19/11

Archives of Foundry,
Year 2004, Volume 4, Nr 11
Archiwum Odlewnictwa
Rok 2004, Rocznik 4, Nr 11
PAN – Katowice PL ISSN 1642-5308

MODUŁ WEIBULLA, JAKO WSKAŹNIK NIEZAWODNOŚCI STOPÓW, NA PRZYKŁADZIE SILUMINU ALSi17Cu4Mg

A. GIEREK[1], J. SZYMSZAL[2], J. PIĄTKOWSKI[3]
Politechnika Śląska, Katedra Technologii Stopów Metali i Kompozytów,
ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, POLSKA

STRESZCZENIE

W pracy zastosowano metodę określania prawdopodobieństwa przetrwania elementów konstrukcyjnych na przykładzie wyników badań wytrzymałości na rozciąganie i zginanie, z nadeutektycznego siluminu układu AlSi17Cu4Mg. Analizę statystyczną przeprowadzono pod kątem wyznaczania modułu Weibulla, stanowiącego miarę eksploatacyjnej niezawodności materiałowej.
Key words: the reliability, Al-Si alloys, statistical analysis

1. WSTĘP

Przy projektowaniu i analizie jakości procesów technologicznych zachodzi często potrzeba weryfikacji danych wynikowych. Do tego celu niezbędnym narzędziem jest statystyka [1] oraz rachunek prawdopodobieństwa. Przykład analizy statystycznej wyników badań wytrzymałościowych pod kątem określenia dopuszczalnego ryzyka zniszczenia oparto na wynikach badań odlewniczych stopów nadeutektycznych układu Al-Si-Me do obróbki cieplnej, które znajdują coraz większe zastosowanie jako tworzywa konstrukcyjne dla motoryzacji [2]. Tworzywa te ulegają kruchemu pękaniu przy obciążeniach niższych od granicy plastyczności, co może być wynikiem obecności wewnętrznych wad (karbów strukturalnych), charakterystycznych dla tworzyw odlewanych, przy czym na charakter tych wad (ich wielkość, ilość, kształt i rozłożenie) mają niewątpliwie wpływ warunki krystalizacji pierwotnej i wtórnej.

---

[1] Prof. zw. dr hab. inż. Adam Gierek - profesor,
[2] Dr inż. Jan Szymszal – adiunkt,
[3] dr inż. Jarosław Piątkowski – adiunkt.

2. METODYKA BADAŃ

Celem badań jest przedstawienie metodyki wyznaczenia funkcji rozkładu Weibulla dla tworzywa odlanego ze stopu AlSi17Cu4Mg:

- ✓ w stanie surowym po odlaniu,
- ✓ po procesie modyfikacji 0,05% wag.P (CuP),
- ✓ w stanie obrobionym cieplnie po odlaniu,
- ✓ po procesie modyfikacji z późniejszą obróbką cieplną.

Badaniom na działanie prostego i złożonego stanu naprężeń poddano silumin nadeutektyczny o zawartości ~17%wag. Si oraz ~4%wag. Cu i ~1%wag. Mg. Stop ten topiono w indukcyjnym piecu oporowym ST59-MR z kantalowymi elementami grzejnymi, w tyglu z azotku krzemu o pojemności 1,5 litra, pod pokryciem ochronnym 2NaF i KCl (w stosunku od 20 do 80%). Po uzyskaniu temperatury około 850°C, kąpiel poddano rafinacji preparatem Rafglin-3 w ilości 0,3%wag. w stosunku do masy stopu. Temperaturę odlewania kontrolowano termoelementem NiCr-NiAl TP-202K-800-1.

Przygotowany tak silumin odlewano do kokili stalowej o wymiarach Ø12×110mm (100 sztuk), a następnie z odlewów tych wykonano próbki Ø10×100mm. Drugą część stopu poddano modyfikacji fosforem w ilości 0,05%wag. wprowadzonym do kąpieli w postaci zaprawy Cu-P (~9,95%wag. P), a następnie odlewano z temperatury 850°C, otrzymując kolejnych 100 próbek o końcowych wymiarach Ø10×100mm. Według tej samej technologii przygotowano kolejną część stopu, z którego odlane próbki (100 sztuk) poddano zabiegowi obróbki cieplnej wg następujących parametrów:
przesycanie 490°C/ /8 h/ woda, starzenie 160°C /6 h/ powietrze.

Badania wytrzymałościowe na rozciąganie prowadzono na maszynie typu Instron 4469. Otrzymane próbki poddano działaniu naprężenia rozciągającego σ_i z wcześniej określonych przedziałów, wyznaczając liczbę próbek, które wytrzymują to naprężenie. Otrzymane wartości podzielono przez wszystkie badane przy tym naprężeniu próbki (dla każdego zakresu naprężeń badano po 10 próbek) i otrzymano tzw. prawdopodobieństwo przetrwania, tzn. $P_{\sigma i}$, które przeliczono na wartości dziesiętne (p_i).

W celu otrzymania próbek na zginanie, silumin odlewano do tradycyjnej masy piaskowej na bazie bentonitu, uzyskując próbki o wymiarach 10×10×100mm. W ten sposób, stosując tę samą technologię odlewania, otrzymano cztery serie próbek po ~100 sztuk każda, które następnie poddano statycznej próbie na zginanie.

Otrzymane próbki poddano działaniu naprężenia zginającego Rg rejestrując wartość siły F (kN) oraz wartość strzałki ugięcia dla wszystkich badanych próbek. Z określonych przedziałów wyznaczono następnie liczbę próbek, które wytrzymują zadane obciążenie. Podobnie jak wcześniej, otrzymaną wartość podzielono przez wszystkie badane przy tym naprężeniu próbki wyznaczając prawdopodobieństwo przetrwania, przeliczone na wartości dziesiętne (p_i).

3. MODELE STATYSTYCZNE

Uzyskane wyniki z badań wytrzymałościowych (wprowadzone do arkusza kalkulacyjnego Microsoft Excel) [8] posłużyły do wyznaczenia metodą korelacji krzywoliniowej zależności prawdopodobieństwa przetrwania od wytrzymałości, a na tej podstawie określenia modułu Weibulla przy pomocy zależności [3, 4]:

$$P_s(V_0) = \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right\} \tag{1}$$

którą można zapisać:
$p = \exp(-(\sigma/\sigma_0)^m)$ – dla próbek na rozciąganie,
$p = \exp(-(Rg/Rg_0)^m)$ – dla próbek na zginanie.

Ze względu na nieliniowy charakter funkcji (1) do estymacji jej współczynników (w tym przypadku modułu *m*) wykorzystano złożony aparat matematyczny regresji nieliniowej. Korzystając z pakietu Statistica firmy STATSoft, wyznaczono wartość naprężenia zginającego Rg_0 (naprężenie zginające, dla którego p=0,37%), a następnie zdefiniowano model regresji i funkcję straty. Funkcja ta ma za zadanie oszacować wielkość odchyleń wartości przewidywanych od wartości obserwowanych. Każde bowiem odchylenie wartości obserwowanej od przewidywanej jest pewną stratą w trafności naszego przewidywania. Minimalizacja funkcji straty jest procedurą estymacji współczynników równania regresji. Postać tej funkcji zmienia się więc w zależności od stosowanej metody szacowania parametrów. W zastosowanej metodzie najmniejszych kwadratów, funkcję straty definiujemy jako sumę kwadratów odchyleń wartości przewidywanych od obserwowanych.
Aby dokonać prawidłowej weryfikacji uzyskanego modułu *m*, należy sprawdzić czy rozkład reszt odpowiada rozkładowi normalnemu. Niespełnienie tego warunku nie powoduje utraty przez estymator jego właściwości, a jedynie niemożliwość weryfikacji hipotezy dotyczącej wartości wyliczonego modułu Weibulla.
Do estymacji funkcji rozkładu Weibulla można wykorzystać metodę sprowadzenia jej do postaci liniowej. W tym celu funkcję (1), zapisaną w postaci zmiennych σ i σ_0 lub Rg i Rg_0 poddano podwójnemu logarytmowaniu otrzymując:

$$\begin{aligned} &\ln(\ln(1/p)=m\cdot\ln(\sigma/\sigma_0) \text{ - dla próbek na rozciąganie,} \\ &\ln(\ln(1/p)=m\cdot\ln(Rg/Rg_0) \text{ - dla próbek na zginanie} \end{aligned} \tag{2}$$

Równania te zawierają zmienną niezależną „$\ln(\sigma/\sigma_0)$" lub „$\ln(Rg/Rg_0)$", natomiast zmienna zależna, to „$\ln(\ln(1/p)$". Obliczenia tych zmiennych dokonano w arkuszu kalkulacyjnym stosując odpowiednie funkcje i operatory [5, 6].

4. BADANIA STATYSTYCZNE NIEZAWODNOŚCI SILUMINU AlSi17Cu4Mg

Badaniom poddano populację 400 próbek wykonanych z siluminu AlSi17Cu4Mg poddanych rozciąganiu (tabl.1) i 400 próbek poddanych zginaniu (tabl.2).

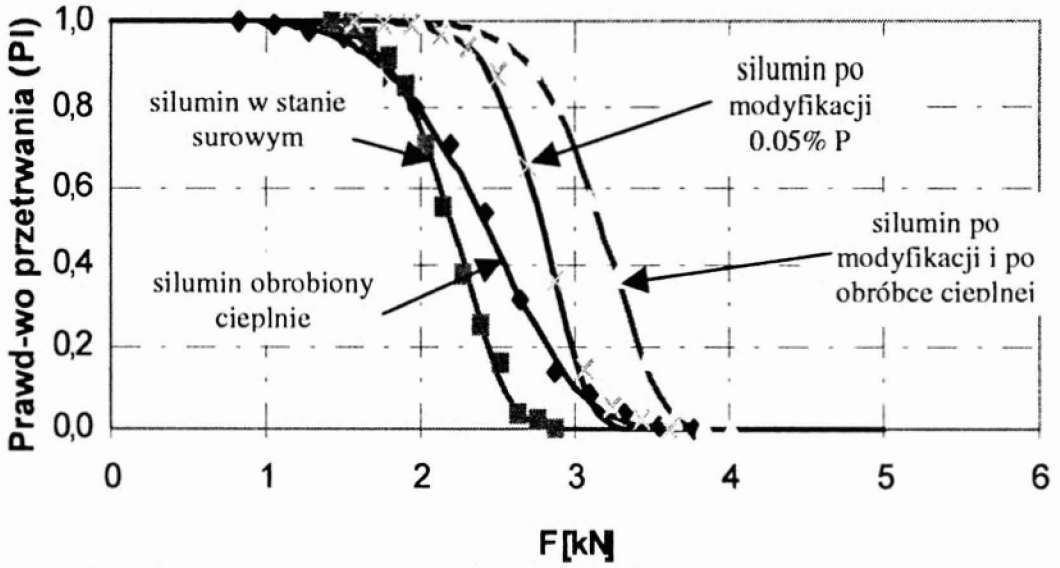
Tabela 1. Oszacowanie wartości modułu Weibulla na podstawie próby na rozciąganie.
Table 1. Estimation of module Weibull on basis of test onto expansion.

Silumin w stanie surowym po odlaniu		**Silumin obrobiony cieplnie po odlaniu**	
Model: p = exp (-(σ/190,1)^m) R=0,9911, wyjaśniona wariancja: 98,24%		**Model: p = exp (-((σ/248,5)^m))** R=0,9956, wyjaśniona wariancja: 99,12%	
Moduł m	**15,16**	Moduł m	**21,16**
Błąd estymacji	1,07933396	Błąd estymacji	1,16506
t(8)	14,0464838	t(8)	19,0244
Poziom p	6,4049E-07	Poziom p	6,01E-08
Silumin po modyfikacji fosforem		**Silumin po modyfikacji i obr. cieplnej**	
Model: p = exp (-((σ/257,2)^m)) R=0,9912, wyjaśniona wariancja: 98,25%		**Model: p = exp (-((σ/277,5)^m))** R=0,9933, wyjaśniona wariancja: 98,68%	
Moduł m	**16,95**	Moduł m	**18,59**
Błąd estymacji	1,022339	Błąd estymacji	0,877178
t(8)	16,58888	t(8)	21,1939
Poziom p	1,76E-07	Poziom p	2,58E-08

Tabela 2. Oszacowanie wartości modułu Weibulla na podstawie próby na zginanie.
Table 2. Estimation of module Weibull on basis of test onto bending.

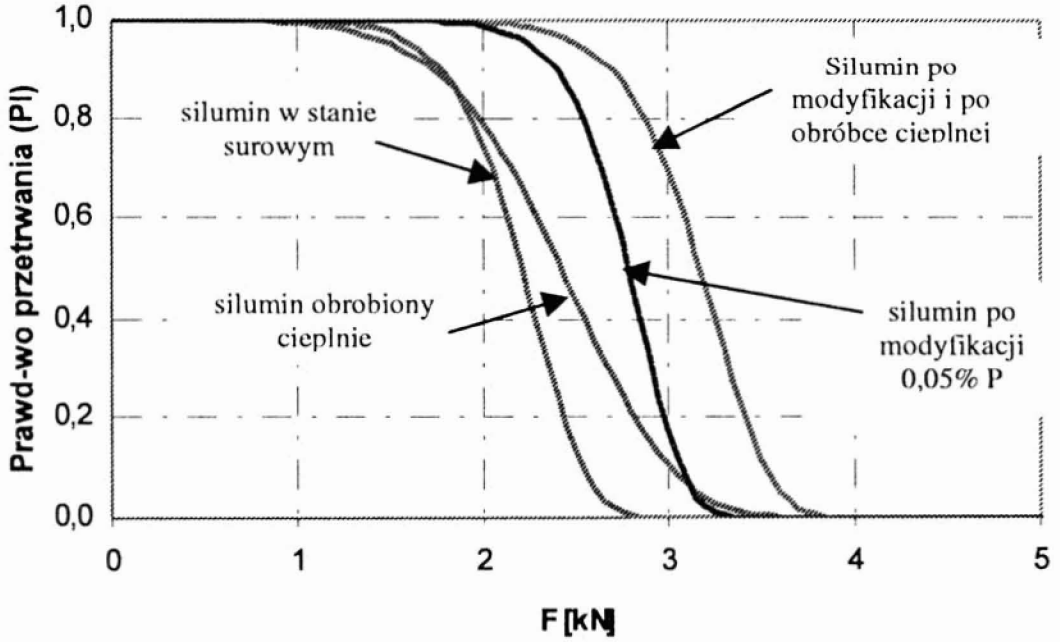
Silumin w stanie surowym po odlaniu		**Silumin obrobiony cieplnie po odlaniu**	
Model: PI_I=exp(-((Rg_I/2,6)^m)) R=0,9989, wyjaśniona wariancja=99,78%		**Model: PI_III=exp(-((Rg_III/3,2)^m))** R=0,9992, wyjaśniona wariancja=99,84%	
Moduł m	**5,55**	Moduł m	**11,46**
Błąd estymacji	0,206189	Błąd estymacji	0,3795427
t(8)	26,92301	t(8)	30,208036
Poziom p	8,69E-13	Poziom p	6,18412E-12
Silumin po modyfikacji fosforem		**Silumin po modyfikacji i obr. cieplnej**	
Model: PI_II=exp(-((Rg_II/2,3)^m)) R=0,9985, wyjaśniona wariancja=99,70%		**Model: PI_IV=exp(-((Rg_IV/2,8)^m))** R=0,9987, wyjaśniona wariancja=99,74%	
Moduł m	**8,58**	Moduł m	**12,43**
Błąd estymacji	0,3075843	Błąd estymacji	0,633632
t(8)	27,916989	t(8)	20,617337
Poziom p	2,76059E-12	Poziom p	4,57E-10

Interpretację geometryczną wartości modułu Weibulla badanego siluminu na podstawie próby na rozciąganie i na zginanie przedstawiono na rys.1 i rys.2.



Rys. 1. Prawdopodobieństwo przetrwania (PI) w funkcji siły na rozciąganie F siluminu AlSi17Cu4Mg dla wszystkich badanych stanów.

Fig. 1. Probability of survival (PI) in function of strength onto expansion AlSi17Cu4Mg alloy for everybody of studied states.



Rys. 2. Prawdopodobieństwo przetrwania (PI) w funkcji siły na zginanie F siluminu AlSi17Cu4Mg dla wszystkich badanych przypadków.

Fig. 2. Probability of survival (PI) in function of strength onto bending AlSi17Cu4Mg alloy for everybody of studied cases.

5. ANALIZA WYNIKÓW

Uzyskana wartość modułu Weibulla dla siluminu AlSi17Cu4Mg w czterech analizowanych przypadkach wyniosła:

Dla prostego stanu naprężeń:
- w stanie surowym po odlaniu – m = 15,16; przy Rg_0 = 190,1 kN,
- po procesie modyfikacji 0,05% wag. P (CuP) – m = 16,95; przy Rg_0 = 257,2 kN,
- w stanie obrobionym cieplnie po odlaniu – m = 21,16; przy Rg_0 = 248,5 kN,
- po procesie modyfikacji z późniejszą obróbką cieplną –m=18,59; przy Rg_0=277,5 kN.

Dla złożonego stanu naprężeń:
- w stanie surowym po odlaniu – m = 5,55; przy Rg_0 = 2,6 kN,
- po procesie modyfikacji 0,05% wag.P (CuP) – m = 8,58; przy Rg_0 = 2,3 kN,
- w stanie obrobionym cieplnie po odlaniu – m = 11,46; przy Rg_0 = 3,2 kN,
- po procesie modyfikacji z późniejszą obróbką cieplną –m = 12,43; przy Rg_0 = 2,8 kN.

Wzrost wartości modułu Weibulla (w porównaniu do stanu surowego po odlaniu) jest spowodowany procesem modyfikacji. Modyfikacja fosforem w postaci zaprawy Cu-P prowadzi do rozdrobnienia nadeutektycznych wydzieleń krzemu i ich równomiernego rozmieszczenia w całej objętości odlewu. Dalsze podwyższenie badanej cechy materiałowej jest spowodowane procesami wydzieleniowymi faz międzymetalicznych zachodzącymi podczas przesycania i starzenia na skutek procesów rozpuszczania pierwiastków (Cu oraz Mg) w roztworze α. Najwyższa wartość modułu Weibulla (m=12,43) jest wynikiem łącznego wpływu procesu modyfikacji i obróbki cieplnej.
Przyrost niezawodności oszacowany przy pomocy modułu Weibulla można również zauważyć analizując rysunek 2. Dla siluminu w stanie surowym po odlaniu, wartość siły na zginanie F jest najmniejsza (od ~1 do ~2,8 kN). Z wykresu tego można również zauważyć, że dla tego przypadku największy jest rozrzut wyników, o czym świadczy „pochylenie" czerwonej linii. W miarę stosowania zabiegów modyfikacji i obróbki cieplnej można zauważyć, iż zależności prawdopodobieństwa przetrwania w funkcji siły na zginanie „przesuwa" się w kierunku zwiększonej zawartości tej siły. Jest to związane z rozdrobnieniem struktury i wzrostem właściwości wytrzymałościowych badanego stopu. Największy rozrzut wyników da się zaobserwować dla siluminu po obróbce cieplnej bez modyfikacji (linia trendu jest najbardziej „pochylona"). Można to wytłumaczyć tym, że wydzielenia krzemu pierwotnego w próbkach nie poddanych procesowi modyfikacji są duże i w większości wypadków przyjmują formę wydzieleń gwieździstych. Próbki łatwiej ulegały zniszczeniu. Najbardziej „pionowy" przebieg analizowanej zależności można zauważyć dla próbek z siluminu poddanego tylko procesowi modyfikacji. Najmniejszy też jest rozrzut wyników dla tego przypadku. Największą jednak niezawodność stopu AlSi17Cu4Mg da się zaobserwować dla próbek poddanych modyfikacji z późniejszą obróbką cieplną. Linia jest najbardziej przesunięta w kierunku wzrastającej wartości F[kN]. Zależność ta jest najbardziej „pionowa", o czym świadczy najmniejszy rozrzut wyników podczas statycznej próby na zginanie.

5.1. Wyznaczenie efektu skali

W badaniach poddano analizie problem efektu skali (ES) [4]. Moduł Weibulla, który wiąże się z rozrzutem statystycznym wytrzymałości w obiekcie rzeczywistym może posłużyć oszacowaniu wytrzymałości, a więc niezawodności elementów o większych niż badana próbka gabarytach.
Biorąc pod uwagę wzrost rozmiarów badanego elementu należy spodziewać się pewnego spadku wytrzymałości ze względu na większe prawdopodobieństwo wystąpienia defektów strukturalnych, takich jak np. pęknięcia w materiale. Wytrzymałość tworzyw litych jest bowiem zdeterminowana wytrzymałością ich najsłabszego ogniwa. Poza wyżej wymienionym przykładem szczególną uwagę należy zwrócić na różnice i ewentualne konsekwencje w przypadku poddania obciążeniu próbki z odlewu surowego oraz próbki po zabiegu modyfikacji i próbki po procesie obróbki cieplnej. Dla odlewu surowego, gdzie mamy do czynienia z pierwotnymi wydzieleniami krzemu może łatwiej dojść do powstania mikroszczeliny. Sytuacja taka ma miejsce, gdy suma naprężeń powstałych w mikroobszarach (koncentracja) w wyniku obciążenia próbki będzie większa od lokalnej granicy plastyczności. Znaczną poprawę tej sytuacji daje proces modyfikacji, który zapobiega przekroczeniu granicy plastyczności przez „spiętrzające" się naprężenia. Teoria ta została potwierdzona na przykładzie uzyskanych wartości modułu Weibulla, jakie wyznaczono dla stopu w stanie surowym i w trzech innych przypadkach. Dalszą poprawę badanej cechy materiałowej przynosi obróbka cieplna, która poprzez zmianę kształtu wydzieleń krzemu na bardziej sferyczny powoduje zanikanie koncentratorów naprężeń. Zabieg ten jednak nie powinien wnieść takiej różnicy w wytrzymałości stopu, jak miało to miejsce w przypadku surowego odlewu i stopu po zabiegu modyfikacji. Z samej teorii Weibulla wynika, że wytrzymałość elementu zależy od jego objętości, co wyraża zależność [4]:

$$\frac{R_1}{R_0} = \left(\frac{V_0}{V1}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{3}$$

Przyjmuje się, że R_0 oraz V_0 oznaczają odpowiednio wytrzymałość i objętość próbki, a R_1 oraz V_1 – wytrzymałość i objętość elementu konstrukcji zachowującego podobieństwo geometrii oraz obciążenia [7]. Zależność (3) pozwala zatem, oszacować wytrzymałość elementu konstrukcyjnego o objętości

$$\frac{V_1}{V_0} = k \tag{4}$$

razy większej od objętości próbki przy zachowaniu warunków dotyczących podobieństwa geometrii i sposobu obciążenia.
Efekt skali dla badanego siluminu nadeutektycznego przedstawiono w tabl.3 i tabl.4.

Tabela 3. Efekt skali dla siluminu AlSi17Cu4Mg na podstawie próby na rozciąganie.
Table 3. The diagram of scale for AlSi17Cu4Mg alloy on basis of test onto expansion.

Silumin w stanie surowym po odlaniu			
Masa próbki	Masa wyrobu [kg]	K	Spadek wytrzymałości [%]
x10	0,212	0,81	19,5
x100	2,12	0,69	30,9
x1000	21,2	0,59	40,6
Silumin po modyfikacji fosforem (CuP)			
x10	0,212	0,82	17,7
x100	2,12	0,72	28,2
x1000	21,2	0,63	37,4
Silumin po obróbce cieplnej			
x10	0,212	0,85	14,4
x100	2,12	0,76	23,2
x1000	21,2	0,68	31,2
Silumin po modyfikacji i po obróbce cieplnej			
x10	0,212	0,83	16,2
x100	2,12	0,74	26,0
x1000	21,2	0,65	34,6

Tabela 4. Efekt skali dla siluminu AlSi17Cu4Mg na podstawie próby na zginanie.
Table 4. . The diagram of scale for AlSi17Cu4Mg alloy on basis of test onto bending.

Silumin w stanie surowym po odlaniu			
Masa próbki	Masa wyrobu [kg]	K	Spadek wytrzymałości [%]
x10	0,27	0,6605	34,0
x100	2,7	0,4362	56,4
x1000	27,0	0,2881	71,2
Silumin po modyfikacji fosforem (CuP)			
x10	0,27	0,7648	23,5
x100	2,7	0,5849	41,5
x1000	27,0	0,4473	55,3
Silumin po obróbce cieplnej			
x10	0,27	0,818	18,2
x100	2,7	0,6692	33,1
x1000	27,0	0,5474	45,3
Silumin po modyfikacji i po obróbce cieplnej			
x10	0,27	0,831	16,9
x100	2,7	0,6904	31,0
x1000	27,0	0,5737	42,6

Jak wynika z tabl. 4, na przykład element 10^3 razy większy od badanej próbki (na podstawie próby na zginanie), dla siluminu odlanego w stanie surowym będzie się charakteryzował wytrzymałością niższą, o 71,2%, czyli σ elementu $=0{,}28\sigma$ próbki. W przypadku stopu po modyfikacji fosforem spadek wytrzymałości będzie równy 55,3%, tzn., że σ elementu $=0{,}44\sigma$ próbki. Element wykonany z siluminu obrobionego cieplnie po odlaniu będzie się charakteryzował wytrzymałością niższą o 45,3% (σ elementu $=0{,}54\sigma$ próbki), natomiast odlew wykonany z siluminu AlSi17Cu4Mg po modyfikacji i po obróbce cieplnej będzie się cechował spadkiem wytrzymałości o około 42,6%, czyli σ elementu $=0{,}57\sigma$ próbki poddanej zginaniu.

LITERATURA

[1] J. Greń: *Statystyka matematyczna. Modele i zadania.* PWN, Warszawa, (1982).
[2] Z. Poniewierski: *Krystalizacja, struktura i właściwości siluminów.* WNT, (1989).
[3] M. F. Ashby, Dawid R.H. Jones: *Materiały Inżynierskie cz.2, Kształtowanie struktury i właściwości, dobór materiałów.* WNT, Warszawa, (1996).
[4] A. Bełzowski: *Metoda oceny wytrzymałości długotrwałej kompozytów polimerowych.* Wyd. Politechniki Częstochowskiej, Kompozyty, nr 1 2001.
[5] T. Chester, R.H. Alden: *Excel 97. Od podstaw do mistrzostwa.* Komputerowa Oficyna Wydawnicza HELP, Warszawa, (1997).
[6] Z. Hellwig: *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.* PWN, Warszawa (1994).
[7] A. Gierek, J. Piątkowski, J. Szymszal: *Wpływ procesu technologicznego na niezawodność stopu odlewniczego AlSi17Cu3Mg, jako tworzywa konstrukcyjnego.* Archiwum Odlewnictwa, PAN, nr 2 (1/2), Katowice, 2001.

WEIBULL'S MODULE, AS COEFFICIENT OF THE RELIABILITY CONSTRUCTIONAL MATERIALS, ON EXAMPLE FOR AlSi17Cu4Mg ALLOY

SUMMARY

In this work method of defining of probability of survival of constructional elements was applied on example of results investigations of endurance onto bending, executed from hypereutectic of arrangement Al-Si-Me alloy. Statistical analysis doing of Weibull's module was moved at an angle. Module Weibull's, it is coefficient of reliability of casting elements materials. Investigations in fold state of tensions casting alloy was surrendered – hypereutectic AlSi17Cu4Mg alloy design onto elements of crowds and heads of combustions' engines.

Recenzował prof. Zdzisław Samsonowicz