ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978
Seria: Automatyka z. 44 Nr kol. 580

Stanisław Pawlik, Franciszek Marecki
Politechnika Śląska

ALGORYTM ROZDZIAŁU I OBSŁUGI ZADAŃ NA LINII MONTAŻOWEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono zadanie optymalizacji procesu montażu na linii. Problem rozdziału zadań na stanowiska pracy oraz problem obsługi tych zadań - rozwiązane są jednocześnie. Opracowany algorytm bazuje na metodzie gałęzi i ograniczeń. W celu skrócenia czasu obliczeń wprowadzono modyfikacje algorytmu, wykorzystujące własności problemu.

1. Wprowadzenie

W referacie rozważany jest problem optymalizacji procesu montażu na linii. Kryterium optymalizacji stanowi maksymalizacja wydajności linii montażowej /liczby obiektów zmontowanych w jednostce czasu/, przy zachowaniu wymaganej jakości montażu. Problem ten sprowadza się do zagadnień rozdziału i obsługi zadań - w sensie klasyfikacji przyjętej w [1] . Rozdział zadań na linii montażowej rozumiany jest jako rozdział operacji montażu na poszczególne stanowiska pracy. Natomiast zagadnienie obsługi zadań jest traktowane jako problem przydziału monterów na stanowiska pracy.

Wiele prac z zakresu analizy procesu montażu na linii dotyczy problemu rozdziału zadań, który nazywany jest balansowaniem linii montażowej [2] . Problem obsługi zadań jest rozwiązywany w drugim etapie, kiedy znane są zbiory operacji przydzielonych na poszczególne stanowiska pracy. Do rozwiązania tego problemu można wykorzystać algorytm oparty na twierdzeniu Königa - Egervary'ego [3] , uwzględniający kwalifikacje monterów względem operacji montażu w formie binarnej [4] . Uogólnionym wariantem tego rozwiązania jest algorytm Grossa [3] , uwzględniający deklaracje wydajności pracy monterów względem operacji montażu [5] .

Dwuetapowa optymalizacja procesu montażu /najpierw rozdział operacji, a następnie przydział monterów na stanowiska pracy/ ma zalety w postaci określonych stanowisk pracy. Daje więc ułatwienia organizacji dostaw detali, detalizacji narzędzi, kontroli montażu, itp. Mankamentem tej metody jest obniżenie wydajności linii w stosunku do metody jednoczesnego rozwiązywania prblemów rozdziału i obsługi zadań. Celem referatu jest przedstawienie algorytmu rozwiązującego tego typu zadania, zwane czasem balansowaniem linii montażowej w warunkach akordu indywidualnego [6] . Algorytm zasadniczo rozwiązuje problem minimalizacji liczby monterów na linii dla uzyskania zadanej wydajności, ale może być również wykorzystany dla maksymalizacji wydajności przy zadanym zbiorze monterów.

2. Opis procesu i założenia

Montaż obiektów odbywa się na stanowiskach linii. Wzdłuż stanowisk przemieszcza się transporter z zamontowanymi nań w równych odstępach zawieszkami, na których domontowywane są detale - części składowe obiektów. Stanowisku pracy odpowiada odcinek o określonej długości dostępu do transportera. Czas, w jakim zawieszka przebywa drogę odpowiadającą stanowisku, nazwano czasem cyklu produkcyjnego "t_c". Jest to zarazem odstęp czasu pomiędzy kolejnymi chwilami "zejścia" z linii zmontowanych obiektów. Zachodzą tu zależności:

$$t_c = \frac{1}{p}, \qquad /1/$$

gdzie, p - wydajność linii.

Własności monterów reprezentują:
- tablica kwalifikacji monterów "K":

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1j} & \dots & k_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{i1} & k_{i2} & \dots & k_{ij} & \dots & k_{iM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{Nj} & \dots & k_{NM} \end{bmatrix}, \qquad /5/$$

gdzie: $k_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{- monter j-ty potrafi wykonać i-tą operację;} \\ 0 & \text{- monter j-ty nie potrafi wykonać i-tej operacji;} \end{cases}$

M - liczba monterów;
- wektor wydajności monterów "W":

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_j, \dots, w_M], \qquad /6/$$

gdzie w_j - wydajność średnia j-tego montera;

- wektor grup zaszeregowania monterów "G":

$$G = [g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_M], \qquad /7/$$

gdzie: g_j - grupa zaszeregowania j-tego montera.

Z ograniczeń urządzeniowych wynika warunek na liczbę stanowisk s:

$$s_{min} \leqslant s \leqslant s_{max},$$

gdzie: s_{min}, s_{max} - minimalna i maksymalna liczba stanowisk.

Wymagania postawione w zadaniu optymalizacji w całości dają się zapisać w postaci tablicy czasów indywidualnych monterów "T":

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1j} & \dots & t_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{i1} & t_{i2} & \dots & t_{ij} & \dots & t_{iM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{N1} & t_{N2} & \dots & t_{Nj} & \dots & t_{NM} \end{bmatrix}, \qquad /8/$$

przy czym:

$$t_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_i}{w_j} k_{ij} & \text{dla } |\gamma_i - g_j| \leqslant \delta \\ 0 & \text{dla } |\gamma_i - g_j| > \delta \end{cases}, \qquad /9/$$

gdzie: - dopuszczalna różnica grup zaszeregowania montera i operacji.

W tablicy "T" wartość elementu "t_{ij} = 0" oznacza, że monter j-ty nie może wykonywać i-tej operacji.
Natomiast dla "$t_{ij} > 0$" wartość elementu równa jest czasowi rzeczywistemu, jaki potrzebuje j-ty monter na wykonanie i-tej operacji.

Dodatkowo wprowadzono wielkości:

oraz

$u = \frac{b}{t_c}$ gdzie: b - odległość pomiędzy dwiema sąsiednimi zawieszkami,
u - prędkość przesuwu transportu

Problem rozdziału zadań na linii montażowej zostanie przedstawiony przy następujących założeniach dotyczących własności urządzeń produkcyjnych i procesu wytwórczego:
- proces montażu na linii ma charakter szeregowy: na emitowanie obiektu składa się n operacji technologicznych o ustalonej kolejności wykonywania tworzących sekwencyjny ciąg;
- każdą operację charakteryzuje czas nominalny wykonywania;
- na linii montowane są obiekty identycznego typu, tzn. składające się z tego samego zbioru detali;
- liczba stanowisk pracy może przyjmować wartości całkowite, dodatnie z dopuszczalnego przedziału, jest zawsze mniejsza od liczby operacji;
- rozważania dotyczą stanu ustalonego procesu, tzn. prędkość przesuwu transportera i podzbiory operacji na poszczególnych stanowiskach pracy są stałe.

W zagadnieniu obsługi zadań na linii przyjęto następujące założenia:
- na obsadzonym stanowisku linii pracuje jeden monter;
- kwalifikacje monterów są zróżnicowane; określa się je podając, które operacje wskazany monter potrafi wykonać oraz z jaką wydajnością je wykonuje /tj.ile razy krócej w stosunku do czasu nominalnego/;
- monterzy posiadają grupy zaszeregowania dotyczące wysokości wynagrodzeń;
- operacje, ze względu na różny stopień trudnosci wykonywania, jaki reprezentują, posiadają odpowiednie grupy zaszeregowania określające wysokości płac za ich wykonywanie.

Dla tak sformułowanych założeń, proces montażu w stanie ustalonym opisuje jednoznacznie zbiór następujących wielkości/nazywany dalej obsadą linii/:
- prędkość przesuwu transportera;
- wydajność linii;
- liczba stanowisk pracy;
- grupy operacji wykonywanych na poszczególnych stanowiskach;
- imienne przyporządkowanie każdego z monterów do określonego stanowiska.

3. Formalizacja matematyczna zadania

W zadaniu optymalizacji procesu montażu poszukuje się obsady linii, która dla podanej grupy monterów o znanych własnościach i planowanej wydajności linii minimalizuje koszty wytwarzania, przy jednoczesnym spełnieniu warunków:
- monterzy wykonują tylko te operacje, na które pozwalają ich kwalifikacje, wykonując je w czasie wynikającym z zadeklarowanych wydajności,
- różnica pomiędzy grupą zaszeregowania montera a grupami zaszeregowania operacji przydzielonych mu nie może być większa od pewnej dopuszczalnej /nieujemnej/ wartości.

Formalizacja zadania wymaga przedstawienia części założeń z rozdziału 2 w postaci:
- wektor czasów nominalnych wykonywania operacji "$\mathcal{T}$":

$$\mathcal{T} = [\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_i, \ldots, \tau_N] , \qquad /3/$$

gdzie: τ_i - czas nominalny i-tej operacji;
N - liczba operacji;
- wektor grup zaszeregowania operacji "Γ":

$$\Gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_i, \ldots, \gamma_N] , \qquad /4/$$

gdzie: γ_i - grupa zaszeregowania i-tej operacji.

n_l – liczba operacji na stanowisku l-tym;

m – liczba monterów zatrudnionych na linii;

$_{lj}$ – suma czasów rzeczywistych operacji wykonywanych przez j-tego montera pracującego na l-tym stanowisku;

q_{lj} – współczynnik efektywności pracy j-tego montera na l-tym stanowisku.

Dwie ostatnie wielkości wyznaczają zależności:

$$\sigma_{lj} = \sum_{i=1}^{n_l} t_{i+r_{l},j} \ ; \ t_{ij} > 0 \ , \qquad /10/$$

gdzie: $r_1 = 0$; $r_l = \sum_{i=1}^{l-1} n_l$ dla $l=2,3,\ldots,s$

$$q_{lj} = \frac{\sigma_{lj}}{t_c} \ ; \ 0 < q_{lj} \leq 1 \ . \qquad /11/$$

Na koszty procesu montażu, zależne od obsady linii, składają się koszty związane z wynagrodzeniem monterów a więc z liczbą pracowników zatrudnionych na linii oraz straty związane z luzem czasowym monterów /różnicą między czasem cyklu a sumą czasów operacji montera dla wyznaczonego stanowiska/. Straty te można minimalizować, przyjmując czas cyklu: t_c :

$$t_c = \min\left\{\frac{1}{p}\ ,\ \max_l\left[\sigma_{l\varphi/l/}\right]\right\} \ , \qquad /12/$$

gdzie: $\varphi = \{\varphi/1/, \varphi/2/, \ldots, \varphi/m/\}$ – permutacja numerów monterów zatrudnionych na linii,

p – planowana wydajność linii

oraz $\sigma_{l\varphi/l/}$ wyznaczone jest w sopsób zapewniający spełnienie poniższych zależności:

$$\sum_{i=1}^{n_l} t_{i+r_l,\varphi/l/} \leq \frac{1}{p} \ ; \ t_{ij} > 0 \qquad /13/$$

natomiast

$$\sum_{i=1}^{n_l+1} t_{i+r_l,\varphi/l/} > \frac{1}{p} \ ; \ t_{ij} > 0 \qquad /14/$$

Postępowanie takie sprowadza zadanie optymalizacji do wyznaczenia takiej kolejności φ^* /permutacji/ przydzielenia monterów na stanowiska, dla której liczba monterów niezbędnych dla uzyskania planowanej wydajności jest minimalna. Model matematyczny problemu sprowadza się do postaci:

$$f/\varphi^*/ = \min_{\varphi \in F} m/\varphi/ \qquad /15/$$

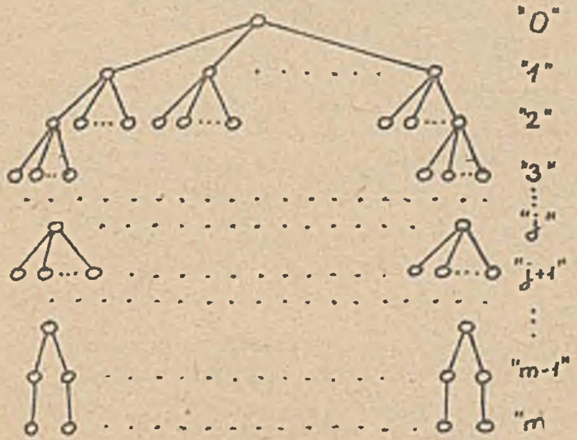
z ograniczeniami /12/ – /14/ oraz:

$$S_{min} \leq m \leq \min\{M, S_{max}\} \qquad /16/$$

$$\sum_{l=1}^{m} n_l = N \qquad /17/$$

4. Koncepcja algorytmu, modyfikacje

Z analizy zadania optymalizacji procesu montażu wynika, że należy wyznaczać obsadę linii dla różnych kolejności przydzielania monterów. Spośród kolejności, dla których obsada linii istnieje, należy wybrać tę kolejność i obsadę, dla której liczba monterów jest najmniejsza. drzewo rozwiązań takiego zadania pokazuje rysunek 1.



Rysunek 1. Drzewo rozwiązań.

Rozwiązania dane są przez jednoznaczną drogę prowadzącą z wierzchołka "0" do każdego z wierzchołków odpowiadających m-temu, ostatniemu stanowisku spełniającemu warunek /16/. Każda krawędź łącząca dwa wierzchołki sąsiednich pięter odpowiada ograniczeniu nałożonemu na przydział operacji dla określonego montera. "Piętra" drzewa odpowiadają kolejnym stanowiskom pracy na linii, a wierzchołki w każdym piętrze - wariantom przydziału monterów. Warunkiem przejścia z wierzchołka "piętra" wyższego do wierzchołka piętra niższego jest spełnienie ograniczeń krawędzi łączącej te wierzchołki: dla pierwszej z operacji przydzielonych określonemu monterowi i stanowisku /reprezentowanych tutaj przez wierzchołek i "piętro"/ czas rzeczywisty wykonania $t_{ij} > 0$, natomiast dodanie następnej operacji jest niemożliwe z powodu zerowania się czasu rzeczywistego operacji dla rozpatrywanego montera $/t_{i+1,j} = 0/$ lub dodanie następnej operacji spowoduje wykroczenie czsu cyklu $/\sigma_{ij} > t_c/$. Zaprzestaje się przechodzenia do następnego wierzchołka niższego "piętra", jeśli zaistnieje jedna z dwóch możliwości:

1. Nie spełnione zostały ograniczenia na przydział operacji, tzn. dla pierwszej operacji badanego stanowiska $/t_{ij} = 0/$ lub numer "piętra" jest większy od dopuszczalnej wartości m. Oznacza to, że dla badanej permutacji monterów obsada linii nie istnieje.
2. Rozdzielono wszystkie operacje. Wtedy numer "piętra", na którym przydzielono ostatnią operację, oznacza liczbę monterów.

Po dojściu do ostatniego dopuszczalnego wierzchołka następuje powrót do następnego wariantu wierzchołka poprzedniego "piętra" i badanie nowego rozwiązania - aż do wyczerpania wszystkich możliwych rozwiązań.

W ogólnym przypadku liczba możliwych rozwiązań dla m stanowisk jest równa m!. Nałożenie ograniczeń na rozwiązanie powoduje eliminowanie pewnej liczby gałęzi a tym samym pewnej liczby rozwiązań - niedopuszczalnych. Należy dążyć do tego, aby możliwie dużo gałęzi zostało w sposób uzasadniony wyeliminowane. Wtedy czas poszukiwania rozwiązania optymalnego będzie krótszy. W dotychczasowych rozważaniach czynnikiem takim były "zera" w tablicy "T". Na ich liczbę można wpływać dobierając odpowiednio wartość parametru pamiętając, by każda operacja posiadała przynajmniej jednego wykonawcę.

Algorytm uzupełniono modyfikacjami redukującymi liczbę rozwiązań dopuszczalnych. Wprowadzono więc dodatkowe ograniczenie, w którym wymaga się, by efektywność pracy q_{ij} na każdym stanowisku była nie mniejsza od odpowiednio dużej wartości q, przy czym $0 < q_g \leq q \leq 1$, gdzie q_g - wartość graniczna efektywności pracy. Ograniczenie to uzasadnia konieczność minimalizacji strat wynikających z luzów czasowych. Współczynnik q w początkowej fazie obliczeń przyjmuje wartość równą 1, a w przypadku braku rozwiązania jest zmniejszany o ustalony krok i cykl obliczeń zostaje powtórzony. Takie postępowanie jest prowadzone aż do znalezienia rozwiązania optymalnego lub osiągnięcia przez q wartości równej wartości granicznej q_g.

Zauważono także, że im wcześniej zostanie wyeliminowana gałąź /tzn. na "piętrze" o możliwie małym numerze/, tym zysk czasowy w obliczeniach będzie większy. Ponieważ obsadę linii można poszukiwać począwszy od rozpatrywania pierwszej operacji i pierwszego stanowiska lub od ostatniej operacji i ostatniego stanowiska, wyznacza się kierunek szybszego przydziału. Jest nim taki kierunek, dla którego liczba dopuszczalnych wariantów na pierwszym "piętrze" drzewa jest mniejsza.

Ostatnia modyfikacja wykorzystuje własności tablicy"T". Można wyróżnić grupę monterów, którzy mogą wykonywać tylko pewną początkową część operacji. Wtedy obsadę linii poszukiwać należy etapowo:najpierw dla wydzielonej grupy monterów i początkowej części operacji, a następnie dla pozostałej grupy monterów i operacji. W przypadku, kiedy tablica "T" posiada względnie mało "zer" i nie pozwala na wyodrębnienie takiej grupy monterów, wówczas można dokonać rozbicia zbioru monterów przyjmując jako kryterium - wydajność. Celowe jest rozbicie zbioru monterów na większą liczbę podzbiorów pod warunkiem, że znajduje uzasadnienie w własnościach tablicy "T".

5. Testy i uwagi końcowe

W oparciu o opisane w rozdziale 4 algorytm opracowano program w języku FORTRAN. Na danych testowych sprawdzono własności obliczeniowe programu,uwzględniając kolejno modyfikacje algorytmu. Obliczenia potwierdziły celowość wprowadzonych modyfikacji. Wykazały, że czas obliczeń - w przypadku wprowadzenia ograniczenia q na efektywność pracy i powtarzania cyklu obliczeń dla coraz mniejszych wartości q aż do znalezienia obsady - jest krótszy niż w przypadku zakładającym, że efektywność pracy musi być jedynie większa od zera. Czasy obliczeń na E.M.C. Mińsk-32 dla danych testowych: 20 operacji, 10 stanowisk i różnych wartości q zamieszczono w tablicy 2. Wynik obliczeń nie zależał od wartości współczynnika minimalnej efektywności. Potwierdzona została celowość poszukiwania kierunku szybszego przydziału oraz rozbicia zbioru monterów.

Współczynnik efektywności q	Czas obliczeń
0,8	10 s
0,7	50 s
0,6	100 s
0,5	3 min
0,4	9 min
0,3	17 min
0,2	40 min
0,1	90 min

Tablica 2.

Potrzeba rozwiązania problemu rozdziału i obsługi zadań zachodzi każdorazowo przed rozpoczęciem zmiany pracy na linii. O użyteczności algorytmu decyduje czas obliczeń, musi być dostatecznie krótki. Czas obliczeń będzie zależał zawsze od danych: liczby monteróów, liczby operacji i własności monterów /ograniczenia/. Dla danych rzeczywistych uzyskanych w jednym z zakładów produkcyjnych przemysłu maszynowego, w których liczba monterów wynosiła 40 a liczba operacji - 120, czas obliczeń algorytmu nie uwzględniającego rozbicia zbioru monterów był za długi /ponad jedną godzinę/. Algorytm jest efektywny dla liczby monterów nie większej niż 20.

W dalszych pracach nad znalezieniem efektywnego algorytmu dla problemu rozdziału i obsługi zadań średniej wielkości /40—50 stanowisk linii/ przewiduje się wykorzystanie metod bazujących na algorytmie addytywnym Balasa [8] , np. metodę sterowanego przeglądu Geoffriona lub metodę filtru Balasa.

LITERATURA

[1] . Bubnicki Z.: Problemy sterowania kompleksów operacji. Konferencja "Współczesne problemy automatyki i informatyki" Politechnika Śląska , Gliwice 1973.

[2] . Szkurba W.W.,Bieleckij S.A.: Czisliennyje mietody w rieszienii zadaczi balansirowanija sboroczna linii. Kibiernietika, nr 1, 1977.

[3] . Ford L.R., Fulkerson D.R.: Przepływy w sieciach. WNT,Warszawa 1969.

[4] . Marecki F.: Kadrowy system obsługi zadań na linii montażowej. Konferencja "Nowoczesna organizacja i informatyka w problematyce kadrowej" FSM, Zakopane 1978.

[5] . Marecki F.: System sterowania linii montażu silnika samochodu FIAT-126P. Konferencja "Systemy sterowania - stan i tendencje rozwojowe" NOT, Katowice 1978.

[6] . Kowalowski H., Pawlik S. i inni: Balansowanie linii montażu silnika samochodu FIAT-126P w warunkach akordu indywidualnego. Raport z pracy naukowo-badawczej; Instytut Automatyki, Politechnika Śląska, Gliwice 1977.

[7] . Pawlik S.: Balansowanie linii montażowej w warunkach akordu indywidualnego metodą gałęzi i ograniczeń. Seminarium procesów dyskretnych, Gliwice 1978.

[8] . Korbut A.A., Finkelsztejn J.J.: Programowanie dyskretne. PWN, Warszawa 1974.

АЛГОРИТМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗАДАЧ НА СБОРОЧНОЙ ЛИНИИ

Р е з ю м е

В работе представлено задачу оптимализации процесса на сборочной линии. Проблеммы распределения задач на рабочих местах, а также проблеммы обслуживания этих задач - решены совместно.

Разработанный алгоритм использует метод веток и ограничений.

ALGORITHM OF TASKS ASSIGNMENT AND SERVICE FOR THE ASSEMBLY LINE

S u m m a r y

In the paper a problem of assembly line process optimization is discussed. Solution is given simultaneously for the problem of tasks assignment and the problem of tasks service. The computational algorithm is based on the branches and limits principle.