

Andrzej BARGIELA
Politechnika Śląska
Instytut Automatyki

LINIOWY ALGORYTM STEROWANIA WIELOWYJŚCIOWYM
ZBIORNIKIEM WODNYM W WARUNKACH LOSOWYCH -
OCENA ZASPOKOJENIA POTRZEB

Streszczenie: Artykuł dotyczy problemu oceny zaspokożenia potrzeb odbiorców w układzie zbiornika wielowyjściowego z punktu widzenia wystarczalności konfiguracji systemu.

Dla realizacji tego zadania zaproponowany został liniowy algorytm sterowania uwzględniający statystyczną naturę dopływów wody do zbiornika. Wprowadzone losowe ograniczenia pozwalają na kontrolę tak częstości wystąpienia niedoborów /lub ewentualnie nadmiarów/ jak i ich wielkości.

1. Wstęp

Problem sterowania zbiornikiem wodnym był wielokrotnie poruszany w miarę rozwoju metodologii badań operacyjnych, oraz elektronicznej techniki obliczeniowej. Historycznie najwcześniejsze algorytmy sterowania zbiornikiem konstruowane były w oparciu o czysto heurystyczne zasady lub przy wykorzystaniu metod Monte Carlo i rozszerzonej teorii kolejek / [4] Thomas, Fiering 1962/. Ze względu na sposób budowy tych algorytmów nie mają one charakteru optymalizacyjnego, a wybór określonej wersji sterowania dokonany jest na drodze porównania wyników określonej liczby symulacji cyfrowych. Druga grupa algorytmów bazuje na wykorzystaniu metod badań operacyjnych. Aparat matematyczny zabezpieczony przez tę dyscyplinę stosowa-

ny jest do powiązania wymagań stawianych wobec różnych funkcji zbiornika - zapewnienia wystarczającej ilości wody gospodarce komunalnej, zabezpieczenia rezerwy przeciwpowodziowej, nawadniania, rekreacji i hydroenergetyki. Dodatkowo przy zastosowaniu tych algorytmów istnieje możliwość analitycznej oceny efektów zmian określonych ograniczeń. Podstawowym natomiast zagadnieniem jest zapewnienie pełnej adekwatności modelu obiektu do rzeczywistości.

Początkowo problem sterowania zbiornika wodnego rozpatrywany był w kategoriach deterministycznych / [5] Thomas i Watermeger 1962/. Istotnym więc postępowaniem było uwzględnienie stochastycznej natury dopływów przez Loucksa [1], i ReVelle [3].

Wprowadzenie losowych ograniczeń przez ReVelle pozwoliło ponadto na określenie prawdopodobieństwa spełnienia wyliczonych sterowań oraz na wyznaczenie kosztów wynikających ze zwiększenia tego prawdopodobieństwa.

Jednakże wspomniane powyżej algorytmy sterowania dotyczyły zbiorników o jednym wypływie. W opracowaniu niniejszym rozszerzono koncepcję liniowego prawa sterowania z losowymi ograniczeniami na przypadek zbiornika wielowypływowego.

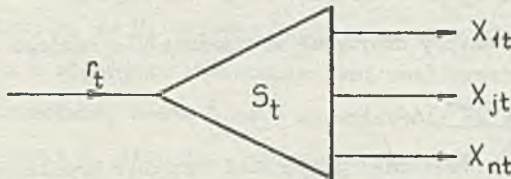
Biorąc pod uwagę ograniczenia narzucane przez odbiorców, należy model wielowypływowo określić jako lepsze przybliżenie rzeczywistości dla dużej ilości przypadków.

2. Charakterystyka obiektu

Dla spotykanych w rzeczywistości obiektów typu zbiornik wodny najbardziej typową sytuacją jest taka, w której zbiornik zasila kilka różnych grup odbiorców tego samego typu /np. aglomeracje miejskie, zakłady przemysłowe, systemy irygacyjne.../.

Każda z tych grup odbiorców charakteryzuje się odmienną wrażliwością na ewentualne niedobory w zaopatrzeniu w wodę, natomiast różnice pomiędzy odbiorcami należącymi do tej samej grupy są mniej istotne. Ponadto występujące fizyczne rozdzielanie rurociągów zaopatrujących odbiorców różnych grup stwarza dodatkowe przesłanki /maksymalne przepustowości rurociągów/ do uwzględnienia w analizie wielu wyjść

zbiornika nie sprowadzanych do wyjścia zastępczego. Dla odbiorców jednego typu można określić ograniczenia losowe na odchylenia od ustalonych przepływów docelowych^{x)} z zadaniem z góry prawdopodobieństwem. Przy czym wielkość tych odchyżeń możemy kontrolować, stosując stopniowanie ograniczeń. Jest oczywiste, że dla różnych grup odbiorców wielkości odchyżeń od docelowych przepływów, oraz prawdopodobieństwa nieprzekroczenia maksymalnych wartości tych odchyżeń są różne. W związku z tym nakładanie ograniczeń losowych na sumaryczny wpływ ze zbiornika jest dla wielu przypadków zbyt wielkim uproszczeniem rzeczywistej sytuacji. Rozpatrywany obiekt może być schematycznie przedstawiony jak na rys. 1.



Rys. 1. Schemat wielowyjściowego zbiornika wodnego.

Dodatkową zaletą takiego przedstawienia obiektu jest umożliwienie bezpośredniego wyznaczenia wielkości przepływów docelowych uzyskiwanych na poszczególnych wyjściach ze zbiornika z określonym prawdopodobieństwem. Pozwala to z jednej strony na ocenę zaspokojenia

^{x)} Jako przepływ docelowy rozumie się taką wartość przepływu, dla której potrzeby określonego odbiorcy są w pełni zaspokojone.

nia potrzeb odbiorców /ewentualnie podjęcie decyzji w zakresie zmiany przepływów docelowych lub zmiany prawdopodobieństw ich realizacji/, z drugiej natomiast, na ocenę konfiguracji systemu /jest to istotne w przypadku układu kilku takich zbiorników, gdyż dla jednego zbiornika, zadanie ogranicza się do określenia wystarczalności pojemności roboczej zbiornika/.

W artykule zastosowano następujące oznaczenia:

- C - całkowita pojemność zbiornika
 V_t - rezerwowa pojemność przeciwpowodziowa na końcu okresu czasu t .
 / $t = 1 \dots T$ - okres czasu/
 S_m - minimalna ilość wody magazynowana w zbiorniku
 S_t - ilość wody zmagazynowana w zbiorniku na końcu okresu czasu t
 r_t - dopływ do zbiornika w okresie czasu t
 F_t - wartość oczekiwana dopływu do zbiornika w okresie czasu t
 X_{jt} - wielkość wypływu /rozrządu/ dla j -tego wyjścia w okresie czasu t / $j = 1 \dots n$ - liczba wyjść/
 X_{Dj} - wielkość wypływów docelowych dla j -tego wyjścia
 b_{jt} - nieznane parametry decyzyjne wyznaczane dla każdego z wyjść.

3. Ograniczenia losowe

Dla zbiornika o określonej pojemności istotnym problemem jest znalezienie odpowiedniego algorytmu rozrządu zasobów, przy którym istniałaby możliwość łatwego uwzględniania ograniczeń stawianych zarówno przez odbiorców jak i sam zbiornik. Zasadniczo można wyróżnić cztery typy ograniczeń.

1. Ograniczenia na niedobory wody u j -tego odbiorcy polegające na określeniu z prawdopodobieństwem p_{1j}/t niewystąpienia w okresie czasu t niedoboru większego niż $(1 - \alpha_j) \cdot X_{Dj}$

$$P \{ X_{jt} \geq (1 - \alpha_j) X_{Dj} \} \geq p_{1j} / t \quad (1)$$

2. Ograniczenia na nadwyżki wody u j -tego odbiorcy polegające na określeniu z prawdopodobieństwem p_{2j}/t niewystąpienia w okresie

czasu t nadwyżki większej niż $\beta_j x_{Dj}$

$$P \left\{ x_{jt} \leq 1 + \beta_j x_{Dj} \right\} \gg p_{2j} / t / \quad /2/$$

3. Ograniczenia na minimalny poziom wody w zbiorniku polegające na tym, że ilość wody zmagazynowana w zbiorniku na końcu okresu czasu t powinna być większa od pojemności minimalnej S_m z prawdopodobieństwem p_3 /t/

$$P \left\{ S_t \gg S_m \right\} \gg p_3 / t / \quad /3/$$

4. Ograniczenia na maksymalny poziom wody w zbiorniku polegające na zapewnieniu zachowania rezerwy pojemności zbiornika nie mniejszej niż V_t z prawdopodobieństwem p_4 w celu akumulacji fali powodziowej w okresie czasu t

$$P \left\{ C - S_t \gg V_t \right\} \gg p_4 / t / \quad /4/$$

Zasadność tak sformułowanych bezwarunkowych ograniczeń losowych należy jednak zbadać, analizując prawdopodobieństwa uzyskania realizowalnych /nieujemnych/ wartości rozpięć.

Przyjmując, że H_t określa zdarzenie, że wartość rozpięcia x_{jt} wyliczona z algorytmu sterowania jest realizowalna, a $-H_t$ określa zdarzenie przeciwne, można losowe ograniczenie na wystąpienie zdarzenia A_t /gdzie A_t jest np. jednym z ograniczeń /1/.../4 /

$$P \left\{ A_t \right\} \gg p_A / t / \quad /5/$$

rozpisać, uwzględniając warunek realizowalności wyliczonych rozpięć

$$P \left\{ A_t \mid H_t \right\} P \left\{ H_t \right\} + P \left\{ A_t \mid -H_t \right\} P \left\{ -H_t \right\} \gg p_A / t / \quad /6/$$

Ponieważ w ograniczeniu /1/ wymaga się zwykle, by wartość rozrzędu w okresie czasu t przekraczała dodatnią wartość $1 - \alpha_j / x_{Dj}$ z dużym prawdopodobieństwem, to zdarzenie H_c wystąpi z prawdopodobieństwem jeszcze bardziej zbliżonym do jedności, czyli $-H_t$ wystąpi z prawdopodobieństwem bliskim zeru. W związku z tym - nie popełniając większego błędu - można zależność /6/ zapisać w postaci

$$P \left\{ A_t \mid H \right\} \gg p_A / t / \quad /7/$$

Przy wykorzystaniu zależności typu /7/ dla określenia pola dopuszczalnych rozrządów poprzez utworzenie deterministycznych równoważników ograniczeń stochastycznych konieczna jest znajomość warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa dopływu do zbiornika w każdym z okresów czasu t . Dokładność, z jaką tworzy się te równoważniki, zależy w sposób bezpośredni od wielkości materiału historycznego, jakie dysponujemy przy opracowywaniu dystrybuant. W związku z tym wystarczająco dokładne jest określenie bezwarunkowych rozkładów prawdopodobieństwa i tworzenie bezpośrednio odpowiedników deterministycznych równań /1/.../4/.

Sposób tworzenia równoważników ograniczeń losowych jest następujący. Niech X oznacza zmienną losową, x_0 wartość ograniczającą dla zmiennej losowej, a p_0 - prawdopodobieństwo spełnienia ograniczenia losowego

$$P \{ X \leq x_0 \} \geq p_0 \quad /8/$$

lub

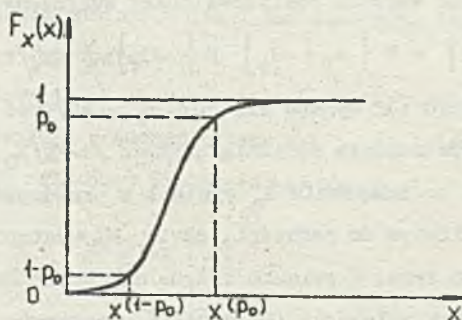
$$P \{ X \geq x_0 \} \geq p_0 \quad /9/$$

Wówczas przy rozkładzie prawdopodobieństwa zmiennej losowej X , jak na rys. 2, zależności /8/ i /9/ można przedstawić odpowiednio w postaci

$$F_x / x_0 / \geq p_0 \quad /10/$$

lub

$$F_x / x_0 / \leq 1 - p_0$$



Rys. 2. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X .

Znajdując funkcję odwrotną do dystrybuanty F^{-1} , otrzymuje się

$$x_0 \gg x / P_0' \quad /12/$$

lub

$$x_0 \ll x / 1 - P_0' \quad /13/$$

gdzie:

$$x / P_0' = F_x^{-1} / P_0'$$

$$x / 1 - P_0' = F_x^{-1} / 1 - P_0'$$

Należy ponadto podkreślić, że zapis ograniczeń losowych nie sprowadza się wyłącznie do kontrolowania częstości przekroczeń ustalonej wielkości granicznej, można bowiem, stopniując w odpowiedni sposób ograniczenia, doprowadzić do kontroli amplitudy tych przekroczeń.

Dla ograniczenia /8/ stopniowanie takie ma postać

$$P \{ X \leq x_1 \} \gg P_1 \quad /14/$$

$$P \{ X \leq x_2 \} \gg P_2 \quad /15/$$

przy czym

$$x_0 < x_1 < x_2$$

$$P_0 < P_1 < P_2$$

4. Liniowy algorytm sterowania

Dla realizacji zadania oceny wystarczalności pojemności zbiornika konieczne jest ustalenie strategii rozrządu zasobów pomiędzy poszczególnych odbiorców. Ze względu na złożony charakter wymagań dotyczących stopnia zaspokojenia potrzeb użytkowników celowe jest przyjęcie możliwie najprostszego algorytmu rozrządu. Jak wykazały badania / [6] Young/, przyjęcie liniowego prawa

$$x_t = \gamma_{1t} \cdot s_{t-1} + \gamma_{2t} \cdot r_t + b_t \quad /16/$$

gdzie: γ_{1t} , γ_{2t} - wyznaczone wcześniej stałe współczynniki, nie prowadzi do popełnienia poważniejszych błędów.

Istnieje oczywiście możliwość wprowadzenia w miejsce /16/ zależności nieliniowych; powoduje to jednak niewspółmierne skomplikowanie obliczeń w stosunku do uzyskanych korzyści.

Liniowe prawo rozrządu wody stosowane jest zasadniczo dla dwóch grup zagańień:

- gdy losowo zmienne dopływy są nieznane,
- gdy wielkość dopływów jest określona na podstawie analizy statystycznej danych historycznych.

W przypadku zbiornika wielowyjściowego proponowany jest więc następujący algorytm sterowania

$$x_{jt} = a_j / S_t + r_t / - b_{jt} \quad /17/$$

gdzie:

a_j - określa stosunek docelowego rozrządu dla j -tego wyjścia do sumy wszystkich rozrządów docelowych.

Algorytm /17/ odróżnia się w sposób zasadniczy od zaproponowanego w [1] przez Loucks'a, ponieważ rozrząd w okresie czasowym t nie zależy od dopływu do zbiornika w tym okresie. Własność ta ma duże znaczenie dla szerokiej klasy odbiorców mogących modyfikować wewnętrzną strukturę zużycia wody w zależności od deklarowanych z wyprzedzeniem rozrządów. Z drugiej strony /17/ nie stawia aż tak rygorystycznych ograniczeń jak algorytm rozrządu zaproponowany przez ReVelle i in. [3], uwzględnia bowiem wartość oczekiwaną dopływu do zbiornika w okresie sterowania. Pozwala to w ogólności na zwiększenie maksymalnych docelowych rozrządów dla użytkowników lub zwiększenie prawdopodobieństw zapewnienia tych rozrządów.

Równanie bilansu masowego dla zbiornika przedstawia się następująco:

$$S_t = S_{t-1} + r_t - \sum_{j=1}^n x_{jt} \quad /18/$$

Przyjmując jednakowe rozpięty docelowe $a_j = \frac{1}{n}$ /1/ oraz wyrażając wartości rozrządów i pojemność zbiornika przez dopływy i nieznane zmienne decyzyjne, mamy:

$$x_{jt} = \frac{1}{n} r_{t-1} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n b_{jt-1} - b_{jt} + \frac{1}{n} /r_t - r_{t-1}/ \quad /19/$$

oraz

$$S_t = r_t + r_t + \sum_{j=1}^n b_{jt} \quad /20/$$

Uwzględniając w wyrażeniach /1/.../4/ równania /19/ i /20/, otrzymuje

się warunki ograniczające na wartości parametrów decyzyjnych b_{jt} , oraz przepływów docelowych X_{Dj} . Wykorzystując dalej bezwarunkowy rozkład prawdopodobieństwa dopływu wody do zbiornika, można zapisać:

- dla ograniczenia na niedobory wody

$$n \cdot b_{jt} - \sum_{j=1}^n b_{jt-1} + /1-d_j/ X_{Dj} \leq r_{t-1} /1-p_{1j}/t// + \bar{r}_t - \bar{r}_{t-1} \quad /21/$$

$$t = 1 \dots T$$

$$j = 1 \dots n$$

- dla ograniczenia na nadmiar wody

$$n \cdot b_{jt} - \sum_{j=1}^n b_{jt-1} + /1+ \beta_j/X_{Dj} \geq r_{t-1} /p_{2j}/t// + \bar{r}_t - \bar{r}_{t-1} \quad /22/$$

$$t = 1 \dots T$$

$$j = 1 \dots n$$

- dla ograniczenia na minimalną pojemność zbiornika

$$\sum_{j=1}^n b_{jt} \geq S_m - \bar{r}_t - r_t /1-p_3/t// \quad /23/$$

$$t = 1 \dots T$$

- dla ograniczenia na pojemność rezerwową

$$\sum_{j=1}^n b_{jt} \leq c - v_t - \bar{r}_t - r_t /p_4/t// \quad /24/$$

$$t = 1 \dots T$$

Uzyskany układ ograniczeń /21/ /24/ pozwala na wyznaczenie optymalnych w sensie określonego wskaźnika jakości /np. /25// wartości parametrów decyzyjnych i przepływów docelowych.

$$z = \sum_{j=1}^n X_{Dj} \quad /25/$$

Do wyliczenia tych wartości stosuje się technikę programowania liniowego. Wyliczone wartości X_{Dj} stanowią górne ograniczenie na

docelowe przepływy u odbiorców, pozwalając na określenie możliwości zbiornika w zakresie zaspokojenia potrzeb z ustalonym prawdopodobieństwem.

5. Podsumowanie

Niniejszy artykuł jest wynikiem prac prowadzonych w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej mających na celu usystematyzowanie problematyki dotyczącej rozrządu wody w systemie wodno-gospodarczym. Opracowanie nowego algorytmu rozrządu w układzie zbiornika wielowyjściowego stanowi jeden z początkowych etapów mających na celu zabezpieczenie właściwego aparatu matematycznego dla oceny istniejącej konfiguracji obiektów. Uwzględnienie statystycznej natury dopływów do zbiornika oraz zapisanie losowych ograniczeń na rozpływy i poziomy w zbiorniku jest istotnym postępowaniem w stosunku do wcześniejszych algorytmów rozrządu. Ponadto wielowyjściowa struktura modelu zbiornika zapewnia lepsze przybliżenie sytuacji rzeczywistej.

Obecnie prowadzone są dalsze prace mające na celu symulacyjne zbadanie właściwości tego algorytmu w odniesieniu do danych historycznych dla konkretnych obiektów, oraz rozszerzenie zakresu jego działania.

LITERATURA

- [1] Loucks D.P. - "Some comments on linear decision rules and chance constraints"
Water Resour. Res., 6/2 668-671 /1970/
- [2] Loucks D.P., Dorfman R.J. - "An evaluation of some decision rules in chance - constrained models for reservoir planning and operation"
Water Resour. Res., 11/6/, 777-781 /1975/
- [3] Re Velle Ch., E. Joeres, W. Kirby - "The linear decision rule in reservoir management and design. 1. Development of the stochastic model"
Water Resour. Res., 5/4/, 767-777
- [4] Thomas H.A. Fiering M.B. - "Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation"
Design of Water Resour. Syst., Harvard Univ. Press /1962/

- [5] Thomas H.A, P. Watermeyer - "Mathematical models. A stochastic sequential approach"
Design of Water Resour. Syst., Harvard Univ. Press /1962/
- [6] Young G.K.Jr. - "Finding of reservoir operating rules"
J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civil Engr. 93 pp. 297
- [7] Fronza G. - Short - Term lake regulation VIA Multiobjective mathematical programming"
Proceeding Congress of IFAC, Helsinki 1978.

ЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОИСТОЧНОМ ВОДОЁМОМ
В ВЕРОЯТНОСТНЫХ УСЛОВИЯХ - ОЦЕНА УДОВЛЕТВОРЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ

Статья касается проблема оценки удовлетворения требований потребителей в системе многоисточного водоема. для исполнения этого предложено линейный алгоритм управления, который учитывает вероятностный характер притоков в водоём. Выведённые статистические ограничения позволяют на контроль частоты и величины дефицитов /или избытков/.

THE LINEAR ALGORITHM FOR MULTISOURCE RESERVOIR CONTROL IN CHANCE
CONDITIONS - THE RECEIVERS NEEDS EVALUATION

The paper concerns the problem of evaluation the receivers needs satisfaction in the multisource reservoir system. There is proposed the linear control algorithm which take into account the probabilistic nature of reservoir's inflows. The chance constrains let us check-up the frequency of deficits /or excesses/ as well as its magnitude.