Sammlung Göschen

Physikalische Messungsmethoden

von

Dr. Wilhelm Bahrdt

Mit 49 Figuren

Sammlung Göschen In elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Verzeichnis der erschienenen Bände.

Ackerbau- u. Pflanzenbaulehre von Dr. Paul Rippert in Berlin u. Ernst Langenbeck in Bochum. Nr. 232.

Akustik. Theoret. Physik 1. Teil: Mechanik u. Akustik. Von Dr. Gust. Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 19 Abbildungen. Nr. 76.

— **Musikalische,** v. Dr. Karl L. Schäfer, Dozent an der Universität Berlin. Mit 35 Abbild. Nr. 21.

Algebra. Arithmetik u. Algebra v. Dr. H. Schubert, Prof. a. d. Gelehrtenschule d. Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

Alpen, Die, von Dr. Rob. Sieger, Professor an der Universität und an der Exportakademie des k. k. Handelsmuseums in Wien. Mit 19 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 129.

Altertümer, Die deutschen, v. Dr. Franz Fuhse, Direktor d. städt. Museums in Braunschweig. Mit 70 Abb. Nr. 124.

Altertumskunde, Griechische, von Prof. Dr. Rich. Maisch, neubearbeitet von Rektor Dr. Franz Pohlhammer. Mit 9 Vollbildern. Nr. 16.

— **Römische,** von Dr. Leo Bloch in Wien. Mit 8 Vollb. Nr. 45.

Analyse, Techn.-Chem., von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgen. Polytechn. Schule i. Zürich. Mit 16 Abb. Nr. 195.

Analysis, Höhere, 1: Differentialrechnung. Von Dr. Frdr. Junker, Prof. am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 68 Fig. Nr. 87.

— — — Repetitorium und Aufgabensammlung z. Differentialrechnung v. Dr. Friedr. Junker, Prof. am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 46 Fig. Nr. 146.

— — **II:** Integralrechnung. Von Dr. Friedr. Junker, Prof. am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 89 Fig. Nr. 88.

— — — Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung von Dr. Friedr. Junker, Prof. am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 50 Fig. Nr. 147.

Analysis, Niedere, von Prof. Dr. Benedikt Sporer in Ehingen. Mit 5 Fig. Nr. 53.

Arbeiterfrage, Die gewerbliche, von Werner Sombart, Professor an der Universität Breslau. Nr. 209.

Arbeiterversicherung, Die, von Dr. Alfred Manes in Berlin. Nr. 267.

Arithmetik und Algebra von Dr. Herm. Schubert, Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

— — Beispielsammlung zur Arithmetik u. Algebra v. Dr. Hermann Schubert, Prof. an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 48.

Astronomie. Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neu bearb. v. Dr. W. F. Wislicenus, Prof. a. d. Univers. Straßburg. Mit 36 Abb. u. 1 Sternk. Nr. 11.

Astrophysik. Die Beschaffenheit der Himmelskörper von Dr. Walter F. Wislicenus, Prof. an der Universität Straßburg. Mit 11 Abbild. Nr. 91.

Aufgabensammlg. z. Analyt. Geometrie d. Ebene v. O. Th. Bürklen, Prof. am Realgymnasium in Schw.-Gmünd. Mit 32 Figuren. Nr. 256.

— **Physikalische,** v. G. Mahler, Prof. der Mathem. u. Physik am Gymnas. in Ulm. Mit d. Resultaten. Nr. 243.

Aufsatzentwürfe von Oberstudienrat Dr. L. W. Straub, Rektor des Eberhard-Ludwigs-Gymnasiums in Stuttgart. Nr. 17.

Baukunst, Die, des Abendlandes von Dr. K. Schäfer, Assistent am Gewerbemuseum in Bremen. Mit 22 Abbild. Nr. 74.

Betriebskraft, Die zweckmäßigste, von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. 1. Teil: Die mit Dampf betriebenen Motoren nebst 22 Tabellen über ihre Anschaffungs- und Betriebskosten. Mit 14 Abbildungen. Nr. 224.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Betriebskraft, Die zweckmäßigste, von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. 2. Teil: Verschiedene Motoren nebst 22 Tabellen über ihre Anschaffungs- und Betriebskosten. Mit 29 Abbildungen. Nr. 225.

Bewegungsspiele von Dr. E. Kohlrausch, Professor am Kgl. Kaiser-Wilhelms-Gymnasium zu Hannover. Mit 14 Abbild. Nr. 96.

Biologie der Pflanzen von Dr. W. Migula, Prof. an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbild. Nr. 127.

Biologie der Tiere I: Entstehung u. Weiterbild. d. Tierwelt, Beziehungen zur organischen Natur v. Dr. Heinr. Simroth, Professor a. d. Universität Leipzig. Mit 33 Abbild. Nr. 131.

— **II:** Beziehungen der Tiere zur organ. Natur v. Dr. Heinr. Simroth, Prof. an der Universität Leipzig. Mit 35 Abbild. Nr. 132.

Bleicherei. Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Wilhelm Massot, Lehrer an der Preuß. höh. Fachschule f. Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.

Buchführung. Lehrgang der einfachen u. dopp. Buchhaltung von Rob. Stern, Oberlehrer der Off. Handelslehranst. u. Doz. d. Handelshochschule z. Leipzig. Mit vielen Formularen. Nr. 115.

Buddha von Professor Dr. Edmund Hardy. Nr. 174.

Burgenkunde, Abriß der, von Hofrat Dr. Otto Piper in München. Mit 30 Abbild. Nr. 119.

Chemie, Allgemeine und physikalische, von Dr. Max Rudolphi, Doz. a. d. Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 22 Figuren. Nr. 71.

— **Analytische,** von Dr. Johannes Hoppe. I: Theorie und Gang der Analyse. Nr. 247.

— — **II:** Reaktion der Metalloide und Metalle. Nr. 248.

— **Anorganische,** von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 37.

— — siehe auch: Metalle. — Metalloide.

Chemie, Geschichte der, von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium der Kgl. Technischen Hochschule Stuttgart. I: Von den ältesten Zeiten bis zur Verbrennungstheorie von Lavoisier. Nr. 264.

— **der Kohlenstoffverbindungen** von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I. II: Aliphatische Verbindungen. 2 Teile. Nr. 191. 192.

— **III:** Karbocyklische Verbindungen. Nr. 193.

— **IV:** Heterocyklische Verbindungen. Nr. 194.

— **Organische,** von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 38.

— **Physiologische,** von Dr. med. A. Legahn in Berlin. I: Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.

— **II:** Dissimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 241.

Chemisch-Technische Analyse von Dr. G. Lunge, Professor an der Eidgenöss. Polytechn. Schule in Zürich. Mit 16 Abbild. Nr. 195.

Dampfkessel, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. d. praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 67 Figuren. Nr. 9.

Dampfmaschine, Die, Kurzgefaßtes Lehrbuch m. Beispielen für das Selbststudium und den pratt. Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 48 Figuren. Nr. 8.

Dampfturbinen, Die, ihre Wirkungsweise und Konstruktion von Ingenieur Hermann Wilda in Bremen. Mit 89 Abbildungen. Nr. 274.

Dichtungen a. mittelhochdeutscher Frühzeit. In Auswahl m. Einltg. u. Wörterb. herausgegeb. v. Dr. Herm. Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 137.

Dietrichepen. Kudrun u. Dietrichepen. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. O. L. Jiriczek, Professor an der Universität Münster. Nr. 10.

Sammlung Göschen

In elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Differentialrechnung von Dr. Frdr. Junker, Prof. a. Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 68 Fig. Nr. 87.

— Repetitorium u. Aufgabensammlung z. Differentialrechnung von Dr. Frdr. Junker, Professor am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 46 Fig. Nr. 146.

Eddalieder mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Dr. Wilhelm Ranisch, Gymnasial-Oberlehrer in Osnabrück. Nr. 171.

Eisenhüttenkunde von A. Krauß, dipl. Hütteningen. I. Teil: Das Roheisen. Mit 17 Fig. u. 4 Tafeln. Nr. 152.

— II. Teil: Das Schmiedeisen. Mit 25 Figuren und 5 Tafeln. Nr. 153.

Elektrizität. Theoret. Physik III. Teil: Elektrizität u. Magnetismus. Von Dr. Gust. Jäger, Professor a. d. Univers. Wien. Mit 33 Abbildgn. Nr. 78.

Elektrochemie von Dr. Heinr. Danneel, Privatdozent in Breslau. I. Teil: Theoretische Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. Mit 18 Figuren. Nr. 252.

Elektrotechnik. Einführung in die moderne Gleich- und Wechselstromtechnik von J. Herrmann, Professor der Elektrotechnik an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 47 Fig. Nr. 196.

— II: Die Gleichstromtechnik. Mit 74 Figuren. Nr. 197.

— III: Die Wechselstromtechnik. Mit 109 Figuren. Nr. 198.

Epigonen, Die, des höfischen Epos. Auswahl aus deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junk, Aktuarius der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.

Erdmagnetismus, Erdstrom, Polarlicht von Dr. A. Nippoldt jr., Mitglied des Königl. Preußischen Meteorologischen Instituts zu Potsdam. Mit 14 Abbild. und 3 Tafeln. Nr. 175.

Ethik von Professor Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 90.

Exkursionsflora von Deutschland zum Bestimmen der häufigeren in Deutschland wildwachsenden Pflanzen von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. I. Teil. Mit 50 Abbildungen. Nr. 268.

— — 2. Teil. Mit 50 Abbildungen. Nr. 269.

Färberei. Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei u. ihre Hilfsstoffe v. Dr. Wilh. Massot, Lehrer a. d. Preuß. höh. Fachschule f. Textilindustrie i. Krefeld. M. 28 Fig. Nr. 186.

Fernsprechwesen, Das, von Dr. Ludwig Kellstab in Berlin. Mit 47 Figuren und 1 Tafel. Nr. 155.

Filzfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Finanzwissenschaft v. Präsident Dr. R. van der Borght in Berlin. Nr. 148.

Fischerei und Fischzucht v. Dr. Karl Eckstein, Prof. an der Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 159.

Formelsammlung, Mathemat., u. Repetitorium d. Mathematik, enth. die wichtigsten Formeln und Lehrsätze d. Arithmetik, Algebra, algebraischen Analysis, ebenen Geometrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, math. Geographie, analyt. Geometrie d. Ebene u. d. Raumes, d. Different.- u. Integralrechn. v. O. Th. Bürklen, Prof. am Kgl. Realgymn. in Schw.-Gmünd. Mit 18 Fig. Nr. 51.

— **Physikalische,** von G. Mahler, Prof. am Gymnasium in Ulm. Nr. 136.

Fortsetzung auf der 4. Vorsatzseite.

Sammlung Göschen

Physikalische Messungsmethoden

von

Dr. Wilhelm Bahrdt
Oberlehrer an der Oberrealschule in Groß-Lichterfelde

Mit 49 Figuren

Leipzig
G. J. Göschen'sche Verlagshandlung
1906

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten.

141 185

Spamersche Buchdruckerei, Leipzig-R.

D323/74

Inhalt.

I. Abschnitt.

Messungen aus der Mechanik.

Seite

§ 1. Längen-, Flächen- und Volumenmessung . . . 9
Nonius. Schubleere. Federzirkel und Transversalmaßstab. Mikrometerschraube. Mikroskop. Kathetometer. Messung der Zahl π. Volumen regelmäßig gestalteter Körper. Volumenometer.

§ 2. Messung von Zeiten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Fallbeschleunigung 14
a) Freier Fall 16
b) Verlangsamter Fall (Atwoodsche Fallmaschine) 17
c) Bestimmung mit dem Pendel 18

§ 3. Vergleichung von Massen 18
a) Richtigkeit einer Wage 18
b) Ruhelage 19
c) Empfindlichkeit 20
d) Wägungsverfahren 20
e) Reduktion auf den leeren Raum 20

§ 4. Spezifisches Gewicht fester und flüssiger Körper 21
Einfach geformte Körper. Volumenometer. Verdrängung von Wasser. Pyknometer. Hydrostatische Wage. In Wasser lösliche Körper. Jollysche Federwage. Nicholsonsche Senkwage. Glaskörper. Westphalsche Wage. Skalenaräometer. Kommunizierende Röhren.

§ 5. Spezifisches Gewicht von Gasen 25
a) Spezifisches Gewicht von Luft. Tabelle für verschiedene Temperaturen und Spannungen 26
b) Spezifisches Gewicht von Gasen durch Wägung 27
c) Bunsenscher Apparat 28

§ 6. Dampfdichtebestimmung 29
a) Nach Dumas 29
b) Nach Gay-Lussac-Hoffmann 30
c) Nach V. Meyer 31

§ 7. Elastizitätsmodul 32
a) Aus der Verlängerung eines Drahtes 33
b) Aus der Durchbiegung eines Stabes 34

Seite

§ 8. Torsionsmodul 34

§ 9. Bestimmung von Trägheitsmomenten 36
a) Mathematische Berechnung bei einfach geformten Körpern 36
b) Aus Torsionsschwingungen 37

§ 10. Bestimmung der Kapillaritätskonstante einer Flüssigkeit 38
a) Aus Steighöhen 38
b) Aus dem von einem Flüssigkeitshäutchen getragenen Maximalgewicht 39
c) Aus dem Tropfengewicht 39
d) Aus der Höhe von Flüssigkeitstropfen 40

II. Abschnitt.

Messungen aus der Akustik.

§ 11. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit . . . 40
a) Direkte Methode 40
b) Berechnung aus dem Verhältnis $c_p : c_v$ der spezifischen Wärmen eines Gases 41
c) Aus Kundtschen Staubfiguren 43
Fortpflanzung des Schalls in festen Körpern. Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones. Messung des Elastizitätsmoduls fester Körper. Schallgeschwindigkeit in Gasen. Bestimmung des Verhältnisses $c_p : c_v$.

§ 12. Schwingungszahl eines Tones 45
a) Mit der Sirene 45
b) Graphische Bestimmung 46
c) Mit dem Monochord und einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl 47
d) Mathematische Berechnung der Schwingungszahl einer gespannten Saite 47

III. Abschnitt.

Messungen aus der Wärmelehre.

§ 13. Fundamentalpunkte eines Thermometers . . . 47
Tabelle der Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Luftdruck 48

§ 14. Vergleichung zweier Thermometer 49

§ 15. Längenausdehnungskoeffizient fester Körper . 49

§ 16. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten . . 51
a) Absolute Ausdehnung des Quecksilbers nach Dulong und Petit 51
b) Scheinbare Ausdehnung von Flüssigkeiten in Pyknometern 51

§ 17. Ausdehnung von Gasen. Luftthermometer . . 53

Seite

§ 18. Molekulargewichtsbestimmung 54
a) Aus der Gefrierpunktserniedrigung 54
b) Aus der Siedepunktserhöhung 57

§ 19. Spannkraft gesättigten Dampfes. Dampfdruckerniedrigung von Lösungen 59

§ 20. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. . 61

§ 21. Hygrometrie 62
a) Absolute Feuchtigkeit aus zwei Wägungen 63
b) Daniellsches Hygrometer 63
c) Döbereiners Hygrometer 63
d) Augustsches Psychrometer 64

§ 22. Bestimmung der spezifischen Wärme 65
a) Allgemeines über Kalorimetrie 65
b) Mischungsmethode. Feste Körper. Flüssigkeiten . . 66
c) Eisschmelzungsmethode. Nach Lavoisier und Laplace, Bunsen 69
d) Erkaltungsmethode nach Dulong und Petit 71
e) Spezifische Wärme von Gasen. Methode von Clément und Désormes 72

§ 23. Schmelzungs- und Verdampfungswärme . . . 74

§ 24. Thermochemische Messungen 76
a) Verbrennungswärme 76
b) Verdünnungs-, Lösungs- und Hydrationswärmen . . . 77
c) Neutralisationswärme 77

§ 25. Mechanisches Wärmeäquivalent 78
Pulujscher Apparat 78

IV. Abschnitt.

Messungen aus der Optik.

§ 26. Winkelmessung durch Spiegelung an ebenen Flächen. 80
a) Poggendorff-Gaußsche Winkelmessung mit Spiegel und Skala 80
b) Spiegelsextant 81

§ 27. Messung der Krümmungsradien von Hohlspiegeln. 83
a) Durch parallel auf den Spiegel fallendes Licht 83
b) Aus Gegenstandsweite und Bildweite 83
c) Aus der Gleichheit von Bild und Gegenstand 83
d) Durch Spiegelung zweier Lichter 84

§ 28. Bestimmung der Brennweiten von Linsen . . 86
a) Aus Gegenstandsgröße, Bildgröße und Bildweite . . . 87
b) Aus der Größe der Verschiebung einer Linse bei konstantem Abstand zwischen Gegenstand und Schirm . . . 88

Seite

c) Mittels Fernrohrs 88
d) Brennweite einer Konkavlinse mit Zuhilfenahme einer Konvexlinse 89
e) Brennweite einer Konkavlinse aus der Größe des Zerstreuungsbildes 89

§ 29. Messung von Brechungsquotienten 89
a) Einleitung 89
b) Minimum der Ablenkung. Spektrometer 90
c) Messung des brechenden Prismenwinkels 94
d) Justierung des Spektrometers 95
e) Bestimmung des Brechungsquotienten mit dem Mikroskop. 96

§ 30. Spektralanalyse 97
a) Spektralapparat 97
b) Messung der Wellenlängen einiger Linien im Spektrum durch Interpolation 98
c) Chemische Spektralanalyse 99

§ 31. Vergrößerungszahl optischer Instrumente. . . 99
a) Projektionsapparat 99
b) Lupe und Mikroskop 100
c) Fernrohr 101

§ 32. Messung der Wellenlänge des Lichts 101
a) Aus der Beugung an einem schmalen Spalt oder dünnen Draht 101
b) Mit dem Gitter 103
c) Aus Newtonschen Ringen 104

§ 33. Photometrie. 106
a) Einheiten der Leuchtkraft und der Beleuchtungsstärke 106
b) Bunsens Photometer 106

V. Abschnitt.

Elektrische und magnetische Messungen.

§ 34. Messung einer Stromstärke in absolutem Maße mit der Tangentenbussole 107
a) Allgemeines 107
b) Beschreibung der Tangentenbussole 108
c) Reduktionsfaktor 108
d) Vergleichung zweier Stromstärken 110

§ 35. Messung von Stromstärken mit dem Spiegelgalvanometer 110
a) Dämpfungsverhältnis und logarithmisches Dekrement . 110
b) Herleitung der Ruhelage aus Schwingungen 111
c) Schwingungsweite und Schwingungsdauer 111
d) Reduktionsfaktor eines Galvanometers 112
1. Mittels eines Galvanometers mit bekanntem Reduktionsfaktor. Stromverzweigung 113
2. Mittels Voltameters 115
3. Mittels eines konstanten Elements und eines großen Widerstandes 116

Seite

§ 36. Messung von Stromstärken mit dem Voltameter. Silber-, Kupfer- und Knallgasvoltameter 116

§ 37. Widerstandsmessungen 118
a) Durch Vertauschung 118
b) Mit der Wheatstoneschen Brücke 119

§ 38. Vergleichung elektromotorischer Kräfte . . . 120
a) Mittels eines großen Widerstandes 120
b) Durch Vergleichung zweier Widerstände 121
c) Nach der Kompensationsmethode von du Bois-Reymond 121

§ 39. Messung eines Stromstoßes mit dem ballistischen Galvanometer 122

§ 40. Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten. . 123
a) Allgemeines 123
b) Berechnung eines Induktionskoeffizienten 124
c) Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten mit der Wheatstoneschen Brücke 124

§ 41. Elektrische Methoden der Temperaturmessung 125
a) Thermoelement 126
b) Widerstandsthermometer 126

§ 42. Stromwärme. 127
a) Bestimmung der Stromwärme, die von 1 Ampere bei 1 Volt Klemmenspannung in 1 Sekunde erzeugt wird . . 128
b) Bestimmung eines Widerstandes aus der Stromwärme . 129
c) Messung der spezifischen Wärme einer Flüssigkeit . . 129

§ 43. Bestimmung der Arbeit des elektrischen Stromes nach absolutem Maße 130

§ 44. Messung der Polstärke und des magnetischen Moments eines Magnetstabes 131
a) Allgemeines über Magnetismus 131
b) Bestimmung einer Polstärke und eines magnetischen Moments 132

§ 45. Messung der Horizontalintensität 134
a) Bestimmung von $M \cdot H$ 134
1. Mit der Wage 134
2. Aus Schwingungsversuchen 135
b) Bestimmung von $M : H$ 136
c) Messung der Abweichungen der Horizontalintensität an verschiedenen Punkten eines Gebäudes 137

§ 46. Messung des Inklinationswinkels 138
a) Mittels des Inklinatoriums 138
b) Mittels des Erdinduktors 140

Anhang.
Vierstellige Logarithmen 143
Trigonometrische Funktionen 146

Literatur.

Blasius, Physikalische Übungen für Mediziner.
Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik.
Kohlrausch, Kleiner Leitfaden der praktischen Physik.
Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik.
Noack, Leitfaden für physikalische Schülerübungen.
Ostwald, Hand- und Hilfsbuch zur Ausführung physikochemischer Messungen.
Rudolphi, Einführung in das physikalische Praktikum.
Wiedemann und Ebert, Physikalisches Praktikum.

I. Abschnitt.

Messungen aus der Mechanik.

§ 1. Längen-, Flächen- und Volumenmessung.

Eine Größe messen heißt zahlenmäßig feststellen, das Wievielfache sie von einer gleichartigen Größe ist, die als Einheit angenommen wird. Die Einheit der Längen ist das Meter (m) mit seinen dezimalen Unterabteilungen Dezimeter (dm), Zentimeter (cm), Millimeter (mm) und seinen Vielfachen, von denen insbesondere das Kilometer (km) zur Messung größerer Entfernungen dient. Der tausendste Teil eines Millimeters heißt Mikron (μ), der millionste Teil Millimikron ($\mu\mu$). Die Einheit des Flächenmaßes ist das Quadratmeter, die des Raummaßes das Kubikmeter. Im C-S-G-System ist die Längeneinheit das Zentimeter, die Flächeneinheit das Quadratzentimeter, die Volumeneinheit das Kubikzentimeter.

Bei der gewöhnlichsten Längenmessung legt man den zu messenden Körper an den Maßstab an und liest die Längendifferenz ab. Hierbei muß die Verbindungslinie zwischen dem Auge und dem Ende des Gegenstandes senkrecht zur Teilung stehen. Bei schräger Stellung erhält man fehlerhafte Abmessungen — Parallaxenfehler. Sie werden vermieden bei Teilungen auf Spiegelglasstreifen, indem man das beobachtende Auge so richtet, daß sein Spiegelbild mit dem abzulesenden Punkte des Objekts zusammenfällt.

Um die Messung einer Länge bis zu einem höheren Grade der Genauigkeit auszuführen, als die Teilung des Maßstabes ermöglicht, benutzt man den Nonius. Er ist ein kleiner Maßstab, der entlang einem größeren verschoben werden kann. Gewöhnlich ist die Teilung des Nonius derart, daß zehn seiner Teile gleich neun Teilen des Hauptmaßstabes sind. Sind die letzteren Millimeter, so ist der Unterschied eines Teiles des Hauptmaßstabes und des Nonius 0,1 mm. Eine praktische Ablesung geschieht nun so, daß man zunächst am Hauptmaßstab die ganzen Millimeter bis zum Nullstrich des Nonius abliest und dann noch so viel Zehntelmillimeter hinzufügt,

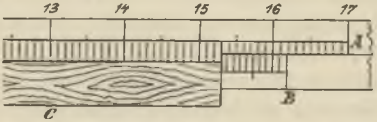

Fig. 1.

wie der mit einem Teilstrich des Maßstabes zusammenfallende Teilstrich des Nonius angibt. In der Fig. 1 liest man z. B. 152,8 mm ab.

Die zur Längenmessung gebräuchlichsten Instrumente sind folgende.

1. Die Schubleere (Schlittengreifzirkel). Der Hauptmaßstab ist in Millimeter geteilt; der Nonius ermöglicht, Zehntelmillimeter abzulesen. Man überzeugt sich zunächst, daß bei der Berührung der Arme der Nullpunkt des Nonius mit dem des Maßstabes zusammenfällt; ist dies nicht der Fall, so bringt man den Unterschied bei der Messung des Körpers in Abzug. Mit einer Klemmschraube kann der Noniusschlitten festgestellt werden.

2. Der Federzirkel in Verbindung mit einem Trans-

versalmaßstab. Man setzt die Zirkelspitzen auf die Punkte ein, deren Abstand bestimmt werden soll, und legt darauf die Zirkelöffnung an den Transversalmaßstab an, dessen Einrichtung aus Fig. 2 ersichtlich ist.

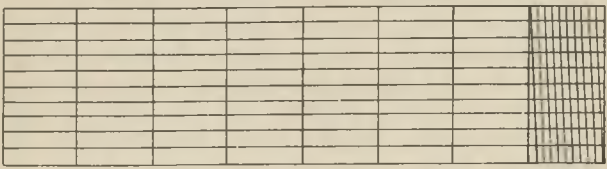

Fig. 2.

3. Die Mikrometerschraube (Fig. 3). Sie dient zur Dickenmessung von Drähten, Platten und dergleichen. Die Ganghöhe der Schraubenspindel ist gewöhnlich 1 mm, die Kreisteilung des Schraubenkopfes besteht aus hundert Teilen, so daß der Abstand zweier Teilstriche einer Länge von 0,01 mm entspricht. An der linearen Skala werden die ganzen Schraubenumgänge, d. h. die ganzen Millimeter, an der Kreisteilung hundertstel Millimeter abgelesen.

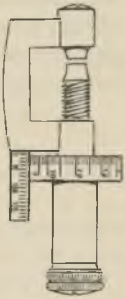

Fig. 3.

4. Zur Messung sehr kleiner Längen verwendet man das Mikroskop mit Okularmikrometer. Man legt den zu messenden Gegenstand auf den Objekttisch des Mikroskops und schiebt ihn in das Gesichtsfeld, so daß er zwischen den Strichen des Okularmikrometers liegt. Seine Länge möge a Okularteilstriche betragen. Darauf legt man auf den Objekttisch eine Millimeterskala aus Glas, so daß die Striche beider Teilungen einander parallel laufen. Man zählt oder berechnet nun die Anzahl b

der Okularteilstriche, die auf 1 mm kommen. Dann ist die Länge des Gegenstandes gleich $\frac{a}{b}$ mm.

5. Mit dem Kathetometer werden Höhenunterschiede von Punkten gemessen, die der direkten Messung unzugänglich sind. Ein Fernrohr mit Fadenkreuz, dessen Achse horizontal ist, wird an einem lotrechten Metallmaßstab auf oder nieder geschoben und ist in horizontaler Ebene drehbar. Es wird nun mit seinem Fadenkreuz nacheinander auf die beiden Höhenmarken eingestellt; der Höhenunterschied wird mittels Nonius am Maßstabe des Instrumentes abgelesen.

Den Inhalt von Flächen kann man entweder durch Anwendung planimetrischer Inhaltsformeln oder durch Wägung bestimmen. Man zeichnet die Fläche auf Papier, schneidet sie aus und bestimmt ihr Gewicht p_1 g; darauf schneidet man aus demselben Papier ein Quadrat mit der Seite l cm, also dem Flächeninhalt l^2 und bestimmt sein Gewicht p_2 g. Der gesuchte Inhalt ist dann $x = l^2 \cdot \frac{p_1}{p_2}$. Ist die erste Fläche ein Kreis mit dem Radius r cm, so ist $x = \pi r^2$, also $\pi = \frac{l^2}{r^2} \cdot \frac{p_1}{p_2}$. Man kann nach dieser Methode die Zahl π aus zwei Wägungen und zwei Längenmessungen bestimmen.

Die Volumina regelmäßig gestalteter Körper, z. B. Würfel, Rechtkant, Zylinder, Kegel, Kugel usw., lassen sich aus Längenmessungen mit Hilfe stereometrischer Formeln berechnen. Der Inhalt eines unregelmäßig gestalteten Körpers wird entweder aus der Menge Wasser gefunden, die er verdrängt (Verdrängungs- und hydrostatische Methoden s. § 4) oder durch Division seines absoluten Gewichts durch sein bekanntes spezifisches Ge-

wicht oder mittels des Volumenometers (Fig. 4). Der Gebrauch dieses Instrumentes beruht auf einer sinnreichen Anwendung des Boyle-Mariotteschen Gesetzes. An das Glasgefäß G setzt sich eine zylindrische Röhre an, die mit einer Längenteilung versehen ist. Der obere Rand des Gefäßes ist abgeschliffen und kann mittels einer gleichfalls abgeschliffenen Glasplatte luftdicht verschlossen werden. Die Röhre taucht in ein weiteres mit Quecksilber gefülltes Gefäß. Man ermittelt zunächst den Rauminhalt c der Röhre, der dem Zwischenraume zweier Teilstriche entspricht, indem man sie bis zum oberen Endpunkte 0 der Teilung mit Quecksilber füllt, darauf dieses ausfließen läßt bis zu einem zweiten Punkte der Teilung und endlich das Gewicht p des ausgeflossenen Quecksilbers bestimmt. Ist der Abstand der beiden Teilungspunkte gleich n-Zwischenräumen, so ist

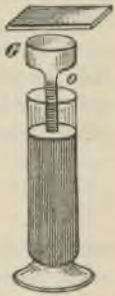

Fig. 4.

$$c = \frac{p}{13{,}6 \cdot n}.$$

Eine Volumenbestimmung etwa eines pulverförmigen oder porösen Körpers geschieht nun derart, daß man die Röhre, während der Behälter G offen ist, bis zum oberen Nullpunkte 0 eintaucht, ihn alsdann mit der Glasplatte verschließt, wodurch ein bestimmtes Luftvolumen V unter dem am Barometer abgelesenen Atmosphärendruck H abgesperrt wird, und darauf die Röhre in die Höhe zieht. Hierbei tritt ein Teil der Luft in die Röhre, während das Quecksilber im unteren Teil der Röhre um eine Strecke h über das äußere Niveau steigt. Ist v die durch Ablesung an der Röhre mit Hilfe der Größe c ermittelte Zunahme

des Luftvolumens, so verhält sich

$$\frac{V+v}{V} = \frac{H}{H-h}.$$

Da in dieser Gleichung die Größen v, H und h bekannt sind, läßt sich V berechnen.

Nun wiederholt man den Versuch, nachdem man den Körper mit dem gesuchten Volumen x in den Behälter G gebracht hat, und findet, nachdem das Volumen der abgeschlossenen Luft gleichfalls um v vergrößert ist,

$$\frac{V-x+v}{V-x} = \frac{H}{H-h'},$$

wenn h' die Höhe der Quecksilbersäule bei diesem Versuch bedeutet. Aus dieser Gleichung läßt sich x berechnen.

Das Volumen von Flüssigkeiten bestimmt man durch direkte Ausmessung in kalibrierten Gefäßen (Meßzylindern, Pipetten, Pyknometern).

§ 2. Messung von Zeiten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen.

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde. Größere Zeitabschnitte werden durch Uhren, Bruchteile einer Sekunde durch das Metronom gemessen. Von den zahlreichen Instrumenten, die zur Messung sehr kleiner Zeiten dienen, möge folgendes Chronoskop kurz angeführt werden, das zu einer Reihe physikalischer Messungen geeignet ist. Ein schweres Metallrad von etwa 20 cm Durchmesser, um dessen 2 cm breiten Rand ein Papierstreifen gelegt ist, wird durch ein Fallgewicht in Drehung versetzt. Nach Abheben des Fallgewichtes wird die Radgeschwindigkeit für einige Sekunden durch

ein an der Radachse hängendes Reibungsgewicht konstant erhalten. Diese konstante Geschwindigkeit beträgt 1 m per Sekunde. Einige Zentimeter senkrecht über der Radperipherie und in gleichem Abstande von ihr befinden sich zwei Elektromagnete, um die je ein schwacher Strom fließt, so daß jeder Magnet einen Eisenstift mit scharfer nach unten gerichteter Spitze tragen kann. Am Anfang der zu messenden Zeit wird der eine Strom, am Schluß der andere Strom unterbrochen, wobei die Stifte herabfallen und in den umgelegten Papierstreifen mit ihren Spitzen zwei Punkte eindrücken. Da die Geschwindigkeit des Radumfanges 1 m per Sekunde beträgt, so gibt der Abstand der beiden Punkte in Millimetern, vermindert um den konstanten Abstand der Elektromagnete, die zu messende Zeit in tausendstel Sekunden an. Die Unterbrechung der Ströme geschieht entweder durch Zerreißen der Stromleitung an irgend einer Stelle oder durch Öffnen eines Kontakts, was schon durch äußerst geringe mechanische Erschütterungen ermöglicht werden kann (vgl. § 11 a). Die Geschwindigkeitskonstanz der Radperipherie (1 m per Sek.) wird dadurch geprüft, daß man mit dem Chronoskop die Zeit mißt, die ein freifallender Körper zum Durchfallen einer bekannten Strecke braucht; die gemessene Zeit muß dann mit der aus der Formel $s = \frac{g}{2} t^2$ berechneten übereinstimmen. Eine solche Vorrichtung zur Kontrolle der Geschwindigkeit ist am Chronoskop angebracht. Bezüglich der Verwendung des Chronoskops s. § 2 und 11.

Das Maß der Geschwindigkeit ist bei einer gleichförmigen Bewegung der per Sekunde zurückgelegte Weg, der als Quotient aus dem Gesamtwege und der Gesamtzeit gefunden wird. Die mittlere Geschwindigkeit

eines sich ungleichförmig bewegenden Körpers ist $v = \frac{s}{t}$, wenn er in der Zeit t den Weg s zurücklegt. Die augenblickliche Geschwindigkeit v in einem bestimmten Punkte der Bahn wird dargestellt durch den ersten Differentialquotienten des Weges nach der Zeit; $v = \frac{ds}{dt}$.

Beschleunigung ist der Quotient aus der Geschwindigkeitszunahme dv während eines kleinen Zeitelementes dt und aus dieser Zeit; $b = \frac{dv}{dt}$. Um Beschleunigungen direkt zu messen, muß man zwei Zeiten t_1 und t_2 bestimmen, in denen der Körper zwei aufeinanderfolgende sehr kleine Wegelemente s_1 und s_2 zurücklegt; dann ist

$$b = \left(\frac{s_2}{t_2} - \frac{s_1}{t_1}\right) : \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right).$$

Die Messung der Beschleunigung g durch die Schwerkraft nach dieser Formel stößt auf erhebliche Schwierigkeiten wegen der Kleinheit der Zeiten t_1 und t_2. Die Größe g bestimmt man

a) durch den freien Fall eines Körpers,

b) durch den verlangsamten Fall (Atwoodsche Fallmaschine),

c) durch den zwangsläufigen Fall auf vorgeschriebener Bahn (Pendel).

a) Freier Fall. Der Weg s, den ein freifallender Körper zurücklegt, und die Fallzeit t hängen miteinander zusammen nach der Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, aus der sich ergibt $g = \frac{2s}{t^2}$. Der Fallraum s darf nicht zu groß gewählt

werden, weil bei größeren Fallräumen sich der Luftwiderstand in erheblichem Maße bemerkbar macht. Zur Messung der kleinen Fallzeit t kann das S. 14 beschriebene Chronoskop benutzt werden. Als Fallkörper dient eine Eisenkugel, die von einem in den ersten Stromkreis des Chronoskops eingeschalteten Elektromagneten getragen wird.

Öffnet man an irgend einer Stelle diesen Strom, so beginnt die Kugel zu fallen und zugleich wird der Anfangspunkt der Fallzeit durch den fallenden Stift des Chronoskops auf dem Papierstreifen fixiert. Senkrecht unter dem Elektromagneten in einem Abstand von s cm befindet sich eine metallene Fallbrücke, die sich um eine Mittelachse dreht. Das eine Ende der Brücke ruht mit leichtem Druck auf einem Metallstift. Befindet sich die Brücke in der Ruhelage, so ist der zweite Stromkreis des Chronoskops geschlossen, weil der eine Pol des Elementes mit der Achse der Brücke und der andere mit dem Stift verbunden ist. Der Kontakt wird unterbrochen, sobald die Eisenkugel auf die Brücke fällt, und in demselben Augenblick fällt der zweite Stift des Chronoskops und fixiert auf dem Papierstreifen den Endpunkt der Fallzeit. Die Fallzeit t wird nun auf dem Papierstreifen abgelesen.

b) Verlangsamter Fall. Bei der Atwoodschen Fallmaschine läuft über eine möglichst reibungslose Rolle ein Faden, an dessen Enden gleiche Gewichte hängen, deren jedes gleich M g sei. Legt man einseitig ein Übergewicht m_1 auf, so beginnt die Masse dieser Seite gleichförmig beschleunigt zu fallen. Die Beschleunigung sei γ_1. Dann verhalten sich die Beschleunigungen γ_1 und g wie die bewegten Massen m_1 und $2M + m_1 + x$, wo x von der Masse des gleichfalls bewegten Rades abhängt.

$$\frac{\gamma_1}{g} = \frac{m_1}{2M + m_1 + x}. \tag{1}$$

Die Größe γ_1 läßt sich aus der für jede gleichförmig beschleunigte Bewegung geltenden Formel $s_1 = \frac{\gamma_1}{2} \cdot t^2$ berechnen; s_1 der Fallraum und t die Fallzeit sind durch einen Versuch zu bestimmen.

Wählt man nun ein anderes Übergewicht $m_2 \gtrless m_1$ und bestimmt die zugehörige Beschleunigung γ_2 in derselben Weise, so hat man

$$(2) \qquad \frac{\gamma_2}{g} = \frac{m_2}{2\,M + m_2 + x}.$$

Aus den Gleichungen (1) und (2), in denen alle Größen außer g und x bekannt sind, läßt sich g berechnen.

c) Bestimmung von g mit dem Pendel. Man hängt eine Metallkugel an einem dünnen Faden auf, dessen Masse gegen die Masse der Kugel vernachlässigt werden darf. Die Länge l des Pendels wird vom Aufhängepunkte bis zum Mittelpunkte der Kugel gerechnet und dadurch gefunden, daß man das Mittel aus den z. B. mit dem Kathetometer gemessenen Abständen vom Aufhängepunkte bis zum obersten und bis zum untersten Punkte der Kugel nimmt. Die Zeit t eines Hinganges des Pendels findet man durch Beobachtung der Zeit T für n Schwingungen aus der Gleichung $t = \frac{T}{n}$. Aus der Pendelformel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ berechnet man nun $g = \frac{\pi^2 \cdot l}{t^2}$.

§ 3. Vergleichung von Massen.

Einheit der Masse ist die Masse von 1 ccm Wasser im Zustande seiner größten Dichte, d. h. bei 4° C. Zum Vergleichen von Massen dienen die Hebelwagen.

a) Richtigkeit einer Wage. Eine Wage ist richtig, wenn die Wagebalken gleich lang sind, die Schalen gleiches

Gewicht haben und die Massen der beiden Wagebalken gleichmäßig auf beiden Seiten der Drehungsachse verteilt sind. Die Gleicharmigkeit wird geprüft, indem man beide Schalen mit dem größten zulässigen Gewicht belastet und den Zeiger in der Ruhelage einspielen läßt, darauf beide Schalen mit Gewichten vertauscht und nachsieht, ob der Zeiger wieder in der vorigen Stellung einspielt. Eine Unrichtigkeit bei der Wägung eines Körpers infolge ungleicher Arme kann nach Gauß durch eine Doppelwägung eliminiert werden. Man bestimmt das Gewicht p_1 des Körpers auf der einen Schale und sein Gewicht p_2 auf der anderen Schale; das wirkliche Gewicht ist dann $p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$.

Die beiden anderen Unrichtigkeiten einer Wage werden durch die Tariermethode eliminiert. Man legt den Körper auf eine Schale und tariert, bis Gleichgewicht hergestellt ist; darauf entfernt man ihn und stellt durch aufgelegte Gewichtsstücke wieder Gleichgewicht her. Diese geben das Gewicht des Körpers an.

b) Ruhelage. Um die Ruhelage des Zeigers auf der Skala zu bestimmen, wartet man nicht, bis er wirklich zum Stillstand kommt, sondern beobachtet auf der Skala eine ungerade Anzahl Umkehrpunkte, bildet das Mittel aus den Ablesungen links, dasjenige aus den Ablesungen rechts und endlich das Hauptmittel aus diesen beiden Einzelmitteln.

Beispiel: Es werden beobachtet die Umkehrpunkte

	links	rechts
	3,3	12,8
	3,1	12,7
	3,0	
Mittel:	3,13	12,75
Ruhelage:	7,94.	

c) Empfindlichkeit. Unter der Empfindlichkeit einer Wage versteht man die Größe des Zeigerausschlages bei einer Mehrbelastung einer Schale von 1 mg. Sie ist im allgemeinen abhängig von der Belastung. Um sie zu bestimmen, belastet man beide Schalen gleich stark und bestimmt die Ruhelage n_1; dann legt man auf eine Seite ein Übergewicht p mg und bestimmt wieder die Ruhelage n_2. Dann ist die Empfindlichkeit gleich $\frac{n_1 - n_2}{p}$ Skalenteilen. Man bestimmt sie bei verschieden großen Belastungen (0, 10, 20, 50, 100 g usw.) und trägt die erhaltenen Werte in eine Tabelle ein oder stellt die Empfindlichkeit graphisch in ihrer Abhängigkeit von der Belastung dar. Dann kann man für beliebige Zwischenwerte die Empfindlichkeit durch Interpolation finden.

d) Wägungsverfahren. Um das Gewicht eines Körpers zu messen, sucht man zunächst die Ruhelage bei unbelasteter Schale auf. Dann legt man den Körper auf die eine Schale und auf die andere Schale entweder so viel Gewichte, bis die Zeigerstellung wieder dieselbe ist, oder bis sie nahezu dieselbe ist; im letzteren Falle bestimmt man den Unterschied n in Skalenteilen der beiden Zeigerstellungen. Ist e die Empfindlichkeit, so ist $\frac{n}{e}$ die Anzahl Milligramm, die zu den Gewichten der Schale noch addiert oder von ihnen subtrahiert werden muß.

e) Reduktion auf den leeren Raum. Bei feinen Wägungen muß, wenn der Körper nicht dasselbe spezifische Gewicht hat wie die Gewichtsstücke, Rücksicht genommen werden auf den Gewichtsverlust im luft-

erfüllten Raume. Es sei M das Gewicht des Körpers im luftleeren Raume, m dasjenige in Luft, ausgedrückt durch die auf der Schale befindliche Anzahl Gewichtsstücke; s das spezifische Gewicht des Körpers, σ dasjenige der Gewichtsstücke; λ die Dichte der Luft bei der beobachteten Temperatur. Dann ist das Volumen des Körpers gleich $\frac{M}{s}$, dasjenige der Gewichtsstücke $\frac{m}{\sigma}$; der Gewichtsverlust des Körpers in Luft $\frac{\lambda \cdot M}{s}$, der Gewichtsstücke $\frac{\lambda \cdot m}{\sigma}$. Da der Körper und die Gewichtsstücke sich das Gleichgewicht halten, so ist

$$M - \frac{\lambda \cdot M}{s} = m - \frac{\lambda \cdot m}{\sigma},$$

folglich

$$M = \frac{m\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)}{1 - \frac{\lambda}{s}} = m\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma} + \frac{\lambda}{s}\right),$$

wenn höhere Potenzen von λ vernachlässigt werden.

§ 4. Spezifisches Gewicht fester und flüssiger Körper.

Das spezifische Gewicht wird definiert als das Gewicht von 1 ccm eines Körpers in Grammen. Bezeichnet man das absolute Gewicht eines Körpers mit p, sein Volumen mit v und sein spezifisches Gewicht mit s, so ist

$$s = \frac{p}{v}.$$

Hiernach bedarf es zur Bestimmung des spezifischen Gewichts zweier Messungen: erstens des absoluten Gewichts

p, zweitens des Volumens v. p wird in einfacher Weise durch Wägung gefunden. Die Bestimmung von v ist bei den einzelnen Methoden verschieden.

1. Bei einfach geformten Körpern, z. B. Metalldrähten, berechnet man mathematisch das Volumen.

2. Man bestimmt das Volumen des Körpers mit dem Volumenometer (s. S. 13), sein absolutes Gewicht mit der Wage und berechnet $s = \frac{p}{v}$.

3. Man bringt den Körper in einen nach Kubikzentimetern graduierten Standzylinder und liest an der Einteilung ab, um wieviel Kubikzentimeter das Wasser nach Eintauchen des Körpers gestiegen ist.

Fig. 5.

4. Man füllt ein Gefäß von nebenstehender Gestalt, das durch Absprengung des Bodens einer Flasche hergestellt ist, bis über die Kuppe des Abflußröhrchens mit Wasser. Wenn kein Wasser mehr ausfließt, senkt man den an einem dünnen Faden befestigten Körper hinein und wägt das ausfließende Wasser. Das Gewicht in Grammen gibt das Volumen des Körpers in Kubikzentimetern an.

Bei Flüssigkeiten füllt man ein Gefäß vom Gewichte a vollständig oder bis zu einer bestimmten Marke zuerst mit Wasser und dann mit der zu untersuchenden Flüssigkeit; das Gewicht des Gefäßes mit Wasser sei b, mit der Flüssigkeit c g. Dann ist $s = \frac{c - a}{b - a}$. Pyknometer liefern sehr genaue Resultate; es sind kleine Fläschchen, deren geschliffene Stöpsel eine feine Öffnung haben, damit einmal das Volumen genau eingestellt werden und andererseits bei etwaiger Erwärmung ein Teil

der Flüssigkeit, ohne den Stöpsel zu heben, austreten kann.

Auch von festen Körpern kann man mit ihnen das spezifische Gewicht finden. Es sei nämlich das Gewicht des Körpers in Luft a g, das des Pyknometers mit Wasser b g und endlich das des Pyknometers mit Wasser und Körper (ohne das vom Körper verdrängte Wasser) c g. Dann ist

$$s = \frac{a}{b + a - c}.$$

Diese Methode eignet sich besonders für Körper, die nur in geringen Mengen zur Verfügung stehen.

5. Man hängt den Körper mittels eines dünnen Drahtes an die kurze Schale der hydrostatischen Wage und bestimmt sein Gewicht a in Luft und b in Wasser; der Gewichtsverlust $a - b$ in Grammen in Wasser ist gleich seinem Volumen in Kubikzentimetern, daher $s = \frac{a}{a - b}$.

Körper, die nicht untertauchen, beschwert man mit einem anderen von hinreichendem Gewicht. Man bestimmt zunächst das Gewicht b des letzteren in Wasser und dann das Gewicht c beider zusammen in Wasser. Der Gewichtsverlust des leichten Körpers ist dann $b - c$. Wenn er in Luft a g wiegt, so ist $s = \frac{a}{b - c}$.

6. Um das Volumen eines in Wasser löslichen Körpers aus dem Auftrieb zu bestimmen, taucht man ihn in eine Flüssigkeit von bekanntem spezifischen Gewicht σ, in der er unlöslich ist. Wiegt er in Luft a g, in der Flüssigkeit b g, so ist sein spezifisches Gewicht

$$s = \frac{a \cdot \sigma}{a - b}.$$

7. Die Jollysche Federwage besteht aus einer Spiralfeder aus elastischem Draht, an der untereinander zwei Wagschalen hängen; die untere taucht in ein Gefäß mit Wasser. Die Stellung einer am unteren Ende der Feder angebrachten Marke kann man an einer Millimeterskala ablesen, die zur Vermeidung von Parallaxenfehlern in Spiegelglas eingeritzt ist. Man legt den Körper zuerst auf die obere Wagschale und liest die Verlängerung der Spiralfeder ab, darauf bringt man ihn auf die untere Schale und liest die Strecke ab, um die sich die Feder verkürzt. Das Verhältnis beider Längen ist gleich dem spezifischen Gewicht.

8. Die Nicholsonsche Senkwage besteht aus einem Schwimmer aus Metallblech, der oben an einem Drahthalse eine Schale und unten ein Körbchen trägt. Man legt den zu untersuchenden Körper oben auf die Schale und fügt so lange Schrotkörner zu, bis der Schwimmer bis zu einer am Halse angebrachten Marke in Wasser einsinkt. Nimmt man nun den Körper fort und legt statt seiner so lange Gewichte zu, bis die Marke wieder eingestellt ist, so geben diese das absolute Gewicht des Körpers an. Dann legt man ihn in das Körbchen und nimmt von den Gewichten fort, bis die Marke wieder einspielt. Die fortgenommenen Gewichte geben das Gewicht des verdrängten Wassers und somit auch das Volumen des Körpers an. — Die Senkwage wird hauptsächlich bei der Dichtebestimmung von Mineralien benutzt.

9. Ein an einem feinem Drahte aufgehängter Glaskörper wiegt in Luft a g, in Wasser b g, in der zu untersuchenden Flüssigkeit c g. Dann ist $\frac{a-c}{a-b}$ das spezifische Gewicht der Flüssigkeit.

10. Ähnlich wird mit der Westphalschen Wage das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten bestimmt. An dem

Ende eines in 10 gleiche Teile geteilten Wagebalkens hängt an einem dünnen Platindraht ein Thermometer, das in die zu untersuchende Flüssigkeit eintaucht und deren Temperatur angibt. Dem in Luft hängenden Thermometer hält ein Gegengewicht das Gleichgewicht. Die Gewichte sind Reiter von vier verschiedenen Größen, die sich wie 1:10:100:1000 verhalten. Der größte Reiter ist gleich dem Auftrieb des Thermometers in Wasser von 15°. Wenn das Thermometer in irgend eine Flüssigkeit gehängt wird, so kompensiert man den Auftrieb durch Aufsetzen der Reiter auf die Teilstriche des Wagebalkens. Die letzteren geben ohne weiteres die einzelnen Dezimalstellen des spezifischen Gewichts an.

11. Die Skalenaräometer werden in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht; man liest unmittelbar das spezifische Gewicht an dem Punkte ab, bis zu welchem sie einsinken.

12. Das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten kann auch nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren bestimmt werden: die Höhen zweier Flüssigkeitssäulen, die unter demselben Luftdruck stehen, verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte. In dem nebenstehend abgebildeten Apparat werden durch Ansaugen des Schlauches die Flüssigkeiten in den Röhren gehoben. Darauf schließt man den Schlauch mittels eines Quetschhahns und liest die Höhen der Flüssigkeitssäulen an der Skala ab.

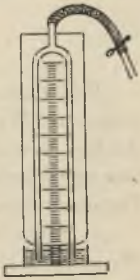

Fig. 6.

§ 5. Spezifisches Gewicht von Gasen.

Das spezifische Gewicht eines Gases wird entweder in absolutem Maße (Anzahl Gramm per Kubikzentimeter)

wie das fester und flüssiger Körper auf Wasser von $+4^0$ bezogen oder auf Luft von derselben Temperatur und Spannung oder auf ein „Normalgas“, dessen Dichte gleich $\frac{1}{32}$ von der des Sauerstoffs ist.

Bei Gasen ist das spezifische Gewicht in höherem Maße abhängig von Druck und Temperatur als bei festen und flüssigen Körpern; die Reduktion des bei einem Druck H mm und einer Temperatur t^0 gefundenen spezifischen Gewichts auf 760 mm Druck und 0^0 geschieht nach dem Boyle-Gay-Lussacschen Gesetz:

$$H \cdot v = 760 \cdot v_0 (1 + \alpha t), \tag{1}$$

wenn v das Volumen bei H mm und t^0, v_0 dasjenige bei 760 mm und 0^0 und $\alpha = 0{,}00367$ den Ausdehnungskoeffizienten der Gase bedeutet. Da sich nun die spezifischen Gewichte s und s_0 unter diesen Bedingungen umgekehrt wie die zugehörigen Volumina v und v_0 verhalten, so folgt

$$s_0 = s(1 + \alpha t) \cdot \frac{760}{H}. \tag{2}$$

Hat man das spezifische Gewicht s_0 eines Gases bezogen auf Wasser gefunden, so berechnet man sein spezifisches Gewicht bezogen auf Luft, indem man s_0 durch das spezifische Gewicht λ_0 der Luft bei 0^0 und 760 mm Druck dividiert. Es ist $\lambda_0 = 0{,}001293$ (g per ccm).

a) Spezifisches Gewicht der Luft bezogen auf Wasser. Ein 1—3 l fassender Glasballon, der durch einen Hahn luftdicht verschlossen werden kann, wird mit Luft bei der Temperatur t^0 und dem Barometerstand H mm gewogen; das Gewicht betrage a g. Mittels einer Luftpumpe wird die Luft zum größten Teil ausgepumpt und das Gewicht b des leeren Ballons bestimmt. Dann

ist $(a - b)$ das Gewicht der ausgepumpten Luft. Um ihr Volumen zu bestimmen, öffnet man den Hahn unter Wasser; es strömt dann so viel Wasser ein, wie Luft ausgepumpt war. Es ist darauf zu achten, daß das Wasserniveau im Gefäß und außen gleiche Höhe hat. Nun schließt man den Hahn und wägt den abgetrockneten Ballon mit Wasser; man findet c g. Dann ist $c - b$ das Gewicht des Wassers in Grammen und das Volumen der ausgepumpten Luft in Kukikzentimetern. Das spezifische Gewicht der Luft bei der Temperatur t^0 und dem Druck H ist dann $s = \frac{a - b}{c - b}$. Durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung (2) erhält man das auf 0^0 und 760 mm Druck reduzierte spezifische Gewicht s_0.

Tabelle für das spezifische Gewicht der Luft bezogen auf Wasser von $+4^0$.

t	$H = 720$	730	740	750	760	770
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0^0	1225	1242	1259	1276	1293	1310
5^0	1203	1220	1236	1253	1270	1286
10^0	1181	1198	1214	1231	1247	1264
15^0	1161	1177	1193	1209	1226	1242
20^0	1141	1157	1173	1189	1205	1220
25^0	1122	1138	1153	1169	1184	1200
30^0	1103	1119	1134	1149	1165	1180

b) Das spezifische Gewicht von Gasen bezogen auf Wasser von 4^0 wird entweder analog wie bei Luft oder aber ohne Luftpumpe nach folgender Methode bestimmt. Man ermittelt zunächst das Gewicht a des Ballons mit Luft, füllt ihn dann mit dem Gase, indem man

die im Ballon enthaltene Luft durch einen anhaltenden Gasstrom verdrängt, und findet das Gewicht b. Temperatur und Luftdruck seien t und H. Endlich füllt man den Ballon mit Wasser und bestimmt das Wassergewicht c g. Das Volumen des Ballons ist dann c ccm. Nun ist offenbar

$$\text{Gasgewicht } g - \text{Luftgewicht } l = b - a\,,$$

folglich

$$g = b - a + l\,.$$

Hieraus ergibt sich das spezifische Gewicht des Gases bei t^0 und H mm Druck

$$s = \frac{g}{c} = \frac{b-a}{c} + \frac{l}{c}\,.$$

Für $\frac{l}{c}$ hat man das aus der Tabelle S. 27 entnommene spezifische Gewicht λ für t^0 und H mm Druck zu setzen; also ist

$$s = \frac{b-a}{c} + \lambda\,.$$

s wird nach Gleichung (2) auf 0^0 und 760 mm reduziert.

c) Nach Bunsen bestimmt man das Verhältnis der spezifischen Gewichte von Gasen aus den Zeiten, in denen sie unter gleichen Bedingungen durch enge Öffnungen strömen; hierbei gilt das Gesetz, daß die spezifischen Gewichte sich wie die Quadrate der Ausströmungszeiten verhalten:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}\,. \tag{3}$$

Ein Glaszylinder G ist oben durch ein aufgeschmolzenes dünnes Platinblech mit sehr feiner Öffnung ver-

schlossen. Mittels eines Dreiweghahns H läßt sich der Zylinder mit dem zu untersuchenden Gas füllen. Der Zylinder taucht in ein mit Quecksilber gefülltes Eisengefäß. In den oben erweiterten Teil des Gefäßes sind an zwei einander gegenüberstehenden Stellen Glasplatten eingekittet. Im Zylinder befindet sich ein Schwimmer, der von dem Quecksilber getragen wird und einige deutlich sichtbare Marken trägt.

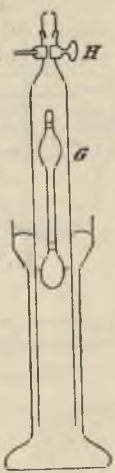

Fig. 7.

Mittels des Dreiweghahnes füllt man den Zylinder mit dem Gas, taucht ihn so tief in Quecksilber ein, daß der Schwimmer unsichtbar ist, und läßt nun das Gas durch die feine Öffnung ausströmen. Mit dem Chronoskop bestimmt man die Zeit t_1, die zwischen dem Sichtbarwerden zweier Marken verstreicht. Den Versuch wiederholt man mit trockener Luft und findet die Zeit t_2. Aus Gleichung (3) bestimmt man dann das spezifische Gewicht des Gases bezogen auf Luft.

§ 6. Dampfdichtebestimmung.

Dampfdichte ist das spezifische Gewicht eines Dampfes bezogen auf Luft von gleicher Temperatur und Spannung.

a) Bestimmung nach der Methode von Dumas (Fig. 8). Man bringt eine geringe Menge der Flüssigkeit, deren Dampfdichte zu bestimmen ist, in einen Glasballon von etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{3}$ l Inhalt mit angeschmolzenem Glasrohr, das in eine feine Spitze ausgezogen ist. Bei der Zimmertemperatur t^0 wird vorher das Gewicht des Ballons gleich a g gefunden. Man erhitzt nun den Ballon mit der Flüs-

sigkeit in einem Bade, dessen Temperatur etwa 20° über der Siedetemperatur des zu verdampfenden Körpers liegt.

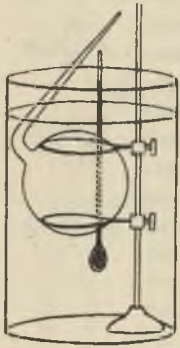

Fig. 8.

Der Ballon füllt sich, indem die Luft aus ihm verdrängt wird, mit den Dämpfen an, welche die Temperatur T des Bades besitzen. Wenn alle Flüssigkeit verdampft ist, schmilzt man das ausgezogene Ansatzrohr mit einer Stichflamme zu. Man ermittelt das Gewicht des sorgfältig getrockneten Ballons gleich b g. Endlich füllt man den Ballon mit Wasser, indem man unter Wasser die ausgezogene Spitze abbricht, und bestimmt das Gewicht des Ballons mit Wasser gleich c g. Wenn λ die Dichte der Luft bei t^0 und dem herrschenden Luftdruck H ist (s. Tabelle S. 27), so findet man die Dampfdichte

$$d = \left[\frac{b-a}{(c-a)\lambda} + 1\right] \cdot \frac{1 + 0{,}00367 \cdot T}{1 + 0{,}00367 \cdot t}.$$

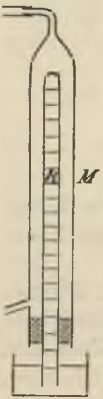

Fig. 9.

b) Gay-Lussac-Hofmannsche Methode (Fig. 9). In ein kleines Fläschchen von etwa 0,5 ccm Inhalt mit eingeriebenem Stöpsel wird eine kleine Menge a g der zu verdampfenden Flüssigkeit eingewogen. Darauf führt man das Fläschchen von unten in die mit Quecksilber angefüllte, kalibrierte Glasröhre R, in der es nach oben steigt. Jetzt leitet man die Dämpfe einer siedenden Flüssigkeit, deren Siedepunkt T etwas höher liegt als derjenige der Substanz, durch das Mantelrohr M. Die Substanz im Fläschchen verdampft

und füllt einen Raum von v ccm in der Röhre R über dem Quecksilber an. Wenn die Höhe der Quecksilbersäule h mm und der äußere Luftdruck H mm beträgt, so steht der Dampf unter dem Druck $H - h$ und hat die Temperatur T^0; er würde also bei 0^0 und 760 mm das Volumen

$$v_0 = \frac{v}{1 + 0{,}00367 \cdot t} \cdot \frac{H - h}{760} \text{ ccm}$$

einnehmen. Demnach ist seine Dichte

$$d = \frac{a}{0{,}001293 \cdot v_0} = \frac{a}{v} \cdot \frac{1 + 0{,}00367 \cdot t}{0{,}001293} \cdot \frac{760}{H - h}.$$

c) Methode von V. Meyer (Fig. 10). Die Substanz wird wie beim vorigen Verfahren in ein Fläschchen eingewogen (a g). Der Verdampfungsapparat besteht aus einem langen Glasrohr, das unten stark erweitert ist; am oberen Ende ist ein enges Gasentbindungsrohr und ein kleines horizontales Seitenrohr angeschmolzen, das durch einen Gummistopfen mit durchgestecktem Metalldraht luftdicht verschlossen ist. Das Glasrohr wird in einem Flüssigkeits- oder Dampfbade auf eine Temperatur T gebracht, die höher liegt als die Siedetemperatur der Substanz. Wenn die Temperatur der Glasröhre konstant geworden ist, was man daran erkennt, daß keine Luftblasen mehr aus dem Gasentbindungsrohr aufsteigen, bringt man das Fläschchen in die Glasröhre von oben ein, wobei es zunächst durch

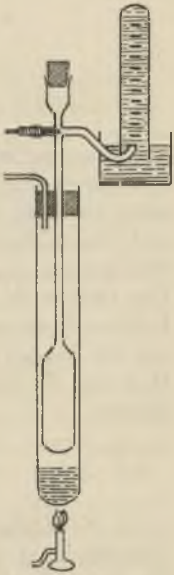

Fig. 10.

den Metalldraht am Hinabfallen verhindert wird, und schiebt über das Gasentbindungsrohr einen in Kubikzentimeter geteilten, mit Wasser angefüllten Glaszylinder. Durch Zurückziehen des Metalldrahtes läßt man nun das Fläschchen in den unteren Teil der Glasröhre fallen, wo die Substanz verdampft und ein ebenso großes Volumen Luft durch das Gasentbindungsrohr in den Meßzylinder verdrängt, wie sie selbst im dampfförmigen Zustande einnimmt. Es mögen v ccm abgelesen werden, die Zimmertemperatur sei t^0, H der Druck, unter dem die Luft im Meßzylinder steht, dann ist

$$d = \frac{a}{v} \cdot \frac{1 + 0{,}004 \cdot t}{0{,}001293} \cdot \frac{760}{H}.$$

§ 7. Elastizitätsmodul.

Wirken auf einen festen Körper irgendwelche Zug- oder Druckkräfte ein, so ändert er seine Form. Der Zusammenhang zwischen Formänderung und Spannung für Zug- und Druckkräfte wird annähernd innerhalb der Elastizitätsgrenze durch das Hookesche Gesetz angegeben: Die elastischen Formänderungen sind den wirkenden Kräften direkt proportional. Für einen Draht oder Stab von der Länge l m und dem Querschnitt q qmm, in dessen Richtung die Kraft P kg wirkt, ist die Verlängerung in Metern

$$d = \alpha \cdot \frac{l \cdot P}{q}.$$

α ist die Verlängerung eines 1 m langen Drahtes vom Querschnitt 1 qmm bei der Belastung 1 kg; α heißt Elastizitätskoeffizient.

Gewöhnlich rechnet man mit seinem reziproken Werte $E = \frac{1}{\alpha}$, der Elastizitätsmodul genannt wird.

Im absoluten Maßsystem, in dem P in Dyn, l in Zentimetern, q in Quadratzentimetern ausgedrückt wird, ist der Wert des Elastizitätsmoduls 98 100 000 mal so groß wie der obige Wert des technischen Maßsystems; seine Dimension im absoluten Maße ist $cm^{-1}\ g\ sec^{-2}$.

Aus der Gleichung

$$d = \frac{l \cdot P}{E \cdot q}$$

berechnet man

$$E = \frac{l \cdot P}{d \cdot q}.$$

Hiernach kann man experimentell den Elastizitätsmodul für Drähte finden. Man hängt den Draht an einer festen Stütze auf und spannt ihn durch ein am unteren Ende angehängtes Gewicht. Dann fügt man ein Mehrgewicht P zu und mißt die Verlängerung des Drahtes an der Verschiebung einer unten angebrachten Marke, etwa eines feinen mit Diamant oder Feile geritzten Querstriches oder eines mit Schellacklösung angeklebten Metallfeilspans. Zur Vermeidung des Fehlers, der durch eine eventuelle Durchbiegung der Aufhängestütze entsteht, bringt man oben und unten am Drahte je eine Marke an und bestimmt deren Verschiebung entweder mittels des Kathetometers oder besser mittels zweier Ablesemikroskope mit Okularmikrometer. Empfehlenswert ist es, die Verlängerungen für verschieden große Belastungen zu messen und graphisch in ihrer Abhängigkeit von denselben darzustellen. Der Querschnitt q kann entweder durch direkte Messung des Drahtdurchmessers (s. § 1) oder durch Wägung gefunden werden.

In bequemer Weise kann der Elastizitätsmodul aus der Durchbiegung eines Stabes bestimmt werden. Wird ein einseitig eingeklemmter Stab von der Länge l mm am freien Ende durch die Kraft P kg belastet, so wird dieses um eine Strecke s mm gesenkt. Ist der Querschnitt des Stabes ein Rechteck von der Höhe h mm und der Breite b mm, so ist

$$s = 4 \cdot \frac{l^3}{h^3 \cdot b} \cdot \frac{P}{E} .$$

Für kreisförmigen Querschnitt mit dem Radius r mm ist

$$s = 4 \cdot \frac{l^3}{3 \pi r^4} \cdot \frac{P}{E} .$$

Wird der Stab mit seinen Enden lose auf zwei feste Stützen aufgelegt und in der Mitte belastet, so ist die Senkung

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3}{h^3 b} \cdot \frac{P}{E} ,$$

bzw.

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3}{3 \pi r^4} \cdot \frac{P}{E} .$$

Aus diesen Gleichungen läßt sich E berechnen.

§ 8. Torsionsmodul.

Klemmt man einen Draht von der Länge l cm und dem Querschnittshalbmesser r cm an einem Ende fest und tordiert ihn mittels eines an seinem anderen Ende wirkenden Kräftepaars mit dem Kraftmoment $2\,M$, so ist der Torsionswinkel proportional der ersten Potenz des Moments und der Drahtlänge, umgekehrt proportional der vierten Potenz des Radius.

$$\varphi = \frac{2\,M \cdot l}{F \cdot \pi\, r^4}\,. \tag{1}$$

Der Faktor F heißt Torsionsmodul. φ ist im Bogenmaß ausgedrückt. Man bestimmt F experimentell entweder durch Messung der in obiger Gleichung auftretenden Größen φ, M, l und r oder aus Torsionsschwingungen.

Aus der Gleichung (1) ergibt sich

$$M = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot F}{2\,l} \cdot \varphi = D \cdot \varphi\,. \tag{2}$$

Der Faktor $\frac{\pi\, r^4 \cdot F}{2\,l} = D$ heißt Direktionskraft.

Für die Dauer einer Torsionsschwingung eines an einem Faden aufgehängten Körpers gilt nun die Pendelgleichung

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}} = \frac{K}{D} = \frac{K}{\frac{\pi\, r^4 \cdot F}{2\,l}} = \frac{K \cdot 2\,l}{\pi\, r^4 \cdot F}\,.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich

$$F = 2\,\pi \cdot \frac{K \cdot l}{t^2 \cdot r^4} \tag{3}$$

in Einheiten des absoluten C-S-G-Systems. Im technischen Maßsystem rechnet man die Längen nach Millimetern, die Kräfte nach Kilogrammen; daher ist der Torsionsmodul in diesem System 98 100 000 mal so klein wie F.

Eine praktische Messung geschieht folgendermaßen. Man hängt an den Draht von der Länge l einen Metallzylinder mit senkrechter Achse als Schwingungskörper,

dessen Masse M und dessen Radius R ist. Dann ist $K = \frac{1}{2} M R^2$ (s. § 9). Darauf beobachtet man die Schwingungsdauer von n Torsionsschwingungen und berechnet aus der gemessenen Zeit die Dauer t einer Schwingung. l und r werden in bekannter Weise gemessen. Die erhaltenen Werte setzt man in Gleichung (3) ein.

§ 9. Bestimmung von Trägheitsmomenten.

Hat ein Massenpunkt m von einer Achse den Abstand r, so ist sein Trägheitsmoment gleich $m r^2$. Sind mehrere Massen m_1, $m_2 \ldots$ mit den Abständen r_1, $r_2 \ldots$ vorhanden, so ist das gesamte Trägheitsmoment gleich

$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots = \Sigma m r^2 .$$

Ist das Trägheitsmoment einer Masse M in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse gleich K, so ist ihr Trägheitsmoment bezüglich einer im Abstande e parallelen Achse $K_1 = K + M e^2$.

a) Bei regelmäßig geformten Körpern läßt sich das Trägheitsmoment nach der obigen Definition aus der Masse und den Dimensionen des Körpers berechnen.

Beispiele: 1. Das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes von der Länge a und der Masse M ist bezüglich einer durch den Schwerpunkt gehenden zur Stabrichtung senkrechten Drehungsachse gleich $\frac{1}{12} M a^2$.

2. Das Trägkeitsmoment einer dünnen kreisförmigen Platte von der Masse M und dem Radius r bezüglich einer durch den Mittelpunkt senkrecht zur Kreisebene gehenden Achse ist $\frac{1}{2} M r^2$.

3. Das Trägheitsmoment eines Rechtkants von der Masse M und den Kanten a, b, c für die Schwerpunktsachse, die parallel c verläuft, ist $\frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$.

4. Das Trägheitsmoment eines geraden Kreiszylinders von der Masse M, dem Radius r und der Höhe h ist in bezug auf seine geometrische Achse $\frac{1}{2} M r^2$, in bezug auf eine Drehachse, die durch den Schwerpunkt geht und auf der Zylinderachse senkrecht steht, gleich $\frac{1}{12} M(3 r^2 + h^2)$.

5. Das Trägheitsmoment eines geraden Hohlzylinders von der Masse M und den Radien r und ϱ in bezug auf seine geometrische Achse ist $\frac{1}{2} M(r^2 + \varrho^2)$.

6. Das Trägheitsmoment einer Kugel von der Masse M und dem Radius r bezogen auf einen Durchmesser ist $\frac{2}{5} M r^2$.

b) Zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmoments hängt man den Körper an einem Drahte auf und mißt aus einer größeren Anzahl Torsionsschwingungen die Dauer t einer Schwingung. Ist K das gesuchte Trägheitsmoment und D die wirkende Direktionskraft, so gilt bekanntlich die Pendelgleichung

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{K}{D}.$$

Vergrößert man nun das Trägheitsmoment des Körpers um ein bekanntes Trägheitsmoment K_1, wobei die Direktionskraft, die ja unabhängig von der Längsspannung des Drahtes ist, dieselbe bleibt, so ist

$$\frac{t_1^2}{\pi^2} = \frac{K + K_1}{D}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$K = K_1 \cdot \frac{t^2}{t_1^2 - t^2}.$$

Das bekannte Trägheitsmoment K_1 kann z. B. dasjenige

eines Hohlzylinders (Ringes), der konaxial mit der Drehungsachse auf den Körper aufgesetzt wird, oder dasjenige zweier gleichgroßer zylindrischer Gewichtsstücke sein, die in gleichem Abstande von der Drehungsachse und zu den beiden Seiten derselben auf den Körper aufgelegt werden. Ist ihre Masse zusammen m, ihr Radius r und der Abstand ihrer Mittelpunkte von der Achse l, so ist

$$K_1 = m(l^2 + \tfrac{1}{2} r^2) .$$

Es ist günstig, K_1 möglichst groß gegen K zu wählen.

§ 10. Bestimmung der Kapillaritätskonstante einer Flüssigkeit.

Die Kapillaritätskonstante α kann nach Quincke definiert werden als das Gewicht derjenigen Flüssigkeitsmasse, die an der Längeneinheit der Berührungslinie zwischen der Flüssigkeitsoberfläche und einer vollkommen benetzten Wand emporgehoben wird. Im praktischen Maßsystem werden die Längen in Millimetern, die Gewichte in Milligrammen, im C-S-G-System die Längen in Zentimetern, die Gewichte in Dyn gemessen. Daraus ergibt sich, daß die Kapillaritätskonstante im absoluten Maßsystem 9,81 mal so groß ist, wie die im praktischen System.

a) Messung aus Steighöhen. Mit der Bunsenflamme wird ein sorgfältig gereinigtes Glasrohr bis zu etwa 0,1 bis 0,9 mm innerer Weite ausgezogen und in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht, wobei man sie ein paarmal hebt und senkt, damit ihre Wandung vollständig benetzt wird. Die Steighöhe h der Flüssigkeit wird nun mittels Glasskala oder Kathetometer gemessen. Die innere Weite der Kapillarröhre wird an mehreren Stellen mittels des Mikroskops bestimmt (§ 1) und

das Mittel aus den Einzelwerten genommen. Man erhält dann $r = \frac{1}{2} d$. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit gleich s, so ist

$$\alpha = \tfrac{1}{2} r h s .$$

b) Messung aus dem von einem Flüssigkeitshäutchen getragenen Maximalgewicht (Fig. 11). Ein Gestell $ABCD$ aus dünnem Eisendraht ist an einen rechtwinklig gebogenen Draht EF gelötet, dessen Ende E in einen Kork gesteckt ist. Mittels dieses Drahtes kann man das Gestell durch Drehung horizontal und vertikal stellen. Der Bügel GH, der die leichte Wagschale W trägt, wird nahe an BC gelegt. Nun bringt man mittels eines Pinsels ein Flüssigkeitshäutchen zwischen BC und GH, dreht $ABCD$ in die senkrechte Ebene und legt auf W so lange Gewichte, bis das Häutchen zerreißt. Ist die Länge von BC gleich l mm, das Gewicht des Bügels GH samt der Schale und den aufgelegten Gewichten gleich p mg, so besteht, da die Lamelle zwei freie Oberflächen von der Länge l hat, die Gleichung

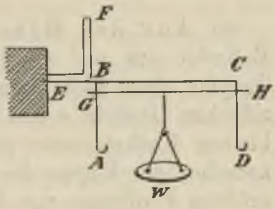

Fig. 11.

$$p = 2 l \cdot \alpha ,$$

aus der sich ergibt

$$\alpha = \frac{p}{2 l} .$$

c) Aus dem Tropfengewicht. Eine Kapillarröhre aus dickwandigem Glas, die unten eben geschliffen ist, trägt in der Mitte eine bauchige Erweiterung. Diese wird mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Ist

r der äußere Durchmesser des kreisförmigen Röhrenendes, so ist die Berührungslinie zwischen einem herabfallenden Tropfen und der Glasröhre gleich $2 r \pi$. Nun stellt das Tropfengewicht p das Gewicht dar, das die Berührungslinie $2 r \pi$ eben nicht mehr tragen kann. Also ist

$$p = 2 r \pi \cdot \alpha$$

und

$$\alpha = \frac{p}{2 r \pi}.$$

d) Aus der Höhe von Flüssigkeitstropfen. Befindet sich auf einer ebenen Unterlage ein größerer Tropfen einer nicht benetzenden Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht s und bezeichnet man den mit einem kleinen Kathetometer zu messenden Höhenunterschied zwischen der Kuppe des Tropfens und der Stelle seines größten Umfanges mit h, so ist

$$\alpha = \tfrac{1}{2} h^2 \cdot s.$$

II. Abschnitt.

Messungen aus der Akustik.

§ 11. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

a) Direkte Methode. Durchläuft der Schall in t Sekunden den Weg s, so ist seine Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t}$.

Der Schall wird erzeugt durch den Schuß eines Revolvers. Die Schallzeit wird mit dem auf S. 14 beschriebenen Chronoskop gemessen. Vor die Laufmündung des

Revolvers ist ein Stanniolstreifen gespannt, der einen Teil des ersten Stromkreises des Chronoskops bildet. Beim Abfeuern des Revolvers, d. h. im Zeitpunkt der Entstehung des Schalles wird der Streifen zerrissen; in diesem Augenblick fixiert der fallende Stift den Anfangspunkt der Schallzeit. Der Schallempfänger ist einige (3 bis 100) Meter entfernt aufgestellt; er besteht aus einem straff auf einen leichten Holzrahmen aufgeklebten Papierrechteck, das mittels zweier Platindrähte an einen horizontal ausgespannten Draht pendelartig und leicht beweglich gehängt wird. Einer dieser Drähte ragt über die untere Kante des Rahmens hinaus und wird durch das ein wenig aus der senkrechten Ruhelage gebrachte Papierrechteck schwach gegen einen quergespannten Platindraht gedrückt. Der zweite Strom fließt über diese Kontaktstelle zum Chronoskop. Sobald nun die vom Revolver ausgehenden durch den Knall verursachten Luftverdichtungen und Verdünnungen den Schallempfänger treffen, wird der Kontakt an dieser Stelle unterbrochen; in diesem Augenblick fixiert der fallende Stift des Chronoskops den Endpunkt der Schallzeit. Auf dem Papierstreifen des Chronoskops liest man nun die Schallzeit t in tausendstel Sekunden ab. Der Weg s wird gemessen von der Mündung des Revolvers bis zum Schallempfänger.

Ist die Lufttemperatur bei dem Versuch t^0, so findet man die Schallgeschwindigkeit v_0 bei 0^0 durch die Gleichung

$$v_0 = \frac{v}{\sqrt{1 + 0{,}004\, t}}.$$

b) Berechnung der Schallgeschwindigkeit aus dem Verhältnis $\frac{c_p}{c_v}$ der spezifischen Wärmen eines Gases

bei konstantem Druck und konstantem Volumen. Aus der von Newton (1687) zuerst angegebenen und von Laplace korrigierten Formel

$$v = \sqrt{\frac{p}{d} \cdot \frac{c_p}{c_v}},$$

in der p den Gasdruck auf 1 qcm Fläche, d die Gasdichte darstellt, läßt sich die Schallgeschwindigkeit v berechnen. Setzt man hierin noch

$$p = 13{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot b,$$

wo b den Luftdruck in Millimetern einer Quecksilbersäule bedeutet, und

$$d = \frac{d_0 \cdot b}{0{,}76(1 + 0{,}00367 \cdot t)},$$

wenn d_0 die Gasdichte bei 0^0 und 760 mm Druck und t die Temperatur des Gases ist, so folgt

$$(1) \qquad v = \sqrt{\frac{13{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}76(1 + 0{,}00367 \cdot t)}{d_0} \cdot \frac{c_p}{c_v}}.$$

Für Luft ist $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$ (§ 22 e).

Umgekehrt kann aus dieser Formel das Verhältnis $\frac{c_p}{c_v}$ berechnet werden, wenn v als bekannt vorausgesetzt wird. Aus Gleichung (1) folgt noch, daß die Schallgeschwindigkeiten in zwei verschiedenen Gasen bei demselben Druck unter der Voraussetzung, daß $\frac{c_p}{c_v}$ für beide denselben Wert hat, sich umgekehrt zueinander verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten.

$$(2) \qquad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{d_2}{d_1}}.$$

c) Aus Kundtschen Staubfiguren. Mit Hilfe der Kundtschen Röhre können stehende Schallwellen sichtbar dargestellt werden. In eine nicht zu enge, an einem Ende durch einen Kork verschlossene Glasröhre wird eine kleine Menge Kork- oder Lykopodiumpulver gebracht, das durch Schütteln so verteilt wird, daß es der ganzen Länge nach den Boden der Röhre gleichmäßig bedeckt. Ein in der Mitte festgehaltener Glasstab ragt mit einem Ende in die Röhre hinein und trägt hier eine Scheibe aus Kork oder Papier, deren Durchmesser etwas kleiner ist als der innere Durchmesser der Röhre. Reibt man nun das andere Ende des Stabes mit einem feuchten Lappen, so wird der ganze Stab in longitudinale Schwingungen versetzt, derart, daß in der Mitte ein Knoten, an beiden Enden Bäuche entstehen. Die Kork- oder Papierscheibe überträgt diese Schwingungen auf die Luftsäule im Rohre, die nun in demselben Tempo wie der Stab schwingt. Durch Reflektion am geschlossenen Röhrenende bilden sich stehende Schallwellen aus; sie werden dadurch sichtbar, daß sich das leichte Pulver an den Knoten zu kleinen Häufchen ballt, während es sich in den Bäuchen in feinen rippenartigen Querlinien anordnet. Der Abstand von Knoten zu Knoten, der mittels eines untergelegten Maßstabes gemessen wird, ist gleich einer halben Wellenlänge. Bei Benutzung kleinerer Röhren kann man diese stehenden Wellen auch durch eine Galtonpfeife erzeugen; auf diese Weise lassen sich noch die Schallwellen von Tönen darstellen, die die Grenze der Hörbarkeit übersteigen.

Folgende Aufgaben können mit Hilfe der Kundtschen Röhre gelöst werden.

α) Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in festen Körpern.

Die Schallgeschwindigkeit V im Glase verhält sich zu der in Luft v wie die halbe Wellenlänge im Glase, d. h. die Länge L des Glasstabes zu der halben Wellenlänge l in Luft.

$$\frac{V}{v} = \frac{L}{l}, \quad \text{also} \quad V = v \cdot \frac{L}{l}.$$

Ersetzt man den Glasstab durch Stäbe aus anderen Materialien, so läßt sich die Schallgeschwindigkeit in diesen ermitteln.

β) Bestimmung der Schwingungszahl des Glasstabes bzw. des Pfeifentones.

Dividiert man die als bekannt vorausgesetzte Schallgeschwindigkeit v in Luft $\left[v = 331\sqrt{1 + 0{,}004\,t}\ \text{m/Sek.}\right]$ durch die aus den Staubfiguren ermittelte Wellenlänge $2\,l$, so erhält man die Schwingungszahl der Luftsäule und somit auch des Glasstabes

$$n = \frac{v}{2\,l}.$$

γ) Messung des Elastizitätsmoduls fester Körper.

Aus der für feste Körper gültigen Newtonschen Gleichung

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

(d = Dichte) folgt der Elastizitätsmodul derselben

$$E = v^2 \cdot d.$$

δ) Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen.

Erzeugt man die Kundtschen Staubfiguren zuerst in Luft, dann in einem Gase (Leuchtgas, Kohlensäure), das mittels zweier Ansatzröhren durch die Kundtsche Röhre

geleitet wird, so sind die Schallgeschwindigkeiten in den Gasen den Wellenlängen proportional.

ε) Bestimmung des Verhältnisses $\frac{c_p}{c_v}$.

Aus Gleichung (1) (S. 42) berechnet man $\frac{c_p}{c_v}$, nachdem man die Schallgeschwindigkeit nach δ) gefunden hat.

§ 12. Schwingungszahl eines Tones.

a) Bestimmung mit der Sirene. Man erteilt einer mit Zählwerk versehenen Sirene eine solche Umdrehungsgeschwindigkeit, daß ihr Ton dieselbe Höhe hat wie derjenige des zu untersuchenden Tonerregers. Aus der am Zählwerk abgelesenen Umdrehungszahl, der Anzahl der Löcher der Sirene und der Zeit, während der das Zählwerk in Gang war, berechnet man die Anzahl der Schwingungen in einer Sekunde. — Man benutzt gewöhnlich die Sirene von Cagniard la Tour. In eine zylindrische Windkapsel aus Messing wird mittels eines Blasebalges ein Luftstrom gepreßt. Die Deckplatte der Kapsel enthält eine Anzahl im Kreise um den Mittelpunkt angeordneter Löcher. In geringem Abstande von ihr ist eine in feinen Spitzen um eine vertikale Achse laufende Messingscheibe angebracht, die mit derselben Zahl der Löcher wie die Deckplatte versehen ist. Die Löcher der Deckplatte und der Scheibe sind schräg gestellt, und zwar haben die der Platte entgegengesetzte Richtung wie die der Scheibe. Bei der Umdrehung der Scheibe sind nun entweder alle Löcher der Platte gleichzeitig offen oder gleichzeitig geschlossen. Die in der Windkapsel zusammengepreßte Luft geht durch die Löcher der Deckplatte und trifft senkrecht gegen die Wandungen der Scheibenlöcher, wodurch die Scheibe in

um so schnellere Umdrehung versetzt wird, je stärker der Windstrom ist; mit der Umdrehungsgeschwindigkeit wächst die Tonhöhe der Sirene. Man reguliert nun den Windstrom so, daß die Sirene denselben Ton wie das zu untersuchende Musikinstrument liefert. Zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit ist mit der Sirene ein Zählwerk verbunden. Mittels einer Schraube ohne Ende greift die Achse der Scheibe in ein Zahnrad mit 100 Zähnen ein. Bei jeder Scheibenumdrehung wird das Rad um einen Zahn weitergedreht. An einem feststehenden Zeiger und der am Rade angebrachten Einteilung liest man die Anzahl der Umdrehungen bis 100 ab. Wenn das Rad sich einmal vollständig herumgedreht hat, verschiebt es ein zweites Zahnrad um einen Teilstrich; an diesem werden demnach die ganzen Hunderter der Scheibenumdrehungszahl abgelesen. Eine Vorrichtung ist angebracht, um das Zählwerk erst in dem Augenblick einzuschalten, in dem der Ton die gesuchte Höhe erreicht hat. Es möge während t Sekunden die Umdrehungszahl a abgelesen werden; die Anzahl der Löcher sei z. Dann ist die Schwingungszahl

$$n = \frac{a \cdot z}{t}.$$

b) Graphische Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel oder eines einseitig festgeklemmten Stabes. Man befestigt an dem tonerregenden Körper eine Schreibspitze, versetzt ihn in Schwingungen und läßt ihn die Schwingungen auf den berußten Papierstreifen des S. 14 beschriebenen Chronoskops schreiben. Dann zählt man die Wellenzahl a, die auf eine Länge b mm des Papierstreifens kommt. Da der Radumfang des Chronoskops eine Geschwindigkeit von 1000 mm per Sekunde besitzt, so ist die Schwingungszahl $n = \frac{a}{b} \cdot 1000$.

c) Bestimmung der Höhe eines Tones mit dem Monochord und einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl. Man sucht die Länge l_1 der Saite eines Monochords auf, die denselben Ton wie die Stimmgabel von der bekannten Schwingungszahl n gibt, darauf am selben Monochord bei ungeänderter Spannung die Länge l_2, die dem Tone von der gesuchten Schwingungszahl x entspricht. Dann ergibt sich

$$x : n = l_1 : l_2, \quad x = \frac{n l_1}{l_2}.$$

d) Berechnung der Schwingungszahl einer gespannten Saite. Wird eine Saite von der Länge l m durch ein Gewicht P kg gespannt, so ist die Schwingungszahl ihres Grundtones

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot P}{p}},$$

wenn p das Gewicht von 1 m der Saite in Kilogrammen bedeutet.

III. Abschnitt.

Messungen aus der Wärmelehre.

---

§ 13. Fundamentalpunkte eines Thermometers.

Fundamentalpunkte eines Thermometers sind die Punkte, auf die sich das Quecksilber in der Röhre einstellt bei der Temperatur des schmelzenden Schnees und der Temperatur des bei 760 mm Barometerdruck siedenden Wassers. Zu ihrer Bestimmung taucht man das Thermometer zunächst so weit in ein mit schmelzendem

Schnee oder mit einem breiigen Gemisch von fein zerstoßenem Eis und destilliertem Wasser gefülltes Gefäß, daß möglichst die ganze Quecksilbersäule umschlossen ist. Der Punkt, auf den sich das Quecksilber einstellt, wird mit 0^0 bezeichnet. Alsdann bringt man das Thermometer in ein Gefäß von nebenstehender Gestalt (Fig. 12).

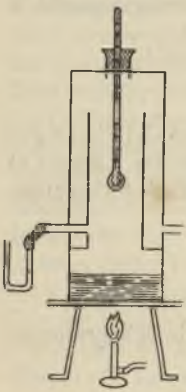

Fig 12.

Ein Blechzylinder, dessen unterer Teil mit Wasser gefüllt ist, ist von einem weiteren Mantel mit Ausflußrohr umgeben. Man bringt das Wasser zum Sieden. Die Wasserdämpfe steigen im inneren Zylinder in die Höhe, senken sich im Mantel wieder und gelangen durch die Ausflußöffnung ins Freie. Ein Überdruck der Dämpfe im Innern wird durch ein Wassermanometer gemessen. Der 13,6te Teil der abgelesenen Wassersäule wird zum herrschenden Luftdruck addiert, um den Dampfdruck zu erhalten. Die Thermometerkugel darf nicht in das kochende Wasser hineinragen, da dessen Temperatur infolge von Beimengungen häufig höher ist, als diejenige der entwickelten Dämpfe. Möglichst der ganze Quecksilberfaden soll von den Dämpfen umspült sein. Die Temperatur t der Dämpfe siedenden Wassers ist nach folgender Tabelle von der Größe H mm des Luftdruckes abhängig.

H	720	725	730	735	740	745	750	755
t	98,49	98,69	98,88	99,07	99,25	99,44	99,63	99,81
H	760	765	770	775	780	785	790	
t	100,0	100,18	100,37	100,55	100,73	100,91	101,09	

An den Punkt, auf den sich das Quecksilber nach längerem Verweilen in den Dämpfen einstellt, schreibt man die aus dieser Tabelle ermittelte zum herrschenden Luftdruck gehörige Temperatur.

§ 14. Vergleichung zweier Thermometer.

Anstatt Gefrierpunkt und Siedepunkt eines Thermometers nach vorstehender Methode zu kontrollieren, kann man es auch mit einem Normalthermometer vergleichen. Beide Thermometer werden dicht beieinander in ein Flüssigkeitsbad getaucht und ihr Stand bei verschiedenen Temperaturen verglichen. Die Temperaturänderung des Bades wird auch in umgekehrter Folge vorgenommen, um eine eventuelle Trägheit des Quecksilbers in der Thermometerkugel zu eliminieren.

§ 15. Längenausdehnungskoeffizient fester Körper.

Unter dem Längenausdehnungskoeffizienten α versteht man die Verlängerung eines 1 m langen Körpers bei der Erhöhung seiner Temperatur um 1^0 C. Erwärmt man einen Stab von l m Länge um t^0, so ist unter Voraussetzung der Proportionalität der Längenzunahme mit der Temperatur die Verlängerung $\lambda = l \cdot \alpha \cdot t$. Hieraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{\lambda}{l \cdot t}.$$

Zur Messung von λ kann der folgende einfache Apparat von Blümel verwendet werden. Auf einem Grundbrett stehen zwei Säulen, von denen die eine eine Mikrometerschraube, die andere einen Winkelhebel mit einem kurzen und einem langen Arme trägt. Der Körper, dessen Ausdehnungskoeffizient bestimmt werden soll, ist ein an bei-

den Enden zugespitzter Stab von 200 mm Länge. Er wird derart in eine an beiden Seiten mit Gummiknien verschlossene Glasröhre gesteckt, daß nur die äußersten Spitzen aus den Gummiverschlüssen herausragen. Mit den Spitzen wird er nun einerseits in den Körner der Mikrometerschraube, andererseits in einen Körner des kurzen Winkelhebelarmes 1 cm unterhalb der Drehachse eingeklemmt. Das Ende des langen Hebelarmes ist mit einer feinen Spitze versehen. Man legt deren Stellung fest mittels eines dahinter aufgestellten Spiegels mit eingeritzter Marke.

Der Stab wird auf eine bekannte Temperatur t gebracht, indem man aus einem Behälter mittels der Gummiknie und Schlauchverbindungen Wasser von gemessener Temperatur durch die Glasröhre fließen läßt. Die Spitze des Fühlhebels wird nun auf die Spiegelmarke eingestellt. Jetzt leitet man Wasser von höherer Temperatur T oder die Dämpfe siedenden Wassers durch die Röhre. Der Stab dehnt sich aus und hebt den langen Hebelarm um ein gewisses Stück. Man dreht nun den Trommelkopf der Mikrometerschraube so weit zurück, bis die Spitze des Hebels wieder mit der Marke zur Dekkung gebracht ist. Am Trommelkopf liest man jetzt die Strecke ab, um die die Mikrometerspindel zurückgedreht ist, d. h. die Verlängerung λ des Stabes bei der Temperaturerhöhung um $T - t^0$. Es ist dann

$$\alpha = \frac{\lambda}{l(T - t)},$$

wo $l = 200$ mm ist.

§ 16. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten.

Erwärmt man eine Flüssigkeit in einem Gefäß, so vermehrt sich ihr Volumen, zugleich vergrößert sich aber auch der Rauminhalt des Gefäßes. Die beobachtete, scheinbare Volumenzunahme der Flüssigkeit ist daher gleich der Differenz aus ihrer absoluten Volumenvergrößerung und derjenigen des Gefäßes.

a) Die absolute Ausdehnung des Quecksilbers läßt sich nach Dulong und Petit unter Zuhilfenahme des Prinzips der kommunizierenden Röhren bestimmen. Dieses sagt aus, daß sich die Höhen verschieden schwerer Flüssigkeiten in kommunizierenden Röhren umgekehrt wie ihre spezifischen Gewichte verhalten. Der benutzte Apparat ist folgender. Zwei unten durch ein Kapillarrohr verbundene Glasröhren werden mit Quecksilber gefüllt. Die eine Röhre wird durch schmelzenden Schnee auf die Temperatur 0^0, die andere durch Dämpfe siedenden Wassers auf 100^0 gebracht. Das Quecksilber von 100^0 ist spezifisch leichter als das von 0^0, daher haben die Kuppen der Quecksilbersäulen eine kleine Höhendifferenz d, die mittels des Kathetometers gemessen wird. Die ganze Höhe der Quecksilbersäule von 0^0 sei gleich h. Dann ist der kubische Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers

$$\gamma = \frac{d}{100 \cdot h}.$$

Statt 100 setzt man genauer die zu dem herrschenden Luftdruck gehörige Siedetemperatur des Wassers, die sich aus der Tabelle S. 48 ergibt.

b) Die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeiten bestimmt man mittels eines Pyknometergefäßes mit angeschmolzener und oben umgebogener Ausflußkapillare.

Das Gefäß wird wie eine Thermometerkugel mit der zu untersuchenden Flüssigkeit von Zimmertemperatur angefüllt. Sein Gewicht möge leer p_1 g, mit der Flüssigkeit von Zimmertemperatur t p_2 g betragen, dann ist $p_2 - p_1$ das Gewicht der Flüssigkeit bei t^0. Man erhitzt nun das Pyknometer in einem Wasserbade bis T^0. Die ausfließende Flüssigkeit wird in einer Schale aufgefangen und gewogen; ihr Gewicht sei m g. Das spezifische Gewicht der Flüssigkeit sei s, ihr wahrer Ausdehnungskoeffizient werde mit α, der kubische Ausdehnungskoeffizient des Glases mit 3β bezeichnet. Da bei der Erwärmung um $T - t^0$ das Volumen $v = \frac{p_2 - p_1}{s}$ ccm der Flüssigkeit sich um $\delta = \frac{m}{s}$ ccm ausdehnt, so ist der scheinbare Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit, d. h. die scheinbare Ausdehnung von 1 ccm bei der Temperaturerhöhung um 1^0 gleich

$$\frac{\delta}{v(T-t)} = \frac{m}{(p_2 - p_1)(T-t)}.$$

Nun ist aber der wahre Ausdehnungskoeffizient α der Flüssigkeit gleich ihrem scheinbaren, vermehrt um den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases; daher bebesteht die Gleichung

$$\alpha = \frac{m}{(p_2 - p_1)(T-t)} + 3\beta.$$

Setzt man β als bekannt voraus, so läßt sich α berechnen. Da jedoch β für verschiedene Glassorten veränderliche Werte besitzt, so kann man in der Gleichung auch β als Unbekannte ansehen und die Untersuchung zunächst mit Quecksilber anstellen, dessen Ausdehnungskoeffi-

zient α nach der Dulong-Petitschen Methode bereits bestimmt ist. Nachdem dann β ein für allemal gefunden ist, läßt sich die Methode für die Untersuchung beliebig anderer Flüssigkeiten verwenden.

§ 17. Ausdehnung von Gasen. Luftthermometer.

Gay-Lussac fand durch experimentellen Nachweis, daß alle Gase beim Erwärmen sich gleich stark ausdehnen, und zwar bei 1^0 Temperaturerhöhung um 0,00367 oder $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0^0. Die Volumina einer Gasmenge sind ferner nach dem Boyleschen Gesetze umgekehrt proportional den Drucken, unter denen sie stehen. Beide Gesetze werden durch die eine Formel ausgedrückt

$$p\,v = p_0\,v_0(1 + \alpha\,t)\,. \tag{1}$$

Führt man statt t die absolute Temperatur $T = 273 + t$ ein, so lautet die Gleichung

$$p\,v = p_0\,v_0\,\alpha \cdot T\,.$$

Bleibt das Volumen einer Gasmenge konstant $(v = v_0)$, so heißt Gleichung (1)

$$p = p_0(1 + \alpha\,t)\,. \tag{2}$$

Diese Formel wird beim Luftthermometer von Jolly angewendet (Fig. 13). Zwei senkrechte, durch einen dickwandigen Gummischlauch miteinander verbundene Glasröhren A und B sind zum Teil mit Quecksilber angefüllt. Eine der Röhren A steht mittels einer Kapillarröhre in Verbindung mit einem Glasballon G, der mit trockener Luft gefüllt ist. Durch Heben oder Senken von B läßt sich das Quecksilber in A auf eine bestimmte Marke einstellen. An einer Millimeterskala wird der Höhenunterschied h der Quecksilberkuppen in A und B abgelesen.

Um eine Temperaturmessung auszuführen, bringt man den Ballon in ein Gefäß mit schmelzendem Schnee und stellt das Quecksilber auf die Marke ein. Man liest eine Höhendifferenz h_1 der Quecksilberkuppen ab; h_1 ist negativ zu rechnen, wenn die Kuppe in A höher steht als in B. Ist der Barometerstand gleich H, so steht das Gas im Ballon unter dem Druck $p_0 = H + h_1$. Nun bringt man den Ballon in die Dämpfe siedenden Wassers und findet eine Höhendifferenz h_2. Der Druck des Gases beträgt also $p = H + h_2$. Aus den gefundenen Werten p_0 und p ergibt sich nach Gleichung (2) der Ausdehnungskoeffizient der Luft

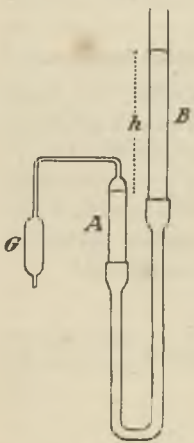

Fig. 13.

$$\alpha = \frac{h_2 - h_1}{(H + h_1) \cdot T},$$

wenn T hier die Siedetemperatur des Wassers beim Druck H bedeutet. Um die Temperatur t eines Raumes mit dem Luftthermometer zu messen, bringt man den Ballon in den Raum und beobachtet einen Höhenunterschied h der Kuppen. Dann verhält sich die Temperatur t zur Siedetemperatur T des Wassers wie $h - h_1$ zu $h_2 - h_1$. Folglich ist

$$t = \frac{T(h - h_1)}{h_2 - h_1}.$$

§ 18. Molekulargewichtsbestimmung aus der Gefrierpunktserniedrigung und der Siedepunktserhöhung.

a) Gefrierpunktserniedrigung. Der Gefrierpunkt von Flüssigkeiten wird durch Auflösen von Stoffen erniedrigt, und zwar ist die Gefrierpunktserniedrigung τ eines

Lösungsmittels proportional der in 100 g des Lösungsmittels gelösten Anzahl n Grammmoleküle, wobei man unter dem Grammmolekül eines Körpers diejenige Anzahl Gramm versteht, die durch sein Molekulargewicht angegeben wird.

$$\tau = A \cdot n .$$

In dieser Formel ist A für ein und dasselbe Lösungsmittel eine Konstante. A kann nach der van 't Hoffschen Theorie der Lösungen berechnet werden. Diese sagt aus, daß alle Stoffe in verdünnten Lösungen den Gasgesetzen von Boyle, Gay-Lussac und Avogadro folgen. Danach berechnet man A aus der absoluten Gefriertemperatur T und der Schmelzungswärme S des Lösungsmittels aus der Formel $A = \frac{0{,}0198 \cdot T^2}{S}$. Ferner lassen sich die Werte für A auch empirisch bestimmen (S. 57). A hat für verschiedene Lösungsmittel folgende Werte: Wasser 18,5, Ameisensäure 28, Essigsäure 39, Benzol 50, Naphthalin 70, Nitrobenzol 70. Die obengenannte Formel für die Gefrierpunktserniedrigung gilt nicht mehr genau für sehr konzentrierte Lösungen, wie z. B. auch das Boylesche Gesetz keine volle Gültigkeit mehr hat für stark komprimierte Gase. Auch für verdünnte Lösungen gilt die Formel nur dann, wenn die Moleküle nicht in der Lösung dissoziiert oder polymerisiert sind. Im ersten Fall, der z. B. für in Wasser gelöste Elektrolyte zutrifft, erhält man zu große, im letzten Falle zu kleine Gefrierpunktserniedrigungen.

Wenn man in P g des Lösungsmittels p g des Stoffes, dessen gesuchtes Molekulargewicht M ist, löst, so sind in P g Lösungsmittel $\frac{p}{M}$ Grammmoleküle, also in 100 g

Lösungsmittel $\frac{p \cdot 100}{P \cdot M}$ Grammmoleküle gelöst. Diese Zahl ist aber mit n bezeichnet worden. Demnach ist

$$\tau = A \cdot \frac{p \cdot 100}{P \cdot M} .$$

Hieraus ergibt sich das Molekulargewicht

$$M = \frac{A \cdot p \cdot 100}{\tau \cdot P} .$$

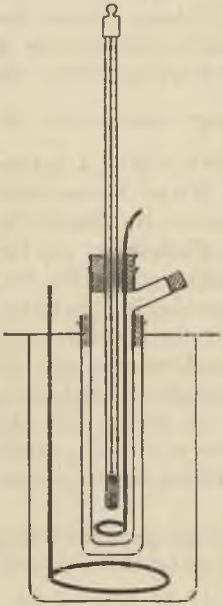

Fig. 14.

Zur Bestimmung von τ dient der Beckmannsche Apparat (Fig. 14). Ein dickwandiges Reagenzglas, das oben ein seitliches Ansatzrohr trägt, wird von einem Kork verschlossen. Durch ihn ist ein hundertstel Grad anzeigendes Beckmannsches Thermometer und ein Platinrührer gesteckt. Das Gefäß ist von einem weiteren Reagenzglas umgeben, dessen Hohlraum als Luftmantel dient. Das Ganze taucht in ein Kühlgefäß mit Kältelösung. In das innere Reagenzglas werden P g des reinen Lösungsmittels eingewogen und der Gefrierpunkt am Thermometer bestimmt. Bei der Ablesung sieht man zunächst das Thermometer einige Zehntel Grad unter den Gefrierpunkt sinken, bis es dann plötzlich wieder zu steigen beginnt und sich auf einen bestimmten Punkt einstellt, auf dem

es nun dauernd stehen bleibt; dieser ist der Gefrierpunkt. Nun werden in einzelnen Portionen durch das Seitenrohr abgewogene Mengen des Körpers in das Lösungsmittel gebracht und wiederum die Gefrierpunkte bestimmt. Es ist darauf zu achten, daß die Temperatur der Kältelösung im äußeren Gefäß nur wenige Grade unter dem Gefrierpunkt der Lösung im Reagenzglas sein darf. Wasser ist für viele Körper als Lösungsmittel ungeeignet, da es die Moleküle dissoziiert. Die Größe A läßt sich empirisch bestimmen, indem man eine abgewogene Menge eines Körpers auflöst, dessen Molekulargewicht schon von vornherein bekannt ist.

b) Siedepunktserhöhung. Durch Auflösen eines Körpers wird der Siedepunkt einer Flüssigkeit erhöht, und zwar ist die Siedepunktserhöhung τ proportional der Anzahl n Grammmoleküle, die in 100 g Lösungsmittel aufgelöst sind. Es ist also $\tau = B \cdot n$, wo B für jedes Lösungsmittel eine Konstante ist. B hat folgende Werte: für Wasser 5,2; Alkohol 11,5; Äther 21; Benzol 26; Phenol 30; Anilin 32.

Nach der van 't Hoffschen Gastheorie wird B berechnet aus der Gleichung

$$B = \frac{0{,}0198 \cdot T^2}{V},$$

in der V die Verdampfungswärme und T die absolute Siedetemperatur des Lösungsmittels bedeuten.

Setzt man noch wie auf Seite 56

$$n = \frac{p \cdot 100}{P \cdot M},$$

so ist

$$\tau = \frac{B \cdot p \cdot 100}{P \cdot M}$$

und

$$M = \frac{B \cdot p \cdot 100}{\tau \cdot P}.$$

Der von Beckmann angegebene Apparat zur Bestimmung der Siedepunktserhöhung ist in Fig. 15 schematisch abgebildet. Zur Verhütung des Siedeverzugs ist in den Boden des Siedezylinders A ein Platindraht eingeschmolzen. Auf das seitliche Ansatzrohr, in welches die zu lösenden Stoffe eingeführt werden, wird ein Luft- oder Wasserkühler gesetzt. Das in den Zylinder ragende Thermometer ist in hundertstel Grade eingeteilt. Der Siedezylinder A ist von einem weiteren Mantelgefäß umgeben, das ebenfalls mit Kühler versehen ist. In A werden P g Lösungsmittel eingewogen; im Mantel befindet sich eine beliebige Menge derselben Flüssigkeit. Der ganze Apparat steht auf einem Heizkasten aus Asbest. Durch eine Flamme wird das Lösungsmittel in beiden Gefäßen zum Kochen erhitzt. Wenn die Temperatur des Thermometers sich nicht mehr ändert, liest man die Siedetemperatur des reinen Lösungsmittels ab. Darauf bringt man in das Ansatzrohr p g der zu untersuchenden Substanz ein und bestimmt wieder die Siedetemperatur. Der Unterschied beider Temperaturen ist τ. Die Größe B entnimmt man entweder einer Tabelle oder berechnet sie nach der van 't Hoffschen

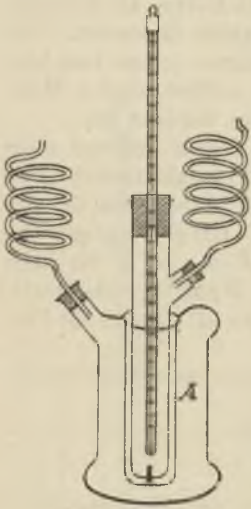

Fig. 15.

Gastheorie oder bestimmt sie durch Auflösen einer Substanz von bekanntem Molekulargewicht.

§ 19. Spannkraft gesättigten Dampfes. Dampfdruckerniedrigung von Lösungen.

Man füllt eine etwa 1 m lange, an einem Ende geschlossene Glasröhre mit Quecksilber, entfernt die an der Rohrwandung haftenden Luftblasen durch Auskochen, verschließt die Öffnung mit dem Finger und öffnet unter Quecksilber; das Quecksilber fällt dann im oberen Teil der Röhre. Die Höhe der Quecksilbersäule b gibt den herrschenden Luftdruck an. Nun führt man die zu untersuchende Flüssigkeit mittels einer Spritze von unten in die Röhre ein. Sie steigt infolge ihres kleineren spezifischen Gewichtes in die Höhe und verdampft teilweise, bis das Volumen mit ihren Dämpfen gesättigt ist. Die Flüssigkeit muß im Überschuß vorhanden sein. Ist die Höhe der Quecksilbersäule jetzt gleich h, so ist $d = b - h$ der Dampfdruck bei der herrschenden Lufttemperatur. Zur Größe h ist noch die Korrektion $\frac{a \cdot s}{13{,}6}$ zu addieren, wenn über dem Quecksilber eine Flüssigkeitssäule von a mm steht und s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bedeutet.

Löst man in einer Flüssigkeit von der Dampfspannung d bei einer bestimmten Temperatur einen Körper, so wird d um eine Größe δ vermindert. Für diese Dampfdruckerniedrigung gilt folgendes Gesetz: Die Verminderung δ der Dampfspannung beim Auflösen einer Substanz verhält sich zur Dampfspannung d des reinen Lösungsmittels wie die Anzahl n der in der Lösung befindlichen Moleküle der Substanz zu der Anzahl

$n + N$ der Gesamtmoleküle der Substanz und des Lösungsmittels.

Nimmt man P g Lösungsmittel vom Molekulargewicht m, so ist $N = \frac{P}{M}$ und $n = \frac{p}{m}$. Das Gesetz der Dampfdruckerniedrigung wird nun durch die Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{\delta}{d} = \frac{\frac{p}{m}}{\frac{P}{M} + \frac{p}{m}}.$$

Setzt man in dieser Gleichung M als bekannt voraus, so findet man das Molekulargewicht der gelösten Substanz

$$m = \frac{p(d - \delta)}{P \cdot \delta} \cdot M.$$

Zur Bestimmung von δ benutzt man ein abgekürztes Barometer (Fig. 16). In den geschlossenen Schenkel desselben wird eine kleine Menge der Lösung gebracht, die auf P g Lösungsmittel p g der gelösten Substanz enthält. Das Barometer wird nun in ein weiteres Gefäß gehängt, das mit dem Lösungsmittel beschickt ist. Dieses wird zum Sieden erhitzt; sein Dämpfe umspülen das Barometer und verdampfen die Lösung im geschlossenen Schenkel. Der Höhenunterschied der Quecksilberkuppen im geschlossenen und offenen Schenkel des Barometers, der mit einem Kathetometer gemessen werden kann, ist dann gleich δ.

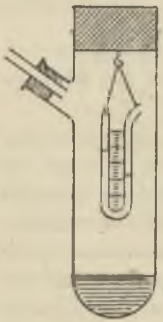

Fig. 16.

§ 20. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck.

Eine Flüssigkeit beginnt zu sieden, sobald die Spannkraft der sich im Innern bildenden Dampfblasen dem äußeren Drucke das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, daß die Siedetemperatur einer Flüssigkeit von dem über ihr lastenden Druck abhängig ist, und zwar derart, daß sie bei wachsendem Druck steigt. Die Spannkraftkurve des Wasserdampfes für Drucke über eine Atmosphäre kann mit Hilfe eines Papinschen Topfes empirisch

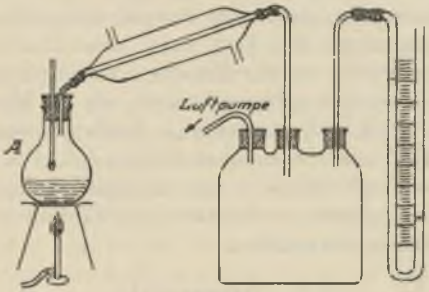

Fig. 17.

untersucht werden. Dieser ist ein Metallgefäß mit starken Wänden und einem fest aufschraubbaren Deckel; er ist, um das Zerspringen des Gefäßes zu verhindern, mit einem Sicherheitsventil versehen. Der Dampfdruck im Innern wird an einem Metallmanometer, die Temperatur der Dämpfe an einem Thermometer abgelesen. Damit dieses nicht durch den starken Druck hinausgeschleudert wird, kommt es nicht in unmittelbare Berührung mit den Dämpfen im Innern, sondern taucht in ein mit Quecksilber gefülltes, an den Deckel des Topfes ange-

schraubtes und ins Innere hineinragendes Gefäß mit Metallwänden. Man erhitzt nun das Wasser im Topfe, liest zugehörige Drucke und Temperaturen ab und trägt die Werte in eine Tabelle ein.

Für Drucke unter einer Atmosphäre kann man sich nach Fig. 17 selbst einen Apparat herstellen. In einem Glaskolben *A* mit Thermometer wird das Wasser erhitzt. Es steht mittels eines starkwandigen Gummischlauchs in Verbindung mit einem Liebigschen Kühler. Das andere Ende des Kühlers führt nach einer großen Woulfeschen Flasche, von deren anderen Tubulaturen eine Röhre zu einem Manometer, eine zweite zu einer Luftpumpe führt. Durch Auspumpen der Luft kann man eine beliebige Druckerniedrigung in der Flasche, dem Röhrensystem und dem Kochkolben hervorbringen, die am Manometer abgelesen wird. Die zugehörige Siedetemperatur des Wassers wird vom Thermometer angezeigt. Die Woulfesche Flasche soll einerseits eine langsame Änderung des Druckes ermöglichen, andererseits den Einfluß etwas undichter Stellen vermindern.

§ 21. **Hygrometrie.**

Unter der absoluten Feuchtigkeit der Luft versteht man die in einem Kubikmeter Luft enthaltene Anzahl Gramm Wasserdampf; relative Feuchtigkeit ist das Verhältnis der in einem Volumen Luft enthaltenen absoluten Menge Wasserdampf zu der Sättigungsmenge, d. h. zu der größten Menge Wasserdampf, die sich bei der herrschenden Temperatur als gesättigter Dampf erhalten könnte. Die relative Feuchtigkeit ist demnach von der absoluten Feuchtigkeit und von der Lufttemperatur abhängig. Man drückt die relative Feuchtigkeit gewöhnlich in Prozenten der Sättigungsmenge aus.

a) Um den absoluten Wasserdampfgehalt zu bestimmen, saugt man mittels eines Aspirators, dessen Inhalt bekannt ist oder durch Wägung mit Wasser bestimmt wird, ein bekanntes Volumen Luft durch eine Chlorkaliumröhre, die vor und nach dem Versuch gewogen wird.

Die relative Feuchtigkeit wird mittels Hygrometer und Psychrometer gemessen.

b) Das Daniellsche Hygrometer besteht aus zwei durch eine U-förmige Röhre verbundenen Glaskugeln, die luftleer und zum Teil mit Äther angefüllt sind. In einer der Kugeln befindet sich ein kleines Thermometer, das die Temperatur des Äthers angibt. Die Kugel ist von einer dünnen, ringförmigen Goldschicht bekleidet. Am Stativ des Hygrometers ist ein Thermometer angebracht, das die Lufttemperatur anzeigt. Die zweite Kugel ist mit dünner Leinwand umwickelt. Auf diese läßt man Äther tröpfeln, der verdunstet und eine Abkühlung der Kugel bewirkt. Infolgedessen kondensiert sich der in der Kugel befindliche Ätherdampf. Nun beginnt aber sogleich in der anderen Kugel eine lebhafte Ätherdampfentwicklung, infolge deren das kleine Thermometer fällt. Wenn die Abkühlung dieser Kugel bis zu einer Temperatur erfolgt ist, bei der die Feuchtigkeit in der Luft ihren Sättigungsgrad erreicht hat (Taupunkt), so beschlägt sich der Goldring mit einem feinen Hauch. In diesem Moment liest man die Temperatur in der Kugel und am Stativ ab. Zu beiden Temperaturen sucht man aus der Tabelle auf S. 64 die Sättigungsmenge auf. Ihr Verhältnis gibt die relative Feuchtigkeit der Luft an.

c) Ähnlich dem Daniellschen Hygrometer ist dasjenige von Döbereiner. Es besteht aus einem oben offenen Glaszylinder mit dünnem Goldring an der Außenfläche; der Zylinder ist zum dritten Teil mit Äther an-

gefüllt. Hinein ragt ein Thermometer und eine Röhre, durch die Luft in die Flüssigkeit geblasen wird, bis der Goldring sich mit Tau bedeckt. Der Taupunkt wird nun am Thermometer abgelesen und zugleich die Lufttemperatur gemessen. Die Berechnung geschieht wieder mit Hilfe der folgenden Tabelle.

Menge p gesättigten Wasserdampfes in 1 cbm Luft bei der Temperatur t^0.

t	— 4	— 2	0	2	4	6	8	10	12
p	3,6	4,2	4,9	5,6	6,4	7,3	8,2	9,3	10,6

t	14	16	18	20	22	24	26	28	30
p	12,0	13,5	15,2	17,2	19,2	21,6	24,2	27,0	30,1

d) Häufiger verwendet wird das Psychrometer von August. Es besteht aus zwei in ihrem Gang möglichst übereinstimmenden, zehntel Grade anzeigenden Thermometern, die an einem Stativ befestigt sind. Die Kugel des einen ist mit einem feuchten Stück Leinen oder Fließpapier umwickelt; ihr wird die zur Verdunstung des Wassers nötige Wärme entzogen, so daß sie eine niedrigere Temperatur besitzt als das trockene Thermometer. Der Unterschied der Temperaturen ist um so größer, je trockener die Luft ist; denn je trockener die Luft ist, desto schneller verdunstet das Wasser. Ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt, so beträgt die Differenz 0. Die Temperaturdifferenz d ist demnach ein Maß für den relativen Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Diese wird mit Hilfe von d aus empirisch aufgestellten Tabellen entnommen.

§ 22. Bestimmung der spezifischen Wärme.

a) Allgemeines über Kalorimetrie. Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie, d. h. diejenige Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 g bzw. 1 kg Wasser von 0^0 auf 1^0 (nach neuerer Übereinkunft von $14{,}5^0$ auf $15{,}5^0$) zu erwärmen (Gramm- bzw. Kilogrammkalorie). Um m g Wasser um t^0 zu erwärmen, sind demnach $m \cdot t$ Kalorien nötig; dieselbe Wärmemenge gibt das Wasser ab, wenn es sich um t^0 abkühlt.

Werden zwei Mengen m_1 und m_2 g Wasser von den Temperaturen $t_1{}^0$ und $t_2{}^0$ miteinander vermischt, so berechnet man die Mischungstemperatur nach der Richmannschen Regel

$$\tau = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

Spezifische Wärme s eines Körpers ist diejenige Wärmemenge in Kalorien, die man braucht, um 1 g des Körpers um 1^0 zu erwärmen. Zur Erwärmung von m g um 1^0 sind demnach $m \cdot s$ Kalorien erforderlich; diese Größe nennt man den Wasserwert w des Körpers. Es ist $w = m \cdot s$. Um m g um t^0 zu erwärmen, sind $m \cdot s \cdot t$ oder $w \cdot t$ Kalorien erforderlich; dieselbe Wärme gibt der Körper ab, wenn er sich um t^0 abkühlt.

Die spezifische Wärme eines Körpers ist für verschiedene Temperaturen keine Konstante. Unter der wahren spezifischen Wärme bei t^0 versteht man die Wärmemenge, die erforderlich ist, um seine Temperatur von t^0 auf $(t+1)^0$ zu erhöhen; unter der mittleren spezifischen Wärme zwischen den Temperaturen t_1 und t_2 versteht man den Quotienten $\frac{Q}{t_2 - t_1}$,

wo Q die Wärmemenge bedeutet, die zur Erwärmung eines Grammes des Körpers von der Temperatur t_1 bis t_2 nötig ist. Bei den meisten kalorimetrischen Messungen, bei denen nicht allzu große Temperaturunterschiede auftreten, wird von dem geringen Unterschiede in den wahren spezifischen Wärmen abgesehen.

b) Mischungsmethode. Das Gewicht des zu untersuchenden Körpers sei p g, seine spezifische Wärme x Kalorien. Man erwärmt ihn bis auf eine Temperatur T^0 und wirft ihn dann in ein Kalorimetergefäß, das q g Wasser von der Temperatur t^0 enthält. Die Mischungstemperatur werde gleich τ^0 gefunden. Der Körper hat sich demnach um $(T - \tau)^0$ abgekühlt und dabei $p \cdot x(T - \tau)$ Kalorien abgegeben. Das Wasser im Kalorimeter und das Kalorimetergefäß selbst vom Wasserwert w haben sich um $(\tau - t)^0$ erwärmt und dabei $(q + w)(\tau - t)$ Kalorien aufgenommen. Unter der Voraussetzung, daß keine Wärme durch Strahlung oder Leitung verloren gegangen ist, darf man die abgegebene Wärme gleich der aufgenommenen setzen. Also ist

$$p \cdot x(T - \tau) = (q + w)(\tau - t),$$

und

$$x = \frac{(q + w)(\tau - t)}{p(T - \tau)}.$$

Hierin wird der Wasserwert w entweder als Produkt aus dem Gewicht μ des Kalorimeters und seiner aus einer Tabelle entnommenen spezifischen Wärme σ berechnet oder ein für allemal auf folgende Weise bestimmt. Man erhitzt einen Körper vom Gewichte p g, der aus demselben Stoff wie das Kalorimeter besteht, auf die Temperatur T^0 und verfährt mit ihm wie oben angegeben. Dann ist

$$p \cdot \sigma(T - \tau) = (q + \mu \cdot \sigma)(\tau - t).$$

Da hier σ die einzige Unbekannte ist, so läßt es sich aus dieser Gleichung berechnen.

Das Gefäß, in dem der Körper auf die Temperatur T^0 erhitzt wird, besteht aus einem Metallzylinder A, der von einem weiteren Metallgefäß B mit Ausflußrohr C umgeben ist (Fig. 18). B ist zum Teil mit Wasser angefüllt, das zum Sieden erhitzt wird. Die Dämpfe entweichen aus C. Der zu untersuchende Körper wird in den Zylinder A gebracht, der oben durch einen Stopfen verschlossen werden kann. Nachdem der Körper die Temperatur T der siedenden Dämpfe angenommen hat, wird er durch Umkippen des Erwärmungsapparates in das Kalorimeter geschüttet.

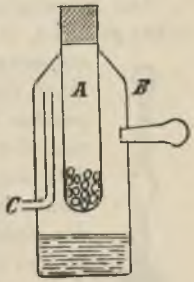

Fig. 18.

Das Kalorimeter ist ein dünnwandiges, vernickeltes Metallgefäß, das auf drei Korkspitzen in ein weiteres Metallgefäß zum Schutz gegen Luftströmungen gesetzt wird. Mittels eines ringförmig gebogenen Metallrührers wird eine gleichmäßige Verteilung der Temperatur im Kalorimetergefäß bewirkt.

Die Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten nach der Mischungsmethode geschieht nach folgendem Prinzip. Man taucht einen erwärmten Körper in die zu untersuchende kältere Flüssigkeit vom Gewicht p und der Temperatur t^0. Steigt ihre Temperatur hierbei bis auf τ^0, so hat der Körper $(p \cdot x + w)(\tau - t)$ Kalorien abgegeben, wenn x die spezifische Wärme der Flüssigkeit und w den Wasserwert des Kalorimeters bedeuten. Taucht man nun denselben Körper in Wasser vom Gewichte q g und der Temperatur t' und beobachtet man bei gleicher abgegebener Wärmemenge eine Temperaturerhöhung bis

τ', so ist die aufgenommene Wärme gleich $(q + w)(\tau' - t')$. Nun ist

$$(p\,x + w)(\tau - t) = (q + w)(\tau' - t'),$$

also

$$x = \frac{(q + w)(\tau' - t)}{p(\tau - t)} - \frac{w}{p}.$$

Der Erwärmungskörper (Fig. 19) ist ein mit Quecksilber gefülltes, thermometerähnliches Gefäß, das auf der angesetzten Röhre zwei Marken trägt. An der einen steht das Quecksilber etwa bei der Temperatur 90°, an der anderen bei 30°. Nachdem man den Erwärmungskörper so weit erhitzt hat, daß der Faden etwas über der oberen Marke steht, taucht man ihn in dem Augenblick in das Kalorimeter ein, in dem der sinkende Faden an der oberen Marke vorbeigeht, und nimmt ihn wieder heraus, wenn der Faden die untere Marke passiert.

Fig. 19.

Die Mischungsmethode kann auch benutzt werden, um in einfacher Weise hohe Temperaturen zu messen. Eine Eisen- oder Platinkugel vom Gewichte p g wird auf die zu bestimmende Temperatur x gebracht. Man taucht sie darauf in ein Kalorimetergefäß, das mit q g Wasser von der Temperatur t gefüllt ist. Ist w der Wasserwert des Kalorimeters, s die mittlere spezifische Wärme zwischen t^0 und x^0 und τ die Mischungstemperatur, so ist

$$p \cdot s(x - \tau) = (q + w)(\tau - t),$$

also

$$x = \frac{(q + w)(\tau - t)}{p \cdot s} + \tau.$$

c) Eisschmelzungsmethode. Ein Körper vom Gewichte p g und der spezifischen Wärme x, der auf die Temperatur T^0 erwärmt ist, möge durch Abgabe seiner Wärme q g Eis von 0^0 schmelzen. Da er sich hierbei bis 0^0 abkühlt und die Schmelzungswärme des Eises (§ 23) 80 Kalorien beträgt, so besteht die Gleichung

$$p \cdot T \cdot x = 80\,q\,; \quad x = \frac{80\,q}{p \cdot T}.$$

Zur Ausführung der Messung dient das Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace (Fig. 20). Es besteht aus drei

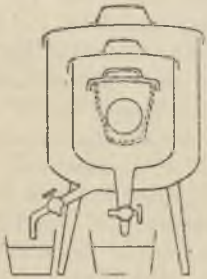

Fig. 20.

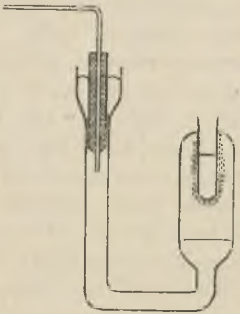

Fig. 21.

sich umschließenden Blechgefäßen Das innerste ist siebartig durchlöchert und dient zur Aufnahme des zu untersuchenden Körpers. Die beiden anderen sind mit Eisstücken angefüllt. Der auf 100^0 erwärmte Körper gibt seine Wärme an das mittlere Gefäß ab; das entstandene Schmelzwasser fließt durch einen Hahn in ein untergestelltes Gefäß ab; sein Gewicht wird gleich q g gefunden. Das Eis im äußeren Gefäß schützt das mittlere vor Wärmezufuhr von außen her.

Bei dem Bunsenschen Eiskalorimeter (Fig. 21) wird die Menge des geschmolzenen Eises aus der Abnahme des Volumens, die beim Schmelzen des Eises eintritt, bestimmt. Ein Reagenzglas ist in ein weiteres kalorimetrisches Gefäß eingeschmolzen, das U-förmig umgebogen und an einem Ende durch einen gut schließenden Glasstopfen mit Bohrung verschlossen ist. Durch die Bohrung führt eine lange graduierte Kapillarröhre. Das Kalorimeter ist zum Teil mit ausgekochtem Wasser, welches das Reagenzglas umgibt, zum anderen Teil mit Quecksilber angefüllt; der Quecksilberfaden ragt bis in die Kapillarröhre hinein. Das ganze Kalorimeter taucht in ein größeres mit Eisstücken gefülltes Gefäß. Man läßt nun einen Teil des Kalorimeterwassers gefrieren, indem man durch das Reagenzglas einen Strom von unterkühlten Alkoholdämpfen streichen läßt oder das Glas mit einer Kältemischung füllt. Dann gießt man in das Glas Wasser von 0^0 und wartet, bis sich das Quecksilber in der Kapillare konstant auf einen Punkt einstellt. Sobald dies eingetreten ist, wirft man den auf 100^0 erhitzten Körper, von dem schon geringe Mengen genügen, in das Reagenzglas. Ein Pfropfen Watte auf dem Boden verhindert das Zertrümmern des Gefäßes. Man beobachtet nun, daß das Quecksilber in der Kapillare um eine gewisse Anzahl n Skalenteile zurückgeht. Wenn ein Skalenteil das Volumen c ccm hat, so beträgt die Volumenabnahme des geschmolzenen Eises $n \cdot c$ ccm. Da nun 1 g Eis von 0^0 den Raum von 1,091 ccm, dagegen 1 g Wasser von 0^0 den Raum von 1 ccm einnimmt, so entspricht einer Volumenabnahme von 0,091 ccm eine Menge geschmolzenes Eis von 1 g, also einer Volumenverminderung von $n \cdot c$ ccm entspricht

$$\frac{n \cdot c}{0{,}091} \text{ g Eis.}$$

Beträgt die Menge des untersuchten Körpers p g, seine Anfangstemperatur T^0 und seine spezifische Wärme x, so ist

$$p \cdot T \cdot x = \frac{80\, n \cdot c}{0{,}091}; \quad x = \frac{80 \cdot n \cdot c}{0{,}091 \cdot p \cdot T}.$$

Die Größe c ermittelt man durch Abwägen eines Quecksilberfadens von s Skalenteilen Länge. Beträgt das Gewicht m g, so ist $c = \frac{m}{13{,}6 \cdot s}$.

d) Erkaltungsmethode von Dulong und Petit. Hat ein erwärmter Körper vom Gewichte p g und der spezifischen Wärme c eine Temperatur T^0, während die Temperatur seiner Umgebung t^0 beträgt, so enthält er einen Wärmeüberschuß über die Umgebung von $p \cdot c(T - t)$ Kalorien, den er allein durch Strahlung an die Umgebung abgeben möge. Der Wärmeüberschuß eines zweiten Körpers vom Gewichte P, der spezifischen Wärme C und derselben Temperatur T beträgt $P \cdot C(T - t)$. Haben nun beide Körper bezüglich Größe und Beschaffenheit genau dieselbe Oberfläche, so verhalten sich die Zeiten z und Z, in denen sich beide von derselben Anfangstemperatur T an um gleichviel Temperaturgrade abkühlen, wie ihre Wärmeüberschüsse.

$$\frac{z}{Z} = \frac{p \cdot c(T - t)}{P \cdot C(T - t)} = \frac{p \cdot c}{P \cdot C}.$$

Sind beide Körper Flüssigkeiten, die nacheinander in dasselbe Kalorimetergefäß vom Wasserwerte w gebracht werden, so tritt im Zähler und Nenner noch der Wasserwert w des Kalorimeters als Summand hinzu. Für Flüssigkeiten ist demnach

$$\frac{z}{Z} = \frac{p \cdot c + w}{P \cdot C + w}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich c berechnen, wenn C als bekannt vorausgesetzt und die übrigen Größen z, Z, p, P und w gemessen werden. Es ist

$$c = \frac{z \cdot (P \cdot C + w)}{Z \cdot p} - \frac{w}{p}.$$

Das Kalorimeter (Fig. 22) ist ein dünnwandiges, außen vernickeltes Metallgefäß, dessen zylindrischer Hals durch einen durchbohrten Kork mit durchgestecktem Thermometer verschlossen wird. Das Ganze wird in einen größeren Metallbehälter gebracht, dessen Innenwände mit Ruß geschwärzt sind. Die Wände dieses Behälters werden dadurch auf konstanter Temperatur gehalten, daß man ihn in einen mit Wasser von Zimmertemperatur gefüllten Topf stellt.

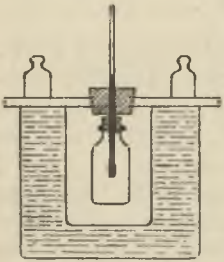

Fig. 22.

Man füllt das Kalorimeter zuerst mit der zu untersuchenden Flüssigkeit vom Gewichte p g und mißt die Zeit z in Sekunden, während der die Flüssigkeit sich von einer beliebigen am Thermometer abgelesenen Temperatur T bis auf t^0 abkühlt. Darauf macht man dieselbe Messung mit Wasser vom Gewichte P g. Man findet für die Abkühlung von T^0 bis t^0 die Zeit Z Sekunden. Nachdem man noch den Wasserwert des Kalorimeters als Produkt aus seinem Gewicht und seiner spezifischen Wärme berechnet hat, setzt man die Werte in die obige Gleichung für c ein. C ist hierin gleich 1 zu nehmen.

e) Spezifische Wärme von Gasen. Die spezifische Wärme c_p eines Gases bei konstantem Druck ist die Wärmemenge, die nötig ist, um die Masseneinheit des

Gases bei konstantem Druck um 1^0 zu erwärmen. Man kann sie nach der Mischungsmethode folgendermaßen bestimmen. Eine durch einen Aspirator gemessene Menge des zu untersuchenden Gases wird durch ein Schlangenrohr geleitet, das sich in einem Ölbade von konstanter hoher Temperatur T befindet. Das Gas nimmt dabei selbst diese Temperatur an. Darauf wird es durch ein zweites Schlangenrohr geleitet, das sich in einem Wasserkalorimeter von der Temperatur t^0 befindet. Es gibt dabei seinen Wärmeüberschuß ab, so daß sich das Wasser auf die Mischungstemperatur τ^0 erwärmt. c_p wird nun in derselben Weise berechnet, wie es auf S. 66 für feste Körper angegeben ist.

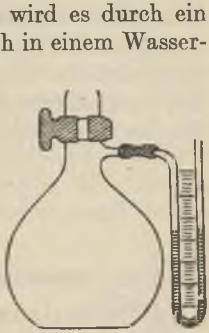

Fig. 23.

Die spezifische Wärme c_v eines Gases bei konstantem Volumen ist direkt sehr schwer zu bestimmen. Solche Messungen sind von Joly ausgeführt worden (vgl. Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik 1898, II. Band, S. 387). Man bedient sich zur Bestimmung von c_v indirekter Methoden. Man mißt nämlich erstens c_p nach der oben angegebenen Methode, zweitens das Verhältnis $\frac{c_p}{c_v}$ und rechnet dann c_v aus. Eine einfache Methode zur experimentellen Auffindung des Verhältnisses $\frac{c_p}{c_v}$ ist von Clément und Désormes angegeben. Ein weiter mit Luft gefüllter Ballon (Fig. 23), der durch einen Hahn mit großer Bohrung luftdicht verschlossen werden kann, ist mit einem Manometer verbunden, das geringe Druckdifferenzen anzeigt. Mittels einer Luftpumpe oder durch

Ansaugen wird die Luft im Ballon verdünnt. Das Manometer möge eine Druckdifferenz h_1 anzeigen. Jetzt öffnet man eine sehr kurze Zeit, etwa eine halbe Sekunde lang den Hahn, so daß durch Einströmen von Luft sich der Druck im Ballon in Gleichgewicht mit dem äußeren Luftdruck setzt. Durch das Einströmen der Luft hat sich die Temperatur im Ballon um ein weniges erhöht. Bei der Abgabe des Temperaturüberschusses an die Umgebung zieht sich das Luftvolumen wieder zusammen, was an der Druckdifferenz h_2 am Manometer kenntlich ist. Nun ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

§ 23. Schmelzungs- und Verdampfungswärme.

a) Schmelzungswärme ist die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g eines festen Körpers, der bereits die Schmelztemperatur besitzt, in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen.

Zur Bestimmung der Schmelzungswärme des Eises wird eine abgewogene Menge p g Eis von 0^0 in q g Wasser von t^0 geworfen, wobei dieses sich bis τ^0 abkühlt. Sieht man von einem Wärmeausgleich mit der Umgebung durch Strahlung ab, so kann man die vom Kalorimeterwasser abgegebene Wärme gleichsetzen der zum Schmelzen von p g Eis verbrauchten Wärme, vermehrt um die Wärme, die nötig ist, um das entstehende Schmelzwasser von 0^0 auf die Mischungstemperatur zu erwärmen. Ist $w = \mu \cdot \sigma$ der Wasserwert des Kalorimetergefäßes und x die Schmelzungswärme, so besteht die Gleichung

$$(q + w)(t - \tau) = p \cdot x + p \cdot \tau ,$$

also

$$x = \frac{(q + w)(t - \tau)}{p} - \tau .$$

Der Wärmeaustausch mit der Umgebung wird dadurch möglichst gering gemacht, daß man die Temperatur t um annähernd ebensoviel oberhalb der Zimmertemperatur wählt, wie τ unterhalb derselben liegt.

b) Verdampfungswärme ist diejenige Wärmemenge, welche einer Flüssigkeit, die bereits ihre Siedetemperatur besitzt, noch zugeführt werden muß, um 1 g derselben in den dampfförmigen Zustand überzuführen.

Verdampfungswärme des Wassers (Fig. 24). Um 1 g flüssiges Wasser von 100^0 zu verdampfen, muß ihm die Verdampfungswärme x zugeführt werden; wenn sich der entstandene Wasserdampf wieder zu Wasser von 100^0 kondensiert, werden die x Kalorien wieder abgegeben. Dieser Gleichheit zwischen Verdampfungs- und Kondensationswärme liegt folgende Methode zugrunde. p g Wasser von 100^0 werden in einem Kölbchen verdampft. Der Dampf wird in ein Kalorimeter, das q g Wasser von der Temperatur t^0 enthält, geleitet. Die Temperatur möge nach der Verdampfung auf τ^0 gestiegen sein. Dann hat der Dampf bei seiner Kondensation $p \cdot x$ Kalorien, das entstehende Wasser von 100^0 bei der Abkühlung bis auf τ^0 noch $p(100 - \tau)$ Kalorien an das Kalorimeter abgegeben. Die vom Kalorimeter aufgenommene Wärme ist

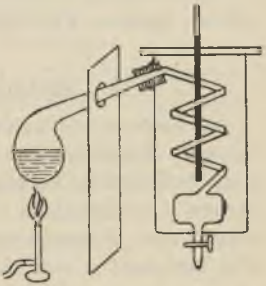

Fig. 24.

$$(q + w)(\tau - t) ,$$

wenn w seinen Wasserwert bezeichnet. Also ist

$$p\,x + p(100 - \tau) = (q + w)(\tau - t)\,;$$

$$x = \frac{(q + w)(\tau - t)}{p} - (100 - \tau)\,.$$

Die Verdichtung des Dampfes geschieht in einem Schlangenrohr, das an seinem Ende in ein kleines Kühlgefäß mündet. Die Zuleitungsröhre der Dämpfe vom Kölbchen zum Kalorimeter muß so gerichtet sein, daß das in dieser Röhre sich kondensierende Wasser wieder ins Kölbchen zurückfließt. Die Größe p ergibt sich als Differenz aus dem Gewicht des Kölbchens mit Wasser vor und nach dem Versuch.

In derselben Weise bestimmt man die Verdampfungswärme anderer Flüssigkeiten.

§ 24. Thermochemische Messungen.

a) Verbrennungswärme v eines Körpers ist die Anzahl Kalorien, die man erhält, wenn 1 g des Körpers vollständig verbrennt. Verbrennen p g, so entstehen $p \cdot v$ Kalorien. Wird diese Wärme einem Kalorimeter vom Gesamtwasserwert w zugeführt, wobei sich die Temperatur von t^0 auf τ^0 erhöht, so ist

$$p \cdot v = w(\tau - t)\,; \quad v = \frac{w(\tau - t)}{p}\,.$$

Als Verbrennungsapparat kann man ein zylindrisches Metallgefäß (Fig. 25) benutzen, an das eine Kühlschlange aus Metall von zahlreichen Windungen angesetzt ist. Der Deckel des Gefäßes enthält eine Öffnung für die Zuleitungsröhre des zur Verbrennung erforderlichen Sauerstoffs und eine zweite größere Öffnung zum Einbringen des Gefäßes,

das zur Aufnahme der zu verbrennenden Substanz dient. Dieses Gefäß ist für die Untersuchung von Flüssigkeiten ein kleines Fläschchen, in das ein Asbestdocht führt; es ist mittels eines Drahtes an dem Stopfen der großen Deckelöffnung befestigt. Die Verbrennungskammer wird in ein weiteres, mit Wasser gefülltes Kalorimeter gesetzt. Der Sauerstoff wird aus einer Bombe mit Druckreduzierventil zugeleitet, nachdem er zum Trocknen durch eine mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllte Flasche gegangen ist. Die Entzündung der Flüssigkeit geschieht in der Verbrennungskammer durch einen dünnen glühenden Metalldraht.

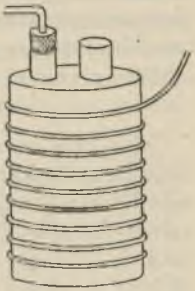

Fig. 25.

b) Verdünnungs-, Lösungs- und Hydrationswärmen werden mit folgendem einfachen, von Nernst angegebenen Apparat gemessen. Ein Kalorimetergefäß ruht auf Korkschneiden in einem weiteren Gefäß. Durch einen Holzdeckel tauchen in das Wasser des Kalorimeters ein dünnwandiges Reagenzglas, das zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanz dient, ein empfindliches Thermometer und ein Rührer. Nach erfolgtem Temperaturausgleich wird der Boden des Gefäßes durchstoßen. Ist die Menge der Substanz p g, seine spezifische Wärme s, die Menge der Kalorimeterflüssigkeit q, ihre spezifische Wärme σ und der gesamte Wasserwert des Kalorimeters nebst Reagenzglas, Rührer und Thermometer gleich w, so ist die entstandene Wärme bei einer Temperaturerhöhung von t^0 bis τ^0

$$(p\,s + q\,\sigma + w)\,(\tau - t)\,.$$

c) Neutralisationswärme nennt man diejenige

Wärme, die sich bei der Mischung von molekularen Mengen einer Säure und einer Basis entwickelt. Ist die Gesamtmenge der benutzten Basis und Säure gleich p, die spezifische Wärme des Gemisches gleich s, der Wasserwert des Gefäßes gleich w, so ist bei einer Temperaturerhöhung von t^0 auf τ^0 die entstandene Wärmemenge

$$Q = (p \cdot s + w)(\tau - t).$$

Man füllt in zwei gleichgroße Reagenzgläser bis zu denselben Marken eine Normallösung einer Säure, bzw. eine Normallösung einer Basis. Nachdem beide Flüssigkeiten dieselbe Temperatur angenommen haben, gießt man sie in einem kleinen Becherglase zusammen und bestimmt an einem eingetauchten Thermometer die Temperaturerhöhung.

Macht man die Bestimmung mit mehreren starken Säuren und Basen, so erhält man das merkwürdige Resultat, daß die Neutralisationswärmen alle denselben Wert haben. Dies erklärt sich nach der elektrolytischen Dissoziationstheorie durch die Annahme, daß bei allen Neutralisationen sich derselbe chemische Prozeß, nämlich die Bildung von Wasser aus dem Hydroxyl der Basis und dem Wasserstoff der Säure, abspielt, während die anderen Bestandteile der Säure und Basis unbeeinflußt als getrennte Ionen im Lösungswasser bleiben.

§ 25. Mechanisches Wärmeäquivalent.

Mechanisches Wärmeäquivalent ist der Arbeitsbetrag in Meterkilogrammen, der einer Kilogrammkalorie gleichwertig ist. Es kann angenähert mit dem Pulujschen Apparat bestimmt werden. Auf der Achse einer Schwungmaschine ist ein innen polierter eiserner Hohlkegel konaxial befestigt; in seine Höhlung paßt genau ein zweiter, außen polierter Eisenkegel, der mit Quecksilber gefüllt

ist. An seiner oberen Deckfläche ist ein langer Metallarm festgeschraubt, an dessen Ende ein Bindfaden befestigt ist; dieser läuft über eine Rolle und trägt an seinem freien Ende eine Schale, in die Gewichte gelegt werden können. In das Quecksilber des inneren Kegels taucht ein in Zehntelgrade eingeteiltes Thermometer. Setzt man die Schwungmaschine in Gang, so wird der äußere Hohlkegel in schnelle Drehung gebracht. Er würde infolge der Reibung den inneren Kegel mit sich herumdrehen, wenn der durch die Schale und die Gewichtsstücke am Faden ausgeübte Zug ihn nicht nach der entgegengesetzten Seite bewegen würde (Pronyscher Zaum). Die Anzahl der Gewichte wird nun so groß gewählt, daß ihr Zug nach der einen Seite der Reibung am äußeren Kegel nach der entgegengesetzten Seite gerade das Gleichgewicht hält. Die Länge des Metallarmes möge $l\,m$, die Größe der Gewichte P kg, die Anzahl Umdrehungen der Schwungmaschine, die durch ein Zählwerk ähnlich dem auf S. 45 bei der Sirene von Cagniard de la Tour beschriebenen gemessen wird, möge n betragen. Dann ist die Arbeit der Reibung, die bei einmaliger Umdrehung des inneren Kegels geleistet wird, gleich $2\pi l \cdot P$ mkg; also die Arbeit bei n Umdrehungen gleich $2\pi l n \cdot P$ mkg. Ist w der gesamte Wasserwert der beiden Eisenkegel, des Quecksilbers und des Thermometers in Kilogrammkalorien und t die Temperaturerhöhung, die durch Umwandlung der Reibung in Wärme hervorgerufen wird, so ist die entstandene Wärmemenge gleich $w \cdot t$. Nennt man nun J das mechanische Wärmeäquivalent, so ist offenbar

$$J \cdot w \cdot t = 2\pi l n \cdot P\,;$$

$$J = \frac{2\pi l n \cdot P}{w \cdot t}.$$

IV. Abschnitt.

Messungen aus der Optik.

§ 26. Winkelmessung durch Spiegelung an ebenen Flächen.

a) Poggendorff-Gaußsche Winkelmessung mit Spiegel und Skala. Bei der Reflexion eines Lichtstrahles an einem ebenen Spiegel gilt das Gesetz: Der Winkel des einfallenden Strahles mit dem Spiegellot ist gleich dem Winkel des zurückgeworfenen Strahles mit

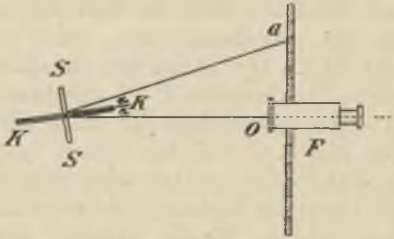

Fig. 26.

dem Spiegellot; Einfallsstrahl, Reflexionsstrahl und Lot liegen dabei in einer Ebene. Dies Gesetz wird zur Messung kleiner Winkel angewendet, um die sich ein um eine vertikale Achse drehbarer Körper, z. B. ein an einem Faden aufgehängter Magnet gedreht hat. An der Drehungsachse des Körpers $K\,K$ (Fig. 26) wird parallel derselben ein ebener Spiegel $S\,S$ befestigt. In einiger Entfernung davon befindet sich ein Fernrohr F, unter dem eine Millimeterskala angebracht ist. Ein Beobachter bei F sieht durch das Fernrohr hindurch in dem Spiegel die Teilung der Skala. Ist

der Körper in seiner Ruhelage, so soll der vertikale Faden im Fernrohrokular etwa zusammenfallen mit dem mittleren Skalenteil o. Dreht man nun den Körper samt dem Spiegel um einen kleinen Winkel α, so sieht man im Fernrohr das Bild irgend eines anderen Teilstriches a. Der Winkel oSa ist dann gleich 2α; er ist zu berechnen aus dem Abstand oS der Skala vom Spiegel und dem Abstand ao der auf der Skala abgelesenen Teilstriche mittels der Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{ao}{oS}.$$

Bei der objektiven Ausgestaltung dieses Messungsprinzipes wird das aus einem schmalen Lichtspalt kommende Lichtbüschel durch eine Konvexlinse gesammelt, auf den Spiegel geworfen und hier auf eine Skala reflektiert, wo ein scharfes, reelles Bild des Spaltes entsteht. Die Berechnung des Drehungswinkels α erfolgt wie oben.

b) Die Winkelmessung mit dem Spiegelsextanten (Fig. 27) beruht ebenfalls auf der Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln. An dem Radius BC des Kreissektors ABC ist ein fester Spiegel s parallel AC und senkrecht zur Ebene des Sektors angebracht. Er besteht aus einer ebenen Glasplatte, deren untere Hälfte belegt und deren obere Hälfte durchsichtig ist. Ihm gegenüber ist ein Fernrohr F mit Fadenkreuz befestigt. Um den Mittelpunkt C des Sektors dreht sich eine Alhidade CD, die bei C einen kleinen Planspiegel s' trägt, der senkrecht zur Sektorebene steht. Der Bogen AB besitzt eine Gradteilung; mittels eines an der Alhidade angebrachten Nonius liest man noch Bruchteile eines Grades ab.

Zur Messung des Winkels, den die vom Auge *O* des Beobachters nach zwei entfernten Punkten *P* und *P'* gezogenen Richtungslinien miteinander bilden, sieht man durch das Fernrohr nach dem Punkte *P* durch den unbelegten Teil des Spiegels *s* und dreht die Alhidade so

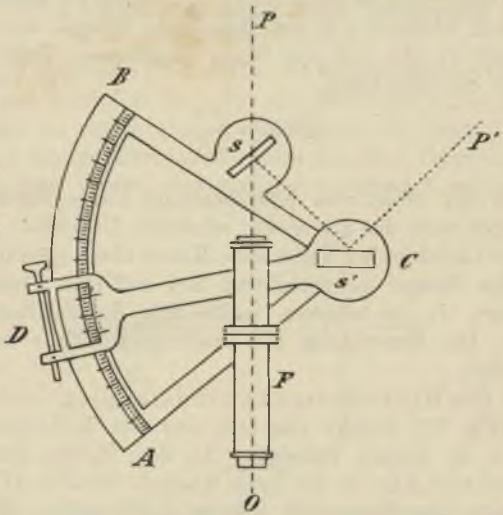

Fig. 27.

weit, bis man das durch doppelte Reflexion an *s'* und *s* entstandene Spiegelbild von *P'* unmittelbar unter dem direkt gesehenen Gegenstand *P* erblickt. Der Winkel, um den man die Alhidade von ihrer Nulllage aus, in welcher die Spiegel *s* und *s'* parallel sind, gedreht hat, ist nun gleich dem halben gesuchten Winkel *POP'*. Den Nullpunkt der Kreisbogenteilung kontrolliert man

dadurch, daß man durch den unbelegten Teil des Spiegels s nach dem Gegenstande P sieht, dann die Alhidade so lange bewegt, bis das durch doppelte Reflexion an s' und s entstandene Bild desselben Gegenstandes P mit dem direkt gesehenen Teil von P zusammenfällt, und hiernach den Stand der Alhidade abliest.

§ 27. Messung der Krümmungsradien von Hohlspiegeln.

a) Durch parallel auffallendes Licht. Man läßt Sonnenstrahlen oder Strahlen einer sehr fernen Lichtquelle auf den Hohlspiegel fallen und fängt das scharf begrenzte Bild auf einer Mattscheibe auf. Der Abstand derselben vom Spiegel ist gleich der Brennweite oder dem halben Krümmungsradius.

b) Aus Gegenstandsweite und Bildweite. Man entwirft von einem hellen Gegenstande auf einem Schirm ein deutliches Bild. Sind a Gegenstands-, b Bildweite, so findet man Brennweite f und Krümmungsradius r aus der Gleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

c) Aus der Gleichheit von Bild und Gegenstand. Man stellt den leuchtenden Gegenstand und den Auffangeschirm des Bildes nebeneinander und verschiebt den Spiegel so lange, bis das Bild deutlich auf dem Schirm erscheint und seine Größe gleich der Gegenstandsgröße ist. Dann ist der Abstand zwischen Bild und Spiegel gleich dem Krümmungsradius. Bezüglich einer praktischen Versuchsanordnung zu dieser Messung sei verwiesen auf Wiedemann und Ebert, Physikalisches Praktikum, 5. Auflage, S. 247.

d) Durch Spiegelung zweier Lichter (Fig. 28 und 29). Während die Methoden *a*, *b* und *c* nur für Hohlspiegel anwendbar sind, ermöglicht die folgende auch die Messung des Krümmungsradius von erhabenen Spiegeln. Zwei Lichter — etwa die von hinten beleuchtete Spalte in einem Schirm — werden in großer Entfernung

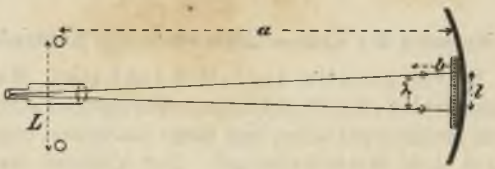

Fig. 28.

von dem Spiegel so aufgestellt, daß ihre Verbindungslinie senkrecht zur Spiegelachse steht. Mitten zwischen ihnen befindet sich ein Fernrohr, das auf die beiden im Spiegel

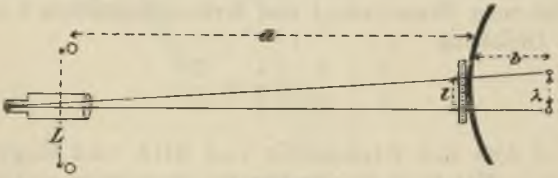

Fig. 29.

erzeugten Bilder eingestellt wird. An der Oberfläche des Spiegels wird parallel zur Verbindungslinie der Lichtbilder eine Millimeterskala befestigt, an der man durch das Fernrohr hindurch den Abstand *l* der Bilder messen kann. Es sei *L* der Abstand der beiden Spalte, *a* der Abstand zwischen Spiegel und der Verbindungslinie der Spalte, so ist für Hohlspiegel

$$r = \frac{2\,a\,l}{L + 2\,l}$$

und für erhabene Spiegel

$$r = \frac{2\,a\,l}{L - 2\,l}.$$

Beweis: 1. Für Hohlspiegel.

Bildgröße und Gegenstandsgröße verhalten sich wie Bildweite und Gegenstandsweite, d. h.

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{b}{a}.$$

Nun ist aber aus geometrischen Gründen

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{a - b}{a}.$$

Setzt man den aus dieser Gleichung für λ gefundenen Wert oben ein und rechnet dann b aus, so wird $b = \frac{a \cdot l}{L + l}$. Dieser Wert wird endlich in die Hohlspiegelformel

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}$$

eingesetzt und daraus r berechnet.

2. Für erhabene Spiegel.

Es ist $\frac{\lambda}{L} = \frac{b}{a}$ wie oben und

$$\frac{\frac{\lambda}{l} = \frac{a + b}{a}}{\frac{l}{L} = \frac{b}{a + b}}.$$

Folglich

$$b = \frac{a \cdot l}{L - l}.$$

Setzt man diesen Wert in die Spiegelgleichung

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{r}$$

ein und rechnet r aus, so ergibt sich der gesuchte Wert für r.

§ 28. Bestimmung der Brennweiten von Linsen.

Fällt ein paralleles Lichtstrahlenbüschel auf eine Konvexlinse, so werden die Strahlen beim Durchgang so gebrochen, daß sie sich in einem Punkte — dem Brennpunkte — schneiden. Beim Durchgang eines Lichtstrahles durch die Linse wird er zugleich in Farben zerlegt, und zwar erscheint Rot am wenigsten, Violett am stärksten gebrochen. Der Brennpunkt für die roten Strahlen ist daher weiter von der Linse entfernt, als derjenige für violette. Um von einer einzigen Farbe, z. B. Rot, den Brennpunkt zu erhalten, blendet man die anderen Farben durch ein gleichgefärbtes, in diesem Falle rotes Glas ab.

Jede der beiden Linsenflächen hat einen Krümmungsmittelpunkt. Nennt man die Krümmungsradien r und r', den Brechungsquotienten des Glases n und die Brennweite f, so besteht die Gleichung

$$(1) \qquad \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

Für eine beiderseits gleichgekrümmte Glaslinse vom Brechungsquotienten $\frac{3}{2}$ ist daher $\frac{1}{f} = \frac{1}{r}$ oder $r = f$.

Bezeichnet man den Abstand eines Gegenstandes von der Linse mit a, den Bildabstand mit b, so gilt die Gleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \tag{2}$$

Fällt ein paralleles Lichtstrahlenbündel auf eine Konkavlinse, so laufen die Lichtstrahlen nach dem Durchgang auseinander, als ob sie von einem Punkte auf der anderen Seite der Linse herkämen. Bei Zerstreuungslinsen wird die Brennweite negativ gerechnet.

Die Gleichungen (1) und (2) haben Gültigkeit für Linsen mit beliebigen erhabenen und hohlen Flächen, wenn man den Radius einer erhabenen Linsenfläche als positiv, denjenigen einer hohlgeschliffenen Fläche als negativ und endlich den einer ebenen Fläche als unendlich groß rechnet.

Zur Bestimmung der Brennweiten von Linsen sind die auf S. 83 angegebenen Methoden a, b und c mit kleinen Abänderungen ebenfalls anwendbar. Außerdem sind noch folgende Methoden gebräuchlich:

a) Man entwirft von einem Gegenstand, z. B. einer beleuchteten Glasskala, mit der zu untersuchenden Linse ein stark vergrößertes Bild. Sind G und B Gegenstands- und Bildgröße und b Bildweite, so ist

$$f = \frac{b \cdot G}{G + B}.$$

Beweis: Aus den Gleichungen $\frac{G}{B} = \frac{a}{b}$ und

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

erhält man die obige, indem man aus der ersten a ausrechnet und den gefundenen Wert in die zweite einsetzt.

b) Hat ein Gegenstand A von einem Schirm B (Fig. 30) einen konstanten Abstand c, so liefert die Linse in zwei Stellungen zwischen Gegenstand und Schirm deutliche Bilder. Ist der Abstand dieser Stellungen e, so ist

$$f = \frac{1}{4}\left(c - \frac{e^2}{c}\right).$$

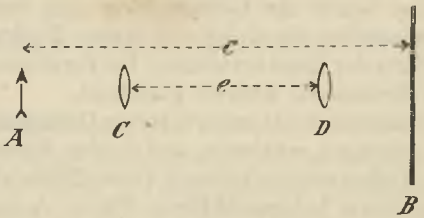

Fig. 30.

Beweis: Es muß sein $AC = BD$, demnach

$$AC = \tfrac{1}{2}(c - e)\,; \quad CB = \tfrac{1}{2}(c + e)\,.$$

Durch Einsetzen in die Formel

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{CB} = \frac{1}{f}$$

erhält man die gesuchte Gleichung.

c) Man stelle ein Fernrohr auf einen Gegenstand, z. B. eine Millimeterskala, im Abstande a deutlich ein, halte dann die zu untersuchende Linse dicht vor das Objektiv und verschiebe den Gegenstand so weit, bis er wieder deutlich erscheint. Sein Abstand vom Fernrohrobjektiv möge nun a_1 sein. Dann ist

$$f = \frac{a \cdot a_1}{a - a_1}\,.$$

Nach dieser Methode können die Brennweiten dünner Linsen untersucht werden.

Spezialfall $a = \infty$. Hat man das Fernrohr zuerst auf einen unendlich weiten Gegenstand eingestellt, bringt dann vor das Objektiv die Linse und stellt auf einen anderen Gegenstand deutlich ein, so ist dessen Abstand a_1 vom Objektiv gleich der Brennweite f der Linse, was sich aus der obigen Gleichung für $a = \infty$ ergibt und auch physikalisch ohne weiteres ersichtlich ist.

d) Die Methoden a), b) und c) gelten nur für Sammellinsen. Die Brennweiten von Konkavlinsen lassen sich auf folgende beide Weisen ermitteln. Man bestimmt nach einer der vorhergehenden Methoden die Brennweite F einer stärkeren Konvexlinse, verbindet sie darauf mit der Zerstreuungslinse und sucht die gemeinschaftliche Brennweite F_1 der beiden auf. Dann erhält man die Brennweite f der Konkavlinse aus der Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F}.$$

Man erkennt hieraus, daß f negativ ist.

e) Man fängt das kreisrunde Zerstreuungsbild einer Konkavlinse, das von auffallenden Sonnenstrahlen gebildet wird, auf einem Schirm auf und verschiebt die Linse so lange, bis der Durchmesser des Schirmkreises doppelt so groß wie der Linsendurchmesser ist. Dann ist die Brennweite gleich dem Abstand der Linse vom Schirme.

§ 29. Messung von Brechungsquotienten.

a) Einleitung. Wenn ein paralleles Lichtstrahlenbüschel aus einem Mittel in ein anderes übergeht, so wird es von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt; zugleich

wird es in ein Farbenband aufgelöst, derart, daß die roten Strahlen am wenigsten, die violetten am meisten gebrochen werden. Den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen der Größe des Einfallswinkels und der des Brechungswinkels gibt das Snelliussche Brechungsgesetz: Für zwei optische Medien und für einen Lichtstrahl von einfacher Farbe (monochromatisches Licht) ist das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels und des Sinus des Brechungswinkels eine Konstante: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$; der gebrochene Strahl liegt in der Einfallsebene, die von dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot gebildet wird. Das konstante Verhältnis n heißt Brechungsquotient. Aus der Huygensschen Wellentheorie des Lichtes ergibt sich, daß dieses Brechungsverhältnis zugleich das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten und das Verhältnis der Lichtwellenlängen in den beiden Mitteln ist. Man bestimmt gewöhnlich das Brechungsverhältnis eines Mittels für den Übergang des Lichtes von Luft in dasselbe; um das Verhältnis auf den leeren Raum zu reduzieren, benutzt man die für den Durchgang des Lichtes durch drei Medien gültige Gleichung $n_{1,3} = n_{1,2} \cdot n_{2,3}$. Bezieht sich hier der Index 1 auf den leeren Raum, 2 auf Luft und 3 auf den Körper, so ist $n_{1,2} = 1{,}000\,294$ bei 0^0 und 760 mm Druck.

b) Minimum der Ablenkung. Zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses schneidet man sich aus dem zu untersuchenden Körper ein Prisma, unter dem man in der Optik einen Körper mit zwei keilförmig gegeneinander geneigten ebenen Flächen versteht. Hauptschnitt des Prismas wird die Ebene genannt, die senkrecht zu der gemeinsamen, sogenannten brechenden Kante dieser beiden Flächen gelegt ist. Ein Lichtstrahl wird beim Durch-

gang durch das Prisma aus seiner ursprünglichen Richtung um einen gewissen Winkel abgelenkt. Aus einfachen geometrischen Überlegungen geht nun hervor, daß der Ablenkungswinkel am kleinsten ist beim symmetrischen Durchgang des Lichtes durch das Prisma, d. h. dann, wenn der eintretende und der austretende Strahl unter gleichen Winkeln die Prismenflächen schneiden, wobei der Strahl im Prisma die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks bildet mit den Prismenseiten als Schenkeln. Bezeichnet man dieses Minimum des Ablenkungswinkels mit δ, den brechenden Winkel des Prismas mit φ, so ist das Brechungsverhältnis

$$(1) \qquad n = \frac{\sin\frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} .$$

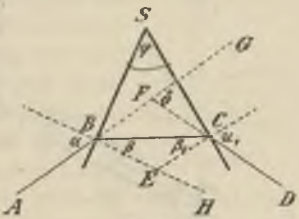

Fig. 31.

Beweis: In Fig. 31 stellt $ABCD$ den Weg des Lichtstrahles beim symmetrischen Durchgang dar. BE und CE sind die Einfallslote. Dann ist nach dem Brechungsgesetz

$$(2) \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n .$$

Nun ist aber $\angle CEH = 2\beta$ als Außenwinkel und $\angle CEH = \varphi$ n. d. S.: Errichtet man auf den Schenkeln eines Winkels die Lote, so ist er gleich dem von den Loten eingeschlossenen Winkel. Folglich

$$2\beta = \varphi \quad \text{oder} \quad \beta = \frac{\varphi}{2} .$$

Ferner folgt aus der Figur

$$\delta = 2 \angle FBC = 2(\alpha - \beta) = 2\alpha - 2\beta = 2\alpha - \varphi .$$

Hieraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{\delta + \varphi}{2} .$$

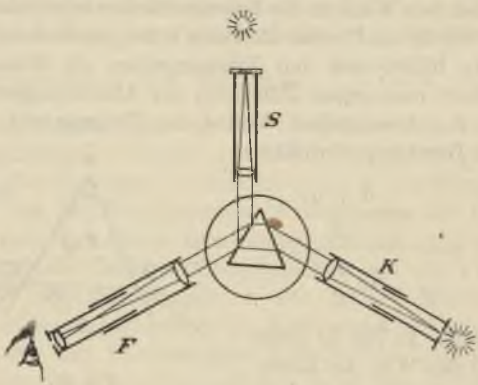

Fig. 32.

Setzt man die für α und β gefundenen Werte in die Gleichung (2) ein, so erhält man

$$n = \frac{\sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} .$$

Nach dieser Formel erfordert die Aufgabe, den Brechungsquotienten zu bestimmen, erstens die Messung des kleinsten Ablenkungswinkels δ eines Prismas, zweitens die Messung des von den Prismenflächen eingeschlos-

senen Winkels φ. Zur Ausführung der Messung dienen die Spektrometer (Fig. 32). Ein Fernrohr F und ein mit verstellbarem Spalt versehenes Spalt- oder Kollimatorrohr K sind nach der Mitte einer horizontalen Kreisteilung gerichtet und um diese herum drehbar. Das Prisma steht auf einem inmitten des Teilkreises befindlichen drehbaren Tischchen. Bei guten Spektrometern besitzt das Fernrohr ein Gaußsches Okular (s. Fig. 33), durch das die Beleuchtung eines Fadenkreuzes ermöglicht wird. Durch eine seitliche Öffnung o fällt das Licht einer Lichtquelle auf eine unter 45° gegen die Okularachse geneigte planparallele Glasplatte, an der es gegen das Fadenkreuz reflektiert wird. Vor den Spalt des Kollimators wird eine Lichtquelle gestellt. Das innere Ende des Kollimators trägt eine konvexe Linse, in deren Brennebene der Spalt liegt, so daß die vom Spalt ausgehenden Lichtstrahlen durch die Linse parallel gemacht werden. Dieses schmale parallele Lichtband trifft auf das Prisma und wird beim Durchgang durch dasselbe an den beiden Grenzflächen gebrochen. Das abgelenkte Bild des Spaltes wird nun mit dem auf unendlich eingestellten Fernrohr aufgesucht. Um das Minimum der Ablenkung zu finden, dreht man das Tischchen mit dem Prisma und verfolgt mit dem Fernrohr das sich bewegende Bild des Spaltes. Man findet dann eine gewisse Stellung des Prismas, bei der eine Umkehr des Bildes erfolgt, ob man das Prisma nach der einen oder der anderen Seite dreht. Dies ist die Stelle der geringsten Ablenkung. Bei Beleuchtung des Spaltes mit weißem Licht erblickt man im Fernrohr ein Spektrum; man sucht dann das Minimum der Ablenkung für eine bestimmte Fraunhofersche Linie. Bei

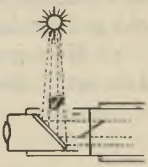

Fig. 33.

Beleuchtung des Spaltes mit monochromatischem Licht erblickt man im Fernrohr eine einfache Linie, die für das betreffende Licht charakteristisch ist.

Nach dem Auffinden der Minimumstellung entfernt man das Prisma vom Tischchen, liest an der Gradteilung des Kreises die Stellung des Fernrohrs ab und dreht es dann am Teilkreise entlang, bis seine optische Achse mit der des Kollimators zusammenfällt, was man daran erkennt, daß das Spaltbild zur Deckung kommt mit dem Fadenkreuz. Nun liest man wieder die Fernrohrstellung am Teilkreise ab. Der Winkel, um den man das Fernrohr gedreht hat, ist das Minimum δ der Ablenkung.

c) Messung des brechenden Prismenwinkels. Man setzt das Prisma so auf das Tischchen, daß die brechende Kante gegen das Kollimatorrohr gerichtet ist, und läßt die von dem beleuchteten Spalt ausgehenden Strahlen gleichzeitig an beiden Prismenflächen reflektieren. Darauf sucht man mit dem Fernrohr die vom Spalte durch beide Prismenflächen entworfenen Spiegelbilder auf; der Winkel, um den das Fernrohr gedreht werden muß, um von der einen Lage in die andere zu kommen, ist gleich 2φ. Denn es seien α und β die Winkel, unter denen der auffallende Strahl AB (Fig. 34) die beiden Prismenflächen trifft; dann wird er unter denselben Winkeln von ihnen reflektiert; nun ist

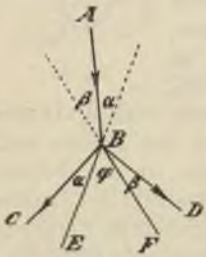

Fig. 34.

$$\angle EBF = \alpha + \beta = \varphi\,,$$

folglich ist

$$\angle CBD = \alpha + \beta + \varphi = 2\varphi\,.$$

d) Justierung des Spektrometers. Die Messung des Ablenkungswinkels δ und des brechenden Winkels φ setzen voraus, 1. daß die Lichtstrahlen im Hauptschnitt des Prismas verlaufen, 2. daß sie das Kollimatorrohr als paralleles Lichtband verlassen und ein deutliches Bild im Fernrohr entsteht, und 3. daß bei der Messung des brechenden Winkels die auf das Prisma fallenden und von seinen Flächen reflektierten Strahlen im Hauptschnitt verlaufen. Um diese Voraussetzungen zu erfüllen, muß das Spektrometer justiert werden. Man stellt zunächst das Fernrohrokular so ein, daß das Fadenkreuz deutlich sichtbar ist, richtet das Fernrohr auf ein sehr weit entferntes Objekt und erzeugt mit dem Auszuge ein deutliches Bild. Nun wird das Kollimatorrohr eingestellt, indem man das Fernrohr auf den beleuchteten Spalt richtet und diesen so lange in der Richtung der Kollimatorachse verschiebt, bis sein Bild scharf erscheint. Es handelt sich dann darum, beide Rohrachsen senkrecht auf die gemeinsame Drehungsachse einzustellen. Zu dem Zwecke befestigt man auf dem Tischchen des Spektrometers mit Klebwachs eine planparallele Glasplatte, am besten eine auf beiden Seiten versilberte, möglichst senkrecht zum Tischchen, beleuchtet das Fadenkreuz des Gaußschen Okulars (s. S. 93) und bringt das Fadenkreuz mit seinem durch die Glasplatte erzeugten Spiegelbilde durch Bewegen des Spiegels zur Koinzidenz. Darauf dreht man das Fernrohr am Teilkreise um 180° und sucht das Spiegelbild des Fadenkreuzes wieder auf. Fällt es nicht genau mit dem Fadenkreuz zusammen, so korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Heben bzw. Senken des Fernrohres, die andere Hälfte durch Neigen des Glasspiegels. Die Senkrechtstellung der Kollimatorachse zu seiner Umdrehungsachse geschieht da-

durch, daß man das bereits eingestellte Fernrohr auf den Spalt richtet und das Spaltrohr so lange hebt oder senkt, bis das Spaltbild vollständig mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Die Senkrechtstellung der Drehungsachse des Tischchens gegen die Achse des Fernrohres geschieht wieder mittels des aufgesetzten Spiegels. Nachdem das Spiegelbild des Fadenkreuzes genau mit dem Fadenkreuz zur Koinzidenz gebracht worden ist, dreht man das Tischchen um 180^0 und verstellt an den Fußschrauben des Tischchens so lange, bis in beiden Stellungen Bild und Fadenkreuz zusammenfallen. Um endlich zwei Prismenflächen senkrecht gegen die Achsen des Fernrohres und des Kollimators einzustellen, befestigt man das Prisma auf dem Tischchen so, daß eine Fläche senkrecht zur Verbindungslinie zweier Stellschrauben steht. Diese Fläche stellt man nun, wie es oben angegeben ist, senkrecht zur Fernrohrachse ein. Darauf bringt man die zweite Prismenfläche durch Regulierung an der dritten Stellschraube in derselben Weise in senkrechte Stellung.

e) Bestimmung des Brechungsquotienten mit dem Mikroskop. Eine einfache, freilich nicht sehr genaue Methode ist die Bestimmung eines Brechungsquotienten mittels einer planparallelen Platte und eines Mikroskops. Befindet sich zwischen dem Auge und einem Objekt eine planparallele Platte, so erscheint das Objekt gehoben; diese Erscheinung beobachtet man z. B. beim Betrachten des Bodens eines mit Wasser gefüllten Eimers; er scheint höher zu liegen als der des leeren Gefäßes. Wenn die Dicke einer Platte vom Brechungsquotienten n gleich d ist, so erscheint ein Punkt an der vom Auge abgewandten Grenzfläche der Platte bei normalem Daraufsehen um die Strecke $a = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ gehoben.

Hieraus ergibt sich

$$n = \frac{d}{d - a}.$$

Die Messung wird ausgeführt, indem man ein Mikroskop scharf auf ein Objekt einstellt, darauf die Platte von der gemessenen Dicke d zwischenschiebt und nun den Tubus des Mikroskops um eine Strecke a hebt, bis man das Objekt wieder scharf sieht.

Man kann auch die Größe $d - a$, d. h. die scheinbare Plattendicke dadurch bestimmen, daß man auf beiden Flächen der Platte je einen Punkt markiert und zuerst auf den einen, dann auf den anderen das Mikroskop einstellt. Die Verschiebung des Mikroskops ist dann $d - a$.

§ 30. Spektralanalyse.

a) Einstellung des Spektralapparates. Der Kirchhoff-Bunsensche Spektralapparat besitzt, wie das Spektrometer, ein Fernrohr F (Fig. 32), ein Kollimatorrohr K und außerdem noch ein Skalenfernrohr S. Am äußeren Ende des Skalenfernrohrs befindet sich eine auf Glas photographierte Skala, die durch eine nicht zu nahe, kleine Flamme beleuchtet wird. Durch die am anderen Ende des Rohres befindliche Linse werden die von jedem Teilstrich ausgehenden Strahlen parallel gemacht, an der einen Fläche des Prismas in das Objektiv des Fernrohres reflektiert und von diesem zu einem scharfen Bilde vereinigt, das durch das Fernrohrokular beobachtet wird. Man sieht demnach zugleich mit dem durch das Prisma erzeugten Spektrum ein vergrößertes Spiegelbild der Skala und vermag die Lage der einzelnen Spektralfarben an der Skala zu bestimmen.

Das Fernrohr und das Kollimatorrohr des Spektralapparates werden genau wie beim Spektrometer eingestellt (S. 95), darauf erhält das Prisma die Minimumstellung (S. 93). Nun dreht man das Skalenfernrohr, bis die Teilung im Okularfernrohr erscheint, bewirkt am Auszuge des Skalenfernrohres ein deutliches Erscheinen der Striche und hebt oder senkt dasselbe, bis die Skala in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt. Durch Drehen des Auszuges am Skalenfernrohr erreicht man, daß die Striche parallel den Spektrallinien verlaufen.

b) Messung der Wellenlängen einiger Linien im Spektrum durch Interpolation. Man bestimmt die Lage einiger bekannter Linien an den Enden und in der Mitte des Spektrums auf der Skala; entweder wählt man hierzu die Fraunhoferschen Linien a, D, F, G, H des Sonnenspektrums oder etwa die Linien $K\alpha$, $Li\alpha$, Na, $Sr\delta$, K_β, die durch Verdampfen von Kaliumchlorid, Lithiumchlorid, Natriumchlorid und Strontiumchlorid im Bunsenbrenner erzeugt werden.

Die Wellenlängen λ in millionstel Millimetern für diese Spektrallinien ergeben sich aus folgender Tabelle:

	a	$Li\alpha$	D	F	$Sr\delta$	G	K_β	H
$\lambda =$	718,6	670,8	589,4	486,1	460,8	430,8	404,6	396,9

Man zeichnet nun auf Koordinatenpapier als Abszissen den Ort der auf der Skala beobachteten Spektrallinien, als Ordinaten die aus obiger Tabelle entnommenen Wellenlängen; dann verbindet man die erhaltenen Punkte durch eine Kurve. Mittels dieser Kurve erhält man die gesuchte Wellenlänge irgend einer Spektrallinie, indem man ihren Ort auf der Skala aufsucht und in dem entsprechenden Punkte der Abszisse des Millimeterpapieres

die Ordinate zeichnet. Deren Länge gibt die Wellenlänge in millionstel Millimetern an.

c) Chemische Spektralanalyse. Die Aufgabe einer chemischen Analyse besteht darin, aus einem gegebenen Gemisch mehrerer Körper die einzelnen Bestandteile herauszufinden. Die Spektralanalyse eignet sich nun besonders zur Auffindung der Alkali- und Erdalkalimetalle, während die Schwermetalle eine so große Anzahl Linien geben, daß sie sich schwer analysieren lassen. Eine Analyse wird nun in folgender Weise angestellt. Man verdampft an einem Platindraht in der Bunsenflamme die reinen Metallsalze, etwa die Chloride von Natrium, Kalium, Lithium, Kalzium, Baryum, Strontium, Indium, Thallium, beobachtet die Spektrallinien auf der Skala und notiert auf Koordinatenpapier ihre Lage, ihre ungefähre Lichtstärke, Breite und Schärfe. Darauf sucht man in derselben Weise die Linien der zu analysierenden Metallsalzmischung auf und identifiziert dieselben mit den bekannten Linien der reinen Metallsalze.

§ 31. Vergrößerungszahl optischer Instrumente.

Unter Vergrößerung ist im folgenden stets die lineare Vergrößerung verstanden. Bei der Lupe, dem Mikroskop und dem Projektionsapparat versteht man unter der Vergrößerungszahl n das Verhältnis der Bildgröße G zur Gegenstandsgröße g; $n = \frac{G}{g}$; beim Fernrohr ist die Vergrößerungszahl das Verhältnis der Winkel, unter denen der Gegenstand durch das Fernrohr und durch das unbewaffnete Auge gesehen wird.

a) Beim Projektionsapparat mißt man direkt die Bildgröße G und die Gegenstandsgröße g und erhält durch Division die Zahl n.

b) Bei der Lupe und dem Mikroskop verfährt man etwa folgendermaßen. Ein kleiner rechteckiger Spiegel etwa von der Größe der halben Okularlinse wird mit Klebwachs unter einem Winkel von 45° gegen die Achsenrichtung des Instrumentes derart auf der Okularlinse befestigt, daß man sowohl durch das Mikroskop eine auf den Objekttisch gelegte Glasmikrometerteilung, als auch im Spiegel eine in deutlicher Sehweite (25 cm) von demselben senkrecht aufgestellte Millimeterskala sehen kann. Fallen N mm dieser Skala mit n mm des Mikrometers zusammen, so ist die Vergrößerungszahl $\frac{N}{n}$. — Man kann auch auf einem Blatt Papier im Abstande 25 cm vom Auge das Bild in derselben Größe, wie es im Mikroskop erscheint, abzeichnen und dann durch Ausmessen der Bild- und Gegenstandsgröße die Vergrößerungszahl n finden.

Bei der Lupe läßt sich n auch aus der Brennweite f nach der Formel

$$n = \frac{d}{f} + 1$$

berechnen, wenn d die deutliche Sehweite bedeutet (bei normalem Auge 25 cm). Bedeutet nämlich a den Abstand des Gegenstandes, b den des Bildes von der Lupe, so ist die Vergrößerung gleich $\frac{b}{a}$. Nun gilt, da bei dem virtuellen Bild der Lupe die Größe b negativ genommen werden muß, die Linsenformel

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich für $\frac{b}{a}$ der Wert $\frac{b}{f} + 1$. Für b ist endlich die deutliche Sehweite d zu setzen.

Beim Mikroskop berechnet man die Vergrößerung N als das Produkt aus den Vergrößerungen n_1, die das Objektiv, und n_2, die das Okular liefert.

c) Ein Fernrohr wird auf einen weit entfernten Maßstab eingestellt. Man sieht nun mit einem Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen am Fernrohr vorbei nach dem Maßstab hin. Wenn N Teile des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes von n Teilen des Fernrohrbildes bedeckt werden, so ist $\frac{N}{n}$ die Vergrößerung.

Man kann die Vergrößerung auch angenähert berechnen als Verhältnis der Brennweiten F des Objektivs und f des Okulars.

§ 32. Messung der Wellenlänge des Lichts.

a) Aus der Beugung an einem schmalen Spalt oder dünnem Draht. Man setzt hinter einen Spalt in einem Schirme eine Lichtquelle, die homogenes Licht aussendet, und zwischen Licht und Schirm eine Konvexlinse, durch die das Licht parallel gemacht wird. Betrachtet man nun diesen Spalt durch einen zweiten sehr schmalen Spalt, so bemerkt man an der Stelle des ersteren einen langen Lichtstreif, der von dunklen Linien durchzogen ist. Der mittlere helle, breite Streifen wird als Nullmaximum, der erste, zweite usw. dunkle Streifen als erstes, zweites usw. Minimum; der erste, zweite usw. seitliche, helle Streifen als erstes, zweites usw. Maximum bezeichnet.

Ist die Breite des zweiten Spaltes gleich b und der Winkelabstand des ersten Minimums von der Mitte des Nullmaximums gleich α, so ist die Wellenlänge des Lichtes

$$\lambda = b \cdot \sin\alpha \; .$$

Bedeutet β den Winkelabstand des n-ten Minimums von der Mitte des Nullmaximums, so ist

$$\lambda = b \cdot \frac{\sin \beta}{n}.$$

Die Beleuchtung des Spaltes mit homogenem Lichte geschieht entweder dadurch, daß man farbige Gläser oder Gelatineplatten zwischen Spalt und Lichtquelle stellt oder daß man Metallsalze, z. B. Chlornatrium, Chlorlithium, Chlorthallium u. a., als Perlen an einer Platinöse in den Bunsenbrenner einführt.

Die Messung von α oder β geschieht mittels eines Theodolits oder eines Spektrometers. Im letzteren Falle wird der Spalt des Kollimatorrohres mit homogenem Licht beleuchtet. Den zweiten Spalt setzt man auf das Tischchen des Spektrometers. Durch das Fernrohr sieht man nun die hellen und dunklen Interferenzstreifen. Man stellt das Fadenkreuz zuerst auf das rechte, dann auf das linke erste Minimum ein, liest in beiden Lagen die Stellung des Fernrohres am Teilkreise ab und bildet die halbe Differenz der Ablesungen. Diese ist gleich dem Winkel α.

Die Spaltbreite b wird entweder unter dem Mikroskop oder mittels einer Mikrometerschraube gemessen; im letzteren Falle ist der Spalt durch die Schneiden zweier Stahlplatten gebildet, von denen eine mit einer Mikrometerschraube verbunden ist und mittels derselben von der anderen festliegenden Platte innerhalb gewisser Grenzen entfernt werden kann. Die Messung der Spaltbreite erfolgt nun an der Kreisteilung der Mikrometerschraube.

Die Interferenzstreifen lassen sich auch objektiv darstellen, indem man Sonnenlicht durch einen feinen Spalt in ein dunkles Zimmer auf einen Schirm fallen läßt, der im Abstande von etwa 2 m vom Spalt parallel zu einer

Ebene aufgestellt ist. Als Schirm kann ein Milchglasstreifen, der mit Millimeterteilung versehen ist, verwendet werden. Mißt man den Abstand von der Mitte des Nullmaximums bis zum ersten Minimum auf dem Schirm gleich d mm und den Abstand A des Schirmes vom Spalt, so ist

$$\sin\alpha = \frac{d}{A}, \quad \text{also} \quad \lambda = b \cdot \frac{d}{A}.$$

Bei Anwendung eines dünnen Drahtes anstatt eines Spaltes bedeutet b die Drahtdicke; die Beobachtung der Beugungserscheinungen und die Berechnung der Wellenlänge sind im übrigen analog.

b) Beugung an einem Gitter. Eine genauere Messung der Lichtwellenlänge wird durch die Anwendung eines Gitters ermöglicht, das aus einem System zahlreicher, dicht nebeneinander liegender, auf Glas eingeritzter Spalten besteht. Hält man ein solches Gitter vor das unbewaffnete Auge oder vor das Objektiv eines Fernrohrs und richtet es gegen einen Spalt, der homogenes Licht aussendet, so erblickt man eine große Anzahl Spaltbilder in gleichen Abständen voneinander, von denen das mittlere am hellsten leuchtet, während die anderen mit ihrer Entfernung von der Mitte immer lichtschwächer werden. Je enger die Linien des Gitters aneinander liegen, um so größer sind die Abstände der Spaltbilder. Bezeichnet α die Winkeldistanz zweier Spaltbilder voneinander und b die Gitterkonstante, d. h. den Abstand, den die Mitten zweier Striche des Gitters voneinander haben, so ist $\lambda = b \cdot \sin\alpha$. Ist β die Winkeldistanz des n-ten Spaltbildes von dem mittelsten, hellsten Bilde, so ist

$$\lambda = b \cdot \frac{\sin\beta}{n}.$$

Man findet die Gitterkonstante b, indem man die Breite des Gitters und die Anzahl der Strichintervalle unter dem Mikroskop mißt und die Breite durch die Anzahl dividiert. Der Winkel α kann mit dem Spektrometer gemessen werden, wie es auf S. 102 beschrieben ist. Das Gitter wird dabei auf das Tischchen des Spektrometers gesetzt.

Es läßt sich jedoch die Messung von α durch zwei einfache Längenmessungen umgehen. Bezeichnet man nämlich den Abstand zweier Spaltbilder mit d und die Entfernung des Gitters vom Spalt mit A, so ist $\sin\alpha = \frac{d}{A}$ und

$$\lambda = b \cdot \frac{d}{A} .$$

d wird in einfachster Weise bei folgender Versuchsanordnung bestimmt. In ein dünnes Metallblech schneidet man einen kurzen und einen langen Spalt ein, deren Richtungen parallel laufen. Beide werden durch homogenes Licht beleuchtet und in einiger Entfernung durch ein Gitter beobachtet. Man sieht nun von jedem Spalt eine große Anzahl Beugungsbilder, von denen die beiden Nullmaxima durch ihre größere Helligkeit leicht aufgefunden werden. Verändert man die Entfernung des beobachtenden Auges mit dem Gitter von den beiden Spalten, so ändern sich auch die Abstände der Spaltbilder. Man findet nun leicht diejenige Entfernung A heraus, bei der das erste seitliche Maximum des langen Spaltes zusammenfällt mit dem Nullmaximum des kurzen Spaltes. Die Größe d ist jetzt der Abstand der beiden Spalte.

c) Aus Newtonschen Ringen. Auf einen Spiegelglasstreifen wird eine plankonvexe Linse mit ihrer konvexen

Seite gelegt und beide durch zwei Gummibänder unter geringem Druck zusammengehalten. Dieses System von Linse und Planglas wird auf den Tisch eines Mikroskops gelegt und von oben mittels eines schrägen, durchsichtigen Deckglases (Fig. 35), das zwischen Objekttisch und Objektiv angebracht ist, beleuchtet. Das Stativ des Deckglases besteht aus einem auf einen Glasstreifen aufgekitteten Kork und einer rechtwinklig umgebogenen Stecknadel, an deren Spitze das quadratische Deckglas mit Siegellack befestigt ist. Das Ganze wird auf dem Mikroskoptisch festgeklemmt. Mittels der Stecknadel dreht man das Deckglas, bis das reflektierte Licht einer Natrium- oder Lithiumflamme normal auf die Berührungsstelle von Linse und Planglas fällt. Mit dem Mikroskop sucht man nun die an dieser Stelle befindlichen Newtonschen Ringe auf. Dann mißt man mit dem Okularmikrometer die Durchmesser $2\varrho_1$, $2\varrho_2$, $2\varrho_3$.... des 1., 2., 3. .... dunklen Ringes. Bedeutet r den Radius der konvexen Seite der Linse, so ist die Wellenlänge des Lichtes

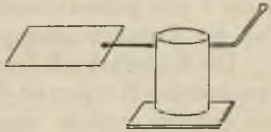

Fig. 35.

$$\lambda = \frac{\varrho_1^2}{r} = \frac{1}{2}\frac{\varrho_2^2}{r} = \frac{1}{3}\frac{\varrho_3^2}{r} = \ldots .$$

r wird bestimmt nach der Formel (1) auf S. 86 aus der Brennweite f und dem Brechungsquotienten der Linse

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right) = (n-1)\cdot\frac{1}{r} .$$

Für gewöhnliches Glas ist $n = 1{,}51$ zu setzen. Über die Messung von f s. § 28.

§ 33. Photometrie.

a) Einheiten der Leuchtkraft und der Beleuchtungsstärke. Als Einheit der Leuchtkraft selbstleuchtender Körper wurde früher die einer Normalkerze (1 *NK*) aus Paraffin von 2 cm Durchmesser bei einer Flammenhöhe von 50 mm, neuerdings diejenige einer von Hefner-Alteneck konstruierten Amylacetatlampe (1 *HK*) benutzt, die bei bestimmter Dochtdicke eine mit einer Visiervorrichtung kontrollierbare Flammenhöhe von 40 cm besitzt. Es ist 1 *HK* = 1,2 *NK*. Auf dem Elektrikerkongreß 1884 wurde als Einheit der Lichtstärke diejenige einer 1 qcm großen Oberfläche von weißglühendem Platin bei der Erstarrungstemperatur festgesetzt.

Die Einheit der Beleuchtungsstärke eines nicht selbstleuchtenden Körpers ist die Meterkerze, d. h. die Beleuchtungsstärke, welche eine Hefnerkerze in 1 m Abstand auf einer weißen Fläche hervorbringt.

Die Intensitäten zweier Lichtquellen, die auf derselben Fläche gleiche Beleuchtungsstärken hervorrufen, verhalten sich wie die Quadrate ihrer Abstände von dieser Fläche:

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2 .$$

Dieses Gesetzes bedient man sich bei den Photometern zur Vergleichung einer Lichtquelle mit der Einheitskerze.

b) Das gebräuchlichste Photometer rührt von Bunsen her. Es besteht im wesentlichen aus einem Papierschirm, auf den ein Fettfleck gemacht worden ist. Hinter dem Papierschirm steht in konstantem Abstande irgend eine Lichtquelle. Vor ihm wird längs einer Zentimeterskala die Einheitskerze so lange verschoben, bis der Fettfleck nicht mehr erkennbar ist. Darauf ersetzt man

die Kerze durch die zu untersuchende Lichtquelle und verschiebt wieder bis zum Verschwinden des Fettflecks. Sind r_1 und r_2 die Abstände der Normalkerze und der Lichtquelle vom Schirm, so berechnet man aus ihnen nach obigem Gesetz die Lichtstärke.

V. Abschnitt.

Elektrische und magnetische Messungen.

§ 34. Messung einer Stromstärke in absolutem Maße mit der Tangentenbussole.

a) Allgemeines. Ein elektrischer Strom hat in absolutem elektromagnetischen Maße die Stärke 1, wenn er, einen 1 cm langen Bogen eines Kreises mit dem Halbmesser 1 durchfließend, auf einen Magnetpol von der Stärke 1 im Mittelpunkte des Kreises die Kraft von 1 Dyn ausübt.

Wird ein kurzes Drahtstück von der Länge l cm von einem Strome i durchflossen, so wirkt er auf einen Magnetpol von der Stärke μ, der sich in der Entfernung r cm von l befindet, mit einer Kraft $K = \frac{l \cdot i \cdot \mu}{r^2} \cdot \sin\varphi$, wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen von l und r bedeutet (Biot-Savarts Gesetz). Hieraus erhält man die Dimension für i im absoluten Maßsystem:

$$i = \left[\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,t^{-1}\right].$$

Die Stromstärke im technischen elektromagnetischen Maße ist 1 Ampere. Es ist

$$1\ \mathrm{Amp.} = \tfrac{1}{10}\left[\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,t^{-1}\right].$$

b) Die Tangentenbussole ist derjenige Apparat, mit dem Stromstärken in absolutem Maße bestimmt werden. Im Mittelpunkte eines aus einer oder mehreren gegeneinander isolierten Drahtwindungen bestehenden kreisförmigen Metallringes befindet sich eine kurze Deklinationsnadel. Die Ebene des Ringes ist im magnetischen Meridian aufgestellt. Fließt ein Strom i durch den Ring, so erleidet die Nadel eine Ablenkung von α^0. Ist die Horizontalintensität in dem Aufstellungsorte der Bussole gleich H, der Radius der Windungen r und ihre Anzahl n, so ergibt sich aus dem Biot-Savartschen Gesetz die Beziehung

$$i = \frac{H \cdot r}{2 \pi n} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \mathfrak{C} \cdot \operatorname{tg} \alpha \, \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \, \mathrm{m}^{\frac{1}{2}} \, t^{-1}$$

oder

$$i = 10 \cdot \frac{H \cdot r}{2 \pi n} \operatorname{tg} \alpha = C \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ Ampere.}$$

Ist die Nadel der Bussole an einem Faden mit dem Torsionsmodul ϑ aufgehängt, so ist in diesen Formeln H durch $H(1 + \vartheta)$ zu ersetzen.

c) Der Koeffizient $\mathfrak{C}$ bzw. C heißt Reduktionsfaktor der Tangentenbussole. Er ist für eine Bussole an demselben Orte eine Konstante unter der Voraussetzung, daß H keinen lokalen Störungen unterworfen ist, die z. B. durch größere Eisenmassen hervorgerufen werden (vgl. § 45 c).

Der Reduktionsfaktor wird entweder theoretisch durch Messung der Größen H, r und n oder empirisch mit dem Voltameter nach elektrochemischem Maße bestimmt.

H wird aus einer Tabelle entnommen oder nach § 45

gemessen. Lokale Konstanz von H in einem Zimmer wird nach § 45 c untersucht. Den Radius r bestimmt man entweder durch direkte Messung des Durchmessers mit der Schubleere oder man berechnet ihn aus der Länge des zu n Windungen verwendeten Drahtes.

Der Ausschlagswinkel α wird entweder direkt an einer Kreisteilung abgelesen, längs der sich ein mit der Magnetnadel fest verbundener langer Aluminiumzeiger bewegt, oder mittels der Poggendorff-Gaußschen Spiegelablesung bestimmt (vgl. § 26 a).

Empirisch eicht man die Tangentenbussole folgendermaßen. Man schaltet in den Stromkreis eines konstanten Elements E (Fig. 36) die Tangentenbussole T, ein Voltameter V und einen Kommutator K ein, und zwar derart, daß der Strom durch das Voltameter stets in derselben Richtung, durch die Bussole aber nach dem Kommutieren in umgekehrter Richtung wie vorher fließt. Man läßt nun eine gemessene Zeit t den Strom geschlossen und beobachtet in regelmäßigen Zeitintervallen die Ausschlagswinkel der Bussolennadel. Ein Fehler bei der Beobachtung des Winkels α beeinflußt natürlich den Wert für die Stromstärke; am geringsten ist dieser Einfluß bei Ausschlagswinkeln in der Nähe von 45°, am größten bei 0° und 90°. Damit der Strom der beiden Zuleitungsdrähte nicht störend auf die Nadel wirkt, müssen sie nahe beieinander in paralleler Richtung verlaufen oder umeinander gewickelt sein.

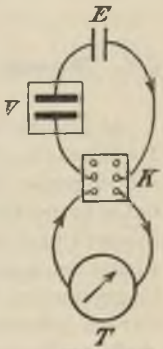

Fig. 36.

Aus der Gewichtszunahme der Kathode des Voltameters bzw. der Menge des entwickelten Knallgases kann

man nach elektrochemischem Maße (§ 36) die mittlere Stromstärke i berechnen. Man erhält dann $c = \frac{i}{\operatorname{tg}\alpha}$.

Ist der Reduktionsfaktor einmal bestimmt worden, so kann man aus einem Ausschlagswinkel eine absolute Stromstärke berechnen.

d) Häufig ist es nur erforderlich, zwei Stromstärken miteinander zu vergleichen; zu dieser Messung ist die Kenntnis des Reduktionsfaktors nicht nötig. Die beiden Stromstärken i_1 und i_2 verhalten sich dann zueinander wie die Tangenten ihrer Ablenkungswinkel α_1 und α_2:

$$i_1 : i_2 = \operatorname{tg}\alpha_1 : \operatorname{tg}\alpha_2 .$$

§ 35. Messung von Stromstärken mit dem Spiegelgalvanometer.

a) Dämpfungsverhältnis und logarithmisches Dekrement. Die Nadel des Spiegelgalvanometers ist ein schwingendes Pendel; als solches ist ihre Schwingungsdauer proportional der Quadratwurzel aus ihrem Trägheitsmoment und umgekehrt proportional der Wurzel aus der richtenden magnetischen oder elektrischen Kraft und ihrem magnetischen Moment. Die Schwingungen der Nadel werden gehemmt durch Achsenreibung oder Torsion des Aufhängefadens, Luftwiderstand und hauptsächlich durch die von den Bewegungen der Nadel im Multiplikator oder Dämpfer induzierten Foucaultschen Ströme. Unter dem Einfluß der Dämpfung nehmen die Schwingungsbogen, d. h. die Bogen zwischen den Umkehrpunkten auf der einen und denjenigen auf der anderen Seite ab, und zwar derart, daß das Verhältnis je zweier aufeinanderfolgender Schwingungsbogen konstant ist. Sind die Längen mehrerer aufeinanderfolgender Bogen gleich $a_1, a_2, a_3 \ldots$,

so besteht das Gesetz

$$a_1 : a_2 = a_2 : a_3 = a_3 : a_4 = \ldots = k .$$

Die Konstante k heißt Dämpfungsverhältnis. Durch Multiplikation der Gleichungen miteinander erhält man

$$\frac{a_1}{a_n} = k^{n-1} \qquad \text{oder} \qquad k = \sqrt[n-1]{\frac{a_1}{a_n}} .$$

Zur Bestimmung von k beobachtet man eine ungerade Anzahl von Umkehrpunkten, etwa 5 oder 7, rechnet dann die Schwingungsbogen als Differenzen je zweier aufeinanderfolgender Umkehrpunkte aus und setzt in eine der vorhergehenden Gleichungen ein.

Der Briggsche Logarithmus vom Dämpfungsverhältnis k heißt logarithmisches Dekrement (λ), der natürliche Logarithmus von k das natürliche logarithmische Dekrement Λ. Es ist $\Lambda = 2{,}3026\,\lambda$.

b) Herleitung der Ruhelage aus Schwingungen. Die Ruhelage des Lichtzeigers eines Galvanometers kann ähnlich wie diejenige einer Wage (§ 36) aus Schwingungen abgeleitet werden. Man beobachtet eine ungerade Anzahl von Umkehrpunkten, nimmt das Mittel aus allen Umkehrpunkten der einen Seite, dann das aller Umkehrpunkte der anderen Seite und bildet aus diesen beiden Mitteln das Hauptmittel.

Bei gedämpften Schwingungen läßt sich die Ruhelage aus zwei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten s_1 und s_2 berechnen, wenn das Dämpfungsverhältnis k bekannt ist. Die Ruhelage s_0 ist dann

$$s_0 = s_2 + \frac{s_1 - s_2}{1 + k} .$$

c) Schwingungsweite und Schwingungsdauer. Ist α_1 ein beobachteter Schwingungsbogen des Galvano-

meters mit Dämpfung, so ist der Schwingungsbogen α ohne Dämpfung

$$\alpha = \alpha_1 \cdot k^{\frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}}.$$

Die Schwingungsdauer einer Galvanometernadel ist die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten des Lichtzeigers. Die Beobachtung der Umkehrpunkte ist jedoch für eine Messung der Schwingungszeit ungeeignet, da in diesen Punkten die Bewegung unmerklich ist. Man mißt daher die Zeit, die zwischen zwei Durchgängen des Zeigers durch die Ruhelage verstreicht; noch genauer ist es, wenn man die Zeit t zwischen einer größeren Anzahl n Durchgängen mißt und darauf t durch $n - 1$ dividiert.

Die Schwingungsdauer T einer gedämpften Galvanometernadel ist größer als diejenige τ einer ungedämpften. Zwischen ihnen besteht die Beziehung

$$\frac{T}{\tau} = \frac{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}{\pi} = \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{2{,}3026\,\lambda}{\pi}\right)^2}.$$

Bei jedem Pendel ist für kleine Amplitüden die Schwingungsdauer unabhängig von der Größe der Amplitüde; für weitere Amplitüden trifft dies nicht mehr zu. Für solche weiten Bogen ist daher eine Reduktion auf sehr kleine Bogen nötig. Ist t die beobachtete Schwingungsdauer, t_0 die auf kleine Bogen reduzierte, p die Größe des Schwingungsbogens und A der Skalenabstand von der Nadel, beide in Skalenteilen gemessen, so ist

$$t_0 = t - \frac{t}{256} \cdot \frac{p^2}{A^2}.$$

d) Bestimmung des Reduktionsfaktors eines Galvanometers. Bedeutet α den Ausschlag eines

Galvanometers, etwa den Winkelanschlag der Nadel oder den Skalenausschlag des Lichtzeigers und $f(\alpha)$ eine Funktion von α, z. B. $\operatorname{tg}\alpha$ oder $\sin\alpha$ oder α selbst, die das Gesetz der Proportionalität mit der Stromstärke i angibt, so ist $i = c \cdot f(\alpha)$.

Die Größe c heißt Reduktionsfaktor des Galvanometers. Man findet $c = \frac{i}{f(\alpha)}$. Hiernach kann man c empirisch bestimmen, wenn man den Ausschlag α mißt und i nach einer der folgenden Methoden bestimmt.

1. Man schaltet das Galvanometer mit einem anderen Strommesser, dessen Reduktionsfaktor bekannt ist, z. B. einer Tangentenbussole hintereinander in einen Stromkreis. Durch beide fließt dann derselbe Strom i. Es sei c der bekannte, x der unbekannte Reduktionsfaktor, α und α_1 die gemessenen Ausschläge, $f(\alpha)$ und $\varphi(\alpha_1)$ die Gesetze beider Strommesser, so ist

$$i = c \cdot f(\alpha) = x \cdot \varphi(\alpha_1) ;$$

also

$$x = \frac{c \cdot f(\alpha)}{\varphi(\alpha_1)} .$$

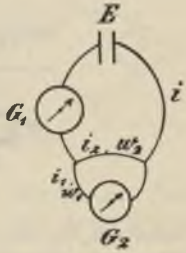

Fig. 37.

Haben die beiden Galvanometer sehr ungleiche Empfindlichkeit, so schickt man durch das empfindliche Instrument nur einen abgezweigten Teil des Gesamtstromes (Fig. 37). Es seien i die Stromstärke im unverzweigten Kreis, i_1 und i_2 diejenigen in den verzweigten Leitungen und w_1 und w_2 die Widerstände derselben, so ist

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{w_1}{w_2}, \quad \text{also} \quad \frac{i_1 + i_2}{i_1} = \frac{i}{i_1} = \frac{w_1 + w_2}{w_2} .$$

Da nun wie oben

$$i = c \cdot f(\alpha) \quad \text{und} \quad i_1 = x \cdot \varphi(\alpha_1)$$

ist, so folgt

$$\frac{i}{i_1} = \frac{c \cdot f(\alpha)}{x \cdot \varphi(\alpha_1)} = \frac{w_1 + w_2}{w_2}.$$

Demnach ist

$$x = c \cdot \frac{f(\alpha)}{\varphi(\alpha_1)} \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2}.$$

Mit einem Rheostaten kann man die Abzweigung nach Fig. 38 herstellen. G_1 sei das Galvanometer mit be-

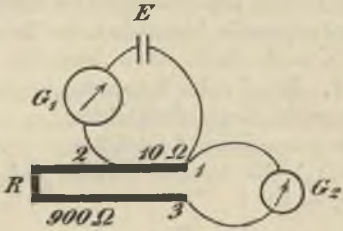

Fig. 38.

kanntem, G_2 das mit gesuchtem Reduktionsfaktor, R der Rheostat. Zwischen den Punkten 1 und 2, bzw. 2 und 3 schaltet man so viel Widerstand ein, bis beide Galvanometer passende Ausschläge geben. In der Figur ist z. B. an die Leitung des empfindlichen Galvanometers ein Widerstand von 900 Ohm angelegt, während die Nebenschließung 10 Ohm beträgt. Es ist dann $w_2 = 10$ und $w_1 + w_2 = 900 + 10 +$ Galvanometerwiderstand. Zur Einführung des Stromes an den Punkten 1, 2 und 3 dienen feste Klemmschrauben oder Stöpsel mit Klemmschrauben, die in die Stöpsellöcher der Metallklötze des Rheostaten gesetzt werden können.

2. Statt wie bei 1. mit einem bereits geeichten Galvanometer kann man die Stromstärke auch mittels eines Voltameters V messen (Fig. 39), das mit dem Galvanometer G in einen Stromkreis geschaltet ist. Über die Messung von i nach elektrochemischem Maße siehe § 36. Da wegen des elektrolytischen Widerstandes die Stromstärke während der Dauer des Versuchs im allgemeinen nicht ganz konstant bleibt, so liest man in regelmäßigen

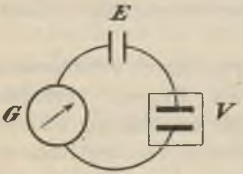

Fig. 39.

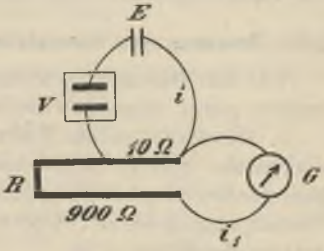

Fig. 40.

Zwischenzeiten etwa von Minute zu Minute die Ausschläge α des Galvanometers ab und nimmt am Schluß die Mittel aus den Einzelwerten.

Bei empfindlichen Galvanometern verzweigt man den Strom wie bei 1. (Fig. 40). Mit dem Voltameter bestimmt man die Stromstärke i im unverzweigten Teil des Stromkreises. Ist i_1 die Stromstärke im Zweige mit dem Widerstande w_1 (900 Ohm) und w_2 (10 Ohm) der Widerstand der Nebenschließung, so ist $i_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2} \cdot i$ (vgl. S. 113), also der Reduktionsfaktor

$$c = \frac{i_1}{f(\alpha)}.$$

3. In einfachster Weise läßt sich c bestimmen, wenn man ein konstantes Element mit bekannter elektromotorischer Kraft E durch einen großen bekannten Widerstand W schließt (s. Fig. 41). Es ist dann

$$i = \frac{E}{W} \quad \text{und} \quad c = \frac{i}{f(\alpha)} = \frac{E}{W \cdot f(\alpha)}.$$

Hierbei ist gegen W der Widerstand des Galvanometers, der Zuleitungsdrähte und des Elements vernachlässigt.

§ 36. Messung von Stromstärken mit dem Voltameter.

Für den Durchgang elektrischer Ströme durch Elektrolyte gelten folgende Gesetze:

1. Die aus demselben Elektrolyten durch verschiedene elektrische Ströme abgeschiedenen Mengen verhalten sich wie die Stromstärken, sind aber unabhängig von der Gestalt und Größe der Elektroden und von der Konzentration der Elektrolyte.

2. Die durch einen Strom in derselben Zeit abgeschiedenen Mengen mehrerer Elektrolyte sind chemisch äquivalent; es sondert z. B. ein Strom von 1 Ampere in einer Minute 0,0671 g Silber, 0,0197 g Kupfer, 10,44 ccm Knallgas von 0^0 und 760 mm Druck; in einer Sekunde 0,001118 g Silber, 0,0003284 g Kupfer und 0,1740 ccm Knallgas ab.

Durch Benutzung dieser Zahlen kann man mittels der Voltameter Stromstärken messen. Scheidet z. B. ein Strom in t Minuten (Sekunden) m g eines der obigen Körper aus, so ist seine Stromstärke in Ampere

$$i = \frac{m}{t \cdot A},$$

wo A das Äquivalentgewicht des Körpers für 1 Ampere ist.

Das Silbervoltameter besteht aus einem Gefäß aus Platin oder Silber, das mit Höllensteinlösung gefüllt ist; ein Silberstab ragt hinein. Mit ihm wird der positive Pol, mit dem Gefäß der negative Pol einer Stromquelle verbunden. Man bestimmt das Gewicht des Tiegels, füllt ihn mit 15- bis 30prozentiger Höllensteinlösung und leitet eine gemessene Zeit den Strom hindurch. Dann wäscht man den Silberniederschlag an der Kathode mit heißem destillierten Wasser ab, trocknet und wägt wieder. Die Gewichtsdifferenz ist die Größe m.

Das Kupfervoltameter besteht aus zwei Kupferplatten, die sich in Kupfervitriollösung gegenüberstehen. Man bestimmt die Gewichtszunahme der Kathode, die nach dem Abspülen mit destilliertem Wasser zwischen Fließpapier getrocknet wird. Es ist darauf zu achten, daß die Stromstärke auf eine Fläche von je 25 qcm der Kathode 1 Ampere nicht übersteigt, weil bei stärkeren Strömen der Kupferniederschlag nicht fest haftet.

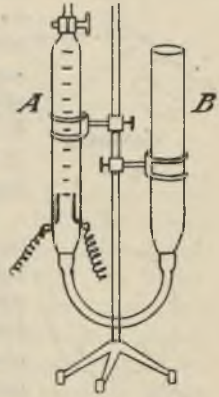

Fig. 41.

Beim Knallgasvoltameter (Fig. 41) bilden die Elektroden zwei Platinbleche, die sich in geringer Entfernung gegenüberstehen. Der graduierte Schenkel A ist mit verdünnter Schwefelsäure (1 : 10) gefüllt; mittels eines Gummischlauches steht er mit dem Schenkel B in Verbindung. Nach der Entwicklung des Knallgases hebt oder senkt man B, bis die Niveaux der Flüssigkeitsäulen beiderseits gleich hoch stehen. Dann ist der Druck des Knallgases gleich dem am Baro-

meter abgelesenen Luftdruck p mm. Ist die Temperatur T und das abgelesene Volumen Gas v ccm, so ist das Volumen bei 0^0 und 760 mm Druck

$$v_0 = \frac{p \cdot v}{760(1 + \alpha T)}.$$

Die Spannkraft des Wasserdampfes im Knallgase wird annähernd berücksichtigt, wenn man $\alpha = 0{,}004$ annimmt.

§ 37. Widerstandsmessungen.

a) Durch Vertauschung (Fig. 42). Man schaltet in einen Stromkreis mit konstanter elektromotorischer Kraft den zu messenden Widerstand ein und liest an irgend einem Strommesser (Tangentenbussole, Galvanometer, Sinusbussole) den Ausschlag ab; darauf ersetzt man den gesuchten Widerstand durch einen Meßwiderstand (Rheostaten) und verändert diesen so lange, bis derselbe Ausschlag erfolgt.

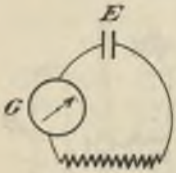

Fig. 42.

Fig. 43.

Ist die Stromstärke für das benutzte Galvanometer zu stark, so könnte man Ballastwiderstand einschalten; doch würden hierbei die Resultate ungenau. Besser ist es, einen vom Hauptstrom abgezweigten, schwachen Strom durch das Galvanometer zu schicken. Zu dem Ende verbindet man die Pole des Elementes durch einen Draht und leitet von zwei Punkten desselben 1 und 2 (Fig. 43) einen Zweigstrom ab, dessen Stärke der Empfindlichkeit des Galvanometers angepaßt wird. Je näher die Punkte gewählt werden, um so ge-

ringer ist die Potentialdifferenz in denselben und um so schwächer wird der Zweigstrom. Der zu messende Widerstand x ist ein Teil dieses Zweigstromes.

b) Mit der Wheatstoneschen Brücke. Der Schließungskreis des Elementes E teilt sich bei A und B (Fig. 44) in zwei Zweige, die durch einen Querdraht miteinander verbunden sind. In diesen ist ein Galvanometer eingeschaltet. Wenn sich die Widerstände w_1 zu w_2 wie w_3 zu w_4 verhalten, so fließt kein Strom durch das

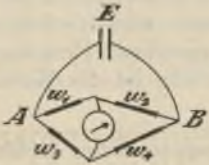

Fig. 44.

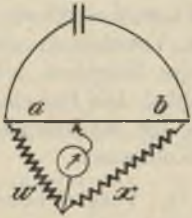

Fig. 45.

Galvanometer. Bei den gebräuchlichen Konstruktionen werden w_1 und w_2 durch einen auf einer Millimeterteilung ausgespannten Draht gebildet, längs dem ein Metallkontakt verschoben werden kann (Fig. 45). Die Widerstände der vom Kontakt einerseits und den Endpunkten des Drahtes andererseits begrenzten Teile können proportional ihren an der Skala abgelesenen Längen a und b gesetzt werden. w ist ein bekannter, x der gesuchte Widerstand. Es ergibt sich für die Nullstellung des Galvanometers die Proportion

$$a : b = w : x ,$$

aus der

$$x = \frac{b}{a} \cdot w$$

gefunden wird. Um Unstimmigkeiten in der Dicke der beiden Drahtenden zu eliminieren, werden w und x miteinander vertauscht. Darauf wird aus beiden Resultaten von x das Mittel genommen.

Um nach dieser Methode den Widerstand eines Elektrolyten zu finden, darf man keinen Gleichstrom verwenden wegen der durch Gleichstrom im Elektrolyten erzeugten Polarisation. Man wählt daher als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates. Das Galvanometer, das nicht auf Wechselstrom anspricht, wird durch ein Telephon ersetzt. Man sucht nun durch Verschieben des Kontakts die Stelle auf, bei der das Telephon schweigt oder seinen schwächsten Ton gibt. Die Berechnung ist wie oben. Eine bequeme Form der Wheatstoneschen Brücke ist die Meßbrücke von Kohlrausch.

§ 38. **Vergleichung elektromotorischer Kräfte.**

a) Mittels eines großen Widerstandes. Man leitet den Strom eines Elementes, dessen elektromotorische Kraft gesucht wird, durch einen großen Widerstand w und mißt den durch den Strom hervorgerufenen Ausschlag α_1 eines empfindlichen Galvanometers; darauf ersetzt man das Element durch ein anderes und mißt den Ausschlag α_2. Ist das Gesetz für den Zusammenhang zwischen dem Ausschlag α und der Stromstärke i bekannt, z. B. $i = e \cdot \alpha$ oder $i = e \cdot \operatorname{tg}\alpha$ oder $i = e \cdot \sin\alpha$, so ist es möglich, aus α_1 und α_2 das Verhältnis $i_1 : i_2$ zu berechnen. Ferner gelten die beiden Gleichungen

$$i_1 = \frac{e_1}{w + \varrho_1},$$

$$i_2 = \frac{e_2}{w + \varrho_2}.$$

in denen e_1 und e_2 die elektromotorischen Kräfte, ϱ_1 und ϱ_2 die inneren Widerstände der benutzten Elemente sind. Sind ϱ_1 und ϱ_2 klein im Verhältnis zu w, so kann man sie vernachlässigen und man erhält durch Division

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{i_1}{i_2}.$$

b) Durch Vergleichung zweier Widerstände. In den Stromkreis eines der zu vergleichenden Elemente wird eine Tangentenbussole und ein Rheostatenwiderstand geschaltet und darauf der Ausschlag der Bussole abgelesen. Nun ersetzt man das Element durch das zweite und ändert den Rheostatenwiderstand so lange, bis die Bussole denselben Ausschlag wie vorher gibt. Sind w_1 und w_2 die Gesamtwiderstände der Stromkreise, so ist

$$e_1 = i \cdot w_1; \quad e_2 = i \cdot w_2,$$

folglich

$$e_1 : e_2 = w_1 : w_2.$$

w_1 und w_2 setzen sich zusammen aus den Widerständen des Rheostaten, der Zuleitungsdrähte und den inneren Widerständen der Elemente. Sind letztere klein gegen die ersteren, so kann man sie vernachlässigen.

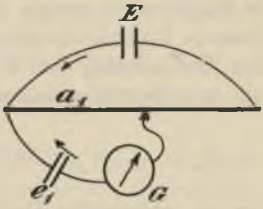

Fig. 46.

c) Nach der Kompensationsmethode von du Bois-Reymond. Man verbindet die beiden Enden einer Wheatstoneschen Brücke mit einer konstanten Batterie E, etwa einer Anzahl Akkumulatoren, die stärker sind als das zu untersuchende Element e_1 (Fig. 46). Diese

wird mit dem einen Pol und dem Schleifkontakt der Brücke verbunden; ein Galvanometer G wird noch eingeschaltet. Der Schleifkontakt wird so eingestellt, daß das Galvanometer keinen Strom anzeigt. Man liest die Länge a_1 ab. Nun ersetzt man e_1 durch das Element e_2 und erhält bei der Länge a_2 keinen Strom. Dann verhält sich

$$e_1 : e_2 = a_1 : a_2 .$$

§ 39. Messung eines Stromstoßes mit dem ballistischen Galvanometer.

Fließt durch ein Spiegelgalvanometer ein elektrischer Strom, dessen Dauer gegen die Schwingungszeit der Galvanometernadel klein ist, so wird der Nadel ein Ausschlag erteilt, dessen Größe proportional der durchflossenen Elektrizitätsmenge ist. Bedeutet $\mathfrak{C}$ den gewöhnlichen Reduktionsfaktor des Galvanometers für einen Skalenteil (§ 35, d), d. h. die Zahl, mit der man die abgelesene Anzahl Skalenteile multiplizieren muß, um die Stromstärke zu erhalten; ferner τ die Schwingungsdauer der Nadel ohne Dämpfung (§ 35,c), T diejenige mit Dämpfung (§ 35, c), e den Ausschlag des Lichtzeigers in Skalenteilen infolge des Stromstoßes, Q die durchgeflossene Elektrizitätsmenge in derselben Einheit, die bei der Bestimmung von $\mathfrak{C}$ zugrunde gelegt ist, so ist für ein ungedämpftes Galvanometer

$$Q = \mathfrak{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot e ,$$

für ein gedämpftes Galvanometer

$$Q = \mathfrak{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{A}} \cdot e = \mathfrak{C} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + A^2}} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{A}} \cdot e ,$$

wenn k das Dämpfungsverhältnis (§ 35 a) und Λ das natürliche logarithmische Dekrement (§ 35 a) bedeuten.

Die experimentelle Messung der Größen $\mathfrak{E}$, τ, T, k und Λ auf den rechten Seiten dieser Gleichungen ist im § 35 auseinandergesetzt worden.

§ 40. Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten.

a) Allgemeines. Wenn in einem primären Stromkreise Ströme entstehen oder verschwinden, oder wenn die Stromstärke sich verändert, so werden in einem benachbarten sekundären Leiter Induktionsströme erzeugt. Ebenso üben aber auch im primären Stromkreise selbst Änderungen der Stromstärke induzierende Wirkungen aus, derart, daß beim Verstärken oder Entstehen eines Stromes in einer Spirale die von den einzelnen Windungen aufeinander ausgeübte elektromotorische Kraft derjenigen des Primärstromes entgegengesetzt gerichtet, bei der Abnahme oder beim Verschwinden des Primärstromes dagegen gleich gerichtet ist. Ändert sich die Stromstärke i in der sehr kleinen Zeit dt um di, so daß die auf die Zeiteinheit bezogene Änderung der Stromstärke oder die Änderungsgeschwindigkeit gleich $\frac{di}{dt}$ ist, so ist die elektromotorische Kraft des induzierten Stromes $E = L \cdot \frac{di}{dt}$. Die mittels dieser Gleichung definierte Größe L heißt Koeffizient der Selbstinduktion.

Allgemein ist die elektromotorische Kraft in einem Stromkreise mit dem Widerstande w, in dem Änderungen der Stromstärke eintreten,

$$E = wi + L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Diese Gleichung drückt für den Spezialfall $\frac{di}{dt} = 0$ das Ohmsche Gesetz aus.

b) Berechunng eines Induktionskoeffizienten. Der Induktionskoeffizient läßt sich für Drahtspiralen mathematisch berechnen. Eine Spule von der Länge l cm und dem Halbmesser r ihres kreisförmigen Querschnittes habe n Windungen, dann ist der Selbstinduktionskoeffizient

$$L = \frac{4\pi^2 n^2 r^2}{l}.$$

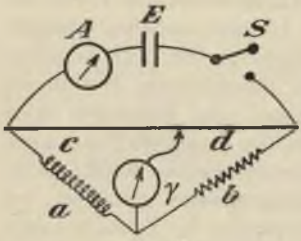

Fig. 47.

Wird über diese eine kurze und enge Spule von der Windungszahl N geschoben, so ist der gegenseitige Induktionskoeffizient gleich

$$\frac{4\pi^2 n N r^2}{l}.$$

c) Messung des Selbstinduktionskoeffizienten mit der Wheatstoneschen Brücke. Der Widerstand a, dessen Selbstinduktionskoeffizient L bestimmt werden soll, sei mit dem induktionsfreien Widerstande b und den Brückenwiderständen c und d in einen Stromkreis geschaltet (Fig. 47). γ sei der Widerstand eines ballistischen Galvanometers (§ 39), E die Strombatterie, A ein Amperemeter und S ein Stromausschalter. Die Widerstände sind so abgeglichen, daß bei stationärem Strome i das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt; dann verhält sich

$$a : b = c : d.$$

Unterbricht man nun den Strom in S, so gibt der Lichtzeiger des Galvanometers infolge des hierbei entstandenen Extrastromes einen Ausschlag e an. Die während des Stromstoßes durch das Galvanometer geflossene Elektrizitätsmenge ist nun

$$Q = \frac{i \cdot d \cdot L}{(a + c)(b + d) + (a + b + c + d) \cdot \gamma}.$$

Andererseits ist aber

$$Q = \mathfrak{T} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e \quad \text{(vgl. § 39).}$$

Durch Gleichsetzung der rechten Seiten beider Gleichungen berechnet man

$$L = \mathfrak{T} \cdot \frac{\tau}{\pi} k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e \cdot \frac{1}{i d} \cdot [(a+c)(b+d)+(a+b+c+d)\gamma].$$

Bei der Ausführung der Messung bestimmt man zunächst die Widerstände a, b, c, d, γ (§ 37), darauf die Schwingungsdauer τ, das Dämpfungsverhältnis k, das natürliche logarithmische Dekrement Λ und den Reduktionsfaktor T des ballistischen Galvanometers (§ 39); endlich liest man am Amperemeter die Stromstärke i ab, öffnet den Strom und beobachtet den Ausschlag e des Galvanometers.

§ 41. Elektrische Methoden der Temperaturmessung.

Die elektrischen Messungsmethoden haben vor anderen den Vorzug der Einfachheit und der Anwendbarkeit sowohl für die niedrigsten als für hohe Temperaturen (bis 1600°); außerdem kann innerhalb kleiner Temperaturgrenzen ihre Empfindlichkeit sehr weit getrieben werden.

a) Thermoelement. Erwärmt man die Lötstelle zweier Metalldrähte, z. B. Eisen und Konstanten (50% Ni, 50% Cu), deren freie Enden durch Zuleitungsdrähte miteinander verbunden sind, und hält die Verbindungsstellen der freien Enden auf konstanter Temperatur, etwa 0^0 oder Zimmertemperatur, so entsteht an der Lötstelle eine elektromotorische Kraft, die eine Funktion der Temperatur ist; für kleine Temperaturdifferenzen kann sie als linear angesehen werden. Die Größe der elektromotorischen Kraft wird aus dem Ausschlag eines in den Stromkreis eingeschalteten empfindlichen Galvanometers beurteilt. Für große Temperaturdifferenzen konstruiert man empirisch eine Kurve der Abhängigkeit der Galvanometerausschläge von der Temperatur, indem man für einige bekannte Temperaturen, z. B. den Siedepunkt des Wassers $+100^0$, des Anilins $+183^0$, den Schmelzpunkt von Blei $+327^0$, denjenigen von Aluminium $+657^0$ u. a., die Galvanometerausschläge beobachtet und hieraus die Zwischenwerte interpoliert. Einige negative feste Punkte sind der Siedepunkt von Methan -164^0, der Schmelzpunkt von Schwefelkohlenstoff -113^0 und der Schmelzpunkt von Quecksilber -40^0.

b) Bei den Widerstandsthermometern wird die Eigenschaft der Metalle, daß ihr elektrischer Widerstand mit wachsender Temperatur zu- und bei sinkender Temperatur abnimmt, zur Messung von Temperaturen verwendet. Wegen ihrer Unveränderlichkeit gegen chemische Einflüsse eignen sich zu solchen Messungen besonders Platindrähte. Kennt man die Widerstände w_0 und w_1 bei 0^0 und 100^0 und den Widerstand w bei der gesuchten Temperatur t, so verhält sich

$$(t - t_0) : (t_1 - t_0) = (w - w_0) : (w_1 - w_0) ,$$

folglich

$$t = t_0 + \frac{t_1 - t_0}{w_1 - w_0}(w - w_0) .$$

Diese Gleichung gilt nur unter der Voraussetzung, daß der Widerstand eine lineare Funktion der Temperatur ist, was nur innerhalb kleiner Temperaturdifferenzen zutrifft. Für weitere Grenzbereiche, etwa von -100^0 bis $+500^0$, gilt für Platindrähte das Gesetz

$$w = w_0(1 + 0{,}003824 \cdot t - 0{,}000000862 \cdot t^2) .$$

Bei den Bolometern ist der Widerstand ein äußerst feiner Platindraht; mit ihnen lassen sich noch Widerstandsänderungen nachweisen, die etwa einem zehnmilliontel Celsiusgrad entsprechen. Sie werden verwendet, um die Wärmewirkungen der verschiedenen Wärmestrahlen des Spektrums zu vergleichen. Man führt sie hierbei parallel zur Richtung der Fraunhoferschen Linien im Spektrum entlang.

Für die Messung extremer, vor allem sehr tiefer Temperaturwerte verwendet man Platindrähte von etwa 0,1 mm Dicke und 0,6 cm Länge. Die Messung der Widerstände des Drahtes geschieht entweder mittels eines bekannten Manganinwiderstandes in der Wheatstoneschen Brücke oder durch Vergleich mit einem veränderlichen Widerstand mit dem Differentialgalvanometer.

§ 42. Stromwärme.

Durch ein Stück eines Stromleiters, an dessen Enden die Potentialdifferenz V Volt herrscht, fließt ein Strom von i Ampere. Die durch den Leiter fließende Elektrizitätsmenge, die dem Verbrauch an elektrischer Arbeit entspricht, dient zur Erwärmung des Leiters. Das

Gesetz von Joule sagt aus, daß die in einer Sekunde geleistete Arbeit, d. h. die Leistung $L = v \cdot i$ Watt ist. Die Einheit der Arbeitsleistung 1 Watt ist im praktischen Maßsystem die Arbeitsleistung von 1 Joule pro Sekunde; dabei ist 1 Joule $= 10^7$ Erg.

Wenn C die von einem Watt in einer Sekunde erzeugte Wärmemenge in Grammkalorien bedeutet, so ist die von $L = v \cdot i$ Watt in t Sekunden hervorgebrachte Wärme in Grammkalorien

$$K = C \cdot v \cdot i \cdot t \,.$$

Nach dem Ohmschen Gesetze ist nun

$$i = \frac{e}{w} \,;$$

unter Benutzung dieser Gleichung erhält man

$$K = C \cdot e \cdot i \cdot t = c \cdot i^2 w t = c \cdot \frac{e^2}{w} \cdot t \,.$$

a) Bestimmung der Stromwärme c, die von 1 Ampere bei 1 Volt Klemmenspannung in 1 Sekunde erzeugt wird (Fig. 48). Der Strom einer konstanten Elektrizitätsquelle E wird durch einen dünnen Draht, z. B. aus Platin oder Manganin, vom Widerstande w, der, zu einer Spirale aufgewickelt, in ein mit destilliertem Wassergefülltes kalorimetrisches Gefäß taucht, eine gemessene Zeit t Sekunden geleitet und die erzeugte

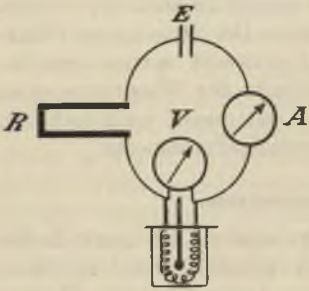

Fig. 48.

Wärme K in Grammkalorien mittels eines eingetauchten Thermometers bestimmt. Die Stärke des Stromes wird durch ein Amperemeter A, die Spannung an den Enden des Widerstandsdrahtes durch ein im Nebenschluß befindliches Voltmeter V von großem Widerstande, dessen Zuleitungsdrähte von den Enden der Widerstandsspule abgehen, gemessen. Zur Regulierung der Stromstärke dient ein Rheostat R. Man mißt nun in der Gleichung $K = c \cdot e \cdot i \cdot t$ die einzelnen Größen K in Grammkalorien, e in Volt mit dem Voltmeter, i in Ampere mit dem Amperemeter und t in Sekunden mit der Uhr; dann erhält man

$$c = \frac{K}{e \cdot i \cdot t} \text{ *).}$$

b) Bestimmung des Widerstandes einer Drahtspirale aus der durch den elektrischen Strom erzeugten Wärmemenge. Die Versuchsanordnung ist dieselbe wie in Fig. 48, jedoch ohne Voltmeter. Mißt man in der Gleichung

$$K = 0{,}239 \cdot i^2 \cdot w \cdot t$$

die in der Widerstandsspule von dem Strome i Ampere in t Sekunden im Kalorimeter erzeugte Wärmemenge K Grammkalorien, so erhält man

$$w = \frac{K}{0{,}239 \cdot i^2 \cdot t}.$$

Die Messung kann durch eine der im § 37 angegebenen Methoden kontrolliert werden.

c) Messung der spezifischen Wärme einer Flüssigkeit. Versuchsanordnung wie in Fig. 48 ohne Voltmeter. Man füllt das Kalorimeter mit p g einer nicht-

*) Der genaue Wert für c ist 0,239 g/cal.

leitenden Flüssigkeit, z. B. Terpentinöl oder Paraffinöl, deren spezifische Wärme x sei. Der Wasserwert des Kalorimeters plus dem des Thermometers sei q. Ist τ die durch den Strom bewirkte Temperaturerhöhung, die mittels des Thermometers beobachtet wird, so ist die gesamte Wärmemenge

$$K = (p \cdot x + q) \cdot \tau \,.$$

Mißt man noch i, w und t, so erhält man aus der Gleichung

$$(p\,x + q)\tau = 0{,}239 \cdot i^2\, w\, t$$

die spezifische Wärme

$$x = \left(0{,}239 \cdot i^2\, w\, t \cdot \frac{1}{\tau} - q\right) \cdot \frac{1}{p} \,.$$

§ 43. Bestimmung der Arbeit des elektrischen Stromes nach absolutem Maße.

Der Strom einiger konstanter Elemente wird um einen Elektromagneten geleitet, zwischen dessen Polen sich ein Doppel-T-Anker dreht, dessen Eisenkern zur Vermeidung der Foucaultschen Ströme aus Platten zusammengesetzt ist. Man kann einen Motor verwenden, bei dem der Stromkreis des Ankers von dem des Feldmagneten getrennt worden ist. Der Anker muß ein möglichst großes Trägheitsmoment besitzen, damit seine Drehung eine recht gleichmäßige ist. An seiner verlängerten Achse ist ein Faden befestigt und in einfacher Lage aufgewickelt, an dessen Ende eine Schale zur Aufnahme von Gewichten hängt. In den geschlossenen Stromkreis des Ankers ist ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet, dessen Reduktionsfaktor bekannt ist. Schließt man nun den Stromkreis des Feldmagneten und versetzt den Anker in

Umdrehung, indem man die Schale mit einigen Gewichten belastet, so entsteht in der Ankerwicklung ein Strom, der durch den Ausschlag des Galvanometers gemessen werden kann. Damit dieser Strom konstant ist, muß die Schale sich mit möglichst gleichbleibender Geschwindigkeit nach abwärts bewegen. Dies wird erreicht durch eine passende Belastung, die durch mehrmaliges Ausprobieren ermittelt wird. Beim Beginn des Versuches erhält der Anker mit der Hand annähernd die richtige Geschwindigkeit. Das Galvanometer möge nun den Strom i anzeigen; die Schale brauche zum Durchfallen von s cm eine Zeit t Sekunden.

Jetzt wiederholt man den Versuch bei geöffnetem Stromkreis des Ankers. Man muß eine Anzahl Gewichte p g von der Schale abnehmen, damit sie mit derselben Geschwindigkeit wie vorhin fällt. Die Arbeit, welche beim ersten Versuch diese p g Übergewicht beim Durchfallen der Strecke s leisteten, war in Stromarbeit umgesetzt. Diese ist, wenn der Widerstand des Ankerstromkreises w Ohm beträgt,

$$i^2 \cdot w \cdot t \text{ Volt-Coulomb} = p \cdot s \cdot 981 \text{ Erg},$$

also

$$1 \text{ V.-C.} = \frac{p \cdot s \cdot 981}{i^2 \cdot w \cdot t} \text{ Erg.}$$

§ 44. Messung der Polstärke und des magnetischen Momentes eines Magnetstabes.

a) Allgemeines über Magnetismus. Ein homogenes Magnetfeld ist ein Raum, in dem die Richtung und Stärke der magnetischen Kraft überall dieselbe ist.

Magnetpol ist der Kräftemittelpunkt, durch den die Resultierende sämtlicher an den einzelnen Punkten des Magneten angreifender, gleichsinnig gerichteter Kräfte

eines homogenen, magnetischen Feldes hindurchgeht. Bei gleichmäßig magnetisierten stabförmigen Magneten haben die Pole etwa $\frac{1}{12}$ der Stablänge Abstand von den Enden.

Magnetische Achse ist die Verbindungslinie beider Pole eines Körpers.

Die Einheit der Polstärke oder der magnetischen Menge besitzt ein Magnetpol, wenn er einen gleichstarken Pol in der Entfernung 1 cm mit der Kraft 1 Dyn abstößt.

Zwei magnetische Massen m_1 und m_2 im Abstande r cm wirken aufeinander mit einer Kraft

$$K = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Dyn};$$

nordmagnetische Mengen werden hierbei positiv, südmagnetische negativ gerechnet.

Unter dem magnetischen Moment M eines Stabes versteht man das Produkt aus der Polstärke m und dem Polabstand $2l$; $M = m \cdot 2l$.

Die Feldstärke an irgend einem Punkte des Kraftfeldes eines Magneten ist die Kraft, die auf einen Einheitspol in diesem Punkte ausgeübt wird.

b) Bestimmung einer Polstärke und eines magnetischen Momentes. Man braucht zwei dünne Magnetstäbe 1 und 2 von beträchtlicher Länge und einen dritten Vergleichsmagnetstab von ähnlicher Form. Diesen legt man auf eine Schale einer empfindlichen Wage und tariert auf der anderen Seite, bis Gleichgewicht herrscht. Nun nähert man dem einen Pole des Stabes den gleichnamigen Pol des Stabes 1 bis auf eine gewisse Entfernung. Infolge der abstoßenden Kraft geht der Zeiger der Wage aus der Ruhelage heraus. Man legt eine Anzahl Gewichte p_1 g auf die Schale der Wage, bis der Zeiger wieder in der Ruhelage einspielt. Jetzt entfernt

man den Stab 1 und bringt den zweiten Stab in denselben Abstand von dem Magneten auf der Schale; es mögen p_2 g zur Wiederherstellung der Ruhelage erforderlich sein. Dann verhalten sich die Polstärken m_1 und m_2 der Magnetstäbe 1 und 2 zueinander wie p_1 zu p_2.

Der Vergleichsmagnet wird nun von der Schale fortgenommen, durch Stab 1 ersetzt und durch Tarieren Gleichgewicht hergestellt. Jetzt nähert man dem einen Pole den gleichnamigen Pol von 2 bis auf eine gemessene Entfernung r cm. Zur Herstellung der Ruhelage mögen p_3 g erforderlich sein. Der Druck dieser Gewichte entspricht einer Kraft von $981 \cdot p_3$ Dyn, weil 1 Dyn $= \frac{1}{981}$ g ist. Nach dem Coulombschen Gesetze ist nun

$$981 \cdot p_3 = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2};$$

also

$$m_1 \cdot m_2 = 981 \cdot p_3 \cdot r^2 .$$

Es war ferner

$$m_1 : m_2 = p_1 : p_2 .$$

Folglich

$$m_1 = r \sqrt{\frac{981 \cdot p_3 \cdot p_1}{p_2}},$$

$$m_2 = r \sqrt{\frac{981 \cdot p_3 \cdot p_2}{p_1}}.$$

Das magnetische Moment M des Stabes 1 findet man durch Multiplikation seiner Polstärke m_1 mit $\frac{10}{12}$ seiner Länge.

Über eine genauere Bestimmung von M vgl. § 45.

§ 45. Messung der Horizontalintensität.

Die Horizontalintensität H an einem Orte der Erde ist die horizontale Komponente der Feldstärke des Erdmagnetismus in diesem Punkte.

Ein Magnetstab habe das magnetische Moment M. Man gewinnt dann H aus zwei Versuchen, erstens durch Bestimmung des Produktes $M \cdot H$, zweitens des Quotienten $M : H$. Zugleich mit H wird das magnetische Moment M gefunden.

a) Bestimmung von $M \cdot H$.

1. Mit der Wage (Fig. 49). Der Magnetstab mit dem magnetischen Moment M wird an einem ungedrillten Faden von geringem Torsionsmodul — etwa einem Kokonfaden oder einem Pferdehaar — so aufgehängt, daß er sich in horizontaler Ebene drehen kann. Er stellt sich dann in der Richtung Nord-Süd ein. Mittels eines an seinem Pole, der um $\frac{1}{12}$ der Stablänge vom Ende entfernt liegt, mit Klebwachs befestigten Kokonfadens wird er nun um 90^0 gedreht. In dieser Lage wird das freie Ende des Kokonfadens an dem Zeiger einer empfindlichen chemischen Wage befestigt, deren Wagebalken in der Richtung Nord-Süd sich befindet. Durch den von der Horizontalintensität auf beide Pole ausgeübten Zug wird der Zeiger aus seiner Ruhelage gebracht und man muß auf eine Schale Gewichte p g legen, bis die Ruhelage wiederhergestellt ist. Die Magnetnadel ist dann offenbar unter dem Einfluß zweier entgegengesetzter Zugkräfte im

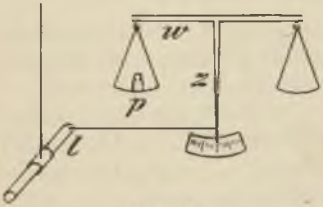

Fig. 49.

Gleichgewicht; nach der einen Seite zieht die Horizontalintensität H an beiden Polen von der Polstärke μ Einheiten mit der Kraft $H \cdot 2\mu$; nach der entgegengesetzten Seite zieht eine durch das Übergewicht $p\,g = m \cdot g$ Dyn hervorgebrachte Kraft K, die man folgendermaßen findet. Es sei w die halbe Länge des Wagebalkens, z die Länge des Zeigers von der Dehnungsachse der Wage bis zum Befestigungspunkte des Fadens und l der Abstand von der Dehnungsachse des Magnetstabes bis zum Angriffspunkt des Fadens; dann ist

$$K \cdot z = w \cdot p = w \cdot m \cdot 981\,;$$

$$K = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z}\,.$$

Daher ist

$$H \cdot 2\mu = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z}\,.$$

Bei bekannter Polstärke (Messung derselben s. § 44) findet man hieraus H. Durch Multiplikation mit l erhält man

$$H \cdot M = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z} \cdot l\,.$$

2. Aus Schwingungsversuchen. Wirkt auf ein Pendel vom Trägheitsmoment K eine Direktionskraft D, so ist die Schwingungsdauer des Pendels, d. h. die Zeit eines Hinganges

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}\,.$$

Für einen Magnetstab vom magnetischen Moment M ist $D = M \cdot H$. Man findet dann aus der Pendelgleichung

$$M \cdot H = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2}\,.$$

Es ist hierbei angenommen, daß die Torsion des Fadens zu vernachlässigen ist.

Bezüglich der Messung von K vgl. § 9, von t § 35 c.

b) Bestimmung von $M : H$. Das Verhältnis $M : H$ wird aus der Größe des Winkels φ abgeleitet, um den der Magnetstab eine kleine Magnetnadel von der Polstärke μ aus dem magnetischen Meridian ablenkt. Das Magnetometer, in dessen Mitte sich diese Hilfsnadel längs einer Kreisteilung auf einer Spitze dreht, wird senkrecht zum magnetischen Meridian aufgestellt; der Magnetstab wird auf die Magnetometerschiene parallel ihrer Richtung aufgelegt; sein Mittelpunkt habe vom Drehungspunkt der Nadel den Abstand r. Man beobachtet die Einstellung der Nadel an beiden Spitzen; dadurch eliminiert man Ablesungsfehler, die durch exzentrische Lage der Drehungsachse gegen die Kreisteilung entstehen. Dann dreht man den Stab um 180°, so daß beide Pole ihre Lage vertauschen, und liest wieder an beiden Spitzen ab; durch diese Drehung des Stabes um 180° wird eine unsymmetrische Magnetisierung des Stabes eliminiert. Von den beiden Ablenkungswinkeln der Nadelspitzen in der ersten und zweiten Lage des Magnetstabes wird das Mittel und von diesem wieder die Hälfte genommen. Nun legt man den Magnetstab im selben Abstande r auf die andere Seite der Magnetometerschiene und verfährt genau wie auf der ersten Seite. Dadurch eliminiert man eine unsymmetrische Magnetisierung der Nadel. Endlich nimmt man aus den zuletzt gefundenen Hälften der Winkel das Mittel. Dies ist der zum Abstande r gehörige Ablenkungswinkel φ. Es ist dann

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \, .$$

Beweis: Die Magnetnadel habe die Polstärke μ und den Polabstand λ; dann zieht an jedem ihrer Pole in der Richtung des magnetischen Meridians die Horizontalintensität H mit einer Kraft $y = H \cdot \mu$. In der Richtung Ost-West wirkt an jedem Pole vom Magnetstabe her die Kraft $x = 2\mu \cdot \frac{M}{r^3}$. Nun ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{y} = \frac{2\mu \cdot \frac{M}{r^3}}{\mu \cdot H} = \frac{2}{r^3} \cdot \frac{M}{H}.$$

Hieraus erhält man die obige Gleichung für $\frac{M}{H}$.

Setzt man

$$M \cdot H = A,$$

$$M : H = B,$$

so findet man

1. das magnetische Moment des Magnetstabes

$$M = \sqrt{A \cdot B};$$

2. die Horizontalintensität

$$H = \sqrt{\frac{A}{B}}.$$

c) Messung der Abweichungen der Horizontalintensität an verschiedenen Punkten eines Gebäudes. Innerhalb eines Gebäudes üben die darin befindlichen Eisenmassen — Gas- und Wasserleitungsröhren, eiserne Träger usw. — auf das homogene magnetische Feld der Erde Störungen aus, die eine örtliche Inkonstanz der Horizontalintensität bedingen. Es ist daher nicht statthaft, für jeden Punkt des Laboratoriums den aus einer

Tabelle entnommenen Wert für H ohne weiteres als richtig anzunehmen. Eine Prüfung der Konstanz geschieht mit dem Schwingungsmagnetometer. Dies ist ein an einem langen Kokonfaden aufgehängter Magnet, der in einem Glaskasten horizontale Schwingungen ausführen kann. Ist die Horizontalintensität an zwei Orten des Gebäudes gleich H_1 und H_2, so ist die Schwingungsdauer an beiden Punkten

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot H_1}} \quad \text{und} \quad t_2 = \pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot H_2}} \quad \text{[vgl. § 45, a) 2.].}$$

Hieraus folgt $\qquad H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2 .$

Nun ist aber $t_2 : t_1 = n_1 : n_2$, wenn n_1 und n_2 die Schwingungszahlen in gleichen Zeiten bedeuten. Also

$$H_1 : H_2 = n_1^2 : n_2^2 .$$

Die Schwingungszeiten, bzw. -zahlen beobachtet man am genauesten mit Hilfe der Poggendorff-Gaußschen Spiegelablesung (§ 26). Zu dem Zwecke befestigt man an dem schwingenden Magnetstab mit Klebwachs einen kleinen Spiegel.

§ 46. Messung des Inklinationswinkels.

Inklination ist der Winkel, den die erdmagnetischen Kraftlinien an einem Orte mit der Horizontalen bilden. Wird eine Magnetnadel in einer durch ihren Schwerpunkt gehenden Achse frei beweglich so unterstützt, daß die Drehungsebene der Nadel mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, so gibt die magnetische Achse derselben die Richtung der Inklination an. Hierauf beruht die

a) Messung der Inklination mittels des Inklinatoriums. Dieses besteht aus einer Magnetnadel,

die sich um eine horizontale Achse innerhalb eines vertikalen Teilkreises, des sogenannten Inklinationskreises, dreht. Die von 0 bis 90^0 gehende Teilung derselben in jedem Quadranten beginnt an dem wagerechten Durchmesser. Der Inklinationskreis mit der Nadel ist um einen horizontalen Teilkreis, den Deklinationskreis, drehbar. Mittels dreier Fußschrauben und einer Libelle läßt sich die Drehungsachse des Inklinationskreises genau vertikal einstellen, indem man die Libelle zunächst parallel der Verbindungslinie zweier Fußschrauben aufstellt und durch Heben oder Senken der Schrauben zum Einspielen bringt, darauf die Libelle um 90^0 dreht und mit der dritten Fußschraube wieder Einstellung der Luftblase bewirkt.

Man dreht nun den Inklinationskreis mit Hilfe einer Deklinationsnadel in den magnetischen Meridian, wobei eine Genauigkeit bis zu 1^0 hinreicht.

Der an einer Spitze der Nadel abgelesene Winkel würde der gesuchte Inklinationswinkel sein, wenn das Instrument keine Konstruktionsfehler hätte. Diese können hauptsächlich sein: 1. exzentrische Lage der Drehungsachse der Nadel im Teilkreis; 2. Abweichung der Verbindungslinie der Nullpunkte der Kreisteilung von der Horizontalen; 3. Abweichung der geometrischen Nadelachse von der magnetischen; 4. seitliche Lage des Schwerpunktes der Nadel von der Drehungsachse; 5. Längsverschiebung des Schwerpunktes bezüglich der Drehungsachse.

Um den ersten Fehler zu eliminieren, liest man bei jeder Nadelstellung an beiden Spitzen den Winkel ab und nimmt das arithmetische Mittel; bei der Ablesung wird die Ruhelage am besten aus Schwingungsbeobachtungen wie bei der Wage bestimmt (§ 3); der Mittelwert der beiden abgelesenen Winkel sei φ_1. Zur Elimination

der Fehler 2 bis 4 wird der Vertikalkreis mit der Nadel um 180° gedreht, an beiden Spitzen der Winkel abgelesen und das Mittel φ_2 gebildet. Wenn das Instrument keinen Deklinationskreis besitzt, so ersetzt man die Drehung des Vertikalkreises durch ein Umlegen der Nadelachse. Der Fehler 5 wird durch Ummagnetisieren der Nadel beseitigt. Hierzu nimmt man die Nadel aus dem Lager heraus, faßt sie in der Nähe der Drehungsachse an und zieht beide Flächen des einen Endes je zweimal an dem gleichnamigen Pol eines starken Hufeisenmagneten entlang; darauf werden die beiden Flächen des anderen Endes am anderen Pol je viermal und endlich die des ersten Endes wieder je zweimal am ersten Pol gestrichen.

Mit der ummagnetisierten Nadel wiederholt man die Messungen wie oben und erhält aus je zwei abgelesenen Winkeln die Mittelwerte ψ_1 und ψ_2. Dann ist die Inklination

$$i = \tfrac{1}{4}(\varphi_1 + \varphi_2 + \psi_1 + \psi_2).$$

b) Mittels des Erdinduktors. Bewegt sich ein geschlossener Drahtring, der eine Fläche von f qcm umschließt, in einem magnetischen oder elektrischen Felde, so daß die Zahl der durch seine Fläche hindurchgehenden Kraftlinien vermehrt oder vermindert wird, so wird in dem Ringe ein Strom induziert, dessen elektromotorische Kraft gleich der Zunahme bzw. Abnahme der per Sekunde von dem Ringe gleichsinnig durchschnittenen Kraftlinien ist. Die Richtung dieses Stromes kann man in einfacher Weise nach folgender Gedächtnisregel bestimmen. Für einen gegen die Kraftlinien stehenden Beobachter kreist der Strom rechts herum, wenn die Zahl der geschnittenen Kraftlinien sich vermehrt, links herum, wenn die Zahl sich vermindert; vermehren und rechts herum haben denselben Vokal e, vermindern

und links herum denselben Vokal i. Die Richtung der Kraftlinien wird hierbei vom magnetischen Nordpol zum Südpol gerechnet.

Das magnetische Feld der Erde ist an einem und demselben Orte homogen, d. h. die Kraftlinien laufen untereinander parallel und sind gleich dicht. Die erdmagnetische Intensität ist J bedeutet, daß durch eine Fläche von 1 qcm, die senkrecht zur Richtung der Kraftlinien steht, J Kraftlinien hindurchgehen. Stellt man einen Drahtring von der Windungsfläche f qcm senkrecht zur Richtung der erdmagnetischen Kraft, so gehen $J \cdot f$ Kraftlinien durch seine Fläche; dreht man ihn um 90^0, so gehen 0 Kraftlinien hindurch; dreht man ihn in derselben Richtung noch einmal um 90^0, so gehen wieder $J \cdot f$ Kraftlinien hindurch. Die bei der ganzen Drehung um 180^0 durchschnittenen $2\,J \cdot f$ Kraftlinien induzieren einen gleichgerichteten Strom im Leiter, was sich aus der oben angeführten Gedächtnisregel leicht ergibt. Der Gesamtwert der elektromotorischen Kraft dieses Induktionsstoßes ist gleich $2\,J \cdot f$.

Beim Erdinduktor sind eine größere Anzahl n Drahtwindungen auf einen kreisförmigen Rahmen gewickelt; die Windungsfläche f ist dann das n-fache der von einer Windung eingeschlossenen Kreisfläche. Der kreisförmige Rahmen kann sowohl um eine horizontale, als auch eine vertikale Achse gedreht werden. Die Größe der Inklination wird nun in der Weise bestimmt, daß man einmal allein durch die horizontale Komponente des erdmagnetischen Feldes in den Drahtwindungen Ströme induzieren läßt, dann allein durch die vertikale Komponente. Die Ströme werden durch die Ausschläge eines Spiegelgalvanometers gemessen. Das Verhältnis der Ausschläge ist gleich der Tangente des Inklinationswinkels.

Die Induktionswirkung der horizontalen Komponente allein erhält man dadurch, daß man die Drehungsachse der Spule lotrecht und die Windungsfläche senkrecht zum magnetischen Meridian aufstellt und darauf die Spule schnell um 180° dreht. Der Lichtzeiger der Galvanometernadel schwingt infolge des Induktionsstoßes aus seiner Ruhelage heraus und kehrt dann wieder zurück. In dem Augenblick, wo er die Gleichgewichtslage rückwärts durchläuft, dreht man die Spule um 180° zurück und erteilt hierdurch der Nadel einen zweiten Stoß in entgegengesetzter Richtung wie vorher, so daß ihre Schwingungsamplitüde vergrößert wird. Beim nächsten Durchgang durch die Ruhelage wird wieder ein Stoß in der ersten Richtung gegeben (Multiplikationsmethode). Dies wiederholt man so lange, bis der Ausschlag der Nadel einen konstanten Grenzwert a erreicht, für den die Impulse durch die Stromstöße in Gleichgewicht sind mit den die Schwingungen der Nadel hemmenden dämpfenden Kräften.

Um die Induktionswirkung der vertikalen Komponente der erdmagnetischen Kraft allein zu erhalten, bringt man die Drehungsachse der Spule in den magnetischen Meridian und stellt die Spulenebene horizontal. Nun dreht man wieder um 180°, dann zurück und so fort, bis man den Grenzwert b des Galvanometerausschlages erhält. Ist φ die Richtung der erdmagnetischen Kraft, so erhält man

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a}{b}.$$

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA Gliwice

Logarithmen.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2435	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

Trigonometrische Funktionen.

Winkel in Graden	Sinus	d	Tangens	d	Kotangens	d	Kosinus	d	
0	0,0000	175	0,0000	175	∞		1,0000	02	90
1	0,0175	174	0,0175	174	57,29		0,9998	04	89
2	0,0349	174	0,0349	175	28,64		0,9994	08	88
3	0,0523	175	0,0524	175	19,08		0,9986	10	87
4	0,0698		0,0699		14,30		0,9976	14	86
5	0,0872	174	0,0875	176	11.43		0,9962	17	85
6	0,1045	173	0,1051	176	9,514		0,9945	20	84
7	0,1219	174	0,1228	177	8,144		0,9925	22	83
8	0,1392	173	0,1405	177	7,115	801	0,9903	26	82
9	0,1564	172	0,1584	179	6,314	643	0,9977	29	81
10	0,1736	172	0,1763	179	5,671	526	0,9848	32	80
11	0,1908	172	0,1944	181	5,145	440	0,9816	35	79
12	0,2079	171	0,2126	182	4,705	374	0,9781	37	78
13	0,2250	171	0,2309	183	4,331	320	0,9744	41	77
14	0,2419	169	0,2493	184	4,011	279	0,9703	44	76
15	0,2588	169	0,2679	186	3,732	245	0,9659	46	75
16	0,2756	168	0,2867	188	3,487	216	0,9613	50	74
17	0,2924	168	0,3057	190	3,271	193	0,9563	52	73
18	0,3090	166	0,3249	192	3,078	174	0,9511	56	72
19	0,3256	166	0,3443	194	2,904	157	0,9455	58	71
20	0,3420	164	0 3640	197	2,747	142	0,9397	61	70
21	0,3584	164	0,3839	199	2,605	130	0,9336	64	69
22	0,3746	161	0,4040	201	2,475	119	0,9272	67	68
23	0,3907	160	0,4245	205	2.356	110	0,9205	70	67
24	0,4067		0,4452	207	2,246	101	0,9135	72	66
25	0,4226	159	0,4663	211	2,145	95	0,9063	75	65
26	0,4384	158	0,4877	214	2,050	87	0,8988	78	64
27	0.4540	156	0,5095	218	1,963	82	0,8910	81	63
28	0,4695	155	0,5317	222	1,881	77	0,8829	83	62
29	0,4848	153	0,5543	226	1,804	72	0,8746	86	61
30	0,5000	152	0,5774	231	1,732	68	0,8660	88	60
31	0,5150	150	0,6009	235	1,664	64	0,8572	92	59
32	0.5299	149	0,6249	240	1,600	60	0,8480	93	58
33	0,5446	147	0,6494	245	1,540	57	0,8387	97	57
34	0,5592	146	0,6745	251	1,483	55	0,8290	98	56
35	0,5736	144	0,7002	257	1,428	52	0,8192	102	55
36	0,5878	142	0,7265	263	1,376	49	0,8090	104	54
37	0,6018	140	0,7536	271	1,327	47	0,7986	106	53
38	0,6157	139	0,7813	277	1,280	45	0,7880	109	52
39	0,6293	136	0,8098	285	1,235	43	0,7771	111	51
40	0,6428	135	0,8391	293	1,192	42	0,7660	113	50
41	0,6561	133	0,8693	302	1,150	39	0,7547	116	49
42	0,6691	130	0,9004	311	1,111	39	0,7431	117	48
43	0,6820	129	0,9325	321	1,072	36	0,7314	121	47
44	0,6947	127	0,9657	332	1,036	36	0,7193	122	46
45	0,7071	124	1,0000	343	1,000		0,7071		45
	Kosinus	d	Kotangens	d	Tangens	d	Sinus	d	Winkel in Graden

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung in Leipzig.

Zwölf Vorlesungen
Über die Natur des Lichtes

von

Dr. J. Classen

Professor am physikalischen Staatslaboratorium zu Hamburg

Mit 61 Figuren

In Leinwand gebunden M. 4.—

In diesen Vorlesungen, die im Winter 1904/05 im Auftrag der Oberschulbehörde in Hamburg vor einem gebildeten Laienpublikum gehalten wurden, hat der Verfasser den Versuch gemacht, in allgemeinverständlicher Weise an der Hand einer Reihe von Experimenten die Begründung der Wellentheorie des Lichtes und ihrer Weiterentwicklung zur Auffassung der Lichtwellen als elektrische Erscheinungen, also die Begründung dessen, was wir heute die elektromagnetische Lichttheorie nennen, darzustellen. Da ein derartiger Versuch bisher noch wenig gemacht sein dürfte, unseres Wissens wenigstens noch nirgends veröffentlicht ist, so hoffen wir, daß das Buch in den Kreisen der Gebildeten, die Freude daran haben, einen Blick in die Werkstatt der physikalischen Wissenschaft zu tun, freundliche Aufnahme findet.

Sammlung Göschen

In eleganteem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Forstwissenschaft von Dr. Ad. Schwappach, Professor an der Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 106.

Fremdwort, Das, im Deutschen von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 55.

Fremdwörterbuch, Deutsches, von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 273.

Gardinenfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Direktor der Königl. Technischen Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Figuren. Nr. 185.

Geodäsie von Dr. C. Reinhertz, Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 66 Abbild. Nr. 102.

Geographie, Astronomische, von Dr. Siegm. Günther, Professor a. d. Technischen Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.

— **Physische,** von Dr. Siegm. Günther, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in München. Mit 32 Abbildungen. Nr. 26.

— s. auch: Landeskunde. — Länderkunde.

Geologie v. Professor Dr. Eberh. Fraas in Stuttgart. Mit 16 Abbild. und 4 Tafeln mit über 50 Figuren. Nr. 13.

Geometrie, Analytische, der Ebene v. Professor Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 57 Figuren. Nr. 65.

— **—Aufgabensammlung zur Analytischen Geometrie der Ebene** von O. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 32 Figuren. Nr. 256.

— **Analytische, des Raumes** von Prof. Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 28 Abbildungen. Nr. 89.

Geometrie, Darstellende, v. Dr. Rob. Haußner, Prof. an der Universität Jena. I. Mit 110 Figuren. Nr. 142.

— **Ebene,** von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Mit 111 zweifarb. Fig. Nr. 41.

— **Projektive,** in synthet. Behandlung von Dr. Karl Doehlemann, Prof. an der Universität München. Mit 91 Figuren. Nr. 72.

Geschichte, Badische, von Dr. Karl Brunner, Prof. am Gymnasium in Pforzheim und Privatdozent der Geschichte an der Techn. Hochschule in Karlsruhe. Nr. 230.

— **Bayerische,** von Dr. Hans Ockel in Augsburg. Nr. 160.

— **des Byzantinischen Reiches** von Dr. K. Roth in Kempten. Nr. 190.

— **Deutsche, im Mittelalter** (bis 1500) von Dr. F. Kurze, Oberl. am Kgl. Luisengymn. in Berlin. Nr. 33.

— **—im Zeitalter der Reformation u. der Religionskriege** von Dr. F. Kurze, Oberlehrer am Kgl. Luisengymnasium in Berlin. Nr. 34.

— — siehe auch: Quellenkunde.

— **Französische,** von Dr. R. Sternfeld, Prof. a. d. Univers. Berlin. Nr. 85.

— **Griechische,** von Dr. Heinrich Swoboda, Professor an der deutschen Universität Prag. Nr. 49.

— **des 19. Jahrhunderts** v. Oskar Jäger, o. Honorarprofessor an der Univers. Bonn. 1. Bdchn.: 1800—1852. Nr. 216.

— — 2. Bdchn.: 1853 bis Ende d. Jahrh. Nr. 217.

— **Israels** bis auf die griech. Zeit von Lic. Dr. J. Benzinger. Nr. 231.

— **Lothringens,** von Dr. Herm. Derichsweiler, Geh. Regierungsrat in Straßburg. Nr. 6.

— **des alten Morgenlandes** von Dr. Fr. Hommel, Prof. a. d. Univers. München. M. 6 Bild. u. 1 Kart. Nr. 43.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Geschichte, Österreichische, I: Von der Urzeit bis 1439 von Prof. Dr. Franz von Krones, neubearbeitet von Dr. Karl Uhlirz, Prof. an der Univ. Graz. Nr. 104.

— — **II:** Von 1526 bis zur Gegenwart von Hofrat Dr. Franz von Krones, Prof. an der Univ. Graz. Nr. 105.

— **Römische,** von Realgymnasial-Dir. Dr. Jul. Koch in Grunewald. Nr. 19.

— **Russische,** v. Dr. Wilh. Reeb, Oberl. am Ostergymnasium in Mainz. Nr. 4.

— **Sächsische,** von Professor Otto Kaemmel, Rektor des Nikolaigymnasiums zu Leipzig. Nr. 100.

— **Schweizerische,** von Dr. K. Dändliker, Prof. a. d. Univ. Zürich. Nr. 188.

— **Spanische,** von Dr. Gustav Diercks. Nr. 266.

— **der Chemie** siehe: Chemie.

— **der Malerei** siehe: Malerei.

— **der Mathematik** s.: Mathematik.

— **der Musik** siehe: Musik.

— **der Pädagogik** siehe: Pädagogik.

— **der Physik** siehe: Physik.

— **des deutschen Romans** s.: Roman.

— **der deutschen Sprache** siehe: Grammatik, Deutsche.

— **des deutschen Unterrichtswesens** siehe: Unterrichtswesen.

Geschichtswissenschaft, Einleitung in die, von Dr. Ernst Bernheim, Professor an der Universität Greifswald. Nr. 270.

Gesundheitslehre. Der menschliche Körper, sein Bau und seine Tätigkeiten, von E. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abb. u. 1 Taf. Nr. 18.

Gewerbewesen von Werner Sombart, Professor an d. Universität Breslau. I. II. Nr. 203. 204.

Gewichtswesen. Maß-, Münz- und Gewichtswesen von Dr. Aug. Blind, Prof. an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Gleichstrommaschine, Die, von C. Kinzbrunner, Ingenieur und Dozent für Elektrotechnik an der Municipal School of Technology in Manchester. Mit 78 Figuren. Nr. 257.

Gletscherkunde von Dr. Fritz Machaček in Wien. Mit 5 Abbild. im Text und 11 Tafeln. Nr. 154.

Gottfried von Straßburg. Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach u. Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höf. Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. K. Marold, Prof. am Kgl. Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Grammatik, Deutsche, und kurze Geschichte der deutschen Sprache von Schulrat Professor Dr. O. Lyon in Dresden. Nr. 20.

— **Griechische, I:** Formenlehre von Dr. Hans Meltzer, Professor an der Klosterschule zu Maulbronn. Nr. 117.

— — **II:** Bedeutungslehre und Syntax von Dr. Hans Meltzer, Professor an der Klosterschule zu Maulbronn. Nr. 118.

— **Lateinische.** Grundriß der lateinischen Sprachlehre von Professor Dr. W. Votsch in Magdeburg. Nr. 82.

— **Mittelhochdeutsche.** Der Nibelunge Nôt in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik mit kurzem Wörterbuch von Dr. W. Golther, Prof. a. d. Universität Rostock. Nr. 1.

— **Russische,** von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 66.

— — siehe auch: Russisches Gesprächsbuch. — Lesebuch.

Handelskorrespondenz, Deutsche, von Prof. Th. de Beaux, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 182.

— **Englische,** von E. E. Whitfield, M. A., Oberlehrer an King Edward VII Grammar School in King's Lynn. Nr. 237.

Sammlung Göschen

In elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Handelskorrespondenz, Französische, v. Professor Th. de Beaux, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 183.

— **Italienische,** von Professor Alberto de Beaux, Oberlehrer am Kgl Institut S. S. Annunziata in Florenz. Nr. 219.

— **Spanische,** von Dr. Alfredo Nadal de Mariezcurrena. Nr. 295.

Handelspolitik, Auswärtige, von Dr. Heinr Sieveking, Prof. an der Universität Marburg. Nr. 245.

Handelswesen, Das, von Dr. Wilh. Lexis, Professor an der Universität Göttingen. I: Das Handelspersonal und der Warenhandel. Nr. 296.

— — II: Die Effektenbörse und die innere Handelspolitik. Nr. 297.

Harmonielehre von A. Halm. Mit vielen Notenbeilagen. Nr. 120.

Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höfischen Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. K. Marold, Professor am Königlichen Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Hauptliteraturen, Die, d. Orients v. Dr. M. Haberlandt, Privatdoz. a. d. Universität Wien. I. II. Nr. 162. 163.

Heldensage, Die deutsche, von Dr. Otto Luitpold Jiriczek, Prof. an der Universität Münster. Nr. 32.

— siehe auch: Mythologie.

Industrie, Anorganische Chemische, v. Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. I: Die Leblancsodaindustrie und ihre Nebenzweige. Mit 12 Tafeln. Nr. 205.

— — II: Salinenwesen, Kalisalze, Düngerindustrie und Verwandtes. Mit 6 Tafeln. Nr. 206.

— — III: Anorganische Chemische Präparate. Mit 6 Tafeln. Nr. 207.

— **der Silikate, der künstl. Bausteine und des Mörtels.** I: Glas- und keramische Industrie von Dr. Gustav Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 233.

— — II: Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.

Integralrechnung von Dr. Friedr Junker, Professor am Karlsgymn in Stuttgart. Mit 89 Fig. Nr. 88

Integralrechnung. Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung von Dr. Friedrich Junker, Professor am Karlsgymnasium in Stuttgart. Mit 50 Figuren. Nr. 147.

Kartenkunde, geschichtlich dargestellt von E. Gelcich, Direktor der k. k. Nautischen Schule in Lussinpiccolo und F. Sauter, Professor am Realgymnasium in Ulm, neu bearbeitet von Dr. Paul Dinse, Assistent der Gesellschaft für Erdkunde in Berlin. Mit 70 Abbildungen. Nr. 30.

Kirchenlied. Martin Luther, Thom. Murner, und das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Professor G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.

Klimalehre von Professor Dr. W. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Tafeln und 2 Figuren. Nr. 114.

Kolonialgeschichte von Dr. Dietrich Schäfer, Professor der Geschichte an der Universität Berlin. Nr. 156.

Kompositionslehre. Musikalische Formenlehre von Stephan Krehl. I. II. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 149. 150.

Körper, der menschliche, sein Bau und seine Tätigkeiten, von E. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abbildungen und 1 Tafel. Nr. 18.

Kristallographie von Dr. W. Bruhns, Professor an der Universität Straßburg. Mit 190 Abbild. Nr. 210.

Kudrun und Dietrichepen. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. O. L. Jiriczek, Professor an der Universität Münster. Nr. 10.

— — siehe auch: Leben, Deutsches, im 12. Jahrhundert.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Kultur, Die, der Renaissance. Gesittung, Forschung, Dichtung von Dr. Robert F. Arnold, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 189.

Kulturgeschichte, Deutsche, von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.

Künste, Die graphischen, von Carl Kampmann, Fachlehrer a. d. k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit zahlreichen Abbildungen und Beilagen. Nr. 75.

Kurzschrift siehe: Stenographie.

Länderkunde von Europa von Dr. Franz Heiderich, Professor am Francisco-Josephinum in Mödling. Mit 14 Textkärtchen und Diagrammen und einer Karte der Alpeneinteilung. Nr. 62.

— **der außereuropäischen Erdteile** von Dr. Franz Heiderich, Prof. a. Francisco-Josephinum in Mödling. Mit 11 Textkärtchen u. Profil. Nr. 63.

Landeskunde von Baden von Prof. Dr. O. Kienitz in Karlsruhe. M. Profil, Abbildungen und 1 Karte. Nr. 199.

— **des Königreichs Bayern** von Dr. W. Götz, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule München. Mit Profilen, Abbild. u. 1 Karte. Nr. 176.

— **von Britisch-Nordamerika** von Prof. Dr. A. Oppel in Bremen. Mit 13 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 284.

— **von Elsaß-Lothringen** von Prof. Dr. R. Langenbeck in Straßburg i. E. Mit 11 Abbildgn. u. 1 Karte. Nr. 215.

— **der Iberischen Halbinsel** von Dr. Fritz Regel, Professor an der Universität Würzburg. Mit 8 Kärtchen und 8 Abbildung. im Text und 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.

— **von Österreich-Ungarn** von Dr. Alfred Grund, Privatdozent an der Universität Wien. Mit 10 Textillustration. und 1 Karte. Nr. 244.

— **des Königreichs Sachsen** v. Dr. J. Zemmrich, Oberlehrer am Realgymnas. in Plauen. Mit 12 Abbildungen u. 1 Karte. Nr. 258.

Landeskunde von Skandinavien (Schweden, Norwegen u. Dänemark) von Heinr. Kerp, Lehrer am Gymnasium und Lehrer der Erdkunde am Comenius-Seminar zu Bonn. Mit 11 Abbild. und 1 Karte. Nr. 202.

— **des Königreichs Württemberg** von Dr. Kurt Hassert, Professor der Geographie an der Handelshochschule in Köln. Mit 16 Vollbildern und 1 Karte. Nr. 157.

Landwirtschaftliche Betriebslehre von Ernst Langenbeck in Bochum. Nr. 227.

Leben, Deutsches, im 12. Jahrhundert. Kulturhistorische Erläuterungen zum Nibelungenlied und zur Kudrun. Von Professor Dr. Jul. Dieffenbacher in Freiburg i. B. Mit 1 Tafel und 30 Abbildungen. Nr. 93.

Lessings Emilia Galotti. Mit Einleitung und Anmerkungen von Prof. Dr. W. Votsch. Nr. 2.

— **Minna v. Barnhelm.** Mit Anm. von Dr. Tomaschek. Nr. 5.

Licht. Theoretische Physik II. Teil: Licht und Wärme. Von Dr. Gust. Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 47 Abbildungen. Nr. 77.

Literatur, Althochdeutsche, mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Th. Schauffler, Professor am Realgymnasium in Ulm. Nr. 28.

Literaturdenkmäler des 14. u. 15. Jahrhunderts. Ausgewählt und erläutert von Dr. Hermann Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 181.

— **des 16. Jahrhunderts I: Martin Luther, Thom. Murner u. das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts.** Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Literaturdenkmäler des 16. Jahrhunderts II: Hans Sachs. Ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Jul. Sahr. Nr. 24.

— **— III: Von Brant bis Rollenhagen: Brant, Hutten, Eischart, sowie Eierepos und Fabel.** Ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 36.

Literaturen, Die, des Orients. I. Teil: Die Literaturen Ostasiens und Indiens v. Dr. M. Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 162.

— II. Teil: Die Literaturen der Perser, Semiten und Türken, von Dr. M. Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 163.

Literaturgeschichte, Deutsche, von Dr. Max Koch, Professor an der Universität Breslau. Nr. 31.

— **Deutsche, der Klassikerzeit** von Carl Weitbrecht, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. Nr. 161.

— **Deutsche, des 19. Jahrhunderts** von Carl Weitbrecht, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. I. II. Nr. 134. 135.

— **Englische,** von Dr. Karl Weiser in Wien. Nr. 69.

— — Grundzüge und Haupttypen der englischen Literaturgeschichte von Dr. Arnold M. M. Schröer, Prof. an der Handelshochschule in Köln. 2 Teile. Nr. 286. 287.

— **Griechische,** mit Berücksichtigung der Geschichte der Wissenschaften von Dr. Alfred Gercke, Professor an der Universität Greifswald. Nr. 70.

— **Italienische,** von Dr. Karl Voßler, Professor a. d. Universität Heidelberg. Nr. 125.

— **Nordische,** I. Teil: Die isländische und norwegische Literatur des Mittelalters von Dr. Wolfgang Golther, Professor an der Universität Rostock. Nr. 254.

Literaturgeschichte, Portugiesische, von Dr. Karl von Reinhardstoettner, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in München. Nr. 213.

— **Römische,** von Dr. Hermann Joachim in Hamburg. Nr. 52.

— **Russische,** von Dr. Georg Polonskij in München. Nr. 166.

— **Slavische,** von Dr. Josef Karásek in Wien. 1. Teil: Ältere Literatur bis zur Wiedergeburt. Nr. 277.

— — 2. Teil: Das 19. Jahrhundert. Nr. 278.

— **Spanische,** von Dr. Rudolf Beer in Wien. I. II. Nr. 167. 168.

Logarithmen. Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt von Dr. Hermann Schubert, Professor an der Gelehrtenschule d. Johanneums in Hamburg. Nr. 81.

Logik. Psychologie und Logik zur Einführung in die Philosophie von Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Figuren. Nr. 14.

Luther, Martin, Thom. Murner und das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.

Magnetismus. Theoretische Physik III. Teil: Elektrizität und Magnetismus. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 33 Abbild. Nr. 78.

Malerei, Geschichte der, I. II. III. IV. V. von Dr. Rich. Muther, Professor an der Universität Breslau. Nr. 107—111.

Maschinenelemente, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den prakt. Gebrauch von Fr. Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 86 Fig. Nr. 3.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Maß-, Münz- und Gewichtswesen von Dr. August Blind, Prof. an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Maßanalyse von Dr. Otto Röhm in Stuttgart. Nr. 221.

Mathematik, Geschichte der, von Dr. A. Sturm, Professor am Obergymnasium in Seitenstetten. Nr. 226.

Mechanik. Theoret. Physik I. Teil: Mechanik und Akustik. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an der Univ. Wien. Mit 19 Abbild. Nr. 76.

Meereskunde, Physische, von Dr. Gerhard Schott, Abteilungsvorsteher an der Deutschen Seewarte in Hamburg. Mit 28 Abbild. im Text und 8 Tafeln. Nr. 112.

Metalle (Anorganische Chemie 2. Teil) v. Dr. Oskar Schmidt, dipl. Ingenieur, Assistent an der Königl. Baugewerkschule in Stuttgart. Nr. 212.

Metalloide (Anorganische Chemie 1. Teil) von Dr. Oskar Schmidt, dipl. Ingenieur, Assistent an der Kgl. Baugewerkschule in Stuttgart. Nr. 211.

Meteorologie von Dr. W. Trabert, Professor an der Universität Innsbruck. Mit 49 Abbildungen und 7 Tafeln. Nr. 54.

Mineralogie von Dr. R. Brauns, Professor an der Universität Kiel. Mit 130 Abbildungen. Nr. 29.

Minnesang und Spruchdichtung. Walther v. d. Vogelweide mit Auswahl aus Minnesang und Spruchdichtung. Mit Anmerkungen und einem Wörterbuch von Otto Güntter, Professor an der Oberrealschule und an der Techn. Hochschule in Stuttgart. Nr. 23.

Morphologie, Anatomie u. Physiologie der Pflanzen. Von Dr. W. Migula, Prof. a. d. Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbild. Nr. 141.

Münzwesen. Maß-, Münz- und Gewichtswesen von Dr. Aug. Blind, Professor an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Murner, Thomas. Martin Luther, Thomas Murner und das Kirchenlied des 16. Jahrh. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberl. am Nikolaigymn. zu Leipzig. Nr. 7.

Musik, Geschichte der alten und mittelalterlichen, von Dr. A. Möhler. Mit zahlreichen Abbild. und Musikbeilagen. Nr. 121.

Musikalische Formenlehre (Kompositionslehre) v. Stephan Krehl. I. II. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 149. 150.

Musikgeschichte des 17. und 18. Jahrhunderts von Dr. K. Grunsky in Stuttgart. Nr. 239.

— **des 19. Jahrhunderts** von Dr. K. Grunsky in Stuttgart. I. II. Nr. 164. 165.

Musiklehre, Allgemeine, v. Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 220.

Mythologie, Deutsche, von Dr. Friedrich Kauffmann, Professor an der Universität Kiel. Nr. 15.

— **Griechische und römische,** von Dr. Herm. Steuding, Professor am Kgl. Gymnasium in Wurzen. Nr. 27.

— siehe auch: Heldensage.

Nautik. Kurzer Abriß des täglich an Bord von Handelsschiffen angewandten Teils der Schiffahrtskunde. Von Dr. Franz Schulze, Direktor der Navigations-Schule zu Lübeck. Mit 56 Abbildungen. Nr. 84.

Nibelunge, Der, Nöt in Auswahl und Mittelhochdeutsche Grammatik mit kurzem Wörterbuch von Dr. W. Golther, Professor an der Universität Rostock. Nr. 1.

— — siehe auch: Leben, Deutsches, im 12. Jahrhundert.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Nutzpflanzen von Prof. Dr. J. Behrens, Vorst. d. Großh. landwirtschaftlichen Versuchsanstalt Augustenberg. Mit 53 Figuren. Nr. 123.

Pädagogik im Grundriß von Professor Dr. W. Rein, Direktor des Pädagogischen Seminars an der Universität Jena. Nr. 12.

— **Geschichte der**, von Oberlehrer Dr. H. Weimer in Wiesbaden. Nr. 145.

Paläontologie v. Dr. Rud. Hoernes, Prof. an der Universität Graz. Mit 87 Abbildungen. Nr. 95.

Parallelperspektive. Rechtwinklige und schiefwinklige Axonometrie von Professor J. Donderlinn in Breslau. Mit 121 Figuren. Nr. 260.

Perspektive nebst einem Anhang üb. Schattenkonstruktion und Parallelperspektive von Architekt Hans Freyberger, Oberlehrer an der Baugewerkschule Köln. Mit 88 Abbild. Nr. 57.

Petrographie von Dr. W. Bruhns, Prof. a. d. Universität Straßburg i. E. Mit 15 Abbild. Nr. 173.

Pflanze, Die, ihr Bau und ihr Leben von Oberlehrer Dr. E. Dennert. Mit 96 Abbildungen. Nr. 44.

Pflanzenbiologie von Dr. W. Migula, Prof. a. d. Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbild. Nr. 127.

Pflanzen-Morphologie, -Anatomie und -Physiologie von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbildungen. Nr. 141.

Pflanzenreich, Das. Einteilung des gesamten Pflanzenreichs mit den wichtigsten und bekanntesten Arten von Dr. F. Reinecke in Breslau und Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Figuren. Nr. 122.

Pflanzenwelt, Die, der Gewässer von Dr. W. Migula, Prof. an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbildungen. Nr. 158.

Pharmakognosie. Von Apotheker F. Schmitthenner, Assistent am Botan. Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe. Nr. 251.

Philosophie, Einführung in die, von Dr. Max Wentscher, Prof. a. d. Universität Königsberg. Nr. 281.

— Psychologie und Logik zur Einführ. in die Philosophie von Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.

Photographie. Von Prof. H. Keßler, Fachlehrer an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit 4 Tafeln und 52 Abbild. Nr. 94.

Physik, Theoretische, I. Teil: Mechanik und Akustik. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 19 Abbild. Nr. 76.

— — II. Teil: Licht und Wärme. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Univ. Wien. Mit 47 Abbild. Nr. 77.

— — III. Teil: Elektrizität und Magnetismus. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an der Universität Wien. Mit 33 Abbild. Nr. 78.

— **Geschichte der**, von A. Kistner, Professor an der Großh. Realschule zu Sinsheim a. E. I: Die Physik bis Newton. Mit 13 Fig. Nr 293

— — II: Die Physik von Newton bis zur Gegenwart. Mit 3 Figuren. Nr. 294.

Physikalische Aufgabensammlung von G. Mahler, Prof. d. Mathem. u. Physik am Gymnasium in Ulm. Mit den Resultaten. Nr. 243.

Physikalische Formelsammlung von G. Mahler, Prof. am Gymnasium in Ulm. Nr. 136.

Plastik, Die, des Abendlandes von Dr. Hans Stegmann, Konservator am German. Nationalmuseum zu Nürnberg. Mit 23 Tafeln. Nr. 116.

Poetik, Deutsche, von Dr. K. Borinski, Dozent a. d. Univ. München. Nr. 40.

Posamentiererei. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Ind. zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Psychologie und Logik zur Einführ. in die Philosophie von Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.

Psychophysik, Grundriß der, von Dr. G. F. Lipps in Leipzig. Mit 3 Figuren. Nr. 98.

Pumpen, hydraulische und pneumatische Anlagen. Ein kurzer Überblick von Regierungsbaumeister Rudolf Vogdt, Oberlehrer an der kgl. höheren Maschinenbauschule in Posen Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 290.

Quellenkunde zur deutschen Geschichte von Dr. Carl Jacob, Prof. a. d. Universität Tübingen. 2 Bände. Nr. 279. 280.

Rechnen, Kaufmännisches, von Richard Just, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt der Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139. 140. 187.

Rechtslehre. Allgemeine, von Dr. Th. Sternberg in Charlottenburg. I: Die Methode. Nr. 169.

— II: Das System. Nr. 170.

Rechtsschutz, Der internationale gewerbliche, von J. Neuberg, Kaiserl. Regierungsrat, Mitglied des Kaiserl. Patentamts zu Berlin. Nr. 271.

Redelehre, Deutsche, v. Hans Probst, Gymnasialprofessor in Bamberg. Mit einer Tafel. Nr. 61.

Religionsgeschichte, Alttestamentliche, von D. Dr. Max Löhr, Prof an der Universität Breslau. Nr. 292.

— **Indische,** von Professor Dr. Edmund Hardy. Nr. 83.

— — siehe auch Buddha.

Religionswissenschaft, Abriß der vergleichenden, von Prof. Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 208.

Roman. Geschichte d. deutschen Romans von Dr. Hellmuth Mielke. Nr. 229.

Russisch-Deutsches Gesprächsbuch von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 68.

Russisches Lesebuch mit Glossar von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 67.

— — siehe auch: Grammatik.

Sachs, Hans. Ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 24.

Säugetiere. Das Tierreich I: Säugetiere von Oberstudienrat Prof. Dr. Kurt Lampert, Vorsteher des Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. Mit 15 Abbildungen. Nr. 282.

Schattenkonstruktionen v. Prof. J. Vonderlinn in Breslau. Mit 114 Fig. Nr. 236.

Schmarotzer u. Schmarotzertum in der Tierwelt. Erste Einführung in die tierische Schmarotzerkunde v. Dr. Franz v. Wagner, a. o. Prof. a. d. Univers. Gießen. Mit 67 Abbildungen. Nr. 151.

Schule, Die deutsche, im Auslande, von Hans Amrhein in Halle a. S. Nr. 259.

Schulpraxis. Methodik der Volksschule von Dr. R. Seyfert, Seminaroberlehrer in Annaberg. Nr. 50.

Simplicius Simplicissimus von Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen. In Auswahl herausgegeb. von Prof. Dr. F. Bobertag, Dozent an der Universität Breslau. Nr. 138.

Soziologie von Prof. Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 101.

Spitzenfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Technischen Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Figuren. Nr. 185.

Sprachdenkmäler, Gotische, mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen v. Dr. Herm. Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 79.

Sprachwissenschaft, Germanische, v. Dr. Rich. Loewe in Berlin. Nr. 238.

— **Indogermanische,** v. Dr. R. Meringer, Prof. a. d. Univ. Graz. Mit einer Tafel. Nr. 59.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Sprachwissenschaft, Romanische, von Dr. Adolf Zauner, Privatdozent an der Universität Wien. I: Lautlehre u. Wortlehre I. Nr. 128.

— — II: Wortlehre II u. Syntax. Nr. 250.

— **Semitische,** von Dr. C. Brockelmann, Professor an der Universität Königsberg. Nr. 291.

Staatsrecht, Preußisches, von Dr. Fritz Stier-Somlo, Professor an der Universität Bonn. 2 Teile. Nr. 298 u. 299.

Stammeskunde, Deutsche, von Dr. Rudolf Much, a. o. Professor an d. Universität Wien. Mit 2 Karten und 2 Tafeln. Nr. 126.

Statik, I. Teil: Die Grundlehren der Statik starrer Körper v. W. Hauber, diplom. Ing. Mit 82 Fig. Nr. 178.

— II. Teil: Angewandte Statik. Mit 61 Figuren. Nr. 179.

Stenographie nach dem System von F. X. Gabelsberger von Dr. Albert Schramm, Mitglied des Kgl. Stenogr. Instituts Dresden. Nr. 246.

— Lehrbuch der Vereinfachten Deutschen Stenographie (Einig.-System Stolze-Schrey) nebst Schlüssel, Lesestücken u. einem Anhang v. Dr. Amsel, Oberlehrer des Kadettenhauses Oranienstein. Nr. 86.

Stereochemie von Dr. E. Wedekind, Professor a. d. Universität Tübingen. Mit 34 Abbild. Nr. 201.

Stereometrie von Dr. R. Glaser in Stuttgart. Mit 44 Figuren. Nr. 97.

Stilkunde von Karl Otto Hartmann, Gewerbeschulvorstand in Lahr. Mit 7 Vollbildern und 195 Text-Illustrationen. Nr. 80.

Technologie, Allgemeine chemische, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.

Teerfarbstoffe, Die, mit besonderer Berücksichtigung der synthetischen Methoden von Dr. Hans Bucherer, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule Dresden. Nr. 214.

Telegraphie, Die elektrische, von Dr. Lud. Rellstab. M. 19 Fig. Nr. 172.

Testament. Die Entstehung des Alten Testaments von Lic. Dr. W. Staerk in Jena. Nr. 272.

— Die Entstehung des Neuen Testaments von Prof. Lic. Dr. Carl Clemen in Bonn. Nr. 285.

Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Dir. der Königlichen Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

— **III:** Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilh. Massot, Lehrer an der Prest. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.

Thermodynamik (Technische Wärmelehre) von K. Walther und M. Röttinger, Dipl.-Ingenieuren. Mit 54 Fig. Nr. 242.

Tierbiologie I: Entstehung und Weiterbildung der Tierwelt, Beziehungen zur organischen Natur von Dr. Heinrich Simroth, Professor an der Universität Leipzig. Mit 33 Abbildungen. Nr. 131.

— **II:** Beziehungen der Tiere zur organischen Natur von Dr. Heinrich Simroth, Prof. an der Universität Leipzig. Mit 35 Abbild. Nr. 132.

Tiergeographie von Dr. Arnold Jacobi, Professor der Zoologie an der Kgl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 2 Karten. Nr. 218.

Tierkunde v. Dr. Franz v. Wagner, Professor an der Universität Gießen. Mit 78 Abbildungen. Nr. 60.

Tierreich, Das, I: Säugetiere von Oberstudienrat Prof. Dr. Kurt Lampert, Vorsteher des Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. Mit 15 Abbildungen. Nr. 282.

Tierzuchtlehre. Allgemeine und spezielle, von Dr. Paul Rippert in Berlin. Nr. 228.

Trigonometrie, Ebene und sphärische, von Dr. Gerh. Hessenberg, Privatdoz. an der Techn. Hochschule in Berlin. Mit 70 Figuren. Nr. 99.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Unterrichtswesen, Das öffentliche, Deutschlands i. d. Gegenwart von Dr. Paul Stötzner, Gymnasialoberlehrer in Zwickau. Nr. 130.

— **Geschichte des deutschen Unterrichtswesens** von Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor des Kgl. Gymnasiums zu Luckau. I. Teil: Von Anfang an bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Nr. 275.

— — II. Teil: Vom Beginn des 19. Jahrhunderts bis auf die Gegenwart. Nr. 276.

Urgeschichte der Menschheit v. Dr. Moriz Hoernes, Prof. an der Univ. Wien. Mit 53 Abbild. Nr. 42.

Urheberrecht, Das deutsche, an literarischen, künstlerischen und gewerblichen Schöpfungen, mit besonderer Berücksichtigung der internationalen Verträge von Dr. Gustav Rauter, Patentanwalt in Charlottenburg. Nr. 263.

Versicherungsmathematik von Dr. Alfred Loewy, Prof. an der Univ. Freiburg i. B. Nr. 180.

Versicherungswesen, Das, von Dr. iur. Paul Moldenhauer, Dozent der Versicherungswissenschaft an der Handelshochschule Köln. Nr. 262.

Völkerkunde von Dr. Michael Haberlandt, Privatdozent an der Universf. Wien. Mit 56 Abbild. Nr. 73.

Volkslied, Das deutsche, ausgewählt und erläutert von Professor Dr. Jul. Sahr. Nr. 25.

Volkswirtschaftslehre v. Dr. Carl Johs. Fuchs, Professor an der Universität Freiburg i. B. Nr. 133.

Volkswirtschaftspolitik von Präsident Dr. R. van der Borght in Berlin. Nr. 177.

Waltharilied, Das, im Versmaße der Urschrift übersetzt und erläutert von Prof. Dr. H. Althof, Oberlehrer a. Realgymnasium i. Weimar. Nr. 46.

Walther von der Vogelweide mit Auswahl aus Minnesang u. Spruchdichtung. Mit Anmerkungen und einem Wörterbuch von Otto Güntter, Prof. a. d. Oberrealschule und a. d. Techn. Hochsch. in Stuttgart. Nr. 23.

Warenkunde, von Dr. Karl Hassack, Professor an der Wiener Handelsakademie. I. Teil: Unorganische Waren. Mit 40 Abbildungen. Nr. 222.

— II. Teil: Organische Waren. Mit 36 Abbildungen. Nr. 223.

Wärme. Theoretische Physik II. Teil: Licht und Wärme. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 47 Abbild. Nr. 77.

Wärmelehre, Technische. (Thermodynamik) von K. Walther u. M. Röttinger, Dipl.-Ingenieuren. Mit 54 Figuren. Nr. 242.

Wäscherei. Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilh. Massot, Lehrer an der Preuß. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.

Wasser, Das, und seine Verwendung in Industrie und Gewerbe von Dr. Ernst Leher, Dipl.-Ingen. in Saalfeld. Mit 15 Abbildungen. Nr. 261.

Weberei. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Wirkerei. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Wolfram von Eschenbach. Hartmann v. Aue, Wolfram v. Eschenbach und Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höf. Epos mit Anmerkungen u. Wörterbuch v. Dr. K. Marold, Prof. a. Kgl. Friedrichskolleg. z. Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Wörterbuch nach der neuen deutschen Rechtschreibung von Dr. Heinrich Klenz. Nr. 200.

— **Deutsches**, von Dr. Ferd. Detter, Prof. an d. Universität Prag. Nr. 64.

Zeichenschule von Prof. K. Kimmich in Ulm. Mit 17 Tafeln in Ton-, Farben- und Golddruck u. 135 Voll- und Textbildern. Nr. 39.

Zeichnen, Geometrisches, von H. Becker, Architekt und Lehrer an der Baugewerkschule in Magdeburg, neu bearb. v. Prof. J. Vonderlinn, diplom. und staatl. gepr. Ingenieur in Breslau. Mit 290 Fig. und 23 Tafeln im Text. Nr. 58.

Weitere Bände erscheinen in rascher Folge.

Sammlung Schubert.

Sammlung mathematischer Lehrbücher,

die, auf wissenschaftlicher Grundlage beruhend, den Bedürfnissen des Praktikers Rechnung tragen und zugleich durch eine leicht faßliche Darstellung des Stoffs auch für den Nichtfachmann verständlich sind.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung in Leipzig.

Verzeichnis der bis jetzt erschienenen Bände:

1 **Elementare Arithmetik und Algebra** von Prof. Dr. Hermann Schubert in Hamburg. M. 2.80.
2 **Elementare Planimetrie** von Prof. W. Pflieger in Münster i. E. M. 4.80.
3 **Ebene und sphärische Trigonometrie** von Dr. F. Bohnert in Hamburg. M. 2.—.
4 **Elementare Stereometrie** von Dr. F. Bohnert in Hamburg. M. 2.40.
5 **Niedere Analysis I. Teil: Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Kettenbrüche und diophantische Gleichungen** von Professor Dr. Hermann Schubert in Hamburg. M. 3.60.
6 **Algebra mit Einschluß der elementaren Zahlentheorie** von Dr. Otto Pund in Altona. M. 4.40.
7 **Ebene Geometrie der Lage** von Prof. Dr. Rud. Böger in Hamburg. M. 5.—.
8 **Analytische Geometrie der Ebene** von Professor Dr. Max Simon in Straßburg. M. 6.—.
9 **Analytische Geometrie des Raumes I. Teil: Gerade, Ebene, Kugel** von Professor Dr. Max Simon in Straßburg. M. 4.—.
10 **Differential- und Integralrechnung I. Teil: Differentialrechnung** von Prof. Dr. W. Frz. Meyer in Königsberg. M. 9.—.
11 **Differential- und Integralrechnung II. Teil: Integralrechnung** von Prof. Dr. W. Franz Meyer in Königsberg. M. 10.—.
12 **Elemente der darstellenden Geometrie** von Dr. John Schröder in Hamburg. M. 5.—.
13 **Differentialgleichungen** von Prof. Dr. L. Schlesinger in Klausenburg. 2. Auflage. M. 8.—.
14 **Praxis der Gleichungen** von Prof. C. Runge in Hannover. M. 5.20.
19 **Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungs-Rechnung** von Dr. Norbert Herz in Wien. M. 8.—.
20 **Versicherungsmathematik** von Dr. W. Grossmann in Wien. M. 5.—.
25 **Analytische Geometrie des Raumes II. Teil: Die Flächen zweiten Grades** von Professor Dr. Max Simon in Straßburg. M. 4.40.
27 **Geometrische Transformationen I. Teil: Die projektiven Transformationen nebst ihren Anwendungen** von Prof. Dr. Karl Doehlemann in München. M. 10.—.
29 **Allgemeine Theorie der Raumkurven und Flächen I. Teil** von Professor Dr. Victor Kommerell in Reutlingen und Professor Dr. Karl Kommerell in Heilbronn. M. 4.80.
31 **Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale** von Oberlehrer E. Landfriedt in Straßburg. M. 8.50.
32 **Theorie und Praxis der Reihen** von Prof. Dr. C. Runge in Hannover. M. 7.—.
34 **Liniengeometrie mit Anwendungen I. Teil** von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. M. 12.—.

Sammlung Schubert.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

35 **Mehrdimensionale Geometrie I. Teil: Die linearen Räume** von Prof. Dr. P. H. Schoute in Groningen. M. 10.—.

36 **Mehrdimensionale Geometrie II. Teil: Die Polytope** von Prof. Dr. P. H. Schoute in Groningen. M. 10.—.

38 **Angewandte Potentialtheorie in elementarer Behandlung I. Teil** v. Prof. E. Grimsehl in Hamburg. M. 6.—.

39 **Thermodynamik I. Teil** von Prof. Dr. W. Voigt, Göttingen. M. 10.—.

40 **Mathematische Optik** von Prof. Dr. J. Classen in Hamburg. M. 6.—.

41 **Theorie der Elektrizität und des Magnetismus I. Teil: Elektrostatik und Elektrokinetik** von Prof. Dr. J. Classen in Hamburg. M. 5.—.

42 **Theorie der Elektrizität u. d. Magnetismus II. Teil: Magnetismus und Elektromagnetismus** von Prof. Dr. J. Classen in Hamburg. M. 7.—.

43 **Theorie der ebenen algebraischen Kurven höh. Ordnung** v. Dr. Heinr. Wieleitner in Speyer. M. 10.—.

44 **Allgemeine Theorie der Raumkurven und Flächen II. Teil** von Professor Dr. Victor Kommerell in Reutlingen u. Professor Dr. Karl Kommerell in Heilbronn. M. 5.80.

45 **Niedere Analysis II. Teil: Funktionen, Potenzreihen, Gleichungen** von Professor Dr. Hermann Schubert in Hamburg. M. 3.80.

46 **Thetafunktionen u. hyperelliptische Funktionen** von Oberlehrer E. Landfriedt in Straßburg. M. 4.50.

48 **Thermodynamik II. Teil** von Prof. Dr. W. Voigt, Göttingen. M. 10.—.

49 **Nicht-Euklidische Geometrie** v. Dr. H. Liebmann, Leipzig. M. 6.50.

50 **Gewöhnliche Differentialgleichungen beliebiger Ordnung** von Dr. J. Horn, Professor an der Bergakademie zu Clausthal. M. 10.—.

51 **Liniengeometrie mit Anwendungen II. Teil** von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. M. 8.—.

In Vorbereitung bzw. projektiert sind:

Elemente der Astronomie von Dr. Ernst Hartwig in Bamberg.

Mathematische Geographie von Dr. Ernst Hartwig in Bamberg.

Darstellende Geometrie II. Teil: Anwendungen der darstellenden Geometrie v. Prof. Erich Geyger in Kassel

Geschichte der Mathematik von Prof. Dr. A. von Braunmühl und Prof. Dr. S. Günther in München.

Dynamik von Professor Dr. Karl Heun in Karlsruhe.

Technische Mechanik von Prof. Dr. Karl Heun in Karlsruhe.

Geodäsie von Professor Dr. A. Galle in Potsdam.

Allgemeine Funktionentheorie von Dr. Paul Epstein in Straßburg.

Räumliche projektive Geometrie.

Geometrische Transformationen II. Teil von Professor Dr. Karl Doehlemann in München.

Elliptische Funktionen von Dr. Karl Boehm in Heidelberg.

Allgem. Formen- u. Invariantentheorie.

Kinematik von Professor Dr. Karl Heun in Karlsruhe.

Elektromagnet. Lichttheorie von Prof. Dr. J. Classen in Hamburg.

Gruppen- u. Substitutionentheorie von Prof. Dr. E. Netto in Gießen.

Theorie der Flächen dritter Ordnung.

Mathematische Potentialtheorie v. Prof. Dr. A. Wangerin in Halle.

Elastizitäts- und Festigkeitslehre im Bauwesen von Dr. ing. H. Reißner in Berlin.

Elastizitäts- und Festigkeitslehre im Maschinenbau von Dr. Rudolf Wagner in Stettin.

Graphisches Rechnen von Prof. Aug. Adler in Prag.

Partielle Differentialgleichungen von Professor J. Horn in Clausthal.

Grundlagen der theoretischen Chemie von Dr. Franz Wenzel in Wien.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung in Leipzig.

Grundriß der Handelsgeographie

von

Dr. Max Eckert

Privatdozent der Erdkunde an der Universität Kiel

2 Bände

I: Allgemeine Wirtschafts- und Verkehrsgeographie

Preis: Broschiert M. 3.80—, geb. in Halbfranz M. 5.—

II: Spezielle Wirtschafts- und Verkehrsgeographie

Preis: Broschiert M. 8.—, geb. in Halbfranz M. 9.20

Dieser Grundriß ist ein Versuch, die Handelsgeographie als ein einheitliches wissenschaftliches System, das die gesamte Wirtschafts- und Verkehrsgeographie umfaßt, darzustellen. Ihr Wesen und ihre Aufgaben bestimmt der Verfasser dahin, daß sie von der Kenntnis der allgemeinen Lage und der orographischen und hydrographischen Voraussetzungen aus die gründliche Einsicht in die Erwerbs- und Verkehrsverhältnisse sowohl eines einzelnen Landschaftsgebietes bzw. eines einzelnen Wirtschaftsreiches, als auch der gesamten Erde, unter steter Berücksichtigung der wichtigsten klimatologischen, geologischen, volkswirtschaftlichen und politischen Faktoren, vermittelt.

Leitfaden der Handelsgeographie

von

Dr. Max Eckert

Preis: In Leinwand geb. M. 3.—

Dieser Leitfaden ist für die Hand des Schülers bestimmt. Er ist im allgemeinen ein Auszug aus dem vorstehenden „Grundriß der Handelsgeographie"; wenn sich aber auch die stoffliche Verteilung im großen und ganzen nach diesem Werk richtet, so sind doch in einzelnen Punkten bedeutende Veränderungen vorgenommen worden. Außerdem wurde das statistische Beiwerk auf ein Minimum beschränkt.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung in Leipzig.

Allgemeine und spezielle Wirtschaftsgeographie

von

Dr. Ernst Friedrich

Privatdozent an der Universität Leipzig

Mit 3 Karten

Preis: Broschiert M. 6.80, geb. in Halbfranz M. 8.20

Dieses Buch sucht in ein **hologäisches Verständnis** der Wirtschaft (Produktion und Verkehr) einzuführen, indem es zeigt, wie jede örtliche Wirtschaft als Teil in dem zusammenhängenden und durch tellurische Faktoren bestimmten Wirtschaftsleben der Erde dasteht. Dabei wird, wie es richtig ist, die Produktion der Länder in den Vordergrund gestellt, der Verkehr an zweiter Stelle behandelt.

Zeichenkunst

Methodische Darstellung des gesamten Zeichenwesens unter Mitwirkung erster Kräfte herausgegeben von

Karl Kimmich

582 Seiten, mit 1091 Text-Illustrationen, sowie 57 Farb- und Lichtdrucktafeln

2 Bände

Preis: gebunden M. 25.—

BG Politechniki Śląskiej
nr inw.: 102 - 141185
Dyr.1 141185