

ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

PRACE HABILITACYJNE

Nr 14

P.3341/62

AUTOMATYKA

Nr 2

GLIWICE 1962

SPIS TREŚCI

	str.
Rozdział I. Praca aparatu wymiany ciepła w systemie technologicznym	3
Rozdział II. Własności regulacyjne aparatów wymiany ciepła przy pobudzeniu zmianą temperatury, względnie zmianą przepływu czynnika	13
Rozdział III. Jakość regulacji w układzie zawierającym aparaty wymiany ciepła	86
Rozdział IV. Modelowanie aparatów wymiany ciepła	110
Literatura	132

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 54

Dr inż. ZDZISŁAW TRYBALSKI

**ZARYS OGÓLNEJ METODY DOBORU
REGULACYJNIE OPTIMALNEGO APARATU
WYMIANY CIEPŁA ORAZ JEGO ZASTĘPCZEJ,
UPROSZCZONEJ FUNKCJI PRZEJŚCIA**



P.3341/62

PRACA HABILITACYJNA

Data otwarcia przewodu habilitacyjnego 2. X. 1961 r.

REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Andrzej Grossman

Dział Nauki — Sekcja Wydawnictw Naukowych — Politechniki Śląskiej

PJM 124/66

Oddano do wyk. 3. II. 1962	Zam. 218	G-20	Ark. druk. 8 ²² / ₁₀	Ark. wyd. 8 ⁸ / ₁₀
Papier powielaczowy kl. V 61×86, 60 g			Nakład 300+55	Cena zł 10,70

Zakład Produkcji Pomocy Naukowych Politechniki Śląskiej w Gliwicach

Rozdział I

PRACA APARATU WYMIANY CIEPŁA W SYSTEMIE TECHNOLOGICZNYM

A. Omówienie ogólne

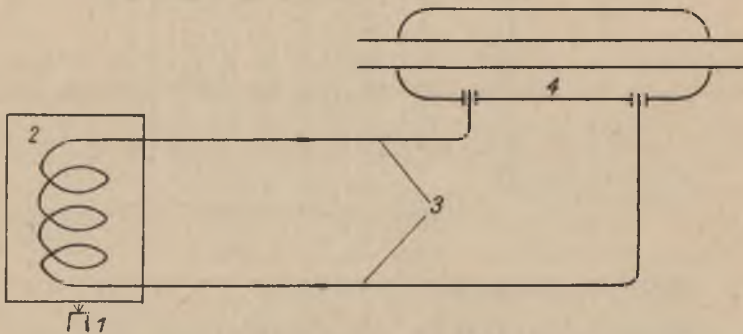
W niniejszej pracy rozpatrzono własności regulacyjne aparatów wymiany ciepła, pracujących z czynnikami nie zmieniającymi stanu skupienia.

Ze względu na wielkość regulowaną, aparaty wymiany ciepła można podzielić na układy:

- 1) temperaturowe,
- 2) przepływowe,
- 3) temperaturowo-przepływowe.

W klasie aparatów wymiany ciepła mieszczą się:

- a) podgrzewacze cieczowe, gazowe, promiennikowe,
- b) wyparki (generatory pary),
- c) chłodnice konwekcyjne i kondensacyjne,
- d) krystalizatory.

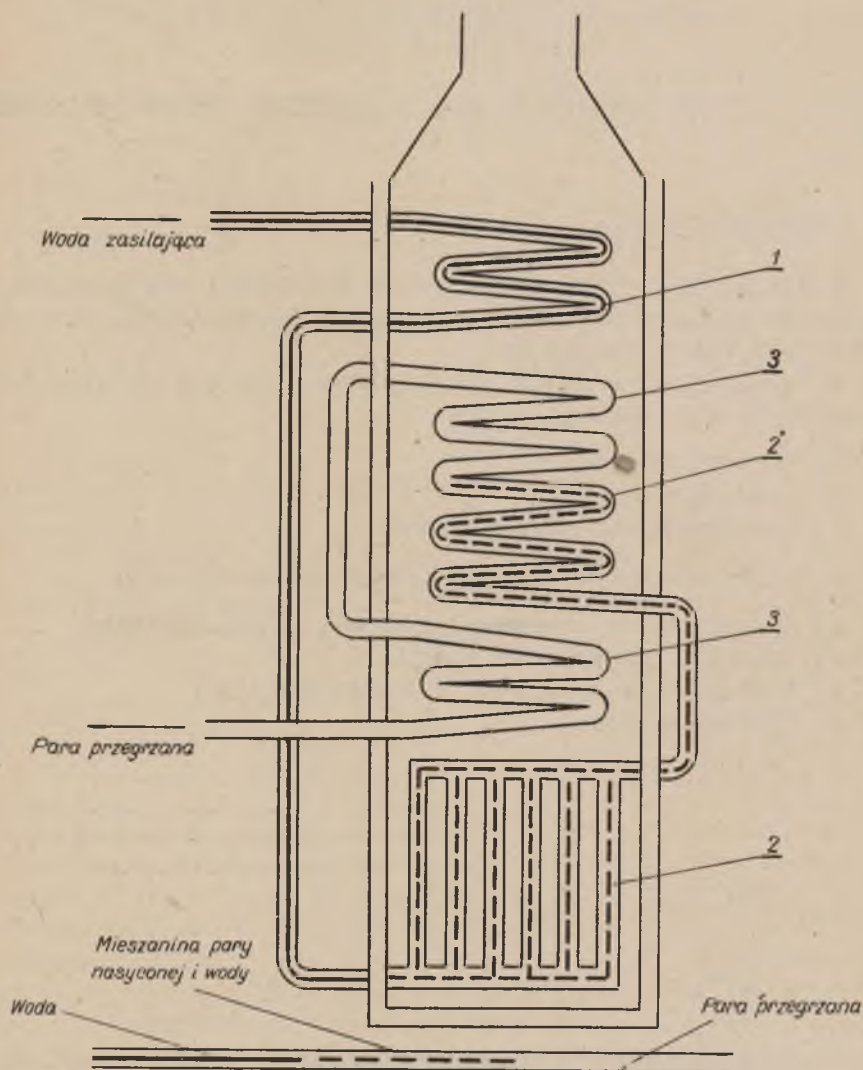


Rys.1. Ogrzewacz wodą przegrzaną

1 - palnik, 2 - piec (zagrzewacz), 3 - przewody cyrkulacyjne,
4 - podgrzewacz cieczowy. Wg Kasatkina [89]

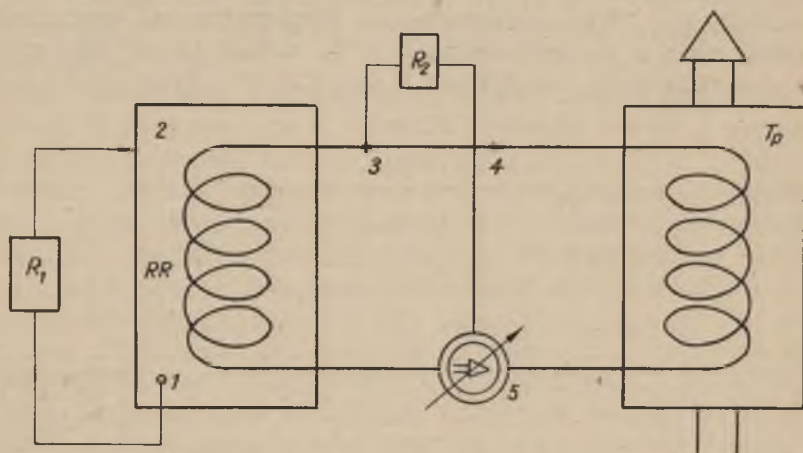
Przykładem temperaturowego aparatu wymiany ciepła jest np., ogrzewacz wodą przegrzaną, z naturalną cyrkulacją wody, przedstawiony na rys.1.

Do aparatów wymiany ciepła typu przepływowego, można zaliczyć wymienniki, z których zbudowany jest kocioł Bensona, z wymuszonym, otwartym obiegiem wody (rys.2).



Rys.2. Schemat wymuszonego obiegu otwartego w kotle Bensona
1 - podgrzewacz wody, 2 - powierzchnia opromieniowana,
3 - przegrzewacz pary. Wg Nehrebeckiego [93]

Innym przykładem przepływowego aparatu wymiany ciepła, jest wymiennik stosowany do odbioru ciepła, z przestrzeni reakcyjnej reaktora jądrowego. Strumień neutronów w chwili rozruchu reaktora, zmienia się w zakresie ponad 10 dekad. Odprowadzanie powstałej energii cieplnej odbywa się drogą zwiększania przepływu (cyrkulacji) chłodziwa.



Rys.3. Obieg ciepła w reaktorze jądrowym

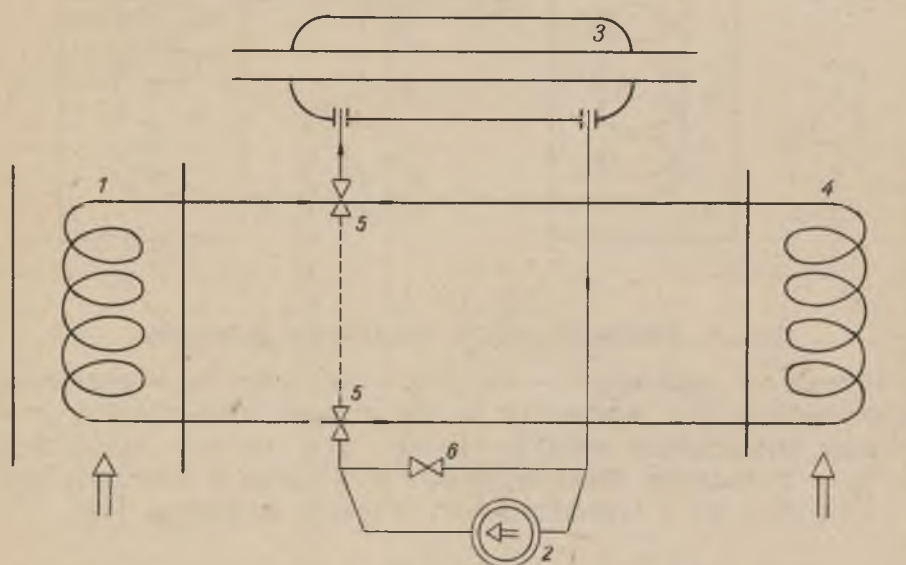
RR - reaktor jądrowy, 1 - czujnik neutronów, R_1 - regulator reaktywności, 2 - wymiennik ciepła z nośnikiem ciepła, 3 - czujnik temperatury nośnika ciepła, 4 - przewody cyrkulacyjne, R_2 - regulator obrotów pompy, 5 - pompa o zmiennym przepływie, T_p - transformator pary. Wg Schultza [94]

Wymienniki ciepła o zmiennym przepływie, z punktu widzenia ich własności regulacyjnych, są elementami dwuwejściowymi. Jeżeli bowiem dla wymienników temperaturowych warunk stałego przepływu jest zwykle technicznie łatwy do spełnienia, to dla wymienników o zmiennym przepływie, zachowanie stałej temperatury czynnika przepompowywanego na ogół nie jest możliwe. W związku z powyższym, przepływowy wymiennik ciepła jest obiektem o charakterystyce regulacyjnej, będącej wypadkową z odpowiedzi aparatu na zmianę temperatury i na zmianę przepływu.

Do grupy aparatów temperaturowo-przepływowych, należą wymienniki ciepła stosowane w urządzeniach do ogrzewania dowthermem, Schemat takiego układu przedstawia rys.4.

B. Rys historyczny i poglądy różnych autorów na zagadnienie regulacji wymienników ciepła

Problem regulacji wymienników ciepła pojawia się w literaturze w latach 30-tych naszego stulecia. [1]. Występuje on jako zagadnienie marginesowe, przy okazji dyskusji bardzo kłopotliwego nastawiania i utrzymywania temperatury przy destylacyjnych kolumnach próżniowych. Użytkowanie wymienników ciepła, związanych ze sobą kaskadowo czynnikiem ogrzewanym (schładzającym) przy utrzymywaniu temperatur na poszczególnych odbiorach z dokładnością $0,2^{\circ}\text{C}$, wobec braku teoretycznych i doświadczalnych danych o regulacji, było mocno utru-



Rys.4. Schemat instalacji ogrzewania dowthermem.

1 - grzewacz, 2 - pompa, 3 - wymiennik główny, temperaturowo=przepływowy, 4 - chłodnica, 5 - zawory regulacyjne, 6 - zawór bocznika pompy. Wg Kasatkina [89]

dnione i niepewne. W.M.Nagle, proponuje wprowadzenie pewnych współczynników korygujących konstrukcję, łagodzących stro-
mość temperaturowych charakterystyk statycznych oraz wła-
ściwe "dostrojenie" temperatur wyjściowych przez zmianę
temperatury wejściowej jednego z czynników.

Podobne propozycje napotyka się w artykule [2], w którym A.J. Underwood analizując trudności połączone z uzyskaniem dokładnej temperatury w wymiennikach jednodrożnych, związane z przyjmowaniem przy konstrukcji średniego spadku temperatury w wymiennikach - skraplaczach, podkreśla walory wymienników wielodrożnych i łatwość "dostrojenia" temperatur.

Dalszymi pracami, w których rozważano zupełnie analogicznie interesujące nas zagadnienia są [3] oraz [4] jak również [5]. Traktują one technologiczną potrzebę "dostrojenia" układu do żądanej temperatury, tylko od strony statycznej i dla stanów ustalonych.

Zainteresowanie własnościami dynamicznymi aparatów wymiany ciepła, pojawia się w okresie rozwoju teorii, regulacji temperatury układów technologicznych [6] [7] [8] [9] [10]. Wszystkie jednak ówczesne prace traktują aparaty wymiany ciepła, jako zbiór skończonej ilości, fizycznie podobnych elementów o parametrach skupionych. Ze względu na trudności występujące przy rozwiązywaniu równań wyższych rzędów, kaskada elementarnych członów nie przekraczała trzech, przy czym nie znane jest w literaturze określenie stopnia dokładności, jakie daje tego rodzaju przybliżenie. Pierwszą pracą ujmującą najprostszy wymiennik ciepła w formie kontinuum była [11]. Wprowadzone przez Profosa uproszczenia hydro- i termodynamiczne dla przypadku wymiany ciepła pomiędzy przepływającym przez rurę czynnikiem, a ściankami tejże rury, były konieczne z uwagi na kłopotliwą i skomplikowaną formę matematyczną, w jakiej należało ująć postawiony problem. Dzięki tym uproszczeniom, zdołał Profos przedstawić operatorową przepustowość (nazwaną w oryginale "der Frequenzgang") zmian temperatury, występujących w skończonym odcinku rury, przy wymianie ciepła pomiędzy nią a czynnikiem przepływającym ze stałą prędkością.

Opierając się na pionierskiej pracy Profosa, przedstawił Y. Takahashi [12] próbę uzyskania przepustowości operatorowej pełnego wymiennika ciepła, złożonego z dwu rur współśrodkowych i dwu czynników przepływających ze stałą prędkością. Przedmiotem analizy była zmiana temperatury wyjściowej jednego czynnika zachodząca pod wpływem zmian temperatury wejściowej drugiego płynu, przy uwzględnieniu istnienia rzeczywistych ścianek akumulujących energię cieplną. Bardziej szczegółową analizę własności dynamicznych współ- i przeciwprądowego wymiennika ciepła podał Takahashi w następnej swojej pracy [13]. Uzyskane dla modelowego wymiennika ciepła amplitudowo-fazowe charakterystyki, porównał Autor z otrzymanymi

doświadczalnie. Niestety, ocena dokładności uzyskanych tą drogą wyników, jest ściśle jakościowa.

Uproszczona metoda traktowania wymiany ciepła przez przepię przy istnieniu przepływu czynnika niosącego ciepło, była podana przez H.S.Carslaw'a i J.C.Jaeger'a [14]. Zapewne też dlatego, oprócz rozwiązania Profosa, pojawiają się w literaturze, niezależne prace, przedstawiające mniej lub bardziej skomplikowane analizy tego problemu. Do nich należy zaliczyć m.in. bardzo szczegółowo opracowane przez J.W.Rizika [15] dane tabelaryczne odnoszące się do przykładowych wymienników ciepła, dla których Autor dokonał przeliczeń na maszynie cyfrowej IBM, posługując się otrzymanymi przez siebie bardzo skomplikowanymi funkcjami. Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do autorów innych prac, Rizika rozpatrywał układ przepię przy przepływie obu ściśliwych czynników.

Również podane przez Dewiatova [16], bardzo ogólne, ale też najbardziej ze wszystkich skomplikowane rozwiązanie, nosi charakter zupełnie oryginalnego. Dewiatov nakreślił wprawdzie w założeniach do swojej pracy, sposób obliczania odpowiedzi wymiennika ciepła na skok temperatury i skokową zmianę przepię jednego z czynników, jednak konkretne rozwiązanie funkcji, ogranicza tylko do skokowej zmiany temperatury, na wejściu aparatu.

Rzówj inżynierskich metod obliczeniowych, przeprowadzanych przy użyciu maszyn cyfrowych, doprowadził w dziedzinie znajdowania funkcji przejścia aparatów wymiany ciepła, do pojawienia się szeregu prac, podających sposoby zaprogramowania temperaturowych funkcji przejścia. Jako główną pracę z tego zakresu należy wymienić [17], w której Autor podał pełne wzory iteracyjne, oraz przewodniki do obliczeń, jak również przykłady, przeliczone tą metodą i sprawdzone doświadczalnie (porównaj także [30]).

Korzystając z wyników pracy Dusinberre'go, wykonał Rizika [18] obliczenia funkcji przejścia wymiennika ciepła, przy stałej temperaturze jednego z czynników, którym była skraplająca się para wodna.

Przy porównywaniu wyników obliczeniowych z eksperymentalnymi, duży kłopot sprawiają niesprecyzowane wartości współczynników wymiany ciepła. Ponieważ w stosunku do otrzymywanych analitycznie, przy znacznych uproszczeniach, jedynie charakterystyki doświadczalne można uważać za "rzeczywiste", dlatego też w szeregu prac [19] [20] [21] [39] [95] [34] zajmowano się korelacjami pomiędzy wartościami współczynników

wymiany ciepła, otrzymanymi z pomiarów w stanach ustalonych i nieustalonych. Ze względów na trudności w otrzymaniu przebiegów czasowych, z uzyskanych przepustowości operatorowych, właściwie tylko trzy prace zajęły się, do tej pory, sposobami wyznaczania funkcji przejścia [22] [23] [59]. Zostaną one bardziej szczegółowo opisane w rozdziale II, pkt.G.

Pojawiające się następnie aż do chwili obecnej - prace można zgrupować w trzech głównych zespołach.

1-ym - dążącym do zapewnienia jak największej zgodności pomiędzy funkcjami przejścia uzyskanymi analitycznie, oraz doświadczalnie, jak również naukowego wyjaśnienia procesów zachodzących w aparatach wymiany ciepła w stanach nieustalonych.

2-im - usiłującym stworzyć takie metody projektowania aparatów wymiany ciepła, aby uzyskać obiekty technologiczne o optymalnych własnościach regulacyjnych.

3-im - dokonującym prób adaptacji wyników analitycznych uzyskanych z dotychczasowego, idealizowanego schematu wymiennika ciepła współ- i przeciwprądowego, jedno- lub wielodrożnego, na rzeczywiste aparaty wymiany ciepła, jak np. kotły, piece przepływowe, reaktory, kolumny, itp.

Do zespołu pierwszego należy zaliczyć zarówno dokładne, jak i przybliżone metody, ujmujące następujące układy wymiany ciepła

- 1.1) pomiędzy płynem dokładnie mieszanym a przeponą,
- 1.2) pomiędzy czynnikiem przepływającym, a przeponą,
- 1.3) pomiędzy czynnikami przepływającymi z pominięciem przepony,
- 1.4) pomiędzy czynnikami przepływającymi z uwzględnieniem przepony wewnętrznej (dzielącej płyny), wpływającej na czas martwy i zewnętrznej (otaczającej), powiększającej stałą czasową. Należy tu uwzględnić prace [24] [25] [26] [27] [28] [97] [29] [30] [31] [32] [33] [34].

Drugi zespół, obejmuje szereg skomplikowanych zagadnień konstrukcyjnych, związanych z tendencjami do nadania nowo projektowanym aparatom wymiany ciepła, takich własności regulacyjnych, aby w zespole obiekt-regulator można było uzyskać optymalną dobroć regulacji. Opracowania z tego zakresu, to przede wszystkim [40] [41] [42] [43] [44] [45] [46] [47] [48] [49]. Te problemy będą naświetlone bliżej w rozdziale III-m, pkt.A.

Pomimo bardzo licznej rodziny zagadnień, związanych z zastosowaniami praktycznymi, objętymi zespołem trzecim, ilość

prac usiłujących zaadaptować otrzymane rezultaty do rzeczywistych aparatów i układów technologicznych, jest stosunkowo niewielka [30] [33] [34] [38] [59] [67] [87] [97] [98] [102] [103] [104].

Główną przyczyną tego zjawiska, są trudności związane z:

a) pomiarami sprawdzającymi uzyskane rezultaty na obiektach rzeczywistych,

b) równoczesnym występowaniem w wielu przypadkach wymiany masy i zmiany stanu skupienia,

c) złożonością rzeczywistych instalacji przemysłowych, w których ilość aparatów wymiany ciepła, jakie trzeba uwzględnić w postaci powiązanego ze sobą systemu cieplnego, wynosi co najmniej kilka.

Specjalną uwagę należy poświęcić metodom pomiarowym, przy pomocy których, dokonuje się porównania charakterystyk rzeczywistych układów, z ich modelami, względnie charakterystykami otrzymanymi analitycznie. W przeważającej ilości prac, stosowane są do tych celów metody częstościowe sinusoidalne, oraz wymuszenia skokowe. Ponieważ jednak obie wymienione metody są bardzo kłopotliwe w użyciu, jeżeli chodzi o obiekty przemysłowe, obciążone znacznymi czasami martwymi i stałymi czasowymi rzędu godzin, najnowsze kierunki pomiarowe dążą do opracowania aparatury, pozwalającej na łatwe posłużenie się pobudzeniami impulsowymi [28] [99] [100] lub też metodą stochastyczną [31]. Ta ostatnia, mimo że wymagająca ze wszystkich wymienionych najdroższej aparatury, rokuje największe nadzieje, ponieważ nie potrzebuje stabilizacji parametrów, wchodzących do obiektu cieplnego w postaci zaburzeń nie wymuszanych. Warto podkreślić, że zgodność charakterystyk obliczonych i pomierzonych uzyskana przez Autorów pracy [31], była znacznie większa aniżeli u innych, posługujących się metodą sinusoidalną.

C. Problematyka regulacji układów zawierających aparaty wymiany ciepła

Badając wzory otrzymane na temperaturową wzgl. przepływową funkcję przejścia wymiennika przez różnych autorów, a zawarte w literaturze podanej w zestawieniu, dochodzi się do następujących wniosków:

1. Pomimo zastosowanych przy analizie własności regulacyjnych wymienników nawet daleko posuniętych założeń upra-

szczających, postać uzyskanych funkcji przejścia jest bardzo skomplikowana, a ich techniczna użyteczność - niewielka.

2. Stosowany do określenia funkcji przejścia w dotychczasowych pracach, bogaty aparat matematyczny, daje zbyt mało informacji, użytecznych dla celów automatycznej regulacji. Nie można przy jego pomocy, użytkując aktualne rozwiązania, określić z danych konstrukcyjnych wielkości czasu martwego i głównych stałych czasowych.

3. Również, tak ważny dla analizy i syntezy układów automatycznej regulacji parametr, jakim jest dobroć regulacji układu, nie może być w dzisiejszym stanie techniki, dla konkretnego, rzeczywistego układu, jednoznacznie obliczony inaczej jak tylko przy pomocy maszyn matematycznych [96].

W ostatnich latach rozwinęły się nowe gałęzie automacji (teorie struktur i badania operacyjne) dla których niezmiernie ważnym zagadnieniem jest ilość i jakość uproszczeń, jakie można wprowadzić do analizy dobroci (w sensie szerszym) układów regulacyjnych, nie narażając się na popełnianie zbyt dużych błędów [105]. Wprawdzie zgodność wyników eksperymentalnych, z rezultatami obliczeń, w technice regulacji układów cieplnych, nie jest lepsza aniżeli ca 30%, niemniej, brak jest w literaturze wskazówek, odnośnie wprowadzania charakterystyk uproszczonych.

Z tych też powodów, całość problemów, związanych z rozpatrywaniem własności regulacyjnych aparatów wymiany ciepła i ich układów, można sprowadzić do następujących zagadnień:

a) jakie kryterium dobroci regulacji należy przyjąć dla aparatów wymiany ciepła i ich układów, zwłaszcza ciśnieniowych,

b) jak wpływają na wielkość dobroci regulacji, definiowanej dla sygnału skokowego, sygnały rzeczywiście występujące w układach technologicznych,

c) jaki błąd w określaniu dobroci regulacji (dla przyjętego kryterium) popełnia się, zastępując rzeczywistą funkcję przejścia aparatu przebiegiem uproszczonym,

d) czy można uzyskać zwiększenie podatności regulacyjnej aparatu wymiany ciepła jako obiektu regulacji,

e) czy jest możliwe zwiększenie regulacyjności układu aparatów wymiany ciepła,

f) jakie własności regulacyjne posiada aparat wymiany ciepła przy równoczesnej lub niejednoczesnej zmianie temperatury i przepływu jednego z czynników,

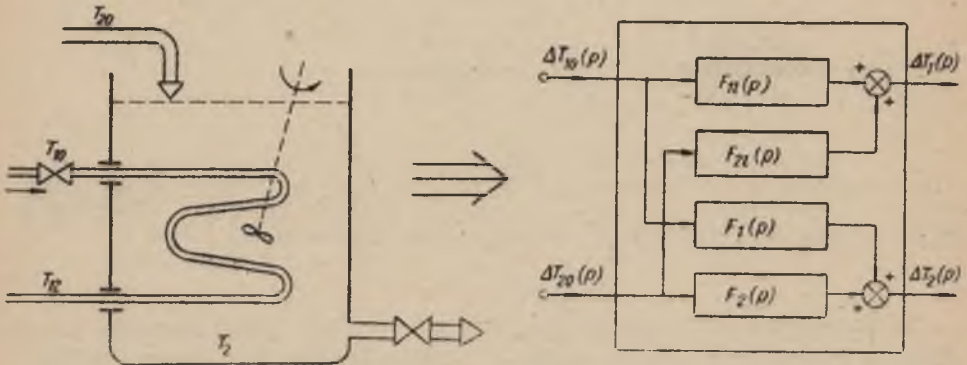
g) jaką aproksymacją będzie można otrzymać zastępczą-uproszczoną, ale "wystarczającą" funkcję przejścia aparatu wymiany ciepła.

Rozdział II

WŁASNOŚCI REGULACYJNE APARATÓW WYMIANY CIEPŁA PRZY POBUDZANIU ZMIANĄ TEMPERATURY, WZGLĘDNIIE ZMIANĄ PRZEPŁYWU CZYNNIKA

Celem zorientowania się w przydatności wyprowadzonych dotychczas przepustowości operatorowych, dla poznania własności regulacyjnych oraz oceny ich wartości w dyskusji nad optymalnym aparatem wymiany ciepła, zestawmy wzory: (niektóre z nich są znane z^{x)} [12] [13] [13a] [11] [33]).

A. 1. Ogrzewanie dobrze mieszanego czynnika (przy stałym poziomie z pominięciem pojemności cieplnej ścianek)



Rys.5. Schemat fizyczny i blokowy regulacyjny wymiennika ciepła typu A

x) Dotyczy tylko punktu "B.1" oraz "B.2"

Przepustowość operatorowa dla temperatury T_2 ma postać następującą

$$\Delta T_2(p) = F_1(p) \Delta T_{10}(p) + F_2(p) \Delta T_{20}(p)$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{11}(p) \\ \Delta T_2(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{11}(p) & F_{21}(p) \\ F_1(p) & F_2(p) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{20}(p) \end{vmatrix}$$

$$F_{11}(p) = \left. \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{10}(p)} \right|_{\Delta T_{20}=0} = e^{-(p+a_n)} + \frac{a_A a_B [1 - e^{-(p+a)}]^2}{M(p)}$$

$$F_{21}(p) = \left. \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{20}(p)} \right|_{\Delta T_{10}=0} = \frac{a_A (a_A + p) [1 - e^{-(p+a_A)}]}{M(p)}$$

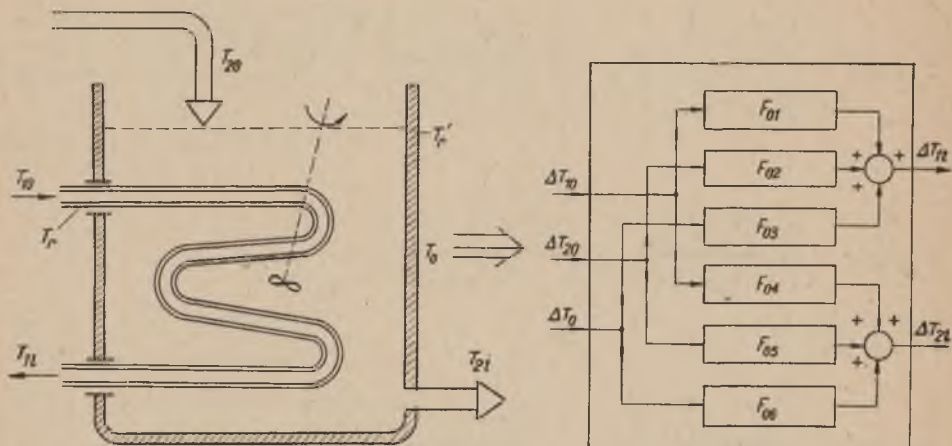
$$F_1(p) = \left. \frac{\Delta T_2(p)}{\Delta T_{10}(p)} \right|_{\Delta T_{20}=0} = \frac{a_B (p+a_A) [1 - e^{-(p+a_A)}]}{M(p)}$$

$$F_2(p) = \left. \frac{\Delta T_2(p)}{\Delta T_{20}(p)} \right|_{\Delta T_{10}=0} = \frac{(p+a_A)^2}{M(p)}$$

$$M(p) = (rp + 1)(p + a_B)^2 + a_B p (p + a_A) + a_A a_B [1 - e^{-(p+a_A)}]$$

Wyprowadzenie funkcji przejścia $T_2(t)$ jest bardzo uciążliwe. Sposób jej otrzymania i eksperymentalne sprawdzenie przebiegu czasowego można znaleźć w [97].

2. Ogrzewanie dobrze mieszanego czynnika z uwzględnieniem pojemności cieplnej ścianek i wymiany ciepła z otoczeniem



Rys.6. Schemat fizyczny i blokowy regulacyjny wymiennika ciepła typu A, z uwzględnieniem pojemności cieplnej ścianek

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{11}(p) \\ \Delta T_{21}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{01}(p) & F_{02}(p) & F_{03}(p) \\ F_{04}(p) & F_{05}(p) & F_{06}(p) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{20}(p) \\ \Delta T_0(p) \end{vmatrix}$$

$$F_{01}(p) = \frac{\Delta T_{12}(p)}{\Delta T_{10}(p)} \bigg|_{\substack{\Delta T_{20}=0 \\ \Delta T_0=0}} = e^{-f_1(p)} + \frac{g_1(p) g_2(p) [1 - e^{-f_1(p)}]^2}{M_0(p)}$$

$$F_{02}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{20}(p)} \bigg|_{\substack{\Delta T_{10}=0 \\ \Delta T_0=0}} = \frac{g_1(p) f_1(p)}{M_0(p)} [1 - e^{-f_1(p)}]$$

$$F_{o3}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_o(p)} \Big|_{\substack{\Delta T_{10}=0 \\ \Delta T_{20}=0}} = \frac{\xi_1(p) f_1(p) \xi_3(p)}{M_o(p)} \left[1 - e^{-f_1(p)} \right]$$

$$F_{o4}(p) = \frac{\Delta T_2(p)}{\Delta T_{10}(p)} \Big|_{\substack{\Delta T_{20}=0 \\ \Delta T_o=0}} = \frac{f_1(p) \xi_2(p)}{M_o(p)} \left[1 - e^{-f_1(p)} \right]$$

$$F_{o5}(p) = \frac{\Delta T_2(p)}{\Delta T_{20}(p)} \Big|_{\substack{\Delta T_{10}=0 \\ \Delta T_o=0}} = \frac{[f_1(p)]^2}{M_o(p)}$$

$$F_{o6}(p) = \frac{\Delta T_2(p)}{\Delta T_o(p)} \Big|_{\substack{\Delta T_{10}=0 \\ \Delta T_{20}=0}} = \frac{[f_1(p)]^2 \xi_3(p)}{M_o(p)}$$

$$M_o(p) = [f_1(p)]^2 [f_2'(p)+1] + \xi_1(p) \xi_2(p) \left[1 - f_1(p) - e^{-f_1(p)} \right]$$

$$f_2'(p) = rp + \frac{a_2 (p+b_1)}{p+b_1+b_2} + \frac{a_2' (p+b_3)}{p+b_2'+b_3}$$

$$\xi_{3(p)} = \frac{a_2' b_3}{p+b_2'+b_3}$$

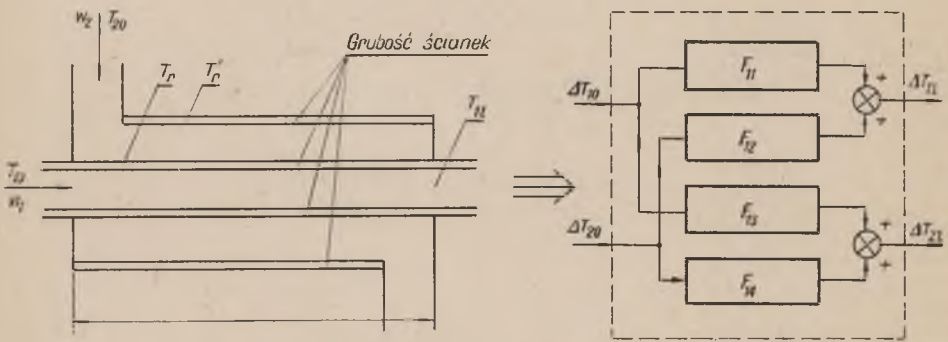
$$b_3' = \frac{\alpha_o F_{ot} G_1}{G_r' c_r G_1^*}$$

B. Wymiennik ciepła z dwoma przepływającymi czynnikami:
(przepływ turbulenty)

1. Układ o parametrach rozłożonych

Najprostszym układem do analizy, której wyniki dają się transponować na dowolne ukształtowanie geometryczne, jest wymiennik typu "rura w rurze" (rys,7).

Sposób analizy własności regulacyjnych takiego układu podany jest np. w [97].



Rys.7. Schemat fizyczny i blokowy wymiennika ciepła typu B (rura w rurze) z uwzględnieniem grubości ścianek

1.1. Współprąd - przypadek ogólny

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{11}(p) \\ \Delta T_{21}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{11}(p) & F_{12}(p) \\ F_{13}(p) & F_{14}(p) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{20}(p) \end{vmatrix}$$

$$F_{11}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{20}(p)} \Big|_{\Delta T_{20}=0} = e^{-\frac{1}{2} [f_1(p)+f_2(p)]} \left[\operatorname{ch} \varrho(p) - \frac{1}{2} [f_1(p) - f_2(p)] \frac{\operatorname{sh} \varrho(p)}{\varrho(p)} \right]$$

$$F_{12}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{20}(p)} \Big|_{\Delta T_0=0} = \varepsilon_1(p) e^{-\frac{1}{2}[f_1(p)+f_2(p)]} \frac{\operatorname{sh} \varrho(p)}{\varrho(p)}$$

$$F_{13}(p) = \frac{\Delta T_{21}(p)}{\Delta T_{10}(p)} \Big|_{\Delta T_0=0} = \varepsilon_2(p) e^{-\frac{1}{2}[f_1(p)+f_2(p)]} \frac{\operatorname{sh} \varrho(p)}{\varrho(p)}$$

$$F_{14}(p) = \frac{\Delta T_{21}(p)}{\Delta T_{20}(p)} \Big|_{\Delta T_0=0} = e^{-\frac{1}{2}[f_1(p)+f_2(p)]} \left[\operatorname{ch} \varrho(p) + \frac{1}{2} [f_1(p)-f_2(p)] \frac{\operatorname{sh} \varrho(p)}{\varrho(p)} \right]$$

gdzie

$$\varrho(p) = \frac{1}{2} \sqrt{[f_1(p)-f_2(p)]^2 + 4\varepsilon_1(p) \varepsilon_2(p)}$$

$$\varepsilon_1(p) = \frac{a_1 b_2}{p+b_1+b_2}, \quad \varepsilon_2(p) = \frac{a_2 b_1}{p+b_1+b_2}$$

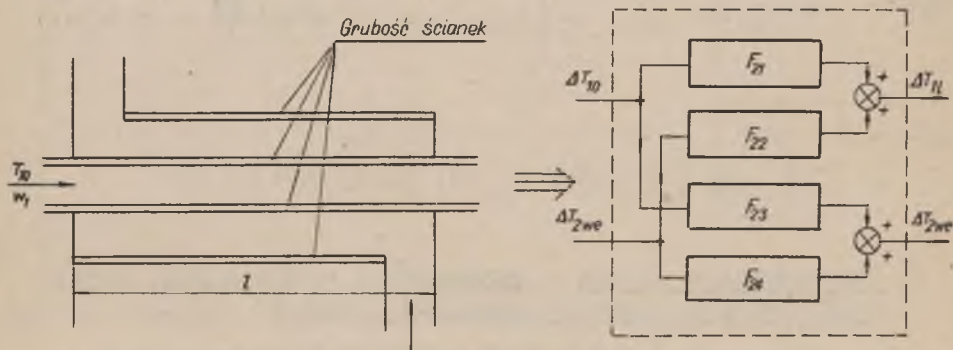
$$f_1(p) = \frac{a_1(p+b_2)}{p+b_1+b_2} + p, \quad f_2(p) = rp + \frac{a_2(p+b_1)}{p-b_1+b_2} + \frac{a'_2 p}{p+b_2}$$

$$a_1 = \frac{\alpha_1 F_{rw}}{G_1^* c_1} \quad a_2 = \frac{\alpha_2 F_{rz}}{G_2^* c_2} \quad a'_2 = \frac{\alpha'_2 F'_{rw}}{G_2^* c_2}$$

$$b_1 = \frac{\alpha_1 F_{rw} G_1}{G_r c_r G_1^*} \quad b_2 = \frac{\alpha_2 F_{rz} G_1}{G_r c_r G_1^*} \quad b'_2 = \frac{\alpha'_2 F'_{rw} G_1}{G_r c_r G_1^*}$$

$$r = \frac{G_1^* G_2}{G_2^* G_1} = \frac{W_1}{W_2}$$

1.2. Przeciwprąd - przypadek ogólny (rys.8)



Rys.8

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1L}(p) \\ \Delta T_{2wy}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{21}(p) & F_{22}(p) \\ F_{23}(p) & F_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{2we}(p) \end{vmatrix}$$

$$F_{21}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{10}(p)} \Big|_{\Delta T_{2w} = 0} = \frac{e^{-\frac{1}{2} [f_1(p) - f_2(p)]}}{\frac{1}{2} [f_1(p) + f_2(p)] \frac{\text{sh } \lambda(p)}{\lambda(p)} + \text{ch } \lambda(p)}$$

$$F_{22}(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{10} = 0} = \frac{\varepsilon_1(p)}{\frac{1}{2} [f_1(p) + f_2(p)] + \lambda(p) \text{cth } \lambda(p)}$$

$$F_{23}(p) = \frac{\Delta T_{2wy}(p)}{\Delta T_{10}(p)} \Big|_{\Delta T_{2we} = 0} = \frac{\varepsilon_2(p)}{\frac{1}{2} [f_1(p) + f_2(p)] + \lambda(p) \text{cth } \lambda(p)}$$

$$F_{24}(p) = \frac{\Delta T_{2wy}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{10} = 0} = \frac{e^{-\frac{1}{2} [f_1(p) - f_2(p)]}}{\frac{1}{2} [f_1(p) + f_2(p)] \frac{\text{sh } \lambda(p)}{\lambda(p)} + \text{ch } \lambda(p)}$$

$$\lambda(p) = \frac{1}{2} \sqrt{[f_1(p) + f_2(p)]^2 - 4\varepsilon_1(p) \varepsilon_2(p)}$$

2. Uproszczenie układu o parametrach rozłożonych, przez pominięcie pojemności cieplnej ścianek

Celem otrzymania równań wymiennika przy pominięciu pojemności cieplnej ścianek, należy we wzorach na (F_1) i (F_2) podstawić na miejsce:

$$f_1(p) \rightarrow a_A + p$$

$$f_2(p) \rightarrow a_B + rp$$

$$\varepsilon_1(p) \rightarrow a_A$$

$$\varepsilon_2(p) \rightarrow a_B$$

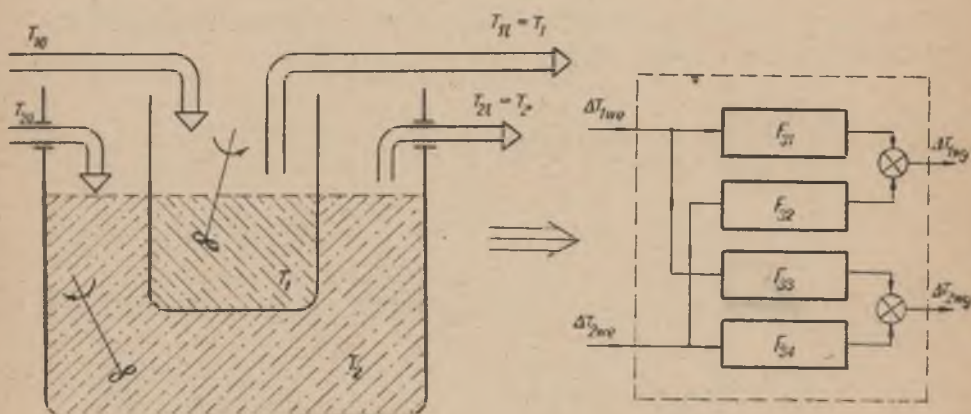


gdzie

$$a_A = \frac{(\alpha_2 F_2)}{G_1 c_1} \quad a_B = \frac{(\alpha_2 F_2)}{G_2 c_2}$$

$$\frac{1}{(\alpha_2 F_2)} = \frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}$$

3. Współprąd oraz przeciwprąd, Model uproszczony (rys.8) z dokładnym mieszaniem i przy pominięciu pojemności cieplnej ścianek



Rys.9. Schemat fizyczny i blokowy uproszczonego modelu wymiennika ciepła typu B

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1wy}(p) \\ \Delta T_{2wy}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{31}(p) & F_{32}(p) \\ F_{33}(p) & F_{34}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{1we}(p) \\ \Delta T_{2we}(p) \end{vmatrix}$$

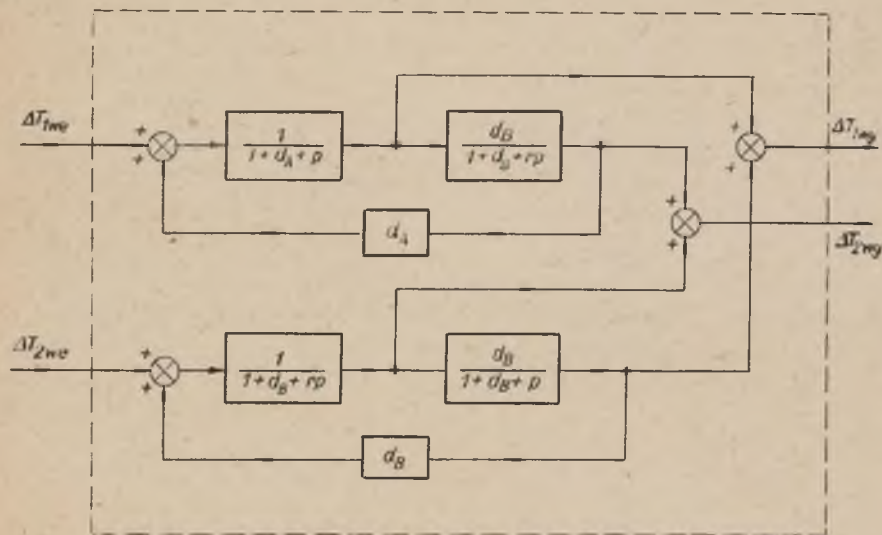
$$F_{31}(p) = \frac{\Delta T_{wy}(p)}{\Delta T_{1we}(p)} \Big|_{\Delta T_{2we}=0} = \frac{(1+a_B) + rp}{rp^2 + (1+a_B + a_A r + r)p + (1+a_A + a_B)}$$

$$F_{32}(p) = \frac{\Delta T_{1wy}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{1w}=0} = \frac{a_A}{rp^2 + (1+a_B+a_A r+r)p + (1+a_A+a_B)}$$

$$F_{33}(p) = \frac{\Delta T_{2wy}(p)}{\Delta T_{1we}(p)} \Big|_{\Delta T_{2we}=0} = \frac{a_B}{rp^2 + (1+a_B+a_A r+r)p + (1+a_A+a_B)}$$

$$F_{34}(p) = \frac{T_{1we}(p)}{T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{1w}=0} = \frac{(1+a_A) + p}{rp^2 + (1+a_B+a_A r+r)p + (1+a_A+a_B)}$$

Odpowiadający przepustowościom operatorowym szczegółowy schemat blokowy można przedstawić w postaci



Rys.10. Szczegółowy schemat blokowy modelu uproszczonego wymiennika ciepła

4. Model uproszczony. Uzyskanie zróżnicowania przepustowości dla przeciwprądu i współprądu .

Omówiony w B.3 uproszczony model wymiennika ciepła daje jednakowe funkcje zarówno dla współprądu jak i przeciwprądu. Obecnie rozpatrzmy kaskadowe połączenie dwu poprzednich modeli, przez co otrzymamy w rezultacie lepsze przybliżenie. Schemat fizyczny i blokowy kaskadowego modelu wymiennika ciepła typu B podany jest na rys.11.

4.1. Współprąd

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1wy}(p) \\ \Delta T_{2wy}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{41}(p) & F_{42}(p) \\ F_{43}(p) & F_{44}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{1we}(p) \\ \Delta T_{2we}(p) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} F_{41}(p) & F_{42}(p) \\ F_{43}(p) & F_{44}(p) \end{vmatrix} = \left[\begin{vmatrix} F_{31}(p, \frac{1}{2}) & F_{32}(p, \frac{1}{2}) \\ F_{33}(p, \frac{1}{2}) & F_{34}(p, \frac{1}{2}) \end{vmatrix} \right]^2$$

$$F_{41}(p) = \left[F_{31}(p, \frac{1}{2}) \right]^2 + \left[F_{32}(p, \frac{1}{2}) F_{33}(p, \frac{1}{2}) \right]$$

$$F_{42}(p) = \left[F_{31}(p, \frac{1}{2}) F_{32}(p, \frac{1}{2}) \right] + \left[F_{32}(p, \frac{1}{2}) F_{34}(p, \frac{1}{2}) \right]$$

$$F_{43}(p) = \left[F_{33}(p, \frac{1}{2}) F_{31}(p, \frac{1}{2}) \right] + \left[F_{34}(p, \frac{1}{2}) F_{33}(p, \frac{1}{2}) \right]$$

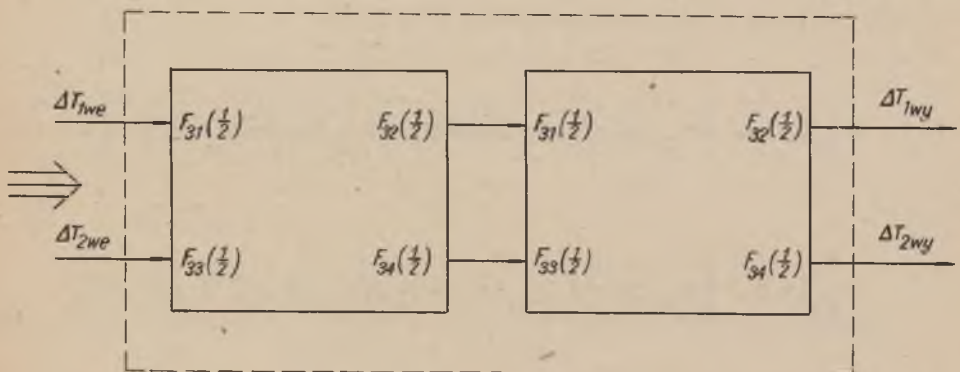
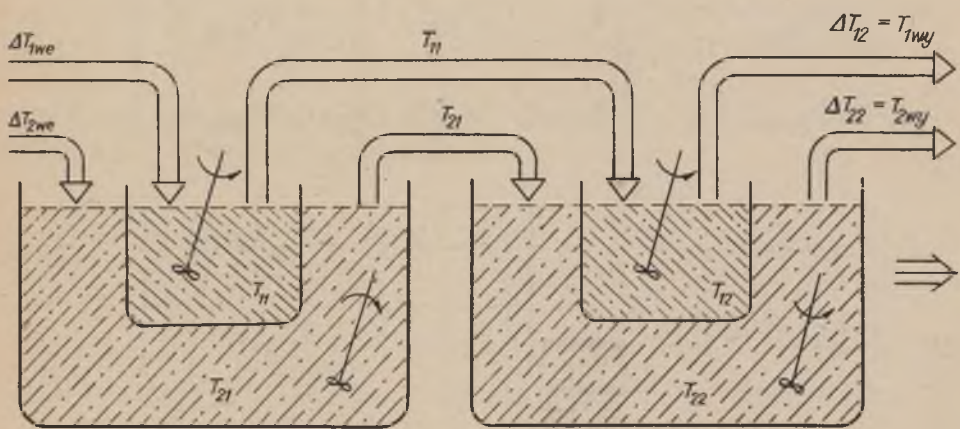
$$F_{44}(p) = \left[F_{33}(p, \frac{1}{2}) F_{32}(p, \frac{1}{2}) \right] + \left[F_{34}(p, \frac{1}{2}) \right]^2$$

gdzie wyrażenia $F_{ik}(p, \frac{1}{2})$ oznaczają, że we wzorach $F_{ik}(p)$ należy wstawić w miejsce

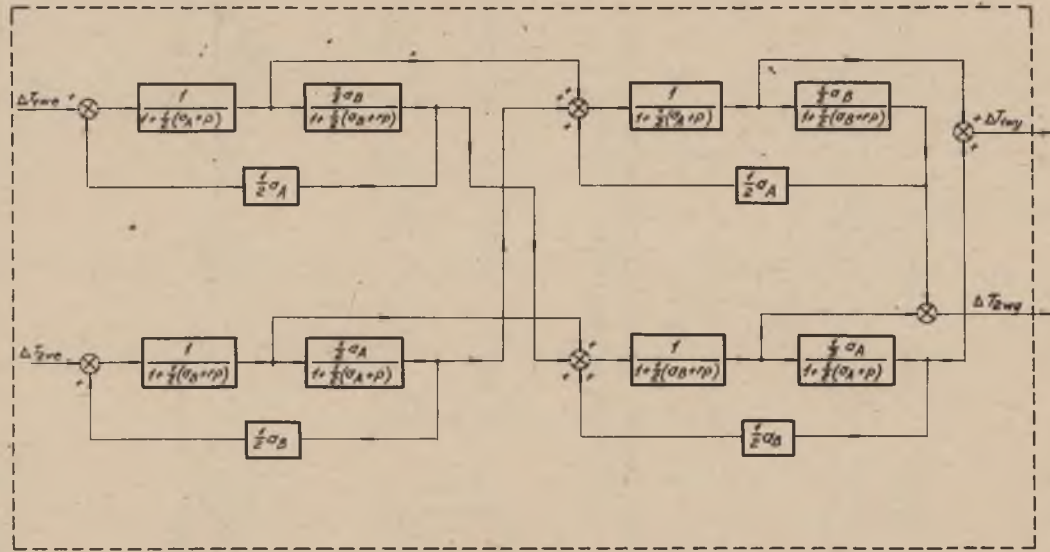
$$p \rightarrow \frac{1}{2} p$$

$$a_A \rightarrow \frac{1}{2} a_A$$

$$a_B \rightarrow \frac{1}{2} a_B$$



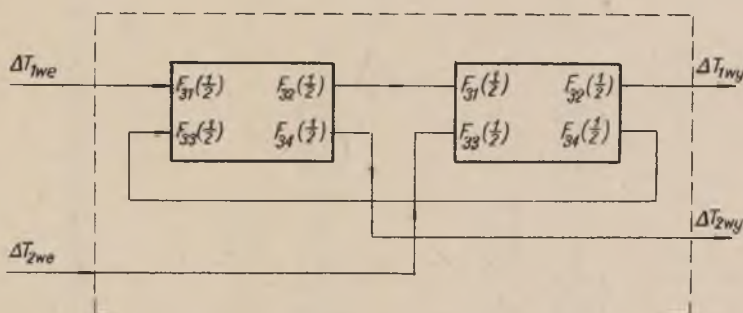
Rys.11. Schemat fizyczny i blokowy kaskadowego modelu wymiennika ciepła typu B



Rys.12. Szczegółowy (strukturalny) schemat blokowy kaskadowego wymiennika ciepła

4.2. Przeciwwrząd

Po zamianieniu na rys.11 oznaczeń T_{2we} i T_{2wy} miejscami między sobą otrzymamy schemat blokowy (rys.13).

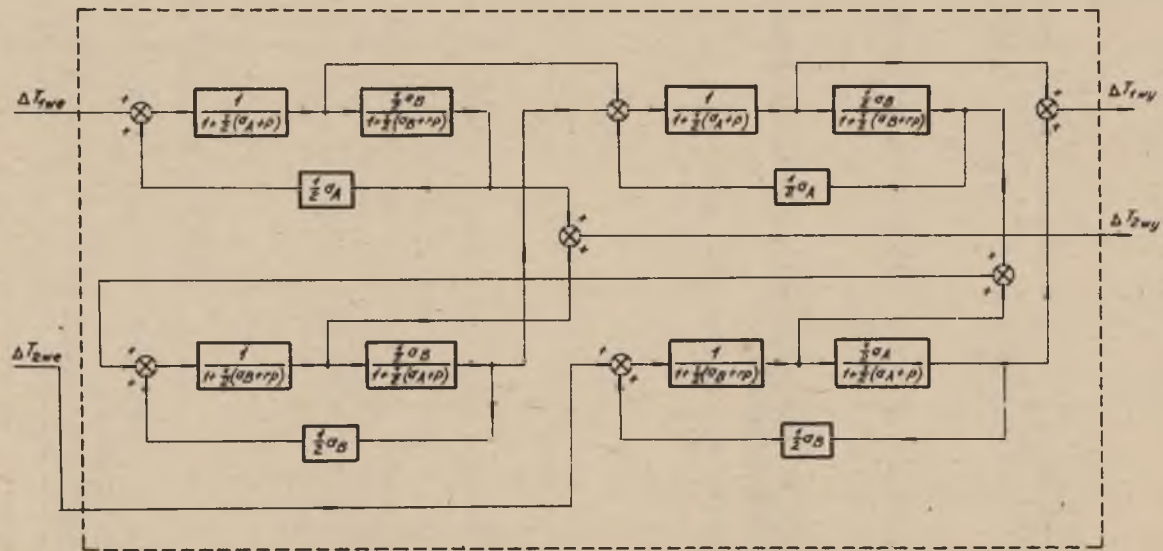


Rys.13. Schemat blokowy przeciwwrządowego układu modelu kaskadowego wymiennika ciepła

$$\begin{Bmatrix} \Delta T_{1wy}(p) \\ \Delta T_{2wy}(p) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{51}(p) & F_{52}(p) \\ F_{53}(p) & F_{54}(p) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_{1we}(p) \\ \Delta T_{2we}(p) \end{Bmatrix}$$

$$F_{51}(p) = \frac{\Delta T_{1wy}(p)}{\Delta T_{1we}(p)} \Big|_{\Delta T_{2we}=0} = \left[F_{31}\left(p, \frac{1}{2}\right) \right]^2 + \frac{\left[F_{31}\left(p, \frac{1}{2}\right) \right]^2 F_{32}\left(p, \frac{1}{2}\right) F_{33}\left(p, \frac{1}{2}\right)}{1 - F_{32}\left(p, \frac{1}{2}\right) F_{33}\left(p, \frac{1}{2}\right)}$$

$$F_{52}(p) = \frac{\Delta T_{1wy}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{1we}=0} = F_{32}\left(p, \frac{1}{2}\right) + \frac{F_{31}\left(p, \frac{1}{2}\right) F_{32}\left(p, \frac{1}{2}\right) F_{34}\left(p, \frac{1}{2}\right)}{1 - F_{32}\left(p, \frac{1}{2}\right) F_{33}\left(p, \frac{1}{2}\right)}$$



Rys.14. Strukturalny schemat blokowy kaskadowego modelu wymiennika ciepła typu B - Przeciwprąd $F_{52}(p)$

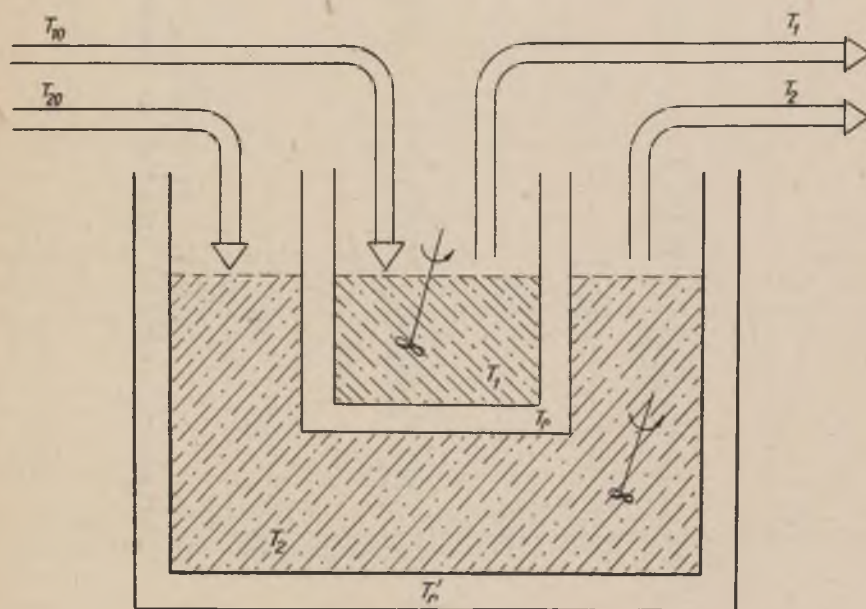
$$F_{53}(p) = \frac{\Delta T_{2wy}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{we}=0} = F_{33}(p, \frac{1}{2}) + \frac{F_{31}(p, \frac{1}{2})F_{33}(p, \frac{1}{2}) + F_{34}(p, \frac{1}{2})}{1 - F_{32}(p, \frac{1}{2})F_{33}(p, \frac{1}{2})}$$

$$F_{54}(p) = \frac{\Delta T_{2wy}(p)}{\Delta T_{2we}(p)} \Big|_{\Delta T_{we}=0} = \frac{[F_{34}(p, \frac{1}{2})]^2}{1 - F_{32}(p, \frac{1}{2})F_{33}(p, \frac{1}{2})}$$

Szczegółowy schemat blokowy (strukturalny) można przedstawić w postaci jak na rys.14.

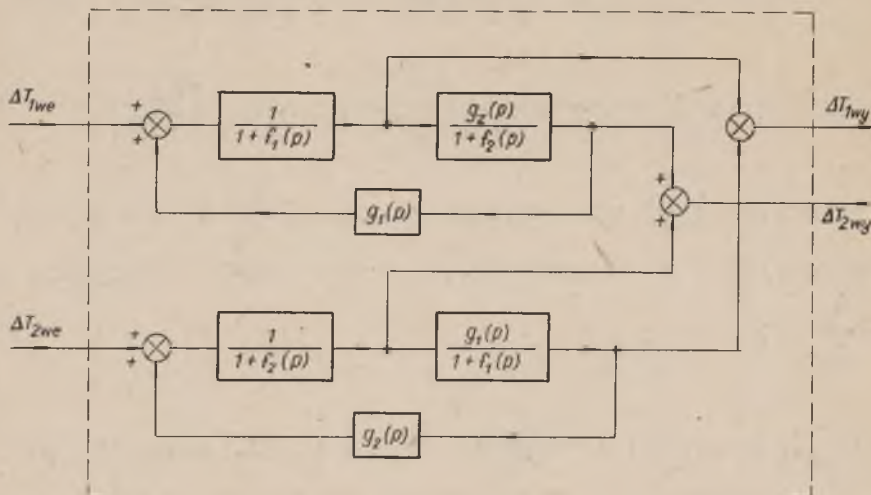
5. Układ o parametrach skupionych uwzględniający pojemności cieplne ścianek

Model tego układu przedstawiony jest na rys.15



Rys.15. Schemat fizyczny uproszczonego modelu wymiennika ciepła typu B, z uwzględnieniem pojemności cieplnej ścianek

Zarówno dla ścianek, jak i dla doskonale mieszanego czynnika, przyjmuje się nieskończenie dużą przewodność cieplną. Pominięto również wymianę ciepła z otoczeniem, poprzez ściankę zewnętrzną. Strukturalny schemat blokowy, analogiczny do rys.10 przedstawia rys.16.



Rys.16

Przepustowości operatorowe takiego modelu są wyprowadzone na str.21 funkcje F_1 , F_2 itd.

Połączenie kaskadowe³¹ odpowiednio dobranych modeli, daje jeszcze lepsze przybliżenie przebiegu rzeczywistego wymiennika, aniżeli przybliżenie funkcjami $F_3(p)$. Porównaj wykresy rys.52 i rys.53.

6. Model "n" - kaskadowy

Przyjmując, że fizyczny układ przedstawiony w punkcie 5 i na rys.15 będzie 1/n - tą częścią całego wymiennika, to dla tego skończonego wycinka możemy napisać następujące równania bilansowe:

$$G_1^* c_1 (T_{10} - T_1) - \alpha_1 F_1 (T_1 - T_r) = G_1 c_1 \frac{dT_1}{dT}$$

$$\alpha_1 F_1 (T_1 - T_r) + \alpha_2 F_2 (T_2 - T_r) = G_r c_r \frac{dT_r}{dt}$$

$$G_2^* c_2 (T_{20} - T_2) - \alpha_2 F_2 (T_2 - T_r) - \alpha_3 F_3 (T_2 - T'_r) = G_2 c_2 \frac{dT_2}{dt}$$

$$\alpha_3 F_3 (T_2 - T'_r) + \alpha_4 F_4 (T_o - T'_r) = G_r' c_r' \frac{dT'_r}{dt}$$

Podstawiając nową zmienną czasu $\tau = \frac{t}{G_1} G_1^*$ dla małych przyrostów i po transformacji podług czasu τ otrzymamy gdy $\frac{\Delta G_u}{G_u} \rightarrow 0$

$$\Delta T_{10}(p) - \Delta T_1(p) + \frac{(T_{10} - T_1)}{G_{1u}^*} \Delta G_1^*(p) - a_1 \Delta T_1(p) + a_1 \Delta T_r(p) = p \Delta T_1(p)$$

$$b_1 \Delta T_1(p) - b_1 \Delta T_r(p) + b_2 \Delta T_2(p) - b_2 \Delta T_2(p) = p \Delta T_r(p)$$

$$\Delta T_{20}(p) - \Delta T_2(p) + \frac{(T_{20} - T_2)}{G_{2u}^*} \Delta G_2^*(p) - a_2 \Delta T_2(p) +$$

$$+ a_2 \Delta T_r(p) - a_2 \Delta T_r(p) + a_2 T'_r(p) = p \Delta T_2(p)$$

$$b_2 \Delta T_2(p) - b_2 \Delta T'_r(p) + b_3 \Delta T_o(p) - \Delta T'_r(p) b_3 = p \Delta T'_r(p)$$

Stąd mamy

$$\begin{aligned}
 & \left\| \left[\begin{array}{c} \overbrace{1 + p + \frac{a_1(p+b_2)}{p+b_1+b_2}}^{1+f_1(p)} \\ \underbrace{-\frac{a_2 b_1}{p+b_1+b_2}}_{-g_2(p)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \overbrace{-\frac{a_1 b_2}{p+b_1+b_2}}^{g_1(p)} \\ \underbrace{1+rp + \frac{a_2(p+b_1)}{p+b_1+b_2} + \frac{a'_2(p+b'_3)}{p+b'_2+b'_3}}_{1+f'_2(p)} \end{array} \right] \right\| \begin{array}{l} \Delta T_1(p) \\ \Delta T_2(p) \end{array} = \\
 & \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{10}(p) + \frac{(T_{10}-T_1)u}{G_1^* u} \Delta G_1^*(p) \\ \Delta T_{20}(p) + \frac{\overbrace{b_3 a'_2}^{g_3(p)}}{p+b'_2+b'_3} \Delta T_0(p) + \frac{(T_{20}-T_2)u}{G_2^* u} \Delta G_2^*(p) \end{array} \right\| \\
 & \left\| \begin{array}{l} \Delta T_1(p) \\ \Delta T_2(p) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} K_{11}(p), K_{12}(p), K_{13}(p), K_{14}(p), K_{15}(p) \\ K_{21}(p), K_{22}(p), K_{23}(p), K_{24}(p), K_{25}(p) \end{array} \right\| \begin{array}{l} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{20}(p) \\ \Delta T_0(p) \\ \frac{\Delta G_1^*(p)}{G_1^* u} \\ \frac{\Delta G_2^*(p)}{G_2^* u} \end{array}
 \end{aligned}$$

gdzie

$$K_{11}(p) = \frac{1+f'_2(p)}{M(p)}$$

$$K_{21}(p) = \frac{\varepsilon_2(p)}{M(p)}$$

$$K_{12}(p) = \frac{\varepsilon_1(p)}{M(p)}$$

$$K_{22}(p) = \frac{1+f_1(p)}{M(p)}$$

$$K_{13}(p) = \frac{\varepsilon_1(p) \varepsilon_3(p)}{M(p)}$$

$$K_{23}(p) = \frac{[1+f_1(p)] \varepsilon_3(p)}{M(p)}$$

$$K_{14}(p) = \frac{1+f_2'(p)}{M(p)} (T_{10}-T_1)_u$$

$$K_{24}(p) = \frac{g_2(p) (T_{10}-T_1)_u}{M(p)}$$

$$K_{15}(p) = \frac{g_1(p)(T_{20}-T_2)_u}{M(p)}$$

$$K_{25}(p) = \frac{[1+f_1(p)] (T_{20}-T_2)_u}{M(p)}$$

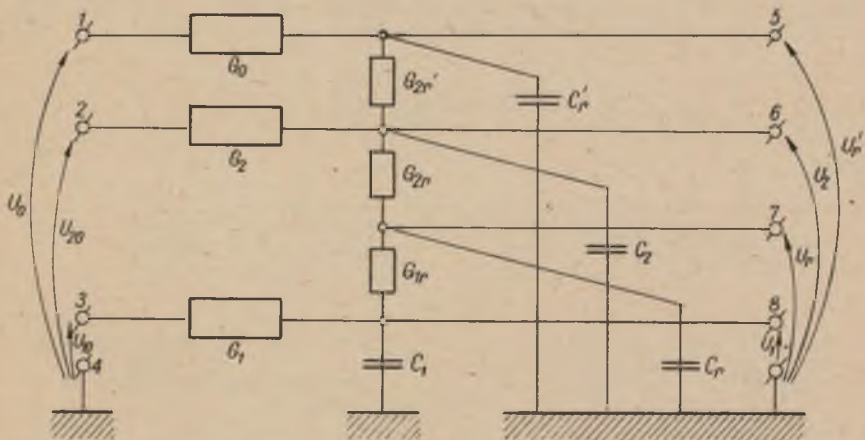
gdzie

$$M(p) = [1+f_1(p)] [1+f_2(p)] - [g_1(p)g_2(p)]$$

$$f_2'(p) = rp + \frac{a_2(p+b_1)}{p+b_1+b_2} \frac{a_2(p+b_3)}{p+b_2+b_3}$$

indeks "u" oznacza wartość ustaloną dookoła której odbywają się niewielkie zmiany. Po odtransformowaniu otrzymamy funkcję od τ , przy czym istnieje zależność $\tau = \frac{t}{G_1} G_{1u}^*$

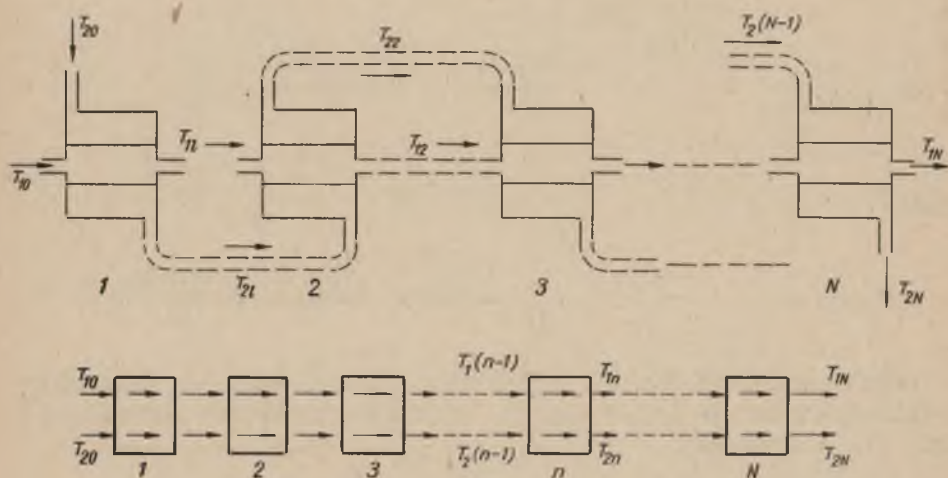
Można teraz rozpatrzyć model elektryczny dla tego typu wymiennika. Będzie on wyglądał następująco



Rys.17. Schemat elektrycznego modelu elementarnego wymiennika ciepła dla przebiegów temperatura-temperatura.
Uwaga: punkty 5,6,7,8 są czysto potencjalne

$$\begin{array}{ll}
 U_1 \sim T_1 & G_{2r} \sim (\alpha_2 F_2) \\
 U_2 \sim T_2 & G_{2r} \sim (\alpha_3 F_3) \\
 U_0 \sim T_0 & G_0 \sim (\alpha_4 F_4) \\
 U_{10} \sim T_{10} & C_1 \sim (G_1 c_1) \\
 U_{20} \sim T_{20} & C_2 \sim (G_2 c_2) \\
 G_1 \sim (G_1^* c_1) & C_r \sim (G_r c_r) \\
 G_2 \sim (G_2^* c_2) & C'_r \sim (G'_r c'_r) \\
 G_{1r} \sim (\alpha_1 F_1) &
 \end{array}$$

Możemy teraz wyobrazić, sobie, że mamy N wymienników tego typu połączonych posobnie



Rys.18. Fizyczny i blokowy schemat N-kaskadowo połączonych elementarnych wymienników ciepła

Jeśli przepływy i T_0 nie ulegają zmianie to

$$\begin{vmatrix} \Delta T_1(n-1)(p) \\ \Delta T_2(n-1)(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \frac{f_1(p)}{N} & \frac{-g_1(p)}{N} \\ \frac{-g_2(p)}{N} & 1 + \frac{f_2(p)}{N} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta T_1(n)(p) \\ \Delta T_2(n)(p) \end{vmatrix}$$

Stąd

$$\begin{vmatrix} \Delta T_1(0)(p) \\ \Delta T_2(0)(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \frac{f_1(p)}{N} & \frac{-g_1(p)}{N} \\ \frac{-g_2(p)}{N} & 1 + \frac{f_2(p)}{N} \end{vmatrix}^N \begin{vmatrix} \Delta T_1(N)(p) \\ \Delta T_2(N)(p) \end{vmatrix}$$

lub

$$\begin{vmatrix} \Delta T_1(N)(p) \\ \Delta T_2(N)(p) \end{vmatrix} = \frac{1}{[M^*(p)]^N} \begin{vmatrix} 1 + \frac{f_2(p)}{N} & \frac{g_1(p)}{N} \\ \frac{g_2(p)}{N} & 1 + \frac{f_1(p)}{N} \end{vmatrix}^N \begin{vmatrix} \Delta T_1(0)(p) \\ \Delta T_2(0)(p) \end{vmatrix}$$

gdzie

$$M^*(p) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{f_1(p)}{N} & \\ & 1 + \frac{f_2(p)}{N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{g_1(p)}{N} & \frac{g_2(p)}{N} \end{bmatrix}$$

Jeśli przeprowadzimy diagonalizację macierzy, a następnie podniesiemy do N -tej potęgi i wymnożymy macierze przez siebie, to otrzymamy:

Gdy $N \rightarrow \infty$

$$[M^*(p)]^N = \left[1 + \frac{f_1(p) + f_2(p)}{N} + \frac{f_1(p)f_2(p) - g_1(p)g_2(p)}{N^2} \right]^N \rightarrow e^{f_1(p) + f_2(p)}$$

$$\left\| \begin{array}{cc} 1 + \frac{f'_2(p)}{N} & \frac{g_1(p)}{N} \\ \frac{g_2(p)}{N} & 1 + \frac{f'_1(p)}{N} \end{array} \right\|^N =$$

$$= \left\| \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} - \frac{\alpha}{A_1 - A_2} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} \right\} \left\{ \frac{g_1(p)}{N} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} \right\} \right\|$$

$$\left\| \left\{ \frac{g_2(p)}{N} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{A_1 - A_2} \begin{bmatrix} A_1^N & A_2^N \\ A_1^N & A_2^N \end{bmatrix} \right\} \right\|$$

gdzie

$$\alpha = \frac{f'_2(p) - f'_1(p)}{2N}$$

$$A_1 = 1 + \frac{1}{2N} \left[f_1(p) + f'_2(p) + \sqrt{(f_1(p) - f'_2(p))^2 + 4g_1(p)g_2(p)} \right]$$

$$A_2 = 1 + \frac{1}{2N} \left[f_1(p) + f'_2(p) - \sqrt{(f_1(p) - f'_2(p))^2 + 4g_1(p)g_2(p)} \right]$$

w granicy gdy $N \rightarrow \infty$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} A_1^N \rightarrow e^{\frac{1}{2} \left\{ f_1(p) + f'_2(p) + \sqrt{(f_1(p) - f'_2(p))^2 + 4g_1(p)g_2(p)} \right\}}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} A_2^N \rightarrow e^{\frac{1}{2} \left\{ f_1(p) + f'_2(p) - \sqrt{(f_1(p) - f'_2(p))^2 + 4g_1(p)g_2(p)} \right\}}$$

$$\begin{aligned}
& \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{1(N)}(p) \\ \Delta T_{2(N)}(p) \end{array} \right\| = \\
& = \frac{1}{[M^*(p)]^N} \left\| \begin{array}{l} \left\{ \frac{1}{2}(A_1^N + A_2^N) - \frac{\alpha}{\Lambda_1 - \Lambda_2}(A_1^N - A_2^N) \right\} \left\{ \frac{\xi_1(p)}{\Lambda_1 - \Lambda_2} (A_1^N - A_2^N) \right\} \\ \left\{ \frac{\xi_2(p)}{\Lambda_1 - \Lambda_2} (A_1^N - A_2^N) \right\} \left\{ \frac{1}{2}(A_1^N + A_2^N) + \frac{\alpha}{\Lambda_1 - \Lambda_2} (A_1^N - A_2^N) \right\} \end{array} \right\| \times \\
& \times \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{1(o)}(p) \\ \Delta T_{2(o)}(p) \end{array} \right\|
\end{aligned}$$

Ostatecznie, w granicy gdy $N \rightarrow \infty$, po podstawieniach i przekształceniach otrzymamy

$$\begin{aligned}
& \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{1(\infty)}(p) \\ \Delta T_{2(\infty)}(p) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} e^{-\frac{f_1(p) + f_2(p)}{2}} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{2} \sqrt{[f_1(p) - f_2(p)]^2 + 4g_1 + g_2(p)} - \right. \\ \left. - \frac{f_1(p) - f_2(p)}{2} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}} \right) \\ e^{-\frac{f_1 + f_2(p)}{2}} \frac{g_2(p) \operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1(p) - f_2(p))^2 + 4g_1 g_2}} \end{array} \right\|
\end{aligned}$$

$$\left\{ \frac{\varepsilon_1(p) e^{-\frac{f_1(p)+f_2'(p)}{2}}}{\frac{1}{2}\sqrt{(f_1-f_2)^2+4g_1g_2}} \operatorname{sh} \frac{1}{2}\sqrt{(f_1-f_2)^2+4g_1g_2} \right\} \Delta T_{1_0}(p)$$

$$\times$$

$$\left\{ e^{-\frac{f_1+f_2'(p)}{2}} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{2}\sqrt{(f_1-f_2)^2+4g_1g_2} + \frac{f_2'-f_1}{2} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2}\sqrt{(f_1-f_2)^2+4g_1g_2}}{\frac{1}{2}\sqrt{(f_1-f_2)^2+4g_1g_2}} \right) \right\} \Delta T_{2_0}(p)$$

Warto zwrócić uwagę na to, że kiedy

$$A_1 = a + b$$

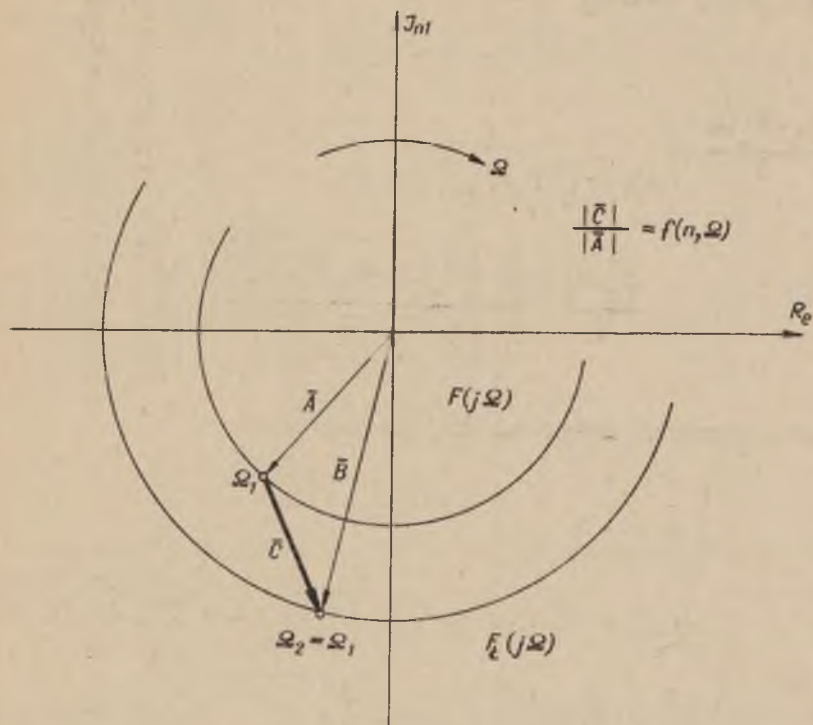
$$A_2 = a - b$$

$$\text{to} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(A_1^N + A_2^N) = a^N + \binom{N}{2} a^{N-2} b^2 + a^{N-4} b^4 \binom{N}{4} + \dots \\ A_1^N - A_2^N = \binom{N}{1} a^{N-1} + \binom{N}{3} a^{N-3} b^2 + \dots \end{cases}$$

Następnym zagadnieniem będzie analiza różnicy pomiędzy funkcją $F(p)$ dla kontinuum a $F_k(p)$ dla linii łańcuchowej, w zależności od ilości jej oczek. Ten problem ilustruje w pewnym sensie wyrażenie

$$\frac{|F_k(j\Omega) - F(j\Omega)|}{|f(j\omega)|} = f(n, \Omega)$$

Na charakterystyce amplitudowo-fazowej jest to stosunek długości wektora różnicowego do wektora dla kontinuum-rys.19.



Rys.19. Charakterystyki amplitudowo-fazowe dla wymiennika ciepła typu kontinuum $F(j\Omega)$ i jego układu zastępczego w postaci linii łańcuchowej $F_2(j\Omega)$

Znając $f(n, \Omega)$ można powiedzieć, na ile czwórników trzeba podzielić obiekt, aby w żądanym zakresie Ω zaistniało $f \leq f_{gr}$. W ten sposób istnieje możliwość udzielenia odpowiedzi na pytanie, z jakim przybliżeniem mamy do czynienia, względnie, jakie przybliżenie będzie wystarczające.

Jak wynika z schematu blokowego rys.12 kaskadowe połączenie "n" elementarnych współprądowych wymienników ciepła tworzy łańcuch wzajemnie nieobciążających się elementów.

Natomiast analogiczne potraktowanie przeciwprądowej wymiany ciepła nie może mieć miejsca, gdyż przeciwprądowo połączone elementarne wymienniki tworzą łańcuch wzajemnie obciążających się elementów.

C. Wymienniki z krzyżową wymianą ciepła

1. Wymiennik krzyżowy współprądowy

Ten typ wymiennika, którego schemat ideowy przedstawiony jest na rys.20 można zastąpić modelem złożonym z takiej ilości wymienników, zobrazowanych na rys.20c jako wynika z ilości przebiegów rury z czynnikiem 1.

Rys.20a,b,c podane są na stronie następnej. Przepustowości operatorowe takiego wymiennika mają postać

$$\begin{vmatrix} T_{1 \ n+1} \\ T_{2 \ n+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{1n} \\ T_{2n} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix}^N \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{20} \end{vmatrix}$$

Graniczny przypadek zachodzi wtedy, gdy $N \rightarrow \infty$, a jednocześnie parametry K_{11} , K_{12} , K_{22} maleją w stosunku $\frac{1}{N}$.

Wtedy macierz $\|K\| = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix}$ należy zdiagonalizować i policzyć

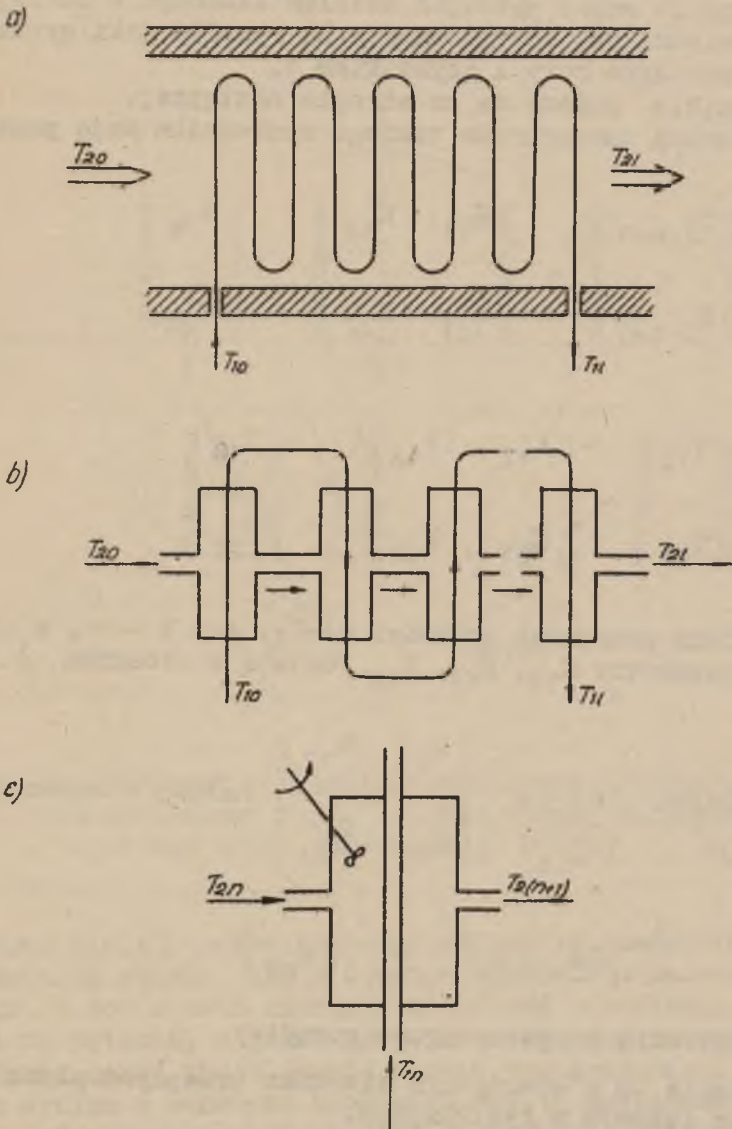
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|K\|^N = \|K_{gr}\|$$

2. Wymiennik krzyżowy przeciwprądowy

Powstanie on z odwrócenia kierunku przepływu płynu 2 na schemacie ideowym w rys.20a,b,c.

Teraz przepustowości operatorowe przyjmą postać:

$$\begin{vmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{20} \end{vmatrix}$$



Rys.20a,b,c. a) schemat ideowy wymiennika krzyżowego współprądowego, b) schemat blokowy modelu wymiennika krzyżowego, c) element składowy wymiennika krzyżowego

gdzie:

$$\bar{K}_{11} = f(K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}, N)$$

$$\bar{K}_{12} = f(\text{ " " " " " })$$

itd.

Znalezienie tego związku wymaga rozwiązania układu 2N równań liniowych o 2N niewiadomych, z tym, że interesuje nas tylko T_{11} oraz T_{21} .

$$\text{Dla } N \rightarrow \infty \|\bar{K}\| \rightarrow \|K_{gr}\|$$

3. Wymiennik krzyżowy, równoległy

Schemat ideowy i blokowy powyższego przedstawia rys.21a,b, podany na stronie następnej.

Element oznaczony przez Σ przedstawia sumowanie liniowe, a więc operację typu

$$T_{11} = \beta_1 T'_{11} + \beta_2 T''_{11} + \beta_3 T'''_{11} + \dots + \beta_N T^N_{11}$$

gdzie $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \dots$ są stałymi współczynnika spełniającymi warunek

$$\sum_{i=1}^N \beta_i = 1$$

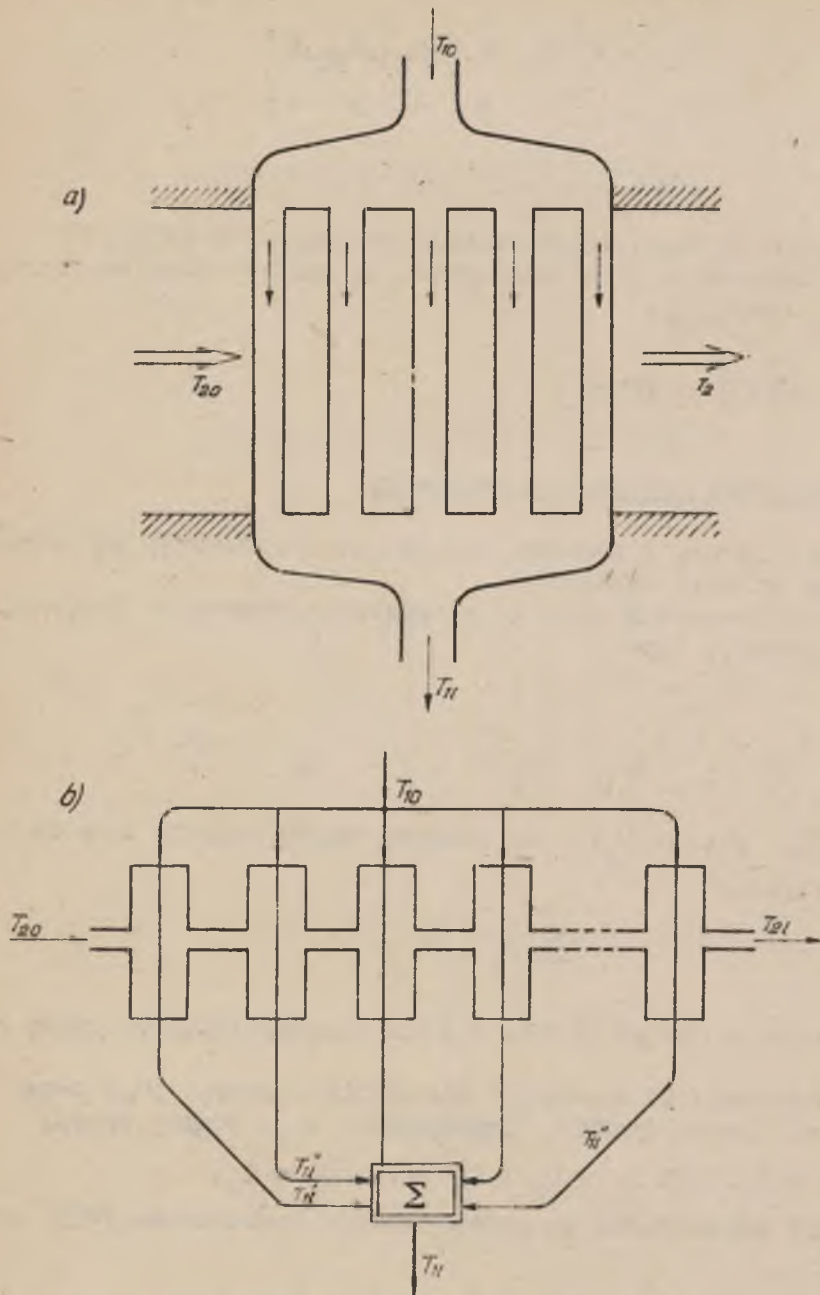
β_i - podaje udział ciepła w płynie przepływającym rurką "i".

W kolektorze Kk następuje mieszanie cieczy, przy czym ustala się pewna średnia temperatura T_{11} , według zasady bilansu cieplnego $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_N = Q_c$.

Jeżeli każda rurka ma przepustowość operatorową $\|K\|_i$ i $\beta_i = \frac{1}{N}$ to:

$$T_{11}^i = T_{2i-1} K_{12} + T_{10} K_{11}$$

$$T_2^i = T_{2i-1} K_{22} + T_{10} K_{21}$$



Rys.21a,b. Schematy

a) idealowy, b) blokowy krzyżowego, równoległego wymiennika ciepła

$$\begin{vmatrix} T_{11}^i \\ T_{21}^i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{21-1} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{20} \end{vmatrix}$$

gdzie

$$K_{22}^* = K_{22}^N$$

$$K_{21}^* = K_{21} \left[K_{22}^{N-1} + K_{22}^{N-2} + K_{22}^{N-3} + \dots + K_{22} + 1 \right] - K_{21} \sum_{i=0}^{N-1} K_{22}^i$$

$$K_{11}^* = \left[\frac{K_{11}}{N} + K_{21} K_{12} \frac{N-1}{N} + K_{21} K_{22} K_{12} \frac{N-2}{N} + K_{21} K_{22}^2 K_{12} \frac{N-3}{N} + \dots + K_{21} K_{22}^{N-2} K_{12} \frac{1}{N} \right] = K_{11} + \frac{K_{12} K_{21}}{N} \sum_{i=0}^{N-2} K_{22}^i (N-1-i)$$

$$K_n^* = \frac{1}{N} \left[K_{12} + K_{12} K_{22} + K_{12} K_{22}^2 + \dots + K_{12} K_{22}^{N-2} \right] = \frac{1}{2} K_{12} \sum_{i=0}^{N-2} K_{22}^i$$

$$\text{Dla } N \rightarrow \infty \quad \|\text{Kgr}\| = \lim_{N \rightarrow \infty} \begin{vmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* \end{vmatrix}$$

D. Wymienniki wielodrożne

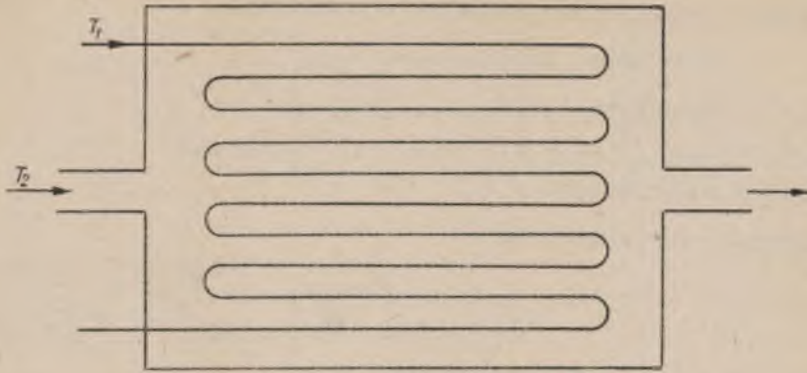
1. Czysta wielodrożność płynu wewnętrznego

Zgodnie z pracami M.Masubuchi [32] oraz L.Iscol & R.J.Alpeter [37] każdy wielodrożny wymiennik ciepła można zastąpić modelem, składającym się z odpowiedniej ilości przepływów współ- oraz przeciwprądowych.

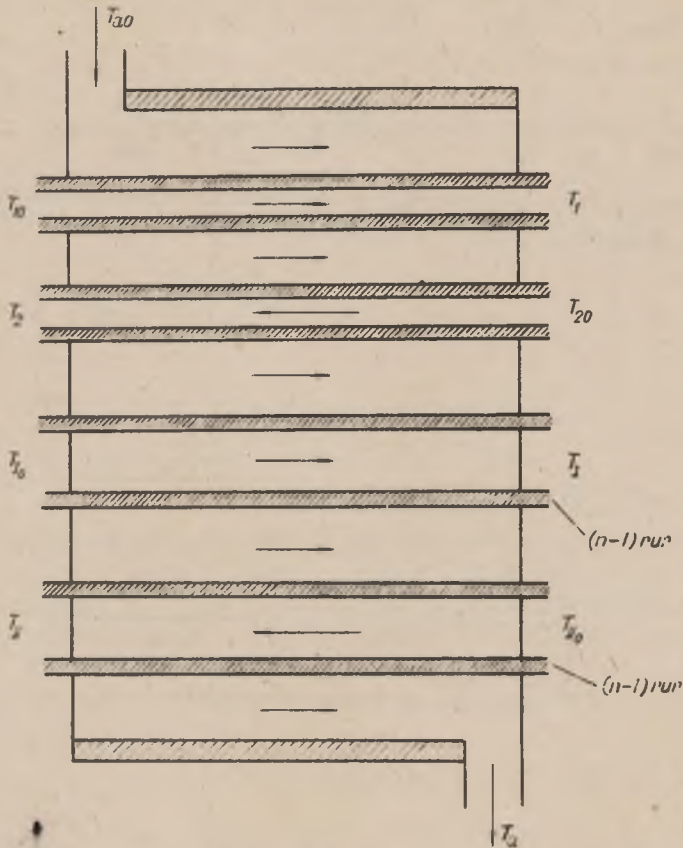
Dowolny wymiennik składający się z "2n" rur (rys.22 na stronie następnej) można przedstawić w postaci modelu, w którym rozpatrujemy jeden przepływ współ- i jeden przeciwprądowy w stosunku do czynnika zewnętrznego. Pozostałą (n-1) ilość rur o przepływie współprądowym zastępujemy jedną, o wymiarach zapewniających te same warunki wymiany ciepła i takie same własności hydrodynamiczne, sumarycznej masie rury zastępczej jakie miały rozpatrywane współprądy. Analogicznie postępujemy z (n-1) przepływami przeciwprądowymi rys.23.

$$\begin{array}{|c|} \hline T_a \\ \hline T_1 \\ \hline T_2 \\ \hline T_I \\ \hline T_{II} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline K_{a1} & K_{a2} & K_{a3} & \dots \\ \hline K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots \\ \hline K_{21} & K_{22} & K_{23} & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline T_{ao} \\ \hline T_{10} \\ \hline T_{20} \\ \hline T_{Io} \\ \hline T_{IIo} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline T_a \\ \hline T_1 \\ \hline T_2 \\ \hline T_3 \\ \hline T_4 \\ \hline T_5 \\ \hline T_6 \\ \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline K_{aa} & K_{a1} & K_{a2} & K_{a1} & K_{a2} & \dots \\ \hline K_{1a} & K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{12} & \dots \\ \hline K_{2a} & K_{21} & K_{22} & K_{21} & K_{24} & \dots \\ \hline K_{1a} & K_{13} & K_{12} & K_{11} & K_{12} & \dots \\ \hline K_{2a} & K_{21} & K_{24} & K_{21} & K_{12} & \dots \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline T_{ao} \\ \hline T_{10} \\ \hline T_{20} \\ \hline T_{30} \\ \hline T_{40} \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$$



Rys.22. Schemat ideowy wymiennika wielodrożnego



Rys.23. Schemat modelu wielodrożnego wymiennika ciepła z przepływami zastępczymi

Odpowiednie kombinacje powstają z powiązań:

Rura I odpowiada 3,5,7

Rura II odpowiada 4,6,8,

Pozostałe elementy macierzy będą się powtarzać.
Następnie należy wstawić

a) Współprąd - Przeciwprąd

$$T_1 = T_{20} \quad | \quad T_2 = T_{30} \quad | \quad T_3 = T_{40} \quad \dots \quad T_n = T_{(n+1)0}$$

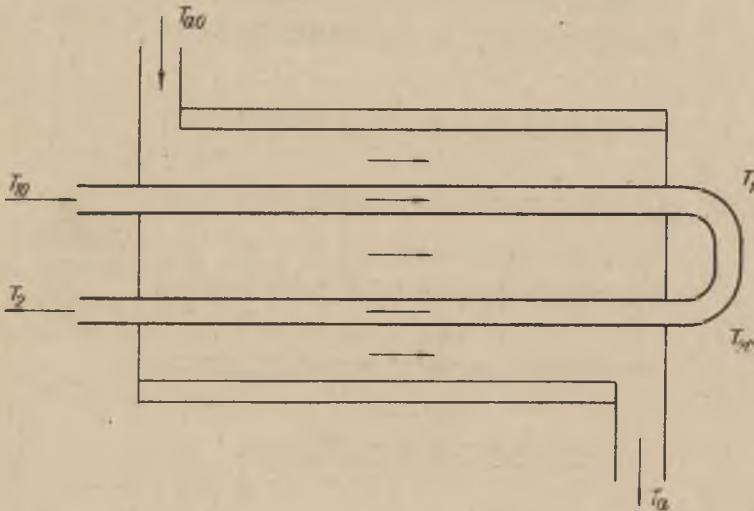
Można wtedy wyznaczyć macierz

$$\begin{vmatrix} T_a \\ T_{2n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K'_{11} & K'_{12} \\ K'_{21} & K'_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{a0} \\ T_{10} \end{vmatrix}$$

gdzie

$$K'_{11}, K'_{12}, K'_{21}, K'_{22} = f(K_{a1}, K_{a2}, K_{aa}, K_{11} \dots)$$

Dla przykładu rozpatrzmy wymiennik wielodrożny, którego schemat pokazany jest na rys.24.



Rys.24. Fizyczny schemat dwudrożnego wymiennika ciepła o przepływie współprądowo-przeciwprądowym

Niech

$$\begin{pmatrix} T_a \\ T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{aa} & K_{a1} & K_{a2} \\ K_{1a} & K_{11} & K_{12} \\ K_{2a} & K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ao} \\ T_{10} \\ T_{20} \end{pmatrix} \dots "a"$$

W obecnym przypadku $T_1 = T_{20}$

Z drugiej wiersza macierzy otrzymamy

$$T_1 = K_{1a} T_{ao} + K_{11} T_{10} + K_{12} T_{20}$$

$$T_1 (1 - K_{12}) = K_{1a} T_{ao} + K_{11} T_{10}$$

$$T_1 = \frac{K_{1a}}{1-K_{12}} T_{ao} + \frac{K_{11}}{1-K_{12}} T_{10} = T_{20}$$

Z pierwszego i trzeciego wiersza macierzy uzyskamy:

$$\begin{pmatrix} T_a \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(K_{aa} + \frac{K_{a2} K_{1a}}{1-K_{12}} \right) \left(K_{a1} + \frac{K_{a2} K_{11}}{1-K_{12}} \right) \\ \left(K_{2a} + \frac{K_{22} K_{1a}}{1-K_{12}} \right) \left(K_{21} + \frac{K_{22} K_{11}}{1-K_{12}} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ao} \\ T_{10} \end{pmatrix}$$

Należy podkreślić, że omawiany wymiennik wcale nie jest układem cieplnie symetrycznym. Jakakolwiek zmiana kierunku przepływu cieczy "1" lub "2" powoduje zmianę kształtu "macierzy temperaturowych" a co za tym idzie również czasowych funkcji przejścia (porównaj rys.27).

Dla przykładu, rozważmy na rys.24 połączenie $T_1 \rightarrow T_{20}$ a zwróćmy $T_{10} \rightarrow T_2$.

Dla warunku $T_{10} = T_2$, z trzeciego wiersza macierzy "a" otrzymamy

$$T_2 = K_{2a} T_{ao} + K_{21} T_{10} + K_{22} T_{10}$$

$$T_2 (1-K_{21}) = K_{2a} T_{ao} + K_{22} T_{20}$$

$$T_2 = \frac{K_{2a}}{1-K_{21}} T_{ao} + \frac{K_{22}}{1-K_{21}} T_{20} = T_{10}$$

Po wstawieniu do 1-go i 2-go wiersza macierzy "a"

$$\begin{pmatrix} T_a \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{aa} + \frac{K_{a1}K_{20}}{1-K_{21}} & \left(K_{a2} + \frac{K_{21}K_{22}}{1-K_{21}} \right) \\ \left(K_{1a} + \frac{K_{11}K_{2a}}{1-K_{21}} \right) & \left(K_{12} + \frac{K_{11}K_{22}}{1-K_{21}} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ao} \\ T_{20} \end{pmatrix}$$

2. Wielodrożność płynu wewnętrznego i zewnętrznego

Celem powiększenia stopnia skuteczności stosuje się takie konstrukcje wymienników, w których zarówno czynnik wewnętrzny jak i zewnętrzny przebywają wielokrotną drogę, rys.25 oraz [38].

Dzieląc cały wymiennik na strefy I - III możemy całkowitą przepustowość operatorową przedstawić jako szeregowo połączenie trzech wymienników trójdrożnych o przepustowości F_I (rys.26).

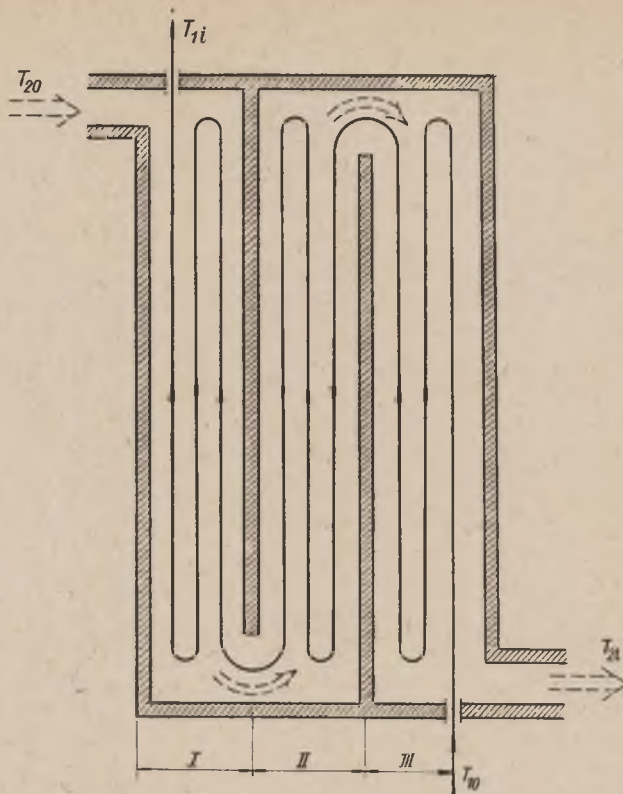
Przy znanej przepustowości F_I prowadzi to do użytkowania schematu z rys.41. Oczywiście podany układ jest tym lepszym modelem rzeczywistego wymiennika im słabsza wymiana ciepła następuje poprzez ściany dzielące stref.

Najbardziej charakterystyczne wnioski jakie można wysnuć przy analizowaniu własności regulacyjnych wymienników wielodrożnych to:

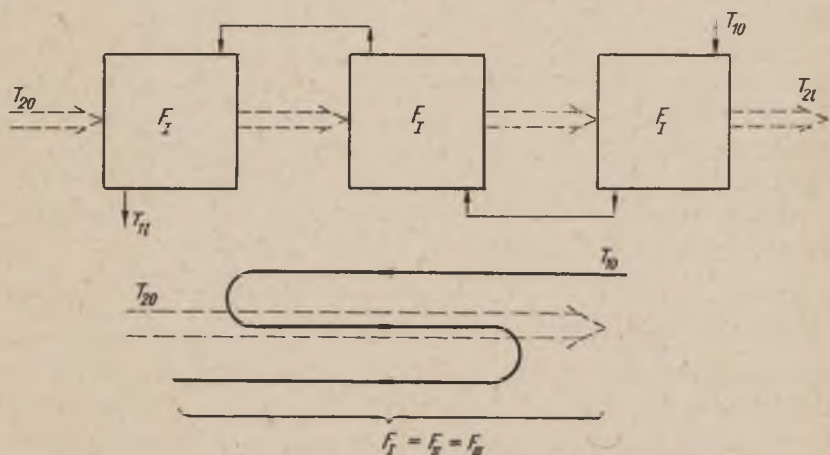
1. Wraz z ilością pętli rury wewnętrznej wzrasta przesunięcie fazowe układu.

2. Przesunięcie fazowe będzie tym większe a wzmocnienie tym mniejsze, im większą będzie pojemność cieplna ścianek.

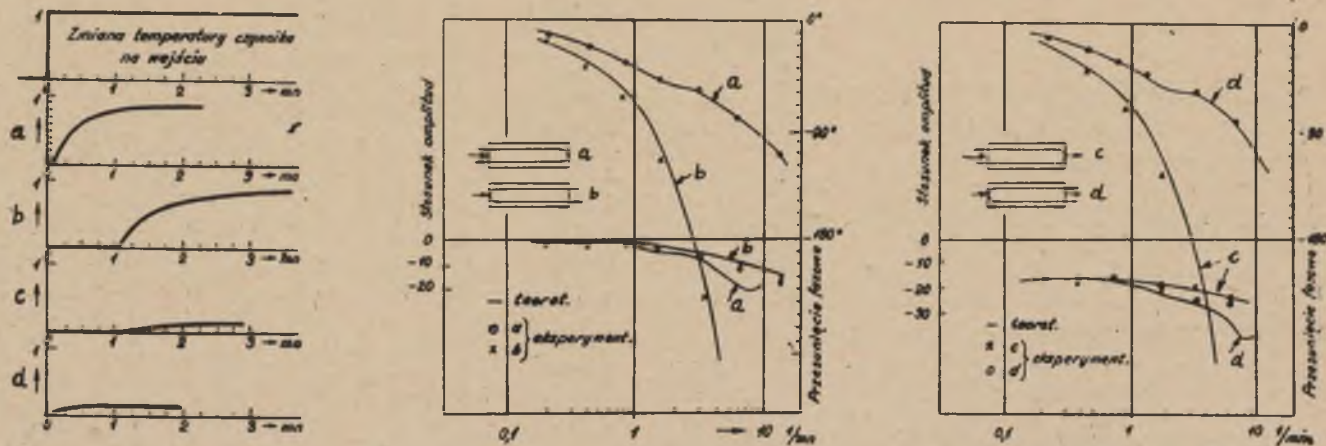
3. W tym samym wymienniku wielodrożnym w zależności od rodzaju połączenia współ- i przeciwpływu oraz wejścia i wyjścia można uzyskać bardzo różne czasy martwe i stałe czasowe układu.



Rys.25. Schemat ideowy wymiennika ciepła o wielodrożnym przepływie wewnętrznym i zewnętrznym, wg Hausena [51]



Rys.26. Blokowy schemat zastępczego układu wielodrożnego wymiennika ciepła z rys.25



Rys.27. Charakterystyki amplitudowo-fazowe i czasowe wymiennika dwudrożnego, w zależności od połączenia wejścia i wyjścia, wg M.Masubuchi [32]

a,c (współprąd - przeciwprąd, b,d) przeciwprąd - współprąd

Ilustruje to rys.27, podający funkcje przejścia tego samego wymiennika wielodrożnego, w zależności od kierunku podłączenia do obiegu ciepła.

Należy podkreślić brak różnic w charakterystykach amplitudowo-fazowych tychże układów. Są one prawie identyczne.

E. Wymiennik ciepła z dwoma przepływającymi czynnikami
Przepływ turbulentne. Odpowiedź temperaturowa na zmianę przepływu jednego z czynników

Własności regulacyjne wymiennika ciepła, w którym zmiana ulega przepływ jednego czynnika, zostały omówione w pracach [101] [96]. Dla układu wymiennika jak na rys.7 podano temperaturową odpowiedź jednego czynnika, na skokową zmianę przepływu drugiego tzn. funkcję

$$T_1(l,t) = f(w_2) \quad \left| \quad \begin{array}{l} T_{10}, T_{20} = \text{const} \end{array} \right.$$

Uzyskana funkcja ma bardzo skomplikowaną postać, jest bardzo niewygodna i czasochłonna w użyciu. Jej wartość inżynierska, praktycznie jest niewielka.

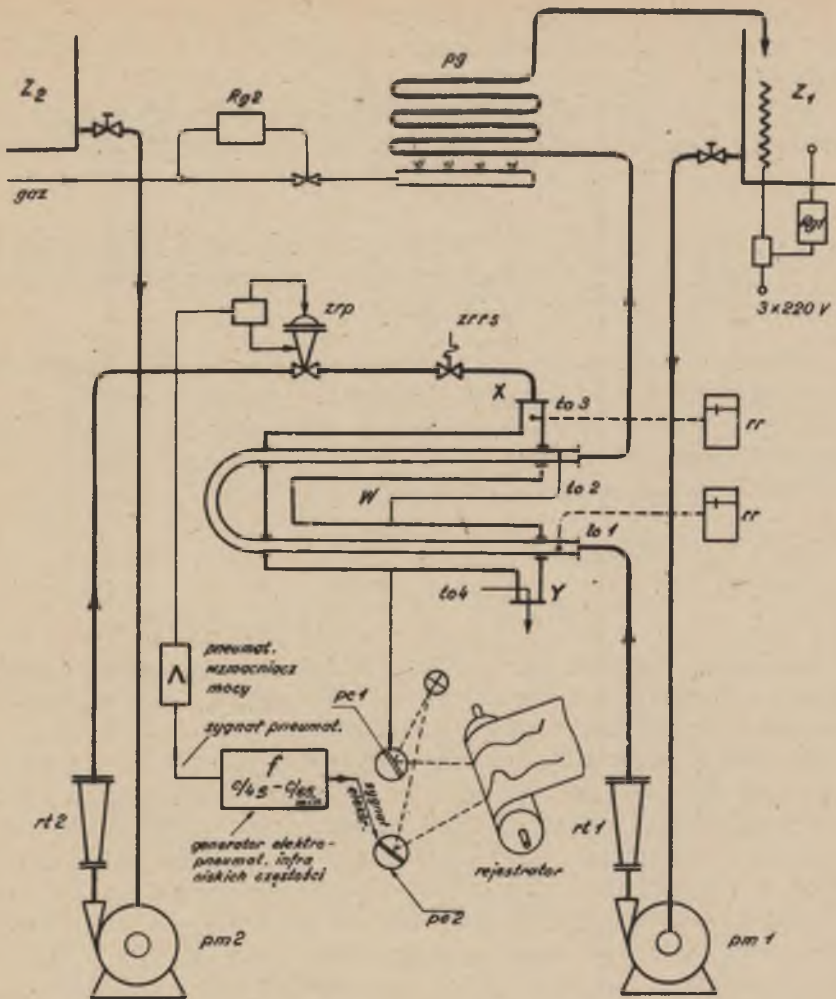
Na uwagę zasługują wyniki eksperymentalne, uzyskane w układzie pomiarowym jak na rys.28. Dla uwypuklenia różnic własności regulacyjnych tego samego wymiennika ciepła, przy sterowaniu go zmianami temperatury względnie przepływu jednego z czynników, zestawiono cztery oscylogramy (rys.29) z których porównania widać, że ten sam obiekt przy zmianie przepływu, posiada znacznie krótszy czas martwy i mniejszą stałą czasową, aniżeli przy sterowaniu temperaturowym.

Również eksperymentalnie udało się stwierdzić tzw. nielinowości dynamiczną, właściwość układu cieplnego sterowanego przepływem, a polegającą na tym, że na skutek równoczesnej zmiany z prędkością przepływu współczynnika wnikania ciepła " α ", zarówno czas martwy jak i stała czasowa, są funkcjami amplitudy zaburzenia (rys.30).

Własności tej nie da się uchwycić analitycznie, gdyż w równaniach zakłada się pewien średni współczynnik " α ".

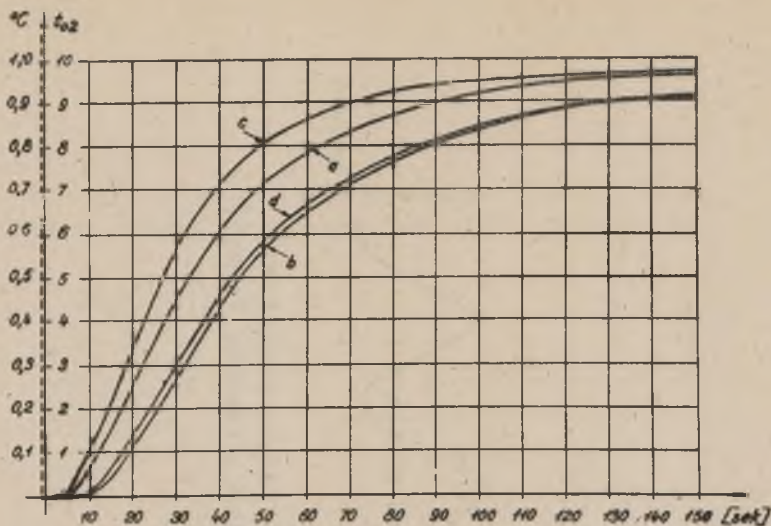
Uzmiennienie " α " prowadzi zaś do równania, którego rozwiązanie nawet przez przybliżenie nie jest łatwe [101].

Warte poznania wydają się być również oscylogramy, przedstawiające odpowiedzi temperaturowe wymiennika na impulsową i liniową zmianę przepływu (rys.31 i 33).



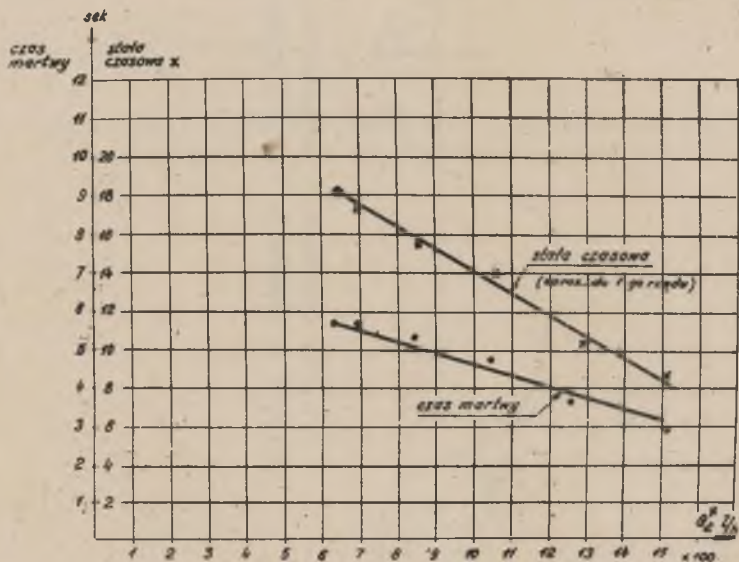
Rys.28. Układ pomiarowy do zdejmowania charakterystyki czasowej oraz amplitudowo-fazowej wymiennika ciepła, sterowanego zmianą przepływu jednego czynnika

w - wymiennik ciepła; Z_1 - zbiornik wody gorącej; Z_2 - zbiornik wody zimnej; pm_1 - pompa wody gorącej; pm_2 - pompa wody zimnej; pg - podgrzewacz wody gorącej ochłodzonej; Rg_1 - regulator temperatury wody gorącej; Rg_2 - regulator ciśnienia gazu; rt_1 - rotametr dla wody gorącej; rt_2 - rotametr dla wody zimnej; zrp - zawór regulacyjny pneumatyczny; $zrrs$ - zawór zamykający sprężynowy; to_1 , to_2 , to_3 , to_4 - termometry oporowe (lub termopary) małoinercyjne; rr - rejestratory kontrolne; pc_1 , pc_2 - pętlíce oscylograficzne

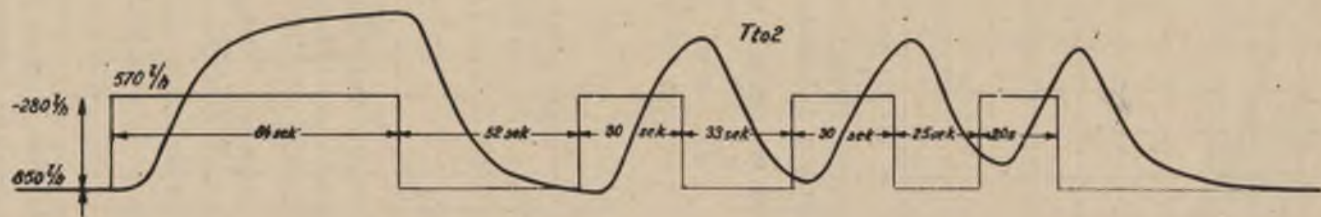


Rys.29. Oscylogramy odpowiedzi temperatura-temperatura oraz temperatura-przepływ, zdjęte w układzie rys. (przeciwprąd)

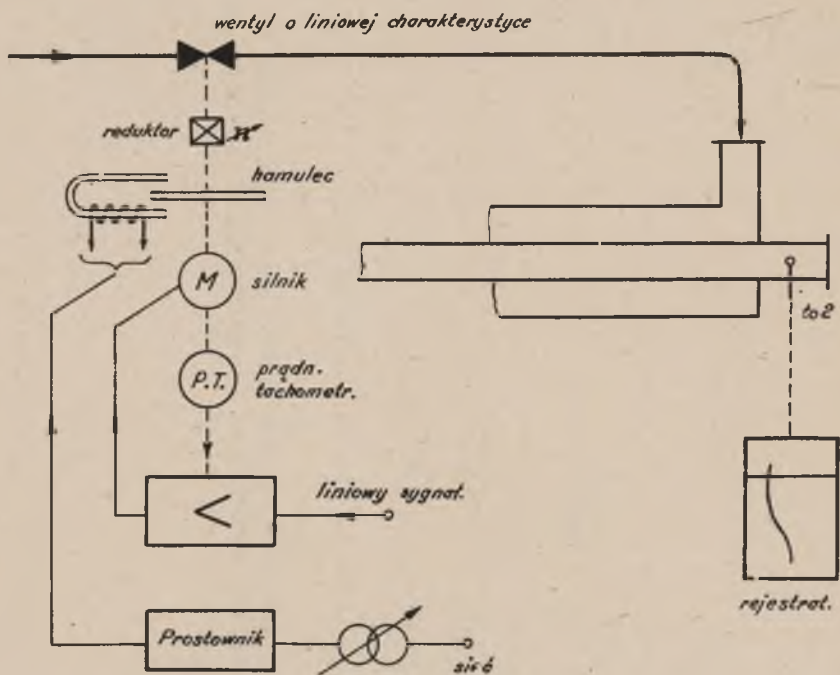
- a) odpowiedź temperaturowa na zmianę przepływu (60 l/h)
- b) " " " " temperatury (2,6°C)
- c) " " " " przepływu (430 l/h)
- d) " " " " temperatury (16,2°C)



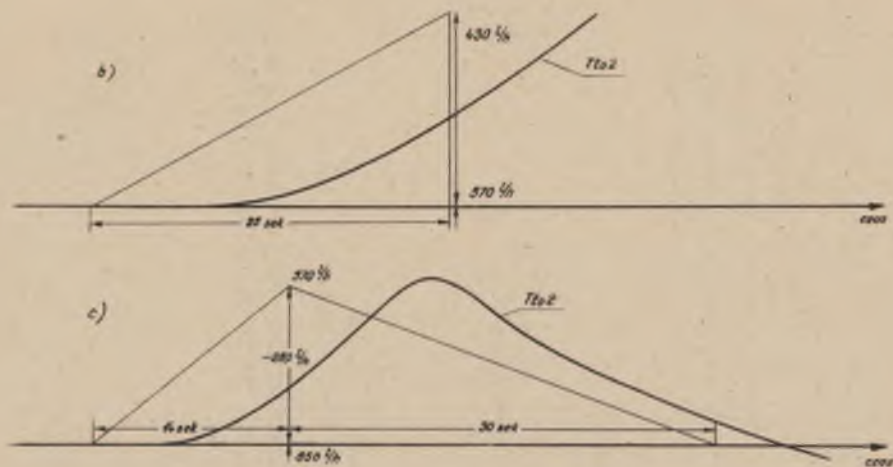
Rys.30. Zależność czasu martwego oraz stałej czasowej od wielkości zmiany przepływu (dla wymiennika modelowego)



Rys.31. Odpowiedź temperaturowa na impulsową zmianę przepływu (zdjęte w układzie rys.28 przez ręczną manipulację zaworem "zrrs")



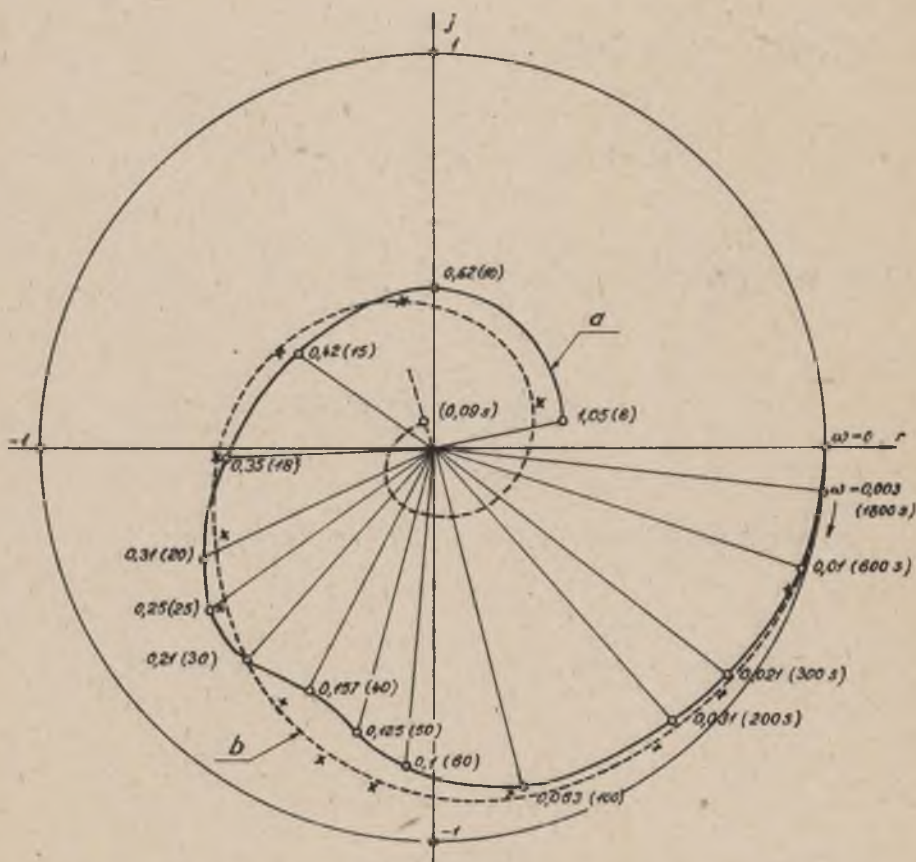
Rys.32a. Układ pomiarowy do zdejmowania odpowiedzi temperaturowej na liniową zmianę przepływu



Rys.33. b) oscylogram liniowej zmiany przepływu - otwieranie
 c) oscylogram liniowej zmiany przepływu - otwieranie i zamykanie

Bardzo ciekawy wynik pomiarowy przedstawia porównanie charakterystyki amplitudowo-fazowej, uzyskanej z pomiaru na modelu fizycznym i symulatorze elektronowym (rys.34).

Zaistniałe różnice można wytłumaczyć dynamiczną liniowością symulatora oraz "annularnym efektem Recharadsona", który wystąpił na modelu fizycznym, a którego nie można uwzględnić na symulatorze, gdyż przy symulowaniu przyjęto stały profil przepływu.



Rys.34. a) charakterystyka amplitudowo-fazowa modelu fizycznego, otrzymana z pomiaru w układzie rys.28, b) charakterystyka amplitudowo-fazowa symulatora elektronowego rys.73b otrzymana z pomiaru dokonanego przyrządem f-my Solartron "Process Response Analyser JY 743"

1. Przepustowość operatorowa współprądowego wymiennika ciepła, ze zmianą przepływu jednego z czynników

Wymiennik elementarny (rys.7)

$$G_1^* c_1 (T_{10} - T_{11}) - (T_{11} - T_{21}) k F^* = G_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} \quad (1)$$

$$G_2^* c_2 (T_{20} - T_{21}) - (T_{21} - T_{11}) k F^* = G_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} \quad (2)$$

Równania (1) i (2) są tożsamościami

$$f_1(G_1^*, T_{10}, T_{11}, T_{21}, \frac{dT_{11}}{dt}) \equiv 0$$

$$\begin{aligned} df_1 \equiv 0 \equiv & \frac{\partial f_1}{\partial G_1^*} dG_1^* + \frac{\partial f_1}{\partial T_{10}} dT_{10} + \frac{\partial f_1}{\partial T_{11}} dT_{11} + \frac{\partial f_1}{\partial T_{21}} dT_{21} + \\ & + \frac{\partial f_1}{\partial \left(\frac{dT_{11}}{dt}\right)} d\left(\frac{dT_{11}}{dt}\right) = 0 \end{aligned}$$

Przechodząc na przyrosty skończone otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial G_1^*} \Delta G_1^* + \frac{\partial f_1}{\partial T_{10}} \Delta T_{10} + \frac{\partial f_1}{\partial T_{21}} \Delta T_{21} + \frac{\partial f_1}{\partial T_{11}} \Delta T_{11} + \frac{\partial f_1}{\partial \left(\frac{dT_{11}}{dt}\right)} \Delta \left(\frac{dT_{11}}{dt}\right) = 0 \end{aligned}$$

Licząc zmiany ponad wartość ustaloną, co pozwala nie uwzględniać warunków początkowych, transformujemy wg L - C.

$$c_1(T_{10u} - T_{11u}) \Delta G_1^*(s) + G_{1u}^* c_1 \Delta T_{10}(s) - (G_{1u}^* c_1 + kF^*) \Delta T_{11}(s) + kF^* \Delta T_{21}(s) - G_1 c_1 \Delta T_{11}(s) = 0$$

$$c_1(T_{10u} - T_{11u}) \Delta G_1^*(s) + G_{1u}^* c_1 \Delta T_{10}(s) + kF^* \Delta T_{21}(s) = [G_1 c_1(s) + (G_{1u}^* c_1 + kF^*)] \Delta T_{11}(s)$$

$$c_2(T_{20u} - T_{21u}) \Delta G_2^*(s) + G_{2u}^* c_2 \Delta T_{20}(s) + kF^* \Delta T_{11}(s) = [G_2 c_2(s) + (G_{2u}^* c_2 + kF^*)] \Delta T_{21}(s)$$

Podstawiając drugie równanie w pierwszym i odwrotnie, otrzymamy:

$$\Delta T_{11}(s) = K_{11}(s) \Delta T_{10}(s) + K_{12}(s) \Delta T_{20}(s) + K_{13}(s) \Delta G_1^*(s) + K_{14}(s) \Delta G_2^*(s) \quad (3a)$$

$$\Delta T_{21}(s) = K_{21}(s) \Delta T_{10}(s) + K_{22}(s) \Delta T_{20}(s) + K_{23}(s) \Delta G_1^*(s) + K_{24}(s) \Delta G_2^*(s) \quad (3b)$$

gdzie

$$K_{11}(p) = \frac{1 + a_B + rp}{rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)}$$

$$K_{12}(p) = \frac{a_A}{rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)}$$

$$K_{13}(p) = \frac{(1 + rp + a_B)(T_{10u} - T_{11u})}{G_{1u}^* [rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)]}$$

$$K_{14}(p) = \frac{a_A (T_{20u} - T_{21u})}{G_{2u}^* [rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)]}$$

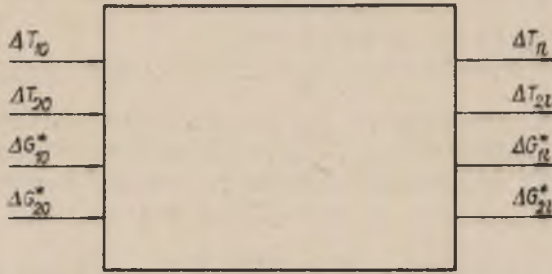
$$K_{21}(p) = \frac{a_B}{rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)}$$

$$K_{22}(p) = \frac{1 + p + a_A}{rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)}$$

$$K_{23}(p) = \frac{a_B (T_{10u} - T_{11u})}{G_{1u}^* [rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)]}$$

$$K_{24}(p) = \frac{(1 + p + a_A)(T_{20u} - T_{21u})}{G_{2u}^* [rp^2 + (1 + a_B + a_A r + r)p + (1 + a_A + a_B)]}$$

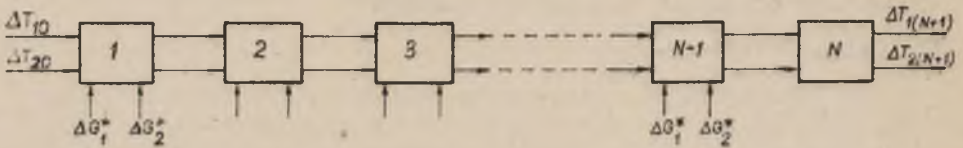
W ten sposób otrzymaliśmy typowy element wielowejściowy i wielowyjściowy (rys.35).



Rys.35. Blokowe przedstawienie wszystkich zmian jakie mogą zaistnieć w wymienniku elementarnym

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1l}(s) \\ \Delta T_{2l}(s) \\ \Delta G_{1l}^*(s) \\ \Delta G_{2l}^*(s) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) & K_{13}(s) & K_{14}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) & K_{23}(s) & K_{24}(s) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(s) \\ \Delta T_{20}(s) \\ \Delta G_{10}^*(s) \\ \Delta G_{20}^*(s) \end{vmatrix} \quad (4)$$

Obecnie założymy, zgodnie z rys.36 kaskadowe połączenie całego szeregu takich wymienników



Rys.36. Schemat kaskadowego połączenia wymienników elementarnych

Przyjmijmy, że znamy przepustowość operatorową wymiennika przy skokowej zmianie temperatur T_{10} oraz T_{20} .

Do wyznaczenia przepustowości operatorowej przy zmianie przepływu, posłużymy się następującym rozumowaniem: W każdym elementarnym wycinku wymiennika, temperatura na wyjściu, zgodnie z wzorem (4) będzie zależała od:

- a) obu temperatur wejściowych,
- b) zmiany przepływów w tym elementarnym wymienniku.

Można więc rozpatrywać to zagadnienie oddzielnie, stosując metodę superpozycji. Zmiana przepływu w elementarnym wymienniku "1" spowoduje powstanie zmiany temperatury o $\Delta T'_{11}$, $\Delta T'_{21}$, które po przejściu przez (N-1) elementarnych wymienników objawią się jako składowe $\Delta T_{1(N+1)}$ oraz $\Delta T_{2(N+1)}$. Jednocześnie, ta sama zmiana przepływu spowoduje powstanie na wyjściu wymiennika "2" zmiany temperatury $\Delta T'_{12}$ oraz $\Delta T'_{22}$, która przejdzie przez (N-2) członów i objawi się na końcu jako druga składowa $\Delta T_{1(N+1)}$ oraz $\Delta T_{2(N+1)}$

$$\Delta T_{1(N+1)}(s) = \sum_{i=1}^N \Delta T_{1i} F_{i1}(s) + \Delta T_{2i} F_{i2}(s)$$

gdzie:

- $F_i(s)$ - przepustowości operatorowe temperatura-temperatura, od punktu "i" do końca kaskady
- ΔT_{1i} - zmiana temperatury czynnika pierwszego w "i-tym" wymienniku elementarnym wywołana zmianą przepływu.

Przechodząc do granicy przez podzielenie wymiennika na nieskończoną ilość części otrzymamy:

Oznaczmy $\frac{\Delta x}{1} = \Delta y;$

Dla $\Delta y \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta w_1}{w_{1u}} (T_{10u} - T_{11u}) + \Delta T_{10}(s) + a_1 \Delta y \Delta T_{21}(s) = \\ = \left[\frac{\Delta y}{w_{1u}} 1 p + 1 + a_1 \Delta y \right] \Delta T_{11}(s) \end{aligned}$$

Wprowadzając nową skalę czasu $\tau = \frac{t}{w_{1u}}$ i operator tego bezwymiarowego czasu $p = s \frac{1}{w_{1u}}$

$$\frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \left(- \frac{\partial T_{1u}}{\partial y} \right) dy + \Delta T_{10}(p) + a_1 dy \Delta T_{21}(p) =$$

$$\left[(p + a_1) dy + 1 \right] \Delta T_{11}(p)$$

oraz

$$\frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}} \left(- \frac{\partial T_{2u}}{\partial y} \right) dy + \Delta T_{20}(p) + a_2 dy \Delta T_{11}(p) =$$

$$= \left[(rp + a_2) dy + 1 \right] \Delta T_{21}(p)$$

Dla $dy \rightarrow 0$ otrzymamy

$$- \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \frac{\partial T_{1u}}{\partial y} dy + \Delta T_{10}(p) = \Delta T_{11}(p)$$

$$- \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}} \frac{\partial T_{2u}}{\partial y} dy + \Delta T_{20}(p) = \Delta T_{21}(p)$$

Dla nieskończenie małego wycinka dy , temperatura wyjściowa zależy od temperatury wejściowej i od zmiany przepływu tego właśnie czynnika (ważne tylko dla współprądu). Fizykalnie można to uzasadnić, że na nieskończenie małej powierzchni nie może wymienić się jakaś skończona ilość ciepła.

Zmiana temperatury od przepływu spowodowana jest przesunięciem się warstw cieczy. Obecnie znając przepustowość operatorową dla zmiany temperatury w wymienniku o parame-

trach rozłożonych, przeliczymy je dla zmieniającej się skali długości wymiennika i następnie zsumujemy.

$$F_1(p) = \frac{\Delta T_{21}(p)}{\Delta T_{10}(p)} = \varepsilon_2 e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}$$

$$F_2(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{20}(p)} = \varepsilon_1 e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}$$

$$F_3(p) = \frac{\Delta T_{11}(p)}{\Delta T_{10}(p)} = 6 e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)} \left[\operatorname{ch} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2} - \frac{f_1-f_2}{2} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}} \right]$$

$$F_4(p) = \frac{\Delta T_{21}(p)}{\Delta T_{20}(p)} = e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)} \left[\operatorname{ch} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2} + \frac{f_1-f_2}{2} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2}} \right]$$

Zastosowanie tych samych wzorów do wymiennika krótszego $(1-y)l$, wymaga podstawienia za a_i, b_i ; współczynników $a_i'' = a_i(1-y), b_i'' = b_i(1-y)$.

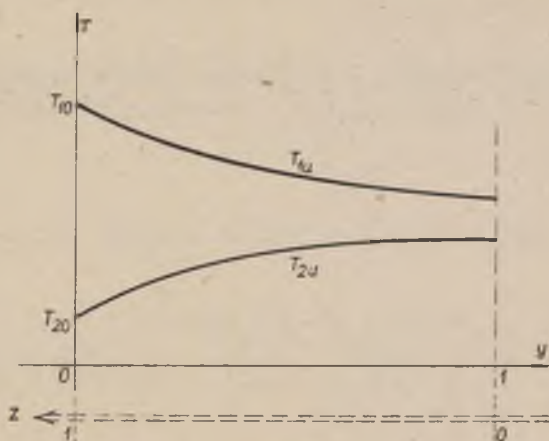
Jednocześnie zmieni się również skala czasów. Chcąc utrzymać jednolitość skali czasów, należy w miejsce "p" wstawić $p' = p(1-y)$

$$\begin{aligned} \Delta T_{11}(p) &= F_2(p) \Delta T_{20}(p) + F_3(p) \Delta T_{10}(p) + \\ &+ \int_0^1 \left(-\frac{\partial T_{1u}}{\partial y} \right) \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} F_3[p(1-y)] dy + \\ &+ \int_0^1 \left(-\frac{\partial T_{2u}}{\partial y} \right) \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}} F_2[p(1-y)] dy \end{aligned}$$

Podstawiając $1-y = z$, otrzymamy:

$$\begin{aligned} \Delta T_{11}(p) &= F_2(p) \Delta T_{20}(p) + F_3(p) \Delta T_{10}(p) + \\ &\left\{ \int_0^1 \frac{dT_{1u}(1-z)}{dz} e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)z} \left[\operatorname{ch} \frac{1}{2} z \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2} - \right. \right. \\ &\left. \left. -z \frac{f_1-f_2}{2} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} z \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}}{\frac{1}{2} z \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}} \right] dz \right\} \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \\ &+ \left\{ \int_0^1 \frac{dT_{2u}(1-z)}{dz} z g_1 e^{-\frac{1}{2}(f_1+f_2)z} \frac{\operatorname{sh} \frac{1}{2} z \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}}{\frac{1}{2} z \sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}} dz \right\} \times \\ &\times \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}} \end{aligned}$$

Wartości ustalone przyjmujemy zgodnie z rys.37.



Rys.37. Przebieg wartości temperatur ustalonych wzdłuż wymiennika współprądowego oraz skali długości

$$T_{1u} = T_{10} - \frac{A}{A+B} (T_{10} - T_{20}) + \frac{A}{A+B} (T_{10} - T_{20}) e^{-(A+B)(1-z)}$$

$$T_{2u} = T_{20} + \frac{B}{A+B} (T_{10} - T_{20}) - \frac{B}{A+B} (T_{10} - T_{20}) e^{-(A+B)(1-z)}$$

$$\frac{dT_{1u}}{dz} = A(T_{10} - T_{20}) e^{-(A+B)} e^{(A+B)z}$$

$$\frac{dT_{2u}}{dz} = -B(T_{10} - T_{20}) e^{-(A+B)} e^{(A+B)z}$$

gdzie $A = \varepsilon_1 \Big|_{p=0}$

$B = \varepsilon_2 \Big|_{p=0}$

Po podstawieniu i przekształceniach otrzymamy

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{11}(p) \\ \Delta T_{21}(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{11}(p) & F_{12}(p) & F_{13}(p) & F_{14}(p) \\ F_{21}(p) & F_{22}(p) & F_{23}(p) & F_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{10}(p) \\ \Delta T_{20}(p) \\ \frac{\Delta w_1}{w_{1u}}(p) \\ \frac{\Delta w_2}{w_{2u}}(p) \end{vmatrix}$$

gdzie $F_{11}(p)$; $F_{12}(p)$; F_{21} , F_{22} są przepustowościami operatorowymi wyprowadzonymi uprzednio dla wymiennika współprądowego o parametrach rozłożonych pkt.B wzór $F_{11} + F_{14}$
Natomiast

$$F_{13}(p) = \frac{A}{2} e^{-(A+B)} (T_{10} - T_{20}) \left[\frac{1}{v} (e^v - 1)(1 - \xi) \frac{1}{\mu} (e^\mu - 1)(1 + \xi) \right]$$

$$\text{gdzie } A = g_1(p) \Big|_{p=0}; \quad B = g_2(p) \Big|_{p=0}$$

$$v = A + B - \frac{f_1 + f_2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}$$

$$\mu = A + B - \frac{f_1 + f_2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}$$

$$\xi = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{(f_1 - f_2)^2 + 4g_1 g_2}}$$

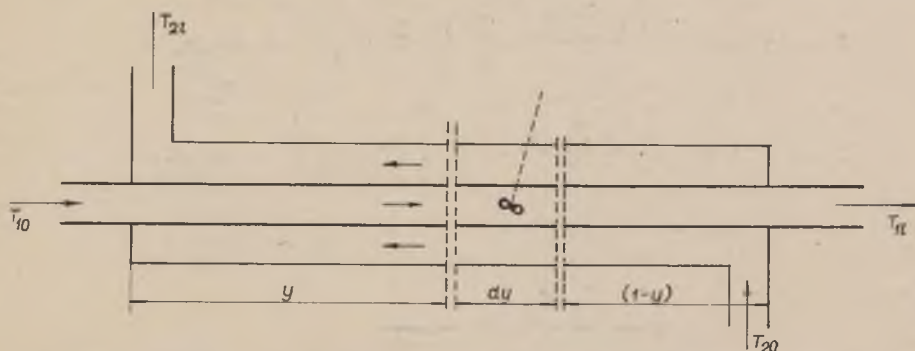
$$F_{14}(p) = - \frac{Bg_1(f_1 - f_2)}{\xi} [T_{10} - T_{20}] e^{-(A+B)} \left[\frac{1}{\nu} (e^\nu - 1) - \frac{1}{\mu} (e^\mu - 1) \right]$$

$$F_{23}(p) = \frac{Ag_2(f_1 - f_2) e^{-(A+B)} (T_{10} - T_{20})}{\xi} \left[\frac{1}{\nu} (e^\nu - 1) - \frac{1}{\mu} (e^\mu - 1) \right]$$

$$F_{24}(p) = - \frac{B(T_{10} - T_{20}) e^{-(A+B)}}{2} \left[\frac{1}{\nu} (1 + \xi) (e^\nu - 1) + \frac{1}{\mu} (1 - \xi) (e^\mu - 1) \right]$$

2. Przeciwprądowy wymiennik ciepła ze zmianą przepływu

Dla małych przyrostów Δw , możemy układ wymiennika zastąpić dużą ilością małych wymienników, w których temperatura wyjściowa zmienia się na skutek zmiany prędkości przepływu. Następnie należałoby zesumować te wszystkie efekty od zmian prędkości w dowolnym miejscu wymiennika. Rys.38.



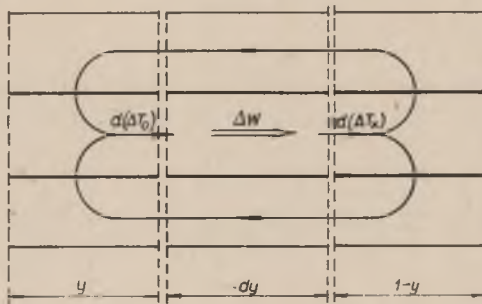
Rys.38. Ideowy schemat kaskadowego modelu wymiennika ciepła ze zmianą przepływu jednego z czynników

Oznaczmy:

$$\begin{vmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{11} \end{vmatrix}$$

Jeżeli zmieni się prędkość przepływu w elementarnym wycinku dy , to spowoduje ona powstanie na końcu tegoż, różnicy temperatur $d(\Delta T_x)$.

Jednocześnie, na wejściu odcinka dy pojawi się przyrost temperatury $d(\Delta T_o)$, pochodzący z przejścia zaburzenia temperaturowego $d(\Delta T_x)$ przez elementarny wycinek wymiennika o długości $(1-y)$ oraz przez wycinek o długości y . Rys.39.



Rys.39. Ideowy schemat pętli ciepłego sprzężenia zwrotnego

Z bilansu ciepłego dla $dy \rightarrow 0$ otrzymamy:

$$w_1(T_1 - T_x) = (fdy) \gamma c_p \frac{dT_x}{dt} - (T_x - T_{ry}) \alpha U dy$$

$$\left[T_1 - T_x \right]_u \Delta w_1 + w_{1u} (\Delta T_o - \Delta T_x) = dy \left[\text{wielkości małe} \right]$$

$$(T_1 - T_x)_u = - \left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u dy$$

$$d(\Delta T_o - \Delta T_x) = \left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u dy \left(\frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \right)$$

$$d(\Delta T_o) = d(\Delta T_x) F_{21}(1-y) F_{12}(y)$$

$$d[\Delta T_{11}(p)] = - \frac{\left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u dy}{1-F_{21}(1-y) F_{12}(y)} \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$$

Zmiana temperatury na wyjściu wymiennika

$$d[\Delta T_{11}(p)] = - \frac{\left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u F_{11}(1-y) dy}{1-F_{21}(1-y) F_{12}(y)} \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$$

Całkowita zmiana temperatury na wyjściu wymiennika

$$\Delta T_{11}(p) = \left\{ - \int_0^1 \frac{\left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u F_{11}(1-y)}{1-F_{21}(1-y) F_{12}(y)} dy \right\} \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} +$$

$$+ \left\{ \int_0^1 \frac{\left(\frac{\partial T_2}{\partial y} \right)_u F_{12}(y) F_{11}(1-y)}{1-F_{21}(1-y) F_{12}(y)} dy \right\} \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}}$$

gdzie

$F_{11}(1-y)$; $F_{21}(1-y)$; $F_{12}(y)$ są funkcjami identycznymi z przedstawionymi dla przeciupływu kolejno $F_{21}(p)$; $F_{22}(p)$; $F_{23}(p)$. Ze względu na trudności wyznaczenia funkcji $\Delta T_{11}(p)$ oraz przejście na przebieg czasowy $\Delta T_{11}(t)$, powyższy problem można rozwiązać jedynie przy pomocy symulatora.

3. Przepustowości operatorowe przeciwprądowego wymiennika ciepła ze zmianą przepływu jednego czynnika, z uwzględnieniem pojemności cieplnej ścianek

Ponieważ poprzednia metoda analizy przez podział na elementarne wymienniki, okazała się trudna w realizacji rozwiązania równań, dlatego też podano inny wariant rozwiązania tego problemu.

Weźmy zespół równań opisujący wymiennik zupełny z rys.8

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + \left(\frac{w_1}{w_{1u}} \right) \frac{\partial T_1}{\partial y} &= a_1 (T_r - T_1) \\ \frac{\partial T_r}{\partial \tau} &= b_1 (T_1 - T_r) + b_2 (T_2 - T_r) \\ r \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - \left(\frac{w_2}{w_{2u}} \right) \frac{\partial T_2}{\partial y} &= a_2 (T_r - T_2) + a'_2 (T'_r - T_2) \\ \frac{\partial T'_r}{\partial \tau} &= b'_2 (T_2 - T'_r) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II})$$

Jeśli założymy małe zmiany w_1 ; w_2 względem w_{1u} ; w_{2u} , to można napisać równanie ujmujące zmiany T_1 ; T_2 ; T_r ; T'_r .

Zespół równań (II) jest w rzeczywistości tożsamościami, które muszą być spełnione niezależnie od czasu t i odległości x . Zatem różniczka zupełna

$$\begin{aligned} f \left(T_1, \frac{w_1}{w_u}, T_r, \frac{\partial T_1}{\partial \tau}, \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) &= 0 \\ df &= \frac{\partial f}{\partial T_1} dT_1 + \frac{\partial f}{\partial \left(\frac{w_1}{w_u} \right)} d \left(\frac{w_1}{w_u} \right) + \dots + \frac{\partial f}{\partial \left(\frac{w_1}{w_{1u}} \right)} d \left(\frac{w_1}{w_{1u}} \right) = 0 \end{aligned}$$

Dla wartości skończonych przyjmujemy

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T_1}\right)_u \Delta T_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial \left(\frac{\partial T_1}{\partial \tau}\right)}\right)_u \Delta \left(\frac{\partial T_1}{\partial \tau}\right) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial \left(\frac{w_1}{w_{1u}}\right)}\right)_u \Delta \left(\frac{w_1}{w_{1u}}\right) \cong 0$$

Podstawiając

$$\Delta \left(\frac{\partial T_1}{\partial \tau}\right) = \frac{\partial}{\partial \tau} \Delta T_1$$

$$\Delta \left(\frac{\partial T_1}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y} \Delta T_1$$

Otrzymamy układ równań, który przy założeniu stanu ustalonego przyjmie postać:

$$\frac{\partial \Delta T_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \Delta T_1}{\partial y} = a_1 (\Delta T_r - \Delta T_1) - \left(\frac{\partial T_1}{\partial y}\right)_u \left(\frac{\Delta w_1}{w_{1u}}\right)$$

$$\frac{\partial \Delta T_r}{\partial \tau} = b_1 (\Delta T_1 - \Delta T_r) + b_2 (\Delta T_2 - \Delta T_1)$$

$$r \frac{\partial \Delta T_2}{\partial \tau} - \frac{\partial \Delta T_2}{\partial y} = a_2 (\Delta T_r - \Delta T_2) + a'_2 (\Delta T_r - \Delta T_2) + \left(\frac{\partial T_2}{\partial y}\right)_u \left(\frac{\Delta w_2}{w_{2u}}\right)$$

$$\frac{\partial \Delta T'_r}{\partial \tau} = b'_2 (\Delta T_2 - \Delta T'_r)$$

Powyższy układ równań stransformujemy wg L-C, pamiętając, że na skutek rozpatrywania przyrostów ponad pewną wartość ustaloną warunki początkowe są równe zeru.

$$(p+a_1) \Delta T_1(p,y) + \frac{d}{dy} \Delta T_1(p,y) - a_1 \Delta T_r(p,y) \approx - \left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$$

$$(p+b_1+b_2) \Delta T_r(p,y) - b_1 \Delta T_1(p,y) - b_2 \Delta T_2(p,y) = 0$$

$$(rp+a_2+a'_2) \Delta T_2(p,y) - \frac{d}{dy} \Delta T_2(p,y) - a_2 \Delta T_r(p,y) - a'_2 \Delta T'_r(p,y)$$

$$\approx \left(\frac{\partial T_2}{\partial y} \right)_u \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}}$$

$$(p+b'_2) \Delta T'_r(p,y) - b'_2 \Delta T_2(p,y) = 0$$

Ostatni układ równań zawierający dwa równania różniczkowe i dwa zwyczajne, można przedstawić w postaci

$$\frac{d}{dy} \Delta T_1(p,y) + f_1(p) \Delta T_1(p,y) - g_1(p) \Delta T_2(p,y) \approx - \left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$$

$$\frac{d}{dy} \Delta T_2(p,y) - f_2(p) \Delta T_2(p,y) + g_2(p) \Delta T_1(p,y) \approx - \left(\frac{\partial T_2}{\partial y} \right)_u \frac{\Delta w_2(p)}{w_{1u}}$$

Całka ogólna oraz szczególna układu równań różniczkowych mają postać:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dy} \Delta T_1^0(p,y) + f_1(p) \Delta T_1^0(p,y) - g_1(p) \Delta T_2^0(p,y) &= 0 \\ \frac{d}{dy} \Delta T_2^0(p,y) - f_2(p) \Delta T_2^0(p,y) + g_2(p) \Delta T_1^0(p,y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II})$$

Zakładamy rozwiązanie

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_1^0(p, y) &= C_1(p) e^{k_1 y} + C_2(p) e^{k_2 y} \\ \Delta T_2^0(p, y) &= m_1 C_1(p) e^{k_1 y} + m_2 C_2(p) e^{k_2 y} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IIa})$$

Podstawiając rozwiązanie ΔT_1^0 , ΔT_2^0 do (II) otrzymujemy

$$\begin{aligned} k_1 C_1(p) e^{k_1 y} + k_2 C_2(p) e^{k_2 y} + f_1(p) C_1(p) e^{k_1 y} + f_1(p) C_2(p) e^{k_2 y} - \\ - g_1(p) m_1 C_1(p) e^{k_1 y} - g_1(p) m_2 C_2(p) e^{k_1 y} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_1 m_1 C_1(p) e^{k_1 y} + k_2 m_2 C_2(p) e^{k_2 y} - f_2(p) m_1 C_1(p) e^{k_1 y} - f_2(p) m_2 C_2(p) e^{k_2 y} \\ + g_2(p) C_1(p) e^{k_1 y} + g_2(p) C_2(p) e^{k_2 y} = 0 \end{aligned}$$

Stąd otrzymujemy następujące warunki

$$\left. \begin{aligned} k_1 + f_1(p) - m_1 g_1(p) &= 0 \\ k_1 m_1 - f_2(p) m_1 + g_2(p) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IIIa})$$

oraz

$$\left. \begin{aligned} k_2 + f_1(p) - m_2 g_1(p) &= 0 \\ k_2 m_2 - f_2(p) m_2 + g_2(p) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IIIb})$$

Rozwiązując układ (IIIa) znajdujemy

$$k_{1(1,2)} = -\frac{f_1(p)-f_2(p)}{2} + \sqrt{\left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2}\right]^2 - g_1(p)g_2(p)}$$

a także

$$m_1 = \frac{k_1+f_1(p)}{g_1(p)} = \frac{1}{g_1(p)} \left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2} + \sqrt{\left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2}\right]^2 - g_1(p)g_2(p)} \right]$$

Podobnie dla (IIIb) otrzymamy

$$k_{2(1,2)} = -\frac{f_1(p)-f_2(p)}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2}\right]^2 - g_1g_2}$$

$$m_2 = \frac{1}{g_1(p)} \left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2} - \sqrt{\left[\frac{f_1(p)+f_2(p)}{2}\right]^2 - g_1(p)g_2(p)} \right]$$

$C_1(p)$ oraz $C_2(p)$ należy wyznaczyć z warunków brzegowych.

Rozwiązanie szczególne dla układu (II) ma postać

Przyjmujemy za znane $\frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$ oraz $\frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}}$

Dla wyznaczenia $\left(\frac{\partial T_1}{\partial y}\right)_u$ oraz $\left(\frac{\partial T_2}{\partial y}\right)_u$ należy rozwiązać

układ równań (IIa) dla stanu ustalonego.

Z warunków brzegowych uzyskujemy

$$T_1^0 = c_1 + c_2, c^0 = T_{10}$$

$$T_2^0 = c_1 + c_2 \frac{f_2(0)}{g_1(0)} e^{-[f_1(0)-f_2(p)]} = T_{20}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{g_2}{g_1} e^{-(f_1-f_2)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{20} \end{vmatrix}$$

Stąd otrzymamy

$$\begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \frac{f_2}{g_1} e^{-(f_1-f_2)} \\ \frac{f_2}{g_1} e^{-(f_1-f_2)} & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 1 \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} T_{10} \\ T_{20} \end{vmatrix}$$

$$c_2 = \frac{T_{10} - T_{20}}{1 - \frac{f_2(0)}{g_1(0)} e^{-(f_1-f_2)}}$$

$$\left(\frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_u = \frac{\frac{[f_2(0)-f_1(0)]}{1 - \frac{f_1(0)}{g_1(0)} e^{-[f_1(0)-f_2(0)]}} e^{-[f_1(p)-f_2(p)]}}{(T_{10} - T_{20})} = \bar{A}$$

$$\left(\frac{\partial T_2}{\partial y}\right)_u = \frac{\frac{f_2(0)}{g_1(0)} [f_2(0) - f_1(0)] e^{-[f_1(0) - f_2(0)]_y}}{1 - \frac{f_2(0)}{g_1(0)} e^{-[f_1(0) - f_2(0)]_y}} (T_{10} - T_{20}) = \bar{B}$$

$$\Delta T_1^s(p, y) = D_1 e^{k_{20}y} ; -e^{k_{10}y} \bar{A} = -\left(\frac{\partial T_1^0}{\partial y}\right)_u \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$$

$$\Delta T_2^s(p, y) = D_2 e^{k_{20}y} ; -e^{k_{10}y} \bar{B} = -\left(\frac{\partial T_2^0}{\partial y}\right)_u \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}}$$

$$k_{20} D_1 e^{k_{20}y} + f_1(p) D_1 e^{k_{20}y} - g_1(p) D_2 e^{k_{20}y} = -\bar{A} e^{k_{20}y}$$

$$k_{20} D_2 e^{k_{20}y} - f_2(p) D_2 e^{k_{20}y} + g_2(p) D_1 e^{k_{20}y} = -\bar{B} e^{k_{20}y}$$

$$\begin{vmatrix} k_{20} + f_1(p) & -g_1(p) \\ g_2(p) & k_{20} - f_2(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_1 \\ D_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} D_1 \\ D_2 \end{vmatrix} = \frac{-1}{k_{20}^2 - k_{20} [f_1(p) - f_2(p)] + g_1(p) - f_1(p) f_2(p)} \begin{vmatrix} k_{20} - f_2(p) & g_1(p) \\ -g_2(p) & k_{20} + f_1(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{vmatrix}$$

$$\Delta T_1(p, y) = C_1(p) e^{k_1 y} + C_2(p) e^{-k_1 y} + D_1 e^{k_2 y}$$

$$\Delta T_2(p, y) = C_1(p) m_1 e^{k_1 y} + C_2(p) m_2 e^{k_2 y} + D_2 e^{k_2 y}$$

Z powyższych równań wyznaczamy $C_1(p)$ oraz $C_2(p)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m_1 e^{k_1} & m_2 e^{k_2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -D_1 \\ -D_2 e^{k_2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} C_1(p) \\ C_2(p) \end{vmatrix} = \frac{-1}{\begin{bmatrix} m_2 e^{k_2} & -m_1 e^{k_1} \end{bmatrix}} \begin{vmatrix} m_2 e^{k_2} & -1 \\ m_1 e^{k_1} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_1 \\ D_2 e^{k_2} \end{vmatrix}$$

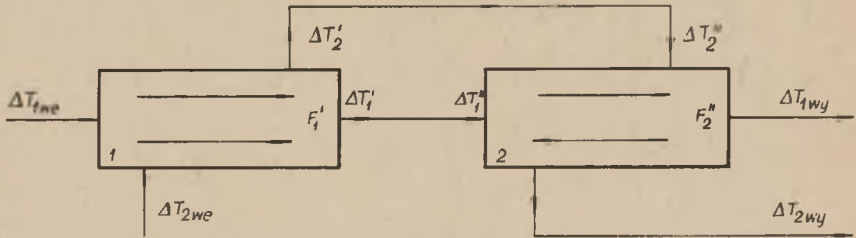
Ostatecznie

$$\begin{vmatrix} \Delta T_1(p, y) \\ \Delta T_2(p, y) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{11}(y) & F_{12}(y) \\ F_{21}(y) & F_{22}(y) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \\ \frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}} \end{vmatrix}$$

F. Układy połączeń wymienników

Jak to wynika z potrzeb technologicznych, bardziej skomplikowane aparaty wymiany ciepła, składają się zwykle z jakiejś kombinacji połączeń wymienników prostych. Układy połączeń, wyczerpujące kombinacje korzystne ze względów technologicznych, przedstawiają się następująco:

1. Kaskadowe połączenie współprądu z przeciwbiegiem (rys.40)



Rys.40. Blokowy schemat połączenia kaskadowego wymiennika współprądowego (1) z przeciwbiegiem (2)

$$T'_1 = T''_1$$

$$T'_2 = T''_2$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T'_1(p) \\ \Delta T'_2(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F'_{11}(p) & F'_{12}(p) \\ F'_{13}(p) & F'_{14}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{1we}(p) \\ \Delta T_{2we}(p) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1wy} \\ \Delta T_{2wy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F''_{21}(p) & F''_{22}(p) \\ F''_{23}(p) & F''_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T''_1 \\ \Delta T''_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T_{1wy} \\ \Delta T_{2wy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F''_{21}(p) & F''_{22}(p) \\ F''_{23}(p) & F''_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} F'_{11}(p) & F'_{12}(p) \\ F'_{13}(p) & F'_{14}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{1we} \\ \Delta T_{2we} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} F'_1(p) & F'_2(p) \\ F'_3(p) & F'_4(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T_{1we} \\ \Delta T_{2we} \end{vmatrix}$$

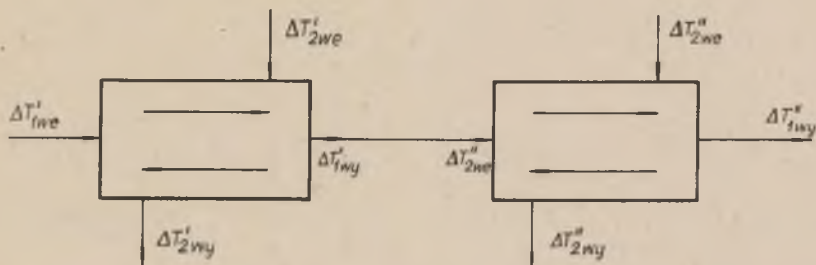
$$F'_1(p) = \begin{bmatrix} F''_{21}(p) & F'_{11}(p) + F''_{22}(p) & F'_{13}(p) \end{bmatrix}$$

$$F'_2(p) = \begin{bmatrix} F''_{21}(p) & F'_{12}(p) + F''_{22}(p) & F'_{14}(p) \end{bmatrix}$$

$$F'_3(p) = \begin{bmatrix} F''_{23}(p) & F'_{11}(p) + F''_{24}(p) & F'_{13}(p) \end{bmatrix}$$

$$F'_4(p) = \begin{bmatrix} F''_{23}(p) & F'_{12}(p) + F''_{24}(p) & F'_{14}(p) \end{bmatrix}$$

2. Kaskadowe połączenie dwu przeciwprądów względnie dwu współprądów



Rys.41. Blokowy schemat kaskadowego połączenia dwu wymienników przeciwprądowych

$$\Delta T'_{1wy} = \Delta T''_{2we}$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T'_{1wy} \\ \Delta T'_{2wy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F'_{21}(p) & F'_{22}(p) \\ F'_{23}(p) & F'_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T'_{1we} \\ \Delta T'_{2we} \end{vmatrix}$$

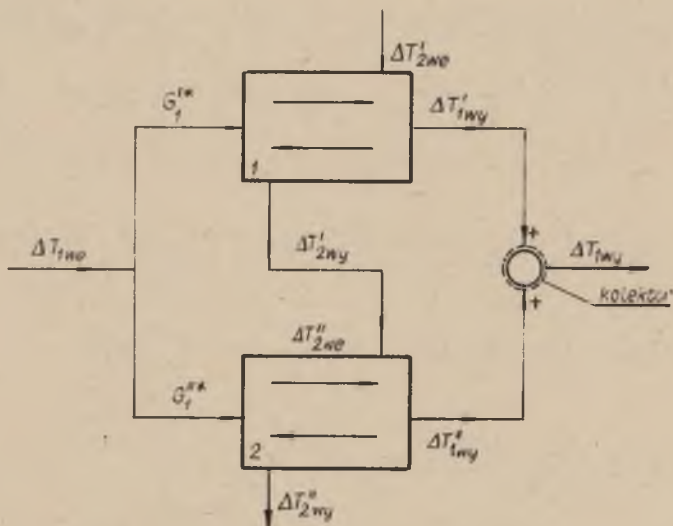
$$\begin{vmatrix} \Delta T''_{1wy} \\ \Delta T''_{2wy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F''_{21}(p) & F''_{22}(p) \\ F''_{23}(p) & F''_{24}(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T''_{1we} \\ \Delta T''_{2we} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \Delta T''_{1wy} \\ \Delta T'_{2wy} \\ \Delta T''_{2wy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F''_1(p) & F''_2(p) & F''_3(p) \\ F''_4 & F''_5(p) & 0 \\ F''_6(p) & F''_7(p) & F''_8(p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta T'_{1we} \\ \Delta T'_{2we} \\ \Delta T''_{2we} \end{vmatrix}$$

gdzie

$$\begin{array}{l|l} F''_1(p) = F'_{21}(p) F''_2(p) & F''_5(p) = F'_{24}(p) \\ F''_2(p) = F''_{21}(p) F'_{22}(p) & F''_6(p) = F''_{21}(p) F''_{23}(p) \\ F''_3(p) = F''_{22}(p) & F''_7(p) = F'_{22}(p) F''_{23}(p) \\ F''_4(p) = F'_{23}(p) & F''_8(p) = F''_{24}(p) \end{array}$$

3. Równoległe połączenie dwu przeciwprądów oraz dwu współprądów



Rys.42. Blokowy schemat równoległego połączenia dwu wymienników przeciwprądowych

$$\Delta T_{1wy} = \frac{G_1^*}{G_1^* G_2^*} \Delta T'_{1wy} + \frac{G_2^*}{G_1^* G_2^*} \Delta T''_{1wy} = r_1 \Delta T'_{1wy} + r_2 \Delta T''_{1wy}$$

$$\Delta T'_{1wy}(p) = F'_{21}(p) \Delta T_{1we}(p) + F'_{22}(p) \Delta T'_{2we}$$

$$\begin{aligned} \Delta T''_{2wy} = & F''_{23}(p) \Delta T_{1we}(p) + F'_{23}(p) F''_{24}(p) \Delta T_{1we}(p) + \\ & + F'_{24}(p) F''_{24}(p) \Delta T'_{2we} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T''_{1wy} = & F''_{21}(p) \Delta T_{1we}(p) + F'_{23}(p) F''_{22}(p) \Delta T_{1we}(p) + \\ & + F'_{24}(p) F''_{22}(p) \Delta T'_{2we} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{1wy} \\ \Delta T''_{2wy} \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{cc} F''_1(p) & F''_2(p) \\ F''_3(p) & F''_4(p) \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} \Delta T_{1we}(p) \\ \Delta T'_{2we} \end{array} \right\| \end{aligned}$$

$$F''_1(p) = [r_1 F'_{21}(p) + r_2 (F''_{21}(p) + F'_{23}(p) F''_{22}(p))]$$

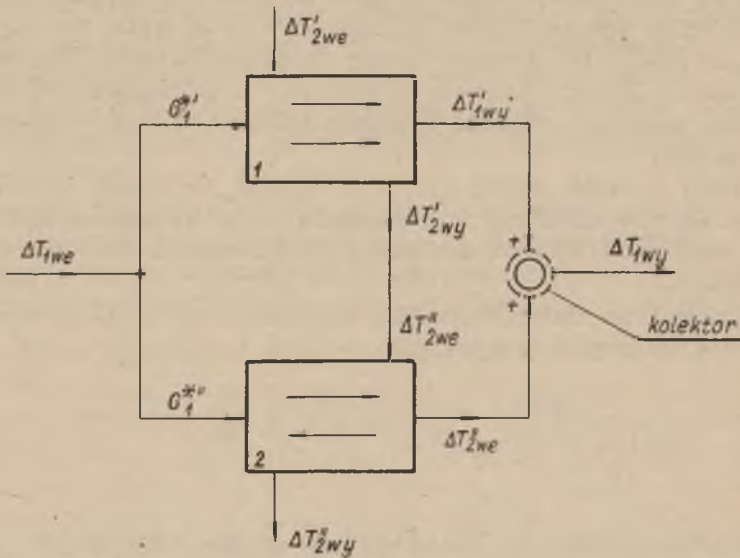
$$F''_2(p) = [r_1 F'_{22}(p) + r_2 F'_{24}(p) F''_{22}(p)]$$

$$F''_3(p) = [F''_{23}(p) + F'_{23}(p) F''_{24}(p)]$$

$$F''_4(p) = [F'_{24}(p) F''_{24}(p)]$$

$$r_1 + r_2 = 1$$

4. Równoległe połączenie współprądu z przeciwprądem



Rys.43. Schemat blokowy połączenia wymiennika ciepłego współprądowego (1) z przeciwprądowym (2)

$$F_1^{(IV)}(p) = [r_1 F'_{11}(p) + r_2 (F''_{21}(p) + F'_{13}(p) F''_{22}(p))]$$

$$F_2^{(IV)}(p) = [r_1 F'_{12}(p) + r_2 F'_{14}(p) F''_{22}(p)]$$

$$F_3^{(IV)}(p) = [F'_{23}(p) + F'_{13}(p) F''_{24}(p)]$$

$$F_4^{(IV)}(p) = [F'_{14}(p) F''_{24}(p)]$$

$$r_1 + r_2 = 1$$

G. Czasowe funkcje przejścia

Przy tylu istniejących opracowaniach przepustowości operatorowych wymienników, tylko właściwie dwie metody (porównaj [22][58][59] podane przez Takahashiego i Payntera oraz Achlina i Läubli pozwalają przejść z przepustowości operatorowej modelu o parametrach rozłożonych, na czasową funkcję przejścia.

Wzory podane przez obu pierwszych Autorów, pozwalają jedynie na przybliżone rozwiązanie tego zagadnienia. Niestety, nie jest możliwym oszacowanie dokładności dokonanego przybliżenia.

Wymieniona metoda polega na przedstawieniu przepustowości operatorowej w postaci:

$$F(p) = e^{\delta - T_n p} + \frac{1}{2} T_s^2 p^2 - \frac{1}{6} T_a^3 p^3 + \dots \quad (1)$$

Jeżeli wiemy, że odpowiedź na skok jednostkowy jest funkcją monotoniczną, to badamy szereg prostych funkcji monotonicznych zapisując je również w postaci

$$F_1(p) = \exp \sum_k \frac{T_i^k}{k!} (-p)^k$$

Wprowadzamy następnie pewne współczynniki

$$\mu = \frac{T_s}{T_m}$$
$$\alpha = \left(\frac{T_a}{T_s} \right)^3$$

i określamy je dla kilku prostych przebiegów.

Znając μ oraz α naszej przepustowości operatorowej (1), dla konkretnych wartości parametrów, zaszeregujemy ją do pewnej funkcji prostej, typu np. element inercyjny z opóźnieniem. Ograniczając tę przepustowość operatorową (1) do

np. wyrazu $\frac{1}{6} T_a^3 p^3$ przybliżamy w pewien sposób nasz przebieg rzeczywisty. W niezbyt szerokim zakresie może to dać zadowalające wyniki. Przedstawienie przepustowości operatorowej wymiennika, rozpatrywanego jako układ o parametrach rozłożonych, w postaci funkcji (1) jest już samo w sobie przybliżeniem, które można osiągnąć tylko w pewnym zakresie "p", bo wzory wyprowadzone są przez szeregi, zbieżne tylko w pewnym zakresie "p".

Dla dużych "p" rozwinięcie (1) będzie mało dokładne, chociażby ze względu na odrzucone, dalsze wyrazy szeregu. Obaż drudzy Autorzy starają się tak przekształcić przepustowości operatorowe wymiennika, aby otrzymać je w postaci funkcji typu $\frac{e}{p}$, a następnie wykorzystują zależność

$$L^{-1} \left\{ \frac{e}{p} \right\} = J_0(2\sqrt{t})$$

gdzie J_0 oznacza funkcję Bessla pierwszego rodzaju zerowego rzędu.

W ten sposób dochodzą do czasowej funkcji przejścia o postaci [59].

$$F_1(x, t) = L^{-1} \left\{ f_1(x, p) \right\} = \frac{1}{a} e^{-\frac{b}{a} t} J_0 \left(2\sqrt{\frac{t}{a}} \right)$$

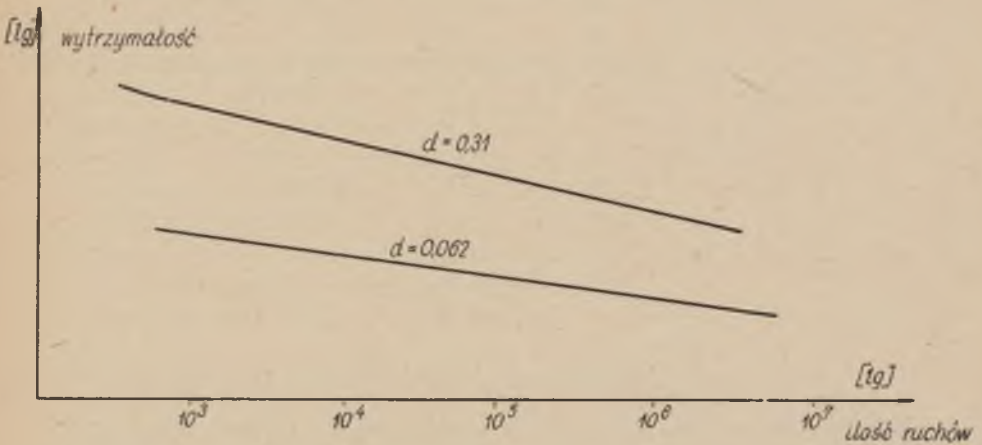
Rozdział III

JAKOŚĆ REGULACJI W UKŁADZIE ZAWIERAJĄCYM APARATY WYMIANY CIEPŁA

A. Poprawienie podatności regulacyjnej obiektu

Wiele aparatów wymiany ciepła pracuje pod ciśnieniem, przy czym ich tworzywo ulega podczas zmiany temperatury skurczom i rozkurczom dylatacyjnym. W miarę upływu czasu powodują one spadek wytrzymałości materiału.

Dla przykładu podane są na rys.44 wykresy obrazujące zmniejszanie się wytrzymałości rury kotłowej w funkcji ilości ruchów dylatacyjnych.



Rys.44. Wytrzymałość prostej rury stalowej \varnothing 62 mm i 310 mm w funkcji ilości okresów dylatacji temperaturowych. Ciśnienie wewnętrzne ca. 60 atm. Wg N.J.Markl [54]

Jak wynika z danych literaturowych [52] [53] [54] materiałowi aparatów wymiany ciepła należy zapewnić jak najmniejszą ilość ruchów dylatacyjnych.

Badania [55] [56] [57] wykazały również, że periodyczne ruchy dylatacyjne sprzyjają procesowi korozji międzykryształicznej. Ponieważ każda regulacja powiększa ilość ruchów dylatacyjnych w stosunku do liczby ruchów wywołanych zakłóceniami zewnętrznymi (technologicznymi), wydaje się słusznym, przyjęcie do analiz dobroci regulacji - kryterium aperiodycznego.

Ze względu na istniejące tendencje budowy specjalnych aparatów do celów regulacyjnych [41] [42] [43] [44] [45] [46], analiza jakości regulacji będzie prowadzona zgodnie z następującymi definicjami.

1. Dobroć regulacji $\{M\}$ - w znaczeniu konwencjonalnym, w obwodzie obiekt-regulator.

2. Podatność na regulację $\{M\}$ - w znaczeniu własności obiektu, zwłaszcza stosunku stałych czasowych do czasu martwego.

3. Regulacyjność $R = \frac{\{M_o\}}{\{M\}}$ - współczynnik określający powiększenie dobroci regulacji, przez polepszenie podatności obiektu.

Warunkami powiększenia podatności na regulację aparatów wymiany ciepła, zajmowali się Deviatov [46] [47], Profos [48] Hempel [49]. Najdalej posunięte wnioski na powyższy temat, wysunął Deviatov. Intuicyjnym i logicznym przesłankom, doprowadzającym do modelu wymiennika ciepła o prawdopodobnie najlepszych własnościach regulacyjnych (prawdopodobnie maksymalna podatność), przeciwstawił rozważanie o podatności uproszczonego aparatu, o funkcji przejścia typu - inercja pierwszego rzędu z czasem martwym. Przedstawiony przez Deviatowa sposób powiększenia podatności, drogą takiej konstrukcji, która bazuje na doborze stosunku stałej czasowej pierwszego rzędu do czasu martwego, może doprowadzić do dwiuznaczności. Bowiem taka sama wielkość M_o może zaistnieć w przypadku:

- a) małej stałej czasowej i małego czasu martwego,
- b) dużego czasu martwego i dużej stałej czasowej.

Oczywiście, współczynnik R , będzie w przypadku "b" znacznie mniejszy.

Poza tym wprowadzona przez Dewiatowa stała czasowa pierwszego rzędu, od strony konstrukcyjnej zależy tylko od zaburzeń $T_{20} - T_{11}$ (vide rys.7). W ten sposób zakres ważności R nie obejmuje zaburzeń $T_{10} - T_{11}$, w_1 , w_2 ,

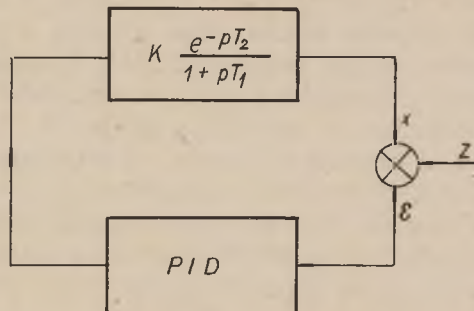
Należałoby przedyskutować, czy jest w ogóle możliwe, nawet dla bardzo uproszczonego modelu, uzyskanie na drodze analitycznej technicznie wartościowych wskazówek, odnośnie polepszenia podatności na regulację zakładając, że będzie ona tym większa, im:

- 1) aparat będzie miał mniejszy czas martwy T_L ,
- 2) stała czasowa pierwszego rzędu będzie większa w stosunku do czasu martwego $T_1 > T_L$.

Jeżeli przyjmiemy aproksymację funkcji przejścia aparatu, za pomocą funkcji przejścia w postaci

$$F(p) = \frac{e^{-pT_L}}{1+pT_1}$$

to problem dobroci regulacji należy rozpatrzyć w układzie zamkniętym, rys.45 mając na uwadze, możliwość dalszego poprawienia dobroci regulacji w sensie pewnego kryterium, dla optymalnego nastawienia regulatora PID, tylko drogą zmian konstrukcyjnych obiektu, powiększających jego podatność na regulację.



Rys.45. Zamknięty obwód regulacji i miejsce podawania zaburzenia

Zakładamy pewne nastawy a, b, c , idealnego regulatora PID, współpracującego z omawianym obiektem.

Niech przyjętym kryterium dobroci będzie

$$S = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt$$

gdzie

$$Z = 1(t)$$

S - ma wymiar czasu [sek]

T_1 - " " " [sek]

T_L - " " " [sek]

K - Bezwymiarowe

Jeżeli $K_r(p) = a + \frac{b}{p} + cp$, to aby była zachowana bezwymiarowość funkcji przejścia regulatora, winno być:

a - bezwymiarowe

b - z wymiarem [1/sek]

c - z wymiarem [sek]

Wprawdzie współczynnik "a" jest bezwymiarowy ale związany z danym obiektem warunkami optymalnej współpracy.

Jeżeli nastawy a, b, c będą optymalne to

$$S = f\left(T_1, \frac{T_1}{T_L}, K, a, b, c\right)$$

Jeżeli nastawa "a" ma być bezwymiarowa, to $a_{opt} = f_1\left(K, \frac{T_1}{T_L}\right)$. Ponieważ jest obojętne, w którym miejscu obwodu liniowego mamy wzmocnienie, więc

$$(a_{opt}K) = f_2\left(\frac{T_1}{T_L}\right)$$

Podobnie

$$\frac{b_{opt}}{T_1} = \frac{1}{K} f_3 \left(\frac{T_1}{T_L} \right) = b_{opt} T_1$$

$$\frac{c_{opt}}{T_1} = \frac{1}{K} f_4 \left(\frac{T_1}{T_L} \right)$$

Optymalne nastawienie regulatora uzyskamy dla warunku

$$\frac{S_{opt}}{T_1} = f_0 \left(\frac{T_1}{T_L}, K, a_{opt}, T_1 b_{opt}, \frac{c_{opt}}{T_1} \right)$$

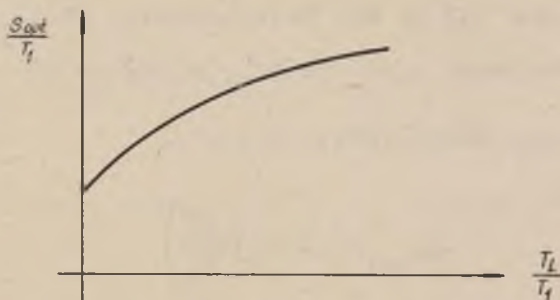
Z dotychczasowego wyniku, że:

$$\frac{S_{opt}}{T_1} = f_0 \left[\frac{T_1}{T_L}, (K a_{opt}), (K T_1 b_{opt}), \left(K \frac{c_{opt}}{T_1} \right) \right] = f_x \left(\frac{T_1}{T_L} \right)$$

Tak więc zupełnie ogólnie w tym najprostszym przypadku

$$\frac{S_{opt}}{T_1} = f \left[\frac{T_1}{T_L}, \text{rodzaju regulatora, przyjętego kryterium} \right].$$

Niestety powyższa funkcja nie jest znana i można tylko spodziewać się takiego jej przebiegu, jak wskazuje rys.46.



Rys.46. Przebieg funkcji S_{opt}

Z dotychczasowych rozważań wynika, że miarą regulacyjności w układzie z regulatorem PID, nie jest ani sam czas martwy T_L względnie stała czasowa T_1 , ani też sam stosunek $\frac{T_1}{T_L}$.

Tak więc problem dobroti należałoby badać w następującej kolejności:

- 1) znalezienie związków matematycznych $S_{opt} = T_1 f \left[\frac{T_1}{T_L} \right]$,
- 2) aproksymowanie funkcji badanego obiektu do postaci

$$K \frac{e^{-pT_L}}{1+pT_1}$$

wyliczając T_1 oraz T_L z rozwinięć na wspólne szeregi potęgowe funkcji obiektu i funkcji aproksymującej,

- 3) przeanalizowanie tych wielkości konstrukcyjnych od których zależy T_1 oraz T_L

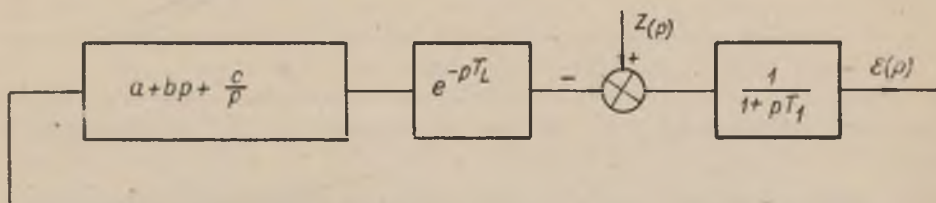
$$T_L = f_1(\alpha, \beta, \gamma, \dots, \mu)$$

$$T_1 = f_2(\alpha, \beta, \gamma, \dots, \mu)$$

i stworzyć optimum optimizerum w postaci

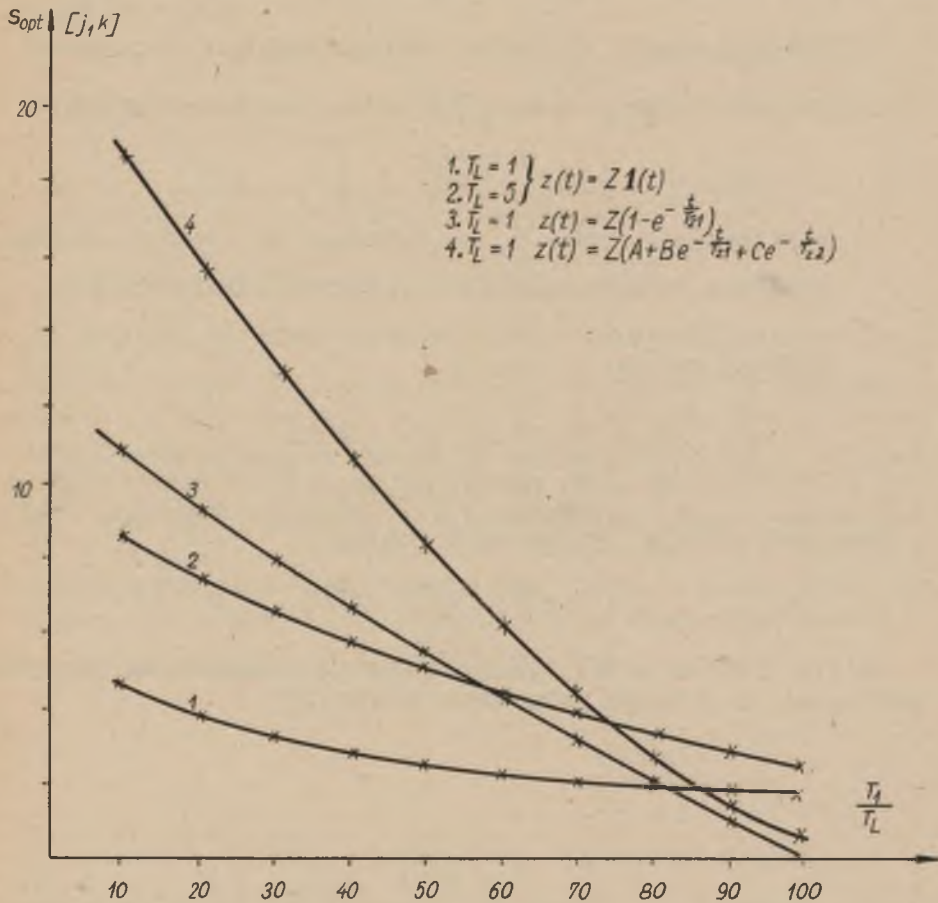
$$S_{opt.opt} = f_x(a^{opt}, \beta^{opt}, \gamma^{opt}, \dots, \mu^{opt})$$

ad 1. Tytułem próby wykonano szereg pomiarów na maszynie analogowej z układem pokazanym na rys.47.



Rys.47. Blokowy schemat układu regulacyjnego, do badania funkcji S_{opt}

Dla kryterium liniowego uzyskano wyniki przedstawione na rys.48. Na uwagę zasługuje zależność dobroci regulacji od kształtu sygnału zakłócającego (patrz rys.48).

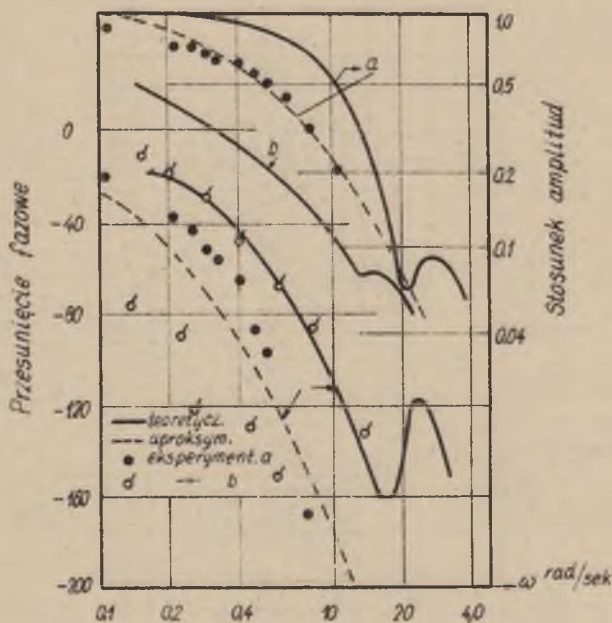


Rys.48. Zależność S_{opt} od stałej czasowej T_1 i stosunku $\frac{T_1}{T_L}$ oraz kształtu sygnału Kryterium najkrótszego czasu regulacji, z przebiegiem bez przeregulowania

ad.2. Istnieje wprawdzie możliwość aproksymowania przebiegu rzeczywistego przebiegiem uproszczonym, ale niestety nie ma na razie możliwości określenia dokładności dokonanego przybliżenia.

Stosowane do tej chwili w technice regulacji metody przybliżeniowe opierają się tylko na jakościowej ocenie zgodności przebiegu rzeczywistego (funkcji przejścia, względnie charakterystyki amplitudowo-fazowej) i aproksymowanego [60].

Nie należy przy tym zapominać, że tak zwane "przebiegi rzeczywiste" są same w sobie przybliżeniami, na skutek poczynionych przy ich uzyskiwaniu, upraszczających założeń.

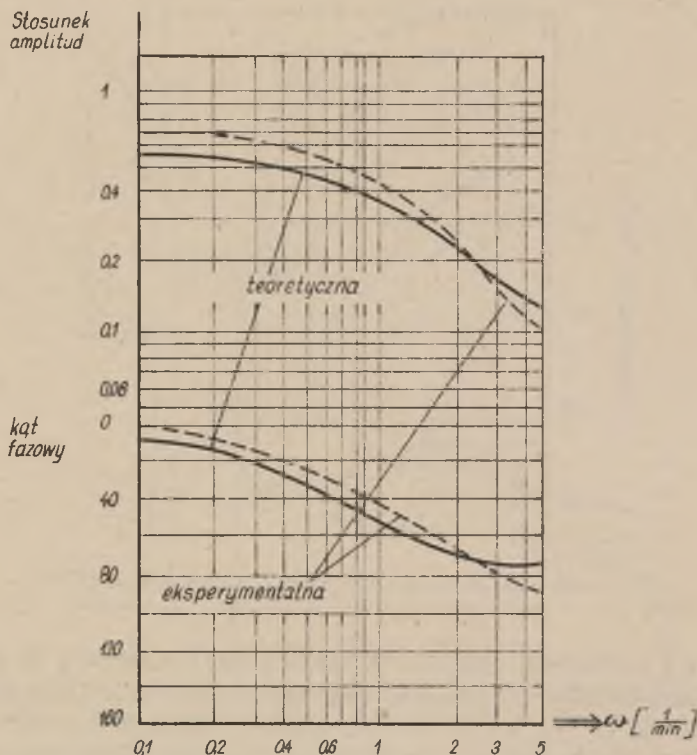


Rys.49. a) przebieg charakterystyki amplitudowej i fazowej modelu wymiennika ciepła wykonanego z miedzi. Opracowanie i pomiary wg [27], b) przebieg charakterystyki amplitudowej i fazowej przemysłowego wymiennika ciepła wykonanego ze stali kwasoodpornej. Opracowanie i pomiary oparte na analizie wg [27] zostały wykonane przez [61]

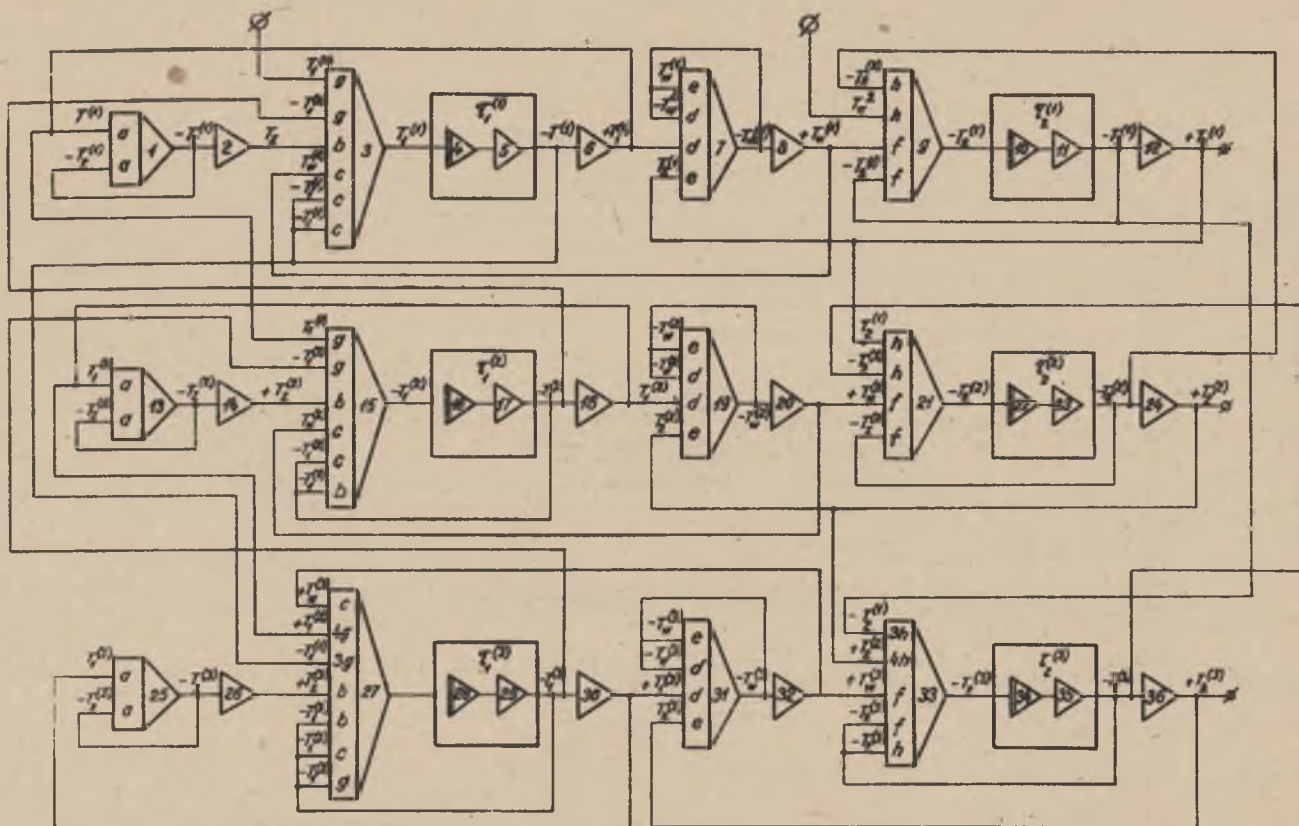
O niezgodności charakterystyk "rzeczywistych" z przebiegami eksperymentalnymi można się przekonać porównując wyniki uzyskane przez różnych autorów [12][13][15][25][26][27][30][32][33].

Dla przykładu podano wykresy zaczepnięte z [27] i [61]. Zachodzące różnice są napewno znacznie większe, aniżeli błędy pomiarowe występujące w układzie (rys.49).

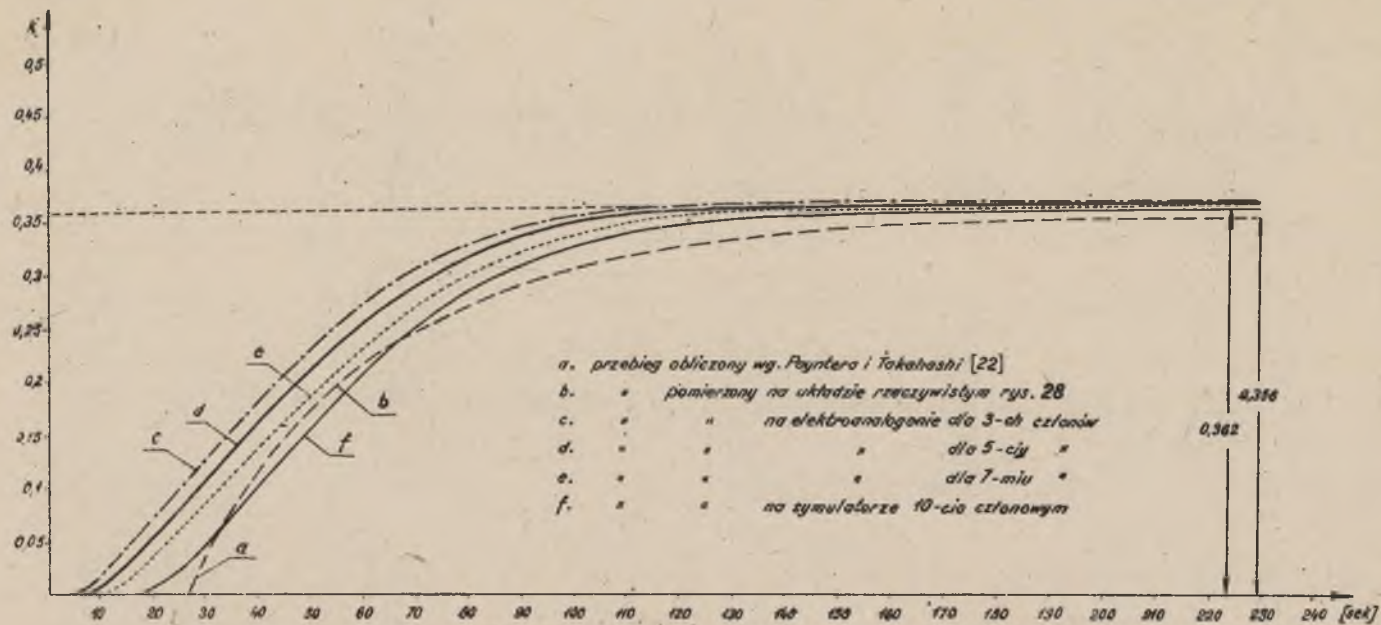
Na rys.50 przedstawiono krzywą analityczną i doświadczalną zgodnie z pomiarami własnymi. Sprawdzone wielokrotnie warunki pomiaru temperatury zapewniały błąd nie większy aniżeli 2%, łącznie z błędem rejestracji. Tymczasem różnice pomiędzy krzywą teoretyczną a eksperymentalną, są znacznie większe.



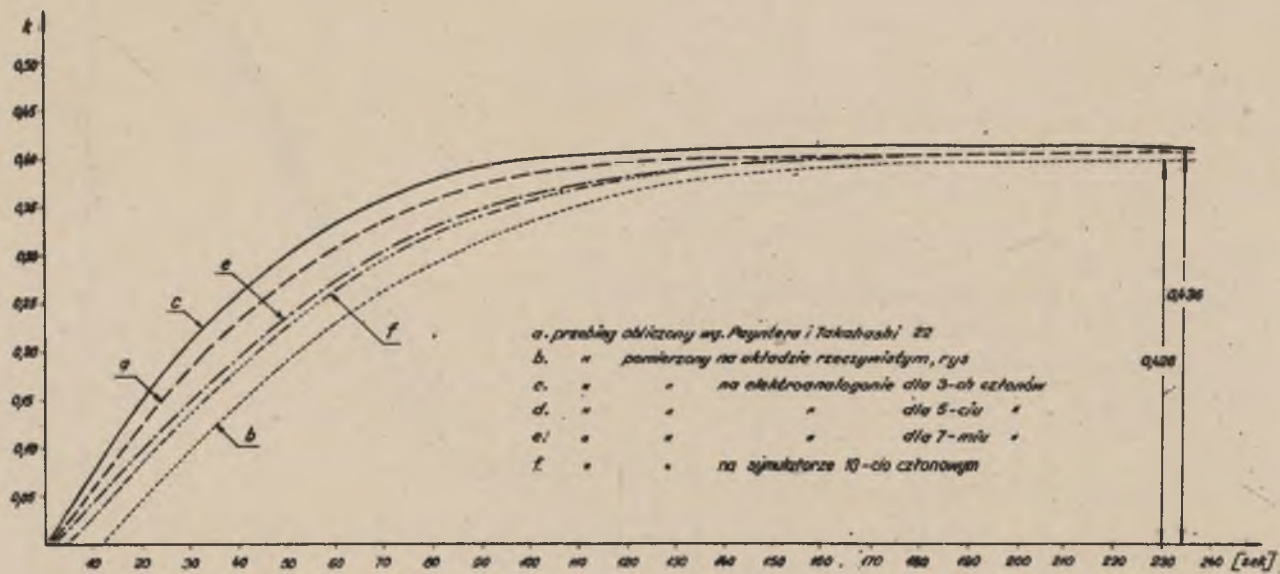
Rys.50. Temperaturowa krzywa amplitudowa i fazowa, zdjęta w układzie analogicznym do przedstawionego na rys.28



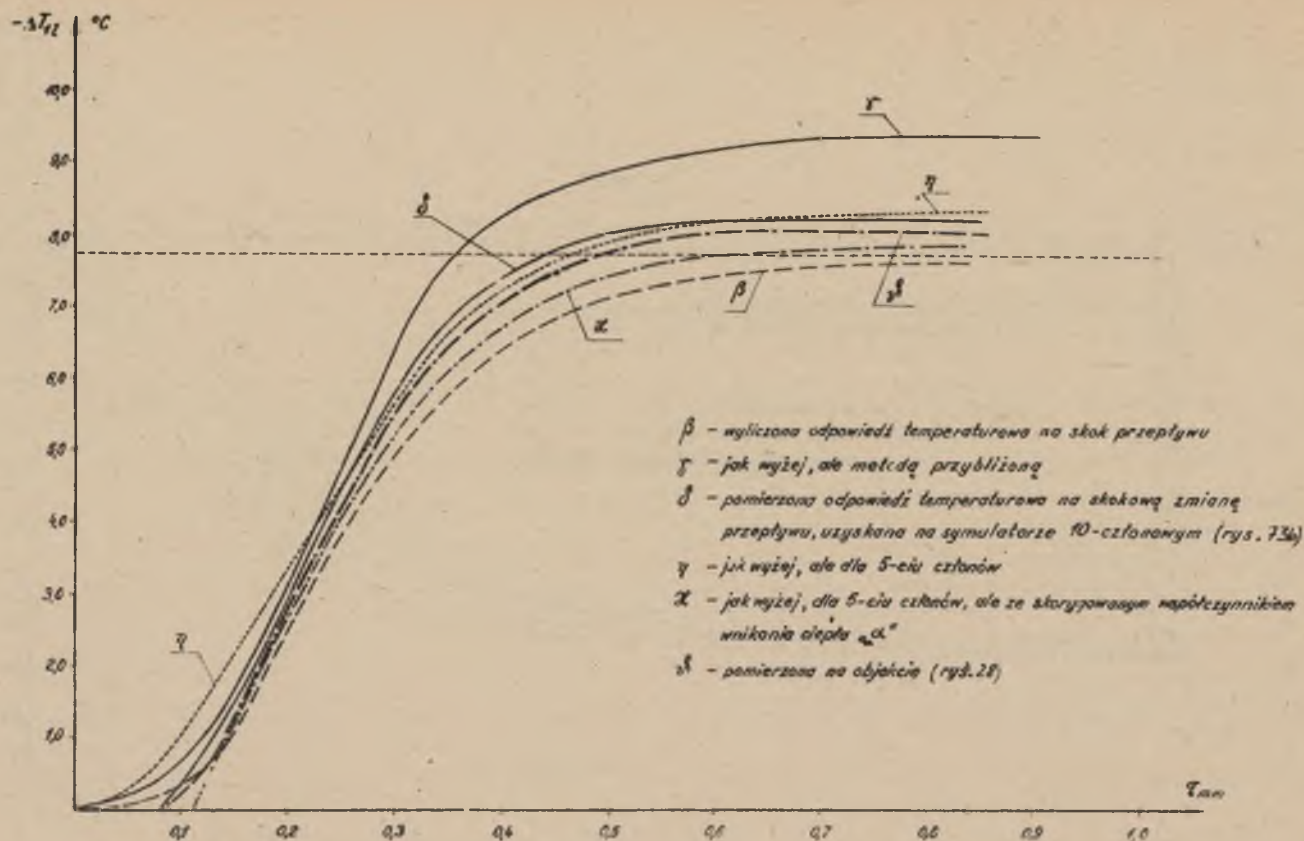
Rys.51. Maszyna analogowa "Space 30"



Rys. 52



Rys. 53



Rys. 54

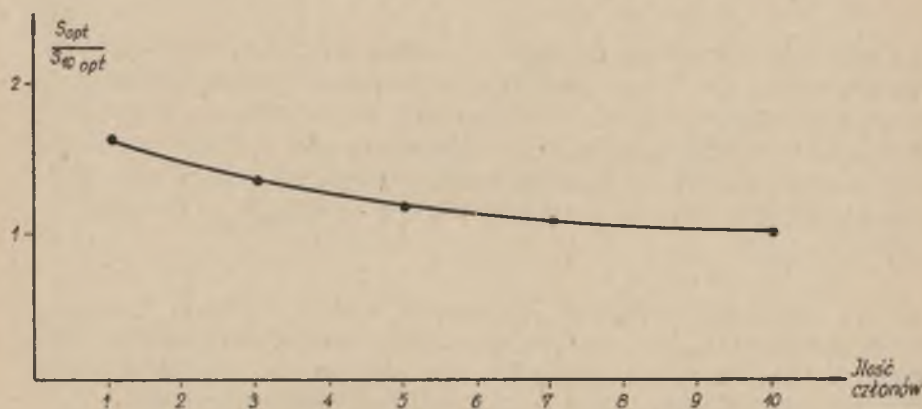
Na zagadnienie postawione w tym punkcie należy spojrzeć jeszcze pod innym kątem.

Oceniając czysto jakościowo (gdyż porównań ilościowych nie znamy), dotychczas otrzymywane wyniki należałoby przedyskutować, z punktu widzenia pracochłonności i dokładności rezultatów, wartość stosowania zbyt daleko posuniętej aproksymacji. Aby uzasadnić wysunięte zastrzeżenia, wykonano następujące doświadczenia. Wymiennik, którego wymiary podano na rys.d.III.34 [101], zmodelowano kolejno w postaci elektroanalogonu 3-y- 5-cio oraz 7-mioczłonowego [62] i rys.51 jak również 10-cio członowego symulatora (rys.73b).

Na załączonych wykresach, przedstawiono kolejno funkcje przejścia, dla współprądu i przeciwprądu (rys.52 i 53).

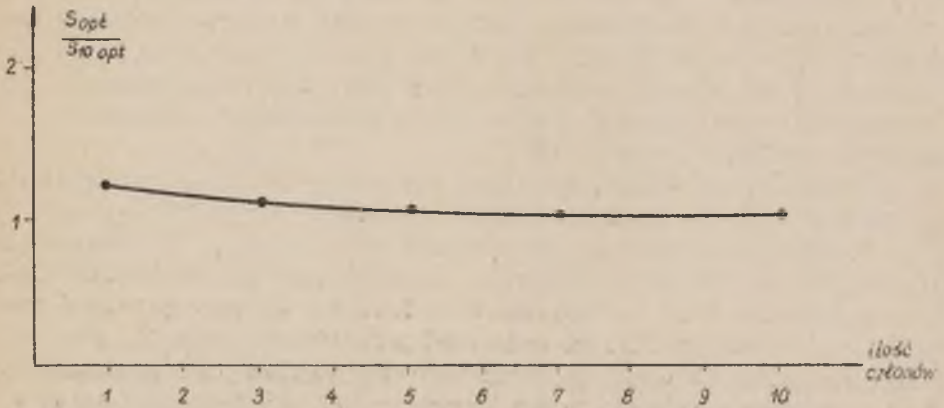
Natomiast na rys.54 pokazano przebiegi dla tego samego co poprzednio wymiennika ciepła, z pobudzeniem od zmiany przepływu jednego z czynników.

W dalszym ciągu eksperymentów, włączono kolejno do układu przy pomocy którego badano dobroć regulacji (rys.47) symulatory wymiennika ciepła, jako obiekty regulacji. Po włączeniu symulatora 10-cio członowego, nastawiono na elektroanalogonie regulatora PID optymalne wartości wg przyjętego kryterium, celem uzyskania maksymalnej dobroci regulacji. Następnie, nie zmieniając tych nastaw regulatora, podłączono kolejno prostsze układy analogowe i badano "stratę dobroci" w stosunku do tej, jaką uzyskano przy symulatorze 10-cio członowym. Wyniki tych badań przedstawiono na rys.55.



Rys.55. Strata dobroci w układzie regulacyjnym. Rzędne podają stosunek dobroci przy 1,3,5,7-członowym układzie zastępczym, do optymalnej dobroci przy symulatorze 10-cio członowym

Następnie, powtórzono jeszcze raz poprzednie doświadczenie, z tą jednak zmianą, że po włączeniu w obwód regulacyjny z rys.47, kolejnego symulatora, za każdym razem doprowadzono nastawy regulatora PID do wartości optymalnych. Różnica w uzyskanych wartościach dobroci (rys.56) wystąpiła na skutek większego "transportowego" czasu martwego, jaki był dodawany przy symulatorach zawierających mniej niż 10 członów.



Rys.56. Różnice w wartościach dobroci, uzyskiwanych w tym samym obwodzie regulacyjnym, przy różnych zastępczych funkcjach przejścia obiektu

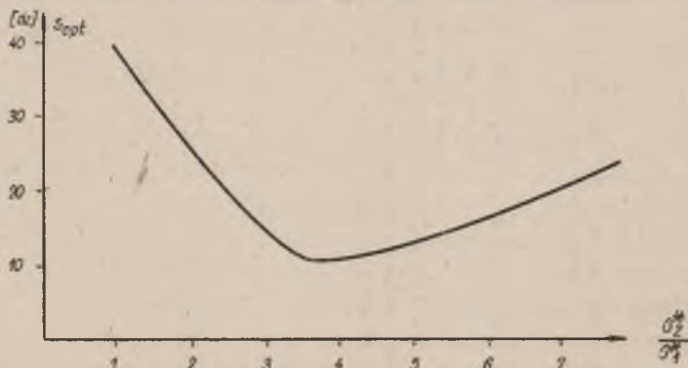
Należy więc oczekiwać, jak to obrazują przeprowadzone doświadczenia, że duży wysiłek, powodowany pracochłonnością operacji matematycznych, koniecznych do uzyskania dokładnej aproksymacji funkcji przejścia obiektu, nie będzie w rezultacie zrekompensowany jakością otrzymanych wyników np. pod postacią zwiększonej - w rzeczywistym układzie - dobroci regulacji.

ad 3. Szukając związków łączących stałe czasowe i czas martwy wymiennika, z jego parametrami konstrukcyjnymi, dojdziemy w rezultacie do wniosku, że zależą one od współczynników $a_1, a_2, a_2', b_1, b_2', b_2', r$, wchodzących do równań F_1 oraz F_2 str.17+20.

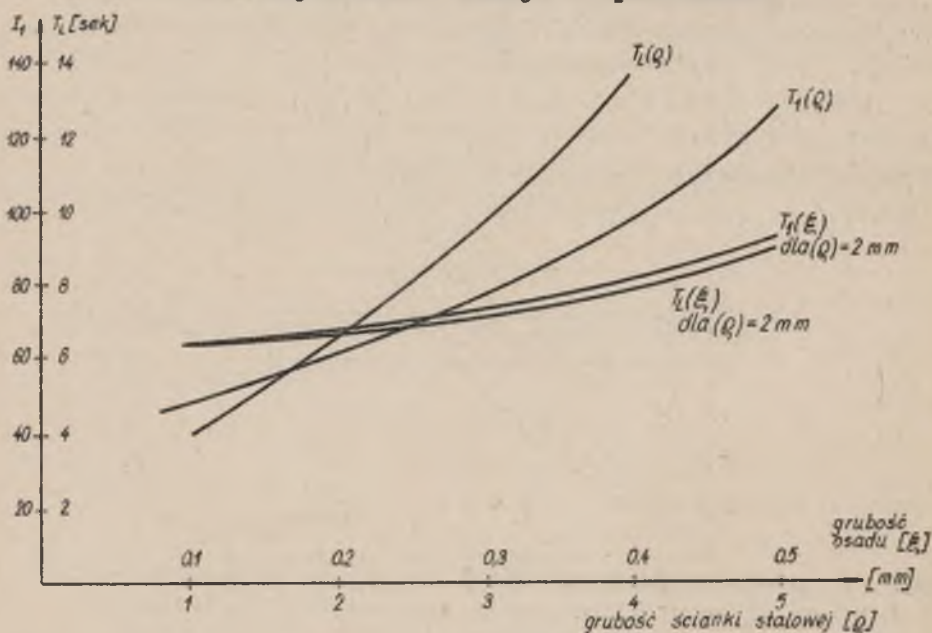
Drogą żmudnych operacji matematycznych [29] można przeanalizować np. wpływ grubości ścianek wymiennika na kształt funkcji przejścia, lub też wpływ innych parametrów [49].

Znaczenie łatwiej jest dyskutować te zależności, na podstawie doświadczeń wykonywanych na elektroanalogonie, lub jeszcze lepiej, na specjalnym symulatorze.

Dla przykładu zamieszczono poniżej dwa rysunki z których rys.57 przedstawia zależność dobroci regulacji, w zależności od stosunku przepływu czynników, a rys.58 związki między stałą czasową, czasem martwym i grubością ścianki oraz grubością osadu, pogarszającego wymianę ciepła.



Rys.57. Zależność dobroci regulacji od stosunku przepływów obu czynników. Funkcje temperaturowe



Rys.58. Związki pomiędzy stałą czasową, czasem martwym, a grubością ścianki rury wewnętrznej i grubością osadu na niej

Natomiast znalezienie praktycznie stosowalnego optimum konstrukcyjnego, obejmującego wszystkie, w dodatku powiązane między sobą współczynniki, wydaje się być nierealizowalne.

Parametry konstrukcyjne każdego aparatu wymiany ciepła, są w pierwszym rzędzie limitowane wymaganiami technologicznymi. Dopiero na ich tle można analizować i dostosowywać konstrukcję wymienników ciepła do potrzeb techniki regulacji. W związku z tym, znajdowanie wymiennika o konstrukcji regulacyjnie optymalnej, należy rozpocząć od analizy tych warunków statycznych, jakie muszą być spełnione ze względów technologicznych.

W pierwszym rzędzie, z bilansu cieplnego otrzymamy natężenia przepływu czynników, które stają się założeniami dla projektu wymiennika.

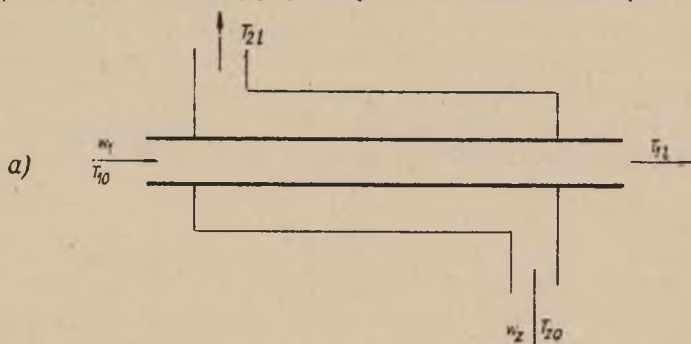
Teraz można dyskutować to, co nazywamy "typem konstrukcyjnym" [50] wymiennika, w obrębie którego można rozpocząć poszukiwania "typu regulacyjnie optymalnego".

Wskaźnikami, wytyczającymi kierunki poszukiwań, będą:

1. Jak najmniejszy czas martwy, który zależy od grubości ścianek przeponowych, prędkości przepływu czynników, oraz długości aparatu.

2. Możliwie mała główna stała czasowa, zależna od pojemności cieplnej czynników, ścianki przeponowej, a w aparatach płaszczowych dodatkowo od pojemności ścianki zewnętrznej, a raczej stosunku pojemności cieplnej ścianki zewnętrznej do pojemności cieplnej cieczy zewnętrznej.

3. Spadek ciśnienia na wymienniku, który nie powinien być zbyt duży, aby nie powiększać kosztów eksploatacyjnych (pompowanie) oraz inwestycyjnych (źródło ciśnienia).



Rys.59. Typy wymienników ciepła o analogicznych własnościach statycznych, których właściwości regulacyjne porównywano pomiarowo
a) rura w rurze

Dla takiej samej ilości przenoszzonego ciepła, przy identycznej różnicy temperatur wejście-wyjście, zawsze da się stworzyć więcej niż jedną konstrukcję, które przy zbliżonych własnościach statycznych będą się znacznie różniły właściwościami dynamicznymi. Weźmy dla przykładu inne typy konstrukcyjne wymienników, aniżeli "rura w rurze", przedstawiony na rys.59a ale również przenoszące 15.000 kcal/h, przy $\Delta t = 30^{\circ}\text{C}$ i zbliżonym Δp (rys.60-62) i porównajmy ich czasowe funkcje przejścia, zarówno temperaturowe jak i przepływowe.

Rezultaty pomiarów przedstawione na rys.63, 64 wyraźnie wskazują na znaczne różnice własności dynamicznych poszczególnych typów konstrukcyjnych wymienników.

Pracy, całkowicie wyczerpującej przedstawione zagadnienia, która by usiłowała ująć krytycznie w jedną całość, własności regulacyjne wszystkich typów konstrukcyjnych, nie da się oczywiście zamknąć nawet w ramach paroletnich doświadczeń i analiz.

Niemniej jednak tak nakreślona droga, wydaje się być bardziej właściwa i prędzej prowadząca do celu, aniżeli dotychczas opisywane w literaturze.

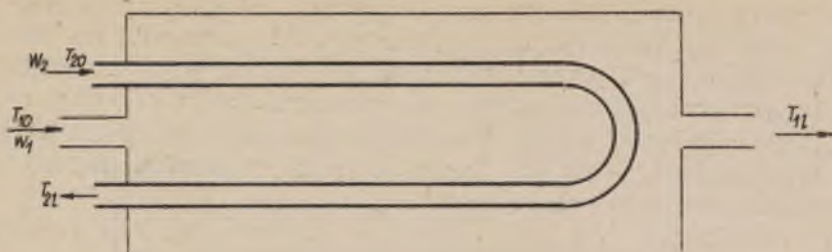
Godną uwagi i podkreślenia jest również zbieżność przedstawionych wyników własności dynamicznych, z poszukiwaniami takiego typu konstrukcyjnego, który miałby największy "współczynnik skuteczności" [51] [63] [64] [65] [66].

Jako końcowy wniosek tego rozdziału, proponuje się wprowadzenie i używanie do określenia podatności na regulację współczynnika zdefiniowanego następująco.

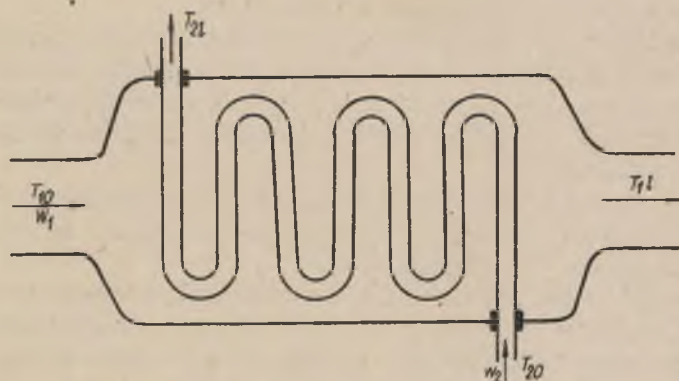
$$M_o = \frac{G \text{ (ciężar żelaza elementów z płynem wewnętrznym [kg])}}{V \text{ (objętość przestrzeni płynu zewnętrznego [m}^3\text{])}}$$

Przykładowo, współczynnik ten wynosi kolejno:

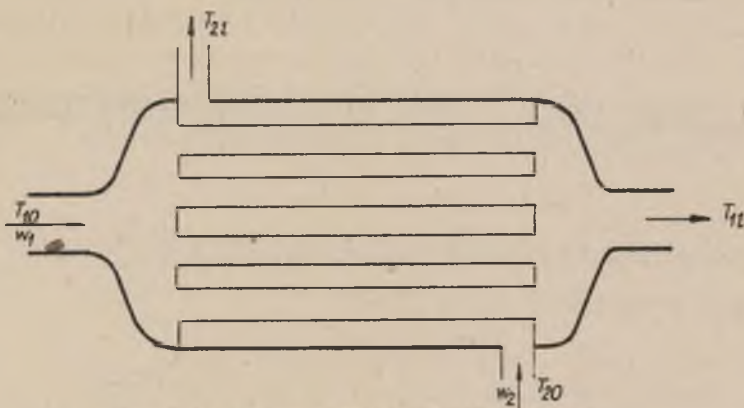
- | | | | |
|----|---------------------|-----------|-------------------------------------|
| 1) | dla wymiennika typu | a - 1 | } dla rurek
nie znormalizowanych |
| 2) | " | " b - 1,7 | |
| 3) | " | " c - 1,3 | |
| 4) | " | " d - 2,2 | |



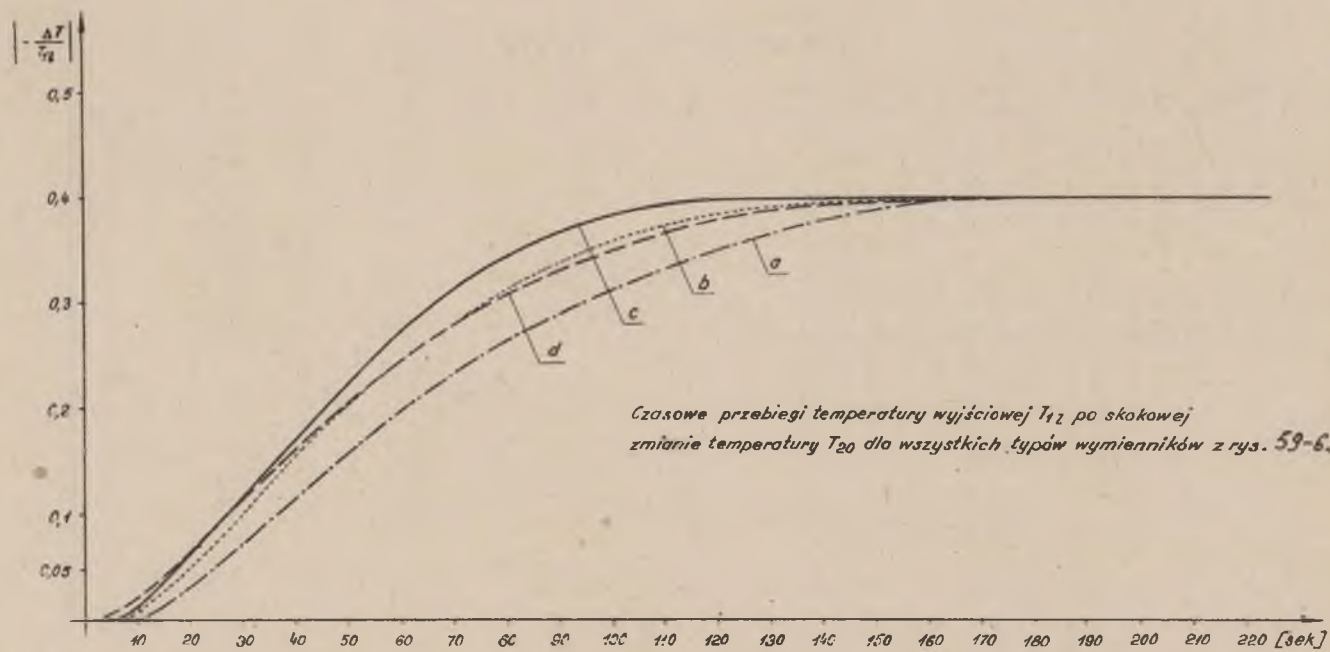
Rys.60. Typy wymienników ciepła
b) dwudrożny współprąd-przeciwprąd



Rys.61. Typy wymiennika ciepła
c) przeciwprąd krzyżowy

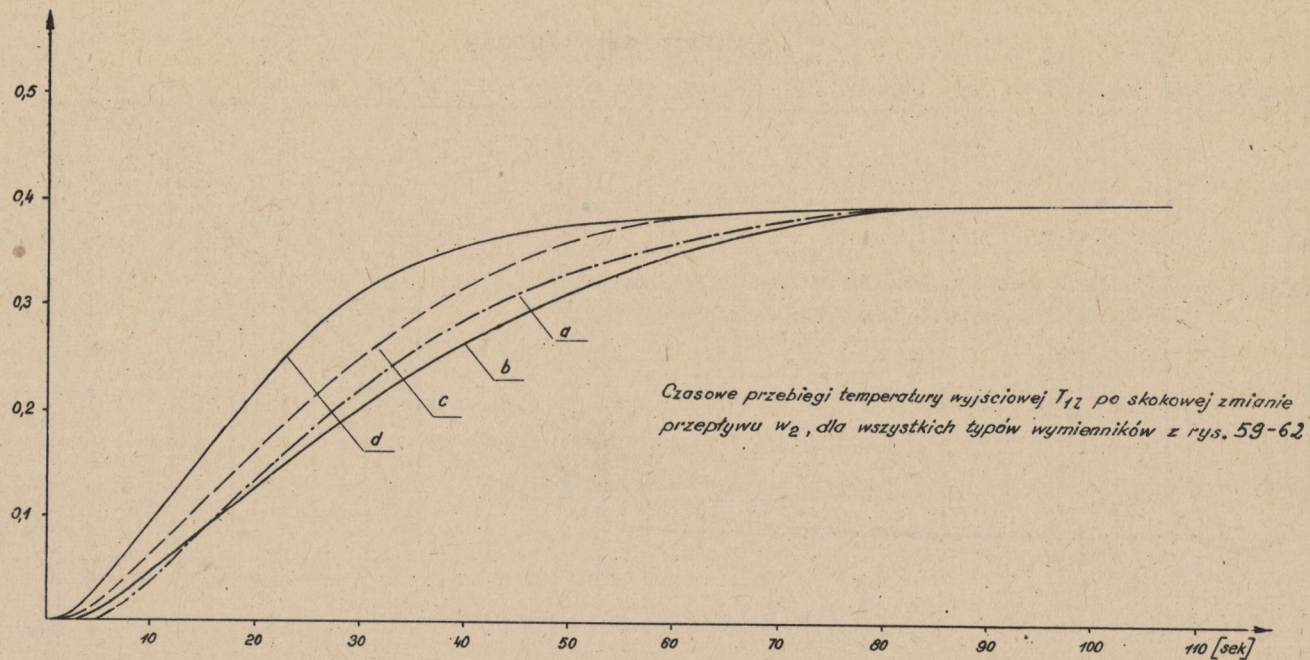


Rys.62. Typy wymienników ciepła
d) równoległy, wielodrożny przeciwprąd



Czasowe przebiegi temperatury wyjściowej T_{12} po skokowej zmianie temperatury T_{20} dla wszystkich typów wymienników z rys. 59-62

Rys.63. (współprądy)



Rys.64. (przeciuprądy)

B. Poprawienie dobroci regulacji w zespole wymienników współpracujących

W tych zespołach aparatów technologicznych, w których wymienniki-zagrzewacze pracują w połączeniu szeregowym z wymiennikami-ogrzewaczami, tracą się optymalne własności regulacyjne wymiennika-ogrzewacza, (porównaj wypadkową funkcję przejścia kaskady Rozdz. II, pkt. F).

Uzyskanie właściwej dobroci regulacji, daje się otrzymać jedynie drogą zastosowania kaskadowych układów regulacji. Zasady kaskadowej regulacji zostały podane przez J.C.Zieglera [91] i rozszerzone na technologie o ruchu periodycznym, przez R.L.Day'a [92]. Ze względu na wysokie koszty i konieczność stosowania specjalnego regulatora, układy kaskadowe rozpowszechniły się na razie nieznacznie.

Celem zorientowania się w możliwościach powiększenia dobroci regulacji, przez zastosowanie regulacji kaskadowej, przebadano na elektroanalogonie, szeregowo połączony zespół dwu wymienników. Rolę zagrzewacza (pieca) spełniał układ o danych:

$$K_1(p) = \frac{1}{1 + 10p} e^{-10p}$$

zaś wymiennika-ogrzewacza

$$K_2(p) = \frac{1}{1+2p+1^2 p^2} e^{-1p}$$

Z pomiarów otrzymano następujące wyniki:

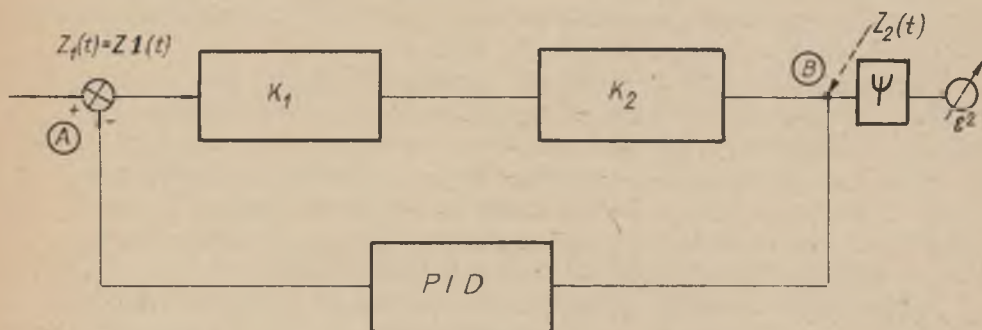
1. Układ jednoobiegowy z regulatorem PID, jak na rys.65.

Po optymalnym nastawieniu regulatora, otrzymano powierzchnię regulacji wg kryterium $S_1 = \int \epsilon^2(t) dt = S_x$.

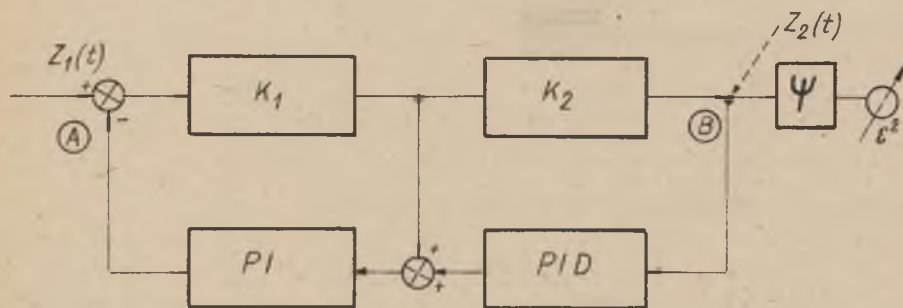
2. Układ kaskadowy jak na rysunku 66, składa się z regulatora PID w obwodzie K_2 , oraz regulatora PI w obwodzie K_1 .

Uzyskana powierzchnia regulacji po nastawieniu optymalnym obu regulatorów wynosiła $S_2 = 3,8 \times 10^{-5} S_x$.

3. Jak wyżej ale zaburzenie $Z_2(t) = z_1(t)$ przyłożono w pkt.B. Otrzymana powierzchnia regulacji, po nastawieniu regulatorów na optymalne nastawy z doświadczenia pkt.2, wynosiła $S_3 = 6 \times 10^3 S_x$.

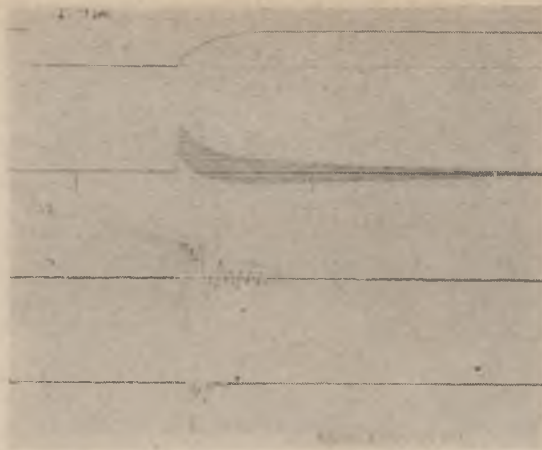


Rys.65. Jednociegiowy układ regulacji kaskady wymienników

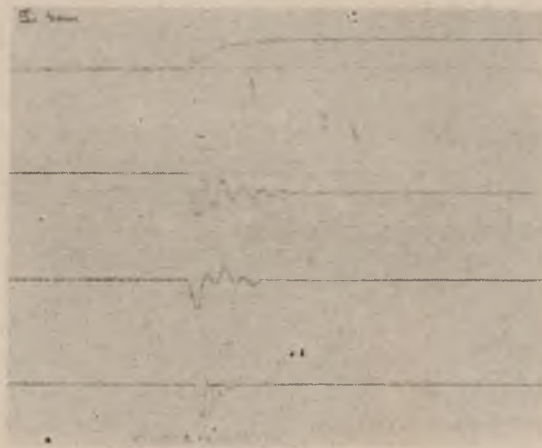


Rys.66. Kaskadowy układ regulacji kaskady wymienników

4. W układzie jak w pkt.1, przyłożono zaburzenia Z_2 w miejscu B. Uzyskana powierzchnia regulacji (przy nastawach z pkt. 1) wynosiła $S_4 = 1,6 S_x$.



a



b

Rys.66a. Oscylogram przebiegów w poszczególnych węzłach

a - Zaburzenie typu przebieg inercyjny 1-go rzędu, przyłożony w pk-cie A, b - zaburzenie typu przebieg inercyjny 1-go rzędu, przyłożony w pk-cie B, (ostatnie przebiegi są sygnałami błędu ε^2)

Rozdział IV

MODELOWANIE APARATÓW WYMIANY CIEPŁA

Zasadnicze kłopoty jakie pojawiają się przy badaniu własności regulacyjnych wymienników ciepła, na drodze analitycznej lub też modelowania homologowego sprawiają, że niezależnie od wykonanych już badań modeli naturalnych, pojawia się coraz więcej badań wykonanych na modelach elektrycznych i hydraulicznych.

Nota bene, każde modelowanie matematyczne, należy dla uściślenia wyników poprzedzić modelowaniem homologowym [67].

Modele hydrauliczne niestacjonarnych stanów wymiany ciepła, mają już swoją tradycję, [68] [69] [70] i w pewnych przypadkach można przy ich pomocy modelować takie parametry jak zmiana współczynnika wnikania ciepła z temperaturą, zmiany ciepła właściwego materiału ścianek itp. czego w tak prosty sposób nie daje się do tej pory uzyskiwać przy pomocy modeli elektrycznych.

Rozwój techniki reaktorów jądrowych i związana z nią konieczność posiadania maszyn, przy pomocy których, prędko i dokładnie dałoby się modelować nieustaloną wymianę ciepła pomiędzy poszczególnymi członami reaktora, sprawiły, że adaptacja istniejących rozwiązań elektroanalogonów do celów śledzenia ruchu ciepła, została dokonana w ciągu paru lat [71] [72] [73] [74]. Prace prowadzone dotychczas nad elektrycznym modelowaniem wymiany ciepła, dają się podzielić na dwa zasadnicze kierunki:

1. Adaptacja uniwersalnych maszyn analogowych do modelowania aparatów wymiany ciepła.

2. Konstrukcja specjalnych elektronowych modeli aparatów wymiany ciepła tzw. "symulatorów".

Jako najcelniejsze pozycje pierwszego kierunku należy wymienić [75] [76] [77] [62] [73] [84] [85]

Do najpoważniejszych wad zamodelowywania aparatów wymiany ciepła na uniwersalnych maszynach analogowych należy zaliczyć trudności wyodrębniania z schematu układu elementów modelujących poszczególne parametry wymienników ciepła, zwłaszcza tych, które są odpowiedzialne za współczynniki przenoszenia ciepła. Ma to szczególne znaczenie przy wyszukiwaniu najkorzystniejszego typu konstrukcyjnego i ustaleniu optymalnej dobroci przy współpracy z regulatorem [76][38].

Dla wyeliminowania tych trudności oraz celem umożliwienia pełnych badań modelowych, buduje się wyspecjalizowane elektroanalogony zwane symulatorami, które od uniwersalnych maszyn analogowych odróżniają się głównie posiadaniem, w miejsce wzmacniaczy operacyjnych, tzw. członów kształtujących (biernych), przedzielanych w połączeniu łańcuchowym, elektronowymi separatorami.

Każda z konstrukcji symulatora stanowi elektryczny model całej klasy podobnych aparatów, przy czym układy te mogą reprezentować łącznie wszystkie typy wymiany ciepła tzn. przez konwekcję, przewodzenie, promieniowanie, przenikanie, z uwzględnieniem współczynników zmiany stanu skupienia [78][26][27][37][38][79][80][81][82][83].

Wszystkie istniejące do tej pory rozwiązania symulatorów wymiany ciepła, odnoszą się do przypadków pobudzeń zmianami temperatury. Trudność wykonania symulatora do pobudzenia zmianą przepływu czynnika, polega przede wszystkim na bardzo skomplikowanej technicznie realizacji, jednoczesnej zmiany we wszystkich członach kształtujących, jednego lub paru elementów, modelujących parametry zmiany przepływu. Te jednoczesne zmiany skokowe lub funkcjonalne musiałyby przebiegać w czasie znacznie krótszym, aniżeli stałe czasowe badanych funkcji przebiegów.

Ponieważ w przeważającej ilości symulatorów pracuje się ze skróconą skalą czasu, nawet w stosunku 1:100.000 to tym bardziej trudno zrealizować wymaganą, przynajmniej o rząd krótszą, zmianę wartości elementu modelującego.

Z tych też powodów, podane rozwiązanie symulatora wymiennika ciepła, pobudzanego zmianą przepływu, posiada układ sygnału inicjującego, sterowany wyłącznie napięciowo.

Wersja 1.

Rozwiązanie układu równań dla zmiany przepływu ma postać:

$$\Delta T_1(p, y) = C_1(p) e^{k_1(p)y} + C_2(p) e^{k_2(p)y} + D_1(p) e^{k_0 y}$$

$$\Delta T_2(p, y) = C_1(p) m_1(p) e^{k_1(p)y} + C_2(p) m_2(p) e^{k_2(p)y} + D_2(p) e^{k_0 y}$$

gdzie C_1 oraz C_2 są zależne od warunków brzegowych i $D_1(p)$, $D_2(p)$.

Rozwiązanie układu równań dla zmiany temperatury ma postać:

$$\Delta T_1(p, y) = C_1(p) e^{k_1(p)y} + C_2(p) e^{k_2(p)y}$$

$$\Delta T_2(p, y) = C_1(p) m_1(p) e^{k_1(p)y} + C_2(p) m_2(p) e^{k_2(p)y}$$

Z warunków brzegowych dla przeciwrądu otrzymujemy:

$$\Delta T_{1we}(p) = 0 = C_1(p) + C_2(p) + D_1(p)$$

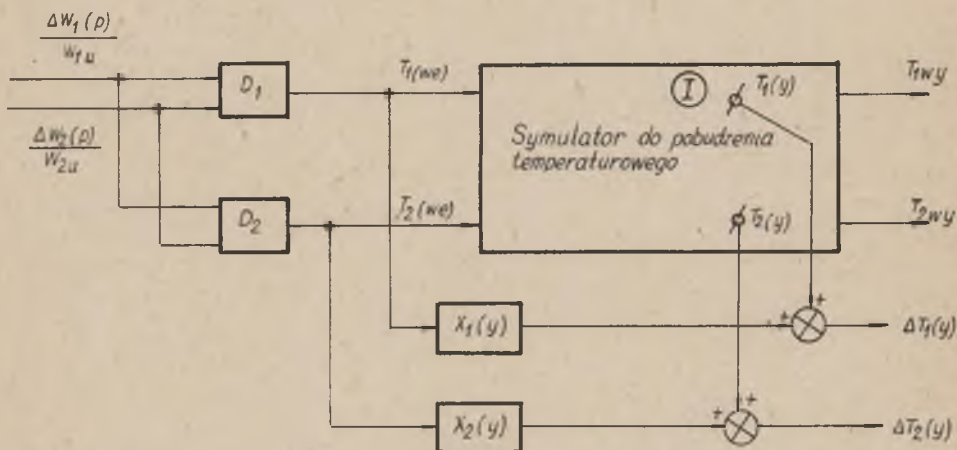
$$\Delta T_{2we}(p) = 0 = C_1(p) m_1(p) e^{k_1(p)} + C_2(p) m_2(p) e^{k_2(p)} + D_2(p) e^{k_0}$$

Obecnie możemy chwilowo założyć, że nie ma zmiany przepływu a wystąpiła zmiana temperatury o wielkości:

$$\Delta T_{1we}(p) = -D_1(p)$$

$$\Delta T_{2we}(p) = -D_2(p) e^{k_0}$$

$D_1(p)$ oraz $D_2(p)$ są funkcjami $\frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}}$, $\frac{\Delta w_2(p)}{w_{2u}}$, a układowo przedstawiają się w postaci czwórników czwartego rzędu, ponieważ $D_1(p)$ jak również $D_2(p)$ nie zawierają elementów obrazujących parametry rozłożone.

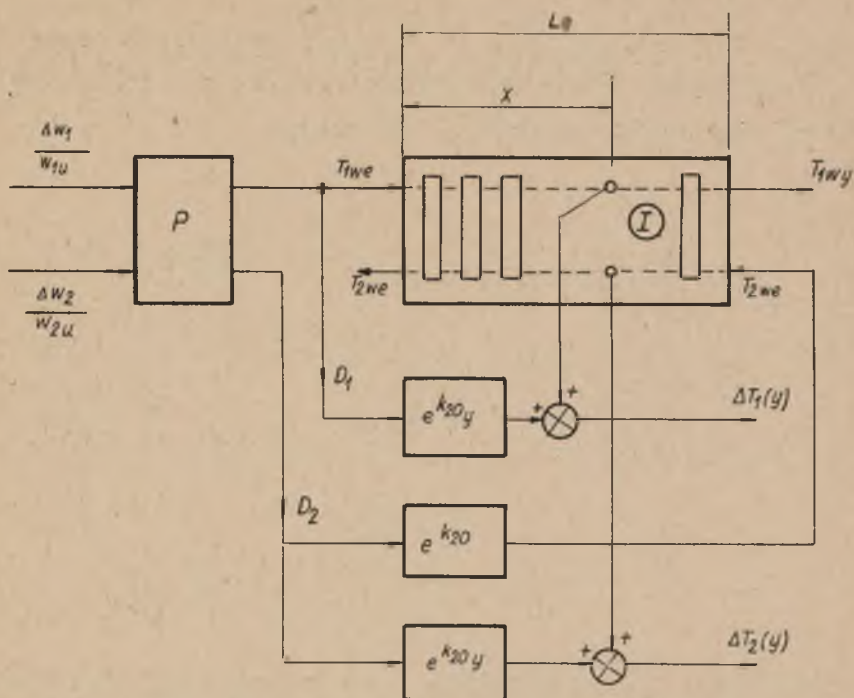


Rys.67. Idea układu złożonego z symulatora aparatu wymiany ciepła dla zmiany temperatury i elementów dodatkowych, tworzących łącznie symulator wymiennika ciepła dla zmiany przepływu

Analizując obecnie zmianę temperatury w dowolnym miejscu wymiennika, ale pochodzącą od zmiany przepływu, dochodzimy do wniosku, że należy tylko do wartości przebiegu T_1 , dodać człon $D_1(p) e^{k_0 y}$, a do T_2 człon $D_2(p) e^{k_0 y}$.

Jak wynika z dotychczasowych rozważań, czwórniki $D_1(p)$ oraz $D_2(p)$ są elementami 2 wejściowymi.

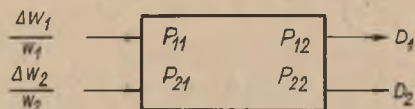
Koncepcję wykorzystania elektroanalogonu aparatu wymiany ciepła z pobudzeniem temperaturowym, do zbudowania układu symulatora, dającego odpowiedź na pobudzenie zmianą przepływu, przedstawia rys.68.



Rys.68. Koncepcja I-szej wersji symulatora wymiennika ciepła dla zmiany przepływu

Powyżej użyto oznaczeń:

$y = \frac{x}{y}$, p - jest przystawką której macierz wyraża się obrazem



Wartości przebiegów D_1 i D_2 przedstawiają związek:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{(-1)}{k_{20}^2 - k_{20} [f_1(p) - f_2(p)] + g_1(p)g_2(p) - f_1(p)f_2(p)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

gdzie

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial T_{10}}{\partial y} \right) \frac{\Delta w_1(p)}{w_{1u}} \\ \left(\frac{\partial T_{20}}{\partial y} \right) \frac{\Delta w_2(p)}{w_{1u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -k_{20}y \\ e \end{pmatrix}$$

Podobnie można wykorzystać przedstawiony model do symulowania zmian temperatury przy dużej amplitudzie zmiany przepływu.

Przedstawiona idea jest bardzo uniwersalna, albowiem przy pomocy takiego układu można uzyskać z każdego modelu odtwarzającego równania jednorodnego modelu, na którym otrzymamy przebiegi opisane równaniami niejednorodnymi - przez proste dołączenie członów typu D_1 , D_2 .

Wersja 2.

Równania różniczkowe wymiennika ciepła mają postać:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + \left(\frac{w_1}{w_{1u}} \right) \frac{\partial T_1}{\partial y} = a_1 (T_r - T_1)$$

$$\frac{\partial T_r}{\partial \tau} = b_1 (T_1 - T_r) + b_2 (T_2 - T_r)$$

$$r \frac{\partial T_2}{\partial t} - \left(\frac{w_2}{w_{zu}} \right) \frac{\partial T_2}{\partial y} = a_2 (T_r - T_2) + a'_2 (T'_r - T_2) \quad \begin{array}{l} \text{(porównaj} \\ \text{równanie I} \\ \text{str. 71)} \end{array}$$

$$\frac{\partial T'_r}{\partial t} = b'_2 (T_2 - T'_r)$$

Dla skończonej ilości N członów o parametrach skupionych, dla n -tego członu równania otrzymamy:

$$\begin{aligned} w_1 c_1 \gamma_1 f_1 (T_{1n} - T_{1(n+1)}) + \alpha_1 \frac{F_1}{N} (T_{r(n+1)} - T_{1(n+1)}) &= f_1 c_1 \gamma_1 \frac{L}{N} \frac{dT_{1(n+1)}}{dt} \\ \frac{\alpha_1 F_1}{N} (T_{1(n+1)} - T_{r(n+1)}) + \alpha_2 \frac{F_1}{N} (T_{2(n+1)} - T_{r(n+1)}) &= \\ = f_r \gamma'_r c_r \frac{L}{N} \frac{dT_{r(n+1)}}{dt} \\ (+) w_2 c_2 \gamma_2 f_2 (T_{2n} - T_{2(n+1)}) + \\ + \alpha_2 \frac{F_2}{N} (T_{r(n+1)} - T_{2(n+1)}) - \alpha_3 \frac{F_3}{N} (T'_{r(n+1)} - T_{2(n+1)}) &= f_2 \gamma'_2 c_2 \frac{L}{N} \frac{dT_{2(n+1)}}{dt} \\ \frac{\alpha_3 F_3}{N} (T_{2(n+1)} - T'_{r(n+1)}) &= f'_r c'_r \gamma'_r \frac{L}{N} \frac{dT'_{r(n+1)}}{dt} \quad (2) \end{aligned}$$

Równania te są analogiczne do równań obwodu elektrycznego typu:

$$g_1^* (U_{1n} - U_{1(n+1)}) + g_1 (U_{r(n+1)} - U_{1(n+1)}) = C_1 \frac{d U_{1(n+1)}}{dt}$$

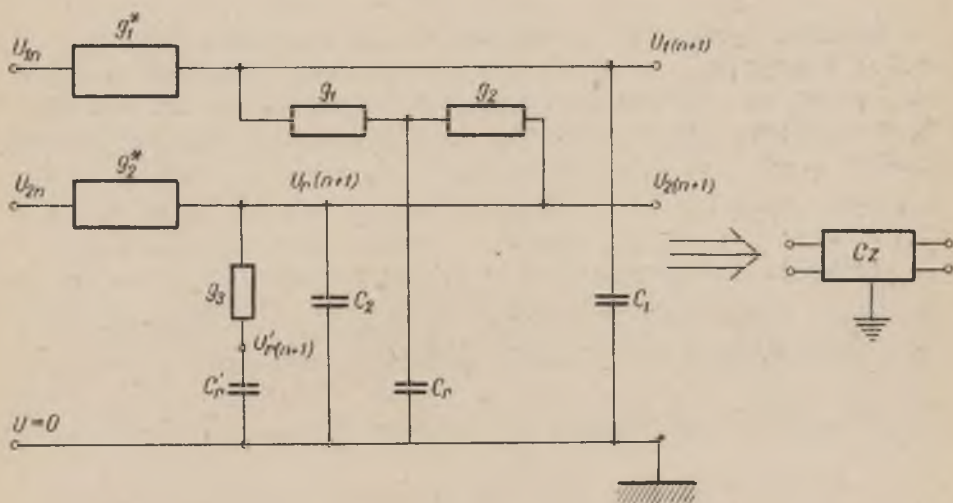
$$g_1 (U_{1(n+1)} - U_{r(n+1)}) + g_2 (U_{2(n+1)} - U_{r(n+1)}) = C_r \frac{d U_{r(n+1)}}{dt}$$

$$g_2 (U_{r(n+1)} - U_{2(n+1)}) + g_3 (U'_{r(n+1)} - U_{2(n+1)}) +$$

$$+ (\pm) g_2^* (U_{2n} - U_{2(n+1)}) = C'_2 \frac{d U'_{2(n+1)}}{dt}$$

$$g_3 (U_{2(n+1)} - U'_{r(n+1)}) = C'_r \frac{d U'_{r(n+1)}}{dt} \quad (3)$$

Schemat elektrycznego układu odpowiadającego temu zespołowi równań ma postać:

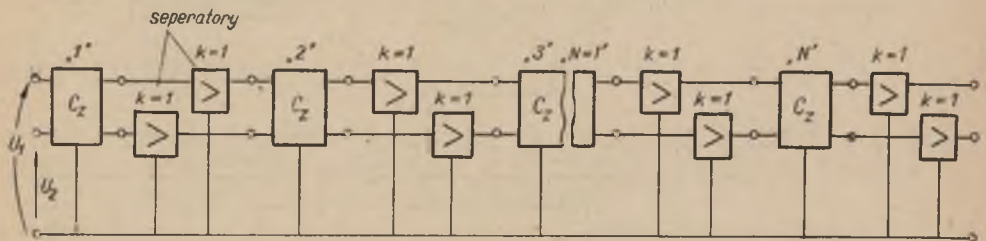


Rys.69. Elektryczny układ dla równań (3)

N takich czwórników połączonych posobnie, poprzez separatory, aby się nie obciążały, tworzy linię łańcuchową, która z pewnym przybliżeniem przedstawia linię długą obrazującą wymiennik teoretyczny (rys.70).

Odpowiednikiem zmiany przepływu w_2 , zachodzącej w wymienniku rzeczywistym, jest w układzie modelu elektrycznego zmiana przewodności g_2^* .

Niestety, dla uzyskania przebiegu naśladowującego zmianę przepływu, należałoby zmienić oporności rzędu kiloomów, jednocześnie we wszystkich N członach modelu. Ponieważ interesuje nas funkcja przejścia układu, dla nieskończenie małych przyrostów (Δw_2) przepływu, (I-sze twierdzenie Liapunowa), możemy więc wyliczyć, jaką zmianę napięcia należy przyłożyć na każdy człon układu, aby na wyjściu uzyskać taki efekt, jaki otrzymalibyśmy po zmianie oporu g_2^* o wymaganą poprzednio wartość.



Rys.70. Ideowy schemat wymiennika teoretycznego

Możność wprowadzenia takiej zmiany napięcia jest tym bardziej korzystną, że możemy teraz operować dowolnie dużym napięciem na zerowym poziomie, co przy zmianie oporów nie było możliwe, gdyż w układzie z pobudzeniem temperaturowym, musimy mieć dość znaczne napięcie U_1 oraz U_2 . Zmiana tych napięć, otrzymana w rezultacie zmiany oporów, daje bardzo niewielkie przyrosty, przez co pomiar jest niedogodny.

Równania (2) przepiszemy dla przyrostów z " w_2 " na " $w_2 + \Delta w_2$ ", oznaczając kolejno g_{c1} , g_{c2} , C_{c1} ... Znaczek "c" będzie wskazywał korelację z układami cieplnymi

$$g_{c1}^* \Delta T_{1n}(t) - g_{c1}^* \Delta T_{1(n+1)}(t) + g_{c1} \left[\Delta T_{r(n+1)}(t) - \Delta T_{1(n+1)}(t) \right] = \\ = G_{c2} \frac{d \Delta T_{1(n+1)}(t)}{dt}$$

$$\varepsilon_{c1} [\Delta T_{1(n+1)}(t) - \Delta T_{r(n+1)}(t)] + \varepsilon_{2c} [\Delta T_{2(n+1)}(t) - \Delta T_{r(n+1)}(t)] =$$

$$= C_{c' r} \frac{d \Delta T_{r(n+1)}(t)}{dt}$$

$$(\pm) \varepsilon_{c2u}^* [\Delta T_{2n}^*(t) - \Delta T_{2(n+1)}(t)] + (\pm) (T_{2nu} - T_{2(n+1)u}) \Delta g_{c2}^*(t) +$$

$$+ \varepsilon_2 [\Delta T_{r(n+1)}(t) - \Delta T_{2(n+1)}(t)] +$$

$$+ \varepsilon_3 [\Delta T_{r(n+1)}(t) - \Delta T'_{2(n+1)}(t)] = C'_{c2} \frac{d \Delta T'_{2(n+1)}(t)}{dt}$$

$$\varepsilon_3 [\Delta T_{2(n+1)}(t) - \Delta T'_{r(n+1)}(t)] = C'_{r_c} \frac{d \Delta T'_{r(n+1)}(t)}{dt}$$

Transformując wg L-C i wyznaczając jakie sygnały należy przyłożyć na wejście każdego elementu $C_{c'}$ aby uzyskać identyczny efekt na jego wyjście otrzymujemy:

(zakładamy, że zamiast $T_n(t) = 0$, a $\Delta g_{c2}^*(t) \neq 0$, w trzecim równaniu zmienia się $\Delta T_n(t) = \text{var}_*$)

$$\varepsilon_{c2u}^* \Delta T_{2n}(t) = [T_{2nu} - T_{2(n+1)u}] \Delta g_{c2}^*(t)$$

stąd

$$\Delta T_{2n}(t) = \frac{[T_{2nu} - T_{2(n+1)u}] \Delta g_{c2}^*(t)}{\varepsilon_{c2u}^*}$$

i operatorowo

$$\Delta T_{2n}(p) = A \Delta g_{2c}^*(p)$$

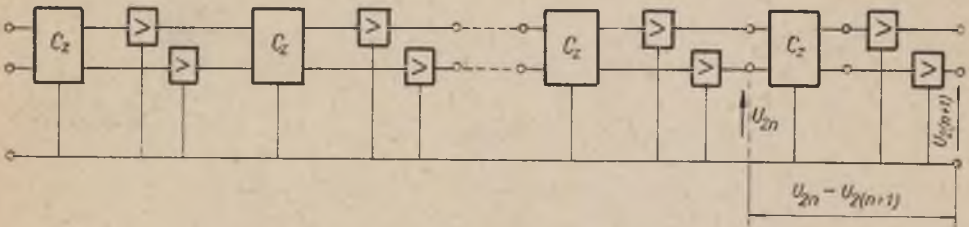
gdzie

$$A = \frac{T_{2nu} - T_{2(n+1)u}}{g_{c2u}^*};$$

zaś

$$\frac{\Delta g_{c2}^*}{g_{c1u}^*} = \frac{\Delta w_2}{w_{2u}}$$

Zobrazowanie omawianej "podłużnej" różnicy napięć przedstawia rys.71.



Rys.71. Podłużna (modelowa) różnica napięć

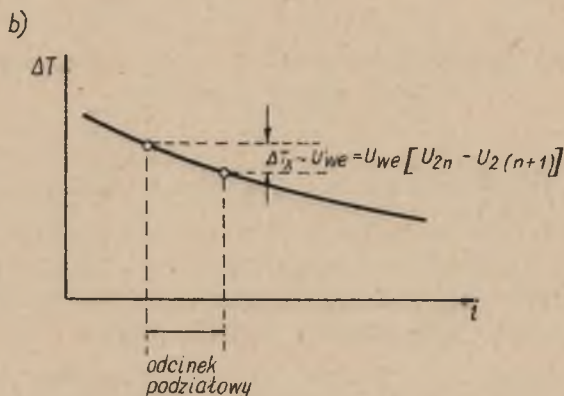
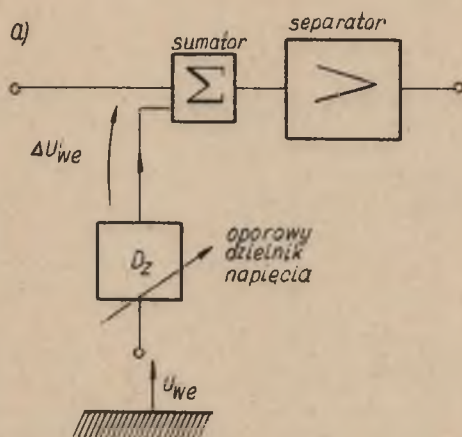
Aby mieć możliwość wprowadzenia na każdy człon kształtujący "Cz" przynależnej mu "podłużnej" różnicy napięć, należy napięcie wejściowe (inicjujące) U_{we} podać przez dzielnik napięcia, przy pomocy którego nastawi się takie $\Delta U'_{we}$, jakie przypada na dany element "Cz" z charakterystyki statycznej. Schemat podłączenia dzielnika napięciowego przedstawia rys.72a, b.

Omówionym dzielnikiem napięcia należy nastawić takie napięcie $\Delta U'_{we}$, aby została spełniona zależność

$$\Delta U'_{we} = U_{we} (U_{2nu} - U_{2(n+1)u})$$

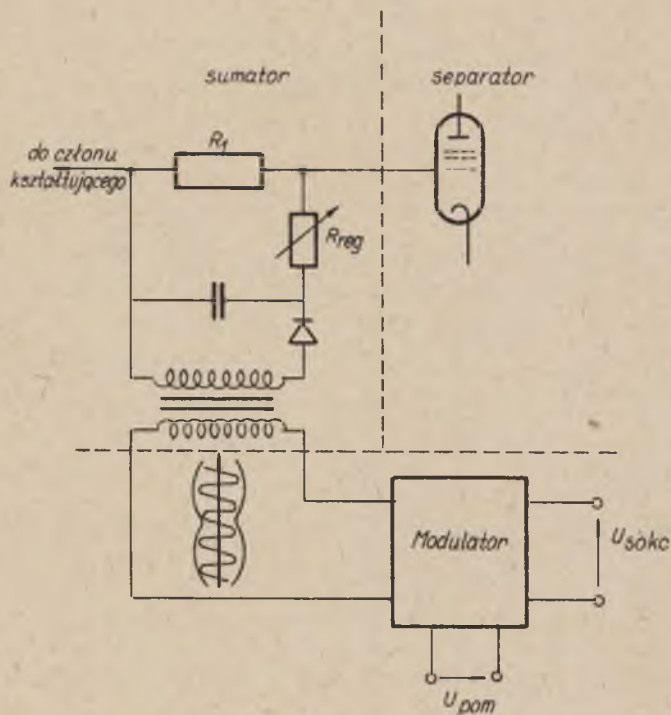
Jeżeli zmierzmy stosunek $\frac{\Delta U_{wy}(p)}{\Delta U_{we}(p)}$ to uzyskamy pomiarowo przepustowość operatorową

$$K(p) = \frac{\Delta T_{wy}(p)}{\left(\frac{\xi_{2c}^*}{\xi_{2cu}^*} \right)}$$



Rys.72. a) podłączenie dzielnika napięcia wejściowego,
b) dobór napięcia podziałowego

Techniczną realizację doprowadzenia do członów kształtujących "Cz" napięcia podłużnego pokazuje rys.73a,b.

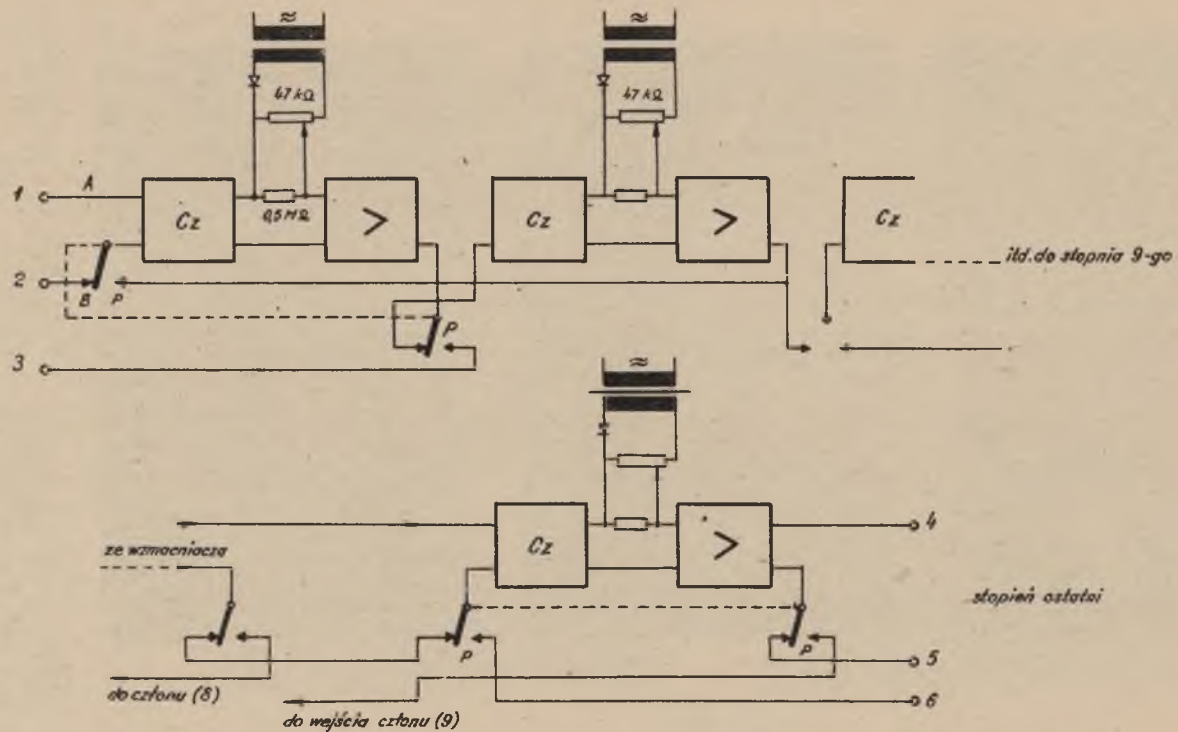


Rys.73a. Ideowy schemat sumatora napięć doprowadzanych do członu kształtującego

Metoda doboru zastępczej uproszczonej funkcji przejścia.

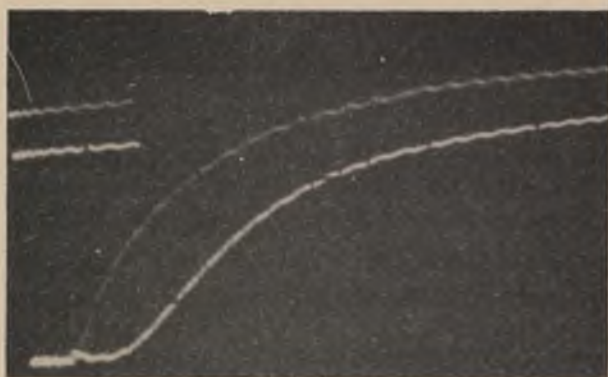
Jak długo rozpatrywane są własności regulacyjne pojedynczego aparatu, to operowanie symulatorem, względnie maszyną analogową, pozwala na analizę praktycznie wszystkich parametrów indywidualnego wymiennika ciepła.

Jednak większość układów technologicznych posiada w swoim zespole aparatów co najmniej parę wymienników ciepła. Porównaj [86] [87] [88] [89] oraz rys.76a, b.

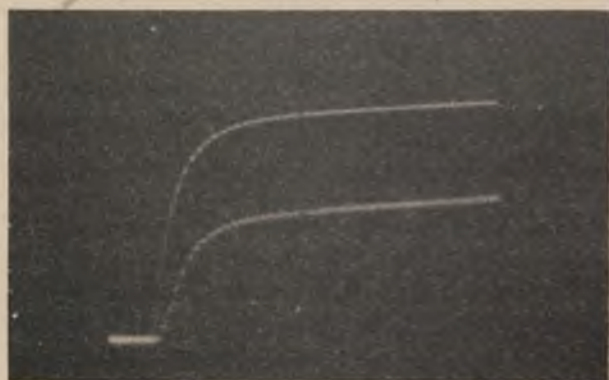


Rys.73. b - Schemat połączeń elementów symulatora,
 p - przełączniki kierunku prądu - współprąd

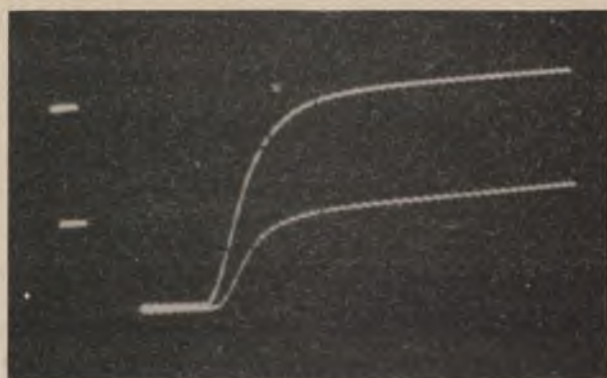
a)



b)



c)

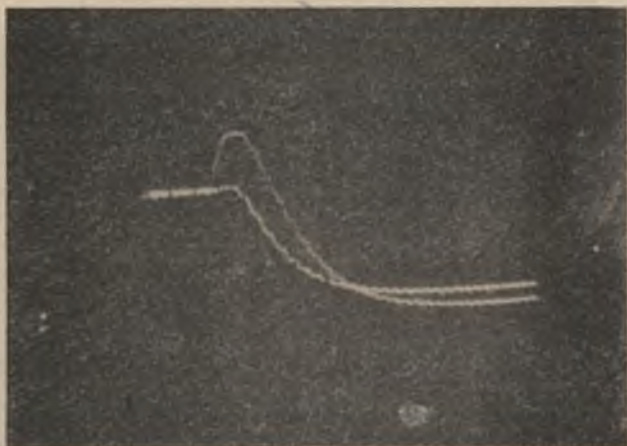


Rys.74a,b,c. Oscylogramy przebiegów na symulatorze wymiennika ciepła

a - przeciwprąd - pobudzenia zmianą temperatury, b - przeciwprąd - pobudzenia zmianą przepływu, c - współprąd - pobudzenie zmianą przepływu



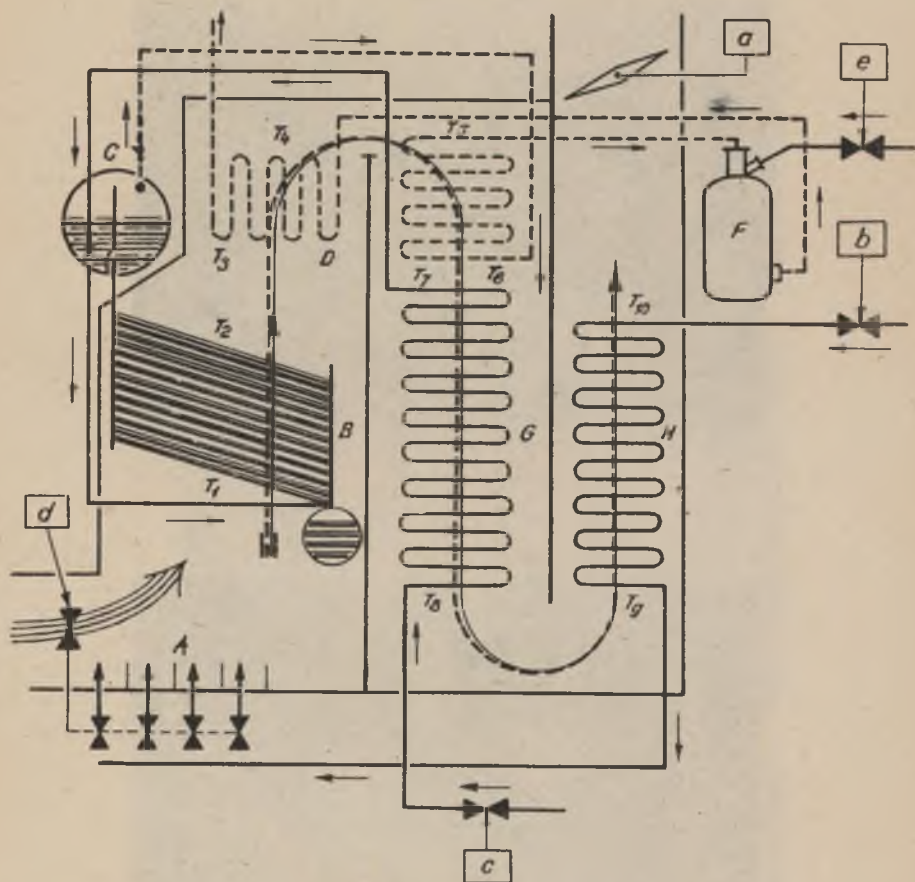
d)



e)

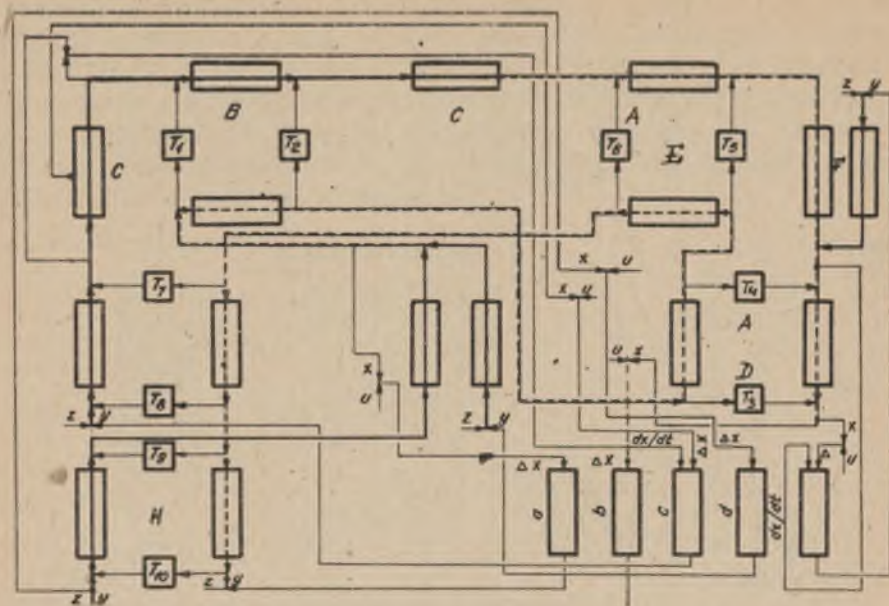
Rys.75d,e. Oscylogramy przebiegów na symulatorze wymiennika ciepła

- d - współprąd - równoczesne pobudzenie zmianą temperatury i zmianą przepływu. Przypadek sumowania się skutków.
 e - współprąd - jak wyżej, przypadek odejmowania się skutków



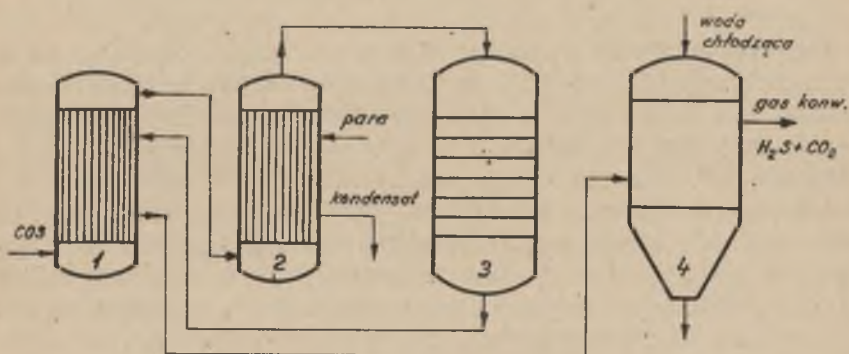
Rys.76a. Schemat ideowy energetycznego kotła parowego

A - palniki, B - generator pary, C - walczak górny, D - przegrzewacz promieniowy, E - przegrzewacz konwekcyjny, F - schładzacz, G - podgrzewacz wody, H - podgrzewacz powietrza. Małymi literami oznaczono poszczególne regulatory. T - odnośne temperatury



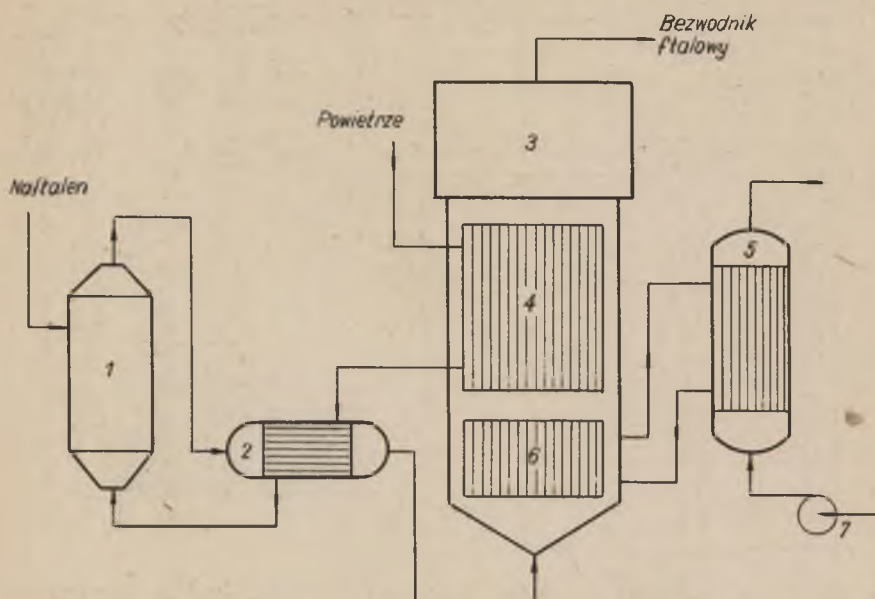
Rys.76. b - Schemat blokowy energetycznego kotła parowego wg Broida [87]

A - palniki, B - generator pary, C - walczak górny, D - przegrzewacz promieniowy, E - przegrzewacz konwekcyjny, F - schładzacz, G - podgrzewacz wody, H - podgrzewacz powietrza. Małymi literami oznaczono poszczególne regulatory. T - odnośne temperatury



Rys.77. Ideowy schemat aparatury do konwersji organicznych związków siarkowych

1 - wymiennik ciepła, 2 - detto ogrzewanie gazu, 3 - detto piec kontaktowy, 4 - detto chłodnica. Wg Voigta [88]

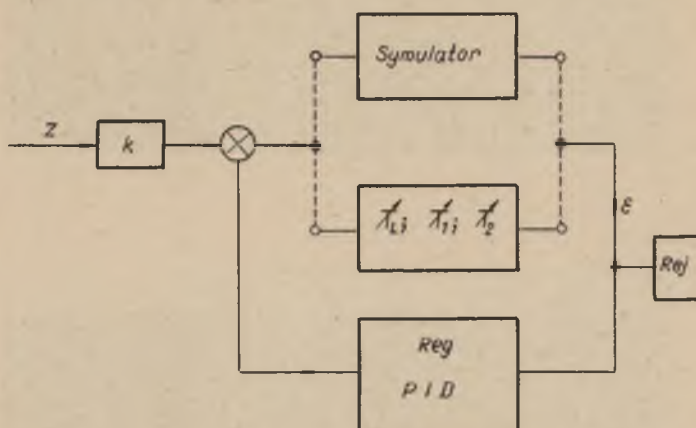


Rys.78. Ideowy schemat aparatury do utleniania naftalenu na bezwodnik kwasu ftalowego, metodą fluidyzacyjną, wg Boreckiego - "Prosynchem"

1 - odparowywacz naftalenu, 2 - wymiennik ciepła, 3 - reaktor fluidalny, 4 - wymiennik ciepła, 5,6 - wymienniki ciepła z odparowaniem, 7 - pompa wody chłodzącej

W takich przypadkach nawet maszynowe analizowanie własności regulacyjnych układu, wymaga operowania zestępczymi, uproszczonymi funkcjami przejścia aparatów wymiany ciepła. Jak już poprzednio wykazano, dotychczas stosowane metody aproksymacyjne nie pozwalają na technicznie użyteczne dobranie zastępczej funkcji przejścia. Oprócz tego, określenie dokładności dokonanej aproksymacji, z punktu widzenia powiększenia lub pomniejszenia dobroci regulacji w rozpatrywanym układzie, jest nieosiągalne. Proponuje się więc następującą metodę dobierania zastępczej, uproszczonej funkcji przejścia dowolnego aparatu. Warunkiem koniecznym i wystarczającym, jest istnienie możliwie doskonałego symulatora rozpatrywanego aparatu. W obwodzie regulacyjnym, jak na rys.79 w miejsce obiektu wstawiamy symulator badanego aparatu, a następnie zgodnie z dobranym kryterium dobroci regulacji, nastawiamy

optymalnie regulator. Teraz zastępujemy symulator-obiekt elektroanalogowym układem, posiadającym tyle zmiennych parametrów modelujących czas martwy oraz stałe czasowe, ile zawierają ich będzie proponowana, zastępcza, przybliżona charakterystyka. Nie zmieniając nastaw regulatora, staramy się dobrać tak składowe charakterystyki zastępczej, aby uzyskać zbliżoną wartość dobroci regulacji.



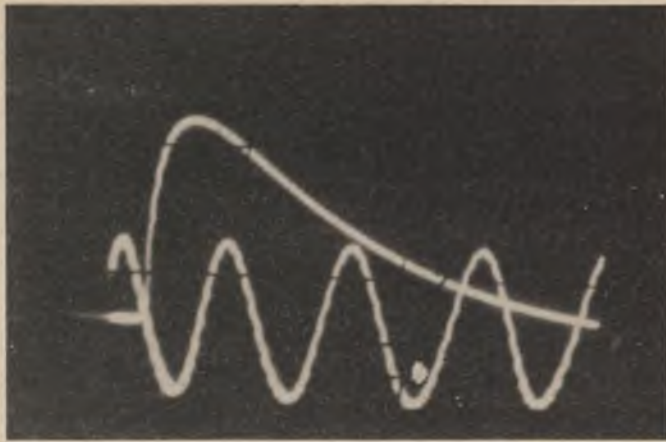
Rys.79. Układ do znajdowania zastępczej, przybliżonej charakterystyki aparatu przez porównanie wykresów dobroci k-człon kształtujący zaburzenie

Przy stosowaniu charakterystyk zastępczych o bardziej złożonej strukturze, np. czas martwy i krzywa inercyjna drugiego rzędu, może wystąpić wieloznaczność, spowodowana uzyskaniem zbliżonej powierzchni regulacji, dla różnych wielkości T_t, T_1, T_2 , w takich przypadkach należy ściśle przestrzegać warunku $S_{sym} = S_{zast}$ i bardzo przydatnymi okazują

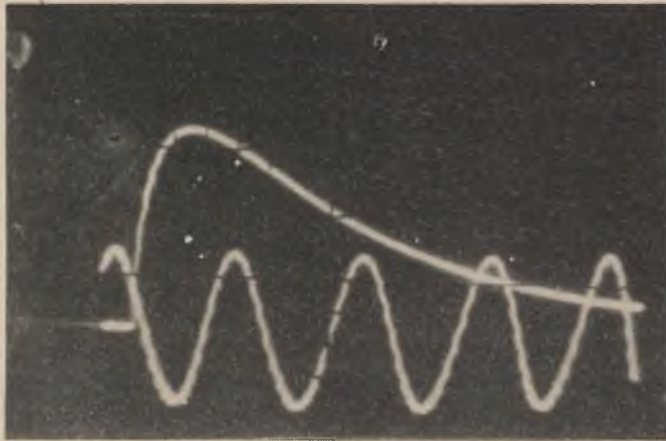
się pomocnicze, orientacyjne pomiary części charakterystyk amplitudowo-fazowych oraz funkcji przejścia.

Dla przykładu, podano oscylogram przebiegu krzywej dobroci regulacji w układzie zawierającym symulator wymiennika ciepła (por.rys.73b), a następnie układ zastępczy złożony z regulowanych wielkości T_t, T_1, T_2 .

Niestety - przykładowe wyniki są słabo porównywalne, ponieważ nie rozporządzano przy pomiarze regulowanym czasem martwym, w postaci członu o nastawialnej wartości "transportowego" czasu martwego. W doświadczeniu posługiwano się linią opóźniającą w rozwiązaniu konstrukcyjnym Schliessmanna [90].



a



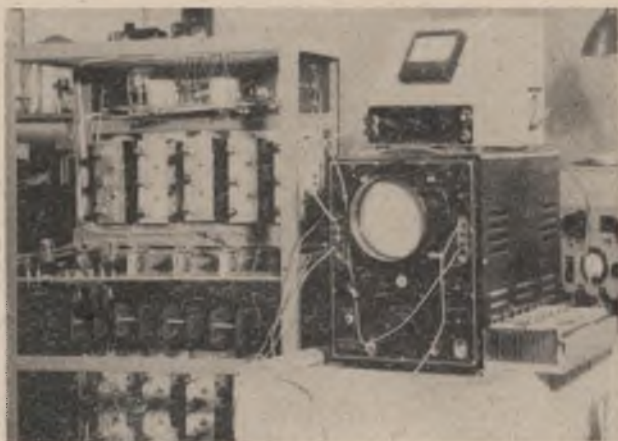
b

Rys.80. Oscylogram

- a - przebieg regulacji w układzie zawierającym symulator,
- b - przebieg regulacji w układzie zawierającym układ zastępczy



A



B

Fotografia A przedstawia widok układu pomiarowego fizycznych modeli wymienników ciepła, natomiast B - uniwersalnego symulatora aparatu z rys.28

LITERATURA

1. W.M.NAGLE: Mean temperature differences in multipass heat exchangers IEC Vol.25.No.6.1933.pg 604.
2. R.A.BOWMAN: Mean temperature difference correction in multipass exchangers, IEC Vol.28.No.5.1936.pg.541.
3. A.J.V.UNDERWOOD: The calculation of the mean temperature difference in multipass heat exchangers. Journal of the Inst. of Petroleum Technologist. Vol.20.1934.pg.145.
4. F.K.FISCHER: Mean temperature difference correction in multipass exchangers. IEC. Vol. 30.1938.pg.377
5. R.A.BOWMAN, A.C.MUELLER, W.M.NAGLE: Mean temperature difference in design. Trans. ASME Vol.62.1940.pg.283.
6. M.LANG: Theorie und Technik der selbsttätige Regelung von Wärmesystemen. Ges.Ing.58.1935.S.317
7. W.SCHMIDT: Unmittelbare Regelung Berlin VDI-Verlag 1939.
8. F.V.A.ENGEL: Mittelbare Regler und Regelanlagen Berlin. VDI-Verlag.1944.
9. A.IVANOFF: Theoretical foundations of the automatic regulation of temperature. Journal Inst,Fuel.7.1934.pg.117.
10. A.CALLENDER, D.R.HARTREE, A.PORTER: Time lag in a control systems. Phil.Trans.235./A/ 1936.pg.415.
11. P.PROFOS: Vektorielle Regeltheorie Diss. T.H.Zürich.1943.
12. Y.TAKAHASHI: Transfer function analysis of heat exchange processes. Automatic and Manual Control, Butt.Sci.Pub. London 1952.
13. Y.TAKAHASHI: Regeltechnische Eigenschaften von Gleich- und Gegenstromwärmeaustauschern. Regelungstechnik H.2.1953.S.32.

14. R.KRZYŻANOWSKI: Temperaturowe funkcje przejścia wymiennika ciepła. Praca dyplomowa 1958. Niepublikowane.
H.S.CARSLAW, I.C.JAEGER: Conduction of heat in solids 2-nd Edition J.Wiley N.Y.1936.
15. J.W.RIZIKA: Thermal lags in flowing systems containing heat capacitors. Trans. ASME Vol.76. April 1954.pg.411.
16. B.N.DEVIATOW: Pierechodnyje režimy raboty niepreriwno-diejstwujuszczich tiepkoobiemnikow. Dokł.Ak.Nauk SSSR T XL.No. 5.1953.
17. G.M.DUSINBERRE: Calculation of transient temperatures in pipes and heat exchangers by numerical methods. Trans. ASME Vol.76.1954. pg.1407.
18. J.W.RIZIKA: Thermal lags in flowing incompressible fluid systems containing heat capacitors. Trans. ASME. October 1956.pg.421.
19. A.L.LONDON, H.B.NOTTAGE, L.M.K.BOELTER: Determination of unit conductances for heat and mass transfer by the transient method. IEC Vol.33. April 1941.pg.467.
20. Physical measurements in gas dynamics and combustion Oxford University Press. London 1955.
21. W.M.KAYS, A.L.LONDON, Lo R.K.: Heat transfer and friction characteristics for gas flow normal to tube banks. Use of a transient-test technique. Trans. ASME vol.76. April 1954.pg.387.
22. H.M.PAYNTER, Y.TAKAHASHI: A new method of evaluating dynamic response of counterflow and parallel flow heat exchangers. Trans. ASME vol.78 No.4.1956.pg.612.
23. H.M.PAYNTER: On an analogy between stochastic processes and monotone dynamic systems. Regelungstechnik, Moderne Theorien und ihre Verwendbarkeit. R.Oldenbourg Verlag. München.1957.
24. A.LEONHARD: Die selbsttatige Regelung. Springer Verlag 1957. S.87.
25. A.J.YOUNG: An introduction to process control system design, Longmans, Green. London 1955.pg.257.
26. J.M.MOZLEY: Predicting dynamics of concentric pipe heat exchangers IEC Vol.46.No.6. 1956.pg 1035.

27. W.C.COHEN, E.F.JOINSON: Dynamic characteristics of double-pipe heat exchangers IEC Vol.46. No 6.1.1956. pg.1031.
28. S.LEES, J.O.HOUGEN: Pulse testing a model heat exchange process I.E.C. Vol.46.No.6.1956.pg.1064.
29. B.N.DEVIATOW: Pierechodnyje režimy raboty niepreriwno diejstwujuuszczich tiepłocoobmiennikow s tokstymi stienkami. Dokł.AN SSSR No.1.T.CXXX.1960.
30. H.J.MORRIS: The dynamic response of shell and tube heat exchangers, to temperature disturbances. IFAC. Moskwa. 1960.III/16.
31. J.J.FLORENTIN, B.D.HAINSWORTH, J.B.RESWICK J.B.WESTCOTE. Correlation analysis of a heat exchanger. The Proceedings of the Joint Symposium on Instrumentation and Computation in Process Development and Plant Design. London 1959.
32. M.MASUBUCHI: Dynamic response and control of multipass heat exchangers. ASME Journal of Basic Eng. March 1960. pg.51.
33. J.A.CLARK, V.S.ARPACI, K.M.TREADWELL: Dynamic response of heat exchangers Part.I. Trans ASME 1958 pg.612 Part.II. Trans ASME 1958 pg.625, Part.III. Trans. ASME Journal of basic eng. 1960.pg.432.
34. A.A.ARMAND: Tiepłocoobmien pri wysokich tiepłowych nagruzkach i drugich specjalnykh usłowiach. Gosenergoizdat. Moskwa. 1959. 113-135
35. A.LEONHARD: Determination of transient response from frequency response. Trans.ASME 1954.No.8.pg.1215.
36. W.W.SOŁODOWNIKOW: Osnovy awtomaticheskowo regulirowanija T.I. Maszgiz. Moskwa 1954.
37. R.Iscol, R.J.ALPETER: Frequency response of multipass shell and tube heat exchangers. ASME-Paper Number 59-IRD-4.pg.20.
38. R.M.CIMA, A.L.LONDON: The transient response of a two-fluid counterflow heat exchanger - the gas turbine regenerator. Trans ASME.July 1958.pg.1169.
39. Problemy pogranicznowo słoja i woprosy tiepłopieredaczi. Sbornik oryginalnykh statiej. Gosenergoizdat 1960.

40. L.MERZ: Die Begriffe Schwierigkeit, Leistungsfähigkeit und Durchführbarkeit in der Regelungstechnik. Teil I u.II. Regelungstechnik H.2.1954 S.31.u.H.3.S.64.
41. W.S.KULIEBAKIN: Ob Osnownych zadaczach i metodach powyšszenija kaczestwa awtomaticzeskich upravliajemych sistem. Trudy wtorowo wsiesojuznowo sowieszczanija po teorji awtomaticzeskowo regulirowanija T.II.
42. V.FERNER: Über die Regelbarkeit industrieller Anlagen. Feingerättechnik.H.8. August 1955. S.361.
43. P.PROFOS: Stellverhalten und Regelbarkeit typischer Regelstrecken Regelungstechnik. H.10.1960.S.335.
44. J.N.PIETROW: Problemy teorji awtomaticzeskowo uprawlenija. Energetika i Awtomatika No.5.1960. 68.
45. N.N.SZUMIEŁOWSKIJ, W.Ł.ŁOSSIEWSKIJ: Osnownyje zadaczi razwitija nauki w obłasti kompleksnoj awtomatizaczi i průzwodstwiennyh processow. Sesja AN SSSR po naucznyh problemam awtomatizaczi proizwodstwa. 1956.
46. B.N.DEVIATOW: Opredielenije charakteristiki inercyjnosti i regulirujemosti technologiczeskich apparatow, w swiazi z zadaczi ob optimalnyh parametrach objekta i reguliatora. IAN SSSR Otd. Techn. Nauk No.5.1958. 29.
47. B.N.DEVIATOW: Opredielenije dinamiczeskich charakteristik i kriteriew inercyjnosti i regulirujemosti chimiiko-technologiczeskich apparatow. Awtomatika i Tielemechanika T.XXI.No.6.1960. 779
48. P.PROFOS: Dynamik der Überhitzerregelung Regelungstechnik No.7.1956.S.187.
49. A.HEMPEL: On the dynamics of steam - liquid heat exchangers. Christian Michelsens Institut. Bergen. 1960.
50. T.Hobler: Ruch ciepła i wymiennika. PWT 1959.
51. H.HAUSEN: Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom. Springer-Verlag, Berlin 1950.
52. K.WELLINGEN, K.KEIL, H.WEINER: Verhalten von Rohrbogen bei wechselnder Biegung und Innendruck. VGB-Mitteilungen. H.68 1960. S.348.
53. J.RODABOUGH, P.L.GEORGE: Effect of internal pressure on flexibility and stress intensification factors of curved pipe or welding elbows. Trans. ASME vol.79.1957. pg.939

54. N.J.MARKL: Piping flexibility analysis Trans. ASME vol.77. 1955.pg.127.
55. Ch.L.PETERSON; Fr.W.FINK, R.S.PEOPLES: Corosion research. Corrosion Technology Sept. 1955.
56. H.E.HÖNIG: Metall und Wasser. Vulkan-Verlag, Essen 1961,
57. F.TÖDT: Korrosion und Korrosionsschutz. W. de Gruyter Verlang. Berlin 1961.
58. L.ACKLIN, F.LÄUBLI: Übergangsfunktionen eines Überhitzers. Technische Ueberwachung.11.1959.S.3.
59. R.HÖGER: Regelverhalten eines Überhitzers Regelungs-technik H.6. 1961.S.228.
60. V.STREJC: Näherungsverfahren für aperiodische Übergangs- charakteristik. Regelungstechnik. H.4. 1959. S.124.
61. H. THAL - LARSEN: Dynamics of heat exchangers and their models. ASME Journal of Basic Eng. June 1960, pg.489.
62. A.E.ROGERS, T.V.CONNOLLY: Analog computation in enginee- ring design. Mc Graw Hill Book.N.Y.1960.pg.178.
63. R.GREGORIG: Wärmeaustauscher. Verlag H.R.Sauerlander Co.Aarau 1959.
64. P.GRASSMANN: Über den Wirkungsgrad von Wärmeaustauschern. Ann.Phys.42.1942.S.203.
65. H.KÜHNE: Beitrag zur Frage der günstigsten Oberflächen- form für Wärmeaustauscher. Die Technik 1947. S.127.
66. H.GLASER: Der Gütegrad von Wärmeaustauschern. Chemie- Ingenieur-Technik.1949.S.95.
67. W.H.HOWE: Use of a real process in a program of dynamic control research. Regelungstechnik. Moderne Theorien und ihre Verwendbarkeit. Heidelberg. 1956.
68. A.D.MOORE: Hydrocal: Hydraulic calculating machine for solving unsteady state problems in heat transfer and other type diffusion.
69. S.JUHASZ, F.HOOPER: Hydraulic analog for studyingun- steady state heat exchangers. IEC 45.1953.pg.1359
70. S.JUHASZ, H.N.ABRAMSON, J.CLARK: Analogy for transient heat exchangers. Regelungstechnik. Moderne Theorien und ihre Verwenbarkeit Heidelberg.1956.

71. Mc LUSKY G.J.R.: An analog computer for nuclear power studies. Proc.IEE.104.Part B.March 1957.
72. W.FAGELS: A portable electronic pile kinetic simulator. Trans.AIEE.70.1951.pg.1422
73. J.C.NUTTER: Analogue computers in the nuclear power programme. Instrument Practice. January 1958.
74. Mc J.PHEE: The stability of multipass reactors.Nuclear Science and Engineering 4.No.2.1958.pg.200.
75. R.L.FORD: Electrical analogues for heat exchangers. Proc.IEE.103.1956.pg.65.
76. B.P.HAINSWORTH, V.V.TIVY, H.M.PAYNTER: Dynamic analysis of heat exchangers control. ISA Journal.4.1957.pg.230.
77. D.ERNST: Das Arbeiten mit Analogisē Rechengerräten. Regelungstechnik.6. 1958.No.6.S.206.
78. L.C.VOGEL, R.F.KRUEGER: An analog computer for studying heat transfer during a thermal recovery process. AIME Petroleum Trans.204.No.7.1955.pg.205.
79. W.N.ADRIANOW: Priminienije metod elektroanalologii ku reszeniu zadacz kuczistowo tiepkoobmiena. Energetika i Awtomatika No.1.1959.
80. W.TIPLER: An electrical analog to the heat regenerator. Proc.of the Seventh International Congress for Applied Mechanics. 3.1948.p.196.
81. V.PASCHKIS, J.W.HLINKA: Electrical analogy studies of the transient behaviour of heat exchangers. Trans.N.Y.Academy of Sciences Ser.II.19.Nr 8.1957. pg.714.
82. G.KOURIM: Die elektrische Nachbildung der instationären thermischen Voränge beim Wärmeaustauschern. Regelungstechnik.5.1957.S.163.
83. A.BUKOWY: Symulator wymiennika ciepła. Praca dyplomowa. Politechnika Śląska. 1959./niepubl./
84. F.L.MUBLI L.ACKLIN: Die Berechnung des dynamischen Ver haltens von Wärmeaustauschern mit Hilfe von Analog-Rechengerräten. Techn.Rudn.Sulzer.Forsch.Heft 1960.
85. W.FREY: Theorie und elektronische Rechenmaschinen in der Regelungstechnik. EBC Mitt.Bd.44.1957, No.11.S.468.

86. H.ZWETZ, D.ERNST: Untersuchung der Frischdampf-temperatur-Regelung bei Dampferzeugern mit einem Analogrechner. B.W.K. 1958.Bd.10. No 8.S.353.
87. V.BROIDA: Le schema fonctionnel moyen d'analyse des systemes regles et des regulateurs automatiques. Mesures et Controle Industriel 1957.No 239 An 22.p.291.
88. R.VOIGT: Das Arbeiten mit Kontaktwarme-austauschern. Chem.Ing.Techn.No 11.1959.S.371.
89. A.G.KASTKIN: Osnownyje processy i apparaty chemiczeskoj technologii Goschimizdat. Moskwa 1960.
90. H.SCHLIESSMANN: Die optimale Bemessung von Regelsystemen mit Laufzeit. Doktor-Dissertation T.H.Darmstadt 1959.
91. J.G.ZIEGLER: Cascade control systems. Canadian Chemical Prog. October 1955. pg.237.
92. R.L.DAY: The desgne of cascade control systems. Trans.of the Soc.Instr.Techn. June 1958.pg.173.
93. L.NEHREBECKI: Wytwarzanie energii elektrycznej. PWT Warszawa 1959.
94. M.A.SCHULTZ: Control of nuclear reactors and power plants. Mc Graw Hill Book Co.N.Y.1955.
95. A.M.SZKŁOWE: Tiepłopieredacza pri periodiczeskich tiepłowych wozdie jstwijach. Gosenergoizdat 1961.
96. Z.TRYBALSKI: Własności regulacyjne przepływowego wymiennika ciepła. Archiwum Automatyki i Telemechaniki No 4,1961.
97. Z.TRYBALSKI: Regulacja przy pomocy wymiennika ciepła, zamkniętego obiegu z przepompowywaniem. Chemia Stosowana No 1.1962.
98. K.L.CHIEM, E.J.ERGIN, A.LEE: Dynamic analysis of a boiler. Trans ASME November 1958.pg.1809.
99. F.E.HEAD, J.O.HOUGEN, R.A.WALSH: Determining the properties of continuous flow systems by pulse excitations. IFAC IV.17.Moskwa 1960.
100. J.O.HOUGEN, R.A.WALSH: Pulse testing method. Chem.Eng. Progress. No 3.1961.pg.68.

101. Z. TRYBALSKI: Studium nad własnościami regulacyjnymi przeciwprądowego wymiennika ciepła, ze zmianą przepływu jednego z mediów. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1960.
102. A. KRÜSSMANN: Experimentelle Untersuchung der Regelfähigkeit von Zwangdurchlaufkesseln daraus resultierende Forderungen an die Kesselkonstruktion. IFAC III.7. Moskwa 1960.
103. R. QUACK, A. SCHNEIDER: Messung des Regelverhaltens von Dampferzeugern - Anlagen. IFAC -II.5. Moskwa 1960.
104. Z. J. BEJRACH: Woprosy teorii regulirowanija kotielnych ustanowok. Trudy Wtorowo Wsiesojuznowo Sowieszczanija po Teorii Awtomatizieskowo Regulirowanija. Moskwa 1955. T. I. 521.
105. I. I. GALPERIN: Sintez Sistem Awtomatiki Gosenergoizdat 1960.



BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej

P 3341/62

B
N