GÓRNICTWO I GEOLOGIA 2013
Tom 8 Zeszyt 2

Piotr KOŁODZIEJCZYK, Jerzy KORNOWSKI, Iwona GOŁDA
Politechnika Śląska, Gliwice

ZAGROŻENIE SEJSMICZNE OD WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH W WARUNKACH NIEPEWNEJ INFORMACJI

Streszczenie. W artykule opisano i wyjaśniono estymatory zagrożenia sejsmicznego, w przypadku kiedy baza danych niezbędna do ich użycia (tzw. informacja wejściowa) obciążona jest niepewnością – co zazwyczaj ma miejsce. Ponadto, zaprezentowano także bardzo użyteczne w praktyce estymatory minimalnej liczebności bazy wstrząsów min*N*, niezbędnej do zapewnienia zdefiniowanego przez użytkownika kryterium jakości $\sigma(Z^S) < \sigma^{kr}$. W tym celu zdefiniowano więc także niezlinearyzowane i zlinearyzowane estymatory standardowej niepewności ocen $\sigma(Z^S)$ zagrożenia sejsmicznego. Głównym wynikiem niniejszej pracy jest bardzo prosta metoda estymacji standardowej niepewności zagrożenia sejsmicznego oraz liczebności katalogu wstrząsów niezbędna dla spełnienia kryterium jakości. Proste, lecz praktyczne w użyciu przykłady obliczeniowe ilustrują działanie metody oraz (realne) wyniki, jakie można otrzymać za jej pomocą.

SEISMIC HAZARD ASSOCIATED WITH MINING TREMORS WITH UNCERTAIN INFORMATION

Summary. We describe and explain estimators of the seismic hazard when the input information is – as usual in practice – uncertain and also we present very useful estimators of min*N*, minimal size of tremors catalogue, necessary to fulfill the hazard estimate quality criterion, $\sigma(Z^S) < \sigma^{kr}$, predefined by the user. Given are both nonlinear and linearized estimates of seismic hazard and its standard uncertainty (of hazard estimate). The main result of the paper is the – very simple – method of standard uncertainty estimation and evaluation of catalogue volume demanded by quality criterion. Simple but practical examples are used to illustrate the results.

1. Wprowadzenie

Ocena i prognoza zagrożenia sejsmicznego (Z^S) należą do najważniejszych zadań sejsmologii stosowanej w górnictwie, lecz mimo wysiłków praktyków i naukowców,

zagadnienia te wciąż pozostają odległe od satysfakcjonującego rozwiązania. Jedną z przyczyn tego stanu rzeczy jest niepewność informacji, na której z konieczności oparte są oceny i prognozy. Wszechobecność tej niepewności i niemożliwość jej uniknięcia spowodowały, że współczesne metody oceny i prognozy zagrożenia przyjęły charakter probabilistyczny, gdzie metodami statystyki i rachunku prawdopodobieństwa usiłuje się oszacować parametry zagrożenia i ich rozproszenie wokół wartości najbardziej prawdopodobnych. Oznacza to równocześnie podejście w pełni ilościowe i podejście wymagające dokładnego zdefiniowania wszystkich wielkości, w tym oczywiście samego zagrożenia sejsmicznego. W zamian podejście to może nam zapewnić logiczną poprawność stosowanych metod oceny i prognozy (bez gwarancji dokładności wyników, zależnej od ilości i jakości dostępnej informacji).

W publikacji tej zajmiemy się, po zdefiniowaniu niezbędnych pojęć i wielkości, ocenami i niepewnością ocen zagrożenia sejsmicznego w warunkach niepewnej informacji, a także ocenami minimalnej liczebności bazy („katalogu" lub „archiwum") wstrząsów potrzebnej, by ograniczyć niepewność (ocen zagrożenia) do wartości (σ^{kr}), którą użytkownik zechce uznać za tolerowalną.

Ponieważ Z^S estymuje się na podstawie znanej zależności Gutenberga-Richtera (G-R), której ważnym elementem jest „parametr B" – patrz równania (2.2) oraz (2.3) – a równocześnie najnowsze wydanie Instrukcji „Metody Kompleksowej" [2] w swym punkcie 6.4 sugeruje monitorowanie zmian tego parametru w ruchomym *oknie informacyjnym*, powstały okoliczności zachęcające, by opisać sposób i jakość oceny Z^S na podstawie lokalnej, empirycznej relacji G-R [13]. Powinno być od początku oczywiste, że ocena zagrożenia oparta (zawsze!) na ograniczonej ilościowo i niepewnej informacji (o minionych wstrząsach) jest i musi być niepewna, a właściwym narzędziem do jej analizy jest probabilistyka (czyli rachunek prawdopodobieństwa i statystyka). Oznacza to także, że Z^S jest zmienną losową opisaną swym lokalnym rozkładem.

Pojęcie niepewności oceny w wielu dziedzinach nauki przez długi czas wiązało się (i częstokroć nadal wiąże) z negatywnymi odczuciami, gdyż niesłusznie kojarzono je z błędem tej oceny. Jednakże w 1995 roku został opracowany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ang. *International Organization for Standardization,* ISO) i przyjęty przez wiele organizacji naukowo-technicznych „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (GUM) [6], który w 1999 roku został przetłumaczony na język polski, jako przewodnik omawiający wyrażanie niepewności pomiaru [17]. Dokument ten traktowany jest jako Międzynarodowa Norma Oceny Niepewności pomiaru i powszechnie

uznawany na całym świecie, czego efektem są – jak podaje Zięba [18] – liczne prace będące streszczeniem [16] czy też adaptacją do różnych dziedzin nauki [14].

Według GUM, niepewność oceny nie jest błędem oceny, lecz wiąże się z jej rozkładem prawdopodobieństwa, czyli z rozproszeniem wartości zmiennej losowej wokół jej wartości średniej. Ponadto, *wynik pomiaru tylko wtedy jest kompletny, gdy zawiera zarówno wartość wielkości mierzonej, jak i niepewność pomiaru, związaną z tą wartością* [4]. Podobnie będziemy mówić o propagacji niepewności w miejsce tradycyjnego określenia propagacja błędu. Popularną miarą niepewności jest niepewność standardowa σ, równoważna odchyleniu standardowemu w przypadku rozkładu normalnego i określająca rozproszenie zmiennej losowej wokół jej wartości średniej.

Na koniec tego wprowadzenia można zapytać, jaki jest cel oceny niepewności i jaki z tego wynika pożytek. Pomijając ciekawość i możliwość „wyjaśnienia" nietrafnych prognoz, zauważmy, że w praktyce wartość Z^S lokowana jest na kilkustopniowej skali stanów (A, B, C...), a ze stanami wiążą się działania profilaktyczne i koszty. Liczbowe określenie niepewności standardowej $\sigma(Z^S)$, obok wartości Z^S, umożliwia ulokowanie na tle skali zagrożeń – na rysunku lub w wyobraźni – rozkładu $Z^S \sim \aleph(\overline{Z}^S, \sigma^2_{Z^S})$ (co jest zgrubną aproksymacją niesymetrycznego rozkładu Z^S) i oszacowanie, na oko lub komputerowo, szans poprawnej lub błędnej klasyfikacji stanu zagrożenia, zatem szans poprawnej lub błędnej profilaktyki. A to już ma, naszym zdaniem, jasną wartość praktyczną. Inne, równie jasne zastosowanie spotykamy w przypadku (sugerowanego w Instrukcji „Metody Kompleksowej") monitorowania zmian Z^S w ruchomym oknie: znając wartość σ, można ocenić istotność (lub jej brak) zmian Z^S w kolejnych krokach okna i uniknąć pochopnych wniosków o zmianach zagrożenia.

Publikacja ta opisuje m.in. dalsze wyniki badań, o których pisaliśmy w [9], stanowiąc kontynuację tamtej pracy (daje możliwość poprawienia zauważonych błędów).

2. Definicje i estymatory

Definicje stosowane w artykule, przedstawione były i analizowane dokładnie m.in. w publikacjach ([10], [11]), jednak dla wygody niektóre z nich powtórzymy.

Zagrożenie sejsmiczne nie jest wstrząsem sejsmicznym i prognoza zagrożenia nie jest prognozą wstrząsu. Wbrew rozpowszechnionym wyobrażeniom, prognoza zagrożenia (Z^S) nie określa miejsca, czasu i energii (MCE) przyszłego, być może zbliżającego się (?), być może

silnego (?)[1] wstrząsu, lecz określa Z^S, czyli prawdopodobieństwo wstrząsu w z góry zadanych przez użytkownika granicach czasu, przestrzeni, energii. Przyjmuje się więc, że inżynier ds. tąpań lub inżynier odpowiedzialny za obszar *R* (np. ścianę) wie, jaki interesuje go przedział czasu („najbliższa doba"), przestrzeni („ściana XY") i energii („E>1·10^5 J") – opisana tu metoda określa prawdopodobieństwo takiego zdarzenia. Niniejsza definicja umożliwia racjonalną, ilościową prognozę Z^S. Pamiętać także należy, że próba prognozy MCE przyszłego zdarzenia, przy obecnym stanie wiedzy i techniki, jest jak dotąd niemożliwa.

W przypadku ogólnym zagrożenie sejsmiczne [1] definiuje się jako:

$$Z^S \equiv P(I > I_{kryt}), \tag{2.1}$$

gdzie: *P* to prawdopodobieństwo, a *I* to intensywność wymuszenia, która może być rozmaicie definiowana. W zagadnieniu tąpań intensywność *I* zwykle (choć nieściśle) utożsamiana jest z energią wstrząsu – pomijając wpływ odległości, lecz „za to" otrzymując jedną wartość Z^S w badanym obszarze, co znakomicie ułatwia podejmowanie decyzji o profilaktyce.

DEFINICJA ZAGROŻENIA SEJSMICZNEGO Z^S: Zagrożenie sejsmiczne $Z^S \equiv (Z^S)_T^{12}$ jest to prawdopodobieństwo wstrząsu o energii $E1<E<E2$ w okresie *T* i w obszarze *R*.

Przedziały czasu, przestrzeni i energii określa użytkownik. Można estymować Z^S w kilku przedziałach równocześnie i można dopuścić $E2 \to \infty$.

Obserwacje i archiwa wstrząsów górniczych uzasadniają ([12], [13]) aproksymację ciągów (odstępów międzywstrząsowych) lokalnie stacjonarnym procesem Poissona (z lokalnie estymowaną intensywnością λ) oraz aproksymację rozkładu energii wstrząsów za pomocą zależności G-R (z lokalnie estymowanym parametrem *B*):

$$\log N = A - B \log E_\bullet, \tag{2.2}$$

gdzie: *A, B* to lokalne stałe, *N* to liczba wstrząsów o energii większej od $E_\bullet$, $E_\bullet = E / E_$ to energia unormowana „czynnikiem normującym" $E_$ równym najmniejszej energii zawsze obserwowanej przez sieć. Gdy $E / E_ = 1$ (tzn. $\log E_\bullet = 0$), to $A = \log N$.

Estymatorem zagrożenia sejsmicznego [5] jest równanie:

$$(\overline{Z}^S)_T = P(E > E1)_T = 1 - \exp[-\lambda \cdot T \cdot (E1_\bullet)^{-B}], \tag{2.3}$$

gdzie: *T* nazywamy horyzontem prognozy (np. *T*=1 doba), λ *to* intensywność emisji, czyli średnia (w bazie, na jednostkę czasu) liczba wstrząsów o energii $E_\bullet > E1_\bullet$.

---

[1] Znaki zapytania mają podkreślić, że żądanie prognozy MCE jest źle zdefiniowane. Gdy nie określimy minimalnej energii, to prognoza staje się trywialna, ponieważ mikrowstrząsy występują co chwilę. Gdy określimy, np. mówiąc, że prognoza ma dotyczyć E>1·10^5 J, to pojawi się problem, czy prognoza była „dobra" czy „zła", gdy wystąpiły dwa wstrząsy E=9·10^4 J.

W literaturze anglojęzycznej analiza zagrożenia Z^S m.in. na podstawie (2.3) nosi nazwę PSHA – Probabilistic Seismic Hazard Analysis [15]. Warto też wiedzieć, że PSHA często – by uniknąć niemile widzianych pojęć związanych z prawdopodobieństwem – stosuje opis zagrożenia w formie „odwrotnej", tzn. zamiast rocznego prawdopodobieństwa $P(A, T=1 \text{ rok})$ wystąpienia zdarzenia A, określa się oczekiwaną (średnią) liczbę zdarzeń w ciągu roku lub tzw. (średni) czas powrotu T_P [gdy $P(A,T)<<1$, to $T_P \approx 1/P(A,T)$]. Przykładowo, gdy prawdopodobieństwo takiej powodzi, że poziom wody osiągnie wartość X, wynosi 0,01, to czas powrotu $T_P \approx 100$ i mówimy o powodzi stulecia.

Estymatorem parametru B[2] jest poniższe równanie ([13]):

$$\overline{B} \approx N / [\sum_{i=1}^{N} \ln E_{\bullet}(i)] \tag{2.4}$$

Jest to zmienna losowa o rozkładzie normalnym:

$$B \sim \aleph(\overline{B}, \sigma_B^2) \tag{2.5a}$$

$$\sigma_B = \overline{B} / \sqrt{N}\,, \tag{2.5b}$$

gdzie: N to liczba wstrząsów o energii $E > E_$, $\aleph$ to symbol rozkładu.

Podobnie intensywność λ estymowana jest jako średnia liczba wstrząsów ($E > E_$) w jednostce czasu, jest więc zmienną losową, której rozkład jest aproksymowany rozkładem normalnym ([7], s. 82[3]):

$$\lambda \sim \aleph(\overline{\lambda}, \sigma_\lambda^2) \tag{2.6a}$$

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\overline{\lambda} / N} \tag{2.6b}$$

Ocena $\overline{Z}^S$, prawdziwej, lecz nieznanej wartości zagrożenia (2.3), sama jest więc zmienną losową o rozproszeniu zwanym niepewnością (tej oceny), zależnym od niepewności estymat B i λ. Rozkład Z^S jest niesymetryczny, stąd niepewność standardową Z^S definiujemy jako odległość między kwantylami rzędu 0,84 i rzędu 0,5 zmiennej $Z \equiv Z^S$ (dalej pomijamy górny indeks „S" przy Z^S):

$$\sigma_b^n(Z) = | Z_{84} - Z_{50} |, \tag{2.7}$$

gdzie: symbol „n" informuje, że jest to wielkość niezlinearyzowana, a „b" informuje, że to niepewność bezwzględna, w odróżnieniu od względnej:

$$\sigma_w^n(Z) = \sigma_b(Z) / \overline{Z} \qquad (\cdot 100\%) \tag{2.8}$$

---

[2] Parametr ten estymowany jest metodą największej wiarygodności.

[3] We wcześniejszej publikacji [9], w równaniu tym λ „uciekła spod pierwiastka".

W popularnej literaturze dotyczącej propagacji niepewności [8] zazwyczaj spotykamy definicję zlinearyzowanej niepewności standardowej[4]:

$$\sigma^l(Z)_X = |dZ/dX| \cdot \sigma_X \tag{2.9}$$

Gdy $\sigma_X \to 0$ to $\sigma_b^n(Z) \to \sigma^l(Z)$.

Zależność (2.3), badana jako funkcja jednej tylko zmiennej, np. λ lub B, jest funkcją monotoniczną. Stąd estymacja dokładnych wartości kwantyli zmiennej Z na podstawie znanych wartości kwantyli zmiennej (λ lub B) o znanym rozkładzie normalnym jest łatwa (opisują to Benjamin i Cornell w swoim podręczniku [3]). Kwantyl Z_p zmiennej Z^S otrzymuje się, podstawiając do (2.3) ten sam kwantyl zmiennej λ lub B (a wyznaczanie kwantyli zmiennej normalnej jest łatwe – wiemy np., że $\lambda_{0,84} = \overline{\lambda} + \sigma_\lambda$, $\lambda_{0,90} = \overline{\lambda} + 1{,}2816\sigma_\lambda$, $\lambda_{0,95} = \overline{\lambda} + 1{,}645\sigma_\lambda$ itd.).

W przypadku funkcji dwóch zmiennych losowych, np. $Z = f(B, \lambda)$, gdzie B i λ są wzajemnie niezależne, można posługiwać się przybliżoną równością [8]:

$$\sigma^2(Z)_{B,\lambda} = \sigma^2(Z)_B + \sigma^2(Z)_\lambda \tag{2.10}$$

3. Estymatory standardowej niepewności ocen zagrożenia i estymatory minimalnej liczebności bazy

W rozdziale tym przedstawione zostały estymatory niepewności standardowej $\sigma(Z)$ oceny zagrożenia Z^S, zarówno w popularnej formie zlinearyzowanej (co zaznaczamy indeksem „l”), jak i w dokładnej formie niezlinearyzowanej (oznaczanej indeksem „n”). Gdy użytkownik ocen zagrożenia potrafi określić krytyczną/tolerowalną (w danym zastosowaniu) wartość niepewności standardowej (σ_b^{kr} – bezwzględną lub $\sigma_w^{kr} = \sigma_b^{kr}/Z$ $(\cdot 100\%)$ – względną/ procentową), to możliwe jest też określenie $\min N(\sigma^{kr})$, czyli minimalnej liczebności bazy niezbędnej, by spełnić kryterium jakości:

$$\sigma(Z) < \sigma^{kr} \tag{3.1}$$

Jesteśmy przekonani, że podane estymatory okażą się użyteczne w praktyce sejsmologii górniczej, informując o jakości ocen zagrożenia i o warunkach, które trzeba spełnić, by oceny te były pewniejsze.

---

[4] Ocena zlinearyzowana wykorzystuje tylko liniowy człon – np. (2.9) – rozwinięcia funkcji w szereg Taylora.

Dla ułatwienia odwołań przypomnijmy pochodne:

$$dZ / d\lambda = T \cdot (E_\bullet)^{-B} \cdot \exp[-\lambda \cdot T \cdot (E_\bullet)^{-B}], \tag{3.2a}$$

$$dZ / dB = -\lambda \cdot T \cdot \ln(E_\bullet) \cdot (E_\bullet)^{-B} \cdot \exp[-\lambda \cdot T \cdot (E_\bullet^*)^{-B}] \tag{3.2b}$$

i liniowe aproksymacje („l") oraz nielinearyzowane definicje („n") niepewności standardowej bezwzględnej, w przypadku gdy jedynym źródłem niepewności jest niepewność estymaty B lub niepewność estymaty λ:

$$\sigma_b^l(Z)_B = |dZ / dB| \cdot \sigma_B; \qquad \sigma_b^l(Z)_\lambda = |dZ / d\lambda| \cdot \sigma_\lambda \tag{3.3a,b}$$

$$\sigma_b^n(Z)_B = |Z(B - \sigma_B, \lambda) - Z(B, \lambda)|; \qquad \sigma_b^n(Z)_\lambda = |Z(B, \lambda + \sigma_\lambda) - Z(B, \lambda)| \tag{3.3c,d}$$

(definicje (3.3c,d) dotyczą dowolnych monotonicznych przekształceń zmiennej niezależnej (np. B lub λ) w zmienną zależną [3, s. 96], a estymatory z nich wynikające są „dokładne").

Estymatory standardowej niepewności ocen zagrożenia, a także estymatory minimalnej liczebności N bazy wstrząsów, zapewniającej spełnienie kryterium jakości (3.1), wyprowadzone były wcześniej [9], stąd w rozdziale tym przedstawiamy ich zestawienie w tabeli 1 wraz z przykładami ilustrującymi ich działanie w różnych warunkach.

Tabela 1

Zlinearyzowane (z lewej) i nieliniowe (z prawej) estymatory standardowej niepewności (σ) zagrożenia oraz (minimalnej) liczebności (N) bazy wstrząsów – w zależności od źródła niepewności (λ lub B lub λ i B), gdy kryterium jakości dotyczy „bezwzględnej" (σ^{kr}) lub względnej (σ_w^{kr}) standardowej niepewności krytycznej.

[$G = \sqrt{\lambda} \cdot T(E1_\bullet)^{-B}$, $G_1 = \sqrt{\lambda} \cdot G$, Z=1-exp(-G_1), P=1-Z, $E1_\bullet = E1 / E_$; podane estymatory nieliniowe dla przypadku (λ, B) są tylko (bardzo dobrym) przybliżeniem]. W symbolu niepewności bezwzględnej dolny indeks (b) pomijamy

		Niepewność standardowa zagrożenia $\sigma(Z)$ i minimalna liczebność N(σ^{kr}) bazy. zapewniająca, że $\sigma(Z) < \sigma^{kr}$	
źródło niepewności	niepewność krytyczna	zlinearyzowana	nieliniowa
λ	σ^{kr}	$\sigma^l(Z)_\lambda = P \cdot G / \sqrt{N}$ $\sqrt{N_\lambda^l(\sigma^{kr})} > P \cdot G / \sigma^{kr}$	$\sigma^n(Z)_\lambda = P[1 - \exp(-G / \sqrt{N})]$ $\sqrt{N_\lambda^n(\sigma^{kr})} > -G / \ln[(P - \sigma^{kr}) / P]$
	σ_w^{kr}	$\sigma_w^l(Z)_\lambda = P \cdot G / (Z \cdot \sqrt{N})$ $\sqrt{N_\lambda^l(\sigma_w^{kr})} > P \cdot G / (Z \cdot \sigma_w^{kr})$	$\sigma_w^n(Z)_\lambda = P[1 - \exp(-G / \sqrt{N})] / Z$ $\sqrt{N_\lambda^n(\sigma_w^{kr})} > -G / \ln[(P - Z\sigma_w^{kr}) / P]$

cd. tabeli 1

B	σ^{kr}	$\sigma^{l}(Z)_B = P \cdot G_1(\ln E1_\bullet)B/\sqrt{N}$ $\sqrt{N_B^l(\sigma^{kr})} > P \cdot G_1(\ln E1_\bullet)B/\sigma^{kr}$	$\sigma^{n}(Z)_B = P - \exp(-G_1 \cdot E1_\bullet^{B/\sqrt{N}})$ $\sqrt{N_B^n(\sigma^{kr})} > \dfrac{B \ln E1_\bullet}{B \ln E1_\bullet + \ln\left\{\dfrac{\ln[P-\sigma^{kr}]}{-\lambda \cdot T}\right\}}$
	σ_w^{kr}	$\sigma_w^{l}(Z)_B = P \cdot G_1(\ln E1_\bullet)B/(Z \cdot \sqrt{N})$ $\sqrt{N_B^l(\sigma_w^{kr})} > P \cdot G_1(\ln E1_\bullet)B/(Z \cdot \sigma_w^{kr})$	$\sigma_w^{n}(Z)_B = \left\{P - \exp(-G_1 \cdot E1_\bullet^{B/\sqrt{N}})\right\}/Z$ $\sqrt{N_B^n(\sigma_w^{kr})} > \dfrac{B \ln E1_\bullet}{B \ln E1_\bullet + \ln\left\{\dfrac{\ln[P-Z\cdot\sigma_w^{kr})]}{-\lambda \cdot T}\right\}}$
λ* i *B	σ^{kr}	$[\sigma^{l}(Z)_{B,\lambda}]^2 = [\sigma^{l}(Z)_\lambda]^2 + [\sigma^{l}(Z)_B]^2$ $N_{\lambda,B}^l(\sigma^{kr}) > [1+(\sqrt{\lambda} \cdot B \cdot \ln E1_\bullet)^2] \cdot \left(\dfrac{P \cdot G}{\sigma^{kr}}\right)^2$	$[\sigma^{n}(Z)_{B,\lambda}]^2 \approx [\sigma^{n}(Z)_\lambda]^2 + [\sigma^{n}(Z)_B]^2$ $\min N_{B,\lambda}^n(\sigma^{kr}) \approx N_\lambda^n(\sigma^{kr}) + N_B^n(\sigma^{kr})$
	σ_w^{kr}	$[\sigma_w^{l}(Z)_{B,\lambda}]^2 = [\sigma_w^{l}(Z)_\lambda]^2 + [\sigma_w^{l}(Z)_B]^2$ $N_{\lambda,B}^l(\sigma_w^{kr}) > [1+(\sqrt{\lambda} \cdot B \cdot \ln E1_\bullet)^2] \cdot \left(\dfrac{P \cdot G}{Z \cdot \sigma_w^{kr}}\right)^2$	$[\sigma_w^{n}(Z)_{B,\lambda}]^2 \approx [\sigma_w^{n}(Z)_\lambda]^2 + [\sigma_w^{n}(Z)_B]^2$ $\min N_{B,\lambda}^n(\sigma_w^{kr}) \approx N_\lambda^n(\sigma_w^{kr}) + N_B^n(\sigma_w^{kr})$

Tabeli 1 dotyczą następujące komentarze:

1. We wszystkich przypadkach stosuje się równości:

$$\sigma_w^l = \sigma^l / Z \tag{3.4a}$$

$$\min N(\sigma_w^{kr}) = \min N(\sigma^{kr}) \tag{3.4b}$$

2a. Gdy jedynym źródłem niepewności jest niepewność oceny λ, to gdy $\sqrt{\lambda / N} \to 0$, to $[1-\exp(-G/\sqrt{N})] \to G/\sqrt{N}$, zatem $\sigma_\lambda^n \to \sigma_\lambda^l$.

2b. Gdy jedynym źródłem niepewności jest niepewność oceny B, to gdy $\overline{B}/\sqrt{N} \to 0$, to po dwukrotnej linearyzacji (metodą szeregu Taylora) można wykazać, że $\sigma_B^n \to \sigma_B^l$.

3. Przez bezpośrednie podstawienie można udowodnić, że

$\min N_{B,\lambda}^l(\sigma^{kr}) = \min N_\lambda^l(\sigma^{kr}) + \min N_B^l(\sigma^{kr})$.

4. Nieliniowa (dokładna) estymacja $\min N_{B,\lambda}^n(\sigma^{kr})$ wymaga numerycznego rozwiązania (względem $X = 1/\sqrt{N}$) nieliniowego równania:

$$P^2 \cdot [1-\exp(-GX)]^2 + [P - \exp(-G_1 \cdot E1_\bullet^{BX})]^2 = (\sigma^{kr})^2 \tag{3.5}$$

(gdzie: $G=\sqrt{\lambda}\cdot T(E1_{\bullet})^{-B}$, $G_1=\sqrt{\lambda}\cdot G$, Z=1-exp(-G_1), P=1-Z). Dla estymatora zlinearyzowanego występuje dokładna równość $N^l_{B,\lambda}(\sigma^{kr})=N^l_{\lambda}(\sigma^{kr})+N^l_B(\sigma^{kr})$, a dla niezlinearyzowanego suma $N^n_{\lambda}(\sigma^{kr})+N^n_B(\sigma^{kr})$ jest bardzo dobrym – i zazwyczaj wystarczającym – pierwszym przybliżeniem rozwiązania dokładnego. Spostrzeżenie to jest w praktyce najważniejszym wynikiem tej pracy.

4. Przykłady obliczeniowe

Na podstawie przykładów 1-3, zamieszczonych we wcześniejszej pracy [9], poniżej zostały przedstawione także trzy przykłady obliczeniowe. Ich zadaniem jest ilustracja estymacji (zlinearyzowanej i niezlinearyzowanej) bezwzględnego odchylenia standardowego Z^S oraz minimalnej liczebności bazy spełniającej kryterium jakości (3.1), w przypadku gdy źródłem niepewności w Z^S jest λ (przykład 1) lub B (przykład 2) lub λ i B (przykład 3). Obliczenia wykonane zostały na podstawie równań zestawionych w tabeli 1.

■ Przykład 1: Porównanie ocen dokładnych („n") i zlinearyzowanych, **gdy jedynym źródłem niepewności jest estymata λ**. Obserwując ciąg N=50 wstrząsów o energiach $E>E_=1\cdot 10^4 J$, oszacowano[5] wartości $B\approx 0{,}95$ i $\lambda\approx 1{,}6$ [wstrząsów $E>E_$ na dobę] oraz dobowe (T=1) zagrożenie sejsmiczne wstrząsem $E1>1\cdot 10^5 J$ (tzn. $E1_{\bullet}=E1/E_=10$),

$$(Z^S)^1_1=1-\exp[-1{,}6\cdot 1\cdot 10^{-0{,}95}]\approx 0{,}164331$$

(jest to prawdopodobieństwo wystąpienia $E>1\cdot 10^5 J$ w ciągu doby, gdy $B\approx 0{,}95$ i $\lambda\approx 1{,}6$). Pamiętając, że $G=\sqrt{\lambda}\cdot T(E1_{\bullet})^{-B}=0{,}141925$; $G_1=\sqrt{\lambda}\cdot G=0{,}179523$; Z=1-exp(-G_1)=0,164331; P=1-Z=0,835669 oraz dopuszczając wartości $\sigma^{kr}=0{,}025$ i $\sigma^{kr}=0{,}05$, obliczamy:

$$\sigma^l(Z)_{\lambda}=0{,}835669\cdot 0{,}141925/\sqrt{50}\approx 0{,}016773$$

$$\sigma^n(Z)_{\lambda}=0{,}835669\cdot[1-\exp(-0{,}141925/\sqrt{50})]\approx 0{,}016606$$

Zatem w podanych tu warunkach:

prawdopodobieństwo, że $Z^S>0{,}164331$ wynosi 50%;

prawdopodobieństwo, że $Z^S>\overline{Z}+\sigma^l(Z)_{\lambda}$ wynosi 16%;

prawdopodobieństwo, że $Z^S>\overline{Z}+2\sigma^l(Z)_{\lambda}$ wynosi 2,3%.

Ponadto:

$$\min N_{\lambda}^{l}(0{,}025) \approx 23\ ;\ \min N_{\lambda}^{l}(0{,}05) \approx 6;$$

$$\min N_{\lambda}^{n}(0{,}025) \approx 22\ ;\ \min N_{\lambda}^{n}(0{,}05) \approx 5.$$

Przykład ten pokazuje, że gdy niepewność oceny Z^S wynika tylko z niepewności oceny intensywności λ, to:

- różnice między ocenami niepewności liniową i nieliniową („dokładną") są niewielkie,
- minimalna liczebność min$N$ bazy, niezbędna, by zapewnić $\sigma < \sigma^{kr}$, zmienia się odwrotnie do kwadratu σ^{kr},
- umiarkowaną niepewność oceny Z^S – zauważmy, że (0,025/0,164331)·100% =15,2% – można osiągnąć stosując umiarkowanie liczebną (min$N$≈23) bazę danych.

■ Przykład 2: Porównanie ocen dokładnych („n") i zlinearyzowanych, **gdy jedynym źródłem niepewności jest estymata *B***, parametru relacji G-R.

Na podstawie danych jak w przykładzie 1, dla $\sigma^{kr} = 0{,}025$ oraz $\sigma^{kr} = 0{,}05$, należy obliczyć niepewności oceny Z i wartości $\min N(\sigma^{kr})$ – zarówno dokładne, jak i zlinearyzowane:

$$\sigma^{l}(Z)_B = 0{,}835669 \cdot 0{,}179523 \cdot (\ln 10) \cdot 0{,}95/\sqrt{50} \approx 0{,}046410$$

$$\sigma^{n}(Z)_B = 0{,}835669 - \exp[-0{,}179523 \cdot 10^{0{,}95/\sqrt{50}})] \approx 0{,}052657$$

Zatem w podanych warunkach:

prawdopodobieństwo, że $Z^S > 0{,}164331$ wynosi 50%;

prawdopodobieństwo, że $Z^S > \overline{Z} + \sigma^{l}(Z)_B = 0{,}210741$ wynosi 16% itd.

Ponadto:

$$\min N_{B}^{l}(0{,}025) \approx 172\ ;\ \min N_{B}^{l}(0{,}05) \approx 43;$$

$$\min N_{B}^{n}(0{,}025) \approx 196\ ;\ \min N_{B}^{n}(0{,}05) \approx 55.$$

Porównanie tych wyników z wynikami obliczeń w przykładzie 1 prowadzi do następujących wniosków:

- niepewność parametru B silniej niż niepewność λ wpływa na niepewność wynikowej oceny zagrożenia Z^S i znacznie silniej wpływa na wymaganą liczebność bazy wstrząsów,
- różnice między ocenami niepewności liniową i dokładną są wyraźne: (0,052657/0,046243≈1,1387≈14%); podobnie jak różnice między $\min N_{B}^{n}(\sigma^{kr})$ i $\min N_{B}^{l}(\sigma^{kr})$: 196/172≈1,139≈14%,

---

[5] Gdzie: $B \approx N/(\sum_{i=1}^{N} \ln E_{\bullet})$, natomiast λ to intensywność, czyli liczba wstrząsów w jednostce czasu.

- wartość $\min N(\sigma^{kr})$ zmienia się odwrotnie do kwadratu σ^{kr},
- w warunkach tego przykładu, baza o liczebności N=50 wstrząsów generuje względną niepewność standardową $[\sigma(Z)/Z]\cdot 100\% \approx 28{,}24\%$ w przypadku oceny liniowej i 32,04% w przypadku oceny dokładnej.

■ Przykład 3: Porównanie ocen zlinearyzowanych i niezlinearyzowanych, **gdy niepewność występuje zarówno w estymacie *B*, jak i w estymacie *λ*.**

Dla danych jak w przykładach 1 i 2 oraz dla $\sigma^{kr} = 0{,}025$ i dla $\sigma^{kr} = 0{,}05$ należy obliczyć niepewność oceny Z i wartości min$N$ wystarczające, by niepewność nie przewyższyła wartości krytycznych.

Wykorzystując wartości $\sigma^{l}(Z)_{\lambda}$ i $\sigma^{l}(Z)_{B}$, obliczone w przykładach 1 i 2, zapisać można na podstawie (2.10):

$$[\sigma^{l}(Z)_{B,\lambda}]^2 = [\sigma^{l}(Z)_{\lambda}]^2 + [\sigma^{l}(Z)_{B}]^2$$

$$\sigma^{l}(Z)_{B,\lambda} = \sqrt{(0{,}016773)^2 + (0{,}046410)^2} \approx 0{,}049348$$

a bez linearyzacji:

$$\sigma_{b}^{n}(Z)_{B,\lambda} = \sqrt{(0{,}016606)^2 + (0{,}052654)^2} \approx 0{,}055214$$

Estymata niezlinearyzowana wskazuje więc, że standardowa niepewność oceny Z^S jest ok. 12% większa od niepewności zlinearyzowanej.

W poniższej tabeli 2 zestawiono wartości min$N$ obliczone przy wykorzystaniu linearyzacji i bez linearyzacji, dla dwu wartości σ^{kr}. Wartość $\min N_{\lambda,B}^{l}$ obliczono bezpośrednio z odpowiedniego równania w tabeli 1, natomiast $\min N_{\lambda,B}^{n}$ obliczono numerycznie, rozwiązując równanie (3.5) względem X, a następnie podstawiając $N = X^{-2}$.

Tabela 2

Wartości $\min N(\sigma^{kr})$, gdy niepewność pochodzi zarówno z *B*, jak i z *λ*

	estymacja liniowa	estymacja nieliniowa
$\sigma^{kr} = 0{,}025$	195	217
$\sigma^{kr} = 0{,}05$	49	60

Porównując wyniki z trzech przykładów (P1-P3), wnioskujemy, że:

- wartość min$N$ zawsze zmienia się (dokładnie lub w przybliżeniu) odwrotnie do kwadratu zadanej niepewności kryterialnej bezwzględnej σ^{kr},

- niepewność wnoszona (do oceny Z^S) przez estymatę B zazwyczaj znacznie przewyższa niepewność wnoszoną przez intensywność λ i decyduje o wynikowej niepewności oceny Z, w przypadku interakcji obu źródeł niepewności (B i λ),
- oceny zlinearyzowane są zazwyczaj zaniżone.

5. Wnioski

1. W niniejszym artykule podano komplet estymatorów standardowej niepewności oceny zagrożenia sejsmicznego Z^S i minimalnej liczebności bazy danych $\min N(\sigma^{kr})$, niezbędnej dla spełnienia kryterium jakości oceny Z^S. Zarówno niepewności standardowe, jak i minimalne liczebności są – z jednym wyjątkiem estymatora (3.5) – łatwe do obliczenia.
2. Zlinearyzowane estymatory są zazwyczaj zaniżone. Zaleca się stosowanie ocen dokładnych/niezlinearyzowanych i realistyczne zakładanie, że zarówno B, jak i λ są źródłami niepewności.
3. Użytkownika dysponującego programem umożliwiającym numeryczne rozwiązanie równania (3.5) zachęcamy do dokładnego obliczenia minimalnej wartości $N_{B,\lambda}$, gdy występują dwa źródła niepewności (zatem w praktyce zawsze). Użytkownikom, którzy z dowolnych powodów nie obliczą dokładnej wartości $\min N^n_{B,\lambda}$, doradzamy aproksymację $\min N^n_{B,\lambda} \approx N^n_\lambda + N^n_B$ wskazaną w tabeli 1.
4. Ponieważ opisane tu estymatory są parametrami rozkładów zmiennych losowych ($\overline{Z}^S$ to – z definicji – średnie prawdopodobieństwo, $\sigma(Z^S)$ to jego niepewność standardowa), więc eksperymentalna ich weryfikacja wymaga analizy zbioru wyników (estymat) i wykracza poza ramy tej publikacji. Użytkownik powinien pamiętać, że sprawdzenie wartości prawdopodobieństw (np. wartości Z^S) na podstawie wyniku jednego eksperymentu (tzn. wyniku jednej prognozy) jest bezcelowe.

Pierwszy autor oświadcza, że niniejszy artykuł jest wynikiem realizacji części projektu badawczego własnego nr NN 524341840 finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki wykonywanego w Instytucie Eksploatacji Złóż Politechniki Śląskiej.

BIBLIOGRAFIA

1. Anderson J.G.: Strong-motion seismology, [w:] Lee W., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C.: International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Academic P., 2003.
2. Barański A., Drzewiecki J., Kabiesz J., Konopko W., Kornowski J., Krzyżowski A., Mutke G.: Zasady stosowania metody kompleksowej i metod szczegółowych oceny stanu zagrożenia tąpaniami w kopalniach węgla kamiennego. GIG, s. Instrukcje, nr 20, Katowice (wyd. 2) 2007, (wyd. 3) 2012.
3. Benjamin J.R., Cornell C.A.: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. Wydawnictwo Naukowo - Techniczne, Warszawa 1977, s. 96.
4. EA-4/02 Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. Zakład Metrologii Ogólnej Głównego Urzędu Miar, 1999.
5. Gibowicz S.J., Kijko A.: An Introduction to Mining Seismology. Academic Press, New York 1994.
6. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurment. ISO, Switzerland 1995.
7. Haight F.A.: Handbook of the Poisson Distribution. J. Willey, New York 1967.
8. Kirkup L., Frenkel B.: An Introduction to Uncertainty in Measurement. Cambridge University Press, New York 2006.
9. Kołodziejczyk P., Kornowski J., Gołda I.: Ilościowa ocena niepewności zagrożenia sejsmicznego w górnictwie. Materiały II Konferencji Naukowo-Technicznej „Aktualne problemy zwalczania zagrożeń górniczych", Brenna, 7- 9 listopada 2012, s. 210-221.
10. Kornowski J., Kurzeja J.: Prediction of rockburst probability given seismic energy and factors defined by Expert Method of Hazard Evaluation (MRG). Acta Geophysica, PAN, Warszawa 2012.
11. Kornowski J., Gołda I., Tarski Ł.: Ilościowa ocena zagrożenia wg „Metody Kompleksowej". Część I: Definicje i pojęcia. GIG, Górnictwo i Środowisko, nr 4/2/2011, s. 174-189, Katowice 2011.
12. Kornowski J., Kurzeja J.: Krótkookresowa prognoza zagrożenia sejsmicznego w górnictwie. GIG, Katowice 2008.
13. Lasocki S.: Predykcja silnych wstrząsów górniczych. Zeszyty naukowe AGH im. Stanisława Staszica, s. Geofizyka stosowana, z. 7, Kraków 1990.
14. Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement. EURACHEM/CITAC Guide, Second Edition, London 2000.
15. Reiter L.: Earthquake Hazard Analysis. Univ. Press, Columbia 1990.
16. Szydłowski H.: Międzynarodowe normy oceny niepewności pomiarowych. Postępy fizyki, nr 51, z. 2, 2000, s. 92-97.
17. Wyrażanie niepewności pomiaru: Przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
18. Zięba A.: Natura rachunku niepewności pomiaru a jego nowa kodyfikacja. Postępy fizyki, nr 52, z. 5, 2001, s.238-247.

Abstract

In this paper we describe and explain estimators of the seismic hazard when the input information is – as usual in practice – uncertain. The sources of uncertainty are two random variable: B parameter of Gutenberg-Richter relation and λ parameter – seismic emission intensity. Value of both parameters are determined by estimation, so therefore should be

interpreted as mean of random variables. Uncertainty of B and λ parameters propagates to the final result (seismic hazard ZS) and we present estimators of uncertainty of ZS when:

- only B parameter is the source of uncertainty;
- only λ parameter is the source of uncertainty;
- both of parameters (B and λ) are sources of uncertainty.

On the basis of the above we can also present very useful estimators of minN, minimal size of tremors catalogue, necessary to fulfill the hazard estimate quality criterion, predefined by the user. Given are both nonlinear and linearized estimates of seismic hazard and its standard uncertainty (of hazard estimate). The main result of the paper is the – very simple – method of standard uncertainty estimation and evaluation of catalogue volume demanded by quality criterion. Linearized estimates are generally lower than nonlinear, so we recommend the nonlinear estimates and realistic assumption that both parameters (B and λ) are sources of uncertainty in the seismic hazard (ZS) estimator. Simple but practical examples are used to illustrate the results.