

OPTYMALNY DOBÓR ASORTYMENTU PRODUKCJI ZAKŁADU ODLEWNICZEGO

F. BINCZYK¹, J. PIĄTKOWSKI², J. SZYMSZAL³
 Katedra Technologii Stopów Metali i Kompozytów, Politechnika Śląska,
 ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, Polska

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono jedną z sytuacji decyzyjnych optymalnego wyboru asortymentu produkcji zakładu odlewniczego rozwiązana przy pomocy programu liniowego. Program ten opiera się na modelu matematycznym, w którym zarówno warunki ograniczające, jak i funkcja celu są w postaci liniowej. Zadanie optymalizacyjne rozwiązano algorytmem simpleks, który jest jedną z metod rozwiązywania programowania liniowego. Stwierdzono, że problemy z zakresu badań operacyjnych można rozwiązywać stosując arkusze kalkulacyjne (np. Excel), zamiast drogich, specjalistycznych pakietów komputerowych.

Key words: linear programming, algorithm simplex and module Solver

1. WPROWADZENIE

Nowoczesne przedsięwzięcia wytwórcze i dystrybucyjne, wymuszają stosowanie badań operacyjnych oraz analizy rachunków optymalizacyjnych, ułatwiających podejmowanie trafnych decyzji gospodarczych. Prawidłowe określenie zakresów stabilności zadania optymalnego pozwala na właściwe podejmowanie decyzji menedżerskich, co daje przewagę nad tymi, którzy działają bez znajomości podstawowych zagadnień logistycznych w produkcji [1]. Zakład odlewniczy może produkować określoną liczbę jednostek produkcyjnych (j. pr.) wyrobów, a do ich realizacji wykorzystać różne środki produkcji, z których część jest dostępna tylko w ograniczonych ilościach.

¹dr hab.inż. -prof. Pol. Śl.

²dr inż. - adiunkt,

³dr inż. - adiunkt.

z produkcji poszczególnych odlewów przedstawiono w tabeli 1. Celem obliczeń było ustalenie optymalnego asortymentu produkcji zakładu odlewniczego tak, aby osiągnięty zysk ze sprzedaży produkowanych odlewów był maksymalny.

Tabela 1. Dane niezbędne do optymalizacji
Table 1. Necessary information to optimisation assignment

Rodzaj pieca	Czas pracy urządzeń [h/1 szt. odlewu]			Limit pracy pieca [h]
	Odlew 1	Odlew 2	Odlew 3	
PI	5	3	1	36000
PII	1	2	4	48000
Zysk	1800 zł/1 szt.	2400 zł/1 szt.	3000 zł/1 szt.	

3. METODYKA BADAŃ

Do rozwiązania zadania optymalizacyjnego wykorzystano moduł *Solver* [4]. Jest to narzędzie Excela, umożliwiające określenie więcej niż jednej zmieniających się komórek wejściowych. Zadanie to jest oparte o dodatkowe założenia odnoszące się do sposobu zmian komórek decyzyjnych, przy generowaniu rozwiązania znajdującego minimum lub maksimum określonej funkcji celu. W rozpatrywanym zadaniu, funkcja celu przyjmuje następującą postać:

$$1800 \cdot x_1 + 2400 \cdot x_2 + 3000 \cdot x_3 \rightarrow \max, \quad (3)$$

gdzie:

x_1, x_2, x_3 – odpowiednia ilość odlewów 1,2 i 3.

Dane potrzebne do obliczenia zmiennych decyzyjnych funkcji celu przedstawiono na rysunku 1.

	A	B	C	D	E
1	FUNKCJA CELU				
2	RODZAJ	ODLEW 1	ODLEW 2	ODLEW 3	KOMÓRKA
3	ZYSK / 1szt.	1 800,00 zł	2 400,00 zł	3 000,00 zł	CELU
4	ILOŚĆ [sztuk]	0	0	0	0
5					

Rys. 1. Definicja funkcji celu.

Fig. 1. Definition of aim function.

Zgodnie z danymi zawartymi w tabeli 1, do komórek B3:D3 wprowadzono zysk jednostkowy ze sprzedaży odlewów, natomiast w bloku komórek B4:D4 (są to zmienne decyzyjne) wprowadzono zera, gdyż *Solver* oblicza optymalizowane ilości

produkowanych odlewów. W komórce E4, (komórka celu), przy pomocy funkcji =SUMA.ILOCZYNÓW(B4:D4;B3:D3), określono sumaryczny zysk ze sprzedaży optymalnej ilości produkowanych odlewów dwuwarstwowych.

Jak wynika z rysunku 1, aby osiągnąć maksymalny zysk wystarczy sprzedawać tylko odlewy nr 3, ponieważ zysk jednostkowy z ich sprzedaży jest największy. Takie ujęcie problemu staje się bardzo proste w rozwiązaniu, gdyby warunki rzeczywiste odlewni nie stwarzały pewnych ograniczeń (warunków ograniczających „W_n”), do których należą:

(W1) – $5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3 \leq 36000$ [h] – co do czasu pracy pieca PI,

(W2) – $x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 \leq 48000$ [h] – co do czasu pracy pieca PII,

W związku z pewnymi ograniczeniami, wynikającymi z zapotrzebowania odbiorców na poszczególne odlewy, oraz w wyniku prowadzonej gospodarki magazynowo – transportowej w odlewni, sformułowano kolejne warunki ograniczające:

(W3) - zapotrzebowanie odbiorców na odlew 1 wynosi nie więcej niż 200 sztuk,

(W4) - odlewnia potrzebuje 120 sztuk odlewu 2 jako rezerwę dla kooperanta, oraz

(W5) - 60 sztuk odlewu 3 na wywiązanie się z zaległego zamówienia.

Tak zdefiniowane warunki ograniczające wprowadzono do Excela, co przedstawia rysunek 2.

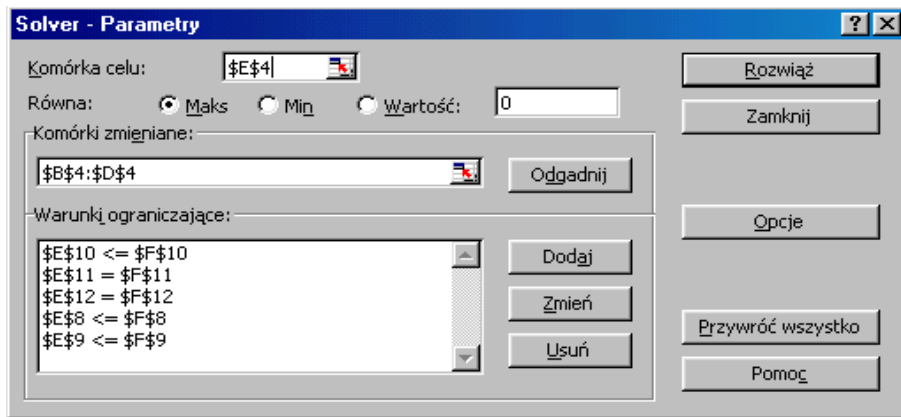
=SUMA.ILOCZYNÓW(\$B\$4:\$D\$4;B9:D9)						
A	B	C	D	E	F	
WARUNKI OGRANICZAJĄCE						
W.OGR.				L. STRONA	P. STRONA	
PIEC I	5	3	1	0	3600 [h]	
PIEC II	1	2	4	0	4800 [h]	
ODLEW 1	1			0	200 sztuk	
ODLEW 2		1		0	120 sztuk	
ODLEW 3			1	0	60 sztuk	

Rys. 2. Zdefiniowane warunki ograniczające.

Fig. 2. Defined restrictive conditions.

ARCHIWUM ODLEWNICTWA

Następnie, z menu *Narzędzia* wybrano moduł *Solver* i wypełniono okno dialogowe *Solver-Parametry*. Adresujemy komórkę celu przypisując jej wartość maksymalną, definiujemy komórki zmiennych decyzyjnych oraz wprowadzamy warunki ograniczające. W analizowanym przykładzie komórką wynikową (celu) jest komórka *E4* (rys.1), gdyż formuła w niej zawarta wylicza całkowity zysk ze sprzedaży wszystkich wyprodukowanych odlewów. Ponieważ celem jest uzyskanie maksymalnej wartości (zysku), ze sprzedaży odlewów, komórkę tą indeksujemy jako wartość *Maks*. W polu komórki zmieniane, zaznaczono blok komórek *B4-D4*, czyli optymalizowane ilości poszczególnych odlewów, przy produkcji których, zysk z ich sprzedaży będzie maksymalny. Obszar warunków ograniczających, wypełniono zgodnie z wcześniej podanymi założeniami, co przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Okno dialogowe Solver – Parametry.

Fig. 3. Window dialogue Solver – Parameters.

W celu rozwiązania zagadnienia należy uruchomić okno dialogowe *Solver-Opcje* (wybierając przycisk *Opcje*) i zadeklarować liniowość zadania optymalizacyjnego oraz nieujemność zmiennych decyzyjnych. Rozwiązanie optymalnego doboru asortymentu produkcji zakładu odlewniczego przedstawia rysunek 4.

fx **=** =SUMA.ILOCZYNÓW(\$B\$4:\$D\$4;B9:D9)

	A	B	C	D	E	F
1	FUNKCJA CELU					
2	RODZAJ	ODLEW 1	ODLEW 2	ODLEW 3	KOMÓRKA	
3	ZYSK / 1szt.	1 800,00 zł	2 400,00 zł	3 000,00 zł	CELU	
4	ILOŚĆ [sztuk]	200	120	60	828 000,00 zł	
5						
6						
7	WARUNKI OGRANICZAJĄCE					
8	W.OGR.				L. STRONA	P. STRONA
9	PIEC I	5	3	1	1420	3600 [h]
10	PIEC II	1	2	4	680	4800 [h]
11	ODLEW 1	1			200	200 sztuk
12	ODLEW 2		1		120	120 sztuk
13	ODLEW 3			1	60	60 sztuk

Rys. 4. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego.
Fig. 4. Solution of assignment optimisation.

4. ANALIZA WYNIKÓW

Z uzyskanego rozwiązania optymalizacyjnego wynika, że przy danych warunkach ograniczających, maksymalny zysk wyniesie około 828000 zł. Osiągnięcie tego celu jest możliwe po wyprodukowaniu 200 sztuk odlewu 1, 120 sztuk odlewu 2 oraz 60 sztuk odlewu 3. Wartości komórek zmiennych decyzyjnych wskazują, iż ilości poszczególnych odlewów dwuwarstwowych zostały spełnione.

Jak wynika z rysunku 1, osiągnięcie maksymalnego zysku skłania do sprzedaży tylko odlewów 3, ponieważ dochód jednostkowy z ich sprzedaży jest największy (3000zł). Jednakże warunki rzeczywiste zakładu odlewniczego zmuszają do zastosowania pewnych ograniczeń, wyrażonych przy pomocy warunków ograniczających. Warunki te dotyczą czasu pracy urządzeń grzewczych oraz planów produkcyjnych, które wręcz nakazują produkcję odlewów 1 i odlewów 2, choć te przynoszą mniejsze zyski. *Solver*, w rozwiązaniu podaje minimalne ilości produkowanych odlewów, ze wskazaniem, że oszczędności należy szukać nie w ilości produkowanych odlewów, lecz w zmniejszeniu czasu pracy urządzeń grzewczych.

Z bloku warunków ograniczających, dotyczących zasobów czasu pracy pieców do topienia wynika, że warunki te są luźne (nie wiążące) przy decyzji optymalnej. Świadczy o tym wartość lewych stron dwóch pierwszych warunków ograniczających, informują-

cych, że do wytworzenia optymalnej ilości produkowanych odlewów dwuwarstwowych wystarczy 1420 godzin pracy pieca PI oraz 680 godzin pracy pieca PII. Na tej podstawie można stwierdzić, że przy optymalnym planie produkcji odlewów, oszczędności wynikające z czasu pracy urządzeń grzewczych (ograniczenie typu \leq) wynoszą odpowiednio: 2180 godzin dla pieca PI oraz aż 4120 godzin dla pieca PII. Analizując kolejne warunki ograniczające, wynikające z zapotrzebowania odbiorców na poszczególne odlewy, widać, iż warunek 3, który dotyczy ilości produkcji odlewu 1 jest wiążący, świadczy o tym ograniczenie typu \leq . Jednakże, moduł Solver podaje, że liczba produkowanych odlewów 1 musi być dokładnie równa 200 sztuk przy decyzji optymalnej. Ostatnie dwa warunki ograniczające są napięte (wiążące), o czym świadczy ograniczenie typu $=$. Wynika stąd, iż maksymalny, do uzyskania zysk całkowity będzie spełniony przy wyprodukowaniu dokładnie 120 sztuk odlewu 2 i 60 sztuk odlewu 3 dla optymalnych zmiennych decyzyjnych. Jak wynika z przedstawionej metody doboru asortymentu produkcji wybranego zakładu odlewniczego nowoczesnymi metodami optymalizacyjnymi, zamiast korzystać ze specjalistycznych pakietów informatycznych, można używać bardzo popularnych arkuszy kalkulacyjnych, wyposażonych w podstawowe narzędzia analizy matematyczno-statystycznej. Nowoczesny sposób określenia produkcji, oprócz zalet typowo technologicznych, posiada również swoje uzasadnienie ekonomiczne, co wynika między innymi z oszczędności pracy pieców do topienia.

Biorąc pod uwagę obecne realia gospodarki rynkowej, optymalizacja procesu technologicznego, jak i jego stała kontrola na każdym odcinku produkcji, może mieć kluczowe znaczenie podczas podejmowania trafnych decyzji menedżerskich.

LITERATURA

- [1] *Mała encyklopedia ekonomiczna*, PWN, Warszawa 1974
- [2] K. Kukuła: *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, PWN, W-wa, 2001
- [3] S. Abt: *Systemy logistyczne w gospodarowaniu*, wyd. Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 1997
- [4] Walkenbach J.: *Excel 2000*, Wydawnictwo RM, Warszawa 1999

**SELECTION OF THE ASSORTMENT
PRODUCTION OF CASTING INSTITUTION**

SUMMARY

In work was introduced one from situation of decision optimum choice of assortment of production of institution casting dissolved at help of linear programmed. Program this is bases on mathematical model, in which both restrictive conditions, as they are function of aim in linear form. Assignment optimisation algorithm was dissolved it is simplex, which one from methods of dissolving of linear programming. It was affirmed, that problems in the way of operating investigations it were been possible to dissolve applying modules of spreadsheet's sheet Excel, instead of dear, specialists' computer packets.

Recenzował: prof. dr hab. inż. Przemysław Wasilewski