

JÓZEF PARCHAŃSKI

Katedra Technologii i Metrologii Elektrycznej

WSPÓŁCZYNNIK PRZENOSZENIA MOSTKA PRĄDU PRZEMIENNEGO

Streszczenie: W artykule podano zależności określające współczynniki przenoszenia liniowych mostków prądu przemiennego dla pierwszej oraz wyższych harmonicznych. Współczynniki te określają napięcie na przekątnej pomiarowej mostka.

1. Wstęp

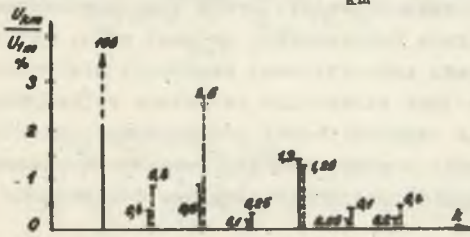
Literatura dotycząca liniowych mostków prądu przemiennego jest bardzo obszerna. Widać to z bibliografii podanych w klasycznych podręcznikach omawiających metody mostkowe np. w [1] ponad 1000 pozycji, [3] 266 pozycji [4] 430 pozycji.

W literaturze tej rozpracowano zagadnienie czułości i równowagi mostków zasilanych napięciem ściśle sinusoidalnym. Autor nie spotkał jednak w literaturze specjalistycznej rozpracowanego zagadnienia wpływu typu użytego detektora na dokładność pomiarów mostkami prądu przemiennego w przypadku zasilania tych mostków napięciem praktycznie sinusoidalnym.

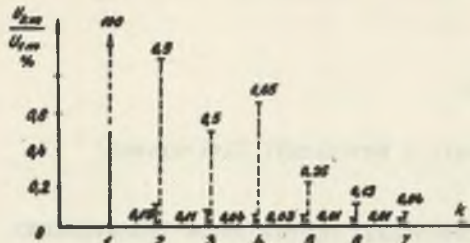
Zgodnie z normą PN-65/E-06000 w technice dużych prądów krzywa ma kształt praktycznie sinusoidalny, jeżeli dowolna wartość chwilowa krzywej nie różni się od odpowiedniej wartości pierwszej harmonicznej, więcej niż 5% amplitudy pierwszej harmonicznej tej krzywej.

Również napięcie elektronicznych generatorów drgań sinusoidalnych stosowanych do zasilania układów mostkowych zawiera 1...5% harmonicznych.

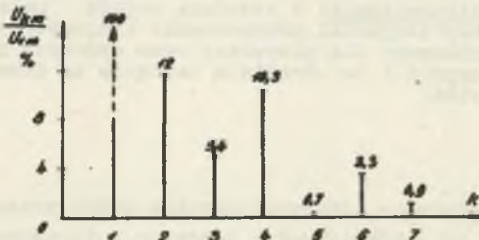
Na rysunkach 1,2,3 przedstawiono przykładowo widma amplitudowe poszczególnych napięć, zmierzone za pomocą analizatora widma amplitudowego, gdzie U_{1m} - amplituda pierwszej harmonicznej, U_{km} - amplituda k-tej harmonicznej.



Rys. 1. Widma amplitudowe napięcia sieci energetycznej ("—" zmierzone w Politechnice Śl., "----" - w Hucle Zabędy)



Rys. 2. Widma amplitudowe napięcia generatora RC typu PO 10 "ZOPAN" (— nie obciążony, - - - obciążony mocą znamionową P_N)



Rys. 3. Widmo amplitudowe napięcia generatora RC typu PO 10 obciążonego mocą $P = 1,4 P_N$

Jak widać z rysunku 3 szczególnie niekorzystne ze względu na wzrost wartości harmonicznych jest przeciążanie generatorów elektronicznych.

Pomierzone napięcia, za wyjątkiem przypadku przedstawionego na rysunku 3, były napięciami praktycznie sinusoidalnymi. Warto tutaj przypomnieć, że w napięciu sieci energetycznej przeważają harmoniczne nieparzyste (rys. 1), natomiast w napięciu generatorów elektronicznych harmoniczne parzyste (rys. 2 i 3). Ponieważ amplitudy jak też i fazy poszczególnych harmonicznych ciągle się zmieniają, więc na rysunkach 1, 2 i 3 przedstawiono wartości średnie amplitud poszczególnych harmonicznych.

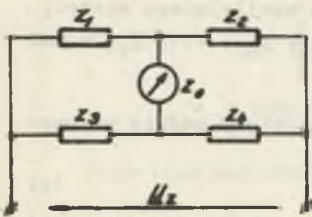
Oczywiście, współczynnik zawartości harmonicznych można zmniejszyć przez zastosowanie filtru. Jednak wykonanie dobrego filtru, np. o współczynniku zawartości harmonicznych mniejszym niż 0,1% i o mocy wystarczającej do zasilania mostka jest bardzo kłopotliwe, zwłaszcza gdy pomiary są wykonywane w funkcji częstotliwości. Prócz tego zastosowanie filtru zwiększa stałe czasowe układu pomiarowego, co jest wadą, gdy mostek stanowi jeden z elementów układu automatycznej regulacji wielkości mierzonej.

Również kłopotliwe jest stosowanie detektora selektywnego (np. galwanometru wibracyjnego dla częstotliwości przemysłowej; elektronicznego dla częstotliwości wyższych) w przypadku gdy pomiary są przeprowadzane przy zmiennej częstotliwości (konieczność ciągłego dostrajania detektora do danej częstotliwości).

- 1) Współczynnik przenoszenia mostka prądu przemiennego,
- 2) Mostek z detektorem wartości średniej,
- 3) Mostek z detektorem wartości skutecznej,
- 4) Mostek z detektorem fazoczułym,

Tak więc celem przedstawionego cyklu artykułów jest próba kompleksowe-
go przeanalizowania możliwości zastosowania nieselektywnego detektora o-
raz możliwości zasilania mostka napięciem praktycznie sinusoidalnym czy
też nawet odkształconym.

2. Współczynnik przenoszenia mostka



Rys. 4. Schemat ideowy mo-
stka prądu przemiennego

Jeżeli mostek, którego schemat, ideowy
przedstawiono na rys. 4, będzie zasilany na-
pięciem praktycznie sinusoidalnym (dla uprosz-
czenia przyjęto $\alpha_1 = 0$ rad) czyli

$$u_z = U_{z1m} \sin \omega t + U_{z2m} \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots + U_{znm} \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (1)$$

lub w postaci symbolicznej $\underline{U}_z(t) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_{zk}(t)$, to napięcie na przekątnej
pomiarowej wyrazi się wzorem (szczegóły w A [5])

$$\underline{U}_0(t) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_{0k}(t) =$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{\underline{U}_{zk}(t) (Z_{2k} Z_{3k} - Z'_{1k} Z_{4k})}{(Z'_{1k} + Z_{2k})(Z_{3k} + Z_{4k})} = \left[\frac{1}{Z_{0k}} Z'_{1k} Z_{2k} (Z_{3k} + Z_{4k}) + Z_{3k} Z_{4k} (Z'_{1k} + Z_{2k}) \right] \quad (2)$$

lub

$$\underline{U}_0(t) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_{zk}(t) K'_k, \quad (3)$$

gdzie

$$K'_k = \frac{Z_{2k} Z_{3k} - Z'_{1k} Z_{4k}}{(Z'_{1k} + Z_{2k})(Z_{3k} + Z_{4k}) + \frac{1}{Z_{0k}} [Z'_{1k} Z_{2k} (Z_{3k} + Z_{4k}) + Z_{3k} Z_{4k} (Z'_{1k} + Z_{2k})]}$$

- zespolony współczynnik przenoszenia mostka dla k-tej harmonicznej,
 $Z_{1k}, Z_{2k}, Z_{3k}, Z_{4k}, Z_{ok}$ - impedancje zespolone dla k-tej harmonicznej odpowiednich gałęzi mostka;
 $\underline{U}_o(t), \underline{U}_z(t)$ - wartości zespolone napięcia na przekątnej pomiarowej oraz napięcia zasilającego mostek
 $\underline{U}_{ok}(t), \underline{U}_{zk}(t)$ - wartości zespolone k-tej harmonicznej napięcia na przekątnej pomiarowej; oraz napięcia zasilającego mostek;
 $U_{z1m}, U_{z2m}, \dots, U_{zkm}$ - amplitudy pierwszej, drugiej, \dots , k-tej harmonicznej napięcia zasilającego mostek;
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ - kąty fazowe napięć $\underline{U}_{z1}, \underline{U}_{z2}, \dots, \underline{U}_{zk}$ w chwili $t = 0$,

W stanie równowagi dla pierwszej harmonicznej spełniony będzie warunek

$$Z_{21} Z_{31} = Z_{11} Z_{41} \quad (4)$$

gdzie:

$Z_{11}, Z_{21}, Z_{31}, Z_{41}$ - impedancje zespolone dla pierwszej harmonicznej odpowiednich gałęzi mostka,

Jeżeli impedancja Z_{11} zmieni się o małą wartość ΔZ_{11} , to

$$Z'_{11} = Z_{11} + \Delta Z_{11} \quad (5)$$

Wstawiając (5) do (2) i uwzględniając (4) otrzymamy wyrażenie określające napięcie na przekątnej pomiarowej w pobliżu stanu równowagi mostka dla pierwszej harmonicznej

$$\underline{U}_{o1}(t) = \frac{-\underline{U}_{z1}(t) Z_{11} \delta Z_{11}}{\left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{21}} + \frac{Z_{11} + Z_{31}}{Z_{o1}}\right) (Z_{11} + Z_{21})} = -\underline{U}_{z1}(t) K_1 \quad (6)$$

gdzie

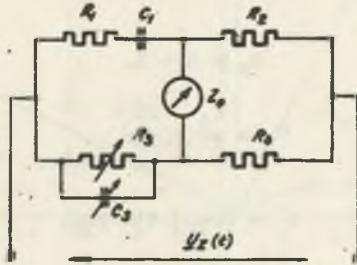
$$K_1 = \frac{Z_{11} \delta Z_{11}}{\left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{21}} + \frac{Z_{11} + Z_{31}}{Z_{o1}}\right) (Z_{11} + Z_{21})} - \text{zespolony współczynnik przenoszenia mostka dla pierwszej harmonicznej, } \delta Z_{11} = \frac{\Delta Z_{11}}{Z_{11}}.$$

W mianowniku wyrażenia (6) pominięto ΔZ_{11} , co minimalnie wpływa na zmianę wartości tego wyrażenia dla małych wartości ΔZ_{11} .

Dla określenia rzędu wartości pierwszej oraz wyższych harmonicznych napięcia na przekątnej pomiarowej w pobliżu stanu równowagi mostka dla pierwszej harmonicznej napięcia zasilającego mostek, rozpatrzono przykład liczący

bowy. Dla mostka przedstawionego na rys. 5, przyjęto $Z_0 = R_0$ oraz $R_2 = R_4 = R$.

Założenia te nie zmieniają rozpatrywanego problemu pod względem jakościowym, a tylko ilościowym, a znacznie upraszczają dość żmudne wyprowadzenia.



Rys. 5. Schemat idealowy mostka Wiena

Przy tych założeniach otrzymuje się (szczegóły w B [5])

$$K_1 = \frac{R_1 (R_1 A' \cos^2 \varphi_{11} - \delta C_1 B' \sin^2 \varphi_{11})}{(A' \cos \varphi_{11})^2 + (B' \sin \varphi_{11})^2} + j \frac{R_1}{2} \sin 2 \varphi_{11} \frac{\delta R_1 B' + \delta C_1 A'}{(A' \cos \varphi_{11})^2 + (B' \sin \varphi_{11})^2} = |K_1| e^{j\beta_1} \quad (7)$$

$$K_k = \frac{R [z'_R (z'' - R_1) + z''_R (z' - \frac{R_1}{k} \operatorname{tg} \varphi_{11})]}{(z'_R)^2 + (z''_R)^2} + j \frac{R [z'_R (\frac{R_1}{k} \operatorname{tg} \varphi_{11} - z') + z''_R (z'' - R_1)]}{(z'_R)^2 + (z''_R)^2} = |K_k| e^{j\beta_k} \quad (8)$$

gdzie:

$K_1, K_k, |K_1|, |K_k|$ - zespolone wartości oraz moduły współczynników przenoszenia mostka odpowiednio dla pierwszej oraz k -tej harmonicznej,

$$\beta_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{Im} K_1}{\operatorname{Re} K_1};$$

$\beta_k = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{Im} K_k}{\operatorname{Re} K_k}$ - argumenty współczynnika przenoszenia mostka odpowiednio dla pierwszej i k -tej harmonicznej,

$$A' = A_R B_R - R_1 C_R \operatorname{tg}^2 \varphi_{11},$$

$$B' = B_R C_R + R_1 A_R$$

$$A_R = 1 + \frac{R_1}{R} + \frac{2R_1}{R_0},$$

$$B_R = R + R_1$$

$$C_R = \frac{R_1}{R} + \frac{2R_1}{R_0}$$

$$z' = |Z_{3k}| \sin \varphi_{3k},$$

$$z'' = |Z_{3k}| \cos \varphi_{3k},$$

$$R^I = R + R_1 + \frac{R}{R_0} (R + 2R_1),$$

$$R^{II} = \frac{R_1}{k} \left(1 + \frac{2R}{R_0}\right) \operatorname{tg} \varphi_{11},$$

$$R^{III} = \frac{RR_1}{k} \left(1 + \frac{R}{R_0}\right) \operatorname{tg} \varphi_{11},$$

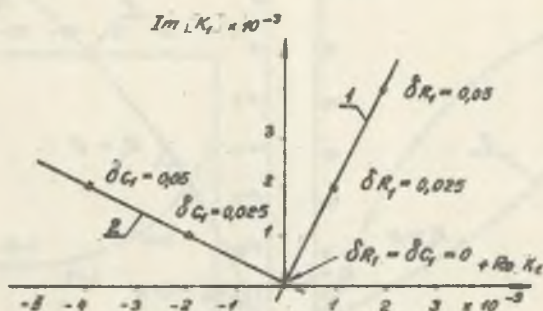
$$R^{IV} = R \left(R + \frac{RR_1}{R_0} + R_1\right),$$

$$|Z_{3k}| = \frac{R_1 \sqrt{1+k^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{11}}}{\cos^2 \varphi_{11} + k^2 \sin^2 \varphi_{11}},$$

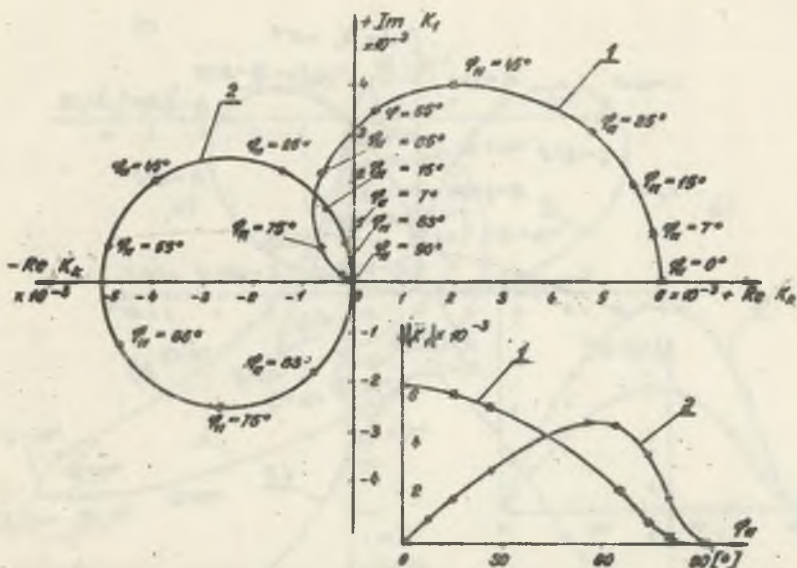
$$\varphi_{3k} = \arccos \operatorname{tg} (k \operatorname{tg} \varphi_{11}).$$

Dzięki takiemu ujęciu tego zagadnienia, wyprowadzone zależności (7) i (8) mają charakter ogólny i są ważne dla dowolnych częstotliwości napięcia zasilającego mostek oraz dla dowolnych impedancji mierzonych.

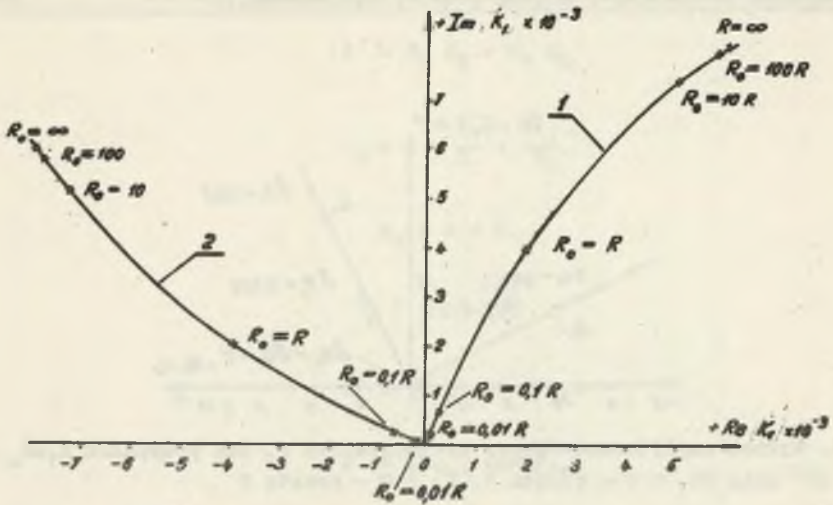
Na rysunkach 6 ... 12 przedstawiono wykresy wartości zespolonych współczynników przenoszenia mostka dla pierwszej, drugiej i trzeciej harmonicznej napięcia zasilającego mostek, którego schemat ideowy przedstawiono na rysunku 5. Wykresy te wykonano na podstawie wyników obliczonych na maszynie cyfrowej w Ośrodku Maszyn Matematycznych Politechniki Śląskiej wyrażeń (7) i (8) dla podanych przez autora parametrów R_1 , R_0 , φ_{11} , δR_1 , δC_1 oraz k .



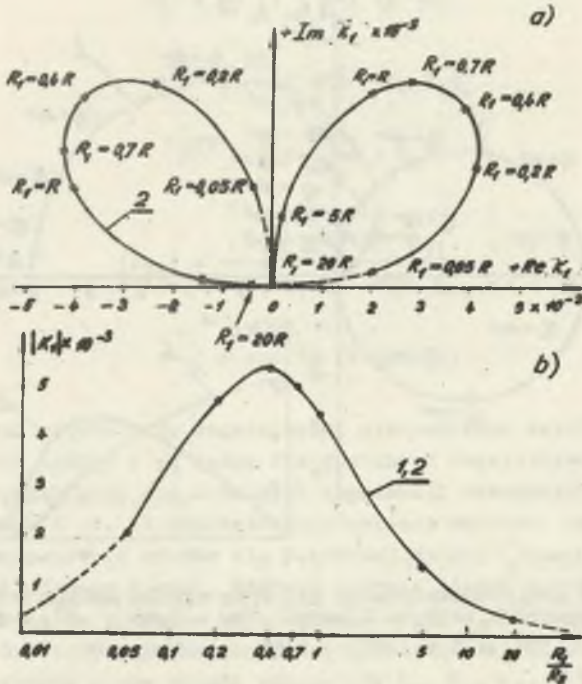
Rys. 6. Wykres amplitudowo-fazowy współczynnika K_1 dla przypadku $R_1=R_0=R$ $\varphi_{11} = 45^\circ$ oraz $\delta C_1 = 0$ - prosta 1, $\delta R_1 = 0$ - prosta 2



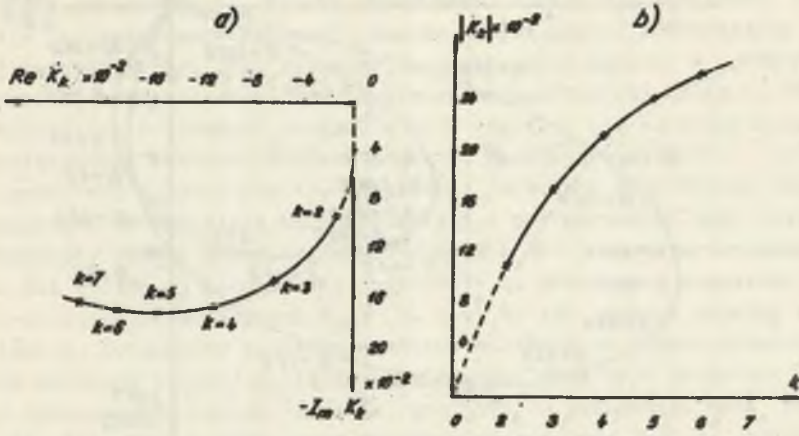
Rys. 7. Wykres amplitudowo-fazowy a), oraz wykres modułu - b) współczynnika K_1 dla przypadku $R_1 = R_0 = R$, oraz $\delta R_1 = 0,05$ i $\delta C_1 = 0$ - krzywa 1, $\delta R_1 = 0$ i $\delta C_1 = 0,05$ - krzywa 2



Rys. 8. Wykres amplitudowo-fazowy współczynnika K_1 dla przypadku $R_1 = R$, $\varphi_{11} = 45^\circ$ oraz $\delta R_1 = 0,05$ i $\delta C_1 = 0$ - krzywa 1, $\delta R_1 = 0$ i $\delta C_1 = 0,05$ - krzywa 2

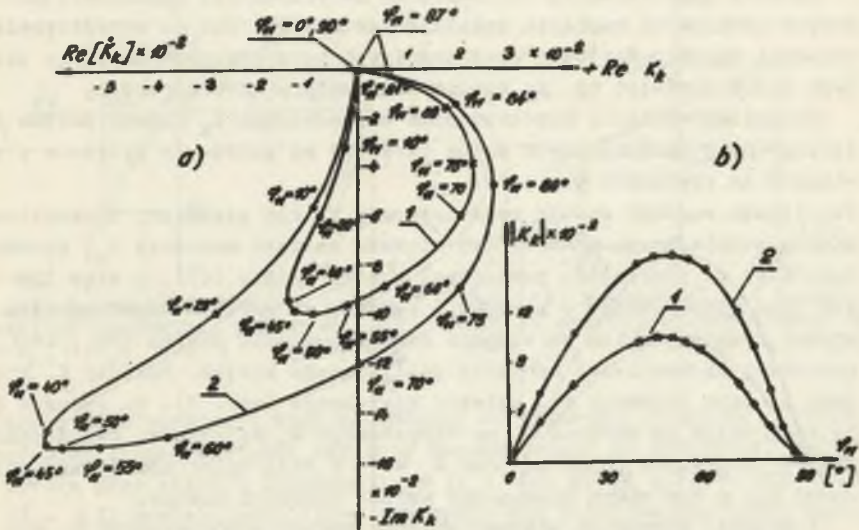


Rys. 9. Wykres amplitudowo-fazowy - a) oraz wykres modułu - b) współczynnika K_1 dla przypadku $R_0 = R$, $\varphi_{11} = 45^\circ$ oraz $\delta R_1 = 0,05$ i $\delta C_1 = 0$ - krzywa 1, $\delta R_1 = 0$ i $\delta C_1 = 0,05$ - krzywa 2



Rys. 10. Wykres amplitudowo-fazowy

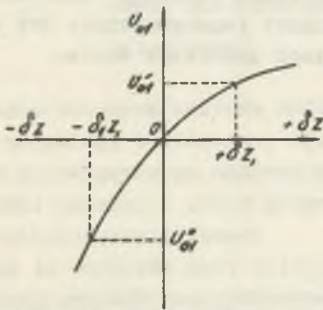
a) oraz wykres modułu - b) współczynnika K_k dla przypadku $R_1 = R_0 = R$, $\varphi_{11} = 45^\circ$



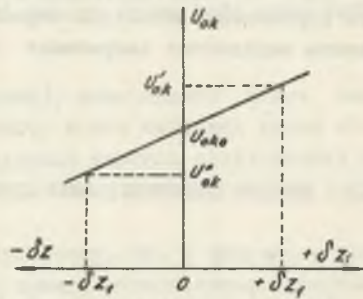
Rys. 11. Wykres amplitudowo-fazowy - a) oraz wykres modułu - b) współczynnika K_k dla przypadku $R_1 = R_0 = R$ oraz $k = 2$ - krzywa 1, $k = 3$ - krzywa 2

rad jest równa zero (patrz rys. 11). Czyli niezależnie od kształtu krzywej napięcia zasilającego U_z , wartość napięcia wyższych harmonicznyc na przekątnej pomiarowej U_{ok} będzie równa zero, jeżeli $U_{o1} = 0$ (stan równowagi dla pierwszej harmonicznej). Znaczy to, że mostek zrównoważony dla jednej częstotliwości (np. pierwszej harmonicznej) będzie w równowadze dla dowolnej częstotliwości (np. wyższych harmonicznyc). Jest to tzw. mostek niezależny od częstotliwości. Z tych względów nie ma żadnych ograniczeń dotyczących kształtu krzywej napięcia zasilającego mostek, ani żadnych ograniczeń dotyczących typu detektora (może być selektrywny, fazoczuły, reagujący na wszystkie harmoniczne itp.) pod warunkiem jego dostatecznej czułości. Jeżeli natomiast współczynnik $K_k \neq 0$, to po zrównoważeniu mostka dla pierwszej harmonicznej pozostaje na przekątnej pomiarowej napięcie wyższych harmonicznyc $U_{ok} \neq 0$. Jest to tzw. mostek zależny od częstotliwości. Dokładność pomiarów mostkiem zależnym od częstotliwości jest funkcją kształtu krzywej napięcia zasilającego oraz typu detektora [5].

Dla uproszczenia wzorów (7) i (8) pominięto w mianowniku małą wartość δZ ($\delta R, \delta C$). Błąd wynikający z takiego uproszczenia jest do pominięcia przy małym δZ . Dla dużego odchylenia mostka od stanu równowagi, czyli dla dużego δZ , powstaje dodatkowy błąd pochodzący od asymetrii odchyień detektora dla (+ δZ) w porównaniu z (- δZ) - rys. 13.



Rys. 13. Napięcie pierwszej harmonicznej na przekątnej pomiarowej mostka $U_{o1} < U_{o1}''$ dla $|+ \delta Z_1| = |-\delta Z_1|$



Rys. 14. Napięcie k-tej harmonicznej na przekątnej pomiarowej mostka $U_{ok} > U_{ok}''$ dla $|+ \delta Z_1| = |-\delta Z_1|$

Oprócz tego powstanie błąd pochodzący od asymetrii odchyień detektora spowodowany zmianą wartości napięcia harmonicznyc na przekątnej pomiarowej mostka przy zmianie impedancji od $(Z + \delta Z)$ do $(Z - \delta Z)$ - rys. 14. Np. dla $(Z - \delta Z)$ mostek jest bliżej równowagi dla k-tej harmonicznej (napięcia k-tej harmonicznej wynosi U_{ok}''), a dla $(Z + \delta Z)$ mostek jest dalej od równowagi dla k-tej harmonicznej (napięcie U_{ok}'), a zatem $U_{ok}' > U_{ok}''$.

LITERATURA

- [1] Hague B.: Alternating current bridge methods. London 1946.
- [2] Golding E.W.: Electrical measurements and measuring instruments. London 1957.
- [3] Karandiejew K.B.: Mostowyje metody izmierenij. Teorja i rasczet e-lektroizmieritelnych mostowych schiem. Kijew 1953.
- [4] Niesterenko A.D.: Osnovy rasczeta elektroizmieritelnych schiem urawnowiesziwanja, Kijew 1960. Izd.Akad.Ukr.SSR.
- [5] Parchański J.: Wpływ harmoniczných napięcia zasilającego na dokładność mostków liniowych. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1968.

Wpłynęło do redakcji w kwietniu 1971 r.

КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕНОСА МОСТА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Резюме

Переданы зависимости определяющие коэффициенты переноса линейных мостов переменного тока для первой а также высших гармонических. Эти коэффициенты определяют напряжение на измерительной диагонали моста.

A.C. BRIDGE TRANSFER COEFFICIENT

Summary

Relations defining linear bridges transfer coefficients for the first and higher harmonics are described. These coefficients describe the voltage on a detector.