

Politechnika Śląska w Gliwicach  
Wydział Budownictwa  
Katedra Teorii Konstrukcji Budowlanych

Rozprawa doktorska  
mgr inż. Robert Cybulski

**Analiza stateczności lokalnej podwójnie giętych  
konstrukcji cienkościennych**

Streszczenie anglojęzycznej rozprawy:  
„Analysis of local stability of doubly corrugated thin-walled structures”

Promotor:  
dr hab. inż. Ryszard Walentyński, prof. Pol. Śl

25 Marca 2015

## Spis treści

1. Przedmowa.....	1
2. Wstęp.....	1
3. Definicja problemu i cel pracy.....	3
4. Przegląd literatury.....	4
5. Wstępne badania numeryczne i laboratoryjne.....	5
5.1. Analizy numeryczne.....	5
5.2. Badania laboratoryjne.....	8
5.3. Porównanie wyników.....	10
6. Skanowanie optyczne i badania materiałowe.....	11
6.1. Przestrzenne skanowanie optyczne.....	11
6.2. Badania materiałowe.....	13
7. Badania numeryczne i laboratoryjne.....	15
7.1. Analizy numeryczne.....	16
7.2. Badania laboratoryjne.....	20
7.3. Porównanie wyników.....	22
8. Wnioski.....	24
Załącznik A.....	26
Załącznik B.....	28

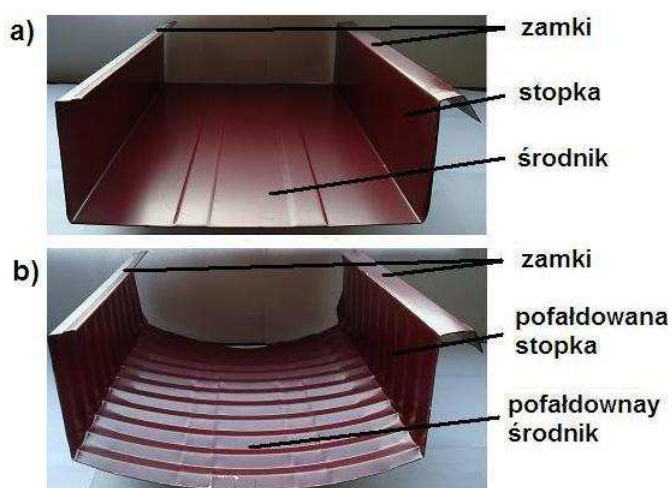
## 1. Przedmowa

Dokument stanowi streszczenie anglojęzycznej rozprawy doktorskiej „Analysis of local stability of doubly corrugated thin-walled structures” autorstwa Roberta Cybulskiego. Promotorem rozprawy doktorskiej jest dr hab. inż. Ryszard Walentyński, prof. Pol. Śl.

Praca ta prezentuje najbardziej istotne rozdziały anglojęzycznej rozprawy doktorskiej. W streszczeniu przyjęto numerację źródeł jak w wersji anglojęzycznej, skutkiem czego nie ma ciągłości numeracji literatury. Streszczenie to powinno być rozpatrywane łącznie z pełnym tekstem anglojęzycznej rozprawy doktorskiej.

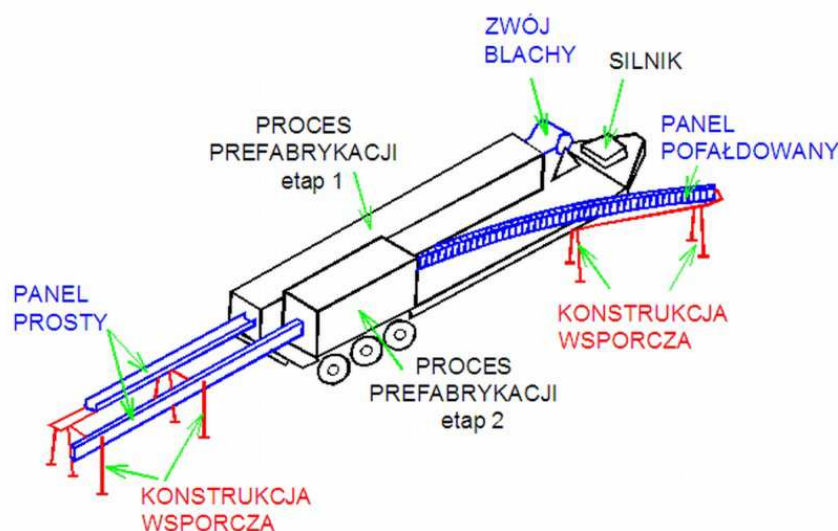
## 2. Wstęp

Tanie i szybkie rozwiązania dla budownictwa są zawsze bardzo pożądane, a szczególnie wtedy, gdy sytuacja gospodarcza jest nienajlepsza. Jednym z rozwiązań, które spełnia powyższe wymagania jest technologia ABM 120 (j.ang. Automatic Building Machine). Jest to przenośna fabryka używana do prefabrykacji i budowy łukowych hal stalowych w oparciu o samonośne panele o przekrojach przedstawionych na Rysunku 1. Technologia ta pochodzi z USA i należy do MIC Industries Inc. [49]. Była ona powszechnie używana przez amerykańską armię do budowy tymczasowych budynków, a w dzisiejszych czasach technologia ta stała się popularna w budownictwie cywilnym.



Rysunek 1. Panel ABM 120: a) prosty, b) pofalowany

Maszyna służąca do prefabrykacji paneli jest umieszczona na przyczepie, tworząc „fabrykę na kółkach” i może być łatwo transportowana na każdą budowę. Po przywiezieniu na teren budowy urządzenia i kręgów blachy płaskiej, proces prefabrykacji może być wykonany przez niewielką grupę przeszkolonych monterów. W pierwszym etapie, z rolki blachy powstaje prosty panel o geometrii jak na Rysunku 1a. Wysokość tego elementu wynosi 110 mm, a jego szerokość 305 mm. Panel ten, jest docięty tak, aby osiągnąć potrzebną rozpiętość przyszłej konstrukcji łukowej. Następnie, prosty panel jest wyginany, tworząc łuk, a jego kształt zmienia się w skutek pofałdowania poprzecznego powierzchni dolnej i powierzchni bocznych (Rysunek 1b). Pofałdowany panel ma wysokość równą 135 mm, a jego szerokość zmienia się w niewielkim stopniu. Panele mogą mieć grubość do 1 mm. Proces prefabrykacji paneli jest przedstawiony na Rysunku 2.



Rysunek 2. Proces prefabrykacji

Docelowa geometria powstała w skutek głównego gięcia podłużnego – uzyskanego podczas tworzenia przekroju w etapie 1 i drugorzędowego gięcia poprzecznego – pofałdowania powierzchni uzyskanej w etapie 2. Stąd też, używana jest nazwa podwójnie giętych paneli cienkościennych (double corrugated). Nazwa ta, była po raz pierwszy użyta przez Manga w [46].

Kilka pojedynczych paneli jest ze sobą połączonych przy pomocy zgniatarki, następnie są one mocowane do zawiesia i transportowane do miejsca wznoszenia za pomocą dźwigu. Rysunek 3 przedstawia przykładowy gotowy budynek wykonany w technologii ABM.



*Rysunek 3. Hala łukowa wykonana w technologii ABM*

Ze względu na pofałdowaną powierzchnię paneli ABM 120, wyznaczenie parametrów efektywnych przekroju poprzecznego według norm krajowych oraz europejskich jest niemożliwe. Parametry te są niezbędne przy projektowaniu konstrukcji z elementów cienkościennych.

### **3. Definicja problemu i cel pracy**

W Europie, zwłaszcza w Polsce, Czechach i na Słowacji, samonośne hale i dachy łukowe są projektowane według Eurokodu 3 [22-24]. Procedury obliczeniowe zawarte w normach są prawdziwe dla panelu prostego (Rysunek 1a), którego przekrój zalicza się do klasy 4. W przekrojach klasy 4 utrata stateczności lokalnej (płytywowej) nastąpi przed osiągnięciem granicy plastyczności. W obliczeniach nośności przyjmuje się zastępcze szerokości ścian przekroju, aby uwzględnić skutki wyboczenia.

Dla paneli pofałdowanych (Rysunek 1b), procedury obliczeniowe zawarte w normach europejskich zawyżają wartości nośności paneli co w konsekwencji może doprowadzić do katastrof budowlanych lub awarii samonośnych hal łukowych wykonanych w systemie ABM lub pokrewnych. Przykład zawalonej hali w systemie ABM 120 przedstawiono na Rysunku 4.



*Rysunek 4. Przykład zawalonej hali w systemie ABM 120*

Klucz do zrozumienia tych awarii i katastrof leży w utracie stateczności lokalnej zaobserwowanej między sąsiednimi pojedynczymi fałdami. Kilka dni przed zawaleniem się hali zauważono, że sąsiadujące ze sobą fałdy zaczęły się zaciskać - doszło do utraty stateczności lokalnej fałd (Rysunek 5).



*Rysunek 5. Utrata stateczności lokalnej fałd*

W celu jak najlepszego zrozumienia zjawiska utraty stateczności lokalnej podwójnie giętych paneli cienkościennych, autor pracy doktorskiej prowadził badania pt. "Stateczność podwójnie giętych konstrukcji cienkościennych" finansowane przez NCN w ramach programu PRELUDIUM (DEC-2011/01/N/ST8/03552). Anglojęzyczna rozprawa doktorska przedstawia rezultaty powyższych badań.

Głównym celem rozprawy doktorskiej jest pełne zrozumienie zjawiska stateczności lokalnej podwójnie giętych paneli cienkościennych w celu zapewnienia punktu wyjścia dla procedur obliczeniowych tych konstrukcji. W pracy porównano wyniki uzyskane z badań numerycznych, analitycznych oraz laboratoryjnych. Badania próbek paneli ograniczyły się tylko do ściskanych osiowo i mimośrodowo. Lokalna utrata stateczności paneli pofałdowanych jest w postaci zaciskających się ze sobą pojedynczych fałd i różni się ona od tej uzyskiwanej dla paneli prostych, gdzie lokalna utrata stateczności jest w postaci półfal sinusoidalnych (płytowa utrata stateczności).

#### **4. Przegląd literatury**

Istniejąca literatura opisująca podwójnie gięte panele cienkościenne jest bardzo ograniczona. Dlatego też istniejące pozycje literaturowe podzielono na dwie grupy. Pierwsza grupa ogólnie opisuje konstrukcje wykonane z tych paneli skupiając się na technologii wytwarzania paneli, montażu konstrukcji czy ogólnych sposobach projektowania. Druga grupa opisuje różne podejścia do analizy lokalnej utraty

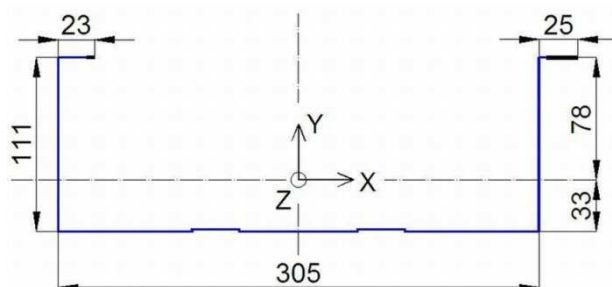
stateczności ścian podwójnie giętych paneli. Literatura ta nie opisuje zawansowanych badań numerycznych z uwagi na to, że kilkanaście lat temu nie było szeroko dostępnych zestawów komputerowych wraz z potrzebnym oprogramowaniem do MES.

Na podstawie zebranej literatury można wnioskować, że temat rozprawy doktorskiej jest jak najbardziej aktualny i potrzebny.

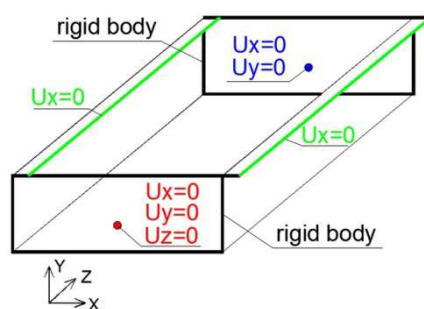
## 5. Wstępne badania numeryczne i laboratoryjne

### 5.1. Analizy numeryczne

W pierwszej kolejności przeprowadzono analizy numeryczne na modelach odpowiadających prostym panelom. W celu wykluczenia globalnej utraty stateczności i aby analizy skupiły się tylko na lokalnej utracie stateczności, długość panelu prostego wynosi 500 mm. Przekrój poprzeczny modelu został przedstawiony na Rysunku 6, warunki brzegowe na Rysunku 7. Wymiary przekroju poprzecznego zostały otrzymane na podstawie pomiarów summiarką.



Rysunek 6. Przekrój poprzeczny panelu prostego

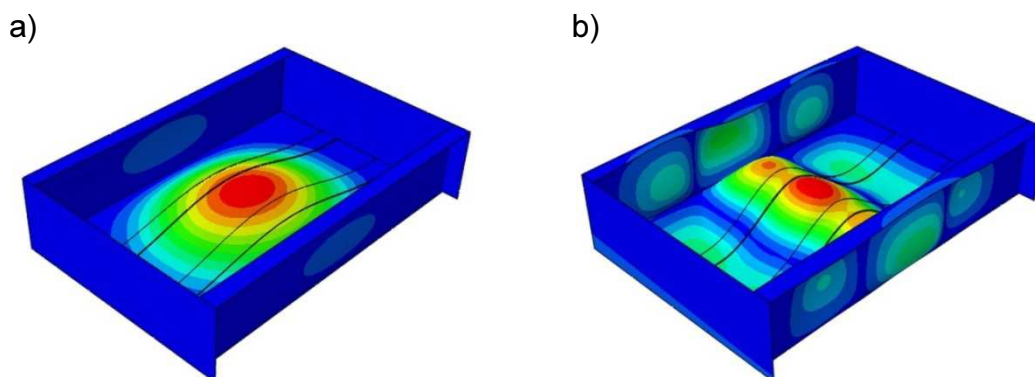


Rysunek 7. Warunki brzegowe dla panelu prostego

Model numeryczny został zbudowany z elementów powłokowych. Siatka elementów skończonych typu SR4 "quad-dominated" została użyta dla MES w programie Abaqus [1, 17, 20]. Ściskająca siła skupiona została przyłożona w środku ciężkości

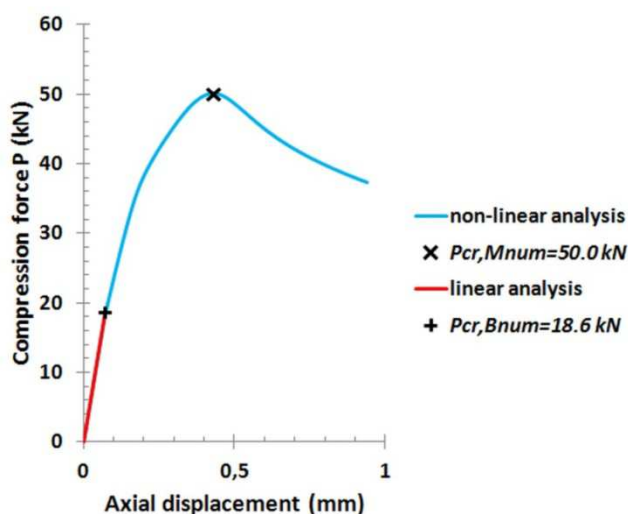
przekroju. Parametry materiałowe zostały przyjęte jak dla blachy o gatunku stali S280GD.

W pierwszym etapie wykonano liniową analizę stateczności typu "linear perturbation, buckle" [12, 34, 71, 102]. Na Rysunku 8a pokazano pierwszą otrzymaną postać deformacji. Postać ta odpowiada półfali sinusoidalnej a wartość krytyczna siły wynosi  $P_{cr,Bnum}=18.6\text{kN}$ .



Rysunek 8. Deformacja panelu prostego z analizy typu: a) Buckle, b) Riks

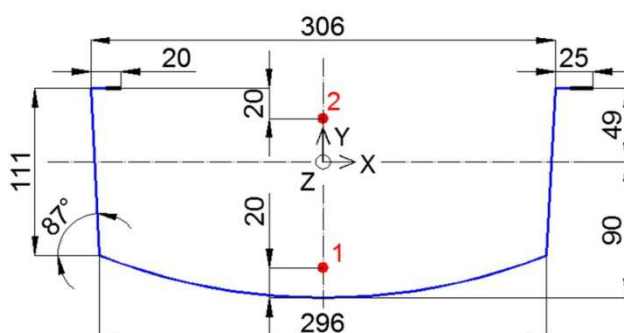
W drugim etapie wykonano geometrycznie- materiałowo nieliniową analizę typu "Static, Riks" [11, 13, 27, 30, 42, 43, 48, 52, 60, 61, 88] bazującą na metodzie kontroli długości łuków. Na Rysunku 8b pokazano deformację panelu odpowiadającą maksymalnej sile ściskającej, jaką ten panel przeniósł. Siła ta wynosi  $P_{cr,Mnum}=50.0\text{kN}$ . Na Rysunku 9 przedstawiono otrzymaną ścieżkę obciążenia (wartości na osi pionowej odpowiadają sile osiowej, a na poziomej przemieszczeniu osiowemu-skróceniu panelu). Z ścieżki tej wynika, że dla panelu prostego istnieje ścieżka po-krytyczna.



Rysunek 9. Numeryczna ścieżka obciążenia dla panelu prostego (compression force- siła ściskająca, axial displacement- osiowe przemieszczenie)



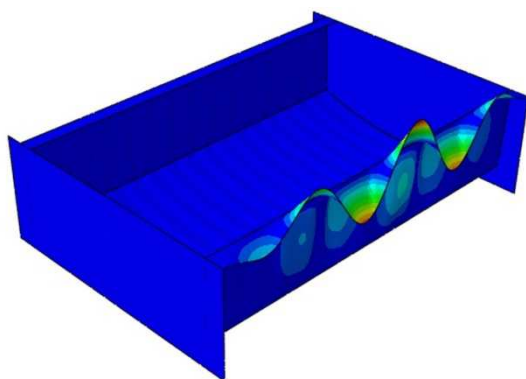
W drugiej kolejności przeprowadzono analizy numeryczne na modelach odpowiadających panelom pofałdowanym. Długość oraz warunki brzegowe są podobne jak dla paneli prostych. Promień łuku panelu wynosi 12.5m. Model jest modelem powłokowym z siatką elementów skończonych typu SR4. Przekrój poprzeczny modelu został przedstawiony na Rysunku 10. Trzy sposoby obciążenia zostały przebadane: siła skupiona w punkcie 1, w zastępczym środku ciężkości oraz w punkcie 2. W streszczeniu pracy przedstawiono wyniki tylko dla siły przyłożonej w zastępczym środku ciężkości.



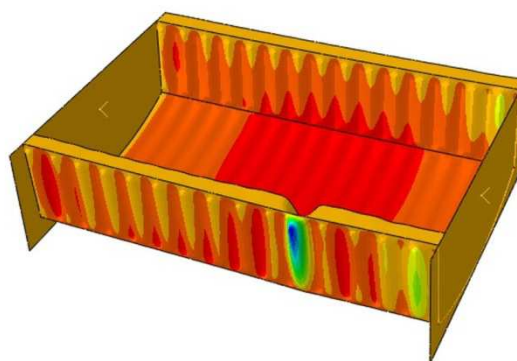
Rysunek 10. Przekrój poprzeczny panelu pofałdowanego

W pierwszym etapie wykonano liniową analizę stateczności typu "linear perturbation, buckle". Na Rysunku 11a pokazano pierwszą otrzymaną postać deformacji dla siły krytycznej  $P_{cr,Bnum}=99.6kN$ . W drugim etapie wykonano geometrycznie- materiałowo nieliniową analizę typu "Static, Riks". Na Rysunku 11b pokazano deformację panelu odpowiadającą maksymalnej sile ściskającej, jaką ten panel przeniósł. Siła ta wynosi  $P_{cr,Mnum}=46.8kN$ .

a)

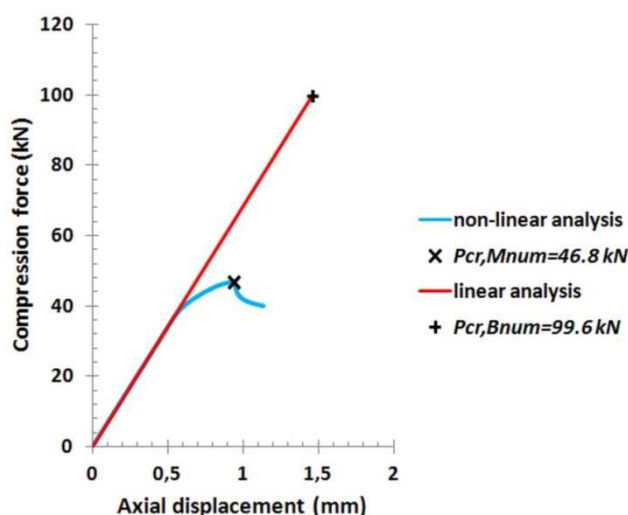


b)



Rysunek 11. Deformacja panelu pofałdowanego z analizy typu: a) Buckle, b) Riks

Na Rysunku 12 przedstawiono otrzymaną ścieżkę obciążenia. Z ścieżki tej wynika, że dla panelu pofałdowanego nie istnieje wprost ścieżka po-krytyczna a siła krytyczna otrzymana z liniowej analizy stateczności dla przypadku panelu pofałdowanego jest znacznie zawyżona. Na tym etapie można wnioskować, że właściwą metodą numeryczną dla tego typu paneli jest podejście bazujące na analizach nieliniowych np. typu "Static, Riks".

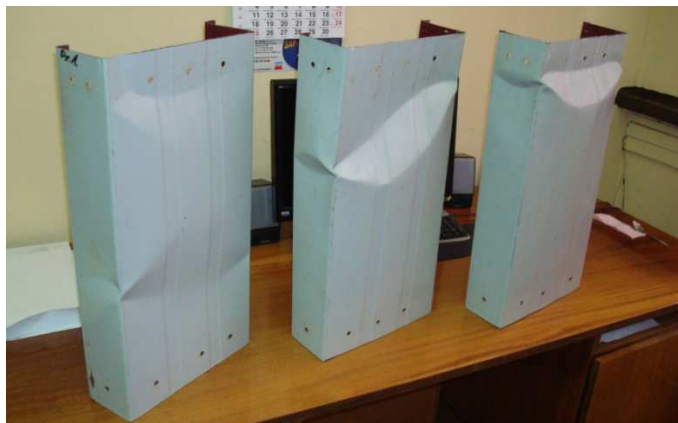


Rysunek 12. Numeryczna ścieżka obciążenia dla panelu pofałdowanego (compression force- siła ściskająca, axial displacement- osiowe przemieszczenie)

## 5.2. Badania laboratoryjne

W pierwszej kolejności przeprowadzono badania laboratoryjne na próbkach paneli prostych. Wykonano trzy próbki o długości efektywnej  $L=50$  cm, a następnie poddano je ściskaniu osiowemu w prasie hydraulicznej. Próbki te były przymocowane do blach o grubości 12mm. Blacha dolna spoczywała na spodzie prasy hydraulicznej. Na blasze górnej położona została jeszcze jedna blacha o grubości 12 mm w celu zminimalizowania odkształceń niezwiązanych z elementem docelowym. Na podwójną blachę, prasa hydrauliczna przekazywała siłę poprzez przegub kulowy. Do elementu testowego przymocowano metalowe poprzeczki, które miały zapobiec utracie stateczności miejscowej poprzez zwichrzenie oraz rozchodzeniu się na boki ścian analizowanej próbki, co miało doprowadzić do zgodności badanej próbki z powłoką zabudowaną na obiekcie. Założono czujniki do pomiaru przemieszczenia osiowego oraz siły. Czujniki te, podłączone były do stanowiska komputerowego.

Otrzymana ściskająca siła niszcząca próbkę nr 1 wynosi  $P_{cr, Mlab(s1)}=39.6\text{kN}$ , próbkę nr 2 wynosi  $P_{cr, Mlab(s2)}=47.8\text{kN}$  a próbkę nr 3 wynosi  $P_{cr, Mlab(s3)}=45.7\text{kN}$ . Na Rysunku 13 przedstawiono zdeformowane próbki paneli prostych.



*Rysunek 13. Zdeformowane próbki paneli prostych*

W drugiej kolejności przeprowadzono badania laboratoryjne na próbkach paneli pofałdowanych. Promień łuku panelu wynosi 12.5m. Trzy sposoby obciążenia zostały przebadane: siła skupiona w punkcie 1, w zastępczym środku ciężkości oraz w punkcie 2 (Rysunek 10). W streszczeniu pracy przedstawiono wyniki tylko dla siły przyłożonej w zastępczym środku ciężkości. Stanowisko badawcze przedstawiono na Rysunku 14.



*Rysunek 14. Stanowisko badawcze dla elementów ściskanych*

Otrzymana ściskająca siła niszcząca próbkę nr 1 wynosi  $P_{cr, Mlab(s1)}=37.8\text{kN}$ , próbkę nr 2 wynosi  $P_{cr, Mlab(s2)}=38.2\text{kN}$  a próbkę nr 3 wynosi  $P_{cr, Mlab(s3)}=43.0\text{kN}$ . Na Rysunku 15 przedstawiono zdeformowane próbki paneli pofałdowanych.



Rysunek 15. Zdeformowane próbki paneli pofałdowanych

### 5.3. Porównanie wyników

Porównanie wyników otrzymanych z analiz numerycznych oraz z badań laboratoryjnych przedstawiono w Tabeli 1 dla paneli prostych oraz w Tabeli 2 dla paneli pofałdowanych. Zgodność wyników jak dla badań wstępnych jest satysfakcjonująca.

	Siła niszcząca [kN]	Próbka 1	Próbka 2	Próbka 3
Badania laboratoryjne	$P_{cr, Mlab}$	39.6	47.8	45.7
Numeryczna analiza nieliniowa	$P_{cr, Mnum}$	50.0		
	$P_{cr, Mlab} / P_{cr, Mnum}$	0.79	0.96	0.91

Tabela 1. Porównanie wyników z wstępnych badań paneli prostych

	Siła niszcząca [kN]	Próbka 1	Próbka 2	Próbka 3
Badania laboratoryjne	$P_{cr, Mlab}$	39.6	47.8	45.7
Numeryczna analiza nieliniowa	$P_{cr, Mnum}$	50.0		
	$P_{cr, Mlab} / P_{cr, Mnum}$	0.79	0.96	0.91

Tabela 2. Porównanie wyników z wstępnych badań paneli pofałdowanych

Na podstawie badań wstępnych wciągnięto następujące wnioski:

- przekrój poprzeczny panelu prostego może być zakwalifikowany do klasy 4, ponieważ jego nośność jest mniejsza niż nośność wynikająca z początku uplastycznienia strefy ściskanej, przekroje tej klasy rozpatrywane są w zakresie sprężystym i nie osiągają nośności przegubu plastycznego z uwagi na występowanie zjawiska lokalnej utraty stateczności w stanie sprężystym,
- przekrój poprzeczny panelu pofałdowanego nie może być zakwalifikowany do klasy 4, ponieważ jego nośność nie jest mniejsza niż nośność wynikająca z początku uplastycznienia strefy ściskanej,
- budowa modeli geometrycznych paneli z pofałdowaną powierzchnią na podstawie pomiarów suwmiarką, wnosi ryzyko pominięcia istotnych, między innymi z uwagi na ocenę stateczności lokalnej, imperfekcji geometrycznych.

## 6. Skanowanie optyczne i badania materiałowe

### 6.1. Przestrzenne skanowanie optyczne

W celu odzwierciedlenia prawdziwej geometrii omawianych paneli, została użyta metoda przestrzennego skanowania optycznego ich powierzchni. Modele te mogą być wyeksportowane do programów Metody Elementów Skończonych (MES), a następnie użyte w analizach numerycznych. Właściwości mechaniczne blachy zostały określone na podstawie próbek wyciętych z paneli prostych oraz pofałdowanych. Następnie próbki te zostały poddane statycznej próbie rozciągania zgodnie z normami [4] i [33].

W celu przeskanowania podwójnie giętego panelu cienkościennego, wycięto próbkę o długości 0.6 m z łuków o promieniach 5m, 7.5m i 10m (Rysunek 16).

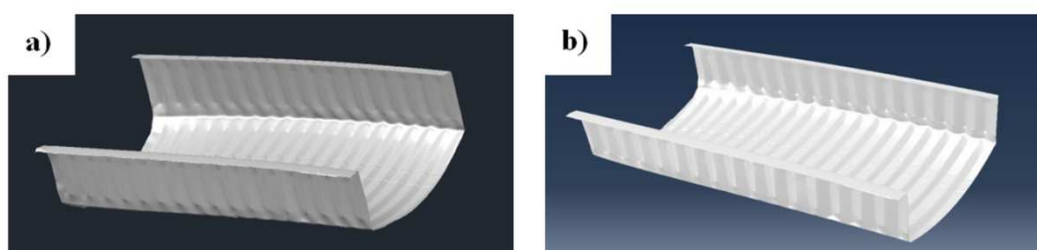


Rysunek 16. Skaner 3D wraz z podwójnie giętym panelem

Skaner 3D, COMET L3D 2M [65], niemieckiej firmy Steinbichler Optotechnik GmbH, został wykorzystany do skanowania paneli cienkościennych. Jest to precyzyjne urządzenie do tzw. pomiarów bezdotykowych. Dla zapewnienia dokładności pomiarowych, konieczna jest kalibracja systemu. Kalibrację należy przeprowadzić każdorazowo po przewiezieniu systemu, po zmianie pola widzenia, w przypadku znacznej zmiany temperatury w miejscu pracy lub okresowo raz w tygodniu.

Po wykonaniu kalibracji można przystąpić do skanowania profili. W trakcie procesu skanowania, badany obiekt jest oświetlany błękitnym światłem. Na powierzchni przedmiotu projektowane są zestawy linii o określonej strukturze. Kamera CCD (j.ang. Charge-Coupled Device) obserwuje zakrzywienie projektowanych linii i na podstawie ich zniekształcenia oblicza dokładną pozycję w przestrzeni 3D każdego punktu widzianego przez kamerę. W wyniku skanowania otrzymujemy się chmurę punktów odzwierciedlającą kształt skanowanego przedmiotu. Po zeskanowaniu całego profilu, otrzymana chmura punktów została przekształcona w siatkę trójkątów. Aby utworzyć model powierzchniowy wykorzystany został program do inżynierii odwrotnej o nazwie Geomagic [28]. Narzędzie to pozwoliło na utworzenie powierzchniowego modelu NURBS (z j.ang. Non-Uniform Rational B-Spline) a następnie na konwersję do modelu CAD (z j.ang. Computer Aided Design). Dzięki opcji tworzenia „powierzchni swobodnych” można dopasować powierzchnię do utworzonej poprzednio siatki trójkątów, a następnie utworzyć kopię rzeczywistego panelu przy jednoczesnej minimalizacji prawdopodobieństwa wystąpienia błędów podczas symulacji w oprogramowaniu do analiz MES.

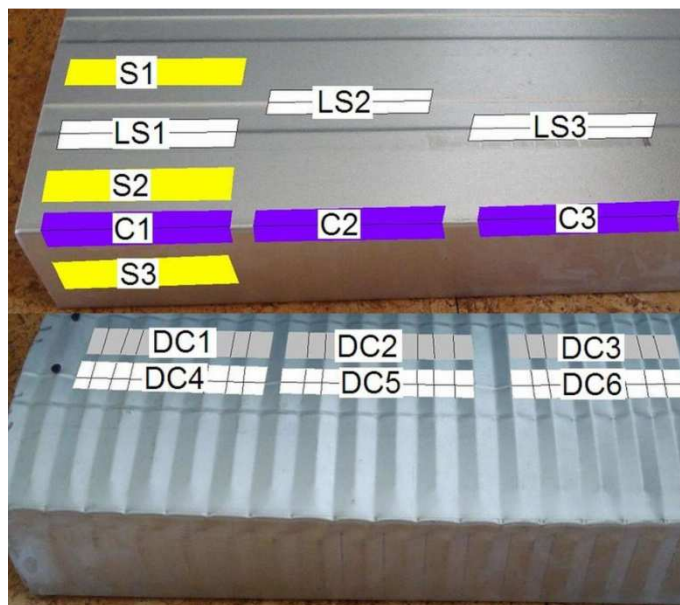
Model po skanowaniu (Rysunek 17) odzwierciedla skomplikowaną geometrię pofalowanych powierzchni stalowego panelu. Następnym krokiem budowy modelu teoretycznego to dobór odpowiednich właściwości mechanicznych blachy, z której wykonano profil, z uwzględnieniem wpływu gięcia na zimno na te właściwości mechaniczne.



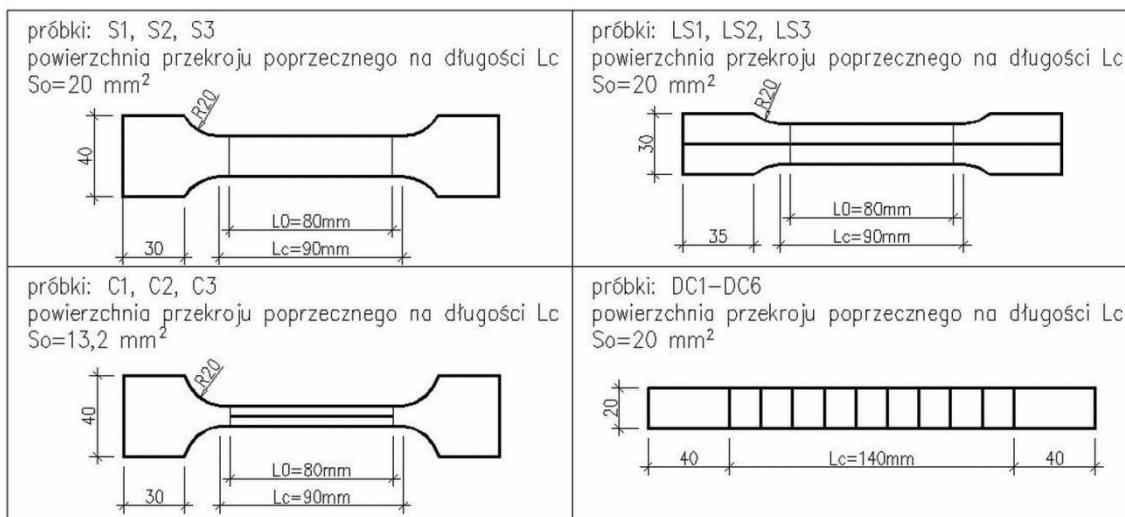
Rysunek 17. Gotowe modele po skanowaniu: a) AutoCad, b) ABAQUS

## 6.2. Badania materiałowe

Badania materiałowe (statyczna próba rozciągania w temperaturze otoczenia) przeprowadzono na próbkach wyciętych z paneli prostych i pofałdowanych, tak jak to pokazano na Rysunku 18. Klasa blachy to S320GD+ZA. Geometrię tych próbek przedstawiono na Rysunku 19, gdzie  $L_c$  to długość części równoległej próbki, a  $L_0$  to początkowa długość pomiarowa.



Rysunek 18. Miejsca wycięcia próbek do badań materiałowych



Rysunek 19. Geometria próbek do badań materiałowych

Kontury próbek zostały osiągnięte przez szlifowanie. Próbki były tak przygotowane, aby powierzchnia walcowana nie była obrabiana. Grubość próbek wynosi 1mm. Testy materiałowe przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej Zwick/Z100, która sterowana jest za pomocą oprogramowania testXpert. Ustawiona szybkość

odkształcenia lub odpowiadająca jej szybkość przemieszczenia trawersy nie przekracza  $0,008 \text{ s}^{-1}$ . Głównym celem badań materiałowych jest pozyskanie parametrów mechanicznych blachy użytej do produkcji paneli ABM oraz sprawdzenia jak gięcie na zimno owej blachy wpływa na podstawowe parametry wytrzymałościowe. Tabela 3 przedstawia otrzymane wyniki. Jedynie próbki płaskie (S1-S3) były przygotowane i testowane zgodnie z normami [4] i [33]. Dla reszty próbek, geometrię dobrano samodzielnie bazując na powyższych normach. Normy te nie biorą pod uwagę następujących imperfekcji geometrycznych: przetłoczeń podłużnych, kształtu narożnika czy karbowania. Sama procedura przeprowadzenia badania była zgodna z normami [4] i [33]. Wyniki dla próbek LS, C, DC mają znaczenie jakościowe porównując z próbkami S.

Próbka	Moduł sprężystości podłużnej E [GPa]	Górna granica plastyczności $R_{eH}$ [MPa] lub umowna granica plastyczności $R_{p0,2}$ [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie $R_m$ [MPa]	Wydłużenie ekstensometryczne całkowite procentowe przy największej sile $A_{gt}$ [%]
S1	203.1	356.5	415.4	16.39
S2	205.4	356.4	418.6	15.88
S3	201.3	353.0	420.6	17.60
LS1	200.1	355.7	416.6	16.41
LS2	204.8	353.1	414.4	15.63
LS3	204.1	343.6	408.6	16.38
C1	208.8	431.9	487.6	12.55
C2	208.4	438.9	490.6	12.20
C3	208.1	412.4	480.1	11.77
DC1	-	344.5	408.4	-
DC3	-	347.2	411.5	-
DC5	-	346.1	412.2	-
DC6	-	343.0	411.1	-

Tabela 3. Wyniki testów materiałowych

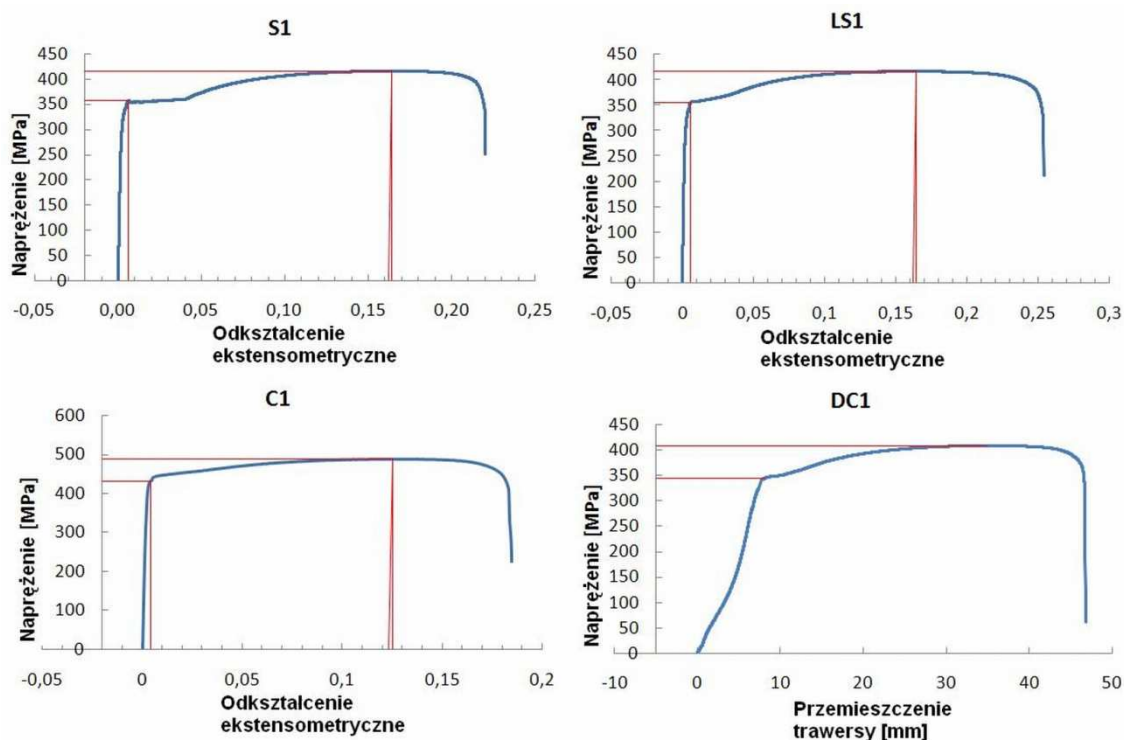
Z Tabeli 1 i Rysunku 20 można wyciągnąć następujące wnioski:

- próbki S spełniają wymagania co do właściwości mechanicznych dla stali S320GD,
- przetłoczenie podłużne w próbkach LS nie wpływa na wartości parametrów mechanicznych badanej blachy, naprężenia na wykresie dla próbki LS1 po osiągnięciu  $R_{eH}$  szybciej przyrastają w porównaniu z próbką S1,
- dla próbek C wyciętych z narożnika, granica plastyczności oraz wytrzymałość na rozciąganie znacznie wzrasta w porównaniu z próbkami S i LS,



- dla próbek DC można założyć, że fałdowanie poprzeczne nie wpływa na wartości granicy plastyczności oraz na wytrzymałości na rozciąganie badanych prostopadle do osi karbowania.

Na podstawie opisanych badań otrzymano wyniki, które zostaną wykorzystane w budowie modelu teoretycznego płaskiego oraz pofałdowanego (z poprzecznymi karbami) panelu cienkościennego.



Rysunek 20. Krzywe naprężenie- odkształcenie/przemieszczenie

Otrzymany model geometrii paneli na podstawie skanowania oraz wyniki z badań materiałowych, zostaną użyte do budowy modeli numerycznych paneli podwójnie giętych. Następnie modele te zostaną wykorzystane w analizach numerycznych w celu zbadania stateczności lokalnej paneli oraz wpływu karbowania na tą stateczność.

## 7. Badania numeryczne i laboratoryjne

Na podstawie Eurokodu 3 Część 1-5 [24] została wyliczona nośność przy ściskaniu panelu prostego i pofałdowanego. Dla panelu prostego wynosi ona  $P_{U, prosty}=58.5\text{kN}$ , a dla panelu pofałdowanego  $P_{U, pofalowany}=80.1\text{kN}$ . Należy tutaj dodać, że dla panelu pofałdowanego pominięto poprzeczne imperfekcje geometryczne (karbowanie) i założono, że przekrój poprzeczny należy do klasy 4. Następnie otrzymane wyniki

porównano z wynikami otrzymanymi na drodze analiz numerycznych oraz badań laboratoryjnych.

### 7.1. Analizy numeryczne

Dla panelu prostego wykonano następujące analizy numeryczne MES w programie Abaqus:

- łączona analiza typu "linear perturbation, buckle" z "Static, Riks",
- łączona analiza typu "linear perturbation, buckle" z "Automatic Stabilization".

Dodatkowe informacje na temat analizy "Automatic Stabilization" można znaleźć w [20, 50, 100]. Parametry materiałowe blachy zostały otrzymane na drodze badań laboratoryjnych. Rozpatrzono dwa modele materiałowe dla panelu prostego: pierwszy gdzie panel ma stałe właściwości materiałowe, drugi gdzie panel ma podwyższone właściwości w narożach. W niniejszym streszczeniu przedstawiono wyniki dla drugiego modelu materiałowego.

W pierwszej kolejności przeprowadzono analizę typu "linear perturbation, buckle" z której otrzymano krytyczną siłę ściskającą i pierwszą postać deformacji. W drugim kroku otrzymana deformacja została eksportowana do analizy typu "Riks, Method" lub "Automatic Stabilization". Analiza po-krytyczna z wykorzystaniem metody Riks czy Automatic Stabilization geometrycznie doskonałego elementu może pominąć punkt bifurkacji na ścieżce obciążenia. Aby temu zapobiec, można dodać imperfekcje geometryczne np. z pierwszej postaci deformacji z liniowej analizy wyboczeniowej.

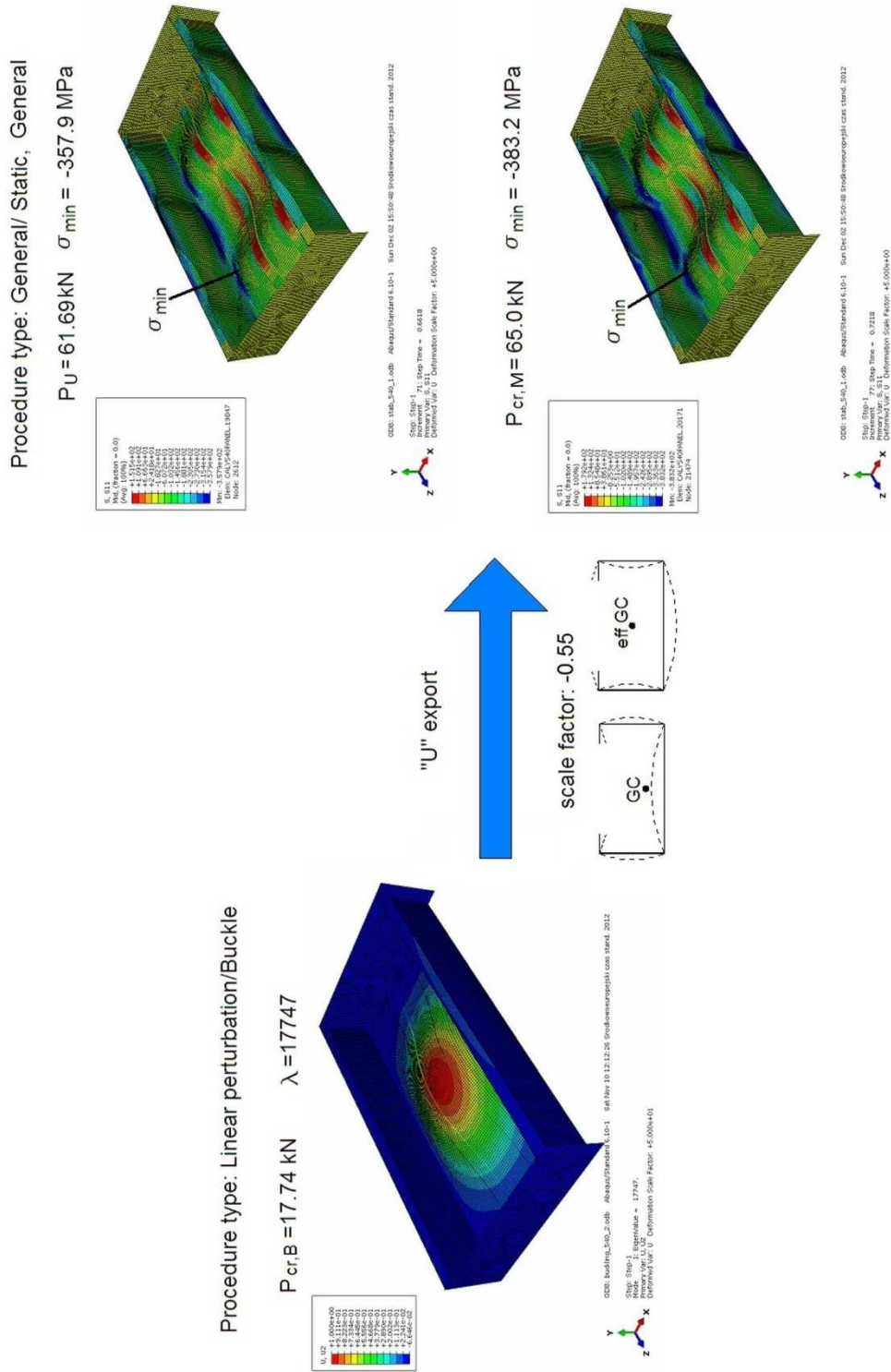
Procedura łączenia dwóch typów analiz w programie Abaqus została przedstawiona na Rysunku 21 (na przykładzie "linear perturbation, buckle" i "Static, Riks").

Typ analizy	Nośność przekroju $P_U$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M}$ [kN]
"buckle"+"Riks"	60.5	66.3
"buckle"+"Aut. Stab."	60.9	67.5
Eurokod 3	58.5	-

Tabela 4. Rezultaty dla panelu prostego

W Tabeli 4 przedstawiono wyniki z różnych typów analiz i porównano je z wynikiem otrzymanym na podstawie obliczeń z normy europejskiej. Otrzymane wartości sił różnią się nieznacznie od siebie. Dodatkowo–wartości sił niszczących dla modelu

panelu z uwzględnieniem podwyższonych właściwości mechanicznych blachy w narożnikach są wyższe niż dla modelu o właściwościach stałych. Szczegółowe rozważania przedstawiono na stronach 118-131 rozprawy doktorskiej.

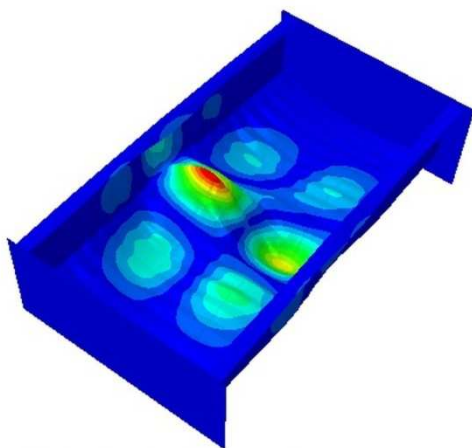


Rysunek 21. Łączna analiza typów "linear perturbation, buckle" i "Static, Riks"

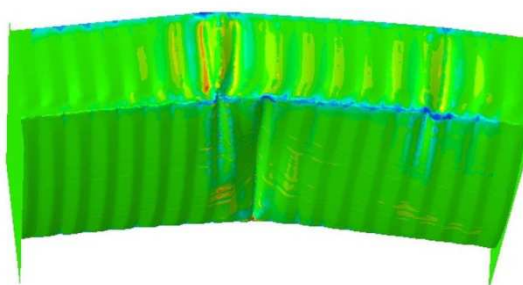
Dla panelu pofałdowanego wykonano trzy oddzielne analizy numeryczne MES w programie Abaqus: "linear perturbation, buckle", "Static, Riks", "Automatic Stabilization". W tym przypadku nie ma potrzeby łącznych analiz jak dla panelu prostego. Wynika to z tego, że panel pofałdowany nie ma idealnego kształtu i w procesie jego prefabrykacji powstały znaczne imperfekcje geometryczne. Właściwości mechaniczne blachy zostały otrzymane na drodze badań laboratoryjnych. Rozpatrzono dwa modele materiałowe dla panelu pofałdowanego: pierwszy, gdzie panel ma stałe właściwości materiałowe, drugi, gdzie panel ma zmienione właściwości w narożach ze względu na gięcie na zimno. W niniejszym streszczeniu przedstawiono wyniki dla drugiego modelu materiałowego. Rozpatrzono panele o promieniach łuków 5m, 7.5m, 10m. Geometrie paneli uzyskano na podstawie przestrzennego skanowania optycznego.

W pierwszym etapie wykonano liniową analizę stateczności typu "linear perturbation, buckle". Na Rysunku 22a pokazano pierwszą otrzymaną postać deformacji dla siły krytycznej  $P_{cr,Bnum}=127kN$ . W drugim etapie wykonano geometrycznie- materiałowo nieliniową analizę typu "Static, Riks" oraz "Automatic Stabilization". Na Rysunku 22b pokazano deformację panelu odpowiadającą maksymalnej sile ściskającej, jaką ten panel przeniósł. Dla panelu o promieniu 5m siła ta wynosi  $P_{cr,Mnum}=46.6kN$  dla analizy "Static, Riks" oraz  $P_{cr,Mnum}=47.3kN$ .

a)

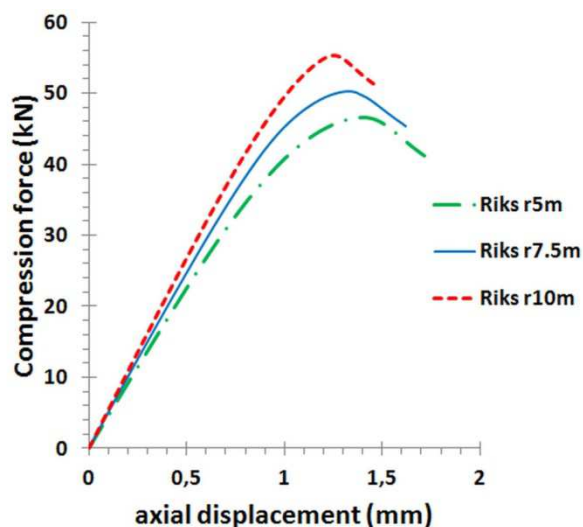


b)



Rysunek 22. Deformacja panelu pofałdowanego, analizy typu: a) Buckle, b) Riks lub Automatic Stabilization

Z Rysunku 22b wynika, że utrata stateczności lokalnej jest osiągnięta poprzez zaciskanie się sąsiadujących ze sobą pojedynczych fałd- w pracy efekt ten nazwano efektem akordeonu. Otrzymany kształt deformacji jest inny aniżeli dla panelu prostego, gdzie postać deformacji odpowiada półfali sinusoidalnej (Rysunek 21).



Rysunek 23. Ścieżki obciążenia dla ściskanych paneli o różnych promieniach łuku (compression force- siła ściskająca, axial displacement- osiowe przemieszczenie)

Z Rysunku 23 wynika, że panel o najmniejszym promieniu łuku zniszczył się pod działaniem najniższej siły, a panel o największym promieniu łuku zniszczył się pod działaniem siły o największej wartości. Istnieje zatem pozytywna korelacja pomiędzy nośnością przekroju podwójnie giętego i promieniem gięcia wtórnego.

Nośność ściskanego panelu pofałdowanego została określona jako siła, która powoduje skrócenie próbki o 0.01%. Sposób ten został zapożyczony z normy dotyczącej statycznej próby ściskania metali [54].

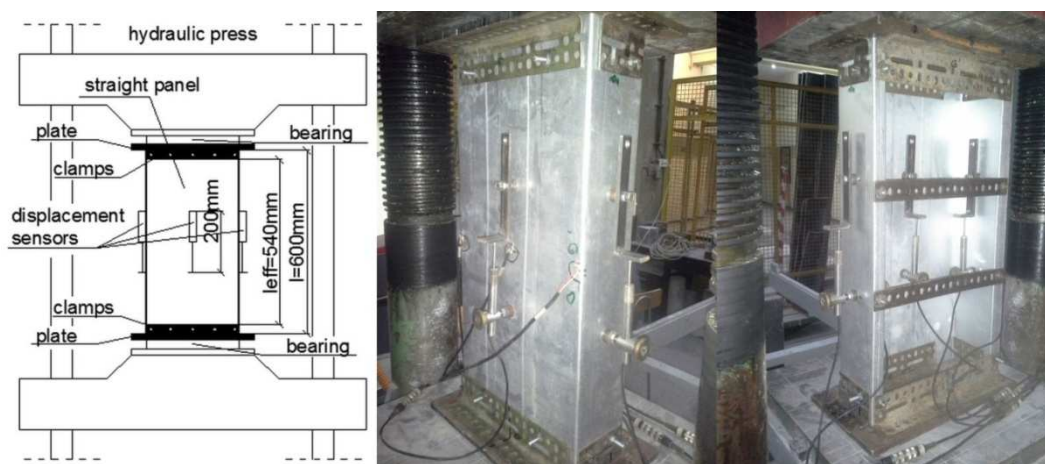
Typ analizy	Nośność przekroju $P_U$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M}$ [kN]
"Static, Riks" r=5m	38.5	46.6
"Static, Riks" r=7.5m	43.0	50.2
"Static, Riks" r=10m	48.0	55.2
"Automatic Stabilization" r=5m	38.5	47.3
"Automatic Stabilization" r=7.5m	43.0	50.4
"Automatic Stabilization" r=10m	48.0	55.8
Eurokod 3	80.1	-

Tabela 5. Rezultaty dla panelu pofałdowanego

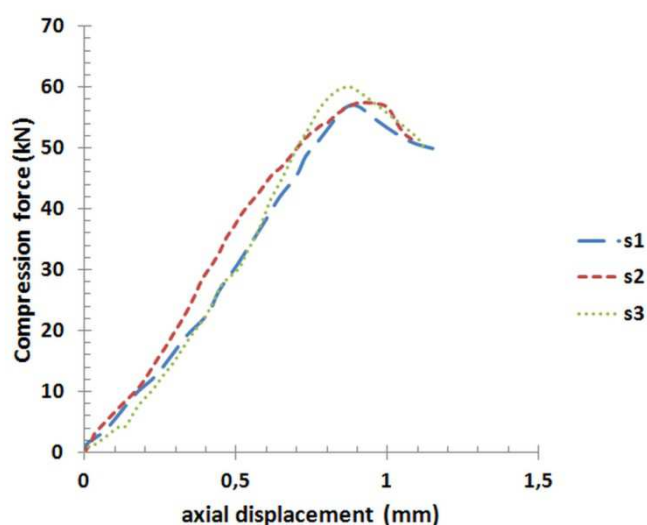
Na podstawie wyników z Tabeli 5 można wywnioskować, że obliczona nośność ściskanego panelu pofalowanego na podstawie normy europejskiej [24] jest znacząco zawyżona. Zatem normy tej nie można używać do oceny nośności konstrukcji podwójnie giętych.

## 7.2. Badania laboratoryjne

W pierwszej kolejności przeprowadzono badania na próbkach paneli prostych. W tym opracowaniu przedstawiono wyniki dla trzech próbek. Stanowisko badawcze zostało przedstawione na Rysunku 24.



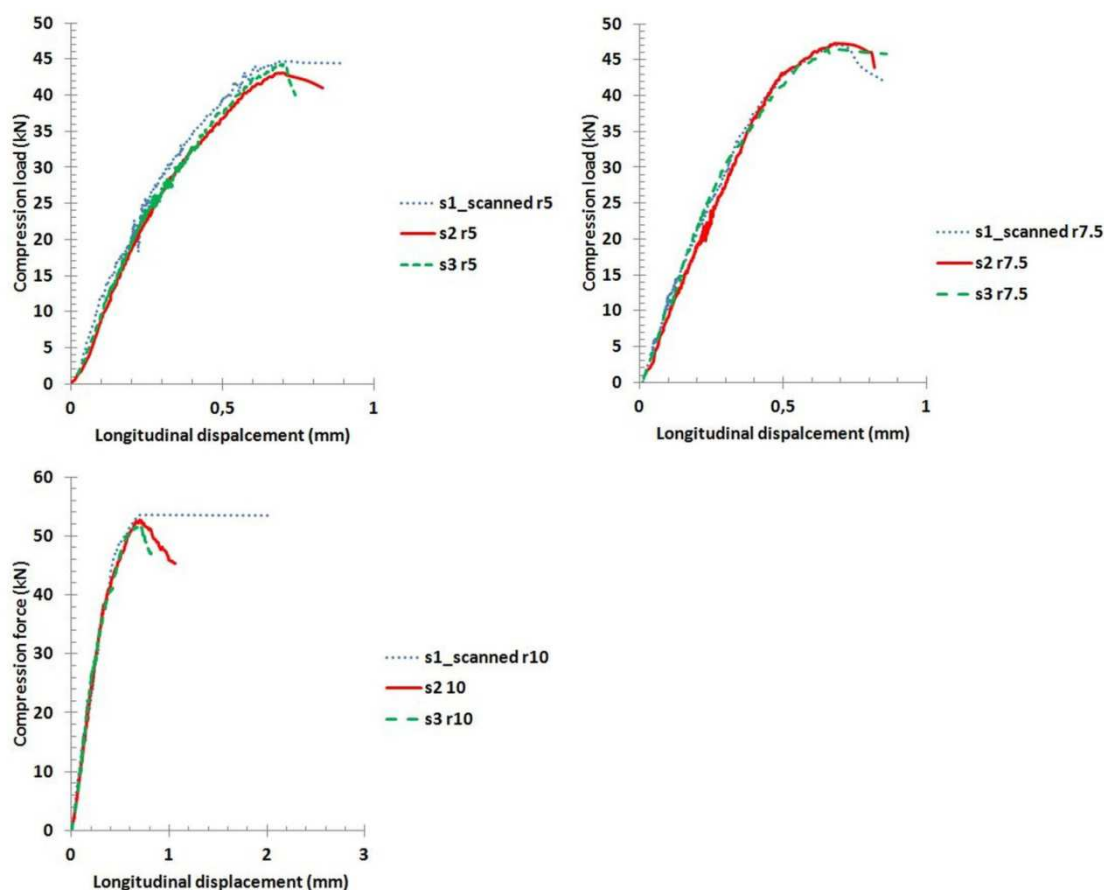
Rysunek 24 Stanowisko badawcze dla panelu prostego  
(hydraulic press- prasa hydrauliczna, straight panel- panel prosty, plate- gruba blacha, bearing- łożysko, clamps- zaciski, displacement sensors- czujniki przemieszczenia)



Rysunek 25. Ścieżki obciążenia dla ściskanych paneli prostych  
(compression force- siła ściskająca, axial displacement- osiowe przemieszczenie)

Na Rysunku 25 przedstawiono otrzymane ścieżki obciążenia (wartości na osi pionowej odpowiadają sile osiowej, a na poziomej przemieszczeniu osiowemu-skróceniu panelu). Z ścieżek tych wynika, że trzy próbki zachowują się podobnie pod wpływem obciążenia ściskającego.

W drugiej kolejności przeprowadzono badania na próbkach paneli pofałdowanych. Próbki paneli zostały wycięte z łuków o promieniach 5m, 7.5m, 10m. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki dla trzech próbek, dla każdego promienia. Stanowisko badawcze było podobne do tego jak dla paneli prostych. Na Rysunku 26 przedstawiono otrzymane ścieżki obciążenia (wartości na osi pionowej odpowiadają sile osiowej, a na poziomej przemieszczeniu osiowemu-skróceniu panelu). Z ścieżek tych wynika, że próbki zachowują się podobnie pod wpływem obciążenia ściskającego do momentu zniszczenia.



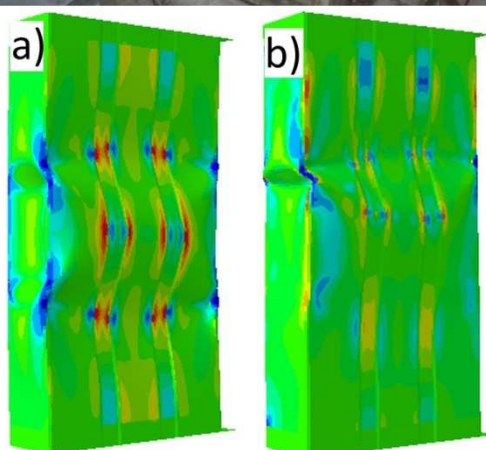
Rysunek 26. Ścieżki obciążenia dla ściskanych paneli prostych  
(compression force- siła ściskająca, longitudinal displacement- osiowe przemieszczenie)

### 7.3. Porównanie wyników

W Tabeli 6 przedstawiono wyniki z analiz numerycznych i badań laboratoryjnych dla paneli prostych. Na Rysunku 27 przedstawiono formy zniszczenia uzyskane na drodze badań numerycznych i laboratoryjnych. Porównując uzyskane rezultaty można stwierdzić, że zgodność otrzymanych wyników z obu typów badań jest na satysfakcjonującym poziomie.

Numer próbki	Siła niszcząca $P_{cr,M(lab)}$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M(num Riks)}$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M(num Stab)}$ [kN]
S1	56.9	66.3	67.5
S2	57.5		
S3	59.7		

Tabela 6. Porównanie wyników dla paneli prostych



Rysunek 27. Zdeformowane panele proste

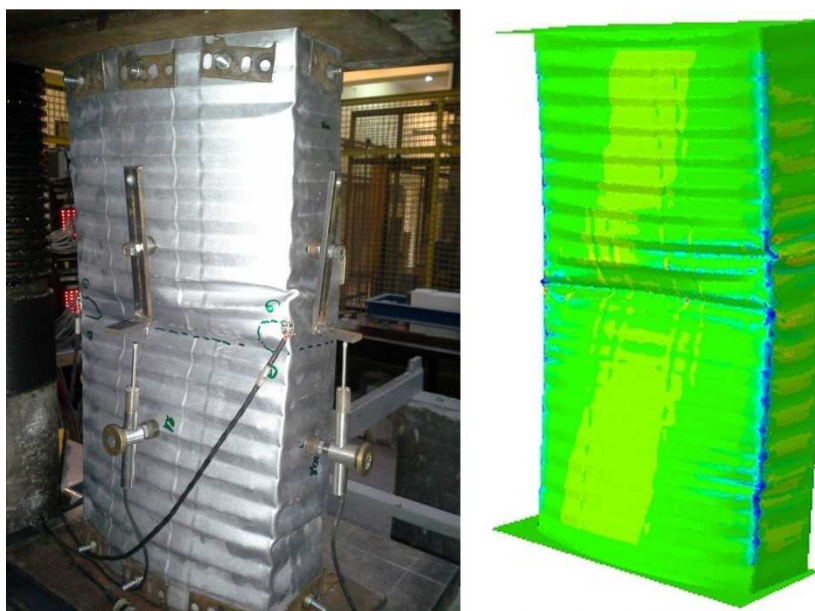
W Tabeli 7 przedstawiono wyniki z analiz numerycznych i badań laboratoryjnych dla paneli pofalowanych. Na Rysunku 28 przedstawiono formy zniszczenia uzyskane



na drodze badań numerycznych i laboratoryjnych. Porównując uzyskane rezultaty można stwierdzić, że zgodność otrzymanych wyników z obu typów badań jest na bardzo satysfakcjonującym poziomie.

Promień [m]	Numer próbki	Siła niszcząca $P_{cr,M(lab)}$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M(num Riks)}$ [kN]	Siła niszcząca $P_{cr,M(num Stab)}$ [kN]
5	S1	44.6	46.6	47.3
	S2	43.1		
	S3	44.3		
7.5	S1	47.0	50.2	50.4
	S2	47.3		
	S3	46.4		
10	S1	53.5	55.2	55.8
	S2	52.7		
	S3	51.7		

Tabela 7. Porównanie wyników dla paneli połażowanych



Rysunek 28. Zdeformowany panel połażowany

## 8. Wnioski

Niniejsza praca ma charakter doświadczalno-teoretyczny o szerokim spektrum zastosowań. Szczególnym osiągnięciem pracy jest między innymi to, że do budowy modelu obliczeniowego wykorzystano nowoczesną technologię skanowania optycznego.

Częstkowe osiągnięcia rozprawy doktorskiej "Analiza stateczności lokalnej podwójnie giętych konstrukcji cienkościennych" są następujące:

- potwierdzono, że przekrój poprzeczny panelu prostego jest klasy 4,
- udowodniono, że przekrój poprzeczny panelu pofałdowanego nie spełnia kryteriów definicji przekroju klasy 4 według [24],
- pokazano, że mechanizm utraty stateczności lokalnej jest zasadniczo różny dla paneli pojedynczo i podwójnie giętych,
- udowodniono, że pominięcie karbowania na powierzchni paneli, prowadzi do przeszacowania ich nośności według procedury obliczeniowej zawartej w Eurokodzie 3 Część 1-5 [24],
- udowodniono, że karbowanie na powierzchni paneli odgrywa istotną rolę w ocenie ich lokalnej stateczności, a co za tym idzie nośności,
- dzięki wykorzystaniu najnowszych metod obliczeniowych i zastosowaniu skanowania optycznego do utworzenia modelu numerycznego uzyskano bardzo dobrą zgodność obliczeń z wynikami badań doświadczalnych, wykazując tym samym praktyczną przydatność tych nowoczesnych technologii,
- praca może być traktowana jako punkt wyjścia dla procedur obliczeniowych podwójnie giętych konstrukcji cienkościennych.

Wyniki przeprowadzonych badań i analiz oraz prezentowane metody mają charakter ogólny i znajdują zastosowanie praktyczne w budowie procedur projektowania konstrukcji podwójnie giętych różnych typów, nie tylko analizowanego tutaj konkretnego przykładu.

Według autora niniejszej rozprawy doktorskiej, główny jej cel został osiągnięty, a mianowicie:

*"Głównym celem rozprawy doktorskiej jest pełne zrozumienie zjawiska stateczności lokalnej podwójnie giętych paneli cienkościennych w celu zapewnienia punktu wyjścia dla procedur obliczeniowych konstrukcji".*

W załączniku A zamieszczono stronę tytułową publikacji wydanej w prestiżowym czasopiśmie "Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures". W załączniku B zamieszczono strony tytułowe publikacji oraz jedną pełną publikację, które znajdują się w wykazie Web of Science.

Wszystkie te publikacje obejmują najważniejsze wyniki badań nad statecznością lokalną podwójnie giętych paneli cienkościennych. Wyniki te są podsumowane w tej rozprawie.

Streszczenie anglojęzycznej rozprawy doktorskiej:  
R. Cybulski „Analysis of local stability of doubly corrugated thin-walled structures”

## **Załącznik A**

# NUMERICAL STABILITY ANALYSES AND PRELIMINARY EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DOUBLY CORRUGATED STEEL ARCH PANELS

Ryszard WALENTYŃSKI<sup>1</sup>, Robert CYBULSKI<sup>2</sup>, Rafael SANCHEZ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Associate Professor, Silesian University of Technology, Akademicka 5, 41-106 Gliwice, Poland, [ryszard.walentynski@polsl.pl](mailto:ryszard.walentynski@polsl.pl)

<sup>2</sup>MSc Eng, PhD candidate, Silesian University of Technology, Akademicka 5, 41-106 Gliwice, Poland, [robert.cybulski@polsl.pl](mailto:robert.cybulski@polsl.pl)

<sup>3</sup>BSc, MSc candidate, Silesian University of Technology, Akademicka 5, 41-106 Gliwice, Poland, [rafsanchez84@hotmail.com](mailto:rafsanchez84@hotmail.com)

**Editor's Note:** Manuscript submitted 4 January 2012; revisions received 6 June and 18 December 2012; accepted 18 December. This paper is open for written discussion, which should be submitted to the IAASS Secretariat no later than September 2013.

## ABSTRACT

*This paper describes briefly the stability analyses of doubly corrugated thin-walled steel panels which are used as a solution for buildings and roofing structures. As an example of such system the ABM MIC 120 prefabrication technology is chosen where factory on wheels makes cold-formed arch steel buildings or roofs in a very short period of time as self-supporting panels. The main problem of such structures lies in the lack of proper theoretical model of the element due to its complex geometry. In order to understand the panel behavior, linear and non-linear stability analyses are carried out in ABAQUS. The achieved results are compared with preliminary compression tests performed on steel samples. The main goal of this paper is to show how the complex geometry of such panel influences the magnitude of axial compression critical force.*

**Keywords:** doubly corrugated, cold-formed, steel, self-supporting, panels, linear, non-linear, stability

## 1. INTRODUCTION

Due to today's difficult economy, cheap and short time consuming solutions for buildings industry are very desirable. One of the solutions which fulfills above requirements is the ABM (Automatic Building Machine) technology. It is a mobile factory used to fabricate and construct K-span arch steel buildings based on self-supporting panels made of MIC 120 profiles. This technology comes from the USA and belongs to M.I.C. Industries Inc. Such technology was commonly used by the US army to built temporary buildings and nowadays these structures become a popular solution in civilian life. In Poland there is only one firm specializing in this building system called "Primtech Szymin Kita". Also in other European countries ABM steel buildings become popular. In the Czech Republic and Slovakia such prefabrication system is offered by several companies. The ABM technology and similar building systems are commonly used in Russia in regions where snow load has a dominant role in

load cases. In Figure 1 cross-sections of MIC 120 is presented.

The ABM technology consists of a movable, steel building manufacturing plant, known as the MIC 120 System. This machine is placed on a trailer, forming factory on wheels which can be easily transported to any construction sites (see Figure 2).

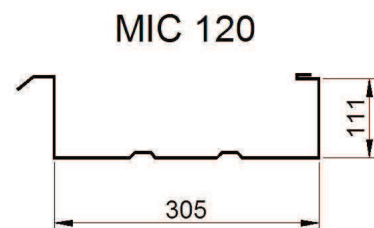


Figure 1. Cross-sections of the ABM profile

Once the machine is delivered to site, the construction process can be started by a small group of trained crew. Firstly, coil of steel is formed to the straight panel of channel cross-section. This panel is cut to achieve needed span of the future arch

## **Załącznik B**


**Marked List 3 records | View Derwent Compounds Marked List: 0 compounds**

Your Marked List contains records from 1 database(s).

For bibliographic data, you can output summary data for all records using the "total records" view, or output more product-specific data from each listed database. For chemistry data, you must output data from each list separately.

3 total records on the Marked List

Output author, title, source, abstract, and times cited for all records in the Marked List.

✖ Clear Marked List

Output Records [ + Show Output Options ]

3 records from **Web of Science™ Core Collection**

Output complete data from this product for these records.

Sort by: **Publication Date -- newest to oldest**

Page 1 of 1

[Create Citation Report](#)

- ✖ 1. **Local buckling of cold-formed elements used in arched building with geometrical imperfections**  
 By: Cybulski, Robert; Walentynski, Ryszard; Cybulska, Monika  
 JOURNAL OF CONSTRUCTIONAL STEEL RESEARCH Volume: 96 Pages: 1-13 Published: MAY 2014
- [Znajdź to!](#) [Full Text from Publisher](#) [View Abstract](#)

Times Cited: 0  
 (from All Databases)

- ✖ 2. **Influence of geometric imperfections on the local stability of thin-walled elements**  
 By: Walentynski, R.; Cybulska, M.; Cybulski, R.  
 Edited by: Pietraszkiwicz, W; Gorski, J  
 Conference: 10th Jubilee Conference on Shell Structures - Theory and Applications (SSTA) Location: Gdansk, POLAND Date: OCT 16-18, 2013  
 Sponsor(s): Polish Acad Sci, Comm Civil Engr & Hydroengineering, Sect Struct Mech & Mat; Polish Soc Theoret & Appl Mech; Gdansk Univ Technol, Fac Civil & Environm Engr, Dept Struct Mech & Bridge Struct; Minist Sci & Higher Educ; Civil Engr Design Off; KB Pomorze; SOFISTIK AG  
 SHELL STRUCTURES: THEORY AND APPLICATIONS, VOL 3 Pages: 251-254 Published: 2014
- [Znajdź to!](#) [View Abstract](#)

Times Cited: 0  
 (from All Databases)

- ✖ 3. **Local buckling and post-buckling investigation of cold-formed self-supported elements**  
 By: Walentynski, R.; Cybulski, R.; Koziel, K.  
 Edited by: Lodygowski, T; Rakowski, J; Litewka, P  
 Conference: 20th Polish Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM) Location: Poznan Univ Technol, Poznan, POLAND Date: AUG 27-31, 2013  
 RECENT ADVANCES IN COMPUTATIONAL MECHANICS Pages: 23-37 Published: 2014
- [Znajdź to!](#) [View Abstract](#)

Times Cited: 0  
 (from All Databases)

[▲ Back to top](#)

Sort by: **Publication Date -- newest to oldest**

Show: **10 per page**

Page 1 of 1

## Influence of geometric imperfections on the local stability of thin-walled elements

R. Walentyński, M. Cybulska & R. Cybulski  
Silesian University of Technology, Gliwice, Poland

**ABSTRACT:** This paper describes the influence of surface transverse geometric imperfections called corrugations on the local stability of steel thin-walled elements. Such elements are used to construct self supported arch buildings and roofs. Authors of the paper compare results obtained from analytical investigation based on Eurocode 3 formulas and from linear and nonlinear numerical stability analyses. Two types of thin-walled elements are considered: a panel with smooth walls and panels with corrugations on their surface. Finally the conclusions are made which can be useful for the design purposes.

### 1 INTRODUCTION

#### 1.1 ABM technology

Due to today's difficult economy, cheap and short time consuming solutions for buildings industry are very desirable. One of the solutions which fulfills above requirements is the ABM (Automatic Building Machine) technology. It is a mobile factory used to fabricate and construct K-span arch steel buildings based on self-supporting panels made of MIC 120 profile. Once the machine is delivered to the building site, the construction process can be started by a small group of trained crew. Firstly, coil of steel is formed to the straight panel of channel cross-section. This panel is cut to reach a needed span of the future arch building. Secondly, this panel is bent to form the arch and its shape changes due to surfaces corrugations. Both shapes are shown in Figure 1 and it can be observed that these panels consist of main corrugation-obtained during formation of cross-section and secondary corrugation- folded surface achieved from panel bent into an arch. This is a reason for using the term "doubly corrugated" steel arch panel. Such terminology was also used by Mang (1976).

The calculation procedures for straight panels are known and can be followed by the Eurocode 3 Part 1–5 (2006) regulations. Base on it, the cross-section is assumed to be of class 4 in which local buckling will occur before the attainment of yield stress. In such cross-sections effective widths may be used to make the necessary allowances for reductions in resistance due to the effects of local buckling.

The calculation of corrugated panels should be different. Authors of this paper have observed that in many projects, corrugation on panel surface is neglected by engineers during calculation procedures.

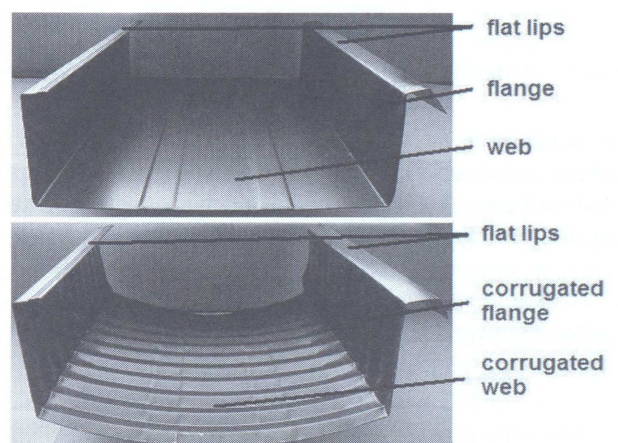


Figure 1. Straight and corrugated panels.

This leads to significant overestimation of panel's ultimate load which in worst case scenario can cause failure of the structure (Fig. 2). It must be stated that Eurocode 3 Part 1–5 (2006) does not give a procedure for elements with transverse imperfections such as corrugations.

#### 1.2 Multi-stage research

In order to understand the corrugated panel's local stability behavior, research project "Stability of doubly corrugated thin-walled structures" has been established, which is financed by the Polish National Science Centre in Cracow (NCN). Due to very complex geometry of corrugated panels, the research so far consists of the following parts: preliminary numerical and experimental investigation of buckling and post-buckling behavior (Walentyński & Cybulski 2012a), panels' geometry investigation based on 3D optical scanning methodology and material properties investigation taking into account cold-forming phenomenon



## Local buckling and post-buckling investigation of cold-formed self-supported elements

R. Walentyński, R. Cybulski & K. Koziel

Faculty of Civil Engineering, Silesian University of Technology, Gliwice, Poland

**ABSTRACT:** This paper describes the influence of surface transverse geometric imperfections called corrugations on the local stability of cold-formed elements. Such elements are used to construct self supported arch buildings and roofs. Authors of the paper compare results obtained from analytical investigation based on Eurocode 3 formulas, from linear and nonlinear numerical stability analyses and experimental investigation. Two types of thin-walled elements are considered: panel with smooth walls and panels with transverse corrugations on their surfaces. Transverse geometric imperfections, such as corrugations, have significant influence on cold-formed elements buckling and post-buckling behavior. The choice of numerical stability analysis is crucial in order to obtain reasonable values of critical and ultimate loads. Finally the conclusions are made which can be useful for design purposes.

### 1 INTRODUCTION

#### 1.1 System description

Due to today's difficult economy, cheap and short time consuming solutions for buildings industry are very desirable. One of the solutions which fulfills above requirements is the ABM (Automatic Building Machine) technology.

It is a mobile factory used to fabricate and construct K-span arch steel buildings based on self-supporting panels made of MIC 120 and MIC 240 profiles. This technology comes from the USA and belongs to M.I.C. Industries Inc. Such technology is commonly used by US army to built temporary buildings and nowadays those structures become popular solution in civilian life.

In Poland there are two companies specializing in this building system. First one, Primtech Szymon Kita uses MIC 120 profiles. Second one, Weglopol Sp z o.o. applies MIC 240 profiles. Also in other European countries ABM steel buildings become popular. In Czech Republic and Slovakia such prefabrication system is offered by Ingspol and TAJANA companies. The ABM technology and similar building systems are commonly used in Russia (represented by Arch construction company) in regions where snow load has a dominant role in load cases.

In Figure 1 cross-sections of MIC 120 and 240 profiles are presented. Herein only MIC 120 profile is considered for scientific investigation. The ABM technology consists of a movable, steel building manufacturing plant, known as the MIC 120 System.

This machine is placed on a trailer, forming factory on wheels which can be easily transported to

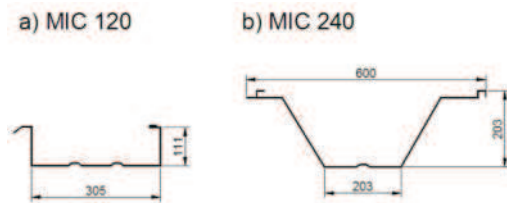


Figure 1. Cross-sections of the ABM profiles.

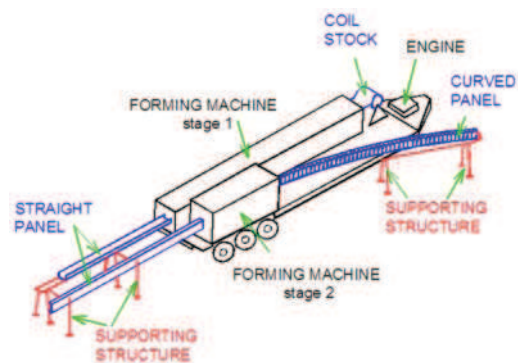
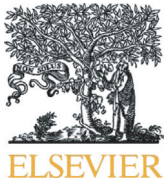


Figure 2. Prefabrication machine.

any construction sites (see Fig. 2). Once, the machine is delivered to site, the construction process can be started by a small group of trained crew. Firstly, coil of steel is formed to the straight panel of channel cross-section. This panel is cut to achieve needed span of the future arch building. Secondly, this panel is bent



# Local buckling of cold-formed elements used in arched building with geometrical imperfections



Robert Cybulski<sup>a,\*</sup>, Ryszard Walentyński<sup>a</sup>, Monika Cybulska<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Faculty of Civil Engineering, The Silesian University of Technology, Akademicka 5, 44-100 Gliwice, Poland

<sup>b</sup> Langego 10, 41-106 Siemianowice Śl, Poland

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 2 July 2013

Accepted 5 January 2014

Available online xxxx

### Keywords:

Buckling

Post-buckling

Cold-formed elements

Geometric imperfections

Double corrugated

## ABSTRACT

This paper describes the influence of surface transverse geometric imperfections called corrugations on the local stability of cold-formed elements. Such elements are used to construct self-supported arch buildings and roofs. The authors of the paper compare the results obtained from analytical investigation based on Eurocode 3 formulas, from linear and nonlinear numerical stability analyses and experimental investigation. Two types of thin-walled elements are considered: a panel with smooth walls and panels with corrugations on their surfaces. Finally the conclusions are made which can be useful for design purposes.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

Due to today's difficult economy, cheap and short time consuming solutions for the building industry are very desirable. One of the solutions which fulfil the above requirements is the ABM (Automatic Building Machine) technology. It is a mobile factory used to fabricate and construct K-span arch steel buildings based on self-supporting panels made of MIC 120 and MIC 240 profiles. This technology comes from the USA and belongs to the M.I.C. Industries Inc. [1]. Such technology is commonly used by the U.S. Army to build temporary buildings and nowadays these structures become a popular solution in civilian life all over the world.

In Fig. 1 cross-sections of MIC 120 and 240 profiles are presented. Herein only the MIC 120 profile is considered for scientific investigation.

The ABM technology consists of a movable, steel building manufacturing plant, known as the MIC 120 System. This machine is placed on a trailer, forming factory on wheels which can be easily transported to any construction sites (see Fig. 2).

Once, the machine is delivered to the site, the construction process can be started by a small group of trained crew. Firstly, a coil of steel is formed to the straight panel of a channel cross-section. This panel is cut to achieve the needed span of the future arch building. Secondly, this panel is bent to form the arch and its shape changes due to surface corrugations—this element is called a corrugated or a curved panel. Both shapes are shown in Fig. 3 and it can be observed that these panels consist of the main corrugation—obtained during formation of cross-section

at stage 1, and a secondary corrugation—folded surfaces achieved from a panel bend into an arch at stage 2. This is the reason for using the term “doubly corrugated” steel arch panel. Such terminology has been also used by Mang in [2].

After a few single panels are tightened together by the seam machine, they are fixed to the lifting sling and transported to the execution place by a crane (see Fig. 4). These groups of panels are seamed together to form an economical and waterproof steel structure. Ready K-Span, arch steel roof made in this technology is presented in Fig. 5.

The precise process of construction of ABM arch steel roofs and buildings is described in Refs. [3] and [4].

In Europe, especially in the Czech Republic, Poland and Slovakia, these self-supported arch buildings are designed and calculated according to Eurocodes 3 [5–7]. This is true for the straight panel which is assumed to be of Class 4 in which local buckling will occur before the attainment of yield stress. In such cross-sections effective widths may be used to make the necessary allowances for reductions in resistance due to the effects of local buckling. The calculation procedures for corrugated panels should be different. Authors of this paper have observed that in many projects, corrugation on the panel's surface is neglected by engineers during calculation procedures. This leads to the significant overestimation of the panel's ultimate load which in the worst scenario, can cause a failure of doubly corrugated structure like this one presented in Fig. 6. It must be stated that European design standards do not give a procedure for elements with transverse imperfection such as corrugations.

From the building failure presented in Fig. 6, it has been observed that the key factor for understanding such collapses lies in the local behaviour of neighbouring single corrugations. A few days before this failure, some photos of this structure had been taken, focussing on the

\* Corresponding author.

E-mail addresses: robert.cybulski@polsl.pl (R. Cybulski), m.e.cybulska@gmail.com (R. Walentyński), m.e.cybulska@gmail.com (M. Cybulska).

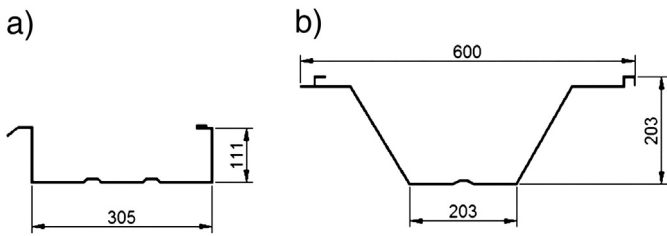


Fig. 1. Cross-sections of the ABM profiles a) MIC 120, b) MIC 240.

top part of the arch. In Fig. 7 it is clearly shown that instability which caused the warehouse's collapse had a local character—the only question that matters is why nobody had been trying to prevent this failure?

In order to understand the corrugated panel's local stability behaviour, the research project “Stability of doubly corrugated thin-walled structures” has been established which is financed by the Polish National Science Centre. Based on this research, it is possible to propose the calculation procedure of an effective cross-section area for corrugated panels under axial compression load. This paper compares different methods (analytical, numerical, and experimental) for axial compression ultimate load calculations and can be seen as a warning for engineers from often thoughtless use of any design standards. So far it can be stated that no research has been conducted about doubly corrugated cold-formed elements in order to compare the analytical, numerical and experimental results. In Ref. [8] the author focusses only on compression tests of samples without any comparison, author Wu in [9] compares experimental and numerical ultimate loads for compressed samples but the accuracy of results is very low. In Ref. [10] written by Sweeney, advanced laboratory tests on doubly corrugated panels were conducted but no result comparison was discussed.

In order to conduct an expensive experimental investigation of ABM panels (laboratory tests under axial compression) full understanding of local buckling behaviour is needed. This can be ensured by the very precise numerical buckling and post-buckling analyses conducted in Abaqus FEM system. Three different types of analyses are used: linear buckling analysis [11] based on eigenvalue problem, Riks Method [12] analysis based on arc length iteration method, and Automatic Stabilization [13] analysis based both on the Newton–Raphson iteration method and on the artificial mass proportional damping.

## 2. Analytical solutions

The analytical solution for the ultimate load of straight and corrugated panels is based on Eurocode 3 Part 1-5 [7]. Due to future experimental investigation of both types of panels, where local stability will be examined, distortional buckling is neglected. So the use of Eurocode 3 Part 1-3 [6] for cold-formed elements is omitted and only cross-

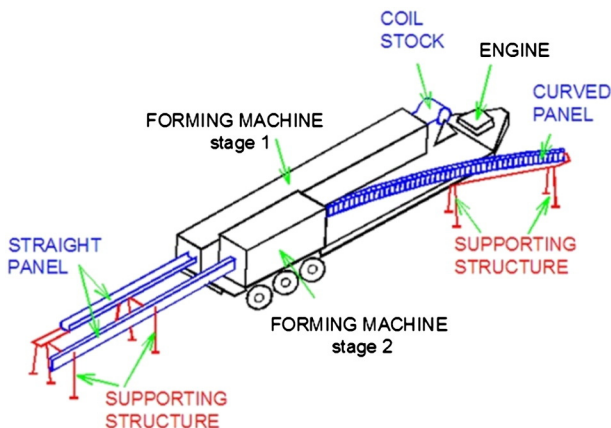


Fig. 2. Prefabrication machine.

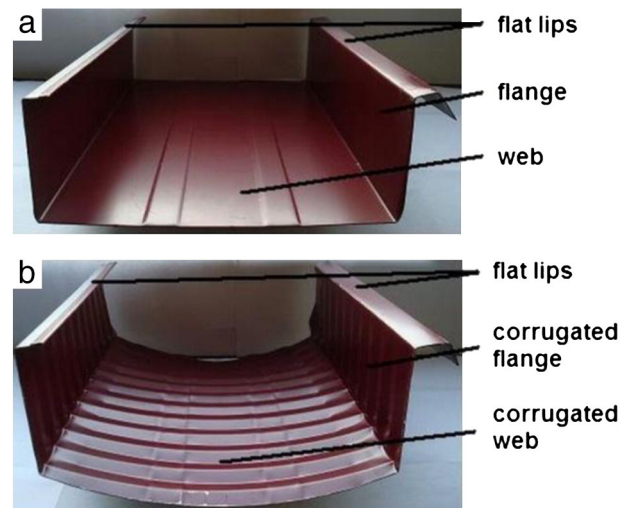


Fig. 3. ABM panels a) straight, b) corrugated.

sections of effective widths will be used to make the necessary allowances for reductions in resistance due to the effects of local buckling.

Material properties of both types of steel panels are as follows: Young Modulus  $E = 203.3$  GPa, Poisson ratio  $\nu = 0.3$ , yield strength  $f_y = 355.9$  MPa.  $E$  and  $f_y$  are obtained from tension material test which will be shortly discussed in further sections.

### 2.1. Straight panel

So in the first step let us consider the cross-section of a straight panel shown in Fig. 8. Based on Eurocode 3 Part 1-1 [5] all the cross-section's elements are of Class 4. So the cross-section of a straight ABM panel is of Class 4. According to the definition given in Ref. [5] “Class 4 cross-section are those in which local buckling will occur before the attainment of yield stress in one or more parts of the cross-section.” The effective area of the cross-section can be used in order to reduce resistance due to the effects of local buckling and a post-buckling investigation is needed.

The lengths of the straight panel samples are limited due to the hydraulic press clearance which will be used in future compression tests. So the effective length of each sample which is measured between the clamps is equal to 540 mm.



Fig. 4. Group of panels.



Fig. 5. Warehouse constructed in ABM 120 technology.

The above cross-section consists of internal compression elements (flanges and web) and outstand compression elements (flat lips). Such division is based on Tables 4.1 and 4.2 from Ref. [7].

Let us consider the flat lip which is  $b = 24.5$  mm wide. The equivalent thickness  $h$  of this element is assumed to be equal 1.13 mm due to the simplified geometry of the bent lock which is 15 mm wide. Such equivalent thickness is obtained from numerical linear buckling analysis which is not included in here.

Firstly  $\sigma_E$  must be calculated:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E h^2}{12(1-\nu^2)b^2} \quad (1)$$

From Eq. (1)  $\sigma_E = 390.9$  MPa.

The next step is to introduce buckling factor  $k_\sigma$ . In this case, where the assumed stress distribution is constant ( $\psi = 1$ ), the buckling factor is equal 0.43.

The elastic critical plate buckling stress may be taken as follows:

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E \quad (2)$$

From the above the critical buckling stress is equal to 168.1 MPa.

Plate relative slenderness  $\bar{\lambda}_p$  and reduction factor  $\rho$  can be calculated from the following formulas:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} > 0.748 \quad (3)$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad (4)$$

From Eqs. (3) & (4)  $\bar{\lambda}_p = 1.46$  and  $\rho = 0.60$ .



Fig. 6. Warehouse collapse.



Fig. 7. Local instability.

So the effective width for the first flat lip is equal to

$$b_{eff} = \rho b = 0.60 * 24.5 = 14.7 \text{ mm} \quad (5)$$

A similar procedure is applied for the second flat lip, flanges and web. The obtained results are listed in Table 1.

From Fig. 8 it can be seen that the web has two longitudinal stiffeners. In order to find the critical buckling stress which includes the work of these stiffeners, a linear buckling numerical analysis has been conducted in Abaqus software. The first achieved eigenvalue is equal to 14.26 and such value corresponds to the stability critical stress equal to 14.26 MPa. The first eigenmode is presented in Fig. 9.

Fig. 10 presents the straight panel's effective cross-section. The effective area  $A_{eff}$  is equal to 164.3 mm<sup>2</sup> and based on the expression presented in Eq. (6), the post-critical load carrying capacity can be calculated.

$$P_U = f_y A_{eff} = 355.9 * 164.3 = 58.5 \text{ kN} \quad (6)$$

## 2.2. Corrugated panel

The calculation methodology for a corrugated panel is similar to the one presented in Section 2.2. It must be clearly written that in this section the walls of the corrugated panel are smooth. The corrugations are omitted in order to present the most frequently made mistake by structural engineers calculating doubly corrugated thin-walled (cold-formed) structures. The cross-section of the assumed panel is presented in Fig. 11. The effective length of the panel is equal to 540 mm.

For flanges and flat lips, it has been possible to take the results directly from the straight panel investigation because for sample effective length

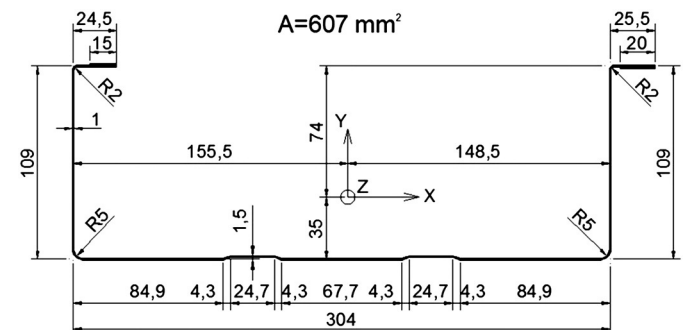


Fig. 8. Straight panel cross-section.

**Table 1**  
Analytical results for straight panel.

	$b$ [mm]	$h$ [mm]	$\sigma_E$ [MPa]	$k_{cr}$	$\sigma_{cr}$ [MPa]	$\bar{\lambda}_p$	$\rho$	$b_{eff}$ [mm]
Flat lip 1	24.5	1.13	390.9	0.43	168.1	1.46	0.60	14.7
Flat lip 2	25.5	1.20	406.9	0.43	175.0	1.42	0.61	15.5
Flange	109	1	15.59	4	61.80	2.40	0.38	20.7
Web	304	1	–	–	14.26	5.0	0.19	29.1

of 540 mm the rise of an arch equals 5 mm. Such curvature does not influence the values of critical buckling loads for these two types of panel's elements.

Now a web investigation can be presented. In this case curvature from the arch is considered. Because a web has two curvatures (in longitudinal and transverse directions), buckling numerical analysis has been conducted in order to obtain a critical buckling stress. From the linear buckling analysis made in Abaqus the first eigenvalue is equal to 64.61 and this corresponds to a critical buckling stress of  $\sigma_{cr} = 64.61$  MPa. The first eigenmode for the web of the curved panel is presented in Fig. 12. Based on that, the effective width is equal to 115.5 mm ( $2 * 57.8$  mm).

Fig. 13 presents the curved panel's effective cross-section. The effective area  $A_{eff}$  is equal to 225 mm<sup>2</sup> and based on the expression presented in Eq. (6), the post-critical load carrying capacity is equal to 80.1 kN.

**3. FEM simulations**

This section is devoted to FEM simulations from which obtained results are compared with the values of the post-critical load carrying capacity from previous sections.

**3.1. Material properties of steel**

The material test (static tensile testing at ambient temperature) has been conducted on test pieces cut out from straight and doubly corrugated panels according to material test standard [14]. The locations of the cut-outs are presented in Fig. 14.

In detail, values of material properties of both types of panels presented in Table 2 are discussed in [15,16]. This paper presents only the final results for the material tests. In Table 2  $f_u$  stands for tensile strength.

**3.2. Panels geometry**

Very precise geometry models for straight and corrugated panels have been obtained from 3D optical scanning (see Fig. 15). This system converts the surface geometry into a cloud of high-density numerous points with 3D coordinates. It has been developed specifically for accurately measuring the surface geometries of items different in size or parts different in size on the same subject. The obtained geometry can be exported to CAD and FEM systems. Optical scanning is especially helpful for the panels with folded surfaces where dimensions of single corrugations could be captured. Corrugated panels have very complex

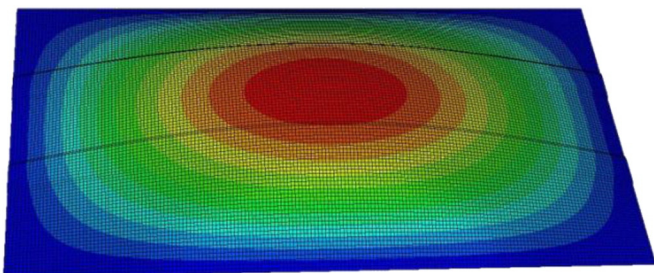


Fig. 9. Straight panel—first eigenmode for the web.

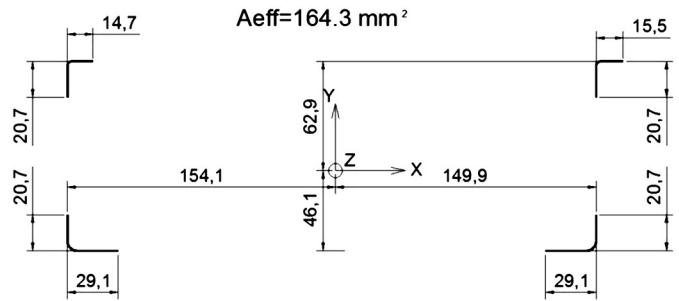


Fig. 10. Straight panel effective cross-section.

geometry and their hand-built models brought too much simplicity in geometry which affected the results of the numerical analyses conducted during preliminary investigation of doubly corrugated panels [17,18]. A detailed description of 3D optical scanning of cold-formed panels is given in [15,16].

**3.3. Types of numerical analyses**

Three main types of numerical analyses are used for local stability investigation (buckling and post-buckling) of cold-formed panels. All of them are conducted in Abaqus software.

The first one, linear buckling analysis (linear bifurcation buckling) is based on the eigenvalue problem solution (see Ref. [11]).

The second one, the Modified Riks Method is used for static post-buckling and collapse analysis. Such method finds static equilibrium at the end of each increment. However, unlike the regular nonlinear static analyses, the load magnitude is also a solution variable. It can increase or decrease to satisfy static equilibrium. It is well described by Memon in [12].

The third one, the stabilization method is used for post-buckling analysis and nonlinear static problems and is based both on the Newton–Raphson iteration method and on the artificial mass proportional damping. When local instabilities are developed, it means when change of nodal displacements increases rapidly over a solution increment, damping is added to help the solution algorithm maintain equilibrium. More details about this method can be found in Ref. [13] written by Moen.

**3.4. Load and boundary conditions**

For straight and curved panels boundary conditions are the same and are presented in Fig. 16 in terms of a straight panel. Such boundaries are chosen due to future laboratory compression tests.

$U = 0$  stands for restrained displacement and all rotations are free. Plates and clamps from the test set-up are modelled as “rigid body”

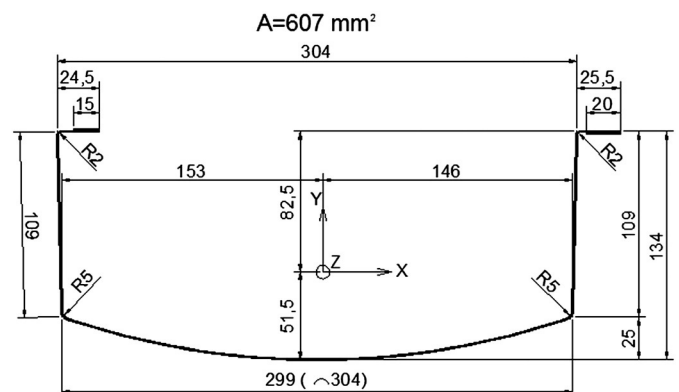


Fig. 11. Corrugated panel cross-section.

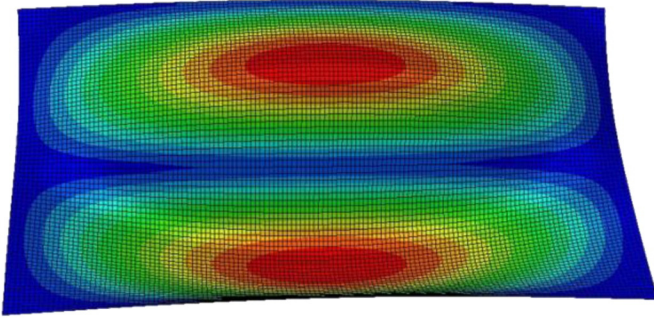


Fig. 12. Corrugated panel—first eigenmode for the web.

elements. Straight panel is modelled from “shell” elements and uses 26,913 quad-dominated finite elements of type S4R (a 4 node doubly curved shell with reduced integration, has six degrees of freedom at each node, three translations and three rotations). Corrugated panels use 80,000 quad-dominated finite elements. Concentrated compression load is applied at the end of the element where boundary conditions  $U_x = U_y = 0$  are used.

3.5. Straight panel—combined Riks Method

The combined analysis method (Linear buckling together with Riks Method) with material properties in the corner area from the first line in Table 2, and for the remaining area from the second line in Table 2 is considered in this example.

In order to improve the results obtained from post-buckling analysis of a straight panel based on arc length method comparing with results obtained from preliminary post-buckling analysis presented in [17,18], the combined method which consists of linear buckling and Riks Method analyses is presented in here.

A post-buckling analysis of a geometrically perfect structure may exhibit a sharp bifurcation at the buckling load, which may be missed in the Riks Method. Adding geometric imperfections smoothes out the discontinuous response at the point of buckling and allows the solution to follow the response more easily.

Firstly, in order to obtain geometrical imperfections, the linear buckling analysis must be conducted. Such analysis is of type “Linear perturbation/Buckle”. Concentrated compression load is applied at the cross-section's gravity centre (Fig. 8) and is equal to 1 N. Then the deformed shape obtained from the first eigenmode is saved in global coordinates in term of its displacements by using the following statement in the input file:

\*NODE FILE, GLOBAL = YES, LAST MODE = 1, U.

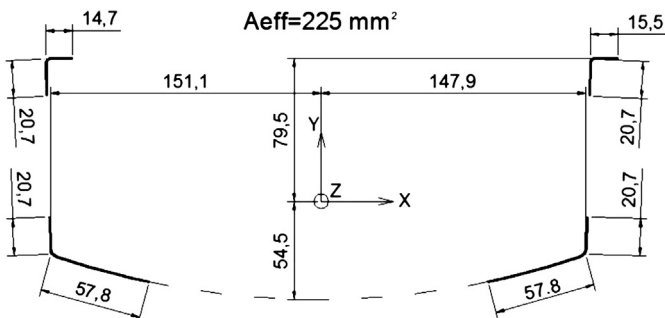


Fig. 13. Corrugated panel effective cross-section.

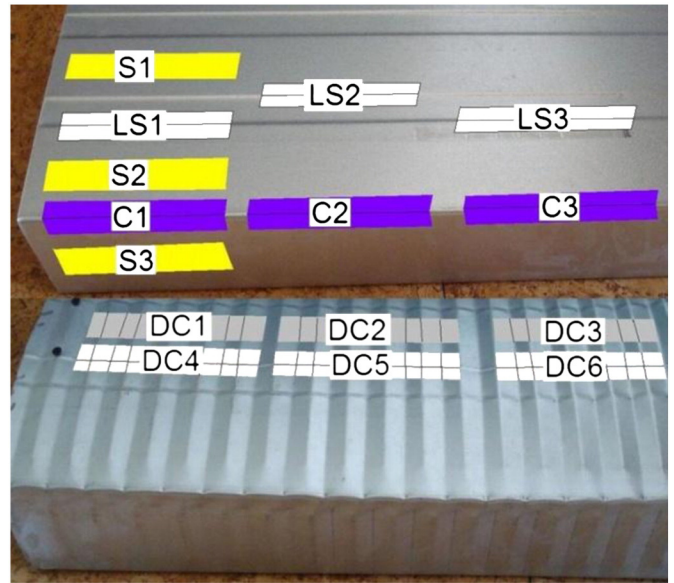


Fig. 14. Locations of material test pieces.

Secondly, these saved geometrical imperfections are called by the input file of Riks Method analysis by using the statement:

\*IMPERFECTION, FILE = buckling, STEP = 1, 1, -0.55.

FILE refers to the linear buckling analysis file, STEP to the buckling step, “1” to the first eigenvalue and “-0.55” is the limit value of displacement perpendicular to the plate plane based on the classic non-linear static analysis. In such case where thickness of the wall is equal 1 mm, the value of the imperfection is less important (as long as it is less than 1) and does not influence the final results. More important is the sign of the imperfection value (positive or negative) but this is explained in further paragraphs. For this analysis concentrated compression load applied at the effective cross-section's gravity centre (Fig. 10) is equal to a load obtained from an eigenvalue.

Fig. 17 presents the analysis methodology where two types of analyses (linear buckling and Riks Method) have been combined together. Firstly, the linear buckling analysis has been conducted in order to obtain the critical buckling load at the bifurcation point (which lies somewhere on the equilibrium path). Such critical load is connected to the first eigenmode (deformation mode) and to the eigenvalue ( $\lambda$ ). Unit concentrated load placed at the gravity centre of gross cross-section (see Fig. 8) has been applied. So the value of the critical buckling load is equal to the unit load times the first  $\lambda$  (result in Newton “N”). That is why the critical buckling load  $P_{cr,B} = 17.74$  kN. In this case the first eigenmode corresponds to a situation where the web deformed to a single half-wave towards the inside of the cross-section. In the next step, the obtained deformation field is exported to Riks analysis based on arc length iteration method. Because for this nonlinear analysis the concentrated load is applied at the effective gravity centre of the effective cross-section (Fig. 10), which means that the location of the concentrated load moved up, the scale factor for deformation field is with the minus sign. So the single half-wave is directed towards the outside of cross-section. Such move helps to destroy the straight element

Table 2  
Material properties.

	$f_y$ [MPa]	CORR plastic strain [%]	$f_u$ [MPa]	CORR plastic strain [%]	$E$ [GPa]
Corner area	428.6	0	548.3	11.8	203.3
Remaining area	355.9	0	487.6	15.2	208.4



Fig. 15. 3D optical scanning of corrugated panel.

much faster than in the case where deformation field is taken straight from the linear buckling analysis.

The value “0.55” stands for the  $U_y$  displacement which has been obtained from the nonlinear static analysis, where the value of  $P_{cr,B}$  has been applied at the effective gravity centre. From Riks analysis at the  $f_y$  compression stress level (355.9 MPa) the ultimate load  $P_u$  equals 60.5 kN. This value is similar to the value of the ultimate load based on Eurocode calculations which is equal to 58.5 kN (see Section 2.1). The straight element's collapse has been obtained at the compression stress level 437.2 MPa and this corresponds to a failure load  $P_m = 66.3$  kN. It has been observed that the collapse of the element started in the lower corners. It proves the common behaviour of thin-walled cold-formed elements.

The load displacement path obtained from Riks analysis is presented in Fig. 18. Shortening of the straight element is presented on horizontal axis as the absolute value of displacement  $U_z$  in mm. Thus, axial displacement means that the displacement  $U_z$  is measured at the point of the effective gravity centre. The vertical axis presents the values of concentrated load (in kN) applied at the point of effective cross-section gravity centre.

From Fig. 18 it is observed that pre-buckling behaviour is till  $P_{cr,B}$  and post-buckling between  $P_{cr,B}$  and  $P_m$ . It can be stated that the cold-formed elements with smooth walls (such as a straight panel) have the post-buckling strength and do not collapse at the bifurcation point. In such

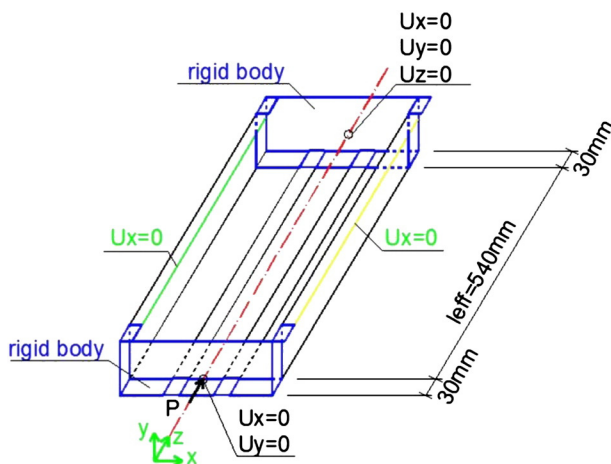


Fig. 16. Panel's load and boundary conditions.

case a secondary load path at a bifurcation point is considered as an ascendant branch of the load path. This is true according to Eurocode 3 Part 1-1 [5] where cross-section Class 4 for thin-walled elements is introduced as: “Class 4 cross-section are those in which local buckling will occur before the attainment of yield stress in one or more parts of the cross-section”—exactly such phenomenon is presented in Fig. 18.

The above analysis has been done for the case where the estimated total arc length is equal to 1 and arc length increments are as follows: initial 0.001, minimum  $1 * 10^{-15}$ , and maximum 0.1. For the same arc length increments, different values of arc lengths (0.5 and 2) have also been investigated. The obtained load–displacement paths are presented in Fig. 19. From Fig. 19 it is observed that for a straight panel, a change of total arc length does not influence the results. It has been observed that for smaller value of arc length, Riks analysis needs smaller increments to reach  $P_u$  than for bigger value of the arc length. Changing the value of the total arc length does not influence the final results because such value only has influence on the initial LPF value.

Instead of changing the total arc length value, a change of maximum arc length increment (0.01, 0.1, and 1.0) has also been investigated. The obtained ultimate loads for the above cases were very similar (without significant differences in results). The load–displacement path for the smallest value of maximum arc length increment is the smoothest. Bigger values result in slightly ragged paths.

So from these analytical and theoretical investigations presented in previous sub-sections together with the combined numerical analysis (linear buckling and Riks analysis) it can be concluded that a straight element can be classified as a cross-section of Class 4. It also proves that Eurocode 3 provides very good procedure for effective area calculation for local plate buckling investigation under axial compression load for thin-walled elements. These elements cannot have large transverse geometrical imperfections (like in case of corrugated elements). So they must be smooth and only significant geometrical imperfections in longitudinal direction such as stiffeners (see web of the straight panel) are allowed.

### 3.6. Straight panel—combined Stabilization Method

In this case, the analysis methodology is the same as the one presented in Section 3.5. The combined analysis method (Linear buckling together with Automatic Stabilization Method) with material properties in corner area from the first line in Table 2, and for the remaining area from the second line in Table 2 is considered in this example.

From Stabilization analysis at the  $f_y$  compression stress level (355.9 MPa) the ultimate load  $P_u$  equals 60.9 kN. This value is similar to the value of the ultimate load based on Eurocode calculations (Section 2.1) which is equal to 58.5 kN. The straight element collapse has been obtained at the compression stress level 442.5 MPa and this corresponds to failure load  $P_m = 67.5$  kN.

The above analysis has been done for the case where damping factor  $c$  is equal to  $9 * 10^{-5}$  and increments sizes are as follows: initial 0.001, minimum  $1 * 10^{-15}$ , maximum 0.01. For the same increment sizes, different values of  $c$  ( $7 * 10^{-6}$  and 0.0002) have been also investigated. The obtained load–displacement paths are presented in Fig. 20.

From Fig. 20 the following things can be concluded:

- bigger value of  $c$  results in higher value of failure load,
- $c$  does not influence much the panel's axial stiffness,
- there is no relation between the  $c$  value and the shape of curvature peak zone (further research is needed to investigate it),
- $c$  equal  $9 * 10^{-5}$  gives the load path shape similar to the one obtained from the Riks Method.

Based on the above analyses, it can be also concluded that straight panel cross-section can be classified as a Class 4 cross-section according to Ref. [5]. Other conclusions concerning Automatic Stabilization Method are the same as those for the Riks Method given in Section 3.5.

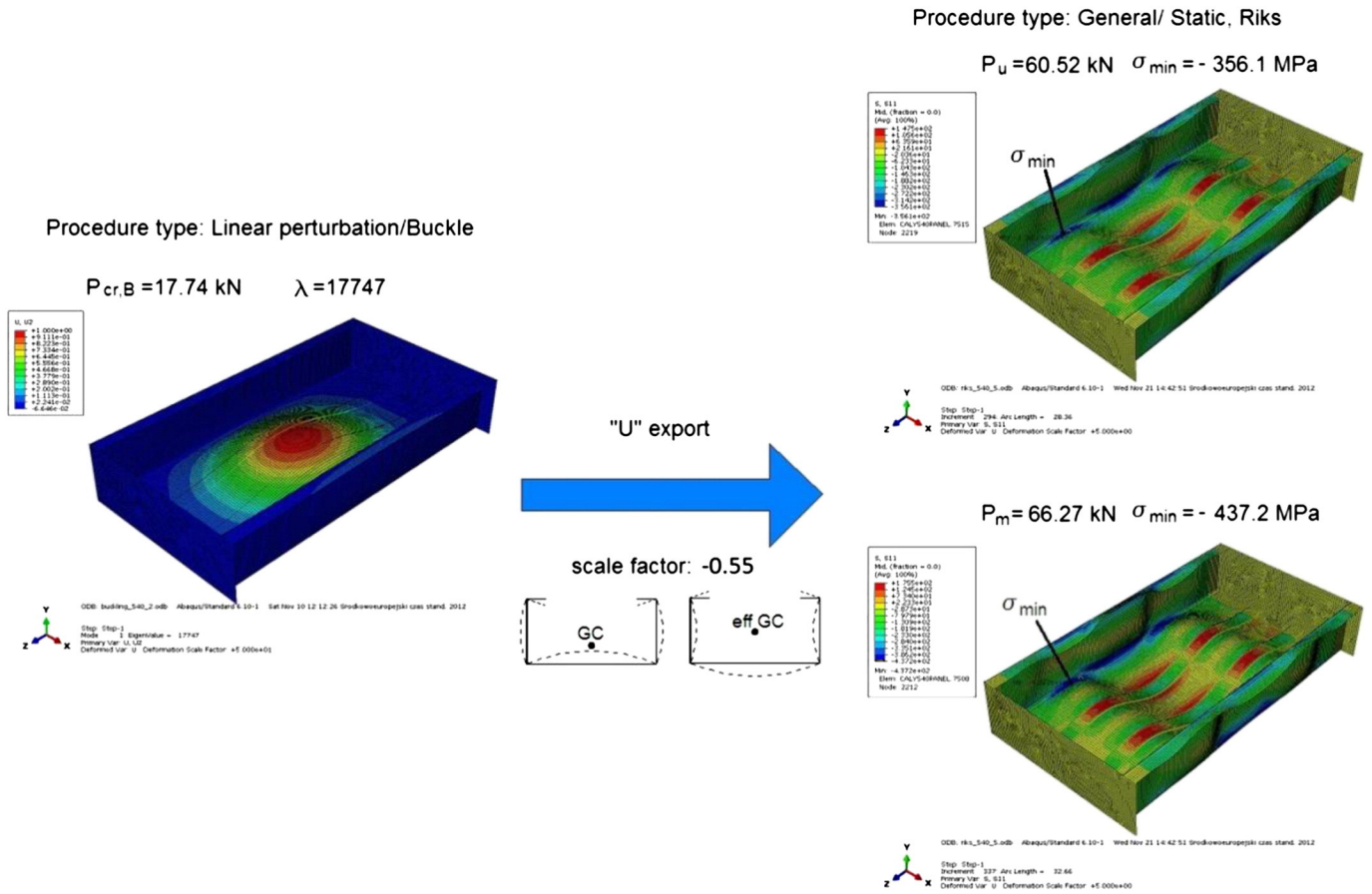


Fig. 17. Combined analysis (Buckling with Riks Method).

### 3.7. Corrugated panel—Riks Method

In this case, combined numerical methods are neglected due to the fact that geometrical imperfections have already been on the panel's surface and there is no need to add extra ones. For Linear Buckling analysis, concentrated load equal to 1 N has been applied at the cross-section gravity centre (see Fig. 11). The first eigenmode obtained from this analysis is presented in Fig. 21. The first eigenvalue is equal to  $1.27 \cdot 10^4$  and corresponds to the critical buckling load  $P_{cr,B} = 127$  kN. This value is much larger than the post-critical load carrying capacity equal to 80.1 kN—according to the calculation based on

Eurocode 3, Section 2.2. It means that the transverse geometrical imperfections have significant influence on cold-formed buckling behaviour. This is a reason why this analysis is neglected from further investigation.

It can be observed that for straight panel, buckling and collapse modes represent well known plate buckling phenomenon, which can consist of sine half-waves, where if the web deforms towards the inside, then the flanges deform towards the outside. For corrugated panels local buckling is completely different. Deformation and failure are obtained to be the squeeze of corrugations (accordion behaviour) and are presented in Fig. 22. The only way to achieve satisfactory results is

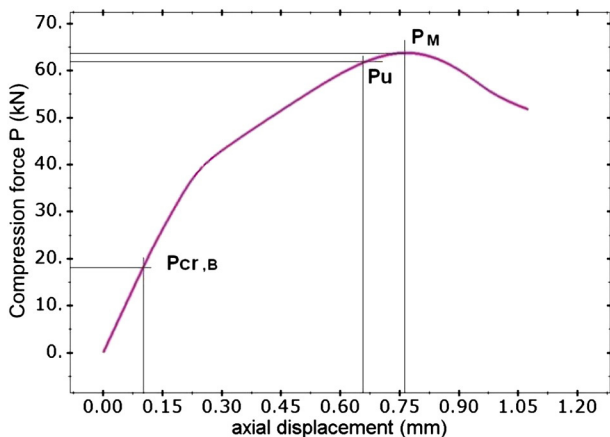


Fig. 18. Load–displacement path for the straight panel (Riks Method).

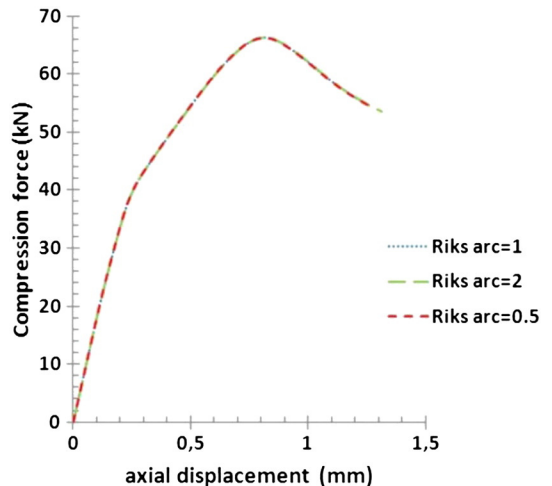


Fig. 19. Straight panel: load paths for different total arc lengths.



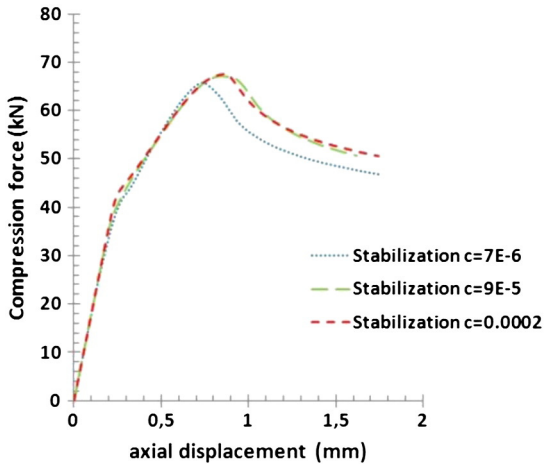


Fig. 20. Straight panel: load paths for different c.

to use nonlinear types of analyses e.g. Riks Method or Automatic Stabilization Method.

So the following investigated case is assumed: the Riks Method with material properties in a corner area from the first line in Table 2, and for the remaining area from the second line in Table 2. Such analysis has been performed for the panels' samples cut out from arches with the following radiuses: 5 m, 7.5 m and 10 m. Model geometries have been obtained from 3D optical scanning.

In order to run the Riks analysis, the concentrated load equal to 30 kN has been applied at the equivalent gravity centre of the corrugated panel cross-section (see Fig. 23). Its position has been found by searching the location in which the obtained failure load is the greatest. Such assumption has been necessary due to the low axial stiffness of surface corrugations.

Let us now consider a model from the arch of radius 10 m (r10m). Due to corrugations it is inconvenient to search for the ultimate load at the  $f_y$  compression stress level because such value can be found locally only between two corrugations (see Fig. 24). A value of the load which causes this stress is equal to 27.3 kN. Based on above it can be stated that the panel's capacity is much underestimated. For a straight panel, almost all the corners' area has been covered by compression stress 355.9 MPa in longitudinal direction (Fig. 17). So another approach for

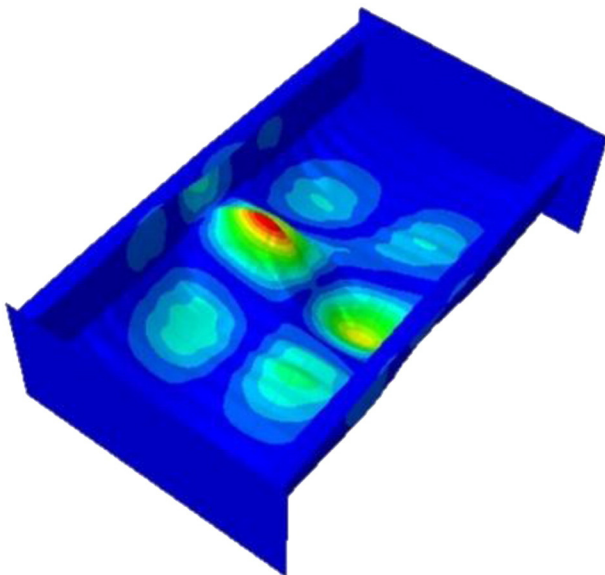


Fig. 21. Corrugated panel—first eigenmode.

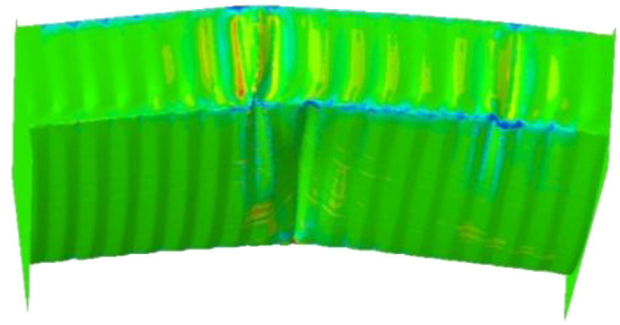


Fig. 22. Corrugated panel—accordion behaviour.

the ultimate load is proposed for corrugated panels based on results presented in Fig. 25.

In Fig. 25, the curvature peak represents the corrugated panel failure under axial compression load. The load carrying capacity  $P_u$  is determined by drawing a line parallel to the straight portion of the curve and at the distance from this equivalent to the prescribed percentage contraction equal to 0.01%. The point at which this line intersects the curve gives the desired proof ultimate load. The idea is borrowed from the static compression testing at ambient temperature [19]. According to that, the ultimate elastic strength is a stress level, at which the measuring length of the specimen suffers permanent reduction equal to 0.01% of the initial measuring length. In our case there is no clear elastic and plastic parts of the load (stress) path. So such method is applied in order to find proof of ultimate load.

In Fig. 26 load paths for different arch radiuses are presented. From that it is observed that the failure load has the smallest value for samples cut out from the arch of radius 5 m, middle value for sample from the arch of radius 7.5 m and the highest value for panel cut out from the arch of radius 10 m. The reason for that is as follows: for the biggest arch radius the corrugations are the smallest, so the failure load has the highest value; for the smallest arch radius the corrugations are the biggest, so the failure load has the lowest value. This phenomenon is due to the prefabrication process of the curved panels and more detailed information can be found in Ref. [16].

In Table 3 the assumed ultimate loads  $P_u$  together with the corresponding values of axial deformations  $d$ , effective cross-sections  $A_{eff}$  (based on Eq. (7)) and failure loads  $P_m$  are listed for all investigated cases.

$$A_{eff} = \frac{P_u l_{eff}}{dE} \tag{7}$$

The effective cross-section areas for corrugated panels of radiuses 5 m, 7.5 m and 10 m can be calculated using Eq. (7) with  $E = 203.3$  GPa and  $l_{eff} = 540$  mm.

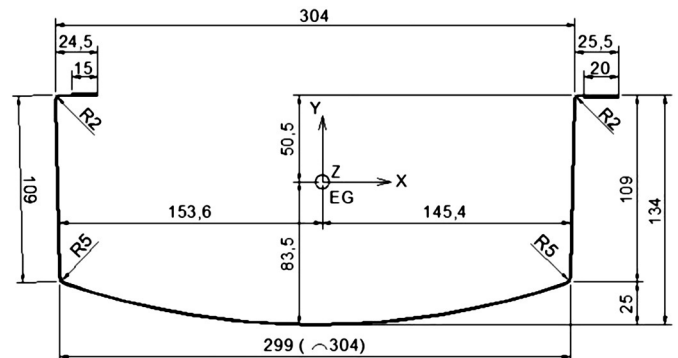


Fig. 23. Corrugated panel—equivalent gravity centre.

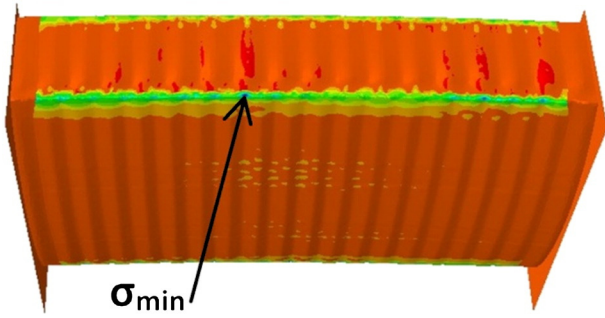


Fig. 24. Location of compression stress at the level of  $f_y$ .

In Fig. 27 compression stresses at the level of assumed ultimate load  $P_u$  are presented. The distance prescribed by 0.01% of the initial measuring length seems to be reasonable because a greater part of panel's corners (blue colour) is in compression with a value of normal stresses around 355.9 MPa.

The above analyses have been done for the case where the estimated total arc length is equal to 1 and arc length increments are the following: initial 0.001, minimum  $1 \times 10^{-15}$ , maximum 0.1. Like for the straight panel, a change of the total arc length value does not influence the final results. Also the change of the value of the maximum arc length increment (0.01, 0.1, and 1.0) does not significantly influence the load–displacement paths (see Fig. 28).

From this section, it is observed that the deformation of corrugated panels has a local character but it is different from the straight panels where deformation occurred as regular plate buckling mode. In this case corrugations squeezed each other so the ultimate load (and the failure load) shows the loss of stability reached by the plastic deformation of steel. So we cannot speak in this case about the secondary path at a critical point which corresponds to an ascendant or descendent branch of load path because there is no such phenomenon. This is due to the fact that linear buckling analysis overestimates the critical load and the only way to obtain a reasonable solution for corrugated panels is to use nonlinear analyses. The values of ultimate loads listed in Table 3 are much smaller than the value of ultimate load based on Eurocode 3 Part 1-5 [7] obtained in Section 2.2. So far it can be concluded that the corrugated panel's cross-section cannot be classified as a Class 4 cross-section due to the different buckling phenomenon. In order to verify the obtained results, laboratory compression tests have been conducted on curved samples (see Section 4).

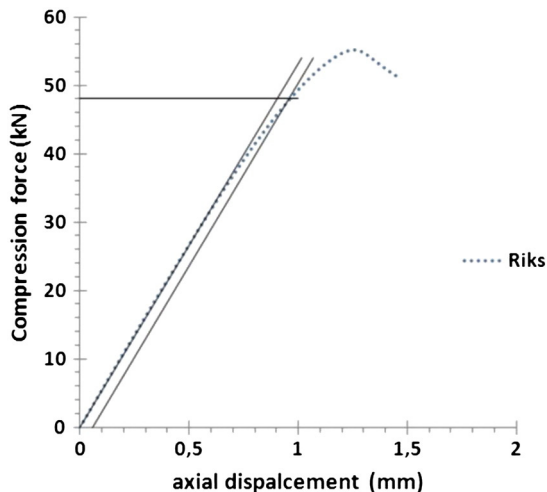


Fig. 25. Load–displacement path for corrugated panel of radius 10 m (r10m).

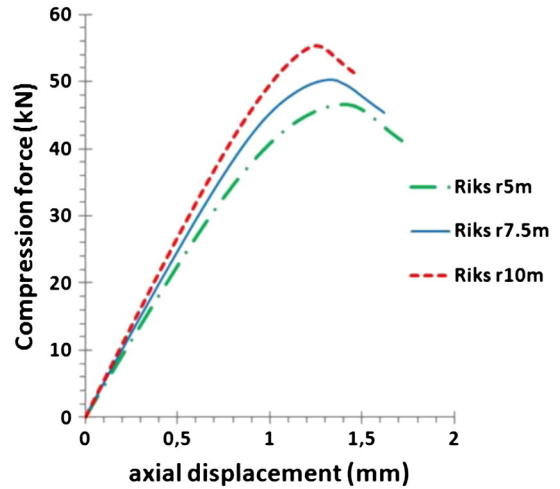


Fig. 26. Corrugated panel: load paths for different arch radiuses.

Table 3  
Corrugated panel—results from Riks analyses.

Cases	$P_u$ [kN]	CORR axial displ. $d$ [mm]	CORR $A_{eff}$ [mm <sup>2</sup> ]	$P_m$ [kN]
r5m	38.5	0.92	111.2	46.6
r7.5m	43	0.93	122.8	50.2
r10m	48	0.96	133.5	55.2

### 3.8. Corrugated panel—Automatic Stabilization Method

In this case, the analysis methodology is the same as the one presented in Section 3.7. Nonlinear analysis (Automatic Stabilization Method) with material properties in the corner area from the first line in Table 2, and for the remaining area from the second line in Table 2 is considered in this example. In order to run a Stability analysis, the concentrated load equal to 50 kN has been applied at the equivalent gravity centre of curved panel cross-section (see Fig. 23).

Once again, let us consider the model from the arch of radius 10 m (r10m). The load carrying capacity  $P_u$  is determined by drawing a line parallel to the straight portion of the curve and at the distance from this equivalent to the prescribed percentage contraction equal to 0.01%.

The assumed ultimate loads  $P_u$  together with corresponding values of axial deformations  $d$ , effective cross-sections  $A_{eff}$  (based on Eq. (7)) and failure loads  $P_m$  are listed in Table 4 for all investigated cases.

The above analysis has been carried out for the case where damping factor  $c$  is equal to  $7 \times 10^{-6}$  and increment sizes are the following: initial 0.001, minimum  $1 \times 10^{-15}$ , and maximum 0.01. For the increment sizes, different values of  $c$  ( $0.0$ ,  $9 \times 10^{-5}$  and  $0.0002$ ) have been investigated,

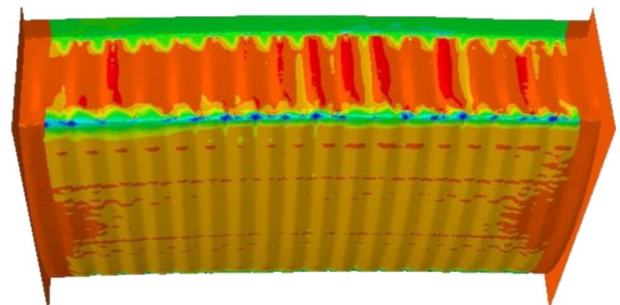


Fig. 27. Corrugated panel: Normal stresses at the level of  $P_u$ .

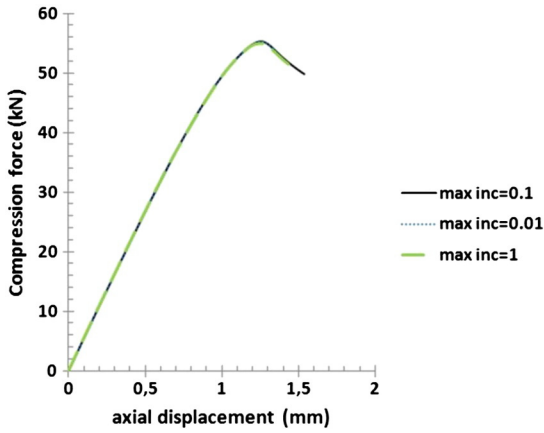


Fig. 28. Corrugated panel: load paths for different maximum arc length increments.

Table 4  
Corrugated panel—results from Stabilization analyses.

Cases	$P_u$ [kN]	CORR axial displ. $d$ [mm]	CORR $A_{eff}$ [mm <sup>2</sup> ]	$P_m$ [kN]
r5m	38.5	0.92	111.2	47.3
r7.5m	43	0.93	122.8	50.4
r10m	48	0.96	133.5	55.8

too. The obtained load–displacement paths are presented in Fig. 29 and the following things can be concluded:

- the panel is vulnerable to change of parameter  $c$ ,
- bigger value of  $c$  results in higher stiffness of the panel,
- no relation has been observed between  $c$  and the value of failure load,
- very small value of  $c$  must be chosen (close to  $c = 0$ ) in order to get the load path shape similar to the one obtained from Riks Method.

Based on above analyses, it can be also concluded that straight panel cross-section cannot be classified as a Class 4 cross-section according to Eurocode 3 Part 1-1 [5]. Other conclusions concerning the Automatic

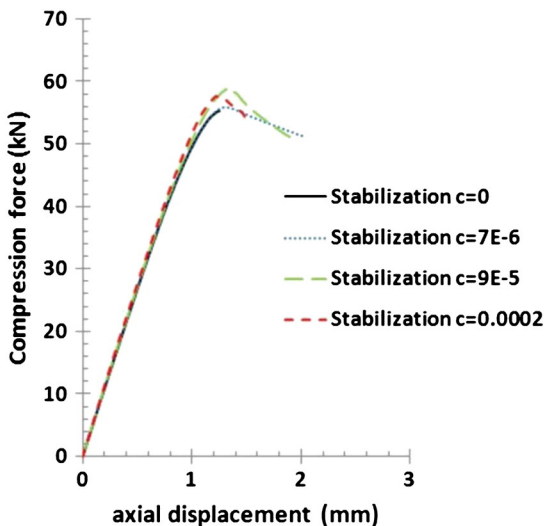


Fig. 29. Corrugated panel: load paths for different  $c$ .

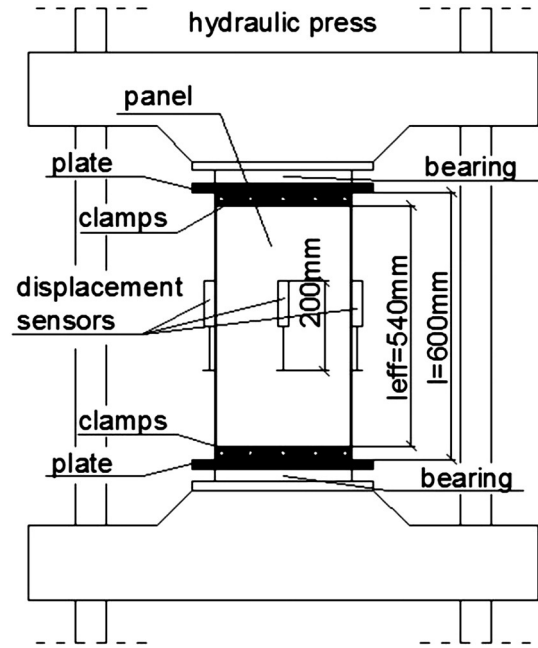


Fig. 30. Compression test set-up.

Stabilization Method are the same as those for the Riks Method given in Section 3.7.

#### 4. Experimental investigation

##### 4.1. Straight panel

Compression tests have been performed on straight panel samples with dimensions and test set-up presented in Fig. 30. The displacement sensors have been measuring the samples shortening from base equal around 200 mm as average value from six sensors (three outside and three inside of each sample). The displacement sensors have been connected to a computer and they have been independent of the hydraulic press. The force sensor has been also connected to a computer but it has been dependent on the hydraulic press. Hydraulic press has been controlled by displacements (2 mm/1 min). Load has been applied at the cross-section gravity centre (see Fig. 8).

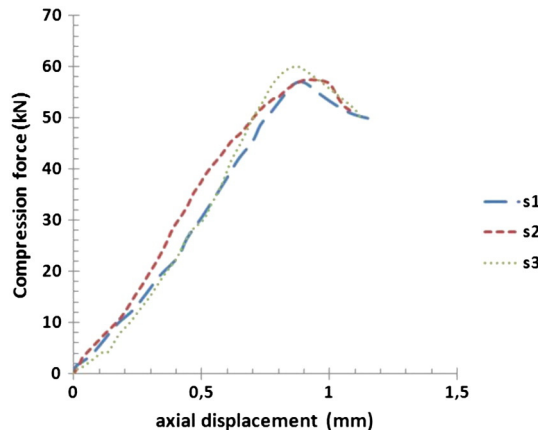


Fig. 31. Straight panels: experimental load–displacement paths.

**Table 5**  
Straight panel—test results.

case	Experimental $P_{m,lab}$ [kN]
s1	56.9
s2	57.5
s3	59.7

In Fig. 31 the obtained load–displacement paths are presented and it can be stated that all three tests have been conducted with similar accuracy.

It is impossible to compare the experimental load displacement paths with the numerical ones at this stage of research due to the following reasons:

- displacement sensors were independent of hydraulic press (this is the main reason caused by the lack of availability of the modern laboratory equipment),
- during experimental compression tests, when buckling occurred at the form of sine half-wave, displacement sensors lost their parallelism to the panel's axis (this was not an issue during corrugated panel compression tests due to accordion behaviour),
- during experimental tests, location of the load has been constant (at the cross-section gravity centre, Fig. 8), whilst during numerical investigation such location has been changed (firstly load had been applied at the gravity centre Fig. 8 and then load has been moved to the effective gravity centre Fig. 10)—such differences result in lower value of the failure load in the case of experimental compression tests.

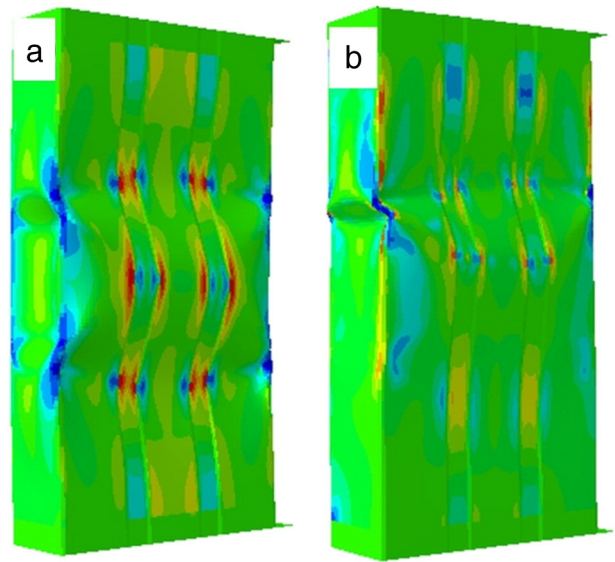
The main goal of this research is to investigate differences in behaviour of corrugated and straight panels.

In Table 5 values of failure loads from laboratory compression tests are listed. The obtained values are smaller than the values from numerical investigation and the ratio of experimental failure load  $P_{m,lab}$  to numerical failure load  $P_m$  is in the range from 0.84 to 0.90, only. The small difference can be explained with unpredictable imperfections of the experiment.

Fig. 32 presents preliminary experimental deformation shapes of straight panels. Fig. 33 shows deformation shapes from Riks and Stabilization analyses. It can be observed that deformation from Stabilization Method has a similar form to the one from the compression test (one fold for each wall of the panel). Deformation obtained from the Riks Method is different because it has two folds for each wall of the panel. So at this stage of research, it can be concluded that the Riks and Stabilization methods can be used up to the failure point equally—failure load  $P_m$ . After the panel failure, the Stabilization Method has more accurate deformation than the Riks Method (comparing to laboratory tests).



**Fig. 32.** Straight panels: experimental deformation shapes.



**Fig. 33.** Straight panel numerical deformation shapes a) Riks Method, b) Stabilization Method.

A final conclusion can be made that three types of solutions (analytical based on Eurocode 3, numerical and experimental) are comparable with good accuracy.

#### 4.2. Corrugated panel

Three samples for each arch radius (5 m, 7.5 m, and 10 m) have been investigated. Test set-up is similar to the one presented in Fig. 30. Load (hydraulic pressure) was applied at the point of equivalent gravity centre (see Fig. 23).

Due to the fact that displacement sensors have not been dependent from the hydraulic press, registered load–displacement paths have not been precise after the failure point (Fig. 34). This has been a reason that registered load paths (Fig. 35) ended at the level of failure load. From Fig. 35 it is observed that after the curvature peaks, the load paths for the Riks Method and Automatic Stabilization Method differ from each other. It has been impossible at this stage of research to verify which one is more appropriate. In order to do that, compression tests in modern hydraulic press controlled by displacement is desirable, where both force and displacement sensors are dependent of hydraulic press.

The obtained results from the experimental investigation are listed in Table 6. The ratio of experimental failure load  $P_{m,lab}$  to numerical failure load  $P_m$  is in the range from 0.91 to 0.96. Such good correlation

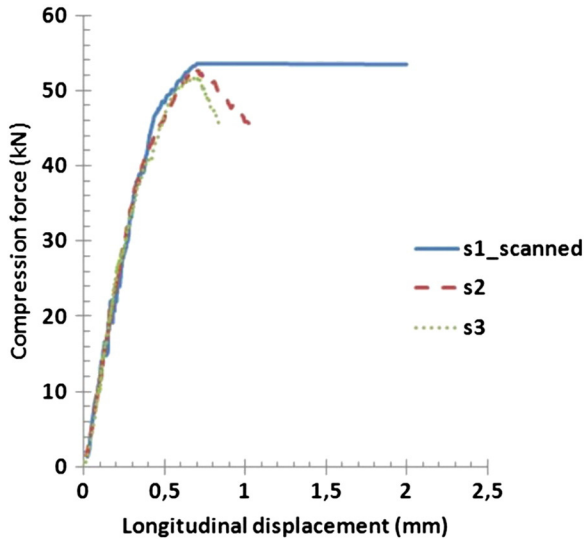


Fig. 34. Experimental load–displacement paths for corrugated panels (radius 10 m).

is due to earlier material tests and scanned geometry. So each compression test has been designed based on very accurate FEM analyses. For displacements presented in Fig. 35, a quite good correlation is caused by the short measuring base (Fig. 30). Longer base would cause bigger differences in displacement results. Compression tests have been conducted only to prove that the chosen types of numerical analyses are appropriate.

Figs. 36 to 38 compare deformation shapes of the samples which have both been scanned and laboratory compressed. It has been observed that for each of these three samples a squeeze of single corrugations took place in the same locations. This also proves that numerical and experimental investigations have very good accuracy. It must be also stated that Riks and Stabilization Methods had the same failure deformation.

**5. Conclusions**

Local stability behaviour is a very important issue for thin-walled elements and must be considered. In order to study local stability

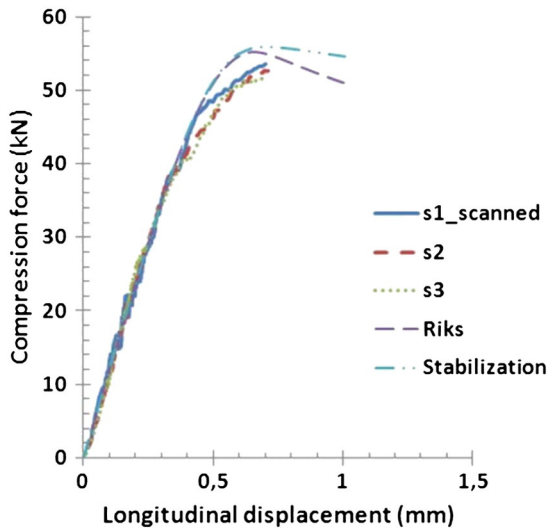


Fig. 35. Experimental and numerical load–displacement paths for corrugated panels (radius 10 m).

**Table 6**  
Corrugated panel—test results.

cases	Experimental $P_{m,lab}$ [kN]
s1 r5m	44.6
s2 r5m	43.1
s3 r5m	44.3
s1 r7.5m	47.0
s2 r7.5m	47.3
s3 r7.5m	46.4
s1 r10m	53.5
s2 r10m	52.7
s3 r10m	51.7

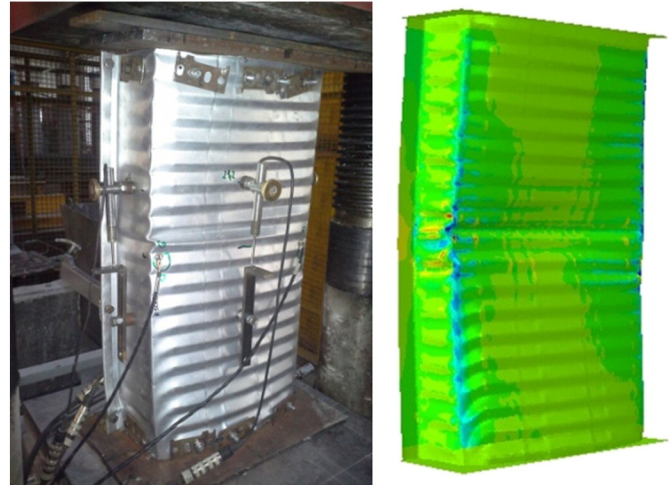


Fig. 36. Failure deformation for both numerical and experimental investigations (radius 5 m).

problems of ABM panels (straight and corrugated), linear and non-linear stability analyses have been performed in commercial FEM software called ABAQUS.

It has been observed that for straight panels (with smooth walls) linear stability analysis ends up with local buckling mode due to the bifurcation point. The value of critical compression force at this point lies on the elastic part of the equilibrium path. Such behaviour of a straight panel corresponds to the Class 4 cross-section described in Eurocode 3 Part 1-1 [5] and Eurocode 3 Part 1-5 [7] where general design rules for steel structures and plated structural elements are

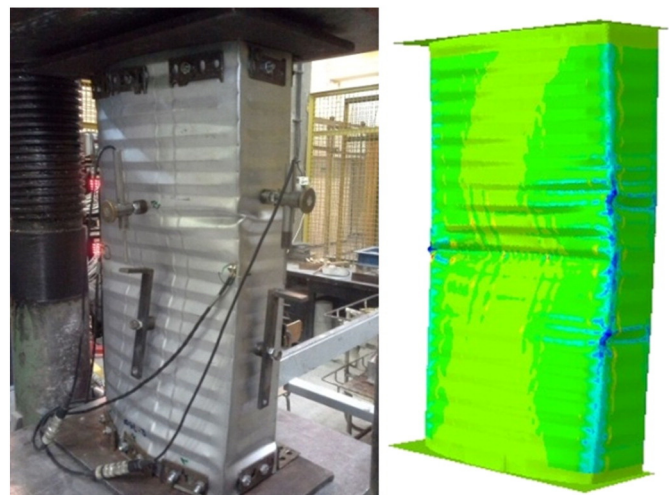


Fig. 37. Failure deformation for both numerical and experimental investigations (radius 7.5 m).

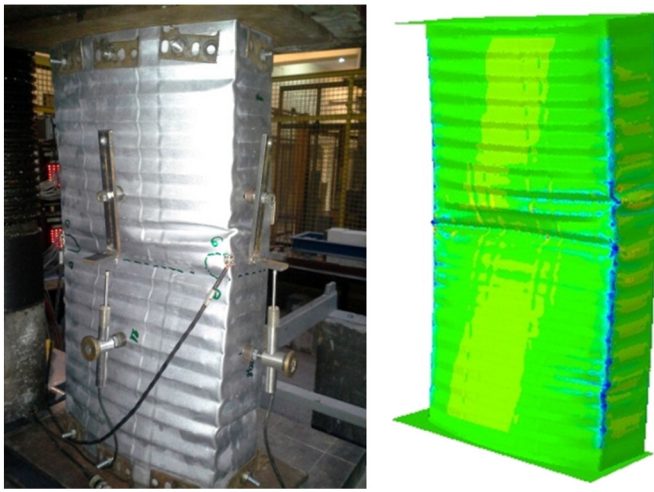


Fig. 38. Failure deformation for both numerical and experimental investigations (radius 10 m).

presented. The obtained values of ultimate loads from Riks and Automatic Stabilization analyses have been similar to the one obtained from Eurocode calculations. So it can be concluded that Eurocode 3 provides very good procedure for effective area calculation for local plate buckling investigation under axial compression load for thin-walled elements.

Local buckling will occur in Class 4 cross-sections before attainment of yield stress in the element. Such statement is not valid for curved panels where large surface imperfections called corrugations are machine pressed perpendicular to the panel longitudinal axis. The curved panel, according to the obtained results, loses its local stability due to the attainment of maximum load. There is no sign of instability on the elastic part of the equilibrium path. In such case, curved panels cannot be treated as Class 4 cross-sections. It means that Eurocode 3 Part 1-5 [7] presents the calculation methods for thin-walled members where only longitudinal corrugations (along panel axis) are applicable. This problem has been shortly discussed by Biegus in [20], where the author agrees that Eurocode 3 does not provide any calculation algorithm for transversally corrugated thin-walled element but together with Kowal in [21] they still assign the ABM cross-section to Class 4. The values of the ultimate loads from the Riks and Automatic Stabilization analyses are much smaller than the value of the ultimate load based on Eurocode 3 Part 1-5 [7].

Laboratory compression tests have been conducted on straight and corrugated samples in order to verify the obtained results. Very good accuracy between numerical and experimental results has been obtained. For corrugated panels compared deformation shapes of the samples which have been both scanned and laboratory compressed showed that for each of these samples squeeze of single corrugation took place in the same locations. It can be concluded that neglecting corrugations on panel surfaces can lead to overestimation of ultimate loads according

to Eurocode 3 Part 1-5 calculations and engineers must be aware of such behaviour in order to prevent future ABM building collapse.

An effective cross-section for doubly corrugated panels is established, as a result of this research. This cross-section is necessary for design procedures of structures made of thin-walled including cold-formed elements.

### Acknowledgements

Calculations were possible due to the Computational Grant CyfronetMNiSW/IBM\_BC\_HS21/PŚląska/028/2011.

The research is financed by the National Science Centre based on grant no. DEC-2011/01/N/ST8/03552. The co-author of this paper R. Cybulski is a scholar under the project "DoktoRIS-scholarship program for innovative Silesia" co-financed by the European Union under the European Social Fund.

### References

- [1] M.I.C. Industries Inc. [www.micindustries.com](http://www.micindustries.com).
- [2] Mang A. Finite element analysis of doubly corrugated shells. *J Struct Div* 1976;10:2033–50.
- [3] US Navy. US Navy Corse. Steel Builder NAVEDTRA 14251, vol. 2; 1996.
- [4] Walentyński R. Design problems of cold formed lightweight ark structures. Local seminar of IASS Polish Chapter, Częstochowa, Poland; 2004.
- [5] Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings; 2007 [EN 1993-1-1].
- [6] Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-3: General rules—supplementary rules for cold-formed members and sheeting; 2006 [EN 1993-1-3].
- [7] Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-5: plated structural elements; 2006 [EN 1993-1-5].
- [8] Xu L, Gong Y, Guo P. Compressive tests of cold-formed steel curved panels. *J Constr Steel Res* 2001;57:1249–65.
- [9] Wu L, Gao X, Shi Y, Wang Y. Theoretical and experimental study on interactive local buckling of arch-shaped corrugated steel roof. *Steel Struct* 2006;6:45–54.
- [10] Sweeney S, Briassoulis D, Kao A. Evaluation of K-Span as a rapidly erectable lightweight mobilization structure. US Army Corps of Engineers, Construction Engineering Research Laboratory, Technical Report M-91/06; 1991.
- [11] Cook RD. Concepts and applications of finite elements analysis. fourth ed. John Wiley and Sons Inc.; 2002.
- [12] Memon BA. Arc-length technique for nonlinear finite element analysis. *J Zhejiang Univ (Sci)* 2004;5(5):618–28.
- [13] Moen C, Schafer B. Direct strength design for cold-formed steel members with perforations. *AISI Progress Report 2*. The Johnson Hopkins University; 2006.
- [14] EN ISO 6892-1. Metallic materials—tensile testing. Part 1: Method of test at room temperature; 2009.
- [15] Walentyński R, Cybulski R, Mazurkiewicz J. Doubly corrugated cold-formed arch roof panels. Advance identification of geometrical and material properties. *Archit Civ Eng Environ—ACEE* 2013;6(1).
- [16] Walentyński R, Cybulski R. Modern investigation techniques for doubly corrugated cold formed structural element. Proceedings of 10th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings, Bratislava, Slovakia; 2012.
- [17] Walentyński R, Cybulski R, Sanchez R. Numerical stability analyzes and preliminary experimental investigations of doubly corrugated steel arch panels. *J IASS* 2013;54(1):3–14.
- [18] Walentyński R, Cybulski R. Stability analyzes and experimental investigation of doubly corrugated steel arch panels. *Archit Civ Eng Environ—ACEE* 2013;5(4):79–92.
- [19] PN-91/H-04320. Compression testing at ambient temperature; 2012.
- [20] Biegus A, Kowal A. Collapse of a barrel vault hall made from cold-formed shells. *Eng Constr* 2011;10:523–6 [in Polish].
- [21] Kowal. Large span corrugated roofs made in ABM technology. *Build Mater* 2010;6(454):7–8 [in Polish].