TŁUMIENIE AKTYWNE DYSKRETNYCH MECHATRONICZNYCH UKŁADÓW DRGAJĄCYCH

Katarzyna Białas[1a], Damian Gałęziowski [1b]

[1] Instytut Automatyzacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Politechnika Śląska
[a]katarzyna.bialas@polsl.pl, [b]damian.galeziowski@gmail.com

Streszczenie

W pracy zbadano wpływ zastosowania dodatkowego tłumienia aktywnego na charakterystyki dynamiczne mechatronicznych układów dyskretnych. Rozpatrywane układy mechatroniczne składają się z dyskretnych mechanicznych modeli połączonych z piezoaktuatorami typu „stack" oraz z zewnętrznymi obwodami elektrycznymi *LRC*. Porównano wpływ tłumików aktywnych na charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe i podatność przy różnych konfiguracjach działania elementu piezoelektrycznego z układem elektrycznym *LRC*. Wyniki przedstawiono w postaci wykresów. Układy zaprojektowano w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego do analizy, ze względu na obrane wymagania w postaci częstości rezonansowych i antyrezonansowych. Problem opisano na podstawie wybranych przykładów obliczeniowych.

Słowa kluczowe: tłumienie aktywne, mechatroniczny układ drgający, piezoaktuator, bezwymiarowe transformacje, zadanie odwrotne

MODELING OF DISCRETE MECHATRONIC SYSTEMS WITH REGARD FOR DAMPING FUNCTION

Summary

In this paper influence of application of additional active damping on dynamical characteristics of mechatronic discrete systems has been studied. Considered mechatronic structures have been built from discrete mechanical models connected to piezostack actuators and external electric *LRC* networks. The impact of active damping elements on amplitude frequency response function and dynamical flexibility, within different configurations of piezo function with *LRC* networks, have been compared and presented in graph form. Systems have been designed by solving the reverse task to analysis, in relations to known and established criteria in form of resonant and antiresonant frequencies. Problem has been presented basing on selected calculations examples.

Keywords: active damping, mechatronic vibrating system, piezoactuator, dimensionless transformations, reverse task

1. WSTĘP

Dyskretne Zagadnienie syntezy mechanicznych układów dyskretnych i dyskretno-ciągłych z pasywnym i aktywnym tłumieniem jest dobrze poznane [1-5]. W praktyce ciągłe zaostrzanie kryteriów, specyfikacji technicznych i wymagań wiąże się z potrzebą tworzenia coraz bardziej skomplikowanych układów mechatronicznych. Układy te niejednokrotnie w swym działaniu łączą mechaniczne modele wymuszane siłą z obwodami elektrycznymi i elementami piezoelektrycznymi w różnych konfiguracjach [6, 7].

Ze względu na analizę charakterystyk układów mechatronicznych ważna jest znajomość i identyfikacja odpowiednich parametrów układów [8, 9] oraz, w przypadku elementów piezo, ich opis i model wynikający z równań piezoelektrycznych [6, 10].

W pracy problem syntezy dyskretnych drgających układów mechatronicznych [11, 12, 13] rozwinięto o dodanie tłumiących elementów aktywnych. Rozważane struktury[1] mechatroniczne zbudowano z dyskretnych mechanicznych modeli połączonych z piezo aktuatorami typu „stack" i zewnętrznymi obwodami elektrycznymi *LRC*.

Wpływ zastosowania dodatkowego tłumienia aktywnego na charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przedstawiono na przykładach różnych konfiguracji elementu piezoelektrycznego z zewnętrznym układem elektrycznym: *L* i *LR*. Układ otrzymano w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego w odniesieniu do kryteriów w postaci częstości rezonansowych i antyrezonansowych. Problem przedstawiono na przykładzie dyskretnej rozgałęzionej struktury mechatronicznej.

2. PROJEKTOWANIE MECHATRONICZNYCH DYSKRETNYCH UKŁADÓW DRGAJĄCYCH

W celu zaprojektowania dyskretnego układu mechatronicznego spełniającego wymagania w postaci częstości rezonansowych:

$$\omega_1 = 10\left[\frac{rad}{s}\right],\ \omega_3 = 30\left[\frac{rad}{s}\right],\ \omega_5 = 50\left[\frac{rad}{s}\right] \tag{1}$$

i antyrezonansowych:

$$\omega_0 = 0\left[\frac{rad}{s}\right],\ \omega_2 = 20\left[\frac{rad}{s}\right],\ \omega_4 = 40\left[\frac{rad}{s}\right] \tag{2}$$

dokonuje się syntezy funkcji charakterystycznej w postaci powolności lub ruchliwości wybraną metodą jej rozkładu [11, 12].

Mechaniczne modele zastępcze rozgałęzionych układów mechatronicznych, jakie uzyskano w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego, przedstawiono na rys. 1. Linią przerywaną zaznaczono układ przyjęty do dalszych badań.

W przypadku układu wyróżnionego na rys. 1. wyliczono następujące wartości elementów inercyjnych:

$$m_1 = 0[kg],\ m_2 = 1{,}64[kg],\ m_3 = 0{,}3[kg] \tag{3}$$

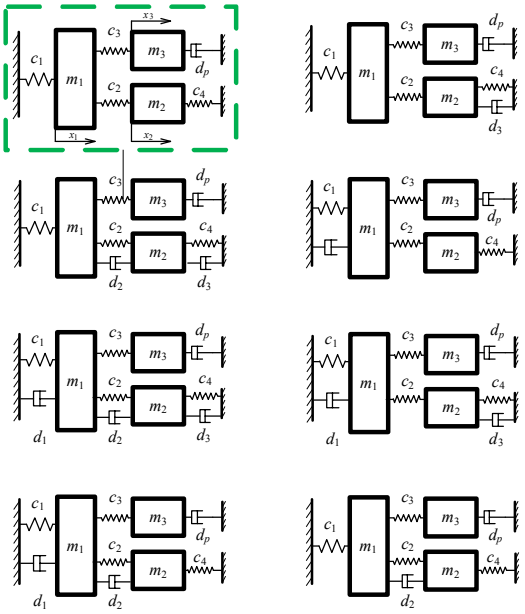
oraz sprężystych:

$$c_1 = 300\left[\frac{N}{m}\right],\ c_2 = 499{,}19\left[\frac{N}{m}\right],\ c_4 = 51{,}63\left[\frac{N}{m}\right] \tag{4}$$

Układy wymuszono siłą harmonicznie zmienną $F(t)=F_0\sin(pt)$ przyłożoną do masy m_1. Aby otrzymać piezoaktuator działający w funkcji *LR*, dodano proporcjonalny do masy m_3 element dyssypacyjny d_p:

$$d_p = 1{,}54\left[\frac{Ns}{m}\right] \tag{5}$$

[1] Pojęcie struktury jest używane zamiennie do układu



Rys. 1. Mechaniczne modele zastępcze rozgałęzionych układów mechatronicznych z jednym elementem piezoelektrycznym

Mechaniczny model zastępczy rozważono następnie w bezwymiarowym czasie τ:

$$\tau = \omega_t t \tag{6}$$

W tym celu na podstawie równań piezoelektrycznych [6] oraz algorytmu bezwymiarowych transformacji i retransformacji [11, 12, 13] zapisano układ równań:

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\lambda_2&0\\0&0&\lambda_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1''\\x_2''\\x_3''\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&2D_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1'\\x_2'\\x_3'\end{bmatrix}+ \\ +\begin{bmatrix}1+\alpha_1+\alpha_2&-\alpha_1&-\alpha_2\\-1&1+\gamma&0\\-1&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_0\sin(\eta\tau)\\0\\0\end{bmatrix} \tag{7}$$

gdzie:

$$\lambda_2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2},\quad \lambda_3 = \frac{\omega_1^2}{\omega_3^2} \tag{8}$$

$$\alpha_1 = \frac{c_2}{c_1},\quad \alpha_2 = \frac{c_3}{c_1} \tag{9}$$

$$\gamma = \frac{c_4}{c_2} \tag{10}$$

$$2D_p = \frac{d_p\omega_1}{c_3} \tag{11}$$

$$x_0 = \frac{F_0}{c_1} \tag{12}$$

$$\eta = \frac{p}{\omega_1} \tag{13}$$

Przemieszczenia x_1, x_2 i x_3 pokazano na rys. 1. Podatność rozważanego układu bez elementów aktywnych [13], zapisano jako:

$$V_1 = \frac{\sqrt{[(1+\gamma-\lambda_2\eta^3)(1-\lambda_3\eta^3)]^2+4D_p^2\eta^3(1+\gamma-\lambda_2\eta^3)}}{\sqrt{\begin{bmatrix}(1+\alpha_1+\alpha_2-\eta^3)(1+\gamma-\lambda_2\eta^3)(1-\lambda_3\eta^3)\\ \alpha_1(1+\gamma-\lambda_2\eta^3)-\alpha_2(1-\lambda_3\eta^3)\end{bmatrix}^2+ \\ +4D_p^2\eta^3[(1+\alpha_1+\alpha_2-\eta^3)(1+\gamma-\lambda_2\eta^3)-\lambda_2]^2}} \tag{14}$$

Tłumiące elementy aktywne G_i do dalszej analizy i porównań wyliczono zgodnie z założeniami i wymaganiami przedstawionymi w [5], w wyniku czego otrzymano:

$$G = \begin{pmatrix} -4{,}4 \\ -0{,}34 \\ -0{,}09 \end{pmatrix} \tag{15}$$

Elementy te przyłączono równolegle do sztywności c_1, c_2, c_4 pokazanych na rys. 1.

3. TŁUMIENIE AKTYWNE W DYSKRETNYCH DRGAJĄCYCH UKŁADACH MECHATRONICZNYCH

W celu oceny efektywności dodania tłumienia aktywnego, na przykładzie rozważanego dyskretnego układu mechatronicznego (rys. 1), wyznaczono charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową układu LR:

$$\alpha_1 LR(\omega) = \left| \frac{F(-m_2\omega^2+c_2+c_4)(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3)}{(-m_1\omega^2+c_1+c_2+c_3)(-m_2\omega^2+c_2+c_4)\cdot(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3) - [c_3^2(-m_2\omega^2+c_2+c_4)+c_2^2(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3)]} \right| \tag{16}$$

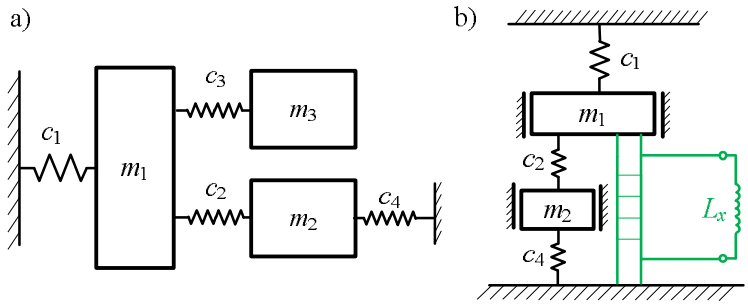
a następnie układu LRA – z dodatkowymi elementami aktywnymi:

$$\alpha_1 LRA(\omega) = \left| \frac{(F+G_1)(-m_2\omega^2+c_2+c_4)(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3)+ +G_3c_3(-m_2\omega^2+c_2+c_4)}{(-m_1\omega^2+c_1+c_2+c_3)(-m_2\omega^2+c_2+c_4)\cdot(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3) - [c_3^2(-m_2\omega^2+c_2+c_4)+c_2^2(-m_3\omega^2+d_p i\omega+c_3)]} \right| \tag{17}$$

i układu LR bez tłumienia, czyli R=0:

$$\alpha_1 LR(\omega) = \left| \frac{F(-m_2\omega^2+c_2+c_4)(-m_3\omega^2+c_3)}{(-m_1\omega^2+c_1+c_2+c_3)(-m_2\omega^2+c_2+c_4)(-m_3\omega^2+c_3) - [c_3^2(-m_2\omega^2+c_2+c_4)+c_2^2(-m_3\omega^2+c_3)]} \right| \tag{18}$$

Model układu L przedstawiono na rys. 2. Wartość rezystancji w zewnętrznym obwodzie elektrycznym wynosi R_x=0, natomiast w zastępczym modelu mechanicznym brak jest elementu dyssypacyjnego d_p.

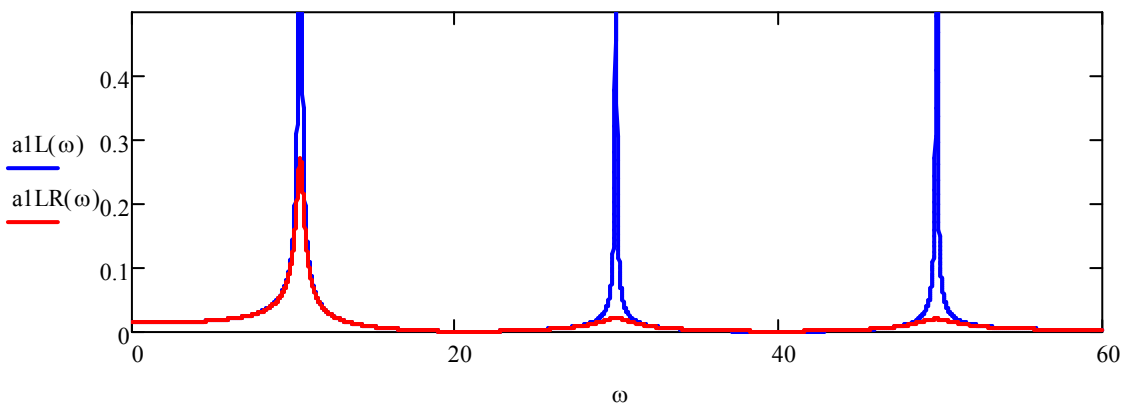


Rys. 2. Mechatroniczny układ rozgałęziony typu L: a) model zastępczy, b) struktura po transformacjach i retransformacjach bezwymiarowych

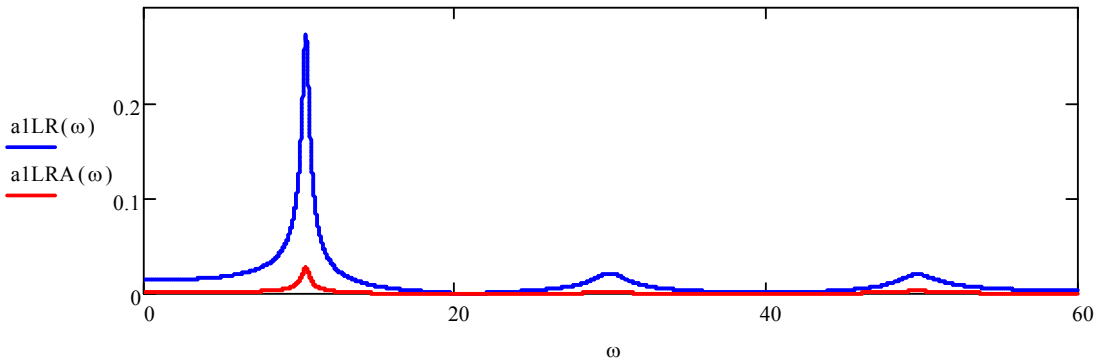
Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układów pasywnych L i LR pokazano na rys. 3.

Następnie porównano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe układu mechatronicznego z elementem piezo działającym w funkcji LR i z tłumieniem aktywnym LRA (rys. 4).

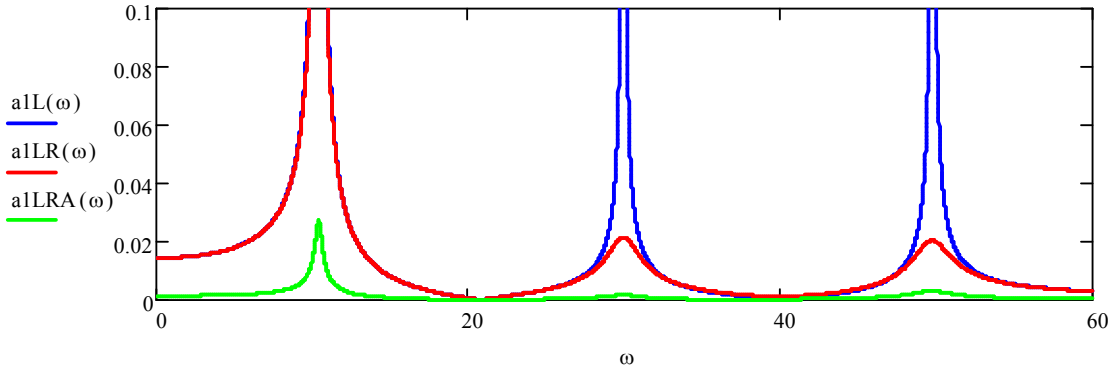
Na rys. 5 przedstawiono zbiorcze porównanie analizowanych i badanych charakterystyk układów L, LR i LRA z tłumieniem aktywnym.



Rys. 3. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa układów pasywnych L i LR



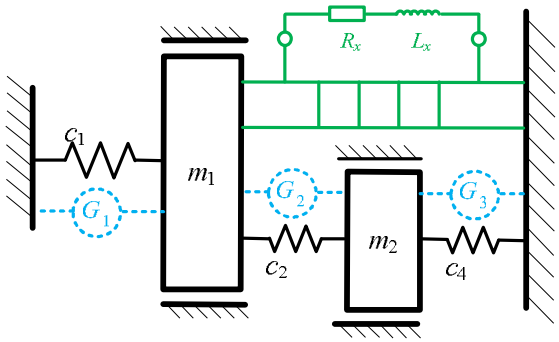
Rys. 4. Podatność układu *LR* bez/z dodatkowym tłumieniem aktywnym



Rys. 5. Porównanie podatności układów *L*, *LR*, *LRA*

Rozważany, finalny układ mechatroniczny otrzymany w wyniku bezwymiarowych transformacji i retransformacji, przedstawionych m. in. w pracach [11, 12, 16], pokazano na rys. 6.

Linią przerywaną zaznaczono, dołączone dodatkowo w celu zbadania efektywności tłumienia, elementy aktywne. Wartości indukcyjności L_x i rezystancji R_x w zewnętrznym obwodzie elektrycznym wylicza się zgodnie z założeniami podanymi w [13].



Rys. 6. Rozważana struktura mechatroniczna z elementem piezoelektrycznym w konfiguracji *LR*

4. PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonych badań i analiz wynika, że w przypadku rozważanych układów, projektowanych ze względu na podane wymagania w postaci częstości rezonansowych i antyrezonansowych, najefektywniejszym rozwiązaniem w kontekście własności tłumiących cechuje się układ pasywny *LR* z dodatkowymi elementami aktywnymi.

W pracy pokazano również, że możliwe jest, w odniesieniu do postawionych wymagań w postaci częstości rezonansowych i antyrezonansowych, otrzymanie w wyniku syntezy układów mechatronicznych o różnej budowie i różnych metodach tłumienia drgań.

Przedstawione modele układów można stosować w układach technicznych mających za zadanie pracować powyżej częstotliwości rezonansowych. Rozważana eliminacja drgań, którą można odnieść do maszyn i urządzeń precyzyjnych, pracujących przy częstotliwościach powyżej kilku kHz, ograniczona może być przez własności materiałowe i parametry elementów piezoelektrycznych. Wpływ parametrów piezoaktuatorów, takich jak współczynnik sprzężenia elektromechanicznego, sztywność czy pojemność elektryczna, na realizację praktyczną rozpatrywanych układów mechatronicznych z elementami aktywnymi będzie tematem kolejnych prac.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego Nr N N502 452139 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego w latach 2010-2013.

Literatura

1. Buchacz A. Gałęziowski D.: Zadanie odwrotne jako projektowanie mechatronicznych układów drgających. „Modelowanie Inżynierskie" 2009, nr 38, s. 19 - 26.
2. 2. Buchacz A. Gałęziowski D.: Synthesis and dimensionless transformations of mechatronic vibrating systems. W: Dynamical Systems Analytical/Numerical Methods, Stability, Bifurcation and Chaos. Łódź: Wyd. Pol. Łódzkiej, 2011, s. 249 - 254.
3. 3. Buchacz A. Galeziowski D.: Synthesis as a designing of mechatronic vibrating mixed systems. "Journal of Vibroengineering" 2012, Vol. 14, Iss. 2, p. 553 - 559.
4. 4. Buchacz A. Płaczek M.: Damping of mechanical vibrations using piezoelements, including influence of connection layer's properties on the dynamic characteristic. "Solid State Phenomena" 2009, Vols. 147 - 149, p. 869 - 875.
5. 5. Buchacz A. Wróbel A.: Computer-aided analysis of piezoelectric plates."Solid State Phenomena" 2010, Vol.164, p. 239 - 242.
6. 6. Żółkiewski S.: Numerical application for dynamical analysis of rod and beam systems in transportation. "Solid State Phenomena" 2010, Vol. 164, p. 343 - 348.
7. 7. Jamroziak K.: Identification of the selected parameters of the model in the process of ballistic impact. "Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering", International OCOSCO World Press 2011, Vol. 49, Iss. 2, p. 305 - 312.
8. 8. Morgan R. A., Wang K.: Active-passive piezoelectric absorbers for systems under multiple non-stationary harmonic excitations. "Journal of Sound and Vibration" 2002, Vol. 255(4), p. 685 - 700.
9. 9. Białas K.: Comparison of passive and active reduction of vibrations of mechanical systems. "Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering" 2006, Vol. 18, p.455 - 458.
10. 10. Buchacz A. Żurek K.: Odwrotne zadanie dynamiki aktywnych układów mechanicznych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Gliwice: Wyd. Pol. Śl., 2005.