

EDWARD LAWERA, ALEKSANDER BERNDT

Katedra Elektroenergetyki

WYZNACZANIE STATYCZNYCH, NAPIĘCIOWYCH CHARAKTERYSTYK
MOCY BIERNEJ POBIERANEJ PRZEZ SILNIKI SYNCHRONICZNE

Streszczenie. W artykule podano równania napięciowych, statycznych charakterystyk mocy biernej pobieranej przez silniki synchroniczne z wirnikami cylindrycznymi i jawnobiegunowymi $Q_k = Q_k(U)$, wyprowadzone w oparciu o ich wykresy wektorowe i schematy zastępcze. Na podstawie wyprowadzonych równań można na drodze analitycznej wyznaczyć charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych, przy czym dla silników jawnobiegunowych do wyznaczania charakterystyk wykorzystano maszynę cyfrową.

Przeprowadzone obliczenia i pomiary stały się podstawą analizy dokładności przedstawionej metodyki wyznaczania charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych.

Wstęp

Silniki synchroniczne przewzbudzone są często wykorzystywane dodatkowo przez odbiorców przemysłowych jako urządzenia służące do kompensacji równoległej mocy biernej. W związku z powyższym przy rozwiązywaniu szeregu problemów związanych z eksploatacją systemu elektroenergetycznego konieczna jest znajomość statycznych, napięciowych charakterystyk mocy biernej pobieranej przez silniki synchroniczne $Q_k = Q_k(U)$. Z problemów tych najważniejsze stanowią:

- a) określenie bilansu mocy biernej w wybranym węźle czy określonym rejonie sieciowym,
- b) analiza skuteczności regulacji napięcia w węźle odbiorczym,
- c) badanie statycznej stabilności pracy odbiorów w warunkach zachodzących odchylen napięcia.

Charakterystyka $Q_k = Q_k(U)$ silnika synchronicznego podaje zależność pobieranej mocy biernej przez silnik, w danym reżimie pracy, od napięcia na jego zaciskach. Charakterystykę tę wyznacza się przy założeniu stałej częstotliwości napięcia zasilającego oraz niezmiennych: prądzie wzbudzenia i obciążeniu silnika mocą czynną w stosunku do wartości tych parametrów przy napięciu znamionowym. Charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ najwygodniej podawać jest w jednostkach względnych w odniesieniu do mocy biernej pobieranej przez silnik przy napięciu znamionowym w danym reżimie pracy i napięcia znamionowego.

Charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych można wyznaczać na drodze pomiarowej lub analitycznej. Dokładne wyznaczenie charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ na drodze analitycznej wymaga uwzględnienia nasycenia jego obwodów magnetycznych. Wyznaczenie charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ przy uwzględnieniu nasycenia silników jest bardzo żmudne i kłopotliwe, a przy tym również obarczone jest pewnymi błędami. W związku z powyższym w artykule podano metodykę wyznaczania charakterystyk dla silników synchronicznych bez uwzględnienia nasycenia. Przeprowadzona analiza dokładności podanej metodyki wykazała, że takie potraktowanie zagadnienia jest dla celów praktycznych zupełnie wystarczające.

Literatura techniczna podaje poglądowy przebieg charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych, brak w niej jednak zarówno metodyki wyznaczania tych charakterystyk jak i analizy ich przebiegu w zależności od warunków pracy, własności konstrukcyjnych i parametrów silników.

1. Analityczne wyznaczanie charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych z wirnikiem cylindrycznym

Dla silnika synchronicznego, cylindrycznego, w stanie nienasycenia, można na podstawie jego uproszczonego schematu zastępczego [3] napisać zależności:

$$I X_d \cos \varphi = E_w \sin \delta \quad (1)$$

$$I X_d \sin \varphi = E_w \cos \delta - U \quad (2)$$

w których:

- U - napięcie zasilania silnika,
- E_w - SEM odpowiadająca prądowi I_w w uzwojeniu wzbudzenia,
- I - prąd pobierany przez silnik,
- X_d - reaktancja synchroniczna silnika,
- φ - kąt między wektorami U i I ,
- δ - kąt między wektorami U i E_w .

Przekształcając relacje (1) i (2) otrzymamy wyrażenia na moce czynną i bierną pobierane przez silnik:

$$Q_k = \frac{\sqrt{3}U [E_w \cos \delta - U]}{X_d} \quad (3)$$

$$P_k = \frac{\sqrt{3} U E_w \sin \delta}{X_d} \quad (4)$$

Z relacji (3) i (4) można wyznaczyć równanie charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silnika

$$Q_k = \frac{\sqrt{3} U}{X_d} \left[\sqrt{E_w^2 - \frac{P_k^2 X_d^2}{3 U^2}} - U \right] \quad (5)$$

Wartość E_w występującą w równaniu (5) możemy dla znamionowych warunków pracy silnika określić z zależności

$$E_{wN}^2 = U_N^2 + I_N^2 X_d^2 + 2 U_N I_N X_d \sin \varphi_N \quad (6)$$

Zakładając, że E_w jest liniowo zależna od wartości prądu I_w w uzwojeniu wzbudzenia otrzymamy:

$$E_w = E_{wN} \cdot \frac{I_w}{I_{wN}} \quad (7)$$

Przekształcając relację (5) z uwzględnieniem zależności (6) i (7) otrzymano równanie charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silnika syn-

chronicznego cylindrycznego. Równanie to podane w jednostkach względnych ma postać:

$$\bar{Q}_k = \frac{1}{C_1} \left[\sqrt{D_1 \bar{U}^2 - F_1 - \bar{U}^2} \right] \quad (8)$$

przy czym:

$$C_1 = \left(\sqrt{(1 + \bar{X}_d^2 + 2\bar{X}_d \sin\varphi_N) \bar{I}_w^2 - (\bar{P}_k \cos\varphi_N \bar{X}_d^2)} - 1 \right)$$

$$D_1 = (1 - \bar{X}_d^2 + 2\bar{X}_d \sin\varphi_N) \bar{I}_w^2$$

$$F_1 = (\bar{P}_k \cos\varphi_N \bar{X}_d)^2$$

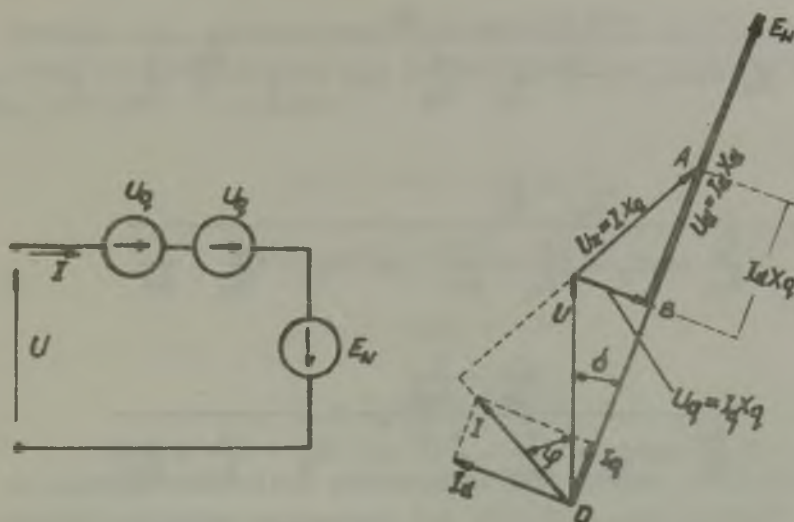
W równaniu tym:

- \bar{Q}_k - moc bierna silnika odniesiona do mocy biernej odbieranej przez silnik przy napięciu znamionowym w danym reżimie pracy,
- \bar{U} - napięcie odniesione do napięcia znamionowego,
- \bar{P}_k - moc czynna silnika odniesiona do jego mocy czynnej znamionowej,
- \bar{X}_d - reaktancja synchroniczna silnika odniesiona do reaktancji podstawowej $X_p = \frac{U_N}{I_N}$,
- \bar{I}_w - prąd w uzwojeniu wzbudzenia odniesiony do znamionowego prądu wzbudzenia,
- φ_N - kąt odpowiadający znamionowemu współczynnikowi mocy $\cos\varphi_N$ silnika.

2. Analityczne wyznaczanie charakterystyk $\bar{Q}_k = \bar{Q}_k(U)$ silników synchronicznych z wirnikiem jawnobiegunowym

Dla wyprowadzenia relacji określającej charakterystykę $\bar{Q}_k = \bar{Q}_k(U)$ silnika synchronicznego z wirnikiem jawnobiegunowym posłużono się jego ogólnie znanym schematem zastępczym i wykre-

sem wektorowym, obowiązującym dla stanu nienasycenia, które podano na rys. 1.



Rys. 1. Schemat zastępczy i wykres wektorowy silnika synchronicznego jawnobiegunowego

Dla podanego wykresu wektorowego silnika obowiązują zależności:

$$I \sin \varphi = I_d \cos \delta - I_q \sin \delta \quad (9)$$

$$I \cos \varphi = I_d \sin \delta + I_q \cos \delta \quad (10)$$

oraz

$$I_q X_q = U \sin \delta \quad (11)$$

$$I_d X_d = E_w - U \cos \delta \quad (12)$$

Po przekształceniach relacji (9) z uwzględnieniem zależności (11) i (12) otrzymano równanie charakterystyki $Q_x = Q_k(U)$ silnika jawnobiegunowego w jednostkach względnych:

$$Q_k = C_2 \underline{U} \cos \delta + D_2 \underline{U}^2 \cos^2 \delta - F_2 \underline{U}^2 \quad (13)$$

w którym:

$$C_2 = \frac{\underline{E}_w}{\underline{E}_w \cos \delta_N + \frac{\underline{X}_d}{2} \left(\frac{1}{\underline{X}_q} - \frac{1}{\underline{X}_d} \right) \cos 2\delta_N - \frac{\underline{X}_d}{2} \left(\frac{1}{\underline{X}_q} + \frac{1}{\underline{X}_d} \right)}$$

$$D_2 = \frac{\left(\frac{1}{\underline{X}_q} - \frac{1}{\underline{X}_d} \right)}{2 \frac{\underline{E}_w}{\underline{X}_d} \cos \delta_N + \left(\frac{1}{\underline{X}_q} - \frac{1}{\underline{X}_d} \right) \cos 2\delta_N - \left(\frac{1}{\underline{X}_q} + \frac{1}{\underline{X}_d} \right)}$$

$$F_2 = \frac{\left(\frac{1}{\underline{X}_q} + \frac{1}{\underline{X}_d} \right)}{2 \frac{\underline{E}_w}{\underline{X}_d} \cos \delta_N + \left(\frac{1}{\underline{X}_q} - \frac{1}{\underline{X}_d} \right) \cos 2\delta_N - \left(\frac{1}{\underline{X}_q} + \frac{1}{\underline{X}_d} \right)}$$

Kąt δ występujący w relacji (13) możemy dla danej wartości napięcia określić z równania na moc czynną silnika, które otrzymano w wyniku przekształcenia relacji (10):

$$P_k = C_3 \underline{U} \sin \delta + D_3 \underline{U}^2 \sin 2\delta \quad (14)$$

przy czym:

$$C_3 = \frac{\underline{E}_w}{\underline{X}_d \cos \varphi_N}$$

$$D_3 = \frac{1}{2 \cos \varphi_N} \left(\frac{1}{\underline{X}_q} - \frac{1}{\underline{X}_d} \right)$$

W równaniach (13) i (14) oznaczono:

$\underline{X}_d, \underline{X}_q$ - reaktancje synchroniczne silnika w osi podłużnej i poprzecznej odniesione do napięcia i prądu znamionowych silnika,

E_w - siła elektromotoryczna odpowiadająca prądowi I_w odniesiona do napięcia znamionowego,

δ_N - kąt δ wyznaczony dla danego reżimu pracy silnika przy napięciu znamionowym.

Wartość E_w występującą w równaniach (13) i (14) możemy wyznaczyć z obowiązujących dla podanego na rys. 1 wykresu wektorowego silnika zależności:

$$\begin{aligned} OA &= U \cos\delta + I_d X_q \\ E_w &= OA + I_d X_d - I_d X_q \end{aligned} \quad (15)$$

$$I_d = I \sin(\varphi + \delta)$$

$$E_w = I_d X_d + \frac{I_q X_q}{\operatorname{tg}\delta}$$

Po przekształceniach podanego układu równań i przejściu na wielkości względne otrzymamy dla warunków znamionowych

$$E_{wN} = \frac{1 + \sin\varphi_N (X_q + X_d) + X_q X_d}{\sqrt{1 + 2 X_q \sin\varphi_N + X_q^2}} \quad (16)$$

Zakładając liniową zależność między prądem wzbudzenia i siłą elektromotoryczną E_w , można na podstawie równania (7) określić E_w dla każdego stanu pracy silnika. Rozwiązanie równania (14) względem δ , z wyjątkiem przypadku kiedy $P_k = 0$, w sposób analityczny jest niemożliwe. Rozwiązanie tego równania jak i określenie współrzędnych charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ z równania (13) można przeprowadzić przy pomocy maszyny cyfrowej.

Dla przypadku kiedy $P_k = 0$, istnieją dwa rozwiązania równania (14)

a) $\sin\delta = 0$

b) $\cos\delta = -\frac{c_3}{2UD_3}$

przy czym realne znaczenie posiada tylko rozwiązanie a. Przy innych wartościach P_k do rozwiązania równania (14) najkorzystniej jest zastosować metodę iteracji. Warunek zbieżności ciągu przybliżeń dla określonego przedziału wartości δ w równaniu (14) określa nierówność [1]:

$$0 \leq f'(\delta) \leq \varepsilon \leq 1 \quad (17)$$

w której $f'(\delta)$ jest pochodną prawej strony równania przekształconego następująco:

$$\delta = f(\delta) \quad (18)$$

Równanie (14) przekształcone zgodnie z relacją (18) ma postać:

$$f(\delta) = \delta = \delta - \lambda(C_3 U \sin \delta + D_3 U^2 \sin 2\delta - P_k) \quad (19)$$

a warunek 17 dla tego równania:

$$0 \leq 1 - \lambda(C_3 U \cos \delta + 2D_3 U^2 \cos 2\delta) \leq \varepsilon \leq 1 \quad (20)$$

Zależność (20) jest spełniona w przedziale, dla którego zachodzi:

$$C_3 U \cos \delta + 2 D_3 U^2 \cos 2\delta > 0 \quad (21)$$

pod warunkiem, że:

$$\frac{1}{\psi} > \lambda \quad (22)$$

przy czym:

$$\psi = \max_{U, C_3, D_3} \delta (C_3 U \cos \delta + 2U^2 D_3 \cos 2\delta) \quad (23)$$

Z nierówności (20) można określić graniczny kąt δ_m :

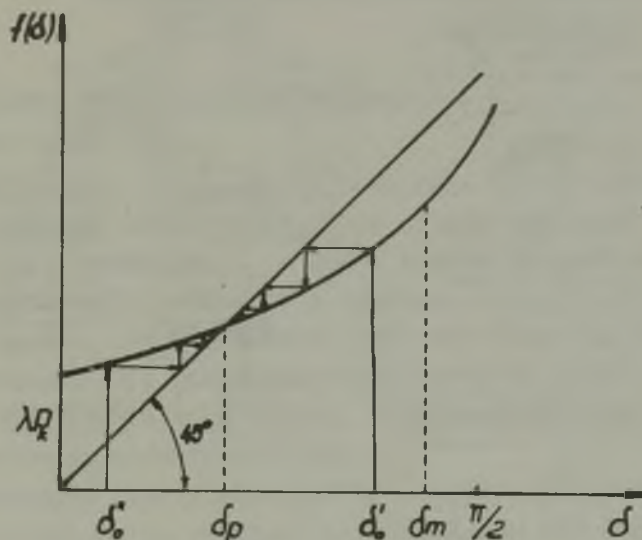
$$\delta_m = \arccos \left(-\frac{C_3}{8UD_3} + \sqrt{\frac{C_3^2}{8UD_3^2} + \frac{1}{2}} \right) \quad (24)$$

taki, że jeżeli rozwiązania δ_p równania (14) znajdują się w przedziale $\delta_m \geq \delta_p \geq 0$ to mogą być określone metodą iteracji.

Równanie iteracyjne będzie miało postać:

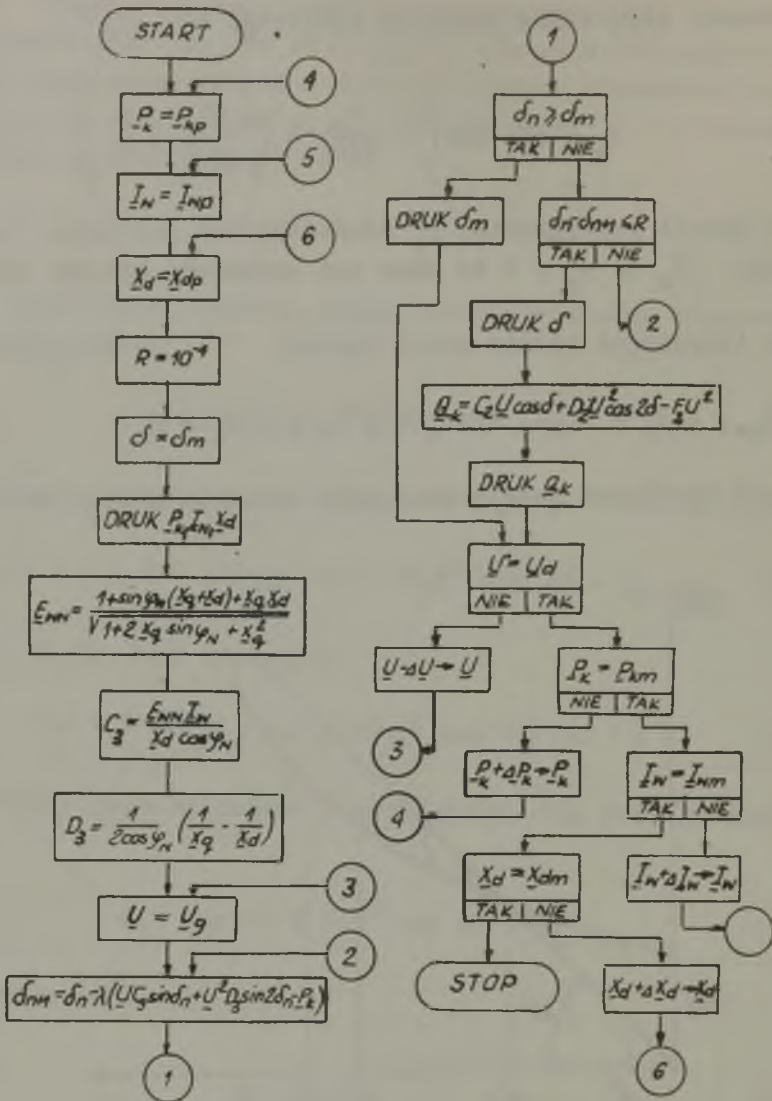
$$\delta_{n+1} = \delta_n - \lambda(\underline{UC}_3 \sin \delta_n - \underline{U}^2 D_3 \sin 2\delta_n - P_k) \quad (25)$$

Ilustrację graficzną rozwiązania tego równania podano na rysunku 2.



Rys. 2. Ilustracja graficzna rozwiązania równania iteracyjnego (25)

Schemat blokowy algorytmu wyznaczania charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych jawnobiegunowych podano na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat blokowy algorytmu obliczania charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych

Podany na rysunku 3 schemat blokowy obowiązuje dla przypadku, w którym charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ wyznaczamy dla kilku wartości I_d , I_w i P_k silnika, przy czym oznaczono:

I_{wp} , I_{dp} , P_{kp} - wartości podanych wielkości dla których rozpoczynamy obliczenia,

I_{wn} , I_{dn} , P_{kn} - końcowe z rozpatrywanych wartości podanych wielkości,

$I_w + \Delta I_w$, $P_k + \Delta P_k$, $I_d + \Delta I_d$ - kolejne wartości podanych wielkości posatym w schemacie blokowym podanym na rysunku 3 oznaczono:

$$I_d = k I_d$$

$R = 10^{-4}$ - dokładność obliczenia,

U_g , U_d - ograniczenia przedziału wartości napięcia, dla którego wyznaczamy charakterystykę.

3. Pomiarowe wyznaczanie charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych

Charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych najbardziej dokładnie można określić na drodze pomiarowej. Do wyznaczenia charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ konieczne jest urządzenie zapewniające regulację napięcia zasilania silnika w zakresie, w którym określa się charakterystykę. Określone warunki pracy silnika realizuje się przez ustalenie żądanego prądu wzbudzenia i obciążenia silnika mocą czynną, które powinno być stałe podczas zdejmowania charakterystyki.

Wyznaczanie charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych szczególnie na stacjach prób zakładów wytwórczych nie nastręcza specjalnych trudności.

Charakterystyki takie zostały wyznaczone przykładowo dla silnika o następujących danych:

$$P_{KN} = 875 \text{ kW}$$

$$U_N = 6 \text{ kV}$$

$$I_N = 128 \text{ A}$$

$$I_{mN} = 118 \text{ A}$$

$$\cos\varphi_N = 0,7$$

$$n = 3000 \text{ obrotów/minutę}$$

$$\underline{X}_d = 1,47$$

Charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ dla podanego silnika pomierzono w układzie pracy zwrotnej dwóch silników sprzęgniętych ze sobą dla następujących warunków pracy

$$P_k = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$$

$$I_w = 0,75; 1,0; 1,25$$

Wyniki pomiarów podano w tablicy 1.

Tablica 1

Wyniki pomiarów charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$
silnika synchronicznego cylindrycznego
o danych podanych w pkt. 3

U	I _w	P _k				
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
		Q _k				
0,7	0,75	0,67	0,60	0,44	-	-
0,8		0,72	0,68	0,51	0,32	-
0,9		0,75	0,70	0,56	0,40	0,26
1,0		0,76	0,70	0,57	0,44	0,30
1,1		0,71	0,64	0,57	0,41	0,30
0,7	1,0	1,08	0,99	0,86	0,70	0,39
0,8		1,16	1,09	1,00	0,86	0,60
0,9		1,22	1,15	1,06	0,97	0,78
1,0		1,25	1,20	1,12	1,03	0,88
1,1		1,25	1,23	1,14	1,04	0,94
0,8	1,25	1,63	1,58	1,48	1,37	1,19
0,9		1,72	1,69	1,61	1,53	1,34
1,0		1,77	1,75	1,69	1,61	1,47
1,1		1,81	1,78	1,74	1,67	1,57

4. Wnioski odnośnie metodyki wyznaczania charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych

Na podstawie podanej w pkt 1 i 2 metodyki wyznaczono na drodze analitycznej charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych cylindrycznych i jawnobiegunowych dla następujących reżimów pracy silników:

$$P_k = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0; 1,25$$

$$I_m = 0,75; 1,00; 1,25$$

i wartości reaktancji synchronicznej silników:

$$X_d = 0,5; 0,75; 1,00; 1,5; 2,00$$

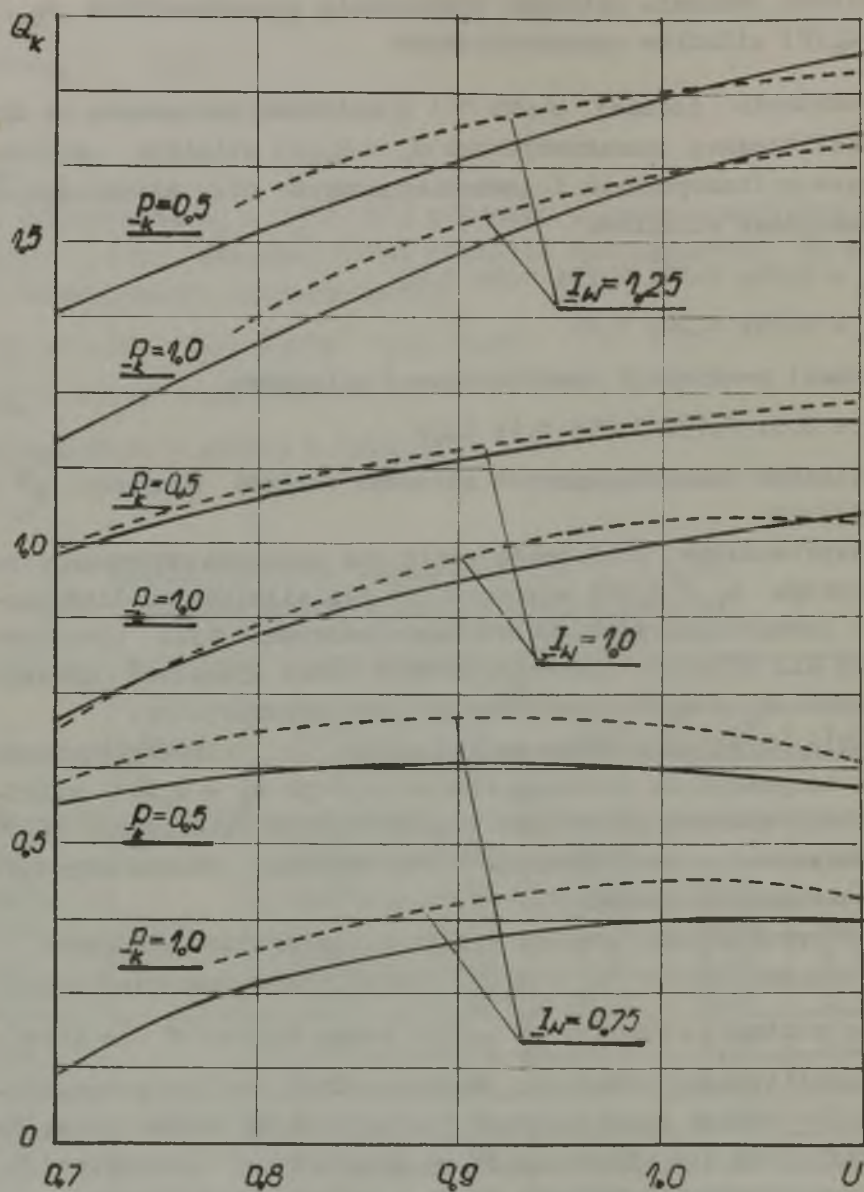
Dla silników jawnobiegunowych założono wartość stosunku $\frac{X_q}{X_d} = 0,65$.

Przeprowadzone obliczenia stały się podstawą porównania charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ wyznaczonych dla silników cylindrycznych i jawnobiegunowych. Celem tego porównania było sprawdzenie czy dla silników jawnobiegunowych można wyznaczać charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ traktując je jako cylindryczne.

W celu określenia błędu wynikającego z nieuwzględnienia wpływu nasycenia na przebieg charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ silników przeprowadzono porównanie charakterystyk określonych na drodze pomiarowej i analitycznej. Porównywane charakterystyki przedstawiono na rysunku 4.

Z przeprowadzonej analizy wynikają następujące wnioski:

- a) charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ dla silników jawnobiegunowych o wartości stosunku $\frac{X_q}{X_d} \geq 0,65$ można wyznaczać na drodze analitycznej traktując je jako silniki cylindryczne. Różnice między współrzędnymi charakterystyk obydwu rodzajów silników nie przekraczały 4% mocy biernej znamionowej dla rozpatrywanych reżimów pracy i parametrów silników.
- b) W praktycznych przybliżonych obliczeniach można posługiwać się charakterystykami silników wyznaczonymi na drodze analitycznej bez uwzględnienia nasycenia obwodów ma-



Rys. 4. Charakterystyki $Q_k = Q_k(U)$ silników synchronicznych wyznaczone na drodze pomiarowej----- i analitycznej———

gnetycznych silnika. Różnice współrzędnych charakterystyk $Q_k = Q_k(U)$ wyznaczonych dla badanego silnika nie przekraczały 7% mocy biernej znamionowej w rozpatrywanych reżimach pracy silników.

LITERATURA

- [1] Demidowicz M.: "Metody numeryczne" PWN W-wa 1965 r.
- [2] Markowicz I.: "Reżimy energetycznych system" Gostenergoizdat Moskwa 1963 r.
- [3] Plamitzer A.: "Maszyny elektryczne" WNT W-wa 1962 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ
УПОТРЕБЛЯЕМОЙ синхронными двигателями по напряжению

Р е з ю м е

В статье указаны уравнения статических характеристик реактивной мощности употребляемой синхронными двигателями с цилиндрическими и явнополюсными роторами по напряжению $Q_k = Q_k(U)$, выведенные из их векторных диаграмм и схем замещения. На основе выведенных уравнений можно аналитическим путем определить характеристики $Q_k = Q_k(U)$ синхронных двигателей, причём для явнополюсных двигателей применялась цифровая вычислительная машина.

Проведенные вычисления и измерения явились основой анализа точности представленной методики определения характеристик $Q_k = Q_k(U)$ для синхронных двигателей.

DETERMINATION OF REACTIVE POWER VOLTAGE STATIC
CHARACTERISTICS OF SYNCHRONOUS MOTORS

S u m m a r y

In the article there are given equations of the voltage static characteristics $Q_k = Q_k(U)$ of reactive power being consumed by the synchronous motors with non-salient pole and salient pole rotors. The equations have been derived on the base of vector diagrams and equivalent schemes of the synchronous motors. The $Q_k = Q_k(U)$ characteristics of the individual motors can be analytically determined on the base of the equations derived. In case of the motors with salient pole rotors the characteristics have been calculated using digital computer.

The calculations and measurements carried out have been used to analyse the accuracy of the method described.