ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: ELEKTRYKA z. 33 Nr kol. 322

Józef Parchański

Katedra Technologii
i Metrologii Elektrycznej

MOSTEK Z DETEKTOREM FAZOCZUŁYM

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę dokładności pomiarów liniowymi mostkami prądu przemiennego z detektorem fazoczułym. Wykazano, że detektor fazoczuły zapewnia bardzo mały błąd nieczułości oraz bardzo mały błąd równowagi pozornej mostka.

1. Wstęp

Jeżeli w układzie rysunek 1, U_s - stanowi wartość skuteczną napięcia sterującego (napięcia odniesienia) wynoszącego zwykle kilka lub kilkanaście woltów, a U_o - wartość skuteczną napięcia na przekątnej pomiarowej mostka, to jak wynika z [6] w pobliżu równowagi mostka dla pierwszej harmonicznej spełniony będzie warunek

$$U_o \ll U_s \tag{1}$$

Dyskusja wpływu harmonicznych na dokładność pomiarów liniowymi mostkami prądu przemiennego w przypadku ogólnym, to znaczy gdy napięcie zawiera pierwszą i n wyższych harmonicznych jest mało przejrzysta. W związku z tym przyjęto, że napięcie zasilające mostek zawiera tylko pierwszą i k-tą harmoniczną, a napięcie sterujące tylko pierwszą i p-tą harmoniczną. Zgodnie z zależnością (4) podaną w [7] mamy

$$\begin{aligned} u_o &= U_{z1m}\left[|K_1| \sin(\omega t+\beta_1) + |K_k| m_k \cdot \sin(k\omega t+\vartheta_k)\right] = \\ &= U'_{z1m}\left[n_k \sin(\omega t+\beta_1) + m_k \sin(k\omega t+\vartheta_k)\right], \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

u_o - wartość chwilowa napięcia na przekątnej pomiarowej mostka,

U_{z1m} - amplituda pierwszej harmonicznej napięcia zasilającego mostek,

$|K_1|$, $|K_k|$ – moduły współczynników przenoszenia mostka odpowiednio dla pierwszej i k-tej harmonicznej [6],

ω – pulsacja,

$\vartheta_k = \alpha_k + \beta_k$,

α_k – kąt fazowy k-tej harmonicznej napięcia zasilającego mostek,

m_k – współczynnik zawartości k-tej harmonicznej,

$U'_{s1m} = U_{s1m} \cdot |K_k|$,

$m_k = \frac{|K_1|}{|K_k|}$ – stopień niezrównoważenia mostka dla pierwszej harmonicznej.

Załóżmy, że napięcie sterujące U_s jest również napięciem odkształconym zawierającym pierwszą i p-tą harmoniczną, czyli

$$u_s = U_{s1m}[\sin(\omega t+\delta_1) + m_{sp}\sin(p\omega t+\delta_p)], \tag{3}$$

gdzie:

U_{s1m} – amplituda pierwszej harmonicznej napięcia sterującego,

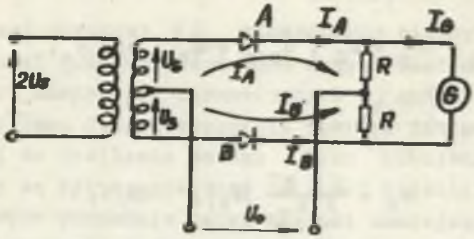
m_{sp} – współczynnik zawartości p-tej harmonicznej w napięciu sterującym,

δ_1, δ_p – kąty fazowe odpowiednio pierwszej i p-tej harmonicznej napięcia sterującego w chwili t = 0.

W układzie praktycznym zwykle stosuje się prostowniki półprzewodnikowe, których charakterystyka prądowo-napięciowa w zakresie napięć 0 ... 0,4 V jest charakterystyką paraboliczną zbliżoną do kwadratowej ($i = a.u^2$). Dla napięć większych niż 0,4 V przechodzi stopniowo w charakterystykę prostoliniową ($i = b.u$).

Jeżeli mostek jest mocno niezrównoważony dla pierwszej harmonicznej napięcia, to na przekątnej pomiarowej napięcie U_0 ma dużą wartość i mamy pracę na prostoliniowej charakterystyce prostowników A i B. W pobliżu równowagi dla pierwszej harmonicznej napięcia, przechodzimy stopniowo w zakres pracy na charakterystyce kwadratowej prostowników A i B. Należy zatem przeanalizować pracę detektora fazoczułego na charakterystyce liniowej oraz kwadratowej.

Przez prostowniki półprzewodnikowe popłyną prądy w tych półokresach napięcia sterującego, w których napięcie sterujące jest w kierunku przewodzenia danego prostownika. Np. dla $\delta_1 = 0$ rad, przez prostownik A (rys. 1) popłynie prąd w półokresie 0 ... π, a przez prostownik B w półokresie π ... 2π. Przedziały 0 ... π i π ... 2π są słuszne, jeżeli spełniony jest warunek (1) oraz gdy $m_{sp} \ll 1$. Łatwo wykazać, że obydwa warunki są spełnione w interesującym nas przypadku ($m_{sp} \ll 0{,}03$ – napięcie praktycznie sinusoidalne, patrz [6]).



Rys. 1. Układ fazoczuły

Prąd I_G płynący przez miernik G (rys. 1) wynosi

$$I_G = K\,(I_{Aśr} - I_{Bśr}) = K_\alpha \cdot \alpha, \tag{4}$$

gdzie:

K – współczynnik proporcjonalności, uwzględniający rozpływ prądów przez miernik G oraz oporniki R, R,

$I_{Aśr}$, $I_{Bśr}$ – średnie wartości prądów płynących przez prostowniki A i B,

K_α – stała konstrukcyjna miernika,

α – odchylenie miernika.

2. <u>Prostowanie na charakterystyce liniowej (i = b.u)</u>

Średnie wartości prądów wynoszą

$$I_{Aśr} = \frac{K'}{2\pi}\int_0^{\pi}(u_s+u_o)\,d\omega t,$$

$$I_{Bśr} = \frac{-K'}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(u_s-u_o)\,d\omega t, \tag{5}$$

gdzie:

K' – współczynnik uwzględniający rezystancje w obwodach A i B.

Po obliczeniu (5) i wstawieniu do (4) – (szczegóły w D [5]), otrzymamy dla harmonicznych nieparzystych a więc dla k = 3, 5, 7, ...

$$\alpha_n = K_G \cdot U_{s1m}\,(n_k \cos\varphi_1 + \frac{n_k}{k}\cos\psi_k), \tag{6}$$

a dla harmonicznych parzystych, a więc dla k = 2, 4, 6, ...

$$\alpha_p = K_G \cdot U_{z1m} \cdot n_k \cdot \cos \beta_1, \tag{7}$$

gdzie:

$$K_G = \frac{2\,K\,K'}{\pi \cdot K_\alpha} \left|K_k\right| \cdot \quad dz/V,$$

α_n, α_p – odchylenie miernika G odpowiednio dla harmonicznych nieparzystych i parzystych; dz.

Obliczając pochodne wzorów (6) i (7) względem n_k, otrzymamy wyrażenie na czułość S mostka

$$S = K_G \cdot U_{z1m} \cdot \cos \beta_1. \tag{8}$$

Przy założeniu, że wskazówkę miernika można nastawić na zero z niedokładnością $\pm$ 0,2 działki otrzymamy z (8) względny błąd nieczułości mostka δS, a mianowicie

$$\delta S = \frac{0{,}2}{K_G \cdot U_{z1m} \cdot \cos \beta_1}. \tag{9}$$

W stanie równowagi rzeczywistej mostka dla pierwszej harmonicznej, a więc dla $n_k = 0$, odchylenie detektora dla harmonicznych nieparzystych jest niestety większe niż zero i zgodnie z (6) wynosi

$$\alpha_{no} = K_G \cdot U_{z1m} \frac{m_k}{k} \cos \vartheta_k. \tag{10}$$

Zerowe odchylenie detektora sygnalizuje jedynie równowagę pozorną mostka. Dzieląc (10) przez (8) otrzymamy względny błąd równowagi pozornej mostka δZ_{pn}, a mianowicie

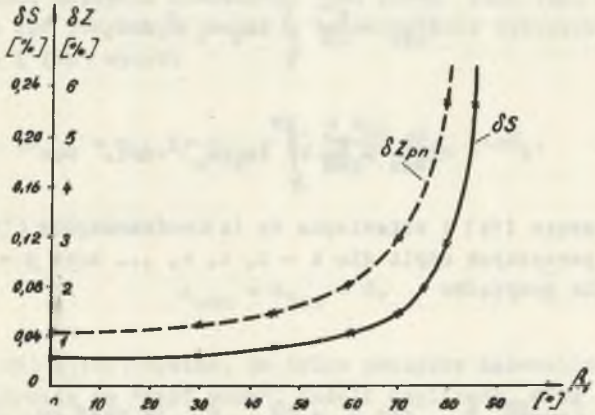
$$\delta Z_{pn} = \frac{m_k}{k} \frac{\cos \vartheta_k}{\cos \beta_1}. \tag{11}$$

Wartości wyrażeń (9) i (11) przedstawiono na rysunku 2.

Z wykresów przedstawionych na rysunku 2 wynika, że najmniejszy błąd nieczułości oraz najmniejszy błąd równowagi pozornej występują przy β_1 = = 0 rad. Aby spełnić warunek β_1 = 0 rad, należy detektor fazoczuły połączyć z przekątną pomiarową mostka poprzez przesuwnik fazy. Na przesuwniku fazy należy nastawić taki kąt, aby napięcia sterujące U_s i mierzone U_o były

w fazie. Błąd równowagi pozornej δZ_{pn} spowodowany nieparzystymi harmonicznymi może przyjmować duże wartości (dla dużych wartości m_k nawet parę procent). Współczynnik zawartości harmonicznych m_k można zmniejszyć np. przez zastosowanie filtru. Jednak wykonanie dobrego filtru (np. $m_k < 0,1\%$) o mocy wystarczającej do zasilania mostka oraz uzwojenia sterującego, zwłaszcza gdy pomiary są wykonywane przy zmiennej częstotliwości, jest bardzo kłopotliwe. Autor proponuje zatem zamiast zmniejszania błędu δZ_{pn}, jego redukcję przez wykonanie dwóch pomiarów i obliczenie średniej arytmetycznej. Pierwszy pomiar należy wykonać przy $\beta_1 = 0$ rad i wtedy błąd równowagi pozornej zgodnie z (11) wyniesie

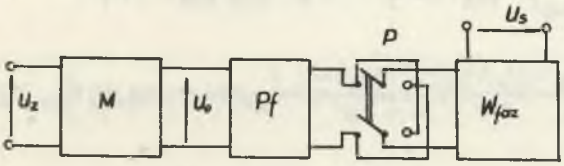
$$\delta Z_{pno} = \frac{m_k}{k} \cos \vartheta_k. \tag{12}$$



Rys. 2. Względny błąd nieczułości δS oraz względny błąd równowagi pozornej mostka, dla $\vartheta_k = 0$ rad, $m_k = 3\%$, $k = 3$ oraz $U_{z1m} = 10$ V, $K_0 = 1$ dz/V

Drugi pomiar, przy napięciu pomiarowym odwróconym o π rad (np. za pomocą przełącznika P – rys. 3) i wtedy zgodnie z (11) mamy

$$\delta Z_{pn\pi} = \frac{m_k}{k} \cos (\vartheta_k \pm \pi) = - \frac{m_k}{k} \cos \vartheta_k. \tag{13}$$



Rys. 3. Schemat blokowy mostka pomiarowego

M – mostek, Pf – przesuwnik fazy, P – przełącznik, W_{faz} – detektor fazoczuły

Błąd równowagi pozornej δZ_{pn} średniej arytmetycznej tych dwóch pomiarów wynosi

$$\delta Z_{pn} = \frac{\delta Z_{pno} + \delta Z_{pnx}}{2} = 0.$$

Dzięki tej niezwykle prostej operacji, detektor fazoczuły o prostoliniowej charakterystyce prostowników zapewnia bardzo mały błąd nieczułości (niezależny od m_k) oraz zerowy błąd równowagi pozornej mostka zależnego od częstotliwości zasilanego napięciem praktycznie sinusoidalnym (odkształconym).

3. Prostowanie na charakterystyce kwadratowej ($i = a.u^2$)

Średnie wartości prądów $I'_{Aśr}$ i $I'_{Bśr}$ wynoszą

$$I'_{Aśr} = \frac{K'}{2\pi} \int_0^{\pi} (u_s+u_o)^2 \, d\omega t,$$

$$I'_{Bśr} = \frac{K'}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (u_s-u_o)^2 \, d\omega t. \tag{14}$$

Po obliczeniu (14) i wstawieniu do (4) - (szczegóły w E [5]), dla harmonicznych parzystych czyli dla k = 2, 4, 6, ... oraz p = 2, 4, 6, ..., otrzymamy dla przypadku

a) k = p

$$\alpha_{ap} = K'_G \left\{ \frac{4\, m_{sp}}{1-p^2} U_{s1m} \sin \delta_p + \pi U_{s1m} U'_{z1m} [n_k \cos\beta_1 + m_{sp} . m_k \cos(\delta_p - \vartheta_k)] + \right.$$
$$\left. + \frac{4\, n_k m_k}{k^2-1} (U'_{z1m})^2 (k . \sin\beta_1 \cos\vartheta_k - \cos\beta_1 \sin\vartheta_k) \right\}, \tag{15}$$

b) k ≠ p

$$\alpha_{bp} = K'_G \left[\frac{4\, m_{sp}}{1-p^2} U^2_{s1m} . \sin\delta_p + \pi . n_k . U_{s1m} U'_{z1m} \cos\beta_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{4\, n_k m_k}{k^2-1} (U'_{z1m})^2 (k . \sin\beta_1 \cos\vartheta_k - \cos\beta_1 \sin\vartheta_k) \right], \tag{16}$$

gdzie:

$K'_G = \frac{K_\alpha K'}{\pi \cdot K_\alpha}$ – współczynnik proporcjonalności.

Dla harmonicznych nieparzystych, czyli dla $k = 3, 5, 7, \ldots$ oraz $p = 3, 5, 7, \ldots$, otrzymamy dla przypadku

a) $k = p$

$$\alpha_{an} = \pi \cdot K'_G U_{s1m} \cdot U'_{z1m} \left[n_k \cos\beta_1 + m_{sp} \cdot m_k \cdot \cos(\delta_p - \nu_k) \right], \tag{17}$$

b) $k \neq p$

$$\alpha_{bn} = \pi \cdot n_k \cdot K'_G \cdot U_{s1m} \cdot U'_{z1m} \cos\beta_1. \tag{18}$$

Jeżeli wartość napięcia mierzonego jest równa zeru (np. zwarte wejście detektora lub równowaga mostka), to odchylenie detektora fazoczułego zgodnie z (15) i (16) wynosi

$$\alpha_{apo} = \alpha_{bpo} = \alpha_{po} = K'_G \frac{4\, m_{sp}}{1-p^2} U^2_{s1m} \sin\delta_p, \tag{19}$$

a zgodnie z (17) i (18) wynosi

$$\alpha_{ano} = \alpha_{bno} = 0. \tag{20}$$

Z wyrażeń (19) i (20) wynika, że tylko parzyste harmoniczne napięcia sterującego wpływają na "dryf zera". Jeżeli amplitudy oraz fazy parzystych harmonicznych napięcia sterującego będą stałe, to po wyzerowaniu detektora otrzymamy $\alpha_{po} = 0$ i błąd pomiaru nie wystąpi. Jeżeli natomiast amplitudy lub fazy parzystych harmonicznych napięcia sterującego będą się zmieniały w czasie pomiaru, objawi się to wahaniem wskazówki detektora zgodnie z (19) i spowoduje błędy przypadkowe układu pomiarowego. Jak wiadomo, błędy przypadkowe można eliminować przez kilkakrotne powtórzenie pomiaru i zastosowanie rachunku statystycznego.

Obliczając pochodne wyrażeń (15) ... (18) względem n_k, otrzymamy wzory określające czułość S układu mostkowego z detektorem fazoczułym, a mianowicie

$$S_p = K'_G U'_{z1m} \left(\pi U_{s1m} \cos\beta_1 + 4 m_k \frac{k \sin\beta_1 \cos\nu_k - \cos\beta_1 \sin\nu_k}{k^2 - 1} U'_{z1m} \right), \tag{21}$$

oraz

$$S_n = \pi K_G' U_{s1m} U_{z1m}' \cos\beta_1. \tag{22}$$

Dla uzyskania maksymalnej czułości mostka, należy nastawić za pomocą przesuwnika fazy kąt $\beta_1 = 0$ rad (patrz rys. 2). Dla tego przypadku można napisać

$$\pi U_{s1m} \cos\beta_1 \gg 4\, m_k \frac{k.\sin\beta_1 \cos\vartheta_k - \cos\beta_1 \sin\vartheta_k}{k^2 - 1} U_{z1m}',$$

ponieważ

$$\cos\beta_1 = 1, \qquad m_k \leqslant 0{,}05, \qquad \sin\beta_1 = 0.$$

Stąd wniosek, że czułość mostka z detektorem fazoczułym pracującym na kwadratowej charakterystyce prostowników nie zależy od harmonicznych napięcia sterującego i prawie nie zależy od harmonicznych napięcia zasilającego mostek.

Podobnie jak w rozdziale 2, w stanie równowagi rzeczywistej mostka dla pierwszej harmonicznej, czyli dla $n_k = 0$ ($\delta R_1 = \delta C_1 = 0$), odchylenie detektora jest niestety większe niż zero i wynosi zgodnie z (15) ..... (18) dla przypadku

a) $k = p$

$$\Delta\alpha_{ap} = K_G'\left[\frac{4m_{sp}}{1-p^2} U_{s1m}^2 \sin\delta_p + \pi m_{sp} m_k U_{s1m} U_{z1m}' \cos(\delta_p - \vartheta_k)\right],$$

$$\Delta\alpha_{an} = \pi K_G' m_{sp} m_k U_{s1m} U_{z1m}' \cos(\delta_p - \vartheta_k), \tag{23}$$

b) $k \neq p$

$$\Delta\alpha_{bp} = K_G' \frac{4m_{sp}}{1-p^2} U_{s1m}^2 \sin\ _p,$$

$$\Delta\alpha_{bn} = 0. \tag{24}$$

Przez wyzerowanie detektora przed pomiarem (przy zwartym wejściu), kilkakrotne powtórzenie pomiaru i zastosowanie rachunku statystycznego, sprowadza się prawie do zera wartość wyrażenia (24), a tym samym pierwszy

składnik wyrażenia (23) określającego $\Delta\alpha_{ap}$. Pozostaje jednak dla przypadku k = p

$$\Delta\alpha'_{ap} = \pi m_{sp} m_k U_{s1m} U'_{z1m} \cos(\delta_p - \vartheta_k) \tag{25}$$

i stanowi błąd bezwzględny równowagi pozornej mostka. Dzieląc (25) przez (22), otrzymamy względny błąd δZ_p równowagi pozornej mostka

$$\delta Z_{pa} = m_{sp} \cdot m_k \frac{\cos(\delta_p - \vartheta_k)}{\cos\beta_1}. \tag{26}$$

Wykres wartości $\delta Z_p = f(\beta_1)$ jest podobny do wykresu przedstawionego na rysunku 2.

Podobnie jak w rozdziale 2, można zredukować błąd równowagi pozornej przez wykonanie dwóch pomiarów przy $\beta_1 = 0$ rad oraz $\beta_1 = \pi$ rad i obliczenie średniej arytmetycznej. Zgodnie z (25) będzie dla:

1) $\beta_1 = 0$ rad, $\Delta\alpha'_{apo} = \pi m_{sp} m_k K'_G U_{s1m} U'_{z1m} \cos(\delta_p - \vartheta_k)$,

2) $\beta_1 = \pi$ rad, $\Delta\alpha'_{ap\pi} = \pi m_{sp} m_k K'_G U_{s1m} U'_{z1m} \cos\left[\delta_p - (\vartheta_k \pm \pi)\right] =$

$$= -\pi m_{sp} m_k K'_G U_{s1m} U'_{z1m} \cos(\delta_p - \vartheta_k).$$

Błąd równowagi pozornej średniej arytmetycznej tych dwóch pomiarów wynosi zatem

$$\Delta\alpha'_{ap} = \frac{\Delta\alpha'_{apo} + \Delta\alpha'_{ap\pi}}{2} = 0.$$

Z tego wynika, że również detektor fazoczuły o kwadratowej charakterystyce prądowo-napięciowej prostowników A i B, zapewnia dzięki prostej operacji (komutacja napięcia) zerowy błąd równowagi pozornej oraz bardzo mały błąd nieczułości mostka zależnego od częstotliwości zasilanego napięciem praktycznie sinusoidalnym (odkształconym).

4. Wnioski

Ze wzoru (8) wynika, że czułość mostka z detektorem fazoczułym o prostoliniowej charakterystyce prostowników A i B jest funkcją wartości harmonicznej napięcia zasilającego mostek i cosinusa kąta przesunięcia napięcia mierzonego względem sterującego. Jest to duża zaleta tego typu detektora, bo błąd nieczułości mostka nie rośnie wraz ze wzrostem zawartości

harmonicznych. Aby błąd nieczułości był jak najmniejszy, należy za pomocą przesuwnika fazy nastawić kąt $\beta_1 = 0$ rad (patrz rys. 2).

Zgodnie z zależnością (12) względny błąd równowagi pozornej mostka z detektorem fazoczułym o prostoliniowej charakterystyce prostowników jest wprost proporcjonalny do wartości współczynnika zawartości tylko nieparzystych harmonicznych, odwrotnie proporcjonalny do rzędu harmonicznych i jest funkcją cosinusa kąta ϑ_k. Błąd równowagi pozornej nie zależy od wartości i kształtu napięcia sterującego ani też od parzystych harmonicznych napięcia zasilającego mostek.

Z rozdziału 3 wynika, że na czułość detektora fazoczułego pracującego na charakterystyce kwadratowej prostowników, wpływają w niewielkim stopniu tylko parzyste harmoniczne napięcia zasilającego mostek.

Natomiast względny błąd równowagi pozornej mostka z detektorem fazoczułym pracującym na charakterystyce kwadratowej prostowników, zgodnie z (26) jest wprost proporcjonalny do wartości współczynników zawartości harmonicznych tylko tego samego rzędu w napięciu mierzonym i napięciu sterującym oraz jest funkcją kątów β_1, δ_p i ϑ_k.

Jednak błąd równowagi pozornej mostka w obydwu przypadkach można praktycznie wyeliminować przez wykonanie dwóch pomiarów i obliczenie średniej arytmetycznej.

Tak więc można twierdzić na podstawie wyprowadzonych zależności, że czułość mostka z detektorem fazoczułym jest praktycznie stała, niezależna od kształtu napięcia sterującego ani od kształtu napięcia zasilającego mostek. Błąd równowagi pozornej mostka z detektorem fazoczułym pracującym zarówno na charakterystyce liniowej jak kwadratowej można sprowadzić praktycznie do zera przez wykonanie dwóch pomiarów i obliczenie średniej arytmetycznej. Jest to bardzo duża zaleta detektora fazoczułego w porównaniu z detektorem wartości średniej [7] oraz z detektorem wartości skutecznej [8].

Stąd wniosek, że detektor fazoczuły można stosować w liniowych mostkach prądu przemiennego zarówno zależnych jak i niezależnych od częstotliwości, zasilanych napięciem ściśle sinusoidalnym, praktycznie sinusoidalnym, a nawet mocniej odkształconym. We wszystkich przypadkach zapewnia bardzo mały błąd nieczułości i bardzo mały błąd równowagi pozornej mostka.

LITERATURA

[1] Łapiński M. - Detektor fazy i jego zastosowanie w mierniotwie, PIŁ. 1954, z. 1.

[2] Srzednicki J. - Detektor fazy jako wskaźnik równowagi w pomiarach mostkowych prądu przemiennego, Rozprawy elektrot. PWN, 1955, t. I, z.1

[3] Rippier L. - Fazoczuwstwitielnyj indikator nula dla wysokoczastotnych izmieritielnych mostow, Awtometrja 1967, nr 3 AN SSSR, Sibirskoje Otdielenie.

[4] Harvey I.K. - Phase selective a.c. bridge balance indicator, J. Sci. Instrum., 1963 vol. 40, nr 3.

[5] Parchański J. - Wpływ harmonicznych napięcia zasilającego na dokładność mostków liniowych. Praca doktorska Polit. Śląskiej, 1968.

[6] Parchański J. - Współczynnik przenoszenia mostka prądu przemiennego. Zesz. Naukowe Politechniki Śląskiej 1971, Elektryka nr 32.

[7] Parchański J. - Mostek z detektorem wartości średniej. Zeszyty Naukowe Polit. Śląskiej, 1971 Elektryka 32.

[8] Parchański J. - Mostek z detektorem wartości skutecznej. Zeszyty Naukowe Polit. Śląskiej. 1971, Elektryka 33.

Wpłynęło do redakcji w kwietniu 1971 r.

МОСТ С ФАЗОЧУВСТВИТЕЛЬНЫМ ДЕТЕКТОРОМ

Р е з ю м е

Проведен анализ точности измерений линейными мостами переменного тока с фазочувствительным детектором. Доказано, что фазочувствительный детектор обеспечивает очень малую ошибку нечувствительности и очень малую ошибку кажущегося равновесия моста.

BRIDGE WITH A PHASE-SENSITIVE DETECTOR

S u m m a r y

An analysis of the accuracy of a.o. linear bridges measurements with a phase-sensitive detector is performed. It is shown, that a phase-sensitive detector assured a very small insensitivity error and it assured a very small error of apparent bridge equilibrium.