

Tadeusz Legierski,
Jerzy Madzgała
Politechnika Śląska

HARMONOGRAMOWANIE PRODUKCJI W PROCESIE ELEKTRORAFINACJI MIEDZI

Streszczenie. W referacie przedstawia się problem tworzenia harmonogramu ciągłości produkcji katod i jego optymalizację. Referat zawiera formalizację matematyczną problemu oraz sformułowanie zadania jego optymalizacji.

1. Wprowadzenie

Proces elektrowyodróżnienia prowadzi się w wannach elektrolitycznych, w których mieści się po 34 anod i 35 katod, połączonych równolegle w obwodzie zasilania prądowego.

Siedem takich wariantów tworzy grupę. Grupy wariantów połączone są szeregowo i stanowią one najmniejszą jednostkę, jaką można włączyć (lub wyłączyć) w obwód zasilania prądowego. Włączenie grupy wariantów w obwód prądowy następuje po umieszczeniu we wszystkich wannach anod oraz podkładek katodowych i wypełnieniu wariantów elektrolitem. Zapewnia się również ciągłą wymianę elektrolitu, ponieważ cyrkuluje on w obiegu elektrolitycznym.

Okres eksploatacji zestawu anod na danej grupie wariantów nazywa się cyklem anodowym. Cykl anodowy dzieli się na trzy fazy katodowe.

Faza 1 (2, 3) jest to okres tworzenia się 1 (2, 3) zestawu katod w danym cyklu anodowym. Operacja wymiany 1- (2-) zestawu katod na podkładki katodowe nazywa się 1 (2) ciągnięciem. Faza 3 kończy się operacją przezbrajania zwaną również 3 ciągnięciem. Przezbrajanie składa się z : ciągnięcia katod, usuwania odpadów anodowych, usuwania szlamów, oraz z zaleadunku wariantów nowym zestawem anod i podkładek katodowych.

W Wydziale Elektrowyodróżnienia, który jest obiektem zainteresowań autorów, znajduje się 108 grup produkujących katody oraz 8 grup produkujących podkładki katodowe.

Harmonogramowanie produkcji dotyczy jedynie produkcyjnych grup, które zasilane są prądowo w następujący sposób:

- w pierwszej hali wariantów w dwóch obwodach po 24 grupy,
- w drugiej hali wariantów w dwóch obwodach po 30 grup.

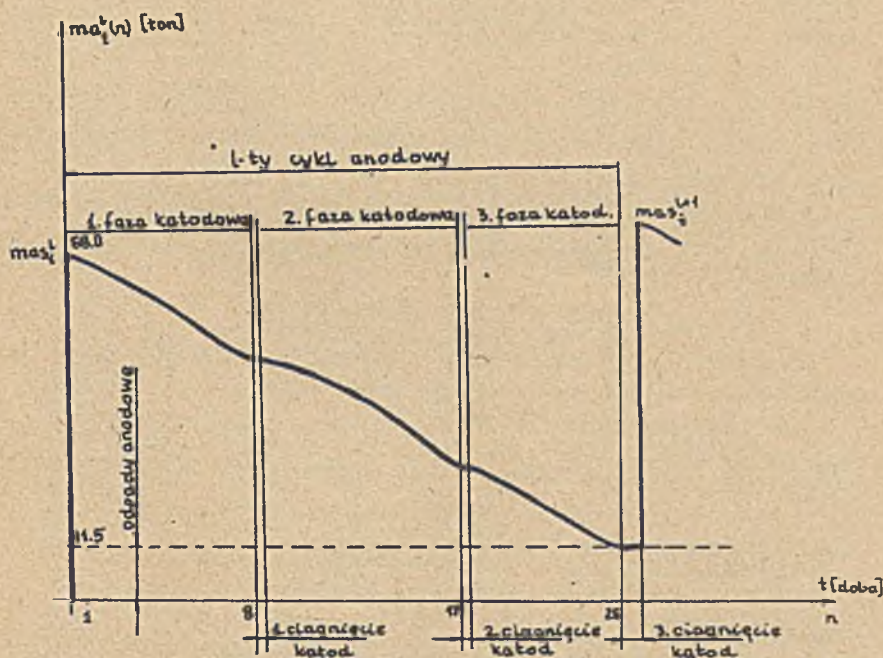
Półowa grup należących do danego obwodu stanowi odrębną całość nazwaną ćwiartką hali wariantów (w 1 hali - 12 grup), w 2 hali - 15 grup).

Prace związane z ciągnięciami i kontrolą procesu elektrowyodróżnienia w osmiu takich ćwiartkach wykonują cztery brygady. Każdej z czterech brygad, pracujących wg kalendarza pracy systemu czterobrygadowego, przydzielono po 27 grup w tym 12 grup w pierwszej hali, zaś w drugiej 15 grup (czyli po jednej ćwiartce w każdej hali). Ilość ciągnięć - wykonanych przez brygadę w czasie jednej zmiany - ograniczona jest

możliwościami transportowymi suwnicy pracującej w danej ćwiartce hali. Ograniczenia transportowe dotyczą tylko ćwiartki hali wienien i podane są jako maksymalna ilość ciągnięć, jakie brygada może wykonać w czasie jednej zmiany w danej ćwiartce.

Brygady wykonują ciągnięcia zgodnie z Harmonogramem Ciągnięć (zwanym dalej harmonogramem), który stanowi zestawienie ciągnięć, jakie mają być wykonane na grupach przydzielonych danej brygadzie.

Harmonogramowanie produkcji jest planowaniem przebiegu procesu elektorafinacji, polegającym na tworzeniu harmonogramów dla wszystkich grup należących do danego obwodu oraz na tworzeniu harmonogramu natężeń prądów dla tego obwodu, przy założonym horyzoncie planowania i spełnieniu zadanych ograniczeń. Tworzenie harmonogramu ciągnięć dla i-tej wiązki się z podjęciem decyzji odnośnie długości 1 i 2 fazy katodowej, zaś od harmonogramów ciągnięć i natężeń zależy przebieg czasowy masy zestawu anod (rys.1, oznaczenia dla zmiennych znajdują się w dalszej części referatu), czyli zależy również długość cyklu anodowego.



Rys.1. Wykres zmian masy anod w 1-tej grupie wienien w 1-tym cyklu anodowym.

11. Formalizacja matematyczna problemu harmonogramowania produkcji

w procesie elektrolizacji miedzi.

Definiuje się następujące zbiory:

Zbiór grup wanień

$$I = \{i : i=1, 2, \dots, 48, 56, 57, \dots, 116\}$$

Zbiór obwodów zasilania prądowego

$$D = \{d : d=1, 2, 3, 4\}$$

Zbiór brygad wykonujących prace związane z prowadzeniem i kontrolą procesu

$$B = \{b : b=1, 2, 3, 4\}$$

Dane są odwzorowania α, β przyporządkowujące każdej grupie wanień odpowiednio obwód zasilania prądowego i brygadę:

$$\alpha: I \rightarrow D \quad E_d = \{i : i \in I \cap \alpha^{-1}(d)\},$$

$$\beta: I \rightarrow B \quad F_b = \{i : i \in I \cap \beta^{-1}(b)\},$$

gdzie: E_d jest zbiorem grup wanień należących do danego obwodu d , zaś,

F_b jest zbiorem grup wanień obsługiwanych przez brygadę b ($\alpha^{-1}(d)$ jest przeciwobrazem d poprzez odwzorowanie α).

Dana jest również relacja $\rho \subset B \times D$ taka, że jeżeli brygadzie b przydzielono grupy w obwodzie zasilania, to para $\langle b, d \rangle \in \rho$. Ilość par $\langle b, d \rangle$ spełniających relację ρ będzie równa ilości następujących zbiorów:

$$G_{db} = E_d \cap F_b \quad \text{dla } \langle b, d \rangle \in \rho$$

Do zbioru G_{db} należą te grupy z obwodu zasilania d , które obsługuje brygada b (grupy należące do jednej ćwiartki heli wanień).

Dalej definiuje się zbiory:

Zbiór ciągnień: $C = \{c : c = 1, 2, 3\}$

Zbiór cykli anodowych objętych planowaniem:

$$L = \{l : l=1, 2, \dots\}$$

Zbiór faz katodowych: $F = \{f : f = 1, 2, 3\}$

Zbiór zadań (ciągnięć), których wykonanie należy zaplanować.

$$Z = I \times L \times C = \{\langle i, l, c \rangle : i \in I, l \in L, c \in C\}$$

Zbiór statusów grup

$$S = I \times L \times F = \{\langle i, l, f \rangle : i \in I, l \in L, f \in F\}$$

Każde zadanie jest określone przez trzy "współrzędne": i -nr grupy, l -cykl anodowy, c -ciągnięcie. Podobnie status grupy określają: i -nr grupy, l -cykl anodowy, f -faza katodowa.

Harmonogramowanie produkcji jako system dynamiczny dyskretny

Problem harmonogramowania produkcji można przedstawić, w oparciu o teorię systemów, jako system dynamiczny dyskretny, który posiada następujące elementy:

1. Zbiory czasów:

- Zbiór czasów R

$$R = \{t : t \in [t_b, t_b + h]\},$$

gdzie: t_b - czas bieżący h -horyzont planowania.

- Zbiór momentów czasu TCR

$$T = \{ t_k: t_k - \text{momenty czasu rozpoczęcia zmian roboczych} \\ t_k = t_0 + k \cdot 8 \quad k = 0, 1, \dots \}$$

gdzie: t_0 - czas rozpoczęcia najbliższej zmiany roboczej.

Kalendarz pracy brygad w systemie czterobrygadowym definiuje się jako odwzorowanie: $f: T \rightarrow B$, o którym zakłada się, że jest znane.

Zbiór T można podzielić na podzbiory, do których będą należeć czasy początków zmian mających miejsce w danym obwodzie zasilania prądowego d . Podzbiory takie będą przeciwobrazem b poprzez odwzorowanie f dla par $\langle b, d \rangle \in \Omega$. Uporządkowane chronologicznie elementy takiego podzbioru momentów czasu numeruje się od 1 do n_m , co można zapisać w następujący sposób:

$$n_d = f^{-1}(b) \rightarrow N \text{ dla danego } d \text{ i dla } \langle b, d \rangle \in \Omega,$$

gdzie: $N = \{ n: n=1, 2, \dots, n_m \}$.

2. Zbiór dopuszczalnych wejść systemu: $U = J \cup U \cup MAS$

- Zbiór dopuszczalnych natężeń prądowych $J = \{ 12.0 \text{ kA}, 12.1 \text{ kA}, \dots, 14.0 \text{ kA} \}$
 - Zbiór dopuszczalnych decyzji dotyczących wykonania lub niewykonania ciągnieć $U = \{ 0, 1 \}$
 - Zbiór mas wsadu anod $MAS = \{ 0 - 74 \text{ ton anod} \}$
- Dla dowolnego $n \in N$ wartości wejść spełniają warunek $j(n) \in J$, $u_1^1 \in U$, $mas_1^1 \in MAS$.

3. Zbiór dopuszczalnych funkcji wejścia systemu: $\Omega = P \times W \times V$

- Zbiór dopuszczalnych harmonogramów natężeń prądów $P = \{ j(n) : N \rightarrow J \}$
- Zbiór dopuszczalnych harmonogramów ciągnieć $V = \{ u_1^1(n) : N \times Z \rightarrow U \}$
- Zbiór dopuszczalnych funkcji wsadów anodowych $W = \{ mas_1^1 : I \times L \rightarrow MAS \}$

4. Zbiór stanów systemu: $X = MA \times X \times S$

- Zbiór mas anod MA
- Zbiór stanów pracy grupy $X = \{ 0, 1 \}$
- Zbiór statusów grup S

5. Funkcja przejścia stanów systemu:

$$\varphi: N \times X \times \Omega \rightarrow X$$

Równanie przejścia stanu systemu można inaczej zapisać jako funkcję określającą stan systemu w momencie czasu $(n+1)$ w zależności od stanu systemu w momencie czasu (n) oraz wejść w tych momentach. Stan systemu i -tej grupy w n -tym momencie czasu określa: $ma_1^1(n)$ - masa zestawu anod l -tego cyklu, oraz $x_1^1(n)$ - stan grupy (równy 1 jeśli i -ta grupa l -tego cyklu, jeśli przeciwnie to równy jest 0).

Równania przejścia stanu systemu, określone do celu harmonogramowania produkcji, jest modelem opisującym zjawisko elektorafinacji (bilans miedzi) oraz uwzględniającym, że w chwili n -tej może nastąpić wymiana zestawu katod na podkłódki katodowe (1. lub 2. ciągniecie) lub wymiana zarówno zestawu anod i katod na nowy zestaw anod i podkłódek katodowych, czyli po prostu zmiana statusu grupy. Równania te są następującej postaci:

$$(1) \quad ma_1^1(n+1) = ma_1^1(n) [1 - u_1^1, 3(n)] + mas_1^1 u_1^1, 3(n)$$

$$-k \cdot \eta'_f(mk_1^{1,f}(n), ma_1^{1,f}(n)) \cdot \eta''_f(j(n)) \cdot \Delta t_n \cdot j(n) \cdot x_1^{1,f}(n)$$

$$(2) \quad x_1^{1,f}(n+1) = \begin{cases} x_1^{1,f}(n) & \text{jeżeli } u_1^{1,0}(n+1) = 0 \text{ i } f = 0 \\ u_1^{1,f}(n+1) & \text{jeżeli } u_1^{1,0}(n+1) = 1 \text{ i } f = 0 \end{cases}$$

gdzie: k - równoważnik elektrochemiczny dla grupy, $\eta'_f(\cdot) = \eta''_f(\cdot)$
 - funkcyjna zależność sprawności prądowej

6. Funkcja wyjścia będąca odwzorowaniem:

$$mk_1^{1,f}(n) : N \times MA \times MAS \rightarrow MK$$

$$mk_1^{1,f}(n) = mas_1^1 - ma_1^{1,f}(n) - \sum_{j=1}^{f-1} mk_1^{1,j}(n),$$

gdzie: MK - zbiór mas katod.

7. Wskaźnik jakości harmonogramowania produkcji będący funkcjonalem:

$$p: \Omega \times X \rightarrow B,$$

gdzie: B - jest podzbiorem liczb rzeczywistych.

W ten sposób harmonogramowanie produkcji przedstawiono jako dyskretny system dynamiczny opisany równaniem przejścia stanu systemu oraz przyjęto, że istnieje kryterium oceny harmonogramowania produkcji zwane wskaźnikiem jakości.

III. Zadanie optymalizacji harmonogramowania produkcji

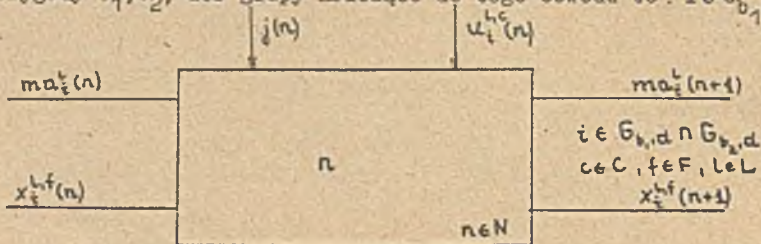
Zadanie optymalizacji harmonogramowania sprowadza się do wyznaczenia funkcji wejść:

$$j(n) \in P \quad \text{oraz} \quad u_1^{1,f}{}_{opt}(n) \in V \quad (\text{dla } n \in N, l \in L, f \in F, i \in I)$$

zapewniających uzyskanie minimalnego wskaźnika jakości z uwzględnieniem ograniczeń. Problem optymalizacji harmonogramowania produkcji (przedstawionego jako system dynamiczny dyskretny) można zdekomponować i трактовать jako wieloetapowy proces decyzyjny. Etapowi decyzyjnemu odpowiada n -ty początek zmiany w danym obwodzie prądowym.

Dla wszystkich etapów decyzyjnych można określić wskaźniki jakości, które dodane do siebie dadzą wskaźnik jakości oceniający harmonogram produkcji. Rozwiązanie takiego zadania można dokonać w oparciu o metodę programowania dynamicznego.

Rys.2 przedstawia schemat blokowy n -tego etapu decyzyjnego dla danego obwodu prądowego d , przy założeniu, że relacje dla danego d spełniają brygady b_1, b_2 , zaś grupy należące do tego obwodu to: $i \in G_{b_1,d} \cap G_{b_2,d}$.



Rys.2 Schemat blokowy n -tego etapu decyzyjnego.

Równania (1) i (2) są równaniami stanu dla tego etapu, zaś wskaźnik jakości dla tego etapu (zależny od stanu przed etapem i zmiennych decyzyjnych na tym etapie) oraz ograniczenia na stan i zmienna decyzyjna podaje się poniżej:

- wskaźnik jakości dla n -tego etapu jest następującą funkcją:

$$PI_n = \sum_{i \in G} PI(ma_1(n), x_1^{1,f}, j(n), u_1^{1,c}(n)) - PI(ma_1^1(n), u_1^{1,3}(n))$$

i wyraża on zysk z wyprodukowania miedzi w przedziale czasu $[n, n+1]$ pomniejszony o straty (dla grup, na których wykonano 3 ciągnięcia) będących funkcją masy niez użytých anod (odpadów anodowych).

- ograniczenia transportowe można wyrazić wzorami:

$$\sum_{i \in G, G_{b_1d}} [\sum_{i \in L} u_1^{1,1}(n) + u_1^{1,2}(n)] + 1,5 \sum_{i \in L} u_1^{1,3}(n) \leq 3,5,$$

gdzie: $i \in G_{b_1d} \cap G_{b_2d} \quad n \in N$.

$$u_1^{1,c}(n) = 0 \quad \text{jeżeli} \quad n \notin n_d(f^{-1}(b_1)) \quad \text{dla} \quad i \in G_{b_1d}$$

$$u_1^{1,c}(n) = 0 \quad \text{jeżeli} \quad n \notin n_d(f^{-1}(b_2)) \quad \text{dla} \quad i \in G_{b_2d}.$$

Rozwiązanie tego zadania metodami numerycznymi, bez przyjęcia dodatkowych założeń, okazało się niemożliwe. W referacie [3] przedstawiono hierarchiczny algorytm tworzenia harmonogramu ciągnięć. W algorytmie tym, sprawdzonym w praktyce przemysłowej, przyjęto założenie, że $j(n) = \text{const}$ dla $n \in N$. Autorzy przyjmując tak utworzony harmonogram ($u_1^{1,c} = \text{const}$) i dokonując poszukiwania minimum wskaźnika jakości względem $j(n)$ dla $n \in N$ znaleźli przybliżone rozwiązanie tego zadania.

LITERATURA

- [1] Bellman R., Dreyfus: Programowanie dynamiczne, PWE, W-wa 1968.
- [2] Legierski T.: Wybrane zagadnienia algorytmizacji sterowania produkcją w procesie elektrownic rafinacji miedzi. Prace VII Krajowej Konferencji Automatyki Rzeszów 1977,
- [3] Legierski T.: Wdrożenie komputerowego tworzenia harmonogramów ciągnięć w produkcji katod Wydziału Elektrownic Rafinacji Miedzi w Hucie Miedzi "Legnica". I.A. Politechnika Śląska, Gliwice 1978. Nie publikowano.
- [4] Niederliński A.: Systemy i sterowanie Gliwice, 1978 Politechnika Śląska Skrypty uczelniane.

A PRODUCTION SCHEDULING PROBLEM IN THE COPPER ELECTROREFINING PROCESS

S u m m a r y

This paper considers a Production Scheduling Problem in the copper electrorefining process and its optimization. A mathematical formulation of this problem is presented together with the solution using the Powell algorithm.

ПЛАНИРОВКА РЕЖИМА ПРОИЗВОДСТВА В ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОЛИЗА МЕДИ

Р е з ю м е

В статье представлена проблема планировки режима производства в процессе электролиза меди. Рассматривается задача определения математической формулы для описания и оптимализации этой проблемы.