

LRSZEK CZARNECKI

Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Ogólnej

SYNTEZA DWÓJNIKÓW ORTOGONALNYCH Z RZECZYWISTYCH
ELEMENTÓW REAKTANCYJNYCH

Streszczenie. W artykule omówiono syntezę dwójników ortogonalnych uwzględniającą straty energetyczne rzeczywistych elementów reaktancyjnych, zdefiniowano błąd przekształcenia dwójnika i podano jego relację z mocą czynną i mocą deformacji. Określono warunek wystarczający dla znikania mocy deformacji oraz przedstawiono metodę redukcji wpływu strat energetycznych na błąd przekształcenia.

Dwójnikiem ortogonalnym nazywamy dwójnik, który dla sygnału przemiennego o pulsacji Ω , aproksymowanego N - wyrazowym wielomianem trygonometrycznym realizuje przekształcenie Hilberta.

Gdy sygnałem wejściowym dwójnika jest prąd $i(t)$, (rys. 1a), wówczas:

$$u(t) = k \cdot H \{ i(t) \} \quad (1)$$

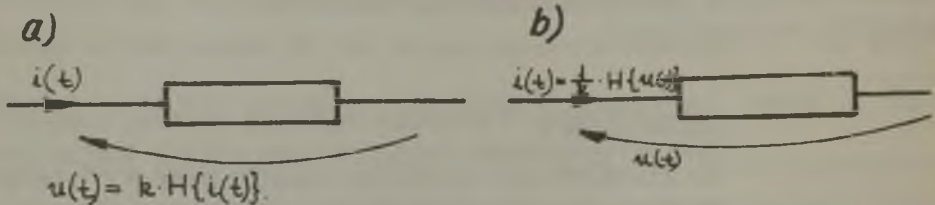
gdy zaś sygnałem wejściowym dwójnika jest napięcie $u(t)$, (rys. 1b), wówczas:

$$i(t) = \frac{1}{k} H \{ u(t) \} \quad (2)$$

Symbol $H \{ \dots \}$ oznacza przekształcenie Hilberta, tj. przekształcenie całkowe o postaci:

$$H\{f(t)\} = \frac{1}{\pi} \text{V.P.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{\tau-t} d\tau \quad (3)$$

k - jest współczynnikiem wymiarowym.



Rys. 1

Ponieważ przekształcenie Hilberta jest przekształceniem ortogonalnym, zachowującym normę, prąd i napięcie dwójnika ortogonalnego spełniają parę relacji:

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = 0 \quad (4)$$

$$\|u(t)\| = k \cdot \|i(t)\| \quad (5)$$

gdzie $\|u(t)\|$, $\|i(t)\|$ oznaczają wartości skuteczne prądu i napięcia.

W pracy [2] wykazano, że postulowane właściwości posiada każdy dwójnik o immitancji:

$$H_o(s, N) = s \cdot \frac{\sum_{k=1}^N \frac{1}{s^2+k^2} \prod_{n=1}^N \xi_n (s^2+n^2)}{\sum_{k=1}^N \frac{k}{s^2+k^2} \prod_{n=1}^N \xi_n (s^2+n^2)} \quad (6)$$

dla dowolnych, lecz rzeczywistych, dodatnich liczb ξ_n . Immitancja $H_o(s, N)$ jest znormalizowana, tj. $\Omega = 1$ rd/sek oraz dla $s = jn\Omega = jn$, zachodzi:

$$H_o(s, N) \Big|_{s=jn} = H_o(jn, N) = j1, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Gdy wszystkie współczynniki $\xi_n = 1$, immitancja dwójnika może być przedstawiona w postaci:

$$H_o(s, N) = s \frac{Na_0^N \cdot s^{2N-2} + (N-1)a_1^N \cdot s^{2N-4} + \dots + (N-1)a_{i-1}^N \cdot s^{2N-2i-2} + \dots + a_{N-1}^2}{b_0^N \cdot s^{2N-2} + b_1^N \cdot s^{2N-4} + \dots + b_{i-1}^N \cdot s^{2N-2i-2} + \dots + b_{N-1}^N} \quad (8)$$

przy czym współczynniki licznika i mianownika określone są wzorami rekurencyjnymi:

$$a_i^N = a_i^{N-1} + N^2 \cdot a_{i-1}^{N-1} \quad (9)$$

$$b_i^N = b_i^{N-1} + N \cdot a_i^{N-1} + N^2 \cdot b_{i-1}^{N-1} \quad (10)$$

Immitancja $H_o(s, N)$ jest realizowana na zbiorze idealnych elementów reaktancyjnych LC i praca [2] podaje przykłady syntezy takich dwójników, opartej na algorytmie Cauera.

Przez "rzeczywisty element reaktancyjny" rozumie się poniżej element reaktancyjny w którym dopuszcza się pewne straty energetyczne, lecz nadal jest to model uproszczony, gdyż nie uwzględnia się innych cech i właściwości konstrukcji rzeczywistych.

Dwójnik ortogonalny zbudowany z rzeczywistych elementów reaktancyjnych pobiera moc czynną, tj. nie spełnia warunku (4).

Obok stałej (7) części urojonej immitancji pojawia się również część rzeczywista i ważność swoją traci na ogół także relacja (5). Dwójnik zbudowany z rzeczywistych elementów reaktancyjnych może więc, co najwyżej, realizować przekształcenie Hilberta z pewnym błędem. Ocena tego błędu musi brać pod uwagę oba warunki (4) i (5) gdyż sam warunek (4) jest właściwy wszelkim dwójnikom reaktancyjnym, zaś (5) wszelkim dwójnikom rezystancyjnym. Poprawna ocena wartości błędu przekształcenia winna być oparta na ocenie odległości sygnału wyjściowego od transformaty Hilberta sygnału wejściowego, rozumianej w sensie metryki przestrzeni L^2 sygnałów okresowych o pulsacji Ω , tj. w sensie wartości skutecznej różnicy sygnału wyjściowego i transformaty Hilberta sygnału wejściowego:

$$d = \left\| k H \{ i(t) \} - u(t) \right\| \quad (11)$$

dla dwójnika z rys. 1a oraz:

$$d = \left\| \frac{1}{k} H \{ u(t) \} - i(t) \right\| \quad (12)$$

dla dwójnika z rys. 1b,

przy czym współczynnik k winien być wybrany tak, aby minimalizował tę odległość. Wychodząc z relacji (11) otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 d^2 &= \|k H\{i(t)\} - u(t)\|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [k H\{i(t)\} - u(t)]^2 dt = \\
 &= k^2 \frac{1}{T} \int_0^T [H\{i(t)\}]^2 dt - 2k \frac{1}{T} \int_0^T u(t)H\{i(t)\} dt + \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)dt \dots
 \end{aligned} \tag{13}$$

Ponieważ [1]:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [H\{i(t)\}]^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt = \|i(t)\|^2 \tag{14}$$

oraz:

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot H\{i(t)\} dt = Q \tag{15}$$

gdzie Q jest mocą bierną dwójnika, otrzymamy:

$$d^2 = k \|i(t)\|^2 - 2kQ + \|u(t)\|^2 \tag{16}$$

Różniczkując d^2 względem k znajdujemy optymalną wartość tego współczynnika, minimalizującą błąd przekształcenia:

$$k_0 = \frac{Q}{\|i(t)\|} \tag{17}$$

Dla $k = k_0$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} (d^2)_{\min} &= \frac{Q^2}{\|i(t)\|^2} - 2 \frac{Q^2}{\|i(t)\|^2} + \|u(t)\|^2 = \\ &= \frac{\|u(t)\|^2 \cdot \|i(t)\|^2 - Q^2}{\|i(t)\|^2} \end{aligned} \quad (18)$$

Kładąc:

$$\|u(t)\| \cdot \|i(t)\| = P_m = \sqrt{P^2 + Q^2 + K^2} \quad (19)$$

gdzie P_m jest mocą modułową, zaś K mocą deformacji, otrzymujemy:

$$d_{\min} = \frac{\sqrt{P_m^2 - Q^2}}{\|i(t)\|} = \frac{\sqrt{P^2 + K^2}}{\|i(t)\|} \quad (20)$$

Jest to minimalna wartość bezwzględnego błędu przekształcenia przy optymalnym wyborze współczynnika k . Definiując względny błąd przekształcenia jako stosunek błędu bezwzględnego do skutecznej wartości napięcia wyjściowego:

$$\delta = \frac{df}{\|u(t)\|} \quad (21)$$

otrzymamy:

$$\delta_{\min} = \frac{(d)_{\min}}{\|u(t)\|} = \frac{\sqrt{P^2 + K^2}}{P_m} = \sqrt{1 - \left(\frac{Q}{P_m}\right)^2} \quad (22)$$

Taką samą relacją wyraża się minimalna wartość względnego błędu przekształcenia dla dwójnika z rys. 1b, przy czym optymalna wartość współczynnika wymiarowego wynosi wówczas:

$$\frac{1}{k_0} = - \frac{Q}{\|u(t)\|} \quad (23)$$

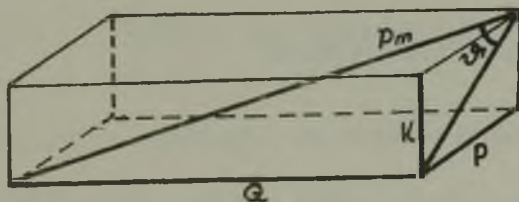
oraz błąd względny definiuje się jako:

$$\delta = \frac{df}{\|i(t)\|} \quad (24)$$

Relacja (22) posiada prostą interpretację. Idealny dwójnik ortogonalny pobiera wyłącznie moc bierną Q , równą liczbowo mocy modułowej P_m . Dwójnik rzeczywisty pobiera ponadto moc czynną P oraz wprowadza deformację ujawniającą się poprzez moc deformacji K . Obie te moce są odpowiedzialne za błąd przekształcenia rzeczywistego dwójnika ortogonalnego.

Z prostopadłościanu mocy (rys. 2) wynika ponadto:

$$\delta_{\min} = \cos \vartheta \quad (25)$$



Rys. 2

Moc czynna dwójnika jest określona przez straty energetyczne, a jej rozdział na poszczególne harmoniczne, przez część rzeczywistą immitancji:

$$P = \sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot \operatorname{Re}\{\hat{Y}(n)\} = \sum_{n=1}^N J^2(n) \cdot \operatorname{Re}\{\hat{Z}(n)\} \quad (26)$$

Dla mocy deformacji K , wychodząc z relacji:

$$K^2 = P_m^2 - P^2 - Q^2 \quad (27)$$

otrzymamy:

$$\begin{aligned} K^2 = & \sum_{n=1}^N U^2(n) \sum_{n=1}^N J^2(n) - \left[\sum_{n=1}^N U(n)J(n)\cos\varphi(n) \right]^2 - \\ & - \left[\sum_{n=1}^N U(n)J(n)\sin\varphi(n) \right]^2 = \sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot J^2(n) + \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^N U^2(k)J^2(l) - \\ & - \left[\sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot J^2(n)\cos^2\varphi(n) + \right. \\ & + \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^N U(k) \cdot J(k) \cdot U(l) \cdot J(l)\cos\varphi(k) \cos\varphi(l) \left. \right] - \\ & - \left[\sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot J^2(n) \sin^2\varphi(n) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k,l=1}^N U(k) \cdot J(k) \cdot U(l) \cdot J(l) \sin\varphi(k) \sin\varphi(l) \Big] = \\
 & = \sum_{k,l=1}^N \left\{ U^2(k) \cdot J^2(l) - U(k) \cdot J(k) U(l) J(l) \cos[\varphi(k) - \varphi(l)] \right\} = \\
 & = \sum_{k,l=1}^N K_{kl}^2 \tag{28}
 \end{aligned}$$

Gdy dla wszystkich wartości $k,l \in \{1,2,\dots,N\}$, $K_{kl}^2 = 0$ tj.

$$U(k) \cdot J(l) - U(l) \cdot J(k) \cos[\varphi(k) - \varphi(l)] = 0 \tag{29}$$

wówczas moc deformacji dwójnika będzie równa zero.

Warunek (29) jest więc warunkiem wystarczającym dla znikania mocy deformacji. Możemy go sformułować inaczej. Warunkiem dostatecznym dla znikania mocy deformacji jest, aby dla wszystkich wartości $k,l \in \{1,2,\dots,N\}$ spełniona była równość:

$$\frac{|\hat{Z}(k)|}{|\hat{Z}(l)|} = \cos[\varphi(k) - \varphi(l)] \tag{29}$$

Łatwo zauważyć, że powstały w ten sposób układ równań posiada jedno rozwiązanie:

$$\hat{Z}(k) = \hat{Z}(l) \tag{30}$$

dla wszystkich wartości $k,l \in \{1,2,\dots,N\}$.

Aby moc deformacji dwójnika była równa zero wystarczy, że równe są sobie impedancje zespolone dla wszystkich harmonicznych sygnału.

W szczególności, dla dwójnika zbudowanego z idealnych elementów reaktancyjnych warunkiem wystarczającym dla znikania mocy deformacji jest:

$$X(k) = X(1) = X = \text{const} \quad (31)$$

Natomiast dla dwójnika zbudowanego z rzeczywistych elementów reaktancyjnych, przy zachowaniu warunku (31), aby moc deformacji była równa zero wystarczy, że równe są sobie części rzeczywiste impedancji dwójnika.

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\hat{Z}(k)\} &= \text{Re}\{\hat{Z}(1)\} \quad \text{lub} \quad \text{Re}\{\hat{Y}(k)\} = \text{Re}\{\hat{Y}(1)\} \\ \text{dla } k, l &\in \{1, 2, \dots, N\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Względny błąd przekształcenia dwójnika ortogonalnego, którego moc deformacji jest równa zero, osiąga wartość:

$$\delta_{\min} = \frac{P}{P_m} = \frac{\text{Re}\{\hat{Y}\} \cdot \sum_{n=1}^N U^2(n)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N U^2(n)} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^N I^2(n)}} = \frac{\text{Re}\{\hat{Y}\}}{|\hat{Y}|} \quad (33)$$

lub

$$\delta_{\min} = \frac{\text{Re}\{\hat{Z}\}}{|\hat{Z}|} \quad (34)$$

Należy zauważyć, że warunek (32) pociąga za sobą równomierny, proporcjonalny do kwadratów wartości skutecznych, rozkład mocy czynnej na poszczególne harmoniczne sygnały.

Wykorzystanie warunku (32) dla eliminacji mocy deformacji wymaga jednak znalezienie takiego algorytmu syntezy dwójnika ortogonalnego, który w obecności strat zapewniłby realizację powyższego warunku.

W obecności mocy deformacji błąd przekształcenia najdogodniej wyznaczyć bezpośrednio z relacji (22). I tak dla dwójnika z rys. 1a:

$$\delta_{\min}^{\circ} = \sqrt{1 - \left(\frac{Q}{P_m}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{\left[\sum_{n=1}^N J^2(n) \cdot X(n)\right]^2}{\sum_{n=1}^N J^2(n) \cdot \sum_{n=1}^N J^2(n) \cdot Z^2(n)}} \quad (35)$$

oraz dla dwójnika z rys. 1b:

$$\delta_{\min}^{\circ} = \sqrt{1 - \frac{\left[\sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot B(n)\right]^2}{\sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot \sum_{n=1}^N U^2(n) \cdot Y^2(n)}} \quad (36)$$

gdzie $B(n) = J_m \{ \hat{Y}(n) \}$.

Określenie wartości części rzeczywistych immitancji dla poszczególnych harmonicznych, niezbędne dla oszacowania błędu przekształcenia, jest zagadnieniem dość kłopotliwym. Metoda bezpośrednia, wymagająca obliczania impedancji wejściowej, ze względów ob-

liczeniowych przy większych wartościach N nie wchodzi w rachubę. Użyteczniejsza jest metoda bilansu energetycznego lub metoda oparta na relacji między częścią rzeczywistą a pochodną immitancji. Obie jednak dostarczają wyników względnie dokładnych tylko przy dostatecznie niskiej stratności elementów. W obu wypadkach tworzy się najpierw prototyp idealny i przechodzi się następnie do dwójnika ze stratami.

Metoda bilansu energetycznego. Niech $r_i(n)$ jest opornością równoważną ze względu na straty mocy n -tej harmonicznej w i -tej gałęzi dwójnika, tj.:

$$r_i(n) \cdot J_i^2(n) = P_i(n) \quad (37)$$

Oznaczmy przez $b_{i0}(n)$ transmitancję prądowo-prądową dla n -tej harmonicznej i -tej gałęzi prototypu względem jego zacisków wejściowych:

$$b_{i0}(n) = \frac{J_i(n)}{J_0(n)} \quad (38)$$

gdzie $J_0(n)$ - wartość skuteczna n -tej harmonicznej na zaciskach wejściowych prototypu. Czyni się następnie założenia, które ogranicza poprawność metody do dwójników z małymi stratami. Przyjmuje się mianowicie, że przy niewielkiej stratności elementów, transmitancje dwójnika rzeczywistego są równe transmitancjom prototypu. Przy takim założeniu, część rzeczywista impedancji dwójnika dla n -tej harmonicznej wyraża się relacją:

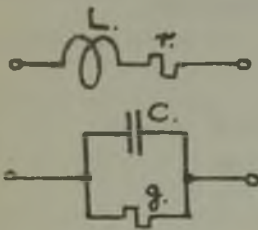
$$\operatorname{Re}\{\hat{Z}(n)\} = R(n) = \frac{P(n)}{J_0^2(n)} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i(n)}{J_0^2(n)} = \frac{\sum_{i=1}^N r_i(n) \cdot J_i^2(n)}{J_0^2(n)} \quad (39)$$

Uwzględniając (38):

$$\operatorname{Re}\{\hat{Z}(n)\} = \sum_{i=1}^N r_i(n) \cdot b_{10}^2(n) \quad (40)$$

gdzie N - liczba gałęzi dwójnika.

Ponieważ przy niskich częstotliwościach dominują w dwójniku straty w cewkach indukcyjnych, bilans (40) może być ograniczony do tych tylko elementów. Jednocześnie należy zauważyć, że wartości transmitancji $b_{10}(n)$ są już niezbędne przy przejściu od prototypu do realizacji technicznej, niezależnie od potrzeby wyznaczenia części rzeczywistej immitancji dwójnika.



Rys. 3

Dwójniki ze stratami jednorodnymi. Szczególnie prosto wyraża się wartość części rzeczywistej immitancji w wypadku jednorodnego rozdziału strat, tj. gdy dla każdego rzeczywistego elementu reaktancyjnego (rys. 3) dwójnika zachodzi:

$$\frac{r}{L} = \frac{g}{C} = d \quad (41)$$

Dla dwójnika znormalizowanego $\Omega = 1$ i współczynnik stratności d jest odwrotnością dobroci Q .

Jeżeli $Z_0(s)$ jest impedancją prototypu, wówczas:

$$Z(s) = Z_0(s+d) \quad (42)$$

jest impedancją odpowiadającego mu dwójnika ze stratami.

W szczególności, na osi urojonej:

$$Z(j\omega) = Z_0(j\omega+d) = R(\omega) + jX(\omega) \quad (43)$$

Gdy okrąg o promieniu d i środku w punkcie $s = j\omega = ja$ nie zawiera osobliwości funkcji $Z(s)$, wówczas impedancję dwójnika dla n -tej harmonicznej możemy przedstawić w postaci szeregu potęgowego:

$$Z(jn) = Z_0(jn+d) = Z_0(jn) + \left. \frac{dZ_0(j\omega)}{d(j\omega)} \right|_{\omega=n} \cdot d + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 Z_0(j\omega)}{d(j\omega)^2} \right|_{\omega=n} \cdot d^2 + \dots \quad (44)$$

Ponieważ dla prototypu $Z_0(j\omega) = j X_0(\omega)$, otrzymamy:

$$R(n) = \left. \frac{dX_0(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=n} \cdot d - \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3 X_0(\omega)}{d\omega^3} \right|_{\omega=n} \cdot d^3 + \dots \quad (45)$$

$$X(n) = X_0(n) - \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 X_0(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=n} \cdot d^2 + \dots \quad (46)$$

Dla prototypu znormalizowanego $X_0(n) = 1$ stąd, dla małych wartości współczynnika stratności:

$$Z(jn) = X'(n) \cdot d + j1 \quad (47)$$

Stosowanie tej metody wymaga jednak korekcji parametrów, gwarantującej spełnienie warunku (41), co zresztą nie może być w pełni osiągnięte, chociażby z uwagi na zależności strat od częstotliwości. Niemniej, relacja (47) podkreślając wpływ nachylenia funk-

cji reaktancyjnej na część rzeczywistą impedancji ma dla interesującego nas zagadnienia znaczenie istotne.

Wartości pochodnych funkcji reaktancyjnej (8), dla kolejnych harmoniczných podane są w tabeli T1.

Z wartości pochodnych wnioskujemy, że część rzeczywista impedancji przyjmuje dla poszczególnych harmoniczných różne wartości, nie jest tym samym spełniony warunek (30), zapewniający znikanie mocy deformacji.

T1. Wartości pochodnych $X(n)$ funkcji reaktancyjnej

| $N \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2 | 1,67 | 1,16 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 3 | 2,16 | 1,56 | 1,23 | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | 2,56 | 1,90 | 1,51 | 1,26 | - | - | - | - | - | - |
| 5 | 2,90 | 2,18 | 1,76 | 1,49 | 1,29 | - | - | - | - | - |
| 6 | 3,18 | 2,43 | 1,99 | 1,69 | 1,47 | 1,30 | - | - | - | - |
| 7 | 3,43 | 2,65 | 2,19 | 1,87 | 1,64 | 1,46 | 1,31 | - | - | - |
| 8 | 3,65 | 2,85 | 2,37 | 2,04 | 1,79 | 1,60 | 1,45 | 1,32 | - | - |
| 9 | 3,85 | 3,04 | 2,56 | 2,19 | 1,39 | 1,73 | 1,58 | 1,44 | 1,33 | - |
| 10 | 4,04 | 3,21 | 1,69 | 2,33 | 2,07 | 1,86 | 1,60 | 1,55 | 1,43 | 1,34 |

Zestawione w tabeli wartości pochodnych wskazują, że synteza dwójników ortogonalnych stawia bardzo wysokie wymagania co do stratności użytych elementów. Tak np. dla $N = 10$ i $n = 1$ elementy o dobroci $Q = 20$, tj. $d = 1/20$ nie pozwalają zmniejszyć części rzeczywistej poniżej 0,2, przy wartości części urojonej równej 1. Dlatego, niezależnie od dążenia do zmniejszenia stratności

elementów, poszukujemy środków uniezależniających dokładność przekształcenia od strat energetycznych. Uzyskuje się to w układzie złożonym z dwóch wzajemnie przeciwstawnych dwójników ortogonalnych tak połączonych, aby otrzymać różnicę ich immitancji.

Jeżeli $H_0(s)$ jest immitancją prototypu, wówczas $\frac{1}{H_0(s)}$ jest immitancją prototypu przeciwnego. Tworzymy funkcję:

$$K_0(s) = \frac{1}{2} \left[H_0(s) - \frac{1}{H_0(s)} \right] \quad (48)$$

taką, że dla $s = jn$, $K_0(jn) = j1$.

Zakładając jednorodny rozkład strat w dwójnikach, otrzymujemy:

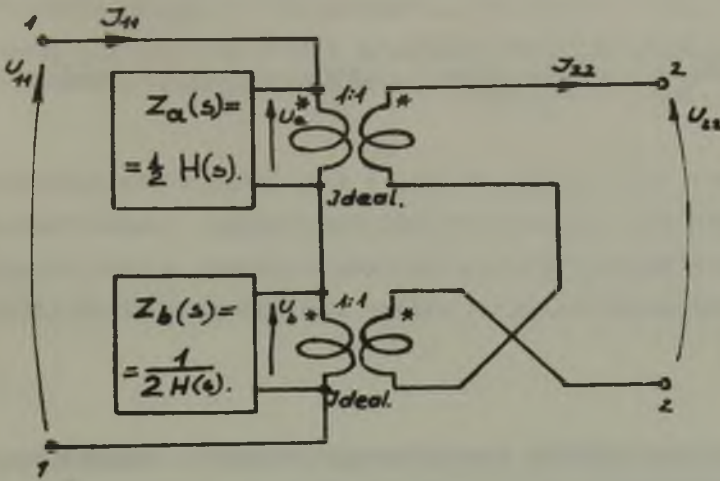
$$\frac{1}{2} \left[H_0(s+d) - \frac{1}{H_0(s+d)} \right] = \frac{1}{2} \left[H(s) - \frac{1}{H(s)} \right] = K_0(s+d) = K(s) \quad (49)$$

Rozwijając $K_0(s+d)$ wokół $s = jn$, otrzymujemy:

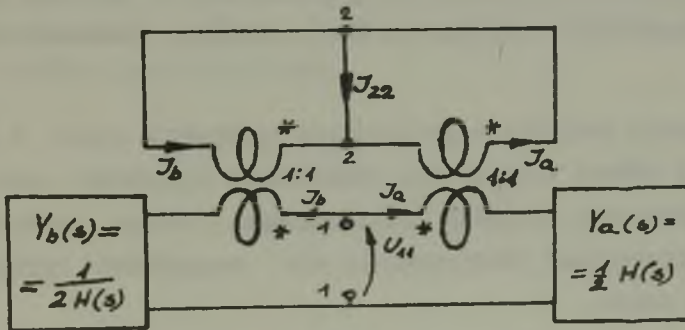
$$\begin{aligned} K(jn) = K_0(jn+d) &= \frac{1}{2} \left[H_0(jn) - \frac{1}{H_0(jn)} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{dH_0(s)}{ds} + \frac{\frac{dH_0(s)}{ds}}{H^2(s)} \right]_{s=jn} \cdot d + \\ &+ \frac{1}{4} \left[\frac{d^2 H_0(s)}{ds^2} + \frac{\frac{d^2 H_0(s)}{ds^2} H^2(s) - \frac{dH_0(s)}{ds} \cdot 2H_0(s) \cdot \frac{dH_0(s)}{ds}}{H_0^4(s)} \right]_{s=jn} \cdot d^2 + \\ &= j1 - \frac{1}{2} j \left[H_0'(jn) \right]^2 \cdot d^2 + \dots \approx j1. \end{aligned} \quad (50)$$

Część rzeczywista funkcji $K(s)$ dla poszczególnych harmonicznych jest więc, przy zachowaniu jednorodnego rozkładu strat, pomijalnie mała.

Zauważmy, że funkcję $K(s)$ realizują czwórniki o strukturze jak na rys. 4 i 5.



Rys. 4



Rys. 5

Istotnie przy otwartych zaciskach 2-2

$$\frac{U_{22}(s)}{J_{11}(s)} = \frac{U_a(s) - U_b(s)}{J_{11}(s)} = [Z_a(s) - Z_b(s)] = K(s) \quad (5)$$

Podobnie, dla układu: (rys. 5)

otrzymamy:

$$\frac{J_{22}(s)}{U_{11}(s)} = \frac{J_a(s) - J_b(s)}{U_{11}(s)} = [Y_a(s) - Y_b(s)] = K(s) \quad (52)$$

Oczywiście w obu układach z rys. 4 i 5, jeden z transformatorów może być usunięty, zaś indukcyjność pozostałego transformatora może być wprowadzona do wnętrza dwójnika, wybranego w ten sposób, aby jego pierwszym elementem od strony zacisków była cewka indukcyjna.

Wnioski

1. Błąd przekształcenia rzeczywistego dwójnika ortogonalnego jest proporcjonalny do pierwiastka z sumy kwadratów mocy czynnej i mocy deformacji dwójnika.
2. Warunkiem wystarczającym dla znikania mocy deformacji jest równość impedancji dwójnika dla każdej harmonicznej sygnału.
3. Konstrukcja dwójnika o jednorodnym rozkładzie strat i mocy deformacji równej zeru wymaga znalezienia algorytmu syntezy takiego prototypu dwójnika ortogonalnego, którego pochodna funkcji reaktancyjnej przyjmowałaby dla wszystkich harmonicznych wartość stałą.
4. Gdy stratność rzeczywistych elementów reaktancyjnych nie pozwala uzyskać wymaganej dokładności przekształcenia, można ją radykalnie zwiększyć przez różnicowe połączenie dwóch jednorodnych, ortogonalnych dwójników przeciwstawnych.

LITERATURA

- [1] Nowomiejski Z.: Uogólniona metoda symboliczna. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 20, Gliwice 1966.
- [2] Czarnecki L.: Synteza modelu przekształcenia Hilberta. Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1969.

СИНТЕЗ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ
РЕАКТАНСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Р е з ю м е

В статье рассмотрен синтез ортогональных двухполюсников, учитывающий энергетические потери действительных реактансных элементов, сформулировано условие преобразования двухполюсника и указано его отношение к активной мощности и мощности деформации. Определено условие достаточное для погашения мощности деформации и представлен метод редуцирования влияния энергетических потерь на ошибку преобразования.

SYNTHESIS OF ORTHOGONAL ONE-PORTS FROM
REAL REACTANCE ELEMENTS

S u m m a r y

In this article the synthesis of orthogonal one-ports was discussed with regards to the energetic losses of real reactance elements, and determined the transformation error of one-ports and its relation to both active and deformation power. The sufficient condition for deformation power elimination was calculated and a method of reduction of influence of energetic losses on orthogonal one-ports transformation error presented.