GÓRNICTWO I GEOLOGIA 2010
Tom 5 Zeszyt 2

Jarosław BRODNY
Politechnika Śląska, Gliwice

MODELOWANIE TARCIA W UKŁADACH MECHANICZNYCH

Streszczenie. Tarcie jest zjawiskiem fizycznym powszechnie występującym w przyrodzie i mającym istotny wpływ na charakter pracy układów mechanicznych. W artykule omówiono podstawowe rodzaje tarcia i przedstawiono jego podział. Zaprezentowany został najczęściej wykorzystywany przy modelowaniu tarcia w układach mechanicznych model tarcia Coulomba. Przeanalizowano wpływ prędkości na wartość siły tarcia oraz przejście z tarcia statycznego w kinematyczne. Dla układu o jednym stopniu swobody wyznaczony został wpływ współczynnika tarcia wewnętrznego na charakterystykę jego ruchu.

FRICTION MODELLING IN MECHANICAL SYSTEMS

Summary. Friction is a physical phenomenon widespread in nature and having major influence on the character of mechanical systems' work. The article describes the basic types of friction and their classification. The Coulomb friction model most commonly used for friction modelling in mechanical systems has been presented. The effect of speed on the friction force values and transition from static to kinematic friction have been investigated. The effect of internal friction coefficient on its motion's characteristics has been identified for a single degree-of-freedom system.

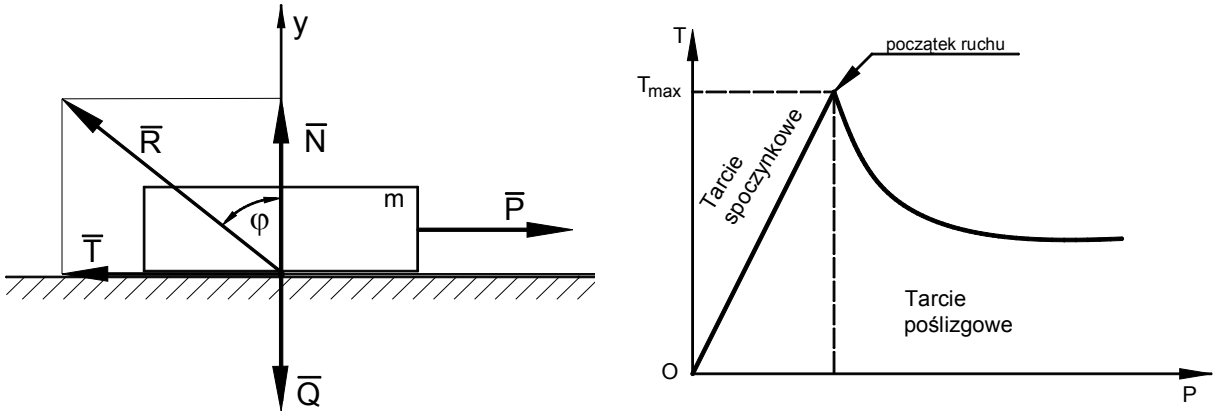
1. Wstęp

Tarcie jest zjawiskiem fizycznym powszechnie występującym w przyrodzie, które musi być uwzględniane przy projektowaniu oraz użytkowaniu maszyn i urządzeń.

Współcześnie badaniem tarcia zajmuje się nauka zwana tribologią (od greckiego *tribos* – pocierać, *logos* – słowo, myśl, wiedza). Tarciem zajmował się już Leonardo da Vinci. Wskazywał on, że tarcie jest wprost proporcjonalne do siły nacisku i że nie jest zależne od aktualnej powierzchni kontaktu. W 1699 roku w sposób niezależny francuski fizyk Amontons odkrył te prawa ponownie [1]. W 1748 roku Euler jako pierwszy odkrył różnicę między współczynnikiem tarcia statycznego i dynamicznego (tzw. wspinanie się jednej piłokształtnej powierzchni na drugą) [1].

Pierwszy pełny matematyczny opis zjawiska przedstawił Charles Coulomb w 1785 roku (tzw. elastyczne odginanie nierówności połączone z koncepcją piłokształtnych nierówności

Eulera). Odkrył on, że tarcie statyczne nie jest stałe oraz wskazał na zmienność tarcia kinematycznego. Model tarcia Coulomba został przedstawiony na rysunku 1. Model ten jest stosowany w praktyce inżynierskiej do dziś.



Rys. 1. Model tarcia wg Coulomba
Fig. 1. Coulomb friction model

Według modelu Coulomba siła tarcia jest zależna od siły nacisku (N) stykających się ciał oraz współczynnika tarcia (μ):

$$T = N \cdot \mu . \tag{1}$$

Zależność (1) pierwotnie została zapisana przez Coulomba w postaci:

$$T = N \cdot \mu + A , \tag{2}$$

gdzie A oznaczało adhezję.

Problem adhezji został rozwiązany w 1938 roku przez Bowdena i Tabora, którzy opracowali tzw. adhezyjną teorię tarcia [1]. Teoria ta zakłada, że styk ciał nie zachodzi na powierzchni nominalnej, ale na rzeczywistej. Nierówności znajdujące się na powierzchni ulegają deformacji. W strefie rzeczywistego styku zachodzi silna adhezja, w rezultacie której pojawiają się tzw. mostki zwarcia. Siła tarcia potrzebna jest do zerwania kontaktów adhezyjnych.

W XX wieku opracowano wiele teorii tarcia. Podstawowe z nich to:

- ✓ Molekularna teoria tarcia (Tomlinson 1929, Deriagin 1933, 1952) [1], która zakłada, że w wypadku powierzchni gładkich tarcie zachodzi w obszarze sił międzycząsteczkowych, tj. sił pomiędzy powłokami elektronowymi atomów stykających się ciał. Oznacza to, że siły przylegania lub przyciągania międzycząsteczkowego powinny być uwzględniane w teoriach tarcia.
- ✓ W adhezyjno-odkształceniowej (mechanicznej) teorii tarcia (Kragielski 1949, 1957, 1965) podjęta została próba połączenia oddziaływania mechanicznego trących ciał oraz

oddziaływania przyciągania molekularnego. Uwzględniono w niej zarówno zaczepianie nierówności powierzchni trących ciał, jak i siły adhezyjne spowodowane oddziaływaniem sił molekularnych. Wzięto również pod uwagę rzeczywistą powierzchnię styku.

- ✓ Energetyczna teoria tarcia (Kuzniecov 1927, Kostecki 1970) zakłada istnienie bilansu energetycznego procesów tarcia zewnętrznego. Zjawiska cieplne, akustyczne i elektryczne, a także procesy zużywania powodują straty energetyczne. Pracę sił tarcia można określić zatem jako sumę składowych energetycznych. Według Kosteckicgo praca tarcia zewnętrznego składa się z energii przetworzonej na ciepło oraz energii rozproszonej.

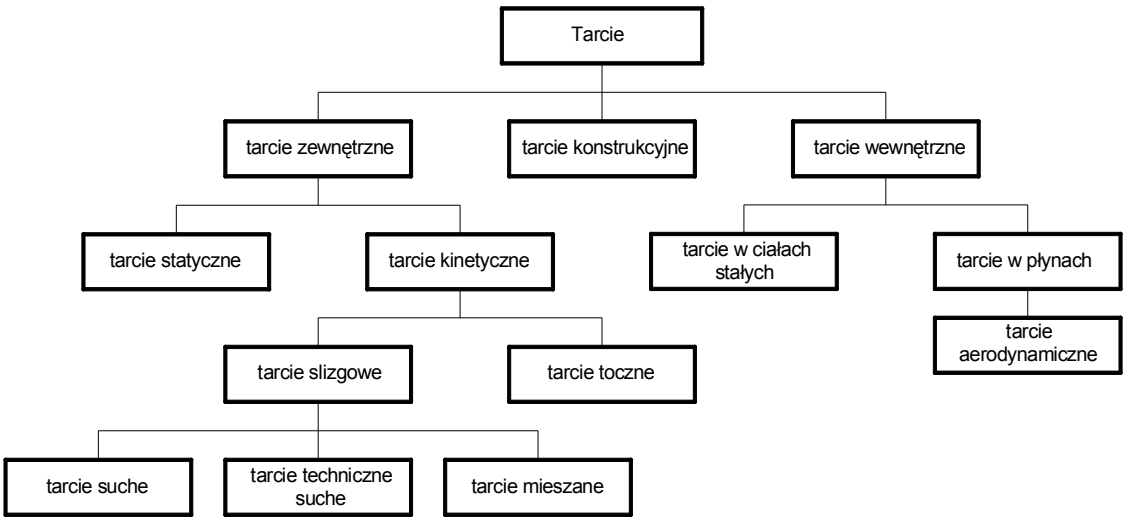
Uogólniając te teorie można stwierdzić, że z mechanicznego punktu widzenia tarcie powoduje rozpraszanie energii. W zależności od charakteru i przeznaczenia konstrukcji lub mechanizmu jest to zjawisko pożądane lub niepożądane.

W niniejszym opracowaniu przedstawiony został podział tarcia wraz z charakterystyką podstawowych jego rodzajów. Szerzej zostały omówione tarcie wewnętrzne oraz suche jako te, które najczęściej występują w układach mechanicznych. W przypadku tarcia wewnętrznego przedstawiono analizę wpływu współczynnika tego tarcia na charakterystykę układu o jednym stopniu swobody. Do analizy został wykorzystany model funkcjonalny układu. Przy analizie tarcia suchego szczególną uwagę zwrócono na wpływ prędkości względnych stykających się ciał na wartość siły tarcia.

2. Rodzaje tarcia

Tarcie, ze względu na swój charakter, możemy podzielić na tarcie zewnętrzne, wewnętrzne oraz tarcie konstrukcyjne (rys. 2). Tarcie zewnętrzne, ze względu na wzajemne przemieszczanie się kontaktujących się elementów, dzielimy na statyczne i kinematyczne.

W wyniku tarcia wewnętrznego następuje rozproszenie energii mechanicznej, które jest związane z wewnętrzną budową ciała. Tarcie wewnętrzne jest wynikiem pewnych procesów zachodzących w kryształach danego materiału. W materiałach konstrukcyjnych jest ono niewielkie (np. w metalach), nieco większe wartości osiąga w drewnie i betonie, a duże w gumie. Wraz ze wzrostem naprężenia tarcie wewnętrzne rośnie. Tarcie to zostanie omówione szerzej w punkcie 3. niniejszego opracowania.



Rys. 2. Podział tarcia
Fig. 2. Friction classification

Tarcie konstrukcyjne obejmuje rozproszenie energii zachodzące na powierzchni styku elementów połączonych w sposób nieruchomy. Po przyłożeniu sił usiłujących przesunąć dwa dociśnięte do siebie ciała rzeczywiste (odkształcalne) następuje odkształcenie sprężyste pewnych obszarów tych ciał. Na obszarach tych wystąpią poślizgi (bardzo małe). Wystarczy to jednak, aby siły tarcia wykonały na tych obszarach pracę, w wyniku której następuje rozproszenie energii. Taki rodzaj oporów wywołanych tarciem w połączeniach nieruchomych powoduje tłumienie drgań zwane tłumieniem konstrukcyjnym [3].

Tarcie zewnętrzne występuje przy powierzchniowym styku dwóch ciał. W zależności od prędkości względnych stykających się ciał dzieli się ono na tarcie statyczne i tarcie kinematyczne.

Tarcie kinematyczne zachodzi wówczas, gdy dwa stykające się ze sobą ciała pozostają w ruchu względnym. Tarcie ślizgowe jest odmianą tarcia kinematycznego i występuje wówczas, gdy prędkości obu ciał w punktach ich wzajemnego styku są różne.

Tarcie suche występuje na słabo smarowanych lub niesmarowanych powierzchniach stykających i przemieszczających się ciał. Bardzo często występują ono w różnego typu konstrukcjach, np. w obudowie odrzwiowej występuje pomiędzy współpracującymi kształtownikami złącza ciernego. Dokładniej zostanie ono omówione w punkcie 4. niniejszego opracowania.

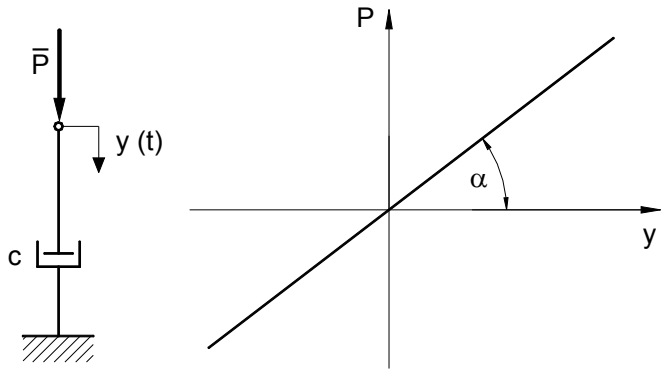
3. Tarcie wewnętrzne w układach mechanicznych

Przez tarcie wewnętrzne rozumiemy zbiór zjawisk zachodzących w ciałach stałych, powodujących, że odkształcanie ciała jest procesem nieodwracalnym w sensie energetycznym. Zjawiska powodujące tarcie wewnętrzne są wykrywalne na podstawie badań fizycznych. Rozpraszanie energii w procesie odkształcania jest wynikiem nakładania się różnych czynników. Podstawowymi przyczynami wystąpienia tarcia wewnętrznego są: nieuporządkowanie atomów w siatce krystalicznej, defekty struktury krystalicznej, wtrącenia obcych atomów, poślizgi na granicach ziaren itp. [4].

Wynika z tego, że opory tarcia wewnętrznego są zależne od wielu czynników, takich jak: temperatura, skład chemiczny, rodzaj obróbki cieplnej i plastycznej, wartości i rodzaj naprężeń.

Przy modelowaniu zjawisk mechanicznych, w celu uwzględnienia wewnętrznego rozproszenia energii (dyssypacji), stosuje się elementarny model zwany tłumikiem wiskotycznym. Jest to tzw. model Newtona (rys. 3).

Wykorzystanie modelu Newtona oraz sprężystego modelu Hooke'a (jako modeli elementarnych) daje możliwość budowania układów bardziej złożonych. Modele te są wykorzystywane do opisu zjawisk rzeczywistych (np. reologicznych) [2]. Jako przykłady można podać modele Kelvina-Voigta (liniowe ciało lepkosprężyste), Maxwella, Zenera, Burgersa oraz inne.



Rys. 3. Oznaczenie i charakterystyka tłumika wiskotycznego
Fig. 3. Viscotic torsion damper's identification and characteristics

W celu określenia wpływu współczynnika tarcia wewnętrznego (oporu wewnętrznego) na charakterystykę układu mechanicznego, rozpatrzony został układ o jednym stopniu swobody (rys. 4).

Ogólne równanie ruchu układu przedstawionego na rysunku 4. ma postać:

$$m\ddot{y} + ky + c\dot{y} = P_y(t)\,, \tag{3}$$

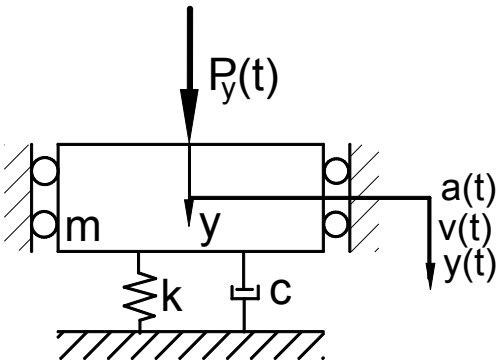
gdzie:

m – masa,

k – współczynnik sprężystości,

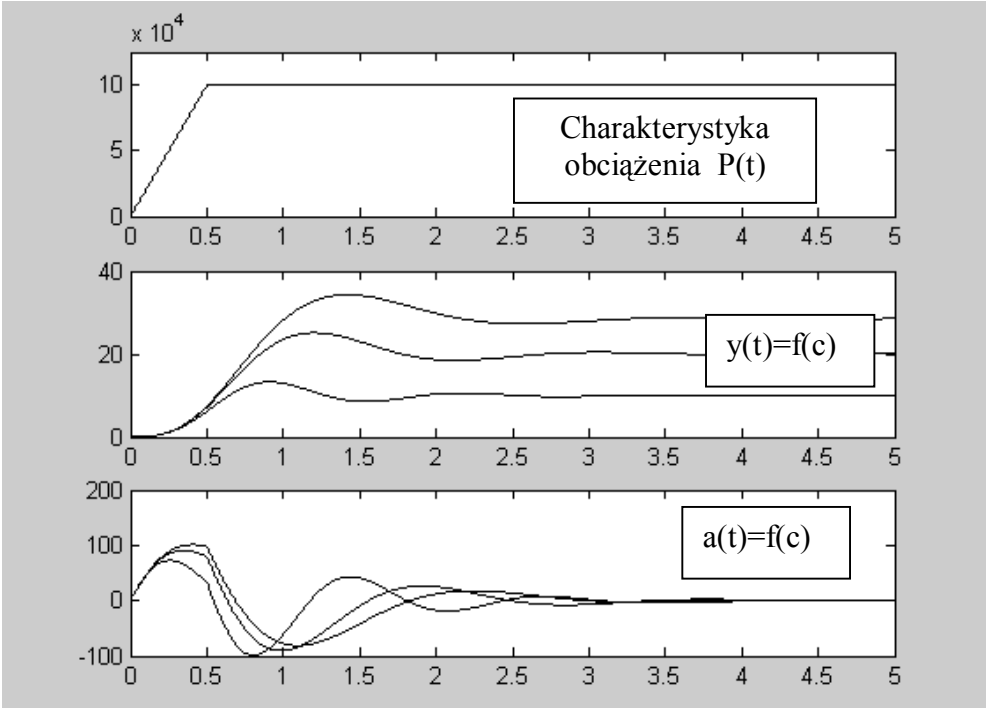
c – współczynniki tłumienia wiskotycznego,

$P_y(t)$ – obciążenie zewnętrzne.



Rys. 4. Układ o jednym stopniu swobody z tarciem wewnętrznym
Fig. 4. Single degree-of-freedom system with internal friction

Na rysunku 5. zostały przedstawione charakterystyka siły wymuszającej P(t) oraz zależności wpływu wartości współczynnika tłumienia wiskotycznego (oporu wiskotycznego) na charakterystykę ruchu ciała o masie *m*.



Rys. 5. Wykresy zależności przemieszczenia i przyspieszenia masy *m* od czasu *t* dla różnych wartości współczynnika tłumienia
Fig. 5. The diagrams of relation between *m* mass displacement and acceleration and the time *t* for different damping coefficient values

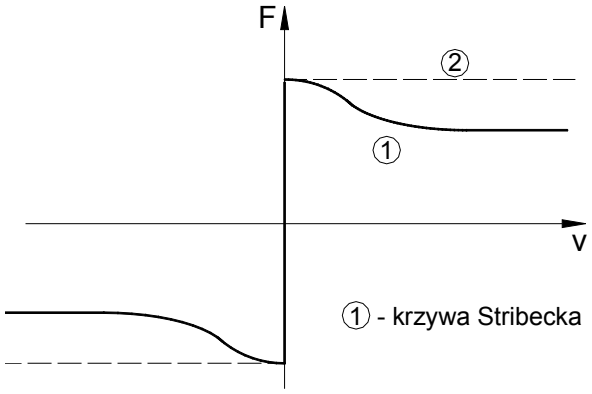
4. Tarcie suche w układach mechanicznych

Teoretycznie z tarciem suchym mamy do czynienia wówczas, gdy czyste, nierozdzielone żadnym ciałem trzecim trące powierzchnie stykają się bezpośrednio ze sobą. W technice nie spotyka się czystej postaci tego tarcia, ponieważ współpracujące ze sobą powierzchnie rzeczywistych elementów maszyn pokryte są prawie zawsze błonkami tlenków, cząstkami substancji ciekłych lub gazowych. W takich przypadkach mamy do czynienia z tarciem technicznie suchym (zgodnie z podziałem z rys. 1). Przy modelowaniu zjawisk dynamicznych stosuje się jednak nazwę tarcia suchego.

Opierając się na właściwościach fizycznych tarcia, można w stosunku do tarcia suchego stwierdzić, że siła tarcia jest jednoznacznie określona wówczas, gdy prędkość względna stykających się ciał jest różna od zera oraz że siła tarcia może osiągnąć różne wartości z ustalonego przedziału, gdy prędkość względna stykających się ciał jest równa zeru (rys. 8).

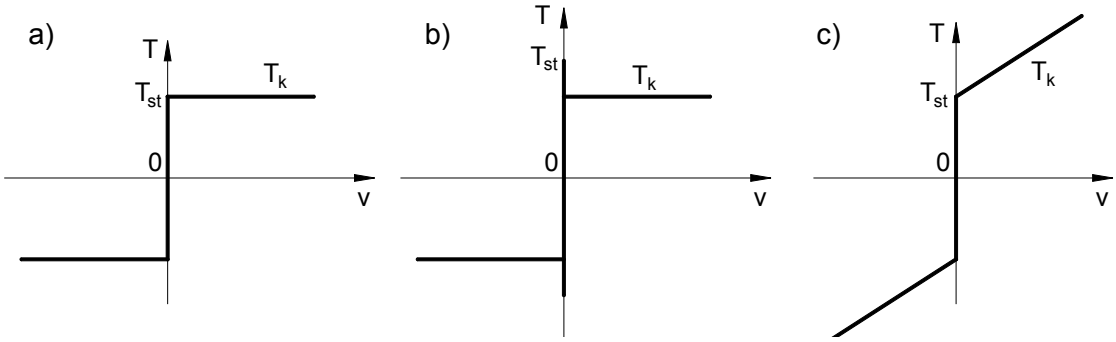
Bardzo istotne znaczenie dla ciał znajdujących się w ruchu z tarciem ma więc zależność określająca siłę tarcia w funkcji prędkości przemieszczania się kontaktujących się ciał. Najczęściej w obliczeniach inżynierskich przyjmuje się, że zależność ta jest stała (prosta 2 na rysunku 6.). W rzeczywistości tak nie jest. Badania przeprowadzone przez Stribecka dowiodły, że wraz ze wzrostem prędkości względnej ciał (w zakresie małych prędkości poślizgu) następuje zmniejszenie siły tarcia. Ma to szczególne znaczenie przy inicjacji ruchów typu *stisk-slip* [5].

Z matematycznego punktu widzenia tarcie suche jest bardzo ciekawym zagadnieniem ze względu na nieciągłości w opisie tego zjawiska. Powoduje to, że jego rozwiązanie jest skutkiem różnych przybliżeń.



Rys. 6. Krzywa Stribecka
Fig. 6. Stribeck curve

Na rysunku 7. zostały przedstawione zależności siły tarcia od prędkości względnej stykających się ciał dla uproszczonego modelu Coulomba (rys. 7a), dla układu z uwzględnieniem zmiany siły tarcia w zależności od prędkości (rys. 7b) oraz dla układu z tarciem wiskotycznym (rys. 7c).



Rys. 7. Zależność siły tarcia od prędkości względnej stykających się ciał
Fig. 7. Relation between frictional force and relative velocity of contacting bodies

Przyjmując Coulombowski model tarcia, można przyjąć, że siła tarcia opisana jest zależnością:

$$T = N \cdot \mu \cdot \mathrm{sign}(\dot{x}), \tag{4}$$

gdzie:

$\dot{x} = v(t)$ – prędkość względna stykających się ciał,

μ – współczynnik tarcia,

N – siła docisku stykających się ciał.

Cechą charakterystyczną funkcji signum jest to, że nie przyjmuje wartości dla prędkości v = 0. Przy tej prędkości mamy do czynienia z tarciem statycznym i w tym przypadku siła tarcia będzie większa od siły tarcia kinematycznego i będzie wynosiła:

$$T_s = N \cdot \mu_{st} \ . \tag{5}$$

Dla v = 0 siła tarcia może przyjmować wartości z przedziału (rys. 7b):

$$-T_s \le T \le +T_s . \tag{6}$$

Brak przejścia ze stanu, kiedy prędkość względna jest równa zeru, do stanu, kiedy jest różna od zera, stanowi pewien problem przy rozwiązywaniu zagadnień z wykorzystaniem tego modelu.

Uwzględniając tarcie wiskotyczne, otrzymamy model Coulomba, który będzie opisany zależnością (rys. 7c):

$$T = N \cdot \mu \cdot \mathrm{sign}(\dot{x}) + c\dot{x}\,, \tag{7}$$

gdzie:

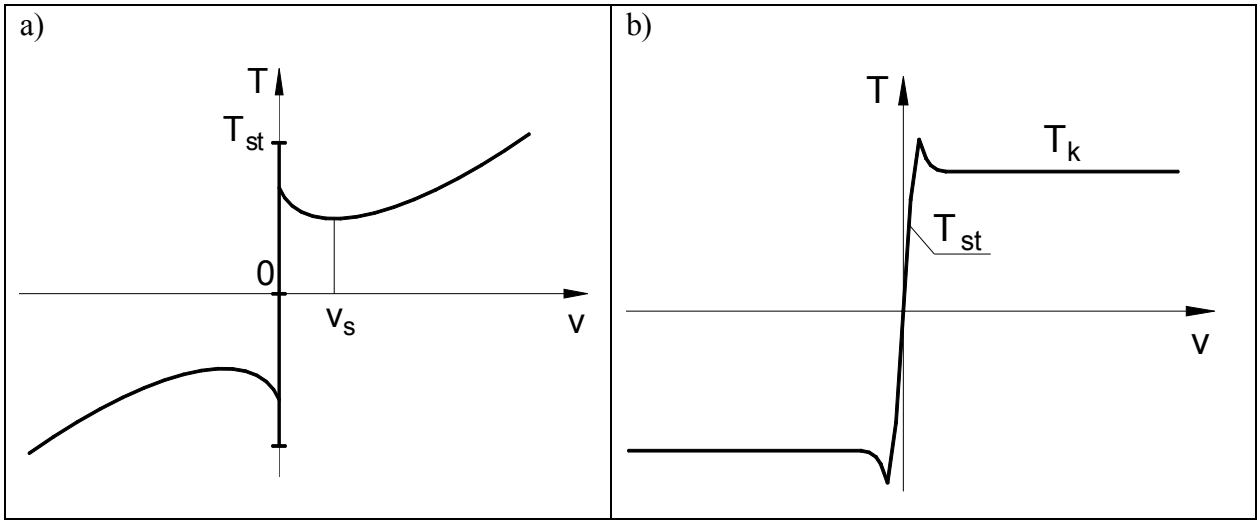
c – współczynnik tarcia wiskotycznego.

Generalnie możemy zapisać równanie opisujące powyższy model w postaci:

$$T(\dot{x}) = c\dot{x} + N \cdot \mu \cdot \mathrm{sign}(\dot{x})\,. \tag{8}$$

Przedstawiony na rysunku 7c model może zostać zmodyfikowany przez uwzględnienie efektu Stribecka. W tym przypadku zależność pomiędzy siłą tarcia a prędkością względną stykających się ciał została przedstawiona na rysunku 8a. Na wykresie tym oznaczona została prędkość v_s, zwana prędkością Stribecka. Jest to graniczna względna prędkość pomiędzy mikropoślizgiem a makropoślizgiem.

Przy modelowaniu tarcia efekt nieciągłości przejścia z tarcia statycznego w kinematyczne może zostać uproszczony przez zastosowanie przejścia liniowego (rys. 8b).



Rys. 8. Zależność siły tarcia od prędkości względnej: a) z uwzględnieniem tarcia wiskotycznego i efektu Stribecka, b) charakterystyka przejścia z tarcia statycznego w kinematyczne

Fig. 8. Relation between frictional force and relative velocity: a) including viscotic friction and the Stribeck effect, b) characteristic of transition between static friction to kinematic friction

5. Podsumowanie

Modelowanie tarcia w układach mechanicznych jest złożonym procesem. W analizach tych układów nie można tego zjawiska pominąć. Powszechność występowania tarcia i jego duży wpływ na zachowanie się układów mechanicznych wymuszają uwzględnianie go przy modelowaniu pracy tych układów.

Z analizy wpływu tarcia wewnętrznego na charakterystykę układu mechanicznego o jednym stopniu swobody wynika, że wpływ ten jest istotny. Większe wartości

współczynnika tarcia wewnętrznego powodują większe tłumienie układu oraz mniejsze odkształcenia.

W układach mechanicznych szczególne znaczenie mają tarcie suche (lub techniczne suche), tarcie wewnętrzne oraz tarcie konstrukcyjne. Najczęściej stosowany w praktyce inżynierskiej jest model tarcia Coulomba. Stosując ten model, należy szczególną uwagę zwrócić na wpływ prędkości względnej stykających się ciał na siłę tarcia oraz na przejście z tarcia statycznego w kinematyczne.

Przy modelowaniu zjawisk mechanicznych z tarciem suchym (np. modelowanie zsuwów w złączu ciernym obudowy) najbardziej prawidłowe są modele tarcia przedstawione na rysunkach 8b i 9b.

Na podstawie niniejszego opracowania można stwierdzić, że tarcie jest zjawiskiem bardzo złożonym i trudnym do jednoznacznego modelowania.

Niniejsze opracowanie powinno zostać wykorzystane przy modelowaniu układów mechanicznych, w których występuje zjawisko tarcia.

BIBLIOGRAFIA

1. Bowden F.P., Tabor D.: Wprowadzenie do trybologii. WNT, Warszawa 1980.
2. Filcek H., Walaszczyk J., Tajduś A.: Metody komputerowe w geomechanice górniczej. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1994.
3. Osiński Z.: Tłumienie drgań. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
4. Wiercigroch M.: Comments on the study of harmonically excited linear oscillator with a Coulomb damper. Journal of Sound and Vibration, No. 167(3), 1993, p. 560-563.
5. Wiercigroch M.: A note on the switch function for the Stick-Slip phenomenon. Journal of Sound and Vibration, No. 175(5), 1994, p. 700-704.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Stanisław Prusek

Abstract

Friction is a physical phenomenon widespread in nature and having major influence on the character of mechanical systems' work.

The article describes the basic types of friction and their classification. Internal friction in mechanical systems has been discussed. Its impact was identified based on analysing a single degree-of-freedom system. Characteristics in the variation of acceleration and displacement according to the friction coefficient have been identified.

The effect of speed on the friction force values and transition from static to kinematic friction have been investigated.

The characteristics of dry friction used for its modelling have also been presented. For systems with dry friction it is especially crucial to adopt an appropriate characteristic considering transition from static to kinematic friction.

The Coulomb friction model most commonly used for friction modelling in mechanical systems has also been presented.