnung der 379.  
 Schneidenform 1305.  
 Schnellschlußvorrichtung 745.  
 Schnellschlußventil 522.  
 Schnellstahl 1303.  
 Schnittgeschwindigkeiten 1304.  
 Schnittwiderstand 1310.  
 Schnüffelventil 1236.  
 Schornstein 799.  
 Schrägnockenregelung 903.  
 Schrägrost 790.  
 Schrauben 310.  
 — Arten 324.  
 — Berechnung der 319.  
 — feder, Berechnung 268.  
 — —, Reibungskupplung 456.  
 — fläche 138.  
 — Kraft- und Bewegungsverhältnisse 311.  
 — linie 138.  
 — -pumpe 1258, 1262.  
 — rad, zylindrisches 369.  
 — — gebläse 1298.  
 — -sicherung 326.  
 — ventilator 1298.  
 Schraubräder 376.  
 Schrupfen 336.  
 Schubkeilkupplung 457.  
 Schubkurbelgetriebe 71.  
 Schubmaß 254.  
 Schubspannungen 254.

- Schubstange (Dampfmasch.) 650.  
 Schubstangenkraft 639.  
 Schubstange von Verbr.-Masch. 912.  
 Schubzahl 254.  
 Schütze, Absperr-, Leer- 960.  
 — Außen- 1029.  
 — Spalt- 1029.  
 Schüttgutförderung 1193.  
 Schwamkrug-Turbine 979.  
 Schweißen 335.  
 Schwerölmaschine 862.  
 Schwerpunkt 163.  
 — -lage 165.  
 Schwimmen 943.  
 Schwimmerventil 523.  
 Schwimmkrane 1189.  
 Schwingdaumensteuerung 615.  
 Schwingung, harmonische 188.  
 Schwingungsfestigkeit 278.  
 Schwingungsmoment 691.  
 Schwungrad 687.  
 —, Ausführungen 666.  
 —, Berechnung 690.  
 Schwungradlose Dampfmaschine 1224.  
 Seile 422, 423.  
 Seilbahnkrane 1208.  
 Seileck als Momentenfläche 227.  
 — -verfahren 158.  
 Seilscheiben 425.  
 Seiltrieb 401, 421.  
 — Berechnung 423.  
 — Hanf- u. Baumwolle- 421.  
 Seiltrommel 1082.  
 Seilrohrkessel 812.  
 Selbstgreifer 1193.  
 Selbstinduktion 1444.  
 Selbstschlußventil 522.  
 Sellers-Kupplung 446.  
 Semikubische Parabel 124.  
 Shapingmaschinen 1389.  
 Sicherheitsgrad (Festigkeit) 293.  
 Sicherheitskurbel 1106, 1113.  
 Sicherheitsregler 745.  
 Sicherheitsventil 838.  
 —, Hochhub 838.  
 Sicherheitsvorrichtung (Dampf-turb.) 745.  
 Siederohrkessel 815.  
 Siedetemperatur 549.  
 Siemens 1425.  
 Siemens-Schuckert-Turbine (SSW) 757.  
 Silcurit (Zahnrad) 366.  
 Simplexpumpe 1227.  
 Simpsonsche Regel 55, 58, 95.  
 Singulärer Punkt 82.  
 Sinoiden-Diagramm 598.  
 Sinusreihe 85.  
 — -kurve 108.  
 — -satz 51.  
 — -schwingung 188, 203, 1450.
- Sitze 297.  
 Skott-Stillmaschine 938.  
 Skrubber 876.  
 Sohlplatte 471.  
 Solaröl 877.  
 Solenoid 1434.  
 Spaltverlust 718.  
 Spannkraft beim Fadentrieb 400.  
 Spannplatte 327.  
 Spannrolle 419.  
 Spannstift 309.  
 Spannung, elektr. 1425, 1435, 1438.  
 — zulässige (Festigkeit) 293.  
 Spannungsabfall von Maschinen (elektr.) 1477, 1487, 1526.  
 Spannungskurve 549.  
 Spannungsmesser 1465.  
 Spannungssprung 588, 632.  
 Spannungstheorie 288.  
 Spannungsverbindung 303.  
 Spannungsverhältnisse, Rie-men- und Seiltrieb 400.  
 Spannungswandler 1529.  
 Speicher für Abdampf 931.  
 Speicherfähigkeit 932.  
 Speisepumpe 835.  
 Speiseregler 836.  
 Speiserufer 836.  
 Speiseventil 836.  
 Speisewasservorwärmer 827.  
 Sperrdampf 743.  
 Sperrbremse 1106, 1111.  
 Spezif. Dampfmenge 551.  
 — Druck 526.  
 — Gewicht (Gase) 527.  
 — Volumen 526.  
 — Wärme 527, 530, 551.  
 — Widerstand 1447.  
 Sphärische Koordinaten 131.  
 Spiel 296.  
 Spiralboller 1306.  
 Spiralen 128.  
 Spiralturbine 992.  
 Spiritus 847.  
 Spitze einer Kurve 82.  
 Sprung (Zahnrad) 369.  
 Spurlager 472, 476.  
 Spurzapfen 429, 436.  
 Stabile Regler 697, 701.  
 Stabilität des Schwimmens 943.  
 Stabilitätsgrad (Regler) 703.  
 Stabkraft (Fachwerk) 171.  
 Stahlbandtrieb 410.  
 Stahl und Eisen (Festigkeits-werte) 282.  
 Stanzwerkzeuge 1309.  
 Statik starrer Körper 155.  
 Statischer Regler 697.  
 Statische Stoffprüfung 274.  
 Statisches Moment 157.  
 — des Parabelbogens 95.  
 Statisch unbestimmte Fälle 245.
- Stau, — -anlage, — -höhe, — -weite 957, 960.  
 Stauscheibe 1278.  
 Stehbock 472.  
 Stehbolzen 329, 856.  
 Stehlager 462.  
 Steigrohr 961.  
 Steilrohrkessel 821.  
 Steinkohlendestillate 876.  
 Steinkohlenteere 876.  
 Steinschrauben 328.  
 Steinzeuggrobre 504.  
 Stellit 1303.  
 Stellinge 444.  
 Stellschraube 322, 444.  
 Stephensonsche Kulissensteuerung 626.  
 Stern-Dreieckschaltung 1514.  
 Sternschaltung 1457.  
 Stetigkeit von Funktionen 72.  
 Steuerung (Dampfmaschine) 594, 609.  
 — (Verbr.-Motor) 883, 899.  
 — von Gasmaschine 883, 891.  
 — von Gleichdruckmaschine 899.  
 Steuerwinkeldiagramm 883, 886, 901.  
 Stevens-Getriebe 396.  
 Stifte 309.  
 Stirling-Kessel 821.  
 Stirnkesselturbine 1029.  
 Stirnkurbel 641.  
 Stirnrad mit geraden Zähnen 343.  
 — mit schrägen Zähnen 369.  
 Stockpunkt 877.  
 Stopfbüchse (Dampfmaschine) 669.  
 — (Dampfturb.) 743.  
 Störungen des Parallelbetriebes 1541.  
 Störungsverlust 1246.  
 Stoß 219.  
 —, Eintritt mit — 979.  
 — -verlust (hydr.) 951.  
 — in Dynamik 219.  
 Stößelhubelmaschine 1389.  
 Strahlablenkung 725.  
 Strahlendruck 957.  
 Strahlkondensator 774.  
 Strahlmaschine 1032.  
 Strahlzerstäubung 897.  
 Streckgrenze 221, 275.  
 Streudüse 776.  
 Streuung, magn. 1433, 1486, 1511.  
 Strömung in Leitungen 564.  
 Strömungsenergie 564.  
 Strömungsgeschwindigkeit (Dampf) 566.  
 Stromwärme 1449.  
 Stromwendung 1478.  
 Stufenscheiben 1322.  
 Stumpf-Regler 712.



- Stützlager 472, 476.  
 Substitutionsregel der Integralrechnung 89.  
 Sulzer-Steuerung 621.  
 Sykes-Verfahren 374.  
 Symmetrische Gleichungen 66.  
 Synchronmotor 1563.  
  
 Tandemaschine 588.  
 Tangensformel 51.  
 Tangensreihe 85.  
 Tangentenviereck 53.  
 Tangentialbeschleunigung 192.  
 Tangentialdruckdiagramm 687.  
 Tangentialebene 135.  
 Tangentialwiderstand 688.  
 Tangentkeil 307.  
 Tauchkolben (Verbrenn.-Motor) 909.  
 Taupunkt 534.  
 Taylorscher Satz 84.  
 Technisches Maßsystem 200.  
 Teeröl 876.  
 Teichmannsche Methode 1048.  
 Teildruck 532.  
 Teilverfahren (Zahnrad) 355.  
 Tellergetriebe 395.  
 Tellerventil 610.  
 Temperatur, absolute 525.  
 —, kritische 550.  
 — u. Festigkeit 287.  
 Temperaturkoeffizient 1447.  
 Tetmajer-Knickformel 252.  
 Theisen-Reiniger (Gas) 872.  
 Thomsonscher Repulsionsmotor 1523.  
 Tiefstwerte 78.  
 Toleranz 296.  
 Tolle-Regler 707.  
 Tonnenlager 475.  
 Torfgas 872.  
 Torsion 256.  
 Torsionspendel 216.  
 Totales Differential 76.  
 Tovote-Büchse 416.  
 Trägheitsellipse 236.  
 Trägheitsgesetz 199.  
 Trägheitskraft 206.  
 Trägheitsmoment des Körpers 212.  
 — einer Fläche 236.  
 Trägheitsradius 236.  
 Trägheitsregler 697.  
 Tragkolben 661.  
 Traglager 462.  
 Tragstange 1023.  
 Tragzapfen 428.  
 Transformation des Koordinatensystems 112, 131.  
 Transformator s. Umspanner.  
 Transzendente Gleichungen 67.  
 — Funktionen (Integration) 94.  
 Trapezformel 55, 95.  
 Trapezgewinde 318.  
  
 Treibkette 397.  
 Trenck-Regler 705.  
 Treppenrost 792.  
 Trickschieber 602.  
 Trieb mit Belastungsspannung 401.  
 — mit Dehnungsspannung 401.  
 Triebstockverzahnung 368.  
 Trockene Luftpumpe 767.  
 Trocken-Reiniger 871, 876.  
 Trommel (Dampfturb.) 737.  
 Tropföler 461.  
 Ts-Diagramm 545, 554, 573.  
 Turbine (Dampfturb.) 713.  
 Turbinen 964.  
 — -gehäuse 1029.  
 — -sätze 1029.  
 —, Untersuchung der 1047.  
 — -vorgelege 1026.  
 — -welle 1021.  
 Turbogebläse 1290.  
 Turbokompressor 1290.  
  
 Überdeckung 594, 608.  
 Überdruck 526.  
 — -diagramm 687.  
 — -turbine 713, 715, 719, 723, 734, 757.  
 Überfall 949, 960, 1047.  
 Überfallmessung 949, 1047.  
 Überhitzer 824.  
 Überhitzer Wasserdampf 551.  
 Überhitzungswärme 551.  
 Überlappt geschweißte Rohre 501.  
 Überlappungsnietzung 331.  
 Überlauf (Schieber) 596.  
 Überschiefen (Schieber) 596.  
 Übersetzungsverhältnis der Fadentriebe 402.  
 Überströmregelung 904.  
 Uhlhorn-Kupplung 458.  
 Umdrehungskörper 57.  
 Umdrehungsregler 421.  
 Umfangsleistung (Dampfturb.) 715.  
 Umformer 1530.  
 Umlaufende Scheiben (Festigk.) 273.  
 Umlaufgetriebe 1339.  
 Umlaufventil 518.  
 Umlaufzahl, spezifische 968, 1029, 1033.  
 Umspanner 1524.  
 Umsteuerung 626.  
 Una-Pumpe 1221.  
 Unbestimmte Ausdrücke 79.  
 Unbestimmtes Integral 87.  
 Undichtheitszahl 701.  
 Undichtheitsverlust (Dampf-m.) 580.  
 — (Dampfturb.) 718.  
 Unempfindlichkeitsgrad (Regler) 698, 703, 704.  
  
 Unendliche Reihen 84.  
 Unentwickelte Funktionen 77, 79, 82.  
 Ungleichförmige Bewegung des Punktes 184.  
 — — des Wassers 957.  
 Ungleichförmigkeitsgrad (Schwungrad) 687.  
 — (Regler) 697, 699, 701, 703.  
 — Windkessel 1212.  
 Unica-Papierstoff (Zahnrad) 366.  
 Universalgelenk 450.  
 Universal-Strahlkondensator 774.  
 Unrunde Scheibe 615.  
 Unterdruck 526.  
 Unterflurkühler 776.  
 Unterschnitt 354, 356, 357.  
 Untersuchung der Wasserturbine 1047.  
 Unterwind 800.  
 Ursprungsfestigkeit 279.  
  
 Vakuumpumpe 1287.  
 Vau-Räder 359.  
 VDI-Vergleichsprozeß 578.  
 Vektor 1449.  
 Velozipedkran 1181.  
 Ventilabmessungen 608.  
 —, Absperr- 515.  
 — -antrieb 614.  
 Ventilationsverlust (Dampfturb.) 717.  
 Ventilator 1296.  
 —, Anblase- 873.  
 — -kühler 776.  
 Ventilbelastung 1214.  
 — -berechnung 1219.  
 — -bewegungsgesetz 1216.  
 —, Doppelabsperr- 520.  
 —, Druckminderungs- 522.  
 — -erhebungsdiagramm 613.  
 — -feder 611, 922.  
 — gesteuertes Hub- 1214.  
 —, Hub- 1214, 1236.  
 —, Klappen- 1239.  
 — -kolben 1235.  
 — -kompressor 1280.  
 — -kräfte 610.  
 —, Reduzier- 522.  
 —, Rohrbruch- 522.  
 — -schlag 1217.  
 —, Schnellschluß- 522.  
 —, Selbstschluß- 522.  
 —, selbsttätiges Hub- 1214, 1236.  
 —, Sicherheits- 838.  
 — -steuerung 608, 614, 883, 899.  
 —, Umlauf- 518.  
 — (Verbrennungsmotor) 914.  
 — -widerstand 1217.  
 —, Wiss- 517.

- Verbrennung, Gewichts- und Raumverhältnis 534, 780.  
 —, motorische 868.  
 Verbrennungshub 866.  
 Verbrennungskraftmaschine 862.  
 —, Berechnung 878.  
 Verbrennungsprodukte 535, 536.  
 Verbrennungstemperatur 781.  
 Verbunddampfmaschine 587.  
 — -lokomobile 685.  
 Verdampfung flüssiger Brennstoffe 877.  
 Verdampfungskühlung 893.  
 Verdampfungswärme 549.  
 Verdampfungszahl 786.  
 Verdichter s. Kompressor.  
 Verdichtung (Dampfmasch.) 575.  
 — (Verbrenn.-Motor) 862.  
 Verdichtungshub 866.  
 Verdichtungsverhältnis 864, 865.  
 Vergaser 891.  
 Vergasermaschine 862, 891.  
 Vergasungsverfahren 873.  
 Vergleichsprozesse 576.  
 Verhalten, hydraulisches, der Turbine 983, 1040.  
 Verkettung 1439.  
 Verladeanlagen 1201.  
 Verluste in Dampfturb. 716.  
 Vernietung (Berechnung) 331.  
 —, Wahl der — 334.  
 Verpuffungsmaschine 862.  
 Verpuffungsverfahren 862, 863.  
 Verspätungswinkel 1216.  
 Verstärkungskraft (Regler) 699, 705.  
 Verteilungsschieber 604.  
 Verwandlungsinhalt 545.  
 —, Verminderung des — bei Dampfturb. 722.  
 Verwindungsprobe 260.  
 Verzahnungsgesetz 337.  
 Verzögerung 181.  
 Vielstrahlkondensator 774.  
 Viertaktmotor 886.  
 Viertaktsteuerung 883, 899.  
 Viertaktverfahren 862.  
 Viskosität 877.  
 Voith-Beilke Reibungskupplung 456.  
 Voith-Isolationskupplung 448.  
 Volldruckverhältnis 865.  
 Völligkeitsgrad 632.  
 Volt 1425.  
 Voltmeter 1465.  
 —, statische 1465.  
 Volumen, spezif. 526.  
 — -Diagramm 590.  
 Volumetrischer Wirkungsgrad s. Liefergrad.  
 Vorausströmung 575.  
 Voreilen (lineares) 595.  
 Voreilwinkel 595.  
 Voreinstromung 575, 583.  
 Vorgelege, Riemen- 418.  
 Vorkammerverfahren 897, 898.  
 Vorwärmer 827.  
 Walzen (deutsche Normalprofile) 1068.  
 Walzenkessel 808.  
 Wälzfräser 357.  
 Wälzhebelsteuerung 615.  
 Wälzlager 474.  
 Wälzverfahren 356.  
 Wandarm 471.  
 Wanddrehkrane 1185.  
 Wanderlasten 246.  
 Wanderrolle 419.  
 Wanderrost 790.  
 Wandarmlager 470.  
 Wandlaufkrane 1185.  
 Wandungswirkungen 574, 584.  
 Wandwinden 1119.  
 Wärme, latente 527.  
 —, spezif. 527, 530, 533.  
 — -tabelle 552.  
 Wärmeäquivalent 528.  
 Wärmebilanz 924.  
 Wärmediagramm 545, 554.  
 Wärmedurchgang 571.  
 Wärmedurchgangszahl (Kondensator) 763.  
 Wärmeeinheit 527, 547, 551.  
 Wärmegefälle 573, 714.  
 Wärmeleichung, allgemeine 529.  
 Wärmekapazität 527.  
 Wärmeleitung-Verlust (Dampfturb.) 718.  
 Wärmeleitzahl 571.  
 Wärmemechanik 525.  
 Wärmemenge 527.  
 Wärmerückgewinnungsfaktor 719.  
 Wärmespeicher 925, 931.  
 Wärmeübergang 571.  
 Wärmeverbrauch 580.  
 Wasserdampf, gesättigter 549.  
 —, -Tabelle 558.  
 —, nasser 551.  
 —, überhitzter 551.  
 Wasserfassung 960.  
 Wasserkraftanlagen 959.  
 Wassermessung 1047.  
 Wasserräder 964.  
 Wasserrohrkessel 815.  
 Wasserschloß 961.  
 Wasserschieber 512, 514, 515.  
 Wasserstandsglas 837.  
 Wasserstandsregler 1046.  
 Wasserstoß b. Turbinen 972.  
 Wasserstrahl-Luftpumpen 774.  
 — -Kondensator 774.  
 Wasserstrahlpumpe 1268.  
 Wasserturbinenbezeichnung 1041.  
 Wasserweg, absoluter und relativer 987.  
 Watt 1425.  
 Wattmeter 1466.  
 Watt-Regler 699.  
 Wattstunde 1425.  
 Wechselstrommotorische Kraft 1442.  
 Wechselstrom 1449.  
 — -erzeuger 1482.  
 — -motoren 1503, 1507, 1522.  
 Wechsellventil 520.  
 Wehranlage 960.  
 Weicheisenmeßgeräte 1464.  
 Weiß-Regler 711.  
 Weißscher Gegenstromkondensator 702.  
 Welle für Dampfturb. 740.  
 — Einheits- 297.  
 Wellen, Berechnung 439.  
 —, biegsame 444.  
 —, Form- 443.  
 —, Keil- 444.  
 —, mit Kerbzahnung 444.  
 — -kessel 808.  
 Wellrohr 812.  
 Wellenwicklung 1471.  
 Wendegetriebe 395.  
 Wendepole 1479.  
 Werkstoffprüfung 274.  
 Werkzeug 1303.  
 — -maschine 1303.  
 Werkzeugstahl 1303.  
 Westphalesches Gesetz 1216.  
 Wheatstonesche Brücke 1447.  
 Whitworth-Gewinde 314.  
 — — für Gasrohre 317.  
 Widerstand bei Wasserturbinen 969.  
 —, dielektrischer 1436.  
 —, elektrischer 1425, 1447, 1450.  
 —, magnetischer 1432.  
 Widerstandsmoment 236.  
 Widerstandszahlen 950.  
 Widia 1303.  
 Windkessel 1212.  
 Winkelarm 471.  
 Winkelbeschleunigung 196.  
 Winkelgeschwindigkeit 196.  
 —, kritische 442.  
 Winkelrad 374, 391.  
 Winkelzahn 371.  
 Winter-Eichberg-Motor 1523.  
 Wippkrane 1186.  
 Wirbelströme 1445.  
 Wirbelverlust (Dampfturb.) 717.  
 Wirkstrom 1452.  
 Wirkungsgrad, Dampfmasch. 575, 584, 593.  
 —, thermischer 548, 575.  
 —, wirtschaftlicher 576.



- Wirkungsgrad, hydraulischer 982.  
 —, indizierter 575.  
 —, mechanischer 576.  
 —, Gesamt- 576.  
 —, thermischer (Verbrenn.-Mot.) 863, 865.  
 —, wirtschaftl. (Verbrenn.-Motor) 880.  
 —, volumetrischer s. Liefergrad.  
 —, Kompressor 1276.  
 — am Radumfang von Dampfturb. 719.  
 —, innerer (indizierter) von Dampfturb. 719.  
 —, mechanischer von Dampfturb. 719.  
 —, effektiver (Dampfturb.) 720.  
 Wirkungsgradfeld 1041.  
 Wirkwiderstand 1451.  
 Wiß-Ventil 517.  
 Woltmannscher Flügel 1048.  
 Worthington-Pumpe 1224.  
 Wumag-Dampfturbine 753.  
 — -Reglung 749, 936.  
 Wurffeurung, mechanische 790.  
 Wüst-Getriebe 372.
- Zähflüssigkeit 877.  
 Zahlenwerte, wichtige 35.  
 Zähler, elektr. 1467.  
 Zahnabmessungen 343.  
 Zahnbearbeitung 354, 373.  
 Zahnform, -abmessungen 343.  
 Zahnkette 397, 398.  
 Zahnkettentriebe 398.  
 Zahnkupplung 452.  
 Zahnräder 337.  
 —, Berechnung 360.
- Zahnräder, Holz-Eisen 366.  
 —, Robhaut 366.  
 —, Silcurit 366.  
 —, Novotext 366.  
 —, Turbax 366.  
 —, Unica 366.  
 —, Erfahrungszahlen 367.  
 — im Kranbau 1097.  
 —, konstruktive Gestaltung der 385.  
 Zahnräder-Stoßmaschine 1394.  
 Zahnradölpumpe 742.  
 Zahnradpumpe 1241.  
 Zapfen 427.  
 —, Berechnung 433.  
 Zapfengestaltung 439.  
 Zapfenreibung 427.  
 Zentrifugalmoment 237.  
 Zentrifugalpumpe 1242.  
 Zentrifugalventilator 1296.  
 Zeunersches Schieberdiagramm 597.  
 Zickzacknietung 332.  
 Zickzackschaltung 1434.  
 Zinseszinsrechnung 44.  
 Zinsrechnung 44.  
 Zitronen-Verzahnung 371.  
 Zodel-Voith-Kupplung 450.  
 Zoelly-Dampfturb. 722, 730, 753.  
 Zugeordnete Schubspannungen 254.  
 Zugerzeugung (Dampfkessel) 798.  
 Zugfestigkeit 221.  
 Zugkraft, magnetische 1430.  
 Zugspannung 221.  
 — (zulässige) 293.  
 Zugstäbe im Stahlbau 1055.  
 Zug und Druck gerader Stäbe 223.
- Zugversuch 221, 274.  
 Zulässige Beanspruchungen 293.  
 Zünddämpfe 869.  
 Zündflansch 883.  
 Zündöl 897.  
 Zündpunkt 877.  
 Zündung 882.  
 Zusammen gesetzte Bewegung 193, 210.  
 — Festigkeit 261.  
 Zustandsänderung (Gase) 537.  
 — (Dampf) 556.  
 Zustandsgleichung (Gase) 530.  
 — (Dampf) 554.  
 Zustandskurve 551.  
 Zwangläufige Ventilsteuerung 612, 614.  
 Zweidruckturbine 935.  
 Zweikammerkessel 815.  
 Zweikammersteuerung 604, 607.  
 Zweiphasenstrom 1457.  
 Zweitaktmotor 891.  
 Zweitaktsteuerung 885, 900.  
 Zweitaktverfahren 862, 867.  
 Zwergkessel 806.  
 Zwischendampfentnahme 926.  
 Zwischenüberhitzung 593.  
 Zyklische Verzahnungen 340.  
 Zykloiden 127, 341.  
 Zykloidenverzahnung 339, 344.  
 Zyklotrische Funktionen 49.  
 Zylinder (Dampf) 664.  
 — (Pumpen) 1230.  
 — (Verbrennungsmotoren) 907.  
 Zylinderdeckel 665.  
 — -verhältnis 587.  
 Zylindrische Koordinaten 130.  
 Zylindrisches Schraubenrad 369.



### Hochdruckzylinder einer stehenden Verbundmaschine mit Kolbenschiebersteuerung (S. M. F., Chemnitz).

### Mitteldruck-Zylinder einer Dreifachexpansionsmaschine

300 · 480 · 750

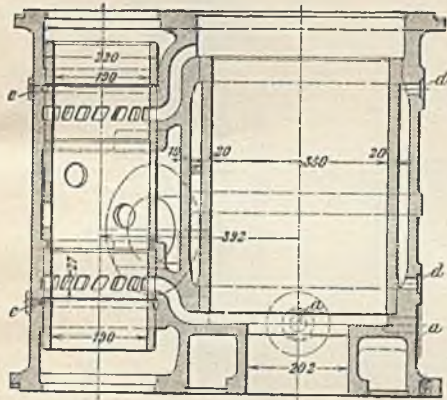
700

$n = 120$  (Wumag).

Abb. 1.

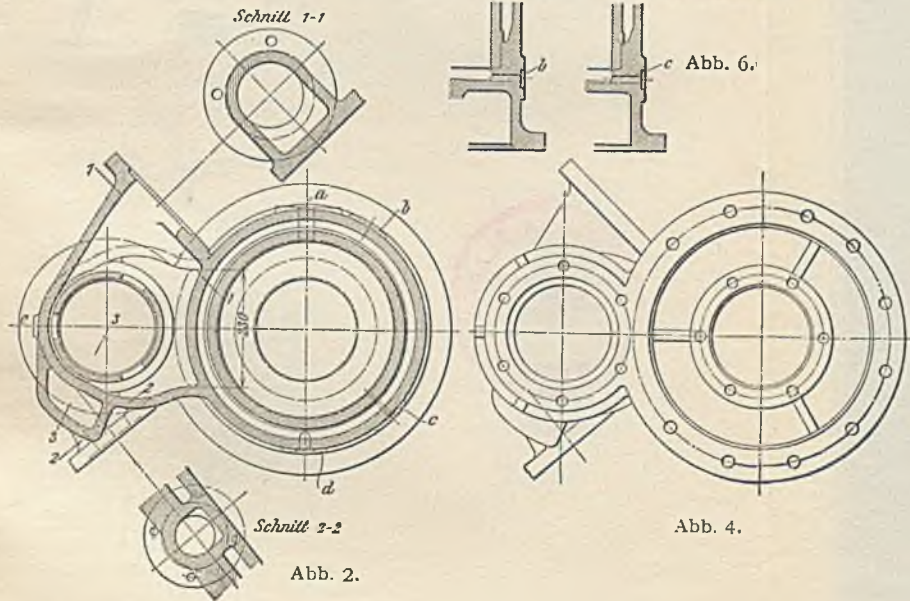
Abb. 5.

Abb. 3.



Schnitt 1-1

Abb. 6.



Schnitt 2-2

Abb. 2.

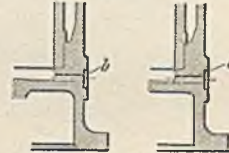


Abb. 4.

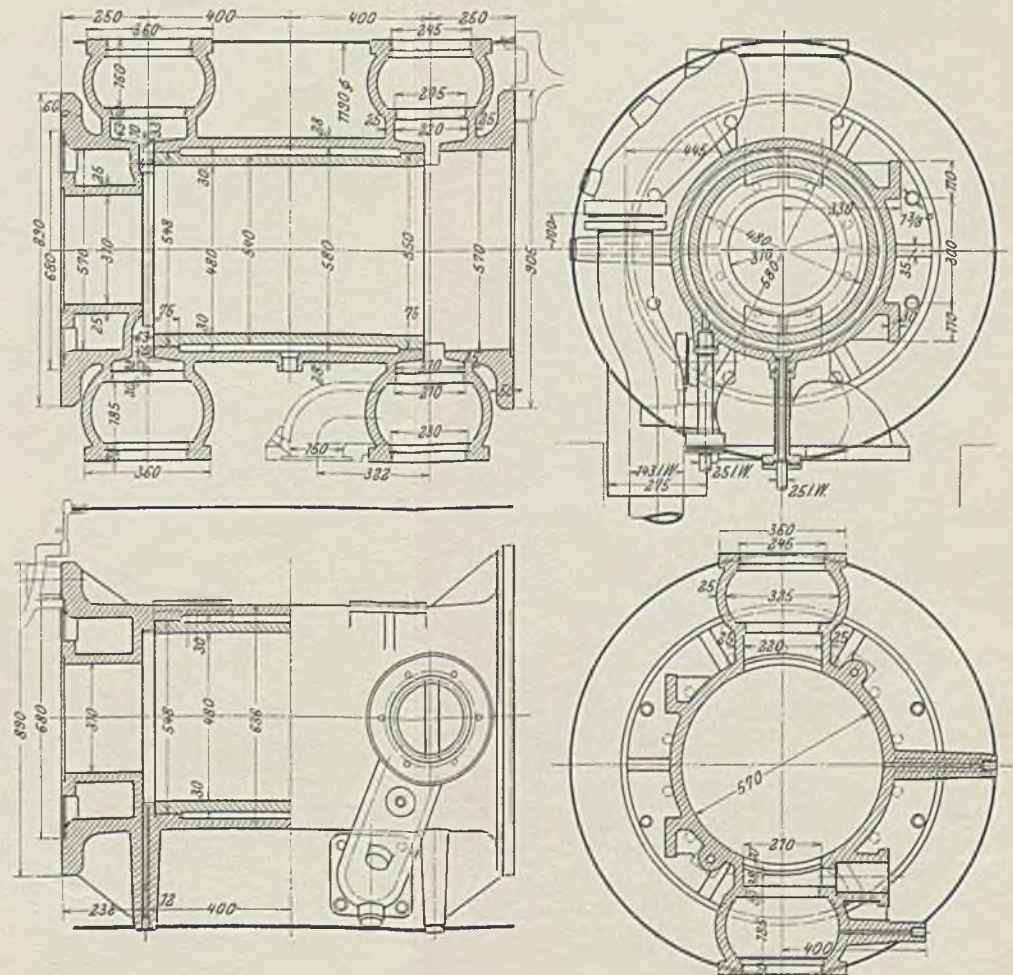
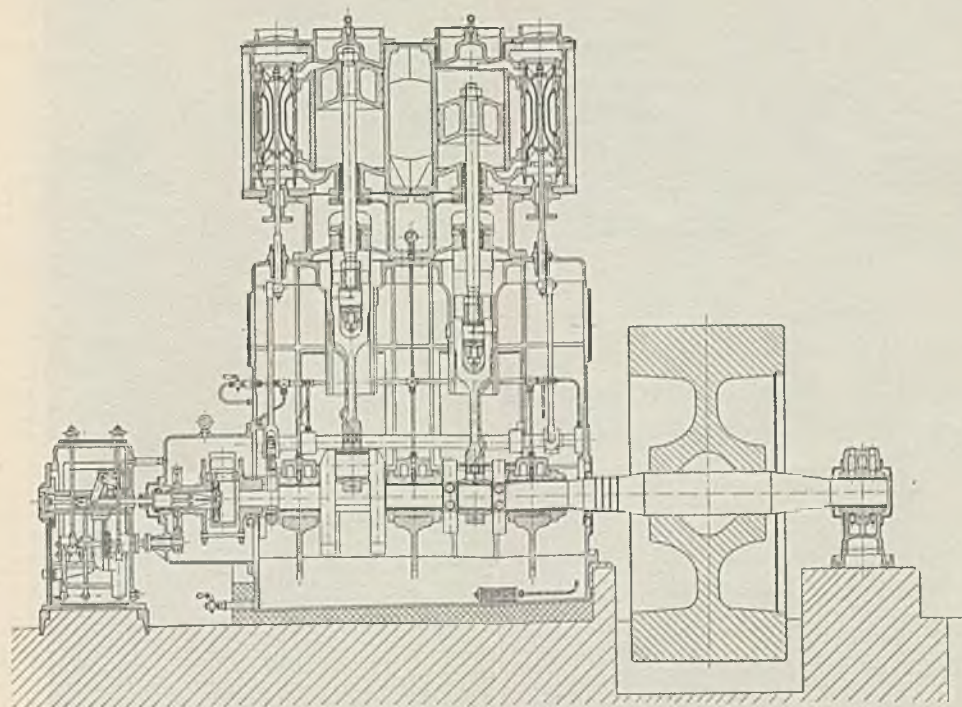
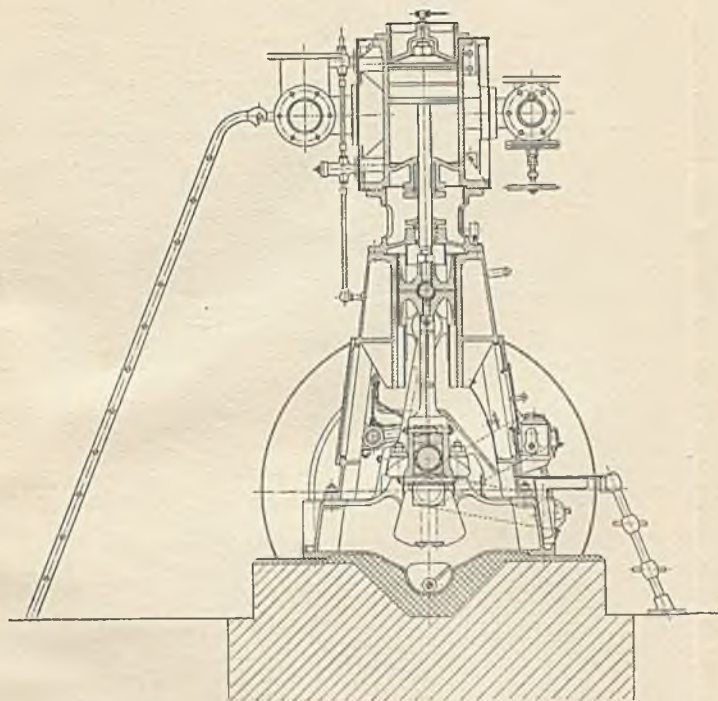
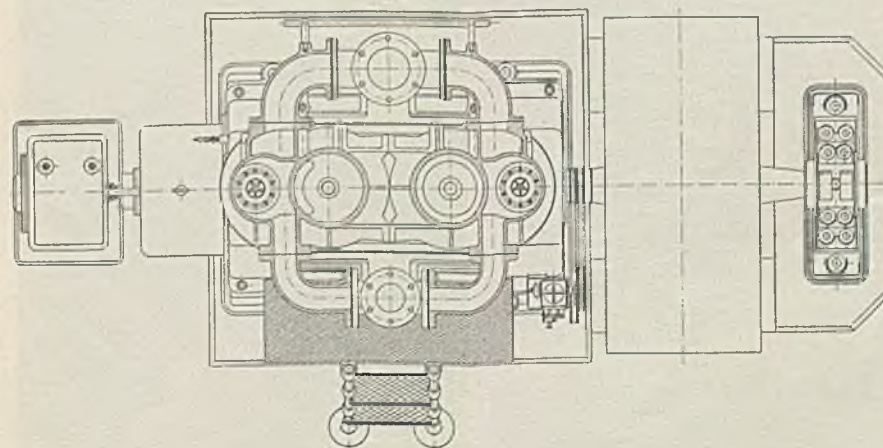


Abb. 7.

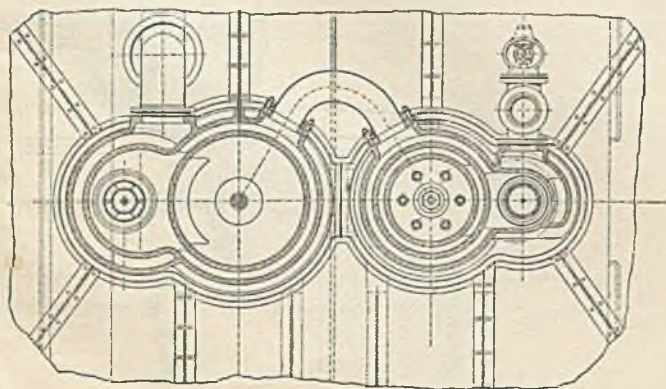
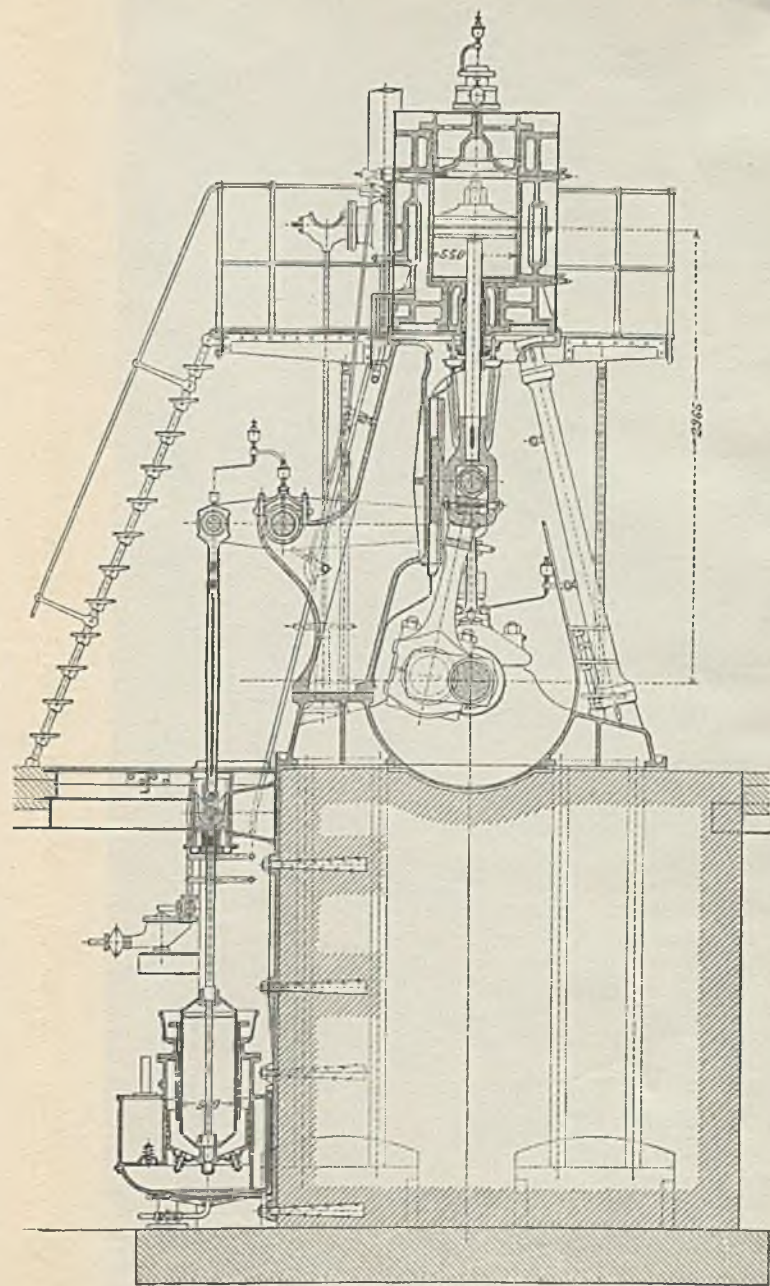
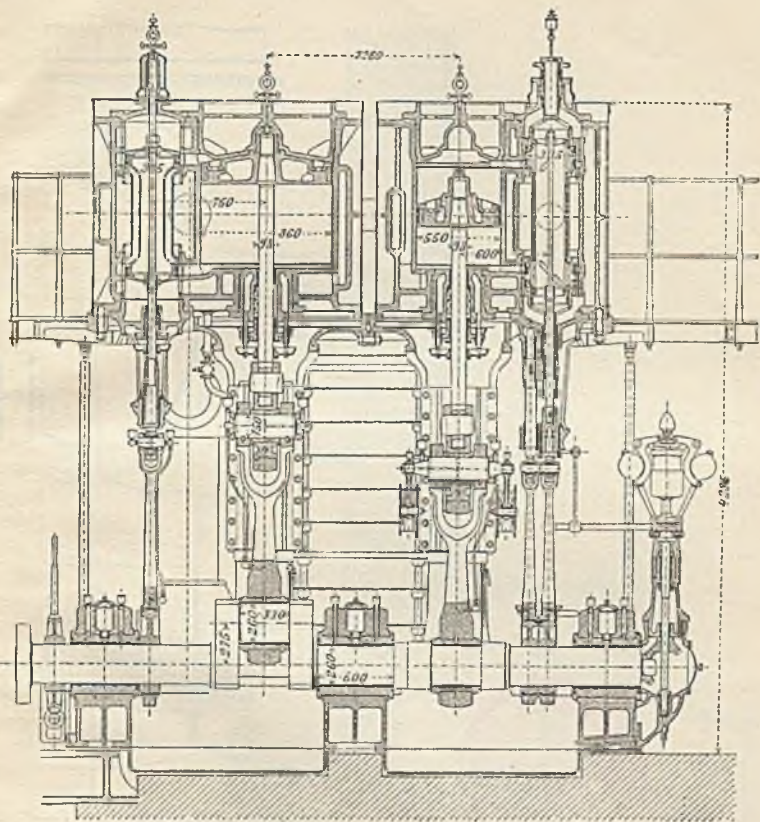




Zwillings-Kapseldampfmaschine  
(A. Borsig, Berlin-Tegel).

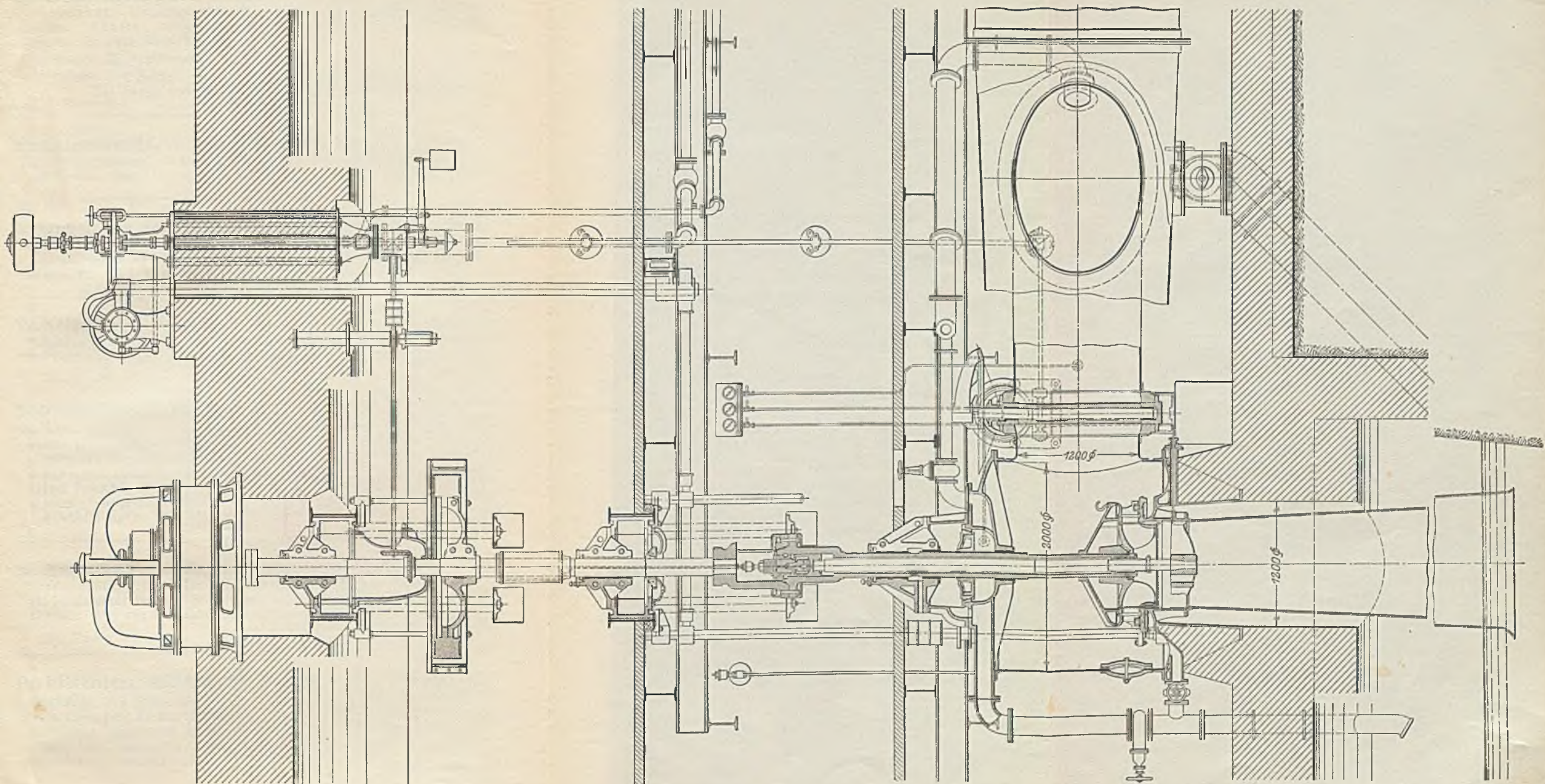






Kondensations-Verbundmaschine mit Schiebersteuerung (MAN).





Direkt gekuppelte Francis-Kesselturbine mit stehender Welle (Voith).



**Taschenbuch für den Maschinenbau.** Bearbeitet von zahlreichen Fachgelehrten. Herausgegeben von Professor **H. Dubbel**, Ingenieur, Berlin. Fünfte, völlig umgearbeitete Auflage. Mit 2800 Textfiguren. In zwei Bänden. 1929.

I. Band: X, 853 Seiten.

II. Band: 903 Seiten.

Zusammen gebunden RM 26.—

Bei Bezug von mindestens 25 Exemplaren an je RM 22.—

---

**Maschinenkunde.** Von Professor **H. Weihe**, Berlin. („Handbibliothek für Bauingenieure“, I. Teil, 3. Band.) Mit 445 Textabbildungen. VIII, 232 Seiten. 1923. Gebunden RM 7.40

---

**Aufgaben aus der Maschinenkunde und Elektrotechnik.**

Eine Sammlung für Nichtspezialisten nebst ausführlichen Lösungen. Von Ingenieur Professor **Fritz Süchting**, Clausthal. Mit 88 Textabbildungen. XVI, 235 Seiten. 1924. RM 6.60; gebunden RM 7.50

---

**Technisches Hilfsbuch.** Herausgegeben von **Schuchardt & Schütte A.-G.** Siebente, verbesserte Auflage. Mit 500 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. X, 526 Seiten. 1928. Gebunden RM 8.—

---

**Betriebs-Chemie für Maschinenbauer und Elektrotechniker.**

Ein Lehr- und Hilfsbuch zur Einführung in die Werkstoffkunde für Maschinen- und Elektrotechniker sowie für den Unterricht an höheren Maschinenbauschulen, Maschinenbauschulen, Betriebsfachschulen und elektrotechnischen Lehranstalten. Von Professor Dr. **Siegfried Jakobi**, Dipl.-Ing., Studienrat der Vereinigten Maschinenbauschulen Wuppertal-Elberfeld. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 108 Abbildungen. VII, 159 Seiten. 1930. RM 6.50

---

**Mechanische Technologie für Maschinentechniker.** (Spanlose Formung.) Von Dr.-Ing. **Willy Pockrandt**, z. Zt. komm. Oberstudiendirektor bei der Staatlichen Maschinenbau- und Hüttenschule Gleiwitz. Mit 263 Textabbildungen. VII, 292 Seiten. 1929.

RM 13.—; gebunden RM 14.50

---

**Praktikantenausbildung für Maschinenbau und Elektro-**

**technik.** Ein Hilfsbuch für die Werkstattausbildung zum Ingenieur. Von Dipl.-Ing. **F. zur Nedden**. Dritte Auflage des Buches „Das praktische Jahr“. Auf Veranlassung und unter Mitwirkung des Deutschen Ausschusses für Technisches Schulwesen neu bearbeitet von Herwarth von Renesse. VIII, 169 Seiten. 1930.

RM 4.50; gebunden RM 5.75



**Maschinenelemente.** Leitfaden zur Berechnung und Konstruktion für Maschinenbauschulen und für die Praxis mittlerer Techniker. Von Dipl.-Ing. **W. Tochtermann**, Professor a. d. Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. Fünfte, völlig neubearbeitete Auflage der Maschinenelemente von Ing. H. Krause. Mit 511 Textabbildungen. X, 456 Seiten. 1930. RM 15.—; gebunden RM 16.50

---

**Vorlesungen über Maschinenelemente.** Von Professor Dipl.-Ing. **M. ten Bosch**, Zürich.

- I. Heft: Festigkeitslehre. Mit 104 Textabbildungen. IV, 72 Seiten. 1929. RM 6.—  
II. Heft: Allgemeine Gesichtspunkte und Verbindungen. Mit 207 Textabbildungen. II, 74 Seiten. 1930. RM 6.—  
III. Heft: Wellen und Lager. Mit 141 Textabbildungen. II, 86 Seiten. 1929. RM 6.60  
IV. Heft: Reib- und Rädertriebe. Mit 196 Textabbildungen. II, 97 Seiten. 1929. RM 7.80  
V. Heft: Elemente der Kolbenmaschinen, Rohrleitungen. In Vorbereitung.
- 

**Die Maschinenelemente.** Ein Lehr- und Handbuch für Studierende, Konstrukteure und Ingenieure. Von Professor Dr.-Ing. **Felix Röttscher**, Aachen. In zwei Bänden.

Erster Band: Mit Abbildung 1—1042 und einer Tafel. XX, 600 Seiten. 1927. Gebunden RM 41.—

Zweiter Band: Mit Abbildung 1043—2296. XX, 754 Seiten. 1929. Gebunden RM 48.—

---

**Elemente des Werkzeugmaschinenbaues.** Ihre Berechnung und Konstruktion. Von Prof. Dipl.-Ing. **Max Coenen**, Chemnitz. Mit 297 Abbildungen im Text. IV, 146 Seiten. 1927. RM 10.—

---

**Die Werkzeugmaschinen,** ihre neuzeitliche Durchbildung für wirtschaftliche Metallbearbeitung. Ein Lehrbuch von Prof. **Fr. W. Hülle**, Dortmund. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 1020 Abbildungen im Text und auf Textblättern, sowie 15 Tafeln. VIII, 611 Seiten. 1919. Unveränderter Neudruck 1923. Gebunden RM 24.—

---

**Automaten.** Die konstruktive Durchbildung, die Werkzeuge, die Arbeitsweise und der Betrieb der selbsttätigen Drehbänke. Ein Lehr- und Nachschlagebuch von **Ph. Kelle**, Oberingenieur in Berlin. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 823 Figuren im Text und auf 11 Tafeln, sowie 37 Arbeitsplänen und 8 Leistungstabellen. XI, 466 Seiten. 1927. Gebunden RM 26.—

---

**Die Werkzeuge und Arbeitsverfahren der Pressen.** Mit Benutzung des Buches „Punches, dies and tools for manufacturing in presses“ von Joseph V. Woodworth von Prof. Dr. techn. **Max Kurrein**, Oberingenieur des Versuchsfeldes für Werkzeugmaschinen an der Technischen Hochschule zu Berlin. Zweite, völlig neubearbeitete Auflage. Mit 1025 Abbildungen im Text und auf einer Tafel sowie 49 Tabellen. IX, 810 Seiten. 1926. Gebunden RM 48.—

**Schnellaufende Dieselmotoren.** Beschreibungen, Erfahrungen, Berechnung, Konstruktion und Betrieb. Von Professor Dr.-Ing. **O. Föppl**, Marinebaurat a. D., Braunschweig, Dr.-Ing. **H. Strombeck**, Obergeringieur, Leunawerke und Professor Dr. techn. **L. Ebermann**, Lemberg. Vierte, neubearbeitete Auflage. Mit 143 Textabbildungen und 9 Tafeln. VI, 237 Seiten. 1929. Gebunden RM 16.50

---

**Öl- und Gasmaschinen** (Ortsfeste und Schiffsmotoren). Ein Handbuch für Konstrukteure, ein Lehrbuch für Studierende von Professor **H. Dubbel**, Ingenieur. Mit 519 Textabbildungen. VI, 466 Seiten. 1926. Gebunden RM 37.50

---

**Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen.** Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und Konstrukteure. Von Professor **H. Dubbel**, Ingenieur. Sechste, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 566 Textfiguren. VII, 523 Seiten. 1923. Gebunden RM 14.—

---

**Geometrie und Maßbestimmung der Kulissensteuerungen.** Ein Lehrbuch für den Selbstunterricht von Geh. Hofrat Professor **R. Grassmann**, Karlsruhe i. B. Zweite, unveränderte Auflage. Mit zahlreichen Übungsaufgaben und 20 Tafeln. VIII, 140 Seiten. 1927. RM 13.50

---

**Bau und Berechnung der Verbrennungskraftmaschinen.** Eine Einführung von Dipl.-Ing. **Franz Seufert**, Obergeringieur für Wärmewirtschaft. Sechste, verbesserte Auflage. Mit 105 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. V, 145 Seiten. 1930. RM 4.80

---

**Bau und Berechnung der Dampfturbinen.** Eine kurze Einführung von Dipl.-Ing. **Franz Seufert**, Obergeringieur für Wärmewirtschaft. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 77 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. IV, 100 Seiten. 1929. RM 3.90

---

**Wasserkraftmaschinen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung von Wasserkraftmaschinen und Wasserkraftanlagen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz**, Stettin. Siebente, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 212 Abbildungen im Text. VII, 149 Seiten. 1929. RM 5.25

---

**Kreiselpumpen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung von Kreis- oder Zentrifugalpumpen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz**, Stettin. Dritte, umgeänderte und verbesserte Auflage. Mit 149 Textabbildungen. V, 115 Seiten. 1930. RM 5.50



# Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau

Herausgegeben von Dipl.-Ing. C. Volk

Direktor der Beuth-Schule, Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin

Erstes Heft: **Die Zylinder ortfester Dampfmaschinen.**

Von Ingenieur H. Frey, Berlin-Waidmannslust. Zweite, erweiterte, auch Höchstdruck und Gleichstrom umfassende Auflage. Mit 131 Textabbildungen. IV, 42 Seiten. 1927. RM 3.—

Zweites Heft: **Kolben.** I. Dampfmaschinen- und Gebläsekolben.

Von Dipl.-Ing. C. Volk, Berlin. II. Gasmaschinen- und Pumpenkolben. Von A. Eckardt, Deutz. Zweite, verbesserte Auflage bearbeitet von C. Volk. Mit 252 Textabbildungen. V, 77 Seiten. 1923. RM 3,60

Drittes Heft: **Zahnräder.** I. Teil: Stirn- und Kegelräder mit geraden Zähnen. Von Professor Dr. A. Schiebel, Prag. Dritte, neu bearbeitete Aufl. Mit 159 Textabbildgn. VI, 132 Seiten. 1930. RM. 10.—

Viertes Heft: **Die Wälzlager, Kugel- und Rollenlager.**

Unter Mitwirkung des Herausgebers bearbeitet von Ingenieur Hans Behr, Berlin (Berechnung, Konstruktion und Herstellung der Wälzlager) und Oberingenieur Max Gohlke, Schweinfurt (Verwendung der Wälzlager). Zugleich zweite Auflage des von W. Ahrens, Winterthur, verfaßten Buches „Die Kugellager und ihre Verwendung im Maschinenbau“. Mit 250 Textabbildungen. V, 126 Seiten. 1925. RM 7,20

Fünftes Heft: **Zahnräder.** II. Teil: Räder mit schrägen Zähnen (Räder mit Schraubenzähnen und Schneckengetriebe). Von Professor Dr. A. Schiebel, Prag. Zweite, vermehrte Auflage. Mit 137 Textfiguren. VI, 128 Seiten. 1923. RM 5,50

Sechstes Heft: **Schubstangen und Kreuzköpfe.** Von Ingenieur H. Frey, Berlin-Waidmannslust. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 158 Textabbildungen. IV, 48 Seiten. 1929. RM 4,20

Siebentes Heft: **Sperrwerke und Bremsen.** Von Dipl.-Ing. Richard Hänchen, Berlin. Mit 188 Textabbildungen. V, 94 Seiten. 1930. RM 9,60

Achtes Heft: **Zapfen und Gleitlager.** Von Professor Dr. A. Schiebel, Prag. In Vorbereitung.

Neuntes Heft: **Konstruktion und Entwurf von Rohrleitungen.** In Vorbereitung.

Zehntes Heft: **Die Bauteile der Dampfturbinen.** Von Dr.-Ing. Georg Karrass, Berlin-Steglitz. Mit 143 Textabbildungen. VI, 99 Seiten. 1927. RM 10.—

Elftes Heft: **Kupplungen bzw. Reibungskupplungen.** Von Oberingenieur Dr.-Ing. E. A. vom Ende, Charlottenburg. In Vorbereitung.

---

**Werkstattbücher** für Betriebsbeamte, Vor- und Facharbeiter. Herausgegeben von Eugen Simon, Berlin. Je RM 2.—; bei Bezug von mindestens 25 beliebigen Exemplaren an je RM 1,50  
Die Werkstattbücher bringen kurze Einzeldarstellungen aus dem Arbeitsgebiet der modernen Maschinenbauwerkstätten von hervorragenden Sachverständigen des Betriebes.

**Die Förderung von Massengütern.** Von Dipl.-Ing. **Georg von Hanffstengel**, a. o. Professor an der Technischen Hochschule zu Berlin.

Erster Band: **Bau und Berechnung der stetig arbeitenden Förderer.** Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 531 Textfiguren. VIII, 306 Seiten. 1921. Manuldruck 1922.  
Gebunden RM 18.—

Zweiter Band: I. Teil: **Bahnen** (Wagen für Massengüter, Wagenkipper, Zweischienige Bahnen, Hängebahnen). Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 555 Textabbildungen. VIII, 347 Seiten. 1926.  
Gebunden RM 24.—

II. Teil: **Krane und zusammengesetzte Förderanlagen.** Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 431 Textabbildungen. VII, 332 Seiten. 1929.  
Gebunden RM 24.—

---

**Billig Verladen und Fördern.** Die maßgebenden Gesichtspunkte für die Schaffung von Neuanlagen nebst Beschreibung und Beurteilung der bestehenden Verlade- und Fördermittel unter besonderer Berücksichtigung ihrer Wirtschaftlichkeit. Von Professor Dipl.-Ing. **Georg von Hanffstengel**, Berlin. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 190 Textabbildungen. VIII, 178 Seiten. 1926. RM 6.—

---

**Lehrbuch der zeitgemäßen Vorkalkulation im Maschinenbau.** Von Ingenieur **Friedrich Kresta**, Beratender Ingenieur, Wien. Unter Mitarbeit von Oberingenieur **Theodor Käch**, Betriebsleiter, Ravensburg (Wttbg.). Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 132 Abbildungen, 116 Tabellen und 7 logarithmischen Tafeln. IX, 294 Seiten. 1928.  
Gebunden RM 22.—

---

**Neuzeitliche Vorkalkulation im Maschinenbau.** Von **Fr. Hellmuth**, Techn. Chefkalkulator, Zürich, und **Fr. Wernli**, Betriebsingenieur, Baden. Mit 128 Abbildungen im Text und zahlreichen Tabellen. V, 219 Seiten. 1924.  
Gebunden RM 11.—

---

**Lehrbuch der Vorkalkulation von Bearbeitungszeiten.** Von Direktor **Kurt Hegner**. Erster Band: Systematische Einführung. Zweite, verbesserte Auflage. (Schriften der Arbeitsgemeinschaft Deutscher Betriebsingenieure, Band II.) Mit 107 Bildern. XII, 188 Seiten. 1927.  
Gebunden RM 15.—

---

**Moderne Zeitkalkulation.** Aus der Praxis des allgemeinen Maschinenbaues bearbeitet von **Otto Auerswald**, Vorkalkulator. Mit 69 Abbildungen im Text und 42 Tabellen. VIII, 126 Seiten. 1927.  
RM 6.—; gebunden RM 7.50

---

**Grundlagen der Betriebsrechnung in Maschinenbauanstalten.** Von **Herbert Peiser**, Vorstandsmitglied der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau A.-G. Zweite, erheblich erweiterte Auflage. Mit 5 Textabbildungen. VI, 216 Seiten. 1923.  
RM 6.60; gebunden RM 8.—



**Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik.** Von Professor Dr. **A. Thomälen.** Zehnte, stark umgearbeitete Auflage. Mit 581 Textbildern. VIII, 359 Seiten. 1929. Gebunden RM 14.50

---

**Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik** in allgemeinverständlicher Darstellung für Unterricht und Praxis. Von **Rudolf Krause.** Fünfte, erweiterte Auflage, neu bearbeitet von **W. Vieweger,** Ingenieur. Mit 413 Abbildungen. VIII, 275 Seiten. 1929. RM 10.—; gebunden RM 11.50

---

**Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von Professor Dr. **Gustav Benischke,** Berlin. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 633 Textabbildungen. XVI, 682 Seiten. 1922. Gebunden RM 18.—

---

**Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von Professor Dr. techn. **Milan Vidmar,** Ljubljana. Mit 352 Abbildungen im Text. X, 451 Seiten. 1928. RM 15.—; gebunden RM 16.50

---

**Elektromaschinenbau.** Berechnung elektrischer Maschinen in Theorie und Praxis. Von Privatdozent Dr.-Ing. **P. B. Arthur Linker,** Hannover. Mit 128 Textfiguren und 14 Anlagen. VIII, 304 Seiten. 1925. Gebunden RM 24.—

---

**Elektrische Maschinen.** Von Professor Dr.-Ing. **Rudolf Richter,** Direktor des Elektrotechnischen Instituts, Karlsruhe.

Erster Band: **Allgemeine Berechnungselemente. Die Gleichstrommaschinen.** Mit 453 Textabbildungen. X, 630 Seiten. 1924. Gebunden RM 32.—

Zweiter Band: **Synchronmaschinen und Einankerumformer.** Mit Beiträgen von Professor Dr.-Ing. Robert Brüderlink, Karlsruhe. Mit 519 Textabbildungen. XIV, 707 Seiten. 1930. Gebunden RM 39.—

---

**Hilfsbuch für die Elektrotechnik.** Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker.** Zehnte, umgearbeitete Auflage.

**Starkstromausgabe.** Mit 560 Abbildungen. XII, 739 Seiten. 1925. Gebunden RM 20.—

**Schwachstromausgabe** (Fernmeldetechnik). Mit 1057 Abbildungen. XXII, 1137 Seiten. 1928. Gebunden RM 42.—

BG Politechniki Śląskiej

nr inw.: 102 - 139278



**Dyr.1 139278**