ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: ELEKTRYKA z. 33 Nr kol. 321

Ryszard Hagel

Katedra Technologii
i Metrologii Elektrycznej

ELEMENTY OGÓLNEJ TEORII PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH

Streszczenie: Wychodząc z energetycznego ujęcia procesu pomiarowego i z analogii elektromechanicznych, wprowadzono pojęcie uogólnionych sił i prędkości, immitancji, sztywności i podatności. Wyróżnienie w kanale pomiarowym dwóch wielkości, których iloczyn ma wymiar energii, prowadzi do przedstawienia przetworników w postaci czwórników.

Na przykładzie przetworników elektromechanicznych przedstawiono sposób otrzymywania schematów zastępczych - fizykalnie jednorodnych, zbudowanych tylko z elementów pasywnych. Przedstawienie kanału pomiarowego jako łańcucha czwórników ułatwia obliczenie wzajemnego oddziaływania przetworników i oddziaływanie przetworników pomiarowych na źródło informacji.

Zbiór znanych sposobów przetwarzania różnych postaci energii za pomocą przetworników pomiarowych jest podstawą, na której opiera się technika pomiarowa. Podobnie związki matematyczne między energią, a uogólnionymi siłami, względnie między mocą a uogólnionymi prędkościami działającymi w układzie - jest podstawą ogólnej teorii przetworników [1], [2], [3], [4].

Ogólna teoria przetworników pomiarowych umożliwia jednolite traktowanie przetworników działających na różnych zasadach np. przetworników elektromechanicznych, termoelektrycznych, piezoelektrycznych i in. Można do tych przetworników stosować wszystkie twierdzenia wynikające z teorii, a dotyczące czułości, immitancji wejściowych i wyjściowych, transmitancji, oddziaływania na źródła informacji itp.

1. Ujęcie energetyczne procesu pomiarowego

1.1. Informacja pomiarowa i energia

P o m i a r można rozpatrywać jako proces otrzymywania odpowiedniego przetwarzania i wydawania w najkorzystniejszej postaci informacji o wartości mierzonej wielkości. Środki techniczne tych przetwarzań nazywamy p r z e t w o r n i k a m i p o m i a r o w y m i. P r z e t w a r z a n i e i n f o r m a c j i p o m i a r o w e j wymaga przesyłania jej z jednego członu układu pomiarowego do następnego.

Uzyskiwanie informacji pomiarowej i jej przesyłanie jest związane z pojęciem s y g n a ł u. Sygnały służą do przenoszenia informacji, ale same nie stanowią informacji; są one materialnymi nośnikami informacji. Sygnał jest nierozłącznie związany z energią. W ujęciu matematycznym energię sygnału wyraża całka

$$E(x) \stackrel{def}{=} \int_{t_1}^{t_2} s^2(t,x)\,dt$$

gdzie:

$s(t,x)$ – sygnał przyporządkowany informacji x,

t_1, t_2 – przedział czasu.

W sygnale jedna z wielkości fizycznych związanych z energią zawiera informację pomiarową.

Przesyłanie informacji jest więc nierozdzielnie związane z przesłaniem e n e r g i i, co można zapisać skrótowo:

POMIAR = przesyłanie informacji o wielkości mierzonej + przesyłanie energii

W tym ujęciu p r z e t w o r n i k i p o m i a r o w e są zatem urządzeniami przetwarzającymi energię.

W niektórych przypadkach w kanale pomiarowym występuje tylko jedna postać energii, najczęściej jednak zachodzi konieczność przetwarzania energii w różne postacie, lepiej przydatne do przesyłania, przetwarzania, porównywania lub wydawania informacji o wartości mierzonej wielkości. Przetworniki związane tylko z jedną postacią energii nazywa się t r a n s f o r m a t o r a m i.

Przesyłanie i przetwarzanie bez strat informacji wymaga wiadomości z zakresu matematyki stosowanej, natomiast przesyłanie energii wymaga wiadomości z zakresu fizyki stosowanej.

W zależności od rodzaju energii możemy wyróżnić sygnały mechaniczne, elektryczne, cieplne, optyczne, chemiczne i in. Wielkości fizyczne zawierające informacje pomiarowe mogą być bardzo różne: siła lub moment, przemieszczenie, wielkości elektryczne, strumień świetlny itp.

1.2. Transmisja energii w kanale pomiarowym

Do celów analizy statycznej i dynamicznej, układy pomiarowe przedstawia się w postaci schematów blokowych, w których poszczególne bloki są połączone pojedynczymi liniami informującymi o przepływie sygnałów. Schematy blokowe są bardzo pożyteczne ponieważ uwidaczniają zależności między sygnałami wyjściowymi a sygnałami wejściowymi i zakłóceniami. Matematycz-

nie poszczególne bloki, jeśli są one liniowe, opisuje się najczęściej za pomocą transmitancji, będącej ilorazem transformaty sygnału wyjściowego i wejściowego, przy zerowych warunkach początkowych. Szeregowemu połączeniu bloków odpowiada iloczyn transmitancji przy założeniu, że bloki nie obciążają się wzajemnie.

Takie przedstawienie układu pomiarowego nie uwidacznia strony energetycznej procesu przesyłu i przetwarzania energii i związanych z tym przetwarzaniem wielkości.

Energia w dowolnym punkcie układu pomiarowego jest funkcją dwóch wielkości. Jedną z tych wielkości zajmujemy się przede wszystkim, ponieważ zawiera ona informację pomiarową. Druga wielkość jest z nią nierozdzielnie związana na podstawie powszechnie obowiązujących praw fizycznych. Uwzględnienie obydwu wielkości w układzie pomiarowym umożliwia zdefiniowanie impedancji wejściowej i wyjściowej przetworników pomiarowych, pozwala uwzględnić wpływ obciążenia źródła informacji przetwornikami pomiarowymi i prowadzi do przedstawienia przetworników jako czworników.

Jeżeli nie zapomina się o występowaniu obydwu wielkości, rysowanie jednoliniowo połączeń nie powoduje nieporozumień.

Przykładami wielkości, których iloczyn ma wymiar energii są:

siła x przemieszczenie liniowe moment x przemieszczenie kątowe	energia mechaniczna
napięcie x ładunek elektryczny	energia elektryczna

Przykładem nierozdzielnego występowania w układach pomiarowych dwóch wielkości może być pomiar siły. Nie można mierzyć siły, jeżeli nie spowoduje ona przemieszczenia. Nawet w zerowych metodach pomiarowych kontrolowana wielkość jest różna od zera, ponieważ czułość układów detekcyjnych jest ograniczona. Spowodowanie przemieszczenia wymaga pobrania energii ze źródła, co może wpływać na wartość mierzonej wielkości. Odwrotnie nie jest także możliwy pomiar przemieszczenia bez udziału siły, jeżeli uwzględnić, że siła wywierana przez promień świetlny lub przez pole elektrostatyczne w kondensatorze, jest bardzo mała lecz większa od zera.

Chwilową wartość energii pobieranej ze źródła informacji lub z innego przetwornika wyraża moc, którą można przedstawić w postaci iloczynu dwóch wielkości fizycznych. Można wymienić przykładowo wielkości, których iloczyn ma wymiar mocy:

siła x prędkość liniowa moment x prędkość kątowa	moc mechaniczna
napięcie x prąd	moc elektryczna.

1.3. Przetwornik pomiarowy jako czwórnik

Rozpatrzymy dalej przetworniki, w których wyróżnimy dwie wielkości wejściowe i dwie wielkości wyjściowe. Iloczyny tych wielkości przedstawiają odpowiednio moc lub energię wejściową i wyjściową.

Przetwornik o jednym sygnale wejściowym i jednym sygnale wyjściowym jest więc czwórnikiem, w którym można wyróżnić dwie wielkości wejściowe i dwie wielkości wyjściowe, takie że ich iloczyn ma wymiar energii lub mocy.

Przyjmując, z czterech zmiennych dostępnych na zaciskach czwórnika (e_1, i_1, e_2, i_2), dowolne dwie zmienne jako niezależne, można napisać szereg zależności, pozwalających obliczyć dwie pozostałe wielkości. Najczęściej w teorii czwórników stosuje się łańcuchowy układ równań, w którym zmiennymi zależnymi są e_1, i_1.

$$e_1 = f_1(e_2, i_2)$$

$$i_1 = f_2(e_2, i_2)$$

Jest rzeczą ważną, że wielkości wejściowe i wyjściowe są dostępne na zaciskach czwórnika i mogą być pomierzone bez znajomości wewnętrznego układu połączeń czwórnika. W ten sposób złożone przetworniki, dla których nie jest znana adekwatna teoria mogą być badane eksperymentalnie.

W tablicy 1 przedstawiono w postaci czwórników kilka charakterystycznych przetworników energii. Dla każdego czwórnika podano równanie łańcuchowe w postaci macierzowej. Równania czwórników-przetworników obowiązują w zakresie liniowości ich charakterystyk. Równania czwórników-przetworników są bardziej uniwersalne od odpowiednich równań czwórników elektrycznych, ponieważ występują w nich różne wielkości fizyczne, a nie tylko prądy i napięcia. Można by przez analogię mówić ogólnie także o nieelektrycznych prądach i napięciach, np. w odniesieniu do wielkości mechanicznych. Przyjęły się terminy uogólnionych sił, uogólnionych prędkości i uogólnionych współrzędnych, dla określenia bardzo różnorodnych wielkości fizycznych występujących na zaciskach czwórników elektrycznych, mechanicznych, hydraulicznych i in.

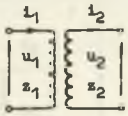
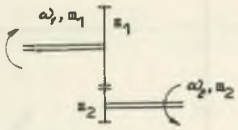
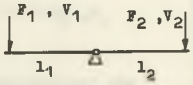
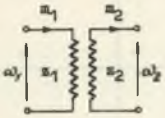
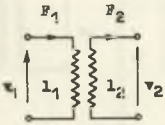
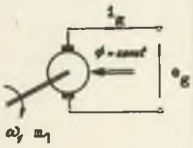
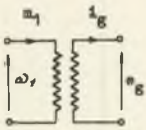
Przyjęcie uogólnionych sił i prędkości umożliwia wprowadzenie pojęć uogólnionych rezystancji, impedancji i in.

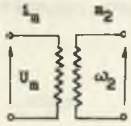
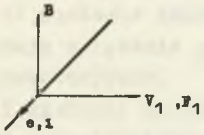
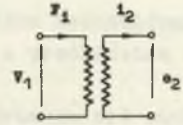
1.4. Analogie

Mówimy ogólnie, że dwa układy fizyczne są analogiczne, gdy stanowią dwa fizyczne przedstawienia układu równań różniczkowych. Często przetworniki termiczne, mechaniczne, hydrauliczne itp. przedstawia się za pomocą analogowych obwodów elektrycznych, ponieważ metody analizy tych ostatnich są bardzo rozwinięte.

Tablica 1

Macierze odwracalnych przetworników energii

Przetwornik	Schemat czwórnika	Równanie łańcuchowe czwórnika
Idealny transformator elektryczny		$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1/z_2 & 0 \\ 0 & (z_1/z_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$
Idealny transformator mechaniczny  przekładnia zębata  dźwignia	 	$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2/z_1 & 0 \\ 0 & (z_2/z_1)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1/l_2 & 0 \\ 0 & (l_1/l_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{bmatrix}$
Idealny przetwornik energii mechanicznej na elektryczną  prądnica tachometryczna		$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_g^{-1} & 0 \\ 0 & k_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_g \\ i_g \end{bmatrix}$

Przetwornik	Schemat czwórnika	Równanie łańcuchowe czwórnika
Idealny przetwornik energii elektrycznej na mechaniczną silnik prądu stałego z obcym wzbudzeniem		$\begin{bmatrix} u_m \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_m & 0 \\ 0 & k_m^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix}$
 przewodnik poruszający się w stałym polu magnetycznym		$\begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k^{-1} & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$

Najszersze zastosowania znalazły dotychczas analogie elektromechaniczne. Najczęściej wykorzystuje się dwie możliwości przyporządkowania wielkości elektrycznych i mechanicznych. Możliwość utworzenia formalnego dwóch systemów analogii stwierdzamy, porównując wyrażenia mocy mechanicznej

$$P = Fv \quad \text{oraz} \quad P = M\omega \tag{2.1}$$

i mocy elektrycznej $P = UI$.

W I systemie analogii, siłom mechanicznym (momentom mechanicznym) odpowiadają napięcia lub siły elektromotoryczne, a prędkościom odpowiadają natężenia prądów.

W II systemie analogii siłom mechanicznym (momentom mechanicznym) odpowiadają natężenia prądów, a prędkościom odpowiadają napięcia lub siły elektromotoryczne.

W I systemie analogii, równaniu sił mechanicznych odpowiada równanie napięć odpowiedniego zamkniętego układu elektrycznego, natomiast w systemie II – równanie prądów odpowiedniego węzła.

1.5. Uogólnione siły i prędkości

Jak wynika z przedstawionych dwóch systemów analogii elektromechanicznych, istnieje pewna dowolność przy wyborze uogólnionych wielkości. Wybór uogólnionych wielkości (sił i współrzędnych lub sił i prędkości) musi jednak być sensowny z punktu widzenia fizyki i musi być zgodny z opisem matematycznym zjawiska. W tablicy 2 podano zestawienie wielkości najczęściej przyjmowanych za uogólnione siły, przemieszczenia i prędkości [1].

Tablica 2

Zestawienie często przyjmowanych wielkości uogólnionych

Rodzaj energii	Uogólnione siły	Uogólnione przemieszczenia	Uogólnione prędkości
Elektryczna	Siła elektromotoryczna E Napięcie U	Ilość elektryczności Q (ładunek elektryczny)	Natężenie prądu elektrycznego I
Magnetyczna	Siła magnetomotoryczna F_m	Strumień magnetyczny Φ	Siła elektromotoryczna E
Mechaniczna	Siła F Moment M Ciśnienie p	Przemieszczenie liniowe l Przemieszczenie kątowe φ Objętość V	Prędkość liniowa v Prędkość kątowa ω Prędkość zmiany objętości dV/dt
Cieplna	Temperatura ϑ	Entropia S	Pochodne entropii względem czasu
Chemiczna	Potencjał chemiczny V	Masa m	Prędkość reakcji

Uogólniając przykłady podane w tablicy 2 można stwierdzić, że energię w dowolnym miejscu układu pomiarowego przedstawia iloczyn uogólnionej siły i uogólnionego przemieszczenia. Podobnie moc (przepływ energii w układzie) jest określona iloczynem uogólnionej siły i uogólnionej prędkości.

Ze względu na różnorodność zjawisk fizycznych wykorzystywanych w przetwornikach pomiarowych i różnorodność ich konstrukcji, celowym jest stosowanie przy opisie matematycznym przetworników, zarówno ujęcia energetycznego jak i ujęcia mocowego.

2. Oddziaływanie przetworników na źródła

2.1. Uogólniona impedancja i admitancja

Przeprowadzenie pomiaru wymaga pobrania ze źródła informacji energii, wskutek czego wartość mierzonej wielkości ulega zmianie. Zachodzi konieczność ilościowego określenia tego efektu zarówno w pomiarach statycznych jak i dynamicznych. Służą do tego celu wielkości określone w dalszym ciągu.

Rozpatrując działanie przetworników od strony energetycznej, dochodzi się do pojęcia uogólnionych impedancji i admitancji-elektrycznych, mechanicznych i innych. Pojęcie uogólnionych immitancji jest związane z pojęciami uogólnionych sił i prędkości.

Jeżeli na wejściu przetwornika pomiarowego zidentyfikuje się uogólnioną prędkość, wówczas można zdefiniować uogólnioną impedancję przetwornika Z_1 [1], [2]:

$$Z_1 = \frac{\text{uogólniona siła}}{\text{uogólniona prędkość}} = \frac{x_F}{x_v} \tag{2.2}$$

W ogólnym przypadku, impedancje mogą być funkcjami czasu, zmiennej zespolonej lub mogą mieć postać operatorową. Najogólniejszym przedstawieniem impedancji jest jej postać operatorowa, ponieważ inne postacie mogą być z niej wyprowadzone. Impedancja wejściowa przetwornika pomiarowego decyduje o jego oddziaływaniu na źródło informacji.

Jeżeli wielkością zawierającą informacje pomiarowe jest uogólniona siła x_p, wówczas na podstawie (2.2) chwilową wartość mocy na wejściu przetwornika pomiarowego w funkcji x_F wyraża zależność:

$$p = x_F x_v = x_F^2/Z_1 \tag{2.3}$$

Zatem warunkiem małego poboru mocy ze źródła informacji jest duża wartość impedancji wejściowej przetwornika pomiarowego.

Pojęcie uogólnionej impedancji wynika z pojęcia impedancji elektrycznej, posłużymy się więc dalej przykładem z elektrotechniki.

Mierząc napięcie U_{AB} między punktami A i B obwodu elektrycznego, woltomierzem o impedancji Z_v, znajdujemy

$$U_{AB} = E_{AB} \frac{Z_v}{Z_{AB} + Z_v}. \tag{2.4}$$

Na podstawie (2.4), poprzednie ogólnie sformułowane wymaganie dużej impedancji wejściowej przetwornika, można uściślić: impedancja wejściowa przetwornika pomiarowego powinna być duża w porównaniu z impedancją wyjściową źródła informacji.

Przyjmując, że można wyznaczyć uogólnione impedancje wejściowe i wyjściowe elektrycznych i nieelektrycznych przetworników i źródeł informacji zależność (2.4) można ogólnie zapisać w postaci

$$x = x_0 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \tag{2.5}$$

gdzie:

x – zmierzona wartość wielkości o charakterze uogólnionej siły,

x_0 – pierwotna, niezakłócona wartość mierzonej wielkości,

Z_1 – uogólniona impedancja wejściowa przetwornika,

Z_2 – uogólniona impedancja wyjściowa przetwornika lub źródła informacji.

Równanie (2.5) korzystnie jest stosować, gdy wielkość informacyjna ma charakter uogólnionej siły.

Znając Z_1 i Z_2 można skorygować zmierzoną wartość x, posługując się równaniem (2.5). Jednakże procedura taka jest mało przydatna, ponieważ Z_2 nie zawsze jest znane (szczególnie w układach nieelektrycznych). Zatem duża wartość impedancji wejściowej jest pożądana, ponieważ wtedy, uwzględnienie poprawki jest zbyteczne.

Jeżeli nośnikiem informacji jest wielkość o charakterze uogólnionej prędkości, wówczas korzystniej jest posługiwać się uogólnioną admitancją

$$Y = \frac{\text{uogólniona prędkość}}{\text{uogólniona siła}} = \frac{x_v}{x_F} \tag{2.6}$$

Chwilowa wartość mocy pobieranej przez przetwornik, w funkcji wielkości informacyjnej x_v, wynosi wtedy

$$p = x_F x_v = x_v^2/Y. \tag{2.7}$$

W celu zmniejszenia mocy pobieranej ze źródła przez przetwornik, potrzebna jest duża wartość uogólnionej admitancji wejściowej przetwornika. Podobnie jak poprzednio posłużymy się przykładem z elektrotechniki.

Mierząc natężenie prądu elektrycznego I, między punktami obwodu oznaczonymi przez A, i B, amperomierzem o impedancji Z_A, znajdujemy

$$I = \frac{E_{AB}}{Z_{AB} + Z_A} = \frac{E_{AB}}{1/Y_{AB} + 1/Y_A} \tag{2.8}$$

Natężenie prądu elektrycznego w obwodzie, przed włączeniem amperomierza, wynosiło:

$$I_o = \frac{E_{AB}}{1/Y_{AB}} = E_{AB}\, Y_{AB} \tag{2.9}$$

Włączenie amperomierza nie spowoduje większych zakłóceń ($I \approx I_o$), jeżeli zostanie spełniony warunek, wynikający z porównania (2.8) i (2.9), mianowicie jeżeli będzie

$$Y_A \gg Y_{AB}$$

Uogólniając zależności (2.8) można zapisać

$$x = x_o \frac{1}{1 + \frac{Y_1}{Y_2}} \tag{2.10}$$

gdzie:

- x – zmierzona wartość wielkości o charakterze uogólnionej prędkości,
- x_o – pierwotna, niezakłócona wartość wielkości mierzonej,
- Y_1 – uogólniona admitancja wejściowa przetwornika,
- Y_2 – uogólniona admitancja wyjściowa źródła informacji lub układu pomiarowego.

We wzorach definicyjnych uogólnionych impedancji i admitancji występują wielkości, których iloczyn ma wymiar mocy. Obydwie wielkości mogą być wykorzystane do określenia mocy pobieranej przez przetworniki pomiarowe. Wzory te stają się jednak nieprzydatne w tych przypadkach, gdy w stanie ustalonym przetwornik nie pobiera mocy, choć podczas stanu przejściowego została doprowadzona energia do przetwornika ze źródła informacji. W tych przypadkach Z i Y są równe nieskończoności. Na przykład statyczna impedan-

cja mechaniczna układu sprężystego, poddanego działaniu siły F = const., wynosi

$$(Z_{mech})_{stat} = \text{siła/prędkość} = F/0 = \infty$$

Trudność tę można ominąć posługując się ujęciem energetycznym zjawisk zachodzących w przetwornikach, co jest związane z pojęciem sztywności i podatności.

2.2. Uogólniona sztywność i podatność statyczna

Podobnie jak impedancja i admitancja określają oddziaływanie przetworników na źródła informacji za pomocą mocy, tak sztywność statyczna i podatność statyczna charakteryzują oddziaływanie za pomocą energii. Obydwa pojęcia zostały zaczerpnięte z mechaniki teoretycznej. W tej dziedzinie można też znaleźć najlepsze przykłady zastosowań obu pojęć. Podobnie jak w przypadku immitancji uogólnimy definicje tak aby dotyczyły one różnych typów przetworników [3].

Definiujemy:

$$\text{Uogólniona sztywność} = S_s = \frac{\text{uogólniona siła}}{\text{uogólnione przemieszczenie}} =$$

$$= \frac{\text{uogólniona siła}}{\int(\text{uogólniona prędkość})dt} \tag{2.11}$$

przy czym

siła x przemieszczenie = energia

Celowe jest stosowanie zależności zdefiniowanej wzorem (2.11) wtedy, gdy mierzona wielkość ma charakter uogólnionej siły, a impedancja statyczna jest równa nieskończoności.

Można wykazać, że oddziaływanie przetwornika pomiarowego na źródło informacji określa zależność analogiczna do (2.5), po zastąpieniu Z przez S_s. Wówczas otrzymuje się

$$x = x_0 \frac{S_{s1}}{S_{s1} + S_{s2}} \tag{2.12}$$

gdzie:

x – zmierzona wartość wielkości informacyjnej o charakterze uogólnionej siły,

x_0 – pierwotna, niezakłócona wartość wielkości informacyjnej,

S_{s1} – uogólniona, statyczna sztywność wejściowa przetwornika,

S_{s2} – uogólniona, statyczna sztywność wyjściowa źródła.

Warunek pomijalnego oddziaływania przetwornika na źródło informacji wynika z (2.12)

$$S_{s1} \gg S_{s2}.$$

Stwierdziliśmy poprzednio, że jeżeli wielkość informacyjna ma charakter uogólnionej prędkości, wtedy bardziej przydatna jest admitancja niż impedancja. Znowu jednak może się zdarzyć, że w warunkach statycznych admitancja jest równa nieskończoności. W tych przypadkach, analogicznie do sztywności, wprowadza się pojęcie uogólnionej podatności

$$C_s = \frac{\text{uogólniona prędkość}}{\int(\text{uogólniona siła})dt} \tag{2.13}$$

Zastępując w wyrażeniu (2.10) admitancję przez podatność otrzymuje się

$$x = x_0 \frac{1}{1 + \frac{C_{s2}}{C_{s1}}} \tag{2.14}$$

gdzie:

x – zmierzona wartość wielkości informacyjnej, o charakterze uogólnionej prędkości,

x_0 – pierwotna, niezakłócona wartość wielkości informacyjnej,

C_{s2} – uogólniona, statyczna podatność wyjściowa źródła,

C_{s1} – uogólniona, statyczna podatność wejściowa przetwornika pomiarowego.

2.3. Porównanie i zestawienie wielkości

W celu zilustrowania możliwości zastosowań pomiarowych uogólnionych impedancji, admitancji, sztywności i podatności zestawiono tablicę 3 [2].

W pierwszych dwóch kolumnach podano kilka często spotykanych wielkości fizycznych, zidentyfikowanych jako uogólnione siły lub prędkości. Wielkości te są nośnikami informacji pomiarowej. Dalej wymieniono wielkości towarzyszące, które pomnożone przez wielkości informacyjne dają w wyniku moc lub energię. W zależności od tego rozpatruje się zagadnienia w ujęciu mocowym lub energetycznym.

Tablica 3

Zestawienie uogólnionych wielkości

Wielkość informacyjna ma charakter uogólnionej		Iloczyn wielkości ma wymiar mocy			Iloczyn wielkości ma wymiar energii		
S i ł y	Prędkości	Wielkość towarzysząca	Impedancja	Admitancja	Wielkość towarzysząca	Sztywność	Podatność
Napięcie U		Natężenie prądu I	U/I O		Ładunek elektryczny Q	U/Q $\frac{V}{Cb}$	
	Natężenie prądu I	Napięcie U		I/U s	$\int$(napięcie) dt		$I/\int U\,dt$ $\frac{A}{V\,s}$
Siła mechaniczna F		Prędkość liniowa v	F/v $\frac{N\,s}{m}$		Przemieszczenie liniowe s	F/s $\frac{N}{m}$	
	Przemieszczenie liniowe s	Prędkość zmiany siły $\frac{dF}{dt}$		$\frac{s}{\frac{dF}{dt}}$ $\frac{sm}{N}$	Siła F		$\frac{s}{F}$ $\frac{m}{N}$
Moment siły M		Prędkość kątowa ω	M/ω $\frac{Nms}{rad}$		Droga kątowa φ	$\frac{M}{\varphi}$ $\frac{N\,m}{rad}$	
	Prędkość liniowa v	Siła F		$\frac{v}{F}$ $\frac{m}{sN}$	$\int$(siła) dt		$\frac{v}{\int F\,dt}$ $\frac{m}{N}$
	Prędkość kątowa ω	Moment M		$\frac{\omega}{M}$ $\frac{rad}{Nms}$	$\int$(moment) dt		$\frac{\omega}{M\,dt}$ $\frac{rad}{Nms^2}$
	Przemieszczenie kątowe	$\frac{d}{dt}$ (moment)		$\frac{\varphi}{\frac{d}{dt}M}$ $\frac{rads}{Nm}$	Moment M		$\frac{\varphi}{M}$ $\frac{rad}{N\,m}$
	Przyspieszenie liniowe a	$\int$(siła) dt		$\frac{a}{F\,dt}$ $\frac{rad/s^2}{Nm}$	$\int[\int$(siła)dt$]$dt		$\frac{a}{\iint F dt^2}$ $\frac{m/s^2}{N\,s^2}$
	Przyspieszenie kątowe α	$\int$(moment) dt		$\frac{\alpha}{\int M dt}$ $\frac{rad/s^2}{Nms}$	$\int[\int$(moment)dt$]$dt		$\frac{}{\iint M dt}$ $\frac{rad/s^2}{Nm\,s^2}$
Temperatura ϑ		Strumień ciepła przepływający przy różnicy temperatur 1 deg Φ	$\frac{\vartheta}{\Phi}$ $\frac{deg}{J/s.deg}$		Ilość ciepła przepływająca przy różnicy temperatur 1 deg Q_ϑ	$\frac{\vartheta}{Q_\vartheta}$ $\frac{deg}{J/deg}$	

Dla wielkości mierzonych o charakterze uogólnionej siły podane są odpowiednie impedancje i sztywności; którą z tych wielkości należy zastosować zależy od zagadnienia pomiarowego.

Podobnie przedstawiono wielkości związane z uogólnionymi prędkościami.

3. Zastosowania elementów ogólnej teorii do układów pomiarowych złożonych z przetworników elektromechanicznych

3.1. Prądnica tachometryczna

Przetwarzanie energii mechanicznej na elektryczną w przetworniku wirującym, np. w prądnicy tachometrycznej prądu stałego, o stałym strumieniu, jest podporządkowane dwom prawom:

$$M = k_M I$$

$$\text{przy} \qquad \Phi = \text{const.}$$

$$E = k_E \omega$$

Obydwa prawa obowiązują równocześnie. Zasada zachowania energii, w przypadku przetworników idealnych (bezstratnych), daje więc równość

$$M\omega = \frac{k_M}{k_E} E I$$

Przy odpowiednim doborze jednostek jest $k_M = k_E = k_g$ oraz

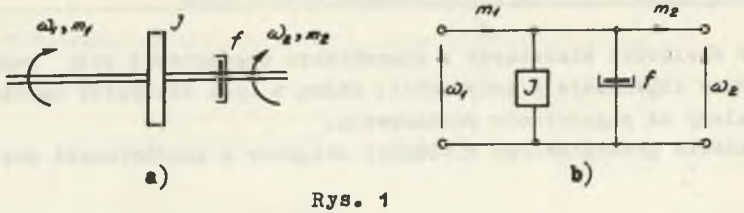
$$M\omega = EI$$

Macierz przetwarzania energii mechanicznej na energię elektryczną w prądnicy tachometrycznej prądu stałego, przy stałym wzbudzeniu, można zapisać w postaci (tablica I)

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_g^{-1} & 0 \\ 0 & k_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_g \\ i_g \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Występujący we wzorach współczynnik k_g ma wymiar strumienia magnetycznego. Określa on związki między wielkościami mechanicznymi i elektrycznymi w procesie przetwarzania energii.

Przez analogię do obwodu elektrycznego można wprowadzić pojęcie obwodu mechanicznego. W teorii obwodów mechanicznych źródłami (elementami aktywnymi) są: źródła siły i źródła prędkości.



Rys. 1

Rozpatrzmy obwód mechaniczny reprezentujący magazynowanie i straty energii w wirujących częściach przetwornika. Na rys. 1a przedstawiono schematycznie wirujący sztywny wał o momencie bezwładności J i współczynniku tarcia wiskotycznego f, a na rys. 1b odpowiadający temu schematowi czwórnik mechaniczny. Równanie łańcuchowe czwórnika ma postać:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Elementy macierzy łańcuchowej czwórnika wyznacza się z analizy stanu jałowego i stanu zwarcia.

W stanie zwarcia czwórnika: $\omega_2 = 0$

$$\omega_1 = Bm_2; \qquad B = \frac{\omega_1}{m_2}\bigg|_{\omega_2=0}$$

$$m_1 = Dm_2; \qquad D = \frac{m_1}{m_2}\bigg|_{\omega_2=0}$$

Na podstawie schematu czwórnika znajduje się transmitancje zwarciowe B = 0 oraz D = 1.

W stanie stanu jałowego czwórnika: $m_2 = 0$

$$\omega_1 = A\omega_2; \qquad A = \frac{\omega_1}{\omega_2}\bigg|_{m_2=0}$$

$$m_1 = C\omega_2; \qquad C = \frac{m_1}{\omega_1}\bigg|_{m_2=0}$$

Na podstawie schematu czwórnika znajdujemy dla stanu jałowego transmitancję A = 1 oraz

$$C = Js + f \tag{3.3}$$

gdzie:

s – operator różniczkowy.

Równanie łańcuchowe czwórnika mechanicznego można zapisać w postaci

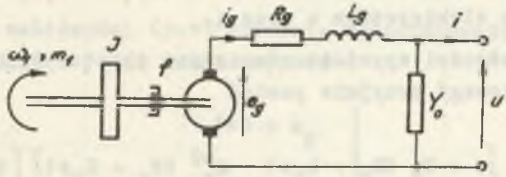
$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Js + f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

Rozpatrzmy dalej rzeczywisty przetwornik pomiarowy elektromechaniczny zawierający elementy magazynujące i rozpraszające energię zarówno po stronie mechanicznej jak i po stronie elektrycznej. Schemat ideowy przetwornika energii mechanicznej na energię elektryczną, np. prądnicy tachometrycznej przedstawia rys. 2. Przetwornik ten można przedstawić za pomocą szeregowego połączenia trzech czwórników (rys. 3) reprezentujących:

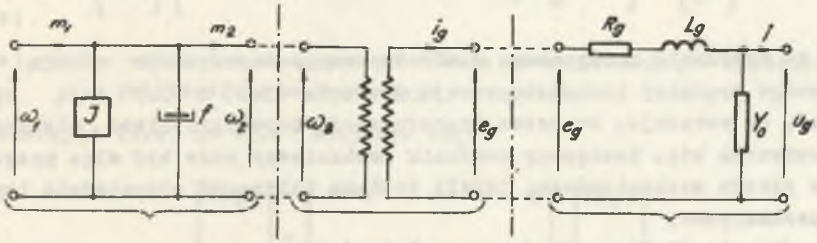
magazynowanie i straty energii w mechanicznej części przetwornika,

idealnego przetwornika energii,

czwórnika reprezentującego magazynowanie i straty energii po stronie elektrycznej.



Rys. 2



Rys. 3

Równanie macierzowe tego ostatniego czwórnika zapiszemy w postaci:

$$\begin{bmatrix} e_g \\ i_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Y_o(R_g + L_g s) & R_g + L_g s \\ Y_o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ i \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Przy analizie układu pomiarowego celowym jest stosowanie jednolitych fizykalnie schematów zastępczych (w rozpatrzonym przypadku elektrycznych lub mechanicznych), dla odwzorowania układu podstawowego, fizykalnie niejednolitego (np. elektromechanicznego). W szczególności jednolity schemat ułatwia obliczenie oddziaływania przetworników pomiarowych na źródło informacji pomiarowej i inne przetworniki pomiarowe.

W celu dokonania transformacji części elektrycznej przetwornika na stronę mechaniczną można posłużyć się równaniem macierzowym (3.1). Równania transformacji wielkości elektrycznych na wielkości mechaniczne w rozpatrywanym przykładzie mają postać

$$\left.\begin{aligned} (\omega) &= u/k_g \\ (m) &= i\, k_g \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

gdzie:

(ω); (m) – wielkości mechaniczne odpowiadające transformowanym wielkościom elektrycznym u oraz i.

Uwzględniając zależności wyrażone równaniami (3.1) i (3.6) równanie (3.5) czwórnika elektrycznego przyjmie postać

$$\begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Y_o\,(R_g + L_g s) & k_g^{-2}\,(R_g + L_g s) \\ k_g^2\, Y_o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\omega) \\ (m) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Jest to równanie zastępczego czwórnika mechanicznego dla obwodu elektrycznego prądnicy tachometrycznej. Równania (3.5) i (3.7) mają tę samą postać, co wskazuje, że przez transformację topologia sieci elektrycznej nie zmieniła się. Zastępczy czwórnik mechaniczny może być więc przyłączony do obwodu mechanicznego, jeżeli zostaną obliczone odpowiednie immitancje mechaniczne.

Z równania (3.7) znajduje się zależności:

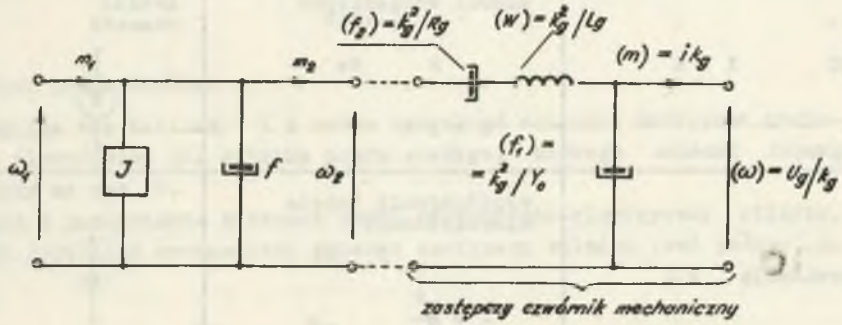
$$(f_1) = k_g^2\, Y_o; \quad (f_2) = k_g^2/R_g \quad \text{oraz} \quad (W) = k_g^2/L_g$$

gdzie:

(f) – współczynnik tarcia wiskotycznego odpowiadający rezystancji w obwodzie elektrycznym; $\frac{Nm}{1/s}$,

(W) – sztywność przy skręcaniu odpowiadająca indukcyjności w obwodzie elektrycznym; Nm.

Jednolity zastępczy układ mechaniczny jest przedstawiony na rys. 4. Składa się on z dwóch czwórników: czwórnika mechanicznego jak w układzie podstawowym i zastępczego czwórnika mechanicznego reprezentującego obwód elektryczny.



Rys. 4

Przejście z obwodu elektrycznego na mechaniczny i odwrotnie ułatwi tablica 4, w której zestawiono odpowiadające sobie wielkości elektryczne i mechaniczne.

Wychodząc z zależności (3.1) równania transformacji obwodu mechanicznego na stronę elektryczną można zapisać

$$\left.\begin{aligned} (e) &= k_g \\ (i) &= k_g^{-1} m \end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

gdzie:

(e), (i) – wielkości zastępczego układu elektrycznego, odpowiadające wielkościom mechanicznym ω oraz m.

Podstawiając (3.8) do (3.4) znajduje się:

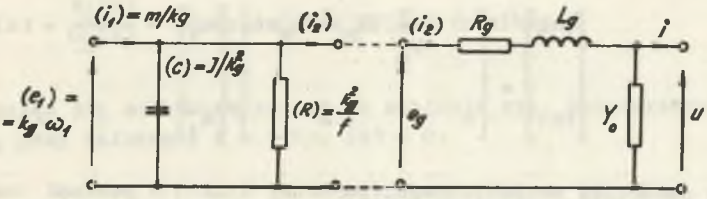
$$\begin{bmatrix} (e_1) \\ (i_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{k_g^2}(J\,s + f) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (e_2) \\ (i_2) \end{bmatrix} \qquad (3.9)$$

Tablica 4

Analogie elektromechaniczne

Wielkość elektryczna	Wielkość mechaniczna wzory przeliczeniowe	Symbol
Napięcie u V	Prędkość kątowa ω $\omega = \frac{u}{k}$ s^{-1}	źródło prędkości ω
Prąd i A	moment mechaniczny m Nm $m = k\,i$	źródło momentu m
Rezystancja R Ω	współczynnik tarcia wiskotycznego f Js $f = \frac{k^2}{R}$ $m = f\omega$	
Indukcyjność własna L H	sztywność przy skręcaniu W Nm $W = \frac{k}{L}$ $m = W\int\omega dt = W\varphi$ gdzie: φ kąt skręcenia	
Pojemność C F	moment bezwładności J kgm^2 $J = k^2C$ $m = J\frac{d\omega}{dt}$	J

Zastępczy elektryczny schemat prądnicy tachometrycznej jest podany na rys. 5.

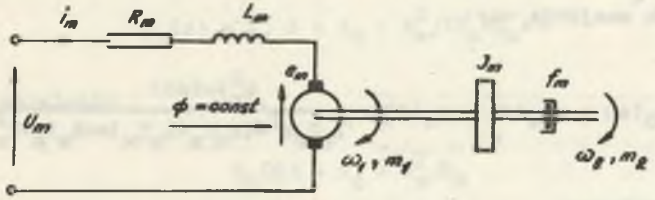


Rys. 5

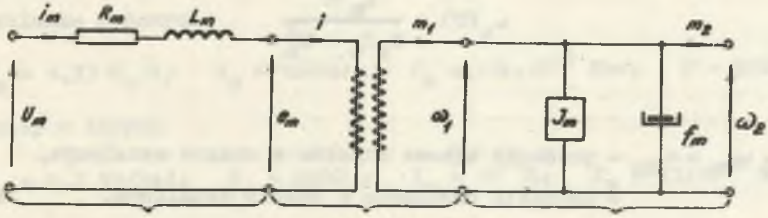
3.2. Silnik prądu stałego

Posługując się tablicą 1 i 4 można narysować schematy zastępcze mechaniczne i elektryczne dla silnika prądu stałego, którego schemat ideowy jest podany na rys. 6.

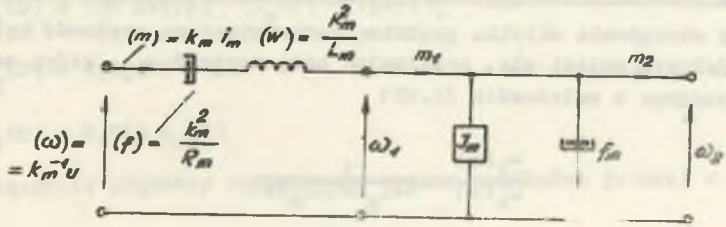
Rysunek 7 przedstawia mieszany obwód mechaniczno-elektryczny silnika, natomiast jednolity mechaniczny schemat zastępczy silnika jest podany na rys. 8.



Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8

Równanie macierzowe zastępczego czwórnika mechanicznego, reprezentującego czwórnik elektryczny

$$\begin{bmatrix} (\omega) \\ (m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_m^2}(R_m + L_m s) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Równanie czwórnika mechanicznego (porównaj (3.4)) w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ J_m s + f_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Posługując się schematem zastępczym na rys. 8 lub na podstawie równań (3.9) i (3.11), znajduje się prędkość kątową silnika w stanie jałowym ω_0, przyjmując $m_2 = 0$. Stosując zapis operatorowy i przy zerowych warunkach początkowych znajduje się:

$$\omega_{10}(s) = \omega_{20}(s) = \omega_0(s) = \frac{k_m^2(\omega(s))}{L_m J_m s^2 + (R_m J_m + L_m f_m)s + R_m f_m + k_m^2} \tag{3.12}$$

W stanie ustalonym

$$\omega_0(0) = \frac{k_m U}{R_m f_m + k_m^2} \tag{3.13}$$

gdzie:

$\omega_0 = \omega_{10} = \omega_{20}$ – prędkość kątowa silnika w stanie ustalonym,

U – napięcie zasilania w stanie ustalonym.

3.3. Układ złożony z silnika napędowego i prądnicy tachometrycznej

Wskutek obciążenia silnika prądnicą tachometryczną prędkość kątowa ω_0 w stanie jałowym zmieni się, przyjmując nową wartość ω_2, którą można obliczyć wychodząc z zależności (2.10)

$$\frac{\omega_2(s)}{\omega_0(s)} = \frac{1}{1 + Y_g(s)/Y_m(s)} \tag{3.14}$$

gdzie:

$Y_g(s) = \frac{m_1(s)}{\omega_1(s)}$ – admitancja wejściowa prądnicy,

$Y_m(s) = \frac{m_2(s)}{\omega_2(s)}$ – admitancja wyjściowa silnika.

Posługując się schematem na rys. 4 znajduje się bezpośrednio admitancję $Y_g(s)$, przy założeniu i = 0 tj. (m) = 0:

$$Y_g(s) = JS + f + k_g^2\, Y_o/[1+Y_o(R_g+L_g s)] \tag{3.15}$$

W stanie ustalonym

$$Y_g(0) = f + k_g^2\, Y_o/(1+Y_oR_g) \tag{3.16}$$

Podobnie na podstawie schematu na rys. 8 znajduje się dla zwartych zacisków wejściowych

$$Y_m(s) = J_m\, s + f_m + k_m^2/(R_m+L_m s) \tag{3.17}$$

W stanie ustalonym

$$Y_m(0) = f_m + k_m^2/R_m \tag{3.18}$$

Przykład

Dla silnika o danych:

$k_m = 1{,}33\ N_m/A$; $R_m = 1600\Omega$; $f_m = 114.10^{-6}$ Nms; $U = 220V$;

prądnicy o danych

$k_g = 0{,}2$ Vs/rad; $R_g = 220\Omega$; $Y_o = 10^{-3}S$; $f_g = 13.10^{-6}$ Nms

obliczono

$\omega_o(0) = 150$ rad/s; $Y_m(0) = 1{,}21.10^{-3}$ Nms

$Y_g(0) = 4{,}58.10^{-5}$ Nms

$\omega_2(0) = 0{,}963\ \omega_o(0)$

Przyłączenie prądnicy spowodowało zmianę prędkości jałowej o 3,7%.

4. Zakończenie

Przetworniki pomiarowe można zdefiniować jako urządzenia, których podstawową funkcją jest uzyskiwanie informacji pomiarowej i jej przesyłanie, związane nierozłącznie z przesyłaniem energii. Pierwotną funkcją przetworników mocy jest pobór i przetwarzanie energii. Zatem różnice między obu rodzajami urządzeń są funkcjonalne i polegają na różnych rzędach wielkości.

Wyróżnienie w kanale pomiarowym dwóch wielkości, których iloczyn ma wymiar energii lub mocy prowadzi do zdefiniowania uogólnionych wielkości, takich jak immitancje sztywności i podatności oraz do przedstawienia przetworników w postaci czwórników. Przedstawienie przetworników w postaci czwórników ułatwia analizę układów pomiarowych z uwzględnieniem ich oddziaływania na źródła informacji.

Na przykładzie odwracalnych, liniowych przetworników elektromechanicznych przedstawiono metodę schematów zastępczych, fizykalnie jednorodnych zbudowanych tylko z elementów pasywnych.

LITERATURA

[1] Ostrowskij L.A. - Osnowy obszczej teorii elektroizmieritielnych ustrojstw. Izdatielstwo Energia 1965.

[2] Doebelin E.O. - Measurement Systems: Application and Design. McGraw-Hill Book Comp. N.York, Toronto, London, 1966 r.

[3] Stein P.K. - The unified approach to measurement enginering. Acta IMEKO 1967, Tom II.

[4] Korn J; Evans F.J. - Application of Network Theory and the principle of Duality to Transducers. Instrument Practice, luty 1970.

Wpłynęło do redakcji w kwietniu 1971 r.

ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Р е з ю м е

На основании энергетического представления измерительного процесса и методов электромеханических аналогий введено понятие обобщенных сил, скоростьей и других величин. Различение в измерительном канале двух величин которых произведение имеет размер энергии или мощности, ведёт к предоставлению преобразователей как четырехполюсников. К ним можно применять известные законы электрических цепей. На примере электромеханических преобразователей представлен метод получения эквивалентных схем физически однородных составленных только из пасивных элементов. Представление преобразователей в виде четырехполюсников позволяет получить не только различные общие зависимости, но дает также возможность вычислить нагрузку источников информации.

ELEMENTS OF GENERALISED INSTRUMENT TRANSDUCERS THEORY

S u m m a r y

On the basis of energetic approach to measurement process and electromechanical analogy, such variables as effort and flow, generalised impedance and admitance, static stiffness and compliance are derived and defined.

Identification in the measuring system of two variables giving power or energy after multiplication, leads to the presentation of the instrument transducers as a four terminal network such as electrical, mechanical etc. For transducers represented as networks, methods of network analysis can be amployed to find the performance and the loading effects on the system on which measurement is performed.

As an example the coumputing of loading effects in the elektromechanical systems are described.