

ALEKSANDER OPILSKI
Katedra Fizyki A

WSPÓLCZESNE POGLĄDY NA TEMPERATUROWĄ ZALEŻNOŚĆ PRZEWODNOŚCI ELEKTRYCZNEJ

Streszczenie. Zastosowanie współczesnej mechaniki kwantowej do interpretacji przewodności elektrycznej pozwoliło w pełni wyjaśnić szereg własności elektrycznych półprzewodników.

W referacie przedstawiono osiągnięcia współczesnej fizyki w zakresie interpretacji temperaturowej zależności przewodności elektrycznej.

I. Wstęp

Znajomość zmian przewodności elektrycznej z temperaturą jest pożyteczna z wielu względów praktycznych; np. silny wzrost przewodności półprzewodników w zależności od temperatury wykorzystuje się w urządzeniach do pomiaru i automatycznej regulacji temperatur – w termoparach i przyrządach używanych do stopniowego włączenia prądu z określoną z góry prędkością.

Jeszcze przed kilkudziesięciu laty gdy nie znane były własności półprzewodników zależność temperaturowa przewodności nie stanowiła tak istotnego zainteresowania praktyki. Istniejąca wówczas klasyczna teoria przewodnictwa elektrycznego w metalach nie była nawet w stanie poprawnie wytłumaczyć zmian przewodności z temperaturą. Z teorii tej wynika, że przewodność właściwą przedstawić można wzorem (1)

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e^2 n \lambda}{m v} \quad (1)$$

gdzie:

e - nabój elektronu,

n - ilość elektronów przewodnictwa w jednostce objętości,

λ - długość drogi swobodnej,

m - masa elektronu,

v - średnia prędkość ruchu cieplnego elektronów.

Ponieważ średnia prędkość ruchu cieplnego elektronów jest proporcjonalna do \sqrt{T} (T - temperatura), wobec tego wynikałoby z (1), że

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Z doświadczenia wiadomo jednak, że przewodność właściwa maleje odwrotnie proporcjonalnie z temperaturą.

Ta i inne trudności klasycznej teorii przewodnictwa elektrycznego stały się bezpośrednimi przyczynami powstawania nowych teorii. Zastosowanie mechaniki kwantowej w szczególności statystyki kwantowej pozwoliło dokonać wyraźnego postępu w interpretacji własności elektrycznych materiałów.

II. Stany elektronu w kryształach

Elektrony w atomie mogą przyjmować tylko niektóre wartości energii. Innymi słowy elektron w atomie może znajdować się tylko na niektórych poziomach energetycznych.

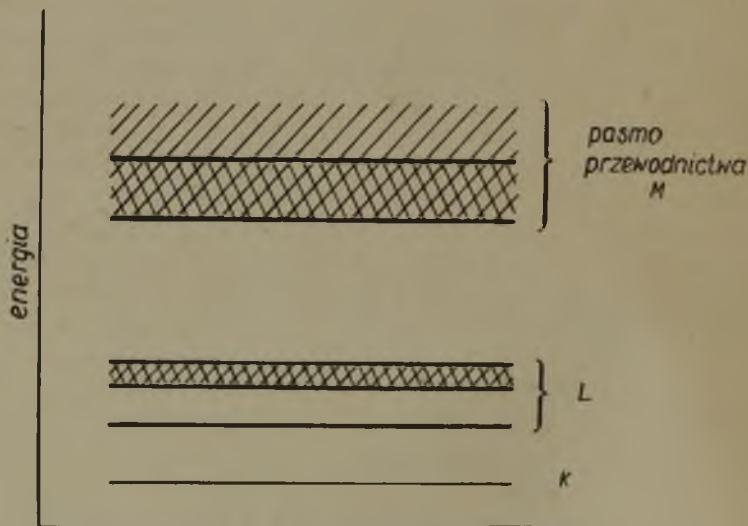
Stan elektronu [2] w atomie jest określony czterema liczbami kwantowymi n, l, m, m_s . Przez wyraz "stan" rozumiemy zespół takich wielkości mechanicznych, jak energia elektronu, wartość momentu pędu elektronu względem jądra, orientacja przestrzenna toru elektronowego w stosunku do jakiegoś wyróżnionego kierunku, kierunek spinu, czyli momentu obrotowego wokół własnej osi elektronu. Otóż każdą z tych wymienionych wielkości charakteryzuje w mechanice kwantowej liczba całkowita, która nosi nazwę liczby kwantowej.

W zależności od wartości głównej liczby kwantowej n grupujemy poziomy energetyczne w warstwy. Dla $n = 1$ mamy warstwę oznaczoną literą K ; warstwa ta posiada jeden poziom energetyczny. Następną warstwą L ($n = 2$) zawiera dwa poziomy, zaś warstwa M ($n = 3$) trzy poziomy itd. Jeżeli uwzględnić jeszcze zasadę Pauliego, w myśl której dwa elektrony należące do jednego atomu powinny się różnić przynajmniej jedną spośród czterech liczb kwantowych, można dojść do wniosku, że w warstwie K mogą przebywać najwyżej dwa elektrony (różniące się kierunkiem spinu) w warstwie L - osiem elektronów itd.

Przy ułożeniu atomów w sieć krystaliczną, wskutek silnego zbliżenia atomów i wynikającego stąd oddziaływania między nimi elektrony walencyjne przestają należeć do poszczególnych atomów i przechodzą we wspólne władanie wszystkich atomów tworzących kryształ [3] (kolektywizacja elektronów). Procesowi temu towarzyszy rozszczepienie poziomów energetycznych atomów wchodzących w skład kryształu. Poziomy energetyczne należące uprzednio do określonych warstw elektronowych atomu rozszczepiają się w kryształ na tyle nowych poziomów, ile par elektronów może się na nich znajdować przy całkowitym wypełnieniu warstw w atomie odosobnionym. Oprócz tego każdy z tych poziomów podlega jeszcze dodatkowemu uwielokrotnieniu równemu ilości N atomów w zawartych w kryształ. Ostatecznie więc w wyniku rozszczepienia warstwa K da w kryształ N różnych poziomów warstwa L - $4N$ różnych poziomów itd. Każdy z tych nowo utworzonych poziomów w kryształ charakteryzuje się odrębnym zespołem liczb kwantowych. Procesowi kolektywizacji podlegają nie tylko elektrony najbardziej zewnętrzne (tzw. walencyjne), lecz również elektrony obsadzające w atomach warstwy położone głębiej. Proces ten będzie się jednak zaznaczać tym bardziej, im głębsze będą warstwy, do których należą elektrony; dla warstw dostatecznie głęboko położonych będzie on praktycznie bez znaczenia.

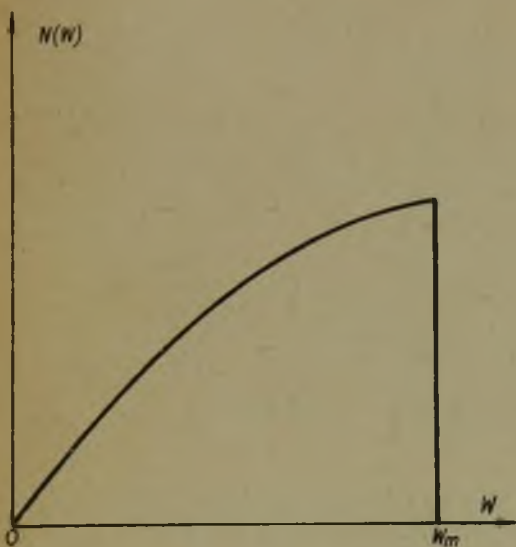
W kryształ znajduje się na ogół bardzo duża liczba atomów, wobec tego liczba utworzonych odrębnych poziomów energetycznych będzie również bardzo duża. Poziomy energetyczne kryształu, pochodzące z rozszczepienia określonego poziomu atomowego - są położone bardzo blisko siebie. Odstęp energetyczny odpowiadający przyjsciu elektronu z danego poziomu, na sąsiedni jest więc znikomo mały. Zespół tych gęsto położonych poziomów energetycznych, który pow-

stał w kryształach z danego poziomu energetycznego atomu, tworzy do pewnego stopnia zwartą całość i nosi nazwę pasma energetycznego kryształu. Z każdego poziomu energetycznego atomu tworzy się w kryształach odrębne pasmo energetyczne. Pasma takie są na ogół oddzielone od siebie obszarami energii wzbronionej (tj. obszarami, w których nie mogą istnieć energetyczne stany elektronowe). Z zastosowania zasady Pauliego do kryształu wynika, że na każdym poziomie energetycznym kryształu mogą się znajdować najwyżej dwa elektrony. Z wniosku tego wynika dalej, że pasma energetyczne, które powstały w metalu z rozszczepienia całkowicie wypełnionych przez elektrony poziomów, pozostają w kryształach również całkowicie wypełnione, zaś pasma powstałe z rozszczepienia poziomów niezapełnionych są również niezapełnione. Pasma niezapełnione nazywają się pasmami przewodnictwa. Na przykład w kryształach sodu pasma warstw K i L są całkowicie zapełnione elektronami, zaś pasmo powstałe z poziomu warstwy M jest tylko częściowo zapełnione.



Rys. 1. Schemat pasm energetycznych w kryształach sodu

W temperaturze zera bezwzględnego elektrony zajmują możliwie najniższe poziomy [4]. Uwzględniając, że na danym poziomie mogą znajdować się tylko dwa elektrony dochodzimy do wniosku, że pewne elektrony muszą zajmować bardziej wysokie poziomy, niż inne. Począwszy od poziomu najniższego aż do pewnego poziomu wszystkie poziomy będą gęsto "upakowane". Jeżeli przez $N(W)$ oznaczyć ilość elektronów w jednostce objętości w jednostkowym przedziale energii, zaś przez W energię to funkcja $N(W)$ w temperaturze zera bezwzględnego ma przebieg pokazany na rys. 2.

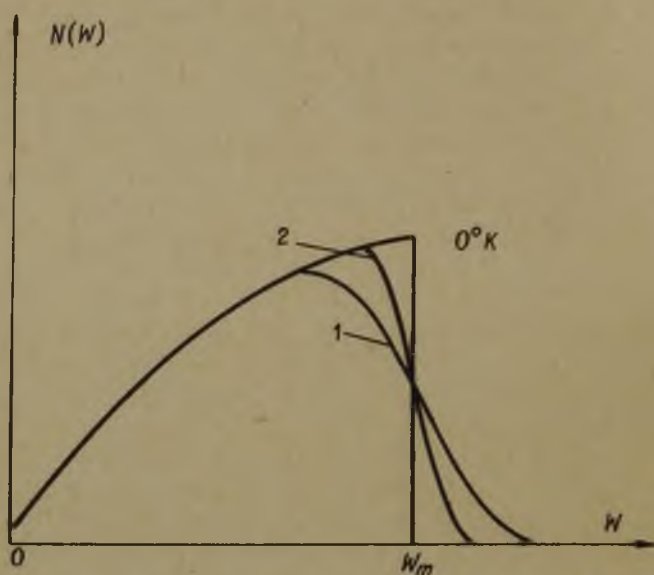


Rys. 2. Rozkład elektronów w metalu $T = 0^\circ\text{K}$

Zwróćmy uwagę, że z zastosowania zasady Pauliego do elektronów przewodnictwa wynika, różna od zera wartość energii elektronów również w temperaturze zera absolutnego. Na podstawie dokładnych rachunków można się przekonać, że średnia energia elektronów w różnych metalach w temperaturze $T = 0$ wynosi 4–6 eV, zaś energia maksymalna (W_m) około 9 eV. Wobec tak wysokiej wartości energii maksymalnej podczas o-

grzewania energię pobierają tylko te elektrony, które znajdują się na najwyższych poziomach energetycznych. Rzeczywiście, w wyniku ogrzewania elektrony uzyskują energię $\frac{3}{2}KT$, co dla temperatur pokojowych wynosi około 0,03 eV. Wobec tego, tylko te elektrony mogą przejść na poziomy wolne, których energia jest mniejsza od maksymalnej co najwyżej o $\frac{3}{2}KT$. Dla temperatur wyższych niż zero bezwzględne część elektronów z poziomów położonych niżej niż poziom o energii W_m przejdzie na poziomy wyższe (rys. 3).

Gęstość elektronów przewodnictwa w metalach jest rzędu 10^{22} cm^{-3} , zaś w półprzewodnikach $10^{14} \text{ - } 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Fakt



Rys. 3. Rozkład elektronów w metalu

ten ma zasadnicze znaczenie. Wynika z niego bowiem, że niewiele poziomów energetycznych w pasmie przewodnictwa półprzewodników jest obsadzonych przez elektrony. Ponieważ obsadzane są przede wszystkim poziomy najniższe oznacza, to że średnia energia elektronów jest mała i porównywalna z energią dostarczoną podczas ogrzewania ($\frac{3}{2} KT$).

III. Falowa interpretacja ruchu elektronów

Mimo dużej pogładowości obrazu korpuskularnego elektronów, należy podkreślić, że – jak to wynika z wielu doświadczeń poprawne rozważanie ruchu elektronu wymaga uwzględnienia falowej natury elektronu. Jeżeli rozważamy ruch elektronów w polu sił, to celem właściwego opisu stanów elektronów, należy rozważyć propagację fal elektronowych w zadanych warunkach zewnętrznych.

Spójrzmy teraz na ruch skolektywizowanych elektronów w metalu z punktu widzenia mechaniki falowej. Założymy na początku, że skolektywizowane elektrony wewnątrz metalu nie oddziałują ze sobą. Oddziaływanie elektronów z jonami ograniczymy tylko do jonów znajdujących się na powierzchni metalu, przez którą elektrony nie mogą swobodnie wydostawać się z metalu. Przy poczynionych założeniach wewnątrz objętości zajętej przez metal, ruch elektronów opisać można falami de Broglie'a [2], których długość λ związana jest z pędem elektronów wzorem

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

Rola powierzchni metalu, wewnątrz którego fale elektronowe rozchodzą się swobodnie jest oczywiście taka sama, jak końców pręta dla fali akustycznej rozchodzącej się w tym pręcie. Fala akustyczna odbija się od końców pręta. W wyniku interferencji fali padającej i odbitej powstaje fala stojąca. W pręcie o długości L mogą powstawać, jak wiadomo, tylko takie fale stojące, dla których spełniony jest związek

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Fale elektronowe w metalu mają również charakter fal stojących. Oznacza to, że elektrony nie poruszają się ciągle w jednym kierunku z określoną prędkością, lecz osiągnąwszy powierzchnię ograniczającą metal, odbijają się zmieniając zwrot prędkości bez zmiany jej wartości. Energia elektronu pozostaje więc stała

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

Różne stany kwantowe charakteryzują się różnymi wartościami energii. Energia ta może przebiegać tylko nieciągły szereg wartości, gdyż długość fali określona rozmiarami ciała, przyjmuje również wartości dyskretne.

Rozważmy nić metaliczną, w której elektrony mogą poruszać się tylko wzdłuż jednej osi. Na końcach nici metalicznej winny tworzyć się węzły fal elektronowych, podobnie jak na końcach pręta tworzą się węzły fali akustycznej. Wynika stąd, że stanowi podstawowemu odpowiada fala stojąca posiadająca pośrodku nici strzałkę, a na końcach nici węzły. Długość tej fali wynosi $\lambda_{\max} = 2L$. Stanom wzbudzonym elektronu odpowiadają fale o długościach dwa, trzy itd. krótszych

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

IV. Rozpraszanie elektronów w metalu

A. Wprowadzenie masy efektywnej

W dotychczasowych rozważaniach uwzględnialiśmy tylko wpływ jąder leżących na powierzchni metalu na ruch elektronów. Obecnie omówimy ruch elektronu w polu wszystkich jąder. Z rachunków, których przytoczyć tu nie jesteśmy w stanie wywnioskować, że ruch elektronów w polu jąder można traktować jak ruch cząstki swobodnej, jeżeli wprowadzić tzw. masę efektywną

$$m^* = \frac{h^2}{4\pi \frac{d^2W}{dk^2}} \quad (2)$$

gdzie:

h - stała Plancka,

W - energia nośnika prądu,

k - wektor falowy fal materii związanych z nośnikiem prądu.

Przyśpieszenie jakiego doznaje elektron pod działaniem siły zewnętrznej F jest wówczas dane wyrażeniem

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m^*}$$

Możemy więc dalej posługiwać się wzorem (1) zastępując w nim m przez masę efektywną m^*

$$\sigma = \frac{e^2 n \lambda}{2m^*} \quad (3)$$

Należy jednak pamiętać, że - jak to wynika z rozważań mechaniki kwantowej - średnia prędkość elektronów przewodnictwa w metalach jest bardzo wysoka i praktycznie nie zależy od temperatury. We wzorze (3) jedyną wielkością, która może zależeć od temperatury jest średnia droga swobodna λ . Aby zależność przewodności od temperatury przedstawiona wzorem (3) zgadzała się z doświadczeniem λ powinno być odwrotne proporcjonalne do temperatury absolutnej.

B. Jakościowy obraz rozpraszania

Wskutek wzajemnego oddziaływania w pobliżu jonów elektryczny zmieniają kierunek ruchu. Mówimy wówczas o rozproszeniu elektronów na jonach. Jony traktujemy jak tarcze kołowe o promieniu równym promieniowi jonu.

Jon drgający przedstawia większy przekrój czynny niż jon spoczywający. Przekrój ten rośnie proporcjonalnie do kwadratu amplitudy. Amplituda oscylatora zmienia się jak pierwiastek kwadratowy z jego energii, a średnia energia oscylatora atomowego jest proporcjonalna do temperatury ($\xi = \frac{3}{2} kT$). Tak więc wzrost przekroju czynnego jest proporcjonalny do temperatury. Gdyby nieruchome atomy w kryształach miały bardzo mały przekrój czynny, przytoczone rozważania mogłyby wyjaśnić obserwowaną zależność przewodności od temperatury. W temperaturze zera absolutnego atomy nie miałyby zauważalnego przekroju czynnego i elektrony mogłyby przechodzić przez przewodnik bez jakiegokolwiek oporu. Najłatwiej można to uzasadnić uwzględniając falową naturę elektronów i rozpatrując ich rozpraszanie, analogicznie jak rozpraszanie światła. Znane jest zjawisko rozpraszania wiązki świetlnej na cząsteczkach kurzu w powietrzu lub na cząsteczkach zawieszonych w cieczy. Również przy braku cząstek stałych, molekuly powietrza rozpraszają światło powodując np. błękitne zabarwienie nieba. Jeżeli molekuly o-

środką o tak niewielkiej gęstości jak powietrze, powodują tak wyraźne rozproszenie, to czego można oczekiwać od tej samej substancji w stanie ciekłym lub stałym? Okazuje się, że gęstość cieczy jest około 1000 razy większa od gęstości gazu, zaś rozpraszanie w cieczy tylko 50 razy większe niż w gazie. W rzeczywistości światło jest rozpraszane nie przez same molekuly, lecz przez zmiany gęstości grup molekuł. Dlatego ciała krystaliczne, mające regularną strukturę prawie nie rozpraszają światła. Ogniskując promienie światła np. na szkło i świeżo odłupanej warstwie miki przekonujemy się, że szkło silnie rozprasza światła, a mika - bardzo słabo. Mika posiada strukturę krystaliczną, szkło zaś takiej struktury nie posiada.

C. Rozważania ilościowe

Elektrony przebiegając przez ośrodek ulegają zderzeniom z jonami oraz z innymi elektronami. W wyniku zderzenia elektron zmienia pierwotny kierunek ruchu. Wyliczmy średnią drogę swobodną elektronu. W tym celu założymy, że na folię metalową pada Q elektronów. Elementy rozpraszające traktować będziemy jak kulki o promieniach r , zaś padające elektrony uważać będziemy za punkty materialne.

Przez folię przejdą bez odchylenia tylko te elektrony, które nie trafią na elementy rozpraszające. Jeżeli grubość warstwy rozpraszającej jest mała, to elementy rozpraszające tworzą "ażurową" figurę, gdy natomiast grubość jest duża, leżące na różnych głębokościach, elementy rozpraszające wypełniają całą płaszczyznę folii. Do naszych rozważań weźmiemy ciekłą warstwę dx . Jeżeli przez S oznaczymy pole powierzchni warstwy, na którą padają elektrony to objętość warstwy jest Sdx . Oznaczamy przez n ilość atomów w jednostce objętości; całkowita ilość atomów w warstwie będzie więc

$$nS dx$$

Każdy atom rozpraszający zastąpić możemy tarczą o promieniu r , wówczas powierzchnia czynna (rozpraszająca) jest πr^2 , zaś całkowita powierzchnia wszystkich elementów rozpraszających

$$\pi r^2 n S dx$$

Spośród Q elektronów padających na warstwę rozpraszającą dQ ulega rozproszeniu. Ilość dQ tak się ma do całkowitej ilości Q elektronów, jak sumaryczna powierzchnia wszystkich elementów rozpraszających do powierzchni S

$$-\frac{dQ}{Q} = \frac{\pi r^2 n S dx}{S} = \pi r^2 n dx \quad (4)$$

Weźmy teraz pod uwagę ciało dowolnej grubości w kierunku ruchu elektronów, podzielmy całkowitą grubość na warstwy o grubości x i wyliczmy ile elektronów Q przejdzie bez zderzenia przy przejściu przez warstwę o grubości x , jeżeli na warstwę padało Q_0 elektronów. Po scałkowaniu równania (4) otrzymujemy

$$Q = Q_0 e^{-\mu x} \quad (5)$$

gdzie

$$\mu = \pi r^2 n \quad (6)$$

Współczynnik μ nazywa się współczynnikiem rozproszenia elektronów. Współczynnik ten, jak widać, równy jest całkowitej czynnej powierzchni centrów rozpraszających znajdujących się w jednostce objętości.

Ponieważ Q oznacza ilość elektronów, które przeszły warstwę o grubości x , zaś Q_0 ilość elektronów padających na warstwę, więc $\frac{Q}{Q_0}$ oznacza prawdopodobieństwo, że elektron przejdzie drogę x bez zderzenia z centrum rozpraszającym. Na podstawie wzoru (5) prawdopodobieństwo to

jest równe $e^{-\mu x}$. Z drugiej strony $-\frac{dQ}{Q} = \mu dx$ oznacza prawdopodobieństwo zderzenia w warstwie o grubości dx . Prawdopodobieństwo przejścia bez zderzenia drogi x wynosi więc $e^{-\mu x}$, zaś prawdopodobieństwo doznania zderzenia na odcinku między x i $x+dx$ wynosi μx . Dlatego też prawdopodobieństwo tego, że długość drogi swobodnej jest x równe jest iloczynowi

$$\mu e^{-\mu x} dx \quad (7)$$

Na podstawie wyrażenia (7) można pokazać, że średnia długość drogi swobodnej elektronu wynosi

$$\lambda = \frac{1}{\mu}$$

Spójrzmy teraz na zagadnienie oddziaływania elektronów przewodnictwa z jonami i pozostałymi elektronami z falowego punktu widzenia. Zamiast mówić o ruchu strumienia elektronów mówimy wówczas o propagacji fal materii. Pojęcie drogi swobodnej traci wówczas sens i zastępujemy je współczynnikiem rozproszenia.

Z falowego punktu widzenia wzór (5) przedstawia zmniejszenie się natężenia przechodzących przez dane ciało fal elektronowych wskutek ich rozproszenia. Rozproszenie to jest oczywiście zupełnie analogiczne do rozproszenia fal świetlnych przez ośrodki mętne.

Współczynnik rozpraszania μ wylicza się rozważając ruch elektronów w danych warunkach. Wiadomo z ogólnych rozważań dotyczących ruchu falowego, że fala ulega rozproszeniu na przeszkodach, których rozmiary są duże lub co najwyżej porównywalne z długością fali. Fale związane z elektronami przewodnictwa są falami zbyt długimi w stosunku do wielkości atomowych. Dopiero drgania cieplne atomów stają się przyczyną rozproszenia fal elektronowych. Fala zostaje więc rozpraszona nie na samym atomie, lecz przez kulę, którą opisuje on wskutek ruchu cieplnego jego środka. Możemy więc napisać

$$\mu_T = \pi n \xi^2$$

gdzie:

μ_T - współczynnik rozproszenia wywołanego ruchami cieplnymi,

ξ - amplituda drgań cieplnych atomu.

Siłę sprężystą, dzięki której atomy wykonują ruchy drgające oznaczmy przez $-f\xi$. Średnia wartość energii potencjalnej wynosi

$$\frac{1}{2} f\xi^2 = \frac{1}{2} kT$$

Wobec tego współczynnik rozproszenia μ_T równa się

$$\mu_T = \frac{\pi n k T}{f} \quad (8)$$

Celem porównania otrzymanych wyników z danymi doświadczalnymi współczynnik f wyrazimy (3) poprzez moduł Younga E . Niech odległość pomiędzy atomami wynosi R w temperaturze absolutnego zera przesuwamy sąsiednie atomy o odległość ξ . Odległość pomiędzy sąsiednimi atomami wzrosła z R do $R+\xi$ zaś względne wydłużenie wynosi ξ/R . Ponieważ na każdy atom przypada powierzchnia R^2 , wobec tego ilość atomów na jednostce powierzchni jest $1/R^2$. Siła przypadająca na jednostkę powierzchni działająca w rozciągniętym metalu wynosi $f\xi/R^2$. Z drugiej strony z teorii makroskopowych wynika, że siła ta wynosi $E\xi/R$. Z porównania obydwu wyrażeń mamy $f = ER$ i uwzględniając to we wzorze (8) mamy

$$\mu_T = \frac{\pi n k T}{ER} \quad (9)$$

Z wzoru (9) łatwo wyliczyć, że dla $T \sim 10^2$ i $E \sim 10^{12}$. Znając współczynnik rozproszenia możemy na podstawie wzoru (1) wyliczyć oporność właściwą - otrzymujemy $\rho \sim 10^{-5} - 10^{-6} \Omega \text{ cm}$. Z doświadczenia zaś wiadomo, że $\rho_{\text{Cu}} = 1,59 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$. Tym samym otrzymujemy dobrą zgodność wartości teoretycznych z danymi doświadczalnymi.

Oprócz wyżej omówionej przyczyny rozpraszania fal elektronowych w metalu istnieje jeszcze druga przyczyna. Praktycznie każdy kawałek metalu zawiera pewne zanieczyszczenia. Zanieczyszczenia powodują zakłócenia w normalnej budowie metalu, które są źródłem rozpraszania fal elektronowych. Współczynnik rozproszenia składa się więc z dwu składników

$$\mu = \mu_T + \mu_d$$

gdzie:

μ_d - współczynnik rozproszenia na zanieczyszczeniach.

Współczynnik μ_d zależy od stężenia domieszek i o ile stężenie to nie zmienia się z temperaturą, współczynnik też od temperatury nie zależy.

W niskich temperaturach amplituda drgań cieplnych maleje znacznie szybciej niż T , wobec tego i współczynnik rozproszenia μ_T maleje silniej z temperaturą. Ponieważ μ_d nie zależy od temperatury, główną przyczyną rozpraszania fal elektronowych w niskich temperaturach są zanieczyszczenia.

V. Temperaturowa zależność przewodności półprzewodników

A. Mechanizm przewodnictwa

Z punktu widzenia teorii pasmowej półprzewodniki odznaczają się tym, że w temperaturze zera absolutnego i przy braku domieszek nie posiadają elektronów w pasmie przewodnictwa, zaś niższe pasma są całkowicie wypełnione. Ogrzanie powoduje przejście elektronów z najwyższego wypełnionego pasma (walencyjnego) do pasma przewodnictwa. W paśmie walencyjnym powstaje luka po elektronie, do luki tej może przejść jeden z elektronów znajdujących się w jej bezpośrednim sąsiedztwie. Wówczas luka pierwotna zostanie wypełniona, zwolni się zaś miejsce po elektronie, który wypełnił lukę pierwotną. W taki sposób powstałe w paśmie walencyjnym luki mogą wędrować od atomu do atomu. Im wyższa temperatura tym więcej elektronów uzyskuje energię konieczną do wzbudzenia.

Zasadniczy wpływ na przewodność półprzewodników oprócz temperatury mają również domieszki obce. Rozważmy półprzewodnik, otrzymamy przez wprowadzenie domieszki antymonu do czystego germanu. Każdy atom germanu ma cztery elektrony walencyjne i dlatego jest otoczony czterema związanymi z nim sąsiadami. Atomy antymonu mają po pięć elektronów walencyjnych; wchodząc do struktury germanu cztery elektrony zużywają do utworzenia wiązań z sąsiadami. Piąty elektron jest w takiej strukturze zbyteczny i dlatego jest słabo związany. Energia wzbudzenia termicznego wystarcza do przeniesienia go w pasmo przewodnictwa. W ten sposób każdy atom antymonu wprowadza jeden elektron przewodnictwa. Antymon w tym wypadku nazywa się domieszką donorową i tworzy z germanu półprzewodnik typu n.

Rozważmy jeszcze sytuację jaka się wytworzy, gdy do sieci germanu wprowadzimy atomy domieszki o trzech elektronach walencyjnych. Wówczas energia termiczna elektronów wystarcza do uzupełnienia elektronów domieszki do czterech. Powstaje więc jon domieszki i dziura w pasmie walencyjnym germanu. Atomy domieszki są w tym przypadku akceptorami, czynią one z germanu półprzewodnik typ p.

Półprzewodniki, jak już wspominaliśmy, odznaczają się znacznie mniejszą, niż metale, ilością elektronów przewodnictwa. Średnia energia elektronów przewodnictwa jest również znacznie mniejsza, niż analogiczna energia w metalach. Wobec tego fale, opisujące ruch elektronów przewodnictwa w półprzewodniku ($10^{-7} - 10^{-6}$ cm) są dłuższe, niż analogiczne fale w metalu (10^{-8} cm).

Rozpraszanie elektronów w półprzewodnikach następuje więc przede wszystkim na defektach sieci krystalicznej.

Przewodność właściwą σ można, jak wiadomo wyrazić poprzez gęstość nośników i ich ruchliwość w następujący sposób:

$$\sigma = e n u \quad (10)$$

W ogólnym przypadku w półprzewodniku może występować kilka rodzajów nośników prądu. Nośnikami mogą być elektrony pasma przewodnictwa, które przeszły tu z pasma walencyjnego lub z lokalnych donorowych poziomów oraz luki pasma walencyjnego, wytworzone w rezultacie przejścia elektronu do pasma przewodnictwa lub na lokalne akceptorowe poziomy.

W ogólnym przypadku należy więc wyrażeniu nadać postać

$$\sigma = n_1 c_1 u_1 + n_2 e_2 u_2 + \dots + n_k e_k u_k \quad (11)$$

Z wzoru (11) widać, że przewodność półprzewodnika może się zmienić wskutek zmiany gęstości nośników lub ich ruchliwości.

B. Zależność ruchliwości nośników od temperatury

Ruchliwość nośników prądu ze zmianą temperatury zmienia się dlatego, że średnia prędkość ruchu cieplnego nośników w półprzewodnikach jest proporcjonalna do \sqrt{T} , ponieważ - ze względu na małe stężenie nośników - możemy stosować prawa klasyczne. Ze zmianą temperatury zmienia się również średnia długość drogi swobodnej, a tym samym i ruchliwość nośników. Na długość drogi swobodnej nośnika ma decydujący wpływ rozpraszanie nośników na wszelkiego rodzaju zakłóceniach okresowości siatki krystalicznej. Zakłócenia takie powodują, drgania cieplne jonów siatki oraz jony domieszek. Wpływ drgań cieplnych na współczynnik rozpraszania a więc i długość drogi swobodnej już omówiliśmy. Wykazaliśmy, że

$$\mu_T \sim T$$

Rozpraszanie nośników prądu na jonach domieszek zachodzi wskutek oddziaływania kulombowskiego pomiędzy nośnikami i jonami domieszek. Mechanizm rozpraszania jest tu podobny do rozpraszania cząstek α na jądrach. Rutherford wykazał, że droga swobodna cząstek α jest wówczas proporcjonalna do czwartej potęgi ich prędkości.

Zważywszy powyższe oraz fakt, że $v \sim \sqrt{T}$ możemy stwierdzić, iż współczynnik rozpraszania fal elektronowych na jonach domieszek μ_d jest proporcjonalny do T^{-2} . Jeżeli w procesie rozpraszania nośników prądu działają jednocześnie oba omówione mechanizmy to wypadkowy współczynnik rozpraszania jest sumą współczynników $\mu_T + \mu_d$

Ruchliwość nośników zaś można przedstawić wzorem:

$$u = \frac{1}{aT^{\frac{3}{2}} + bT^{-\frac{3}{2}}} = \frac{T\sqrt{T}}{aT^3 + b} \quad (12)$$

Z ostatniego wyrażenia widać, że dla dostatecznie niskich temperatur, gdy rozproszenie wywołane ruchami cieplnymi jest małe w porównaniu z rozproszeniem wywołanym domieszkami, ruchliwość z temperaturą rośnie. Dla temperatur wysokich, gdy przeważa rozproszenie wywołane ruchami cieplnymi ruchliwość maleje wraz z temperaturą.

C. Zależność gęstości nośników od temperatury

O wiele większy wpływ niż omówione wyżej czynniki na charakter temperaturowej zależności przewodności ma zmiana gęstości nośników wraz z temperaturą. Wpływ temperatury na gęstość nośników prądu i przewodnictwo omówimy na przykładzie półprzewodnika donorowego.

Gęstość elektronów, które przeszły w pasmo przewodnictwa z poziomów donorowych

$$n_1 = \sqrt{n'} \sqrt{\frac{2}{h^3} (2\pi m^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta W_1}{2kT}}} \quad (13)$$

gdzie:

n' - gęstość atomów domieszek,

ΔW_1 - różnica energii pomiędzy poziomami donorowymi i najniższym poziomem w paśmie przewodnictwa.

Gęstość elektronów w paśmie przewodnictwa półprzewodnika, które przeszły z pasma walencyjnego

$$n_0 = \frac{2}{h^3} (2\pi m^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} \quad (14)$$

gdzie:

ΔW - szerokość strefy zabronionej, pomiędzy pasmem walencyjnym i pasmem przewodnictwa.

W rozważanym przez nas przypadku półprzewodnika donorowego nośnikami prądu są elektrony, które dostały się do pasma przewodnictwa poziomów donorowych z pasma walencyjnego oraz luki w paśmie walencyjnym. Wobec tego, mamy

$$\sigma = n_0 e_+ u_+ + n_0 e_- u_- + n_1 e_- u_- \quad (15)$$

gdzie:

e_+ , e_- , u_+ , u_- - odpowiednio ładunki i ruchliwości elektronów przewodnictwa i luk w paśmie walencyjnym.

Uwzględniając (13) i (14) w (15) mamy

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{2}{h^3} (2\pi m^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} e(u_+ + u_-) + \\ & + \sqrt{n} \sqrt{\frac{2}{h^3} (2\pi m^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}} e u_- \end{aligned} \quad (16)$$

Jeżeli przyjąć, że ruchliwość elektronów $u_- = K_1 T^{-\alpha_1}$, zaś ruchliwość luk $u_+ = K_2 T^{-\alpha_2}$, gdzie k_1 i k_2 - pewne stałe, α_1 i α_2 - liczby rzędu jedności, to wyrażenie (16) przyjmuje postać:

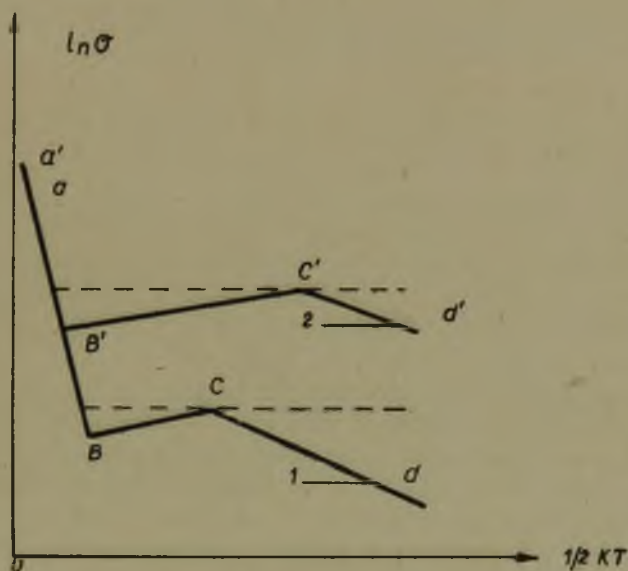
$$\sigma = (AT^{\frac{3}{2} - \alpha_1} + BT^{\frac{3}{2} - \alpha_2}) e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} + CT^{\frac{3}{4} - \alpha_1} \sqrt{n_1} e^{-\frac{\Delta W_1}{2kT}}$$

lub

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} + \sqrt{n} \sigma_1 e^{-\frac{\Delta W_1}{2kT}} \quad (17)$$

gdzie:

σ_0, σ_1 - wielkości zmieniające się z temperaturą na tyle powoli w porównaniu z czynnikiem eksponen-
cjalnym, że można uważać je za stałe.



Rys. 4. Zależność przewodności od temperatury dla półprzewodników

Przedyskutujemy teraz wyrażenie (17). Gdy temperatura jest na tyle mała, że $kT \ll \Delta W_1$ i tym bardziej $kT \ll \Delta W$, wtedy pierwszy wyraz w wyrażeniu (17) charakteryzujący przewodnictwo samoistne, można zaniedbać (rys. 4 odcinek cd). Podwyższenie temperatury na tyle, że wielkość kT zbliża się do wartości ΔW_1 , ale jest jeszcze mała w porównaniu z szerokością strefy wzbronionej ΔW , może doprowadzić do sytuacji, że wszystkie elektrony z poziomów donorowych przejdą do pasma przewodnictwa. Wówczas przy dalszym wzroście temperatury gęstość nośników w paśmie przewodnictwa nie będzie ulegać zmianie, zaś zmiany przewodnictwa z temperaturą będą wywołane jedynie zmianami ruchliwości.

Taki wzrost temperatury, żeby kT było porównywalne z szerokością strefy zabronionej ΔW , silniejszy niż na odcinku od krzywej z rys. 4, powoduje, że elektrony z pasma walencyjnego łatwo przechodzą do pasma przewodnictwa. Wzrost gęstości elektronów w paśmie przewodnictwa pociąga za sobą wzrost przewodności, (odcinek ab lub $a'b'$ krzywych na rys. 4).

Wzrost przewodności z temperaturą jest tu silniejszy niż na odcinku cd lub $c'd'$ krzywych z rys. 4, wynika to że znacznie większej gęstości elektronów w paśmie walencyjnym niż na poziomach domorowych.

VI. Zakończenie

Podkreślimy jeszcze, że wpływ temperatury na przewodność półprzewodników przejawia się także w tym, że wraz ze wzrostem temperatury zmienia się szerokość strefy zabronionej oraz położenie poziomów domieszkowych. Wynika to ze zmiany intensywności ruchów cieplnych jonów siatki krystalicznej i odległości międzyatomowych.

Wraz z rozwojem zastosowań własności półprzewodników w technice, w coraz większym stopniu wykorzystuje się ich temperaturową zależność przewodności elektrycznej.

Współczesna technika stawia bardzo śmiałe wymagania odnośnie do własności materiałów. W obecnej chwili nie wystarczy korzystać z własności istniejących materiałów należy tworzyć nowe materiały o zadanych z góry własnościach. Świadome wykorzystanie temperaturowej zależności przewodności, a tym bardziej tworzenie nowych materiałów o zadanej temperaturowej zależności przewodności wymaga dużej wiedzy odnośnie teorii budowy półprzewodników. Na podstawie rozważań przeprowadzonych w niniejszym artykule widać jednak, że nawet próba pobieżnej interpretacji zależności przewodności od temperatury wymaga sporej wiedzy z mechaniki kwantowej i fizyki statystycznej.

Rękopis złożono w Redakcji w styczniu 1966 r.

LITERATURA

- 1] Jaworski B., Diesław H., Miłkowska L: Elektryczność i magnetyzm. W-wa 1964.
- 2] Frisz S., Timoriewa A: Kurs fizyki t. III W-wa 1956.
- 3] Frenkiel Ja, I: Wwiedienije w tieoriju mietalów Moskwa 1958.
- 4] Joffe A.F: Półprzewodniki w fizyce współczesnej W-wa 1956.
- 5] Kittel Ch.: Wstęp do fizyki ciała stałego W-wa 1960.
- 6] Bethe H., Sommerfeld A: Elektronentheorie der Metalle Handb. d. Phys. 24.

СОВРЕМЕННЫЕ СООБРАЖЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТИ

Резюме

Применение современной квантовой механики для интерпретации электропроводности дало возможность вполне выяснить ряд свойств электрических полупроводников.

В докладе указаны на достижения современной физики в области температурной интерпретации зависимости электропроводности.

CONTEMPORARY OPINIONS ON THE TEMPERATURE RELATION OF THE ELECTRICAL CONDUCTION:

Summary

Application of the contemporary quantum mechanics for the interpretation of the electrical conduction allowed to clear completely many properties of the electrical semi-conductors.

Description of the achievements of the contemporary physics in the range of the temperature relation interpretation of the electrical conduction.