

ANALIZA DYNAMICZNA ELEKTROMECHANICZNEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO ZE STEROWANIEM WEKTOROWYM

ZDZISŁAW RAK

*Katedra Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska
e-mail: zdzislaw.rak@polsl.pl*

Streszczenie. W artykule przedstawiono liniowy model układu napędowego składającego się z przekładni zębatej oraz sterowanego wektorowo klatkowego silnika elektrycznego. Do budowy modelu dynamicznego przekładni zębatej wykorzystano metodę sztywnych (koła zębate, wirnik silnika) oraz odkształcalnych elementów skończonych (wały, obudowa przekładni). Ponadto zastosowano redukcję liczby stopni swobody modelu MES korpusu przekładni, co umożliwiło zamodelowanie napędu wraz z korpusem. Opracowany model układu umożliwia uwzględnienie drgań giętno-skrętnych.

1. WSTĘP

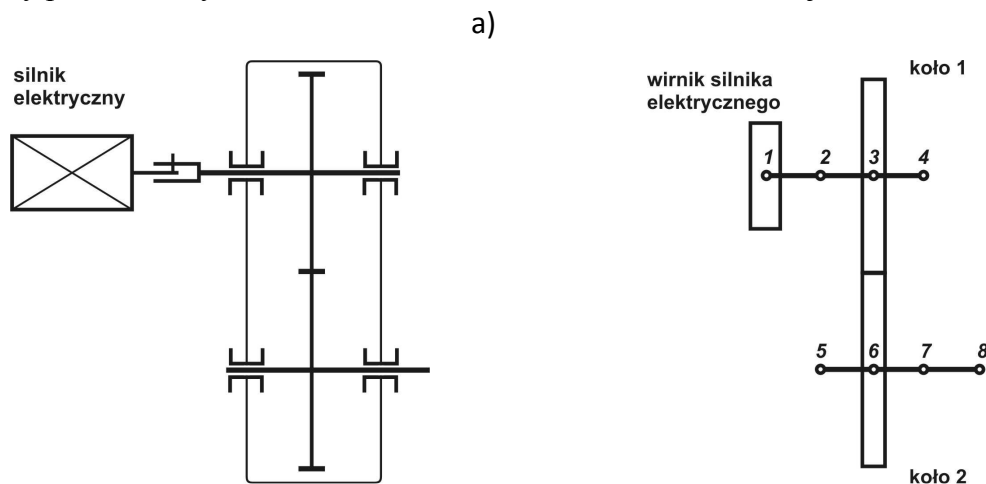
Układy napędowe maszyn roboczych, zawierające przekładnie zębate, są złożonymi układami dynamicznymi o wielu stopniach swobody. Zazwyczaj w układach takich stosowane są silniki indukcyjne, co prowadzi do analizy układu napędowego jako układu elektromechanicznego ze sprzężeniem zwrotnym, pomiędzy jego częścią mechaniczną (przekładnią zębatą) i elektryczną (silnikiem) [1,2]. W takim ujęciu, opisu tych układów dokonuje się oddzielnie dla układu elektromagnetycznego prawami Maxwella oraz układu mechanicznego prawami i zasadami mechaniki. Szczegółowa analiza zjawisk dynamicznych układów elektromechanicznych wymaga stosowania rozbudowanych, nieliniowych modeli fizycznych. Dokładność odwzorowania własności dynamicznych układu napędowego zależy głównie od celu prowadzonych badań. Dotychczasowe badania prowadzone w Katedrze Mechaniki Stosowanej wskazują na konieczność uwzględnienia w badaniach dynamicznych podatności wałów oraz korpusu przekładni [1,2,3]. Z badań tych wynika, że uwzględnienie podatności łożysk i korpusu przekładni zwiększa amplitudę zmian sił międzyzębnych oraz momentu elektromagnetycznego [3]. Ponadto w przypadku pominięcia podatności obudowy przekładni w analizie dynamicznej układu napędowego pominięte zostaną drgania pochodzące od tej obudowy, które w przypadku pracy układu w pobliżu częstości rezonansowej mogą mieć istotny wpływ na wielkość sił dynamicznych w jej parach kinematycznych. Przyjęcie modelu silnika elektrycznego natomiast wiąże się z opisem zjawisk elektromagnetycznych towarzyszących powstawaniu i działaniu pola magnetycznego w silniku. W zależności od przyjętych założeń upraszczających model matematyczny silnika może przyjmować różne formy. Najczęściej stosowane są monoharmoniczne modele obliczeniowe silników, cechujące się stałym momentem elektromagnetycznym w stanach ustalonych. W rzeczywistości silniki charakteryzują się zmiennością momentu

elektromagnetycznego nawet dla stanu ustalonego. Wynika to z występowania w silnikach momentu pasożytniczego, generowanego przez wyższe harmoniczne przestrzennego pola magnetycznego, które uwzględniają modele poliharmoniczne [4,7]. Zastosowanie w modelach elektromechanicznych układów napędowych, zarówno monoharmonicznych, jak i poliharmonicznych modeli silników indukcyjnych prowadzi do powstania w stanach nieustalonych sił w parach kinematycznych, o wartościach znacznie przekraczających wartości nominalne. W celu zminimalizowania tego zjawiska stosuje się odpowiedni sposób zasilania silników, tj. zasilanie falownikowe u/f, układy PWM, układy sterowania wektorowego [5]. Efektem takich działań jest zmiana charakterystyk mechanicznych w stanach nieustalonych, która wpływa na zmniejszenie oddziaływań dynamicznych w elektromechanicznym układzie napędowym.

Celem badań było opracowanie modelu elektromechanicznego układu napędowego ze sterowaniem wektorowym, w którym do zbadania skrętnych i poprzecznych drgań wałów uwzględniono podatność obudowy przekładni oraz zastosowano falownikowy układ zasilania. Analizowany układ napędowy składa się z klatkowego silnika asynchronicznego oraz jednostopniowej przekładni zębatej z kołami walcowymi o uzębieniu prostym. Schemat kinematyczny tego układu przedstawiono na rys. 1a.

2. MODEL CZĘŚCI MECHANICZNEJ UKŁADU NAPĘDOWEGO

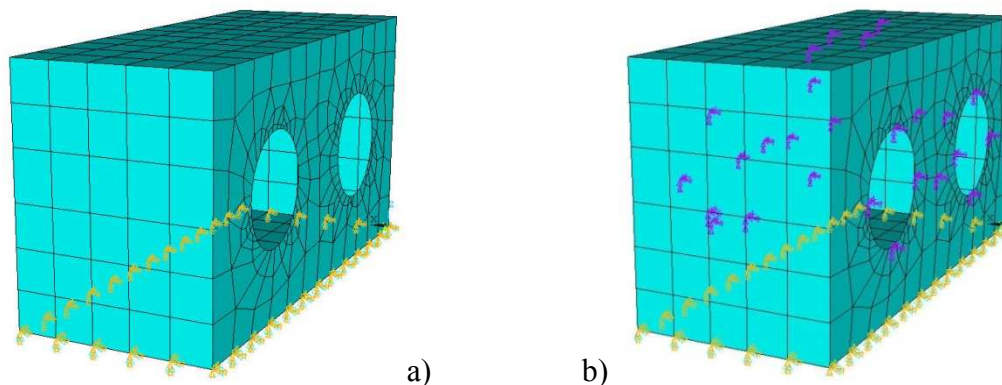
W celu zbudowania modelu fizycznego części mechanicznej analizowanego układu napędowego zastosowano metodę hybrydową, będącą połączeniem metody elementów skończonych oraz metody sztywnych elementów skończonych [1,6]. Przekładnię zębatą zamodelowano jako układ wałów podpartych w łożyskach, z masami skupionymi w postaci tarcz, w miejscu osadzenia kół zębatych. Wały sprzężone są ze sobą poprzez współpracujące koła zębate. Do dyskretyzacji wału przyjęto elementy prętowe. W węzłach podziału wałów na elementy prętowe, sztywno osadzono nieodkształcalne tarcze modelujące koła zębate (rys. 1b).



Rys.1. Układ napędowy, a – schemat kinematyczny, b) model fizyczny układu napędowego bez korpusu

Model obudowy przekładni wykonany przy wykorzystaniu programu ANSYS, do celów obliczeniowych zaczerpnięto z pracy [3] (rys.2a.). Model zbudowany z elementów płytowych zawiera 10374 węzły. Ponieważ każdy węzeł posiada 3 stopnie swobody, model obudowy posiada więc 31122 stopnie swobody. W celu zmniejszenia liczby stopni swobody modelu

obudowy przekładni zastosowano redukcję liczby stopni swobody metodą Guyana, zaimplementowaną w programie ANSYS. Na rys. 2b. przedstawiono 26 wybranych węzłów master na obudowie przekładni. Ostatecznie otrzymano zredukowany model obudowy o 78 stopniach swobody. Przy wykorzystaniu wewnętrznego języka Ansysa APDL wyeksportowano pliki zawierające macierze bezwładności i sztywności (w formacie Harwell-Boeing) zredukowanego modelu obudowy przekładni. Dalsze obliczenia kontynuowano w środowisku Matlab/Simulink.



Rys.2. Model MES korpusu przekładni a) warunki brzegowe, b) rozmieszczenie węzłów master na obudowie przekładni

Równanie różniczkowe opisujące model fizyczny przekładni zębatej bez korpusu wyznaczono, korzystając z równania Lagrange'a II rodzaju, otrzymując równanie

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{B}_p \dot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{q}_p = \mathbf{Q}_p, \quad (1)$$

gdzie: \mathbf{M}_p , \mathbf{B}_p i \mathbf{K}_p są odpowiednio kwadratowymi macierzami bezwładności, tłumienia i sztywności przekładni zębatej.

Różniczkowe równanie opisujące model fizyczny obudowy przekładni przedstawia się następująco

$$\mathbf{M}_k \ddot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{B}_k \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{K}_k \mathbf{q}_k = \mathbf{Q}_k, \quad (2)$$

gdzie: \mathbf{M}_k , \mathbf{B}_k i \mathbf{K}_k są odpowiednio kwadratowymi macierzami bezwładności, tłumienia i sztywności obudowy przekładni dla modelu zredukowanego.

Następnie dokonano połączenia zredukowanego modelu obudowy z przekładnią zębatą, otrzymując model matematyczny mechanicznej części analizowanego układu napędowego. Połączenia przekładni zębatej z obudową przekładni dokonano w ten sposób, że węzły wałów przekładni odpowiadające punktom podparcia w łożyskach połączono z odpowiednimi węzłami MASTER na obudowie za pomocą elementów sprężysto tłumiących, którymi zamodelowano łożyska. Model matematyczny części mechanicznej można przedstawić w postaci następującego równania macierzowego:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q}, \quad (3)$$

gdzie: M , B i K są odpowiednio kwadratowymi globalnymi macierzami bezwładności, tłumienia i sztywności przekładni zębatej wraz z obudową.

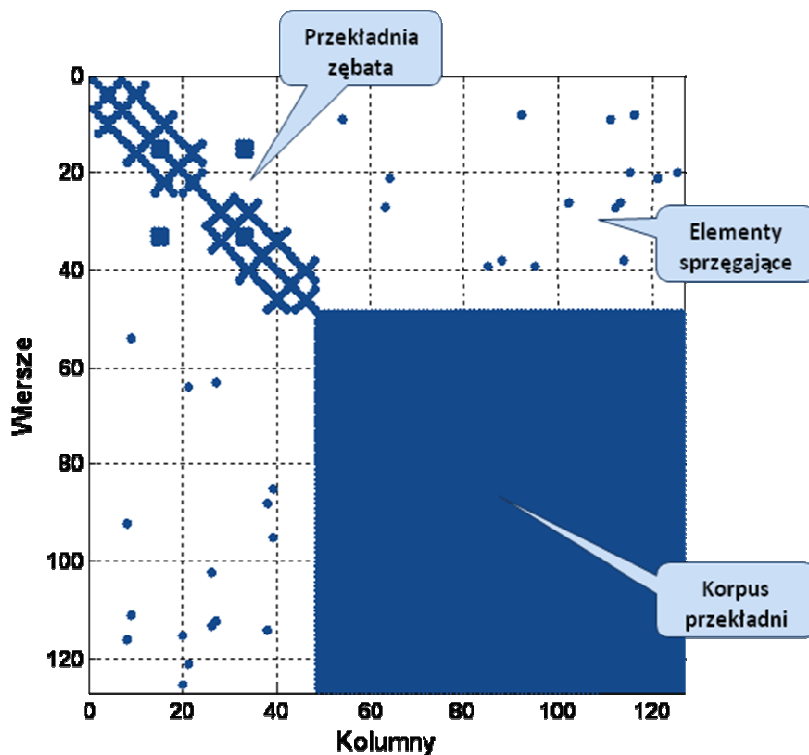
Sposób wyznaczenia globalnych macierze M, B i K przedstawiają zależności

$$M = \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & M_k \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p & 0 \\ 0 & B_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{sp} & B_{spk} \\ B_{skp} & B_{sk} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{sp} & K_{spk} \\ K_{skp} & K_{sk} \end{bmatrix}$$

gdzie: $\begin{bmatrix} B_{sp} & B_{spk} \\ B_{skp} & B_{sk} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} K_{sp} & K_{spk} \\ K_{skp} & K_{sk} \end{bmatrix}$ są odpowiednio macierzami tłumienia i sztywności sprzężenia pomiędzy modelem przekładni a modelem korpusu.

Na rys.3. w sposób graficzny przedstawiono budowę macierzy sztywności układu napędowego. Identyczną strukturę posiada globalna macierz tłumienia układu.



Rys.3. Struktura globalnej macierzy sztywności

W wyniku połączenia modelu przekładni zębatej z zredukowanym modelem jej obudowy otrzymano dynamiczny model części mechanicznej układu napędowego o 126 stopniach swobody.

3. MODEL SILNIKA ELEKTRYCZNEGO

W obliczeniach numerycznych wykorzystano monoharmoniczny model silnika asynchronicznego w układzie współrzędnych xy . Równania silnika ze zmiennymi niezależnymi – prąd stojana i strumień wirnika – przedstawiają w postaci kanonicznej pięciu równań stanu, zależności

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sx} &= \frac{1}{L_s \sigma} \left\{ u_{sx} - R_s i_{sx} + \Omega_x \left(\sigma L_s i_{sy} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{ry} \right) - \frac{L_m}{L_r} \left(u_{rx} - R_r \left(\frac{1}{L_r} \psi_{rx} - \frac{L_m}{L_r} i_{sx} \right) + (\Omega_x - p\Omega_m) \psi_{ry} \right) \right\} \\ \frac{d}{dt} i_{sy} &= \frac{1}{L_s \sigma} \left\{ u_{sy} - R_s i_{sy} - \Omega_x \left(\sigma L_s i_{sx} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rx} \right) - \frac{L_m}{L_r} \left(u_{ry} - R_r \left(\frac{1}{L_r} \psi_{ry} - \frac{L_m}{L_r} i_{sy} \right) - (\Omega_x - p\Omega_m) \psi_{rx} \right) \right\} \\ \frac{d}{dt} \psi_{rx} &= u_{rx} - R_r \left(\frac{1}{L_r} \psi_{rx} - \frac{L_m}{L_r} i_{sx} \right) + (\Omega_x - p\Omega_m) \psi_{ry} \\ \frac{d}{dt} \psi_{ry} &= u_{ry} - R_r \left(\frac{1}{L_r} \psi_{ry} - \frac{L_m}{L_r} i_{sy} \right) - (\Omega_x - p\Omega_m) \psi_{rx} \\ \frac{d}{dt} \Omega_m &= \frac{1}{J} \left(p \frac{L_m}{L_r} (\psi_{rx} i_{sy} - \psi_{ry} i_{sx}) - T_m \right) \\ T_e &= pL_m (\psi_{rx} i_{sy} - \psi_{ry} i_{sx}) \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie m.in.: u_{sx}, u_{sy} - składowe wektora napięcia stojana (reprezentowane w wybranym dwuosiowym układzie współrzędnych), Ω_m - prędkość kątowa wirnika, Ω_x - prędkość kątowa wirującego układu dwuosiowego, ψ_{rx}, ψ_{ry} składowe wektora strumienia wirnika, i_{sx}, i_{sy} - składowe prądu stojana, T_e - moment elektromagnetyczny.

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Do rozwiązania matematycznego modelu układu napędowego, jako układu elektromechanicznego, zastosowano autorski pakiet programów napisanych w środowisku Matlab/Simulink. Obliczenia przygotowawcze, polegające na zbudowaniu macierzy bezwładności, sztywności i tłumienia przekładni zębatej, oraz połączenia jej z obudową wykonano w Matlabie. W Matlabie wykonano również analizę modalną części mechanicznej analizowanego układu napędowego. Model służący do symulacji zagadnień dynamicznych dla układu elektromechanicznego wykonano w Simulinku (rys.4). W modelu tym zastosowano układ sterowania wektorowego prędkością kątową silnika elektrycznego przy wykorzystaniu zasilania falownikiem realizującym algorytm f. Prędkość kątowa wału regulowana jest poprzez zmianę częstotliwości zasilania uzwojeń silnika [7]. W tabeli 1. przedstawiono porównanie pierwszych 10. częstości drgań własnych modelu obudowy przekładni zębatej przed i po redukcji. Można zauważyć, że błąd względny pierwszych ośmiu częstości nie przekracza 6%. W przypadku postaci drgań własnych modelu przed i po redukcji stwierdzono pełną ich zgodność dla wszystkich pierwszych 10. częstości. W tabeli 2. natomiast zestawiono

pierwsze dziesięć częstości drgań własnych układu napędowego, samej obudowy oraz modelu złożonego z przekładni zębatej połączonej z obudową.

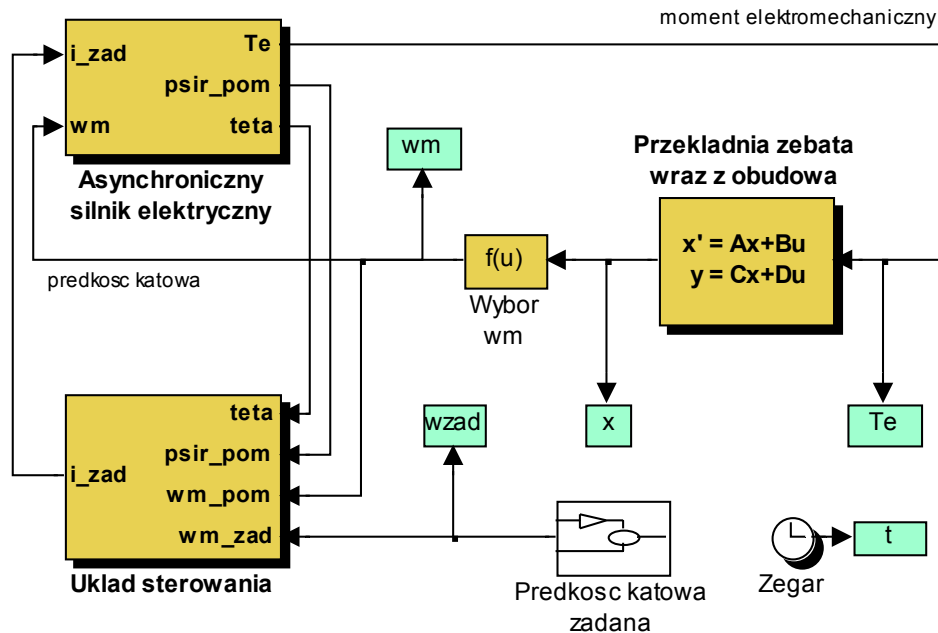
Tab. 1. Porównanie częstości drgań własnych modelu obudowy przed i po redukcji [Hz]

L.p.	Model pełny	Model redukowany	Błąd [%]
1	367.57	375.86	2.25
2	420.03	430.35	2.45
3	567.58	594.28	4.70
4	593.98	622.49	4.79
5	659.72	697.29	5.69
6	667.43	698.53	4.65
7	668.03	702.80	5.20
8	675.17	705.89	4.55
9	754.23	900.76	19.42
10	842.80	932.27	10.61

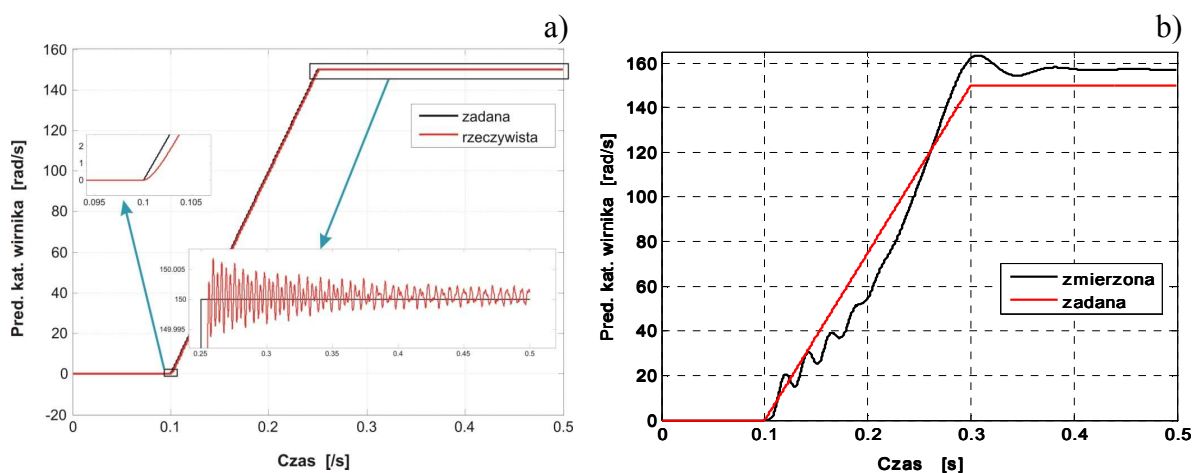
Tab. 2. Częstości drgań własnych układu napędowego [Hz]

L.p.	Układ napędowy	Obudowa przekładni	Układ napędowy + obudowa
1	0	375.86	0
2	253.36	430.35	253.36
3	286.05	594.28	286.05
4	286.05	622.49	286.05
5	286.13	697.29	286.13
6	286.13	698.53	286.13
7	589.19	702.80	385.62
8	712.28	705.89	441.09
9	712.51	900.76	589.20
10	712.75	932.27	614.99

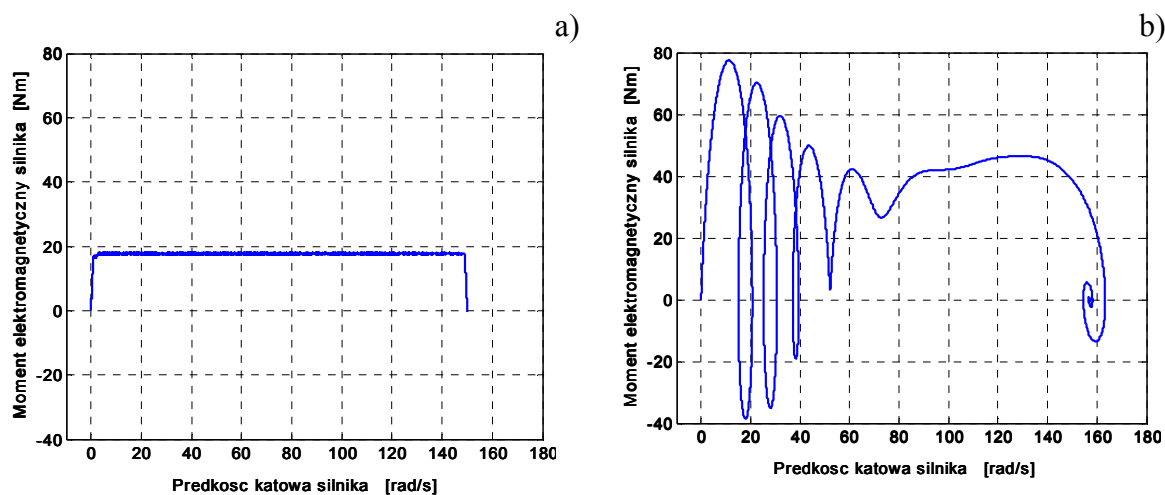
Na rys. 5 i 6 przedstawiono przykładowe przebiegi czasowe prędkości kątowych zadanej i rzeczywistej wirnika silnika oraz charakterystykę silnika.



Rys. 4. Elektromechaniczny model układu napędowego



Rys. 5. Porównanie prędkości zadanej i rzeczywistej wału silnika, a) układ ze sterowaniem wektorowym, b) układ bez sterowania



Rys. 6. Charakterystyka klatkowego silnika asynchronicznego: a) układ ze sterowaniem wektorowym, b) układ bez sterowania

5. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano dynamiczny model układu napędowego napędzanego klatkowym silnikiem asynchronicznym ze sterowaniem wektorowym.

W części mechanicznej uwzględniono podatności wałów i korpusu. Na obecnym etapie tworzenia modelu pominięto nieliniowości, takie jak luzy i zmienną sztywność zazębienia oraz przyjęto monoharmoniczny model silnika asynchronicznego.

Dzięki bezpośredniej kontroli momentu oraz możliwości wpływania na jego wartość możliwe jest osiągnięcie wysokiej dynamiki, charakteryzującej się szybką odpowiedzią na zmiany wartości zadanej prędkości kątowej.

LITERATURA

1. Rak Z: Modelowanie drgań giętno-skrętnych elektromechanicznych układów napędowych. Rozprawa doktorska. Gliwice : Pol. Ś., 1995..
2. Mężyk A.: Dynamika elektromechanicznych układów napędowych. Rozprawa doktorska, Gliwice: Pol. Śl., 1994.
3. Gąsiorek D.: Wpływ podatności korpusu na zjawiska dynamiczne w elektromechanicznych układach napędowych. Rozprawa doktorska. Gliwice: Pol. Ś., 2003.
4. Kluszczyński K.: Momenty pasożytnicze w maszynach asynchronicznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 1986, z.102.
5. Bachorz P.: Minimalizacja drgań elektromechanicznych układów napędowych. Rozprawa doktorska. Gliwice: Pol. Śl., 2003.
6. Świtoński E. i inni: Modelowanie mechatronicznych układów napędowych. Gliwice: Wyd. Pol Śl., 2004.
7. Trawiński T.: Wpływ elektromagnetycznych momentów pasożytniczych na własności dynamiczne silników indukcyjnych, zasilanych z układów przekształtnikowych. Rozprawa doktorska. Gliwice: Pol. Śl., 2000.

DYNAMIC ANALYSIS OF A VECTOR CONTROLLED ELECTROMECHANICAL DRIVING SYSTEM

Summary. A linear model of a driving system consisted of a gearbox and a vector controlled electrical motor in the paper is presented. Both, FEM and the rigid body method was used to obtain the dynamical model of the gearbox. In order to reduce the number of degrees of freedom of FEM model a reduction method was implemented. The final dynamical model of the system makes possible to analyze bending and torsional vibrations coupled.