ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Górnictwo z. 61 Nr kol. 406

Bronisław Seweryn

ZASTOSOWANIE METOD MATEMATYCZNYCH DO OKREŚLANIA WYBRANYCH PARAMETRÓW GŁÓWNEGO TRANSPORTU DOŁOWEGO

Streszczenie. W artykule podano metody matematyczne dotyczące zagadnień głównego transportu dołowego, poddając analizie rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów, następstwo zgłoszeń pociągów na węzeł trakcyjny oraz wielkość odstępu czasowego między zgłoszeniami.

Przez szereg lat wydawało się, że główny transport dołowy pozornie nie podlega żadnym prawom i nie da się ująć w ścisłe sformułowania matematyczne. Jeżeli nawet znane są liczby pociągów, które w okresie T mają przebyć przez węzeł trakcyjny z poszczególnych kierunków oraz gdy znane są warunki sytuacyjne na przyległych węzłach trakcyjnych pozwalające określić minimalną wartość odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów J, to pomimo tego nie można przewidzieć i uwzględnić wszystkich możliwych kolejności następstwa pociągów. Każdy odstęp czasowy między zgłoszeniami kolejnych pociągów może więc przybierać różne wartości J o różnym prawdopodobieństwie ich występowania.

Można przyjąć, że zmienna losowa, jaką jest liczba pociągów mogących zgłosić się na węźle trakcyjnym w określonym przedziale czasu, może przyjmować dowolne wartości całkowite w granicach od zera do nieskończoności. Bardziej realnym będzie założenie, że wartości tej zmiennej losowej nie mogą przekraczać liczby pociągów N, jaką można przez węzły przepuścić w jednostce czasu, to jest w okresie T. Liczba pociągów jest zatem zmienną losową skokową, czyli dyskretną, mogącą przyjmować wartości całkowite od zera do nieskończoności lub ściślej do wartości N. Każdej wartości zmiennej losowej skokowej jest przyporządkowane określone prawdopodobieństwo, z jakim ta wartość może wystąpić.

Gdy znana jest dokładnie liczba pociągów, która może przejechać przez węzeł trakcyjny w jednostce czasu, to strumień zgłoszeń winien być uważany za ograniczony.

Ruch pociągów w głównym transporcie dołowym odbywa się z zasady w cyklach zamkniętych, a jego intensywność λ jest określona przez najczęściej zdeterminowaną liczbę N pociągów mających przejść przez węzeł trakcyjny w ciągu okresu T.

W wyniku przeprowadzonych obserwacji na poziomach wydobywczych kopalni węgla kamiennego o różnych wielkościach wydobycia, dokonanych szczególnie przez E. Reuthera i A. Miraniego można stwierdzić, że rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów a więc przejazdami przez węzeł trakcyjny można z dostateczną dokładnością opisać jako rozkład Erlanga o postaci

$$f(i) = k\lambda \frac{(k\lambda i)^{k-1}}{(k-1)!} \cdot e^{-k\lambda i} \qquad \text{dla } i \geqslant 0, \quad k = 1,2\ldots$$

oraz o parametrze $k = 2$.

Przyjmując jako zmienną losową względną wartość odstępu czasowego $\Delta = \lambda$ otrzymuje się

$$g(a) = k \frac{(ka)^{k-1}}{(k-1)!} \cdot e^{-ka} \qquad \text{dla } a \geqslant 0, \quad k = 1,2\ldots$$

$g(a)$ - funkcja gęstości zmiennej losowej ciągłej A.

Ponieważ

$$\int x^n e^{-x} dx = -x^n e^{-x} + n \int x^{n-1} e^{-x} dx$$

a więc dla n całkowitych

$$\int_0^x \frac{x^n e^{-x}}{n!} dx = 1 - e^{-x} \sum_{j=0}^{n} \frac{x^j}{j!}$$

Zatem dystrybuantę zmiennej losowej A można przedstawić w postaci

$$G(a) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a \leqslant 0 \\ 1 - e^{-ka} \sum\limits_{j=0}^{j-1} \frac{(ka)^j}{j!} & \text{dla } a > 0 \end{cases}$$

Wartość oczekiwana i wariancja tej zmiennej losowej

$$EA = 1 \qquad \sigma^2 = \frac{1}{k}$$

σ - odchylenie standardowe.

Rozkłady Erlanga przy $k > 1$ określane są jako podprzypadkowe. W transporcie dołowym podprzypadkowe rozkłady Erlanga odstępów czasowych między zgłoszeniami pociągów występują wówczas, gdy nad innymi czynnikami wpływającymi na rozłożenie w czasie momentów przejazdów pociągów przez węzeł trakcyjny zaczyna przeważać dążenie do osiągnięcia równoodstępowego ruchu. Istotną właściwością podprzypadkowych rozkładów Erlanga o parametrze k jest to, że każdy z nich stanowi rozkład sumy k zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym z jednakową wartością oczekiwaną. Wartość oczekiwana zmiennej losowej o rozkładzie podprzypadkowym Erlanga jest zatem k-krotnie większa niż wartość oczekiwana każdej ze składowych zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym.

Rozpatrując jako zmienną losową sumę dwóch odstępów czasowych, z których każdy jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym o wartości oczekiwanej $\frac{1}{2\lambda}$

$$f(i) = g(i) = 2\lambda e^{-2\lambda i} \qquad \text{dla} \quad i \geqslant 0$$

zatem funkcję gęstości rozkładu nowej zmiennej losowej otrzymuje się jako splot funkcji $f(i)$ i $g(i)$ oznaczany $f(i) * g(i)$

$$h(i) = f(i) * g(i) = \int_0^i f(i-j)\, g(j)\, dj$$

a więc

$$h(i) = \int_0^i 2\lambda e^{-2\lambda(i-j)}\, 2\lambda^{-2\lambda j}\, dj = 4\lambda^2 \int_0^i e^{-2\lambda i}\, dj = 4\lambda^2\, i e^{-2\lambda i}$$

Otrzymane wyrażenie na $h(i)$ stanowi funkcję gęstości rozkładu Erlanga o parametrze $k = 2$.

Model punktowy rozkładu Erlanga uzyskuje się rozsypując punkty z k razy większą intensywnością niż by to wynikało z intensywności modelowanego strumienia zgłoszeń, a następnie biorąc pod uwagę tylko każdy k-ty punkt.

W przypadku strumienia zgłoszeń z rozkładem podprzypadkowym Erlanga odstępów czasowych między zgłoszeniami, każdy odstęp składa się z k faz o rozkładzie wykładniczym.

Jeżeli obserwację rozpoczyna się w dowolnym momencie, to niewiadomo, na którą z faz przypadł ten moment początkowy. Rozkład Erlanga dotyczy więc wszystkich odstępów czasowych z wyjątkiem odstępu pierwszego.

Średnia wartość odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów wynosi

$$i_{śr} = \frac{T}{N} = \frac{T\,W_{śr}}{Z}\ \text{min}$$

gdzie:

T - okres pracy głównego transportu dołowego liczony od momentu przyjazdu pierwszego pociągu na węzeł trakcyjny do momentu przyjazdu ostatniego pociągu określony w minutach,

N - liczba pociągów w okresie T,

$W_{śr}$ - średnia liczba wozów w pociągu,

Z - dobowe wydobycie z poziomu, liczba wozów ładownych.

Zakładając, że każde zgłoszenie jest zgłoszeniem się przeciętnie $W_{śr}$ wozów, więc intensywność strumienia zgłoszeń wynosi

$$\lambda = \frac{W_{śr}}{i_{śr}} = \frac{Z}{T}\ \frac{1}{\text{min}}$$

Metody matematyczne zaczyna się coraz powszechniej stosować w teorii projektowania kopalń.

Wzrost koncentracji wydobycia z poziomu powoduje konieczność analizy zagadnień transportowych z jednej strony jako czynnika decydującego o dalszych możliwościach koncentracji a z drugiej strony jako problemu ekonomicznego.

LITERATURA

[1] Feller W.: Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. PWN 1966.

[2] Reuther E., Mirani A.: Zur Berechnung des günstigsten Speichervermögens von Füllörtern. "Glückauf - Forschungshefte" nr 1/1966.

[3] Węgierski J.: Metody probabilistyczne w projektowaniu transportu szynowego. WKiŁ 1971.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОД В ОПРЕДЕЛЕНИИ ИЗБРАННЫХ ПАРАМЕТРОВ ГЛАВНОГО ПОДЗЕМНОГО ТРАНСПОРТА

Р е з ю м е

Опубликованные в статье математические методы касающиеся главного подземного транспорта, подвергая анализу рассписание временного промежутка между заявлениями поездов, последствие заявлении на узел тяги а также величину промежутка времени между заявлениями.

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS FOR DETERMINATION OF SELECTED PARAMETERS IN MAIN UNDERGROUND TRANSPORT

S u m m a r y

The article gives the mathematical methods referring to the problems of the main underground transport while analytically discussing the details of the time spacing within the train announcements, consequences of the train announcements upon the track junction,also the expansion of the time spacing between the announcements.