

Franciszek Marecki, Krzysztof Baron
Politechnika Śląska

OPTIMALIZACJA STRUKTURY MONTAŻU TAŚMOWEGO

Streszczenie: W referacie rozważany jest proces montażu taśmowego, składający się z sekwencyjnego ciągu operacji, o znanych czasach ich realizacji, zwanego strukturą montażu.

Dopuszcza się pewne zmiany kolejności wykonywania operacji oraz zmienną, w ustalonym zakresie, ilość stanowisk pracy na linii. Zakładając, że dany jest kompleks operacji montażu określony przez liczbę i typ montowanych detali, przedstawia się algorytm generowania dopuszczalnych struktur montażu oraz algorytm wyboru struktury montażu dającej maksymalną wydajność linii dla danych liczb stanowisk pracy.

1. Wstęp - sformułowanie problemu

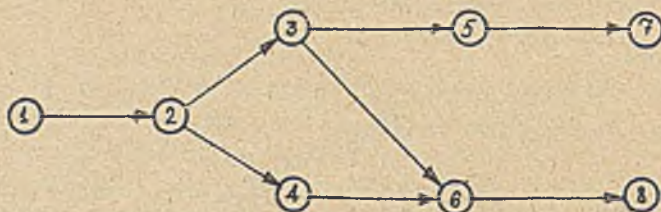
W referacie rozważany jest proces montażu taśmowego obiektów jednodukowej wersji. Zakłada się, że operacje montażu na taśmie stanowią sekwencyjny ciąg. Dopuszcza się pewne różne kolejności wykonywania tych operacji - zwane strukturami montażu. Na taśmie montażowej liczba stanowisk pracy może być zmienna, w pewnych granicach, dla różnych zmian roboczych. Prędkość przesuwu taśmy (a więc i wydajność linii) jest zależna od liczby stanowisk pracy i struktury montażu, dla najlepszego rozdziału operacji na stanowiska pracy. Liczbę stanowisk pracy, na linii można dla pewnego okresu czasu (np. miesiąca) oszacować na podstawie statystycznych danych o frekwencji monterów w ubiegłym okresie. Struktura montażu może być wybierana losowo, ustalona lub zmienna w rozpatrywanym okresie czasu. W referacie analizowany jest przypadek optymalizacji struktury ustalonej.

Problem wyznaczenia dopuszczalnej lub optymalnej struktury montażu był przedmiotem wielu prac: [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Zadanie to jest ściśle związane z balansowaniem linii montażowej [7]. Ograniczenia nałożone na kolejność wykonywania operacji przedstawia się w postaci sieci. Z sieci tej można bezpośrednio przeprowadzić balansowanie linii i wyznaczyć najlepszy rozdział operacji na stanowiska pracy (czyli również strukturę montażu) - dla ustalonej liczby stanowisk [7]. Inny sposób rozwiązania zadania polega na wygenerowaniu dopuszczalnych kolejności operacji i balansowaniu linii wg. dopuszczalnych struktur. W tym przypadku można wyznaczyć wydajności linii dla każdej struktury i każdej liczby stanowisk pracy.

Jeżeli zmienna struktura montażu w rozpatrywanym okresie czasu (np. ze zmiany roboczej na zmianę roboczą) nie jest dopuszczalna, to przy zmiennej liczbie stanowisk pracy, balansowanie linii bezpośrednio z sieci - nie pozwala rozwiązać zadania. Problem ten można rozwiązać generując dopuszczalne struktury montażu. Opisowi algorytmów tego podejścia poświęcony jest niniejszy referat.

2. Diagram poprzedników i następników

Przykładową, spotykaną w wielu pracach [1], [7] siecią przedstawiającą ograniczenia nałożone na kolejności wykonywania operacji na taśmie jest diagram poprzedników i następników (rys.1).



Rys.1. Diagram poprzedników i następników.

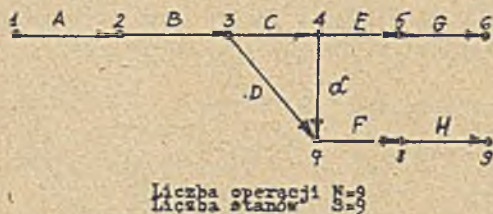
Operacje montażu są oznaczone liczbami od 1 do 8 i odpowiadają wierzchołkom, krawędzie określają relacje poprzedzenia i następstwa pomiędzy operacjami.

W referacie wykorzystano przedstawiony diagram zależności pomiędzy kolejnościami wykonywania operacji w procesie montażu taśmowego do sporządzenia przykładów ilustrujących przedstawione algorytmy.

3. Algorytm generowania dopuszczalnych struktur

Przedstawiony algorytm dotyczy sposobu generowania wszystkich dopuszczalnych ze względów technologicznych struktur montażu-sekwencji operacji montażu na linii montażowej.

Proces montażu przedstawiony jest za pomocą zbioru operacji montażu (kompleksu operacji) oraz modelu zależności pomiędzy operacjami w formie grafu, w którym krawędzie odpowiadają operacjom, a wierzchołki stanom operacji, tj. sytuacjom rozpoczęcia i zakończenia operacji. Przez operację montażu $O[p, h]$ rozumie się zespół określonych czynności, które muszą być wykonane pomiędzy stanem początkowym - p, a końcowym - k. Operacje o stanie początkowym - p mogą rozpocząć się dopiero po zakończeniu wszystkich operacji, dla których ten stan jest stanem końcowym.



Rys.2. Model zależności pomiędzy operacjami kompleksu.

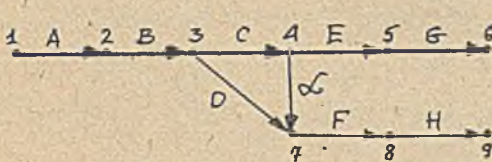
Przyporządkowanie operacji

Diagram/rys.1./	Graf
1	$O(1,2)=A$
2	$O(2,3)=B$
3	$O(4,5)=C$
4	$O(1,9)=D$
5	$O(4,5)=E$
6	$O(7,8)=F$
7	$O(5,6)=G$
8	$O(1,9)=H$
	$O(4,9)=\alpha$

Dla ilustracji algorytmu posłużono się przedstawionym na rys.2 modelem zależności występujących pomiędzy operacjami montażu, który otrzymano z diagramu poprzedników i następników (rys.1). W grafie na rys.2 operacje przyporządkowano krawędziom, oznaczając je literami od A do H. Kolejne litery alfabetu odpowiadają numerom operacji od 1 do 8. Dla zachowania zależności pomiędzy operacjami, jak w diagramie, wprowadzono dodatkową (pustą) operację α . Operacja ta odzwierciedla niedające się wprost transformować z jednej postaci opisu w drugą zależności pomiędzy operacjami 1 do 8.

W grafie wyróżnia się stan pierwszy i ostatni, odpowiednio wybrane spośród stanów odpowiadających wierzchołkom bez krawędzi dochodzących i wierzchołkom bez krawędzi wychodzących. Zbiór operacji tworzy się tak (poprzez agregację), by parze stanów (p, h) odpowiadała tylko jedna operacja $O[p, h]$ (dwa wierzchołki łączyła bezpośrednio co najwyżej jedna krawędź).

W grafie wyróżnia się ścieżkę podstawową przechodzącą od stanu pierwszego do ostatniego. Stany na ścieżce w ilości K noszą nazwę stanów podstawowych. Dla stanów podstawowych tworzy się tablicę operacji TO o elementach $O[i, j]$ ($i, j \in [1, \dots, S]$, i, j - numery stanów początkowego, końcowego leżących na ścieżce, S - ilość stanów grafu)



1,2,3,4,5,6 - stany podstawowe, $K=6$
 A,B,C,E,G - operacje podstawowe
 Liczba stanów poza ścieżką podstawową $L=3$

TO

$i \backslash j$	2	3	4	5	6
1	A				
2		B			
3			C		
4				E	
5					G

Rys.3. Wybór ścieżki podstawowej

Rys.4. Tablica operacji dla stanów podstawowych.

Na głównej przekątnej tablicy TO umieszcza się symbole operacji leżących na ścieżce podstawowej, poza przekątną umieszcza się symbole operacji (w przykładzie na rys. 4 takich brak), których tylko stany początkowy i końcowy należą do ścieżki.

Numery wierszy odpowiadają stanom początkowym, numery kolumn stanom końcowym operacji. Poza ścieżką znajduje się L stanów ($L = S - K$).

W oparciu o tablicę TO i graf tworzy się tablicę operacji leżących poza ścieżką - TOD oraz tablicę zakazanych sekwencji operacji - TZ w $L - L_k$ stanach leżących poza ścieżką podstawową (z wyjątkiem L_k stanów spośród L bez krawędzi wychodzących).

W tablicy TOD ilość kolumn odpowiada ilości stanów podstawowych końcowych ($K-1$). Każdemu wierszowi tablicy TOD jest przyporządkowana jedna operacja niepodstawowa. Wierszy jest tyle (M), ile operacji poza ścieżką podstawową. Występowanie symbolu operacji w danej kolumnie TOD świadczy o możliwości zakończenia tej operacji w stanie podstawowym, któremu odpowiada dana kolumna.

TOD

$i \backslash j$	2	3	4	5	6
1			D	D	D
2				d	d
3				F	F
4				H	H

Liczba operacji poza ścieżką $M=4$

Rys.5. Tablica operacji leżących poza ścieżką podstawową

TZ numer stanów poza ścieżką

7	F	d
7	F	D
1	H	F

Rys.6. Tablica niedopuszczalnych sekwencji operacji w stanach spoza ścieżki podstawowej

Tablice TOD i TZ służą do formowania sekwencji operacji leżących poza ścieżką podstawową. Sekwencje te umieszcza się w tablicy sekwencji - TS o kolumnach $TS[k]$ ($k \in [2, \dots, S]$). Wiersze tablicy TS zawierają, w rozbięciu na stany końcowe ścieżki podstawowej kolumny $TS[k]$, określone sekwencje operacji otrzymywane w przyjętym porządku z tablicy TOD z uwzględnieniem zawartości TZ.

4. Algorytm balansowania linii montażowej.

Procedura rozdziału operacji na stanowiska pracy - tak by niewykorzystany czas pracy był minimalny - nosi nazwę balansowania linii montażowej. Jeżeli struktura montażu jest przedstawiona w postaci sekwencyjnego ciągu operacji, to do balansowania linii można wykorzystać algorytm [8] przedstawiony niżej:

Założmy, że dany jest uporządkowany ciąg "S" operacji elementarnych "e_n"

$$S = \{e_1, \dots, e_n, \dots, e_N\} \quad (1)$$

oraz dany jest czas "t_n" wykonania każdej operacji

$$t(e_n) = t_n \quad (2)$$

Zatem w wyniku balansowania linii należy rozdzielić "N" operacji elementarnych na "M" stanowisk pracy.

Niech "q_m" oznacza liczbę kolejnych operacji przydzielonych na "m-te" stanowisko pracy. Tak więc sumę czasów "τ_m" operacji przydzielonych na "m-te" stanowisko pracy można zapisać następująco:

$$\tau_m = n = \sum_{u=1}^{u=m} q_u = \sum_{n=1}^{n=m-1} t_n + \sum_{u=0} q_u \quad (3)$$

u=0, gdzie: q₀ = 0

Zakładamy, że suma czasów operacji na każdym stanowisku pracy nie przekracza czasu cyklu pracy "c", a więc:

$$\bigwedge_{1 \leq m \leq M} \left(c - \sum_{n=1}^{n=m-1} t_n \right) \geq 0 \quad (4)$$

$$n = 1 + \sum_{u=0}^{u=m-1} q_u$$

niezbalansowany (niewykorzystany) czas pracy na linii wyniesie:

$$Q = \sum_{m=1}^{m=M} \left(c - \sum_{n=1}^{n=m-1} t_n \right) + \sum_{u=0} q_u \quad (5)$$

Jeżeli wszystkie operacje są rozdzielone na linii to:

$$\sum_{u=0}^{u=M} q_u = N \quad (6)$$

Balansowanie linii polega na minimalizacji (5) przy spełnieniu warunków (4) i (6). Wynikiem balansowania linii jest minimalny dopuszczalny cykl pracy " c^* ". Gdyby cykl " c^* " był znany, a zadanie polegało na rozdzieleniu operacji " e_n " na " M " stanowisk pracy, wówczas zapisując (5) w postaci:

$$Q = \sum_{m=1}^{m=M-1} (p^* - \sum_{n=m-1}^{n=\sum_{u=0}^{u=m} q_u} t_n) + (\bar{c} - \sum_{n=N-q_M+1}^{n=N} t_n) \quad (7)$$

można minimalizować niezbalansowany czas pracy oddzielnie na poszczególnych stanowiskach pracy, respektując ograniczenie (4). Ponieważ cykl " c^* " trzeba wyznaczyć, zatem można stosować procedurę (7) cyklicznie, wychodząc od minimalnego cyklu " c_0 " i sprawdzając warunki (4) oraz (6). Jeśli warunki te nie są spełnione powiększamy cykl " c_0 " o założone " Δc " i powtarzamy procedurę. Ostatecznie dla " c^* " warunki (4) i (6) będą spełnione.

Jako punkt startowy " c_0 " algorytmu można przyjąć:

$$c_0 = \max \left\{ \frac{\sum_{n=1}^{n=N} t_n}{M}; \max_n t_n \right\} \quad (8)$$

Przykład:

Dla pierwszej struktury z przykładu (rys.2) otrzymanej z tablicy na rys.9:

$$S = \{A, B, D, C, F, H, E, G\}$$

i odpowiednich czasów operacji:

$$t_1=4; t_2=3; t_3=2; t_4=5; t_5=2; t_6=7; t_7=6; t_8=4;$$

należy wyznaczyć minimalny dopuszczalny cykl pracy " c^* ", dla $M=3$. Zakładamy, że czasy są wyznaczone z dokładnością " $\Delta c = 1$ ".

Dla powyższych danych wyznaczamy z (8) punkt startowy:

$$c_0 = \max \left\{ \frac{33}{3}, 7 \right\} = 11$$

Dla " c_0 " minimalizujemy (5) respektując warunek (4), otrzymamy zatem:

$$q_1 = 3; q_2 = 2; q_3 = 2$$

Ponieważ nie jest spełniony warunek (6), modyfikujemy cykl \bar{c} " $\Delta c = 1$ ".

$$c_1 = 11 + 1 = 12$$

Ostatecznie dla:

$$c_2 = 13 + 1 = 14$$

otrzymamy:

$$q_1 = 3; q_2 = 3; q_3 = 2 ;$$

a więc: $|K| = 14$

Wydajność montażu (liczba zmontowanych obiektów w jednostce czasu), wyznaczamy jako:

$$W = \frac{1}{\sigma^2} \quad (9)$$

5. Algorytm optymalizacji struktury montażu:

Złożymy, że na podstawie algorytmu generowania dopuszczalnych struktur montażu "S_j" otrzymano "J" struktur. Liczb stanowisk pracy na linii montażowej "M₁" jest "I", gdzie:

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq I} M_{\min} \leq M_i \leq M_{\max} \quad (10)$$

Dla każdej struktury "S_j" oraz każdej liczby stanowisk "M_i", można w wyniku balansowania linii wyznaczyć wydajność "w_{ij}". Zatem dana jest tablica "W" wydajność linii montażowej:

$$W = [w_{ij}] \quad (11)$$

(i=1,...,I)
(j=1,...,J)

Na podstawie tablicy (11) można wyznaczyć optymalną strukturę montażu stosując jedno z wielu kryteriów [9] - najbardziej zasadne dla konkretnej linii montażowej. W dalszej analizie rozważymy kryterium statystyczne.

Jeżeli założymy, że dane są prawdopodobieństwa "P_i" wystąpienia na linii "M₁" stanowisk pracy, wówczas stosując stałą strukturę "S_j" (w określonym przedziale czasu) otrzymamy przeciętną wydajność linii "E_j", gdzie

$$E_j = \sum_{i=1}^{i=I} P_i w_{ij} \quad (12)$$

strukturę optymalną "S_{opt}" pozwala uzyskać maksymalną wydajność "E_j" linii, a więc:

$$\bigvee_{1 \leq j \leq J} \max_j \sum_{i=1}^{i=I} P_i w_{ij} \rightarrow S_{opt} \quad (13)$$

Stosowanie w określonym przedziale czasu stałej struktury montażu "S_{opt}", daje wydajność nie mniejszą od losowego wyboru struktury:

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^{j=J} \sum_{i=1}^{i=I} P_i w_{ij} \leq \max_j \sum_{i=1}^{i=I} P_i w_{ij} \quad (14)$$

Zmiany struktury w procesie montażu na linii mogą być wykluczone w rozpatrywanym okresie czasu, np. ze względów organizacyjnych (konieczność zmiany lokalizacji dostaw detali na linię).

Przykład

Biorąc pod uwagę 16 struktur montażu wygenerowanych w przykładzie (rys. 9) oraz przeprowadzając balansowanie linii dla 3, 4 i 5 stanowisk pracy względem każdej struktury otrzymamy następującą tabelę wydajności linii montażowej.

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,074	0,086	0,098	0,076	0,076	0,076	0,071	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,091	0,091	0,083	0,091
2	0,099	0,091	0,100	0,091	0,091	0,100	0,100	0,091	0,100	0,091	0,091	0,100	0,111	0,125	0,125	0,085
3	0,144	0,135	0,125	0,125	0,113	0,143	0,111	0,125	0,125	0,143	0,143	0,125	0,125	0,115	0,125	0,125

Zakładając prawdopodobieństwa:

$$P_1 = 0,2 ; P_2 = 0,5 ; P_3 = 0,3$$

Wyznamy przeciętne wydajności dla poszczególnych struktur:

$$\begin{array}{lll} E_1 = 0,0975 & E_2 = 0,0982 & E_3 = 0,1027 \\ E_4 = 0,1035 & E_5 = 0,1080 & E_6 = 0,0982 \\ E_7 = 0,1027 & E_8 = 0,0982 & E_9 = 0,1035 \\ E_{10} = 0,1119 & E_{11} = 0,1188 & E_{12} = 0,1080 \\ E_{13} = 0,1119 & E_{14} = 0,1188 & E_{15} = 0,1166 \\ & & E_{16} = 0,1188 \end{array}$$

oraz maksymalną wydajność przeciętną i optymalną struktury montażu:

$$\left(\max_{1 \leq j \leq 16} E_j = 0,1188 \right) \Rightarrow j_{opt} = 14 \text{ lub } j_{opt} = 16$$

6. Uwagi i wnioski

W referacie przedstawiono algorytm generowania struktur procesu montażu taśmowego, balansowania linii oraz optymalizacji struktury procesu montażu taśmowego. Algorytm ten zilustrowano przykładami. Programy i obliczenia dla linii montażu samochodu FIAT-126p, wg przedstawionych algorytmów, zamieszczone są w [10].

Przedstawiona metodyka dwustopowego balansowania linii montażowej, może być wykorzystana do sterowania linii. Prace w tym kierunku są prowadzone w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach.

LITERATURA

- [1] Prenting T., Battaglin R.: The Precedence Diagram: A Tool for Analysis in Assembly Line Balancing, Journal Industrial Engineering, v. 15, Nr 4, 1964.
- [2] Marecki F.: Dekompozycja i koordynacja kompleksu sekwencyjnych operacji montażu. Seminarium n.t. "Problemy sterowania linii montażowych". Instytut Automatyki, Pol. Śl. Gliwice 1978.
- [3] Marecki F.: Formalizacja matematyczna struktury kompleksu sekwencyjnych operacji montażu. jw.
- [4] Marecki F.: Identyfikacja struktury kompleksu sekwencyjnych operacji montażu - metodą tablic binarnych. jw.

- [5] Marecki F.: Algorytm generowania dopuszczalnych sekwencji operacji na linii montażowej. jw. \
- [6] Baron K.: Algorytm generowania dopuszczalnych struktur operacji w procesie montażu taśmowego. Seminarium n.t. "Problemy sterowania linii montażowych".
- [7] Szkurba W.W., Bieleckij S.A.: Czisliennyje metody wrieszenii zadaczi bałansirowanija sborocznoj linii. KIBIERNIETIKA. Nr 1, 1977.
- [8] Marecki F.: Algorytm balansowania linii montażowej. Seminarium n.t. "Problemy sterowania linii montażowych".
- [9] Marecki F.: Kryterióm optymalizacji struktury kompleksu sekwencyjnych operacji montażu. jw.
- [10] Kućmierz J.: Analiza montażu samochodu Fiat-126p, Praca dyplomowa magisterska I.A., Pol.Śl. 1978.

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ КОНВЕРЕЙНОЙ СБОРКИ

Резюме

В докладе представлен процесс конвейерной сборки с определённым временем выполнения каждой операции. Последовательность операций можно назвать структурой сборки.

Допускается смена очерёдности операций и количество рабочих мест в сборке.

Принимая во внимание то, что известна нам совокупность операций монтажа, определённая числом и типом деталей, монтированных на линии, даётся алгоритм генерирования допускаемых последовательностей операций, а также метод выбора структуры сборки максимальной эффективности.

OPTIMIZATION OF ASSEMBLY LINE STRUCTURE

Summary

In the paper, the assembly line which consists of sequence of operations is considered. Times of realizations of the operations are known. The sequence of operations will be called the structure of assembly. We allow the operations to change their sequence and the number of places in the line. Assuming that the set of operations is determined by the number and the type of details produced, we present an algorithm to generate allowed structures and an algorithm to chose the structure giving maximum efficiency of the line.