

**EMPIRYCZNE WYZNACZENIE PRAWDOPODOBIENSTW
POWSTAWANIA WARSTWY KOMPOZYTOWEJ**C. BARON¹, J. GAWROŃSKI²Zakład Odlewnictwa, Instytut Materiałów Inżynierskich i Biomedycznych,
Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska
ul. Towarowa 7, 44 – 100 Gliwice, Polska

STRESZCZENIE

W pracy uściślone zostały wzory na prawdopodobieństwa otrzymywania warstwy kompozytowej. Na podstawie badań empirycznych wyliczono odpowiednie współczynniki dla zadanych warunków początkowych. W końcowej fazie pracy wyznaczono przykładową grubość warstwy kompozytowej z odpowiednimi prawdopodobieństwami.

Key words: casting, composite, cast alloy layer

1. WSTĘP

W pracy [5] przedstawiono metodę wyznaczania grubości warstwy kompozytowej w oparciu o metody stochastyczne, a ściślej przez aplikację procesu stochastycznego zwanego procesem urodzin [3]. Założono, że określać się będzie całkowitą grubość warstwy kompozytowej przez wyznaczenie częściowych warstw wraz z prawdopodobieństwem ich powstawania. Prawdopodobieństwa te określone zostały poprzez wzory

$$P_n(t) = \frac{\lambda^n t^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (1)$$

¹ mgr inż., cesekb@wp.pl

² prof. zw. dr inż. sekrmt3@zeus.polsl.gliwice.pl

gdzie:

n – numer kolejnej warstwy

t – czas jej powstawania

λ - współczynnik zależny od temperatury początkowej rodzaju materiału, rodzaju odlewu i formy

W następnym rozdziale wprowadzony zostanie dodatkowy współczynnik C_0 oraz zostaną wyznaczone potrzebne współczynniki λ i C_0 .

2. WYZNACZANIE WSPÓLCZYNNIKÓW OKREŚLAJĄCYCH PRAWDOPODOBIEŃSTWA POWSTAWANIA KOLEJNEJ WARSTWY

Badania empiryczne wykazały, że wzory określające prawdopodobieństwo powstawania warstw kompozytowych określają dobrze badane zjawisko, ale z dokładnością do pewnej stałej C_0 . W przypadku naszych potrzeb współczynnik C_0 pozwala osiągnąć prawdopodobieństwo równe 1 dla pierwszej warstwy. Brak prawdopodobieństwa o tej wartości byłby niezgodny z przeprowadzonymi doświadczeniami i założeniami.

Wprowadzenie współczynnika C_0 do podanych równań wynika z tego, że równanie

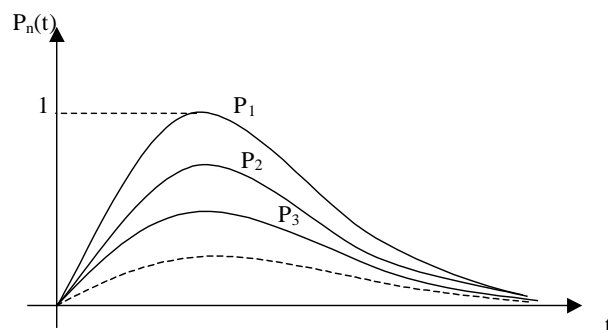
$$P_n(t) = \frac{\lambda^n t^n}{n!} e^{-\lambda t} = 1 \quad (2)$$

nie zawsze ma rozwiązanie w dziedzinie rzeczywistej.

Należy więc otrzymane równania zapisać w postaci

$$P_n(t) = \frac{C_0 \lambda^n t^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (3)$$

współczynniki k i C_0 wyznacza się przez uwzględnienie warunków początkowych otrzymanych w wyniku przeprowadzonych doświadczeń. Wykresy funkcji $P_n(t)$ przedstawia rysunek 1



Rys.1 Wykresy funkcji $P_n(t)$
Fig.1 Diagram of $P_n(t)$ function

Przy odpowiednich warunkach warstwa kompozytowa W_l [8] powinna powstać z prawdopodobieństwem $P_l=1$. Zjawisko to może zostać zakłócone przez zadanie niewłaściwej temperatury początkowej. Przy zbyt małej temperaturze początkowej nie nastąpi stopienie wkładki z żelazostopu, natomiast przy zbyt dużej temperaturze wkładka zostanie całkowicie przetopiona, co oznacza brak wyraźnej warstwy kompozytowej [7,8].

Współczynnik λ należy wyznaczyć w ten sposób, aby funkcja $P_n(t)$ dla uzyskanego λ osiągnęła maksymalną wartość

$$P_{n\lambda}^*(t) = \frac{kt^n}{n!} (n\lambda^{n-1}e^{-\lambda t} - \lambda te^{-\lambda t}) \quad (4)$$

Wartość tę otrzymamy z równania

$$\lambda^{n-1}e^{-\lambda t}(n - \lambda t) = 0 \quad (5)$$

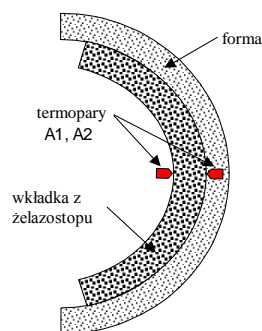
przyjmując, że $\lambda \geq 0$ otrzymamy, że wartość maksymalna jest osiągalna dla $\lambda_{max} = n/t$. Dla tej wartości z równania $P_l(t)=1$ możemy wyznaczyć współczynnik C_0

3. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW NA PRZYKŁADZIE PRZEPROWADZONEGO DOŚWIADCZENIA.

W pracy [7] podano dane empiryczne dla wkładki $FeCr$ (2mm). Otrzymane wyniki prezentuje tabela.

Tab.5. Czasy i temperatury stygnięcia odlewu uzyskane z wykresów ATD
 Tab.5. Times and temperatures of cast cooling taken from TDA diagram

Oznaczenie termopar	Temp. początku stygnięcia [°C]	Temp. końca stygnięcia [°C]	Czas stygnięcia [s]
A1	1458,58	1427,99	33,16
A2	1310,02	1257,59	32,00



Rys. 2. Rozmieszczenie termopar w formie
 Fig. 2. Thermocouples location in the mould

Wyznamy prawdopodobieństwa dla A2.

Dane:

czas stygnięcia – 32[s], liczba warstw – 4, czas dla warstw – 8, 16, 24, 32 [s],
 ΔW – 1,6 [mm]

Wyznamy współczynnik λ z wartości

$$P_4(32) = C_0 \frac{\lambda^4 32^4}{4!} e^{-32\lambda} \quad (6)$$

stąd

$$\lambda = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad (7)$$

Analogicznie byłoby z wartości

$$P_1(8) = C_0 \frac{\lambda 8}{1!} e^{-8\lambda} \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{1}{8} \quad (9)$$

Z równania $P_1(8)=1$ wyznaczymy współczynnik C_0

$$C_0 \lambda 8 e^{-8\lambda} = 1 \quad (10)$$

$$C_0 e^{-1} = 1 \quad \Rightarrow C_0 = e \quad (11)$$

zatem

$$P_n(t) = \frac{e}{8^n} t^n e^{-\frac{t}{8}} \quad (12)$$

z tego wzoru otrzymamy kolejne prawdopodobieństwa

$$P_1(8) = 1 \quad (13)$$

$$P_2(16) = e \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^2 16^2}{2!} e^{-\frac{16}{8}} = 0,7 \quad (14)$$

$$P_3(24) = e \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3 24^3}{3!} e^{-\frac{24}{8}} = 0,6 \quad (15)$$

$$P_4(32) = e \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^4 32^4}{4!} e^{-\frac{32}{8}} = 0,5 \quad (16)$$

Sygnalizowana w pracy [7] tablica kolejnych warstw i prawdopodobieństw wyglądałaby następująco

Tabela 2. Prawdopodobieństwa powstawania kolejnych warstw kompozytu
Table 2. Probability of following composite layers occurrence

λ	C_0	T_0	Warstwy			
			1	2	3	4
1/8	e	1310	1	0,7	0,6	0,5

Zasadniczo tablicowanie danych jest zbyteczne, gdyż wszystkie obliczenia można na bieżąco realizować na komputerze i uzyskać każdy interesujący nas wynik częściowy. Otrzymane dane informują nas, że w analogicznych warunkach otrzymamy następujące grubości warstwy kompozytowej

$W = W_1 = 1,6 [mm]$ z prawdopodobieństwem 1

$W = W_1 + W_2 = 3,2 [mm]$ z prawdopodobieństwem 0,7

$W = W_1 + W_2 + W_3 = 4,8 [mm]$ z prawdopodobieństwem 0,6

$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 6,4 [mm]$ z prawdopodobieństwem 0,5

4. WNIOSKI

1. Prezentowane obliczenia są empiryczną realizacją prezentowanego w pracach modelu stochastycznego wyznaczania warstwy kompozytowej przez podział na etapy.

2. Otrzymane wyniki są podstawą do budowania modelu teoretycznego w celu minimalizowania kosztów i liczby prowadzonych doświadczeń.
3. Dalszym etapem powinno być badanie pola temperatur poprzez analizę rozprzestrzeniania się ciepła w przestrzeni i rozwiązanie odpowiednich równań fizyki matematycznej; pozwoli to zminimalizować liczbę pomiarów temperatury, co będzie istotną sprawą minimalizacji kosztów doświadczeń.

LITERATURA

- [1] C. Baron, J. Gawroński, *Wyznaczanie grubości warstw kompozytowych na odlewach – rozważania teoretyczne*, DOKSEM, Słowacja-Rajecko Teplice, 11-12 November 2003 s.5-11
- [2] Z. M. Jarzębski, *Dyfuzja w metalach*, Śląsk 1975
- [3] W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa 1966
- [4] J. Gawroński, J. Marcinkowska, J. Szajnar, M. Cholewa, P. Wróbel, *Stopowe warstwy kompozytowe na odlewach stalowych*. Krzepnięcie metali i stopów nr24, 1995
- [5] C. Baron, J. Gawroński, *Stochastyczna metoda wyznaczania grubości warstw kompozytowych na odlewach*, AMME, Polska-Zakopane, December 07-10 2003 s.51-56
- [6] J. Gawroński, C. Baron, P. Wróbel, E. Majchrzak, *Opis matematyczny przepływu ciepła w kompozytowej warstwie stopowej*, VIII Seminarium Ogólnopolskie „Kompozyty 2004 - Teoria i praktyka”, 21-23 kwietnia Polska-Ustroń
- [7] C. Baron, *Kompozyty powierzchniowe jako materiały o zwiększonej wytrzymałości*, III Sympozjum Doktoranckie, 3-4 czerwca 2004 Lublin
- [8] J. Gawroński, C. Baron, *Wyznaczanie grubości warstw kompozytowych metodą dyskretyzacji*, VI Międzynarodowa Konferencja, Zjawiska Powierzchniowe w Procesach Odlewniczych, 17-19 czerwca 2004 Kołobrzeg

EMPIRICAL EVALUATION OF COMPOSITE LAYER OCCURRENCE PROBABILITY

SUMMARY

In this work the formulas for probability evaluation of getting the composite layer occurrence are given in more precise way. The proper factors for given initial conditions are calculated on the basis of empirical tests. The thickness of composite layer is calculated with the proper probability as the example in the end of this work.

Recenzował Prof. Jan Szajnar