

Sammlung Göschen

# Elektrische Schwingungen

Von

Dr. Hermann Rohmann

II

Mit 68 Abbildungen



Kriegseinband



*Duvl*  
*139*  
Sammlung Götschen

---

# Elektrische Schwingungen

Von

**Dr. Hermann Rohmann**

Privatdozent an der Universität Straßburg

II

Mit 68 Abbildungen



*Manjun Buchhandl.*

Berlin und Leipzig

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.

1914

Alle Rechte, namentlich das Übersetzungsrecht  
von der Verlagshandlung vorbehalten.



141 174



Druck  
der Spamerschen  
Buchdruckerei in Leipzig.

D321/14

# Inhalt.

Seite

I. Schwingungsfähige Systeme mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion.	
1. Nichtquasistationäre Kondensatorkreise.	
A. Einleitung: Schematische Darstellung nichtquasistationärer Kreise . . . . .	5
B. Mechanische Modelle . . . . .	9
2. Systeme mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion	
A. Differentialgleichung für das Paralleldrahtsystem . . . . .	11
B. Selbstinduktion und Kapazität pro Längeneinheit:	
a) beim Paralleldrahtsystem . . . . .	15
b) beim Kabel . . . . .	17
c) beim einfachen Draht . . . . .	18
C. Spulen . . . . .	19
3. Stehende Wellen auf Drähten. (Einfacher Draht).	
A. Erste Form der Lösung der Differentialgleichung.	
a) Schwingungen auf dem freien geraden Draht . . . . .	19
b) Einseitig geerdeter Draht . . . . .	24
4. Erregung der stehenden Schwingungen . . . . .	26
A. Erregung durch Funken . . . . .	26
B. Erregung durch periodische äußere Kräfte.	
a) Koppelung mit einem Kondensatorkreise . . . . .	30
b) Oszillator im Wechselfeld (Resonator) . . . . .	32
c) Hertzscher (kreisförmiger) Resonator . . . . .	33
d) Seibtsche Spule, Teslatransformator . . . . .	35
5. Fortschreitende Wellen längs Drähten. (Paralleldrähte).	
A. Zweite Form der Lösung der Differentialgleichung . . . . .	36
B. Die Einwirkung äußerer Kräfte. Quelle. Fortschreitende Sinuswellen . . . . .	39
C. Verteilung von elektrischer und magnetischer Feldstärke um die Drähte . . . . .	43
D. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des die Drähte umgebenden Mediums . . . . .	44
E. Absorption der Wellen . . . . .	44
6. Wellen auf begrenzten Drähten . . . . .	45
A. Brücke (widerstands- und selbstinduktionslos) . . . . .	46
B. Eigenschwingungen von Drahtrechtecken . . . . .	50
C. Drahtrechteck, erregt durch Quellen. Abhängigkeit der Erregung von der Lage der Quellen . . . . .	51

	Seite
D. Freie Drahtenden . . . . .	53
E. Kondensator an den Drahtenden . . . . .	55
F. Eigenschwingungen nichtquasistationärer Kondensatorkreise . . . . .	58
G. Brücke mit Selbstinduktion . . . . .	60
H. Einführen der Drähte in ein zweites Dielektrikum . . . . .	65
7. Experimentelles über die Erzeugung und Untersuchung von Drahtwellen . . . . .	68
A. Lechersche Anordnung . . . . .	68
B. Blondlotsche Anordnung . . . . .	70
C. Erregung der Oszillatoren hoher Frequenz durch Funken . . . . .	72
D. Messung der Wellenlänge . . . . .	75
E. Die Hilfsmittel zur Beobachtung der stehenden Wellen.	
a) Geißlerrohr . . . . .	78
b) Rubenssche Fläschchen in Verbindung mit Bolometer oder Thermoelement . . . . .	79
c) Hertzsche Apparate zum Nachweis des elektrischen und magnetischen Feldes . . . . .	80
8. Messung von Dielektrizitätskonstanten mit Drahtwellen . . . . .	81
II. Elektromagnetische Wellen im freien Raum.	
1. Strahlung eines Stromelementes . . . . .	84
2. Strahlung von Oszillatoren . . . . .	89
3. Einwirkung der Wellen auf einen Resonator . . . . .	90
4. Stehende Wellen in Luft . . . . .	91
5. Experimentelles über die Erzeugung und Untersuchung von Wellen im freien Raum.	
A. Oszillatoren . . . . .	92
B. Resonatoren . . . . .	94
C. Hertzsche Versuche . . . . .	95
Sachregister . . . . .	97

---

## Literatur.

- J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie. 1905.  
 — Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 2. Aufl. 1913.  
 Vgl. auch die Lehrbücher der allgemeinen Elektrizitätslehre:  
 M. Abraham, Theorie der Elektrizität. I. Bd. 4. Aufl. 1912.  
 E. Cohn, Das elektromagnetische Feld. 1900.  
 P. Drude, Physik des Äthers. 2. Aufl. von W. König. 1912.

# I. Schwingungsfähige Systeme mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion.

## 1. Nichtquasistationäre Kondensatorkreise.

### A. Einleitung: Schematische Darstellung nichtquasistationärer Kreise.

Die im ersten Bändchen beschriebenen Erscheinungen und die aufgestellten Gesetze gelten nur für solche schwingungsfähige Gebilde und Schwingungen, die bestimmten Voraussetzungen genügen, quasistationär sind.

Bei der Ableitung der Thomson-Formel usw. haben wir nämlich vorausgesetzt, daß der Strom in der den Kondensator schließenden Drahtleitung in jedem Augenblick an allen Stellen des Drahtes die gleiche Stärke hat, also, abgesehen vom Skineffekt, verteilt ist wie ein stationärer Strom; ferner sollte die damit zusammenhängende Voraussetzung gelten, daß elektrostatische Ladungen nur auf dem Kondensator vorkommen.

Unter diesen Voraussetzungen ließ sich die Energie eines Kreises darstellen als Summe aus zwei Ausdrücken, von denen der erste die gewissermaßen im Kondensator lokalisierte elektrostatische Energie  $\frac{1}{2} CV^2$  bedeutete und der zweite die magnetische Energie der von einem bestimmten Strom  $I$  durchflossenen Spule:  $\frac{1}{2} LI^2$ . Daraus ergaben sich dann sehr einfach die Schwingungsgleichung und die übrigen Folgerungen.

Kondensatorkreise, die diesen Bedingungen praktisch Genüge leisten, lassen sich herstellen und finden vielfache Anwendung. Wir haben aber schon früher angedeutet, daß es sich dabei nur um eine Annäherung handeln kann. Bei jedem wirklichen Kreise müssen mehr oder weniger große Abweichungen von der quasistationären Stromverteilung vorhanden sein, weil auch auf den Drahtleitungen selber elektrostatische Ladungen auftreten.

Jedes kleinste Stück des Drahtes besitzt offenbar gegen andere Stücke (oder gegen die Erde) eine bestimmte Kapazität, d. h. wenn die Stücke Potentialdifferenzen gegeneinander haben, müssen auf ihnen entsprechende Elektrizitätsmengen angesammelt sein.

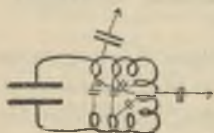


Fig. 1.

Wenn nun durch die Leitungen Schwingungen oder Wechselströme fließen, die eine wechselnde Potentialdifferenz der einzelnen Stücke gegeneinander<sup>1)</sup> bewirken, so ändern sich die Elektrizitätsmengen, die sich auf einem Stück befinden, fortwährend. Der zu einem solchen Stück hinfließende Strom wird also teilweise zur Aufladung verwandt und der abfließende Strom ist ihm nicht mehr gleich; die Stromstärke variiert längs des Schließungsdrahtes.

Fig. 1 stellt schematisch ein System dar, dessen Verhalten dem des wirklichen Kondensatorkreises nahekommt. Zwischen den einzelnen Stellen der Drahtleitung sind kleine Kondensatoren eingefügt. Genauer wären sie in geeigneter Größe zwischen all denjenigen Stellen zu zeichnen, zwischen denen elektrische Kraftlinien verlaufen, also im allgemeinen unendlich klein, dafür aber

<sup>1)</sup> Beim Kondensatorkreise muß das Potential längs des Drahtes sinken von dem Wert, den es an der Klemme der positiven Kondensatorbelegung hat, bis zu dem an der negativen Belegung.



kontinuierlich verteilt. Ihr Verlauf im einzelnen ist natürlich ganz abhängig von der Gestalt der Drahtleitung und von ihrer Lage gegen andere Leiter bzw. gegen die Erde.

Man bemerkt, daß man ein solches Gebilde auffassen kann als bestehend aus einer großen, im Grenzfall unendlich großen Anzahl von einzelnen Kondensatorkreisen, die untereinander gekoppelt sind.

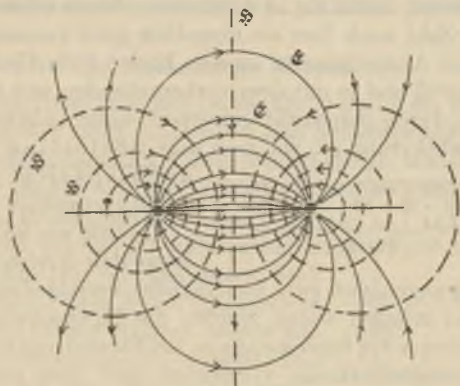


Fig. 2.

Für eine beliebige Form der Drahtleitung sind die einzelnen Kreise und ihre Beziehungen kaum zu übersehen. Für gewisse Formen der Leitung vereinfacht sich dagegen das Schema bedeutend.

Bei einer Drahtleitung z. B., die aus einem langen schmalen Rechteck besteht (bzw. aus eng beieinander geführten Paralleldrähten) das von anderen Leitern und von der Erde sehr weit entfernt ist, werden elektrische Kraftlinien von einem Stück des Drahtes im wesentlichen nur nach dem gerade gegenüberliegenden Stück verlaufen

(wenn wir von den Endteilen absehen). Diese Kraftlinien verlaufen in Ebenen, die senkrecht stehen auf den Drähten; desgleichen auch die magnetischen Kraftlinien.

Fig. 2 gibt ein ungefähres Bild von der Verteilung der Kraftlinien im senkrechten Querschnitt.

Schematisch läßt sich daher ein Kondensatorkreis, dessen Selbstinduktion aus einem langen schmalen Rechteck besteht, durch Fig. 3 darstellen: die einzelnen Kreise (deren Zahl auch hier als unendlich groß anzusehen ist) sind mit Ausnahme der an den Enden befindlichen alle gleich groß und je mit dem vorhergehenden und dem folgenden durch Kapazität gekoppelt, nicht induktiv. Auf der Drahtleitung ist, wie man sagt, „Selbstinduktion

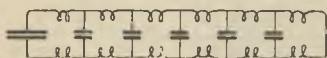


Fig. 3.

und Kapazität gleichmäßig verteilt“.

Ähnlich, wie bei zwei gekoppelten Kreisen Eigen-

schwingungen mit zwei voneinander verschiedenen Frequenzen möglich waren, werden die Eigenschwingungen der vorliegenden System aus so viel Frequenzen bestehen, als Kondensatorkreise vorhanden sind, also streng genommen aus unendlich vielen. Allerdings läßt sich voraussehen, daß davon bei geeigneter Anordnung und Erregung die nach Thomson berechnete so große Intensität gegen die übrigen besitzen kann, daß die anderen zu vernachlässigen sind und die Schwingungen als quasistationär betrachtet werden dürfen. Das wird namentlich dann der Fall sein, wenn der eingeschaltete Kondensator eine viel größere Kapazität hat, als alle kleineren Kondensatoren zusammengenommen.

Man bemerkt aber weiter, daß auch die Drahtleitung an und für sich, ohne daß überhaupt ein eigentlicher Kondensator eingeschaltet wäre, schon ein schwingungs-

fähiges System darstellt, da sie ja als aus lauter einzelnen Kondensatorkreisen bestehend betrachtet werden kann.

Die Schwingungen eines solchen Systems werden natürlich ganz andere als die quasistationären sein und bedürfen einer besonderen Betrachtung. Speziell die Vorgänge bei Leitungen mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion werden wir genauer untersuchen, da sie die relativ einfachsten sind und vielfache Anwendung finden.

### B. Mechanische Modelle.

Ehe wir diese genauere Betrachtung beginnen, können wir die bei den nicht quasistationären Systemen auftretenden Erscheinungen an einem mechanischen Modell illustrieren, ähnlich wie es früher für den quasistationären Kreis am Pendel geschah.

Denken wir uns als schwingungsfähiges System etwa das folgende (Fig. 4): Ein starrer Stab ist an seinen Enden durch Spiralfedern befestigt. Dieses System werde dadurch in Schwingungen versetzt, daß der Stab um eine Strecke  $x$  parallel zu sich aus seiner Ruhelage gezogen und dann plötzlich losgelassen wird. (Damit der Stab nicht aus der parallelen Lage herausgerät, möge er durch an ihm angebrachte Leisten in der angedeuteten Weise geführt sein.)

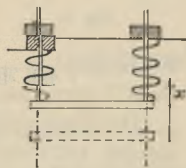


Fig. 4.

Wenn wir die Masse des Stabes mit  $m$ , die elastische Kraft der beiden Federn zusammen mit  $a$  bezeichnen, dann gehen die Schwingungen (bei fehlender Dämpfung) bekanntlich nach der Gleichung

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + ax = 0$$

vor sich: die kinetische Energie in einem bestimmten Augenblick ist  $\frac{1}{2} m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2$ , die potentielle Energie  $\frac{1}{2} ax^2$  und die Summe dieser beiden Ausdrücke ist die gesamte Energie des Systems. Die Schwingungen sind ganz analog denen eines quasistationären Systems.

Ersetzen wir nun aber den starren Stab durch einen elastischen, so wird der Stab sich im allgemeinen bei den Schwingungen deformieren, verbiegen (Fig 5). Seine einzelnen Teile haben also in einem bestimmten Augenblick

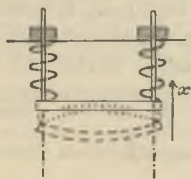


Fig. 5.

verschiedene Werte von  $x$  und  $\frac{dx}{dt}$ ; kinetische und potentielle Energie lassen sich nicht mehr in der einfachen Weise wie oben angeben.

Analog wie beim nichtquasistationären Kreise elektrostatische Energie auch auf der Drahtleitung selber vorhanden ist, befindet sich hier im Stabe selber potentielle Energie als Energie der Deformationen.

Den Stab selber kann man auffassen als bestehend aus kleinen schwingungsfähigen Gebilden: seinen einzelnen Massenpunkten, die durch elastische Kräfte miteinander verbunden sind.

Man bemerkt, daß als Eigenschwingung nicht nur eine bestimmte Frequenz auftritt, sondern daß sehr viele bzw. unendlich viele Frequenzen vertreten sein können.

Von der Beschaffenheit des Stabes und von der der Federn hängt es ab, wie weit die Bewegung der bei starrem Stabe ähnlich bleibt.

Nimmt man sehr starke Federn, also  $a$  sehr groß (was im elektrischen Problem sehr kleiner Kapazi-

tät des an die Leitung angelegten Kondensators entspricht), so treten nur die Schwingungen des Stabes selber auf.

Hat der Stab an allen Stellen gleichen Querschnitt (und besteht er aus einheitlichem Material), entsprechend einer Leitung mit gleichmäßig verteilter Selbstinduktion und Kapazität, so werden seine Schwingungen ähnlich den bekannten Schwingungen einer Saite (Fig. 6).

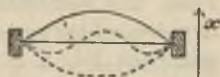


Fig. 6.

Man sieht, daß die Geschwindigkeit seiner einzelnen Teile, entsprechend der Stromstärke an verschiedenen Stellen der Leitung, ganz verschieden sein wird. Die Geschwindigkeiten an den einzelnen Stellen können einander sogar entgegengesetzt gerichtet sein; analog kann längs einer elektrischen Leitung die Stromrichtung sich umkehren.

## 2. Systeme mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion.

### A. Die Differentialgleichung für das Paralleldrahtsystem.

Um die Schwingungen eines Systems mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion genauer untersuchen zu können, wollen wir die Differentialgleichung aufstellen.

Dabei wollen wir nur solche Gebilde betrachten, die sich, wie das früher erwähnte lange, schmale Drahtrechteck (Fig. 3) schematisch darstellen lassen durch eine Reihe von untereinander gleichen kleinen Kondensatorkreisen, von denen jeder mit dem vorangehenden und dem folgenden durch Kapazität (und auf keine andere Weise) gekoppelt ist. Diese einzelnen Kreise

sollen als quasistationär betrachtet werden dürfen<sup>1)</sup> (Fig. 7).

Die Selbstinduktion jedes Kreises sei  $L$ , jeder einzelne Kondensator habe die Kapazität  $C$ .

Betrachten wir dann irgendeinen Kreis, etwa den  $\nu$ -ten, und bezeichnen den Strom in ihm mit  $I_\nu$ , den in den benachbarten Kreisen mit  $I_{\nu+1}$  bzw.  $I_{\nu-1}$ , dann gilt nach Bd. I, S. 74, falls die Kreise als widerstandslos betrachtet werden:

$$(1) \quad L \frac{d^2 I_\nu}{dt^2} + \frac{I_\nu}{C} - \frac{I_{\nu-1}}{C} - \frac{I_{\nu+1}}{C} = 0.$$

Für die Endkreise gelten andere Gleichungen, die verschieden sind, je nachdem die Drähte frei enden oder miteinander verbunden sind. Wir brauchen hier nicht dabei zu verweilen, da uns

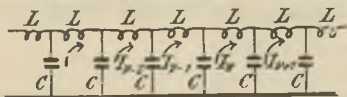


Fig. 7.

nur der Grenzfall unendlich kleiner Kreise interessiert und für sie die Schwierigkeit in anderer Form, als Grenzbedingung, auftritt.

Für die Potentialdifferenz  $V_\nu$  an den Enden des Kondensators zwischen dem  $\nu$ -ten und dem  $\nu + 1$ -ten Kreis erhält man, indem man beachtet, daß derselbe von zwei einander entgegengesetzt gerichteten Strömen  $I_{\nu+1}$  und

<sup>1)</sup> Wir werden später sehen, daß nicht nur ein schmales Rechteck bzw. zwei nahe aneinander geführte parallele Drähte unter dieses Schema fallen, sondern daß die am häufigsten verwandten Arten von Leitungen und Gebilden sich ebenfalls danach behandeln lassen. Vorläufig können wir der Anschaulichkeit wegen die Vorstellung einer Paralleldrahtleitung beibehalten.



$I_r$  durchflossen wird, mit Hilfe der oft benutzten Beziehung

$$I = -C \frac{dV}{dt}.$$

$$(2) \quad V_r = -\frac{1}{C} \int (I_{r+1} - I_r) dt \text{ )}.$$

Lassen wir nun in den einzelnen Kondensatorkreisen Selbstinduktion und Kapazität immer kleiner werden und vermehren wir gleichzeitig die Zahl der Kreise entsprechend, so nähern wir uns dem Grenzfall eines Systems mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion, bei dem wir jedem kleinsten Teil der Leitung bestimmte, der Länge proportionale Werte dieser Größen zuschreiben müssen.

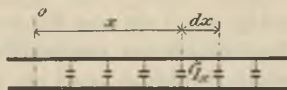


Fig. 8.

Die Paralleldrahtleitung (Fig. 8) denken wir uns dann zusammengesetzt aus kleinen Elementarkreisen, von denen jeder eine Strecke  $dx$  einnimmt und in denen die Selbstinduktion  $\bar{L}dx$ , die Kapazität jedes Kondensators  $\bar{C}dx$  ist.

$\bar{L}$  und  $\bar{C}$  werden als Selbstinduktion und Kapazität pro Längeneinheit bezeichnet. (Über ihre Berechnung siehe unten.)

Der Strom in dem an der Stelle  $x$  (die Koordinaten  $x$  mögen von einem willkürlich auf den Drähten gewählten Nullpunkt aus gerechnet sein) liegenden Elementarkreis sei mit  $I_x$  bezeichnet, der in den benachbarten Kreisen entsprechend mit  $I_{x+dx}$  bzw.  $I_{x-dx}$ .

1) Über das Vorzeichen ist zu bemerken: Wenn die Ströme, wie in der Figur angedeutet, positiv gerechnet werden im Sinne des Uhrzeigers, so bedeutet positives  $V_r$ , daß die in der Figur untere Klemme des Kondensators das höhere Potential ist.

Dann gilt nach (1)

$$(3) \quad \overline{L} dx \frac{d^2 I_x}{dt^2} + \frac{I_x}{\frac{C}{2} \cdot dx} - \frac{I_{x-dx}}{C dx} - \frac{I_{x+dx}}{C \cdot dx} = 0.$$

Darin können wir nun setzen:

$$I_{x+dx} = I + \left( \frac{\partial I}{\partial x} \right) dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right) dx^2$$

$$I_{x-dx} = I - \left( \frac{\partial I}{\partial x} \right) dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right) dx^2,$$

indem wir  $I$  als eine Funktion von  $x$  auffassen und nach Taylor bis zur zweiten Ordnung entwickeln. (Da  $I$  zugleich Funktion von  $t$  ist, schreiben wir die Differentialquotienten als partielle mit rundem  $\partial$ ).

Das ergibt:

$$\overline{L} dx \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \frac{1}{C \cdot dx} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} dx^2 = 0.$$

oder:

$$(4) \quad \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \frac{1}{\overline{L} C} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = 0.$$

Für die Potentialdifferenz zweier gegenüberliegender Stellen des Drahtsystems erhält man aus (2), indem man

für  $I_r$  setzt:  $I$  und für  $I_{r+1}$ :  $I + \left( \frac{\partial I}{\partial x} \right) dx$

$$(5) \quad \overline{C} \frac{\partial V}{\partial t} = - \frac{\partial I}{\partial x} \quad \text{bzw.} \quad V = - \frac{1}{\overline{C}} \int \frac{\partial I}{\partial x} dt.$$



Für  $V$  ergibt sich dieselbe Gleichung wie für  $I$ :

$$(4a) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \quad ^1).$$

Diese partiellen Differentialgleichungen sind formell identisch mit derjenigen der schwingenden Saite; es besteht also auch quantitativ eine weitgehende Analogie mit den mechanischen Modellen.

Bei der Ableitung haben wir die Kondensatorkreise bzw. die Drähte als widerstandslos vorausgesetzt, wie wir das auch bei den folgenden Rechnungen weiter tun wollen, da alle Formeln einfacher bleiben und die wesentlichsten Züge der Vorgänge doch ganz gut dargestellt werden. Wäre der Widerstand der Drähte, der für die Längeneinheit  $\frac{R}{2}$  sei, nicht zu vernachlässigen, so erhielte man

die sog. Telegraphengleichung:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + \frac{R}{L} \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = 0.$$

Ihre Lösungen können wir nicht ausführlich behandeln, bei Gelegenheit führen wir die Unterschiede zwischen ihnen und denen der Gl. (4) an.

## B. Selbstinduktion und Kapazität pro Längeneinheit.

a) Paralleldrahtsystem. Was die in die Differentialgleichung eintretenden Größen  $\bar{L}$  und  $\bar{C}$  betrifft, so stößt ihre genauere Definition und damit ihre Berechnung auf manche Schwierigkeiten. Sie läßt sich eigentlich streng

<sup>1)</sup> Es besteht nämlich, wie man leicht ableitet, neben (5) die Beziehung:

$$L \frac{\partial I}{\partial t} = - \frac{\partial V}{\partial x}.$$

nur auf Grund einer von ganz anderen Gesichtspunkten ausgehenden Untersuchung der Schwingungen von Drähten geben, die wir hier nicht behandeln können.

Zu der angenäherten Bestimmung für das Parallel drahtsystem kann man etwa folgende Überlegungen benutzen:

Die Selbstinduktion eines Rechtecks, das aus einem Drahte von kreisförmigem Querschnitt (Radius  $r$ ) besteht, berechnet sich unter der Voraussetzung, daß seine Länge  $l$  sehr groß gegen seine Breite  $d$  ist, und daß  $d$  wieder groß gegen  $r$  ist, angenähert zu:

$$L = \frac{\mu}{c^2} \cdot 4 \cdot l \cdot \log \frac{d}{r} \text{ 1).$$

$L$  ergibt sich proportional der Länge  $l$  des Rechtecks, und wir können daher als Selbstinduktion der Längeneinheit setzen:

$$(6) \quad \frac{L}{l} = L = \frac{\mu}{c^2} \cdot 4 \cdot \log \frac{d}{r}.$$

Die Kapazität zweier Drähte (in Luft) von denselben Dimensionen wie oben, die als Belegungen eines Kondensators benutzt werden, ergibt sich angenähert zu:

$$C = \eta \frac{l}{4 \log \frac{d}{r}};$$

1)  $\mu$  und  $c$  sind, ebenso wie das später auftretende  $\eta$ , die schon früher benutzten, vom Maßsystem abhängigen Konstanten. Im CGS-System ist

$$c = 1; \quad \mu = 1; \quad \eta = \frac{1}{v^2}.$$

wo  $v$  die Lichtgeschwindigkeit  $= 3 \cdot 10^{10}$  cm, sec bedeutet. Im elektrostatischen System ist:

$$c = 1; \quad \mu = \frac{1}{v^2}; \quad \eta = 1.$$

also ebenfalls der Länge proportional, daher

$$(7) \quad \bar{C} = \eta \frac{1}{4 \log \frac{d}{r}}$$

Befinden sich die Drähte statt in Luft in einem Medium mit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$ , so erhält  $\bar{C}$  den  $\epsilon$ -fachen Wert,  $L$  bleibt unverändert.

In der Gl. (4) kommen die beiden Größen  $L$  und  $C$  nur als Produkt  $\bar{L} \cdot C$  vor. Dasselbe hat den Wert:

$$(8) \quad \bar{L}C = \frac{\eta \mu}{c^2} = \frac{1}{v^2},$$

bzw. für ein Medium von der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$ :

$$\bar{L}C = \epsilon \frac{\eta \mu}{c^2} = \frac{\epsilon}{v^2}.$$

Gleichviel, welches Maßsystem für die elektromagnetischen Größen benutzt wird, ergibt sich für das Produkt immer als Dimension das reziproke Quadrat einer Geschwindigkeit, und diese Geschwindigkeit ist (für Luft bzw. Vakuum als umgebendes Medium) identisch mit der Lichtgeschwindigkeit.

b) Kabel. Dem Schema Fig. 7, aus dem wir die Schwingungsgleichung (4) ableiteten, entsprechen außer dem Paralleldrahtsystem noch einige andere Formen von Leitern, deren Schwingungen daher nach den gleichen Gesetzen vor sich gehen.

Ein Beispiel liefert das Kabel, bei dem der Strom durch einen Draht in der einen Richtung fließt und durch einen konzentrischen Hohlzylinder zurückgeleitet wird

(Fig. 9). Auch für das Kabel lassen sich  $\bar{L}$  und  $\bar{C}$  ähnlich wie oben bestimmen, es ergibt sich:

$$\bar{L} \cdot \bar{C} = \frac{1}{v^2},$$

wo  $v$  wieder die Lichtgeschwindigkeit ist (für Luft als Isolator).

c) Einfacher Draht. Als ungefähr unter das obige Schema fallend, läßt sich auch der Fall eines einfachen geraden Drahtes behandeln, der aus dem Kabel hervorgeht, wenn der äußere Hohlzylinder einen sehr großen Durchmesser annimmt.



Fig. 9.

Auch hier kann man sich vorstellen, daß der Längeneinheit des Drahtes eine bestimmte Kapazität zukommt. (Die zweiten Belegungen der nach dem Schema am Draht anzubringenden Kondensatoren wären etwa nach der sehr weit entfernten Erde bzw. ins „Unendliche“ geführt zu denken, wo dann die Rückleitung des Stromes stattfinden würde.) Ebenso wird man der Längeneinheit des Drahtes eine bestimmte Selbstinduktion zuschreiben. Allerdings werden diese Begriffe sowohl als auch die Vorstellung von der Aufteilung in Elementarkondensatorkreise etwas unbestimmt; wir können uns hier mit der Angabe begnügen, daß die Erscheinungen sehr nahezu so verlaufen, als ob das Produkt  $\bar{L} \cdot C$  für lange in Luft befindliche Drähte den Wert  $\frac{1}{v^2}$  hätte, wo  $v$  wieder die Lichtgeschwindigkeit ist.

Wir beachten, daß beim einfachen Draht die Potentialdifferenz  $V$  zu messen ist gegen die Erde bzw. gegen das Unendliche, und also jetzt  $V$  einfach das Potential einer

Stelle des Drahtes bedeutet (eventuell mit negativem Vorzeichen, je nach der Richtung, in der der Strom positiv gerechnet wird).

### C. Spulen.

Auf beliebige Formen von Drahtleitungen läßt sich das frühere Schema nicht anwenden, aber man kann auch sie immer aufgelöst denken in eine Anzahl von kleineren quasistationären und miteinander gekoppelten Kondensatorkreisen, die unter Umständen alle einander gleich sind.

Eine lange, in einer Lage enggewickelte Spule z. B. kann aufgefaßt werden als bestehend aus den einzelnen Windungen, welche Kapazität besitzen und untereinander sowohl induktiv als auch durch Kapazität gekoppelt sind.

Wir haben schon bei der Behandlung zweier gekoppelter Kreise hervorgehoben, daß die Erscheinungen bei induktiver und bei Kapazitätskoppelung nicht sehr verschieden voneinander sind; im großen ganzen ergeben sich daher auch für die Schwingungen auf den Spulen ähnliche Gesetzmäßigkeiten wie für die auf den vorigen Drahtsystemen.

## 3. Stehende Wellen auf Drähten.

### A. Erste Form der Lösung der Differentialgleichung.

a) Schwingungen auf dem freien geraden Draht. Wir betrachten nun Lösungen der Gleichung (4), die uns die auf den besprochenen Systemen möglichen Schwingungen darstellen.

Um eine bequeme Ausdrucksweise zu haben, wollen wir ein bestimmtes System herausgreifen, und zwar den einfachen geraden Draht, und an ihm die Formeln interpretieren. Die sinngemäße Übertragung auf die anderen

Systeme macht keine Schwierigkeiten, außerdem werden wir das Paralleldrahtsystem später noch ausführlicher besprechen.

Der Draht soll die Länge  $l$  haben, seine einzelnen Stellen seien charakterisiert durch Koordinaten  $x$ , deren Nullpunkt sich an einem Ende des Drahtes befindet (Fig. 10).

An den Enden des Drahtes muß offenbar der Strom immer Null sein, da ein endlicher Strom, der zu den Endstücken hin oder von ihnen wegfließt, zu einer Aufladung auf unendlich hohes Potential führen würde.

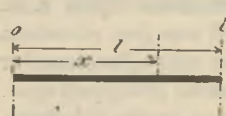


Fig. 10.

Es gelten also die Grenzbedingungen:

$$I = 0 \text{ bei } x = 0$$

und bei  $x = l$  für alle Zeiten;

und nur solche Lösungen der Gl. (4) stellen mögliche Schwingungen unseres Drahtes vor, welche diese Werte von  $I$  an den Enden liefern.

Eine Lösung von (4) läßt sich nun, wie man durch Einsetzen verifiziert, schreiben in der Form:

$$(9) \quad I = A \sin mx \cdot \sin[mv \cdot t + \varphi],$$

wo  $A$ ,  $\varphi$  und  $m$  noch zu bestimmende Konstanten sind, und  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ist.

Soll  $I$  für  $x = 0$  und für  $x = l$  immer Null bleiben, so muß  $m$  so bestimmt werden, daß  $\sin ml = 0$  ist.

Also:

$$ml = \pi \text{ oder } = 2\pi \text{ oder allgemein } = k\pi,$$

wenn  $k$  irgendeine ganze Zahl bedeutet.

Auf dem Draht sind also alle Schwingungen möglich, welche die Form haben:

$$(9a) \quad I = A_k \sin k \frac{\pi}{l} x \cdot \sin \left[ \left( k \frac{\pi}{l} v \right) t + \varphi_k \right]$$

und die allgemeinste Schwingung stellt sich als eine Summe aus beliebig vielen Ausdrücken dieser Form dar.

Man sieht, jeder einzelne dieser Ausdrücke stellt für eine bestimmte Stelle  $x$  des Drahtes einen Wechselstrom dar von der Frequenz  $k \frac{\pi}{l} v$ .

Die Anzahl der möglichen Eigenfrequenzen des Drahtes ist also unendlich groß, da  $k$  jeden ganzzahligen Wert haben kann.

Von den Anfangsbedingungen bzw. von der Art der Erregung des Drahtes hängt es ab, wieviele und welche von diesen Eigenschwingungen mit merklicher Amplitude  $A_k$  auftreten, und es bestimmen sich daraus auch die Phasen  $\varphi_k$ .

Der einfachste Fall liegt dann vor, wenn nur eine einzige dieser Schwingungen auftritt.

Diejenige, für die  $k$  den kleinsten möglichen Wert hat,  $k = 1$ , bezeichnet man als die Grundschwingung des Systems

$$(10) \quad I = A \sin \left( \frac{\pi}{l} \right) x \sin \left( \frac{\pi}{l} v \cdot t \right)$$

(die Phase ist der Einfachheit halber gleich Null gesetzt); die übrigen als erste, zweite usw. Oberschwingung. Die Frequenz der Grundschwingung ist:

$$\omega = \frac{\pi}{l} \cdot v;$$



die Frequenzen der Oberschwingungen sind ganzzahlige Vielfache von derjenigen der Grundschwingung.

Für jede einfache Schwingung hat der Strom an allen Stellen des Drahtes dieselbe Frequenz und auch dieselbe Phase, aber seine Amplitude variiert längs der Drähte, und zwar ebenfalls nach einem Sinusgesetz.

Für die Grundschwingung stellt Fig. 11 die Verteilung der Werte von  $I$  zu verschiedenen Zeiten dar. Zur Zeit  $t = 0$  ist der Strom längs des ganzen Drahtes Null; nach einer viertel Periode hat er die durch die Kurve  $\frac{\tau}{4}$  dargestellten Werte, nach einer halben Periode ist er Null, usf.

Fig. 12 und 13 geben ähnliche Darstellungen der ersten und der zweiten Oberschwingung.

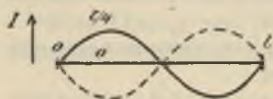


Fig. 12.

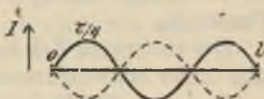


Fig. 13.

Bei den Oberschwingungen bleibt der Strom nicht nur an den Enden des Drahtes, sondern auch an bestimmten anderen Punkten dauernd Null.

Diese Punkte bezeichnet man als Stromknoten; die in der Mitte zwischen zwei Knotenpunkten liegenden Stellen, an denen maximale Amplituden des Stromes auftreten, nennt man Strombäuche.

Die Knotenpunkte einer Oberschwingung teilen den Draht in eine entsprechende Anzahl gleicher Teile, von



denen jeder so schwingt, als ob er für sich allein seine Grundschiwingung ausführte.

Die Schwingungen der behandelten Art bezeichnet man als stehende Wellen oder stehende Schwingungen. Den doppelten Abstand zweier benachbarter Knotenpunkte nennt man die Wellenlänge  $\lambda$ .

Bei der Grundschiwingung von der Frequenz  $\omega = \frac{\pi}{l} \cdot v$  ist die Wellenlänge  $\lambda = 2 \cdot l$ , also gleich dem doppelten der Drahtlänge.

Zwischen der (zyklischen) Frequenz einer Schwingung und ihrer Wellenlänge besteht die Beziehung:

$$(11) \quad \omega \lambda = 2\pi \cdot v,$$

oder wenn die Schwingungszahl  $n = \frac{2\pi}{\omega}$  eingeführt wird:

$$n \cdot \lambda = v.$$

Die Verteilung des Potentials  $V$  auf dem geraden Drahte bei einer einfachen Schwingung, für die der Strom

$$I = A \sin\left(k \frac{\pi}{l}\right) x \sin\left(k \frac{\pi}{l} \cdot v\right) t$$

ist, ergibt sich aus der Relation (5) zu:

$$(12) \quad V = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{v} A \cos\left(k \frac{\pi}{l}\right) x \cdot \cos\left(k \frac{\pi}{l} \cdot v\right) t.$$

[Die bei der Integration zu  $V$  hinzukommende und von der Zeit unabhängige Konstante<sup>1)</sup> setzen wir gleich Null. Sie würde bedeuten, daß auf dem Draht, neben den Schwingungen, noch eine zeitlich konstante Potential-

<sup>1)</sup> die, wie aus der Anm. S. 15 erhellt, auch von  $x$  unabhängig ist.

verteilung besteht, wie das der Fall ist, wenn der ganze Draht aufgeladen ist. Wir setzen also voraus, daß die im ganzen auf dem Draht vorhandene Elektrizitätsmenge Null ist, und daß nur seine Teile einander entgegengesetzt aufgeladen sind.

Fig. 14 stellt die Verteilung des Potentials bei der Grundschiwingung dar. Zur Zeit  $t = 0$  gilt die mit 0 bezeichnete ausgezogene Kurve (während der Strom zur selben Zeit an allen Stellen Null ist). Nach einer viertel

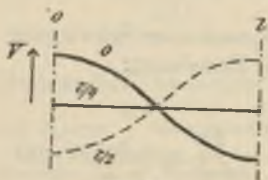


Fig. 14.

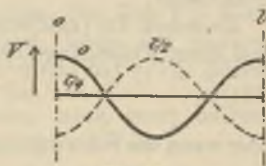


Fig. 15.

Periode ist das Potential überall Null, während der Strom in seinem Maximum ist, und so fort.

Strom und Spannung sind also an jeder Stelle um  $90^\circ$  phasenverschoben.

Dasselbe gilt auch für die Oberschwingungen. Fig. 15 stellt die erste dar.

Die Potential- oder Spannungsknoten fallen mit den Strombäuchen zusammen und umgekehrt. Insbesondere sind die freien Enden des Drahtes Potentialbäuche (Stromknoten).

b) Einseitig geerdeter Draht. Verbindet man ein Ende des Drahtes (bei  $x = 0$ ) mit der Erde (oder mit einer großen Metallplatte oder ähnlichem), so muß an dieser Stelle das Potential  $V$  dauernd das der Erde sein, das wir gleich Null setzen wollen (vgl. Bd. I, S. 6).

[Dabei wollen wir voraussetzen, daß unsere Gleichungen (4) ihre Gültigkeit behalten, trotzdem wir Leiter in die Nähe des Drahtes bringen; das wird namentlich dann erlaubt sein, wenn der Draht senkrecht auf die Erd- oder Leiteroberfläche aufgestellt ist.]

Dann gelten die folgenden Grenzbedingungen:

$$V = 0 \text{ an der Stelle } x = 0$$

und  $I = 0 \text{ an der Stelle } x = l.$

Ihnen genügen folgende Lösungen:

$$I = A \cos\left(k \frac{\pi}{l}\right) x \sin\left(k \frac{\pi}{l} \cdot v\right) t$$

und

$$V = -\frac{1}{C \cdot v} A \sin\left(k \frac{\pi}{l}\right) x \cos\left(k \frac{\pi}{l} \cdot v\right) t,$$

wenn  $k = \frac{1}{2}$  oder  $= \frac{3}{2}$  allgemein  $= \frac{2n+1}{2}$ , also ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\frac{1}{2}$  ist.

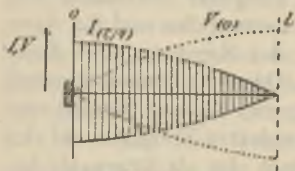


Fig. 16.

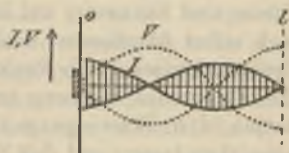


Fig. 17.

Diese Lösungen stellen wieder stehende Schwingungen auf dem Draht dar, ähnlich denen des freien Drahtes.

Bei der Grundschwingung, für die Fig. 16 die Verteilung von Strom und Potential darstellt, ist die Wellen-

länge der stehenden Schwingungen gleich dem Vierfachen der Drahtlänge.

Die Frequenzen der Oberschwingungen sind die ungeradzahigen Vielfachen der Grundschwingung.

Fig. 17 gilt für die erste Oberschwingung.

Wie man aus den Figuren und dem analytischen Ausdruck sieht, schwingt der einseitig geerdete Draht so, wie es die eine Hälfte eines freien Drahtes von doppelter Länge für die gleiche Frequenz tun würde. Man kann sich zu dem geerdeten Draht hinzugefügt denken das Spiegelbild, das an der zu ihm senkrechten Erdoberfläche entsteht, ohne daß an seinen Schwingungen etwas geändert würde.

#### 4. Erregung der stehenden Schwingungen.

Was die Erzeugung der Schwingungen auf geraden Drähten betrifft, so stehen uns dazu ähnliche Mittel zu Gebote, wie wir sie früher beim Kondensatorkreis kennen gelernt haben.

Wir können den Draht in einen bestimmten Anfangszustand versetzen, d. h. eine geeignete Verteilung von Strom und Spannung auf ihm hervorrufen und ihn dann sich selbst überlassen: analog der Erregung eines Kondensatorkreises durch Funken. Oder wir können dauernd den Draht der Wirkung geeigneter äußerer Kräfte aussetzen, d. h. Schwingungen geeigneter Frequenz auf ihn einwirken lassen und das System also als Resonator benutzen.

##### A. Erregung durch Funken.

Nach den oben aufgestellten Formeln (10) und (12), entsprechend den graphischen Darstellungen Fig. 11 und 14, ist für die Grundschwingung eines freien Drahtes zur Zeit  $t = 0$ :

der Strom längs des ganzen Drahtes Null und die Spannung auf ihm verteilt nach dem Gesetz

$$V = B \cdot \cos\left(\frac{\pi}{l}\right) \cdot x.$$

Stellt man daher zur Zeit  $t = 0$  auf irgendeine Weise diesen Zustand her, so entsteht die Grundschiwingung, und nur diese.

Angenähert kann man das nun in folgender Weise erreichen:

Man teilt den Draht in der Mitte durch eine Funkenstrecke und lädt die beiden Hälften auf entgegengesetzt gleiche Potentiale auf, bis der Funke durchbricht.

In dem Augenblick, wo der Funke die leitende Verbindung der beiden Hälften herstellt, ist dann die anfängliche Potentialverteilung etwa die durch Fig. 18 dargestellte. Längs jeder Drahthälfte ist das Potential konstant; das entspricht natürlich nur ganz roh dem für die Grundschiwingung geforderten Anfangszustand. Genauer entspricht es dem Fall, daß neben der Grundschiwingung noch eine große Anzahl von Oberschwingungen mit entsprechenden Amplituden auf dem Draht vorhanden ist. (Nach Fourier läßt sich bekanntlich eine willkürliche Potentialverteilung, wie die in Fig. 18 dargestellte, ersetzen durch eine Superposition von sinusförmigen Verteilungen.)

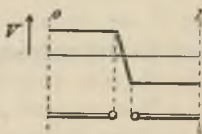


Fig. 18.

In Wirklichkeit entstehen also auch bei dem durch Funken erregten geraden Draht (dem geraden oder stabförmigen Oszillator, wie wir ihn nennen wollen) nicht nur die Grundschiwingung, sondern daneben auch eine

Reihe von Oberschwingungen. Allerdings überwiegt die Amplitude der ersteren meist stark.

Die Frequenz der Grundschwingung ist nach unseren Formeln (die aber nur näherungsweise gelten) nur abhängig von der Länge  $l$  des Oszillators, unabhängig von der Drahtdicke, solange diese klein bleibt gegen  $l$ .

Diese Frequenz ist:

$$\omega = \frac{\pi}{l} \cdot v.$$

Die Schwingungszahl also:

$$n = \frac{v}{2l},$$

und die Schwingungsdauer:

$$\tau = \frac{2l}{v} = \frac{2}{3} \frac{l}{10^{10}}.$$

(Die Länge  $l$  ist natürlich in Zentimetern zu messen, dann ergibt sich  $\tau$  in Sekunden.)

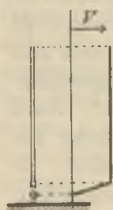


Fig. 19.

Je nach der Länge des Oszillators erhält man sehr hohe Frequenzen (wie sie zu den Hertzschen Versuchen gebraucht werden, für  $l = 1 \text{ cm}$ :  $\tau = 0,67 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$ ), und tatsächlich sind mit Oszillatoren dieser Art die höchsten bis jetzt hergestellten Frequenzen erzeugt worden (vgl. unten).

Auch die von Marconi zuerst für die drahtlose Telegraphie benutzte „Antenne“ war ein solcher geradliniger Erreger, der einseitig geerdet war und senkrecht stand. Hier ist die Funkenstrecke natürlich an der Erdungsstelle eingesetzt, da sich dort der Potentialknoten befindet (Fig. 19).



Die Energie der Schwingungen auf diesen Systemen ist relativ klein gegen diejenige auf einem quasistationären Kreis gleicher Frequenz. Die ursprünglich auf dem freien Draht angesammelte elektrostatische Energie kann etwa gesetzt werden  $\frac{1}{8} C \cdot l \cdot V_0^2$ , wenn  $V_0$  das Funkenpotential, d. h. die Spannung, bei der der Funke durchbricht, bezeichnet. Beim Kondensatorkreis wäre die Energie  $\frac{1}{2} C V^2$ . Praktisch bleibt  $C \cdot l$  immer klein gegen die Kapazität  $C$  eines Kreises gleicher Frequenz. Außerdem ist ein Teil der Energie beim Draht in Form von Schwingungen höherer Frequenz vorhanden.

Man vergrößert die Schwingungsenergie, indem man entweder die Drähte möglichst dick nimmt, wo  $C$  zunimmt, oder indem man an den Enden der Drähte noch Kapazitäten anbringt; etwa dort Kugeln oder Metallplatten befestigt (Hertz'scher Erreger, siehe unten Fig. 46 und 61). Die Strom- und Potentialverteilung wird dann eine etwas andere, als wir sie oben gefunden haben, nähert sich mehr der quasistationären und die Frequenz wird natürlich kleiner. Neben der Vergrößerung der Energie erzielt man andere Vorteile: erstens treten die Oberschwingungen viel schwächer auf, man erhält also reinere Schwingungen, und außerdem wird die Dämpfung des Oszillators kleiner.

Ein geradliniger Oszillator gibt nämlich, wie wir später noch betrachten werden, Energie in Form von elektrischen Wellen ab, er „strahlt“. Die in ihm vorhandene Energie nimmt also ab und seine Schwingungen sind gedämpft, auch dann, wenn überhaupt kein Widerstand vorhanden ist. Praktisch ist diese Strahlungsdämpfung beim stabförmigen Oszillator immer viel größer als die durch den Widerstand bewirkte, und also viel größer als bei einem aus gleichem Material hergestellten Kondensatorkreis (der

nicht die Eigenschaft hat, zu strahlen). Durch das Anbringen von Kapazitäten wird die Strahlung und damit die Dämpfung vermindert.

### B. Erregung durch periodische äußere Kräfte.

#### a) Koppelung mit einem Kondensatorkreise.

Äußere Kräfte kann man auf den Oszillator in verschiedener Weise einwirken lassen.

Soll er relativ stark erregt werden, so koppelt man den geraden Draht mit einem quasistationären Kondensatorkreis, der selber durch Funken usw. erregt ist und der auf eine der Eigenschwingungen, etwa die Grundschwingung, abgestimmt ist. Das kann geschehen in der Art,



Fig. 20.

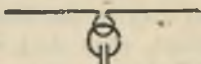


Fig. 21.

wie Fig. 20 angibt, indem ein Teil des geraden Drahtes oder

eine in ihn eingefügte Spule als Leitungsbahn des Kreises benutzt wird (direkte Koppelung). Oder, wie Fig. 21 zeigt, indem man den Kreis einer in den Draht eingesetzten kleinen Selbstinduktion nähert (induktive Koppelung). Wenn die eingesetzte Selbstinduktion relativ klein ist, so bleiben die Schwingungen des Drahtsystems wesentlich dieselben, wie beim geraden Draht; bei größerer Selbstinduktion ändert sich die Stromverteilung auf den Drähten, und die Frequenz der Grundschwingung wird kleiner.

Das Verhalten dieser Anordnungen ist ein ganz ähnliches, wie wir es früher bei gekoppelten Kreisen gesehen haben. Wenn die Frequenz des Kreises mit einer Eigenfrequenz des geraden Oszillators übereinstimmt, so treten diese Schwingungen mit großen Amplituden auf; ändert sich die Frequenz des Kreises um kleinere Beträge, so wird die Erregung schwächer. Wenn wir den Stromeffekt



an einer Stelle des Drahtes messen, etwa im Strombauch, und als Funktion der Frequenz auftragen, so erhalten wir eine mit den früheren ziemlich übereinstimmende Resonanzkurve.

Bei engerer Koppelung treten auch bei abgestimmten Systemen zwei Frequenzen auf, die „Koppelschwingungen“.

Die Stelle des Drahtes, an der der Kondensatorkreis angebracht wird, ist für die Stärke der Erregung nicht gleichgültig. Die Erregung ist vielmehr dann ein Maximum, wenn der erregende Kreis im Strombauch gekoppelt wird; also beim freien Draht in der Mitte, beim einseitig geerdeten an der Erdungsstelle. Die näheren Gründe dafür werden wir unten bei der Behandlung des Parallel-drahtsystems betrachten; die dort angeführten Überlegungen übertragen sich ohne weiteres auf den einfachen Draht.

Bei der Koppelung des geraden Oszillators mit einem Kondensatorkreis erzielt man gegenüber dem durch Funken direkt erregten Draht folgende Vorteile:

Erstens wird die zur Verfügung stehende Energie größer, weil sie ursprünglich im Kondensatorkreis angesammelt wird und dieser größere Beträge aufzunehmen vermag.

Zweitens wird die Dämpfung der Schwingungen auf dem Draht und damit diejenige der von ihm ausgesandten Wellen eine kleinere; nämlich bei loser Koppelung ungefähr die des Kondensatorkreises, da die stark gedämpfte Eigenschwingung des Drahtes schnell abklingt und nur die erzwungene übrigbleibt.

Außerdem treten keine Oberschwingungen auf; die ausgesandten Wellen haben nur eine Frequenz, sind „reiner“.

Bei festerer Koppelung wird allerdings durch das Auftreten von Koppelschwingungen dieser Vorteil illusorisch gemacht.

Praktische Verwendung finden die beschriebenen Anordnungen in der drahtlosen Telegraphie, wo ihre Einführung erst eine Telegraphie auf weitere Entfernungen ermöglichte und die eigentliche Entwicklung des Gebietes begründete. Sie wurden von Braun erfunden.

Auf die technischen Einzelheiten und Schwierigkeiten können wir hier nicht eingehen und müssen dafür auf die zitierte Literatur verweisen, bzw. auf zwei demnächst erscheinende Bändchen der Sammlung Götschen über drahtlose Telegraphie.

#### b) Gerader Oszillator in elektrischen Wechselfeldern (Resonatoren).

Wenn man den stabförmigen Oszillator in ein elektrisches Wechselfeld geeigneter Frequenz bringt, so wird er offenbar ebenfalls zu Schwingungen veranlaßt werden, und zwar am stärksten dann, wenn seine Richtung mit der der Kraftlinien zusammenfällt (Fig. 22).



Fig. 22.

Im zeitlich konstanten Felde würde die eine Hälfte des Drahtes auf positives, die andere auf negatives Potential aufgeladen werden. Wenn das Feld seine Richtung ändert, kehren sich die Potentiale um, es kommt ein Strom zustande, und falls die Frequenz des Feldes mit derjenigen einer Eigenschwingung übereinstimmt, bilden sich die betreffenden stehenden Schwingungen mit großer Amplitude aus.

Die stärksten Schwingungen entstehen dann, wenn die Grundschiwingung erregt wird; diesen Fall wollen wir im folgenden immer voraussetzen.

Ändert sich die erregende Frequenz um kleinere Beträge, so nimmt der (etwa im Strombauch gemessene) Stromeffekt nach Art einer Resonanzkurve ab.

Wenn man den Oszillator aus der Feldrichtung herausdreht, wird die Erregung schwächer und in der zu den Kraftlinien senkrechten Richtung ist sie offenbar Null.

Der als Resonator benutzte gerade Draht, dessen Erregung man auf irgendeine Weise beobachtet, liefert also ein Mittel zur Untersuchung von elektrischen Wechselfeldern. Man kann mit ihm Frequenz, Dämpfung und Amplitude des Feldes und zugleich die Richtung der Kraftlinien feststellen.

Elektrische Felder von der vorausgesetzten Art entstehen beim Schwingen eines Oszillators, wie wir später betrachten werden; sie bilden einen Bestandteil der von ihm ausgehenden Wellen. Der Resonator wird daher benutzt, um diese Wellen nachzuweisen bzw. „aufzufangen“.

Bei der drahtlosen Telegraphie ist der Empfänger im einfachsten Falle ein solcher geerdeter gerader Draht von geeigneter Länge, dessen Erregung durch die (im ersten Bändchen beschriebenen) Detektoren beobachtet wird.

### c) Hertzscher (kreisförmiger) Resonator.

Zur Untersuchung des magnetischen Wechselfeldes eignet sich der geradlinige Resonator offenbar nicht. Durch eine kleine Modifikation kann man aber erreichen, daß der Resonator auch die Richtung eines solchen Feldes angibt.

Denken wir uns nämlich den geraden Draht zu einem offenen Kreis von entsprechendem Radius zusammengebogen (Fig. 23), so werden dadurch offenbar die Werte von Selbstinduktion und Kapazität pro Längeneinheit kaum beeinflußt. Die

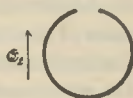


Fig. 23.

Verteilung von Strom und Potential längs des Drahtes bei einer gegebenen Schwingungsfrequenz wird also wenig geändert, d. h. seine Eigenschwingungen bleiben im wesentlichen dieselben wie vorher.

Dieser von Hertz benutzte kreisförmige Resonator wird aber durch ein magnetisches Wechselfeld, dessen Kraftlinien senkrecht zu seiner Ebene stehen, stark erregt, da dasselbe in ihm elektromotorische Kräfte induziert. Gar nicht wird er beeinflusst, wenn seine Ebene in den Kraftlinien liegt. Er kann also zur Untersuchung des magnetischen statt des elektrischen Feldes in ähnlicher Weise wie der gerade Resonator dienen. Vor diesem hat er den Vorteil geringerer Dämpfung voraus.

Übrigens wird auch er durch ein elektrisches homogenes Feld geeigneter Richtung erregt (allerdings schwächer als der gerade Draht), und zwar relativ am stärksten dann, wenn die elektrischen Kraftlinien in seiner Ebene liegen und die in der Fig. 23 durch 1 angedeutete Richtung haben. Wenn die elektrischen Kraftlinien dagegen die Richtung 2 haben, so heben sich die in den beiden Hälften des Kreises hervorgerufenen elektrischen Kräfte gerade auf und es tritt keine Erregung ein; ebenso natürlich auch dann nicht, wenn das Feld senkrecht zur Ebene des Resonators liegt.

Hertz hat das Ansprechen des Resonators in sehr einfacher Weise dadurch beobachtbar gemacht, daß er die beiden einander zugekehrten Enden (an denen maximale Potentialdifferenzen auftreten) mit einer feinen Funkenstrecke versah. Die Länge der Funkenstrecke, die eben noch durchbrochen wird, gibt ein Maß für die höchste auftretende Potentialdifferenz und damit für die Erregung des Resonators.

## d) Seibtsche Spule, Teslatransformator.

Zur Demonstration der oben besprochenen Schwingungen auf nicht quasistationären Systemen ist der einfache Draht nicht brauchbar, da entweder bei kleinen Frequenzen unbequem große Dimensionen erforderlich werden, oder bei genügend hoher Frequenz die zur Verfügung stehende Energie so klein ist, daß die Beobachtung feinere Hilfsmittel erfordert.

Man benutzt daher für den obigen Zweck als nicht-quasistationäres System eine enggewickelte Spule, deren Schwingungen nach ganz ähnlichen Gesetzen vor sich gehen. Bei ihr ist aber der Abstand zweier Knotenpunkte, gemessen längs der Achse der Spule, für eine gegebene Frequenz viel kleiner als bei den einfachen Systemen. Man kommt daher bei mäßigen Dimensionen mit relativ niedrigen Frequenzen aus.

Die Anordnung zeigt Fig. 24. Das eine Ende der Spule ist geerdet und mit einem Kondensatorkreis gekoppelt, der durch Funken erregt wird und so abgestimmt werden kann, daß entweder die Grundschiwingung entsteht (vgl. Fig. 16) oder irgend eine Oberschiwingung.

Die Verteilung des Potentials längs der Spule wird dadurch sichtbar gemacht, daß ein geerdeter Draht an ihr entlang geführt ist; nach ihm gehen Büschelentladungen von allen denjenigen Stellen, an denen hohes Potential herrscht. Die Verteilung des Stromes wird angezeigt durch eine Glühlampe, die in einen über der Spule verschiebbaren Drahtkreis eingeschaltet ist. Sie leuchtet am stärksten im Strombauch auf.

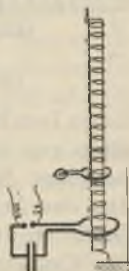


Fig. 24.

Auf dem gleichen Prinzip wie der obige Apparat beruht der Tesla-Transformator (Fig. 25). Eine Spule aus dünnem Draht und mit sehr vielen Windungen wird durch einen induktiv gekoppelten Kreis, der auf die Grundschwingung der Spule abgestimmt ist, erregt. Da die Systeme in Resonanz sind, und die Spule viel kleinere Kapazität besitzt als der Kreis, werden die Spannungen an ihren Enden sehr hoch und liefern Funken von großer Länge, die im Tempo der primären Stromwechsel, also außerordentlich rasch aufeinanderfolgen.

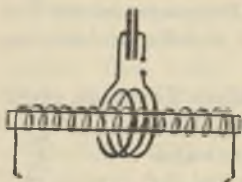


Fig. 25.

Auch die Spulen der gewöhnlichen Induktoren sind schwingungsfähige Systeme, allerdings von komplizierter Art, da sie aus mehreren Lagen bestehen. Es erklärt sich daraus zum Teil der Einfluß, den das Anbringen eines Kondensators von geeigneter Größe an der Unterbrechungsstelle der Primärspule auf die Wirksamkeit des Induktors hat.

## 5. Fortschreitende Wellen längs Drähten.

### A. Zweite Form der Lösung der Differentialgleichung.

Wir wollen nun eine zweite Form für die Lösung der Differentialgleichung (4) bzw. (4a)

$$(4a) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$$

betrachten, die uns die Erscheinungen auf den Systemen mit gleichmäßig verteilter Selbstinduktion und Kapazität von einem veränderten Gesichtspunkt aus darstellt.



Wir werden dabei zugleich die etwas komplizierteren Systeme betrachten, die durch Einschalten von Selbstinduktionen und Kapazitäten usw. entstehen und die wir oben übergangen haben.

Die Beziehungen sollen nun erläutert werden am Paralleldrahtsystem<sup>1)</sup>, das eine wichtige Anwendung zu Meßzwecken findet; natürlich sind sie auf den geraden Draht übertragbar.

Die allgemeine Lösung unserer Differentialgleichung läßt sich nach D'Alembert schreiben in der Form:

$$(13) \quad V = f(x + vt) + \varphi(x - vt).$$

wenn  $f$  und  $\varphi$  beliebige Funktionen der Argumente  $x + vt$  und  $x - vt$  sind. Auch jeder einzelne Summand ist eine Lösung; die früher angegebene Form (12) oder (9) läßt sich in (13) überführen.

Die Funktionen  $f$  und  $\varphi$  müssen so bestimmt werden, daß die Grenzbedingungen und der etwa für die Zeit  $t = 0$  vorgeschriebene Anfangszustand erfüllt ist.

Wir wollen zunächst annehmen, daß die Drähte sich nach beiden Seiten unbegrenzt ins Unendliche erstrecken; dann sind keine Grenzbedingungen in Betracht zu ziehen.

Unsere Lösung ergibt den folgenden Anfangszustand:  
Zur Zeit  $t = 0$ :

$$V = f(x) + \varphi(x).$$

$$\frac{dV}{dt} = v f'(x) - v \varphi'(x)^2).$$

<sup>1)</sup> Wir bemerken, daß nach unserer Ableitung der Gl. (4) nur solche Zustände auf den Drähten behandelt werden, bei denen die Stromstärken an gegenüberliegenden Stellen der Paralleldrähte einander entgegengesetzt gleich sind. Da es auch möglich ist, die Drähte so zu erregen, daß diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, so schließen wir derartige Erregungsarten ausdrücklich aus.

<sup>2)</sup>  $f'$  bedeutet den Differentialquotienten von  $f$  nach seinem Argument, nicht  $\frac{\partial f}{\partial t}$ .

Ist umgekehrt zu dieser Zeit der folgende Zustand gegeben:

$$(14) \quad \begin{aligned} V &= F(x), \\ \frac{dV}{dt} &= \Phi(x), \end{aligned}$$

so erhält man daraus die Funktionen  $f$  und  $\varphi$  in der Form:

$$(15) \quad \begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2} F(x) + \frac{1}{2v} \int^x \Phi(x) dx, \\ \varphi(x) &= \frac{1}{2} F(x) - \frac{1}{2v} \int^x \Phi(x) dx, \end{aligned}$$

und damit die dem gegebenen Anfangszustand (14) angepaßte Lösung:  $f(x + vt) + \varphi(x - vt)$ .

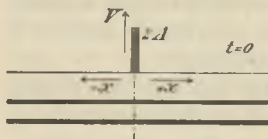


Fig. 26.

Es sei z. B. der folgende Anfangszustand gegeben: In einem sehr kleinen Bereich  $\Delta x$  um den Punkt  $x = 0$  habe  $V$  den Wert  $2A$ . Für alle anderen Werte von  $x$  soll  $V = 0$  sein, und  $\frac{dV}{dt}$

soll überall Null sein (Fig. 26). Dann ist also  $\Phi = 0$  und  $F$  hat nur dann merkbare Werte  $= 2A$ , wenn das Argument sehr klein ist.

Aus (15) erhält man  $f(x) = \varphi(x) = \frac{1}{2} F(x)$  und als Lösung also:

$$(16) \quad V = \frac{1}{2} F(x + vt) + \frac{1}{2} F(x - vt).$$

Diese Lösung ergibt zur Zeit  $t = t$  folgende Verteilung von  $V$  längs der Drähte:

Da die Funktion  $F$  nur dann endliche Werte hat, wenn ihr Argument sehr klein ist, so hat zur Zeit  $t$   $V$  nur dort



von Null verschiedene Werte, wo entweder  $x + vt$  oder  $x - vt$  sehr nahe gleich Null ist, d. h. an den Stellen:

$$x = -vt \quad \text{und} \quad x = +vt.$$

Und zwar ist an diesen Stellen  $V = A$ .

Fig. 27 stellt diese Verteilung dar.

(Dieselbe Lösung würden wir übrigens auch erhalten haben, wenn wir den Anfangswert von  $\frac{dV}{dt}$  in dem kleinen Intervall um den Nullpunkt nicht als Null vorausgesetzt hätten. Wenn nur  $\frac{dV}{dt}$  dort endliche Werte hat, und im übrigen Null ist, bleibt unsere Lösung die gleiche.)

Das Resultat läßt sich wie folgt zusammenfassen:

Wenn im Nullpunkt anfangs eine gewisse Potentialdifferenz  $V = 2A$  besteht, so pflanzen sich

die Halbwerte nach beiden Seiten längs der Drähte mit der Geschwindigkeit  $v$  fort.

Diese Geschwindigkeit ist für in Luft befindliche Drähte die Lichtgeschwindigkeit.

Gleiches gilt natürlich auch, wenn man im Nullpunkt anfangs bestimmte Werte des Stromes  $I$  herstellt; es breiten sich dann die Halbwerte des Stromes nach denselben Gesetzen aus; da die Differentialgleichung für  $I$  dieselbe wie für  $V$  ist.

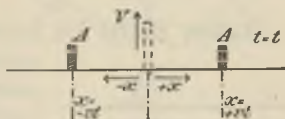


Fig. 27.

## B. Die Einwirkung äußerer Kräfte. Quelle.

### Fortschreitende Sinuswellen.

Werden im Punkte  $x = 0$  nicht nur zur Zeit Null, sondern auch zu den späteren Zeiten bestimmte Werte von  $V$

durch äußere Kräfte aufrechterhalten, so pflanzen sich diese späteren Werte von  $V$  ebenfalls längs der Drähte nach beiden Seiten fort. In einem Punkte  $x$  herrscht also dann immer die Hälfte desjenigen Wertes von  $V$ , der zu einer um  $\frac{x}{v}$  früheren Zeit im Nullpunkt bestand.

Wenn der erzwungene Verlauf des Potentials im Nullpunkt durch  $2\psi(t)$  dargestellt ist, so ist er in einem Punkte  $x$ , der auf der positiven Seite liegt, dargestellt durch  $\psi\left(t - \frac{x}{v}\right)$ ; für einen Punkt auf der negativen Seite durch:  $\psi\left(t + \frac{x}{v}\right)$ .

Äußere Kräfte der geforderten Art, die an einer bestimmten Stelle der Drähte gegebene Werte von  $V$  erzeugen, kann man etwa dadurch herstellen, daß man die Belegungen eines Kondensatorkreises dort den Drähten nähert (Fig. 28).

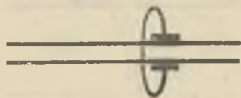


Fig. 28.

Diese Stelle der Drähte, von der die Werte  $V$  nach beiden Seiten weglafen, wollen wir als eine Quelle bezeichnen [und zwar speziell als Spannungsquelle, da man auch Anordnungen treffen kann, die an einer Stelle bestimmte Werte der Stromstärke aufrechterhalten, und die dann als Stromquellen bezeichnet werden sollen].

Quelle eine Sinusspannung:

aufrechterhalten  $V = 2A \sin \omega t$

aufrechterhalten wird, so ist nach dem Obigen die Verteilung von  $V$  zu jeder Zeit  $t$  gegeben durch:

$$(17) \quad V_+ = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

für alle Punkte, die auf der positiven Seite liegen (der Index + soll andeuten, daß der Ausdruck für positive  $x$  gilt), und durch:

$$(18) \quad V_+ = A \sin \omega \left( t + \frac{x}{v} \right)$$

für die Punkte mit negativem  $x$ .

Fig. 29 stellt diesen Verlauf von  $V$  dar, wenn seit dem Einsetzen der Quelle eine vollständige Periode  $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$  vergangen ist. Die Verteilung von  $V$  auf jeder Seite ist dargestellt durch eine Sinuskurve.

Die Länge jeder Kurve ist:

$$(19) \quad \lambda = v \cdot \tau = 2\pi \cdot \frac{v}{\omega},$$

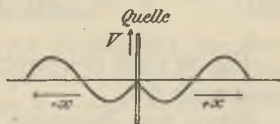


Fig. 29.

$\lambda$  heißt die Wellenlänge.

In der nächsten Periode rücken die Kurven nach jeder Seite um ihre eigene Länge vor und es entstehen dahinter wieder dieselben Sinuskurven.

Von der Quelle breiten sich also die Werte von  $V$  als Sinuswellen nach beiden Seiten aus.

Diese Art von Wellen bezeichnet man im Gegensatz zu den stehenden als fortschreitende Wellen.

Mit der Ausbreitung der Spannungswelle geht nun Hand in Hand eine Ausbreitung von Werten der Stromstärke, wie die Anschauung sofort ergibt, da die Spannungswelle zwischen zwei Punkten desselben Drahtes eine Potentialdifferenz und also einen Strom hervorruft.

Der analytische Ausdruck für die Stromwelle ergibt sich aus (17) und (18) mit Hilfe der Beziehung:

$$(5) \quad \bar{C} \frac{\partial V}{\partial t} = - \frac{\partial I}{\partial x},$$

für die in positiver Richtung fortschreitende Welle:

$$I_+ = -\omega \bar{C} \cdot A \int^x \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) dx + \text{const.}$$

$$(20) \quad I_+ = +v \bar{C} A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

(Die von  $x$  unabhängige Integrationskonstante setzen wir Null.)

Für die Welle in negativer Richtung wird:

$$(21) \quad I_- = -v \bar{C} \cdot A \cdot \sin \omega \left( t + \frac{x}{v} \right).$$

Fig. 30 stellt die Stromwelle zugleich mit der Spannungswelle dar.

Strom und Spannung sind bei den in  $+$  Richtung fortschreitenden Wellen gleichphasig, bei den in  $-$  Richtung fortschreitenden um  $180^\circ$  gegeneinanderphasenverschoben. (In der Spannungsquelle selber bleibt der Strom dauernd Null.)

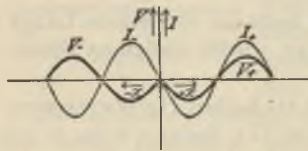


Fig. 30.

Wir bemerken, daß entsprechend zwischen den

Werten von Strom und Spannung die im folgenden oft benutzten Beziehungen bestehen:

$$(22) \quad I_+ = +v \bar{C} V_+,$$

für die nach größeren Werten von  $x$  laufende Welle, und

$$(23) \quad I_- = -v \bar{C} V_-,$$

für die entgegengesetzt laufende Welle.

Hätte man die Quelle nicht beim Punkte  $x = 0$ , sondern an einem beliebigen Punkte  $x = \xi$  angebracht, so

wäre der analytische Ausdruck für die von ihr ausgehenden Wellen:

$$V_+ = A \sin \omega \left( t - \frac{x - \xi}{v} \right); \quad I_+ = \bar{C} \cdot v \cdot V_+.$$

$$(24) \quad V_- = A \sin \omega \left( t + \frac{x - \xi}{v} \right); \quad I_- = -\bar{C} \cdot v \cdot V_- ,$$

da jetzt die Entfernung eines Punktes  $x$  von der Quelle  $= x - \xi$  ist. •

### C. Verteilung von elektrischer und magnetischer Feldstärke um die Drähte.

Werden die Paralleldrähte von Sinuswellen der oben behandelten Art durchflossen, so sind in dem die Drähte umgebenden Isolator elektrische und magnetische Feldstärken vorhanden. Den Verlauf der Kraftlinien haben wir schon früher betrachtet und durch Fig. 2 dargestellt.

Die Richtung der Kraftlinien und die Feldstärken variieren im Querschnitt. In der Mitte zwischen den Drähten sind elektrisches und magnetisches Feld nahezu homogen und stehen (wie übrigens auch im ganzen übrigen Raum) senkrecht zueinander.

Die Werte der Feldstärken  $\mathcal{E}$  und  $\mathcal{H}$  in der Mitte können wir als Maß für die Intensität der Felder nehmen;  $\mathcal{E}$  ist proportional zu dem Werte von  $V$  an der betr. Stelle der Drähte,  $\mathcal{H}$  ist proportional zu  $I$ .

Es pflanzen sich also auch die Werte der elektrischen und magnetischen Feldstärke mit Lichtgeschwindigkeit in Richtung der Drähte fort; im Isolator ist eine elektromagnetische Welle vorhanden, die die Drahtwellen begleitet. Nach den Bemerkungen in der Einleitung zu Bd. 1 müssen die Felder außerhalb der Drähte als der eigentliche Sitz der magnetischen und elektrischen Energie

betrachtet werden. Eine von den Maxwell'schen Gleichungen ausgehende Darstellung der Schwingungen auf Drähten trägt diesem Umstande besser Rechnung als die hier gewählte Behandlungsart. Die Vorgänge im Isolator werden dort als das Primäre betrachtet und Stromstärke und Potentialdifferenz auf den Drähten werden daraus abgeleitet.

Unten werden wir ganz ähnliche elektromagnetische Wellen im freien Raum kennen lernen.

#### D. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des die Drähte umgebenden Mediums.

Wenn die Drähte sich statt in Luft in irgend einem anderen isolierenden Medium von der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  befinden, so bleiben die oben abgeleiteten Beziehungen bestehen, es ist nur überall an Stelle von  $C$  zu setzen  $\epsilon C$  und daher für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit statt  $v: \frac{v}{\sqrt{\epsilon}}$ .  $\sqrt{\epsilon}$  können wir aus naheliegenden Gründen als Brechungsexponent der Drahtwellen bezeichnen.

#### E. Absorption der Wellen.

Wir haben bisher den Widerstand der Drähte und alle Ursachen<sup>1)</sup>, die die Energie der Schwingungen in andere Form überführen (in Betracht käme z. B. Leitfähigkeit des die Drähte umgebenden Mediums), vernachlässigt und wollen das der Einfachheit halber auch im folgenden weiter tun. Hier seien nur kurz die wesentlichsten Unterschiede angegeben, die sich gegen das Frühere ergeben, wenn solche Ursachen berücksichtigt werden.

<sup>1)</sup> Die Schwingungen auf Paralleldrähten erfahren übrigens keinen Energieverlust durch Ausstrahlung wie die auf einfachen Drähten.

Es gehen dann von einer (ungedämpft schwingenden) Quelle noch ganz ähnliche Wellen wie vorher aus, nur nimmt ihre Amplitude ab, je weiter sie sich von der Quelle entfernen; die Wellen erfahren eine Absorption. In den Ausdrücken (17), (18) usw. würde das dadurch zum Ausdruck kommen, daß die Amplitude mit einem Faktor  $e^{-\alpha x}$  für die nach positiver Richtung fortschreitende und mit einem Faktor  $e^{+\alpha x}$  für die in negativer Richtung fortschreitende Welle multipliziert würde.

Die Größe  $\alpha$  bezeichnen wir als Absorptionskoeffizient.

Ist außerdem die Schwingung der Quelle selber eine zeitlich gedämpfte (Dämpfungskonstante  $\delta$ ), so haben die von ihr ausgehenden Wellen die Form:

$$V = A e^{-\alpha x} e^{-\delta \left(t - \frac{x}{v}\right)} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

usw.

Bei den Anordnungen, die wir unten beschreiben, sind  $\alpha$  und  $\delta$  meist so klein, daß sie vernachlässigt werden können bzw. es werden die Meßmethoden so gewählt, daß ihr Einfluß unmerklich wird.

## 6. Wellen auf begrenzten Drähten.

Unsere bisherige Lösung<sup>1)</sup> gilt für den Fall, daß die Drähte ohne Unterbrechungen oder eingeschaltete Apparate nach beiden Seiten bis ins Unendliche verlaufen.

Wenn wir an einer bestimmten Stelle auf den Drähten Veränderungen vornehmen, etwa sie dort miteinander verbinden, oder frei enden lassen, so entstehen dadurch für den Strom und die Spannung an diesen Stellen bestimmte Bedingungen, Grenzbedingungen, und wir müssen Lösungen suchen, die ihnen genügen.

<sup>1)</sup> Die Lösungen in der ersten Form hatten wir direkt so gewählt, daß sie den angenommenen Grenzbedingungen Geringe leisteten.



**A. Brücke (widerstands- und selbstinduktionslos).**

Es sei an der Stelle  $\xi$  zwischen den Drähten eine leitende Verbindung hergestellt (Fig. 31), deren Widerstand und Selbstinduktion so klein ist, daß an der überbrückten Stelle keine Potentialdifferenzen zwischen den Drähten zustande kommen können.

Das können wir experimentell etwa in der Weise bewirken, daß wir an der Stelle  $\xi$  einen kurzen dicken Draht<sup>1)</sup> quer über die Drähte legen, oder an dieser Stelle die Drähte

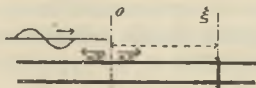


Fig. 31.

durch eine senkrecht zu ihnen stehende Metallplatte gehen lassen. Eine derartige Vorrichtung bezeichnen wir als Brücke.

An der Stelle  $\xi$  muß also zu allen Zeiten gelten:

$$(25) \quad V = 0.$$

Weiter sei auf den Drähten links von der Brücke eine Quelle angebracht, welche nach rechts laufende Wellen liefert:

$$(26) \quad V_e = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

$$I_e = v C A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = v C V_e.$$

Würden die Drähte ohne Brücke nach rechts unverändert weiterlaufen, dann würde diese Welle im Punkte  $\xi$  den folgenden Wert von  $V$  ergeben:

$$V_e = A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right).$$

<sup>1)</sup> Der Draht wird allerdings stets, selbst wenn sein Ohmscher Widerstand vernachlässigbar klein ist, eine gewisse, wenn auch kleine Selbstinduktion haben. Über ihren Einfluß siehe unten § 6.

Die Brücke wirkt nun so, daß dort immer der Wert  $V = 0$  aufrechterhalten wird; also so, als ob an der betr. Stelle durch äußere Einflüsse immer der zu  $V_e$  gerade entgegengesetzte Wert von  $V$  erzeugt würde.

Wir werden daher dieselbe Verteilung der Spannung wie vor einer Brücke erhalten, wenn wir uns diese wegdenken, und statt dessen auf den unveränderten Drähten rechts von  $\xi$  eine Quelle angebracht denken, welche Wellen  $V_r$  aussendet, derart, daß beim Punkte  $\xi$  immer

$$V_r = -V_e$$

ist.

Denken wir uns diese Quelle unendlich nahe bei  $\xi$ , so muß dazu in ihr sein:

$$V_r = -2A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right);$$

dann läuft von ihr nach links eine Welle:

$$(27) \quad V_r = -A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} + \frac{x - \xi}{v} \right); \quad I_r = -C v V_r^1,$$

die die obige Bedingung für  $x = \xi$  erfüllt; d. h. es bleibt das resultierende Potential  $V = V_r + V_e$  bei  $\xi$  dauernd Null, wie es unsere Bedingung (25) verlangt. (Nur in dem Punkte, wo sich die Quelle selbst befindet, ist  $V$  unstetig; dort stellt also unsere Lösung nicht den wirklichen Wert von  $V$  dar; wir müssen in diesem Punkt das resultierende Potential gleich demjenigen in den benachbarten Punkten annehmen, denn eine endliche Potentialdifferenz zweier benachbarter Punkte des Drahtes ist physikalisch ausgeschlossen.)

1) Minuszeichen, da die Welle in negativer Richtung läuft.

Die Wellen, die nach rechts von der angenommenen Quelle ausgehen:

$$V_m = -A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} - \frac{x - \xi}{v} \right) = -A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

heben sich mit den ursprünglichen  $V_e$  in jedem Punkte hinter der Brücke auf. Dort ist also an allen Stellen:  $V=0$ . Mithin genügt auch dort unsere Lösung der Grenzbedingung (und dem Anfangszustand  $V=0$ ) und stellt also den ganzen Verlauf von  $V$  richtig dar. Man sieht, daß es gleichgültig ist, ob hinter der widerstandslosen Brücke das Paralleldrahtsystem fortgesetzt ist oder nicht.

Die Erscheinungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Wenn eine einfallende Welle  $V_e$  auf die Brücke trifft, so entsteht eine ihr entgegenlaufende reflektierte Welle  $V_r$  von gleicher Amplitude. Hinter der Brücke sind die Wellen abgeschirmt.

Man bemerkt, daß bei der reflektierten  $V$ -Welle die Amplitude das umgekehrte Vorzeichen wie die der einfallenden Welle hat, daß also, wie man sich ausdrückt: bei der Reflexion der  $V$ -Welle eine Phasenänderung um  $180^\circ$  eintritt. Die  $I$ -Welle dagegen wird mit gleichem Vorzeichen, ohne Phasenänderung, reflektiert.

Die einander entgegenlaufenden Wellen vor der Brücke superponieren sich zu stehenden Wellen.

Die  $V$ -Welle liefert:

$$\begin{aligned} V &= V_e + V_r = A \left[ \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) - \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} + \frac{x - \xi}{v} \right) \right] \\ (28) \quad &= 2A \sin \omega \frac{\xi - x}{v} \cdot \cos \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right); \end{aligned}$$

also einen Ausdruck, wie wir ihn schon früher betrachtet haben: (9).

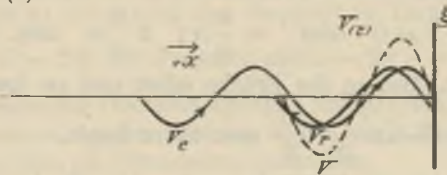


Fig. 32.

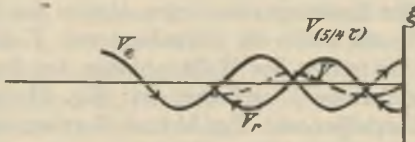


Fig. 33.

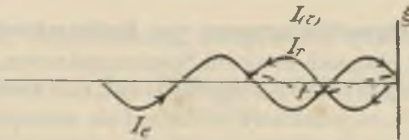


Fig. 34.

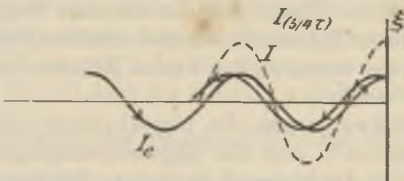


Fig. 35.

Die  $I$ -Welle gibt entsprechend:

$$\begin{aligned}
 I &= I_e + I_r = C \cdot v (V_e - V_r) \\
 (29) \quad &= 2\bar{C} v A \cos \omega \frac{\xi - x}{v} \cdot \sin \omega \left( t - \frac{\xi - x}{v} \right).
 \end{aligned}$$

Die Knotenpunkte der stehenden  $V$ -Welle liegen an denjenigen Stellen  $x$ , für die

$$\xi - x = 0 \quad \text{oder} \quad = \frac{v}{\omega} \pi; \quad 2 \frac{v}{\omega} \pi \quad \text{usw. ist.}$$

usw. ist. Also an der Brücke selbst und an denjenigen Stellen, die um  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $\frac{2\lambda}{2}$  usw. davor liegen.

Die stehende  $I$ -Welle hat an denselben Punkten Strombäuche, ihre Knotenpunkte liegen also in der Mitte.

Die Fig. 32 stellt die Verteilung von  $V$  dar, wenn seit dem Eintreffen des Wellenanfangs bei der Brücke eine volle Periode<sup>1)</sup> verflossen ist; Fig. 33 nach einer weiteren Viertelperiode. Fig. 34 und 35 geben die Verteilung von  $I$  zu den gleichen Zeiten.

### B. Eigenschwingungen von Drahtrechtecken.

Denkt man sich in einem Spannungsknoten, nachdem die stehende Welle sich ausgebildet hat, eine zweite Brücke<sup>2)</sup> aufgelegt, so reflektiert sie die auf sie zulaufenden Wellen wieder nach rückwärts, und zwar, wie man leicht einsieht, in solcher Phase, daß die stehende Welle in ihrer ursprünglichen Intensität dauernd erhalten bleibt, da die Wellen immer zwischen den beiden Brücken hin und her reflektiert werden.

Diese Schwingungen, die, einmal erregt, dauernd ausgeführt werden<sup>3)</sup>, sind also Eigenschwingungen des aus den parallelen Drähten und den beiden Brücken bestehenden Drahtrechtecks.

<sup>1)</sup> In der Figur ist der Deutlichkeit halber ein Zeitpunkt angenommen, der ein wenig später liegt; ebenso ist für die weiteren Fig. 33, 34, 35 immer ein etwas späterer als der genaue Zeitpunkt gewählt.

<sup>2)</sup> Die Quelle soll außerhalb der Brücken liegen.

<sup>3)</sup> In Wirklichkeit klingen natürlich die Schwingungen je nach der Größe des unvermeidlichen Widerstandes mehr oder weniger schnell ab; sind gedämpft.

Man ersieht also: die Wellenlänge der Grundschwingung eines geschlossenen schmalen Drahtrechtecks ist gleich der doppelten Länge  $l$  desselben ( $\lambda = 2l$ ), ihre Frequenz also  $\omega = 2\pi \frac{v}{\lambda} = \pi \frac{v}{l}$ ; die Frequenzen der Oberschwingungen sind ganzzahlige Vielfache davon. An den schmalen Seiten ist ein Spannungsknoten bzw. ein Strombauch vorhanden.

Würde man die zweite Brücke nicht in einem Spannungsknoten, sondern in einem beliebigen Punkte aufgelegt haben, so stören die an ihr reflektierten Wellen die ursprüngliche stehende Welle, es treten kompliziertere Schwingungen auf; nämlich die Eigenschwingungen des betreffenden Drahtrechtecks, deren Frequenzen nicht mehr mit der ursprünglichen übereinstimmen.

### C. Drahtrechteck, erregt durch Quellen.

Abhängigkeit der Erregung von der Lage der Quellen.

Wir wollen nun die Schwingungen eines Drahtrechtecks erregt denken durch eine Spannungsquelle der früher beschriebenen Art, die ungedämpft sein möge, und deren Frequenz gleich der Grundfrequenz des Rechtecks sein soll. Es soll dazu die Quelle zwischen zwei im Abstand  $\frac{\lambda}{2}$  voneinander stehenden Brücken liegen.

Die Quelle führt dem Rechteck dauernd Energie zu; falls keine Verluste vorhanden wären, würden die Amplituden unendlich groß werden. In Wirklichkeit bewirkt der Widerstand eine Dämpfung und die Amplituden erreichen wie beim Kondensatorkreis nach einer bestimmten Zeit einen konstanten Wert, der proportional ist der Stärke

der Quelle, und außerdem abhängig ist von ihrer Lage auf dem Rechteck.

Den Grund für die Abhängigkeit der Erregung von der Lage der Quelle können wir etwa wie folgt einsehen.

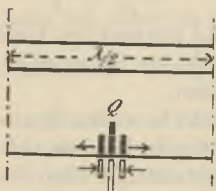


Fig. 36.

Es liege (Fig. 36) die Spannungsquelle zunächst in der Mitte des Rechtecks; sie sendet entsprechend Fig. 27 nach beiden Seiten in jedem Augenblick Werte von  $V$  aus, die einander gleich sind und gleiches Vorzeichen haben.

Betrachten wir etwa die Werte von  $V$ , die ausgesandt werden, wenn die Spannung in der Quelle gerade in ihrem Maximum ist. Dieselben laufen nach den Brücken, also eine Strecke  $\frac{\lambda}{4}$ , werden dort unter Umkehr ihres Vorzeichens reflektiert, laufen nach der Mitte zu wieder je eine Strecke  $\frac{\lambda}{4}$  und treffen also in der Mitte nach einer halben Periode gleichzeitig wieder ein, und zwar beide mit dem umgekehrten Vorzeichen.

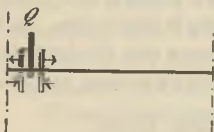


Fig. 37.

Sie unterstützen also dort die Wirkung der Quelle, die inzwischen ihren negativen Höchstwert angenommen hat, und addieren sich gegenseitig.

Liegt dagegen (Fig. 37) die Spannungsquelle an einem Ende des Rechtecks, so wird der (in der Figur) nach links gehende Wert von  $V$  sogleich reflektiert, sein Vorzeichen kehrt sich um und er trifft die Quelle sofort wieder, die noch das alte Vorzeichen besitzt; die beiden Spannungen heben sich also zum



Teil auf. Der nach rechts gegangene Wert von  $V$  erreicht mit umgekehrtem Vorzeichen die Quelle wieder, nach dem er einen Weg  $2 \cdot \frac{\lambda}{2}$  durchlaufen hat, also nach einer vollen Periode, wo die Quelle wieder ihr erstes Vorzeichen hat, und vermindert also ebenfalls die dort erzeugte Spannung.

Die Werte von  $V$ , die sich in der Mitte des Rechtecks treffen, haben gleiche Phasenänderungen erlitten, aber verschiedene Wege gemacht,  $\frac{\lambda}{4}$  bzw.  $\frac{3}{4}\lambda$ , sind daher mit entgegengesetzter Phase ausgesandt worden und heben sich ebenfalls auf.

Wenn die Spannungsquelle am Ende des Rechtecks liegt, tritt also keine Erregung desselben ein; je mehr die Spannungsquelle nach der Mitte zu in den Spannungsbauch der zu erzeugenden Schwingung rückt, um so stärker ist die Erregung.

Würde man statt einer Spannungsquelle eine Stromquelle (vgl. S. 40) benutzen, die auf den Drähten nach beiden Seiten laufende gleiche Werte von  $I$  erzeugt, so ergibt eine der vorigen ganz ähnliche Betrachtung, unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Stromwelle an den Brücken ohne Phasenänderung reflektiert wird, folgendes Resultat. Diese Quellen erregen dann stark, wenn sie an den Enden des Rechtecks, also im Strombauch, angebracht werden, und gar nicht, wenn sie in der Mitte, im Stromknoten, liegen.

#### D. Freie Drahtenden.

Wir betrachten nun den Fall, daß die Paralleldrähte unseres Systems an der Stelle  $x = \xi$  frei enden (Fig. 38).

Nach links mögen sie vorläufig wieder bis ins Unendliche verlaufen.

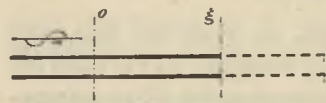
Dann muß an der Stelle  $\xi$  offenbar der Strom zu allen Zeiten Null sein. Grenzbedingung:

$$I = 0 \quad \text{für} \quad x = \xi.$$

Es mögen wieder von links her Wellen

$$(30) \quad I_e = v C \cdot A \cdot \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right); \quad V_e = \frac{I_e}{v C},$$

nach der Stelle  $\xi$  zu laufen, die bei unveränderten Drähten dort den Strom



$$I_e = v \bar{C} A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right)$$

Fig. 38.

liefern würden.

Die Grenzbedingung wird also ähnlich wie früher erfüllt, wenn wir jetzt bei der Stelle  $\xi$  eine Stromquelle annehmen, die eine reflektierte Welle:

$$(31) \quad I_r = -v \bar{C} \cdot A \sin \omega \left( t - \frac{\xi}{v} + \frac{x - \xi}{v} \right); \quad V_r = -\frac{I_r}{v \bar{C}}$$

liefert.

Man sieht, daß diese Beziehungen ganz ähnlich den für die Brücke gefundenen sind; es haben nur Strom und Spannung ihre Rolle vertauscht.

Am freien Ende erfährt nicht die Spannungs- sondern die Stromwelle bei der Reflexion einen Phasensprung um  $180^\circ$ .

Die Stromknoten der stehenden Wellen liegen am Ende selber und in den Entfernungen  $\frac{\lambda}{2}$ ;  $2\frac{\lambda}{2}$ ;  $3\frac{\lambda}{2}$  usw. davor,

die Spannungsknoten liegen natürlich in der Mitte zwischen ihnen, bei  $\frac{\lambda}{4}$ ;  $3\frac{\lambda}{4}$ ;  $5\frac{\lambda}{4}$  usw.

Legt man in einem Spannungsknoten eine Brücke auf, so bleibt die stehende Schwingung ungestört.

Es ergeben sich so die Eigenschwingungen eines auf einer Seite offenen Drahtrechtecks (entsprechend den früher behandelten Schwingungen eines einseitig geerdeten einfachen Drahtes).

Die Wellenlänge der Grundschiwingung des offenen Rechtecks ist das Vierfache seiner Länge, also ungefähr das Doppelte der ganzen Drahtlänge.

Denken wir ein solches Rechteck zu einem Kreis aufgebogen, so entsteht der Hertz'sche Resonator, für dessen Grundschiwingung wir schon aus anderen Überlegungen ein gleiches Resultat abgeleitet haben.

### E. Kondensator an den Drahtenden.

Es mögen nun die Enden der Drähte bei  $\xi$  mit einem Kondensator von der Kapazität  $C$  verbunden sein (Fig. 39).

Wenn wir den durch den Kondensator fließenden Strom mit  $I$  bezeichnen und die Spannung an seinen Enden mit  $V$ , so muß die Beziehung gelten:

$$(32) \quad C \frac{dV}{dt} - I = 0.$$

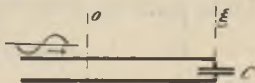


Fig. 39.

Wir müssen also Lösungen suchen, die an der Stelle  $x = \xi$  die obige Grenzbedingung erfüllen.

Die einfallenden Wellen seien wie früher:

$$V_e = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right); \quad I_e = v \bar{C} \cdot V_e.$$

Wir können uns, ähnlich wie früher, statt der im Kondensator endigenden Drähte ein unverändert bis ins Unendliche laufendes Drahtsystem denken und auf ihm bei  $\xi$  eine Spannungsquelle annehmen, die geeignete Wellen aussendet und so die Grenzbedingung erfüllt.

Den Phasensprung müssen wir nun allgemeiner gleich  $\varphi$  ansetzen und schreiben also für die reflektierte Welle:

$$(33) \quad V_r = A \sin \left[ \omega \left( t - \frac{\xi}{v} + \frac{x - \xi}{v} \right) + \varphi \right];$$

$$I_r = -v \bar{C} \cdot V_r.$$

An der Stelle  $x = \xi$  liefert diese Welle zusammen mit der einfallenden folgende Werte von  $V$  und  $I$ <sup>1)</sup>:

$$V = (V_e + V_r)_{x=\xi} = A \{ \sin \omega [t] + \sin (\omega [t] + \varphi) \}.$$

$$I = (I_e + I_r)_{x=\xi} = v \bar{C} A \{ \sin \omega [t] - \sin (\omega [t] + \varphi) \}.$$

Setzen wir sie in (32) ein, so ergibt sich:

$$\omega C \{ \cos \omega [t] + \cos \varphi \cos \omega [t] - \sin \varphi \sin \omega [t] \}$$

$$+ v \cdot C \{ \sin \omega [t] - \cos \varphi \sin \omega [t] - \sin \varphi \cos \omega [t] \} = 0.$$

Links steht ein Ausdruck von der Form:

$$a \cos \omega [t] + b \sin \omega [t].$$

Dieser kann für alle Werte von  $[t]$  nur dann Null sein, wenn sowohl  $a$  als auch  $b$  Null ist.

Man erhält so für  $\varphi$  die folgende Gleichung:

$$(34) \quad \sin \varphi = - \frac{2C\omega \cdot v \bar{C}}{(v\bar{C})^2 + (C\omega)^2}.$$

<sup>1)</sup> Für  $t - \frac{\xi}{v}$  schreiben wir zur Abkürzung:  $[t]$ .

Daraus ergibt sich für  $\frac{\varphi}{2}$  der einfachere Ausdruck:

$$(34a) \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = -\frac{\omega C}{v\bar{C}} = -\frac{2\pi C}{\lambda \bar{C}}.$$

Man erkennt daraus folgendes:

Wenn  $C$  einen größeren Wert hat als  $\lambda \bar{C}$  (wo man  $\lambda \bar{C}$  als die Kapazität eines Kondensators aus zwei Drahtstücken von der Länge  $\lambda$  auffassen kann), dann ist die Phasenverschiebung  $\varphi$  nahezu  $= -\pi$  oder  $-180^\circ$ ; der Kondensator wirkt also dann genau so wie eine widerstandslose Brücke.

Ein Kondensator von gegebenem  $C$  wird das um so eher tun, je kleiner die Wellenlänge der erregenden Schwingung ist.

Wenn dagegen  $C$  sehr klein gegen  $\lambda \bar{C}$  ist, so wird  $\varphi = 0$ , und man erhält dieselbe Reflexion wie am freien Ende.

Für mittlere Kapazitäten hat  $\varphi$  Werte zwischen 0 und  $-\pi$ .

Die stehenden Wellen, die sich vor dem Kondensator ausbilden, lassen sich ausdrücken durch:

$$(35) \quad V = V_e + V_r = 2A \cos \left\{ \omega \left( \frac{\xi - x}{v} \right) - \frac{\varphi}{2} \right\} \\ \sin \left\{ \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right) + \frac{\varphi}{2} \right\}.$$

Die Spannungsknoten (und die Strombäuche) liegen an denjenigen Stellen  $x$ , die sich aus den Gleichungen:

$$\omega \cdot \frac{\xi - x}{v} - \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2}; \quad \frac{3\pi}{2}; \quad \text{usw.}$$

bestimmen; d. h. in solchen Entfernungen  $l = \xi - x$  vor dem Kondensator, die gegeben sind durch:

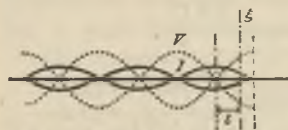


Fig. 40.

$$l = \xi - x = \frac{v}{\omega} \frac{\pi + \varphi}{2};$$

$$\frac{v}{\omega} \frac{3\pi + \varphi}{2}; \quad \text{usw.,}$$

bzw. wenn die Wellenlänge eingeführt wird:

$$(36) \quad l = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\pi + \varphi}{2} \quad \text{usw.}^1).$$

Da  $\varphi$  nach (34) negativ ist, so liegt der erste Spannungsknoten zwischen dem Kondensator und dem um  $\frac{\lambda}{4}$  davon entfernten Punkt. In Fig. 40 ist die stehende Spannungs- und die Stromwelle angedeutet.

### F. Eigenschwingungen nichtquasistationärer Kondensatorkreise.

Denkt man sich in einem Spannungsknoten vor dem Endkondensator eine Brücke aufgelegt, so sieht man, daß die behandelten stehenden Wellen die Eigenschwingungen von Kondensatorkreisen einfachster Form darstellen, bei

<sup>1)</sup> Die obige Bedingung für die Entfernung  $l$  eines Spannungsknotens läßt sich in eine für die Berechnung bequemere Form bringen: Wir bilden

$$(36a) \quad \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \operatorname{tg} \frac{\pi + \varphi}{2} = - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{C}{C'}$$

Aus dieser (transzendenten) Gleichung erhält man bei gegebenem  $C$ ,  $C'$  und  $\lambda$  den Wert von  $l$ . Um  $\lambda$  aus gegebenen Werten von  $C$ ,  $C'$  und  $l$  zu berechnen, setze man:  $2\pi \frac{l}{\lambda} = x$  und bestimme die Wurzeln der (transzendenten) Gleichung:

$$\operatorname{tg} x = \frac{l}{x} \cdot \frac{C}{C'}$$

denen die Selbstinduktion die Gestalt eines schmalen langen Rechtecks hat.

Man bemerkt, daß ein derartiger Kreis nicht nur eine Eigenfrequenz, sondern sehr viele (unendlich viele) hat; und daß, wie Fig. 40 zeigt, die Stromverteilung bei den Oberschwingungen von der quasistationären ganz abweicht.

Die Grundschiwingung dagegen ergibt eine Stromverteilung, die, wie Fig. 41 zeigt, dann als quasistationär betrachtet werden darf, wenn die Länge  $l$  des Rechtecks klein ist gegen die Wellenlänge  $\lambda$  der Grundschiwingung.

Aus (36a) können wir für einen Kreis mit gegebenen Konstanten  $l, C$  und  $C$  diese Wellenlänge berechnen. Für beliebiges  $C$  läßt sich allerdings die Wellenlänge nicht explizit angeben.

Wenn  $C$  groß gegen  $\bar{C} \cdot l$  ist, und daher die Tangente mit dem Bogen vertauscht werden kann, ergibt sich:

$$\lambda^2 = 4\pi^2 \frac{l\bar{C}}{C}, \quad x^2 = 4\pi^2 \frac{l^2}{\lambda^2} = l \frac{\bar{C}}{C}.$$

Führen wir mit Hilfe der Beziehung  $\omega \cdot \lambda = 2\pi \cdot v$  die Frequenz ein, und beachten, daß  $v^2 = \frac{1}{LC}$  ist, so wird

$$\omega^2 = \frac{v^2 \bar{C}}{lC} = \frac{1}{L \cdot l \cdot C}.$$

$L \cdot l$  ist die gesamte Selbstinduktion des Rechtecks; bezeichnen wir sie mit  $L$ , so wird:

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}.$$

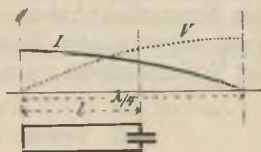


Fig. 41.



D. h. unter der angeführten Bedingung für  $C$  darf ein solcher Kreis als quasistationär betrachtet werden. Man sieht, daß für andere Formen der Selbstinduktion sich ganz ähnliche Bedingungen ergeben.

Auch ein quasistationärer Kreis kann aber immer so erregt werden, daß seine Oberschwingungen auftreten; diese sind dann nicht quasistationär. Das tritt z. B. ganz allgemein dann ein, wenn ein Kreis durch Funken erregt wird. Im Anfang sind die Oberschwingungen (von viel höherer Frequenz als die Grundschiwingung) vorhanden. Da sie schnell abklingen und daher geringen Einfluß auf den Stromeffekt haben, auch einen auf die Grundschiwingung abgestimmten Resonanzkreis nicht erregen, so wird ihr Vorhandensein meist nicht merkbar.

### G. Brücke mit Selbstinduktion.

Es sei weiter an der Stelle  $\xi$  der Paralleldrähte eine Brücke aufgelegt, die zwar widerstandslos ist, aber eine gewisse Selbstinduktion  $L$  besitzt (Fig. 42).

Das entspricht besser als unsere frühere Annahme dem Fall, daß bei  $\xi$  die Drähte durch einen quer übergelegten Draht oder einen Bügel überbrückt sind.

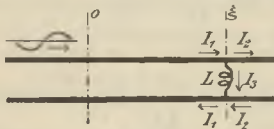


Fig. 42.

Die Drähte sollen über die Brücke bis ins Unendliche fortgesetzt sein.

An der Stelle  $\xi$  finden jetzt Stromverzweigungen statt. Nennen wir den Strom auf dem oberen Draht vor der Brücke  $I_1$ , den unmittelbar hinter der Brücke  $I_2$  und den in der Brücke selber  $I_3$ , so muß gelten:

$$(37) \quad I_1 = I_2 + I_3.$$

Ferner muß die Spannung an den Enden der Selbstinduktion  $L$ , also die auf den Drähten bei  $\xi$ , sein:

$$(38) \quad V = L \frac{dI_2}{dt} = L \cdot \frac{d(I_1 - I_2)}{dt}.$$

Analog dem früheren suchen wir für einfallende Wellen von der Form:

$$V_e = A_e \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right); \quad I_e = v C V_e,$$

diese Grenzbedingung dadurch zu erfüllen, daß wir an der Stelle  $\xi$  eine Quelle annehmen, die Wellen nach beiden Seiten aussendet. Ihre noch zu bestimmende Amplitude sei  $2A_r$ , ihre Phase  $\varphi_r$ , so daß die reflektierte und die im positiven Sinne laufende Welle die Form haben:

$$V_r = A_r \sin \left\{ \omega \left( t - \frac{x}{v} + \frac{x - \xi}{v} \right) + \varphi_r \right\}; \quad I_r = -v C V_r.$$

$$V_m = A_r \sin \left\{ \omega \left( t - \frac{x}{v} - \frac{x - \xi}{v} \right) + \varphi_r \right\}; \quad I_m = +v C V_m.$$

Daraus erhält man die Werte von  $V_r$ ,  $V_m$ ,  $I_r$  und  $I_m$  an der Stelle  $\xi$ , und damit die Werte der Stromstärke vor und hinter der Brücke

$$I_1 = (I_e + I_r)_{(x=\xi)}, \quad I_2 = (I_e + I_m)_{(x=\xi)},$$

ebenso die der Spannungen

$$V_1 = (V_e + V_r)_{(x=\xi)}, \quad V_2 = (V_e + V_m)_{(x=\xi)}.$$

( $V_1$  und  $V_2$  müssen einander gleich sein, da eine endliche Differenz des Potentials an den unendlich benachbarten Stellen physikalisch ausgeschlossen ist.)

Führt man die Werte in die Beziehung (38) ein, so entsteht, wie man sich leicht überzeugt, die Gleichung (für  $t - \frac{z}{v}$  wird wieder  $[t]$  geschrieben):

$$\begin{aligned} & A_e \sin \omega [t] + A_r \sin \{ \omega [t] + \varphi_r \} \\ & = -2L \cdot v \cdot C \cdot \omega A_r \cos \{ \omega [t] + \varphi_r \}. \end{aligned}$$

Diese Gleichung zerfällt in zwei Bedingungen für die Koeffizienten von  $\sin$  und  $\cos$  und man erhält daraus:

$$(38) \quad \operatorname{tg} \varphi = -2L v C \cdot \omega.$$

$$(39) \quad A_r = -A_e \cos \varphi.$$

Man sieht: wenn  $L$  sehr klein ist, wird  $\varphi = 0$ ,  $A_r = -A_e$ , und es liegt dann der früher behandelte Fall vor. Es bilden sich vor der Brücke stehende Wellen aus und hinter der Brücke sind die Wellen abgeschirmt.

Ist dagegen  $L$  sehr groß, so wird  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  und daher  $A_r = 0$ . Eine Verbindung der Drähte durch genügend große Selbstinduktion stört also den Verlauf der fortschreitenden Welle überhaupt nicht.

Im allgemeinen hat  $\varphi$  einen zwischen diesen Extremwerten liegenden Wert. Da  $A_r$  und  $A_e$  dann nicht mehr gleich sind, bilden sich keine reinen stehenden Wellen vor der Brücke aus. Hinter der Brücke setzt sich die Welle  $V_m$  mit der einfallenden  $V_e$  zu einer fortschreitenden Welle zusammen, die kleinere Amplitude als die einfallende hat. Die Brücke mit Selbstinduktion schirmt also die Wellen nicht völlig ab.

Uns interessiert nur der Fall, wo  $L$  einen verhältnismäßig kleinen Wert hat, wie das der Fall ist, wenn die Brücke aus einem geraden oder wenig gebogenen Draht besteht.

Wir wollen die Länge dieses Drahtes, die im Minimum gleich dem Abstand der Paralleldrähte sein kann, mit  $d$  bezeichnen. Ist die Brücke aus dem gleichen Drahtmaterial wie die Paralleldrähte verfertigt, so werden wir genähert für ihre Selbstinduktion pro Längeneinheit setzen können:

$\frac{\bar{L}}{2}$  (wo  $\bar{L}$  denselben Wert hat, wie auf den Paralleldrähten)  
also:

$$L = \frac{\bar{L}}{2} \cdot d.$$

Dann wird nach (38)

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{d\omega}{v} = -2\pi \frac{d}{\lambda}.$$

Ist  $d$  klein gegen die Wellenlänge  $\lambda$ , so können wir näherungsweise setzen:

$$\varphi = -2\pi \frac{d}{\lambda}.$$

$A_r$  wird dann sehr nahe gleich  $-A_e$ . Vor der Brücke bilden sich fast reine stehende Wellen aus:

$$(40) \quad V = V_e + V_r = 2A_e \sin \left\{ \omega \frac{\xi - x}{v} - \frac{\varphi}{2} \right\} \\ \cos \left\{ \omega \left( t - \frac{\xi}{v} \right) + \frac{\varphi}{2} \right\}.$$

Man bemerkt, daß der erste Spannungsknoten an der Stelle  $x$  liegt, die sich aus

$$\omega \cdot \frac{\xi - x}{v} - \frac{\varphi}{2} = \pi$$

bestimmt.

Also in einer Entfernung  $l$  vor der Brücke:

$$l = \xi - x = \frac{2\pi + \varphi v}{2} \frac{v}{\varphi} = \frac{\lambda}{2\pi} \left( \pi - \pi \frac{d}{\lambda} \right) = \frac{\lambda}{2} - \frac{d}{2}.$$

Der erste Stromknoten liegt entsprechend in der Entfernung  $\frac{\lambda}{4} - \frac{d}{2}$  usw. (vgl. Fig. 43).

Bei der induktionsfreien Brücke liegt der erste Spannungsknoten genau in der Entfernung  $\frac{\lambda}{2}$  (in der Brücke selber ist ebenfalls ein Spannungsknoten vorhanden). Der

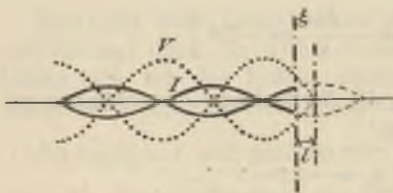


Fig. 43.

erste Stromknoten liegt entsprechend genau in der Entfernung  $\frac{\lambda}{4}$ .

Die Strecke  $\frac{d}{2}$ .

um die eine Brücke mit Induktion ihren

Knoten näher liegt als die induktionslose Brücke, nennt man die Brückenverkürzung. Diese Größe spielt bei den Messungen mit dem Paralleldrahtsystem eine Rolle. Natürlich liefert unsere Betrachtung nur einen Näherungswert für die Verkürzung, genauer wird dieselbe experimentell bestimmt.

Hinter der Brücke haben wir fortschreitende Wellen, deren Ausdruck sich zu (angenähert):

$$V = \varphi A_e \cdot \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

ergibt, und deren Amplitude also um so kleiner ist, je kürzer die Brücke ist, aber für eine Drahtbrücke immer

merklich bleibt. Man sieht, daß man im ungefähren Abstand  $\frac{\lambda}{2}$  hinter der ersten Brücke eine zweite auflegen kann und dann am Ort der ersten einen Spannungsknoten der neugebildeten stehenden Welle erhält.

### H. Einführen der Drähte in ein zweites Dielektrikum.

Wir betrachten noch den Fall, daß die Paralleldrähte von der Stelle  $\xi$  ab, statt in Luft, in einem Medium mit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  verlaufen; etwa dort in einen weiten Trog mit isolierender Flüssigkeit treten (Fig. 44).

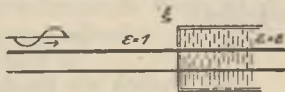


Fig. 44.

In der Flüssigkeit gilt dieselbe Differentialgleichung wie in Luft, nur ist statt  $v$  zu setzen  $\frac{v}{\sqrt{\epsilon}}$ ; und  $\bar{C} \cdot \epsilon$  statt  $\bar{C}$ . Die für Sinuswellen aufgestellten Beziehungen (22), (23) werden daher:

$$I_{\epsilon} = \pm \frac{v}{\sqrt{\epsilon}} \cdot \bar{C} \cdot \epsilon \cdot V_{\epsilon} = \pm \sqrt{\epsilon} \bar{C} v V_{\epsilon}.$$

Die Wellenlänge einer Schwingung von der Frequenz  $\omega$  ist in der Flüssigkeit:

$$\lambda_{\epsilon} = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{v}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Zwischen den Wellenlängen einer und derselben Frequenz in Luft und in Flüssigkeit besteht also die Beziehung:

$$(40) \quad \frac{\lambda}{\lambda_{\epsilon}} = \sqrt{\epsilon}.$$

Wenn wir nun annehmen, daß auf unserem Drahtsystem von links her Sinuswellen

$$V_e = A_e \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right); \quad I_e = C v \cdot V_e$$

gegen die Trennungsfläche von Luft und Flüssigkeit bei  $\xi$  heranlaufen, so muß dort offenbar folgende Grenzbedingung erfüllt sein: Sowohl die Werte von  $V$  als auch die von  $I$  müssen unmittelbar vor und hinter  $\xi$  dieselben sein. Also, wenn man diese Werte durch Indizes 1 und 2 unterscheidet:

$$V_1 = V_2; \quad I_1 = I_2.$$

Ganz ähnlich wie für die früheren Grenzbedingungen findet man, daß die vorliegende erfüllt wird, wenn an der Stelle  $\xi$  eine reflektierte Welle und eine im zweiten Medium fortschreitende Welle angenommen wird.

Die Amplitude der reflektierten Welle berechnet sich zu:

$$(41) \quad A_r = -A_e \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1}.$$

Da  $\varepsilon$  für alle in Betracht kommenden Medien einen Wert größer als 1 hat, so kehrt sich das Vorzeichen der Spannungsamplitude bei der Reflexion um (wie bei Reflexion an einer Brücke), das der Stromwelle erleidet daher keine Umkehr.

Anders, wenn die Wellen aus einem Medium mit größerer Dielektrizitätskonstante auf die Trennungsfläche gegen eines mit kleinerer fallen. Dann erleidet die Spannungswelle keine Phasenänderung, dagegen wird die Stromwelle um  $180^\circ$  phasenverschoben reflektiert (wie beim offenen Ende). Bekanntlich bestehen in der Optik ganz ähnliche Beziehungen für die Reflexion aus einem dünneren in ein



dichteres Medium und umgekehrt; die Erscheinungen sind ihrer Natur nach identisch.

Aus (41) sieht man, daß bei nicht stark von 1 verschiedenem  $\varepsilon$  die Reflexion schwach ist; es bilden sich in Luft keine deutlichen stehenden Wellen aus, und die einfallenden Wellen treten fast ganz in das zweite Medium hinüber. Bei großem  $\varepsilon$  wird dagegen die Reflexion fast vollständig, wie bei einer Brücke (für Wasser ist z. B.  $\varepsilon = 81$ ;  $\sqrt{\varepsilon} = 9$ ).

Die im zweiten Medium fortschreitende Welle ist gewissermaßen die Fortsetzung der einfallenden; die Amplitude der Spannung berechnet sich zu

$$(42) \quad A_e = A_e \frac{2}{\sqrt{\varepsilon} + 1}.$$

Die Amplitude der Stromstärke ist daher:

$$(43) \quad \sqrt{\varepsilon} v \bar{C} A_e = v \cdot \bar{C} A_e \frac{2\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon} + 1},$$

sie kann also trotz der Reflexion bei großem  $\varepsilon$  in der Flüssigkeit größer sein als in Luft.

Legen wir auf die Drähte innerhalb der Flüssigkeit eine Brücke auf, so werden die Wellen dort reflektiert und fallen wieder auf die Trennungsfläche. Dort erfahren sie eine teilweise Reflexion, zum andern Teil treten sie in das erste Medium zurück und es entstehen im allgemeinen komplizierte Schwingungen.

Wenn die Entfernung der Brücke von der Trennungsfläche aber gerade so gewählt ist, daß sie eine halbe Wellenlänge<sup>1)</sup> (der Wellen in der Flüssigkeit) beträgt, oder ein

<sup>1)</sup> bzw. bei einer Drahtbrücke genauer eine um die Brückenverkürzung kleinere Entfernung. (Bei von 1 verschiedener Dielektrizitätskonstante hat die Brückenverkürzung einen etwas anderen Wert als in Luft.)

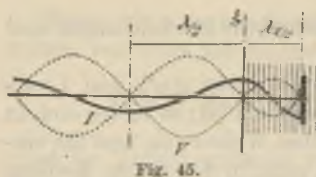


Fig. 45.

ganzzahliges Vielfaches davon, so entstehen in und außerhalb der Flüssigkeit reine stehende Wellen (Fig. 45). In der Trennungsfäche selber liegt ein Spannungsknoten.

Man sieht, daß man bei einer solchen Anordnung durch Beobachtung von  $\lambda$  und  $\lambda_1$  die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit genau bestimmen kann.

## 7. Experimentelles über die Erzeugung und Untersuchung von Drahtwellen.

Die Experimente mit Drahtwellen werden meist mit Wellenlängen von einigen Zentimetern an bis zu einigen Metern ausgeführt; wir beschränken uns daher auch bei der Beschreibung auf Apparate für diese hohen Frequenzen.

### A. Lechersche Anordnung.

Wir haben oben schon angedeutet, wie man auf dem Drahtsystem eine Wellen aussendende Spannungsquelle erzeugen kann, indem man die Belegungen eines Kondensatorkreises den Drähten in geeigneter Weise nähert.

In der dort angegebenen Form wird die Anordnung praktisch kaum benutzt, dagegen in einer etwas anderen Ausführung, die von Lecher angegeben wurde und die vorher von Hertz ganz ähnlich zur Erzeugung von Wellen auf einem einzelnen Drahte verwandt wurde.

Es werden dazu die Enden der Paralleldrähte mit kleinen Metallplatten versehen und in einiger Entfernung einem Hertzschcn Oszillator gegenübergestellt (Fig. 46).

Der Hertzsche Oszillator selber ist mit Endkapazitäten (Metallplatten) versehen (die Stromverteilung auf ihm läßt sich aus den Entwicklungen von  $E$  und  $F$  leicht ableiten, auch läßt sich seine Eigenfrequenz nach einer Formel, die aus (36) hervorgeht, berechnen).

Wegen der Endkapazitäten ist seine Schwingungsenergie verhältnismäßig groß und er ist auch durch Strahlung weniger gedämpft.

Sind die Endplatten der Drähte nicht sehr groß, so können wir annehmen, daß die Wellen sich dort so verhalten, als ob freie Enden vorlägen.

Wenn wir also auf den Drähten eine Brücke auflegen, so wird der durch sie begrenzte Teil der Drähte dann in Resonanz sein mit dem Oszillator, wenn ihr Abstand von den Enden

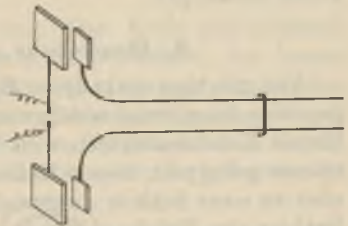


Fig. 46.

ungefähr eine viertel Wellenlänge beträgt. Dieser Endteil der Drähte wird durch den mit ihm lose gekoppelten Oszillator in starke Schwingungen versetzt; neben der erzwungenen Schwingung entsteht die Eigenschwingung, die im allgemeinen weniger gedämpft ist als die erregende, da das abgegrenzte Drahtsystem keine Funkenstrecke enthält.

Wenn die Brücke aus einem Drahtbügel besteht, so schirmt sie die im Endteil erzeugten Wellen nach rechts zu nicht völlig ab, und es laufen dann Wellen weiter, deren Amplitude zwar kleiner als bei fehlender Brücke ist, die aber dafür geringere Dämpfung haben, was für die meisten Zwecke von Vorteil ist.

Übrigens bemerkt man, daß aus dieser Lecherschen Anordnung eine kompliziertere Erregungsart wird, wenn die einander gegenüberstehenden Platten zu stark genähert werden. Dann ist der Endteil der Drähte zusammen mit dem Erreger als ein geschlossener Kondensatorkreis aufzufassen und die Frequenz dieses Systems ist natürlich eine ganz andere als die des Oszillators und außerdem abhängig von der Plattenentfernung.

Die Erzeugung von reinen Wellen größerer Amplitude in der Lecherschen Anordnung ist daher mit Schwierigkeiten verknüpft.

### B. Blondlotsche Anordnung.

Viel günstiger wirkt die in Fig. 47 schematisch wiedergegebene Anordnung, welche von Blondlot herrührt. Ein kleiner Kondensatorkreis wird induktiv mit dem Drahtsystem gekoppelt, dessen Enden miteinander verbunden oder zu einer Schleife ausgestaltet sind<sup>1)</sup>. Wird auf den Drähten eine Brücke aufgelegt, so ist der Endteil dann in Resonanz mit der erregenden Schwingung, wenn der Abstand der Brücke vom Ende ungefähr eine halbe Wellenlänge beträgt. Die durch Induktion auf den

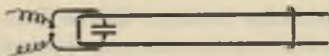


Fig. 47.

Drähten erzeugte Quelle ist eine Stromquelle, so daß der Kreis dann maximal erregt wird, wenn die Quelle, wie gezeichnet, am geschlossenen Ende (Strombauch) liegt.

Praktisch führt man die Anordnung oft, der engeren Koppelung wegen, in der Art aus, wie Fig. 48 zeigt, so daß die Drähte auf längerer Strecke den Kreis eng umgeben.

<sup>1)</sup> Auch hier benutzt man zu Meßzwecken meist nicht die vom Erreger direkt gelieferten Wellen, sondern erregt durch ihn erst ein durch eine Brücke abgegrenztes Drahtrechteck, das schwächer gedämpft ist.

Für ganz kleine Wellen (von etwa 10 cm Wellenlänge) bringt man am Kondensatorkreis keine eigentliche Kapazität mehr an, sondern stellt ihn aus dickeren Drähten in Halbkreisform oder in anderer geeigneter Gestalt her (Fig. 49). Der Erregerkreis selber ist dann auch ein nichtquasistationäres System.

Bei allen diesen Anordnungen ist das durch die Brücke gebildete Drahtrechteck als ein mit dem Kreis gekoppeltes<sup>1)</sup> schwingungsfähiges System zu betrachten; bei loserer Koppelung entstehen in ihm Schwingungen der gleichen Frequenz, die im allgemeinen schwächer gedämpft sind, als die des Kreises. Sie sind es, die sich auf dem Drahtsystem über die Brücke hinaus weiter fortpflanzen. Ist die Koppelung wie in

Fig. 48 und 49 nicht sehr lose, so entstehen die früher behandelten Koppelschwingungen, die sich aus zwei Fre-

quenzen zusammensetzen. Auf den Drähten pflanzen sich dann Wellen von verschiedenen Wellenlängen fort; was natürlich die Erscheinungen kompliziert. (Drude hat sich so zu helfen gesucht, daß er die Koppelung so stark machte, daß die eine der beiden Koppelungswellen gerade doppelt so lang war wie die andere, so daß bei geeigneter Beobachtungsmethode die kürzere

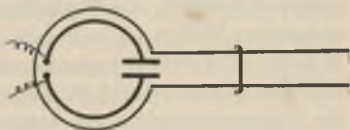


Fig. 48.

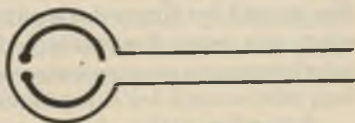


Fig. 49.

<sup>1)</sup> Die Koppelung ist nicht rein induktiv, sondern auch zum Teil durch Kapazität bewirkt. Allerdings herrscht die induktive Koppelung bei entsprechender Anordnung bei weitem vor.

Welle die Messungen mit der längeren nicht störte.) Man kann das Auftreten von zwei Frequenzen verhindern, indem man einen geeigneten Funken mit Löschwirkung benutzt (siehe auch unten). In diesem Fall läßt sich, in gewissen Grenzen, die Wellenlänge der auf dem Draht entstehenden Wellen einfach dadurch ändern, daß man die Brücke um einen entsprechenden Betrag verschiebt. Es wird dann immer durch Stoßerregung im wesentlichen nur die Eigenschwingung des veränderten Endteils erregt.

Übrigens läßt sich auch bei nicht löschenden Funken durch diesen Kunstgriff die Wellenlänge variieren, falls die Schwingungen des Drahtrechtecks viel schwächer gedämpft sind als die des Kreises. (Dann klingt nämlich die erzwungene Schwingung schnell ab und es bleibt nur die Eigenschwingung übrig, bzw. die Meßinstrumente zeigen nur sie an.)

Soll die Wellenlänge in weiteren Grenzen variiert werden, so muß der Erregerkreis mit variabler Kapazität versehen sein (etwa hergestellt dadurch, daß die Kondensatorbelegungen gegeneinander verschiebbar gemacht werden) oder es muß der Erregerkreis ausgewechselt werden.

Außer den beiden Anordnungen, die wir als die ursprünglichen und prinzipiellen hier besprochen haben, sind eine Reihe von Erregerformen angegeben worden, die reinere oder kräftigere Wellen liefern sollen. Wir können nicht im einzelnen darauf eingehen, zumal die Änderungen keine wesentlichen sind.

### C. Erregung der Oszillatoren hoher Frequenz durch Funken.

In schwingungsfähigen Gebilden hoher Frequenz, wie sie hier und zu den Hertz'schen Versuchen verwandt werden, gelingt es nur dann, wirksame Funken zu erzeugen,



d. h. solche, die relativ kräftige Schwingungen erzeugen, wenn gewisse Bedingungen eingehalten werden. (Bei kleineren Frequenzen sind die gleichen störenden Ursachen vorhanden, aber in viel schwächerem Maße.)

Zunächst ist es nicht gleichgültig, an welcher Stelle des Gebildes die vom Induktor kommenden und zur Aufladung dienenden Drähte zugeleitet sind. Offenbar sind diese Drähte selber schwingungsfähige Systeme, die mit dem Oszillator direkt gekoppelt sind, und auf denen also ein Teil der Energie desselben in Form von Wellen fortgeleitet wird. Man führt deshalb die Drähte möglichst unmittelbar an die Funkenstrecke heran, so daß sie mit dem Oszillator nur den Funken selber gemeinsam haben und nicht auf längerer Strecke mit ihm gekoppelt sind.

Außerdem schwächt man die unerwünschten Wellen dadurch, daß man Widerstände in die Zuleitungsdrähte bringt; entweder elektrolytische (mit schlechtleitenden Flüssigkeiten gefüllte Kapillaren) oder Funkenwiderstände, indem man die Drähte nicht direkt an die Elektroden des Kreises anlegt, sondern dazwischen Funkenstrecken läßt.

Beim Laden setzen dann zuerst die Hilfsfunkenstrecken ein und durch sie lädt der Kreis sich auf. Da die Ladung verhältnismäßig langsam vor sich geht, fließt durch diese Funken ein schwacher Strom und sie entwickeln nur eine geringe Leitfähigkeit, die nach beendeter Ladung sofort verschwindet. Die Zuführungsdrähte schalten sich so selbsttätig vom System ab.

Springt der Funke des Kreises in Luft über, so müssen seine Elektroden (meist benutzt man Messingkugeln) sehr sorgfältig gereinigt und fein poliert sein. Nur dann ist der Funke stark leuchtend und erregt relativ kräftige, schwachgedämpfte Schwingungen. Die Funkenlänge muß klein ge-



nommen werden (Bruchteile von Millimetern); die günstigste Elektrodenentfernung ist in jedem Falle auszuprobieren.

War die Funkenstrecke eine Zeitlang im Betrieb, so daß die Oberflächen der Elektroden oxydiert sind, so werden die Funken schwach leuchtend, und erregen nur schwache Oszillationen von großer Dämpfung; die Funken sind dann, wie man sagt, „inaktiv“. Durch Abschmiegeln muß die Wirksamkeit der Funkenstrecke wiederhergestellt werden. Vergrößern der Funkenstrecke über ein gewisses Maß macht die Funken ebenfalls inaktiv.

Außerdem muß man darauf achten, daß die Funkenstrecke nicht von ultraviolettem Licht getroffen wird, da auch das ungünstig auf die Intensität und Dämpfung der entstehenden Schwingungen einwirkt.

Einfacher ist die Erzeugung von guten Funken unter Öl oder Petroleum. Die Funkenstrecke kann dann längere Zeit benutzt werden, ehe Inaktivität eintritt. Außerdem ist bei derselben Funkenlänge in Öl das Einsatzpotential ein viel größeres als in Luft; die Energie der Schwingungen kann daher relativ groß gemacht werden.

Am besten wird dazu nicht nur die Funkenstrecke, sondern das ganze Erregersystem in ein Gefäß mit Öl gesetzt, aus dem die Paralleldrähte herausgeführt sind; dann ist gleichzeitig das Drahtsystem gegen den Oszillator genügend isoliert.

Um die immer klein bleibenden Effekte der Schwingungen zu steigern, bewirkt man möglichst viele Entladungen pro Sekunde. Entweder benutzt man zur Erzeugung der Funken ein kleines Induktorium mit schnell arbeitendem Hammerunterbrecher, oder aber man lädt den Kreis aus der Sekundärspule eines Teslastransformators auf. Im letzteren Falle erhält man die Entladungen im Tempo der

Frequenz des Transformators, also außerordentlich schnell hintereinander.

Die Erregung mit Hilfe des Teslatransformators ist namentlich bei dem eng gekoppelten System von Blondlot von Vorteil. Ihre Wirksamkeit beruht wohl nur zum Teil auf der Steigerung der Entladungszahl. Außerdem werden nämlich die rasch aufeinanderfolgenden Funken so verändert, daß sie als Löschfunken wirken und also Stoßerregung des Drahtsystems eintritt. Die gleiche Wirkung läßt sich erzielen, wenn man mit dem Induktor arbeitet und den Primärstrom in ihm sehr stark steigert, so daß bei jeder Unterbrechung eine ganze Anzahl von schnell aufeinanderfolgenden Partialfunken entsteht.

#### D. Messung der Wellenlänge mit stehenden Wellen.

Bei den oben geschilderten Anordnungen werden Wellen erzeugt, die vom erregenden System aus auf den Drähten fortlaufen, bis sie an eine Brücke (oder an das Drahtende<sup>1)</sup>) kommen, wo sie reflektiert werden und stehende Wellen bilden.

Die stehenden Schwingungen werden mit irgendeinem der später beschriebenen Apparate beobachtet; sie bilden sich nur dann scharf und mit maximaler Amplitude aus, wenn die zweite Brücke von der zum Erregersystem gehörigen einen Abstand hat, der ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist (bzw. um die Brückenverkürzung kleiner ist).

<sup>1)</sup> Soll für gewisse Zwecke die Bildung stehender Wellen verhindert werden, so muß die Reflexion am Ende der Drähte beseitigt werden. Man erreicht das, indem man das Drahtsystem nach dem Ende zu aus immer schlechter leitendem Material bzw. immer dünnerem Draht anfertigt, wo die einzelnen Stücke möglichst kontinuierlich ineinander übergehen. Dann findet eine Schwächung der Amplitude beim Fortschreiten statt und gegebenenfalls ist die Welle absorbiert, ehe sie an das reflektierende Ende gelangt, oder der geringe Rest, der noch reflektiert wird, wird unterwegs aufgezehrt, ehe er zum Meßinstrument zurückkommt.

Verschiebt man also die zweite Brücke, während man die Spannung an einer geeigneten Stelle (ungefähr in dem Spannungsbauch, der dem Erreger am nächsten liegt) beobachtet, so müssen diejenigen Lagen der Brücke, bei denen maximale Spannung auftritt, voneinander um halbe Wellenlängen entfernt sein („Knotenlagen der Brücke“). Das gilt auch dann streng, wenn die Brücke Selbstinduktion hat und Brückenverkürzung auftritt.

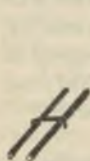


Fig. 50.



Fig. 51.

Nur sind dann alle Knotenlagen um die Verkürzung näher ans erregende System herangerückt.

Als Brücken benutzt man entweder Drahtbügel (Fig. 50) oder besser

Plattenbrücken (Fig. 51): größere Metallplatten, in denen Schlitze angebracht sind, so daß sie bequem auf die Drähte gebracht werden können.

Die letztere Art realisiert fast exakt die ideale Brücke. Die Verkürzung ist unmerklich und die Reflexion sehr nahe vollständig.

Da auch auf gut leitenden Drähten eine wenn auch geringe, so doch merkliche Absorption der Wellen stattfindet (und außerdem die vom Erreger gelieferte Schwingung eine gedämpfte ist), so ist es nicht möglich, eine unbeschränkte Anzahl von Knotenlagen der Brücke zu bestimmen, vielmehr werden bei sehr weit entfernter Brücke die an einer Stelle zusammentreffenden Amplituden stark voneinander verschieden, so daß nicht mehr reine stehende Wellen auftreten. Unter Umständen werden die Spannungsveränderungen an der Beobachtungsstelle, die beim Verschieben der Brücke auftreten, dann unmerklich.

Übrigens werden bei dem geschilderten Verfahren die stehenden Wellen nicht einfach durch Superposition von zwei entgegengesetzt laufenden Wellen erzeugt, sondern durch eine ganze Anzahl, die hin und her reflektiert worden sind, so daß die strengeren Beziehungen für die Amplituden recht kompliziert sind.

Stehende Wellen aus der Superposition von bloß zwei Wellen würde man in folgender Weise erhalten:

Es wird die zweite Brücke so weit vom Erreger fortgerückt, daß die an ihr reflektierten Wellen am Erreger schon sehr stark absorbiert anlangen und jedenfalls nicht mehr mit merklicher Amplitude zurückkommen.

Dann sind unmittelbar vor der weit entfernten Brücke nur einfallende und reflektierte Welle mit merklicher Amplitude vorhanden und bilden verhältnismäßig reine stehende Wellen.

Diese kann man ebenfalls zur Wellenlängenbestimmung benutzen, indem man vor der Brücke mit geeigneten Apparaten die Spannungsverteilung untersucht und die Knotenabstände feststellt.

Die stehenden Wellen sind um so reiner, je schwächer gedämpft der Erreger ist. Wenn dieser selbst stark gedämpfte Schwingungszüge aussendet, so müssen dadurch die Knoten unscharf werden, weil nicht mehr gleiche Amplituden sich superponieren. Eine einfache Vorstellung von der Art der dann entstehenden Wellen erhält man, wenn man beachtet, daß jeder gedämpfte Schwingungszug nach dem Fourierschen Theorem als aus einer Anzahl von ungedämpften Wellen mit verschiedenen benachbarten Frequenzen bestehend angesehen werden kann. Jede einzelne Wellenlänge bildet also vor der Brücke Knoten in entsprechendem Abstand, aber die Knotenpunkte der verschiedenen Wellenlängen fallen nicht an

dieselbe Stelle, so daß an keiner Stelle die Amplituden Null werden, sondern nur Maxima und Minima derselben auftreten.

So erklärt sich auch folgende Erscheinung, die man als multiple Resonanz bezeichnet hat:

Wenn man die Wellen vor der Brücke mit einem Resonator untersucht (etwa mit einem kleinen Kondensatorkreis, der ungefähr gleiche Frequenz wie der Erreger hat und so über die Drähte gehalten wird, daß er induktiv gekoppelt ist und dessen Ansprechen auf irgend eine Weise beobachtet wird), so findet man die Knotenentfernung für dieselbe einfallende Schwingung abhängig von der Frequenz des Resonators. Das erklärt sich daraus, daß der Resonator im allgemeinen schwächer gedämpft ist als der Erreger. Nehmen wir ihn für einen Augenblick als ungedämpft an, so wird er nur auf seine Wellenlänge ansprechen und also deren Knotenpunkte festlegen. Ähnliches gilt natürlich auch, wenn er etwas gedämpft ist.

### **E. Die Hilfsmittel zur Beobachtung der stehenden Wellen.**

a) Geißlerrohr. Das einfachste und gleichzeitig eines der empfindlichsten Instrumente zum Beobachten der stehenden Drahtwellen ist das Geißlerrohr.

Man verwendet es etwa in Form einer elektrodlosen, zylindrischen Glasröhre, die quer über die Drähte gelegt wird. Sehr empfindlich sind solche Röhren, die mit Edelgasen, Helium oder Neon gefüllt sind, und in die durch einen elektrolytischen Prozeß nach der Herstellung durch die Glaswand hindurch metallisches Natrium eingeführt ist.

Auch Geißlerröhren in Form von kleinen Kugeln, die mit dünnen Platindrähten als Elektroden versehen sind, werden als sehr empfindlich angegeben.

Für die Empfindlichkeit ist es außerdem günstig, die Paralleldrähte aus möglichst dünnem Drahtmaterial herzustellen, da dann (wenigstens bei der Blondlotschen Anordnung) wegen der kleineren Kapazität die Spannungen größer werden.

Bei der oben beschriebenen ersten Methode zur Wellenlängenmessung legt man das Geißlerrohr zuerst in der Nähe des zu erwartenden Spannungsbauches auf und verschiebt die Brücke so lange, bis maximales Leuchten eintritt<sup>1)</sup>.

Soll genauer eingestellt werden, so wird das Geißlerrohr so weit aus dem Spannungsbauch verschoben, daß es nur noch schwach leuchtet, und eben anfängt zu versagen. Wenn nun die Brücke um ein Stück nach vorn oder hinten verschoben wird, setzt das Leuchten aus. Diejenigen Lagen der Brücke, bei denen beim Zurückgehen das Leuchten wieder einsetzt, lassen sich sehr scharf bestimmen, und die mittlere Stellung gibt die genaue Lage des Knotens.

b) Rubenssche Fläschchen in Verbindung mit dem Bolometer oder dem Thermoelement. Um die Spannungsverteilung auf dem Drahtsystem zu messen, legt man zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten eine Art Nebenschluß an, in dem sich ein Bolometer oder ein Thermoelement befindet, das durch den im Nebenschluß entstehenden Strom erwärmt wird und ein Galvanometer betätigt. Um die Schwingungen auf den Drähten möglichst wenig zu stören, wird der Nebenschluß nicht direkt an die Drähte angelegt, sondern es werden die Drahtenden in der Weise, wie Fig. 52 zeigt, auf

<sup>1)</sup> Übrigens ist zu beachten, daß das Geißlerrohr selber eine Störung der Wellen auf den Drähten zur Folge hat, da es eine Art Brücke bildet. Das beeinträchtigt allerdings nur die Lage der Knoten gegen den Erreger und nicht ihren Abstand untereinander.



kleine Glaskapillaren gewickelt, die über die Drähte geschoben sind.

Die Kapillaren sind zur bequemeren Verschiebung in einen isolierenden Halter gefaßt.



Fig. 52.

c) Hertz'sche Apparate zum Nachweis des elektrischen und magnetischen Feldes. Weniger zu Meßzwecken als zum direkten Nachweis der die Drähte umgebenden elektrischen und magnetischen Kräfte, d. h. der die Drahtwellen begleitenden elektromagnetischen Welle in Luft, hat Hertz die beiden im folgenden beschriebenen Vorrichtungen angewandt.

Das elektrische Feld übt auf einen länglichen Leiter, wie aus der Elektrostatik bekannt ist, Kräfte aus, die den Leiter in Richtung des Feldes zu stellen suchen, und

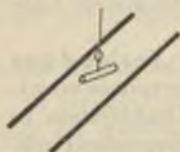


Fig. 53.

die dem Quadrat der Feldstärke proportional sind. Wird daher (Fig. 53) zwischen die Paralleldrähte ein kleiner aus Goldpapier verfertigter Zylinder gebracht, der an einem Torsionsfaden so aufgehängt ist, daß seine Ruhelage etwa  $45^\circ$  mit der Drahtrichtung bildet, so wird er unter dem Einfluß des elektrischen

Feldes sich um so mehr in die zu den Drähten senkrechte Richtung stellen, je stärker das Feld ist. Ein solcher Apparat kann also zur Aufnahme der Spannungswelle dienen. Im Prinzip ist er identisch mit dem Elektrometer.

Die magnetischen Kräfte wies Hertz nach mit Hilfe eines geschlossenen leichten Metallringes, der so zwischen die Drähte gehängt wurde, wie es Fig. 54 zeigt. (Die



Paralleldrähte müssen senkrecht stehen.) Wir haben in Bd. I gesehen, daß ein derartiger Ring in einem magnetischen Wechselfeld sich in die Feldrichtung einstellt.

Die Ebene des Rings sucht sich also in einem Bauch der magnetischen Kraft senkrecht zu der durch die Drähte gelegten Ebene zu stellen. Der Ring wird dort am stärksten ausschlagen, wo das Elektrometer keinen Ausschlag zeigt, und umgekehrt.



Fig. 54.

## 8. Messung von Dielektrizitätskonstanten mit Drahtwellen.

Als Beispiel für Messungen mit Drahtwellen führen wir hier die häufig angewandten Methoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante einer Flüssigkeit an.

Abgesehen von dem theoretischen Interesse, das der Messung einer DK. für hohe Frequenz zukommt, eignet

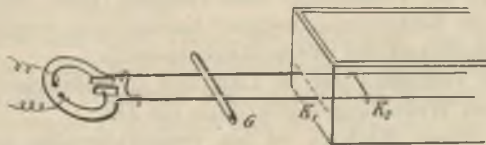


Fig. 55.

sich die Drahtwellenmethode zu dieser Bestimmung namentlich deshalb, weil sie auch bei mehr oder weniger leitenden Flüssigkeiten anwendbar bleibt, wo andere Methoden versagen oder große Komplikationen bedingen.

Bei der Beschreibung der ersten Methode knüpfen wir an unsere Betrachtungen in 6. H. S. 65 an.

Es wird an einem Drahtsystem in der früher beschriebenen Weise ein Erreger angebracht (Fig. 55), der Wellen

bestimmter Frequenz aussendet. Dann wird zuerst die Wellenlänge dieser Schwingungen in Luft wie oben durch Verschieben einer Brücke und Beobachten der Spannung bei  $G$  im ersten Spannungsbauch bestimmt. (Der auf den Drähten befindliche Flüssigkeitstrog ist vorerst entfernt zu denken.) Die Spannung bei  $G$  wird mit dem Geißlerrohr oder mit dem Bolometer beobachtet<sup>1)</sup>.

Nachdem die Wellenlänge in Luft bestimmt ist, wird der Trog über die Drähte gebracht<sup>2)</sup>, so daß der Anfang der Flüssigkeit in einen Knoten der Luftwelle fällt, der durch die vorhergehende Bestimmung bei  $K_1$  gefunden sei. (Wird mit der Drahtbrücke gearbeitet, so ist die Vorderwand des Troges um die Brückenverkürzung näher an den Erreger zu legen.)

Im Troge selber wird nun eine Brücke aufgelegt und etwa von der Vorderwand aus nach rückwärts so lange verschoben, bis wieder maximale Spannung bei  $G$  auftritt. Dann liegt die Brücke um eine halbe Wellenlänge (der Welle in der Flüssigkeit) vom vorderen Ende entfernt ( $K_2$ ). Die Bestimmung weiterer Knotenlagen vergrößert die Genauigkeit der Wellenlängenmessung.

Das Verhältnis der in Luft und in Flüssigkeit gemessenen Wellenlängen gibt dann die  $DK$ .

Bei dieser Methode ist ein verhältnismäßig großer Trog erforderlich, damit die Ausbildung der Wellen nicht

---

<sup>1)</sup> Cohn, der die Methode zuerst in der hier beschriebenen Form ausführte und damit die Dielektrizitätskonstante des Wassers bestimmte, hat das Bolometer und die Lechersche Anordnung benutzt. Vorher hat Waitz Versuche in primitiverer Form angestellt; Drude hat nach diesen die Erregungsart und die Beobachtungsmethode vereinfacht, indem er den Blondlotterregger und das Geißlerrohr einführte. Die Methode wird wohl als *Drudesche* bezeichnet.

<sup>2)</sup> Damit der Trog bequem eingesetzt werden kann, stellt man die von  $K_1$  nach dem Erreger laufenden Drähte aus dünnen Röhren her. In sie wird entweder ein Luftdrahtsystem eingesetzt oder das im Trog ausgespannte, dessen Enden aus der Vorderwand herausragen. Die Vorderwand des Troges muß aus einer möglichst dünnen Platte bestehen.

gestört wird, und es müssen also von der zu untersuchenden Flüssigkeit große Quantitäten zur Verfügung stehen.

Wo das nicht der Fall ist, wird eine andere von Dru de angegebene Methode zur Bestimmung der DK. verwandt. An dem vorhin benutzten Drahtsystem, bei dem die Wellenlänge in Luft bestimmt ist, wird an der Stelle  $K_1$  ein posaunenartig ausziehbares Paralleldrahtsystem angesetzt, dessen Enden an einen kleinen, mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllten Kondensator führen (Fig. 56).

Der Abstand des Kondensators von dem Knoten  $K_1$  wird so lange variiert, bis das Geißlerrohr  $G$  maximales Leuchten zeigt. Aus dem so gefundenen Abstand  $l$ , der Wellenlänge  $\lambda$  und dem  $\bar{C}$  der Drähte be-

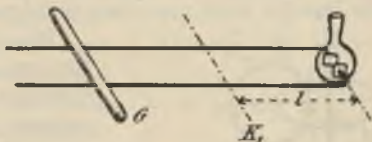


Fig. 56.

stimmt sich nach (36 a) die Kapazität des Kondensators. Füllt man den Kondensator einmal mit einer Flüssigkeit bekannter DK., das andere Mal mit der zu bestimmenden, so erhält man aus (36 a) mit den beiden Werten von  $l$  das Verhältnis der DK.  $\bar{C}$  braucht dabei nicht bekannt zu sein.

Zu dieser Methode werden ganz kleine Kondensatoren benutzt; die Belegungen derselben werden gebildet durch Platindrähte oder kleine Platinbleche, die in Glaskügelchen eingesetzt sind. Die erreichbare Genauigkeit ist natürlich viel kleiner als bei der ersten Methode.

## II. Elektromagnetische Wellen im freien Raum.

### 1. Strahlung eines Stromelementes.

Elektromagnetische Wellen (d. h. bestimmte räumlich und zeitlich variable Verteilungen von elektrischer und magnetischer Feldstärke, wie sie die Drahtwellen begleiten [bzw. verursachen]) können sich auch im freien Raum ausbreiten, ohne an Drähten geleitet zu werden.

Die Möglichkeit einer Ausbreitung der Feldstärken im Isolator sieht man etwa in folgender Weise ein:

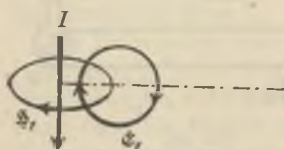


Fig. 57.

Wird in einem Punkte des Raumes auf irgend eine Weise plötzlich ein Strom erzeugt, so entsteht um ihn ein magnetisches Feld. Denken wir uns, daß der Strom nur auf einer sehr kleinen Strecke fließt, also

ein sogenanntes Stromelement bildet, so gebe in Fig. 57  $\mathcal{S}_1$  etwa den mittleren Verlauf der magnetischen Kraftlinien an, für einen Zeitpunkt, der unmittelbar auf die Entstehung des Stromes folgt.

Das entstehende magnetische Feld erzeugt nun, (weil es eben im Entstehen begriffen, also veränderlich ist) ein elektrisches Feld, dessen Kraftlinien in der Weise, wie es  $\mathcal{E}_1$  in Fig. 57 wiedergibt, die magnetischen umzingeln. Jede entstehende elektrische Kraftlinie  $\mathcal{E}_1$  ist aber äquivalent einem in ihr laufenden Strom, dem Verschiebungsstrom, und liefert also für sich ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien in Fig. 58 durch  $\mathcal{S}_2$  repräsentiert werden.

Man sieht, daß diejenigen Kraftlinien  $\mathfrak{H}_2$ , die am Ort der Kraftlinien  $\mathfrak{H}_1$  erzeugt werden, diesen entgegengesetzt gerichtet sind und sie zum Teil aufheben.

Ebenso war die von  $\mathfrak{E}_1$  beim Stromelement erzeugte elektrische Kraft der Stromrichtung entgegengesetzt.

Allgemein kann man sagen, daß die Werte der Feldstärken hinter denjenigen Stellen, welche die Erregung ergriffen hat, Null oder wenigstens kleiner als im ersten Augenblick werden.

Die magnetischen Kraftlinien  $\mathfrak{H}_2$  erzeugen bei ihrem Entstehen wieder elektrische Kraftlinien  $\mathfrak{E}_2$ , diese wieder magnetische usw.: Die Erregung pflanzt sich also immer weiter von dem als Quelledienenden Stromelement fort, und zwar nach allen Richtungen des Raumes, nicht nur nach der einen, die wir hier gezeichnet haben; allerdings nach verschiedenen Richtungen verschieden stark.

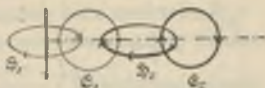


Fig. 58.

Die theoretische Betrachtung lehrt, daß dieses Fortschreiten in Luft oder Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit  $v$  geschieht, in einem Medium mit der DK.  $\epsilon$ , aber

mit der Geschwindigkeit  $\frac{v}{\sqrt{\epsilon}}$ .

Da die erzeugten Kraftlinien sich an den Stellen, über die der Anfang der Erregung hinweggeschritten ist, ganz oder zum größten Teil aufheben, so hat man zu einer gewissen Zeit  $t$  nach dem plötzlichen Entstehen des Stromes merkliche Werte der Feldstärken nur auf einer Kugelschale, die um das Stromelement mit dem Radius  $vt$  beschrieben ist. Innerhalb dieser Kugel bleibt bloß das statische magnetische Feld übrig, welches dem konstant gewordenen Strom im Stromelement entspricht, und das

von ihm gelieferte elektrostatische Feld. Diese Werte der Feldstärken sind aber an denjenigen Stellen, die einigermaßen entfernt vom Stromelement liegen, im allgemeinen viel kleiner als die Werte, die dort beim Eintreffen der Erregung entstanden.

Die „ausgestrahlten“ Werte der Feldstärken nehmen nämlich mit wachsender Entfernung vom Stromelement nur umgekehrt proportional der ersten Potenz der Entfernung ab, während die statischen Werte der Feldstärken stärker abnehmen (die magnetische umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung, die elektrische umgekehrt proportional der dritten Potenz).

Außerdem sind die „ausgestrahlten“ Werte der Feldstärke nicht dem Strom selber, sondern seiner Änderungsgeschwindigkeit  $\frac{dI}{dt}$  proportional; sie erreichen also um so höhere Werte, je schneller der Strom von Null auf einen bestimmten konstanten Wert anwächst.

Den zeitlichen Verlauf der Feldstärken in einem von der Quelle um die Strecke  $r$  entfernten Punkt können wir also im wesentlichen wie folgt beschreiben:

In diesem Punkt sind nur zu einer Zeit  $t = \frac{r}{v}$  nach dem plötzlichen Entstehen des Stroms merkliche Werte von elektrischer und magnetischer Feldstärke vorhanden, die der Änderungsgeschwindigkeit, mit der der Strom entstand, proportional sind.

Fig. 59 zeigt, wie die Feldstärken gerichtet sind in den verschiedenen gegen das Stromelement gelegenen Punkten. Für alle Punkte, die in einer durch das Stromelement gehenden und zu ihm senkrechten Ebene liegen (sie sei als Äquatorebene bezeichnet), liegt die magnetische Kraft im Äquator, die elektrische steht senkrecht auf



ihr und auf dem Radius nach der Quelle (Punkt *A* der Figur).

Beide Feldstärken stehen also senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung der Welle (Transversalwelle).

In einem beliebig gelegenen Punkt liegt die magnetische Feldstärke in Richtung des dort zu zeichnenden Breitenkreises, die elektrische in Richtung des Meridians. Beide stehen also wieder senkrecht zueinander und senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung.

Die Amplituden der Feldstärken sind am Äquator am größten und nehmen nach dem Pol zu mit dem Kosinus des Breitenwinkels ab.

In Richtung des Stromelementes sind die Amplituden Null, in ihr findet keine Ausstrahlung statt.

Betrachten wir nun ein Stromelement, in dem der Strom nicht einfach von Null auf einen konstanten Wert gebracht wird, sondern in dem der Strom sinusförmig ist, also fortwährend seine Stärke ändert. Dann werden auch in einem von der Quelle entfernten Punkt fortwährend Werte der Feldstärke vorhanden sein, die in jedem Augenblick proportional sind derjenigen Änderungsgeschwindigkeit, die der Strom in der Quelle zu einer

um  $t = \frac{r}{v}$  früheren Zeit hatte.

Eine ganz ähnliche Betrachtung, wie wir sie oben für die Drahtwellen angestellt haben, zeigt, daß die Verteilung der Feldstärken dann längs einer von der Quelle ausgehenden Geraden in jedem Augenblick eine wellenfö-

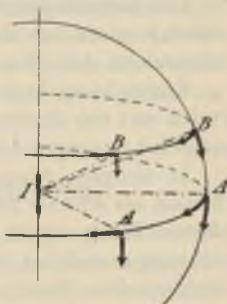


Fig. 59.



mige ist. Einer bestimmten Frequenz  $\omega$  der Quelle entspricht wieder eine bestimmte Wellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi \cdot v}{\omega}$  der ausgesandten Wellen (und zwar genau dieselbe wie bei Drähten im gleichen Medium).

Die Wellen sind Kugelwellen, d. h. diejenigen Flächen, in denen die Feldstärken gleiche Phase haben, sind Kugeln um das strahlende Stromelement als Mittelpunkt.

Die Amplituden sind auf der Kugelfläche nicht konstant, sondern wie oben angegeben am größten im Äquator und an den Polen verschwindend klein.

Längs eines bestimmten Radius nehmen die Amplituden mit der Entfernung von der Quelle ab; und zwar umgekehrt proportional mit der Entfernung.

In einigem Abstand von der Quelle darf man die Wellen als ebene betrachten; d. h. in einem kleineren, ebenen Flächenstück, das senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung gestellt ist, haben die Feldstärken in allen Punkten denselben Wert, falls die Entfernung von der Quelle genügend groß ist. Nach der elektromagnetischen Lichttheorie sind die Lichtwellen derartige elektrische Wellen, von sehr kleiner Wellenlänge. (Bei gelbem Licht ist  $\lambda = \text{ca. } 0,6 \mu$ .)

Der hier beschriebene Wellentypus würde speziell monochromatischem und geradlinig polarisiertem Licht entsprechen; die Polarisations ebene ist die Ebene durch Fortpflanzungsrichtung und magnetische Feldrichtung.

Als einfachstes Modell für eine Lichtquelle denkt man sich entsprechend das folgende:

Im Atom ist ein Elektron vorhanden, welches sich aus seiner Ruhelage herausbewegen kann, aber durch quasielastische Kräfte in sie zurückgezogen wird, so daß es bei einem Anstoß Schwingungen einer bestimmten

Frequenz um die Ruhelage ausführt. Wenn die Bewegung des Elektrons eine geradlinige ist, so entspricht das einem Stromelement, in dem die Stromstärke in jedem Augenblick  $I \sim e \cdot \omega$  ist (wo  $e$  die Ladung des Elektrons,  $\omega$  seine Geschwindigkeit bedeutet).

Die Strahlung ist dann die oben behandelte. Bei beliebiger Bewegung des Elektrons kann die Bewegung immer zerlegt gedacht werden in ihre Komponenten nach drei zueinander senkrechten Richtungen; die Lichtquelle besteht dann gewissermaßen aus drei einfachen, die zueinander senkrecht stehen, und deren Wellen sich superponieren; das ausgestrahlte Licht ist dann im allgemeinen nicht mehr linear polarisiert.

## 2. Strahlung von Oszillatoren.

Sind mehrere von sinusförmigem Strom gleicher Frequenz durchflossene Stromelemente zugleich nebeneinander vorhanden, so interferieren die von ihnen ausgehenden Wellen.

Wenn die einzelnen Elemente alle in gleicher Phase schwingen, untereinander parallel sind und innerhalb eines Raumes liegen, der klein gegen die Wellenlänge ist, so addieren sich die von ihnen ausgesandten Feldstärken in jedem Punkt und man erhält die Summe der von den einzelnen Elementen ausgesandten Wellen. Es wird also ein geradliniger Erreger, der mit seiner Grundfrequenz schwingt, ganz ähnliche Wellen aussenden, wie das einfache Stromelement. Mit noch größerer Annäherung tut das der geradlinige Erreger (Hertzscher Oszillator), dessen Enden mit Kapazität versehen sind. Die Strahlung dieser Oszillatoren ist am stärksten in der zu ihnen senkrechten Ebene und ist Null in der eigenen Richtung.

Sind zwei zueinander parallele Stromelemente vorhanden, in denen die Ströme gleich stark sind, aber entgegengesetzte Richtung haben, so heben sich die von ihnen ausgesandten Wellen in allen Punkten auf, falls der Abstand der Stromelemente klein ist gegen die Wellenlänge. Das ist der Fall bei dem Paralleldrahtsystem; die Strahlung jedes Elements wird durch das auf dem anderen Draht gegenüberliegende gerade aufgehoben.

Ferner ist das der Fall bei einem Kondensatorkreis, dessen Drahtleitung kurz gegen die Wellenlänge ist, also bei einem Kreis, der nach den früheren quasistationär ist. Auch bei ihm ist zu jedem Stück der Drahtleitung ein paralleles vorhanden, das vom entgegengesetzten Strom durchflossen ist. Der quasistationäre Kreis strahlt also nicht.

Auch ein nichtquasistationärer Kreis sendet keine Strahlung aus, falls seine Drahtleitung bestimmte Gestalt hat (schmales langes Rechteck, oder enggewickelte Spule). Dagegen strahlt er dann, wenn man seiner Selbstinduktion etwa die Form eines Kreises oder eines Quadrats gibt, bei der die Länge der Drahtleitung mit der Wellenlänge vergleichbar ist.

### **3. Einwirkung der Wellen auf einen Resonator.**

Stellen wir einem geradlinigen Erreger in einer gegen die Wellenlänge großen Entfernung einen auf ihn abgestimmten Resonator gegenüber, am einfachsten einen geraden Draht, dessen Länge gleich einer halben Wellenlänge ist, so wird dieser im allgemeinen ebenfalls in Schwingungen versetzt. Er befindet sich nämlich in einem Wechselfeld, das wir als homogen ansehen dürfen, soweit

es für den Resonator in Betracht kommt. Von der Orientierung des letzteren gegen die Feldrichtung, und also gegen den Oszillator, hängt es ab, wie stark er erregt wird (vgl. S. 32).

Nehmen wir den einfachsten Fall, daß die Verbindungslinie Resonator-Oszillator auf letzterem senkrecht steht (Resonator in Punkt *A* von Fig. 59), so wird der geradlinige Resonator dann am stärksten ansprechen, wenn er parallel zum Oszillator steht. Drehen wir ihn um die Verbindungslinie, so nimmt seine Erregung ab und wird Null, wenn der Resonator senkrecht zum Oszillator steht. Ebenso wird die Erregung schwächer, und Null, wenn wir den Resonator von der Ausgangsstellung aus neigen, bis er nach dem Oszillator hinzeigt.

Aus Fig. 59 ersieht man leicht das Verhalten des Resonators bei anderer Lage der Verbindungslinie gegen den Oszillator.

Ein kreisförmiger Hertzscher Resonator (Fig. 23) spricht bei jeder Lage der Verbindungslinie dann am stärksten an, wenn seine Ebene durch den Oszillator geht. Wird er um die Verbindungslinie gedreht, so nimmt seine Erregung bis auf Null ab. Wird er um eine dazu senkrechte Achse gedreht, so verschwindet seine Erregung nicht vollständig, wie aus seinem früher behandelten Verhalten im elektrischen Feld ersichtlich ist.

#### 4. Stehende Wellen in Luft.

Stellt man dem Oszillator in größerer Entfernung eine ebene Metallplatte gegenüber, so werden die Wellen daran reflektiert, wie die Drahtwellen an einer Plattenbrücke, bzw. wie Lichtwellen. Für die Reflektion bei senkrechtem Einfall gilt, analog dem Früheren, folgendes: Es wird die

elektrische Welle unter Umkehr der Amplitude, also mit einer Phasenänderung von  $180^\circ$  reflektiert, während die magnetische Welle ohne Phasenänderung reflektiert wird. Die reflektierten Amplituden sind praktisch gleich den einfallenden. Infolgedessen erhält man stehende Wellen vor dem Spiegel, und zwar hat die elektrische Welle im Spiegel einen Knoten, während die magnetische dort einen Bauch hat.

Mit dem geradlinigen bzw. dem kreisförmigen Resonator in geeigneter Stellung kann man die eine oder die andere Welle aufnehmen und so die Wellenlänge experimentell bestimmen.

Dieser von Hertz ausgeführte Versuch bedeutet bekanntlich die Entscheidung zwischen der Maxwell'schen und den älteren Elektrizitätstheorien, den Fernwirkungstheorien (denen zufolge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unendlich groß hätte sein sollen).

## 5. Experimentelles über die Erzeugung und Untersuchung von Wellen im freien Raum.

### A. Oszillatoren.

Zur Erzeugung kleinerer Wellen dienen die geradlinigen Oszillatoren, deren Schwingungs- und Erregungsart wir früher besprochen haben<sup>1)</sup>.

Der einfache stabförmige Oszillator ist wegen seiner starken Strahlung sehr gedämpft, sendet außerdem Oberschwingungen aus, so daß es schwer ist, mit ihm reine Wellen zu erhalten.

Er wird aus dicken Drähten oder Metallzylindern hergestellt (Fig. 60), um seinen Schwingungen möglichst große

<sup>1)</sup> Auf die komplizierteren strahlenden Gebilde, die als Sender für die in der drahtlosen Telegraphie verwandten langen Wellen dienen, können wir hier nicht eingehen.

Energie zu geben. Die Funkenstrecke muß mit den gleichen Vorsichtsmaßregeln behandelt werden, wie wir es bei den Erregern für Drahtwellen besprochen haben. Am besten wird sie unter Öl gesetzt.

Reinere und schwächer gedämpfte Wellen sendet der Erreger mit Endkapazitäten aus, die durch angelötete Bleche (Fig. 46) oder durch aufgesetzte Kugeln (Fig. 61) hergestellt werden.

Righi hat für kleinere Wellenlängen einen Erreger konstruiert, der aus zwei in Öl gesetzten Kugeln besteht; für ganz kleine Wellenlängen, bis zu wenigen Millimetern herab, benutzt man kleine Platindräht-

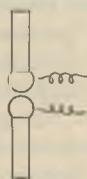


Fig. 60.

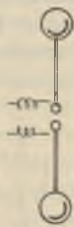


Fig. 61.

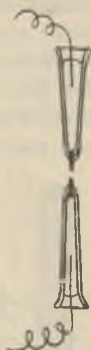


Fig. 62.

chen, die in Glasröhren eingeschmolzen sind, wie Fig. 62 zeigt. Die Glasröhren sind mit schlecht leitender Flüssigkeit gefüllt, und dienen zur Aufladung.

Mie hat einen Erreger angegeben, bei dem das strahlende System mit einem Kondensatorkreis in eigentümlicher Weise gekoppelt ist und durch Stoßerregung zum Schwingen gebracht wird (Fig. 63a). Als Sekundärsystem ist hier das in der Figur daneben gezeichnete Gebilde (b) aufzufassen; der ver-

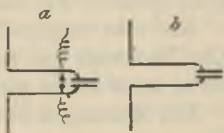


Fig. 63.

hältnismäßig große Kondensator des Kreises wirkt für die Schwingungen der Antenne annähernd wie ein metallischer Schluß. Die ausgesandten Wellen sind wenig gedämpft, da die Ausstrahlung des gebogenen Oszillators und daher seine Dämpfung verhältnismäßig klein ist.



**B. Resonatoren.**

Die Wirkungsweise des Hertzschen kreisförmigen Resonators haben wir schon besprochen und die Beobachtungsmethode (zwischen seinen Enden auftretende Fünkchen) angegeben.

Den geradlinigen Erreger hat Hertz in ähnlicher Weis zur Beobachtung benutzt, indem er in der Mitte eine kleine Funkenstrecke anbrachte. (Trotz der unterbrochenen metallischen Bahn schwingt ein derartiges System annähernd wie ein intakter Draht, wenn die einander genäherten Enden so beschaffen sind, daß sie gegeneinander etwas Kapazität besitzen.)

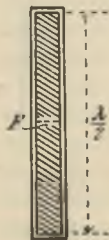


Fig. 64.

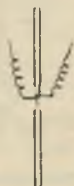


Fig. 65.

Righi hat dem geraden Resonator eine besonders einfache und empfindliche Form gegeben (Fig. 64). Aus einer versilberten oder amalgamierten Glasplatte werden schmale Streifen geschnitten, deren Länge gleich der halben Wellenlänge ist.

In der Mitte ist ein sehr feiner Schnitt durch den Metallbelag geführt. An ihm treten bei Erregung Fünkchen auf.

Ein sehr empfindliches, aber unzuverlässiges Mittel zum Nachweis der Erregung eines Resonators ist auch ein in seine Mitte eingesetzter Kohärer.

Für Messungen hat Klemencic in den Resonator ein Thermokreuz eingesetzt (vgl. Bd. I, S. 95), dessen Erwärmung durch ein Galvanometer angezeigt wird (Fig. 65).

Wenn die Wellenlänge sehr klein ist, so kann man die Wellen ohne Resonator einfach dadurch nachweisen und messen, daß man sie wie Licht- oder Wärmewellen auf ein Bolometer oder ein Thermoelement konzentriert und die dabei entstehende Erwärmung mißt.



### C. Die Hertz'schen Versuche.

Zur Demonstration der mit denen des Lichtes übereinstimmenden Eigenschaften der elektromagnetischen Wellen hat Hertz eine Reihe von Versuchen angegeben, die im folgenden kurz beschrieben seien.

Den Erreger setzte Hertz in die Brennpunktlinie eines parabolischen Spiegels (Fig. 66), so daß die erzeugten Wellen zum größeren Teil als annähernd ebene Wellen in der Richtung der Mittellinie des Spiegels fortschreiten.

(Da der Abstand des Erregers vom Spiegel praktisch immer klein gegen die Wellenlänge ist, so beruht die Wirkung eines solchen Spiegels nicht einfach auf einer Konzentration der „Strahlen“; es werden vielmehr die Schwingungen des Erregers durch die Anwesenheit des Spiegels beeinflußt, und es muß daher zu einem bestimmten Erreger ein geeigneter Spiegel gewählt werden. Hertz hat Spiegel benutzt, bei denen der Abstand der Brennpunktlinie [bzw. des Erregers] vom Scheitel eine viertel Wellenlänge betrug.)

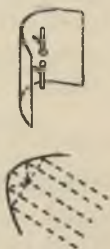


Fig. 66.

Der (geradlinige) Resonator wird in einen ähnlichen Spiegel gebracht, und spricht dann nur stark an, falls die Brennpunktlinien der Spiegel einander parallel stehen und die Mittellinien zusammenfallen, bzw. die Strahlen so abgelenkt sind, daß sie parallel zur Mittellinie des Resonatorspiegels auffallen.

Die Polarisation der Wellen läßt sich ganz einfach dadurch zeigen, daß der Resonator samt seinem Spiegel um die Mittellinie gedreht wird; stehen die Oszillatoren senkrecht zueinander, so verschwindet die Erregung des Resonators (Fig. 67).

An einer ebenen Metallplatte erfahren die Wellen eine

Reflexion, die den gleichen Gesetzen folgt wie die des Lichtes.

Durch ein Prisma (aus Pech oder Asphalt) werden die Wellen gebrochen (Fig. 68). Die Messung des Ablenkungswinkels gibt eine Bestimmung der Brechungs-exponenten, bzw. von  $\sqrt{\epsilon}$ .

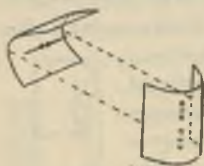


Fig. 67.

Wenn der Versuch mit so kleinen Wellenlängen ausgeführt wird, daß sich die Apparate auf einem Spektrometer anbringen lassen, so liefert diese Methode recht genaue Resultate.

Ferner zeigte Hertz, daß ein enges Drahtgitter, bei dem der Abstand zweier Gitterdrähte viel kleiner als die Wellenlänge ist, die Wellen

dann durchläßt, wenn der Oszillator und damit die elektrische Feldstärke senkrecht zu den Gitterdrähten gerichtet ist; sie dagegen reflektiert, wenn die Feldstärke parallel zu den Drähten liegt.

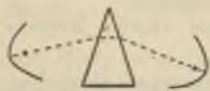
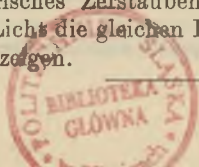


Fig. 68.

(Im letzteren Fall wirkt das Gitter wie eine Metallplatte, da sich an ihm ein Spannungsknoten ausbilden muß.)

Wird das Hertz'sche Gitter so gedreht, daß die elektrische Feldstärke einen beliebigen Winkel mit den Drähten bildet, so geht nur diejenige Komponente der Wellen durch, für die die elektrische Feldstärke senkrecht zu den Drähten ist.

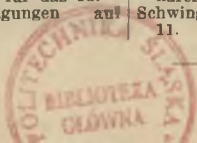
Der analoge Versuch mit Lichtwellen kann nicht mit mechanisch hergestellten Gittern ausgeführt werden, da er eine gegen die Lichtwellenlänge kleine Gitterkonstante erfordert. Braun hat gezeigt, daß Metallgitter, welche er durch elektrisches Zerstäuben eines Drahtes auf Glas erhielt, für Licht die gleichen Eigenschaften wie Hertz'sche Gitter zeigen.



# Sachregister.

- Absorption der Wellen 43.  
 Absorptionskoeffizient 48.  
 Anfangsbedingungen 21, 27.  
 Antenne 23.  
 Bauch der stehenden Welle 22.  
 Blondlotsche Anordnung 70.  
 Bolometer 79.  
 Braunschener Sender 32.  
 Braunschensches Gitter 96.  
 Brechungsexponent 44.  
 Brücke mit Selbstinduktion 60.  
 — ohne Selbstinduktion 46.  
 — Knotenlagen der 76.  
 Brückenverkürzung 64, 82.  
 D'Alembertsche Lösung 37.  
 Dämpfung durch Strahlung 129.  
 Dielektrikum.  
 — Einführen der Drähte in ein zweites 65.  
 — Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge im 44, 86, 85.  
 — Reflexion von Drahtwellen am 66.  
 Dielektrizitätskonstante 44.  
 — Messung der 81, 83.  
 Differentialgleichung eines Systems m. gl. vert. Selbstind. u. Kap. 14.  
 Drahtbrücke 76.  
 Drahtende, freies 53.  
 Drahtlose Telegraphie 28, 23.  
 Drahtrechteck, Eigenschwingungen des 50.  
 Drudes Methode zur Mess. der DK. 83.  
 Ebene Welle 38.  
 Eigenschwingungen eines geerdeten Drahts 24, 28.  
 — eines geraden Drahts 21.  
 — eines kreisförmigen Resonators 33.  
 — eines nichtquasistationären Kondensatorkreises 58.  
 — eines Rechtecks.  
 Einfacher Draht, Selbstinduktion und Kapazität 18.  
 Elektromagnetische Lichttheorie 88, 91, 95.  
 — Wellen, die Drahtwellen begleitend 43.  
 — Wellen im freien Raum 84.  
 Empfänger 53.  
 Energie der Schwingungen des geradl. Oszillators 29.  
 Erreger, Hertzscher 29, 69, 93.  
 Feldrichtung, Bestimmung der — mit dem Resonator 32, 91.  
 Fernwirkungstheorie 92.  
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Drahtwellen 39, 44.  
 — der Wellen im freien Raum 85.  
 Fortschreitende Wellen 36.  
 Fouriersches Theorem 27, 77.  
 Frequenz des geraden Oszillators 28.  
 Funke 27, 72.  
 — inaktiver 74.  
 Geerdeter Draht 24, 28.  
 Geißlerrohr 78, 82, 83.  
 Gerader Oszillator 27, 92.  
 Gitter 96.  
 Gleichung der schwingenden Saite 15.  
 Grenzbedingungen 12, 45.  
 Grundschwingung 21.  
 Hertzsche Apparate zum Nachweis der Welle in Luft 80.  
 Hertzscher Oszillator 29, 69, 93.  
 — Resonator 33.  
 — Spiegel 95.  
 Hertzsches Gitter 96.  
 Hertzsche Versuche 95.  
 Hilfsfunkenstrecke 73.  
 Inaktiver Funke 74.  
 Induktor 36.  
 — zur Erregung von Oszillatoren 74.  
 Kabel 17.  
 Kapazität pro Längeneinheit 13, 16.  
 — zweier paralleler Zylinder 16.  
 Knoten 22.  
 Knotenlage der Brücke 76.  
 — Bestimmung der — m. Geißlerrohr 78.  
 Kohärer 94.  
 Kondensator am Drahtende 55.

- Kondensatorkreis, nicht-quasistationärer 6, 59.  
 — Eigenschwingungen von Kondensatorkreis 59.  
 Koppelschwingungen 31, 71.  
 Koppelung des geraden Oszillators mit einem Kondensatorkreis 30.  
 Kraftlinien um den Oszillator 84.  
 — um die Parallel-drähte 7.  
 Kreisförmiger Resonator 33.  
 Lage der Quelle 51.  
 Lechersche Anordnung 69.  
 Leitfähigkeit des die Drähte umgebenden Mediums 44.  
 Lichtgeschwindigkeit 33, 39, 85.  
 Lichtquelle 88.  
 Löschfunken 75.  
 Maxwellsche Theorie 44, 92.  
 Mechanische Modelle für schwingungsfähige Systeme 9.  
 Messung der Dielektrizitätskonstante 68, 83.  
 — der Wellenlänge 49, 68.  
 Miescher Oszillator 93.  
 Multiple Resonanz 78.  
 Nichtquasistationärer Kondensatorkreis 5.  
 Oberschwingung 21.  
 Oszillator, gerader 27, 92.  
 — Miescher 93.  
 — mit Endkapazitäten, Hertzscher 29, 93.  
 — Righischer, für sehr kurze Wellen 93.  
 Paralleldrahtsystem, Schema für das 13.  
 — Schwingungen auf dem 37.  
 Partialfunken 75.  
 Phasensprung bei der Reflexion.  
 — — — am Dielektrikum 66.  
 — — — am freien Ende 54.  
 — — — am Kondensator 56.  
 — — — an der Brücke 48, 62.  
 Plattenbrücke 76.  
 Polarisation der Wellen 88.  
 — — — Nachweis der 95.  
 Quasistationärer Kreis 5.  
 — — Bedingungen 60.  
 Quelle 40.  
 Reflexion von Drahtwellen.  
 — — — am Dielektrikum 65.  
 — — — am freien Ende 53.  
 — — — am Kondensator 55.  
 — — — an der Brücke 47, 60.  
 — — — Beseitigung der — am Drahtende 75.  
 Reflexion von Luftwellen 91, 96.  
 Resonanzkurve 33.  
 Resonator, geradliniger 32, 94.  
 — im Strahlungsfeld 90.  
 — im Wechselfeld 32.  
 — kreisförmiger 33.  
 — m. Thermoelement 94.  
 — Righischer 94.  
 Richtung der Feldstärken in der elmag. Welle 87.  
 Righischer Oszillator 93.  
 — Resonator 94.  
 Rubenssche Flächchen 79.  
 Schema des Paralleldrahtsystems 12, 13.  
 — eines nichtquasistationären Systems 5, 8.  
 Schwingungen der Saite 11.  
 Seibtsche Spule 35.  
 Selbstinduktion eines Rechtecks 16.  
 — pro Längeneinheit 13, 16.  
 Sender, Braunschwer 32.  
 Sinuswellen 39.  
 — Beziehung zwischen Strom und Spannung bei 42.  
 Spannungsquelle 40.  
 Spiegel, Hertzscher 95.  
 Spule als schwingungsfähiges System 19.  
 Stehende Wellen 23.  
 — — in Luft 91.  
 — — reine 77.  
 Stoßerregung 72, 75, 93.  
 Strahlung des Stromelements 84.  
 — von Oszillatoren 89.  
 Strahlungsdämpfung 29.  
 Stromelement 84.  
 Stromquelle 40.  
 Telegraphengleichung 15.  
 Teslatransformator 36.  
 — zur Erregung von Oszillatoren 74.  
 Thermoelement 79.  
 Transversalwelle 87.  
 Ultraviolettes Licht, Einfluß auf den Funken 74.  
 Untersuchung von Wechselfeldern mit Resonatoren 32, 90.  
 Variation der Wellenlänge 72.  
 Verschiebungsstrom 84.  
 Verteilte Selbstinduktion und Kapazität 8, 13.  
 Welle, fortschreitende 36.  
 — stehende 23.  
 Wellenlänge 23, 91.  
 — in verschiedenen Medien 65.  
 — Messung der 49, 68, 91.  
 Zuleitungen zum Oszillator 73.



E12

49, 92

BG Politechniki Śląskiej

nr inw.: 102 - 141174



Dyr.1 141174

