

ZBIGNIEW BORTLICZEK

Katedra Technologii Urządzeń Automatyki

OPIS MATEMATYCZNY

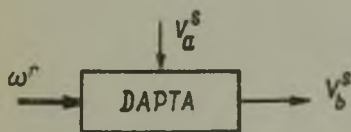
DWUFAZOWEJ PRĄDNICY ASYNCHRONICZNEJ
Z WIRNIKIEM KLATKOWYM LUB PUSZKOWYM

Streszczenie. Równania różniczkowe dwufazowej maszyny asynchronicznej, wyprowadzone w [1], przekształca się do postaci umożliwiającej obliczanie transmitancji operatorowych dwóch typów maszyny, wykorzystywanych w układach automatyki jako prądnice tachometryczne i mierniki przyspieszenia kątownego.

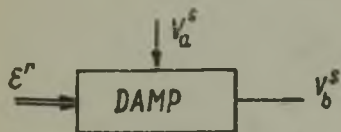
1. Równania wyjściowe

A. Dwufazowa prądnica asynchroniczna (dalej - DAP) wykorzystywana jest w układach automatyki jako:

- prądnica tachometryczna,
- miernik przyspieszenia kątownego (akcelerometr).



a.



b.

Dwufazowa asynchroniczna prądnica tachometryczna (DAPTA) realizuje pomiar prędkości kątownej, tj. przetwarza prędkość kątową na napięcie elektryczne (rys. 1a). Podobnie dwufazowy asynchroniczny miernik przyspieszenia kątownego (DAMP) przetwarza przyspieszenie kątowne na napięcie elektryczne (rys. 1b). Różnica tkwi w typie źródła, z którego zasilane jest uzwojenie wzbudzenia DAP: w przypadku DAPTA jest to źródło na-

Rys. 1

pięcia sinusoidalnie zmiennego, w przypadku DAP - źródło napięcia stałego.

Zgodnie z powyższym DAP rozpatrywana będzie dalej w dwóch możliwych przypadkach działania:

- jako DAP ze wzbudzeniem prądu zmiennego (DAPTA),
- jako DAP ze wzbudzeniem prądu stałego (DAMP).

W obu przypadkach punktem wyjścia będą równania (52), wyprowadzone w [1]. Równania te można uprościć uwzględniając okoliczność typową dla pracy DAP w układach automatyki. Można tu mianowicie założyć, że uzwojenie wyjściowe DAP nie jest obciążone. Wynika to z faktu, że impedancja wejściowa obwodów, które załączone są na zaciski uzwojenia wyjściowego DAP (obwody wejściowe demodulatorów lub wzmacniaczy) w większości przypadków jest znacznie większa od impedancji wyjściowej uzwojenia. Dopuszczalne jest w związku z tym następujące założenie dodatkowe *):

$$i_b^s = 0 \quad (1)$$

W rezultacie:

$$i_{dq} = C^{-1} \cdot i_{ab} = C_t \cdot i_{ab} = \begin{bmatrix} i_d^s \\ 0 \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (2)$$

lub

$$i_q^s = 0 \quad (3)$$

* Por. DODATEK do niniejszej pracy, zawierający wykaz ważniejszych oznaczeń.

B. Z kolei należy prześledzić konsekwencje warunku (3) w równaniach wyjściowych DAM. W tym celu dokonana zostanie transformacja Stanley'a zmiennych w równaniu (11) [1], które przyjmie teraz postać:

$$i_{dq} = C^{-1} \cdot (L_{ab})^{-1} \cdot C \cdot \psi_{dq} = C_t \cdot (L_{ab})^{-1} \cdot C \cdot \psi_{dq} = (L_{dq})^{-1} \cdot \psi_{dq} \quad (4)$$

gdzie:

$$(L_{dq})^{-1} = C_t \cdot (L_{ab})^{-1} \cdot C = \begin{bmatrix} 1/\sigma L_a^s & 0 & -k_a^s/\sigma L^r & 0 \\ 0 & 1/\sigma L_b^s & 0 & -k_b^s/\sigma L^r \\ -k_a^s/\sigma L^r & 0 & 1/\sigma L^r & 0 \\ 0 & -k_b^s/\sigma L^r & 0 & 1/\sigma L^r \end{bmatrix} \quad (5)$$

Zgodnie z (4):

$$i_q^s = \frac{1}{\sigma L_b^s} \cdot \psi_q^s - \frac{k_b^s}{\sigma L^r} \psi_q^r = 0 \quad (6)$$

skąd ostatecznie:

$$\psi_q^s = k_b^s \cdot \frac{L_b^s}{L^r} \cdot \psi_q^r = k_b^r \cdot \psi_q^r \quad (7)$$

Podstawiając (6) do równania drugiego i czwartego w układzie równań (52) [1] uzyskuje się:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_q^S &= \mathbf{k}_b^R \cdot D\psi_q^R \\ 0 &= -n \cdot \omega^R \cdot \psi_d^R + \left(\frac{1}{\delta\tau^R} + D \right) \cdot \psi_q^R \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Jeżeli z kolei w równaniach (52) [1] uwzględnić zależności (8), a następnie przenieść wielkość \mathbf{v}_q^S jako niewiadomą na prawą stronę, to w wyniku końcową postać równań wyjściowych DAP zapisać można następująco:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_d^S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\delta\tau^S)+D & 0 & -\mathbf{k}_a^R/\delta\tau^S & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \mathbf{k}_b^R D \\ -\mathbf{k}_a^S/\delta\tau^R & 0 & (1/\delta\tau^R)+D & n\omega^R \\ 0 & 0 & -n\omega^R & (1/\tau^R)+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d^S \\ \mathbf{v}_q^S \\ \psi_d^R \\ \psi_q^R \end{bmatrix} \quad (9)$$

C. Równania (9), które w ogólnym przypadku $\omega^R = \text{var}$ są równaniami nieliniowymi, można zlinearyzować dla małych przyrostów wielkości wejściowej. Przyrostowi wielkości wejściowej towarzyszy przyrost wszystkich zmiennych, co dla DAPTA i DAMP - zgodnie z rys. 1 - zapisać można następująco:

- jeżeli:

$$\omega^R = \omega_o^R + \Delta\omega^R$$

przy

$$\mathbf{v}_d^S = \mathbf{v}_{do}^S + \Delta\mathbf{v}_d^S$$

(10)

to:

$$\left. \begin{aligned} \psi_d^S &= \psi_{do}^S + \Delta\psi_d^S & \psi_d^R &= \psi_{do}^R + \Delta\psi_d^R \\ \psi_q^S &= \psi_{qo}^S + \Delta\psi_q^S & \psi_q^R &= \psi_{qo}^R + \Delta\psi_q^R \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

oraz:

$$v_q^S = v_{qo}^S + \Delta v_q^S$$

Podstawiając zależności (10) do równań (9) i odrzucając iloczyny przyrostów uzyskuje się następujący podwójny układ równań wyjściowych DAP:

$$\begin{bmatrix} v_{do}^S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^S)+D & 0 & -k_a^R/\sigma\tau^S & 0 \\ 0 & -1 & 0 & k_b^R D \\ -k_a^S/\sigma\tau^R & 0 & (1/\sigma\tau^R)+D & n\omega_o^R \\ 0 & 0 & -n\omega_o^R & (1/\tau^R)+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^S \\ v_{qo}^S \\ \psi_{do}^R \\ \psi_{qo}^R \end{bmatrix} \quad (11)$$

oraz:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -n\psi_{qo}^R \Delta\omega^R \\ n\psi_{do}^R \Delta\omega^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^S)+D & 0 & -k_a^R/\sigma\tau^S & 0 \\ 0 & -1 & 0 & k_b^R D \\ -k_a^S/\sigma\tau^R & 0 & (1/\sigma\tau^R)+D & n\omega_o^R \\ 0 & 0 & -n\omega_o^R & (1/\tau^R)+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\psi_d^S \\ \Delta v_q^S \\ \Delta\psi_d^R \\ \Delta\psi_q^R \end{bmatrix} \quad (12)$$

przy czym równania (11) opisują stan ustalony DAP, zaś (12) - stan nieustalony wywołany małym przyrostem wielkości wejściowej.

2.2. DAP ze wzbudzeniem prądu zmiennego

A. Stan ustalony DAPTA opisuje układ równań różniczkowych liniowych (11), w których

$$\omega_0^r = \text{const} \quad (13)$$

wobec czego współczynniki przy zmiennych są stałe. Ponadto - zgodnie z zależnościami (37) i (39) [1] - funkcja wymuszająca

$$v_{do}^s = v_{ao}^s \quad (14)$$

przedstawia bezpośrednio napięcie wzbudzające DAPTA. Na tej samej podstawie napięcie wyjściowe DAPTA

$$v_{qo}^s = v_{bo}^s \quad (15)$$

Zakładając, że napięcie wzbudzające DAPTA wyraża zależność:

$$v_{ao}^s = |v_{ao}^s| \cdot \sin(\omega t + \psi) = \text{Im}\{v_{ao}^s \cdot e^{j\omega t}\} \quad (16)$$

gdzie:

$$v_{ao}^s = |v_{ao}^s| \cdot e^{j\psi} \quad (17)$$

równania wyjściowe DAPTA przepisać można - po uwzględnieniu (13), (14) i (16) - następująco:

$$\text{Im} \begin{bmatrix} v_{ao}^s \cdot e^{j\omega t} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^s)+D & 0 & -k_a^r/\sigma\tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & k_o^r D \\ -k_a^s/\sigma\tau^r & 0 & (1/\sigma\tau^r)+D & n\omega_o^r \\ 0 & 0 & -n\omega_o^r & (1/\tau^r)+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \quad (18)$$

Ponieważ warunek (13) jest spełniony (stan ustalony), rozwiązania układu równań (18) można poszukiwać w postaci:

$$\begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} = \text{Im} \left\{ \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad (19)$$

gdzie: $\psi_{do}^s, v_{bo}^s, \psi_{do}^r, \psi_{qo}^r$ - niewiadome wielkości zespolone.

Podstawiając (19) do (18) i wykonując różniczkowanie przekształcić można układ równań różniczkowych DAPTA w następujący układ równań algebraicznych liniowych:

$$\begin{bmatrix} v_{ao}^s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^s) + j\omega & 0 & -k_a^r/\sigma\tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & j\omega k_b^r \\ -k_a^s/\sigma\tau^r & 0 & (1/\sigma\tau^r) + j\omega & n\omega_o^r \\ 0 & 0 & -n\omega_o^r & (1/\tau^r) + j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \quad (20)$$

Wprowadzając z kolei do (20) parametry względne

$$\left. \begin{aligned} \tau^s &= \omega\tau^s \\ \tau^r &= \omega\tau^r \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

oraz:

$$v_o = \frac{n\omega_o^r}{\omega} \quad (22)$$

równania opisujące stan ustalony DAPTA przepisać można w następującej postaci końcowej:

$$\begin{bmatrix} v_{ao}^s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} (1/T^s)+j & 0 & -k_a^r/6T^s & 0 \\ 0 & -1/\omega & 0 & jk_b^r \\ -k_a^s/T^r & 0 & (1/T^r)+j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1/T^r)+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \quad (23)$$

B. Pracę DAPTA w stanie nieustalonym, wywołanym przez mały przyrost prędkości kątowej $\Delta\omega^r$ opisuje układ równań (12). Biorąc pod uwagę że lewą stronę równań (12) - zgodnie z (19) - przedstawia zależność:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m\psi_{qo}^r \Delta\omega^r \\ n\psi_{do}^r \Delta\omega^r \end{bmatrix} = \text{Im} \left\{ r \Delta v^r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{qo}^r \\ \psi_{do}^r \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} \quad (24)$$

gdzie:

ψ_{do}^r, ψ_{qo}^r - wielkości zespolone, które można obliczyć przy pomocy równań (23),

$\Delta\omega^r$ - przyrost prędkości kątowej dowolnie zmienny w czasie,

a niewiadoma Δv_q^s po stronie prawej, zgodnie z (37) i (39) [1] jest równa:

$$\Delta v_q^s = \Delta v_b^s \quad (25)$$

równania (12) przepisać można w postaci następującej:

$$\operatorname{Im} \left\{ n_a \Delta a^r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{q0}^r \\ \psi_{d0}^r \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^s)+D & 0 & -k_a^r/\sigma\tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & k_b^r D \\ -k_a^s/\sigma\tau^r & 0 & (1/\sigma\tau^r)+D & n_a \delta_0^r \\ 0 & 0 & -n_a \delta_0^r & (1/\tau^r)+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s \\ \Delta v_b^s \\ \Delta \psi_d^r \\ \Delta \psi_q^r \end{bmatrix} \quad (26)$$

Ponieważ w dalszym ciągu zachodzi (13), można z kolei założyć, że rozwiązania układu równań (26) wyrażają zależności:

$$\begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s \\ \Delta v_b^s \\ \Delta \psi_d^r \\ \Delta \psi_q^r \end{bmatrix} = \operatorname{Im} \left\{ \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s(t) \\ \Delta v_b^s(t) \\ \Delta \psi_d^r(t) \\ \Delta \psi_q^r(t) \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} \quad (27)$$

gdzie: $\Delta \psi_d^s(t)$, $\Delta v_b^s(t)$, $\Delta \psi_d^r(t)$, $\Delta \psi_q^r(t)$ - niewiadome o b w i e d -
n i e przebiegów sinusoidalnych w postaci zespolonej [2].

Podstawiając (27) do (26) i wykonując różniczkowania otrzymuje się wynik następujący:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -n\psi_{q_0}^r \Delta \omega^r \\ n\psi_{d_0}^r \Delta \omega^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^s) + D + j\omega & 0 & -k_a^r / \sigma\tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & (D + j\omega)k_b^r \\ -k_a^s / \sigma\tau^r & 0 & (1/\sigma\tau^r) + D + j\omega & n\omega_b^r \\ 0 & 0 & -n\omega_b^r & (1/\tau^r) + D + j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s(t) \\ \Delta v_b^s(t) \\ \Delta \psi_d^r(t) \\ \Delta \psi_q^r(t) \end{bmatrix}$$

Jeżeli teraz założyć, że transformaty Laplace'a wszystkich zmiennych po lewej i prawej stronie równania (28) istnieją, to postać operatorową równań (28) uzyskuje się kładąc $D \hat{=} p$. Rezultat będzie następujący:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -n\psi_{q_0}^r \Delta \omega^r(p) \\ n\psi_{d_0}^r \Delta \omega^r(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma\tau^s) + p + j\omega & 0 & -k_a^r / \sigma\tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & (p + j\omega)k_b^r \\ -k_a^s / \sigma\tau^r & 0 & (1/\sigma\tau^r) + p + j\omega & n\omega_b^r \\ 0 & 0 & -n\omega_b^r & (1/\tau^r) + p + j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s(p) \\ \Delta v_b^s(p) \\ \Delta \psi_d^r(p) \\ \Delta \psi_q^r(p) \end{bmatrix}$$

Podobnie jak w A. równania (29) można przekształcić do postaci wygodnej dla dalszych obliczeń jeżeli do (29) wprowadzić parametry względne (21) i (22). Uwzględniając ponadto, że:

$$\Delta v = \frac{n_s \Delta \omega^r}{\omega} \quad (30)$$

oraz

$$s = \frac{p}{\omega} \quad (31)$$

układ równań opisujących stan nieustalony DAPTA przedstawić można w następującej postaci końcowej:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{q0}^r \Delta v(s) \\ \psi_{d0}^r \Delta v(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/6T^B) + s + j & 0 & -k_a^r / 6T^B & 0 \\ 0 & -1/\omega & 0 & (s+j)k_b^r \\ -k_a^B / 6T^R & 0 & (1/6T^R) + s + j & v_0 \\ 0 & 0 & -v_0 & (1/T^R) + s + j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^B(s) \\ \Delta v_b^B(s) \\ \Delta \psi_d^R(s) \\ \Delta \psi_q^R(s) \end{bmatrix}$$

2.3. DAP ze wzbudzeniem prądu stałego

A. W pierwszej kolejności rozpatrzona zostanie praca DAMP w przypadku gdy prędkość kątowna wirnika

$$\omega^R = \omega_0^R = \text{const} \quad (33)$$

tj. w przypadku, gdy przyspieszenie kątowe części wirujących maszyny

$$\xi^R = D\omega^R = 0 \quad (34)$$

Nie jest to - ściśle biorąc - stan ustalony DAMP^{*}). Zjawiska elektromagnetyczne, zachodzące wówczas w maszynie opisuje jednak w związku z warunkiem (33) - układ równań różniczkowych liniowych (11).

Jeżeli w układzie równań (11) uwzględnić, że uzwojenie wzbudzenia DAMP zasilane jest napięciem stałym - co można zapisać w postaci warunku

$$v_{d0}^S = v_{a0}^S = v_{a0}^S = \text{const} \quad (35)$$

^{*} Stan ustalony DAMP można zdefiniować jako stan, w którym wartość ustaloną osiąga przyspieszenie kątowe, a nie prędkość kątowna.

okaże się, że szukane zmienne

$$\begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{qo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} = \text{const} \quad (36)$$

wobec czego - formalnie - w równaniach (11) $D \hat{=} 0$. Wprowadzając z kolei do (11) parametry względne (21) i (22)^{*} uzyskuje się ostatecznie następujący układ równań algebraicznych liniowych, opisujących pracę DAMP w założonych warunkach:

$$\begin{bmatrix} v_{ao}^s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 1/6T^s & 0 & -k_a^r/6T^s & 0 \\ 0 & -1/\omega & 0 & 0 \\ -k_a^s/6T^r & 0 & 1/6T^r & v_o \\ 0 & 0 & -v_o & 1/T^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^s \\ v_{bo}^s \\ \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \quad (37)$$

B. Stan nieustalony DAMP wywołuje - zgodnie z założeniem mały przyrost prędkości kątowej wirnika $\Delta\omega^r$. Przyspieszenie kątowe wirnika $\Delta\omega^r$ jest w tym przypadku różne od zera.

Zjawiska elektromagnetyczne w maszynie opisuje teraz - podobnie jak w przypadku DAPTA - układ równań różniczkowych liniowych (12). Zakładając, że transformaty Laplace'a wszystkich zmiennych po lewej i pra-

^{*} Wprowadzenie parametrów względnych jest tu operacją czysto formalną, zastosowaną w celu ujednoczenia zapisu równań korowych rozpatrywanych typów DAP.

wej stronie równań (12) istnieją oraz kładąc $D \hat{=} p$, wprowadzając następnie do (12) parametry względne (21), (22), (30), (31) i uwzględniając (36) uzyskać można następujący układ równań różniczkowych DAMP w postaci operatorowej:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{qo}^r \Delta V(s) \\ \psi_{do}^r \Delta V(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\delta T^s)+s & 0 & -k_a^r/\delta T^s & 0 \\ 0 & -1/\omega & 0 & k_b^r s \\ -k_a^s/T^r & 0 & (1/\delta T^r)+s & \nu_o \\ 0 & 0 & -\nu_o & (1/T^r)+s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_d^s(s) \\ \Delta V_b^s(s) \\ \Delta \psi_d^r(s) \\ \Delta \psi_q^r(s) \end{bmatrix} \quad (38)$$

C. Porównując równania (32), opisujące stan równowagi dynamicznej DAPTA, z równaniami (38) DAMP stwierdzić można następującą różnicę formalną: w równaniach (38) występują transformaty funkcji rzeczywistych zmiennej t (operator s), w równaniach (32) natomiast - transformaty funkcji zespolonych zmiennej t [operator $(s+j)$].

Przyczyna powyższego wyniku z zasady działania DAP w obu przypadkach, tkwi mianowicie w typie źródła, z którego zasilane jest uzwojenie wzbudzenia DAPTA (napiecie sinusoidalnie zmienne) i DAMP (napiecie stałe).

LITERATURA

- [1] BORTLICZEK Z.: Opis matematyczny dwufazowej maszyny asynchronicznej z wirnikiem klatkowym lub puszkowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka, 1971, z. 17.
- [2] BORTLICZEK Z.: Właściwości dynamiczne dwufazowych maszyn asynchronicznych z wirnikiem puszkowym. Rozprawa doktorska. Gliwice 1969.

Przyjęto do druku w październiku 1970 r.

DODATEK

Wykaz ważniejszych oznaczeń

a	- wartość chwilowa,
A	- macierz kwadratowa,
A_t	- macierz transponowana względem A ,
A^{-1}	- macierz odwrotna względem A ,
$A = A e^{j\alpha}$	- liczba zespolona,
A^*	- liczba zespolona sprzężona z A ,
t	- czas,
$D = d/dt$	- operator Heaviside'a,
v	- napięcie elektryczne,
i	- prąd elektryczny,
ψ	- liniozwoje,
f	- częstotliwość,
$\omega = 2\pi f$	- pulsacja,
n	- liczba par biegunów fazy DAP,
z	- liczba zwojów fazy DAP,
R	- rezystancja,
L	- indukcyjność,
k	- współczynnik sprzężenia magnetycznego,
σ	- współczynnik rozproszenia magnetycznego,
T	- stała czasowa,
$T = \omega T$	- względna stała czasowa,
Θ	- kąt obrotu wirnika DAP,
$\omega^r = D\Theta$	- prędkość kątowna wirnika DAP,
$\varepsilon^r = D\omega^r$	- przyspieszenie kątowne wirnika DAP,
$v = n\omega^r/\omega$	- względna prędkość kątowna wirnika DAP.

Indeksy przy wielkościach dotyczą:

górne: s - stojana,

r - wirnika,

- dolne: a - uzwojenia DAP rzeczywistej w osi a,
b - uzwojenia DAP rzeczywistej w osi b,
d - uzwojenia DAP w osi a po transformacji,
q - uzwojenia DAP w osi b po transformacji,
o - stam ustalonego.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДВУХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА
С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ ИЛИ ПОЛЫМ РОТОРОМ

Р е з ю м е

Дифференциальные уравнения двухфазной асинхронной машины, даны в [1], преобразуются к форме удобной для расчета передаточной функции двух типов машины, применяемых в системах автоматического регулирования как тахогенераторы и акселерометры.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF TWO-PHASE ASYNCHRONOUS GENERATOR
WITH SQUIRREL-CAGE OR DRAG-CUP ROTOR

S u m m a r y

Differential equations of two-phase asynchronous machine introduced in [1] are transformed into the form which allows to compute transfer function of two types of machines, used in automatic control systems as tachogenerators and angular acceleration measurers.