

BADANIE WRAŻLIWOŚCI PROJEKTOWANYCH UKŁADÓW NAPĘDOWYCH O ŻĄDANYM WIDMIE CZĘSTOŚCI Z UWZGLĘDNIENIEM TŁUMIENIA PROPORCJONALNEGO DO PARAMETRÓW INERCYJNYCH

TOMASZ DZITKOWSKI, ANDRZEJ DYMAREK

*Institut Automatyizacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania,
Politechnika Śląska
e-mail: tomasz.dzitkowski@polsl.pl, andrzej.dymarek@polsl.pl*

Streszczenie. W pracy zaprezentowano sposób badania wrażliwości otrzymanego układu dyskretnego z tłumieniem ze względu na wartości uzyskanych parametrów w wyniku syntezy w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Na tej podstawie można dokonać oceny wpływu parametrów na zmianę charakterystyki dynamicznej układu.

1. WSTĘP

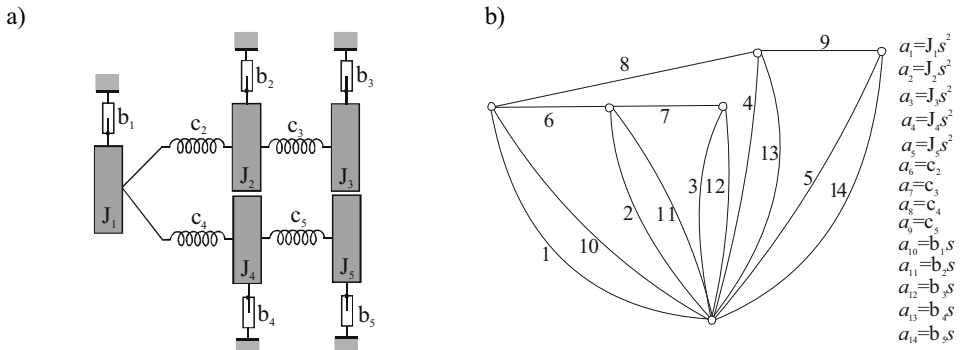
Dobór własności dynamicznych maszyny jest jedną z metod zwiększenia jej trwałości i niezawodności. Zadanie to może być zrealizowane już na etapie projektowania poprzez syntezę strukturalną i parametryczną projektowanego układu [1 ÷ 10, 14, 15] lub przy wykorzystaniu algorytmu analizy [11 ÷ 13, 16, 17]. W pracy zaprezentowana zostanie metoda doboru parametrów dynamicznych układów napędowych maszyn przy wykorzystaniu algorytmu syntezy oraz metoda wrażliwości określająca wpływ zmian tych parametrów na własności dynamiczne.

Synteza drgających skrętnie układów napędowych rozumiana jest w pracy jako metoda obliczeniowa, za pomocą której projektuje się układ mechaniczny wraz z parametrami, spełniający żadaną charakterystykę w postaci wybranych częstości rezonansowych i antyrezonansowych. Wprowadzenie do tak rozumianej syntezy układów napędowych przedstawiono w pracach [6, 7]. Cechą charakterystyczną otrzymanych układów mechanicznych jest to, że wyznaczone parametry układu nie zmieniają się w czasie, a także to, iż spełnienie założonych własności nie wymaga dostarczenia zewnętrznego źródła energii. Spełnienie warunku niezmienności parametrów przez projektowany układ, przy przechodzeniu od elementów modelu do rzeczywistych zespołów konstrukcyjnych maszyny jak również w czasie eksploatacji, może okazać się trudne do zrealizowania. Dlatego istotnym elementem w trakcie projektowania tego typu układów jest możliwość oszacowania wpływu zmian poszczególnych parametrów na charakterystykę dynamiczną (amplitudowo – częstotliwościową) układu. W tym celu w pracy zbadano wrażliwość parametrów, otrzymanego metodą syntezy układu dyskretnego drgającego skrętnie, przy wykorzystaniu nieklasycznej metody grafów i liczb strukturalnych [17].

Niniejsza praca stanowi kontynuację wcześniejszych prac autorów [4, 8 ÷ 10]. W pracach tych omówiono metodę syntezy wieloosiowych układów napędowych maszyn oraz wyznaczono wrażliwość parametryczną modelu układu napędowego bez tłumienia i z uwzględnieniem tłumienia proporcjonalnego do elementów sprężystych.

2. OBIEKT BADAŃ

Jako obiekt badań przyjęto dwuosiowy model układu napędowego maszyny, jako model fenomenologiczny układu dyskretnego drgającego skłębnie, przedstawiony wraz z jego grafem biegunowym na rys.1.



Rys. 1. Obiekt badań a) model układu napędowego z uwzględnieniem tłumienia proporcjonalnego do masy b) graf biegunowy

Analizowany model wraz z parametrami (tabela 1) otrzymano przy wykorzystaniu metody syntezy, polegającej na połączeniu dwóch klasycznych metod syntezy – rozkładu charakterystyki dynamicznej na ułamki proste z rozkładem funkcji charakterystycznej na ułamek łańcuchowy (nazwana w [3] metodą mieszaną). Wartościami wejścia, dla otrzymania struktury i parametrów układu, był ciąg częstości rezonansowych i antyrezonansowych (biegunów i zer poszukiwanej charakterystyki dynamicznej) w postaci:

– biegunów:

$$\omega_0 = 0 \text{ rad/s}, \omega_2 = 10 \text{ rad/s}, \omega_4 = 20 \text{ rad/s}, \omega_6 = 30 \text{ rad/s}, \omega_8 = 40 \text{ rad/s},$$

– zer:

$$\omega_1 = 5 \text{ rad/s}, \omega_3 = 15 \text{ rad/s}, \omega_5 = 25 \text{ rad/s}, \omega_7 = 35 \text{ rad/s},$$

kóre posłużyły do opisanja własności dynamicznej drgającego układu dyskretnego w postaci:

– podatności dynamicznej (receptacji):

$$Y(s) = \frac{(s^2 + 5^2)(s^2 + 15^2)(s^2 + 25^2)(s^2 + 35^2)}{s^2(s^2 + 10^2)(s^2 + 20^2)(s^2 + 30^2)(s^2 + 40^2)}, \quad (1)$$

– lub powolności (impedancji mechanicznej):

$$U(s) = H \frac{s(s^2 + 10^2)(s^2 + 20^2)(s^2 + 30^2)(s^2 + 40^2)}{(s^2 + 5^2)(s^2 + 15^2)(s^2 + 25^2)(s^2 + 35^2)}, \quad (2)$$

gdzie: $s = j\omega$, H - dowolna liczba rzeczywista dodatnia.

Funkcja charakterystyczna, w postaci powolności (2), posłużyła do wyznaczenia struktur i zbioru parametrów. Szczegółowego opisu metody mieszanej syntezy wyznaczenia parametrów i struktur analizowanej charakterystyki dynamicznej (2) dokonano w pracy [4].

Tabela 1. Wartości parametrów dynamicznych układu

i	J_i [kgm ²]	c_i [Nm/rad]	b_i [Nms/rad]
1	1.00	-	0.80
2	4.28	522.95	3.43
3	7.61	350.71	6.09
4	0.43	377.04	0.35
5	0.05	43.09	0.04

Otrzymane wartości parametrów analizowanego układu wraz z modelem w postaci grafu biegunowego są punktem wyjścia do badania wrażliwości parametrycznej – problematykę tę przedstawiono w następnym rozdziale.

3. BADANIE WRAŻLIWOŚCI ANALIZOWANEGO UKŁADU

W pracy do badania wrażliwości parametrycznej, charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej analizowanego układu, zastosowano metodę grafów biegunowych i liczb strukturalnych przedstawioną w [17]. W metodzie tej wrażliwość bada się bezpośrednio względem krawędzi grafu biegunowego (patrz rys.1) – modelującej dwójnik masy, sztywności lub tłumienia.

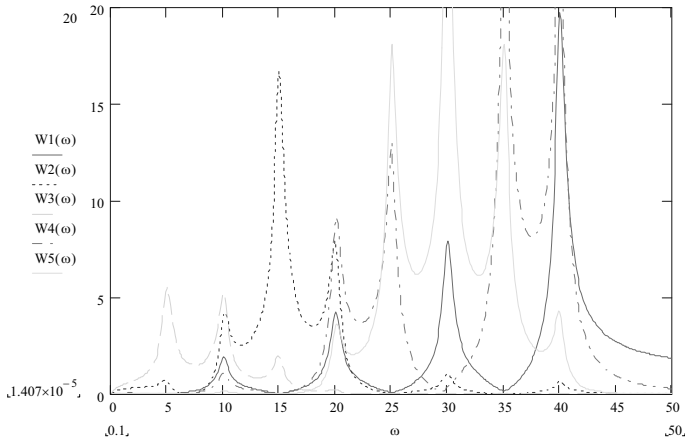
W celu zbadania wrażliwości parametrycznej wyznaczono funkcje wrażliwości układu w odniesieniu do podatności bezpośredniej Y_{a_k} (otrzymanej ze sztywności dynamicznej (1)) względem dwójników masy, sztywności i tłumienia w postaci:

$$W_{a_r}^{Y_{a_k}} = a_r \left[\frac{\det_z \frac{\partial^2 A}{\partial [a_r] \partial [a_k]}}{\det_z \frac{\partial A}{\partial [a_k]}} - \frac{\det_z \frac{\partial A}{\partial [a_r]}}{\det_z A} \right], \quad (3)$$

gdzie: a_r – waga krawędzi wrażliwej, A – liczba strukturalna grafu biegunowego z rys. 1b, $[a_r]$ – oznaczenie krawędzi wrażliwej (zgodnie z opisem grafu biegunowego), $[a_k]$ – oznaczenie krawędzi grafu względem której wyznaczono podatność bezpośrednią. Zgodnie ze wzorem (3) funkcje wrażliwości wyznacza się względem parametrów układu opisanych przez elementy inercyjne, sprężyste oraz tłumiące. Na tej podstawie wrażliwość obliczona względem elementu pierwszego, czyli elementu inercyjnego J_1 , wynosi:

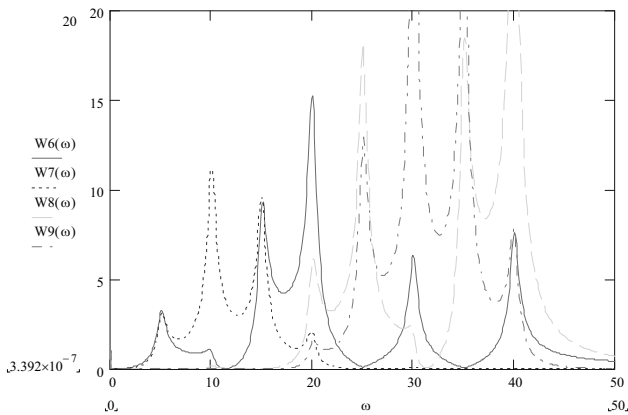
$$W_{a_1}^{Y_1} = a_1 \left[\frac{\det_z \frac{\partial A}{\partial [1] [1]}}{\det_z \frac{\partial A}{\partial [1]}} - \frac{\det_z \frac{\partial A}{\partial [1]}}{\det_z A} \right]. \quad (4)$$

Wrażliwość względem pozostałych parametrów układu wyznacza się analogicznie do wyznaczenia wrażliwości względem parametru J_1 . Wyniki obliczeń numerycznych, wyznaczonych funkcji wrażliwości charakterystyk amplitudowych układu, przedstawiono na rys. 2 ÷ 4.



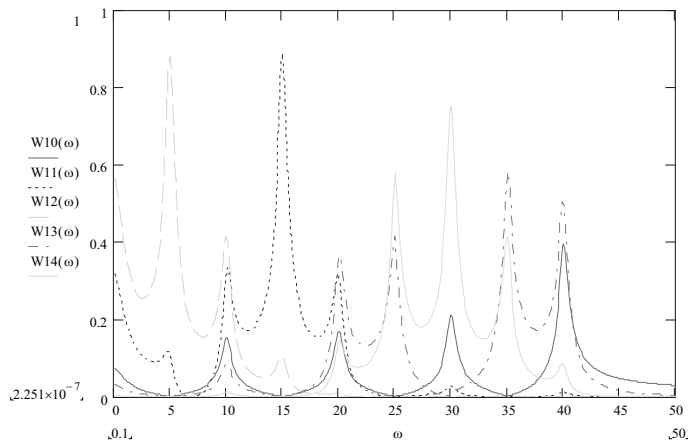
Rys. 2. Porównanie charakterystyk wrażliwości względem parametrów inercyjnych:
 $W1(\omega) - J_1$; $W2(\omega) - J_2$; $W3(\omega) - J_3$; $W4(\omega) - J_4$; $W5(\omega) - J_5$

Analizując charakterystyki z rys. 2, w zależności od szerokości pasm rezonansowych poszczególnych funkcji wrażliwości, można sformułować następujące spostrzeżenia: strefy wzmożonej wrażliwości układu pokrywają się z jego obszarami rezonansowymi i antyrezonansowymi w obszarze drugiej częstości rezonansowej (10 rad/s) znaczącymi parametrami są momenty bezwładności J_3 oraz J_2 ; w przypadku trzeciej częstości (20 rad/s) – elementy J_4 , J_2 ; w obszarze czwartej częstości (30 rad/s) jest to moment bezwładności J_5 natomiast w przypadku ostatniej częstości (40 rad/s) są to parametry J_4 oraz J_1 .



Rys. 3. Porównanie charakterystyk wrażliwości względem parametrów sprężystych:
 $W6(\omega) - c_2$; $W7(\omega) - c_3$; $W8(\omega) - c_4$; $W9(\omega) - c_5$

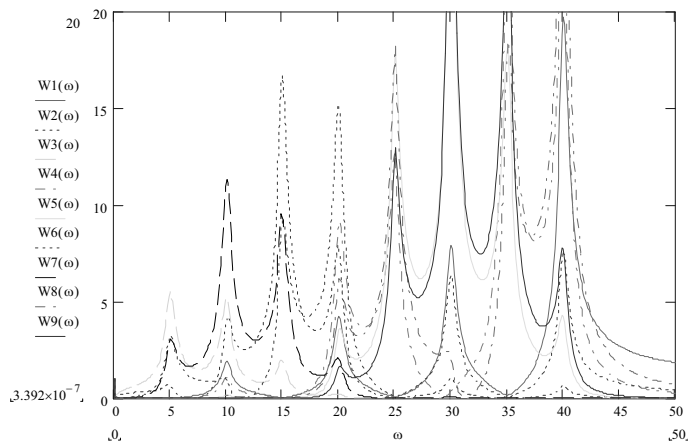
Analizując natomiast wykresy z rys. 3, można sformułować następujące wnioski: w obszarze drugiej częstości rezonansowej znaczącym parametrem jest sztywność c_3 , w przypadku trzeciej częstości – elementy c_2, c_4 , w obszarze czwartej częstości są to sztywności c_5, c_1 natomiast w przypadku ostatniej częstości są to parametry c_4 oraz c_2, c_5 .



Rys. 4. Porównanie charakterystyk wrażliwości względem parametrów tłumiących $W10(\omega) - b_1$; $W11(\omega) - b_2$; $W12(\omega) - b_3$; $W13(\omega) - b_4$; $W14(\omega) - b_5$

Dokonując analizy charakterystyk przedstawionych na rys. 4, można sformułować następujące spostrzeżenie: wpływ zmiany parametrów tłumiących ma najmniejszy wpływ na zmianę charakterystyki dynamicznej układu; świadczą o tym otrzymane funkcje wrażliwości mniejsze od jedności – w porównaniu z wcześniej analizowanymi charakterystykami wrażliwości.

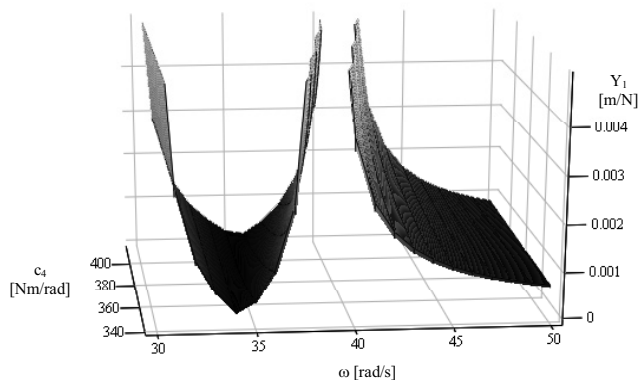
W celu przeprowadzenia pełnej analizy układu dokonano całościowego zestawienia charakterystyk na rys. 5 (pomijając funkcje wrażliwości względem parametrów tłumiących - parametry o małej wrażliwości).



Rys. 5. Zbiorcze przedstawienie funkcji wrażliwości badanego układu mechanicznego

Wnioski wynikające z zestawień całościowych pokrywają się z tymi, które przedstawiono w odniesieniu do wcześniej prezentowanych charakterystyk (rys. 2 ÷ 4). Jednakże na podstawie zbiorczego wykresu można sformułować dodatkowe spostrzeżenia: układ posiada największą wrażliwość w piątym obszarze rezonansowym (40 rad/s), w którym parametrem o największym wpływie jest częstość c_4 (wpływ zmiany wartości sztywności c_4 na częstości piątą przedstawiono na rys. 6); drugim istotnym obszarem wrażliwości jest czwarta częstość (30 rad/s), w której parametrami o największym wpływie są sztywność c_5 oraz moment bezwładności J_5 .

Jak już wcześniej wspomniano, odnośnie do analizy danych z rys. 2, otrzymane charakterystyki wrażliwości umożliwiają analizę wpływu parametrów na częstości antyrezonansowe układu. Jeśli chodzi o częstości antyrezonansowe, to największy wpływ na ich zmianę występuje w czwartym obszarze antyrezonansowym (35 rad/s), w którym parametrami o największym wpływie są momenty bezwładności J_4 , J_5 oraz sztywności c_4 , c_5 ; drugim istotnym obszarem jest trzecia częstość antyrezonansowa (25 rad/s), w której te same parametry co w obszarze czwartym mają największy wpływ na zmianę tej częstości.



Rys. 6. Podatność dynamiczna w funkcji zmiany sztywności c_4 – powiększenie wokół piątej częstości rezonansowej

Porównując analizę wrażliwości układu swobodnego w pracy [9] z przedstawioną w niniejszej pracy analizą wrażliwości układu z uwzględnieniem tłumienia proporcjonalnego do parametrów inercyjnych, należy stwierdzić, iż wnioski odnośnie do parametrów wrażliwych (sprężystych i inercyjnych) pokrywają się. Jednocześnie możliwość otrzymania skończonych wartości pasm rezonansowych i antyrezonansowych (w przypadku wystąpienia tłumienia) pozwala jednoznacznie określić obszary największej wrażliwości. Sformułowanie tych wniosków było możliwe dzięki realizacji całościowej analizy wrażliwości na podstawie podatności dynamicznej przeprowadzonej względem każdego parametru układu.

W przypadku praktycznego wykorzystania wyników numerycznego oszacowania zmiany parametrów drgających układów napędowych można określić przedział zmiany analizowanych parametrów, które w minimalnym stopniu wpłyną na żądane widmo częstości projektowanego układu.

4. WNIOSKI

Dokonując syntezy charakterystyki powolności układu drgającego skrętnie, otrzymuje się ciąg struktur i zbiór wartości parametrów odnośnie do jednej charakterystyki dynamicznej, w postaci ciągu częstości rezonansowych i antyrezonansowych. Tak utworzony zbiór modeli układów napędowych maszyn, a zwłaszcza parametry tych układów, spełniające żądane własności dynamiczne, stanowią bazę jakościowych poszukiwań modelu. Jedną z metod takich jakościowych poszukiwań jest analiza wrażliwości, na podstawie której można dokonać oceny wpływu parametrów na zmianę charakterystyki dynamicznej układu. Taka weryfikacja parametrów zsyntezowanych modeli jest punktem wyjścia do optymalizacji parametrów rzeczywistych, a tym samym - własności dynamicznych układów napędowych.

Część badań zrealizowano w ramach projektu badawczego N 502 447239 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 2010 – 2013.

LITERATURA

1. Buchacz A., Dymarek A., Dzitkowski T.: Projektowanie i badanie wrażliwości ciągłych i dyskretno-ciągłych układów mechanicznych o żądanym widmie częstości w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Monografia z. 88. Gliwice: Wyd. Pol. Śl., 2005.
2. Družinskij I. A.: *Mechaničeskie cepi*. Leningrad: Mašinostroenie, 1977.
3. Dymarek A.: Odwrotne zadanie dynamiki tłumionych mechanicznych układów drgających w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Praca doktorska. Gliwice 2000.
4. Dzitkowski T.: Synteza rozgałęzionych układów napędowych z uwzględnieniem tłumienia. „Modelowanie Inżynierskie” 2009, t. 7, nr 38, s.27÷34.
5. Dzitkowski T., Dymarek A.: The synthesis of machine driving systems. In: Twelfth International Scientific and Engineering Conference - Machine-Building and Technosphere on the Border of the XXI Century. Vol. 5. Donetsk – Sevastopol 2005, p. 66÷70.
6. Dzitkowski T., Dymarek A.: Synthesis and sensitivity of machine driving systems. “Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering” 2006, Vol. 20, p. 359÷362.
7. Dzitkowski T., Dymarek A.: Design and examining sensitivity of machine driving systems with required frequency spectrum. “Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering” 2008, Vol. 26, p.49÷56.
8. Dzitkowski T., Dymarek A.: Projektowanie układów napędowych maszyn ze względu na widmo częstości. „Modelowanie Inżynierskie” 2008, t. 5, nr 36, s.55÷62.
9. Dzitkowski T., Dymarek A. Synthesis and sensitivity of multiaxial drive systems. “Acta Mechanica et Automatica” 2009, Vol. 3, No. 4, pp. 28÷31.
10. Dzitkowski T., Dymarek A.: Design and examining sensitivity of multiaxial drive systems with damping. In: 17th International Scientific and Engineering Conference - Machine-Building and Technosphere on the Border of the XXI Century. Vol.4. Donetsk – Sevastopol 2010, p. 59÷62.
11. Kruszewski J., Wittbrodt E., Walczyk Z.: *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. T.2: Zagadnienia wybrane*. Warszawa : WNT, 1993.
12. Marchelek K.: *Dynamika obrabiarek*. Warszawa : WNT, 1991.

13. Mężyk A.: Optymalizacja własności dynamicznych układów napędowych maszyn. ZN Pol. Śl. 2002, s. "Mechanika" z.139.
14. Redfield R. C., Krishnan S.: Dynamic system synthesis with a bond graph approach. Part I: Synthesis of one-port impedances. "Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control" 1993, Vol. 115, No. 3, p. 357-363.
15. Redfield R. C.: Dynamic system synthesis with a bond graph approach. Part II: Conceptual design of an inertial velocity indicator. "Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control" 1993, Vol. 115, No. 3, p. 364-369.
16. Świtoński E. [red]: Modelowanie mechatronicznych układów napędowych. Monografia z. 70. Gliwice: Wyd. Pol. Śl., 2004.
17. Wojnarowski J., Buchacz A., Nowak A., Świder J.: Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych. Gliwice :Wyd. Pol. Śl., 1986. Skrypt Pol. Śl. nr 1266.

EXAMINING SENSITIVITY OF PROJECTED DRIVE SYSTEMS WITH REQUIRED FREQUENCY SPECTRUM WITH PROPORTIONAL DAMPING TO INERTIAL PARAMETERS

Summary. The scope of discussion is the way of examining the sensitivity of obtained discrete system with damping, with respect to values of received parameters, as results of synthesis by means the graphs and structural numbers methods. On the grounds of its results it is possible to assess the impact of the parameters on the change of the dynamical characteristics of the system.