Sammlung Göschen

Technische Wärmelehre (Thermodynamik)

Von

K. Walther und M. Röttinger

Mit 54 Figuren



222



Balter de Grugter & Co. vormals S. 3. Sösichen'sche Bertagschandlung - 3. Suttentag, Bertagsbuchhandlung - Georg Relmer - Rari 3. Trübner - Beit & Comp. Berlin B. 10 und Leipzig

Zwed und Ziel der "Sammlung Göschen" ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und überschrliche Einstührung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, foll jedes Bandchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bandchen in innerem Zusammenhange miteinander, so daß das Ganze, wenn es vollendet vorliegt, eine einheitliche, spstematische Darstellung unferes gesamten Bissens bilden dürfte.

Lusführliche Berzeichniffe der bisher erschienenen Bände umsonst und postfrei

Maschinenbautechnische Bibliothek

aus der Sammlung Göschen

Praktisches Maschinenzeichnen mit Einführung in die Maschinenlehre von Ing. R. Schlifner und Prof. DiplIng. W. Tochtermann.	
I. Das Maschinenzeichnen. Zeichnen nach Vorlage und Zeichnen nach Modell. Mit 68 Tafeln I. Dis wichtigten Modell. Mit 68 Tafeln	Nr. 589
konstruktiver Hinsicht. Mit 61 Tafeln	Nr. 590
spielen für das Selbsistudium und den praktischen Ge-	
Maschinenmeßkunde von Dr. Ing. L.Zipperer. Mit 98 Abb.	Nr. 3 Nr. 880
Metallurgie von Dr. August Geltz. 2 Bönde. Mit 21 Fig. Nr. Technische Wärmelehre (Thermodynamik) von	313, 314
K. Walther und M. Röttinger, DiplIng. Mit 54 Figuren. Mechanische Technologie von Geh. Hofrat Professor	Nr. 242
A. Lüdicke. 2 Bande	340, 341
Kraft- u. Kältemaschinen v. DiplIng. M. Röffinger. Mit 73 Figuren	Nr. 2
Die Kalkulation im Maschinenbau von Ingenieur H. Bethmann. Mit 61 Figuren	Nr. 486
technik von Ing. Prof. Hermann Wilda. Mit 13 Figuren.	Nr. 476
spielen für das Selbsistudium und den praktischen Ge-	
I. Wärmetheoretische und dampftechnische Grund-	
II. Bau und Betrieb der Dampímaschinen. Mit 109 Fig.	Nr. 8 Nr. 572
für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von	
I. Kesselsysteme und Feuerungen. Mit 43 Figuren	Nr. 9
Die Gasmaschinen und Olmaschinen. Kurzgefabte	NF. 521
Ing. A. Kirschke. 2 Bande. Mit vielen Figuren Nr.	316, 651
E. Treiber.	NI- 544
I. Die Überdruckturbinen. Die Wasserkraftanlagen.	Nr. 541
	141. 342

 Die zweckmäßigste Betriebskraft von ObIngenieur Friedrich Barth. I. Einleitung. Dampfkraftanlagen. Verschiedene Kraft- maschinen. Mit 27 Figuren. Nr. 224 II. Gas., Wasser- und Windkraft-Anlagen. Mit 31 Figuren. Nr. 225 III. Elektromotoren. Betriebskostentabellen. Graphische Darstellungen. Wahl der Betriebskraft. Mit 27 Figuren Nr. 474 Eisenbahnfahrzeuge von Oberingenieur H. Hinnenthal. I. Die Dampflokomotiven. Mit 89 Figuren und 2 Tafein Nr. 107 II. Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Neu bearbeitet von Ad. Wolff. Mit 56 Figuren im Text und 3 Tafein Nr. 108 Luftschiffahrt von Professor DiplIng. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren Nr. 842 Flugtechnik von Prof. DiplIng. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rudolf Vogdi. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Die Herstellung von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren Nr. 561 III. Hobel., Shaping- und Stofmaschinen. Dise Herstellung von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 36 Figuren Nr. 548 Die Geienstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Dände. Mit 129 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Drol. Jing. Fr. Sallinger. 2 Dände. Mit 129 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Drol. Jing. Fr. Sallinger. 2 Dände. Mit 129 Figuren Nr. 678 Die Freßluftwerkzeuge von DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Dände. Mit 129 Figuren Nr. 678 Die Freßluctwerzeuge von DiplIng. Rit 38 Fig. Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von Dr. Ing. A. Schwai	Die Dampfturbinen, ihre Wirkungsweise und Konstruk- tion von Prof. DiplIng. Const. Zietemann. 3 Bände. Mit zahlreichen Figuren	15, 716
 h. Enlichtig. Dampkreitenlangen. Verschiedene Krein- maschlune. Mit 27 Figuren. Nr. 225 III. Elektromotoren. Betriebskostentabellen. Graphische Darstellungen. Wahl der Betriebskoraft. Mit 27 Figuren Nr. 474 Eisenbahnfahrzeuge von Oberingenieur H. Hinnenthal. I. Die Dampflokomotiven. Mit 89 Figuren und 2 Tafeln Nr. 107 III. Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Neu bearbeitet von Ad. Wolff. Mit 56 Figuren im Text und 3 Tafeln Nr. 108 Luftschiffahrt von Professor DiplIng. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren . Nr. 842 Flügtechnik von Prof. DiplIng. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagten. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rodolf Vogdt. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschlnen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bände. Mit vielen Figuren . Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilde. Mit 125 Figuren . Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilde. Mit 139 Figuren . Nr. 561 I. Die Mechanismen der Verkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren . Nr. 562 III. Hobel, Shaping- und Stofmaschinen. Stägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 541 Gleftereimaschinen von DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bände. Mit 129 Figuren . Nr. 542 Bie Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. 548 Die Gleichstrommaschine von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren . Nr. 678 Die Frefluctftwerkzeuge von DiplIngenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 678 Die Heumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren . Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir	Die zweckmäßigste Betriebskraft von ObIngenieur Friedrich Barth.	
 Darstellungen. Wahl der Betricbskraft. Mit 27 Figuren Nr. 474 Eisenbahndahrzeuge von Oberingenieur H. Hinnenthal. I. Die Dampflokomotiven. Mit 89 Figuren und 2 Tafeln Nr. 107 II. Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Neu bearbeitet von Ad. Wolff, Mit 56 Figuren im Text und 3 Tafeln Nr. 108 Luftschiffahrt von Professor Dipl.ing. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren . Nr. 842 Flügtechnik von Prof. Dipl.ing. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagten. Ein kurzer Überblick von Dipl.ing. Rudolf Vogdt. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von Dipl.ing. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Verkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 125 Figuren Nr. 562 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Sägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. Dipl.ing. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. Dipl.ing. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. Dipl.ing. Fr. Sallinger. Mr. 548 Die Gleichstrommaschine von Drol. Ing. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Freßluftwerkzeuge von Dipl.ing. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Beumaschinen von Ingenieur Pr. Hits. Mit 32 Figuren Nr. 678 Die Beumaschinen von Dipl.ing. Fr. Sallinger. Nr. 678 Die Beumaschinen von Ingenieur P. Hits. Mit 32 Figuren Nr. 678 Die Hertische Förderanlagen von Dr.ing. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Beumaschinen von Ingenieur P. Hits. Mit 32 Figuren Nr. 678 Die Hertische Förderanlagen von Dr.ing. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 670 Die Lektrische Förderanlagen von Dr.ing.	maschinen. Mit 27 Figuren	Nr. 224 Nr. 225
 Eisenbahnfahrzeuge von Oberingenieur H. Hinnenthal. I. Die Dampflokomotiven. Mit 89 Figuren und 2 Tafeln Nr. 107 II. Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Neu bearbeitet von Ad. Wolff, Mit 56 Figuren im Text und 3 Tafeln Nr. 108 Luftschiffahrt von Professor Dipling. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren . Nr. 842 Flugtechnik von Prof. Dipling. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagten. Ein kurzer Überblick von Dipling. Rudolf Vogdt. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von Dipling. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren . Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren . Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren . Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Stegen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 542 Gieflereimaschinen von Dipling. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren . Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren . Nr. 678 Die Freßlucktweise von DiplIngenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 678 Die Bumaschinen von DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 36 Figuren . Nr. 678 Die Bumaschinen von DiplIng. Fr. Sallinger. Nr. 678 Die Bumaschinen von Ingenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 678 Die Bumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren . Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 705, 706 	Darstellungen. Wahl der Betriebskraft. Mit 27 Figuren	hr. 474
 Jufischiffahrt von Professor DiplIng. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren . Nr. 842 Flugtechnik von Prof. DiplIng. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rudolf Vogdt. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren . Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallhearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbönke. Die Frösmaschinen. Mit 339 Figuren . Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellug von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren . Nr. 562 III. Hobel, Shaping- und Stoßmaschinen. Sägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren . Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit 150 Figuren . Nr. 678 Die Freßluftwerkzeuge von DiplIngenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 678 Die Bereßlugtwei DiplIng. Fr. Sallinger. Nr. 678 Die Berefiltwerkzeuge von DiplIngenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 678 Die Berefiltwerkzeuge von DiplIngenieur P. Hits. Mit 82 Figuren . Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 705, 706 	Eisenbahnfahrzeuge von Oberingenieur H. Hinnenthal, I. Die Dampflokomotiven. Mit 89 Figuren und 2 Tafeln M II. Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Neu bearbeitet won Ad Wolff. Mit 66 Figuren im Tart und 4 Tafeln M	Nr. 107
Flugtechnik von Prof. DiplIng. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. Nr. 841 Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rudolf Vogdt. Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Die Herstellung von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren Nr. 562 III. Hobel-, Shaping- und Stoßmaschinen. Sögen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 821 Gießereimaschine von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Drof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 38 Figuren Nr. 678 Die Freßluftwerkzeuge von DiplIngeneiter P. Iltis. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Baumaschinen von DiplIngeneiter P. Iltis. Mit 32 Figuren Nr. 670 Die Baumaschinen von DiplIngeneiter P. Iltis. Mit 32 Figuren Nr. 670 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Übungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren Nr. 705, 706	Luftschiffahrt von Professor DiplIng. C. Eberhardt. Mit 38 Figuren	Nr. 842
Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rudolf Vogdt, Mit 87 Fig. Nr. 290 Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren . Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 339 Figuren . Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren	Flugtechnik von Prof. DiplIng. C. Eberhardt. Mit 62 Fig. N	Nr. 841
Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren Nr. 407-409 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbönke. Die Frösmaschinen. Mit 339 Figuren. Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren	Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen. Ein kurzer Überblick von DiplIng. Rudolf Vogdi. Mit 87 Fig. 1	Nr. 290
 Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren . Nr. 582 Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 395 Figuren. Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren . Nr. 562 III. Hobel-, Shaping- und Stoßmaschinen. Sägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 821 Gießereimaschine von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 30 Figuren . Nr. 678 Die Baumaschinen von DiplIngenleur P. Iltis. Mit 42 Figuren . Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenleur Joh. Körting. Mit 130 Figuren . Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Cerl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 705, 706 	Die landwirtschaftlichen Maschinen von DiplIng. Karl Walther. 3 Bönde. Mit vielen Figuren	7409
Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda. I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 339 Figuren. Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren Nr. 562 III. Hobel-, Shaping- und Stoßmaschinen. Sågen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 821 Gießereimaschinen von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bände. Mit 129 Figuren Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 38 Fig. Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren	Die Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 125 Figuren	Nr. 582
 I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 339 Figuren. Nr. 561 II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren Nr. 562 III. Hobel-, Shaping- und Stoßmeschinen. Sögen und Scheren. Antrieb und Kraftbederf. Mit 98 Figuren Nr. 821 Gießereimaschinen von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren . Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Prefiluftwerkzeuge von DiplIngenleur P. Iltis. Mit 82 Figuren Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenleur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Übungsbuch von Dif. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren	Die Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung von Ingenieur Professor Hermann Wilda.	
 von Zahnrädern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren	I. Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 339 Figuren. N II. Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Herstellung	Nr. 561
III. Hobel, Shaping- und Stoßmeschinen. Sägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren Nr. 821 Gießereimaschinen von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren. Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 38 Fig. Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Prefiluftwerkzeuge von DiplIngenleur P. litis. Mit 82 Figuren Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenleur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Übungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren Nr. 705, 706	von Zahnrödern auf Werkzeugmaschinen. Mit 128 Figuren	Nr. 562
Gießereimaschinen von DiplIng. Emil Treiber. Mit 51 Fig. Nr. 548 Die Gleichstrommaschine von Prof.DiplIng.Fr.Sallinger. 2 Bönde. Mit 129 Figuren Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Nr. 678 Die Preßluftwerkzeuge von DiplIngenieur P. litis. Nr. 678 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Nit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde.	III Hobel-, Shaping- und Stoßmaschinen. Sägen und Scheren. Antrieb und Kraftbedarf. Mit 98 Figuren M	Nr. 821
Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. 2 Bände. Mit 129 Figuren. Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine Nr. 257, 881 Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Nr. 678 Die Preßluftwerkzeuge von DiplIngenieur P. Iltis. Nr. 678 Die Preßluftwerkzeuge von DiplIngenieur P. Iltis. Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bände.	Gießereimaschinen von DiplIng. Emil Treiber. Mit5t Fig. N	r. 548
Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 38 Fig. Nr. 912 Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren	Die Gleichstrommaschine von Prof. DiplIng.Fr. Sallinger. 2 Bände. Mit 129 Figuren . Nr. 25	57, 881
Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren Nr. 678 Die Preßluftwerkzeuge von DiplIngenleur P. litis. Mit 82 Figuren Die Baumaschinen von Ingenleur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bände.	Aufgabensammlung über die Gleichstrommaschine mit Lösungen v. Prof. DiplIng. Fr. Sallinger. Mit 38 Fig. N	ir. 912
Die Preßluftwerkzeuge von DiplIngenieur P. Ilits. Mit 82 Figuren Nr. 493 Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren Nr. 702 Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde.	Elektrische Förderanlagen von DrIng. A. Schwaiger. Mit 30 Figuren	lr. 678
Die Baumaschinen von Ingenfeur Joh. Körting. Mit 130 Figuren	Die Preßluftwerkzeuge von Dipl-Ingenieur P. litis. Mit 82 Figuren	lr. 493
Englisch für Techniker. Ein Lese- und Ühungsbuch von Dir. Ing. Carl Volk. 2 Bönde. Mit vielen Figuren . Nr. 705, 706	Die Baumaschinen von Ingenieur Joh. Körting. Mit 130 Figuren	lr. 702
	Englisch für Techniker. Ein Lese- und Übungsbuch von Dir Ing Carl Volk 2 Bände Mit vielen Figuren Nr. 70	5 706

Weitere Bände sind in Vorbereitung

Sammlung Göschen

Technische Wärmelehre

(Thermodynamik)

Von

K.Walther und M. Röttinger Dipl.-Ingenieuren

Mit 54 Figuren

Neudruck



Berlin und Leipzig Vereinigtung wissenschaftlicher Verleger Walter de Gruyter & Co. vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung – J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung – Georg Reimer – Karl J. Tröbner – Veit & Comp.

1022

Dr. M. Puckelyte

Alle Rechte, namentlich das Übersetzungsrecht, von der Verlagshandlung vorbehalten.



Druck von C. O. Röder G. m. b. H. Leipzig. 859022.

2319/14

Inhaltsverzeichnis.

				Seite
Ei	nlei	tun	g • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	7
I.	Abs	chni	tt. Die Wärme eine Energieform	8
	ş	1.	Das Messen der Wärme	8
	Ş	2.	Äquivalenz von Wärme und Arbeit	9
	ş	3.	Die Wärme eine Molekularbewegung	10
	5	4.	Die Zustandsgleichung eines Körpers	11
	ş	Б.	Die innere Energie und die äußere Arbeit	13
			Der I. Hauptsatz einer mechanischen Theorie der	
			Wārme	13
	ş	6.	Endliche Zustandsänderung, die Druckkurve	15
	ş	7.	Verschiedene Arten von Zustandsänderungen	17
	5	8.	Umkehrbare und nicht umkehrbare Prozesse	20
IL	Abso	hni	tt. Die Lehre von den permanenten	
	G	lase	en	21
	9	9.	Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac	21
	ş	10.	Das spezifische Gewicht der Gase und die Konstante R	26
	ş	11.	Die Konstante R _m bei Gasgemischen	27
	ş	12.	Anwendung des I. Hauptsatzes auf die permanenten	
			Gase	31
	ş	13.	Zustandsänderung der Gase bei konstantem Volumen	32
	ş	14.	Zustandsänderung eines Gases bei konstantem Druck	33
	9	15.	Die spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem	
	~		Druck und konstantem Volumen	- 84
	53	16.	Isothermische Zustandsänderung eines Gases	87
	9	17.	Adiabatische Zustandsänderung der Gase	40
	8	13.	Unterschied zwischen isothermischer und adiaba-	
			den permanenten	40
			URS60	43
			*	

Inhaltsverzeichnis.

			Seite
	§ 19.	Die Luft als arbeitender Körper	47
	§ 20.	Allgemeine oder polytropische Zustandsänderung .	52
	\$ 21.	Allgemeiner Kreisprozeß eines permanenten Gases	58
	§ 22.	Carnotscher Kreisprozeß	. 62
	§ 23.	Der II. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie,	
		der Entropiebegriff	66
	§ 24.	Graphische Darstellung der Entropie	69
	§ 25.	Die besonderen Arten der Zustandsänderungen im	
		Spannungs- und Wärmediagramm	71
	§ 26.	Der Carnotsche Prozeß im Wärmediagramm	70
	§ 27.	Gültigkeit des II. Hauptsatzes für alle Körper	70
II.	Abschn	itt. Die Lehre von den Dämpfen	90
	§ 28.	Definition und Arten der Dämpfe	80
	A Da	s Verhalten der gesättigten Dämpfe.	
	Kar	I Zustände gesättigten Dampfes und ihre	
	Trop	Gleichungen.	
	6 99	Bildung des Dampfes unter konstantem Druck .	81
	5 20. 8 20	Mischungsverhältnis von Damnf und Flüssigkeit	83
	- 6 91	Zustandagleichung des gesättigten Dampfes	84
	\$ 32	Beziehung zwischen Druck und Temperatur bei den	
	3 02.	gesättigten Dämpfen	84
	6 33	Beziehung zwischen Druck und Volumen der Grenz-	
	0 001	zustände, die Grenzkurven	85
	\$ 34.	Konstruktion der Grenzkurven für Wasserdampf .	87
	\$ 35.	Beziehung zwischen Druck und Volumen bei den ge-	
	0	sättigten Dämpfen	88
	§ 36.	Beziehung zwischen Temperatur und Volumen, die	
		Clapeyronsche Gleichung	. 89
	Kan I	T. Die Wärmebeziehungen bei den ge-	
	Trop. 1	sättioten Dämpfen.	
	6 07	The Warmomongon hei der Verdempfung	91
	9 37. 6 90	Die warmemengen bei der verdampfung	94
	9 58.	Die Wärmegleichung bei den gesättigten Dämpfer	94
	9 39. 6 40	Die Entropie gesättigten Dampfes das Wärma.	
	3 40.	Die Muchhe ResatuRten Dampies, das Warme	. 97
	8 41	Darstellung der snezifischen Wärmen von Flüssig	
	9 11.	hait und trocken gesättigtem Dampf	100
	8.10	Graphischer Zusammenhang zwischen dem Span	
	8 .v.m.	nungs- und dem Wärmedingramm	. 104

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Kap. III. Technisch wichtige Zustandsänderungen	
gesättigten Dampfes.	
§ 43. Zustandsänderung bei konstantem Druck, die Iso-	
therme	106
§ 44. Zustandsänderung bei konstantem Volumen	108
§ 45. Adiabatische Zustandsänderung	113
§ 46. Zustandsänderung bei konstanter spezifischer Dampf-	
menge	116
§ 47. Die Expansion in der Dampfmaschine	119
B. Das Verhalten der überhitzten Dämpfe.	
8 49 Des Gehiet der überhitzten Dömnfe	191
8 40 Zustandegleichungen der Sherhitzten Wesserdämpfe	100
9 45. Zustanusgieichungen der übernitzten wasseruampie	104
9 50. Die warmegielenung ubernitzten wasserdampies .	124
§ 51. Zustandsänderung überhitzten Wasserdampfes bei	
konstantem Druck	125
§ 52. Die Gesamtwärme und die Dampfwärme überhitzten	
Wasserdampfes	129
§ 53. Weitere besondere Zustandsänderungen	131
C. Die Verflüssigung der Gase.	
§ 54. Der kritische Punkt	136
	200
Anhang: Tabelle für gesättigten Wasserdampf	138
Register	142

5

Literatur.

Clausius, Die mechanische Wärmetheorie.
Des Ingenieurs Taschenbuch, heransgegeben vom Verein "Hütte", Abt. I, 3. Abschn.
Grashof, Theoretische Maschinenlehre, III. Bd.
Musil-Ewing, Grundlagen der Theorie und des Baues der Wärmekraftmaschinen.
Poincaré, Thermodynamik.
Planck, Vorlesungen über Thermodynamik.
Rühlmann, Handbuch der mechanischen Wärmetheorie.
Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Aufsätze in den verschiedenen Jahrgängen).
Zeuner, Technische Thermodynamik.

Einleitung.

Unser Gefühl, das Unterschiede zwischen "warm" und "kalt" macht, läßt uns auf Erscheinungen in der Natur schließen, die wir unter dem Namen "Wärme" zusammenfassen können.

Die Wärme wurde lange Zeit für einen Stoff gehalten, worauf auch der heute noch gebräuchliche Ausdruck "Wärmemenge" hindeutet. Da aber eine Umwandlung von Wärme in Stoff oder umgekehrt eine Erzeugung hieraus nicht nachzuweisen war, so hielt man sie für ein sogenanntes unwägbares Fluidum, bis durch untrügliche Versuche festgestellt war, daß Wärme aus Arbeitsleistung entstehen kann.

Man bezeichnet allgemein die Arbeitsfähigkeit eines Körpers als seine "Energie" und faßt seitdem Erscheinungen wie Wärme, Licht, Elektrizität als Energieformen auf. Die Einführung dieses Begriffes erwies sich als äußerst fruchtbar, da sich zeigte, daß die Energie bei allen Veränderungen, die sie erfährt, in ihrer Gesamtheit dieselbe bleibt. Diesen Erfahrungssatz, der durch alle neueren Forschungen immer mehr erweitert wird, nennt man das "Prinzip von der Erhaltung der Energie".

Für die Wärme ist dieses Prinzip zuerst von Robert Mayer 1842 erkannt worden; seine Verallgemeinerung verdanken wir vor allem H. von Helmholtz.

8 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform.

Der Satz: "Energie kann nicht neu erzeugt werden und auch nicht verloren gehen" ist so allgemein, daß er als Grundlage der ganzen modernen Physik zu betrachten ist.

I. Abschnitt.

Die Wärme eine Energieform.

§ 1. Das Messen der Wärme.

Auf das Bestehen von Wärmeerscheinungen werden wir durch zahlreiche von der Wärme hervorgerufene Wirkungen aufmerksam. Da die meisten Körper sich bei Wärmezufuhr ausdehnen, so können wir diese Beobachtung benützen, um die Wärme zu messen. Wir konstruieren sogenannte Thermometer, die durch ihre Angaben auf den jeweiligen Wärmezustand eines Körpers schließen lassen. Am gebräuchlichsten ist das Quecksilberthermometer. Als Fixpunkte dienen der Gefrierpunkt und der Siedepunkt des Wassers bei einem Barometerstand von 760 mm. Die Teilung zwischen den beiden Fixpunkten nehmen wir nach Celsius zu 100 Skalenteilen an, so daß die Ängabe in Graden die Temperatur oder den Wärmezustand des gemessenen Körpers kennzeichnet.

Als Wärmeeinheit (WE.) betrachten wir dann diejenige Menge von Wärmeenergie, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser von 0° auf 1° zu erwärmen. Diese Einheit heißt auch große Kalorie oder Kilogramm-Kalorie.

§ 2. Äquivalenz von Wärme und Arbeit.

Wir brauchen also x WE., um x kg Wasser von 0° auf 1°, und ebensoviel, um 1 kg Wasser von 0° auf x° zu erwärmen, da für die Technik die bei verschiedenen Temperaturen gemessenen Kalorien als gleich betrachtet werden können.

§ 2. Äquivalenz von Wärme und Arbeit.

Robert Mayer, der die Wärme als eine Energieform in unserem Sinne erkannte, sprach auch zuerst den hieraus zu folgernden Satz aus, daß es möglich sein müsse, die durch Arbeitsverrichtung entstehende Wärmeenergie in Arbeitseinheiten zu messen.

Als Wärmeeinheit lernten wir die Kalorie kennen. Die Einheit der mechanischen Arbeit ist das Meterkilogramm (mkg oder kgm). Es muß also zwischen diesen beiden Größen eine Proportionalität der Umwandlung bestehen. Als erstem gelang es Joule, diesen Faktor durch zuverlässige Versuche zu bestimmen. Nach ihm entstehen aus einer Kalorie immer E = 424 mkg^{*}), ein Wert, den wir als "mechanisches Wärmeäquivalent" bezeichnen.

Der reziproke Wert, "kalorisches Arbeitsäquivalent" genannt, ist

$$A = \frac{1}{E} = 1$$
 WE. oder Kal., (1)

wobei A die Anzahl Kalorien angibt, die dem Verschwinden einer Arbeitseinheit (mkg) entsprechen.

*) Neuere Versuche zeigen höhere Werte, wie 432,5 nach Dieterici; wir müssen aber vorläufig an dem alten Wert 424 festhalten, da mit ihm die von uns benutzten Tabellen berechnet sind.

10 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform

§ 3. Die Wärme eine Molekularbewegung.

Nachdem wir die Wärme als eine Art der Energie auffassen, so trachten wir, sie in kinetischer und potentieller Form kennen zu lernen. Der Vorgang der Wärmestrahlung weist uns auf ein Vorhandensein von kinetischer Wärmeenergie hin, und wir nehmen als die Erreger dieser Ätherbewegung die Moleküle des wärmeausstrahlenden Körpers an.

Stellen wir uns also einen Körper vor, der unter einem gleichmäßig verteilten Druck P steht, und führen wir ihm unter der Annahme, daß keine sonstigen Veränderungen mit ihm vorgenommen werden, eine unendlich klein gedachte Wärmemenge dQ zu, so wird mit ihm folgendes vor sich gehen:

a) Da wir nach den neueren Anschauungen die fühlbare Wärme als eine Molekularbewegung auffassen, so denken wir uns einen Teil der zugeführten Wärme dazu verwendet, die Bewegung der Moleküle oder ihre Schwingung um Gleichgewichtslagen zu verstärken. (Kinetische Energie.)

Die Zunahme der Schwingungsenergie sei mit dW bezeichnet.

b) Wir beobachten aber auch Fälle, z. B. das Schmelzen des Eises, in denen trotz Wärmezufuhr eine fühlbare Erwärmung nicht eintritt. Da auch die Angabe des Thermometers sich nicht verändert, so nennt man die aufgewandte Wärme latent. Man nimmt an, daß sie den Abstand der kleinsten Teile vergrößert und die gegenscitigen Anziehungskräfte der Moleküle überwindet. (Potentielle Energie.)

In unserem Falle werde der hierfür im Innern des Körpers aufgewandte Teil der zugeführten Wärme gleich dJ angenommen.

§ 4. Die Zustandsgleichung eines Körpers.

c) Da sich aber bei dieser Veränderung auch das Gesamtvolumen des Körpers vergrößert, so muß der äußere Druck P überwunden werden, wobei eine äußere Arbeit zu leisten ist, deren Betrag mit dL bezeichnet werde.

Fassen wir unsere Betrachtungen zusammen, so erhalten wir eine Gleichung

$$dQ = A \left(dW + dJ + dL \right), \qquad (2)$$

worin A = WE. zu setzen ist.

Die Größen dW und dJ sind innere Arbeiten, wir fassen sie nach Clausius zu dU zusammen. Mit

$$dU = dW + dJ \tag{3}$$

schreibt sich Gleichung 2 auch

$$dQ = A \left(dU + dL \right), \tag{4}$$

worin also dU die Zunahme der inneren Arbeit oder Energie bedeutet.

§ 4. Die Zustandsgleichung eines Körpers.

Bezeichnen wir das Gewicht eines Körpers mit G(in kg gemessen) und sein Volumen mit V (in m³), so ist das spezifische Volumen oder das Volumen der Gewichtseinheit

$$v = \frac{V}{G} \text{ (m}^3/\text{kg)}, \tag{5}$$

Das spezifische Gewicht oder die Dichte des Körpers ist durch

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{1}{v} \tag{6}$$

gegeben.

In alle unsere Rechnungen tritt immer der spezifische Druck oder der Druck pro Flächeneinheit ein,

12 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform.

den wir uns über den ganzen Körper gleichmäßig verteilt zu denken haben. Als Flächeneinheit betrachten wir den Quadratmeter (m²), so daß der spezifische Druck P stets in kg/m² auszudrücken ist.

Der Druck von Gasen und Dämpfen wird aber für gewöhnlich in Atmosphären oder in Quecksilbersäule (QS.) und Wassersäule (WS.) angegeben.

1	alte (barometrische) Atmosphäre	[$= 760 \text{ mm QS.}, \\= 10,333 \text{ m WS.}, \\= 1.0333 \text{ kg/cm}^2$
		1	$= 10333 \text{ kg/m}^2$.
			$= 1 \text{ kg/cm}^2,$ = 10000 kg/m²,
1	neue (metrische) Atmosphäre (bezeichnet mit at)	1	= 735,51 mm QS., = 10 m WS.
	(= 0,96778 alte Atmosphären.
1	mm QS. (Quecksilbersäule)		= 13,596 mm WS.
1	mm OS		(Wassersäule).
-	Wird der spezifische Druck i	in	Atmosphären (at)
ar	ngegeben, so sei deren Anzahl dur	ch	p gekennzeichnet:

wir erhalten dann den Druck P (kg/m²), wenn wir p (kg/cm²) mit 10000 multiplizieren.

Ist von einem Körper außer den Größen P und vnoch die Temperatur t (gemessen in Graden Celsius) bekannt, so ist sein augenblicklicher Zustand vollständig bestimmt durch eine Gleichung von der Form

$$F(P, v, t) = 0$$
. (7)

Diese Funktion sucht man für jeden Körper durch das Experiment aufzufinden und bezeichnet sie nach

§ 5. Die innere Energie und die äußere Arbeit. 13

Bauschinger als die "Zustandsgleichung", sonst auch "Grundgleichung" des betreffenden Körpers.

Bei graphischer Darstellung nach Clapeyron tragen wir in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Fig. 1) das spezifische Volumen v als Abszisse (OM) und den

spezifischen Druck P als Ordinate (M'M) auf und erhalten so einen Punkt M, der den Zustand des Körpers darstellt, da die dritte Größe, die Temperatur t, sich aus der als bekannt anzunehmenden Zustandsgleichung berechnen läßt.



§ 5. Die innere Energie und die äußere Arbeit. Der I. Hauptsatz einer mechanischen Theorie der Wärme.

Für die Gewichtseinheit eines Körpers unter einem spezifischen Druck P ist die innere Energie U nach den bis jetzt gemachten Voraussetzungen durch die Größen P und v eindeutig bestimmt.

Dies läßt sich bei folgender Überlegung erkennen: Wir vergleichen die Temperaturen zweier Körper, indem wir sie mit einem dritten, dem Thermometer, zusammenbringen. Es ergibt sich daher aus den Betrachtungen von § 3, daß die Temperatur nur auf den kinetischen Teil der Wärmeenergie schließen läßt. Durch eine Beziehung zwischen P und v ist nach Gleichung 7 auch die Temperatur und damit ein Teil der inneren Energie, nämlich die Größe W festgelegt.

14 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform.

Da ferner Druck und Volumen allein ein äußeres Maß der mit J bezeichneten Arbeit bilden können, so erhalten wir für die innere Energie U als Summe der beiden Werte W und J (Gleichung 3) eine Gleichung von der Form

$$U = f(P, v).$$
(8)

Um einen Ausdruck für die äußere Arbeit zu erhalten, denken wir uns 1 kg des bisher voraus-



des bisher vorausgesetzten Körpers nach der Wärmezufuhr dQ, wobei sein Volumen v um dvgewachsen sein mag (Fig. 2). Ein Oberflächenelement f_1 legt hierbei den Weg s_1 , ein zweites den Weg

 s_2 usf. zurück. Bleibt der Druck P während dieser Änderung konstant, so ist die geleistete Arbeit

$$dL = Pf_1 \cdot s_1 + Pf_2 \cdot s_2 + Pf_3 \cdot s_3 + \dots$$

oder

$$dL = P (f_1 s_1 + f_2 s_2 + f_3 s_3 \dots).$$

Die Summe aller fs stellt aber die Volumenänderung dv dar, es wird

$$dL = P \, dv \,. \tag{9}$$

Hiermit können wir dann Gleichung 4 auch schreiben

$$dQ = A \left(dU + P \, dv \right), \tag{10}$$

ein Ausdruck, der den I. Hauptsatz darstellt.

§ 6. Endliche Zustandsänderung, die Druckkurve. 15

§ 6. Endliche Zustandsänderung, die Druckkurve.

Als Beispiel einer endlichen Zustandsänderung wählen wir am besten einen luftförmigen Körper, da sich dieser bei Wärmezufuhr stark ausdehnt. Wir schließen 1 kg desselben von der Temperatur to in einen Zylinder (Fig. 3) von dem Querschnitt $f = 1 \text{ m}^2$ ein und nehmen an, daß auf dem Kolben K ein Druck P_1 laste. Der Abstand des Kolbens von dem Zylinderdeckel kennzeichnet das spezifische Volumen v1.

In einem Koordinatensystem (Fig. 3) ist der Zustand des Körpers sofort erkenntlich, auch die innere Energie U_1 ist durch die Größen P1, v gegeben.

Führen wir nun Wärme zu, so wird das Volumen wachsen. und bei der Annahme, daß der äußere Druck in jedem Augenblick mit dem inneren im





Gleichgewicht steht, gelangen wir nach einer gewissen Zeit zu einem Zustand mit dem Volumen v, und einem Drucke P., Die zugehörige innere Energie sei mit U. hezeichnet.

Die aufzuwendende Wärmemenge berechnet sich aus Gleichung 10 zu

 $Q = A \left(\int_{U_L}^{U_R} dU + \int P \, dv \right),$

16 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform.

wofür wir sofort auch

$$Q = A \left(U_2 - U_1 + \int P \, dv \right) \tag{11}$$

schreiben können, da die innere Energie nur von dem jeweiligen Zustand des Körpers abhängig ist.

Wir erkennen ferner, daß wir das Integral der äußeren Arbeit nur auflösen können, wenn das Gesetz bekannt ist, wonach sich der Druck P mit dem Volumen vauf dem Wege $\overline{12}^*$) geändert hat. Durch Annahme einer Funktion

$$\varphi (P, v) = 0 \tag{12}$$

ist die Auswertung des Integrals möglich; wir können dann auch eine Kurve nach Gleichung 12 in unser Diagramm einzeichnen. Nach den Regeln der Integralrechnung ist hierbei die äußere Arbeit

$$L = \int P \, dv \tag{13}$$

durch die schraffierte Fläche (Fig. 3) dargestellt.

Die Kurve φ (P, v) wird die "Zustandskurve" oder die "Druckkurve" genannt.

Die Wärmemenge Q ist in unserem Falle positiv oder aufzuwenden; wir deuten dies durch einen gegen die Zustandskurve gerichteten Pfeil an. Wärmeentziehung würde sich dann durch einen entgegengesetzt zeigenden Pfeil darstellen.

Auch die äußere Arbeit L stellt sich als positiv heraus und wird auf Kosten eines Teiles der zugeführten

^{*)} Wir bezeichnen von nun an immer den ersten Zustand mit dem Index 1, den zweiten nach der Zustandsänderung erhaltenen mit 2.

§ 7. Verschiedene Arten von Zustandsänderungen. 17

Wärmemenge Q geleistet. Wir sehen, daß dies immer der Fall ist, wenn das Endvolumen v_2 größer als das Anfangsvolumen v_1 wird. Die hierbei geleistete Arbeit wird Expansionsarbeit genannt. Hätten wir aber den Prozeß in der Richtung 2 1 durchlaufen, so wird der Wert von L negativ; man spricht von Kompressionsarbeit.

Es ist auch ferner klar, daß die äußere Arbeit Lnicht wie der Unterschied an innerer Energie $(U_2 - U_1)$ durch Anfangs- und Endzustand eindeutig bestimmt ist. Da wir die Funktion

$\varphi(P, v) = 0$

beliebig wählen können, so lassen sich unendlich viele Druckkurven von 1 nach 2 einzeichnen, von denen jede eine andere Arbeit L darstellt.

Fig. 3 stellt einen besonderen Fall von Fig. 2 dar.

Denn ist der spezifische Druck P und wird der Querschnitt des Zylinders (Fig. 3) mit f bezeichnet, so steht der Körper unter einem äußeren Gesamtdruck fP. Während einer unendlich kleinen Zeit kann der Druck P als konstant betrachtet werden, wobei der Kolben den Weg ds zurücklegt. Die geleistete Arbeit ist also

$$dL = Pf ds.$$

Der Wert f ds ist aber nichts anderes als die Volumenänderung dv. Wir erhalten also wie früher auch für luftförmige Körper

$$dL = P \, dv$$

§ 7. Verschiedene Arten von Zustandsänderungen.

Durch bestimmte Annahmen für die Druckkurve

$$p(P,v)=0$$

erhalten wir besondere Zustandsänderungen, von denen die wichtigsten hier besprochen werden mögen.

2

Walther und Röttinger Warmelehre.

18 I. Abschnitt. Die Wärme eine Energieform.

a) Zustandsänderung bei konstantem Volumen. In diesem Falle ist

 $v = v_1 = \text{konst.}$ zu setzen und die Veränderung des Volumens wird demnach dv = 0.

Mit diesem Wert vereinfacht sich Gleichung 11 zu: $Q = A (U_2 - U_1).$ (14)



Fig. 4.



Die Druckkurve ist eine Parallele zur Ordinatenachse.

b) Zustandsänderung bei konstantem Druck.



Fig. 5.

Setzen wir

 $P = P_1 = \text{konst.},$

so entspricht die äußere Arbeit

$$L = \int_{v_1} P_1 \, dv$$

oder

$$\begin{split} L &= P_1 \left(v_2 - v_1 \right) \quad (15) \\ \text{der Rechteckfläche} \ \overline{122'1'} \\ \text{(Fig. 5) und die zuge$$
 $führte Wärmemenge ist} \end{split}$ § 7. Verschiedene Arten von Zustandsänderungen. 19

 $Q = A (U_2 - U_1) + AP_1 (v_2 - v_1).$ (16) Die Druckkurve ist der Abszissenachse parallel.

c) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur.

Diese Zustandsänderung nennt man auch isothermisch ($t_1 =$ konst.) und kommt in unserer Darstellungsweise nicht zum Aus-

druck. Nehmen wir wie bisher

 $Q = A (U_2 - U_1) + AL$ an, so wird auch hier die Arbeit L durch die Fläche unter der Druckkurve (Fig. 6) gegeben sein, wenn uns später die Zeichnung der Druckkurve durch bestimmte Annahmen gelingt.





Die Druckkurve wird Isotherme genannt

d) Zustandsänderung ohne Wärmezufuhr oder -Entziehung.

In diesem Falle muß

$$d Q = 0$$

sein und Gleichung 10 geht über in

$$A \left(dU + P \, dv \right) = 0 \tag{17}$$

oder

-AdU = APdv.(18)

20 I. Abschnitt. Die Warme eine Energieform.

Die zuletzt erhaltene Gleichung zwischen den Grenzen 1 und 2 integriert ergibt

 $-A(U_2 - U_1) = AL$, (19) woraus wir erkennen, daß die äußere Arbeit L nur auf Kosten einer Änderung der inneren Energie $(U_2 - U_1)$ geleistet wird.

Da wir diese Zustandsänderung auch als eine adiabatische bezeichnen, so können wir die Druckkurve auch Adiabate nennen. Ihre Darstellung werden wir später für verschiedene Körper kennen lernen.

§ 8. Umkehrbare und nicht umkehrbare Prozesse.

Ein Prozeß ist dann umkehrbar, wenn die Zustandsänderungen derart erfolgen, daß in jedem einzelnen Moment die Änderungen unendlich klein sind und der innere Druck in jedem Augenblick durch den äußeren Druck im Gleichgewicht gehalten wird.

Als Beispiel möge hier folgendes dienen: Ist ein Luftvolumen in einem Zylinder mit einem Kolben abgeschlossen, so kann man zuerst langsam komprimieren, wobei in jedem Augenblick der Druck, den der Kolben ausübt, von dem inneren Drucke im Gleichgewicht gehalten wird. Der Prozeß ist sofort umkehrbar, wenn man jetzt zu expandieren anfängt. Wir können die Luft nach derselben Druckkurve sich wieder ausdehnen lassen. Vorausgesetzt ist hierbei, daß dieselben Wärmeverhältnisse wie im ersten Falle vorliegen.

Wir erkennen auch, daß alle Prozesse, die wir bisher betrachtet haben, umkehrbar sind, da wir für sie dieselben Voraussetzungen machten. Unsere Formeln von § 7 sind auch dann noch gültig, wenn wir die Indices 1 und 2 vertauschen und zugleich das Vorzeichen der Wärme Q und der Arbeit I_i ändern.

§ 9. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac.

Die nicht umkehrbaren Prozesse unterscheiden sich von den umkehrbaren dadurch, daß bei ihnen der Austausch der Druckdifferenz nicht mehr unendlich langsam, sondern schnell erfolgt. Es treten Bewegungsvorgänge auf, bei denen eine Gleichheit von innerem und äußerem Druck nicht mehr vorhanden sein kann. Ein solcher Fall liegt z. B. vor, wenn man Luft unter Druck aus einem Gefäße ausströmen läßt. Es ist nicht mehr möglich, den Prozeß in umgekehrter Richtung zu durchlaufen.

II. Abschnitt.

Die Lehre von den permanenten Gasen.

§ 9. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac.

Man bezeichnete früher die Gase als permanent, a. h. in keinen anderen Aggregatzustand überführbar, und machte einen Unterschied zwischen ihnen und den Dämpfen, die man aus Flüssigkeit hervorgehend oder hierin verwandelbar erkannt hatte. Nachdem es aber jetzt gelungen ist, alle Gase bei Anwendung hohen Druckes und genügend niedriger Temperatur zu verflüssigen, so hat man auch die Gase als sehr hoch überhitzte Dämpfe aufzufassen.

Wir sprechen trotzdem noch von "permanenten Gasen" und verstehen darunter solche, die das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz mit größter Genauigkeit befolgen. Dieses Gesetz wurde durch experimentelle Beobachtungen an Gasen gefunden und

21

22 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

stellt sich als die Kombination zweier empirisch gewonnener Gleichungen dar:

a) Nach Mariotte oder Boyle finden wir den Druck eines Gases, das wir unter konstanter Temperatur expandieren lassen oder komprimieren, umgekehrt proportional dem jeweiligen Volumen.

Wir setzen diese Beobachtung in Form einer Gleichung an:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{v_2}{v_1} \,,$$

wobei wir die Gewichtseinheit voraussetzen. Eine Umformung dieser Gleichung ergibt auch

$$P_1 v_1 = P_2 v_1$$

oder allgemein

$$Pv = \text{konst.},$$
 (20)

2

wodurch ausgedrückt wird, daß das Produkt aus spezifischem Druck und spezifischem Volumen bei permanenten Gasen als eine Konstante betrachtet werden kann

b) Erwärmen wir ein Gas unter konstantem Druck P, so ist nach den Versuchen von Gay-Lussac die Volumenzunahme direkt proportional der Temperatursteigerung.

Bezeichnen wir also hierbei die Ausdehnung der Volumeneinheit bei einer Temperaturerhöhung um 1° mit α , so stellt der Wert αt die Volumenvergrößerung bei einer Erwärmung von 0° auf t° dar. Wird also das Volumen bei 0° zu v_0 angenommen, so erhalten wir

 $v = v_0 + v_0 \alpha t$

oder

$$v = v_0 \left(1 + \alpha t \right) \tag{21}$$

als Volumen bei 1º.

§ 9. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac.

Eine Temperatursteigerung von 0^{0} auf t_{1}^{0} ergibt ein Volumen

$$v_1 = v_0 (1 + \alpha t_1).$$

Durch Division der zuletzt erhaltenen Gleichung in Gleichung 21 erhält man

$$\frac{v}{v_1} = \frac{1+\alpha t}{1+\alpha t_1} \tag{22}$$

als Ausdruck des Gay-Lussacschen Gesetzes.

Die Größe α kann als der Ausdehnungskoeffizient des Gases bei konstantem Druck betrachtet werden; ihren reziproken Wert setzen wir gleich a, somit

$$a=\frac{1}{\alpha}$$
.

Die Division von Zähler und Nenner der Gleichung 22 mit α und die Einführung des Wertes a liefert auch

$$\frac{v}{v_1} = \frac{a+t}{a+t_1} \,. \tag{23}$$

Eine Zusammenfassung der unter a) und b) gewonnenen Resultate läßt sich folgendermaßen bewerkstelligen:

Wir nehmen an, daß die Gewichtseinheit eines Gases sich zuerst unter konstantemDruckausdehne. Ist der Anfangszustand durch P_1 , v_1 , gegeben (Fig. 7),



23

24 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

so erhalten wir durch Wärmezufuhr mit $P_1 =$ konst. nach Gleichung 23 für das Volumen v_{ca}

$$\frac{v_m}{v_1} = \frac{a+t}{a+t_1}$$

Eine nochmalige Zustandsänderung von hier an als Expansion bei konstanter Temperatur t vergrößert das Volumen v_m auf v, wobei

$$P v = P_1 v_m$$

ist.

Setzen wir v_m aus einer der zuletzt erhaltenen Gleichungen in die andere ein, so erhalten wir

$$\frac{Pv}{a+t} = \frac{P_1 v_1}{a+t_1} \,. \tag{24}$$

Nehmen wir für eine bestimmte Anfangstemperatur t_1 den Druck P_1 und das Volumen v_1 mit dem Ausdehnungskoeffizienten α als meßbar an, so können wir den Ausdruck

$$\frac{P_1}{a+t_1} = R \tag{25}$$

als bekannt voraussetzen und die erhaltene Gleichung zu

$$Pv = R(a+t) \tag{26}$$

vereinfachen. Diese Gleichung stellt das vereinigte Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz dar und kann als die "Zustandsgleichung der permanenten Gase" betrachtet werden (vgl. § 4).

Das Bestimmen des Ausdehnungskoeffizienten α oder seines reziproken Wertes a kann auf doppelte Weise geschehen. Der Wert a, aus Gleichung 24 berechnet zu

$$a = \frac{P_1 v_1 t - P v t_1}{P v - P_1 v_1},$$

§ 9. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac.

ergibt sich einmal durch Messen der Volumina bei den Temperaturen t und t_1 und konstantem Druck $P = P_1$ zu a_p oder auch bei konstantem Volumen $v = v_1$ durch Ermittlung der Pressungen P und P_1 bei den zugehörigen Temperaturen zu a_v . Aus dem Ausdruck für awird unter diesen Voraussetzungen

$$a_p = \frac{v_1 t - v t_1}{v - v_1}$$
 und $a_r = \frac{P_1 t - P t_1}{P - P_1}$

Diese beiden Werte müßten theoretisch gleich: $a_p = a_r = a$ erhalten werden; wo dies also nicht der Fall ist, können wir auf eine Abweichung von der Zustandsgleichung der Gase schließen. Nach Regnault erhalten wir für

	a_p	av
Luft . Wasserstoff .	272,48 273,15	272,85 272,70

Der Wasserstoff kommt einem idealen Gas, bei dem die beiden Werte identisch wären, am nächsten. Wir führen deshalb in die Gleichung 26 einen Wert

a = 273

ein und erhalten so

$$Pv = R (273 + t).$$
 (27)

Setzen wir den Klammerausdruck

$$273 + t = T, (28)$$

so erhalten wir einen neuen (absoluten) Nullpunkt für unsere Temperaturmessung bei permanenten Gasen, wir zählen von — 273° an.

25

26 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

Gleichung 26 schreibt sich demnach in ihrer einfachsten Form

$$Pv = RT. \tag{29}$$

Wir dürfen nicht vergessen, daß der absolute Nullpunkt nur eine Annahme ist und sich als Grenzwert des Verhaltens der permanenten Gase auffassen läßt.

Die Werte von T = 273 + t heißen absolute Temperaturen.

§ 10. Das spezifische Gewicht der Gase und die Konstante **R**.

In die Zustandsgleichung der permanenten Gase haben wir das spezifische Volumen und den spezifischen Druck eingeführt, so daß unsere Entwicklungen für 1 kg des Gases gelten. Nehmen wir aber ein Gesamtvolumen V in m³ von dem Gewichte G in kg an, so haben wir nach Gleichung 5:

$$V = Gv.$$

Hiermit schreibt sich Gleichung 29 auch

$$PV = GRT, \tag{30}$$

woraus sich das Gewicht eines gegebenen Gasvolumens berechnen läßt, wenn wir Druck und Temperatur durch Beobachtung feststellen und die Konstante R des Gases als bekannt voraussetzen.

Nach Gleichung 6 ist ferner $\gamma = \frac{G}{V} = \frac{1}{v}$ das spezifische Gewicht des Gases; dadurch geht Gleichung 29 auch über in

$$\frac{P}{\gamma} = RT \tag{31}$$

und kann zur Berechnung von y dienen.

§ 11. Die Konstante R_m bei Gasgemischen.

Regnault bestimmte das spezifische Gewicht, d. h. das Gewicht von 1 m³ atmosphärischer Luft bei 0° und 760 mm Barometerstand, zu

$\gamma = 1.293187 \text{ kg}$

(Breitengrad des Laboratoriums 48° 50' 14").

Da 1 mm Quecksilbersäule gleich 13,596 mm Wassersäule gesetzt werden kann, so ist der spezifische Druck dieses Barometerstandes

 $P = 760 \cdot 13,596 = 10333 \text{ kg/m}^2$.

Hiermit ergibt sich für Luft nach Gleichung 31

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{10\,333}{1,293} = R \cdot 273$$

oder die Konstante

R = 29.27.

Nachdem wir nun diesen Wert erhalten haben, können wir das Gewicht eines bestimmten Volumens Luft bei gegebenem Druck und Temperatur berechnen

Beispiel: Es ist das Gewicht von 3,5 m⁸ Luft bei einem Druck p = 1,2 at und 20° zu berechnen. Nach Gleichung 30 wird das Gewicht

$$G = \frac{PV}{RT}$$

mit eingesetzten Werten

 $G = \frac{1,2 \cdot 10\,000 \cdot 3,5}{29.27\,(273+20)} = 4,898$ kg.

§ 11. Die Konstante R_m bei Gasgemischen.

Die Konstante R ist für jedes Gas verschieden und muß immer eigens bestimmt werden. In der Technik

28 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

kommen für gewöhnlich nie reine Gase, sondern meist Gasmischungen in Betracht. Es fragt sich nun, wie groß ist in diesem Falle die Konstante R_m der Mischung, wenn die Konstanten der Einzelbestandteile bekannt sind.

Die Grundlage zur Berechnung der Mischungskonstante R_m gibt das Gesetz von Dalton, welches lautet:

Ist ein Gasgemisch in einem Raum abgeschlossen, so übt von den Bestandteilen jedes einzelne Gas denselben Druck aus, als wenn es allein in dem Raum vorhanden wäre. Der Druck des Gemisches auf die Wände ist also gleich der Summe der Einzeldrücke der Bestandteile.

Das Gasgemisch sei in einem Raum vom Volumen Vbei konstanter Temperatur t abgeschlossen. Der spezifische Druck, den es ausübt, sei P. Gegeben sind nun die Einzelbestandteile durch

ihre Gewichte $G_1, G_2, G_3 \dots$,

ihre Drücke $P_1, P_2...$

und ihre Konstanten $R_1, R_2...$

Wendet man die Zustandsgleichung (Gleichung 30) auf jedes einzelne Gas an, so erhält man

$$VP_1 = G_1 R_1 T,$$

$$VP_2 = G_2 R_2 T \text{ usf.}$$

Durch Addition der Gleichungen folgt mit Hilfe des Daltonschen Gesetzes:

 $VP = V(P_1 + P_2 + \ldots) = T(G_1R_1 + G_2R_2 + \ldots).$

Des ferneren ist das Gesamtgewicht des Gemisches gleich dem Gewicht der einzelnen Teile $G = G_1 + G_2 + \dots$ und nach Gleichung 5: $v = \frac{V}{G}$.

§ 11. Die Konstante R_m bei Gasgemischen. 29

Mit diesen beiden Ausdrücken geht die zuletzt erhaltene Gleichung über in

$$Pv = \frac{G_1R_1 + G_2R_2 + \cdots}{G} T,$$

wobei man den Ausdruck

$$\frac{G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots}{G} = R_m$$

als Konstante des Gasgemisches auffassen kann, so daß die Zustandsgleichung der permanenten Gase auch für diesen Fall in der allgemeineren Form

$$Pv = R_m T \tag{32}$$

angewandt werden kann.

Beispiel: Die atmosphärische Luft ist ein Gasgemisch, das größtenteils aus 2 Gasen: Stickstoff und Sauerstoff besteht. Die Konstanten

$$R_1 = 30,13$$
 für Stickstoff und $R_2 = 26,47$ für Sauerstoff

nehmen wir als bekannt an; für die Luft haben wir auch

 $R_m = 29.27$

schon gefunden.

Es wird uns also möglich, die Gewichtsverhältnisse der Bestandteile zu bestimmen.

Da $G_1 + G_2 = G$ ist, so erhalten wir aus

$$R_m = \frac{R_1 G_1 + R_2 G_2}{G}$$

die Gleichungen:

$$rac{G_1}{G} = rac{R_m - R_2}{R_1 - R_2}$$
 und $rac{G_2}{G} = rac{R_1 - R_m}{R_1 - R_2}$

und mit den Zahlenwerten:

30 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

$$\frac{G_1}{G} = \frac{29,27 - 26,47}{30,13 - 26,47} = 0,765 ,$$

$$\frac{G_2}{G} = \frac{30,13 - 29,27}{30,13 - 26,47} = 0,235 .$$

Die Luft besteht daher dem Gewichte nach aus 76,5% Stickstoff und 23,5% Sauerstoff. Um nun für diese beiden Gase auch ihren Druckanteil

Um nun für diese beiden Gase auch ihren Druckanteil $\frac{P}{P}$ und $\frac{P}{P}$ zu bestimmen, dividieren wir jede der beiden folgenden nach Gleichung 30 gebildeten Gleichungen

$$VP_1 = G_1 R_1 T$$
 und $VP_2 = G_2 R_3 T$

mit einer dritten Gleichung, die wir in diesem Paragraphen durch Addition der vorstehenden Ausdrücke erhielten, nämlich $VP = (G_1 R_1 + G_2 R_2) T$,

und schreiben also

 $\frac{P_1}{P} = \frac{G_1 R_1}{G_1 R_1 + G_2 R_3} \quad \text{und} \quad \frac{P_3}{P} = \frac{G_2 R_3}{G_1 R_1 + G_2 R_2}.$ Mit den vorher erhaltenen Formeln für $\frac{G_1}{G}$ und $\frac{G_2}{G}$ und bei Beachtung von $G_1 + G_2 = G$ oder $\frac{G_1}{G} = 1 - \frac{G_2}{G}$ lassen sich die Ausdrücke für $\frac{P_1}{P}$ und $\frac{P_3}{P}$ auch umformen in

$$\frac{P_1}{P} = \frac{G_1}{G} \cdot \frac{R_1}{R_m} \quad \text{and} \quad \frac{P_2}{P} = \frac{G_2}{G} \frac{R_2}{R_m}.$$

also

$$\frac{P_1}{P} = 0,765 \ \frac{30,13}{29,27} = 0,787$$

und

$$\frac{P_{\rm s}}{P} = 0,235 \ \frac{26,47}{29,27} = 0,213.$$

Es rühren also bei der von uns angenommenen Zusammensetzung der Luft $78,7^{\circ}/_{0}$ des Druckes vom Stickstoff und $21,3^{\circ}/_{0}$ vom Sauere off her.

§ 12. Anwendung des I. Hauptsatzes.

§ 12. Anwendung des I. Hauptsatzes auf die permanenten Gase.

Betrachtet man eine Zustandsänderung bei konstantem Volumen (dv = 0), so geht Gleichung 10 über in

$$dQ_{v} = A\,dU\,,$$

d. h. die zugeführte Wärmemenge wird nur zur Vermehrung der inneren Arbeit benützt, wofür sich mit Gleichung 3 auch

$$dQ_v = A dU = A (dW + dJ)$$
(33)

schreiben läßt.

Bei den permanenten Gasen nimmt man an, daß die Moleküle keine Anziehungskräfte aufeinander ausüben, so daß für sie dJ = 0 zu setzen ist.

Die Zunahme der Schwingungsenergie kann nach § 5 der Temperaturänderung proportional gesetzt werden oder

$$A\,dW=c\cdot dT,$$

worin die Konstante c mit der spezifischen Wärme des betreffenden Körpers identisch ist.

Für Gase geht also Gleichung 33 über in

$$dQ_{\mathbf{v}} = c_{\mathbf{v}} \cdot dT = A \, dU, \tag{34}$$

wobei wir durch den Index v andeuten wollen, daß das Volumen konstant bleiben muß.

Der Wert c_{\bullet} ist diejenige Wärmemenge, welche wir 1 kg Gas bei konstantem Volumen zuführen müssen, um es von 0° auf 1° zu erwärmen, verglichen mit der für 1 kg Wasser und gleicher Temperaturerhöhung erforderlichen. Vorausgesetzt ist hierbei (vgl. die Annahme für dW), daß die Wärme nur zu thermischer Arbeit, d. h. Temperatursteigerung, benützt wird.

32 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

Setzen wir den für A dU erhaltenen Wert in Gleichung 10 ein, so erhalten wir

$$dQ = c_v \, dT + A \, P \, dv \tag{35}$$

als Anwendung des I. Hauptsatzes auf die permanenten Gase.

Mit Hilfe dieser Formel und der Zustandsgleichung (Gleichung 29)

$$Pv = RT$$

wird es möglich, die in § 7 besprochenen Zustandsänderungen für die Gase genauer zu diskutieren.

§ 13. Zustandsänderung der Gase bei konstantem Volumen.

Es sei der Anfangszustand durch das Volumen v_1 , den Druck P_1 und die Temperatur T_1 , vom Endzustand das Volumen $v_2 = v_1$ und der Druck P_2 gegeben.

Zu berechnen ist die Größe der Endtemperatur T_2 , die zugeführte Wärmemenge Q und die äußere Arbeit L. Nach Gleichung 29 gilt für den Zustand 1:

$$P_1 v_1 = R T_1$$

und für den Endzustand 2 mit $v_2 = v_1$:

$$P_{2} v_{1} = R T_{2}$$
.

Durch Division beider Gleichungen folgt:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} , \qquad (36)$$

d. h. die absoluten Temperaturen verhalten sich wie die Drücke.
§ 14. Zustandsänderung bei konstantem Druck. 33

Die zugeführte Wärmemenge Q ergibt sich nach Gleichung 35 mit dv = 0 zu

$$Q = c_v \left(T_2 - T_1 \right), \tag{37}$$

wenn wir c, konstant, d. i. unabhängig von der Temperatur, annehmen*).

Die äußere Arbeit ist bekanntlich gleich Null, was wir auch aus Fig. 4 erkannten. Alle diese Beziehungen gelten ebenso für den umgekehrten Prozeß, wobei mit dem Tauschen der Indices auch Q sein Vorzeichen ändert.

§ 14. Zustandsänderung eines Gases bei konstantem Druck.

Bei Zuführung der Wärmemenge Q dehne sich das Gas unter konstantem Drucke $P_1 = P_2$ aus. Es sei ler Anfangszustand ferner noch durch das Volumen v_1 und die Temperatur T_1 , dazu das Volumen v_2 im Endzustand gegeben.

Um die Endtemperatur zu ermitteln, wendet man Gleichung 29 auf den Anfangs- und Endzustand an:

$$P_1 v_1 = R T_1, P_1 v_2 = R T_2.$$

Durch Division erhält man:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$
(38)

oder die absoluten Temperaturen verhalten sich wie die Volumina; hierdurch ist die Temperatur T. bestimmt.

^{*)} Neuere Untersuchungen von Fliegner und Linde be-weisen, daß die spezifische Wärme der Gase sich innerhalb weiter Temperaturgrenzen nur unmerklich ändert. Über die Größe von c_v bei verschiedenen Gasen siehe Tabelle S. 35.

Walther und Röttinger, Wärmelehre.

Die bei der Zustandsänderung ($P_1 = \text{konst.}$) verrichtete äußere Arbeit ist nach Gleichung 15:

$$L = P_1 (v_2 - v_1) \, .$$

Die zugeführte Wärme Q ist nach Gleichung 16:

$$Q = A (U_2 - U_1) + A P_1 (v_2 - v_1),$$

woraus sich mit Hilfe von Gleichung 35

 $Q = c_{\bullet} (T_2 - T_1) + A P_1 (v_2 - v_1)$ (39) ergibt.

§ 15. Die spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem Druck und konstantem Volumen.

Die zuletzt erhaltene Gleichung 39 formen wir folgendermaßen um:

Die Zustandsgleichung (Gleichung 29) auf Zustand 1 und 2 angewandt gibt für konstanten Druck

$$P_{1} v_{1} = R T_{1} ,$$
$$P_{1} v_{2} = R T_{2} .$$

Durch Subtraktion der oberen Gleichung von der unteren erhalten wir:

$$P_1 (v_2 - v_1) = R (T_2 - T_1).$$

Mit diesem Wert läßt sich Gleichung 39 auch schreiben

$$Q_p = (c_v + A R) (T_2 - T_1),$$

wenn wir durch den Index p andeuten, daß P = konst. zu nehmen ist, oder

$$Q_p = c_p (T_2 - T_1), \qquad (40)$$

wenn wir

$$c_{p} = c_{u} + A R \tag{41}$$

§ 15. Die spezifischen Wärmen der Gase. 35

setzen und diesen Ausdruck als die spezifische Wärme bei konstantem Druck auffassen. Aus dieser Gleichung geht hervor, daß c_p immer größer als c, ist, und zwar um einen konstanten Betrag AR, der eine äußere Arbeit darstellt.

Bezeichnet man den Quotienten $\frac{c_{\mu}}{c_{\mu}}$ mit \varkappa , so erhält man aus Gleichung 41 zwei andere Formen:

$$c_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}-1) = AR \tag{42}$$

und

$$c_p \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = A R \,. \tag{43}$$

Die Größen der spezifischen Wärmen c, und c, für verschiedene Gase*) sind in folgender Tabelle niedergelegt.

Name des Gases	Spez. Gewicht bez. auf Wasser in kg/m ⁸	C _p	Co	Volu einhe 0° 760 m γc _p	men- it bei und m QS. yCy	$\varkappa = \frac{c_p}{c_p}$	R
Atmosphärische	1,2932	0,238	0,169	0,307	0,217	1,41	29,27
Luft (rein) .	0,0896	3,409	2,412	0,305	0,216	1,41	422,59
Wasserstoff	1,4298	0,218	0,155	0,311	0,222	1,40	26,47
Sauerstoff	1,2562	0,244	0,173	0,306	0,217	1,41	30,13
Stickstoff	1,3428	0,232	0,165	0,311	0,222	1,40	28,19
Stickoxyd	1,2509	0,245	0,174	0,307	0,217	1,41	30,26

Wie wir hier erkennen, kann für die folgenden Betrachtungen der Wert z bei permanenten Gasen als

*) Die experimentelle Ermittlung von c_p und \times findet man in S. G.: "Allgemeine und physikalische Chemie" boschrieben

konstant angegeben werden, da er sehr wenig von 1,41 abweicht.

Die Gleichung 29: Pv = RT und Gleichung 42 und 43 benützen wir, um die Wärmegleichung (Gleichung 35):

$$dQ = c_v dT + APdv$$

umzugestalten.

Die Differentiation von Gleichung 29 liefert

$$Pdv + vdP = RdT$$

oder

$$P\,dv = R\,dT - \frac{R\,T}{P}\,dP\,.$$

Mit diesem Wert und $\varkappa = \frac{c_{\mu}}{c_{\pi}}$ erhalten wir

$$dQ = \frac{c_p}{\varkappa} dT + \frac{c_p(\varkappa - 1)}{\varkappa} dT - \frac{c_p(\varkappa - 1)}{\varkappa} T \frac{dP}{P}$$

$$dQ = c_p \left(dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} T \frac{dP}{P} \right).$$
 (35a)

Die zugeführte Wärmemenge bestimmt sich aus Druck und Temperatur.

Ähnlich erhalten wir

$$dQ = c_v \left(dT + (\varkappa - 1) T \frac{dv}{v} \right)$$
(35b)

mit Temperatur und Volumen und

$$dQ = \frac{A}{\varkappa - 1} (v \, dP + \varkappa P \, dv) \tag{35c}$$

mit Druck und Volumen.

§ 16. Isothermische Zustandsänderung eines Gases. 37

§ 16. Isothermische Zustandsänderung eines Gases.

Diese Zustandsänderung ist dadurch gekennzeichnet, daß im Verlaufe des ganzen Prozesses die Temperatur denselben Wert behält, daher muß auch dT = 0 sein.

Sind die Größen des Zustandes 1, also P_1 , v_1 und T_1 , gegeben und findet die isothermische Expansion beim Volumen v_2 ihr Ende, so erhält man durch Anwendung der Zustandsgleichung:

$$P_1 v_1 = RT_1 \text{ und } P_2 v_2 = RT_1$$
 (44)

oder

 $P_1 v_1 = P_2 v_2 = \text{konst.}$ (45)

Diesen Ausdruck können wir als die Gleichung der Isotherme auffassen; analytisch stellt er eine gleichseitige Hyperbel dar.

Konstruktion der isothermischen Kurve.

In einem Koordinatensystem (Fig. 8) soll P_1 , v_1 sowie v_2 gegeben sein. Um den Punkt 2 und damit den Enddruck P_2 zu erhalten, zieht man

$\overline{1B} \parallel \overline{OX}$ und $\overline{2'B} \parallel \overline{OY}$.

Verbindet man B mit O, so schneidet diese Gerade die Vertikale 1 1' im Punkte A. Durch diesen eine Parallele zur Abszissenachse $O\overline{X}$ gelegt, ergibt auf der Vertikalen $B\overline{2'}$ den gesuchten Punkt 2 mit dem Enddruck P_2 .

Um einen beliebigen Punkt C der Isotherme zu finden, zieht man OE beliebig, erhält dadurch auf der Vertikalen 1 1' den Schnittpunkt D und durch Ziehen der Parallelen

 $DC \parallel OX$ und $\overline{EC} \parallel OY$

den gesuchten Punkt C. Führt man diese Konstruktion

für verschiedene Punkte aus, so erhält man die isothermische Druckkurve.

Wäre Punkt 2 gegeben, so findet man durch Umkehrung der Konstruktion ganz ähnlich Punkt 1.

Die äußere Arbeit L, welche bei der isothermischen Zustandsänderung geleistet wird, ist durch die Fläche



1 2 2' 1' unter der Druckkurve dargestellt. Mit Zuhilfenahme von Gleichung 45 kann L berechnet werden. Es wird

$$L = \int^{9} P \, dv$$

mit

$$Pv = P_1 v_1$$
 oder $P = \frac{P_1 v_1}{v}$

 $L = P_1 v_1 \int \frac{dv}{v}$

zu

§ 16. Isothermische Zustandsänderung eines Gases. 39

und die Integration ausgeführt:

$$L = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$
 (46)

Aus den Gleichungen 44 ergibt sich:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2},$$

also auch

$$L = P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}.$$
 (47)

Man nennt das Expansionsverhältnis, da es angibt, um wievielmal das Endvolumen sich gegenüber dem Anfangsvolumen vergrößert hat.

Die zugeführte Wärmemenge Q erhält man aus Gleichung 35, wenn man dT = 0 setzt. Man erhält

$$dQ = A P dv$$

und integriert:

$$Q = AL = A P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = A P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}, \quad (48)$$

d. h. bei der isothermischen Expansion wird die gesamte zugeführte Wärmemenge in Arbeit umgewandelt.

Bei isothermischer Kompression $(v_2 < v_1)$ ist -Q = -AL

oder die zu leistende Arbeit ist als Wärme abzuführen.

Aus Gleichung 34 ergibt sich für T = konst. auch U = konst. Da man eine Zustandsänderung bei konstanter innerer Energie auch "isodynamisch" nennt, so erkennen wir, daß diese bei den Gasen mit der isothermischen identisch ist.

§ 17. Adiabatische Zustandsänderung der Gase.

Man nennt eine Zustandsänderung adiabatisch (§ 7, d), wenn während des ganzen Verlaufes $\overline{12}$ Wärme weder zu- noch abgeführt wird. Für diesen Fall ist also dQ = 0 zu setzen. Um die Gleichung der adiabatischen Druckkurve zu erhalten, ist es nötig, eine Beziehung zwischen Druck und Volumen für die Gase aufzustellen, bei welcher die Bedingung dQ = 0 erfüllt ist. Eine solche Beziehung erhält man, wenn in Gleichung 35 dQ = 0 gesetzt wird, also

$$dQ = c_v \, dT + A \, P \, dv = 0$$

und ferner dT mit Hilfe der differentiierten Gleichung 29 in der Form

P dv + v dP = R dT

eliminiert wird, also

$$\frac{c_v}{R}(P\,dv+v\,dP)+A\,P\,dv=0$$

ein Ausdruck, der mit Gleichung 42:

$$c_{v} = \frac{AR}{\varkappa - 1}$$

auch übergeht in

$$\frac{A}{\kappa - 1} (v \, dP + \varkappa P \, dv) = 0$$

(Gleichung 35c auf S. 36 mit dQ = 0).

Diese Gleichung wird nur dann erfüllt, wenn der Ausdruck in der Klammer gleich Null oder

$$vdP + \varkappa Pdv = 0$$

wird,

§ 17. Adiabatische Zustandsänderung der Gase. 41

Aus dieser Differentialgleichung läßt sich nun die Gleichung der Adiabate ableiten, indem wir auch

$$\frac{dP}{P} + \varkappa \frac{dv}{v} = 0$$

und hierfür

 $d \left[ln \left(P v^* \right) \right] = 0$

schreiben können. Das Integral der letzten Gleichung

$$Pv^{\star} = \text{konst.}$$
 (49)

stellt uns die Adiabate dar. Die Größe z ist wie früher

 $\varkappa = \frac{c_p}{c} = 1,41.$

Wenn wieder der Anfangszustand des Gases durch die bekannten Größen, sowie das Endvolumen. bis zu welchem expandiert werden soll, gegeben ist, so tritt. die Aufgabe heran,





die noch unbekannten Größen P_2 , T_2 und L zu ermitteln.

Der Enddruck P, ist ohne weiteres berechenbar, wenn man Gleichung 49 auf Anfangs- und Endzustand anwendet und die eine Gleichung in die andere dividiert. Es wird also

$$P_3 = P_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\mathsf{N}}.\tag{50}$$

Um die Endtemperatur T_2 zu berechnen, schreiben wir Gleichung 49 auch in der Form

$$P_1 v_1^* = P_2 v_2^* \tag{51}$$

oder

$$(P_1 v_1) v_1^{*-1} = (P_2 v_2) v_2^{*-1},$$

woraus in Verbindung mit den Zustandsgleichungen

$$P_1 v_1 = RT_1$$
 und $P_2 v_2 = RT_2$

sich eine Gleichung:

$$T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}$$

ergibt, woraus die Temperatur T, zu

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \tag{52}$$

berechnet werden kann.

Wäre nur das Druckverhältnis bekannt, so erhalten wir mit Berücksichtigung von Gleichung 51 in der Form:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

die Endtemperatur T_2 zu

$$T_3 = T_1 \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{N-1}{N}}$$
, (53)

Bei adiabatischer Expansion muß die Endtemperatur T_2 immer kleiner als T_1 sein, da nach Gleichung 19 die geleistete äußere Arbeit einer dem Körper selbst entzogenen Wärmemenge äquivalent ist und hierbei notwendigerweise eine Temperaturerniedrigung eintritt.

§ 18. Unterschied zwischen isoth. u. adiab. Zustandsänderung. 43

Die äußere Arbeit L ist auch hier durch die schraffierte Fläche $\overline{1\ 2\ 2'\ 1'}$ (Fig. 9) dargestellt. Aus Gleichung 19 und 34 erhalten wir

$$AL = -c_{\bullet} (T_2 - T_1) = c_{\bullet} (T_1 - T_2).$$
(54)
Mit Hilfe der Zustandsgleichungen

 $P_1 v_1 = RT_1$ und $P_2 v_2 = RT_2$ lassen sich auch die Temperaturen durch Druck und Volumen ersetzen, und wir erhalten mit Rücksicht auf Gleichung 42

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1} \left(P_1 \, v_1 - P_2 \, v_2 \right). \tag{55}$$

Auch diese Formeln lassen sich für die Umkehrung des Prozesses anschreiben. Wir erkennen, daß bei einer Kompression die aufgewandte Arbeit zur Temperaturerhöhung des Gases benützt wird, da nach der Voraussetzung keine Wärme abgeleitet wird

§ 18. Unterschied zwischen isothermischer und adiabatischer Zustandsänderung bei den permanenten Gasen.

Der Unterschied beider Zustandsänderungen soll durch folgende Beispiele klargelegt werden:

1. Beispiel: Es sei 1 kg Luft von der Temperatur 30° und dem Anfangsdruck $p_1 = 1$ at = 1 kg/cm² a) isothermisch, b) adiabatisch bis zu einem Enddruck $p_2 = 10$ kg/cm² zu komprimieren; dabei sind die für die Zustandsänderungen in Betracht kommenden Größen zahlenmäßig zu ermitteln.

a) Isothermische Zustandsänderung.

Vorerst haben wir das Volumen v von 1 kg Luft bei 30°zn bestimmen. Aus der Zustandsgleichung (Gleichung 29) folgt

 $v_i = \frac{RT_i}{P_i} = \frac{29,27 (273 + 30)}{10\,000} = 0,887 \text{ m}^s/\text{kg}.$

Das Endvolumen bei der isothermischen Kompression ist dann nach Gleichung 45

$$r_1 = \frac{P_1 \cdot v_1}{P_2} = \frac{1}{10} \cdot 0,887 = 0,0887 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Die äußere Arbeit ergibt sich durch Einsetzen der Werte in Gleichung 46 zu

$$L = P_1 v_1 \ln \frac{v_1}{v_1} = 10000 \cdot 0.887 \ln \frac{0.0887}{0.887}$$

= -20424 mkg (für 1 kg Luft).

Das negative Zeichen läßt erkennen, daß bei der Kompression Arbeit aufzuwenden ist.

b) Adiabatische Zustandsänderung.

Das Anfangsvolumen v_1 ist dasselbe wie im vorigen Falle, während das Endvolumen v_2 sich aus der Gleichung der Adiabate (Gleichung 51) bestimmt:

$$(v_2')^{\varkappa} = \frac{P_1}{P},$$

woraus

$$v_2 = 0.173 \text{ m}^3/\text{kg}$$

folgt.

Die äußere Arbeit ergibt sich zu

$$L = \frac{1}{s-1} \left(P_1 \, v_1 - P_1 \, v_2' \right)$$

nach Gleichung 55, woraus mit den Zahlenwerten

$$L = \frac{1}{0.41} \left(10000 \cdot 0.887 - 10 \cdot 10000 \cdot 0.173 \right)$$

= -20560 mkg (für 1 kg Luft) wird.

Als weitere Unbekannte kommt bei dieser Zustandsänderung die Temperatur in Betracht. Diese ergibt sich für den Endzustand aus Gleichung 53 zu

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa}} = 303 \cdot 10^{\frac{0.41}{1.41}} = 592^{\frac{\kappa}{2}}$$

oder

 $t_2 = 592^{\circ} - 273^{\circ} = 319^{\circ}$.

Es tritt also eine Erhöhung der Temperatur um 289: ein.

§18. Unterschied zwischen isoth. u. adiab. Zustandsänderung. 45

Vergleicht man die beiden Zustandsänderungen (Fig. 10), so ist ersichtlich, daß das Endvolumen bei der adiabatischen Kompression größer ist als das bei isothermischer. Die äußeren Arbeiten werden durch die Flächen unter den Druckkurven dargestellt.



2. Beispiel: Es sei nun angenommen, das in Beispiel 1 gegebene Luftquantum sei schon isothermisch auf 10 at Druck komprimiert worden, so daß jetzt das Anfangsvolumen zu $v_1 = 0.0887 \text{ m}^3/\text{kg}$ anzunehmen ist, wenn wir wieder auf das zehnfache Volumen adiabatisch expandieren wollen (Fig. 11).

Setzen wir $v_1 = 0.0887$, $v_2 = 0.887$ m³/kg, $p_1 = 10$ at, so berechnet sich der Enddruck aus der Adiabaten-Gleichung in der Form:

 $P_1 v_1^{\star} = P_2' v_1^{\star}$ oder $p_1 v_1^{\star} = p_2' v_1^{\star}$

311

$$p'_{1} = 10 \ (\frac{1}{\sqrt{5}})^{1.41} = 0.39 \ \text{kg/cm}^{2}$$
.

Die äußere Arbeit hat die Größe:

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1} (P_1 v_1 - P_2 v_2) = \frac{1}{0.41} (10 \cdot 0.0887 - 0.39 \cdot 0.887) 10000$$

= 13197 mkg (für 1 kg Luft).



Fig. 11.

Die Anfangstemperatur ist wie im vorigen Beispiel gleich 30°. Man erhält die Endtemperatur aus Gleichung 52 zu:

$$T_{\rm g} = T_{\rm 1} \left(\frac{v_{\rm 1}}{v_{\rm g}} \right)^{\kappa - 1} = 303 \; (\frac{1}{10})^{0,41} = 118^{\circ} \; ,$$

und damit

 $t_1 = 118^\circ - 273^\circ = -155^\circ$.

Es tritt bei adiabatischer Expansion eine bedeutende Abkühlung ein. Wie aus Fig. 11 und Rechnung ersichtlich, wird der Enddruck bei adiabatischer Expansion kleiner als bei einer isothermischen mit dem gleichen Anfangszustand.

§ 19. Die Luft als arbeitender Körper.

§ 19. Die Luft als arbeitender Körper.

In der Technik verwendet man Preßluft oder Luft unter höherem Druck als der atmosphärische zu mecha-





nischer Arbeitsleistung. Man erzeugt die Preßluft in den Kompressoren und leitet sie der Verbrauchsstelle zu, woselbst sie zum Nieten, Bohren oder Heben einer Flüssigkeit benützt wird.

Wie sich aus den Betrachtungen von § 18 ergibt, kann Luft nur bei Arbeitsleistung auf eine höhere Spannung gebracht werden. Dem Kompressor ist also mechanische Arbeit zuzuführen, die zumeist von einer mit ihm verbundenen Dampfmaschine geliefert wird. In Fig. 12 finden wir einen doppelt wirkenden Kompressor in schematischer Zeichnung mit seinem Arbeitsdiagramm.

Auf dem Wege vom linken Totpunkt T_3 bis zum rechten T_1 hat der Kolben K Luft von atmosphärischer Spannung $(p_1 = 1 \text{ at})$ durch das Ventil S angesaugt, welche er dann auf dem umgekehrten Weg $\overline{T_1 T_2}$ bei einer Zustandsänderung a b auf den Druck $p_2 = 7$ at komprimiert. Das Ventil H öffnet sich erst, wenn dieser Druck erreicht ist, da wir anzunehmen haben, daß in dem Raume A schon der Druck p_2 herrscht. Diesen Raum können wir als sehr groß gegenüber dem Hubvolumen des Kompressors annehmen. Der Kolben schiebt dann auf dem durch die Horizontale $\overline{b} c$ dargestellten Weg die Luft nach A. Bei der Umkehr des Kolbens schließt sich das Ventil H wieder, wir erreichen aber infolge des schädlichen Raumes im Kompressor erst bei Punkt d den Druck von 1 at, in welchem Augenblick sich auch das Ventil S öffnet, so daß der Prozeß von neuem beginnen kann.

Für unsere weiteren Betrachtungen nehmen wir den schädlichen Raum als verschwindend an, so daß wir ideale Diagramme (Fig. 13a und b) erhalten, in welchen wir auch zum Vergleich mit der wirklichen Kompressionskurve eine isothermische (Fig. 13a) und eine adiabatische (Fig. 13b) Zustandsänderung angenommen haben.

Die Arbeitsfläche L bei dem isothermischen Prozesse ist zu

$L = L_1 + L_2 - L_3$

zu berechnen, worin L_1 die schon bekannte Arbeitsfläche unter der Isotherme, L_2 und L_2 leicht su er-

§ 19. Die Luft als arbeitender Körper.

haltende Rechtecke sind. In der gleichen Weise ist für die adiabatische Zustandsänderung

$$L' = L'_1 + L'_2 - L'_3$$

zu setzen.

a) Zur Berechnung dieser Arbeiten sei für den Anfangszustand a in Fig. 13a:

 $p_1 = 1 \text{ at}, V_1 = 1 \text{ m}^3 \text{ und } t_1 = 20^{\circ}$



Fig. 13a.

Fig. 18b.

und für den Endzustand b der Isotherme:

 $p_{9} = 7 \text{ at}, t_{9} = t_{1} = 20^{\circ}$

angenommen; unbekannt ist:

V., L., L., L. und L.

Wir erhalten mit

$$\begin{split} V_1 &= G \cdot v_1 \quad \text{und} \quad V_2 &= G \cdot v_2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{7} \end{split},$$

also

 $V_{\rm s} = 0.143 \, {\rm m}^{\rm s}$.

Walther und Röttinger, Wärmelehre,

49

Da $L_{\rm 2}=P_{\rm 2}\,V_{\rm 2}$ und $L_{\rm 3}=P_{\rm 1}\,V_{\rm 1}$, so ergibt sich $L_{\rm 2}=L_{\rm 3}$ und hiermit die gesamte Arbeit

$$L = L_1 = P_1 V_1 ln \frac{1}{v_1} = 10000 ln \frac{1}{7}$$

= - 19539 mkg pro 1 m³

für eine isothermische Zustandsänderung.

b) Bei der adiabatischen Zustandsänderung (Fig. 13b) sei der Endzustand b' ($p_{4} = 7$ at) mit den Unbekannten

V2, t2, L1, L2, L'3 und L'.

Multiplizieren wir die Gleichung der Adiabate in der Form

$$p_1 v_1^{\varkappa} = p_2 (v_2')^{\varkappa}$$

beiderseits mit G^* , so erhalten wir

$$p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 (V_2')^{\varkappa}$$

und hieraus

$$V_2' = 0.252 \text{ m}^3$$
.

Die Arbeitsfläche unter der Adiabate ist

$$L'_{1} = \frac{1}{x - 1} (P_{1} V_{1} - P_{2} V'_{2})$$

= - 18634 mkg.

Ferner ist

 $L'_{2} = -P_{2}V'_{2} = -0.252 \cdot 70000 = -17640 \text{ mkg},$ $L'_{3} = P_{1}V_{1} = 10000 \text{ mkg}$

'und damit

 $L = L'_1 + L'_2 - L'_3 = -26274 \text{ mkg pro 1 m}^3$ berechnet.

Die Temperatur in b' ergibt sich aus

$$T_2' = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

zu $T'_2 = 516^\circ$ oder $t'_2 = 243^\circ$,

steigt also um 225°.

§ 19. Die Luft als arbeitender Körper. 51

Vergleichen wir die in a) und b) gewonnenen Resultate, so zeigt sich, daß wir bei isothermischer Kompression die gewünschte höhere Spannung mit einer viel geringeren Arbeit erreichen. Des weiteren erhalten wir bei der adiabatischen Kompression eine ziemlich starke Temperaturerhöhung, die die Luft auf dem Wege zur Verbrauchsstelle größtenteils wieder verlieren wird.

Demgegenüber steht aber als Nachteil einer isothermischen Zustandsänderung die nötig werdende Wärmeentziehung. so daß die gewöhnliche Kompressorkurve nahezu doch eine Adiabate ist. Die große Temperaturerhöhung vermeidet man durch zweistufige Kompression (Fig. 14); auf dem Wege bc findet





Rückkühlung auf die Anfangstemperatur statt und dann erst weitere Kompression \overline{cd} .

An der Verbrauchsstelle kann die Luft vermöge ihrer höheren Spannung Arbeit leisten. Besitzt sie hierbei dieselbe Temperatur wie vor ihrer Kompression, die dann also isothermisch verlief, so ist auch ihre innere Energie nach § 16 dieselbe geblieben. Die Arbeitsabgabe bringt aber eine gleichzeitige starke Abkühlung hervor, da wir annehmen können, daß hierbei ein adiabatischer Prozeß erfolgt. Hier wirkt also eine höhere Temperatur günstig, weil dann die innere Energie der Luft größer und deswegen die Abkühlung geringer ist.

§ 20. Allgemeine oder polytropische Zustandsänderung.

Die Gleichung der polytropischen Kurve ist der der adiabatischen nachgebildet und lautet:

$$Pv^n = \text{konst.}$$
 (56)

Diese Gleichung enthält alle bisher betrachteten Druckkurven:

Man erhält für:

 $n = 1 \dots Pv = \text{konst.}$ (Isotherme), $n = \varkappa \dots Pv^* = \text{konst.}$ (Adiabate), $n = 0 \dots P = \text{konst.}$ (Kurve konstanten Druckes), $n = +\infty \dots v = \text{konst.}$ (Kurve konstanten Volumens), also allgemein für verschiedene Werte von n, die man von $-\infty$ bis $+\infty$ variieren kann, sämtliche Zustandsänderungen.

Nimmt man wie bisher den Anfangszustand und das Volumen des Endzustandes als gegeben an, so erhalten wir ähnliche Gleichungen wie bei der Adiabate.

Der Enddruck P, ist

$$P_2 = P_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n \tag{57}$$

und die Endtemperatur T_{2}

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$
 (58)

Die äußere Arbeit ist auch hier durch die Fläche $\overline{1 \ 2 \ 2' \ 1'}$ (Fig. 3) gegeben zu

$$L = \int_{1}^{\infty} P \, dv$$
.

§ 20. Allgemeine oder polytropische Zustandsänderung. 53

Durch eine Umformung von Gleichung 56 erhalten wir

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n = P v^n$$

oder

$$P = P_1 \left(\frac{v_1}{v}\right)^* = P_2 \left(\frac{v_2}{v}\right)^*$$

und damit für die äußere Arbeit

$$L = P_1 v_1^n \int \frac{dv}{v} = P_2 v_2^n \int \frac{dv}{v^n} = \frac{P_1 v_1^n}{n-1} \left(\frac{1}{v_1^{n-1}} - \frac{1}{v_2^{n-1}} \right)$$
$$= \frac{P_1 v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right) = \frac{1}{n-1} \left(P_1 v_1 - P_2 v_2 \right).$$
(59)

Mit den bekannten Gleichungen

$$P_1 v_1 = RT_1, P_2 v_2 = RT_2$$

und Gleichung 42:

 $c_{\mathbf{v}} (\mathbf{x} - 1) = AR$

schreiben wir auch

$$L = \frac{1}{A} c_{\rm s} \frac{\kappa - 1}{n - 1} \left(T_1 - T_2 \right). \tag{60}$$

Diese Gleichung sagt aus, daß bei einer polytropischen Zustandsänderung die äußere Arbeit der Temperaturänderung proportional ist.

Die Wärmemenge Q wird aus

$$Q = c_1 (T_2 - T_1) + AL$$

berechnet zu

$$Q = c_{v} (T_{2} - T_{1}) + c_{v} \frac{\varkappa - 1}{n - 1} (T_{1} - T_{2})$$
$$= c_{v} \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{n - 1}\right) (T_{2} - T_{1})$$
$$Q = \lambda (T_{2} - T_{1}), \qquad (61)$$

wenn wir den Wert

$$\lambda = c_v \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{n - 1} \right) = c_v \frac{n - \varkappa}{n - 1} \tag{62}$$

einführen, der für jedes Gas eine andere Konstante darstellt.

Die Differentiation von Gleichung 61 gibt:

$$d Q = \lambda d T. \tag{63}$$

Es ist also die zugeführte Wärmemenge der Temperaturänderung proportional.

Schreiben wir Gleichung 60 in der Form

$$AL = -c_{v} \frac{x-1}{n-1} (T_{2} - T_{1})$$

und dividieren mit diesem Wert in die Gleichung für Q, aus Gleichung 61 und 62 erhalten zu

$$Q = c_{\mathrm{p}} \frac{n-\varkappa}{n-1} \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{1}}\right),$$

so erhalten wir

$$\frac{Q}{AL} = \frac{\varkappa - n}{\varkappa - 1}$$

oder eine Beziehung zwischen der Wärmemenge und der äußeren Arbeit bei einer polytropischen Zustandsänderung.

§ 20. Allgemeine oder polytropische Zustandsänderung. 55

Konstruktion der polytropischen Kurve (nach Brauer).

Gegeben sei ein Anfangszustand M (Fig. 15) mit seinen Koordinaten $O\overline{A} = v_1$ und $M = P_1$, durch welchen eine polytropische Kurve mit dem Exponenten ngelegt werden soll.



Fig. 15.

Wir tragen an die Abszissenachse \overline{OX} einen beliebigen Winkel α an, an die Ordinatenachse \overline{OY} den Winkel β berechnet aus

$$(1 + tg \beta) = (1 + tg \alpha)^n. \tag{64}$$

Ziehen wir ferner einmal \overline{MC} horizontal und durch Punkt C auf \overline{OY} eine Linie $\overline{CC'}$ unter 45° gegen die Horizontale geneigt (Punkt C' liege auf dem anderen Schenkel von $\ll \beta$) und dann \overline{MAB} vertikal, durch B

eine Linie BB' unter 45° (B und B' liegen auf den Schenkeln von $\ll \alpha$), so ergibt eine Horizontale durch Punkt C' und eine Vertikale durch Punkt B' den Schnittpunkt N als weiteren Punkt der verlangten polytropischen Kurve.

Beweis: Bezeichnen wir die Koordinaten OB' und $\overline{B'N}$ mit v_2 und P_2 , so haben wir zu beweisen, daß die Gleichung 56 in der Form

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n$$

erfüllt ist.

Nach Konstruktion ist

 $\overline{AB} = \overline{AB'} = v_2 - v_1$ und $\overline{DC'} = \overline{DC} = P_1 - P_2$, also

$$tg \ \alpha = \frac{v_2 - v_1}{v_1}$$
 und $P_1 = P_2 \ (1 + tg \ \beta)$

oder

 $v_1 = v_1 (1 + tg \alpha)$ und $P_1 = P_2 (1 + tg \beta)$, wofür wir auch schreiben können

 $v_2^n = v_1^n (1 + tg \alpha)^n$ und $P_1 = P_2 (1 + tg \alpha)^n$ (mit Gleichung 64); es ergibt sich hieraus sofort

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n$$

oder Punkt N liegt auf der Polytrope $Pv^* = konst.$ Das oben bezeichnete Verfahren läßt sich noch weiter fortsetzen, so daß man verschiedene Punkte derselben Polytrope erhält. Je kleiner man den Winkel α wählt, um so mehr Schnittpunkte wird man erhalten. § 20. Allgemeine oder polytropische Zustandsänderung. 57

Bestimmung des Exponenten n auf rechnerischem und graphischem Wege.

Ist die polytropische Kurve graphisch gegeben, so wendet man für zwei Punkte derselben ihre Gleichung an in der Form

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n.$$

Durch Logarithmieren erhält man sofort den Wert des Exponenten

$$n = \frac{\log P_1 - \log P_2}{\log v_2 - \log v_1}.$$

Sehr einfach gestaltet sich die Berechnung von n auf graphischem Wege. Bekanntlich stellt nach Früherem die Fläche $F_1 = 122'1'$ die Arbeitsfläche dar, wenn das Gas von dem Zustande 1 in den von 2 übergeht, d. h. man kann



$$F_1 = \frac{1}{n-1} \left(P_1 \ v_1 - P_2 \ v_2 \right)$$

setzen. Die Fläche $F_2 = \overline{1 \ 2 \ 2'' \ 1''}$ läßt sich an Hand der Fig. 15 durch folgende Gleichung darstellen:

$$F_2 = F_1 + P_1 v_1 - P_2 v_1$$
$$= \frac{n}{n-1} (P_1 v_1 - P_2 v_2),$$

Durch Division beider Gleichungen ergibt sich ohne weiteres der Exponent n zu

$$n = \frac{F_2}{F_1}$$
.

Man hat also nur die Flächen F_1 und F_2 zu planimetrieren, um hieraus den Exponenten der polytropischen Kurve finden zu können.

§ 21. Allgemeiner Kreisprozeß eines permanenten Gases.

Unter Kreisprozeß versteht man eine Reihenfolge von Zustandsänderungen, bei der die Wärmezufuhr



oder -Entziehung derart geregelt ist, daß der Endzustand des arbeitenden Körpers gleich dem Anfangszustande wird. Fig. 17 zeigt in graphischer Darstellung den Verlauf eines solchen Prozesses.

Geht man von dem Anfangszustande 1 aus, so soll der arbeitende Körper — es sei als solcher ein permabis Zustand 2 ex-

nentes Gas angenommen — bis Zustand 2 expandieren. Er ändert hierbei seine innere Arbeit um den Betrag $(U_2 - U_1)$ und erhält von außen die Wärmemenge Q_1 zugeführt. Die bei dieser Zustands-

§ 21. Allgemeiner Kreisprozeß eines permanenten Gases. 59

änderung geleistete äußere Arbeit L_1 wird durch die Fläche 1 2 2' 1' dargestellt.

Bei der folgenden Expansion von Punkt 2 auf 3 ist die Änderung der inneren Arbeit $U_3 - U_2$, die zugeführte Wärmemenge Q_2 und die geleistete äußere Arbeit gleich L_2 , dargestellt durch die Fläche 23372.

Um zum Ausgangspunkte zurückkehren zu können, möge jetzt eine Kompression des Gases erfolgen und zwar zuerst nach der Zustandskurve $\overline{\mathbf{3}}$ 4. Die auftretende innere Arbeit ist $U_4 - U_8$, des weiteren muß eine äußere Arbeit L_3 geleistet werden, die der Größe nach gleich der Fläche $\overline{\mathbf{3}}$ 4 4' 3' und als negativ in die Rechnung einzuführen ist.

Von dem Punkte 4 ausgehend, ist es nun ohne weiteres möglich, eine Zustandskurve derart zu legen, daß dieselbe durch den Ausgangspunkt 1 geht. Nach dieser Kurve muß das Gas komprimiert werden, um einen Kreisprozeß zu durchlaufen. Für diesen Teil des Prozesses ändert sich analog den vorigen Betrachtungen die innere Arbeit um $U_1 - U_4$, die äußere ist gleich L_4 entsprechend der Fläche $\overline{411'4'}$, wobei aber noch die Wärmemenge Q_4 zu entziehen ist.

Wir erhalten also nach Gleichung 11 für die vier Zustandsänderungen:

$$egin{aligned} &Q_1 = A \; (U_2 - U_1) + A \, L_1 \, , \ &Q_2 = A \; (U_3 - U_2) + A \, L_2 \, , \ &- Q_3 = A \; (U_4 - U_3) - A \, L_3 \, , \ &- Q_4 = A \; (U_1 - U_4) - A \, L_4 \end{aligned}$$

und durch Addition dieser Gleichungen: $(Q_1 + Q_2) - (Q_8 + Q_4) = A (L_1 + L_2 - L_8 - L_4),$

wofür wir auch

$$Q - Q' = AL$$

schreiben können, wenn Q die im ganzen zugeführte und Q' die abgeleitete Wärme bedeutet. Aus Fig. 17 ergibt sich L als die zwischen den vier Übergangskurven verbleibende Arbeitsfläche.

Man erkennt, daß bei einem Kreisprozeß keine innere



Arbeit geleistet wird und daß die Differenz der zu- und abgeführten Wärmemengen der erhaltenen Arbeit proportional ist. Wir haben also in einem solchen Prozeß ein Mittel, um aus Wärmeenergie, wie sie z. B. bei der Verbrennung entsteht, mechanische Arbeit zu erzeugen.

Umkehrung des Kreisprozesses.

Würden wir den Prozeß in umgekehrter Richtung durchlaufen, so erhalten wir bei Betrachtung der Fig. 18 ähnlich wie im ersten Fall:

$$\begin{array}{l} Q_4 = A \left(U_4 - U_1 \right) + A \, L_4 \, , \\ Q_3 = A \left(U_3 - U_4 \right) + A \, L_3 \, , \\ - \, Q_2 = A \left(U_2 - U_3 \right) - A \, L_2 \, , \\ - \, Q_1 = A \left(U_1 - U_2 \right) - A \, L_1 \end{array}$$

(65)

§ 21. Allgemeiner Kreisprozeß eines permanenten Gases. 61 und durch Addition:

$$Q_4 + Q_3 - (Q_2 + Q_1) = A (L_4 + L_3 - L_2 - L_1)$$

 $Q' - Q = -AL.$

Wir leisten also mechanische Arbeit und haben Wärme abzuführen, können also diesen umgekehrten Prozeß zur Kälteerzeugung verwenden.

Der Wirkungsgrad eines Kreisprozesses.

Die Gleichung 65 sagt aus, daß in einem Kreisprozeß die zugeführte Wärmemenge Q nicht vollständig in Arbeit übergeführt werden kann. Es wird nur ein Teil AL in äußere Arbeit umgewandelt, während die abgeleitete Wärmemenge Q' für den Prozeß als wertlos zu betrachten ist.

Wie bei allen Arbeitsvorgängen in der Natur, so kann man auch hier von einem Wirkungsgrade sprechen. Unter dem Wirkungsgrade eines Kreisprozesses versteht man das Verhältnis der gewonnenen Arbeit zur aufgewandten Wärme. Bezeichnet man den Wirkungsgrad mit η , so folgt

$$\eta = \frac{AL}{Q}.$$
 (66)

Betrachtet man Gleichung 65, so erkennt man sofort die Unmöglichkeit, daß der Wirkungsgrad unseres Prozesses den Wert 1 annimmt. Es ist daher die Frage berechtigt: Wann tritt das Maximum für den Wirkungsgrad eines Kreisprozesses ein? Die folgende Betrachtung wird zeigen, daß dieses Maximum durch den Carnotschen Prozeß gegeben ist.

§ 22. Carnotscher Kreisprozeß.

Der Carnotsche Kreisprozeß ist dadurch gekennzeichnet, daß bei demselben nur Zustandsänderungen isothermischer und adiabatischer Natur vorkommen. Es erfolgt zunächst eine isothermische Expansion 12 (siehe Fig. 19), wobei die Temperatur den konstanten Wert T_1 behäut. Hierbei ist nun die Wärmemenge Q_1 zuzu-



Fig. 19.

führen, die nach Gleichung 48 für ein permanentes Gas der äußeren Arbeit L_1 , dargestellt durch die Fläche 122'1', äquivalent ist. Wir schreiben also

$$Q_1 = AL_1 . \tag{67}$$

Die nun folgende Expansion 2 3 sei eine adiabatische, also ohne jegliche Wärmezufuhr oder Ableitung. Da aber eine äußere Arbeit geleistet wird, so muß dies auf Kosten der inneren Wärme geschehen, weshalb die Temperatur von dem Werte T_1 auf T_2 sinkt. Die Fläche

§ 22. Carnotscher Kreisprozeß.

 $\overline{2}$ $\overline{3}$ $\overline{3'}$ $\overline{2'}$ stellt die durch den Verbrauch eines Teiles der inneren Wärme erzeugte Arbeit L_a dar. Dieselbe kann nach den früher abgeleiteten Beziehungen in Form folgender Gleichung geschrieben werden:

$$AL_a = c_v \left(T_1 - T_2 \right).$$

Als dritte Zustandsänderung folgt eine isothermische Kompression 34 bei konstanter Temperatur T_2 . Die hierdurch erzeugte Wärmemenge Q_2 muß abgeleitet werden, um einen derartigen Prozeß zu ermöglichen. Die zur Kompression erforderliche äußere Arbeit L_2 ist äquivalent der Arbeitsfläche 344'3', wobei

$-Q_2 = -AL_2.$

Punkt 4 ist so zu wählen, daß die folgende adiabatische Kompression zu Punkt 1 zurückkehrt. Die hierbei zu leistende äußere Arbeit L'_a kann nur dazu verwendet werden, die innere Wärme des Gases, also dessen Temperatur auf T_1 Grad zu erhöhen. Sie wird durch die Fläche $\overline{411'4'}$ dargestellt und bestimmt sich aus der Gleichung

$$-AL'_{a} = c_{v} \left(T_{2} - T_{1}\right). \tag{68}$$

Bildet man die Summe aller Einzelprozesse, so stellt die schraffierte Fläche $\overline{1\ 2\ 3\ 4}$ die durch den Carnotschen Kreisprozeß gewonnene äußere Arbeit L dar. Bei der algebraischen Summation ist sofort ersichtlich, daß die durch die adiabatischen Zustandsänderungen gegebenen äußeren Arbeiten L_a und L'_a gleich sind und entgegengesetztes Vorzeichen haben, infolgedessen aus der Gleichung für den Carnotschen Prozeß verschwinden. Das Ergebnis der Summation ist demnach

 $Q_1 - Q_2 = AL, \qquad (69)$

wobei auch

$$L_1 - L_2 = L \tag{70}$$

gesetzt werden kann.

Nach Gleichung 46 gilt nun für die isothermische Expansion (12)

$$L_1 = P_1 v_1 \ln \left(\frac{v_2}{v_1}\right) = RT_1 \ln \left(\frac{v_2}{v_1}\right),$$

für die isothermische Kompression (34)

$$L_2 = P_8 v_3 \ln \left(\frac{v_4}{v_3}\right) = RT_2 \ln \left(\frac{v_4}{v_3}\right).$$

Es ist jetzt noch die Lage des nicht willkürlichen Punktes 4 in algebraischer Form zu charakterisieren. Dies kann erreicht werden, wenn man Gleichung 52 auf die adiabatische Expansion $(2\ 3)$ und Kompression $(4\ 1)$ anwendet. Man erhält

$$\begin{split} \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^{\kappa-1} \ (\text{für die Kurve } \overline{2\ 3}) \ , \\ \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{v_4}{v_1}\right)^{\kappa-1} \ (\text{für die Kurve } \overline{4\ 1}) \ . \end{split}$$

Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke ergibt sich

$$\frac{v_8}{v_2} = \frac{v_4}{v_1}$$
 oder $\frac{v_3}{v_4} = \frac{v_2}{v_1}$,

d. h. es muß das Kompressionsverhältnis der isothermischen Kompression gleich dem Expansionsverhältnis der isothermischen Expansion sein, damit die einzelnen Zustandsänderungen einen vollkommen in sich geschlossenen Kreislauf bilden.

Führt man diese Volumenverhältnisse in die oben

§ 22. Carnotscher Kreisprozeß.

angegebenen Gleichungen für die äußeren Arbeiten L_1 und L_1 ein, so folgt durch Division derselben

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}.$$
(71)

Der Wirkungsgrad wird nach Gleichung 66 gebildet und ergibt sich mit den Gleichungen 67 und 70 zu

$$\eta = \frac{AL}{Q_1} = \frac{L_1 - L_2}{L_1},$$

wofür nach Gleichung 71 auch

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{72}$$

geschrieben werden kann, d. h. der Wirkungsgrad des Carnotschen Prozesses ist nur abhängig von dem Temperaturgefälle. Je größere Temperaturunterschiede man in dem Prozesse erreichen kann, um so günstiger wird die Umwandlung von Wärme in Arbeit sein. Bei näherem Zusehen ist hierin aber schon selbst eine Beschränkung des Wirkungsgrades gegeben. Es ist nämlich nicht möglich, die Temperaturgrenzen beliebig zu vergrößern; vor allem sind wir nicht imstande, als unterste Temperaturgrenze - 273 ° C., wofür $\eta = 1$ würde, zu nehmen. Vielmehr können wir im Maximum den arbeitenden Körper nur bis zur Temperatur des Grundwassers abkühlen. Es ist daher nie möglich. daß der Wirkungsgrad den Wert $\eta = 1$ annimmt. Der Temperaturunterschied kann aber, soweit es unsere jetzigen Hülfsmittel erlauben, durch Erhöhung der Temperatur T1 vergrößert und somit der Wirkungsgrad n verbessert werden.

Walther und Köttinger, Wärmelehre.

Der Wert $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ wird auch allgemein als thermodynamischer Wirkungsgrad bezeichnet und wir schen, daß beim Carnotschen Prozeß das Maximum des Güteverhältnisses in der Umsetzung von Wärme in Arbeit erreicht wird, da für ihn theoretisch der Wert $\eta = 1$ werden kann.

§ 23. Der II. Hanptsatz der mechanischen Wärmetheorie, der Entropiebegriff.

Die Gleichung 71 läßt sich auch in folgender Form schreiben:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$
 oder $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$.

Hierbei ist zu beachten, daß Q_2 schon den negativen Begriff in sich trägt, da es eine abgeleitete Wärmemenge bedeutet.

Überträgt man diese Gleichung auf irgend einen geschlossenen Kreisprozeß, so kann allgemein gesetzt werden

$$\mathcal{Z}\left(\frac{Q}{T}\right) = 0, \qquad (73)$$

wenn Isothermen und Adiabaten sich in beliebiger Folge ablösen.

Man nennt nun nach Zeuner den Ausdruck $\frac{Q}{T}$ das

Wärmegewicht und kann vorstehende Gleichung so definieren: Bei einem vollkommenen Kreisprozeß sind die zugeführten und abgeführten Wärmegewichte einander gleich oder die algebraische Summe der Wärmegewichte in einem solchen Prozesse ist gleich Null. § 23. Der II. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. 67

Durch Verbindung der Gleichung 66 und 72 erhält man:

$$A L = \frac{Q_1}{T_1} (T_1 - T_2).$$
(74)

In dieser Gleichung bedeutet $\frac{Q_1}{T_1}$ das Wärmegewicht, $(T_1 - T_2)$ das Temperaturgefälle. Die in äußere Arbeit umgewandelte Wärmemenge ist demnach für diesen Kreisprozeß gleich dem Produkte aus Wärmegewicht und Temperaturgefälle.

Es sei hier nur auf analoge Beziehungen hingewiesen, wie sie in der Mechanik öfter auftreten, und es möge an die Bestimmung der Leistung einer Wasserkraft erinnert werden, die sich als das Produkt aus dem Wassergewichte und der auszunützenden Gefällshöhe darstellen läßt.

Nach Obigem ist die Beziehung $\Sigma\begin{pmatrix} Q\\T\end{pmatrix} = 0$ nur für den Carnotschen Kreisprozeß abgeleitet. Es tritt nun die Frage heran, ist es zulässig, diese Boziehung auf jeden anderen beliebigen geschlossenen und umkehrbaren Kreisprozeß anzuwenden. Dies ist ohne weiteres zu bejahen, denn man kann sich diesen Kreisprozeß durch eine unendliche Schar paralleler Isothermen und Adiabaten in unendlich viele kleine Carnotsche Prozesse zerlegt denken. Was nun für jeden einzelnen der Prozesse gilt, das gilt auch für die Gesamtheit, d. h. es geht das Summenzeichen in das Integralzeichen über, da die Summe in diesem Falle aus unendlich kleinen Einzelprozessen gebildet ist. Demnach gilt für irgend einen umkehrbaren Kreisprozeß die Beziehung

$$\int_{1}^{1} \frac{dQ}{T} = 0.$$

(76)

Für jeden anderen Prozeß ist dieser Ausdruck von Null verschieden, weshalb obige Gleichung in die Form

$$\int_{1}^{2} \frac{dQ}{T} = S \tag{76}$$

übergeht, oder in Differentialform geschrieben:

$$dQ = TdS. \tag{77}$$

Clausius hat dem Werte S den Namen "Entropie" ($\tau \rho \sigma \pi \eta$ = Verwandlung) gegeben. Mit diesem Begriff sprechen wir den II. Hauptsatz in folgender Form aus:

Die Entropie eines in sich geschlossenen arbeitenden Systems kann nie kleiner werden, sie bleibt höchstens in dem idealen Fall von umkehrbaren Veränderungen dieselbe, bei allen anderen Prozessen nimmt sie zu.

Dieses Prinzip haben wir schon in § 21 in anderer Form kennen gelernt, nämlich daß Wärme nicht von selbst von einem Körper tieferer Temperatur zu einem mit höherer übergeht. Dort erkannten wir auch, daß ohne Temperaturgefälle mechanische Arbeit nicht erzeugt werden kann, ebensowenig aber auch durch Abkühlung unter die tiefste Temperatur der Umgebung.

Ein Beispiel aus der Hydraulik möge dies veranschaulichen: Es ist unmöglich, in einem und demselben Wasserniveau, z. B. im Meere, eine hydraulische Maschine, Turbine oder dergleichen zu treiben, da die Druckhöhe gleich Null ist. Stehen aber zwei verschiedene Niveaus zur Verfügung, dann kann die Turbine nutzbare Arbeit leisten, die, von den Widerständen und dem Wirkungsgrade der Maschine abgesehen, gleich dem Wassergewicht mal der Höhendifferenz ist. Bei unseren Betrachtungen tritt an Stelle des Wassergewichtes das Wärmegewicht $\frac{Q}{T}$, an Stelle der Höhendifferenz die Temperaturdifferenz $(T_1 - T_2)$.
§ 24. Graphische Darstellung der Entropie.

§ 24. Graphische Darstellung der Entropie.

Die Entropie eines Gases ist vollständig bestimmt, wenn sein augenblicklicher Zustand, dargestellt durch die Zustandsgleichung, gegeben ist. Bringt man diese Gleichung in Verbindung mit dem Gesetze der Wärmezuführung (Gleichung 35c auf Seite 36), dann läßt sich hieraus unter Berücksichtigung von Gleichung 42 eine Differentialgleichung für die Änderung der Entropie aufstellen von der Form

$$\frac{dQ}{T} = c_* \left(\frac{dP}{P} + \varkappa \frac{dv}{v}\right). \tag{78}$$

Durch Integration dieser Gleichung ergibt sich sofort die Entropie zu:

$$S = \int \frac{dQ}{T} = c_* \cdot \ln P v^* + \text{konst.}, \qquad (79)$$

woraus die Entropie für irgend einen Zustand berechnet werden kann, wenn der Druck P und das Volumen v gegeben sind.

Um eine klare Darstellung des Vorganges zu erhalten, wendet man auch hier zweckmäßig das graphische Verfahren an, indem man auf der Abszissenachse die Entropie, auf der Ordinatenachse die absolute Temperatur für den jeweiligen Zustand des Körpers aufträgt. Als Ausgangspunkt der Temperaturen ist der Nullpunkt der absoluten Temperaturskala anzuschen. Wie aus Folgendem noch klar hervorgehen wird, ist ein genaues Festlegen der Ordinatenachse nicht möglich, was schon in Gleichung 79 durch Auftreten der Integrationskonstanten ausgedrückt ist; es kommen in den einzelnen Prozessen immer nur Unterschiede zweier Entropiegrößen in Betracht.

70 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

Dieses Temperatur-Entropie-Diagramm wird auch Wärmediagramm genannt. In Fig. 20a und b seien Druck- und Wärmediagramm einander gegenübergestellt.

In dem Druckdiagramm (Fig. 20a) mache das arbeitende Gas eine Zustandsänderung 1 2 durch, wobei die Art derselben durch die Druckkurve gegeben sei. Es läßt sich dann ohne weiteres die Entropie



swischen den Grenzen 1 und 2 nach Gleichung 79 berechnen zu:



Im Wärmediagramm wählt man nun einen beliebigen Punkt als Anfangspunkt und trägt die dem Punkte 1 entsprechende Temperatur T_1 auf. Punkt 2 des Wärmediagrammes ist festgelegt durch die Größe der Entropie $S_2 - S_1$ und der dem Punkte 2 entsprechenden

§ 25. Spannunge- und Wärmediagramm. 71

Temperatur T_2 . Berechnet man für jeden einzelnen Zwischenpunkt die Größe der Temperatur und die Änderung der Entropie, so bildet sich die Druckkurve 12 (Fig. 20a) in dem Wärmediagramm (Fig. 20b) als Kurve I II ah.

Wie schon bekannt, stellt die schraffierte Fläche 1 2 2' 1' im Druckdiagramme die äußere Arbeit L in mkg dar. Um die Bedeutung der Fläche I II II' I' im Wärmediagramm abzuleiten, sei ein unendlich schmaler Flächenstreifen von der Breite dS herausgeschnitten. Dieser Streifen kann als Rechteck aufgefaßt werden, wobei die eine Seite durch dS, die andere durch T dargestellt ist. Der Inhalt des Rechteckes ist demnach T dS, wofür nach Gleichung 77 dO gesetzt werden kann. Durch Summation der einzelnen Flächenstreifen erhält man die Fläche I II II' I', welcher die gesamte zugeführte Wärmemenge Q in WE. entspricht.

Die nächste Aufgabe besteht nun darin, die bisher betrachteten Zustandsänderungen auch in das Wärmediagramm zu übertragen.

§ 25. Die besonderen Arten der Zustandsänderungen im Spannungs- und Wärmediagramm.

a) Isothermische Zustandsänderung.

Die Gleichung der Isotherme hat die Form:

$$Pv = \text{konst.},$$

wobei die Temperatur während der ganzen Zustandsänderung (Fig. 21a) dieselbe bleibt und die zugeführte Wärme vollständig in Arbeit umgewandelt wird. Aus T = konst. ist schon zu ersehen, daß im Wärme-

72 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

diagramm (Fig. 20b) die Wärmekurve in eine Gerade, parallel zur Abszissenachse, übergeht. Die Änderung der Entropie ist gegeben durch

$$S_2 - S_1 = \int_{1}^{2} \frac{dQ}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int_{1}^{2} dQ = \frac{Q}{T_1}$$
(80)

und die Rechteckfläche $\overline{I \amalg \Pi' \Gamma'}$ stellt die in Arbeit umgewandelte Wärme dar.





Die adiabatische Zustandsänderung erfolgt nach der Gleichung $Pv^* = \text{konst.}$, wobei weder Wärme zunoch abgeleitet wird (dQ = 0) und demzufolge die Entropie während des ganzen Prozesses denselben Wert behält. Die im Druckdiagramme (Fig. 22a) dargestellte Adiabate $\overline{12}$ erscheint im Wärmediagramm (Fig. 22b) als die Strecke $\overline{111}$, die senkrecht zur

§ 25. Spannungs- und Wärmediagramm.

Abszissenachse verläuft. Durch das Fehlen der Fläche im Wärmediagramm ist angedeutet, daß zur Hervorbringung der äußeren Arbeit L, dargestellt durch die Fläche 1 2 2' 1' im Druckdiagramm, keine Wärme zugeführt wird. Die ganze Arbeitsleistung wird also auf Kosten der inneren Wärme verrichtet.



Fig. 22a.

Fig. 22 b.

Diese Zustandsänderung wird auch als isentropische bezeichnet.

c) Änderung bei konstantem Volumen.

Die Entropie berechnet sich für diesen Fall aus der Wärmegleichung

 $dQ = c_v dT$ (Gleichung 35 mit dv = 0)

in ihrer Änderung zwischen den Punkten I und II (Fig. 23b) zu

$$S_{g} - S_{1} = \int_{1}^{s} \frac{dQ}{T} = c_{s} \ln \frac{T_{g}}{T_{1}}, \qquad (81)$$

74 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

Mit diesem Ausdruck läßt sich die Kurve I II im Wärmediagramm konstruieren; sie ist dem Charakter nach eine logarithmische Kurve. Jeder einzelne Zwischenpunkt kann gefunden werden, wenn seine zugehörige Temperatur bekannt ist. Diese bestimmt sich ohne weiteres aus den früher angegebenen



Fig. 23a.



Gleichungen für die Zustandsänderung bei konstantem Volumen zu

$$T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1.$$

Die Fläche $\overline{1 \text{ II II' I'}}$ stellt die zugeführte Wärme Q in WE. dar.

d) Änderung bei konstantem Drucke.

Die Ableitung der Entropiegröße geht hier nach denselben Gesichtspunkten vor sich, wie bei der Änderung bei konstantem Volumen, nur lautet hier die Wärmegleichung:

$$dQ = c_p \, dT,$$

§ 25. Spannungs- und Wärmediagramm. 75

Die Änderung der Entropie zwischen den Grenzen I und II (Fig. 24b) ist demzufolge

$$S_2 - S_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1},$$
 (82)

also analog Gleichung 81, wenn c, durch c, ersetzt wird.



Fig. 24 a.



e) Polytropische Zustandsänderung.

Nach Früherem ist die allgemeine Zustandsänderung für permanente Gase durch die Polytrope dargestellt. Für sie wurde die Wärmegleichung in folgender Form angegeben:

$$dQ = \lambda \ dT,$$

hat also dieselbe Form wie die Wärmegleichung in den oben behandelten Zustandsänderungen bei konstantem Volumen und konstantem Drucke. Die Größe der Entropie läßt sich daher ähnlich herleiten. Man erhält die Gleichung:

$$S_{\mathbf{y}} - S_{\mathbf{1}} = \lambda \ln \frac{T_{\mathbf{2}}}{T_{\mathbf{1}}}.$$
 (83)

76 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

Die Aufzeichnung des Wärmediagrammes (vgl. Fig. 20b) kann ohne weiteres geschehen, wenn die Temperaturen für die verschiedenen Zustände bekannt sind. Dieselben sind aus Gleichung 58 zu berechnen. Einfacher ist es, nach dieser Gleichung für verschiedene Punkte eine Temperaturkurve (Volumen als Abszisse, Temperatur als Ordinate aufgetragen) zu zeichnen, indem man dann durch graphische Interpolation genügend genau jede Temperatur für einen beliebigen Punkt der Zustandskurve erhält und hieraus leicht die Entropie berechnen kann.

§ 26. Der Carnotsche Prozeß im Wärmediagramm.

Nachdem die einzelnen Zustandsänderungen im Wärmediagramm besprochen und dargestellt sind, kann auch der Carnotsche Prozeß, der ja nur eine Aneinanderreihung isothermischer und adiabatischer Zustandsänderungen ist, in das Wärmediagramm übertragen werden.

Es sei zunächst die isothermische Expansion 1 2 (Fig. 25 a) betrachtet. Dieselbe bildet sich im Wärmediagramm (Fig. 25 b) als horizontale Strecke I II ab, da für diese Zustandsänderung die Temperatur den konstanten Wert T_1 beibehält. Die Entropie ändert sich nach den Ableitungen im vorigen Abschnitt um den Betrag $\frac{1}{T_1}$, während der Körper von dem Zustande 1 in den Zustand 2 übergeht. Demzufolge ist die zugeführte Wärmemenge Q_1 dargestellt durch die Rechteckfläche I II II' I'.

Bei der folgenden adiabatischen Expansion 2 3 ist die Änderung der Entropie gleich Null, da ja während des Prozesses weder Wärme zu- noch abgeführt wird.

§ 26. Der Carnotsche Prozeß im Wärmediagramm. 77

Die Temperatur sinkt infolgedessen von T_1 auf T_2 , d. h. die Kurve 2 3 im Druckdiagramm wird im Wärmediagramm durch die vertikale Strecke II III abgebildet.

Jetzt erfolgt die isothermische Kompression $\overline{34}$. Hierbei ist die Wärmemenge Q_2 abzuleiten, damit die Temperatur auf dem konstanten Werte T_1 erhalten bleibt.



Fig. 25 a.

Fig. 25b.

Es erscheint diese Zustandsänderung im Wärmediagramm dargestellt durch die horizontale Strecke III IV. Die Größe derselben stellt die Änderung der Entropie — $\frac{1}{T_g}$ bei dieser Zustandsänderung dar. Die Fläche III IV IV'III' ist daher äquivalent der abzuleitenden Wärmemenge Q_g . Als letztes Glied des Carnotschen Prozesses muß noch eine adiabatische Kompression erfolgen, was mit einer Erhöhung der Temperatur von T_g auf T_g ver-

78 II. Abschnitt. Die Lehre von den permanenten Gasen.

bunden ist. Da hier die zugeführte Wärmemenge gleich Null ist, tritt auch keine Änderung der Entropie ein, d. h. die Kompressionskurve $\overline{41}$ erscheint im Wärmediagramm durch die vertikale Strecke IVI abgebildet.

Das Ergebnis dieser Betrachtung ist folgendes: Der Carnotsche Prozeß erscheint im Wärmediagramm als ein Rechteck, $\overline{I \ II \ III \ IV}$ als Differenz der Rechtecke $\overline{I \ II \ II' \ I'}$ oder Q_1 und $\overline{III \ IV \ IV' \ III'}$ oder Q_3 , wodurch sich die Wärmemenge $Q_1 - Q_2 - Q$ darstellt, die durch den Prozeß in die äußere Arbeit L (Fläche $\overline{I \ 2 \ 3 \ 4}$ des Druckdiagrammes) umgewandelt wurde. Es ist hier deutlich zu ersehen, daß eine Umwandlung von Wärme in Arbeit nur dann erfolgen kann, wenn man von einer höheren zu einer niedrigeren Temperatur übergeht; denn wäre $T_1 = T_3$, dann würde die Fläche $\overline{I \ III \ IV} \ Jeich \ Null oder keine Wärme in Arbeit$ umgewandelt werden.

Der Wirkungsgrad des Kreisprozesses ist definiert als Quotient zwischen der in Arbeit umgewandelten Wärmemenge Q und der total zugeführten Wärmemenge Q_1 . An Hand des Wärmediagrammes ist demnach der Wirkungsgrad folgendermaßen festgelegt:

 $\eta = \frac{\text{Fläche I II III IV}}{\text{Fläche I II III'I'}} \,.$

Hieraus ist ersichtlich, daß der Wirkungsgrad nur von den Temperaturgrenzen abhängig ist. Für die Größe der Endtemperatur T_2 ist die Natur des arbeitenden Körpers maßgebend, die Gerart sein muß, daß die Wärmemenge Q_2 noch abgeleitet werden kann, und wir erkannten schon, daß eine Verbesserung des Wirkungsgrades meist durch Erhöhung von T_1 anzustreben ist.

§ 27. Gültigkeit des II. Hauptsatzes für alle Körper. 79

Es ist klar, daß auch jeder beliebig geschlossene Kreisprozeß sich im Wärmediagramm als eine geschlossene Kurve darstellt. Um das Wärmediagramm aus dem Druckdiagramm bestimmen zu können, ist nur nötig, für jeden einzelnen Punkt des Druckdiagrammes die Entropie und die Temperatur nach den in diesem Abschnitt behandelten Gleichungen zu berechnen und graphisch aufzutragen.

§ 27. Gültigkeit des II. Hauptsatzes für alle Körper.

Lassen wir irgend einen Körper einen Carnotschen Kreisprozeß durchmachen, so müssen für ihn dieselben Bedingungen wie für ein permanentes Gas erfüllt sein, oder auch die Beziehungen bei einem umkchrbaren durch Wärme hervorgerufenen Arbeitsprozesse sind unabhängig von der Natur des verwendeten Körpers. Es wäre ja sonst möglich, durch geeignete Wahl irgend eines Stoffes und eines Gases dauernde mechanische Arbeitsleistung zu erzeugen, sobald z. B. die abgeleitete Wärmemenge in dem einen oder anderen Fall einen kleineren Betrag annähme. Wenn wir also den II. Haupt-

satz in der Form $\int_{1}^{\overline{d}Q} = 0$ für umkehrbare und $S = \int_{1}^{\overline{d}Q} \overline{T}$

für offene Prozesse verschiedener Körper, die unter einem gleichmäßig verteilten Druck stehen, anwenden, so bleiben wir in Übereinstimmung mit einem für die ganze Physik gültigen Prinzip.

Wir übernehmen auch die absolute Temperatur T = 273 + t, ohne auf ihre Bedeutung für die Gase näher einzugehen; wir denken uns eben für einen bestimmten Fall die absolute Temperatur willkürlich fest-

gesetzt, wodurch dann für alle Fälle die sogenannte Carnotsche Funktion, d. h. das Verhältnis der Wärmemengen im oberen und unteren Niveau, festgelegt ist.

III. Abschnitt.

Die Lehre von den Dämpfen.

§ 28. Definition und Arten der Dämpfe.

Als "Dämpfe" bezeichnet man solche der Luft ähnliche Körper, welche bei verhältnismäßig geringer Temperaturerniedrigung kondensieren, d. h. in den flüssigen Aggregatzustand übergehen.

Hierdurch kennzeichnet sich der Unterschied mit den sogenannten permanenten Gasen, die wir neuerdings als Dämpfe im weiteren Sinne auffassen müssen, da deren Verflüssigung bei sehr starker Abkühlung und gleichzeitiger Druckeinwirkung gelang. Jedoch das wesentlich verschiedene physikalische Verhalten der eigentlichen Dämpfe macht eine getrennte Behandlung nötig und deutet erst im weiteren Verfolg der Beziehungen auf einen Übergang zu den Gasen hin. Für die Technik kommen hauptsächlich die Dämpfe von Wasser, Kohlensäure, Ammoniak, schwefliger Säure und Äther in Betracht.

Ein Dampf, der sich in einem und demselben Raum unter denselben Wärmeverhältnissen mit seiner Flüssigkeit in Berührung befindet, zeigt andere Eigenschaften

§ 29. Bildung des Dampfes unter konstantem Druck. 81

als ein von Flüssigkeit getrennter Dampf, bei dem der flüssige Teil infolge höherer Temperatur oder erniedrigtem Druck verschwunden ist. Im ersteren Falle wird der Dampf als "gesättigt" bezeichnet, im andern als "ungesättigt" oder "überhitzt".

A. Das Verhalten der gesättigten Dämpfe.

Kapitel L Zustände gesättigten Dampfes und ihre Gleichungen.

§ 29. Bildung des Dampfes unter konstantem Druck

Zur Erzeugung von Dampf nehmen wir die Gewichtseinheit oder 1 kg einer Flüssigkeit von 0°, eingeschlossen in einen Zylinder (Fig. 26), dessen Querschnitt 1 m² ist. Das Volumen der Flüssigkeit sei mit v_0 (m⁸/kg) bezeichnet. Auf dem Kolben, der den Zylinder nach rechts hin abschließt, laste ein äußerer Druck **R**, der wie bisher in kg/m² zu messen ist.

Tragen wir das spezifische Volumen tr (m^3/kg) als Abszisse und den spezifischen Druck \Re (kg/m²) als Ordinate auf, so kennzeichnet Punkt A den Zustand der Gewichtseinheit Flüssigkeit bei 0[°] und einem bestimmten Druck.

Führen wir nun der Flüssigkeit Wärme zu und erhalten wir den Druck B konstant, so erhöht sich im Innern die Schwingungsarbeit der kleinsten Teile: die Temperatur steigt. Zugleich aber auch ändert sich der Abstand der Moleküle, was nach außen durch eine kleine Verschiebung des Kolbens von A nach A' zum Ausdruck kommt. Dabei erreichen wir eine Temperatur t, bei welcher der zuletzt genannte Arbeitsanteil plötzlich zu steigen beginnt; die Moleküle trachten aus

Walther und Röttinger, Wärmelehre.

ihren gegenseitigen Anziehungsbereichen zu kommen: die Flüssigkeit beginnt zu verdampfen. In diesem Augenblick sei das Volumen der Flüssigkeit v' und bei Punkt A' beträgt ihre Temperatur t^0 . Die Wärmemenge, welche aufzuwenden ist, um diesen Zustand zu erreichen, sei mit q bezeichnet und werde "Flüssigkeitswärme" genannt.



Fig. 28,

Setzen wir nun die Erwärmung fort, so sehen wir, daß der Kolben wegen der beträchtlichen Änderung der Molekularabstände bei der Dampfbildung große Wege nach rechts hin zurücklegt. Wenn wir den Druck \mathfrak{P} auch jetzt noch konstant halten, so zeigt sich die bemerkenswerte Erscheinung, daß die Temperatur t sich nicht mehr ändert, solange als noch Flüssigkeit verdampfen kann.

Auf dem Wege von Punkt A', wo nur Flüssigkeit vorhanden ist, bis Punkt C, wo alle Flüssigkeit in Dampf

§ 30. Mischungsverhältnis von Dampf und Flüssigkeit. 83

verwandelt sein soll, nennen wir den Dampf "naß" oder "gesättigt". In Punkt C haben wir "trocken gesättigten" Dampf und ähnlich wie in Punkt A' einen Grenzzustand nassen Dampfes. Das Volumen des trocken gesättigten Dampfes sei mit v bezeichnet, so daß wir auf der Strecke $\overline{A'C} = v - v' = w$ immer gesättigten Dampf haben. Die auf dem Wege $\overline{A'C}$ zugeführte Wärmemenge setzen wir gleich r und nennen sie "Verdampfungswärme".

§ 30. Mischungsverhältnis von Dampf und Flüssigkeit.

In einem beliebigen Zustande gesättigten Dampfes, dargestellt durch Punkt B auf der Strecke A'C (Fig. 26), liegt ein bestimmtes Mischungsverhältnis von Dampf und Flüssigkeit vor. Setzen wir das Gewicht des gerade vorhandenen Dampfes gleich x kg, so bleiben uns (1 - x) kg Flüssigkeit, da nach § 29 das Gesamtgewicht der Mischung 1 kg beträgt.

Die Größe x kennzeichnet also das Mischungsverhältnis von Dampf und Flüssigkeit und heißt auch "spezifische Dampfmenge"; (1 - x) ist dann die "spezifische Flüssigkeitsmenge" oder die "Dampfnässe". Der Wert x kann als Verhältniszahl aufgefaßt werden, nämlich

 $\boldsymbol{x} = \frac{\text{Gewicht des vorhandenen Dampfes}}{\text{Gewicht der ganzen Mischung}}$

Dieses Verhältnis x nennen wir auch den "Nässegrad" des gesättigten Dampfes.

Setzen wir x = 0, so haben wir nur Flüssigkeit (Punkt A'), bei x = 1 aber trocken gesättigten Dampf (Punkt C). Die beiden Punkte A' und C stellen also die Grenzen des Nässegrades bei demselben Druck B dar.

§ 31. Zustandsgleichung des gesättigten Dampfes.

Eine Zustandsgleichung in ihrer allgemeinen Form als eine Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur (§ 4), hier also

$F(\mathfrak{P},v,\mathfrak{t})=0,$

ist für die gesättigten Dämpfe noch nicht aufgestellt worden. Spalten wir aber die obige Gleichung in drei selbständige Beziehungen:

- 1. zwischen Druck 2 und Temperatur t,
- 2. zwischen Druck \mathfrak{P} und Volumen v,
- 3. zwischen Temperatur t und Volumen v,

so lassen sich hierfür Gleichungen aufstellen, die wir in den folgenden Paragraphen betrachten werden.

§ 32. Beziehung zwischen Druck und Temperatur bei den gesättigten Dämpfen.

In § 29 erkannten wir, daß gesättigter Dampf vom Druck \mathfrak{P} eine hierdurch bestimmte Temperatur t besitzt, die seine Sättigungstemperatur genannt werden kann. Die Größe des Druckes \mathfrak{P} ist willkürlich, hätten wir daher gesättigten Dampf unter einem anderen Druck \mathfrak{P}' , so wäre auch seine zugehörige Temperatur t' bestimmt oder mit anderen Worten: Die Temperatur des gesättigten Dampfes ist *nur* eine Funktion des jeweiligen Druckes.

Da ein allgemeines Gesetz auch für diese Beziehung noch nicht gefunden wurde, so müssen wir uns an Beobachtungsresultate halten, die man am besten in einer Formel zusammenfaßt. Regnault, dem wir die hauptsächlichsten Arbeiten in dieser Hinsicht verdanken, stellt eine Gleichung auf von der Form: § 33. Beziehung zwischen Druck und Volumen usw. 85

$$\log p = a + ba^{\tau} + c\beta^{\tau}, \qquad (84)$$

worin Werte von $\tau = t - t_0$ als Temperaturunterschiede in Graden Celsius und *a*, *b*, *c*, *a*, *β* als konstante Größen einzuführen sind, die aus den Versuchsergebnissen berechnet wurden. Die Temperatur t_0 ist an sich beliebig als die niedrigste der Versuche festgesetzt. Der Druck *p* wurde in mm QS. gemessen.

Mit Hülfe dieser Formel ergibt sich auch der Druck 3 in Abhängigkeit von der Temperatur t (vgl. die Tabellen des Anhangs).

§ 33. Beziehung zwischen Druck und Volumen der Grenzzustände, die Grenzkurven.

Das spezifische Volumen der Flüssigkeit von der Temperatur t haben wir mit v bezeichnet, das spezifische Volumen des trocken gesättigten Dampfes mit v.

Denken wir uns nun dieselbe Flüssigkeit unter dem Druck \mathfrak{P}_1 (Fig. 27), wobei $\mathfrak{P}_1 > \mathfrak{P}$ sein soll, so ist auch die zugehörige Temperatur t_1 , bei der die Verdampfung erfolgt, höher. Allgemein nimmt die Volumenausdeh-



nung eines flüssigen Körpers mit wachsender Temperatur zu, es wird also $v_1' > v'$ sein.

Trocken gesättigter Dampf von derselben Temperatur I₁ habe das Volumen v_1 . Die Moleküle haben unter dem Einfluß der höherern Temperatur größere Schwingungsenergie, lassen sich aber durch den höheren Druck mehr zusammenpressen, bis die inneren Kräfte das Gleichgewicht herstellen können. Es ist $v_1 < v$.

Wählen wir umgekehrt $\mathfrak{P}_2 < \mathfrak{P}$, so gilt $\mathfrak{v}'_2 < \mathfrak{v}'$ und $\mathfrak{v}_2 > \mathfrak{v}$.

Denken wir uns für verschiedene Drücke die zugehörenden \mathfrak{v}' und \mathfrak{v} ermittelt, so erhalten wir in unserer graphischen Darstellung 2 Kurven: Kurve $\overline{D'A'F'}$ mit der Gleichung: $\mathfrak{P} = \varphi(\mathfrak{v}')$ und Kurve $\overline{\mathbb{E} C G}$ mit $\mathfrak{P} = \psi(\mathfrak{v})$.

Diese beiden Kurven heißen die "Grenzkurven", weil auf ihnen die Grenzzustände gesättigten Dampfes liegen. Die Kurve der v enthält Zustände reiner Flüssigkeit, die der v solche trocken gesättigten Dampfes. Die beiden Kurven trennen die Koordinatenebene in 3 Teile:

- 1. das Gebiet reiner Flüssigkeit (I),
- 2. gesättigten Dampfes (II),
- 3. überhitzten Dampfes (III).

Ist also von einem Dampfe Druck und Volumen bekannt und tragen wir diese als Koordinaten in unser Diagramm ein, so erkennen wir sofort den Zustand. Fällt der erhaltene Punkt in das Gebiet II, z. B. Punkt B, so haben wir gesättigten Dampf; kommt er aber rechts der Kurve $\mathfrak{P} = \psi(\mathfrak{v})$ zu liegen (Punkt M), so deutet das notwendig auf Überhitzung hin, einen Zustand, den wir später behandeln werden.

Für jeden Punkt der "unteren" Grenzkurve (z. B. A') gilt wie früher x = 0, für einen Punkt der "oberen" Grenzkurve (z. B. C) ist x = 1. Der

§ 34. Konstruktion der Grenzkurven für Wasserdampf. 87

Wert x = 0 stellt Flüssigkeit im Augenblick der Verdampfung, x = 1 aber trocken gesättigten Dampf dar.

In Fig. 27 bemerken wir noch eine dritte Kurve DAF, die das Volumen der Flüssigkeit bei 0° und verschiedenem Druck \mathfrak{P} darstellt. Diese Kurve muß nach oben etwas gegen die Ordinatenachse geneigt sein, da das Volumen mit wachsendem Druck abnimmt, kann aber für unsere Zwecke ohne Fehler als eine Parallele zur Ordinatenachse gelten, da die Flüssigkeiten nur wenig kompressibel sind.

§ 34. Konstruktion der Grenzkurven für Wasserdampf.

Das Volumen bo von 1 kg Wasser bei 0° ist

$$v_0 = 0,001 \text{ m}^3.$$
 (85)

Das spezifische Volumen v' bei t^{o} ist nach Angaben von Hirn gewachsen auf

$\mathfrak{v}' = \mathfrak{v}'_0 (1 + 0.00009 \, \mathfrak{t} + 0.0000034 \, \mathfrak{t}^2).$

Bei $t = 200^{\circ}$ erhalten wir z. B. v' = 0,00115, also eine so geringe Zunahme, daß wir das Volumen v'für verschiedenen Druck und Temperatur als konstant ansehen können. Die beiden Kurven der v_0 und v'fallen demnach für Wasserdampf in eine einzige Parallele zur Ordinatenachse zusammen.

Für die Konstruktion der oberen Grenzkurve gibt Zeuner eine empirische Formel:

$$p \cdot \mathfrak{v}^{\mu} = C, \tag{86}$$

worin p in alten Atmosphären (zu 10333 kg/m²), u = 1,0646 und die Konstante C = 1,7049 einzusetzen ist.

Einfach gestaltet sich die graphische Darstellung.

wenn man für einen jeden Druck \mathfrak{P} den zugehörigen Wert $\mathfrak{w} = \mathfrak{v} - \mathfrak{v}'$ aus der Dampftabelle II des Anhangs entnimmt und von der unteren Grenzkurve an aufträgt, womit $\mathfrak{v} = \mathfrak{v}' + \mathfrak{w}$ wird. Das Volumen \mathfrak{v} ließe sich auch aus dem experimentell gemessenen spezifischen Gewicht γ bestimmen, eine genauere Berechnung von \mathfrak{w} werden wir auf Grund späterer Beziehungen kennen lernen.

§ 35. Beziehung zwischen Druck und Volumen bei den gesättigten Dämpfen.

Die Gewichtseinheit Dampfgemisch eines beliebigen Zustandes B (Fig. 28) besteht aus x kg Dampf und



(1 - x)kg Flüssigkeit. Das Volumen von 1 kg Dampf, welches Gewicht nur der trocken gesättigte Dampf hat, ist gleich v, während das Volumen von 1 kg Flüssigkeit mit v' bezeichnet wurde. In einem beliebigen Zustande hat demnach der Dampf das Volumen xv und der flüssige Bestandteil das

Volumen (1 - x) b'. Das Volumen der Mischung ist dann v = xv + (1 - x)v',

wofür mit $\mathfrak{w} = \mathfrak{v} - \mathfrak{v}'$ auch

$$v = x \mathfrak{i} \mathfrak{v} + \mathfrak{v}'$$

geschrieben werden kann.

(87)

§ 36. Beziehung zwischen Temperatur und Volumen. 89

Da die Volumina \mathfrak{v}' und \mathfrak{v} der Grenzzustände nach § 33 von dem Druck \mathfrak{P} abhängen, so stellt diese Gleichung eine Beziehung zwischen Druck und Volumen dar. Durch die Annahme der Grenzkurven können wir aus Gleichung 87 für jeden Nässegrad das Volumen des zugehörigen Zustandes bestimmen. Die Gültigkeit dieser Gleichung erstreckt sich auf das ganze Gebiet gesättigten Dampfes, indem wir für x = 0 das Volumen $v_0 = \mathfrak{v}'$ und für x = 1 den Wert \mathfrak{v} erhalten.



§ 36. Beziehung zwischen Temperatur und Volumen, die Clapeyronsche Gleichung.

Um diese Gleichung abzuleiten, lassen wir den gesättigten Dampf einen Carnotschen Kreisprozeß durchlaufen. Die Zustandsänderung $\overline{12}$ (Fig. 29) erfolge bei konstanter Temperatur t, wobei nach § 32 auch der Druck \mathfrak{B} konstant bleibt. Die Zustandsänderungen $\overline{23}$ und $\overline{41}$ seien adiabatisch und so gewählt, daß der Druck der Isotherme $\overline{34}$ nur um einen unendlich

kleinen Betrag $d\mathfrak{P}$ gesunken ist. Die zugehörige Temperatur ist dann nur um $d\mathfrak{t} = d\mathfrak{T}$ gesunken, wobei $\mathfrak{T} = 273 + \mathfrak{t}$ zu setzen ist.

Die Wärmemenge, welche auf dem Wege watzuwenden war, um 1 kg Flüssigkeit von t^0 in 1 kg trocken gesättigten Dampf zu verwandeln, bezeichneten wir mit r. Bis zum Zustand 1, wo nur x_1 kg Dampf vorhanden sind, brauchen wir hiervon auch nur $x_1 r$ WE. zuzuführen, bis Zustand 2 ebenso $x_2 r$, woraus die dem Dampf auf dem Wege $\overline{12}$ zugeführte Wärmemenge sich zu

$$Q = x_2 r - x_1 r = r (x_2 - x_1)$$

ergibt.

Das Volumen bei Zustand 1 ist nach Gleichung 87:

 $v_1 = x_1 \mathfrak{w} + \mathfrak{v}',$

für Zustand 2 ebenso

$$v_2 = x_2 \mathfrak{w} + \mathfrak{v}'.$$

Die beim Prozeß geleistete äußere Arbeit ist durch die Fläche 1234 dargestellt und hat den Wert

 $L = (v_2 - v_1) \, d\mathfrak{P},$

wie aus der Figur zu entnehmen ist, oder auch

 $L = \mathfrak{w} \left(x_2 - x_1 \right) d\mathfrak{P} \,.$

Für einen Carnotschen Prozeß gilt aber

$$rac{AL}{Q} = rac{\mathfrak{T} - \mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}} = rac{d\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}},$$

wenn $\mathfrak{T}' = \mathfrak{T} - d\mathfrak{T}$ gesetzt wird.

Mit den obigen Werten erhalten wir hierfür auch

$$\frac{A \operatorname{\mathfrak{w}} \left(x_2 - x_1\right) d \mathfrak{P}}{r \left(x_2 - x_1\right)} = \frac{d \mathfrak{T}}{\mathfrak{T}}$$

§ 37. Die Wärmemengen bei der Verdampfung. 91

und durch Umformung den Ausdruck:

$$\frac{d\mathfrak{P}}{\mathfrak{W}} = A\mathfrak{T}\frac{d\mathfrak{P}}{d\mathfrak{T}}.$$
(88)

Diese Gleichung, die zuerst von Clapeyron aufgestellt wurde, ist für die Untersuchung der Dämpfe äußerst wichtig; sie wird durch das Experiment bestätigt und kann zu einer genauen Bestimmung der Größe w dienen, wenn die anderen Größen gemessen werden.

Kapitel II. Die Wärmebeziehungen bei den gesättigten Dämpfen.

§ 37. Die Wärmemengen bei der Verdampfung.

1. Die Flüssigkeitswärme q.

Vergegenwärtigen wir uns wieder den in § 29 dargelegten Vorgang der Verdampfung, so erkannten wir, daß der Flüssigkeit vom Volumen v_0 und der Temperatur $t_0 = 0^0$ Wärme zugeführt werden mußte, um sie bei einer Temperatur t und einem Volumen v' bei demselben Druck \mathfrak{P} zum Verdampfen zu bringen. Die Wärmemenge, welche wir ihr bis dahin zuführen mußten, nannten wir "Flüssigkeitswärme" und bezeichneten sie mit q, wofür wir auch den Ausdruck

$$q = \int c \, dt \tag{89}$$

setzen können, wenn wir c als die spezifische Wärme bei konstantem Druck betrachten. Es zeigt sich aber nach den Darlegungen von § 34, daß die Volumen-

änderung des Wassers bei Erwärmung unter verschiedenem Druck verschwindend ist, so daß $c = \frac{dq}{dt}$ allgemein als spezifische Wärme des Wassers gelten kann, wonach die zugeführte Wärme nur Temperatursteigerung hervorrufen würde. Im übrigen beruht die Richtigkeit der Regnaultschen Versuchsresultate ebenfalls auf dieser Voraussetzung.

2. Die Verdampfungswärme r.

Die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um 1 kg Flüssigkeit von t^0 bei konstantem Druck \mathfrak{P} in trocken gesättigten Dampf zu verwandeln, heißt die "Verdampfungswärme" und wurde mit r bezeichnet. Da diese Wärmemenge zur Dampfbildung verwendet wird und für thermometrische Instrumente wegen der sich konstant erhaltenden Temperatur verborgen bleibt, so nennt man sie auch "latente" Wärme.

Aus den Betrachtungen von § 29 geht hervor, daß diese Wärmemenge zu einer zweifachen Arbeitsleistung verwendet wird:

a) Infolge der Volumenvergrößerung w = v - v'(vom Kolben unter dem Druck \mathfrak{P} zurückgelegter Weg in Fig. 26) wird äußere Arbeit geleistet, deren Größe gleich $A\mathfrak{P}w$ zu setzen ist. Diesen Anteil nennen wir die "äußere" Verdampfungswärme.

b) Zur Überwindung der inneren Kräfte möge die Wärmemenge ρ aufgewandt werden, deren Größe

$$\varrho = r - A \mathfrak{Pw} \tag{90}$$

sein muß; wir nennen e die "innere" Verdampfungswärme. § 37. Die Wärmemengen bei der Verdampfung. 93

3. Die Gesamtwärme λ und die Dampfwärme D.

Die Gesamtwärme λ ist diejenige Wärmemenge, welche aufzuwenden ist, um Flüssigkeit von 0° bei konstantem Druck in trocken gesättigten Dampf zu verwandeln, also

$$\lambda = q + r \tag{91}$$

oder

$$\lambda = q + \varrho + A \mathfrak{Piv} \,. \tag{92}$$

Infolge der geleisteten äußeren Arbeit A $\mathfrak{P}\mathfrak{w}$ bleibt im Dampfe eine innere Energie

$$D = \lambda - A\mathfrak{P}\mathfrak{w} \tag{93}$$

zurück, die nach Zeuner die "Dampfwärme" des trocken gesättigten Dampfes genannt werden kann.

Mit Gleichung 92 erhalten wir auch

 $D = q + \varrho$. (94) Die Dampfwärme ist für den trocken gesättigten Dampf ein Maß seiner "inneren Energie" oder des Mehrbetrages, an Wärmeenergie gegenüber Flüssigkeit von 0°.

Schema für den Zusammenhang der einzelnen Wärmemengen.

Gesamtwärme λ

Innere latente Wärme o

Flüssigkeitswärme q

Latente oder Verdampfungswärme r

Äußere latente Wärme A B w

Dampfwärme D

§ 38. Größe der Wärmemengen für Wasserdampf.

Regnault stellt auf Grund seiner Versuchsergebnisse für die Gesamtwärme λ und die Flüssigkeitswärme qverschiedener Dampfarten Formeln auf, von denen wir hier nur diejenigen für Wasserdampf anführen wollen, nämlich

$$\lambda = 606,50 + 0,305 \,\mathrm{t}\,,\tag{95}$$

$$q = t + 0,00002 t^2 - 0,0000003 t^3.$$
 (96)

Mit Hülfe der Beziehung $r = \lambda - q$ ergibt sich sofort auch eine Formel für die Verdampfungswärme

 $r = 606,50 - 0,695 t - 0,00002 t^2 + 0,0000003 t^3.$ (97)

Setzen wir diesen Wert von r in die Clapeyronsche Gleichung (88) ein, so gewinnen wir eine Formel für die äußere Verdampfungswärme

 $A\mathfrak{Pw} = 31,10 + 1,096 t - q.$ (98)

Da ferner nach Gleichung 90: $\varrho = r - A \mathfrak{P}\mathfrak{w}$ ist, so ergibt sich auch für die innere Verdampfungswärme ein Ausdruck

$$\varrho = 575,40 - 0,791 \text{ t}$$
 (99)

Diese Werte finden sich für verschiedene Temperaturen und Drücke ausgerechnet in den Dampftabellen und sind so für die graphische Darstellung direkt verwendbar.

Wir erkennen jetzt auch, daß sich aus Gleichung 98 ein genauer Wert von w berechnen läßt (vgl. § 34).

§ 39. Die Wärmegleichung bei den gesättigten Dämpfen.

Eine für alle Körper gültige Wärmegleichung stellt Gleichung 10 dar:

 $dQ = A \left(dU + P \, dv \right).$

§ 39. Die Wärmegleichung bei den gesättigten Dämpfen. 95

Wir müssen also vorerst einen Ausdruck für die innere Arbeit der gesättigten Dämpfe gewinnen: Betrachten wir einen beliebigen Zustand 1 von 1 kg Dampf- und Flüssigkeitsmischung, so sind dortselbst x_1 kg Dampf und $(1 - x_1)$ kg Flüssigkeit bei einem Druck 1, und einer Temperatur t_1 vorhanden. Demnach ist die Flüssigkeitswärme zu $(1 - x_1)$, die Dampfwärme zu $x_1 D_1$ gegeben, wenn die Wärmemengen q_1 und D_1 jeweils für die Gewichtseinheit und den Druck \mathfrak{P}_1 bekannt sind. Setzen wir

$$AU_1 = (1 - x_1) q_1 + x_1 D_1,$$

so stellt uns diese Summe den Unterschied an innerer Energie gegenüber Flüssigkeit von 0° dar.

Da nach Gleichung 94 die Dampfwärme $D_1 = q_1 + \varrho_1$ ist, so erhalten wir auch

$$AU_1 = q_1 + x_1 \varrho_1.$$

Der Wärmeinhalt eines anderen Zustandes ist ebenso gegeben durch

$$AU_2 = q_2 + x_2 \varrho_2.$$

Bei einem anzunehmenden Übergang von 1 nach 2 wird eine der Differenz $(U_2 - U_1)$ proportionale innere Arbeit geleistet:

$$A (U_2 - U_1) = q_2 - q_1 + x_2 \varrho_2 - x_1 \varrho_1.$$

Denkt man sich die Änderung unendlich klein, so ergibt sich

$$A dU = dq + d (x\varrho). \qquad (100)$$

Neben diesem Ausdruck haben wir noch die Änderung der äußeren Arbeit für die Dämpfe bei

einer Wärmezufuhr zu berechnen, wir können daher für das Volumen v die Gleichung 87 benützen und erhalten

 $A P dv = A \mathfrak{P} d \left(x \mathfrak{w} + \mathfrak{v} \right). \tag{101}$

Setzen wir die in Gleichung 100 und 101 erhaltenen Ausdrücke in Gleichung 10 ein, so wird

$$dQ = dq + d(x\varrho) + A \mathfrak{P} d(x\mathfrak{w} + \mathfrak{v}') \quad (102)$$

eine Wärmegleichung der gesättigten Dämpfe.

Für Wasserdampf, bei dem v' = konst. gesetztwerden kann, erhalten wir auch

$$dQ = dq + d(x\varrho) + A \mathfrak{P} d(x\mathfrak{w}). \qquad (103)$$

Wir gestalten die zuletzt erhaltene Gleichung 103 zur weiteren Anwendung noch etwas um.

Da nach den Regeln der Differentialrechnung

 $Ad \left[\mathfrak{P}(x\mathfrak{w})\right] = A\mathfrak{P}d(x\mathfrak{w}) + A(x\mathfrak{w})d\mathfrak{P}$

ist, so können wir Gleichung 103 auch schreiben:

 $dQ = dq + d(x\varrho) + Ad[\mathfrak{P}(xw)] - Axw d\mathfrak{P}.$

Weil ferner nach Gleichung 88 das letzte Glied der rechten Seite

$$Ax w d \mathfrak{P} = \frac{xr}{\mathfrak{T}} d\mathfrak{T}$$

gesetzt werden kann und mit Hülfe von Gleichung 90 die beiden mittleren Glieder

 $d(x\varrho) + Ad[\mathfrak{P}(x\mathfrak{w})] = d[x(\varrho + A\mathfrak{P}\mathfrak{w})] = d(xr)$ ergeben, so wird

$$dQ = dq + d(xr) - \frac{xr}{\mathfrak{T}} d\mathfrak{T} \qquad . \tag{104}$$

oder auch

§ 40. Die Entropie gesättigten Dampfes.

$$dQ = dq + \mathfrak{T} \frac{\mathfrak{T}d(xr) - xr\,d\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}^2}$$

gleichbedeutend mit

$$dQ = dq + \mathfrak{I}d\left(\frac{x\,r}{\mathfrak{T}}\right). \tag{105}$$

Mit diesen Umformungen gelangen wir sofort zu einem Maß für die Entropie nasser Dämpfe.

§ 40. Die Entropie gesättigten Dampfes, das Wärmediagramm.

Der allgemeine Ausdruck für die Entropie ist nach § 27

$$S = \int \frac{dQ}{T}$$
 oder $dS = \frac{dQ}{T}$.

Angewandt auf nassen Dampf ergibt sich mit Gleichung 105

$$dS = \frac{dq}{\mathfrak{T}} + d\left(\frac{xr}{\mathfrak{T}}\right)$$

und die Größe der Entropie

$$S = \int_{0}^{t} \frac{d\,q}{\widehat{x}} + \frac{x\,r}{\widehat{x}} + S_0 , \qquad (106)$$

worin S_0 die Integrationskonstante bedeutet. Da nur Entropieunterschiede in Betracht kommen, so können wir $S_0 = 0$ annehmen, wenn x = 0 und $t_0 = 0^0$ ist; wir erkennen dann, daß für diesen Fall überhaupt die Entropie S nach Gleichung 106 den Wert Null annimmt.

Walther und Röttinger, Wärmelehre.

Das erste Glied von Gleichung 106 stellt die Entropiegröße der Flüssigkeit dar, wir bezeichnen es der Kürze halber mit σ , wobei mit Gleichung 89

$$\sigma = \int_{0}^{t} \frac{dq}{\mathfrak{T}} = \int_{0}^{t} \frac{c \cdot dt}{\mathfrak{T}}$$
(107)

gesetzt werden kann.

Wir erhalten die Entropie zu

$$S = \sigma + \frac{xr}{\mathfrak{T}},\tag{108}$$

wenn wir vom Nullpunkt an messen.

Tragen wir diesen Wert S als Abszisse von einer Achse $S_0 = 0$ an auf und nehmen als Ordinaten wieder die absoluten Temperaturen \mathfrak{T} (Abszissenachse = absol. Nullinie), so erhalten wir das Wärmediagramm für die gesättigten Dämpfe.

Tragen wir die Werte σ für x = 0 und $\sigma + \frac{\tau}{\mathfrak{T}}$ für x = 1 bei verschiedenen Temperaturen 2 auf, so erscheinen im Wärmediagramm die Entropiewerte von Flüssigkeit und trocken gesättigtem Dampf als 2 Kurven (Fig. 30), die als Abbild der Grenzkurven im Spannungsdiagramm aufzufassen sind und ebenso die Koordinatenebene in Gebiete reiner Flüssigkeit (1), nassen (II) und überhitzten Dampfes (III) trennen.

Da für verschiedene Temperaturen t oder \mathfrak{T} sich die Werte von σ und $\frac{r}{\mathfrak{T}}$ in den Dampftabellen ausgerechnet vorfinden, so gestaltet sich die Zeichnung der Grenzkurven sehr einfach.

Die Darstellung eines beliebigen Zustandes B' mit

§ 40. Die Entropie gesättigten Dampfes.

dem Nässegrad x bei einer bestimmten Temperatur \mathfrak{T} erhalten wir, wenn wir die horizontale Strecke A' C' zwischen den beiden Grenzkurven im Verhältnis von x teilen, so daß der Entropiewert $\overline{\mathbf{A'} \mathbf{B'}} = x \frac{\tau}{\overline{\mathbf{a'}}}$ und daher



Fig. 30.

die Entropie des Zustandes B' in der Größe $S = \sigma + \frac{xr}{3}$ die Gleichung 108 erfüllt.

Die Fläche $\overline{\Omega OA'A_0}$ im Wärmediagramm (Fig. 31) stellt die Flüssigkeitswärme q dar, denn die Anderung der Abszisse σ ist nach Gleichung 107 durch $d\sigma = \frac{dq}{qr}$ und damit die Fläche durch $\int \frac{dq}{\mathfrak{T}} \mathfrak{T} - q$ ausgedrückt.

99

Die Fläche $\overline{A_0} \stackrel{A'}{C'} \stackrel{C'}{C_0}$ als Rechteck mit den Seiten $\frac{r}{\mathfrak{T}}$ und \mathfrak{T} ist gleich der Verdampfungswärme rzu setzen. Die ganze schraffierte Fläche $\overline{\Omega O A' C' C_0}$ stellt die Gesamtwärme λ dar.



Fig. 32.

§ 41. Darstellung der spezifischen Wärmen von Flüssigkeit und trocken gesättigtem Dampf.

An den Punkt A' der unteren Grenzkurve (x = 0)im Wärmediagramm (Fig. 32) konstruieren wir eine Tangente \overline{AL} , die mit der absoluten Nullinie den Winkel: $= JLA' = \alpha$ einschließt.

Die Koordinaten von Punkt A' sind $\overline{\Omega J} = \sigma$ und $\overline{JA'} = \mathfrak{T}$. Somit erhalten wir

§ 41. Darstellung der spezifischen Wärmen. 101

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{JA'}{LJ} = \frac{d\mathfrak{T}}{d\sigma},$$

und weil $d\sigma = \frac{c \, d\mathcal{I}}{\mathcal{T}}$ gesetzt werden kann, auch

$$tg \alpha = \frac{x}{c}$$

Die Größe der Subtangente LJ ergibt sich aus

$$LJ = JA' \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

zu

$$IJ = \mathfrak{T} \cdot \frac{c}{\mathfrak{T}} = c,$$

stellt also die spezifische Wärme der Flüssigkeit dar.

Im Punkt B' der oberen Grenzkurve sei die Tangente $\overline{B'N}$ mit dem Winkel: $\not\ll MNB' = \beta$ gezogen. Die Koordinaten dieses Punktes sind $\overline{\Omega M} = \sigma + \frac{r}{2}$ und $\overline{MB'} = \mathfrak{T}$, womit sich

$$\operatorname{tg} \beta - \frac{MB'}{NM} = \frac{d\mathfrak{T}}{d\left(\sigma + \frac{r}{\mathfrak{T}}\right)} = \frac{d\mathfrak{T}}{\frac{dq}{\mathfrak{T}} + d\left(\frac{r}{\mathfrak{T}}\right)}$$

ergibt und für die Subtangente

$$\begin{split} \mathbf{N}\mathbf{M} &= \mathbf{M} \, \mathbf{B}^{\mathbf{r}} \frac{1}{\mathrm{tg} \, \beta} \\ \mathbf{N}\mathbf{M} &= \mathfrak{T} \frac{\frac{dq}{\mathfrak{T}} + d \, \frac{\mathbf{r}}{\mathfrak{T}}}{d\mathfrak{T}} = \frac{dq}{d\mathfrak{T}} + \frac{\mathfrak{T}}{d\mathfrak{T}} \, d\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathfrak{T}}\right) \end{split}$$

Entwickeln wir das Differential $d\left(\frac{r}{\overline{x}}\right)$, so wird

$$\mathbf{NM} = \frac{dq}{d\mathfrak{T}} + \frac{\mathfrak{T}}{d\mathfrak{T}} \cdot \frac{\mathfrak{T}\,dr - r\,d\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}^2},$$

und die Division mit \mathfrak{T}^2 in die Differenz über dem Bruchstrich ausgeführt,

$$\overline{NM} = \frac{dq}{d\mathfrak{T}} + \frac{dr}{d\mathfrak{T}} - \frac{r}{\mathfrak{T}} \, .$$

Diesen Ausdruck bezeichnen wir mit h, also

$$h = \frac{dq}{d\tilde{z}} + \frac{dr}{d\tilde{z}} - \frac{r}{\tilde{z}}$$
(109)

und mit Gleichung 89 auch

$$h = c + \frac{dr}{d\mathfrak{T}} - \frac{r}{\mathfrak{T}}.$$
 (110)

Um die Bedeutung von h zu erkennen, formen wir nach Clausius Gleichung 104:

$$dQ = dq + d(xr) - \frac{xr}{\overline{z}}d\mathfrak{T}$$

durch Ausfuhren der Differentiation im zweiten Glied um zu

$$dQ = dq + rdx + xdr - x\frac{r}{\mathfrak{T}}d\mathfrak{T},$$

oder bei Addition und Subtraktion eines Gliedes x dq zu

$$dQ = dq (1 - x) + r dx + x \left(\frac{dq}{d\overline{z}} + \frac{dr}{d\overline{z}} - \frac{r}{\overline{z}} \right) d\overline{z}.$$

Der Ausdruck in der Klammer ist gleich h, also $dQ = (1 - x) dq + r dx + x \cdot h d\mathfrak{T}.$ (111)

§ 41. Darstellung der spezifischen Wärmen. 103

Für trocken gesättigten Dampf (x = 1) vereinfacht sich diese Gleichung in

$$dQ = h d\mathfrak{T},$$

wonach h als die spezifische Wärme des trocken gesättigten Dampfes aufgefaßt werden kann.

Die Gleichung 110:

$$h = c + \frac{dr}{d\mathfrak{T}} - \frac{r}{\mathfrak{T}}$$

kann positive und negative Werte geben.



Für Wasserdampf ist die spezifische Wärme hnegativ, unter den Dämpfen hat der Äther allein ein positives h. Aus der graphischen Darstellung der Grenzkurven (Fig. 33 und 34) erkennen wir sofort dieses abweichende Verhalten. Wollen wir den Dampf von Wasser trocken gesättigt erhalten und seine Temperatur verringern (Zustandsänderung $\overline{A'B'}$), so haben wir Wärme zuzuführen (Fig. 34), umgekehrt bei Ätherdampf \overline{AB} (Fig. 33).

Wir erkennen auch, daß bei einer adiabatischen Expansion $\overline{A'C'}$ trocken gesättigten Wasserdampfes

ein Teil kondensiert oder der Dampf naß wird; lassen wir aber Ätherdampfadiabatisch expandieren AC, so wird er sich überhitzen, wie die Versuche von Hirn bestätigen.



§ 42. Graphischer Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und dem Würmediagramm (nach Boulvin).

In den Quadranten I (Fig. 35) finden wir die Grenzkurven des Wärmediagramms eingezeichnet. Die absolute Nullinie dient wie bisher als Abszissenachse und die Gerade $\overline{\Omega O P}$ als Ordinatenachse, wobei die Strecke $\overline{\Omega O} = 273^{\circ}$ zu setzen ist. Vom Punkt O aus können wir uns also die Temperatur t in Graden Celsius aufgetragen denken.
§ 42. Graphischer Zusammenhang.

Im Quadranten II nehmen wir eine Kurve an, die den Druck \mathfrak{P} in Abhängigkeit von der Temperatur t darstellt, die sogenannte Spannungskurve mit der Gleichung $\mathfrak{P} = f(t)$, deren Zeichnung mit den Tabellenwerten sich sehr leicht ergibt. Auf der Linie \overline{OP} sind also die Drücke \mathfrak{P} zu messen.

Wir können nun die Linie \overline{OP} als Ordinatenachse des Quadranten III betrachten und auf der Senkrechten durch Punkt O nach unten die zum Punkt \mathfrak{P} gehörigen Volumina auftragen, so daß wir mit den Tabellenwerten das Spannungsdiagramm mit den Grenzkurven erhalten.

Es ist sofort ersichtlich, daß Punkt A der einen Grenzkurve dem Punkte A' im Wärmediagramm entspricht, da der senkrecht über Punkt A gelegene Punkt T die Temperatur t und damit auch die absolute Temperatur \mathfrak{T} charakterisiert, so daß eine Horizontale durch Punkt T die untere Grenzkurve im entsprechenden Punkt A' des Wärmediagrammes schneidet. Ebenso entsprechen sich die Punkte C und C' der oberon Grenzkurve.

Für einen beliebigen Punkt B auf der Strecke \overline{AC} gilt die Gleichung

$$v = v' + xw,$$

so daß

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{xw}{w} = x$$

wird. Ziehen wir durch A und C Horizontale und bringen sie mit Vertikalen durch A' und C' zum Schnitt in den Punkten L und M, so schneidet eine Horizontale durch Punkt B die Verbindungslinie \overline{LM} in Punkt N und vertikal darüber auf $\overline{A'C'}$ liegt

Punkt B'. Dieser Punkt B' muß dem Punkt B im Spannungsdiagramm entsprechen, da sich aus der Figur

$$\frac{\overline{A B}}{\overline{A C}} = \frac{\overline{L N}}{\overline{L M}} = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A' C'}} = x$$

ergibt. Da nun die Strecke $\overline{A'C'} = \frac{r}{\mathfrak{T}}$ zu setzen ist, so muß $\overline{A'B'} = x \frac{r}{\mathfrak{T}}$ sein, oder die Entropie des Zustandes *B'* ist

$$S = \sigma + \frac{xr}{\mathfrak{T}}$$

und erfüllt die Gleichung 108.

Kapitel III. Technisch wichtige Zustandsänderungen gesättigten Dampfes.

§ 43. Zustandsänderung bei konstantem Druck, die Isotherme.

Ein beliebiger Zustand 1 der Gewichtseinheit einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung sei durch Druck \mathfrak{P}_1 und Volumen v_1 gegeben und soll bei konstantem Druck in einen Zustand 2 mit dem Volumen v_2 übergeführt werden. Neben den verschiedenen Werten des Zustandes 2 ist auch die geleistete Arbeit L und die Wärmemenge Q beim Übergang zu bestimmen.

Aus der Gleichung für das Volumen

$$v_1 = x_1 w_1 + v_1'$$

kann der Nässegrad x_1 bestimmt werden zu

$$x_1=\frac{v_1-v_1'}{w_1},$$

§ 43. Zustandsänderung bei konstantem Druck. 107

wenn wir die Werte der Grenzkurven (Fig. 36a) als bekannt annehmen.

Die Entropie im Punkte I ergibt sich als

$$S_1 = \sigma_1 + \frac{x_1 r_1}{\mathfrak{T}_1},$$

wenn auch hier die Grenzwerte im Wärmediagramm als gegeben betrachtet werden.



Das Volumen des Zustandes 2 ist

$$v_2 = x_2 \, \mathfrak{v}_1 + \mathfrak{v}_1,$$

da bei dem konstanten Druck \mathfrak{P}_1 die Größen \mathfrak{v}_1' und \mathfrak{v}_1 dieselben bleiben.

Hiermit ist

$$x_2 = \frac{v_2 - v_1'}{w_1}$$

zu berechnen.

Die Entropie im Punkt II ist dann zu

$$S_2 = \sigma_1 + \frac{x_2 r_1}{\mathfrak{T}_1}$$

mit denselben Werten wie bei I und dem Nässegrad x_3 zu berechnen.

Die geleistete Arbeit ergibt sich sofort zu

$$L=\mathfrak{P}_1\left(v_2-v_1\right)$$

oder

$$L = \mathfrak{P}_1 \mathfrak{w}_1 (x_2 - x_1)$$

und die zugeführte Wärmemenge ist

$$Q=r\left(x_2-x_1\right)\,.$$

Die Übergangskurve III ist auch im Wärmediagramm der Abszissenachse parallel, da die Temperatur konstant bleibt, so daß bei den gesättigten Dämpfen die Zustandsänderung konstanten Druckes mit der isothermischen identisch ist und die Isotherme auch im



Spannungsdiagramm parallel der Abszissenachse verläuft.

§ 44. Zustandsänderung bei konstantem Volumen.

Mit einer Mischung von Dampf und Flüssigkeit im Zustande 1 $(\mathfrak{P}_1, v_1, x_1)$ nehmen wir eine Änderung bei konstantem Volumen v_1

§ 44. Zustandsanderung bei konstantem Volumen. 109

vor, die bei einem Druck R beendigt sein möge (Fig. 37). Hierbei ist die äußere Arbeit bekanntlich gleich Null, im Spannungsdiagramm erscheint keine Arbeitsfläche. Zu berechnen ist die Wärmemenge Qbeim Übergang.

Der Nässegrad x_1 ergibt sich aus

$$v_1 = x_1 \operatorname{iv}_1 + \mathfrak{v}_1' = x_2 \operatorname{iv}_2 + \mathfrak{v}_2$$

zu

$$x_1 = \frac{x_1 w_1 + v_1' - v_2}{w_2}$$

Fur Wasserdampf vereinfacht sich diese Formel zu

$$x_2 = \frac{x_1 w_1}{w_2},$$

da wir $v'_1 = v'_2$ setzen können.

Da keine äußere Arbeit geleistet wird, so vereinfacht sich Gleichung 102 für die Wärme zu

$$dQ = dq + d(x\varrho),$$

woraus sich die zugeführte Wärmemenge

$$Q = q_2 - q_1 + x_2 \varrho_2 - x_1 \varrho_1$$

oder

$$Q = q_2 - q_1 + x_1 w_1 \left(\frac{\varrho_2}{w_2} - \frac{\varrho_1}{w_1} \right)$$

ergibt.

Die Kurve konstanten Volumens im Spannungsdiagramm ist eine Parallele zur Ordinatenachse. Ihren Verlauf im Wärmediagramm erhalten wir nach der in § 42 gegebenen Konstruktion.

Wir nehmen als Beispiel 1 kg Mischung von Wasser und Dampf, wovon $x_1 = 0.22$ kg dampfförmig seien hei einem

Druck $\mathfrak{p}_1 = 2$ at, und komprimieren bei konstantem Volumen auf $\mathfrak{p}_2 = 7$ at.

Haben wir im linken unteren Quadranten (Fig. 38) die Grenzkurven für Wasserdampf eingezeichnet, so ist Zustand 1 dargestellt, wenn wir die vertikale Strecke a b im Verhältnis $x_1 = 0.22$ teilen.

Für eine Zustandsänderung bei konstantem Volumen haben wir dann nur eine Parallele zur Druckachse durch Punkt 1 zu legen, die bei $p_2 = 7$ at den Zustand 2 angibt. Der Nässegrad x_2 läßt sich aus

$$x_2 = \frac{x_1 w_1}{w_2} = \frac{0.22 \cdot 0.886}{0.273} = 0.714$$

berechnen, da für Wasserdampf b' = 0,001 m³/kg anzunehmen ist; wir erkennen sogar, daß in unserem Maßstab die untere Grenzkurve sich von der Druckachse kaum unterscheidet.

Nach den Tabellenwerten können dann die Kurve $\mathfrak{p} = f(\mathfrak{t})$ im linken oberen Quadranten und die Grenzkurven im Wärmediagramm gezeichnet werden. Ziehen wir die Vertikalen $\overline{b 1 a 1'}$ und $\overline{d 2 c 2'}$, so ergeben die Horizontalen $\overline{2' c' d'}$ und $\overline{1' a' b'}$ entsprechende Punkte der Grenzkurven. Durch Ziehen der Linien \overline{bm} , $\overline{b'm}$ und a' l ergibt sich \overline{lm} mit Punkt n, durch welchen wir eine Vertikale ziehen, die den Punkt I auf $\overline{a' b'}$ abschneidet. In ähnlicher Weise können wir die Konstruktion für Punkt 2 und II, ferner auch für Zwischenpunkte ausführen und erhalten so die Kurve konstanten Volumens im Wärmediagramm, wonach sich die Wärmemenge Q und die Änderung der Entropie auch graphisch ermitteln läßt.

In der Praxis kommt eine solche Zustandsänderung bei konstantem Volumen in einem geheizten Dampfkessel vor, wenn die Dampfableitung abgesperrt wird.

Beispiel: Ein einfacher Walzenkessel mit 25 m³ Heizfläche und 14 m³ Inhalt erzeuge 24 kg Dampf von einem Druck $\mathfrak{p}_1 = 6$ at in der Stunde und pro 1 m³ Heizfläche. Der Kessel sei zu 70% mit Wasser gefüllt, die Speisewassertemperatur sei 20%. Leiten wir den Dampf einer Dampfmaschine von vielleicht 30 PS zu und werden in der Minute

§ 11. Zustandsünderung bei konstantem Volumen.



111

$$\frac{25 \cdot 24}{60} = 10 \text{ kg}$$

erzeugt, so haben wir in der Minute eine Wärmemenge Q_m zuzuführen.

Die Gesamtwärme von 1 kg des Kesselinhaltes bei 6 at oder einer Temperatur $t = 157,94^{\circ}$ (s. Tabelle) ist $\lambda - q_0$, wenn die Flüssigkeitswärme des Speisewassers von 20° zu $q_0 = 20,01$ WE. (s. Tabelle) angenommen wird. Es ist dann

 $\lambda - q_0 = 654,66 - 20,01 = 634,65$ WE.,



Fig. 39.

und die Wärme Q_m , die in der Minute vom Kessel zuzuführen ist,

 $Q_m = 10 \cdot 634,65 = 6347$ WE.

Das Wasservolumen ist $0.7 \cdot 14 = 9.8 \text{ m}^{\text{s}}$, das Dampfvolumen . . . $0.3 \cdot 14 = 4.2 \text{ m}^{\text{s}}$,

also das Wassergewicht 9800 kg und das Dampfgewicht $4,2 \cdot \gamma = 4,2 \cdot 3,164 = 13,3$ kg, so daß sich der Nässegrad $x_1 = \frac{13}{9813,3} = 0,00136$ ergibt.

§ 45. Adiabatische Zustandsänderung. 113

Unterbrechen wir nun die Dampfableitung, so wird bei fortgesetzter Wärmezufuhr der Druck im Kessel steigen, wobei das Volumen als konstant zu betrachten ist. Wegen des geringen Nässegrades unterscheidet sich die Zustandsänderung in Fig. 39 nicht viel von der unteren Grenzkurve. Die Zeit ϑ , in welcher der Druck auf das Doppelte $\mathfrak{p}_{\mathfrak{g}} = 12$ at steigt, läßt sich dann annäherungsweise aus dem Verhältnis der bei der Zustandsänderung nötigen Wärmemenge $(q_2 - q_1) \cdot G$ zur minutlich zugeführten Wärmemenge Q_m berechnen:

$$\vartheta = \frac{G\left(q_2 - q_1\right)}{Q_m}.$$

Die Wärmemenge $q_1 - q_1$ ist durch die schraffierte Fläche. dargestellt.

Mit den Zahlenwerten erhalten wir

$$\theta = \frac{9813,3 \cdot 29,96}{6347} = 46 \div 47$$
 Minuten

als die Zeit, bis der Druck auf das Doppelte steigt.

§ 45. Adiabatische Zustandsänderung.

Eine adiabatische Zustandsänderung, bei der dQ = 0ist, wird im Wärmediagramm durch eine Parallele zur Ordinatenachse dargestellt. Dies benützen wir, um die adiabatische Kurve auch im Spannungsdiagramm zu konstruieren.

Zu einem Anfangszustand 1 suchen wir den zugehörigen Punkt I im Wärmediagramm (Fig. 40) auf. Die Vertikale IA kann nun nach § 42 ins Spannungsdiagramm übertragen werden, wobei wir die Zustandsänderung bei beliebigem Druck oder Temperatur (Punkt 2 und II) als beendigt ansehen können.

Für die Adiabate im Spannungsdiagramm des Wasserdampfes stellt Zeuner eine Gleichung auf von der Form

$$p v^{*} = p_{1} v_{1}^{*} = \text{konst.},$$
 (112)

Walther und Röttinger, Wärmelehre.

worin $\nu = 1,035 + 0,100 x_1$ innerhalb der Grenzen $x_1 = 0,7 \div 1$ gesetzt werden kann, wenn wir den Druck p in alten Atmosphären messen.

Lassen wir trocken gesättigten Wasserdampf (x=1)adiabatisch expandieren, so geht auch aus den Gleichungen 86 und 112 hervor, daß Kondensation





eintritt, da die Kurve trocken gesättigten Dampfes in ihrer Gleichung 86:

$$p v^{\mu} = p_1 v_1^{\mu}$$

einen niedrigeren Exponenten aufweist und daher v < vwird $(\mu = 1,0646 \text{ und } \nu = 1,135)$.

Die bei adiabatischer Zustandsänderung geleistete außere Arbeit kann nach Gleichung 18:

§ 45. Adiabatische Zustandsänderung.

AdU = -AdL

und Gleichung 102:

$$dQ = dq + d(x\varrho) + AdL = 0$$

zu

$$AL = q_2 + x_2 \varrho_2 - (q_1 + x_1 \varrho_1)$$

berechnet werden.



Nach Gleichung 112 von Zeuner erhalten wir auch einen Ausdruck

$$L = \frac{1}{\nu - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2),$$

der sich ähnlich wie Gleichung 59 in § 20 ergibt.

Beispiel: Es sei der Anfangsdruck p_1 für Wasserdampf gegeben, der einen bestimmten Nässegrad x_1 besitzen möge. Wir wollen den Druck p_2 berechnen, bei welchem nur noch Flüssigkeit vorhanden ist, wenn adiabatisch komprimiert wird.

8*

Setzen wir $v_s = b'$, so erhalten wir als Kompressionsverhältnis

$$s=\frac{x_1\,w+v'}{v'}.$$

Für x = 0 folgt auch

$$\sigma_{\mathbf{s}} = \sigma_{\mathbf{i}} + \frac{x_{\mathbf{i}} r_{\mathbf{i}}}{\mathfrak{T}_{\mathbf{i}}},$$

da die Entropie konstant bleiben muß. Hieraus läßt sich dann die Temperatur t_2 und der Druck p_3 aus der Tabelle im Anhang entnehmen. In Fig. 41 haben wir nur den Schnittpunkt II der Adiabate mit der unteren Grenzkurve ins Spannungsdiagramm zu übertragen, um den Druck p_3 ablesen zu können.

Ist $\mathfrak{p}_1 = 1$ at und $x_1 = 0.08$, so erhalten wir $\sigma_1 = 0.311$; $\frac{r_1}{T_2} = 1.444$, also

 $\sigma_{\rm g} = 0,311 + 0,08 \cdot 1,444 = 0,426$

und einen Druck

p. == 4,1 at.

§ 46. Zustandsänderung bei konstanter spezifischer Dampfmenge.

Das Volumen eines beliebigen Zustandes 1 im Spannungsdiagramm ist gegeben durch

 $v_1 = x_1 \, \mathrm{tr}_1 + \mathrm{tr}'.$

Lassen wir die spezifische Dampfmenge konstant, so gelangen wir zu einem Volumen

 $v_2 = x_1 w_2 + v',$

woraus sich

$$x_1 = \frac{v_1 - v'}{w_1} = \frac{v_2 - v'}{w_2}$$

ergibt. Durch Teilen der verschiedenen w in demselben Verhältnis zu erhalten wir Punkte, die sich zu § 46. Zustandsänderung bei konst. spez. Dampfmenge. 117

einer Kurve konstanter spezifischer Dampfmenge verbinden lassen.

Im Wärmediagramm erhalten wir die zugehörige Kurve auf dieselbe Weise, wenn wir die Strecken $\frac{r}{\overline{x}}$ im gleichen Verhältnis teilen.

Variieren wir den Wert von x, so erhalten wir in beiden Darstellungen (Fig. 42) eine Schar von Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge.

Im Wärmediagramm können wir wegen der wechselnden Neigung eine senkrechte Tangente an die mittleren Kurven legen. Die Verbindungslinie der Berührungspunkte nennen wir nach Weyrauch die Nullkurve nasser Dämpfe.

Ein Punkt A' der Nullkurve liegt auf einer Adiabate und einer Kurve konstanter spezifischer Dampfmenge, es muß für ihn also $\frac{dQ}{dz} = 0$ und dx = 0 sein, womit die Gleichung

$$\frac{dQ}{d\mathfrak{T}} = (1-x) c + r \frac{dx}{d\mathfrak{T}} + x h,$$

die sich aus Gleichung 111 durch Division mit $d\mathcal{Z}$ ergibt, in

$$0 = (1-x)c + xh$$

oder

$$x = \frac{c}{c - h}$$

übergeht; hiermit können wir die Nullkurve konstruieren.

Im Wärmediagramm (Fig. 43) finden wir die Nullkurve MN eingezeichnet. Durch ihre Schnittpunkte mit einer Adiabatenschar sind Kurven konstanter spezi-





§ 47. Die Expansion in der Dampfmaschine. 119

fischer Dampfmenge gelegt. Wir erkennen, daß die Nullkurve das Gebiet zwischen den Grenzkurven in 2 Teile (I) und (II) zerlegt: In Gebiet (I) ist bei Kompression nach einer Kurve konstanter spezifischer Dampfmenge \overline{AB} Wärme zuzuführen, d. h. die spezifische Wärme ist positiv. In Gebiet (II) wird bei einer Kompression \overline{CD} Wärme gewonnen, die spezifische Wärme ist negativ.



Fig. 43,

§ 47. Die Expansion in der Dampfmaschine.

Das Indikatordiagramm einer Dampfmaschine stellt eine Arbeitsfläche dar und läßt sich in das Spannungsdiagramm gesättigten Wasserdampfes eintragen, wenn für die Expansionsperiode der Nässegrad des arbeitenden Dampfes festgestellt ist. Dieser läßt sich aus den Abmessungen der Maschine und dem arbeitenden Dampfgewicht berechnen.

Die Expansionslinie \overline{AB} gesättigten Dampfes in Fig. 44 stellt uns eine Änderung des Druckes mit dem Volumen dar, ihr Verlauf kann als der einer gleichseitigen Hyperbel aufgefaßt werden, d. h. als eine polytropische Zustandsänderung gesättigten Dampfes mit dem Exponenten n = 1. Daraus geht hervor, daß bei diesem Prozeß der Dampf von außen Wärme



aufnimmt, nämlich von den Wandungen des Dampfzylinders, da die Adiabate mit dem Exponenten n > 1einen steileren Verlauf zeigt.

Die Kurve \overline{AB} läßt sich nun auch ins Wärmediagramm übertragen und man erkennt aus der Fläche unter der Kurve $\overline{A'B'}$ die aufgenommene Wärmemenge.

Unter gewissen Voraussetzungen läßt sich auch das ganze Indikatordiagramm ins Wärmediagramm als eine geschlossene Kurve einzeichnen und es kann so

§ 48. Das Gebiet der überhitzten Dämpfe. 121

der Wirkungsgrad einer Dampfmaschine graphisch festgestellt werden*).

B. Das Verhalten der überhitzten Dämpfe.

§ 48. Das Gebiet der überhitzten Dämpfe.

Vergegenwärtigen wir uns eine Abbildung der Grenzkurven gesättigten Dampfes (Fig. 27), so nannten wir dortselbst das Gebiet III rechts der oberen Grenzkurve das Gebiet der überhitzten Dämpfe.

Dabei ist aber die Voraussetzung gemacht, daß die beidenGrenzkurven nie zusammentreffen. Es läßt sich jedoch durch Versuche beweisen, daß die Kurven nach oben ineinander übergehen und das Gebiet gesättigten Dampfes abschließen. Dann ist aber eine strenge Schei-



dung zwischen den Gebieten I und III nicht mehr möglich; es gibt dort Zustände, die als Flüssigkeit oder als Dampf gelten können (Fig. 45).

Wir erkennen daraus, daß das Verhalten der überhitzten Dämpfe entweder nur durch komplizierte Formeln

*) Diese Methode führte Schröter bei der Untersuchung von Dampfmaschinen ein.

dargestellt werden kann oder aber, wir müssen den Gültigkeitsbereich für eine aufzustellende Zustandsgleichung beschränken.

In der technischen Verwendung des überhitzten Wasserdampfes haben wir es mit Zuständen zu tun, die meist nahe dem Sättigungszustande und auch nicht in der Nähe des höchsten Punktes der Grenzkurve liegen, der "kritischer Punkt" genannt wird.

§ 49. Zustandsgleichungen der überhitzten Wasserdämpfe.

Unter den mannigfach vorgeschlagenen Formeln wurde bisher eine von Zeuner gegebene:

$$Pv = RT - f(P) \tag{113}$$

viel angewandt. Sie ist der Zustandsgleichung der permanenten Gase nachgebildet, indem R wie dort eine Konstante darstellt. Der Wert f(P) nimmt Rücksicht auf ein vom reinen Gaszustande abweichendes Verhalten.

Die Funktion f(P) gibt Zeuner zu $f(P) = C P^{\mu}$ an, worin C und μ konstant sind und $\mu = \frac{AR}{c_p} = \frac{k-1}{k}$ zu setzen ist, so daß auch diese Größen konstant werden. Zur Berechnung der Konstanten nahm Zeuner einen Mittelwert für c_p an, da sich aus Versuchen von Regnault für verschiedene Überhitzung bei demselben Druck von 760 mm ein nahezu konstantes Mittel $c_p = 0.4805$ ergab. Als numerische Werte erhalten wir $k = \frac{4}{5}, \ \mu = \frac{1}{4}, \ C = 192,50$ und R = 50,933, wenn P in kg/m² und v in m³/kg gemessen wird. Die Formel läßt sich also auch schreiben

$$Pv = 50,933 T - 192,5 \sqrt{P}.$$

§ 49. Zustandsgleichungen der überhitzten Wasserdämpfe. 123

Neuere Versuche ergeben aber, daß c_p nicht als konstant betrachtet werden kann, und wir können uns von dieser Annahme freimachen, wenn wir nach Weyrauch das Glied f(P) eliminieren.

Aus der Gleichung

$$Pv = RT - f(P)$$

erhalten wir für den Grenzzustand trocken gesättigten Dampfes

$$\mathfrak{P}\mathfrak{v}=P\mathfrak{v}=R\mathfrak{T}-f(P)\,,$$

wenn wir annehmen, daß der Druck P derselbe ist; ferner durch Subtraktion der letzten Gleichung von der oberen

$$P(v - v) = R(T - \mathcal{I}) = R\tau \qquad (114)$$

oder

$$P(v-v) = 50,9 r, \qquad (115)$$

woraus sich zusammengehörige Werte überhitzten Dampfes berechnen lassen, wenn die Grenzwerte bei demselben Druck bekannt sind. Der Wert τ stellt die Überhitzung dar.

Lösen wir Gleichung 114 nach Pv auf, so erhalten wir auch

$Pv = RT - (R\mathfrak{T} - P\mathfrak{v}) = RT - f(\mathfrak{P}),$

und wir erkennen, daß auch jetzt noch der Klammerausdruck eine Funktion von P darstellt, aber ohne eine Annahme über die spezifische Wärme c_p , vielmehr durch den Grenzzustand bei demselben Druck ($P = \mathfrak{P}$) festgelegt ist.

§ 50. Die Wärmegleichung überhitzten Wasserdampfes.

Die spezifische Wärme bei konstantem Druck ist definiert durch $c_p = \begin{pmatrix} dQ \\ dT \end{pmatrix}$ und die bei konstantem Volumen durch $c_v = \begin{pmatrix} dQ \\ dT \end{pmatrix}$. Die Temperatur ist allgemein eine Funktion von Druck und Volumen, so daß wir durch Differentiation von T = f(P, v)

$$dT = \frac{\partial T}{\partial P} dP + \frac{\partial T}{\partial v} dv$$

erhalten und hiermit

$$(dQ)_p = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv$$
 und $(dQ)_v = c_v \frac{\partial T}{\partial P} dP$

schreiben können. Mit verschwindendem Fehler ist .

$$dQ = (dQ)_p + (dQ)_v = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv + c_v \frac{\partial T}{\partial P} dP.$$

Addieren und subtrahieren wir rechts den Ausdruck $c_p \frac{\partial T}{\partial P} dP$, so erhalten wir

$$dQ = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial P} dP + \frac{\partial T}{dv} dv\right) - (c_p - c_v) \frac{\partial T}{\partial P} dP$$

oder

$$dQ = c_p \, dT - (c_p - c_r) \, \frac{\partial T}{\partial P} \, dP. \qquad (116)$$

Bei Addition und Subtraktion von $c_{\bullet} \frac{\partial T}{\partial v} dv$ ergibt sich ebenso

$$dQ = c_v dT + (c_p - c_v) \frac{\partial T}{\partial v} dv. \qquad (117)$$

§ 51. Zustandsänderung bei konstantem Druck. 125

Aus Gleichung 114 in der Form

$$Pv = RT - f(P) = RT - f(\mathfrak{P})$$

erhalten wir

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{P}{R},$$

womit Gleichung 117 zu

$$dQ = c_v dT + (c_p - c_v) \frac{P dv}{R}$$
(118)

erhalten wird und eine Wärmegleichung der überhitzten Dämpfe darstellt.

Für eine endliche Zustandsänderung ergibt sich mit mittlerem c_p und c_p :

$$Q = c_v \left(T_2 - T_1 \right) + \frac{c_p - c_v}{R} L.$$
 (119)

Werte von c_p und c_o berechnet Weyrauch mit Rücksicht auf die Grenzzustände. In Fig. 46 haben wir die so berechneten spezifischen Wärmen für verschiedene Überhitzungen τ zusammengestellt. Bei einer endlichen Zustandsänderung wie in Gleichung 119 sind immer Mittelwerte einzuführen. Die neueren experimentellen Forschungen zeigen keine so einfache Abhängigkeit der Größe c_p von der Temperatur, doch haben wir hier noch keine endgültigen Resultate.

§ 51. Zustandsänderung überhitzten Wasserdampfes bei konstantem Druck.

Diese Zustandsänderung ist technisch wichtig, da die Erzeugung überhitzten Wasserdampfes in den Überhitzern bei konstantem Druck erfolgt.

Im Spannungsdiagramm (Fig. 47) erhalten wir eine Parallele zur Abszissenachse. Aus Gleichung 114 folgt für $P_1 = \text{konst.}$



Fig. 46.

$$P_{1}(v_{1} - v_{1}) = R \tau_{1} = R (T_{1} - \mathfrak{T}_{1})$$
$$P_{1}(v_{2} - v_{1}) = R \tau_{2} - R (T_{2} - \mathfrak{T}_{1})$$

und hieraus

$$\frac{v_2-\mathfrak{v}_1}{v_1-\mathfrak{v}_1}=\frac{\mathfrak{r}_2}{\mathfrak{r}_1}=\frac{T_2-\mathfrak{T}_1}{T_1-\mathfrak{T}_1}$$

§ 51. Zustandsänderung bei konstantem Druck. 127

zur Berechnung des Volumens $v_{\rm g}$ oder der erfolgten Überhitzung.







Fig. 48.

Die geleistete Arbeit ist

$$L = P_1 (v_2 - v_1) = R (\tau_2 - \tau_1) = R (T_2 - T_1).$$

Aus Gleichung 116 erhalten wir für dP == 0 als Wärmemenge

$$dQ = c_p \, dT \tag{120}$$

oder

$$Q = c_p \left(T_2 - T_1 \right), \tag{121}$$

wobei für c_p ein Mittelwert der bei den Temperaturen T_1 und T_p erhaltenen Größen einzusetzen ist.

Die Änderung der Entropie berechnet sich aus Gleichung 120 durch Division mit *T*, also

$$\frac{dQ}{T} = c_p \frac{dT}{T} \tag{122}$$

oder die Entropie

$$\int_{1}^{1} \frac{dQ}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1},$$
(123)

wenn wir den Mittelwert c_p als konstant betrachten. Im Wärmediagramm (Fig. 48) stellt sich dann die Zustandsänderung bei konstantem Druck als logarithmische Kurve dar.

Zur Berechnung der Änderung der inneren Arbeit dient Gleichung 11, wonach

$$A\left(U_2-U_1\right)=Q-AL$$

oder hier

$$U_2 - U_1 = \left(\frac{c_{\ell}}{A} - R\right) \left(T_2 - T_1\right)$$

wird

Beispiel: Es sei trocken gesättigter Dampf von $p_1 = 10$ at Spannung bei unveränderlichem Druck auf eine Temperatur

§ 52. Die Gesamtwärme und die Dampfwärme usw. 129

 $t_2 = 350^{\circ}$ zu überhitzen. Zu berechnen ist die äußere Arbeit, die Wärmezufuhr und die Änderung der inneren Arbeit.

Dem Druck $p_1 = 10$ at entspricht eine Temperatur = 178,89 im Sättigungszustande. Man erhält für die äußere Arbeit bei überhitztem Dampf:

L = 50.9 (350 - 179) = 8700 mkg.

Die mittlere spezifische Wärme ergibt sich aus Fig. 46 zu

$$c_p = \frac{0,498 + 0,562}{2} = 0,53 ,$$

womit sich

$$Q = 0.53 \cdot 171 = 90.6$$
 WE.

und

$$U_{\rm g} - U_{\rm l} = 424 \cdot 90, 6 - 8700 = 29700 \; {
m kgm}$$

berechnen läßt.

· Das spezifische Volumen v₂ kann aus

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{T_2 - \mathfrak{T}_1}{\mathfrak{T}_1}$$

zu

$$v_{g} = 0,196 + \frac{171}{452} 0,196 = 0,270 \text{ m}^{\text{s}/\text{kg}}$$

berechnet werden.

In den Fig. 47 und 48 finden wir diese Zustandsänderung $(\overline{1 \ 2} \ \text{und} \ \overline{1 \ \Pi})$ eingezeichnet.

§ 52. Die Gesamtwärme und die Dampfwärme überhitzten Wasserdampfes.

Diejenige Wärmemenge, welche aufzuwenden war, um 1 kg Flüssigkeit von 0° bei konstantem Druck 33 in trocken gesättigten Dampf zu verwandeln, nannten wir dessen Gesamtwärme und setzten

$$\lambda = q + r = q + \varrho + A \mathfrak{Pw}.$$

Die Gesamtwärme λ' überhitzten Dampfes wird dann ähnlich

$$\lambda' = \lambda + c_p \left(T - \mathfrak{T} \right) \tag{124}$$

Walther und Röttinger, Wärmelehre.

als diejenige Wärmemenge definiert, welche 1 kg Flüssigkeit von 0[°] bei unveränderlichem Druck in überhitzten Dampf verwandelt.

Der Ausdruck für X läßt sich auch

$$\lambda' = q + \varrho + A \mathfrak{P} \mathfrak{w} + c_p \tau \qquad (125)$$

schreiben, wenn wir den Wert λ (Gleichung 92) und die Überhitzung $\tau = T - \mathfrak{T}$ einführen.

Die bei der Erzeugung geleistete äußere Arbeit ist nach §§ 37, 2a und 51

$$AL' = A\mathfrak{P}\mathfrak{w} + AR\tau. \qquad (126)$$

Als Dampfwärme D' bezeichnen wir den Unterschied innerer Energie von 1 kg überhitzten Dampfes



gegenüber 1 kg Flüssigkeit von 0° bei demselben Druck, also nach Gleichung 125:

$$D' = \lambda' - AL'$$

= q + \varrho
+ (c_p - AR) \tau. (127)

Die Darstellung von λ' ergibt sich aus Fig. 49 als die ganze schraffierte Fläche.

Man erkennt, dab die zum Überhitzen nötige Wärmemenge klein ist im Verhältnis zur Erzeugungswarme. § 53. Weitere besondere Zustandsänderungen. 131

§ 53. Weitere besondere Zustandsänderungen.

a) Zustandsänderung bei konstantem Volumen. Aus der Zustandsgleichung (Gleichung 114):

$$P_1(v_1 - \mathfrak{v}_1) = R(T_1 - \mathfrak{T}_1)$$

erhalten wir auch

$$P_1 v_1 = R \left(T_1 - \mathfrak{T}_1 + \frac{P_1 v_1}{R} \right)$$

und ebenso bei konstantem v_1 :

$$P_{\mathbf{3}} \mathbf{v}_{\mathbf{1}} = R \left(T_{\mathbf{2}} - \mathfrak{T}_{\mathbf{2}} + \frac{P_{\mathbf{2}} \mathfrak{v}_{\mathbf{2}}}{R} \right), \qquad (128)$$

woraus sich

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 - \mathfrak{T}_2 + \frac{P_2 \,\mathfrak{v}_2}{R}}{T_1 - \mathfrak{T}_1 + \frac{P_1 \,\mathfrak{v}_1}{R}}$$

zur Berechnung der Druckänderung ergibt.

Da die Druckkurve der Ordinatenachse parallel ist, so wird die äußere Arbeit L = 0 und die Änderung der inneren Energie nach Gleichung 14

$$A(U_2 - U_1) = Q = c_1(T_2 - T_1).$$
(129)

Beispiel: Wasserdampf habe die Temperatur 160° bei einem Druck $p_1 = 2$ at und sei bei unveränderlichem Volumen auf $p_2 = 3$ at zu bringen.

Das Volumen berechnet sich aus Gleichung 114 zu

$$v_{i} = \frac{R \tau_{i}}{P_{i}} + v_{i} ,$$

worin $\tau_1 = T_1 - \mathfrak{T}_1 = 160^\circ - 119,6^\circ = 40,4^\circ$ und $u_1 = 0,887$ nach der Tabelle im Anhang einzusetzen sind, so daß $v_1 = \frac{50.9 \cdot 40.4}{20000} + 0.887 = 0.990 \text{ m}^3/\text{kg}$



Fig. 50a.

Fig. 50b.

in das Spannungsdiagramm (Fig. 50a) eingetragen werden kann. Die Temperatur T_2 berechnet sich aus Gleichung 128 vn 359° (Fig. 50b). Als mittleres c_r erhalten wir aus Fig. 46 $c_r = 0,38$, womit die Wärmemenge Q nach Gleichung 129

§ 53. Weitere besondere Zustandsänderungen. 133

Q = 0,38 (359 - 160) = 75,6 WE.

and

$$U_2 - U_1 = 75,6 \cdot 424 = 32000 \text{ mkg}$$

zu berechnen ist.

b) Zustandsänderung bei gleichbleibender Überhitzung.

Es ergibt sich aus Gleichung 114 für $\tau = \text{konst.}$





Fig. 51.

womit sich die Kurve $\overline{12}$ im Spannungsdiagramm (Fig. 51a) konstruieren läßt, wenn wir die Grenzkurve als bekannt annehmen: wir müssen nur die Rechtecke $\overline{1 \ a \ c \ d}$ und $\overline{2 \ b \ e \ f}$ inhaltsgleich machen.

Im Wärmediagramm (Fig. 51 b) sind die Strecken $\overline{I I'}$ und $\overline{II II'}$ einander gleich.

c) Isothermische Zustandsänderung.

Für $T_1 = \text{konst.}$ erhalten wir im Wärmediagramm eine Gerade I II (Fig. 52), die sich mit Hülfe von

Kurven konstanten Druckes $\overline{I a'}$ und $\Pi \overline{b'}$ ins Spannungsdiagramm übertragen läßt, wenn wir die unbekannten Größen aus der Zustandsgleichung berechnen.



d) Adiabatische Zustandsänderung.

Auch hier kann die Kurve zuerst im Wärmediagramm (Fig. 53) gezeichnet werden. Wir erkennen, daß in dem Schnittpunkte II' mit der Grenzkurve eine Diskontinuität eintritt; die Adiabate ändert das Gesetz ihres Verlaufes, da der Dampf in den Sättigungszustand übergeht.

§ 53. Weitere besondere Zustandsänderungen 135

e) Polytropische Zustandsänderung.

Als solche können wir z. B. die Expansion überhitzten Dampfes in der Dampfmaschine auffassen, wenn wir für die Expansionskurve eine Gleichung

$$P_1 v_1 = P_2 v_2$$

aufstellen und den Exponenten n zu bestimmen suchen.



Die ännere Arbeit wird ähnlich wie bei den Gasen $L = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{n - 1}.$

Da hiermit die Wärmemenge

$$Q = c_{\mathbf{v}} \left(t_{\mathbf{y}} - t_{\mathbf{1}} \right) + \frac{c_{\mathbf{p}} - c_{\mathbf{v}}}{R} L$$

bekannt ist, so liefert Gleichung 11 auch die Änderung der inneren Energie $U_2 - U_1$.

C. Die Verflüssigung der Gase.

§ 54. Der kritische Punkt.

In Fig. 54 sind die Grenzkurven eines Dampfes zugleich mit Isothermen eingezeichnet. Wir erkennen,



Fig. 54.

daß die obersten Kurven sich immer mehr dem Verlauf einer gleichseitigen Hyperbel nähern und das Verhalten den permanenten Gasen ähnlich wird. Dadurch wird auch klar, daß die Verflüssigung bei Druckanwendung

§ 54. Der kritische Punkt.

nur dann gelingt, wenn wir unter die Temperatur des Punktes K gelangt sind. Da dieser Punkt als kritischer bezeichnet wird, so können wir auch von einer kritischen Temperatur t_k und einem kritischen Druck \mathfrak{p}_k sprechen.

Für Wasser erhalten wir $t_k = 365^{\circ}$ und $p_k = 205$ at. Bei den Gasen liegt der kritische Punkt sehr tief, z. B. für Wasserstoff bei $t_k = -230^{\circ}$ und $p_k = 21$ at.

Lassen wir Gas aus einem Gefäß unter Druck ausströmen, so tritt eine fast unmerkliche Temperatursenkung ein, da kein Gas das Mariotte-Gay-Lussac sche Gesetz mathematisch genau befolgt, nach welchem keine Temperaturänderung eintreten würde. Diese Tatsache benutzte Linde, um sogar auf außergewöhnlich tiefe Temperaturen zu gelangen, indem er durch das Gegenstromverfahren jedesmal vor einer neuen Ausströmung das Gas sich abkühlen läßt. Mit Hülfe einer so konstruierten Maschine gelang es, Luft so stark abzukühlen, daß sie flüssig wurde. Man war also unter ihre kritische Temperatur $t_k = -140^{\circ}$ gekommen, und wir fassen jetzt alle Gase als hochüberhitzte Dämpfe auf, da auch die Verflüssigung des Wasserstoffes gelungen ist.



137

Anhang.

Tabelle für gesättigten Wasserdampf (nach Zeuner).

L. 00												
1	2	3	4	5	6	-7	8	9	10	11	12	unu
Tem-	Druck v	Flüssig- keits-	Ge- samt-	Verdampfungswärme			to	spez. Gewicht	ht o _t			л. - Ц
tur t	(absolut) kg/cm ²	wärme q	wärme l	gesamte r	innere Q	äußere APw	(m ⁸ /kg)	$\gamma = \frac{1}{v}$	$=\int_{0}^{cdt} \mathfrak{T}$	r 62	$\sigma + \frac{r}{2}$	le Lehre
0	0,006	0,00	592,67	592,67	562,30	30,36	205,856	0,0049	0,000	2,171	2,171	IOA 6
10	0,012	10,00	600,87	590,87	559,44	31,43	106,964	0,0094	0,036	2,088	2,124	1 de
20	0,024	20,01	607,73	587,72	555,23	32,49	58,253	0,0172	0,071	2,006	2,077	D D
30	0,043	30,03	613,43	583,41	549,88	33,53	33,144	0,0302	0,104	1,925	2,029	amp
40	0,075	40,05	618,09	578,04	543,49	34,55	19,625	0,0510	0,137	1,847	1,984	fen.
50	0.105	50.00	001.00	571.00	590 95	95 55	19.054	0.009	0.100	1 770	1 090	
50	0,125	50,09	021,89	011,80	500,20	00,00	7.654	0,000	0,100	1,000	1,990	
60	0,202	60,14	1 624,80	004.00	928,19	30,91	7,094	0,131	0,199	1,090	1,895	
											-	
70	0,317	70,20	627,85	557,65	520,17	37,48	5,014	0,199	0,229	1,626	1,855	
80	0,482	80,28	630,90	550,62	512,19	38,43	3,379	0,296	0,258	1,560	1,818	
90	0,714	90,38	633,95	543,57	504,24	39,33	2,335	0,428	0,287	1,497	1,784	A
									- 1.			nhar
10 0	1,033	100,50	637,00	536,50	496,29	40,21	1,650	0,606	0,314	1,438	1,752	αįά
110	1,462	110,64	640,05	529,41	488,36	41,05	1,190	0,839	0,340	1,382	1,722	Tab
120	2,028	120,81	643,10	522,29	480,44	41,86	0,875	1,141	0,367	1,329	1,696	elle
130	2,760	131,00	646,15	515,15	472,52	42,63	0,655	1,525	0,392	1,278	1,670	für
140	3,695	141,22	649,20	507,99	464,61	43,38	0,498	2,005	0,417	1,230	1,647	ges
												attig
150	4,869	151,46	652,25	500,79	456,70	44,09	0,384	2,598	0,442	1,184	1,626	ten
160.	6,324	161,74	655,30	493,56	448,80	44,76	0,300	3,321	0,466	1,140	1,606	Was
170	8,106	172,05	658,35	486,30	440,89	45,40	0,238	4,193	0,489	1,098	1,587	serd
180	10,260	182,40	661,40	479,00	432,99	46,01	0,190	5,233	0,512	1,057	1,569	amp
190	12,838	192,78	664,45	471,67	425,08	46,59	0,154	6,460	0,535	1,019	1,554	

0,126 7,893

200 15,892 203,20 667,50 464,30 417,17 47,13

139

0,557 0,981 1,538

1	2	-3	4	- 5	6	7	8	9	10	11	12
Druck p	Tem-	Flüssig- keits-	Ge- samt-	Verdampfungswärme			to	spez. Gewicht	Entr o	opie	ab- solute
(ab- solut)	t	wärme	wärme	gesamte	innere	äußere	= 0 - 0 m ³ /kg	$\gamma = \frac{1}{p}$	= [cdt	*	Tem-
kg/cm ²		q	٨	r	ę	APSW		kg/m ³	JE	~	I
0,2	59,76	59,89	624,73	564,84	528,13	36,70	7,781	0,129	0,198	1,698	332,76
0,4	75,47	75,71	629,52	553,81	515,71	38,10	4.039	0,248	0,245	1,589	348,47
0,6	85,48	85,82	632,57	546,75	507,78	38,97	2,754	0,363	0,273	1,525	358,48
0,8	93,00	93,43	634,67	541,44	501,84	39,60	2,099	0,476	0,294	1,479	366,00
10	99.09	00 58	636 79	597 15	107 09	10.12	1 701	0.597	0.911	1 444	279.00
1.2	104.24	104.79	638.29	533 50	492.95	40,15	1 499	0.697	0.325	1,444	37791
1.4	108.72	109.34	639.66	530.33	489.41	40.92	1,239	0.806	0.337	1.389	381 79
1,6	112,70	113,38	640,87	527,49	486,26	41,24	1,093	0,914	0.348	1.368	385.70
1,8	116,29	117,03	641,97	524,94	483,42	41,52	0,978	1,021	0,357	1,348	389,29
											100
2,0	119,57	120,37	642,97	522,60	480,82	41,78	0,886	1,128	0,365	1,331	392,57
2,5	126,73	127,66	645,15	517,49	475,16	42,33	0,718	1.391	0.384	1,295	399.73

			1	1	1	1		1	1	1	1	
3,0	132,80	133,85	647,00	513,15	470,36	42,79	0,605	1,651	0,399	1,265	405,80	
3.5	138,10	139,27	648,62	509,35	466,16	43,19	0,523	1,908	0,413	1,239	411,10	
4.0	142.82	144,10	650,06	505,96	462,43	43,53	0,461	2,163	0,424	1,217	415,82	•
4,5	147,09	148,48	651,36	502,89	459,05	43,83	0,413	2,415	0,435	1,197	420,09	nna
				-						1		ga
5,0	150,99	152,48	652,55	500,07	455,97	44,11	0,374	2,667	0,444	1,179	423,99	
6,0	157,94	159,63	654,66	495,05	450,47	44,58	0,315	3,164	0,461	1,149	430,94	Lab
7,0	164,03	165,89	656,53	490,64	445,65	44,99	0,273	3,656	0,475	1,123	437,03	elle
8,0	169,46	171,49	658,18	486,69	441,36	45,33	0,240	4,144	0,488	1,100	442,46	tu
9,0	174,38	176,58	659,69	483,11	437,47	45,64	0,215	4,629	0,499	1,080	447,38	500
						× -						esa
10,0	178,89	181,24	661,06	479,82	433,90	45,92	0,195	5,109	0,510	1,062	451,89	itti
11,0	183,05	185,56	662,33	476,77	430,61	46,16	0,178	5,589	0,519	1,045	456,05	gter
12,0	186,99	189,59	663,52	473,92	427,53	46,39	0,164	6,063	0,528	1,030	459,99	N
13,0	190,57	193,38	664,63	471,25	424,66	46,59	0,152	6,534	0,536	1,017	463,57	ass
14,0	194,00	196,94	665,69	468,73	421,95	46,78	0,142	7,006	0,544	1,004	467,00	erda
												Ē
15,0	197,24	200,32	666,66	466,34	419,38	46,96	0,133	7,477	0,551	0,992	470,24	pf.
16,0	200,32	203,53	667,60	464,07	416,95	47,12	0,125	7,943	0,558	0,980	473,32	-
20,0	211,34	215,07	670,96	435,89	408,23	47,66	0,101	9,794	0,582	0,941	484,34	41

Register.

Adiabate 20. Adiabatische Zustandsanderung der Gase 40, 72 - der gesättigten Dāmpfe 113. - der überhitzten Dämpfe 134. Aquivalenz von Wärme und Arbeit 9. Arbeit, äußere 11, 13. - innere 11, 13. Arbeitsäquivalent, kalorisches 9. Arbeitseinheit 9. **Ätherbewegung** (Wärmestrahlung)10. Atherdampf 104. Atmosphäre 12 - alte oder barometrische 12. neue oder metrische 12 Ausdehnungskoeffizient der Gase 24. Außere Arbeit 11, 13. - Verdampfungswärme 92 **Barometrische** Atmosphäre 12

Carnotscher Kreisprozeß 62, 76, 89. Clapeyron sche Gleichung 89.

Dalton sches Gesetz 28. Dampfbildung unter konstantemDruck 81. Dämpfe, Definition und Arten 80. Dampfmenge, spezifische 83. Dampfmässe 83. Dampfwärme 93, 129. Druck, spezifischer 11. Druckkurve 15.

Energie 7. — innere 11, 18. Entropiebegriff 66. Entropie der Gase 69. der gesättigten Dämpfe 97. - der überhitzten Dämpfe 128. Erzeugung von Dampf 81. Expansion in der Dampfmaschine 119. Expansionsarbeit 17. Expansionsverhältnis 39. Flüssigkeitsmenge,spe-

zifische 83. Flüssigkeitswärme 82, 91. Gas, permanentes 21. Gasgemisch 27.

Gay-Lussacsches Gesetz 22.

Gesamtwärme trocken gesättigten Dampfes 93.

 überhitzten Dampfes 129.

Gesättigte Dämpfe, Verhalten 81.

Gewicht, spezifisches 11. Grenzkurven 85.

 Konstruktion für Wasserdampf 87.
 Grundgleichung 18.

Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie:

I. Hauptsatz 18.

II. Hauptsatz 66.

Hyperbel, gleichseitige 87, 120.

Innere Arbeit 11.

- Energie 11, 13.

 Verdampfungswärme 93.

IsentropischeZustands-Anderung 73. Isodynamische Zu-

standsänderung 39. Isotherme 19.
Register.

Isothermische Kurve, Konstruktion für die Gase 37.

Isothermische u. adiabatische Zustands-Unteränderung, schied bei den Gasen 43.

Isothermische Zustandsänderung 19.

- der Gase 37, 72.

- der gesättigten Dämpfe 106.

- der überhitzten Dämpfe 133.

Kalorie 8. Kalorisches Arbeitsäquivalent 9. Kompressionsarbeit 17. Kompressor 47. Kondensieren 80. Kreisprozeß 58. Kritischer Druck 137. Punkt 122, 136. Kritische Temperatur 137.

Latente Wärme 10, 92. LogarithmischeKurven 74, 128. Luft als arbeitender Körper 47.

Mariotte-Boyle sches Gesetz 22. Mariotte-Gay-Lussac-

sches Gesetz 21, 24. Mechanisches Wärme-

Aquivalent 9. Meterkilogramm 9.

Metrische Atmosphäre 12.

Mischungsverhältnis von Dampf u. Flüssigkeit 83.

Nässegrad 83. Nasser Dampf 88. Nullkurve 117. Nullpunkt, absoluter 25.

Permanente Gase 21. Polytropische Kurve, Konstruktion 55. Zustandsänderung der Gase 52, 75. — — der gesättigten Dämpfe 120. - - der überhitzten Dämpfe 125. Preßluft 47. Prinzip von der Erhaltung der Energie 7.

Quecksilbersäule 12. Quecksilberthermometer 8.

Rückkühlung 51.

Spannungskurve 105.

Temperatur 8. - absolute 26. Temperatur-Entropie-Diagramm 70. Thermometer 8. Trocken gesättigter Dampf 83.

Überhitzer 125. Überhitzte Dämpfe, Verhalten 121. Überhitzung 123. Umkehrbare und nicht umkehrbare Prozesse 20. Umkehrung des Kreisprozesses 60. UngesättigterDampf81. |- polytropische 52, 75.

Verdampfungswärme 83, 92. – äußere 92.

- innere 92.

Volumen, spezifisches 11.

Warmeäquivalent, mechanisches 9. Wärmediagramm 70, Wärmeeinheit 8. Wärmegewicht 66. Wärmegleichung bei den Gasen 32.

bei den gesättigten Dämpfen 94.

- hei den überhitzten Dämpfen 124. Wärmemenge 7. Wärmestrahlung 10.

Zustandsänderung, allgemeine 52.

- adiabatische 20.

- bei konstantem Druck 18.

- bei konstantem Vo lumen 18.

- bei konstanter Temperatur 19.

- endliche 15.

- isentropische 78.

- isothermische 19.

— polytropische 52.

Zustandsänderung der Gase:

- adiabatische 40, 72

- bei konstantem Druck 33, 74.

- bei konstantem Volumen 32, 73.

- bei konstanter Tem peratur 37, 71.

isothermische 37, 71.

Register.

144

- Zustandsänderung der | gesättigten Dämpfe: |
- adiabatische 113.
- bei konstantem Druck 106.
- bei konstantem Volumen 108.
- bei konstanter spezifischer Dampfmenge 116.
- bei konstanter Temperatur 106.
- isothermische 106.

- Zustandsänderung der gesättigten Dämpfe:
- polytropische 120.
- Zustandsänderung der überhitzten Dämpfe:
- adiabatische 124.
- bei konstantem Druck 125.
- bei konstantem Volumen 131.
- bei konstanter Temperatur 133.

- Zustandsänderung der überhitzten Dämpfe:
- bei konstanter Überhitzung 133.
- isothermische 133.
- polytropische 125.
- Zustandsgleichung 11 13.
- der Gase 24.
- der gesättigten Dämpfe 84.
- der überhitzten Wasserdämpfe 122







