ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: AUTOMATYKA z. 48 Nr kol. 611

Michał LATARNIK, Konrad WOJCIECHOWSKI
Politechnika Śląska
Instytut Automatyki

PROPOZYCJA ALGORYTMU OPTYMALNEGO ROZRZĄDU WODY W SYSTEMIE RZEK MAŁEJ WISŁY - SOŁY - SKAWY

Streszczenie: W pracy przedstawiono algorytm optymalnego rozrządu wody uwzględniający trzy kryteria jakości: a/ stopień zaspokojenia potrzeb użytkowników, b/ wielkość zrzutów jałowych, c/ koszty transportu wody do użytkowników. Kolejność wymienionych kryteriów odpowiada stopniowi ich ważności. Pracę algorytmu badano na modelu systemu rzek Małej Wisły, Soły, Skawy.

1. Wprowadzenie

Prezentowana praca wykonana została w ramach tematu PR-7.05.01 prowadzonego w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej przez doc. dr inż. J. Piotrowskiego.

Praca stanowi propozycję optymalnego, w sensie przyjętych kryteriów sposobu rozdziału i gromadzenia wody w systemie rzek Małej Wisły, Soły i Skawy. Proponowany algorytm pozwala dla aktualnej sytuacji w systemie określić takie wartości natężeń rozpływu wody, dla których uzyskuje się możliwie najlepsze zaspokojenie potrzeb użytkowników przy możliwie największym gromadzeniu wody w zbiornikach systemu i minimalnych kosztach transportu wody do odbiorców. Możliwości zaspokojenia potrzeb są dodatkowo ograniczone przez narzuconą strukturę i parametry systemu.

Cały przedział sterowania podzielono na okresy. Założono, że na początku każdego okresu znane są ilości wody zgromadzonej w zbiornikach

systemu oraz ilości wody dopływającej do tego systemu w rozpatrywanym okresie sterowania.

Opracowany algorytm może być wykorzystany do sterowania bieżącego w systemie rzek Małej Wisły, Soły i Skawy, jak również do symulacji pracy tego systemu mającej za cel weryfikację koncepcji projektowych systemu.

2. Algorytm sterowania

W każdym okresie sterowania brane są pod uwagę trzy następujące kryteria jakości pracy systemu:

1. Stopień α zaspokojenia potrzeb użytkowników przy równoczesnej maksymalizacji ilości wody zgromadzonej w zbiornikach przy ustalonej wartości α.
2. Ilość wody odpływającej z systemu w postaci tzw. zrzutów jałowych /ZR/.
3. Koszty transportu wody do użytkowników /K/.

Kryteria zostały wymienione powyżej w kolejności ich ważności. Konsekwencją przyjęcia trzech kryteriów jakości jest trójetapowa struktura algorytmu sterowania. Optymalne rozpływy są ustalane ostatecznie w trzecim etapie.

W algorytmie przyjęto, że dla każdego z użytkowników systemu została opracowana charakterystyka zaspokajania jego potrzeb P_i / α /, gdzie i - indeks użytkownika, $\alpha \in [0,1]$. Określa ona ilość wody, którą otrzyma i - ty użytkownik przy danym stopniu α zaspokajania potrzeb. Przyjmujemy, że charakterystyki te są funkcjami niemalejącymi i mogą być określone np. w oparciu o analizę porównawczą strat związanych z niepełnym / $\alpha < 1$/ zaspokojeniem potrzeb.

2.1. Etap pierwszy

Celem tego etapu jest określanie największego możliwego do osiągnięcia w danym okresie stopnia zaspokojenia potrzeb α_0 oraz określenie maksymalnej ilości wody, którą można zgromadzić w zbiornikach systemu przy tej wartości α_0.

Zadanie dla pierwszego etapu można zatem zapisać następująco:

Wyznaczyć

$$\alpha_0 = \max_x \alpha /x/ \qquad /1/$$

dla którego istnieje rozwiązanie problemu:

$$V_o = \max_x /UG\,2 + alfa\ UT\,2 + beta\ UD\,2/ \qquad /2/$$

przy ograniczeniach:

$$g/x/ \leqslant G, \quad Ax = b \ / \alpha / \qquad /3/$$

gdzie: x - wektor rozpływów w systemie,
UG2, UT2, UD2 - ilości wody w chwili końcowej okresu zgromadzonej odpowiednio w Goczałkowicach, Tresnej, Dziećkowicach,
alfa, beta - współczynniki wagowe, związane z dyspozycyjnością poszczególnych zbiorników.

Zwróćmy uwagę, że w pierwszym etapie wszyscy użytkownicy systemu posiadają ten sam stopień zaspokojenia potrzeb. Jeśli nie istnieje rozwiązanie dla powyżej sformułowanego zadania, oznacza to, że w systemie wystąpił stan awaryjny. Sterowanie dla stanów awaryjnych nie jest w tej pracy rozpatrywane.

Jeśli natomiast postawione zadanie posiada rozwiązanie, to dalszy przebieg algorytmu zależny jest od wartości optymalnej α_o oraz informacji o wielkości zrzutów jałowych odpowiadających α_o.

Jeśli w systemie potrzeby wszystkich użytkowników mogą być zaspokojone / $\alpha_o = 1$/ względnie jeśli $\alpha_o < 1$, ale nie wystąpiły zrzuty jałowe, t j. $/ZR/_o = 0$, to algorytm przechodzi do trzeciego etapu, w którym zminimalizowane zostaną koszty transportu wody.

W przypadku, gdy $\alpha_o < 1$ i $/ZR/_o > 0$, algorytm przechodzi do etapu drugiego, w którym zostaje podjęta próba rozdziału zrzutów jałowych $/ZR/_o$ pomiędzy użytkowników.

W etapie drugim i trzecim jako dodatkowe ograniczenie przyjmujemy, że ilość wody zgromadzonej w danym okresie w zbiornikach systemu pozostaje taka, jaką ustalono w etapie pierwszym.

2.2. Etap drugi

Przejście do etapu drugiego następuje, jeśli $\alpha_o < 1$ i $/ZR/_o > 0$. Etap ten w odróżnieniu od etapów pierwszego i trzeciego może być powtarzany wielokrotnie.

Oznaczmy przez M_j zbiór użytkowników, którzy mogą po j-tym przejściu etapu drugiego przyjąć przy istniejących ograniczeniach część pozostającego do rozdziału zrzutu jałowego $/ZR/_j$. Zakładamy, że do zbioru M_o należą wszyscy użytkownicy. W j-tym przejściu przez etap drugi ustalamy następujące przydziały wody dla użytkowników należących do zbioru M_{j-1}.

$$P_i / \alpha_{j-1} / \leqslant P_i \leqslant P_i / \alpha_j / \quad \text{dla } P_i \subset M_{j-1} \qquad /4/$$

gdzie nowy stopień zaspokojenia potrzeb α_j jest wyznaczony w ten sposób, aby:

$$\sum_{P_i \subset M_{j-1}} P_i / \alpha_j / - P_i / \alpha_{j-1} / = /ZR/_{j-1} \qquad /5/$$

Następnie dokonywana jest próba dostarczenia przydziałów wody do poszczególnych użytkowników należących do zbioru M_{j-1}. W tym celu rozwiązuje się zadanie:

$$\max_x \sum_{P_i \subset M_{j-1}} P_i = \sum_{P_i \subset M_{j-1}} P_i^* \qquad /6/$$

przy ograniczeniach:

$$g / x / \leqslant G, \quad Ax = b / \alpha /$$

$$v_o = \text{const.}$$

$$P_i / \alpha_{j-1} / \leqslant P_i \leqslant P_i / \alpha_j /$$

Jeśli okaże się w wyniku rozwiązania tego zadania, że dla i-tego użytkownika zachodzi $P_i^* < P_i / \alpha_j /$, wtedy ustala się dla niego odbiór $P_i = P_i^*$ i użytkownik ten nie wchodzi do nowego zbioru M_j.

W przypadku, gdy zbiór M_j okaże się pusty, oznacza to, że wszystkie odbiory zostały określone i algorytm przechodzi do etapu trzeciego. W przeciwnym razie powtarzamy etap drugi.

2.3. Etap trzeci

W tym etapie ustala się ostatecznie rozpływy tak, aby uzyskać minimalne koszty transportu określonych poprzednio ilości wody przyznanych poszczególnym użytkownikom.

W tym celu rozwiązuje się zadanie minimalizacji

$$\min_x \sum_{i=1}^{N} k_i / x_i /$$

przy ograniczeniach

$$g\,/x/ \leqslant G,\ Ax = b\ /\alpha/$$

$$V_0 = const.$$

$$P_i = \begin{cases} P_i\ /\alpha_0/ & \text{- jeśli stopień } \alpha_0 \text{ został określony w 1-etapie} \\ P_i^{*} & \text{- jeśli stopień } \alpha_j \text{ został określony w 2-etapie} \end{cases}$$

Funkcje $k_i\ /x_i/$ wyrażają koszty transportu wody dla i-tego przepływu.

3. Zastosowanie algorytmu do optymalnego rozdziału i gromadzenia wody w systemie rzek M. Wisła, Soła, Skawa

Zaproponowany w p. 2 algorytm można zastosować do symulacji sterowania przyjętym modelem systemu rzek M. Wisła, Soła, Skawa. Model ten zostanie omówiony w p. 3.1. Założono, że jest on liniowy i statyczny. Ograniczenia występujące w tym modelu podano w p. 3.2. Ograniczenia te przyjęto również w postaci liniowej. Dzięki tym założeniom przedstawiona w p. 3.3 realizacja poszczególnych etapów algorytmu mogła zostać oparta na technice programowania liniowego.

3.1. Model systemu wodnego rzek M. Wisły, Soły, Skawy

Przyjęty model systemu wodnego M. Wisły, Soły i Skawy opracowano w oparciu o dane z literatury [1],.....[5]. Strukturę tego modelu przedstawiono na rys. 1. Założono, że omawiany system może być, dla rozpatrywanego okresu sterowania, opisany następującymi równaniami /nierównościami/ bilansów:

1. Zbiornik Goczałkowice

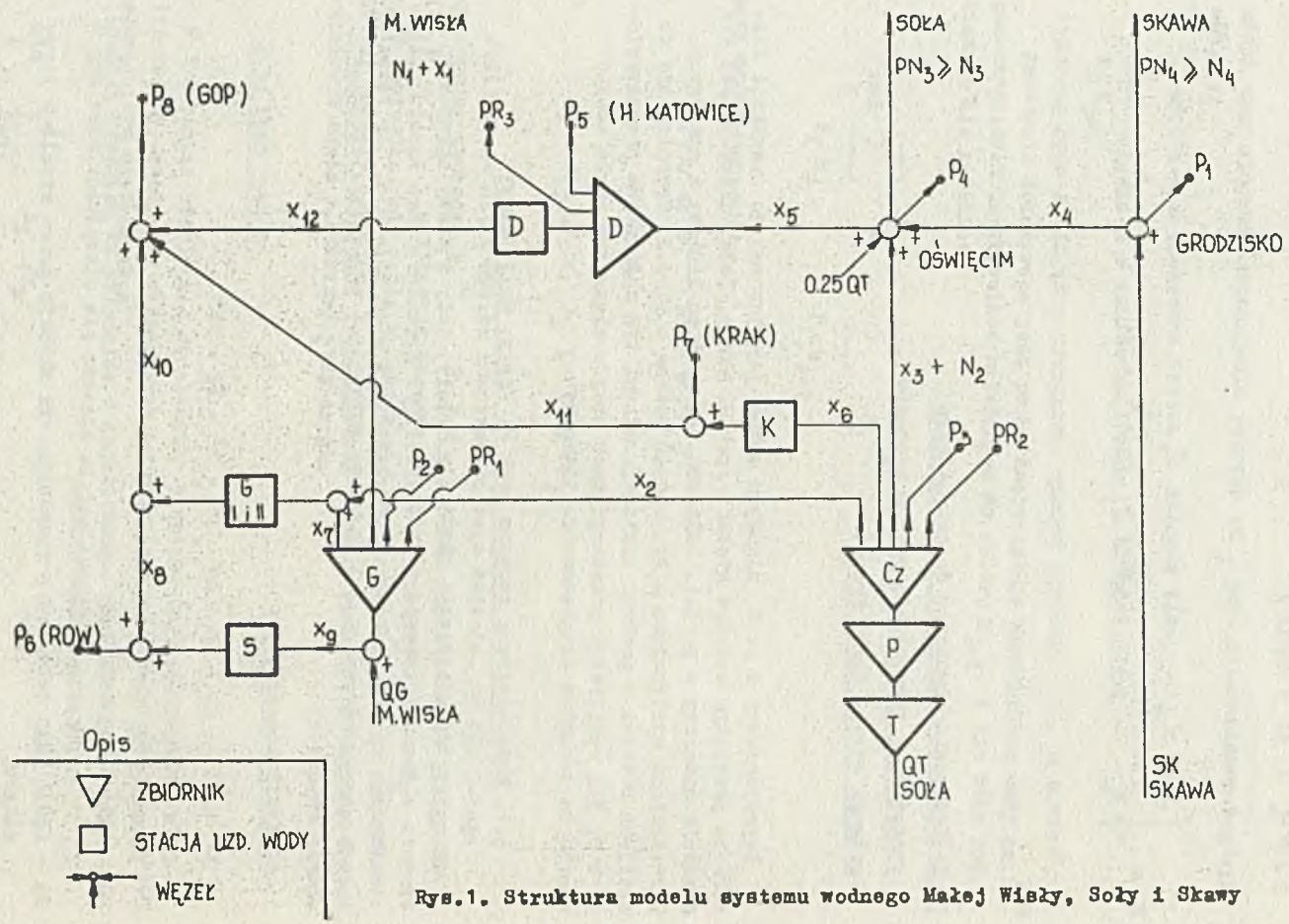
$$UG2 = UG1 + QG - X9 - X7 - X1 - N1 - P2 - PR1 \qquad /3/$$

gdzie:

UG1 /UG2/ - objętość wody zgromadzonej w zbiorniku na początku /końcu/ rozpatrywanego okresu,

X9 - ilość wody pobranej w rozpatrywanym okresie przez stację w Strumieniu,

X7 - ilość wody pobranej przez rurociąg goczałkowicki,



Rys.1. Struktura modelu systemu wodnego Małej Wisły, Soły i Skawy

N1 - minimalna ilość wody odpływająca Wisłą,
X1 - ilość wody odpływająca Wisłą liczona ponad N1,
P2 - ilość wody skierowanej do stawów,
PR1 - ogólne straty wody /parowanie/,
QG - ilość wody dopływającej M. Wisłą do zbiornika.

2. Zbiorniki Tresna - Porąbka - Czaniec

$$UT2 = UT1 + QT - X2 - X6 - X3 - N2 - P3 - PR2 \qquad /9/$$

gdzie:

UT1 /UT2/ - objętość wody zgromadzonej w zbiornikach na początku /końcu/ rozpatrywanego okresu,
X2 - ilość wody "przerzuconej" z Czańca do Goczałkowic,
X6 - ilość wody pobranej przez stację w Kobiernicach,
N2 - minimalna ilość wody odpływająca Sołą,
X3 - ilość wody odpływająca Sołą liczona ponad N2,
P3 - ilość wody pobranej przez rurociąg Bielsko,
PR2 - ogólne straty wody,
QT - ilość wody dopływającej Sołą do zbiornika w Tresnej.

3. Zbiornik Dziećkowice

$$UD2 = UD1 + X5 - X12 - P4 - PR3 \qquad /10/$$

gdzie:

UD1 /UD2/ - objętość wody zgromadzonej w zbiorniku na początku /końcu/ rozpatrywanego okresu,
X5 - ilość wody przerzuconej z Soły do Dziećkowic,
X12 - ilość wody skierowanej do GOP-u,
P4 - ilość wody pobranej przez Hutę Katowice,
PR3 - ogólne straty wody.

4. Węzeł Oświęcim

$$X3 + N2 + X4 + 0{,}25\,QT \geqslant X5 + P4 + N3 \qquad /11/$$

gdzie:

X4 - ilość wody przerzuconej ze Skawy do Soły,
0,25 QT - ilość wody ze zlewni Soły,
P4 - ilość wody pobieranej z węzła /Z.Ch. Oświęcim, wodociąg Oświęcim, stawy/,
N3 - minimalna ilość wody odpływająca Sołą.

5. Węzeł Grodzisko

$$\mathrm{Max}\ /BK - N4,\ 0/ \geqslant X4 + P1 \qquad /12/$$

gdzie:

N4 - minimalny odpływ Skawą,

P1 - ilość wody pobranej przez stawy.

6. Węzeł Kobiernice

$$X6 = X11 + P7 \qquad /13/$$

gdzie:

X11 - ilość wody kierowanej do GOP-u,

P7 - ilość wody odbieranej poprzez rurociąg KRAK.

7. Węzeł Goczałkowice

$$X7 + X2 = X8 + X10 \qquad /14/$$

gdzie:

$X8_1$/X10/ - ilość wody kierowana do ROW-u /GOP-u/.

8. Węzeł ROW

$$X8 + X9 = P6 \qquad /15/$$

gdzie:

P6 - ilość wody pobieranej przez ROW.

9. Węzeł GOP

$$X10 + X11 + X12 = P8 \qquad /16/$$

gdzie:

P8 - ilość wody pobieranej przez GOP.

3.2. Charakterystyki zaspokajania potrzeb użytkowników

Użytkowników systemu podzielono w przyjętym modelu na osiem grup. Każdej z grup przypisano charakterystykę zaspokajania potrzeb P_i / α / / i = 1,2,.....8, $\alpha \in [0,1]$ /. Charakterystyka P_i / α / stanowi sumę charakterystyk zaspokajania potrzeb użytkowników wchodzących do i-tej grupy.

3.3. Ograniczenia występujące w systemie

Ograniczenia uwzględnione w modelu systemu są konsekwencją trzech czynników:

- jednokierunkowości przepływu wody,
- ograniczonej objętości zbiorników,
- ograniczonej przepustowości /wydajności/ rurociągów.

Konsekwencją jednokierunkowości przepływu wody jest wymaganie, aby wszystkie zaznaczone przepływy x_i były nieujemne, tj.

$$x_i \geqslant 0 \quad \text{dla } i = 1,2 \ldots\ldots,12 \qquad /17/$$

Ograniczona objętość każdego ze zbiorników pociąga za sobą konieczność uwzględniania nierówności:

$$0 \leqslant UG2 \leqslant VG \quad \text{przy} \quad 0 \leqslant UG1 \leqslant VG \qquad /18/$$
$$0 \leqslant UT2 \leqslant VT \quad \text{przy} \quad 0 \leqslant UT1 \leqslant VT \qquad /19/$$
$$0 \leqslant UD2 \leqslant VD \quad \text{przy} \quad 0 \leqslant UD1 \leqslant VD \qquad /20/$$

gdzie objętości graniczne VG, VT, VD są zadane.
W wyniku ograniczonej przepustowości rurociągów konieczne staje się uwzględnienie następujących nierówności:

$$x_i \leqslant G_i \quad \text{dla } i = 2,3,\ldots\ldots,12$$

gdzie: G_i - dane liczbowe dla $i = 2,3,\ldots.12$ z wyjątkiem $i = 9$,
G9 - ograniczenie uwzględniające dodatkowo zasady pracy SUW w Strumieniu [5]

$$G9\left[\frac{m^3}{s}\right] = \begin{cases} 1.1 \text{ dla } UG1 \geqslant VG1 \text{ lub } VG2 \leqslant UG1 \leqslant VG1 \text{ i } QG \geqslant 2 \left[\frac{m^3}{s}\right] \\ 0.6 \text{ dla } VG2 \leqslant UG1,\ UG1 < VG1 \text{ i } QG < 1 \left[\frac{m^3}{s}\right] \\ \min /1.1,\ 0.6 + QG - 1/ \text{ dla } VG2 \leqslant UG1 < VG1 \text{ i } 1\left[\frac{m^3}{s}\right] \leqslant QG < 2\left[\frac{m^3}{s}\right] \\ 1 \text{ dla } UG1 < VG2 \text{ i } QG \geqslant 2 \left[\frac{m^3}{s}\right] \\ QG - 1 \text{ dla } UG1 < VG2 \text{ i } 1\left[\frac{m^3}{s}\right] \leqslant QG < 2\left[\frac{m^3}{s}\right] \\ 0 \text{ dla } UG1 < VG2 \text{ i } QG < 1 \left[\frac{m^3}{s}\right] \end{cases} \qquad /21/$$

3.4. Realizacja poszczególnych etapów algorytmu w przypadku sterowania przyjętym modelem systemu

Etap 1

Jak już wspomniano, dzięki przyjętej liniowości opisu zadanie pierwszego etapu może być rozwiązane w technice programowania liniowego.

W pierwszej kolejności dokonuje się próby rozwiązania sformułowanego zadania dla $\alpha_0 = 1$. Jeśli rozwiązanie istnieje, to uzyskujemy pełne zaspokojenie potrzeb użytkowników i przechodzimy do etapu trzeciego. W przeciwnym razie próbujemy rozwiązać zadanie /2/ dla minimalnych zapotrzebowań, tzn. przy $\alpha = 0$. Jeśli przy $\alpha = 0$ nie uzyskujemy rozwiązania, to stwierdzamy, że w układzie wystąpił stan awaryjny i przerywamy sterowanie. Jeśli natomiast przy $\alpha = 0$ otrzymujemy rozwiązanie, to metodą kroku połówkowego znajdujemy maksymalną wartość α_0, dla której istnieje jeszcze rozwiązanie zadania sformułowanego dla etapu pierwszego. Jeśli dla uzyskanego w ten sposób $\alpha_0 < 1$ uzyskujemy zrzuty jałowe /tzn. $X1 > 0$ lub chociaż jedna z nierówności /11/ lub /12/ przechodzi w ostrą/, wtedy przechodzimy do etapu drugiego.

Etap 2

Zadanie /6/, które sformułowano dla etapu drugiego, może być także rozwiązane w technice programowania liniowego. W tym celu rozszerza się bazę niewiadomych o zmienne x_k, które odpowiadają odbiorom P_i należącym do zbioru M_{j-1}. Na zmienne x_k narzucone są ograniczenia wynikające z przydziałów /4/. Górne granice tych przydziałów proponuje się wyznaczać w oparciu o metodę kroku połówkowego, szukając α_j spełniającego zależność /5/ i należącego do przedziału $[\alpha_{j-1}, 1]$.

Etap 3

W tym etapie określone zostają ilości x_i /i = 1,2,....,12/ transportowanej wody. Zakłada się liniową funkcję kosztów:

$$K = \sum_{i=1}^{12} k_i x_i \qquad /22/$$

gdzie: k_i - współczynniki kosztów.

Dzięki przyjęciu liniowego wskaźnika K zadanie etapu trzeciego również może być rozwiązane w technice programowania liniowego. Minimum wskaźnika kosztów wyznacza się przy ograniczeniach sformułowanych w p. 3.1,

3.2, 3.3. oraz zależnościach $P_i = /P_i /\alpha_o/$ lub $P_i \, {}^{*}/\alpha_o, V_o = const.$ Jak już wspomniano, zadania rozwiązywane w etapie drugim i trzecim zawsze posiadają rozwiązania.

4. Wnioski końcowe

Wyniki symulacji przeprowadzonej w oparciu o zaproponowany powyżej algorytm sterowania i model systemu [6] wskazują na poprawność i dużą przydatność opracowanego algorytmu. Algorytm ten jest uniwersalny i może być łatwo zaadaptowany do sterowania i projektowania innych systemów wodnych.

LITERATURA

[1] W. Pierzchała, U. Pociask: "Analiza algorytmów sterowania rozrządem zasobów wodnych w systemie wodno-gospodarczym GOP i ocena możliwości technicznych realizacji sterowania". Instytut Automatyki Przemysłowej i Pomiarów Pol. Śl. Gliwice, czerwiec 1975.

[2] H. Słota, E. Zemła: "Metoda i algorytmy rozwiązania modelu matematycznego rozrządu wody systemu rzek Soły i Małej Wisły". Inst. Meteorologii i Gospodarki Wodnej. Kraków, 1973.

[3] J. Filimowski, W. Woźniak, R. Krzysztofowicz: "Model matematyczny systemu zaopatrzenia w wodę GOP-u". Inst. Meteorologii i Gospodarki Wodnej. Kraków, 1973.

[4] H. Słota, J. Filimowski: "Określenie strat u użytkowników systemu rzeki Soła w wyniku deficytu wody". Inst. Gospodarki Wodnej. Kraków, 1972.

[5] Opracowanie Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Śląskiej: "Wytyczne techniczne do projektowanego wodociągu SKAWA". Gliwice, 1974/76.

[6] M. Latarnik, K. Wojciechowski: "Badanie symulacyjne algorytmu sterowania w czasie rzeczywistym rozrządem wód w systemie zasobów". PR-7.05.01. Inst. Automatyki Pol. Śląskiej. Gliwice, 1977.

АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ В СИСТЕМЕ РЕК МАЛА ВИСЛА - СОЛА - СКАВА

В статье представлено алгоритм оптимального распределения воды учитывающий три критерия качества: а/ степень обеспечения запросов потребителей, б/ величину неиспользованных проливов, в/ стоимость транспорта воды к потребителям критерии перечислены в очереди их ранга. Алгоритмы проверялись на модели системы рек Мала Висла - Сола - Скава.

OPTIMAL WATER RESOURCES DISTRIBUTION ALGORITHM FOR SYSTEM M. WISŁA, SOŁA, SKAWA

The algorithm of optimal water resources distribution is presented according to following three criteria of performance:
a/ a degree of the realization of customers' requests,
b/ an amount of overweighting,
c/ costs of water transport to customers.
The sequence of criteria mentioned above is proper to their priority. The algorithm was examed on the model of riversystem of M. Wisła, Soła, Skawa.