ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: AUTOMATYKA z. 47 Nr kol. 605

Ernest CZOGAŁA
Witold PEDRYCZ

KONCEPCJA STEROWANIA ROZMYTEGO OPARTA NA STANACH CHARAKTERYSTYCZNYCH PROCESU

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę sterowania obiektem opisanym przy pomocy relacji rozmytej.
Wprowadzono wskaźnik jakości sterowania adekwatny do zaproponowanej metody opisu obiektu.
Ilustracją zaproponowanej metody są wyniki obliczeń numerycznych.

1. Wstęp

W wielu przypadkach praktyki przemysłowej sterowanie złożonymi procesami obiektami opiera się na znajomości przyczynowo-skutkowej zależności poszczególnych sytuacji, zwanych stanami charakterystycznymi procesu, w zależności od zastosowanego sterowania. Istotną rzeczą jest to, że stany charakterystyczne określane są w oparciu o wielkości mierzalne jak i niemierzalne, stanowiąc zagregatyzowaną ocenę przebiegającego procesu. W związku z tym pojawiają się dwa istotne pytania:

- jak opisać obiekt, aby wykorzystać w pełni informację tkwiącą w tym opisie dla celów sterowania; odpowiedź na to pytanie jest częściowo znana i stosowanym aparatem matematycznym może być teoria zbiorów rozmytych,
- jaka powinna być strategia sterowania i jak wyraża się, przy tak przyjętym opisie, wskaźnik jakości sterowania - na to pytanie nie ma jeszcze odpowiedzi jednoznacznej.

Praca jest próbą przedstawienia koncepcji sterowania, przy zaproponowanym sposobie opisu obiektu, opartym na wykorzystaniu relacji wielowartościowej (rozmytej), jak i wprowadzenia wskaźnika jakości.

W szeregu prac dotychczas publikowanych [1, 2, 3] sterowanie rozmyte opierało się na tablicy decyzyjnej. Sposób ten rozwiązywał problem sterowania, niestety niemożliwe było określenie wskaźnika jakości.

Przedstawiony artykuł zawiera rozważania teoretyczne dotyczące zagadnień sterowania rozmytego w oparciu o przyjęte a priori stany charakterystyczne, a ich ilustracją są zamieszczone wyniki obliczeń numerycznych.

2. Sformułowanie problemu

Załóżmy, że jest dany proces, dla którego można wyróżnić pewną skończoną liczbę L stanów charakterystycznych*.

Przyjmijmy dalej, że związek między stanami w kolejnych chwilach czasu k, k+1 (przy czym czas będziemy rozumieć jako czas obiektu (procesu)) jest określony poprzez relację rozmytą R będącą podzbiorem iloczynu kartezjańskiego stanów X_k, X_{k+1} $(R \subset X_k \times X_{k+1})$. Stany X_k^i, X_{k+1}^i oraz relację $R^{ij}(R^{ij} \subset X_k^i \times X_{k+1}^j)$ będziemy traktować jako zbiory rozmyte o odpowiednich funkcjach przynależności, tzn.:

$$X_k^i;\ \mu_{X_k^i}(x) \qquad i=1,2\ldots L$$

$$X_{k+1}^j;\ \mu_{X_{k+1}^j}(\xi) \qquad j=1,2\ldots L$$

$$R^{ij};\ \mu_{R^{ij}}(x,\xi,u) \qquad x,\xi \in X$$

$$X = X_k = X_{k+1}$$

natomiast $u \in U$ jest sterowaniem należącym do skończonego zbioru sterowań dopuszczalnych.

Wykorzystując złożeniową regułę wnioskowania, założymy istnienie związku między stanami $X_{k+1}^{\prime i}$ i $X_k^{\prime i}$ w postaci:

$$X_{k+1}^{\prime i} = X_k^{\prime i} \circ R$$

W dalszym ciągu będziemy zakładać, że celem sterowania jest osiągnięcie końcowego stanu W przy minimalizacji odległości, przyjętej w określonym sensie, pomiędzy stanem obiektu X_{k+1}^i a stanem W dla każdej chwili czasu k tj. $\varrho(X_{k+1}^{\prime}, W)$.

Można to zapisać w postaci:

$$U_{opt} = \left\{ u:\ \min \varrho_{X_{k+1}^{\prime}, W}(u) \right\}$$

przy czym $X_{k+1}^{\prime i} = X_k^{\prime i} \circ R$.

---

*Stany charakterystyczne będą determinowane poprzez wielkości mierzalne.

Traktując zbiory X'_k jako zdegenerowane, co może odpowiadać jednoznacznie określonej wielkości mierzonej w punkcie $\xi = \xi_o$, funkcja przynależności zbiorów X'_k wynosi

$$\mu_{X'_k}(\xi) = \delta_{\xi,\xi_o}$$

Złożeniowa reguła wnioskowania oraz maksymalizacja po j dla funkcji przynależności zbiorów X'^{i}_{k+1} prowadzi do następującej zależności:

$$\mu_{X'^{i}_{k+1}}(x,u) = \bigvee_{\xi j}\left[\mu_{X^{i}_{k}}(\xi)\wedge\mu_{R^{ij}}(x,\xi,u)\right] = \bigvee_{j}\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) =$$

$$= \mu_{R^{ij_o}}(u)(x,\xi_o,u) = \mu_{R^{ij_o}}(x,\xi_o,u)$$

Odległość, którą należy minimalizować, przyjmiemy w postaci:

$$\varrho_{X'_{k+1},W}(u) = \sum_{x\in X}\left[\mu_{X^{i}_{k+1}}(x,u) - \mu_W(x)\right]^2 = \sum_{x\in X}\left[\mu_{R^{ij_o}}(x,\xi_o,u) - \mu_W(x)\right]^2$$

Odległość tę będziemy minimalizować, poszukując dla skończonego ciągu sterowań $\{u\}_1^N$ jednej z następującego ciągu odległości:

$$\varrho_{X'_{k+1},W}(u_1) = \sum_{x\in X}\left[\mu_{R^{ij_o}}(x,\xi_o,u_1) - \mu_W(x)\right]^2$$

$$\vdots$$

$$\varrho_{X'_{k+1},W}(u_N) = \sum_{x\in X}\left[\mu_{R^{ij_o}}(x,\xi_o,u_N) - \mu_W(x)\right]^2$$

takiej, aby jej wartość była najmniejsza.

Innymi słowy, należy znaleźć takie $n_o \in [1,N]$, dla którego

$$\varrho_{X'_{k+1},W}(u_{n_o}) = \min_i \varrho_{X'_{k+1},W}(u_i)$$

Można też sformułować w sposób analogiczny problem ogólniejszy, tzn. gdy zbiór (stan) rozmyty W zależy zarówno od x jak i od sterowania u.

Obecnie przejdziemy do numerycznego badania odległości $\varrho_{X'_{k+1},W}(u_i)$ oraz wyboru minimum tej odległości.

Przyjmijmy założenie o niezależności indeksu j_o od sterowania.

Stąd:

$$\varrho_{X'_{k+1},W}(u) = \int_X \left[\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) - \mu_W(x)\right]^2 dx$$

Przy pewnych warunkach dopuszczalne jest różniczkowanie pod całką [6] i otrzymujemy:

$$\frac{d\varrho_{X'_{k+1},W}}{du} = 2\int_X \left[\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) - \mu_W(x)\right] \frac{d\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u)}{du}\, dx = 0$$

Powyższe równanie stanowi warunek konieczny sterowania optymalnego. Warunek ten możemy zapisać w postaci:

$$\int \mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) \frac{d\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u)}{du}\, dx = \int_X \frac{d\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u)}{du}\, \mu_W(x)dx$$

Rozpatrując drugą pochodną, można zapisać:

$$\frac{d^2\varrho_{X'_{k+1},W}(u)}{du^2} =$$

$$= 2\int_X \left(\frac{d\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u)}{du}\right)^2 dx + 2\int_X \left[\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) - \mu_W(x)\right] \frac{d^2\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u)}{du^2}\, dx$$

Spełnienie warunków:

$$\frac{d\varrho_{X'_{k+1},W}(u)}{du} = 0$$

$$\frac{d^2\varrho_{X'_{k+1},W}(u)}{du^2} > 0$$

dla określonego $u = u_o$ pozwala na stwierdzenie, że sterowanie u_o jest optymalne w wyżej określonym sensie.

Przykładowo, rozpatrując funkcję przynależności opisaną wzorem [5]:

$$\mu_{R^{ij}}(x,\xi_o,u) = C\, e^{-(x-au)^2} \quad 0<C<1$$

$$\mu_W(x) = \delta(x-x^*)$$

powyższe warunki wyrażają się zależnościami:

$$\frac{d\varrho_{X'_{k+1},W}(u)}{du} = Ca\int_X e^{-(x-au)^4}(x-au)dx - (x^*-au)e^{-(x^*-au)^2}dx = 0$$

$$\frac{d^2\varrho_{X'_{k+1},W}(u)}{du^2} = 4C\int_X (x-au)^2 e^{-(x-au)^4}dx - C\int_X e^{-(x-au)^4}dx +$$

$$+ e^{-(x^*-au)^2} - 2(x^*-au)^2 e^{-(x^*-au)^2} > 0$$

3. Przykład numeryczny

Ilustracją omówionej metody sterowania jest poniższy przykład liczbowy. Przyjmijmy obiekt opisany liniowym stacjonarnym równaniem różniczkowym:

$$x = Ax + Bu$$

$$x = Cx$$

gdzie: $A = -1$, $B = 1$, $C = 1$, $x(0) = x_o = 0$.

Celem sterowania jest stabilizacja wielkości wyjściowej y na zadanym poziomie $x_z = 0.5$ przy minimalizacji następującego lokalnego wskaźnika jakości:

$$Q = (x-x_z)^2$$

Obliczenia oprzemy na następującym równaniu rozmytym:

$$X'^{i}_{k+1} = X'^{i}_{k} \circ R$$

przy przyjętych arbitralnie funkcjach przynależności:

$$\mu_{R^{ij}}(x,\xi,u) = \varphi(i,j)e^{-\frac{(x-\frac{\Delta l^j}{2})^2}{\alpha}} e^{-\frac{(\xi-\frac{\Delta l^i}{2})^2}{\alpha^2\Delta_l^2}}$$

$$\varphi(i,j) = e^{-|i-j|}$$

$$\mu_{x_k^i}(\xi) = e^{-\frac{(\xi-\frac{\Delta i}{2})^2}{\alpha}}$$

gdzie:

$i=1,2,\ldots,L$ $\quad \alpha = 0.5$ $\quad \Delta_l = \frac{U_l - X_o}{L}$

$j=1,2,\ldots,L$

$l=1,2,\ldots,N$ $\quad \Delta = \frac{U_m - X_o}{L}$ $\quad m=1,2,\ldots,N$

$x_k'^i$, $x_{k+1}'^i$ - zdegenerowane zbiory rozmyte (zbiory jednopunktowe) [4,3],

i,j - indeksy określające stan charakterystyczny, tutaj jest to przedział liczbowy z zakresu zmian $x: x \in [x_o, x_{max}]$,

l - indeks dotyczący klas sterowań $l=1,2,\ldots,N$, gdzie przez klasę sterowania rozumieć będziemy przedział liczbowy z zakresu wartości sterowań $u_l \in [u_o, u_N]$.

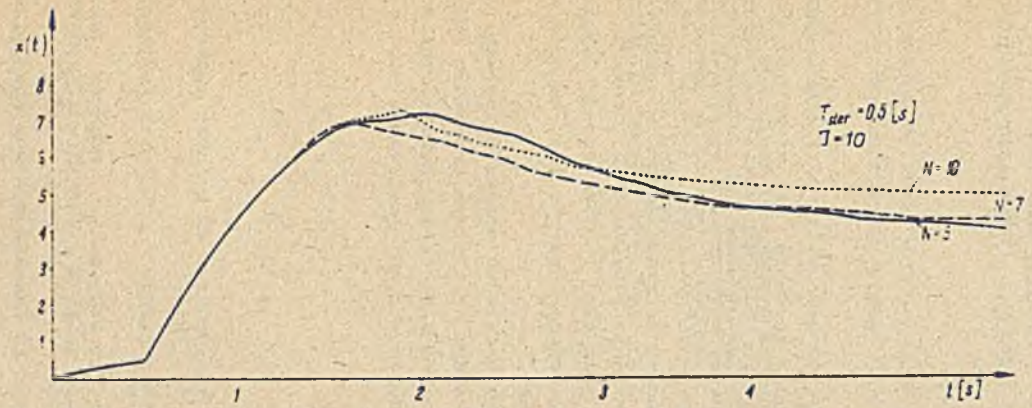
Dobór optymalnego sterowania minimalizującego wskaźnik Q opiera się na wybraniu dla każdej chwili czasu takiego sterowania u ze wskaźnikiem $l_{opt} \in [1,N]$, aby:

$$\min_{l=1,2,\ldots,N} Q(u_l) = W(u_{l_{opt}})$$

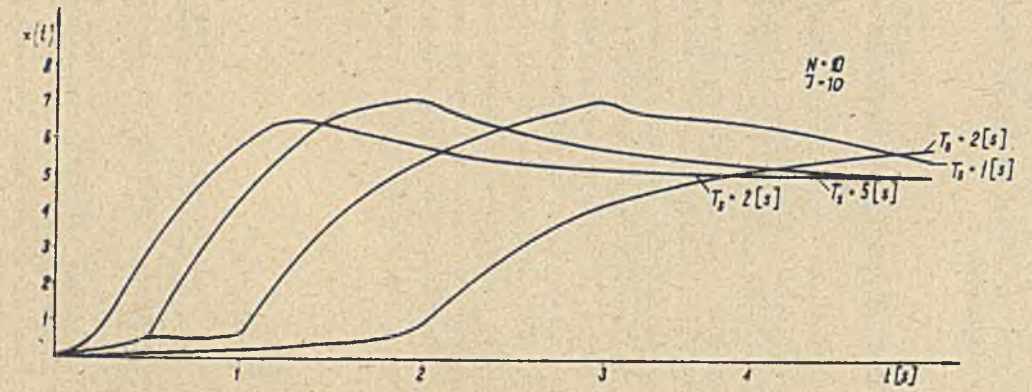
Odcinek czasowy pomiędzy kolejnymi sterowaniami nazywamy okresem sterowania T_S. Zbadajmy obecnie zależność jakości sterowania od okresu sterowania i ilości klas sterowań przy ustalonej ilości wyróżnionych stanów charakterystycznych.

Wyniki obliczeń numerycznych zostały przedstawione na rysunkach 1 i 2. Z ich analizy nasuwa się kilka wniosków:

- istnieje silna zależność jakości stabilizacji wielkości wyjściowej obiektu od okresu sterowania,
- ilość klas sterowań w sposób wyraźny wpływa na błąd stabilizacji w stanie ustalonym.



Rys. 1. Przebieg wielkości wyjściowej obiektu przy ustalonej ilości stanów charakterystycznych i klas sterowań i zmiennym okresie sterowania T_S



Rys. 2. Przebieg wielkości wyjściowej obiektu przy ustalonej ilości stanów charakterystycznych i okresie sterowania T_S i zmiennej ilości klas sterowania

A zatem, gdy nałożone są ograniczenia na szybkość dochodzenia do stanu ustalonego, ważny jest dobór odpowiednio krótkiego okresu sterowania, natomiast, gdy istotna jest dokładność stabilizacji, a nie są krytyczne wartości wielkości wyjściowej obiektu w stanie przejściowym, należy zwrócić szczególną uwagę na ilość klas sterowania.

Z punktu widzenia zastosowań przedstawiona tutaj metoda jest korzystna ze względu na mały nakład obliczeń i prosty nieskomplikowany sposób uzyskiwania sterowania optymalnego, zaś przyjęcie skończonej ilości stanów charakterystycznych i klas sterowania jest w wielu przypadkach praktycznych uzasadnione.

4. Uwagi końcowe i podsumowanie

Przedstawiona metoda opisu obiektu, nie poprzez zależności funkcyjne lecz przy użyciu relacji rozmytej, jest innym sposobem niż stosowane dotychczas i wydaje się, w przypadku obiektów o niedokładnie określonej strukturze, zdefiniowanych nieprecyzyjnie, bardziej adekwatna. W oparciu o tak przyjęte relacje rozmyte można dokonać sterowania obiektem. Jest to podejście do zagadnienia sterowania rozmytego różne od rozważanego w pracach [1, 2, 3], gdzie sterowanie traktowane jest jako podejmowanie decyzji i bazuje na pojęciu wielokrotnej implikacji rozmytej i złożeniowej regule wnioskowania. Metoda tu prezentowana może, poprzez oparcie się na opisie obiektu, mieć charakter bardziej uniwersalny.

Przykład numeryczny tu rozwiązany należy traktować przede wszystkim jako ilustrację konieczności rozwiązania w każdym konkretnym przypadku problemu doboru ilości stanów charakterystycznych klas sterowania i okresu sterowania, tak aby uwzględnić wymagania narzucone na zachowanie się obiektu.

LITERATURA

[1] Kickert W.J.M., van Nauta Lemke H.R.: Application of a fuzzy controller in a warm water plant. Automatica 12, 1976.

[2] Mamdani E.H.: Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers. Int. J. Man-Machine Studies 8, 1976.

[3] Czaja-Pośpiech D., Czogała E., Pedrycz W.: Sterowanie rozmyte jako matematyczna formalizacja heurystycznego sposobu sterowania złożonymi procesami. Podstawy Sterowania 23, 1978.

[4] Kaufman A.: Exercises avec solutions sur la theorie des sous ensembles flous. Masson 1975.

[5] Negoita C.V., Ralesou D.A.: Applications of fuzzy sets to systems analysis. Birkhauser Verlag 1975.

[6] Fichtenholz G.M.: Rachunek różniczkowy i całkowy. t. I, II, III. PWN, Warszawa 1965.

КОНЦЕПЦИЯ РАСПЛЫВЧАТОГО УПРАВЛЕНИЯ
ОСНОВАННАЯ НА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЯ ПРОЦЕССА

Р е з ю м е

В работе представлен метод управления объектам, описан расплывчатым отношением. Введён показатель качества управления, соответствующий предложенному методу описания объекта.

В качестве иллюстрации метода приведены машинные вычисления.

CONCEPTION OF FUZZY CONTROL OF PROCESS BASED
ON THE CHARACTERISTIC STATES OF PROCESS

S u m m a r y

In the paper the method to control a process described by means of fuzzy relation has been presented.
The index of control adequate to proposed method describing the process has been introduced.
Numerical results have been shown as the illustration of presented method.