MODELOWANIE INŻYNIERSKIE ISSN 1896-771X
38, s. 263-270, Gliwice 2009

ANALIZA DYNAMICZNA ZASTĘPCZYCH, PŁASKICH MODELI BUDYNKÓW O RÓŻNEJ LICZBIE KONDYGNACJI

ANDRZEJ WAWRZYNEK, MAGDALENA MROZEK, DAWID MROZEK

Katedra Teorii Konstrukcji Budowlanych, Politechnika Śląska
e-mail: andrzej.wawrzynek@polsl.pl, magdalena.mrozek@polsl.pl, dawid.mrozek@polsl.pl

Streszczenie. Artykuł zawiera analizę porównawczą odpowiedzi dynamicznej dwóch typów modeli numerycznych budynków (o różnej liczbie kondygnacji): przestrzennego oraz tarczowego z uwzględnieniem podatności podłoża. Przedstawiony został taki sposób tworzenia zastępczego modelu 2*D* wybranej ściany, aby odpowiedzi ze względu na obciążenia statyczne jak i dynamiczne modeli tarczowego i przestrzennego były zbliżone z inżynierskiego punktu widzenia. Zaproponowany algorytm postępowania stanowić może skuteczne narzędzie analizy wytężenia uszkodzonych budynków.

1. WSTĘP

Analizy numeryczne modeli przestrzennych budynków obciążonych dynamicznie są ogromnie praco- i czasochłonne [3, 5], szczególnie wtedy, jeśli w obliczeniach uwzględnia się nieliniową charakterystykę materiału oraz modelowany jest kontakt obiektu z podłożem odkształcalnym. Dodatkowo dokładność obliczeń z zastosowaniem programu wykorzystującego metodę elementów skończonych uzależniona jest od sposobu podziału i stopnia zagęszczenia siatki MES [5, 6]. Korzystanie w analizach naukowych i eksperckich z modeli trójwymiarowych o gęstym podziale siatki dyskretyzacyjnej wymaga sprzętu o znacząco lepszych parametrach niż w przypadku analiz innego typu, przy czym – mimo szybkiego wzrostu możliwości obliczeniowych współczesnych komputerów – nadal obliczenia dynamiczne są bardzo czasochłonne. W tej sytuacji alternatywnym rozwiązaniem problemu jest zastąpienie modelu przestrzennego odpowiednim modelem płaskim (części analizowanego obiektu). Rozwiązanie to pozwala na zastosowanie elementów skończonych o mniejszych wymiarach, przez co możliwe jest uzyskanie dokładniejszych wyników, mniejszym nakładem pracy i czasu. Istotną kwestią pozostaje określenie zakresu wprowadzanych uproszczeń i ich wpływu na uzyskiwane wyniki obliczeń [9].

W artykule przedstawiona jest propozycja zamiany modelu 3*D* na 2*D* [8]. Analizą objęte są budynki o różnej liczbie kondygnacji: od jednej do sześciu. Dla każdego z nich tworzony jest model przestrzenny, z którego następnie wydziela się jedną ze ścian zewnętrznych, tworząc jej model tarczowy. Zamiana modelu przestrzennego na płaski jest możliwa, jak wykazano w [7], tylko w przypadku budynków symetrycznych. Dalej przedstawiono algorytm wyznaczania parametrów modyfikujących model tarczowy w zakresie statycznym i dynamicznym, przy uwzględnieniu zmiany liczby kondygnacji. Dodatkowo poczyniono założenie, że każda kolejna

kondygnacja jest odzwierciedleniem pierwszej pod względem sztywności i rozkładu masy. Do przeprowadzenia analiz numerycznych posłużono się pakietem programowym metody elementów skończonych ABAQUS, w którym do obliczeń zastosowano plastyczno-degradacyjny model materiałowy murowych i betonowych elementów konstrukcyjnych. Założono liniowo-sprężystą pracę stropów i ścian poprzecznych w modelu tarczowym analizowanej ściany. Takie założenie jest uzasadnione w przypadku wymuszenia równoległego do analizowanej ściany, co przedstawiono w [4].

W dalszej części pracy określenia: *model budynku* (obiektu) oraz *budynek* (obiekt) będą traktowane jako równorzędne.

2. OPIS MODELU NUMERYCZNEGO

2.1. Model materiałowy

W czasie przeprowadzania analiz numerycznych posługiwano się modelem materiałowym znanym w literaturze [1, 2, 3] jako *Barcelona Model* (*BM*). W modelu tym wykorzystuje się pojęcie naprężeń efektywnych (stosowane w kontynualnej mechanice zniszczenia) w równaniach konstytutywnych teorii plastyczności. Zastosowanie takiego połączenia dwóch różnych teorii umożliwia uwzględnienie wpływu przyrastającego zniszczenia materiału na odpowiedź modelu w kolejnych cyklach obciążenie-odciążenie. Analizując *BM* z punktu widzenia teorii plastyczności, można zauważyć, że model ten jest rozszerzeniem klasycznego modelu Druckera-Pragera z niekołowym przekrojem dewiatorowym powierzchni plastyczności. Inne cechy tego modelu materiałowego to: niestowarzyszone prawo płynięcia oraz nieliniowe wzmocnienie izotropowe typu dwumechanizmowego.

W aspekcie kontynualnej mechaniki zniszczenia *BM* model charakteryzuje bidyssypacyjna, izotropowa degradacja materiału, opisana dwoma zmiennymi: d_t i d_c, odpowiednio w przypadku rozciągania i ściskania. Przyjmują one wartości z przedziału <0,1>, gdzie wartość zero oznacza brak degradacji, a wartość jeden - całkowite zniszczenie. Zmienne te, określane na podstawie niezależnych funkcji zniszczenia materiału (wyznaczanych w doświadczeniach laboratoryjnych), mogą być ze sobą powiązane, czyli jedna wielkość zmiennej może mieć wpływ na drugą po zmianie znaku naprężenia.

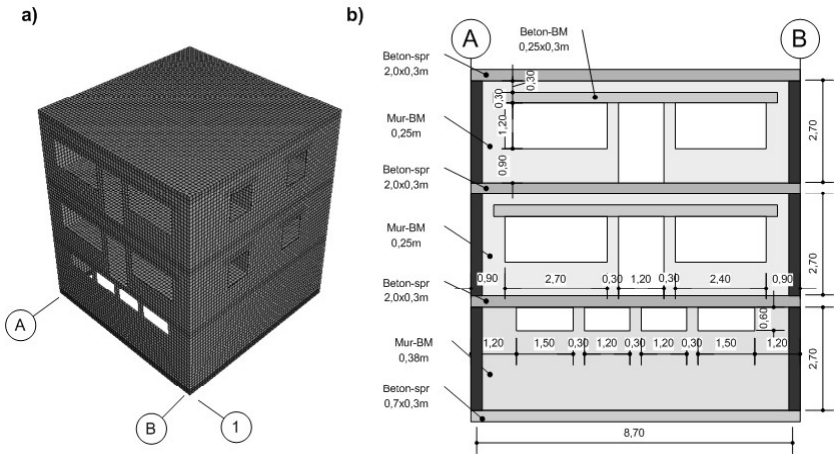
Plastyczno-degradacyjny model betonu został sformułowany przez Lublinera [1] oraz zmodyfikowany przez Lee [2]. Propozycję adaptacji modelu w przypadku konstrukcji murowych zaproponował Cińcio [3].

2.2. Charakterystyka analizowanych obiektów

Wszystkie budynki mają wspólną cechę, którą jest kwadratowy rzut poziomy o wymiarze 8,7 m. Parametrem zmiennym jest liczba kondygnacji nadziemnych (od 1 do 6), przy czym każda kolejna jest powieleniem pierwszej. W takim przypadku wysokość części nadziemnej analizowanych modeli zawiera się w przedziale 3,3÷18,3 m. Ściany budynków wykonane są z muru konstrukcyjnego, natomiast stropy są żelbetowe. W modelu przestrzennym połączenie ściana-strop zrealizowano jako przegubowe. W analizowanych modelach zastosowano kwadratową siatkę elementów skończonych typu powłokowego o boku 15 cm. Przykładowa geometria modelu budynku została pokazana na rys. 1.

Wszystkie analizowane obiekty mają zamodelowany sprężysty kontakt z podłożem, traktowanym jako element nieodkształcalny (*EN*). Celem takiego zabiegu jest uzyskanie swobody odkształceń na poziomie fundamentu podczas wymuszenia kinematycznego

przykładanego do *EN*. Charakterystyka podłoża opisana jest poprzez podatność gruntu o składowej pionowej 15 MPa/m^2 oraz poziomej - stanowiącej 70% wartości podatności pionowej. Ten rodzaj połączenia pozwala również na uwzględnienie tarcia, wynikającego z bezpośredniego kontaktu gruntu z budynkiem. Współczynnik tarcia w przypadku elementu poziomego wynosi 0,7, natomiast pionowego 0,5. Z modeli przestrzennych wydzielono ściany zewnętrzne, znajdujące się w osi nr 1 (zgodnie z rys. 1) i analizowane później jako tarcze, w których zachowano z modeli 3*D*: geometrię, wielkość elementów skończonych oraz typ połączenia z podłożem.



Rys.1.Przykładowa geometria modeli budynku o dwóch kondygnacjach: a) przestrzennego, b) tarczowego

2.3. Przyjęte obciążenia modeli

Wszystkie modele numeryczne są obciążane w dwóch krokach: w pierwszym przyłożone jest tylko obciążenie statyczne, w drugim – dodatkowo - obciążenie dynamiczne. W części statycznej uwzględniono tylko obciążenie ciężarem własnym konstrukcji. Dynamika reprezentowana jest poprzez wymuszenie typu harmonicznego bliskie strefy rezonansu budynku przestrzennego. Zostało ono przyłożone, w postaci przemieszczeniowej, (o kierunku równoległym do powierzchni analizowanej ściany) do elementu nieodkształcalnego. Przykładowo, w przypadku obiektu o czterech kondygnacjach nadziemnych wymuszenie zostało opisane wzorem $u = \sin(20T)$. Zadanie rozwiązano poprzez całkowanie równań ruchu układu dynamicznego za pomocą metody elementów skończonych, przyjmując krok czasowy równy 0,005 s. Całkowity czas trwania wymuszenia wyniósł 1,5 s, przy czym rzeczywiste wymuszenie harmoniczne trwało 1,0 s, a pozostałą część stanowiło swobodne wygaszenie drgań układu.

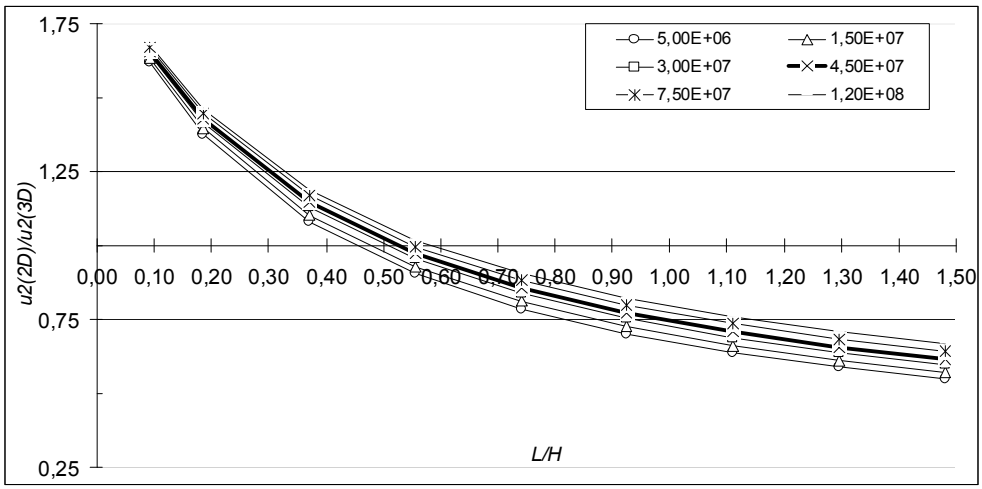
3. PROCEDURA TWORZENIA ZASTĘPCZEGO MODELU PŁASKIEGO

Zamiana modelu 3*D* na 2*D* przebiega w dwóch etapach. Pierwszy etap polega na określeniu zależności pomiędzy pionowymi przemieszczeniami modelu płaskiego - $u_2(2D)$ i przestrzennego - $u_2(3D)$, przy zmianie *L/H*. *L* oznacza długość ściany poprzecznej uwzględnianej w modelu płaskim, a *H* - wysokość kondygnacji nadziemnej. Obliczenia przeprowadza się dla różnych wartości podatności podłoża. Efektem tych obliczeń są wykresy, z których można wyznaczyć, w jakim przedziale wartości *L*/*H* przemieszczenia w obu typach

modeli są zbliżone. Oczywiście przedziały te zależą również od przyjętej „zastępczej" podatności podłoża modelu płaskiego. Ostateczny dobór L/H następuje w etapie drugim opisywanej procedury. Do tego celu wykorzystuje się analizę częstości drgań własnych obu typów modeli. Rozwiązanie szeregu zadań początkowo-brzegowych pozwala wygenerować zależność (1):

$$\omega_1(2D)/\omega_1(3D) = f\left(K(2D)/K(3D)\right) \tag{1}$$

gdzie $\omega_1(2D)$ i $\omega_1(3D)$ oznaczają kolejno pierwszą częstość drgań własnych modeli płaskiego oraz przestrzennego, a zgodność uzyskuje się, modyfikując wartość podatności podłoża modelu tarczowego $K(2D)$ w relacji do modelu przestrzennego $K(3D)$.



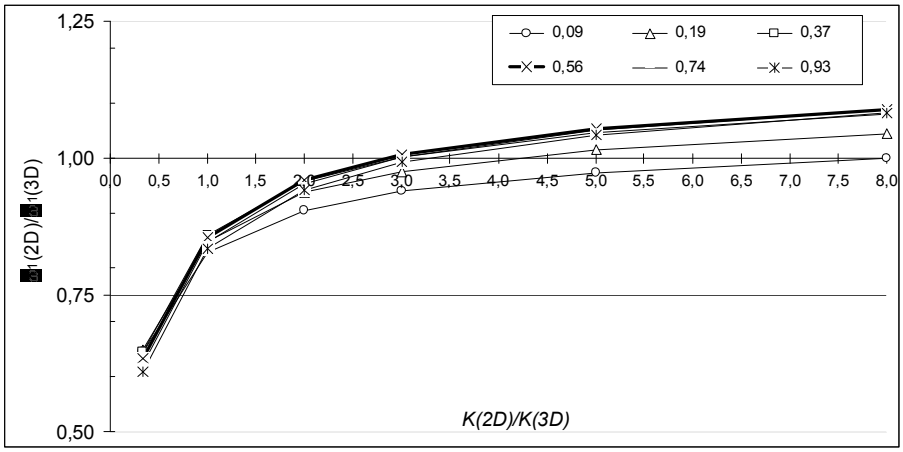
Rys. 2. Wykres określający zbieżność przemieszczeń obu modeli w zależności od długości ściany poprzecznej modeli 2-kondygnacyjnych

W pierwszym etapie modyfikacji modelu tarczowego – przykładowo dla budynku dwukondygnacyjnego - przyjęto 6 wartości zastępczych podatności gruntu od 5 do 120 MPa, dla których otrzymano zgodność przemieszczeń pionowych z budynkiem przestrzennym. Z kolei stosunek długości ściany współpracującej do wysokości kondygnacji nadziemnej L/H zawarty jest w przedziale 0,45÷0,60 (patrz rys. 2).

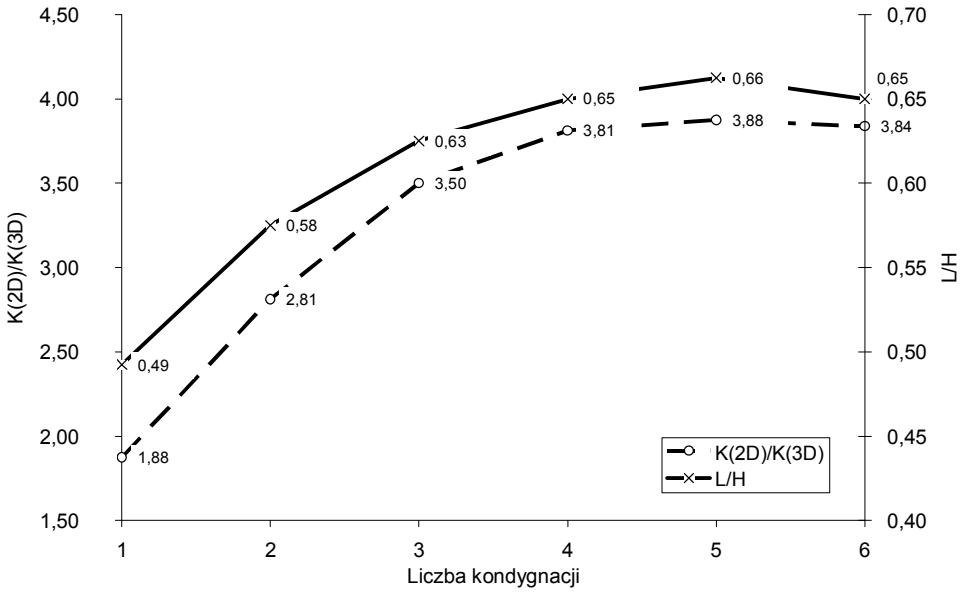
W celu precyzyjnego wyznaczenia podatności zastępczej analizowano modele tarczowe, w których udział ściany poprzecznej wzrasta kolejno co pół metra, dzięki temu otrzymuje się zależności L/H na poziomie: 0,09÷0,93 (rys. 3). Wartość 0,09 oznacza nieuwzględnianie współpracy ściany poprzecznej. W przypadku modelu 2-kondygnacyjnego jednoczesna zgodność warunków przemieszczeniowego i modalnego zachodzi w przypadku $L/H = 0{,}58$ oraz po przyjęciu zastępczej podatności gruntu modyfikowanej tarczy wynoszącej ok. 42,2 MPa.

Powyższą procedurę tworzenia zastępczego modelu płaskiej ściany wydzielonej z modelu przestrzennego zastosowano dla różnej liczby kondygnacji – od 1 do 6. Efektem takich analiz jest wykres przedstawiony na rys. 4. Linią przerywaną połączone są te punkty, które określają, ile razy należy zwiększyć wartość podatności gruntu modelu 3D, aby można było ją zastosować w modelu 2D. Przykładowo: poziom wzrostu zastępczej podatności gruntu modelu o jednej kondygnacji jest dwukrotnie mniejszy niż modelu o czterech kondygnacjach nadziemnych. Punkty połączone linią ciągłą oznaczają, jaka część ściany poprzecznej współpracującej z analizowaną powinna być uwzględniona w obliczeniach 2D. Przeprowadzone analizy wykazały, że przyjęcie przy tworzeniu geometrii zastępczego modelu

płaskiego części ściany o długości L stanowiącej 50÷65% wysokości H kondygnacji pozwala na zadowalającą statyczną zgodność modeli $3D$ i $2D$ o różnej liczbie pięter.



Rys.3.Wykres zależności relacji częstości własnych od udziału podatności obu modeli budynku 2-kondygnacyjnego



Rys.4. Wykres zmienności parametrów zastępczego modelu tarczowego wraz ze zmianą liczby kondygnacji

4. PRZYKŁADOWE WYNIKI ANALIZ

Wyniki obliczeń potwierdzają słuszność przyjętego algorytmu zamiany modelu przestrzennego na model płaski. I tak, w przypadku analizy statycznej w ocenie algorytmu pod uwagę wzięto pionową, normalną składową tensora naprężenia (tzn. σ_{22}), a w zakresie analizy modalnej - postać i wartość pierwszej częstości drgań własnych. Kolejną oceniającą wielkością jest parametr (zmienna) całkowitego zniszczenia wyznaczona w chwili największego względnego przemieszczenia modelu, oznaczana w programie ABAQUS jako SDEG.

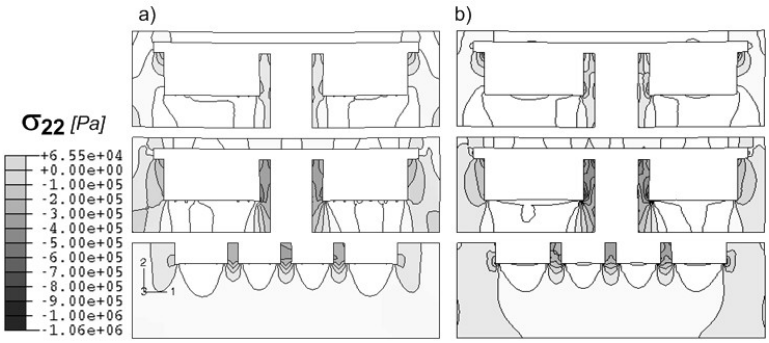
Tabela 1 zawiera takie wartości L i $K(2D)$, parametrów uwzględnianych w modelach tarczowych, przy których naprężenia σ_{22} oraz częstość ω_1 obydwu modeli są zbliżone.

Tabela 1. Zestawienie wielkości opisujących modele numeryczne

Liczba kondygnacji	Wysokość części nadziemnej	ω_1 **(3*D*)**	*L*	*K*(2*D*)	ω_1 **(2*D*)**	$\frac{\omega_1(2D)-\omega_1(3D)}{\omega_1(3D)}$
	[m]	[Hz]	[m]	[MN/m^2]	[Hz]	[%]
1	3,3	*8,590*	1,33	28,1	*8,6284*	**0,45**
2	6,3	*5,435*	1,55	42,2	*5,4409*	**0,11**
3	9,3	*3,834*	1,69	52,5	*3,8462*	**0,32**
4	12,3	*2,883*	1,76	57,2	*2,9007*	**0,61**
5	15,3	*2,261*	1,79	58,1	*2,2803*	**0,85**
6	18,3	*1,826*	1,76	57,6	*1,8453*	**1,06**

4.1. Weryfikacja statyczna

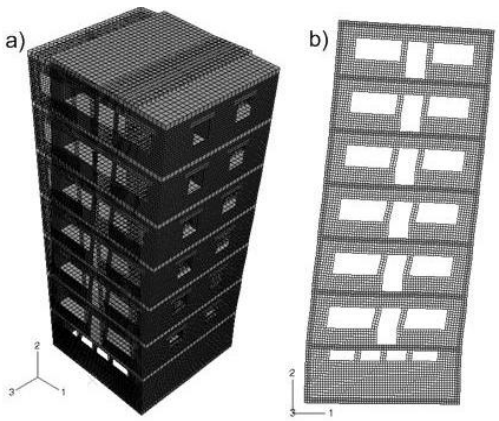
Mapy rozkładu naprężeń pionowych budynku dwukondygnacyjnego przedstawione zostały na rys. 5. Rozkład naprężeń obu rodzajów modeli jest podobny. Model płaski posiada o 5% większe wartości naprężeń ściskających zlokalizowanych w filarkach międzyokiennych.



Rys.5. Rozkład pionowych naprężeń normalnych od ciężaru własnego w modelu a) przestrzennym, b) tarczowym

4.2. Weryfikacja - analiza modalna

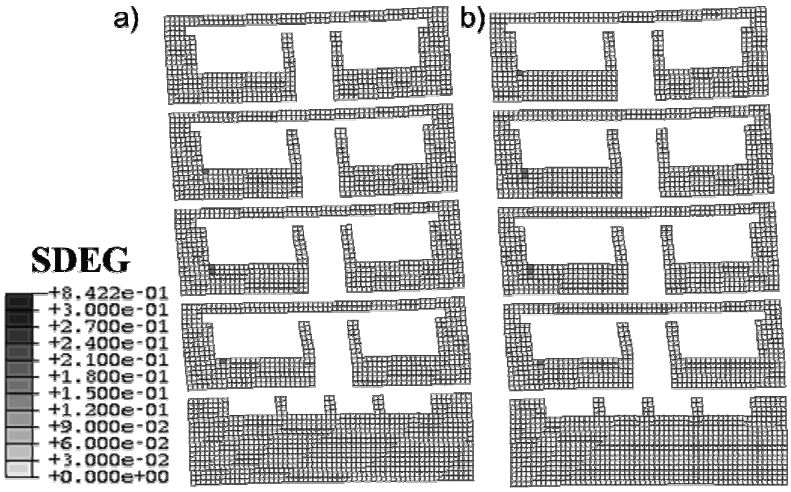
Wprowadzenie modyfikacji modelu 2*D* poprzez uwzględnienie współpracy ścian poprzecznych oraz zwiększenie podatności podłoża powoduje zgodność pierwszych postaci (przykładowy obraz na rys.6) i wartości (patrz Tabela 1) drgań własnych obu modeli.



Rys.6. Postać drgań własnych modelu o 6 kondygnacjach a) przestrzenny, b) tarczowy

4.3. Weryfikacja - analiza dynamiczna

Mapy sumarycznego zniszczenia w przypadku przestrzennego i płaskiego modelu budynków analizowano w chwili maksymalnego przemieszczenia ostatniej kondygnacji względem pierwszej. Obraz degradacji jest zbliżony, tj. w przypadku np. modelu o czterech kondygnacjach (rys. 7) zniszczenie obejmuje przede wszystkim prawy dolny narożnik otworów okiennych z uwagi na aktualne wychylenie modeli. Największa wartość parametru zniszczenia w przedstawionych dwóch rodzajach modeli wyniosła ok. 85%.



Rys.7. Rozkład sumarycznej zmiennej degradacji zarejestrowany w chwili największego przemieszczenia (0,3s) w modelu o 4 kondygnacjach a) przestrzennym, b) płaskim

5. PODSUMOWANIE

Zestawiając odpowiedzi modeli przestrzennych i tarczowych, przy uwzględnieniu podatności podłoża, należy mieć na uwadze ostateczny cel analizy. Modyfikując zadanie tarczowe, trzeba mieć na uwadze możliwość uzyskania zadowalającej odpowiedzi pod względem statycznym (rys. 5) oraz zgodność pod względem częstości drgań własnych (tabela 1 oraz rys. 6). Uzyskane różnice, do 5% w przypadku obciążenia ciężarem własnym oraz do ~1% w odniesieniu do analizy modalnej, potwierdzają możliwość uzyskania zadowalającej zgodności (potwierdzonej mapami degradacji modeli) przy oddziaływaniu dynamicznym.

Prezentowana, nieliniowa charakterystyka parametrów modyfikujących zadanie tarczowe (rys. 4) w zakresie podatności gruntu oraz udziału ścian poprzecznych wykazuje pewien rodzaj stabilizacji na poziomie 4÷6 kondygnacji. Oznaczać to może (niezbędne są dalsze badania), że w przypadkach modeli budynków (przy rzucie poziomym zbliżonym do rozpatrywanego tutaj) o liczbie kondygnacji mniejszej niż 4 istotne jest precyzyjniejsze wyznaczenie parametrów modyfikujących model 2*D* niż w przypadku obiektów wyższych.

Bezpośrednie zastąpienie modelu przestrzennego modelem płaskim, jedynie poprzez jego wydzielenie z całości, może spowodować powstanie różnicy w odniesieniu do analizy modalnej rzędu 18%. Różnica odpowiedź statycznej wyrażona poprzez przemieszczenia może sięgać 74%. Istotą modyfikacji modelu tarczowego jest późniejsze jego wykorzystanie przy uwzględnieniu gęstszego podziału siatki MES. Zgodność rozwiązania w zakresie analizy statycznej powoduje, że analiza dynamiczna rozpoczyna się praktycznie na tym samym poziomie wytężenia modelu powłokowego jak i tarczowego.

LITERATURA

1. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E.: A plastic-damage model for concrete. "International Journal of Solids and Structures" 1989, Vol. 25, p. 299-329.
2. Fenves L., , Lee: J.: A plastic-damage concrete model for earthquake analysis of dams. "Earthquake Eng. and Structural Dynamics" 1998, Vol. 27, p. 937-956.
3. Cińcio A.: Numeryczna analiza dynamicznej odporności niskiej zabudowy na wstrząsy parasejsmiczne z zastosowaniem przestrzennych modeli wybranych obiektów. Praca doktorska. Gliwice : Pol. Śl., 2004.
4. Wawrzynek A., Cińcio A., Mrozek D.: Numerical modelling of wall-floor connections in masonry structures within mining regions. Proc. of Conf. Comp. Methods in Struct. Dyn. and Earthquaje Eng., COMPDYN 2007. Rethymno 2007– on CD.
5. Mrozek M., Mrozek D.: Numeryczna analiza porównawcza dynamicznej odpowiedzi modelu płaskiej ściany oraz przestrzennego budynku niskiego w zakresie pozasprężystym. Praca magisterska – promotor A. Cińcio. Gliwice: Pol. Śl., 2006.
6. Cińcio A., Mrozek M., Mrozek D.: Analiza wrażliwości odpowiedzi układu dynamicznego w zakresie pozasprężystym na gęstość podziału dyskretnego w MES. Proc. 5th International Conference on New Trends in Static and Dynamic of Buildings. Bratislava 2006, s.65-68.
7. Mrozek D.: Porównanie dynamicznej odpowiedzi ściany budynku opisanej modelami przestrzennym i płaskim. W: VIII KNDWB, z.112. Gliwice-Szczyrk 2007, s.169-176.
8. Mrozek M., Mrozek D.: Analiza porównawcza dynamicznej odpowiedzi modeli budynków 3D i 2D z uwzględnieniem podatności podłoża. Część 1 - opis procedury. W: IX Konferencja Naukowa Doktorantów Wydziałów Budownictwa 2008, z.113, s.193-202.
9. Mrozek M., Mrozek D.: Analiza porównawcza dynamicznej odpowiedzi modeli budynków 3D i 2D z uwzględnieniem podatności podłoża. Część 2 – wyniki obliczeń. W: IX Konferencja Naukowa Doktorantów Wydziałów Budownictwa 2008, z.113, s.203-210.

Obliczenia numeryczne wykonano w Akademickim Centrum Komputerowym AGH-Cyfronet na podstawie przyznanych grantów obliczeniowych nr MNiSW/Sun6800/ PŚląska/083/2007, MNiSW/SGI3700/PŚląska/083/2007, a także MNiSW/Sun6800/PŚląska/084/2007, MNiSW/SGI3700/PŚląska/084/2007.

DYNAMIC ANALYSIS OF EQUIVALENT PLANE MODELS OF BUILDINGS WITH DIFFERENT NUMBER OF STOREYS

Summary. Procedure of replacing the 3D model by equivalent 2D one is realised the separation of one wall from the spatial model and creating its plane model. It can be accepted, only when results of statical and dynamical problems for both models are close. Direct separation of the wall from 3D model does not fulfil the above condition. Hence, the process of suitable modification of the plane model parameters is presented. Some comparative analyses of 3*D* and 2*D* models of buildings with different storey numbers are obtained.